

UNA SECUENCIA DIDÁCTICA ALREDEDOR DE LA COMPRESIÓN DEL SISTEMA DE  
NUMERACIÓN DECIMAL

JENNIFER RENDÓN PACHÓN



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

LINEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

PROGRAMA DE BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

POPAYÁN, OCTUBRE DE 2018

UNA SECUENCIA DIDÁCTICA ALREDEDOR DE LA COMPRESIÓN DEL SISTEMA DE  
NUMERACIÓN DECIMAL

JENNIFER RENDÓN PACHÓN



Trabajo para optar el título de  
MAGISTER EN EDUCACIÓN

Director

HAROLD CASTILLO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LINEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICA

PROGRAMA DE BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL

POPAYÁN, OCTUBRE DE 2018

## **Dedicatoria**

A mi madre, por heredarme la fortaleza para alcanzar mis sueños.

## **Agradecimientos**

Agradezco al Gobierno Nacional, por haberme otorgado la beca y por eso haber tenido la oportunidad de estudiar este posgrado, a la Universidad del Cauca por los conocimientos enseñados. A mi tutor, el magister Harold Castillo, por enseñarme el verdadero valor de la didáctica y a mi futuro esposo, Javier Hernández por ser mi coequipero en la realización de este trabajo.

## Contenido

Presentación.....	9
Referente Conceptual.....	14
Análisis Preliminar .....	33
Referente metodológico y resultados .....	37
Análisis A Priori .....	44
Experimentación.....	56
SESIÓN 1. Inventemos nuestros propios números. ....	56
SESIÓN 2 ¿Cómo empezó eso de contar?.....	57
SESION 3. Viaje al país de los números. ....	58
SESIÓN 4. Piedras en la arena .....	59
SESIÓN 5. Representemos números en el ábaco.....	60
SESION 6. Representamos los números con los bloques multibase .....	60
SESIÓN 7. PRUEBA FINAL.....	61
Análisis A Posteriori.....	62
Observaciones y resultados.....	62
SESIÓN 1.....	62
SESIÓN 2.....	64
SESION 3.....	66
SESIÓN 4.....	68
SESION 5.....	69
SESION 6.....	70
Conclusiones y reflexiones .....	73
Referencias .....	76
Anexos.....	79

## Lista de Figuras

Figura 1: Sistema de presentación de los Números en China. (Smith & Ginsburg, 1998).....	16
Figura 2. Forma de Escritura de los Numerales en Grecia (Smith & Ginsburg, 1998) .....	16
Figura 3: Numeración Romana (Smith & Ginsburg, 1998).....	16
Figura 4: Actividad sesión 1 .....	63
Figura 5: Representación de Cantidades .....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 6: Actividad Sesión 4 .....	69
Figura 7: Uso del Abaco .....	70
Figura 8: Bloques Multi base.....	71

## Lista de tablas

<b>Tabla 1: <i>Competencias de Aprendizaje</i></b> .....	<b>10</b>
<b>Tabla 2: <i>Planeación de Secuencia Didáctica</i></b> .....	<b>44</b>
<b>Tabla 3: <i>Planeación Sesión 1</i></b> .....	<b>46</b>
<b>Tabla 4: <i>Planeación sesión 2</i></b> .....	<b>47</b>
<b>Tabla 5: <i>Planeación sesión 3</i></b> .....	<b>50</b>
<b>Tabla 6: <i>Planeación sesión 4</i></b> .....	<b>52</b>
<b>Tabla 7: <i>Planeación sesión 5</i></b> .....	<b>53</b>
<b>Tabla 8: <i>Planeación sesión 6</i></b> .....	<b>55</b>

## Lista de anexos

Anexo 1: Sesión Inventemos nuestros propios números. ....	79
Anexo 2: Desarrollo de sesión: inventemos nuestros propios números .....	80
Anexo 3: Sesión ¿Cómo empezó eso de contar? .....	81
Anexo 4: Actividad piedras en la arena. ....	82
Anexo 5: Desarrollo de sesión piedras en la arena. ....	83
Anexo 6: Sesión Viaje al país de los Números. ....	84
Anexo 7: Sesión: Piedras en la arena. ....	85
Anexo 8: lecturas complementarias.....	86
Anexo 9: Prueba Final .....	87

## Presentación

Se presenta un informe de intervención pedagógica, realizada en la Institución Educativa Técnico de Comercio Santa Cecilia de la Ciudad de Cali, única en la comuna dos, con modalidad técnico comercial. Actualmente se encuentra en el nivel A (superior) en la clasificación que realiza la secretaria de educación de acuerdo con los resultados de los estudiantes en las pruebas realizadas en el año 2016 por El Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior, conocido por las siglas ICFES; así mismo, ocupa el cuarto puesto entre las mejores instituciones oficiales de la ciudad de Cali.

La sede educativa Brisas de Los Álamos, donde se desarrolló la propuesta de intervención, se encuentra en la zona norte, presta los servicios de básica primaria y educación para adultos. Los estudiantes participantes se encuentran en el grado segundo y sus edades oscilan entre los ocho y nueve años, el nivel socioeconómico al que pertenecen es estrato 3 (tres). La mayoría de ellos son de origen mestizo y viven en unidades residenciales, en compañía de sus padres, la mitad de ellos tienen padres separados y viven con su madre y su abuela quienes asumen la responsabilidad de cuidarlos mientras el padre o la madre trabajan.

Esta intervención surge a raíz de las múltiples dificultades que tiene la profesora de grado segundo cuando se enfrentan a la enseñanza del Sistema de Numeración Decimal (SND), y no posee las herramientas necesarias, en este caso, los fundamentos formales y los aspectos didácticos y epistemológicos para enseñar de manera significativa este concepto, de esta manera recurre a los métodos tradicionales de ejercitación y memorización encontrados en los libros de texto que se trabajan a lo largo del año escolar en las escuelas porque no puede proponer situaciones adecuadas. En consecuencia, los estudiantes no alcanzan niveles de comprensión del SND, lo cual se pone en evidencia al observar los bajos resultados obtenidos en las pruebas saber que el estado realiza a todas las instituciones educativas y colegios del país por intermedio del (ICFES) y que abarca diferentes niveles educativos; grado 3°,5°,9° y 11°.

Las dificultades que presentan los estudiantes se pueden determinar, en un primer nivel, con los resultados que presenta el Ministerio de Educación Nacional (MEN) cada año, en el cual presenta un análisis detallado de los resultados de las pruebas SABER, para este trabajo se tuvieron en cuenta las pruebas SABER 3° del año 2015 ( ICFES, 2015). El objetivo de estas pruebas es reconocer el estado de las

competencias y aprendizajes que han desarrollado los estudiantes haciendo referencia a tres competencias fundamentales; la comunicativa, de razonamiento, y resolución de problemas.

A continuación, se presentan los resultados del análisis que realiza el MEN, sobre las pruebas SABER 3° respecto al SND. Con estos resultados se pueden evidenciar los posibles obstáculos y dificultades que presentan los estudiantes del grado 2°, teniendo en cuenta que a pesar de que las pruebas se aplican a estudiantes de grado tercero se fundamentan en las competencias que ellos deben haber desarrollado hasta grado 2° ( ICFES, 2015, pág. 11)

Tabla 1: *Competencias de Aprendizaje*

*Competencias de Aprendizaje*

<b>Competencia Comunicativa</b>	<b>La Competencia de Razonamiento</b>	<b>Competencia de Resolución de Problemas</b>
<p>Aprendizaje:</p> <p>El 60% de los estudiantes no construye ni describe secuencias numéricas y geométricas</p>	<p>Aprendizaje:</p> <p>El 63% de los estudiantes no usa operaciones ni propiedades de los números naturales para establecer relaciones entre ellos en situaciones específicas.</p>	<p>Aprendizaje:</p> <p>El 64% de los estudiantes no resuelve ni formula problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida.</p>
<p>El 54% de los estudiantes no reconoce equivalencias entre diferentes tipos de representaciones relacionadas con números.</p>	<p>El 57% de los estudiantes no genera equivalencias entre expresiones numéricas.</p>	<p>El 22% de los estudiantes no resuelve problemas aditivos rutinarios de composición y transformación ni interpreta condiciones necesarias para su solución.</p>

---

El 20% de los estudiantes no reconoce el uso de números naturales en diferentes contextos.

El 32% de los estudiantes no establece conjeturas acerca del sistema de numeración decimal a partir de representaciones pictóricas.

---

Datos obtenidos del informe por colegios 2015 pruebas saber (Fuente: Elaboración propia)

El 60% de los estudiantes no construye ni describe secuencias numéricas y geométricas, esto quiere decir que no realiza secuencias de números, un aspecto fundamental en la comprensión del valor posicional, puesto que el SND, está constituido por grupos de base diez. El estudiante debe realizar secuencias de 10, de 100, de 1 000 y así sucesivamente para reconocer el valor de que representa ese número de acuerdo con su posición.

Los resultados muestran que el 54% y el 57% de los estudiantes, no reconocen y no generan equivalencias entre expresiones numéricas. En este caso, correspondería a la representación numérica y la representación del valor posicional que se realiza con agrupaciones de base diez. Por ejemplo, no reconocen que, una (1) centena es igual a diez (10) decenas y así sucesivamente, de esta manera se podría evidenciar que no comprenden el concepto de agrupación en las diferentes unidades de orden mayor.

Entre el 20% y el 32% de los estudiantes no reconocen el uso de los números naturales en diferentes contextos, en este sentido se podría interpretar que los estudiantes ven los números como un conocimiento aislado de su contexto, como consecuencia, posiblemente, de las prácticas de aula de los docentes que enfatizan la enseñanza de las matemáticas en la parte memorística y de ejercitación, sin considerar que los conocimientos previos y la aplicación de los contenidos matemáticos en el contexto es una parte fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje. De esta manera el no reconocer que el SND es un saber cultural creado por el hombre para su servicio, hace que el estudiante no encuentre afinidad con los conocimientos matemáticos y sea más compleja su comprensión.

Lerner (1992) señala, que las prácticas tradicionales tienen dos grandes inconvenientes desde el punto de vista de una didáctica constructivista: el primer gran inconveniente es que se deforma el objeto de conocimiento transformándolo en algo muy diferente de lo que él es; el segundo, es que se impide que los chicos utilicen los conocimientos que ya han construido (pág. 13).

Por otra parte, entre el 63% y el 64% de los estudiantes, no usa operaciones ni propiedades de los números naturales, es decir tienen dificultades en la comprensión del SND, relacionado con el reconocimiento de que cada número tiene su valor de acuerdo con su posición. Si el estudiante no comprende este aspecto no podrá ubicar los números de forma vertical correctamente para poder resolver una operación matemática. Al respecto, dentro de los planteamientos de investigación que desarrolla (Lerner y Sadovsky, (1996), y (Vergnaud, (1984), (citado por Ortega Galvez) se plantea que las dificultades en la comprensión del funcionamiento del SND están ligadas a no reconocer que el problema del aprendizaje de las matemáticas (propiedades, relaciones y algoritmos) está relacionada con el aprendizaje y conceptualización del SND (Ortega Galvez, 2008).

De esta manera considerando las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del SND, así como también la complejidad que encierran su enseñanza y aprendizaje y su importancia en el desarrollo del pensamiento numérico se identifica que existen bajos niveles en la comprensión del Sistema de Numeración Decimal (SND) en los estudiantes de grado 2° de la Institución educativa Santa Cecilia.

Para afrontar esta problemática, se plantea la siguiente pregunta:

**¿Cómo lograr que los estudiantes de grado 2° de la Institución Educativa Técnico de Comercio Santa Cecilia desarrollen la comprensión del Sistema de Numeración Decimal?**

Para dar respuesta, se planteó una secuencia didáctica con base en la ingeniería didáctica de Michell Artigue (Artigue M, 1995) teniendo en cuenta los siguientes objetivos:

**Un objetivo general:**

Mejorar la comprensión del Sistema de Numeración Decimal, a partir de una secuencia didáctica con los estudiantes de grado 2° de la Institución Educativa Técnico de comercio Santa Cecilia.

**objetivos específicos:**

- Determinar algunos referentes históricos y didácticos alrededor de la enseñanza y aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal.
- Identificar los obstáculos y dificultades que los estudiantes presentan para la comprensión del Sistema de Numeración Decimal.
- Diseñar, implementar y evaluar una secuencia didáctica para dar cuenta de la comprensión del Sistema de Numeración Decimal.

El contenido del documento se encuentra estructurado de la siguiente forma:

En el primer capítulo se presentan los referentes teóricos que permiten reconocer la dimensión histórica, y epistemológica del Sistema de Numeración Decimal (SND), algunos elementos didácticos como la teoría de los campos conceptuales y varias estrategias de enseñanza del SND, así como también algunos referentes legales del Ministerio de Educación sobre la enseñanza de las matemáticas.

En el segundo capítulo se presenta el referente metodológico y los resultados, guiados por la ingeniería didáctica de *Artigue*, compuesta por cuatro fases; en la primera se realiza un análisis preliminar sobre los aspectos históricos y epistemológicos del SND, un análisis de los obstáculos y dificultades de los estudiantes relacionados con el SND y un análisis didáctico sobre la forma de enseñar el concepto. La segunda fase es la correspondiente al análisis a priori. En esta fase se presenta la secuencia didáctica con sus consideraciones generales y particulares. La siguiente fase es la de experimentación, donde se plantea la secuencia didáctica y se implementan a los estudiantes. La cuarta etapa corresponde al análisis a posteriori, (validación interna) donde se analizan las observaciones realizadas en la fase de experimentación, así como también los resultados obtenidos.

Y finalmente en el tercer capítulo se presenta las conclusiones y reflexiones.

## **Referente Conceptual**

En este capítulo se presentan los referentes teóricos que dieron origen al planteamiento de la secuencia didáctica. En primer lugar, se establecen los aspectos históricos del número y el SND, así como también su carácter formal. El aspecto histórico se considera importantes porque permite relacionar los conceptos con el mundo real, los dotan de sentido y el aspecto formal porque las características formales del número y del SND son un punto de partida necesario para realizar una adecuada transposición didáctica (MEN, 2006) del SND. Después, se continua con el aspecto cognitivo partiendo de los campos conceptuales, (Vergnaud, 1990) para reconocer lo que constituye un concepto matemático, aspecto fundamental en las situaciones de enseñanza, seguido, encontrará el aspecto didáctico con los componentes que se deben tener en cuenta para la construcción del SND y los niveles para el desarrollo de estrategias aritméticas con silva, (Silva, 2005) aspectos importantes para la construcción del valor posicional. Posteriormente, viene una descripción de los recursos que se utilizaron, el ábaco y los bloques multibase, los cuales ayudaron en la representación del concepto. Después se encontrará con el aspecto curricular tomando como referencia los lineamientos y los estándares de competencias del Ministerio de Educación Nacional, donde se plantea una nueva visión de las matemáticas en la escuela y la importancia de las competencias desde los estándares básicos de competencias. Finalmente se presenta la noción de obstáculo y dificultad desde la mirada de Guy brousseau.

### **El Origen Del Número**

Existen diversos estudios que dan cuenta de diferentes versiones respecto al origen del número, unos consideran que primero fue el aspecto ordinal seguido por el cardinal, por ejemplo, Smith & Ginsburg citando a (Sinderberg 1962) en su libro afirma que “el arte de contar pudo aparecer a raíz de ciertos rituales religiosos primitivos, donde era necesario ordenar las escenas del ritual.” (Smith & Ginsburg, 1998, pág. 23)

Otro planteamiento similar lo hace Hogben (1966) también citado por Smith & Ginsburg, “él encontró indicios que podrían ser el registro del paso del tiempo con unas muescas que hacían en los troncos de los árboles”. (Smith & Ginsburg, 1998, pág. 31).En efecto el carácter ordinal.

Después se considera que empezaron a contar con las partes de su cuerpo, al respecto expone que los indígenas contaban los días haciendo trazos en su cuerpo en un orden establecido. Haciendo referencia al concepto de sucesión y con ello el aspecto cardinal (Smith & Ginsburg, 1998).

Existen otras versiones que dan cuenta de la afirmación de que primero fue el cardinal y después el ordinal. Alfonso en su libro, numeración y cálculo, hace un recorrido histórico de ocho pasos sobre cómo pudo haber sido la invención del número (Gomez Alfonso, 1998, pág. 21):

Es así como expone que el primer paso fue tomar conciencia de la unicidad, individualizando un objeto con el resto presidiendo de sus cualidades, creando la unidad como idea de uno y como clase de equivalencia. El segundo paso fue la cardinalidad, comparando conjuntos de objetos mediante una correspondencia uno a uno, para poder usar la palabra menos, más, e igual. El tercer paso fue el registro, el cual era por medio de piedras apiladas, dedos de las manos, todo de acuerdo a sus necesidades. El cuarto paso fue las etiquetas, el hombre primitivo utilizó la mano, nariz, trébol, ojos como etiquetas para describir los números cardinales. El quinto paso se refiere al orden; empezaron a ordenar los conjuntos y sus nombres bajo el criterio, el que tiene más va después, teniendo la constante de que la diferencia era uno. En el sexto paso, se consolidan los sistemas de numeración creándolo sobre la base de un alfabeto finito que permita que dado un nombre al número escribir el siguiente y el anterior. El siguiente paso fue empezar a contar con la secuencia establecida de palabras número, el nombre recitado al final es el nombre de la clase a la que pertenece el conjunto dado. Y el último paso fue establecer los adjetivos correspondientes a los números ordinales (Gomez Alfonso, 1998).

Por otro lado, (Smith & Ginsburg, 1998) muestra en el capítulo, De los Números a los Números y de los numerales al cálculo, un recorrido histórico pasando por las diferentes civilizaciones.

Al respecto Smith y Ginsburg explican:

No se tiene certeza de cuando exactamente se comenzaron a utilizar los numerales, existen registros de su utilización por parte de las civilizaciones egipcias, Sumerias, Babilónicas, Griegas y Romanas que datan de un periodo cercano a los 3.000 años a. c. todos estos pueblos antiguos utilizaron un numeral parecido a nuestro “uno” para expresar el número 1 (...) “este numeral probablemente

provino de un dedo extendido que parece ser la forma más simple y natural de señalar lo que queremos decir con uno” (Smith & Ginsburg, 1998) El número dos, surge por la escritura rápida de dos rayas | | o N, lo que genero posteriormente este símbolo Z y se transformó en el actual número 2. El tres se escribía con tres rayas, al escribirlas rápidamente se forma el 3. Del resto de los números se desconoce su origen. (Smith & Ginsburg, 1998, pág. 32).

El problema más común que tuvieron estas civilizaciones fue la representación de números grandes, para ello fue necesario construir sistemas, el primero fue el de los chinos, adoptado más tarde por los japoneses quienes basaron su sistema en el uso de palitos puestos sobre la mesa (Smith & Ginsburg, 1998).

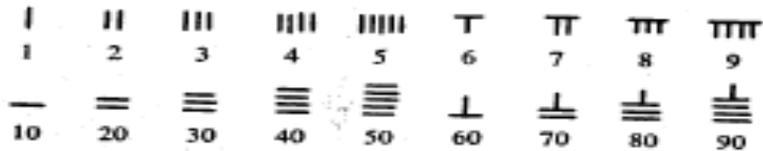


Figura 1: Sistema de presentación de los Números en China. (Smith & Ginsburg, 1998, pág. 34)

El sistema griego, escribían de varias formas sus números, una de ellas era poner las iniciales de los nombres de los números y otra forma era la de designar los números con las letras del alfabeto (Smith & Ginsburg, 1998).

Número	Nombre	Letra
1.000	kilo	X, nuestra <i>k</i>
100	hekto	H, forma primitiva
10	deka	Δ, nuestra <i>d</i>
5	penta	Π, o Γ, nuestra <i>p</i>

Figura 2. Forma de Escritura de los Numerales en Grecia (Smith & Ginsburg, 1998)

El sistema de numeración romano es más común, en él se utiliza letras para designar cantidades.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Figura 3: Numeración Romana (Smith & Ginsburg, 1998)

La palabra romana para 100 era Centum y la de 1000 era Mille. Esto explica probablemente el uso de la C para 100 y de la M para 1000. El uso de este sistema se extendió en Europa hasta el año 1.700 debido a que era mucho más fácil sumar y restar con ellos, lo contrario con la multiplicación y la división.

El sistema numérico que actualmente se utiliza en Europa y América llegó a través de un libro de aritmética que fue escrito en la India hace unos mil doscientos años y fue traducido poco después al árabe. Por azar este libro fue llevado a Europa por un mercaderes y allí fue traducido del árabe al latín.

Estos sistemas son de representación y agrupación simple, se caracterizan por la repetición uniforme de un solo símbolo para dar cuenta del aspecto cardinal de los conjuntos. Ante la dificultad de representar conjuntos numerosos asignaba nuevos símbolos a las agrupaciones o a los grupos de signos. Después de esto se creó el sistema de agrupamiento múltiple donde los símbolos representaban cada una de las potencias de la base (Gomez Alfonso, 1998).

### **El Carácter Formal Del Número**

Bertrand Russell, se refiere a la definición de número como, una representación de un conjunto de acuerdo a una correspondencia uno a uno de objetos entre todos los conjuntos finitos que sean semejantes a él (Russell, 1994).

Desde otra perspectiva, se hace necesario acudir a la Formalización de Peano (Axiomas de Peano) (Cid, Godino, & Batanero, 2003). Esta formalización se basa en el conjunto de los números naturales que cumplen la condición de que cada elemento tiene un único siguiente, hay un primer elemento, y contiene todos los elementos siguientes de los anteriores. Un conjunto de objetos (N) se dice que está naturalmente ordenado (y, por tanto, se puede usar para contar y ordenar otros conjuntos de objetos de cualquier naturaleza) si cumple las siguientes condiciones: (Cid, Godino, & Batanero, 2003)

1. A cada objeto le corresponde otro que se llama su siguiente o sucesor.
2. Existe un primer elemento, 0, que no es sucesor de ningún otro elemento.
3. Dos elementos diferentes de N no pueden tener el mismo sucesor (la función sucesor es inyectiva).

4. Todo subconjunto de  $\mathbb{N}$  que contiene el 0 y que contiene el sucesor de cada uno de sus elementos coincide con  $\mathbb{N}$  (principio de inducción).

En lugar de usar subconjuntos, el principio de inducción puede formularse con propiedades diciendo que toda propiedad de los números válida para 0 y que, siendo válida para  $n$ , lo es también para  $n+1$ , es verdadera para todos los números naturales (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Si el maestro reconoce las características formales del número para su enseñanza, hace posible el planteamiento de situaciones significativas, donde los estudiantes pueden construir el concepto de forma activa, de esta manera, cuando reconocen la existencia de varios conjuntos numéricos que deben cumplir unas reglas para pertenecer a ese conjunto, y que el número no es un símbolo sino la presentación de un conjunto permite introducir la parte formal sin ser un conocimiento complejo para ellos y deja abierta la puerta para otros conceptos matemáticos. así pues, reconocer la parte formal y hacer una transposición didáctica para la construcción del concepto debería ser el objetivo principal del maestro.

### **El Carácter Formal Del Sistema De Numeración Decimal (SND)**

Una de las condiciones que se deben tener en cuenta en la enseñanza del SND, es reconocer su carácter formal en el campo de la matemática para poder identificar las posibles formas de enseñar el concepto, es decir realizar una transposición didáctica. De esta manera se presentan los planteamientos de Bedoya y Orozco (1991), que exponen, de una manera formal, las características del SND.

Un sistema de numeración está constituido por un conjunto de números, una colección de símbolos y signos básicos y unas reglas que permiten expresar o representar los números del conjunto. Así pues, EL SND está conformado por el conjunto de números, naturales y el sistema de numeración es el decimal. Los signos o símbolos básicos del S.N.D. son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, y un punto (.) para indicar unidades de mil, de millón, etc (Bedoya & Orozco , 1991).

Bedoya indica que, para representar un número natural, en el S.N D., se deben seguir las siguientes reglas:

Solamente se escriben las cifras que especifican el número de unidades que lo componen. Estas cifras se escriben, una a continuación de la otra, de izquierda a derecha, en relación decreciente con

respecto al orden de las unidades. El nombre del número se forma expresando el número de unidades de cada orden que contiene (Bedoya & Orozco , 1991).

De esta manera explica que estas reglas dotan a cada una de las cifras de un doble valor: el valor correspondiente al número de unidades y el valor relativo al orden. Este último se infiere de la posición que la cifra ocupa en el numeral. La técnica conocida como «valor de posición» (Bedoya & Orozco , 1991).

### **Teoría De Los Campos Conceptuales De Vergnaud**

Para el planteamiento de situaciones significativas, es necesario tener en cuenta el aspecto cognitivo, el cual hace referencia a la forma de cómo aprende el estudiante, y las condiciones que se deben tener en cuenta para que un conocimiento sea comprendido, la teoría de los campos conceptuales es una teoría didáctica fundamentada en aspectos psicológicos del aprendizaje, que estudia el funcionamiento cognitivo del “sujeto en situación” tomando como referencia el propio contenido del conocimiento y el análisis conceptual del dominio de ese conocimiento (Vergnaud, 1990, págs. 133-170)

El primer aspecto importante de esta teoría son los campos conceptuales definidos como: “un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición” (Vergnaud, 1990, págs. 133-170).

Uno de los aspectos claves que se tendrá en cuenta para el planteamiento de las situaciones hace referencia a las condiciones que deben cumplirse para que un concepto sea comprendido:

Se debe tener en cuenta el concepto como: una triplete de tres  $C = (S, I, R)$  donde: S es un conjunto de situaciones que dan sentido al concepto; I es un conjunto de invariantes (objetos, propiedades y relaciones) sobre las cuales reposa la operacionalidad del concepto y R es un conjunto de representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales, etc.) que pueden ser usadas para indicar y representar esos invariantes y, consecuentemente, representar las situaciones y los procedimientos para lidiar con ellas (Vergnaud, 1990, págs. 133-170).

Por otro lado, el aspecto que entra en juego en la comprensión del concepto, es la noción de esquema, esta se refiere a que las relaciones del sujeto con los tres componentes forman un esquemas, de esta manera un

esquema es la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones (Vergnaud, 1990).

Los aspectos que integran un esquema son:

1. *Metas y anticipaciones* (un esquema se dirige siempre a una clase de situaciones en las cuales el sujeto puede descubrir una posible finalidad de su actividad y, eventualmente, submetas; puede también esperar ciertos efectos o ciertos eventos).
2. *Reglas de acción* del tipo “si... entonces” que constituyen la parte verdaderamente generadora del esquema, aquella que permite la generación y la continuidad de secuencias de acciones del sujeto; son reglas de búsqueda de información y de control de los resultados de acción;
3. *Invariantes operatorios* (teoremas-en-acción y conceptos-en-acción) que dirigen el reconocimiento, por parte del individuo, de los elementos pertinentes de la situación; son los conocimientos contenidos en los esquemas; son aquellos que constituyen la base, implícita o explícita, que permite obtener la información pertinente y de ella inferir la meta a alcanzar y las reglas de acción adecuadas.
4. *Posibilidades de inferencia* (o razonamientos) que permiten “calcular”, “aquí y ahora”, las reglas y anticipaciones a partir de las informaciones e invariantes operatorios que dispone el sujeto, o sea, toda actividad implicada en los otros tres ingredientes requiere cálculos “aquí e inmediatamente” para esta situación. (Vergnaud, 1990, págs. 133-170)

Estos esquemas son determinados por dos situaciones: la primera es cuando el sujeto dispone de las competencias necesarias para el tratamiento de dicha situación y la segunda es cuando el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, lo que lo obliga a un tiempo de reflexión y exploración y eventualmente al éxito o al fracaso (Vergnaud, 1990).

De esta forma en las dos clases de situaciones, el concepto de esquema cambia, en la primera, se observan conductas automatizadas organizadas por un solo esquema; en la segunda se tienen varios esquemas que entran en competencia para llegar a la solución por medio de descubrimientos (Vergnaud, 1990).

Así pues, dependiendo de las situaciones que plantee el maestro se crea los esquemas, es por eso que es tan importante reconocer la parte cognitiva del sujeto, para poder plantear de manera consiente situaciones donde el sujeto aprenda de manera significativa y no sea un receptor pasivo, lo cual tendrá como consecuencia recurrir solo a la memoria y no podrá realizar una modelación o su aplicación.

### **El Niño Y El Sistema De Numeración Decimal**

(Bedoya & Orozco , 1991)consideran que para construir una concepción del sistema de numeración decimal se hace necesario seguir un camino.

Para manejar los números naturales en el sistema numérico, es necesario construirlos progresivamente en los diferentes períodos que lo configuran. Un período está definido por los números comprendidos entre dos unidades decimales de órdenes consecutivos, incluyendo la unidad de orden inferior. El primer período está constituido por los números naturales entre 0 y 10; el segundo, por los números naturales entre 10 y 100; el tercero, por los números naturales entre 100 y 1.000 y así sucesivamente (Bedoya & Orozco , 1991, pág. 56).

Estos mismos autores consideran que, para construir un número natural, en un período determinado, exige manejar: números y unidades de períodos y órdenes anteriores al período u orden correspondiente al número dado; (Bedoya & Orozco , 1991)

En este caso, para construir un número, en un cierto período, es necesario recurrir aditiva o multiplicativamente a unidades y números de períodos anteriores. Por ejemplo, definir la unidad de orden 3 ( $10^3$ ) exige recurrir aditiva o multiplicativamente a las unidades de órdenes 2 ( $10^2$ ), 1 (10) y 0 (I):

De esta manera se puede descomponer y realizar equivalencias de cantidades entre las diferentes unidades de orden, veamos:  $243 = 200 + 40 + 3 = 240 + 3 = 200 + 43$

$$243 = 2 \times 10^2 + 4 \times 10 + 3 = 24 \times 10 + 3 = 2 \times 10^2 + 43$$

Igualmente, para la construcción de un número natural cualquiera o de una unidad decimal, es necesario manejar la sucesión de unidades  $1 \times 10^n$ ,  $2 \times 10^n$ ,  $3 \times 10^n$ , ...,  $9 \times 10^n$ , ( $n = 1, 2, 3$ , etc.).

Así pues, considerando estos planteamientos, es de suma importancia por parte del docente plantear actividades de composición y descomposición de números y hacer equivalencias entre cantidades para que el estudiante pueda definir la unidad de orden y por lo tanto reconocer el valor de posición.

Otro aspecto importante es el reconocimiento del 100 como el resultado de la enumeración secuencial de los diez primeros términos de la sucesión de unidades: 10, 20, 30, ..., 90, 100.

En cuanto a la construcción del número, es necesario reconocer que la “operación « $n + 1$ », además de permitir construir inductivamente la sucesión de números naturales, posibilita, mediante la iteración aditiva del 1, establecer las relaciones «el siguiente de» y «el anterior de» entre dos números consecutivos. A partir de estas relaciones se pueden definir las relaciones de orden «menor que» y «mayor que» entre números naturales”. Por ejemplo, 8 es menor que 10 ( $8 < 10$ ) porque  $10 = 8 + 2 = (8 + 1) + 1 = 9 + 1$  (Bedoya & Orozco, 1991, pág. 57).

### **Algunas Reflexiones Sobre El Valor Posicional**

Manuel Silva considera, que la comprensión del valor posicional juega un papel clave en los primeros grados de escolaridad teniendo en cuenta que es esencial para dar sentido a nuestro sistema numérico (basado en los dígitos 0-9), y para desarrollar habilidades matemáticas como contar, escribir, agregar números de varios dígitos, reconocer los números en el dinero, etc. Por esta razón, considera importante que el valor posicional se enseñe todo el año escolar, haciendo referencia al Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM), donde recomienda que todas las competencias matemáticas se enseñen de manera integrada en todo el año escolar (Silva, 2005).

De igual manera, plantea que al enseñar el valor posicional es importante tener en cuenta los niveles de comprensión que poseen los estudiantes, puesto que estos afectan su desempeño. Por ejemplo, un estudiante puede contar hasta 100, pero es posible que no pueda ver que 23 es lo mismo que dos grupos de diez y tres unidades o 1 grupo de diez y 13 unidades. Ellos pueden contar el número de elementos, pero tienen dificultades para contar grupos de objetos (Silva, 2005).

John Van de Walle, (citado por Silva, 2005) afirma en su libro Matemáticas de escuela primaria y secundaria: *Teaching Developmentally*, que contar juega un papel clave en la construcción de ideas de base diez, de cantidad. Se deben conectar estos conceptos a símbolos y a los nombres de los números.

Por consiguiente, para desarrollar el concepto de valor posicional, las actividades deben involucrar modelos concretos, practicar el uso del lenguaje de valor de posición, utilizar ilustraciones y símbolos. Las actividades deben centrarse en uno o más de los siguientes tres componentes principales de valor posicional:

- Actividades de agrupamiento, dando nombres orales para los números y símbolos escritos para los conceptos.
- También es necesario ayudar a los niños a conectar el concepto de valor posicional a las situaciones del mundo real.
- Trabajar con números a su alrededor en la escuela, el hogar y la comunidad hace que el aprendizaje sea más significativo para los estudiantes (Silva, 2005).

Jim Martland, et. al, (citado por Silva 2005) en su libro *Teaching Framework in Number*, el cual esboza un modelo de tres niveles para el desarrollo de estrategias aritméticas de base diez.

- Nivel 1: Concepto inicial de diez. El estudiante no ve diez como una unidad de cualquier tipo. Se enfoca en los elementos individuales que componen el diez. Cuenta hacia adelante o hacia atrás en tareas de suma o resta que involucran decenas. En este nivel puede identificar números en el rango de 1 a 10.
- Nivel 2: Concepto Intermedio de Diez. Diez es visto como una unidad compuesta de diez unos. El estudiante depende de las representaciones de diez, como las manos abiertas de diez dedos. puede realizar tareas de suma y resta que involucran a decenas cuando se les presentan materiales, pero no cuando se presentan como oraciones numéricas escritas.
- Nivel 3: Concepto fácil de diez. El estudiante puede resolver la suma y tareas de resta que implican decenas y unidades sin usar materiales o representaciones de materiales. Pueden

resolver operaciones numéricas escritas que involucran la decenas y unidades al agregar o restando unidades de decenas y uno (Silva, 2005).

Estos referentes de carácter didáctico, ofrecen aspectos muy importantes que se deben tener en cuenta para alcanzar una comprensión del concepto de valor posicional, este consiste en saber contar grupos de diez y descomponer los números en cada unidad de orden. De esta manera se podrá alcanzar los objetivos planteados en esta propuesta.

### **Estrategia De Enseñanza Para Favorecer La Comprensión Del Valor Posicional**

Diferentes autores como Kamii, Bedoya, Silva, consideran que las dificultades que presentan los estudiantes, en relación con el valor posicional, es por causa de las estrategias pedagógicas que utilizan algunos docentes en el aula, donde el uso de materiales que puedan manipular los estudiantes, no poseen un fundamento pedagógico y didáctico claramente establecido; o bien, porque enseñan el valor posicional como el lugar en el que se deben ubicar las unidades, decenas y centenas, pero no como el valor que adquieren las cifras de acuerdo a su posición relativa; razones por las cuales los niños presentan dificultades para una comprensión del SDN que les permita desenvolverse en la resolución de operaciones y problemas (Angulo, 2017).

Así pues “Reconocer y manejar el carácter del S.N.D. permite a la maestra proponer tareas que resulten adecuadas a las características del sistema y que susciten la reflexión del niño; igualmente, posibilita el manejo de un marco conceptual para analizar las producciones de los niños al resolverlas” (Bedoya & Orozco , 1991).

En consecuencia, se considera necesario que el profesor propicie que el concepto de valor posicional se incorpore a las estructuras cognitivas de los estudiantes, mediante el uso de representaciones concretas, pictóricas o simbólicas, en la resolución de problemas (Angulo, 2017).

Por otro lado, establece, que la comprensión del concepto de valor posicional requiere el desarrollo de cuatro habilidades: *contar, hacer particiones, agrupar y relacionar números* y frente a las dificultades asociadas al aprendizaje del concepto de valor posicional, expone que los niños lo encuentran difícil de aprender, y los profesores, difícil de enseñar por causa de los modelos del desarrollo de las concepciones

de los números de varios dígitos, del desarrollo de la base 10, y de las habilidades para la adquisición y desarrollo del valor posicional y la complejidad implicada en los procesos de estudio del valor posicional (Angulo, 2017).

De esta manera se presenta la obligatoriedad de desarrollar habilidades para comprender el concepto de valor posicional, estas son: el conteo, partición, agrupamiento y comparación de cantidades al resolver problemas y se establece que por la complejidad del aprendizaje y la enseñanza del SND debe abordarse en diferentes grados, debe ser progresivo y debe tenerse en cuenta en la organización curricular de las Instituciones Educativas.

teniendo en cuenta las dificultades que presentan los docentes por la falta de herramientas teóricas que respecto al SND, se hace indispensable realizar un análisis de aspectos didácticos del concepto para plantear actividades que pongan en juego todas las características del SND haciendo uso de recursos manipulativos.

### **Materiales Manipulativos**

Son recursos didácticos que tienen como finalidad complementar la representación de los símbolos con la manipulación de objetos, pasar de lo abstracto a lo tangible. Los materiales manipulativos se pueden ver, tocar, coger y mover. Potencian la participación, la autonomía, el trabajo en grupo, el descubrimiento además permite la comprobación y la corrección (Gomez Alfonso, 1998).

Para un adecuado uso de estos materiales es necesario la actuación del docente y esta depende de los fines que persiga y de las características de los estudiantes. De esta manera el papel del material no debe ser solo una herramienta para poder ver, sino también para convencer y hacer comprender, para que el estudiante maneje el concepto mentalmente (Gomez Alfonso, 1998).

De esta manera los siguientes materiales reproducen características propias de la numeración y son útiles para su representación.

**Los Ábacos.** son juegos de varillas insertadas en un bastidor sobre las que se deslizan bolas o fichas como en un collar que reproducen las características comunes de los sistemas posicionales. Es un modelo concreto que si se sabe aprovechar además de mostrar a los estudiantes el carácter de agrupamiento múltiple también pueden realizar el cálculo de las operaciones básicas (Gomez Alfonso, 1998).

**Los Bloques Multibase.** Se presentan en cuadros, barras y bloques, de acuerdo a su valor posicional. Un cuadrado representa una unidad, una barra compuesta por diez unidades representa una decena y el bloque compuesta por diez decenas representa una centena. De esta manera se evidencia el carácter de agrupamiento múltiple porque cada uno representa una potencia de la base. Este material es muy importante porque los estudiantes representan el significado de los números teniendo en cuenta su valor posicional (Gomez Alfonso, 1998).

**Los Bloques de Dienes o bloque multibase,** basan en dos principios, los cuales se tienen en cuenta para la construcción de modelos para los sistemas de numeración, el principio de agrupamiento, este se evidencia en la agrupación de una cierta cantidad numérica dado que, a partir de una unidad inferior se pueden construir unidades de nivel superior, por ejemplo, a partir de las barras se forman las placas, o a partir de las placas se forman los cubos y el principio de posición, se observa en el momento que se le asigna a un número un valor, dependiendo del lugar donde este se encuentre, con los bloques este principio se evidencia cuando se representa un número con este y se tiene en cuenta la posición que ocupa en la cifra numérica, debido a que si representa una unidad se utilizan los cubitos, si representa una decena se utilizan las barras, si representa una centena se utilizan las placas, y si representa una unidad de mil se utilizan los cubos (Salazar & Vivas, 2013).

### **Una Nueva Visión Del Conocimiento Matemático En La Escuela**

El Ministerio de Educación Nacional reconoce los cambios que se han originado en la concepción de las matemáticas escolares basadas en aceptar que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una de muchas facetas de este (MEN, 1998).

Se considera entonces que:

El conocimiento de los procesos históricos de la matemática proporciona una visión dinámica de éstos y permite apreciar cómo sus desarrollos han estado relacionados con las circunstancias sociales y culturales. esto trae importantes implicaciones didácticas. El conocimiento de la historia

de las matemáticas puede ser enriquecedor para orientar la comprensión de ideas en una forma significativa; por ejemplo en la enseñanza de un concepto podría considerarse aquellos momentos culminantes en su desarrollo para proporcionar aproximaciones más intuitivas a este concepto, para poner de manifiesto formas diversas de construcción y de razonamiento, para enmarcar temporalmente y espacialmente las grandes ideas y problemas junto con su motivación y precedentes y para señalar problemas abiertos de cada época, su evolución y situación actual (MEN, 1998).

Por consiguiente, el papel del docente se inscribe en la creación de situaciones problemáticas que permitan al estudiante explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos; diseñar además situaciones que generen conflicto cognitivo teniendo en cuenta el diagnóstico de dificultades y los posibles errores (MEN, 1998, pág. 29).

En cuanto al desarrollo del pensamiento numérico, este estaría constituido por el uso significativo de los números y el sentido numérico que supone una comprensión profunda del Sistema de Numeración Decimal no solo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas (MEN, 1998).

Esta nueva visión del conocimiento matemático en la escuela, se caracteriza por un cambio de concepción que empieza en reconocer que las matemáticas son un conocimiento creado por el hombre para dar solución a las necesidades que se presentaron en las diversas culturas y periodos históricos. Por consiguiente, no son un producto acabado, al contrario, están en constante transformación y a nuestro servicio. Esta nueva concepción hace posible una mejor comprensión del concepto del SND, en este sentido, a los estudiantes les es más fácil entender la idea de tener un SND y sus características cuando reconocen que existen otros sistemas de numeración ( Romano, Egipcio) e identifican sus características (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Para comprender las reglas de los sistemas de numeración posicionales ordenados, entre los que se encuentra el sistema decimal de numeración habitualmente usado, es conveniente realizar y analizar las

tareas de paso del sistema de numeración base 10 a otras bases distintas, tanto menores que 10, como mayores, y viceversa (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Entender esto, implica que el docente cambie su papel de transmisor del conocimiento y el estudiante de receptor pasivo que asimila dicho conocimiento, implica que el docente se divorcie de los libros de texto para realizar una transposición didáctica a partir de las dinámicas históricas que dieron origen a dichos conocimientos con el fin de darle sentido al concepto.

En la enseñanza del SND, reconocer que las primeras formas de contar fueron con las manos.

“Se cree que la mayor parte de los sistemas de numeración tienen su origen en otros más primitivos basados en la utilización de distintas partes del cuerpo humano como objetos numéricos. Las bases más utilizadas: 5, 10, 12, 20, 60 pueden explicarse como un intento de aumentar la capacidad contable de los dedos” (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

En consecuencia, diferentes civilizaciones inventaron las bases de sus Sistema de Numeración de acuerdo a sus dedos, cobra sentido el ejercicio que hacen al contar con sus manos. De otro lado, que se descubriera por necesidad que la manera más fácil de contar se hace por medio de paquetes, así como los estudiantes lo hacen y esos paquetes son representados por los números, mejora significativamente la posibilidad de comprender el concepto de valor posicional. Por el contrario, limitarse a mostrar que los números tienen un valor de acuerdo a su posición y encasillar los números sin tener en cuenta su representación hace que el concepto carezca de sentido y sea más difícil comprenderlo.

### **La Competencia Matemática Desde Los Estándares Básicos De Competencias**

Los estándares básicos de competencia, establece dos dimensiones para desarrollar competencias matemáticas, la primera tiene que ver con un aprendizaje significativo, por ello, hace referencia a la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Gowin, está plantea que “la significatividad del aprendizaje no se reduce a un sentido personal de lo aprendido, sino que se extiende a su inserción en prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia” (MEN, 2006, pág. 49).

Y la segunda se relaciona con la enseñanza para la comprensión de Perkins, Gardner, Wiske y otros. Donde la comprensión se entiende explícitamente con los desempeños de comprensión, que son

actuaciones, actividades, tareas y proyectos en los cuales se muestra la comprensión adquirida y se consolida y profundiza la misma (MEN, 2006, pág. 49).

Todas estas dimensiones se articulan con la noción de competencia como un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores (MEN, 2006, pág. 49).

Por consiguiente, se establece que las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos (MEN, 2006).

De esta manera el docente tiene un papel muy importante en el desarrollo de las competencias matemáticas, para ello debe tener en cuenta las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas tales como:

Las matemáticas son una actividad humana inserta en y condicionada por la cultura y por su historia, en la cual se utilizan distintos recursos lingüísticos y expresivos para plantear y solucionar problemas tanto internos como externos a las matemáticas mismas. Las matemáticas son también el resultado acumulado y sucesivamente reorganizado de la actividad de comunidades profesionales, resultado que se configura como un cuerpo de conocimientos (definiciones, axiomas, teoremas) que están lógicamente estructurados y justificados. Estas argumentaciones permiten precisar algunos procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente: Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas. Usar la argumentación, la prueba, la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la

demostración. Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz (MEN, 2006, pág. 50).

En conclusión, los estándares plantean que ser matemáticamente competente, requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de esos procesos generales, en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencia.

Por otra parte, en cuanto al pensamiento numérico, hace un recuento de todos los cambios que ha tenido que sufrir los distintos sistemas numéricos, considerando que el complejo y lento desarrollo histórico de estos sistemas numéricos simbólicos, sugiere que la construcción de cada uno de estos sistemas conceptuales además del manejo competente de uno o más de sus sistemas simbólicos no puede restringirse a grados específicos del ciclo escolar, sino que todos ellos se van construyendo y utilizando paciente y progresivamente a lo largo de la Educación Básica y Media (MEN, 1998, pág. 50).

De esta manera un acompañamiento pedagógico paciente y progresivo de los estudiantes puede lograr que la gran mayoría de ellos logre la proeza de recorrer doce milenios de historia del pensamiento numérico en sólo doce años de escolaridad (MEN, 1998, pág. 50).

Es muy importante reconocer que, entre los componentes del sistema educativo, el docente cumple una función crucial en el desarrollo de las competencias de los estudiantes, algunas veces depende de sus creencias y concepciones respecto a las matemáticas, los estándares plantean dos posiciones fundamentales que ayudan a comprender la epistemología de las matemáticas, por un lado su constructo histórico y por otro lado el resultado del trabajo de una comunidad de matemáticos que han estructurado un conocimiento justificado. Comprender estos aspectos, es reconfigurar su práctica docente, planteando situaciones significativas donde se tenga en cuenta estos dos escenarios, el histórico y el científico.

El histórico, por ejemplo, podría partir del reconocimiento de las primeras formas de contar teniendo en cuenta las partes del cuerpo, reconociendo que es una actividad humana que surgió a raíz de una necesidad. Por otro lado, conocer los diferentes sistemas numéricos que surgieron, identificar sus relaciones y diferencias, daría la oportunidad de comprender las características del SND y por lo tanto plantear una situación significativa y comprensiva.

Por otra parte, tener en cuenta el aspecto científico, es considerar la teoría de Brousseau, en la cual establece que el profesor debe simular en su clase una micro sociedad científica si quiere que los conocimientos sean medios económicos para plantear buenos problemas y para solucionar debates. Así mismo los alumnos deben redescontextualizar y redpersonalizar su saber con el fin de identificar su producción con el saber que se utiliza en la comunidad científica y cultural de su época (MEN, 1998, pág. 50).

### **Obstáculos y dificultades**

Uno de los aspectos fundamentales en la adquisición de conocimiento, es la noción de obstáculo. Bachelard y Piaget, fueron los primeros en plantear este asunto. Se podría asegurar entonces, que un obstáculo puede tomarse como un conocimiento que el estudiante tenía antes, pero que ahora este mismo se podría modificar por uno nuevo. (Brousseau, 1976)

Los obstáculos en la didáctica de las matemáticas se manifiestan de dos formas, la primera es el error que es muy fácil de resolver y la segunda es el franqueamiento. Para objeto de este estudio interesa más el segundo, y es en el que se prestará atención. Asegura Brousseau, que el franqueamiento de un obstáculo representa una serie de situaciones que implicaran que el sujeto replantee nuevamente sus conocimientos, que reconstruya de nuevo su andamiaje, que olvide... esto desestabilizará y hará surgir nuevas formas para enfrentar la situación (Brousseau, 1976).

Al concebir el aprendizaje desde el desarrollo de situaciones problemáticas, el obstáculo va a jugar un papel fundamental. Este obstáculo se convierte en una situación que lo ayudará a construir nuevo conocimiento, en una situación inicial estos obstáculos los propone el educando, pero debe progresar rápidamente hacia el sujeto, lo que hará que la experiencia sea enriquecedora.

Franquear un obstáculo es un proceso dialéctico, una serie de interacciones entre el alumno y el medio, encaminadas hacia un objetivo, que es donde toman sentido las diferentes interacciones, al entrar en juego los sistemas de representación los sujetos vinculados, harán anticipaciones y sacarán conclusiones, al admitir que el conocimiento se establece oponiéndose a otro, sobre el cual se apoya y que va a ser sustituido, podemos afirmar que se ha logrado franquear un obstáculo.

En este sentido, al proponer el franqueamiento de un obstáculo, es hacer evolucionar a los alumnos a encontrar y comunicar situaciones, en las cuales la información es satisfactoria u óptima para obtener el resultado buscado por el estudiante (Brousseau, 1976).

Sin embargo, esto no es suficiente, la situación está encaminada a que el estudiante invierta todo lo que sabe para encontrar la solución y si esto no es suficiente o se fracasa, el maestro debe estar atento y aprovechar este momento para que la situación sea modificada, o en su defecto que el estudiante encuentre otro camino, sin que esto dependa del maestro. Las situaciones tienen algunas condiciones, deben permitir la repetición y algún carácter sutil de sanción. El objetivo final es identificar en esta dialéctica de situaciones las etapas y los conceptos.

Dentro de la serie de situaciones que se pueden proponer a los estudiantes están los problemas estos, pueden ser de tres tipos: validaciones, formulaciones y acciones. Para validar el alumno establecerá la validez de una afirmación en la que se argumentará la posición del alumno frente a las teorías. Al construir formulaciones, contrastar usando formulaciones previas, usando los lenguajes. En cuanto la acción, se pretende que los estudiantes tomen decisiones y adecuen su sistema de elaboración al uso de las matemáticas (Brousseau, 1976).

En sentido general el franqueamiento de un obstáculo es la re-estructuración de los modelos de acción, del lenguaje y del sistema de pruebas. Sin embargo, el dialéctico, debe tender a la multiplicidad de alternancias generando rupturas.

## Análisis Preliminar

Este análisis está conformado por tres dimensiones: la epistemológica asociada al desarrollo histórico, la cognitiva, asociada a los obstáculos y dificultades y la dimensión didáctica asociada a la enseñanza y aprendizaje del SND. Estos son los referentes teóricos que servirán para plantear las situaciones didácticas y realizar los análisis de la ingeniería, se retoman y profundizan en las diferentes fases de la misma en función de las necesidades.

Conocer el origen del sistema numérico, brinda la posibilidad de entender que surgió a raíz de unas dinámicas tanto sociales como culturales que plantearon la necesidad de crear o adoptar el sistema numérico que hoy se utiliza. Esto hace posible un cambio de concepción respecto a las posibilidades que ofrece las matemáticas, entendiendo que no son un producto acabado aislado de las necesidades del mundo real, por el contrario, son inventadas por el hombre y están en constante evolución respondiendo a sus necesidades, al respecto:

Aceptar que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica se requiere profundizar en el análisis de este proceso, análisis que transforma el conocimiento de áridos hechos y destrezas en conocimiento ansioso y tesoneramente buscados, construido por seres humanos que corren largos caminos (MEN, 1998, pág. 29).

Es así como, reconocer la existencia y la historia de otros sistemas numéricos es una herramienta poderosa que ayuda a dar sentido y significado en la medida en que se enfatice en su evolución histórica. Identificar sus características y reconocer sus problemas y por ello su crecimiento hace posible mostrar a los estudiantes otra visión de las matemáticas y un mayor acercamiento a la historia del SND.

Por ejemplo, cuando se hace comparaciones entre diferentes sistemas, se evidencia que se trata de representaciones de conjuntos, mostrando que tienen la misma finalidad, también, que tuvieron dificultades cuando había un conjunto grande de elementos y por eso los sistemas fueron evolucionando pasando de agrupación simple a múltiple al crear los símbolos que representaran las potencias. De esta manera el estudiante puede identificar las características del SND en paralelo con otros sistemas numéricos.

Por consiguiente, en la enseñanza y el aprendizaje del SND, se debe tener en cuenta los aspectos históricos que rodean el concepto, para reconocer que no está alejado de nuestra realidad, que es un conocimiento que tiene mucho sentido para nuestra sociedad, y aunque sea un conocimiento complejo de entender para los estudiantes, cuando se les muestra las características de otros sistemas similares, cobra sentido para ellos.

Por otro lado, es importante para el docente el reconocimiento del aspecto formal de las matemáticas, en este caso del número y del SND, al respecto: “Reconocer y manejar el carácter del S.N.D. permite a la maestra proponer tareas que resulten adecuadas a las características del sistema y que susciten la reflexión del niño; igualmente, posibilita el manejo de un marco conceptual para analizar las producciones de los niños al resolverlas” (Bedoya & Orozco , 1991, pág. 58).

En este sentido, comprender que el conjunto de números naturales tiene unas características y ciertas reglas que se deben tener en cuenta para su adecuada utilización y el papel que juega el concepto de conjunto y la correspondencia uno a uno en la construcción del concepto de número lleva al docente a plantear actividades que reflejen su verdadero significado.

Bedoya, afirma, que para enseñar el SND, se debe empezar por la construcción del sentido de los números desde el cero al diez, es ahí donde la teoría del número cobra su importancia en el planteamiento de situaciones significativas donde se debe tener en cuenta la noción de conjuntos, su carácter sucesivo y sus equivalencias en el contexto históricos de los números para dotarlos de sentido. Así sucesivamente se trabaja con el siguiente orden de unidades desde el 10 hasta el 100, para esto es necesario utilizar las secuencias recurrentes de uno a uno y de diez en diez para después realizar las equivalencias entre unidades, decenas y centenas. De esta manera se podrá realizar descomposiciones de números recurriendo a su carácter aditivo (Evelio Bedoya, 1991).

Para la enseñanza y la comprensión de las características del SND se tiene en cuenta la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990), en ella se identifica que el concepto es la unión de tres aspectos fundamentales para la comprensión: las Situaciones, los Invariantes y las Representaciones simbólicas. De esta manera las situaciones son: conteo, porque es allí donde se reconoce que cada número tiene su sucesor

y existen diferentes series numéricas que entran en juego en el valor posicional. Situaciones de cardinalidad para comprender el sentido del número en la representación de cantidades, en este caso identificar los conjuntos de 10, 100, 1000, 10.000 etc. Situaciones de equivalencias, para hacer igualdades entre conjuntos de unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc. De esta manera el conjunto de invariantes son las propiedades de los números naturales, porque el conjunto de los números naturales y sus propiedades hacen parte del SND y finalmente las representaciones simbólicas son los números y los símbolos que se representan en cada sistema numérico que se estudiara.

Manuel Silva habla de los tres componentes principales que se deben tener en cuenta en las actividades de valor posicional. La primera tiene que ver con las actividades de agrupamiento; la noción de agrupación, se refiere a los grupos que se forma en cada unidad de orden superior, es así como primero los estudiantes deben estar en el nivel 3 para ser capaces de contar de diez en diez, de descomponer números grandes en grupos de diez, de reconocer que las decenas son grupos de diez unidades, y cada número en la posición de la decena representan la cantidad de esas decenas. (Silva, 2005) . Este concepto es clave para la comprensión de las características del SND, teniendo en cuenta que el SND “se basa en el principio de agrupación sucesiva, en el cual las unidades son agrupadas en decenas, las decenas en centenas y las centenas en millares y así sucesivamente, es lo que se conoce como un sistema de base 10” (MEN, 1998).

El segundo componente es ayudar a los niños a conectar el concepto de valor posicional a las situaciones del mundo real, en este sentido, reconocer los diferentes sistemas de numeración de otras civilizaciones conectan el concepto a las situaciones del mundo real, al respecto E. Cid, J. D. Godino y C. Batanero, en su libro, Matemáticas y su Didáctica para Maestros, consideran que Para comprender las reglas de los sistemas de numeración posicionales ordenados, entre los que se encuentra el sistema decimal de numeración habitualmente usado, es conveniente realizar y analizar las tareas de paso del sistema de numeración base 10 a otras bases distintas, tanto menores que 10, como mayores, y viceversa. (Cid, Godino, & Batanero, 2003)

Y el tercer componente habla de trabajar con números a su alrededor, en la escuela, el hogar y la comunidad hace que el aprendizaje sea más significativo para los estudiantes. Al respecto el Ministerio de

Educación Nacional (MEN), considera que la comprensión de conceptos numéricos se inicia con la construcción de significado de los números a partir de sus experiencias en la vida cotidiana y con la construcción del sistema de numeración decimal. De esta manera es fundamental trabajar con los saberes previos con todas las posibilidades que el entorno ofrece.

## Referente metodológico y resultados

La presente propuesta de intervención pedagógica, se desarrolla en la sede educativa Brisas de los Álamos perteneciente a la Institución Educativa Técnico de comercio Santa Cecilia, situada en la comuna dos, en una zona residencial del norte de la ciudad, su estrato socioeconómico es nivel 3, la mayoría de los estudiantes viven con sus padres, madres y abuelos, sus edades están entre los siete y ocho años, es un grupo de 25 estudiantes los cuales poseen un buen comportamiento y la mayoría tienen un buen acompañamiento familiar.

Esta propuesta se desarrolla a través de una secuencia didáctica de seis sesiones de trabajo y una prueba final, cada una de dos horas de clase, con un total de 14 horas.

La metodología que se desarrollada está enmarca en la investigación cualitativa, específicamente en el estudio de caso (Martinez, 1988). también este estudio toma como base algunos aspectos de la Ingeniería Didáctica (Artigue M, 1995) para responder la siguiente pregunta de investigación:

**¿Cómo lograr la comprensión del Sistema de Numeración Decimal, mediante la aplicación de una secuencia didáctica con los estudiantes de grado 2° de la I.E. Santa Cecilia?**

En concordancia con la pregunta de investigación se considera pertinente usar el estudio de caso como método de investigación, porque permite analizar desde un caso particular todas las interacciones que se pueden presentar en el proceso educativo. Al respecto, Martínez Expresa que:

Los estudios se centran en los niveles micro del sistema, escuelas o aulas y las específicas interacciones que se producen en su interior entre los diferentes agentes de proceso educativo, sin que ello quiera decir que se margine el análisis de la conexión con perspectivas más amplias o con las relaciones con la estructura de la sociedad y el sistema educativo en su conjunto. (Martinez, 1988)

Así pues, se toma en cuenta que el proceso que se quiere evidenciar está enfocado hacia la comprensión del SND con los estudiantes y por eso se debe reconocer toda la dinámica que se suscita en ella. La aplicación de esta metodología permite tener en cuenta las variables que intervienen en el desarrollo de este proceso.

Por otra parte, el enfoque metodológico sobre el cual se trabajó, corresponde a la Ingeniería Didáctica de *Michèlle Artigue*. Se trata de un proceso experimental compuesto por varias fases que dan cuenta del alcance de los objetivos de la propuesta.

Es una metodología de investigación que propone un estudio compuesto por cuatro fases:

**Fase 1. El Análisis Preliminar,** Se estructura en torno al análisis del cuerpo teórico acerca de tres dimensiones: la epistemológica asociada al desarrollo histórico, la cognitiva, asociada a los obstáculos y dificultades y la dimensión didáctica asociada a la enseñanza y aprendizaje del SND. Este estudio preliminar será los pilares de la ingeniería y se retoman y profundizan en las diferentes fases de la misma en función de las necesidades.

### **Fase 2. El análisis a Priori.**

En esta fase se diseña la secuencia didáctica donde se tendrá en cuenta el constructo teórico del análisis preliminar. Unas variables didácticas basadas en los posibles logros y dificultades que pueden tener los estudiantes durante su aplicación, se planifica la interacción en el aula mediada por la secuencia y se determinan los conceptos que se desean alcanzar, estas serán unidades de análisis que serán validadas en la confrontación que se lleva a cabo en la cuarta fase entre el análisis a priori y el análisis a posteriori.

Así pues, teniendo en cuenta los análisis anteriores se plantea la situación didáctica que se pondrá en juego.

### **Fase 3. Experimentación.**

En esta fase, se aplica la secuencia didáctica en clase, se analizan las acciones y procedimientos de los estudiantes cuando interactúan con el diseño propuesto, teniendo en cuenta las acciones planteadas en el análisis a priori.

### **Fase 4 En el análisis a posteriori y evaluación.**

Esta fase se basa en el conjunto de datos recogidos a lo largo de la experimentación; las observaciones realizadas de las secuencias didácticas, al igual que las producciones de los estudiantes en clase.

En este punto se realiza la confrontación de los dos análisis, el a priori y a posteriori, debe dar cuenta por su parte de la manera como la secuencia didáctica es utilizada por los estudiantes, que acciones se presentan en ellos y como el ambiente en interacción (dentro del enfoque de mediación instrumental) es incorporado y utilizado por los estudiantes, de esta manera se evalúa los resultados obtenidos en la secuencia.

### **Análisis preliminar**

La primera fase, fue el desarrollo de un análisis preliminar, encaminado a alcanzar el primer objetivo propuesto; Determinar algunos referentes históricos y epistemológicos alrededor del SND, de esta manera se realiza un análisis que servirá como sustento teórico para poder plantear la secuencia didáctica.

Se consultaron diferentes fuentes como, por ejemplo, Alfonso Gómez (Alfonso, 1998) en su libro Numeración Y Calculo para identificar algunos aspectos relacionados con el origen de los números, considerando la importancia de mostrarle al estudiante que las matemáticas no son un conocimiento aislado de su realidad, si no que surgió y se ha transformado a raíz de las necesidades del hombre en el paso de la historia. Alfonso Gómez, (Alfonso, 1998) en su libro detalla los resultados de diversas investigaciones, las cuales coinciden en que la creación del número fue una necesidad en el contexto, de esta forma fueron inventados para ordenar los rituales, para registrar el paso del tiempo con unas muescas en un palo, contando con las partes del cuerpo, etc.

Por otra parte, también se considera importante tener como referencia el proceso de la creación de los números que hace Gómez, debido a las grandes similitudes que presenta con el desarrollo del concepto de numero en los niños desde su primera experiencia.

Es así como expone que el primer paso fue tomar conciencia de la unicidad, individualizando un objeto del resto, presidiendo de sus cualidades, creando la unidad como idea de uno y como clase de equivalencia. El segundo paso fue la cardinalidad, comparando conjuntos de objetos mediante una correspondencia uno a uno, para poder usar la palabra menos, mas, e igual. El tercer paso fue el registro, que era por medio de piedras apiladas, dedos de las manos, todo de acuerdo a sus necesidades. El cuarto paso fue las etiquetas, el hombre primitivo utilizo la mano, nariz, trébol, ojos

como etiquetas para describir los números cardinales. El quinto paso se refiere al orden; empezaron a ordenar los conjuntos y sus nombres bajo el criterio, el que tiene más va después, teniendo la constante de que la diferencia era uno. En el sexto paso se consolidan los sistemas de numeración creándolo sobre la base de un alfabeto finito que permita que dado un nombre número escribir el siguiente y el anterior. El siguiente paso fue empezar a contar con la secuencia establecida de palabras número, el nombre recitado al final es el nombre de la clase a la que pertenece el conjunto dado. Y el último paso fue establecer los adjetivos correspondientes a los números ordinales (Gomez Alfonso, 1998).

Esta información es muy relevante para plantear estrategias de aprendizaje encaminadas a la construcción del número desde el grado transición, en esta oportunidad se realiza un recorrido histórico teniendo en cuenta estos planteamientos por medio de diferentes contextos históricos con el fin de que los estudiantes reconozcan el verdadero significado de los números y en consecuencia tengan una mayor comprensión del SND.

De esta manera enseñar el concepto de número teniendo en cuenta su parte histórica, permite hacer un acercamiento de los niños a los números, cuando identifican que surgieron de acuerdo a una necesidad más que ser un invento de un matemático y que aprendieron a usarlos de la misma manera que ellos lo están haciendo, Reconocer que en la antigüedad contaban con las manos así como ellos lo aprendieron y que conforme a la dificultad utilizaron los palitos y las muescas así como ellos, de alguna manera cambia su concepción respecto a las matemáticas.

Por otra parte, se toma como referencia el texto de Juan Godino, *Sistemas Numéricos y su didáctica para maestros*, (Cid, Godino, & Batanero, 2003) donde se habla de la formalización matemática de los números naturales con el Teorema de Peano, reconociendo la importancia de las características de los números y las condiciones que están implícitas, pero que se deben tener en cuenta en su utilización para configurar los conocimientos que se ponen en juego en el desarrollo de actividades encaminadas a darle sentido al número desde sus aspectos formales. El fin, es reconocer cual es la forma más adecuada de enseñar el concepto, de esta manera se identifica en el teorema de Peano que el SND se compone de los números naturales,

comprendidos por diez dígitos, desde el uno hasta el nueve incluyendo el cero, este reconocimiento es importante para mostrarle a los estudiantes las características del SND y compararlo con otros sistemas numéricos como por ejemplo el romano y el egipcio.

Otro aspecto fundamental que arroja este análisis epistemológico viene de Russell, con su definición de número como, una representación de un conjunto, de acuerdo a una correspondencia uno a uno de objetos entre todos los conjuntos finitos, que sean semejantes a él (Russell, 1994). La definición del concepto de número como una representación de un conjunto pone en juego la importancia de construir el concepto y el de valor posicional considerando que cada número de acuerdo a su posición representa una determinada cantidad de conjuntos iguales.

Se tiene también como uno de los ejes principales en este análisis epistemológico en los planteamientos del matemático Evelio Bedoya y Orozco, 1991 formalización del SND, en el cual establece una serie de condiciones para poder utilizarlo, estos aspectos son claves para reconocer sus características y poder así plantear actividades que tengan en cuenta su especificidad. Por ejemplo “solamente se escriben las cifras que especifican el número de unidades que lo componen. Reconocer que cada cifra representa un determinado número de unidades de acuerdo a su valor y que ese número representa la sumatoria de todas las unidades, permite que el estudiante haga composición y descomposición de números reconociendo sus propiedades, también plantea que estas cifras se escriben, una a continuación de la otra, de izquierda a derecha, en relación decreciente con respecto al orden de las unidades. Este concepto es clave en el desarrollo de las operaciones básicas donde se les explica a los estudiantes que deben empezar a desarrollar las operaciones de izquierda a derecha o desde las unidades. Otro aspecto relevante es que el nombre del número se forma expresando el número de unidades de cada orden que contiene” (Bedoya & Orozco , 1991).

De esta manera se reconoce que el valor posicional se establece en el orden de izquierda a derecha aspecto importante para los niños en el momento de comprender el valor posicional, además de tener en cuenta que cada número tiene un valor de unidades de acuerdo a su posición. Este concepto sustenta la necesidad de otorgarle el valor de las unidades un doble valor, el valor de las unidades y al que corresponde

a la posición. El concepto de descomposición de los números cobra sentido y con él, el de conjuntos o paquetes de base diez, así como también las equivalencias entre los dos valores que toma cada número del Sistema Numérico.

Hace parte de este análisis preliminar, la didáctica del SND, después de consultar diversos trabajos relacionados con su enseñanza, se estudia a John Van de Walle, quien afirma en su libro, *Matemáticas de escuela primaria y secundaria: Teaching Developmentally*, que contar juega un papel clave en la construcción de ideas de base diez, de cantidad, y que se debe conectar estos conceptos a símbolos y a los nombres de los números. Él afirma que, para desarrollar el concepto de valor posicional, las actividades deben involucrar modelos concretos, practicar el uso del lenguaje de valor de posición, utilizar ilustraciones y símbolos. Las actividades deben centrarse en uno o más de los siguientes componentes principales de valor posicional:

- Actividades de agrupamiento, dando nombres orales para los números y símbolos escritos para los conceptos.
- También es necesario ayudar a los niños a conectar el concepto de valor posicional a las situaciones del mundo real.
- Trabajar con números a su alrededor en la escuela, el hogar y la comunidad hace que el aprendizaje sea más significativo para los estudiantes.

Otro aspecto que se considera relevante citado por Silva, corresponde a Jim Martland, et. al, en su libro *Teaching Framework in Number*, el cual esboza un modelo de tres niveles para el desarrollo de estrategias aritméticas de base diez.

Nivel 1: Concepto inicial de diez. El estudiante no ve diez como una unidad de cualquier tipo. Se enfoca en los elementos individuales que componen el diez. Cuenta hacia adelante o hacia atrás en tareas de suma o resta que involucran decenas. En este nivel puede identificar números en el rango de 1 a 10.

Nivel 2: Concepto Intermedio de Diez. Diez es visto como una unidad compuesta de diez unos. El estudiante depende de las representaciones de diez, como las manos abiertas de diez dedos. puede realizar

tareas de suma y resta que involucran a decenas cuando se les presentan materiales, pero no cuando se presentan como oraciones numéricas escritas.

Nivel 3: Concepto fácil de diez. El estudiante puede resolver la suma y tareas de resta que implican decenas y unidades sin usar materiales o representaciones de materiales. Pueden resolver operaciones numéricas escritas que involucran la decenas y unidades al agregar o restando unidades de decenas y uno (Silva, 2005).

En las actividades planteadas se tuvo en cuenta los tres componentes para la enseñanza del valor posicional, el primero, tiene que ver con las actividades de agrupamiento el cual se refiere a los grupos que se forma en cada unidad de orden superior, es así como primero los estudiantes deben estar en el nivel 3 para ser capaces de contar de diez en diez, de descomponer números grandes en grupos de diez, de reconocer que las decenas son grupos de diez unidades, y cada número en la posición de la decena representan la cantidad de esas decenas. Este concepto es clave para la comprensión de las características del SND, teniendo en cuenta que el SND “se basa en el principio de agrupación sucesiva, en el cual las unidades son agrupadas en decenas, las decenas en centenas y las centenas en millares y así sucesivamente, es lo que se conoce como un sistema de base 10” (MEN, 1998).

Por otra parte, ayudar a los niños a conectar el concepto de valor posicional a las situaciones del mundo real implica reconocer los diferentes sistemas de numeración de otras civilizaciones conectan el concepto a las situaciones del mundo real, al respecto E. Cid, J. D. Godino y C. Batanero, en su libro, Matemáticas y su Didáctica para Maestros, consideran que para comprender las reglas de los sistemas de numeración posicionales ordenados, entre los que se encuentra el sistema decimal de numeración habitualmente usado, es conveniente realizar y analizar las tareas de paso del sistema de numeración base 10 a otras bases distintas, tanto menores que 10, como mayores, y viceversa.

Y el tercer componente habla de trabajar con números a su alrededor, en la escuela, el hogar y la comunidad hace que el aprendizaje sea más significativo para los estudiantes. al respecto el Ministerio de Educación Nacional (MEN), considera que la comprensión de conceptos numéricos se inicia con la construcción de significado de los números a partir de sus experiencias en la vida cotidiana y con la

construcción del sistema de numeración decimal. De esta manera es fundamental trabajar con los saberes previos y con todas las posibilidades que el entorno ofrece.

Continuando con las etapas de la ingeniería didáctica, el análisis a priori, se plantea la siguiente secuencia didáctica:

### **Análisis A Priori**

#### **Objetivo de aprendizaje:**

Mejorar la comprensión del Sistema de Numeración Decimal, a partir de una secuencia didácticas con los estudiantes de grado 2° de la Institución Educativa Santa Cecilia.

Tabla 2:  
*Planeación de Secuencia Didáctica*

<b>Tema</b>	<b>Estándares</b>	<b>Derechos básicos de aprendizaje mallas de aprendizaje</b>
Sistema de numeración Decimal	<p>Reconozco significados del número en diferentes contextos.</p> <p>Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.</p> <p>Uso representaciones –principalmente concretas y pictórica para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.</p> <p>Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.</p> <p>Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.).</p>	<p>Evidencia de aprendizaje: Interpreta y construye diagramas para representar relaciones aditivas y multiplicativas entre cantidades que se presentan en situaciones o fenómenos.</p> <p>Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.</p>

## **Visión general de la secuencia**

Esta secuencia didáctica, está compuesta por seis sesiones de trabajo, en las primeras cuatro, se presenta el origen del número y de algunos sistemas numéricos relacionados con el SND, y en las siguientes se aborda las características del SND por medio de materiales manipulativos como los bloques multibase y el ábaco.

### **Consideraciones Que Orientaron La Secuencia.**

- Los sistemas numéricos fueron creados por el hombre y han tenido una evolución respondiendo a las necesidades del hombre.
- Existen diferentes sistemas numéricos que tienen características similares, uno de ellos es su carácter sumativo.
- Para manejar el S.N.D, es necesario construirlos progresivamente en los diferentes períodos que configuran el sistema.
- Cada unidad de orden equivale a diez unidades del orden inferior, así una decena equivale a diez unidades simples, una centena a diez decenas, etc.
- Los números del sistema decimal comprenden una relación numéricas parte todo ( $10+6 = 16$ ).
- El niño debe construir un segundo sistema, el de las decenas, sobre el primer sistema, el de las unidades, y al igual que ésta requiere que el niño sintetice las relaciones de orden e inclusión jerárquica (Kamii, 1992) análogamente sucede con las decenas.
- El SND, es un sistema multiplicativo y de base 10
- El cero ocupa un lugar y es, por tanto, una cifra significativa.

### **Sesión 1. Inventemos nuestros propios números.**

Se utiliza como instrumento una guía con unas actividades que se deben resolver en equipo, será el primer acercamiento sobre la concepción que poseen los niños acerca de los números. Se pretende con esta sesión introducir el origen histórico de los números haciendo que ellos inventen su propio sistema numérico.

Tabla 3:  
Planeación Sesión 1

Consigna problemática	Propósitos	Consideraciones y/o Conceptos	Resultados esperados
Vamos a inventar nuestro propio sistema de numeración. Con tus compañeros inventa los símbolos que utilizarás para representar las cantidades.	El reconocimiento de los símbolos como un medio para representar cantidades.	Los sistemas numéricos fueron inventados por el hombre para representar cantidades por medio de los símbolos.	Se espera que los estudiantes comprendan el significado de la palabra sistema numérico en el ejercicio de crearlo de manera simbólica.
Indica las reglas que servirán para utilizar el sistema numérico que inventaste.	Reconocimiento del aspecto sumativo para una mejor utilización del sistema.	Los sistemas numéricos tienen unas reglas que se deben cumplir para su correcta utilización. (introducción a conceptos matemáticos) teoremas y definiciones.	Acercarse al significado de base diez, cuando les asignan símbolos a los conjuntos de base diez y representan las cantidades.
Con el sistema de numeración que inventaste, escribe las cantidades.	Comprende la relación numérica parte todo entre decenas y unidades.	Carácter sumativo del sistema. Relación numérica parte todo.	Reconocimiento del carácter sumativo.

De Autoría Propia

### Elementos teóricos:

El MEN (1998), plantea que uno de los aspectos que se deben tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas es aceptar que el conocimiento matemático es el resultado de una evolución histórica, de un proceso cultural, cuyo estado actual no es, en muchos casos, la culminación definitiva del conocimiento y cuyos aspectos formales constituyen sólo una de muchas facetas de este (MEN, 1998, pág. 49).

De esta manera en el planteamiento de las actividades se considera que, el conocimiento de los procesos históricos de la matemática proporciona una visión dinámica de éstas y permite apreciar cómo sus desarrollos han estado relacionados con las circunstancias sociales y culturales. Por esto trae importantes implicaciones didácticas. En conclusión, el conocimiento de la historia de las matemáticas puede ser enriquecedor para orientar la comprensión de ideas en una forma significativa.

Puntualmente con esta actividad se pretende que el estudiante reconozca las características de los sistemas numéricos desde su origen, los cuales eran sistemas de representación y agrupación simple, estos se caracterizan por la repetición uniforme de un solo símbolo para dar cuenta del aspecto cardinal de los conjuntos. Entonces se debe reconocer la dificultad que tuvieron en la antigüedad de representar conjuntos numerosos con nuevos símbolos a las agrupaciones o a los grupos de signos y poder pensar en la necesidad de crear un símbolo que represente las potencias de la base. (Gomez Alfonso, 1998).

Otro aspecto que se tuvo en cuenta con esta actividad es la definición del número como, una representación de un conjunto, de acuerdo a una correspondencia uno a uno de objetos entre todos los conjuntos finitos que sean semejantes a él (Russell, 1994). De esta manera se pretende hacer que los estudiantes reconozcan la razón del porque fueron creados, “representar conjuntos”.

## Sesión 2. ¿Sabes cómo empezó eso de contar?

Se utiliza como instrumento una presentación en el programa Powerpoint, haciendo una introducción histórica acerca de cómo empezaron las personas a contar haciendo uso de sus dedos y seguramente por esta razón se creó la base diez. Se desarrolla también una actividad de lectura cuyo objetivo era reconocer el concepto de decena en un contexto histórico, aquí los estudiantes deben responder unas preguntas de comprensión lectora.

Tabla 4:  
*Planeación sesión 2*

<b>Consigna problemática</b>	<b>Propósitos</b>	<b>Consideraciones y/o Conceptos</b>	<b>Resultados esperados</b>
¿Alguno sabe cuál es el origen de los números? Por medio de una presentación de una historia en powerpoint “contar con los dedos”. Se intenta responder la pregunta anterior.	Reconocer que los números surgieron por la necesidad del hombre de representar cantidades y el primer paso fue contar con las partes del cuerpo, hace que los estudiantes doten de sentido al significado de los números.	Secuencia de uno a uno. Equivalencia entre los dedos y los elementos de un conjunto. Utilización del cuerpo para contar.	Se espera que los estudiantes reconozcan que los números tienen un proceso histórico que ha venido evolucionando de acuerdo al contexto.

Lee la historia “Piedras como decenas”, completa la información que te piden. Y responde unas preguntas.

Por medio de la historia reconocer el significado de la decena en un contexto real.

La decena como un conjunto de diez unidades.

Descomposición de números.

Comprendan el significado de la decena, cuyo origen se dio a raíz de la necesidad de contar conjuntos numerosos.

Por medio de las propiedades del SND, puedan componer y descomponer los números.

---

De Autoría Propia

### **Elementos Teóricos**

Siguiendo el planteamiento de Ifrach (1985) quien considera que las primeras formas de contar fueron con las partes del cuerpo y de Godino (2003) quien cree que el origen de los sistemas numéricos se basan en la utilización de distintas partes del cuerpo como objetos numéricos, en este caso “el sistema numérico de base diez aparece al utilizar los dedos de las dos manos para contar unidades. Un hombre representaría una unidad de orden superior, la decena”.

Se considera importante mostrar a los estudiantes que los números se crearon a raíz de una necesidad que surgió por su propia evolución y la primera forma fue haciendo uso de los dedos, además de justificarle a los estudiantes una de las razones del porque que nuestro sistema es de base diez.

De esta forma se considera relevante mostrar ese proceso histórico de los números para que se den cuenta que las matemáticas no son un conocimiento aislado del hombre, sino por el contrario ha sido muy importante para su evolución, de esta manera se espera que se sientan atraídos y motivados en el sentido de que ellos también aprendieron a utilizar los números por medio de sus dedos de la misma manera que lo hicieron hace millones de años.

Al respecto:

El conocimiento de la historia de las matemáticas puede ser enriquecedor para orientar la comprensión de ideas en una forma significativa; por ejemplo en la enseñanza de un concepto podría considerarse aquellos momentos culminantes en su desarrollo para proporcionar

aproximaciones más intuitivas a este concepto, para poner de manifiesto formas diversas de construcción y de razonamiento, para enmarcar temporalmente y espacialmente las grandes ideas y problemas junto con su motivación y precedentes y para señalar problemas abiertos de cada época, su evolución y situación actual. (MEN, 1998).

Otro aspecto que se considera relevante en la planeación de esta actividad es la importancia de contextualizar el concepto de unicidad asociándolo con los dedos de las manos y el de decena cuando se presenta la necesidad de representar cantidades mayores de diez con la incapacidad de tener solo diez dedos, es ahí donde se plantea la decena como un conjunto de diez unidades y la historia “piedras como decenas” hace que este concepto tenga sentido.

Por otra parte, en esta actividad, también se tienen en cuenta los primeros niveles de comprensión del SND por Jim Martland, para afianzarlos.

### **Sesión 3. Viaje al país de los Números.**

En esta actividad se utilizó como instrumento un libro titulado, Viaje al País de los Números, cuyo autor es BENOIT RITTAUD (2008), en este libro Kaliza una niña de una aldea lejana, quiere descubrir cómo contar unas piedras de modo sencillo, para ello acude al anciano sabio, el águila sagrada y el matemático, que la guiaran a través de un viaje al país de los números, allí aprenderá que se puede contar de maneras diferentes y por eso existen diferentes bases, que han existido diferentes sistemas numéricos como el egipcio y el romano y por supuesto el SND, también aprenderá en ese viaje, que hacer paquetes de diez es muy importante en el sistema decimal.

Los estudiantes debían leer el libro por capítulos según las indicaciones del maestro y escribir lo que pensaban de la lectura en su cuaderno, en clase debían compartir sus escritos de forma voluntaria y la profesora retomaba los aspectos más importantes de acuerdo al objetivo propuesto: reconocer el aspecto histórico de los números y sus características por medio de diferentes sistemas numéricos.

Tabla 5:  
Planeación sesión 3

<b>Consigna problemática</b>	<b>Propósitos</b>	<b>Consideraciones y/o conceptos</b>	<b>Resultados esperados</b>
Leemos el libro: “viaje al país de los números” en nuestra casa en compañía de un familiar y escribo lo que pienso de cada capítulo asignado.	Reconocer diferentes formas de contar cantidades para considerar la importancia de la base diez.	Se pueden contar de varias formas, una de ellas es haciendo conjuntos con igual número de elementos.	Se espera que los estudiantes comprendan que existen además de contar de uno en uno, otras formas de contar cantidades de objetos, el primer acercamiento de la base diez, contar de diez en diez, cien en cien, etc.
Los capítulos son: 1. ¿Podemos contar de varios modos? 2. ¿Cuál es el mejor modo de contar? 3. ¿cómo contaban los egipcios? 4. ¿es obligatorio hacer paquetes de diez?	Reconocer las características de los diferentes sistemas numéricos como por ejemplo el romano y egipcio para comprender el carácter sumativo.  Reconocer que los sistemas numéricos tienen diferentes símbolos y su finalidad es representar cantidades.	Los sistemas numéricos evolucionaron a través de la historia.  Los sistemas numéricos tienen características comunes.	se espera que los estudiantes reconozcan que han existido otros sistemas numéricos además del que ellos ya conocen, como por ejemplo el sistema romano y egipcio y que estos sistemas tienen características comunes.
En clase discutimos lo leído, retomamos la lectura y se resuelven inquietudes.	Comprender el carácter de valor posicional.	Conteo por agrupación. Secuencias numéricas El Carácter sumativo	se espera que reconozcan el origen del SND y sus ventajas a comparación de los otros sistemas. Se espera que reconozcan el significado de la base, relacionado con

De Autoría Propia

## **Elementos Teóricos**

En el planteamiento de esta actividad se reconoce que el libro “viaje al país de los números” hace un recorrido histórico de los aspectos más importantes de la creación del número, empezar por los orígenes (las muescas), pasando por los sistemas romanos y egipcios, esto permite reconocer una gran influencia de las culturas en el proceso de la creación de las matemáticas puntualmente de los sistemas numéricos y por ende que es un conocimiento que está inmerso en su realidad.

Por otra parte, estudiar esos sistemas por medio de este libro es muy significativo porque lo aborda de una manera fácil de entender, además de propiciar la comprensión de las características del SND, porque tienen muchas similitudes.

De esta manera plantear actividades priorizando su contexto histórico, implica una nueva visión del conocimiento matemático en la escuela, la cual se caracteriza por un cambio de concepción que empieza en reconocer que las matemáticas son un conocimiento creado por el hombre para dar solución a las necesidades que se presentaron en las diversas culturas y periodos históricos. Por consiguiente, no son un producto acabado, al contrario, están en constante transformación y a nuestro servicio. Esta nueva concepción hace posible una mejor comprensión del concepto del SND, en este sentido, a los estudiantes les es más fácil entender la idea de tener un SND y sus características cuando reconocen que existen otros sistemas de numeración ( Romano, Egipcio) e identifican las características de esos Sistemas numéricos. (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

Para comprender las reglas de los sistemas de numeración posicionales ordenados, entre los que se encuentra el sistema decimal de numeración habitualmente usado, es conveniente realizar y analizar las tareas de paso del sistema de numeración base 10 a otras bases distintas, tanto menores que 10, como mayores, y viceversa (Cid, Godino, & Batanero, 2003).

## Sesión 4. Piedras en la arena

En esta sesión de trabajo se utiliza como instrumento una guía, compuesta por tres actividades. Para su desarrollo se requiere de dos lecturas sacadas del mismo libro, la primera titulada piedras en la arena y la segunda, la maravillosa máquina de contar del libro Matemáticas Vol. 10 (SALVAT EDITORES, S.A., 1989) Los materiales manipulativos que se utilizaron fueron plastilina y palillos.

Tabla 6:  
*Planeación sesión 4*

<b>Consigna problemática</b>	<b>Propósito</b>	<b>Consideraciones y/o Conceptos</b>	<b>Resultados esperados.</b>
En parejas, lee la historia, “piedras en la arena”. con plastilina y palillos representa la manera de contar, como si fueras un mercader. Representa las cantidades con surcos y piedras.	La presentación del SND en un contexto histórico que da cuenta de la forma de contar grandes cantidades utilizando elementos del medio y que la forma más fácil de hacerlo fue por medio de conjuntos. Haciendo alusión al concepto de base diez.	Cada número representa un valor de acuerdo a su posición. El primer número de la izquierda representa las unidades y el siguiente las decenas.	Se espera que los estudiantes realicen la representación de las cantidades de la misma manera como lo hacían en la antigüedad, y que reconozcan a la decena como un conjunto de diez unidades (el valor posicional de los números de dos cifras).
Después de escuchar la historia “la maravillosa máquina de contar” Representa las cantidades en el ábaco.	Reconocer que los números representan grupos de cantidades de acuerdo a su posición.		

De Autoría Propia

### Elementos Teóricos

Esta actividad se plantea teniendo en cuenta a John Van de Walle; para desarrollar el concepto de valor posicional deben centrarse en actividades de agrupamiento, dando nombres orales para los números y símbolos escritos para los conceptos y la concepción del concepto de valor posicional a las situaciones del mundo real.

## Sesión 5. Representemos números en el ábaco

En esta sesión de trabajo se utiliza como recurso manipulativo el ábaco, se realiza en equipos de tres estudiantes; esta actividad consiste en representar los números que indica la profesora en el ábaco.

Tabla 7:  
*Planeación sesión 5*

<b>Consigna problemática</b>	<b>Propósito</b>	<b>Consideraciones y/o Conceptos</b>	<b>Resultados esperados.</b>
En equipos de trabajo (4 estudiantes) deben representar los números que indica la profesora.	Comprender el concepto de valor posicional del sistema numérico representando cantidades en el ábaco.	Cada varilla del ábaco representa un valor posicional del sistema numérico. La primera Varilla de derecha a izquierda representa las unidades, la siguiente, las decenas, la siguiente, las centenas y así sucesivamente.	Se espera reforzar el concepto de unidad y decena y con esta actividad definir el concepto de centena, realizando secuencias numéricas de diez en diez completando diez paquetes de diez.

De Autoría Propia

### Elementos teóricos

Una herramienta poderosa en temimos didácticos es el ábaco, este es un material manipulativo que tiene como finalidad complementar la representación de los símbolos con la manipulación de objetos, pasar de lo abstracto a lo tangible. Los materiales manipulativos se pueden ver, tocar, coger y mover. Potencian la participación, la autonomía, el trabajo en grupo, el descubrimiento además permite la comprobación y la corrección” (Gomez Alfonso, 1998).

De esta manera el ábaco posibilita desarrollar la idea de paquetes o conjuntos, mostrando que diez unidades forman una decena, luego diez decenas hacen una centena, diez centenas hacen una unidad de mil, etc.

En esta actividad se muestra que las posiciones de las cifras de los números representan la cantidad de paquetes de base diez y el carácter sumativo del sistema, por ejemplo si se quiere representar el número 222, se le muestra al estudiantes que las cifras tienen un valor diferente dependiendo su posición, en este caso el dos que está en la posición de las unidades representa dos veces uno y vale 2, el dos en las decenas representa dos veces diez y vale 20 y el dos que está en las centenas representa dos veces cien y vale doscientos. Estos valores se suman y el resultado es  $200 + 20 + 2 = 222$

En esta actividad se tiene como referencia a Evelio Bedoya al considerar que, para manejar los números naturales en el sistema numérico, es necesario construirlos progresivamente en los diferentes períodos que lo configuran:

Un período está definido por los números comprendidos entre dos unidades decimales de órdenes consecutivos, incluyendo la unidad de orden inferior. El primer período está constituido por los números naturales entre 0 y 10; el segundo, por los números naturales entre 9 y 100; el tercero, por los números naturales entre 99 y 1.000 y así sucesivamente.

En esta actividad el ábaco sirve para representar el primer periodo correspondiente a los números comprendidos entre el cero y el diez, Tomando cada ficha, primero, haciendo énfasis en su valor por estar en las unidades y realizando la secuencia numérica hasta llegar a la unidad de orden mayor. Este procedimiento se realiza para construir las siguientes unidades de orden; las decenas, centenas y unidades de mil. A esto Evelio lo llama la extrapolación: “La construcción del concepto de número natural como sucesión numérica exige la extrapolación sucesiva de los dígitos y, de alguna manera, el proceso de recurrencia de la sucesión de unidades”. (Evelio Bedoya, 1991)

De esta manera se construye en concepto de centena en el ábaco teniendo en cuenta la sucesión de unidades: 10, 20, 30, 40.... 90, 100. En la colocación de las fichas en la varilla de las decenas hasta completar cien, para después ubicar la ficha en las centenas. Y de la misma manera construir el numero mil y ubicarlo en el ábaco.

## Sesión 6. Representemos los números con los bloques multibase.

Esta sesión se desarrolla con un material elaborado teniendo como referencia los bloques multibase, en una hoja se dibujan una cantidad determinada de cubos sueltos, otra cantidad de cubos apilados en bloques de diez y otra en bloques de cien.

Los estudiantes deben desarrollar la actividad en el cuaderno, donde deben recortar los cubos y pegarlos en la hoja teniendo en cuenta el valor posicional de cada cifra. Para esto es necesario tijeras y pegante.

Tabla 8:  
*Planeación sesión 6*

<b>Consigna problemática</b>	<b>Propósito</b>	<b>Consideraciones y/o Conceptos</b>	<b>Resultados esperados.</b>
Escribe el número que te indican y represéntalo con los cubos.	El reconocimiento del valor de cada número de acuerdo a su posición. El reconocimiento de la base diez de forma gráfica.	Cada unidad de un orden equivale a diez unidades del orden inferior, así una decena equivale a diez unidades simples, una centena a diez decenas, etc.	Se espera que los estudiantes reconozcan el valor de cada cifra de acuerdo a su posición.

De autoría propia

### Elementos teóricos

Se considera que es necesario que el profesor propicie que el concepto de valor posicional se incorpore a las estructuras cognitivas de los estudiantes, mediante el uso de representaciones concretas, pictóricas o simbólicas, en la resolución de problemas; como sugieren los trabajos de Ramírez y De Castro (2012), y Ramírez y De Castro (2014).

## **Experimentación**

### **SESIÓN 1. Inventemos nuestros propios números.**

En esta primera sesión se les explicó a los estudiantes que se desarrollarán unas actividades que tienen que ver con una propuesta de intervención pedagógica, para mejorar la comprensión del SND. Esta primera sesión tiene una duración de dos horas de clase (una hora y media), se utilizó como instrumento una guía de aprendizaje (ver anexo 1) con tres actividades que debían resolver en equipo, era el primer acercamiento sobre la concepción que poseen los niños acerca de los números.

En la primera parte, los estudiantes se encontraban con muchas dudas respecto a lo debían hacer, no reconocían el significado de la palabra sistema numérico, de esta manera la primera consigna no era muy clara para ellos, por eso la profesora se dirige a cada grupo indicando, que deben hacer los símbolos que representaran dichas cantidades, explicando que un símbolo es un dibujo. la profesora también se apoya del tablero para realizar el primer ejemplo tratando de aclarar sus dudas. Gracias a esto los estudiantes comprenden mejor y empiezan a trabajar.

La profesora les animaba con la idea de que debían crear su propio sistema numérico, sus propios números, recorriendo todos los equipos y mirando sus trabajos. fue necesario explicar un concepto clave y es que los símbolos representan cantidades. Es así como hicieron dibujos a cada conjunto esto con el objetivo de que se aproximaran al concepto de sistemas numéricos como el egipcio y el romano.

En la segunda actividad la profesora les indica que debían escribir las reglas para usar esos símbolos que inventaron y poder formar números. Ante las dificultades de los estudiantes de responder, la profesora reflexiona y toma de decisión de indicarle a los estudiantes que respondan esa actividad al final, teniendo en cuenta que al responder la siguiente tendrían argumentos para poder responderla.

En la tercera actividad que paso a ser la segunda, los estudiantes deben descomponer los números en base diez, es ahí donde cobra sentido la suma, este concepto es explicado por la profesora haciendo uso del tablero, diciendo, estos números los vamos a descomponer en grupos de diez, de cien y de mil. Para algunos estudiantes esta actividad causo mucha dificultad, porque no reconocían secuencias numéricas de base diez, por eso no lograban hacer la descomposición polinómica.

La segunda actividad que paso a ser la tercera consistía en explicar las reglas que tuvieron en cuenta para escribir los números en el sistema numérico inventado por ellos, se evidencia que la mayoría utilizo la palabra suma y descomposición para responder la pregunta.

al final de la sesión, la profesora se queda con los estudiantes con más dificultad y les indica paso a paso cómo hacerlo. con la ayuda de la profesora y el trabajo en equipo todos los estudiantes lograron hacer la actividad en un feliz término.

## **SESIÓN 2 ¿Cómo empezó eso de contar?**

Con los resultados de la primera sesión, se consideró pertinente que los estudiantes conocieran la parte histórica del número para dar continuidad al proceso de darle significado al número como un símbolo que representa cantidades. De esta manera se abordó su aspecto histórico, para lograr una mayor motivación y darle significado al concepto de sistemas numéricos, asociándolo con la vida real. Se presentaron unas diapositivas sobre el origen de contar, donde se planteó la importancia de los dedos de la mano como las primeras manifestaciones del conteo haciendo una correspondencia una a uno. Y relacionando los diez dedos de las manos como la posible causa que posiblemente tuvieron para plantear la base diez del SND.

Los estudiantes se mostraron motivados para iniciar la siguiente actividad, la profesora les entregó una guía que contiene una historia y unas preguntas de comprensión. Los estudiantes leyeron la historia siguiendo las indicaciones de la profesora. Finalmente realizaron un dibujo sobre la manera de contar con unidades y decenas donde la mayoría de ellos dibuja los dedos y las piedras asociándolas a las decenas, haciendo equivalencias entre piedras y decenas (una piedra representa una decena) y considerar la creación del número por una necesidad social.

Al final la profesora concluye con todos los estudiantes que cuando se cuenta una gran cantidad de cosas es más fácil hacer paquetes de diez. Como lo hacía Mirian, (el personaje principal de la historia) con sus cabras. Y este grupo de diez unidades se llama la decena.

Se pregunta a todos los asistentes ¿cómo hacemos para contar más de cien cabras con este método? Aquí se introduce el concepto de centena y se muestra en el tablero los diez grupos de diez.

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100$$

La profesora escribe los números en el tablero y les pide que los descomponga.

$10 = 10$  el diez está conformado por diez unidades

$11 = 10 + 1$  el once está conformado por una decena y una unidad

$12 = 10 + 2$  el doce está conformado por una decena y dos unidades.

$20 = 10 + 10$

$22 = 10 + 10 + 2$

$100 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$

¿Cuántas decenas tiene cien? Esta pregunta las responde en sus cuadernos.

Después de esta actividad, la profesora introduce el concepto de centena, aprovechando la idea de paquetes de diez.

### **SESION 3. Viaje al país de los números.**

En esta actividad se utilizó como instrumento un libro titulado, Viaje al País de los Números, cuyo autor es BENOIT RITTAUD (2008). En la parte inicial de la sesión, se leyeron las primeras páginas en voz alta, para contextualizar a los estudiantes sobre sus personajes y su contexto. El primer capítulo, “podemos contar de varias maneras” lo debían leer en su casa en compañía de su acudiente y escribir lo que pensaba de eso que leyó. Acto seguido, en clase se comenta a cerca del contenido del capítulo, algunos niños compartieron lo que escribieron en su cuaderno y la profesora hizo un recuento sobre el capítulo, teniendo en cuenta lo siguiente: Las investigaciones cuentan que en la época de la prehistoria las primeras formas de contar fueron a través de unas muescas que hacían en una barra de madera para saber si había muchos o pocos, (objetos, personas, animales, etc) (Rittaud, 2008). Se puede contar además de uno en uno, de muchas otras maneras, para su facilidad de pueden hacer grupos de un mismo valor, por ejemplo, de cinco en cinco, de diez en diez (Rittaud, 2008). Después debieron leer el siguiente capítulo y comentarlo en clase, se puso énfasis en los siguientes aspectos claves: las primeras formas de contar fueron por medio de muescas, ante la dificultad que tuvieron al hacer muescas para representar muchos elementos, le asignaron a cada conjunto de elementos un símbolo. Es así como se introduce el Sistema de Numeración Romano. De esta manera mientras se realizaba la lectura se reconoce que el origen de algunos sistemas numéricos viene de distintas

civilizaciones, por ejemplo, en Mesopotamia hace 2000 años se creó el sistema de numeración romano. Se les explicaron las características de los números romanos, enfatizando que este sistema tenía unas reglas que se debían cumplir para poderlo utilizar adecuadamente. Sin embargo, no era muy práctico con la representación de grandes cantidades. Los estudiantes después de conocer las reglas empezaron a escribir números con el sistema romano en su cuaderno. El objetivo de la actividad es que los estudiantes reconozcan la existencia de otros sistemas de numeración y que ellos fueron la antesala a nuestro SND.

En el siguiente capítulo ¿Cómo contaban los egipcios? Se hizo énfasis en que su sistema era más práctico porque hicieron paquetes y luego paquetes de paquetes (Rittaud, 2008) y estos paquetes eran de diez, ósea que tenían como base diez. Sin embargo su problema es que era necesario inventar nuevos símbolos: para diez millones, para cien millones, etc. al igual que la numeración romana (Rittaud, 2008). Después, se presentó el SND, explicando que fue inventado en la India hace más de mil quinientos años y los árabes lo difundieron por toda Europa, por eso se llama numeración arábica, se hace una comparación con los sistemas anteriores del romano y el egipcio explicando que el SND permite escribir números muy grandes sin tener la necesidad de inventar nuevos símbolos aparte de los que ya existen. En este sistema numérico se utilizan las cifras (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) los cuales se ponen uno junto a otro y cada número representa un valor de paquetes de diez.

#### **SESIÓN 4. Piedras en la arena**

Se presentó una guía con tres actividades, la primera actividad consistió en leer una historia sobre un mercader de la antigüedad que debe resolver una situación problema, ésta consiste en calcular el total de cestos de grano, si tenía 45 y compra 43. En la historia se explica el método que usaba, el cual es hacer surcos en la arena y poner las piedras. De esta manera el primer surco de derecha a izquierda representa las unidades y el siguiente las decenas, es así como se ponen las piedras en los surcos de acuerdo a las cantidades de los cestos de grano y al final se cuentan teniendo en cuenta que una piedra en el surco de las unidades vale uno y una piedra en el surco de las decenas vale diez. Se cuentan las piedras y se obtiene el total. Los estudiantes representaron la forma de contar con palillos y plastilina.

La segunda actividad consistió en representar otras cantidades como en la actividad anterior con surcos y piedras utilizando la plastilina y los palillos.

La tercera actividad fue mediada por la historia, “la maravillosa máquina de contar” la profesora leyó la historia en voz alta, después les muestra el ábaco y les explica de qué manera se utiliza, se retoma el problema del mercader y lo resuelven con ayuda del ábaco. En la guía aparece unas cantidades que los estudiantes deben representar.

### **SESIÓN 5. Representemos números en el ábaco**

Esta sesión tuvo una duración de dos horas de clase, la primera indicación suministrada es que debían formar grupos de tres estudiantes y después deben sentarse en el suelo del centro del salón con su grupo. Posteriormente se asignó un jefe de materiales, encargado de entregar y recibir el ábaco en las mismas condiciones. El reto fue representar los números indicados por la profesora en el ábaco.

La profesora dijo en voz alta un número de orden inferior y los estudiantes procedieron a representarlo. La profesora se dirige a cada grupo mirando el trabajo y resolviendo dudas. Terminando la actividad con números de orden superior de tres y cuatro cifras.

Los estudiantes representaron los números en el ábaco y se lo mostraron a la profesora, ella verificó contando cada ficha de acuerdo a su valor, si no estaba correcto les formulaba cuestionamientos de forma verbal. Con el objetivo de alcanzar la respuesta y afianzar el concepto de valor posicional les pidió a los estudiantes que sumaran las cantidades de base diez para saber si está correcto.

### **SESION 6. Representamos los números con los bloques multibase**

Esta sesión tuvo una duración de dos horas de clase, se utilizaron como instrumentos los bloques multibase dibujados en una hoja y el cuaderno de matemáticas de cada estudiante.

Esta actividad es muy importante para poder ver la representación del valor de los números de acuerdo a su posición, además que a los estudiantes les motiva la idea de recortar y pegar, es así como ellos deben representar un número sugerido por ellos mismo en su cuaderno, primero deben escribir un número en su cuaderno y después, recortar y pegar los cubos de acuerdo al valor que represente cada cifra. En esta

actividad se plantea la centena como el conjunto de diez decenas que forman el lado de un cubo, cuya área es de cien cubos.

La profesora les mostró la hoja donde van dibujados todos los cubos y hace referencia a las unidades que son cubos sueltos, las decenas que son diez cubos apilados formando una barra y las centenas que son diez decenas formando un bloque, se observa que la mayoría de los estudiantes realizan la actividad sin ayuda de la profesora, sin embargo, ella pasa por cada puesto repitiendo la información anterior.

### **SESIÓN 7. PRUEBA FINAL**

Esta prueba es escrita y consta de cinco actividades (Ver anexo 9), la primera se establece con una tabla que los estudiantes deben completar escribiendo la posición que ocupa la cifra de cada número de acuerdo a su valor posicional. Por ejemplo, del número 29 deben escribir  $29 = 2D + 9U$ . Su objetivo era identificar si los estudiantes comprendían el orden del valor posicional en los números.

En el segundo punto de la prueba, debían descomponer los números en unidades, decenas y centenas, su objetivo era identificar si comprendían cuál era el valor de cada cifra. Entendiendo que los números se pueden descomponer de diferentes maneras teniendo en cuenta su posición.

En el tercer punto se utilizaron los bloques lógicos donde los estudiantes debían determinar cuál era el número representado. Aquí los estudiantes debían realizar la suma entre unidades de orden superior y determinar que dependiendo de su valor es su posición.

El cuarto punto fue una pregunta abierta para explorar las ideas que finalmente construyeron sobre el sistema numérico.

Y el quinto punto se presenta la representación de los números en el ábaco, los estudiantes debían escribir el número de forma numérica y en palabras de los números representados.

## **Análisis A Posteriori**

### **Observaciones y resultados**

Para la recolección de la información se usó como instrumento el diario de campo, (anexo 10) este es, un instrumento que permite sistematizar las practicas investigativas para mejorarlas, enriquecerlas y transformarlas (Martinez, 1988). También se usa las actividades escritas que realizaron los estudiantes en cada sesión de trabajo, la profesora daba las indicaciones a los estudiantes y escribía en el diario de campo las observaciones sobre su desempeño y las reflexiones pedagógicas que iban surgiendo durante el desarrollo de la clase mientras explicaba y resolvía dudas (anexos 2, 5 y 9).

#### **SESIÓN 1.**

En la primera sesión, los elementos teóricos que se tuvieron en cuenta para el planteamiento de esta actividad están relacionados con la importancia del reconocimiento de los procesos históricos de la matemática, los cuales proporcionan un mejor acercamiento al concepto, es así como relacionando la comprensión del número de la misma manera como lo hicieron los antepasados, el concepto de numero cobra sentido, al verlo como un símbolo que tiene como finalidad representar una cantidad y esta cantidad está estrechamente relacionada con los conjuntos de diez, cien y mil elementos.

se observa que iniciando la actividad no era claro para los estudiantes la consigna de escribir los símbolos que representan cantidades, porque se presume que no entendían el termino de símbolo y sistema numérico, esta dificultad se puede abordar desde el inicio de la escolaridad si el docente tiene un mayor fundamento teórico respecto a las matemáticas. Sin embargo, se intenta explicar el concepto mediante ejemplos proporcionados por la profesora que dirige la sesión.

Esta actividad tiene como finalidad confrontar sus conocimientos previos con los nuevos, empezando un proceso de franqueamiento, “este es una serie de situaciones que implicaran que el sujeto replantee nuevamente sus conocimientos, (Brousseau, Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas, 1976). Sobre la exploración del significado del sistema numérico y su función, cuando en la actividad la instrucción es olvidarse de los números que conocen y crear unos nuevos símbolos para posteriormente representar cantidades.



intenta explicar la importancia de utilizar conjuntos iguales para contar grandes cantidades, con un ejemplo del salón de clase (ver anexo 10):

La profesora pregunta, cuantos estudiantes vinieron a la escuela, todos empiezan a contar de uno en uno, entonces la profesora interrumpe y les pregunta: ¿no es más fácil contar las filas y después multiplicar por el número de filas? Todos hicieron el ejercicio y respondieron a la profesora, si son cinco filas y cada una tiene seis estudiantes, multiplicamos cinco por seis y nos da 30. esto hizo que el concepto tuviera sentido en el contexto de conteo y de cardinalidad, haciendo posible su comprensión, después escribe en el tablero la descomposición polinómica de varios números en grupos de base diez para que los estudiantes siguieran el ejemplo y realizaran la tarea, de esta manera se observa que algunos hicieron la tarea.

En esta actividad también se observó que algunos estudiantes, realizan las equivalencias entre la cantidad y su descomposición en números de hasta tres cifras, reconociendo después de varios intentos, mostrados por la profesora; el número 222 equivale a  $100+100+10+10+1+1$ . Por otra parte, se evidencia que en los números de cuatro cifras se les dificulta, no tienen claro el significado de los números de una unidad mayor (ver anexo 10)

Al finalizar la actividad se observa que los estudiantes reconocen la dificultad de ese sistema numérico cuando representan grandes cantidades al hacer muchos dibujos.

## **SESIÓN 2.**

Esta actividad tiene como objetivo introducir el concepto de número y de decena por medio de unas historias, adaptándolas a una situación histórica, que seguramente pudo ser real, de esta manera se observa una gran motivación en los estudiantes al conocer la historia de los números, las presentaciones tienen imágenes que captan su atención. Esta actividad se realiza considerando el obstáculo de no reconocer el uso de los números naturales en diferentes contextos, de esta manera se pone mucho énfasis en el contexto histórico del número para que el estudiante logre ver su relación con el mundo real.

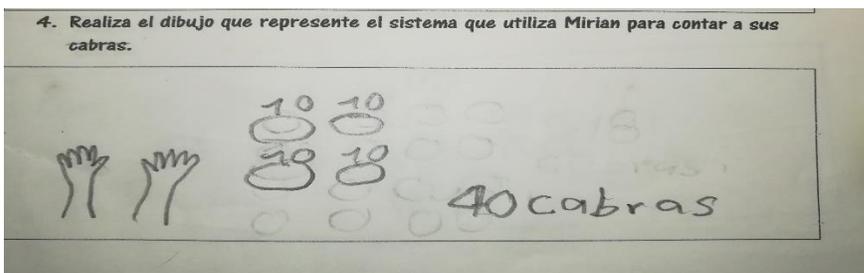
Para el planteamiento de esta actividad se sigue los planteamiento teóricos que afirman que las primeras formas de contar fueron por medio de las partes del cuerpo, (GINSBURG, 1998) que las primeras

manifestaciones del conteo es la correspondencia uno a uno (Alfonso, 1998) y que el origen de la base diez fue a raíz de utilizar los dedos de las manos para contar unidades (Cid, Godino, & Batanero, 2003), para plantear un video que muestra en forma didáctica la relación de contar con una necesidad social. De esta manera se considera el aspecto histórico algo muy importante siguiendo los planteamientos del MEN....

El conocimiento de la historia de las matemáticas puede ser enriquecedor para orientar la comprensión de ideas en una forma significativa; por ejemplo, en la enseñanza de un concepto podría considerarse aquellos momentos culminantes en su desarrollo para proporcionar aproximaciones más intuitivas a este concepto, para poner de manifiesto formas diversas de construcción y de razonamiento, para enmarcar temporalmente y espacialmente las grandes ideas y problemas junto con su motivación y precedentes y para señalar problemas abiertos de cada época, su evolución y situación actual (MEN, 1998).

Se logra observar que inicialmente los estudiantes tuvieron dificultades en la comprensión del texto, pero después de que la profesora lo lee en voz alta lograron comprenderla, además la actividad planteaba unas preguntas para llevar al estudiante a su comprensión y al reconocimiento de la decena y la necesidad de hacer equivalencias de conjuntos con objetos.

Otro aspecto que se hace evidente en esta sesión de trabajo fue el concepto de equivalencia entre cantidades (diez unidades son iguales a una decena) cuando en la historia muestra el proceso de contar las cabras con sus dedos y al llegar a diez decía: “aquí hay una decena de cabras” esto dada al concepto de decena un significado en el contexto de conteo y de agrupación, esta comprensión se evidencia en los estudiantes que hicieron los dibujos haciendo equivalencias.



**Figura 5: Representación de Cantidades**

Esta imagen muestra un aspecto importante que revela la comprensión de las características del valor posicional, al descomponer los números en paquetes de base diez.

En conclusión, en esta sesión se observa que los estudiantes reconocen que los números tienen un proceso histórico que ha venido evolucionando de acuerdo al contexto y el 80% comprenden el significado de la decena dentro de un contexto significativo.

En conclusión, en esta sesión se observa que los estudiantes reconocen que los números tienen un proceso histórico que ha venido evolucionando de acuerdo al contexto y el 80% comprenden el significado de la decena dentro de un contexto significativo.

### **SESION 3.**

**En la sesión 3**, se realiza un recorrido histórico desde los orígenes del número hasta el día hoy, donde se dota de sentido al número por medio de un proceso social y cultural, intentando dar a conocer las características del número en las situaciones que se presentan. por ejemplo, el concepto de agrupación es muy importante para comprender el significado de la base. (Alfonso, 1998). Esto se logra cuando se leen las anécdotas de Kaliza, el personaje principal de la historia.

Este recorrido histórico plantea situaciones significativas al relacionar el concepto con la vida real, los personajes son un valor agregado para tener un mayor grado de motivación en los estudiantes.

En este recorrido histórico se plantea un proceso gradual, empezando desde el sistema de muescas, pasando por los sistemas numéricos simples como el romano y el egipcio y terminando con el sistema indio arábigo nuestro sistema numérico. En este proceso se reconoce que esos sistemas numéricos tienen unas reglas de utilización (introducción de la matemática formal) que se parecen al SND dando a conocer la practicidad de nuestro sistema sobre los demás, lo cual permite que haya un franqueamiento al relacionar el conocimiento que tienen de las características de esos sistemas con el nuevo conocimiento, las características del SND y en consecuencia poder evidenciar una comprensión del SND (Brousseau, Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas, 1976).

En esta sesión se observa que los estudiantes se muestran muy motivados en la lectura del libro, en clase la mayoría quiere participar compartiendo los escritos que habían realizado en casa el día anterior, con todos sus compañeros.

En la medida que se iba comentando la historia, algunas veces se leía de nuevo y los estudiantes participaban activamente con sus apreciaciones. el primer avance observado es que los estudiantes reconocieran las secuencias como una forma fácil de contar, a raíz de lo trabajado en la sesión pasada.

La profesora lanza la siguiente pregunta, ¿de cuantas maneras posibles podemos contar? Al haber diferentes respuestas, se concluye que existen muchas maneras de contar, así como lo había descubierto Kaliza, (esto fue un análisis que debían hacer los estudiantes a raíz de la lectura), el paso siguiente fue escribir en el cuaderno diferentes secuencias numéricas imitando la forma de contar de esta niña. En este caso se pone mayor atención a las secuencias de base diez.

En el siguiente capítulo, se observa que los estudiantes al leer la historia, reconocen que hay diferentes sistemas numéricos como el egipcio y el romano, después escriben la información en el cuaderno, realizando algunos ejercicios de escritura de esos sistemas. Ante esto se observa que la profesora hace uso del cuaderno como una herramienta para escribir la información y la puedan entender mejor cuando la escriben. De esta manera asegura la atención de una mayoría de estudiantes. en este ejercicio comprendieron que se debían tener en cuenta unas reglas para poder usarse adecuadamente, además de identificar sus deficiencias, por ejemplo, que era necesario usar muchos símbolos para representar una gran cantidad cuando representaban los números en forma romana o egipcia.

En el siguiente capítulo, se refuerza la idea de que el tamaño de los conjuntos o paquetes definía la base, de esta manera la profesora les explica en el tablero el ejemplo que se presenta en el libro, contar con la base doce. Sin embargo, se observa que es una idea difícil de comprender además porque no había claridad de parte de la profesora.

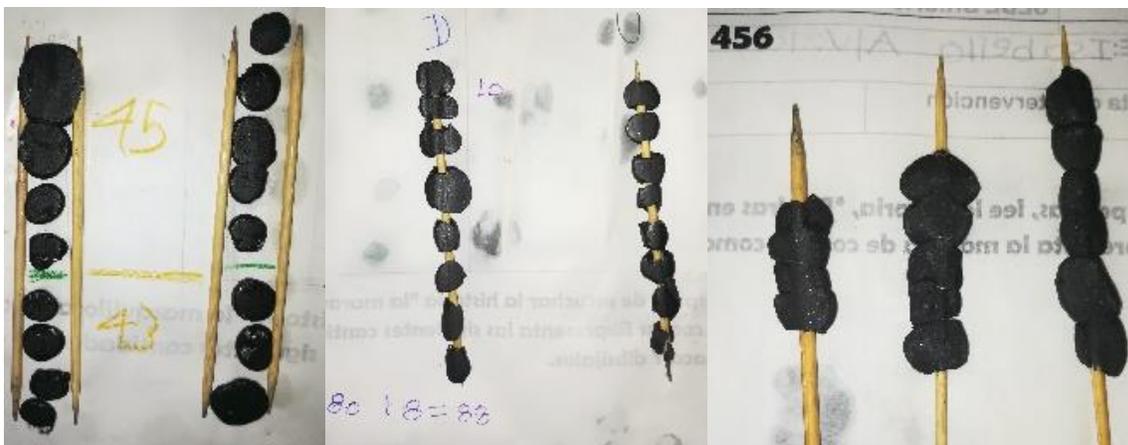
Por último, se observa que cuando la profesora lee en clase el último capítulo, y expone que nuestro sistema se originó en la india y es muy práctico, algunos estudiantes reconocen algunas características expuestas en el libro del SND. Respondiendo que tiene solo diez símbolos que pueden representar cualquier

cantidad. Aquí se evidencia con mucha más claridad la comprensión del concepto de sistema numérico de parte de los estudiantes a comparación de la primera sesión de la secuencia donde demostraron muchas dificultades.

#### **SESIÓN 4.**

En esta sesión se evidencia que, en las respuestas escritas de los estudiantes, ellos ponen las piedras en los dos surcos, esto quiere decir que comprendieron que las unidades valen uno y las decenas valen diez, cuando realizan la suma entre las decenas y entre las unidades para hallar la respuesta. en este caso asumen que hay un valor de posición al no sumar las unidades con las decenas considerando que no tiene un mismo valor para hallar la respuesta. Otro indicio que muestra su comprensión es que al poner los surcos escriben en la parte superior la letra U en el surco de las unidades y la letra D en el surco de las decenas y ponen la suma de  $80 + 8 = 88$ .

De esta manera se considera que los estudiantes alcanzaron los logros propuestos en esta actividad, al realizar representaciones de cantidades como en la antigüedad (en surcos), ratificando que la decena es un conjunto de diez unidades, realizando la representación de las cantidades de la misma manera como lo hacían el mercader y sumando correctamente teniendo en cuenta el valor posicional. De esta manera en esta sesión, los estudiantes reconocen las reglas que dotan a cada una de las cifras de un doble valor: el valor correspondiente al número de unidades y el valor relativo al orden. Este último se infiere de la posición que la cifra ocupa en el numeral (Evelio Bedoya, 1991).



#### **Figura 6: Actividad Sesión 4**

En términos generales responden las preguntas sin ninguna dificultad y realizan la actividad muy motivados porque tienen la plastilina y los palillos para desarrollarla. Además de ser una herramienta muy útil para representar los objetos matemáticos de forma tangible. Así pues, se nota claramente que los estudiantes comprenden el concepto de unidad y decena haciendo la suma de estas cantidades en los surcos y haciendo equivalencias entre la representación y las operaciones numéricas.

En la siguiente actividad los estudiantes escuchan la historia de la máquina de contar “el ábaco”, la cual les parece aburrida, porque se escucha el ruido de las voces de los estudiantes, sin embargo, se motivan al ver el ábaco real y cuando la profesora les explica cómo funciona.

En este momento los estudiantes ya habían visto el significado de unidad, decena y centena, estos conceptos tomaron vida cuando la profesora les mostro el ábaco y se dieron cuenta que se utilizaba de la misma forma que en la historia del mercader. los estudiantes escribieron en el dibujo del ábaco las letras de U, D Y C (ver anexo 11), en su lugar correspondiente sin que la profesora se los pidiera y además de eso escribieron la descomposición polinómica de acuerdo al valor de cada cifra. Esto da indicios de su comprensión respecto al valor de posición de los números.

#### **SESION 5.**

Esta sesión de trabajo, se hace de manera práctica, en quipos sentados en el suelo del salón de clase, se observa que los estudiantes que comprendieron el concepto de valor posicional de la actividad anterior tiene un nivel de participación superior, sin embargo, la motivación de tener un ábaco y trabajar en equipos es la misma para todos y la dinámica se vuelve emocionante porque hay un sentimiento competitivo entre los equipos. Cuando la profesora les dice diferentes números, primero de orden inferior, todos realizan la tarea sin dificultad, los estudiantes representan los números en el ábaco y se lo muestran a la profesora, ella verifica contando cada ficha de acuerdo a su valor, si no está correcto les repite el número dándole pistas de forma verbal, y con el objetivo de afianzar el concepto de valor posicional les pide a los estudiantes que suman las cantidades de base diez para saber si está correcto. Este ejercicio hace que se aplique el concepto de agrupación de cantidades teniendo en cuenta que su valor depende de la posición. Además de secuencias

numéricas de base diez, equivalencias entre la posición y su valor, la composición y descomposición de números de forma polinómica, en fin, el uso de las propiedades de los números naturales.

De esta manera se plantea una actividad práctica, donde se debía desarrollar una sola actividad que tenía muchos contenidos matemáticos y debía ser muy controlada por el docente para que cumpliera su objetivo, reforzar el concepto de unidad, decena y centena, realizando secuencias de uno en uno, diez en diez, cien en cien y mil en mil. se utiliza como instrumento el ábaco, un material manipulativo que tienen como finalidad complementar la representación de los símbolos con la manipulación de objetos, pasar de lo abstracto a lo tangible y posibilitar la comprobación y corrección (Alfonso, 1998). En esta sesión se pone en práctica todos los conocimientos que han aprendido los estudiantes; la correspondencia uno a uno cuando cuentan las fichas de los ábacos, el conteo de secuencias numéricas de base diez, la composición y descomposición polinómica de los números y el carácter sumativo del sistema. Es así como se puede afirmar que pusieron en práctica todos los conocimientos aprendidos.



**Figura 7: Uso del Abaco**

## **SESION 6**

Esta actividad está basada en los principios del material manipulativo (bloques multibase) para la construcción del modelo del SND, el principio de agrupamiento, este se evidencia en la agrupación de una

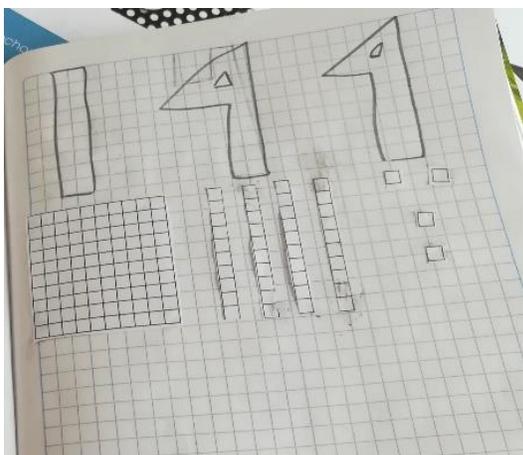
cierta cantidad numérica dado que, a partir de una unidad inferior se pueden construir unidades de nivel superior, los estudiantes reconocieron que, a partir de los cubos pequeños se forman las barras o decenas y a partir de las barras se forman los bloques, y después se forman los cubos.

Así como también comprendieron el principio de posición, observado en el momento que se le asigna a un número un valor, dependiendo del lugar donde este se encuentre, con los bloques este principio se evidencia cuando se representa un número con este y se tiene en cuenta la posición que ocupa en la cifra numérica, debido a que si representa una unidad se utiliza los cubitos, si representa una decena se utilizan las barras, si representa una centena se utilizan las placas, y si representa una unidad de mil se utilizan los cubos (Salazar & Vivas, 2013).

De esta manera es muy potente para comprender el significado del valor posicional, “Este material es muy importante porque los estudiantes representan el significado de los números teniendo en cuenta su valor posicional” (Gomez Alfonso, 1998). Ya que, por medio de estos dibujos, los estudiantes pueden ver, la representación del valor de los números de acuerdo a su posición, además también se observó además que a los estudiantes les motiva la idea de recortar y pegar.

De esta manera pueden reconocer la unidad como cubos sueltos, la decena como diez cubos apilados que forman una barra y la centena como diez decenas apiladas formando un bloque (Salazar & Vivas, 2013)

En esta actividad continúa enfatizándose la secuencia de base diez, la equivalencia entre cantidades, la descomposición polinómica y el valor posicional.



**Figura 8: Bloques Multibase**

## **SESION 7**

Esta sesión es la prueba final, donde los estudiantes deben demostrar si realmente comprendieron el concepto de SND, (ver anexo 9) se usó como referente los estándares de competencias que se plantearon al inicio de la secuencia, de esta manera se identifica que lograron desarrollar las siguientes competencias de acuerdo a cada respuesta correcta, en la primera respuesta de la prueba el 95% de los estudiantes reconocen el significado del número en diferentes contextos, en este caso reconoce que cada cifra que compone el número tiene una posición y por consiguiente un valor.

En la segunda y tercera pregunta se evidencia que el 95% de los estudiantes describen, comparan y cuantifican situaciones con números, en el contexto de valor posicional en la representación de cubos, además de usar representaciones pictóricas para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal. Y también usa representaciones pictóricas para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.

En la última pregunta se evidencia que el 95% de los estudiantes identificaron regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo como el ábaco.

En conclusión, se puede analizar que la mayoría de los estudiantes desarrollaron las competencias que se habían establecido al inicio de la secuencia didáctica, esto quiere decir que lograron la comprensión del SND. Los demás estudiantes siguen en el proceso de alcanzar las competencias.

En cuanto a las evidencias de aprendizaje los estudiantes lograron:

Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros. (ver anexos 9 de prueba final)

Por consiguiente, se puede afirmar que los estudiantes mejoraron la comprensión del Sistema de Numeración Decimal, a partir de una secuencia de situaciones didácticas con los estudiantes de grado 2° de la Institución Educativa Santa Cecilia.

## Conclusiones y reflexiones

Con respecto al objetivo de determinar algunos referentes históricos y didácticos alrededor de la enseñanza y aprendizaje del Sistema de Numeración Decimal se puede concluir que, en esta intervención pedagógica, fue muy útil la aplicación de la ingeniería didáctica como un método experimental de investigación porque al desarrollarla se realizó una serie de análisis que permitió plantear una secuencia didáctica para la comprensión del SND. Es así como en el análisis preliminar, consultando el aspecto epistemológico, el significado del número cobra sentido cuando se determina la importancia de sus orígenes en el planteamiento de las actividades, donde la parte histórica permite brindar a los estudiantes una forma diferente de ver las matemáticas, carentes de sentido, de historia. Es así como reconocer el origen del uno como un dedo extendido, el dos como la escritura rápida de dos rayas, es una fascinante forma de descubrir los misterios de las matemáticas. Gracias a este análisis histórico se dio vida al concepto y a la matemática misma en las secuencias didácticas.

Otro aspecto fundamental que se debe recalcar tiene que ver con el estudio formal del número y del SND, reconocer el número como una representación de un conjunto, de acuerdo a una correspondencia uno a uno (Gomez Alfonso, 1998), es descubrir un sin número de posibilidades para enseñar el concepto de número en la edad temprana antes de iniciar con los símbolos numéricos. De otro lado comprender el carácter formal del SND, es entender su funcionamiento y encontrar la manera más apropiada para enseñarlo, utilizar su terminología y plantear su lógica se vuelve obligatorio en el planteamiento de actividades significativas.

Respecto al segundo objetivo, Identificar los obstáculos y dificultades que los estudiantes presentan en el proceso de la comprensión del Sistema de Numeración Decimal, se logró visualizar en los resultados de las pruebas SABER, que más del 50% de los estudiantes no tenía las competencias que establece el MEN, relacionado con el SND y el pensamiento numérico, este estudio constituyó el primer paso para la planeación de las actividades como un insumo para franquear sus dificultades y poder así desarrollar las habilidades básicas, puesto que, contar, escribir, agregar números de varios dígitos y la habilidad de contar

grupos de objetos, se vuelve obligatorio para desarrollar el concepto de diez (Silva, 2005) y así comprender el valor posicional.

El tercer objetivo tiene que ver con diseñar, implementar y evaluar una secuencia didáctica para dar cuenta de la comprensión del Sistema de Numeración Decimal, frente a este se tiene las siguientes conclusiones:

En el diseño de la secuencia fue importante reconocer el concepto del SND como una triada de, situaciones, Propiedades matemáticas y diferentes tipos de lenguaje como el natural y el gráfico, esto da como resultado plantear situaciones significativas para poder construir verdaderos esquemas mentales en los estudiantes, en este caso, plantear situaciones con historias, realizar gráficos simulando los bloques multibase, utilizar el ábaco y tener en cuenta la parte lógica matemática, permitió plantear verdaderas situaciones que dotaron de sentido al concepto.

También se debe tener en cuenta en el diseño, los materiales manipulativos como una herramienta muy potente para complementar la representación de los símbolos con la manipulación de objetos, “pasar de lo abstracto a lo tangible” (Gomez Alfonso, 1998). El ábaco es una herramienta muy poderosa para desarrollar todas las características que tiene el SND de forma tangible, además que es una gran fuente de motivación para los estudiantes, la representación de los bloques multibase, tiene la bondad de mostrar al estudiante el valor de los números de acuerdo a su posición, esto posibilita la habilidad de componer y descomponer los números en forma polinómica.

En la evaluación de la secuencia se tuvo en cuenta una prueba final, en la cual se analizó si se habían desarrollado las competencias de los estándares de matemática del MEN, lo cual se estableció que 20 de 25 estudiantes lograron comprender las características del SND. Se presume que la razón por la cual no todos alcanzaron los objetivos es porque estos tienen una mayor dificultad en el área y poseen diferentes ritmos de aprendizaje a comparación de los demás estudiantes.

En conclusión, se puede señalar que, es una propuesta innovadora porque utiliza la historia como una herramienta de motivación al concepto, esto hizo que le diera vida y sentido al SND, porque se constituyó en un entorno real. Por otra parte, esta propuesta deja planteado la necesidad del reconocimiento formal del

concepto, como un aspecto fundamental para el maestro a la hora de diseñar actividades que tengan en cuenta el verdadero significado del concepto.

Gracias a este estudio, se reconoce la importancia de reflexionar sobre la práctica pedagógica de un maestro, pero no cualquier reflexión, es necesario una reflexión crítica, basada en fundamentos teóricos en aras a la construcción de posibles teorías frente a las problemáticas que se presentan en el aula. La ingeniería didáctica y la sistematización, posibilitan plantearse una ruta de investigación para mejorar las prácticas de aula, donde se sistematice los procesos para ser analizados o tomados en cuenta en posteriores estudios.

Por otro lado, durante el diseño de esta propuesta, se logró reconocer que, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, la motivación en los estudiantes es uno de los aspectos más importantes y se logra fundamentalmente cuando el maestro brinda las herramientas necesarias para que el estudiante construyan su propio conocimiento, pero el proceso educativo más importante es enseñarles a pensar, argumentar, hacerse preguntas, analizar, entre otras cosas, posiblemente sea este el nuevo reto de la educación del siglo XXI.

## Referencias

- ICFES. (2015). *Informe por Colegio pruebas saber 3, 5 y 9 Institucion Educativa Tecnico de Comercio Santa Cecilia*. Bogotá: Ministerio de Educación.
- Alfonso, B. G. (1998). *Numeración y Cálculo*. Madrid: Síntesis S.A.
- Angulo, A. (2017). *Estrategia de enseñanza para favorecer la Comprensión del valor posicional*. Recuperado el 19 de 11 de 2017, de Estrategia de enseñanza para favorecer la Comprensión del valor posicional.: <http://funes.uniandes.edu.co/9559/>.
- Artigue M, D. R. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Mexico: Iberoamericana.
- Bedoya, E., & Orozco, M. (1991). El niño y el sistema de Numeración Decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 56-62.
- Brousseau, G. (1976). Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas. *CIAEEM*, (págs. 165-198). Louvain- La - Nueve.
- Brousseau, G. (1976). Los Obstáculos Epistemológicos y los Problemas en Matemáticas., (págs. 165-198). Bélgica.
- Cid, E., Godino, J. D., & Batanero, C. (2003). *Sistemas Numéricos y su didáctica para Maestros*. Granada: Universidad de Granada.
- Evelio Bedoya, M. O. (1991). El niño y el sistema de Numeración Decimal. *Comunicación, Lenguaje y Educación*, 56-62.
- GINSBURG, D. E. (1998). *Números a Numerales Y a Cálculo*. Madrid: Síntesis.
- Gomez Alfonso, B. (1998). *Numeración y Cálculo*. Madrid: Síntesis S.A.
- Hogben. (1966).
- Ifrach. (1985).
- Lerner, D. (1992). *La matemática en la escuela aquí y ahora*. Buenos Aires: Aique.
- Martinez, J. (1988). El estudio de casos en la investigación educativa. *Investigación den la escuela*(6), 41 - 50.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Santafe de Bogotá: Magisterio.

- MEN. (1998). *Liniamientos Curriculares de Matematicas*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2006). *ESTANDARES BASICOS DE COMPETENCIAS*. Bogotá: Magisterio.
- MEN. (2015). Pruebas Saber 3°.
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Grado 2° Prueba Diagnostica, 2012 Daniela y Carlos*. Recuperado el 25 de Febrero de 2017, de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/node/87846>
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). [www.colombiaaprende.edu.co](http://www.colombiaaprende.edu.co). Obtenido de [aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712\\_matriz\\_m.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf)
- Nacional, M. d. (2006). *ESTANDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS*. Bogotá: Magisterio.
- Ortega Galvez, A. (Abril de 2008). *secuencia didactica diferentes formas de contar. Tesis de Pregrado*. Cali: Universidad del Valle.
- Porras Reyes, J. A., & Vivas Varon, L. V. (2009). *Equivalencias y valor de posición: elementos que orientan el funcionamiento del sistema de numeración decimal (snd1). Ponencia Décimo Colombiano De Matematica Educativa*. Pasto.
- Rittaud, B. (2008). *Viaje al pais de los números*. Barcelona, España: edicion Oniro.
- Russell, B. (1994). *Definición de Numero* (Vol. SIGMA 4 El mundo de las matemáticas). Barcelona: James R. Newman y ediciones GRIJALBO.
- Salazar , C., & Vivas, Y. (2013). *Enseñanza del sistema de numeración decimal a traves de la integración del material manipulativo*. cali.
- SALVAT EDITORES, S.A. (1989). *Matemágicas* (Vol. 10). Barcelona: CARVAJAL S.A.
- Seinderberg, A. (1962). *The Ritual Origin Of Countig*.
- Silva, M. (2005). *Numeracy Project Support Teacher Winnipeg School Division*. Recuperado el 21 de 03 de 2018, de Numeracy Project Support Teacher Winnipeg School Division: <http://pickettsmill.typepad.com/files/place-value-activity-pack.pdf>
- Smith, D. E., & Ginsburg, J. (1998). *Numeros a Numerales y a Calculo*. Madrid: Sistesis.

Sociedad Andaluza de Educación. (2000). *Estandares Para La Educación Matemática* . Andalucía:  
Sociedad Andaluza de Educación.

Vergnaud, G. (1990). *La theorie des champs Conceptuales Recherches en Didactique de Mathematiques*  
(Vol. 10). Mexico: DMECINVEST.

Vivas Varón, L. V., & Porras Reyes, J. A. (2009). Equivalencias y valor de posición: elementos que orientan  
el funcionamiento del sistema de numeración decimal (snd1). *Ponencia Décimo Congreso*  
*Colombiano De Matematica Educativa*. Pasto.



## Anexo 2: Desarrollo de sesión: inventemos nuestros propios números

<b>I.E. TÉCNICO DE COMERCIO SANTA CECILIA</b> <b>SEDE BRISAS DE LOS ALAMOS</b>		Oct 28/2017
NOMBRE: <u>MARIANA OSORIO</u>		
ÁREA: MATEMÁTICAS	2 SESIÓN	GRADO: 2°
Secuencia Didáctica		

**CONSTRUYENDO LOS NUMEROS**

Vamos a inventar nuestro propio sistema de numeración.

Escribe los símbolos que representaran las cantidades y poder así construir nuestro propio sistema de numeración.

Elementos	Representación	Elementos	Representación
I			
II		100	
III		1.000	
IIII		1.000.000	
IIIII			
IIIIII			

1. Cuáles son las reglas que servirán para utilizar los símbolos?

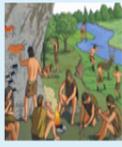
des con poner los numeros romanos

---

2. Con el sistema de numeración que inventamos escribamos las siguientes cantidades:

NUMERO	DESCOMPONEMOS	SIMBOLOS
12	$10 + 2$	
25	$10 + 10 + 5$	
120	$100 + 10 + 10$	
2.500	$1.000 + 1.000 + 100 + 100 + 100 + 100$	
6.920	$1.000 + 1.000 + 1.000 + 1.000 + 1.000 + 1.000 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10$	
222	$100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$	

### Anexo 3: Sesión ¿Cómo empezó eso de contar?

<p>¿SABES CÓMO EMPEZÓ ESO DE CONTAR?</p> 	<p>Hace mucho tiempo en la época prehistórica, el hombre no necesitaba contar. No tenía que hacerlo para cazar los animales que utilizaba para comer y vestirse.....</p> 	<p>No se conocían ni las horas, ni las semanas ni los meses, por lo que no había que llevar sus cuentas.</p> 	<p>Pero llego un momento en que la gente necesito contar....</p>
1	2	3	4
<p>Quizás fue cuando el hombre aprendió a domesticar a los animales y cuidar de sus rebaños. El pastor deseaba saber cuantas ovejas o cabras tenia.</p> 	<p>Amú, un pequeño pastor, necesitaba contar sus ovejas. Cuando llegaba al corral, abría la puerta solo lo suficiente para que las ovejas pudieran pasar de una en una.</p> 	<p>Cuando cada oveja pasaba por su lado, amú se tocaba un dedo. cuando había salido la última de las ovejas, Amú se había tocado todos los dedos de las dos manos menos uno.</p> 	<p>Cuando las devolvía la corral, las contaba de nuevo con los dedos, para asegurarse de que no había perdido ninguna.</p> 
5	6	7	8
<p>Los dedos fueron los primeros símbolos que se usaron como números.</p> <p>¡Y ASÍ ES COMO NACIO LA IDEA DE CONTAR CON NÚMEROS!</p>			

Anexo 4: Actividad piedras en la arena.

### PIEDRAS COMO DECENAS

Como todos los demás miembros de la familia, Mirian tenía mucho trabajo. Ya desde pequeña, Mirian había ayudado a su madre a moler el grano para el pan y a recoger uvas. Pero ahora tiene siete años y por primera vez debía trabajar todo el día. Su tarea diaria era vigilar el rebaño de cabras de la familia.

A medida que contaba cada cabra se tocaba un dedo. Cuando se había tocado todos los diez dedos decía: "aquí hay una decena de cabras." Luego empezaba a contar otra decena de cabras. Pero a veces olvidaba cuantas decenas de cabras llevaba contadas, y tenía que volver a empezar.

Sin embargo, Mirian era una chica lista. Pronto halló una respuesta a su problema. Reunió un cierto número de piedritas y cada vez que contaba una decena de cabras colocaba una piedra en el suelo. Cuando había contado el último grupo de cabras de ocho dedos, miró las piedras en el suelo. Había cuatro piedras. Eso significaba que tenía 4 decenas y ocho dedos de cabras, es decir, \_\_\_\_\_ cabras.

En esa época utilizar piedras o hacer muescas en el palo o marcas en una roca, era un buen sistema de llevar el control del número de cosas contadas.... Es mucho más fácil contar un número grande de cosas.

#### ACTIVIDAD

1. ¿Cómo hacía Mirian para contar cada cabra?


2. ¿Qué decía cuando se tocaba todos los diez dedos de la mano?


3. ¿Qué hizo para no olvidar cuantas decenas de cabras llevaba?


4. Realiza el dibujo que represente el sistema que utiliza Mirian para contar a sus cabras.

--

Anexo 5: Desarrollo de sesión piedras en la arena.

KAMILA chica Reina

PIEDRAS COMO DECENAS

Como todos los demás miembros de la familia, Mirian tenía mucho trabajo. Ya desde pequeña, Mirian había ayudado a su madre a moler el grano para el pan y a recoger uvas. Pero ahora tiene siete años y por primera vez debía trabajar todo el día. Su tarea diaria era vigilar el rebaño de cabras de la familia.

A medida que contaba cada cabra se tocaba un dedo. Cuando se había tocado todos los diez dedos decía: "aquí hay una decena de cabras." Luego empezaba a contar otra decena de cabras. Pero a veces olvidaba cuantas decenas de cabras llevaba contadas, y tenía que volver a empezar.

Sin embargo, Mirian era una chica lista. Pronto halló una respuesta a su problema. Reunió un cierto número de piedritas y cada vez que contaba una decena de cabras colocaba una piedra en el suelo. Cuando había contado el último grupo de cabras de ocho dedos, miró las piedras en el suelo. Había cuatro piedras. Eso significaba que tenía 4 decenas y ocho dedos de cabras, es decir, 48 cabras.

En esa época utilizar piedras o hacer muescas en el palo o marcas en una roca, era un buen sistema de llevar el control del número de cosas contadas.... Es mucho más fácil contar un número grande de cosas.

ACTIVIDAD

1. ¿Cómo hacía Mirian para contar cada cabra?

Primero con los dedos cada vez que pasaba una OVEJA luego con Piedras.

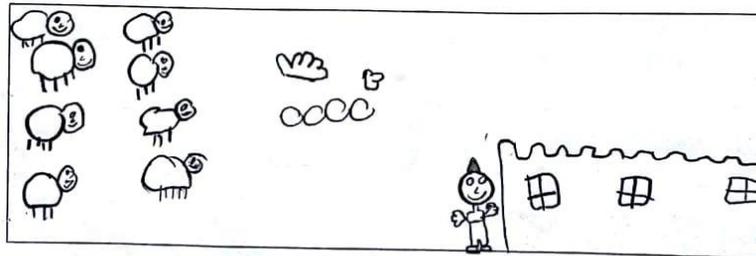
2. ¿Qué decía cuando se tocaba todos los diez dedos de la mano?

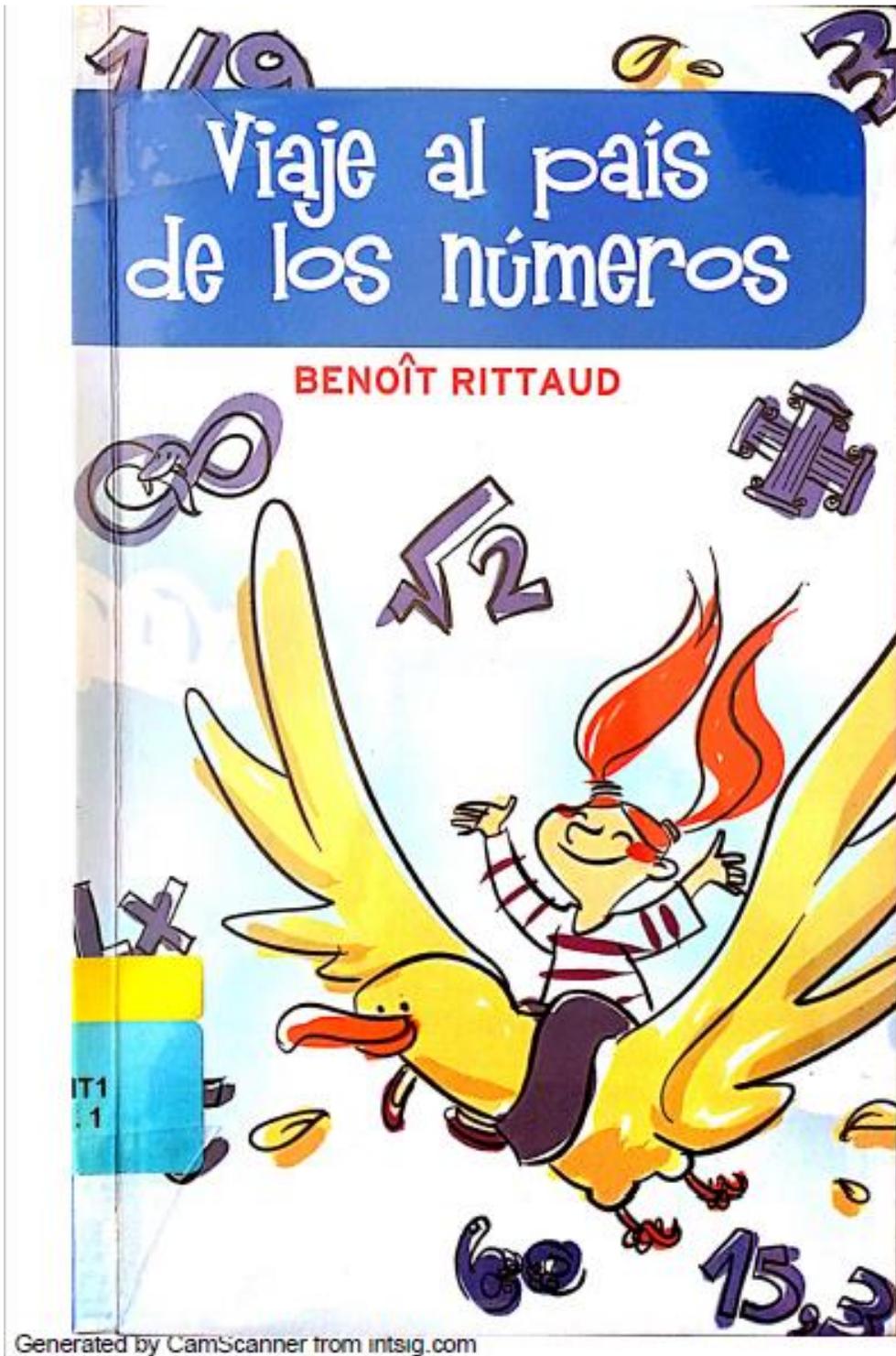
decía a qui hay una decena con cada Piedra.

3. ¿Qué hizo para no olvidar cuantas decenas de cabras llevaba?

Ponia una Piedra.

4. Realiza el dibujo que represente el sistema que utiliza Mirian para contar a sus cabras.





Anexo 7: Sesión: Piedras en la arena.

		<b>I.E. TECNICO DE COMERCIO SANTA CECILIA</b> <b>REDE BRIBAS DE LOS ALAMOS</b>
NOMBRE: _____		Nov 27/2017
Propuesta de Intervención		

1. En parejas, lee la historia, "Piedras en la arena" y con plastilina y palillos representa la manera de contar, como si fueras un mercader.

2. Representa las siguientes cantidades con surcos y piedras.

<b>123</b>	<b>456</b>
------------	------------

3. Después de escuchar la historia "la maravillosa máquina de contar Representa las siguientes cantidades con el ábaco Y dibújalos.



**362=**



**527=**

### Piedras en la arena

Imagina que eres un mercader que vivió hará 5.000 años en Babilonia. Tienes un problema que necesitas resolver. En tu almacén hay 45 cestos de grano. Y acabas de comprar otros 43 cestos de grano a un campesino. Quieres saber cuántos cestos de grano tienes ahora. ¿Qué puedes hacer?



Si trazas dos surcos en la arena y dispones de un saco de piedrecitas, puedes resolver tu problema.

En el surco de la derecha colocas 5 piedras. Cada una de esas piedras tiene un valor de uno, lo que te da un total de 5. En el surco de la izquierda colocas 4 piedras. Cada una de las piedras de este surco tiene un valor de diez, lo que te da un total de 40. Así que las piedras de los dos surcos te indican que tienes 4 decenas más 5 unidades, o sea un total de 45. Ahora sabes el número de cestos que tienes en tu almacén.

Ahora añades los nuevos 43 cestos, colocando 3 piedras más en el surco de las unidades y 4 piedras más en el surco de las decenas. Vuelve a sumar cada columna, y tendrás la respuesta a tu problema: 88 cestos.



La columna de la derecha vale por uno y la columna de la izquierda vale por diez.



### La maravillosa máquina de contar

Con el tiempo, la gente dejó de hacer surcos en la arena y usar piedras para contar. Esto les había dado la idea de un invento maravilloso: una máquina de contar. Construyeron un marco de madera y dentro colocaron piedras o cuentas ensartadas en hilos. Así dispusieron de una máquina de contar que era fácil de usar y podía ser llevada de un lado para otro.

Esta máquina de contar, llamada ábaco, es una herramienta que fue inventada por la gente en casi todas las partes del mundo. Los babilonios y los egipcios utilizaban el ábaco hará 5.000 años. Lo mismo hacían los chinos. Y cuando los españoles llegaron a América en el siglo XVI, descubrieron que los mayas también usaban el ábaco.

Cuando compras algo en una tienda, vas a la caja a pagarlo. ¿Te has preguntado alguna vez por qué se llama caja? Es porque, hace mucho tiempo, la caja era el lugar donde el comerciante se sentaba a contar con la caja del ábaco. Hoy el lugar está ocupado por la máquina registradora. Pero muchos comerciantes en China y en otras partes de Asia siguen utilizando todavía el ábaco.

Podemos usar el ábaco para resolver todo tipo de problemas de contar. Si sabes cómo usarlo puedes resolver problemas con mucha rapidez. ¡De hecho, se han celebrado concursos en los que una persona que utilizaba un ábaco ha conseguido resolver algunos problemas más rápido que una persona que usaba una calculadora electrónica!

Anexo 9: Prueba Final

	<b>I.E. TECNICO DE COMERCIO SANTA CECILIA SEDE BRISAS DE LOS ALAMOS</b>
NOMBRE: <u>MARIFANA osorio sánchez</u>	

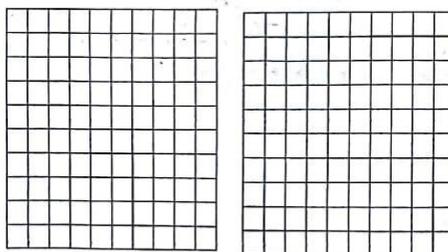
1. COMPLETA LA SIGUIENTE TABLA:

NÚMERO	ESCRIBE LA POSICIÓN QUE OCUPA CADA NÚMERO DE ACUERDO A SU VALOR POSICIONAL
26	2D + 6U
365	3C + 6D + 5U
1.525	1M + 5C + 2D + 5U
12.065	1M + 2C + 0D + 6D + 5U

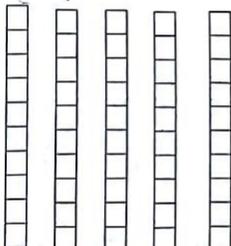
2. DESCOMPONGA LOS NÚMEROS EN UNIDADES, DECENAS Y CENTENAS.

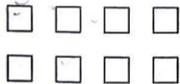
15: 10 + 5
26: 10 + 10 + 6
120: 100 + 20
1.462: 1000 + 400 + 60 + 2

3. ¿Escribe el número que representa los bloques?



2528

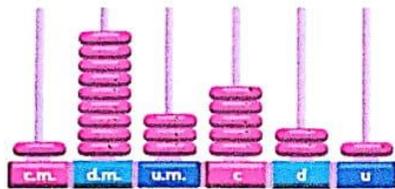




4. Escribe con tus palabras qué aprendiste de nuestro sistema numérico.

que primero van las centenas de mil y luego la decenas de mil, centenas, decenas y unidades.

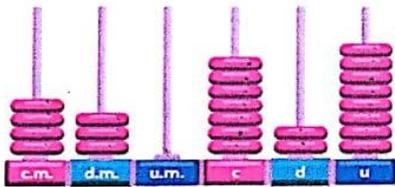
5. Escribe el número que se representa en el ábaco



Número: 193.521

Cómo se lee

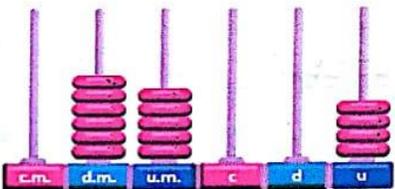
Cien noventa y tres mil quinientos



Número: 430.728

Cómo se lee

Cuatrocientos treinta mil setecientos veintiocho



Número: 065.004

Cómo se lee

sesenta y cinco mil cuatro

Anexo 10. Observaciones de campo.

## SESIÓN 1. INVENTEMOS NUESTROS PROPIOS NÚMEROS

Se inicia la sesión con una pequeña introducción sobre la importancia de las siguientes actividades, explicado que serán para una investigación que se desarrolla para un proyecto de grado de la universidad donde actualmente estudia la profesora.

Antes de entregarles la guía se les dice que esta actividad se llama, “Inventemos nuestros propios números” y para poder hacerla debería olvidar los números que siempre han utilizado y que deberían inventar nuevos símbolos que representaran cantidades.

La primera actividad consistía en representar cantidades con los símbolos inventados por ellos mismos. Inicialmente la consigna fue confusa, porque se presume que no entendían el término de símbolo y sistema numérico, la profesora interviene explicando el significado de esos conceptos en cada grupo de estudiantes de la siguiente manera:

Un símbolo es un número.... ¿El número uno representa un objeto verdad? Los estudiantes responden en coro: sí, El número dos representa dos objetos.... Ahora bien, consideren que no existen esos símbolos llamados números, sino que solo se utiliza los dedos de las manos para contar los objetos y es necesario inventarse los símbolos para escribir las cantidades.... -Inventen su propio sistema numérico ósea sus propios símbolos y escriban las reglas para poder usarlos-. La profesora también realiza el primer ejemplo de la actividad en el tablero.

La siguiente actividad se traslada para el final debido a las dificultades de los estudiantes para responderla.

Es así como se pasa a la tercera actividad, esta consistía en descomponer las cantidades y representarlas con los símbolos definidos por ellos mismos. En este punto algunos estudiantes que no manejan la secuencia de diez en diez, de cien en cien y de mil en mil, por ello les causo dificultad descomponer los números.

La profesora pregunta, cuantos estudiantes vinieron a la escuela, todos empiezan a contar de uno en uno, entonces la profesora interrumpe y les pregunta: ¿no es más fácil contar cuantos estudiantes hay en cada

fila y después multiplicar ese número por el número de filas? Todos hicieron el ejercicio y respondieron a la profesora, si son cinco filas y cada una tiene seis estudiantes, multiplicamos cinco por seis y nos da 30.

La profesora empieza a escribir en el tablero, así mismo se puede hacer con los números, estos se pueden descomponer de la siguiente forma: el 222 equivale a  $100+100+10+10+1+1$ .

Y así realizo varios ejemplos. Después de esta explicación los estudiantes hicieron la actividad.

Cómo es más fácil contar grandes cantidades: ¿de uno en uno o de diez en diez, o cien en cien? Los estudiantes respondieron en coro, es más fácil contar en grupos.

Al analizar este aspecto de descomposición de números y al ver que se sumaban las cantidades, los estudiantes responden la pregunta número dos de la guía, utilizando palabras como suma y descomposición.

## SESIÓN 2. ¿SABES CÓMO EMPEZÓ ESO DE CONTAR?

Antes de realizar la exposición, les hice la pregunta: ¿sabes cómo empezó eso de contar? Algunos levantaron la mano respondiendo, para contar sus ovejas. Para contar su ganado, etc. Con esta respuesta es claro que algunos niños son conscientes de la utilidad de los números en diferentes contextos.

Después de eso, realice la exposición de power point a los estudiantes, les llamo la atención las imágenes y estaban muy motivados por la presentación, el principio de la historia relata la necesidad que tuvieron las personas de aprender a contar, ese era uno de los objetivos más importantes, reconocer que la matemática surgió a raíz de una necesidad y fue inventada por el hombre. el segundo objetivo fue mostrar el concepto de correspondencia uno a uno cuando se expone el método que utiliza el protagonista de la historia: dejar salir sus ovejas y hacer la correspondencia con sus dedos, sin necesidad de recurrir a los números, un invento que aún no existía.

Así pues, con esta historia se plantea la importancia de los dedos de la mano como las primeras manifestaciones del conteo haciendo una correspondencia una a uno. Y relacionando los diez dedos de las manos como la posible causa que tuvieron para plantear la base diez del SND.

Cuando terminé la exposición sobre la historia de Amud, fue la oportunidad perfecta para introducir la siguiente actividad, repartí las guías y les dije que leyeran la historia, los estudiantes leyeron muy concentrados y empezaron a responder las preguntas.

En esta actividad los estudiantes no tuvieron mayor dificultad, después de que ellos respondieron, la profesora lee la historia y responde las preguntas de forma oral con ayuda de los estudiantes quienes levantan la mano para participar. Se trata de establecer que debido a la necesidad de contar más objetos que dedos, tuvieron que hacer una equivalencia de conjuntos de unidades, en este caso un conjunto de diez unidades equivaldría a una piedra. Es así como se introduce el concepto de decena.

Al final la profesora concluye con todos los estudiantes que cuando se cuenta una gran cantidad de cosas es más fácil hacer paquetes de diez. Como lo hacía Mirian con sus cabras. Y este grupo de diez unidades se llama la decena.

Se pregunta a todos los asistentes ¿cómo hacemos para contar más de cien cabras con este método? Aquí se introduce el concepto de centena y se muestra en el tablero los diez grupos de diez.

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 100$$

La profesora escribe los números en el tablero y les pide que los descomponga.

$$10 = 10 \text{ el diez está conformado por diez unidades}$$

$$11 = 10 + 1 \text{ el once está conformado por una decena y una unidad}$$

$$12 = 10 + 2 \text{ el doce está conformado por una decena y dos unidades.}$$

$$20 = 10 + 10$$

$$22 = 10 + 10 + 2$$

$$100 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$$

¿Cuántas decenas tiene cien? Esta pregunta las responde en sus cuadernos.

Después de esta actividad, la profesora introduce el concepto de centena, aprovechando la idea de paquetes de diez.