

# Sistema electrónico para la evaluación de la estabilidad postural en fase de bipedestación estática



Alejandro Josué Torrente Calderón

Director: PhD. Carlos Felipe Rengifo Rodas

*Universidad del Cauca*

Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones

Ingeniería en Automática Industrial

Popayán, 2017

# Sistema electrónico para la evaluación de la estabilidad postural en fase de bipedestación estática

Alejandro Josué Torrente Calderón

Trabajo de grado presentado como  
requisito parcial para optar al título de  
Ingeniero en Automática Industrial

Director: PhD. Carlos Felipe Rengifo Rodas

*Universidad del Cauca*

Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones

Ingeniería en Automática Industrial

Popayán, 2017

# Agradecimientos

Gracias a Dios por la Voluntad y la Fe para recorrer este camino de formación profesional que hoy llega a su finalización.

Gracias a toda mi familia en especial a mis padres por brindarme todo su tiempo, esfuerzo, ayuda, amor y motivación incondicionales a lo largo de mi vida.

Gracias al Doctor Carlos Felipe Rengifo por la paciencia que me ha tenido. Es de resaltar que siempre busca que los estudiantes tengamos una gran motivación para desarrollar nuestra carrera y es de admirar la pasión que tiene por la academia.

Gracias a todos mis compañeros de carrera que me han brindado su más sincera amistad.

# Índice general

<b>Lista de figuras</b>	<b>VI</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>X</b>
<b>Estado del arte</b>	<b>XI</b>
<b>1. Fundamentos para estimar la orientación</b>	<b>1</b>
1.1. Ecuaciones de rotación . . . . .	1
1.2. Ángulos de Euler . . . . .	4
1.2.1. Introducción . . . . .	4
1.2.2. Marcos de coordenadas . . . . .	5
1.3. Uso de los ángulos de Euler en la salida del sensor . . . . .	9
1.4. Estimación de la orientación . . . . .	10
1.4.1. Estimar ángulos con acelerómetros . . . . .	11
1.4.2. Estimar ángulos con giróscopos . . . . .	12
1.4.3. Combinación de datos del giróscopo y del acelerómetro . . . . .	13
<b>2. Filtro de Kalman y filtro Complementario</b>	<b>15</b>
2.1. Introducción . . . . .	15

2.2.	Un ejemplo simple de la utilización del filtro de Kalman . . . . .	16
2.3.	Manejo del ruido . . . . .	17
2.4.	El Filtro de Kalman . . . . .	18
2.4.1.	Estimación de estados . . . . .	20
2.4.2.	Cálculo de la ganancia . . . . .	21
2.4.3.	Fusión sensorial . . . . .	22
2.4.4.	Filtro de Kalman en forma matricial . . . . .	23
2.5.	Filtro de Kalman extendido . . . . .	25
2.5.1.	Fusión Sensorial no-lineal . . . . .	27
2.6.	El filtro Complementario . . . . .	30
<b>3.</b>	<b>Polígono convexo de las trayectorias del centro de masa</b>	<b>33</b>
3.1.	El centro de gravedad . . . . .	33
3.1.1.	Ubicación del Centro de gravedad . . . . .	34
3.2.	Polígono convexo . . . . .	35
3.3.	Envolvente convexa . . . . .	36
3.3.1.	Propiedades de la envolvente convexa . . . . .	37
3.3.2.	Aplicaciones de la envolvente convexa . . . . .	38
3.3.3.	Algoritmos para el cálculo de la envolvente convexa . . . . .	38
3.3.4.	Método de Graham . . . . .	39
3.3.5.	Método de Jarvis March . . . . .	39
3.4.	Obtención de la proyección . . . . .	40
3.5.	Generar polígono convexo en Matlab . . . . .	41

<b>4. Prototipo del Evaluador de Estabilidad</b>	<b>44</b>
4.1. Requerimientos del sistema electrónico . . . . .	44
4.2. Diseño del prototipo hardware . . . . .	48
4.2.1. Diagrama de Flujo . . . . .	48
4.2.2. Módulo de control . . . . .	49
4.2.3. Módulo de sensado . . . . .	50
4.2.4. Módulo de comunicación inalámbrica . . . . .	52
4.2.5. Módulo de almacenaje de datos . . . . .	54
4.2.6. Integración de componentes . . . . .	56
4.3. Diseño del aplicativo software . . . . .	59
4.3.1. Diagrama de Casos de Uso . . . . .	59
4.3.2. Diagrama de Flujo . . . . .	61
4.3.3. Diagrama de secuencia . . . . .	62
4.3.4. Diseño de la interfaz de usuario . . . . .	63
<b>5. Pruebas y análisis de resultados</b>	<b>69</b>
5.1. Protocolo de pruebas . . . . .	69
5.1.1. Desarrollo del protocolo de pruebas . . . . .	70
5.2. Tablas de resultados y análisis de datos . . . . .	76
5.3. Resultados finales . . . . .	90
<b>6. Conclusiones y Trabajos Futuros</b>	<b>93</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	93
6.2. Trabajos Futuros . . . . .	94

<b>Anexos</b>	<b>99</b>
<b>A. Anexo I: Emparejamiento del módulo Bluetooth y el equipo</b>	<b>100</b>

# Índice de figuras

1.1. Rotación alrededor del eje Z. . . . .	2
1.2. Ángulos de Euler. . . . .	4
1.3. Movimiento angular. . . . .	5
1.4. Marco del vehículo 1. . . . .	6
1.5. Marco del vehículo 2. . . . .	7
1.6. Marco del Cuerpo. . . . .	8
2.1. Filtro de Kalman como estimador. . . . .	16
2.2. Ejemplo 1: Cambios de altitud para 95% . . . . .	16
2.3. Ejemplo 1: Cambios de altitud para 99,5% . . . . .	17
2.4. Sistema dinámico con errores. . . . .	17
2.5. Altitud Observada vs Tiempo. . . . .	18
2.6. Filtro Complementario aplicado al ángulo Roll. . . . .	32
3.1. Centro de gravedad en una persona. . . . .	34
3.2. Centro de gravedad en una persona Vertebra S2. . . . .	35
3.3. Polígono convexo. . . . .	35
3.4. Elementos de un polígono. . . . .	36
3.5. Primera propiedad envolvente convexa. . . . .	37

3.6.	Segunda propiedad envolvente convexa. . . . .	38
3.7.	Trayectorias encerradas por un polígono convexo. . . . .	39
3.8.	Proyección del Centro de Masa del cuerpo mediante el sensor de altura $h$ en el plano horizontal. . . . .	41
3.9.	Polígono convexo con los puntos de la proyección. . . . .	42
3.10.	Fracción de código Matlab para generar polígono convexo con Kalman. . .	42
4.1.	Componentes del Prototipo. . . . .	47
4.2.	Diagrama de flujo para el dispositivo hardware. . . . .	48
4.3.	Tarjeta Arduino Mega ADK . . . . .	49
4.4.	IMU . . . . .	51
4.5.	Esquema de conexión entre la IMU MPU 6050 y la tarjeta Arduino Mega ADK. . . . .	52
4.6.	Bluetooth . . . . .	53
4.7.	Esquema de conexión entre la tarjeta Arduino Mega y el módulo bluetooth HC-05. . . . .	54
4.8.	MicroSD . . . . .	55
4.9.	Esquema de conexión entre el Adaptador MicroSD y Arduino Mega ADK .	56
4.10.	Modelo de conexión entre todos los dispositivos hardware. . . . .	57
4.11.	Componentes del dispositivo hardware (abierto). . . . .	58
4.12.	Dispositivo hardware final (parte trasera). . . . .	59
4.13.	Diagrama de casos de uso para el aplicativo. . . . .	60
4.14.	Diagrama de flujo del aplicativo para evaluación de estabilidad postural. .	61
4.15.	Diagrama de secuencia UML del aplicativo. . . . .	63
4.16.	Pestañas que componen la aplicación. . . . .	64

4.17. Pestaña de datos personales. . . . .	65
4.18. Toma de datos. . . . .	65
4.19. Panel para graficar el polígono convexo. . . . .	66
4.20. Paneles para graficar los datos finales. . . . .	66
4.21. Menú del evaluador de estabilidad. . . . .	67
4.22. Modelo de arquitectura informal hardware con componente software. . . . .	68
5.1. Ubicación del computador y otros materiales para realizar las pruebas. . . . .	70
5.2. Registro fotográfico del sitio de prueba. . . . .	70
5.3. Toma de medidas de la altura del centro de gravedad. . . . .	71
5.4. Registro de los pacientes. . . . .	72
5.5. Instrumentación del participante. . . . .	72
5.6. Perfil de frente del participante . . . . .	73
5.7. Perfil posterior del participante. . . . .	73
5.8. Perfil izquierdo del participante. . . . .	74
5.9. Perfil derecho del participante. . . . .	74
5.10. Distancia de los pies del participante. . . . .	75
5.11. Toma de datos . . . . .	75
5.12. Autocorrelación del ruido del acelerómetro (Plano Sagital) . . . . .	77
5.13. Autocorrelación del ruido del acelerómetro (Plano Frontal) . . . . .	77
5.14. Diagrama de cajas y bigotes de las áreas de los polígonos con los pies juntos	79
5.15. Diagrama de cajas y bigotes de las áreas de los polígonos con los pies separados 10cm . . . . .	81
5.16. Diagrama de cajas y bigotes de las áreas de los polígonos con los pies separados 20cm . . . . .	83

5.17. Diagrama de cajas y bigotes de las oscilaciones en los planos A/P y M/L con los pies juntos . . . . .	85
5.18. Diagrama de cajas y bigotes de las oscilaciones con los pies separados 10cm	87
5.19. Diagrama de cajas y bigotes de las oscilaciones en los planos A/P y M/L con los pies separados 20cm . . . . .	89
5.20. Variables de entrada y salida del evaluador de estabilidad postural. . . . .	90
5.21. Polígono convexo generado por un participante en fase estática . . . . .	91
5.22. Polígono convexo generado por un participante que estuvo en movimiento .	92
A.1. Paso 1: Abrir dispositivos Bluetooth . . . . .	100
A.2. Paso 2: Mostrar los dispositivos Bluetooth . . . . .	101
A.3. Paso 3: Emparejamiento Bluetooth . . . . .	102
A.4. Paso 4: Ver Controladores . . . . .	103
A.5. Paso 5: Cambiar la configuración . . . . .	104
A.6. Paso 6: Actualizar Controladores . . . . .	105
A.7. Paso 7: Actualización automática . . . . .	106

# Índice de cuadros

4.1. Conexión entre la MPU 6050 y Arduino. . . . .	52
4.2. Conexión entre el módulo Bluetooth y Arduino. . . . .	54
4.3. Conexión entre el adaptador MicroSD y Arduino Mega ADK. . . . .	56
5.1. Protocolo de pruebas. . . . .	69
5.2. Área promedio del polígono con el dispositivo en reposo. . . . .	76
5.3. Tabla de pruebas de las áreas de los polígonos con los pies juntos. . . . .	78
5.4. Tabla de pruebas de las áreas de los polígonos con los pies separados 10cm. . . . .	80
5.5. Tabla de pruebas de las áreas de los polígonos con los pies separados 20cm. . . . .	82
5.6. Área promedio en $cm^2$ de los polígonos de sustentación para diferentes distancias entre los pies. . . . .	83
5.7. Desviación estándar en $cm^2$ del área de los polígonos de sustentación para diferentes distancias entre los pies. . . . .	84
5.8. Oscilaciones en los planos frontal y sagital con los pies juntos . . . . .	84
5.9. Oscilaciones en los planos frontal y sagital con los separados 10cm. . . . .	86
5.10. Oscilaciones en los planos frontal y sagital con los separados 20cm. . . . .	88
5.11. Promedio de las distancias recorridas ( $cm$ ) en los planos A/P y M/L. . . . .	89
5.12. Desviación estándar en $cm$ de las distancias en los planos A/P y M/L. . . . .	89

# Estado del Arte

Evaluar la estabilidad postural en las personas es un factor muy importante para conocer su estado de salud y comprobar si tienen problemas cognitivos o neurológicos, por ello, existe la necesidad de desarrollar sistemas electrónicos que ayuden en esta ardua tarea [1]. Además, las medidas de variación en la estabilidad postural en los adultos mayores, son un insumo de gran utilidad para estimar el riesgo de caída que tiene un adulto mayor [2].

Existen tres formas de lograr la estimación de variables biomecánicas: los sistemas ópticos de captura de movimiento [3], los dispositivos inerciales [4] y los sistemas basados en plataformas de fuerza [5]. Los sistemas ópticos de captura de movimiento se utilizan como patrón de comparación principalmente [6] y los sistemas basados en plataforma de fuerza se usan cuando se requiere calcular la proyección sobre el suelo del centro de gravedad [4]. Los sistemas inerciales son los más implementados debido a su facilidad para ser usados de forma ambulatoria [7].

En el ámbito médico y científico existen muchos sistemas electrónicos inerciales cuyo fin es evaluar la estabilidad postural de los seres humanos, estos dispositivos son de bajo costo y pueden ser usados por personas sin conocimientos médicos ya que son lo bastante pequeños y robustos para uso en el hogar [1], [8].

## **Sistemas inerciales para medir estabilidad postural**

En [1] se dice que un sistema para medir la estabilidad postural en seres humanos es ventajoso para la evaluación clínica, especialmente para intervención de rehabilitación. En general, los problemas de equilibrio aumentan con la edad [8] y también por alteración sensorial o falla en la función nerviosa central causada por la enfermedad de Parkinson o neuropatía periférica.

## **Sistemas basados en acelerómetros**

En [9] se muestra un método para evaluar balance postural que se basa en medidas de aceleración, en el que se integran sensores inerciales y señales de electromiograma para medir la actividad muscular al realizar movimientos. El enfoque se comparó con una plataforma de balanceo y se mostró que los dos sistemas tienen el mismo comportamiento ante las mismas condiciones de prueba. Por otro lado, en [10] se calculan directamente las medidas de equilibrio a partir de las trayectorias de aceleración en el plano horizontal.

En [11] se explica que se utilizaron dos grupos de 20 personas cada uno. El primero de ellos conformado por pacientes con Parkinson y el otro el grupo de control. Los resultados mostraron que los parámetros extraídos de las medidas de aceleración permiten diferenciar los pacientes pertenecientes a cada grupo.

## **Sistemas basados en giróscopos**

Otros investigadores como [12] usan las mediciones del giroscopio, en lugar de medidas de acelerómetro. En este se realizaron pruebas a pacientes con pérdida vestibular y pérdida propioceptiva, y se llegó a la conclusión de que la identificación precisa de los déficit de equilibrio debido a estos dos trastornos puede ser útil en la práctica clínica como una herramienta de diagnóstico funcional. En [13] se evaluó el balanceo postural con base en variables relacionadas con el centro de masa: velocidad promedio, distancia media y área de balanceo.

## **Sistemas basados en fusión de acelerómetros y giróscopos**

Muchos investigadores han utilizado el filtro de Kalman para estimar la orientación de segmentos del cuerpo humano [1], [14], [2], [15], [16].

Estos trabajos tienen su uso ya sea para utilizar los filtros de Kalman como optimizador en tiempo real, para filtrar señales sensoriales, o para medir la orientación del cuerpo humano como se muestra en [2], [16]. En [14] se utiliza un filtro de Kalman optimizado para la estimación de la orientación del tronco durante la marcha a partir de datos de los sensores inerciales. Con lo anterior se puede notar que el filtro de Kalman se utiliza para realizar fusión sensorial y con esto encontrar la orientación del cuerpo humano.

En [15] se presenta un método de estimación de las orientaciones de los miembros inferiores utilizando una combinación de acelerómetros y giroscopios. El modelo se basa en la estimación de las aceleraciones del tobillo y de las articulaciones de la rodilla mediante la colocación de sensores virtuales en los centros de rotación. El método fue validado mediante la medición de movimientos de las extremidades inferiores de ocho sujetos, que caminaban a tres velocidades diferentes, y se compararon los resultados.

Finalmente, en [1] se muestra el desarrollo de un sistema electrónico que ha utilizado el filtro de Kalman para estimar la orientación del cuerpo; este filtro se usa como un algoritmo de fusión de datos para estimar la orientación del cuerpo a partir de la aceleración y las señales de velocidad angular. Con el fin de obtener las coordenadas del centro de masa del cuerpo, la altura del sensor se proyecta en el plano horizontal mediante el uso de la orientación estimada. El algoritmo propuesto permitió realizar medidas conducentes al análisis de la oscilación postural.

## **Efecto del temblor**

Para los pacientes con enfermedad de Parkinson se debe considerar el efecto del temblor en el cálculo de los parámetros de equilibrio, por lo tanto, un filtro de eliminación de temblor es fundamental en este caso. En [10] se presenta un filtro de Hilbert-Huang para eliminar la señal de temblor, esta se lleva a cabo antes de calcular los parámetros de equilibrio. El ancho de banda del proceso de estabilización postural está principalmente por debajo de 3 Hz, mientras que el temblor se encuentra típicamente entre 4 y 7 Hz.

## **Aportes**

El presente trabajo de grado, que se enmarca dentro de la tesis doctoral “Incidencia de los sistemas electrónicos de medición de variables biomecánicas en la concordancia intra e inter evaluador del examen de función motora de Tinetti”, realiza una contribución a nivel de instrumentación de variables biomecánicas en el contexto de la valoración del riesgo de caída.

# Objetivos

En el desarrollo de sistemas electrónicos existen muchos aspectos para apoyo a exámenes de evaluación de la función motora que aún se están investigando, como la selección de la mejor ubicación de sensores (acelerómetros y giróscopos) en el cuerpo humano [4]. Por estas razones, se propone realizar un sistema electrónico que permita evaluar la estabilidad postural de una persona en fase de bipedestación estática, utilizando fusión sensorial entre medidas de velocidad angular y aceleraciones lineales que entregan respectivamente el giróscopo y el acelerómetro a partir de un filtro de Kalman.

Con el presente trabajo se quiere contribuir en la solución de la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo desarrollar un sistema electrónico que permita evaluar la estabilidad postural en fase de bipedestación por medio de sensores de velocidad angular y de aceleración lineal?

## Objetivo General

Desarrollar un sistema electrónico para la evaluación de la estabilidad postural de seres humanos en fase de bipedestación estática.

## Objetivo Específicos

- Implementar un sistema de fusión sensorial que combine medidas de velocidad y de aceleración angular para determinar la orientación del tronco del cuerpo humano en los planos frontal y sagital.
- Desarrollar un algoritmo que determine el polígono convexo que encierra la trayectoria generada por la proyección del centro de masa sobre el suelo.
- Determinar experimentalmente los límites de variación de la proyección del centro de gravedad a partir de una muestra de diez (10) adultos.

## Estructura de la Monografía

Además del estado del arte, este trabajo se compone de seis capítulos:

En el capítulo 1 se hace una recopilación general sobre los fundamentos teóricos para obtener la orientación de un cuerpo a partir de los ángulos de Euler.

En el capítulo 2 se realiza un acercamiento a los conceptos del filtro de Kalman y filtro Complementario, esto como fin de utilizarlos para realizar fusión sensorial entre un acelerómetro y un giróscopo.

En el capítulo 3 se explican las bases conceptuales sobre los polígonos convexos y se incluyen conceptos sobre el centro de gravedad de una persona, esto con el fin de cumplir el objetivo específico dos.

En el capítulo 4 se da a conocer el dispositivo electrónico que se realizó para la evaluación de la estabilidad postural, teniendo en cuenta que esta compuesto por un prototipo hardware y un aplicativo software.

En el capítulo 5 se da a conocer el protocolo implementado para los experimentos del sistema electrónico, además se miran los límites de variación del centro de gravedad según las pruebas realizadas.

Por último, en el capítulo 6 se muestran las conclusiones, con el fin de obtener un resultado que concluya la pregunta de investigación realizada en este trabajo. Además de especificar trabajos que se pueden desarrollar a futuro.

# Capítulo 1

## Fundamentos para estimar la orientación

Cuando se quiere realizar la estimación de balanceo y cabeceo de un cuerpo, los mejores resultados se obtienen mediante la combinación de datos procedentes de múltiples sensores, aprovechando sus diferentes características, ventajas e información obtenida. Por ejemplo, las velocidades angulares que generan los giróscopos electrónicos pueden integrarse para producir estimaciones de ángulos que sean fiables a corto plazo, pero que tienden a la deriva (*drift*) en el largo plazo.

Los acelerómetros, por otra parte, son sensibles a las vibraciones y otras aceleraciones fuera de la gravedad a corto plazo, pero se puede confiar en ellos a largo plazo para proporcionar estimaciones de ángulos que no fallen a medida que avanza el tiempo.

La combinación de giróscopos y acelerómetros brinda mejores resultados, es decir estimaciones de ángulos que son resistentes a las vibraciones e inmunes a la deriva angular a largo plazo.

### 1.1. Ecuaciones de rotación

La figura 1.1 ilustra la rotación alrededor del eje Z del sistema XY en XY'. La distancia r desde el origen al punto P es igual en ambos sistemas.

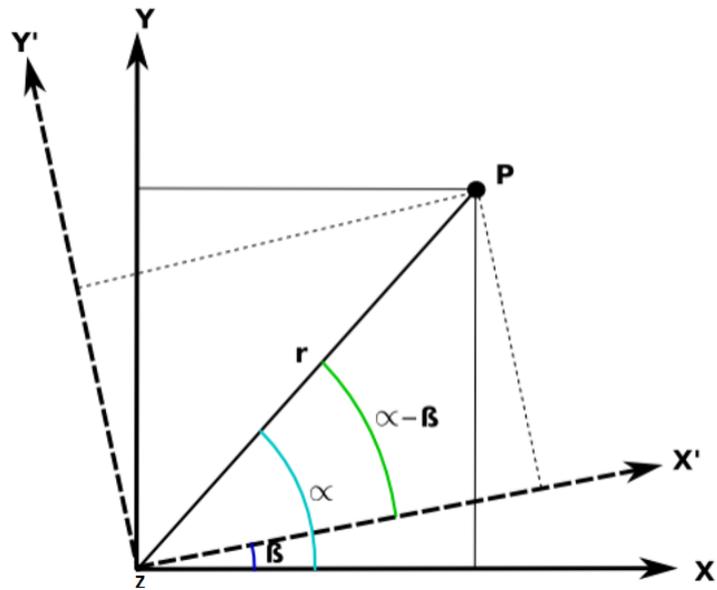


Figura 1.1: Rotación alrededor del eje Z [Tomado de <http://www.vias.org/>].

Las respectivas coordenadas  $(x,y)$  y  $(x',y')$  se pueden escribir:

$$x = r \cdot \cos(\alpha) \quad (1.1)$$

$$y = r \cdot \sin(\alpha) \quad (1.2)$$

$$x' = r \cdot \cos(\alpha - \beta) \quad (1.3)$$

$$y' = r \cdot \sin(\alpha - \beta) \quad (1.4)$$

Tomando en cuenta lo siguiente:

$$x' = r \cos(\alpha - \beta) = r(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta) \quad (1.5)$$

$$x' = r(\cos \alpha \cos \beta) + r(\sin \alpha \sin \beta) \quad (1.6)$$

$$x' = x \cos \beta + y \sin \beta \quad (1.7)$$

se hace lo mismo con  $y'$ :

$$y' = r \sin(\alpha - \beta) = r(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) \quad (1.8)$$

$$y' = r(\sin \alpha \cos \beta) - r(\cos \alpha \sin \beta) \quad (1.9)$$

$$y' = -x \sin \beta + y \sin \beta \quad (1.10)$$

Se escriben las ecuaciones (1.7) y (1.10) de manera matricial así :

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

La expresión (1.11) determina la rotación en dos dimensiones.

Para obtener la expresión tridimensional basta saber que en este caso la rotación es exclusivamente alrededor del eje Z y por tanto las coordenadas z se mantienen constantes. Entonces la rotación alrededor de Z es:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Siguiendo un procedimiento semejante se pueden deducir las expresiones de rotación alrededor de X e Y . Como los ejes de coordenados son  $x$ ,  $y$  y  $z$ , las matrices de rotación correspondientes se les llama  $R_x$ ,  $R_y$  y  $R_z$ :

$$R_x(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

$$R_z(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

## 1.2. Ángulos de Euler

### 1.2.1. Introducción

Los ángulos de Euler proporcionan una forma de representar la orientación en 3D de un objeto usando una combinación de tres rotaciones alrededor de diferentes ejes.

Los ángulos de Euler fueron introducidos por Leonhard Euler para describir la orientación de un cuerpo rígido. Estos también se utilizan para describir la orientación de un marco de referencia (típicamente, un sistema de coordenadas) con relación a otro. Por lo general se denominan  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , ó  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$ .

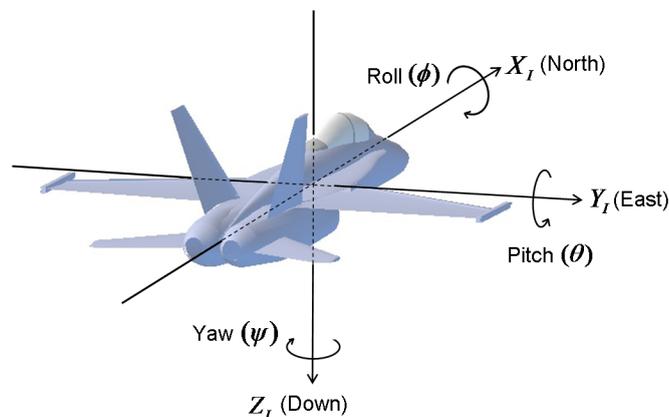


Figura 1.2: Ángulos de Euler-Sistema inercial[Tomado de <http://www.chrobotics.com/library/understanding-euler-angles>].

Donde *Roll* es el ángulo de balanceo, *Pitch* es el ángulo de cabeceo y *Yaw* es el ángulo de giro. La secuencia de rotaciones utilizadas para representar una orientación dada es: Primero *Yaw*, luego *Pitch*, y finalmente *Roll*.

El movimiento en el espacio se puede dividir en:

- Tres grados de libertad de rotación:
  - Yaw.
  - Pitch.
  - Roll.
  
- Tres grados de libertad de traslación:
  - Izquierda-Derecha.
  - Arriba-Abajo.
  - Atrás-Adelante.

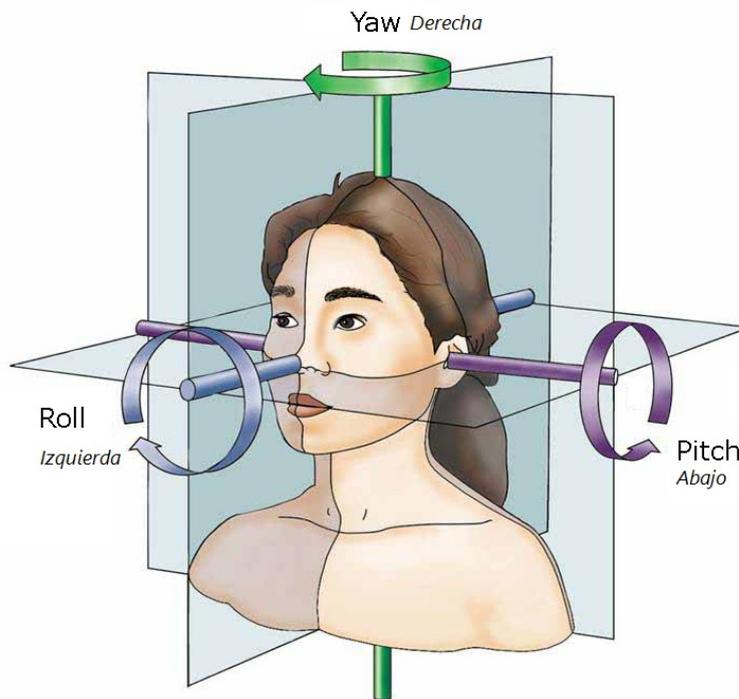


Figura 1.3: Movimiento angular [Tomado de <http://www.utdallas.edu/>].

### 1.2.2. Marcos de coordenadas

Se utilizan varios marcos de coordenadas para describir la orientación de un sensor incluyendo el *sistema de referencia inercial*, el *marco del vehículo 1*, el *marco del vehículo 2*, y el *marco del cuerpo*. Los ejes de referencia inercial del sistema son fijos a la Tierra, y

los ejes del marco del cuerpo están alineados con el sensor. Los marcos del vehículo 1 y el vehículo 2 son fotogramas intermedios utilizados para comodidad a la hora de ilustrar la secuencia de operaciones que llevan desde el sistema inercial al marco del cuerpo del sensor.

Se utilizan cuatro marcos de coordenadas diferentes para describir la orientación del sensor y entenderlo de forma más simple.

Los ejemplos se darán suponiendo que el sensor se encuentra ubicado en un avión.

1. Sistema de referencia inercial: El sistema de referencia inercial es un marco donde los ejes están fijos a la Tierra y funciona como una referencia inmóvil como se ve en la figura 1.2.
2. Marco del vehículo 1: En este marco se rota *Yaw* generando un nuevo marco de coordenadas diferente al de referencia inercial. La rotación en *Yaw* produce un nuevo marco de coordenadas donde el eje *Z* se alinea con el marco inercial y los ejes *X* y *Y* son rotados por el ángulo  $\psi$ . A continuación se pueden ver en la gráfica 1.4 la rotación:

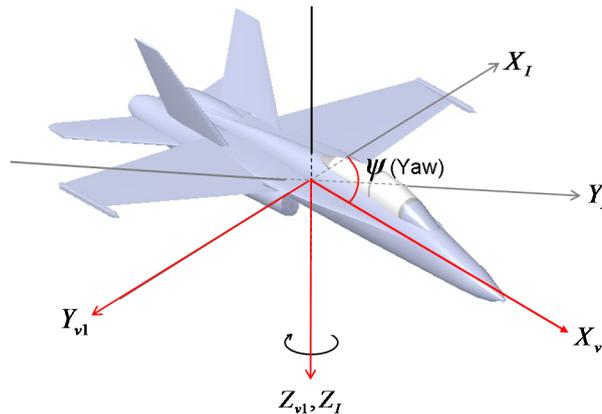


Figura 1.4: Marco del vehículo 1 [Tomado de <http://www.chrobotics.com/library/understanding-euler-angles>].

- Los ejes del marco del vehículo 1 son los rojos.
- Los ejes del sistema de referencia inercial son los grises.

La rotación de un vector desde el sistema de referencia inercial al marco vehículo 1 puede ser realizado multiplicando el vector por la matriz de rotación como se ve a continuación:

$$R_I^{v_1}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

3. Marco del vehículo 2: Este marco representa la rotación en *Yaw* y *Pitch*.

*Pitch* representa la rotación alrededor del eje Y del vehículo 1 por un ángulo  $\theta$  como se muestra en la figura 1.5.

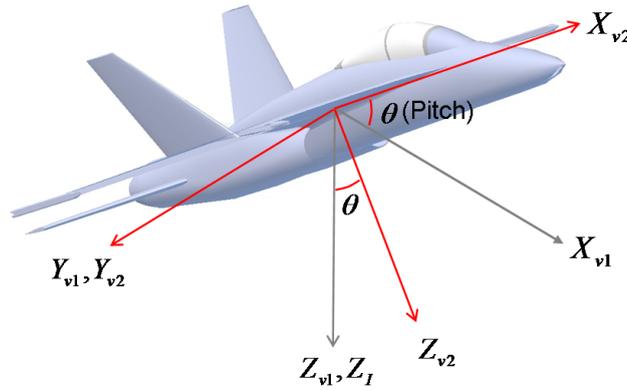


Figura 1.5: Marco del vehículo 2 [Tomado de <http://www.chrobotics.com/library/understanding-euler-angles>].

- Los ejes del marco del vehículo 1 se muestran en gris.
- Los ejes del marco del vehículo 2 se muestran en rojo.

Sabiendo que *Pitch* no es la rotación del eje Y del marco inercial entonces se tiene la matriz de rotación para el movimiento de el marco del vehículo-1 hasta el marco del vehículo-2 la cual esta dada por:

$$R_{v_1}^{v_2}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

4. Marco del Cuerpo: Este marco representa la rotación en *Yaw*, *Pitch* y *Roll*. Como ya se ha tratado anteriormente el marco del cuerpo es el sistema de coordenadas

que esta alineado con el cuerpo del sensor y este se obtiene mediante la realización de una rotación por el ángulo  $\phi$  alrededor del eje X del marco de vehículo-2 como se muestra en la figura 1.6:

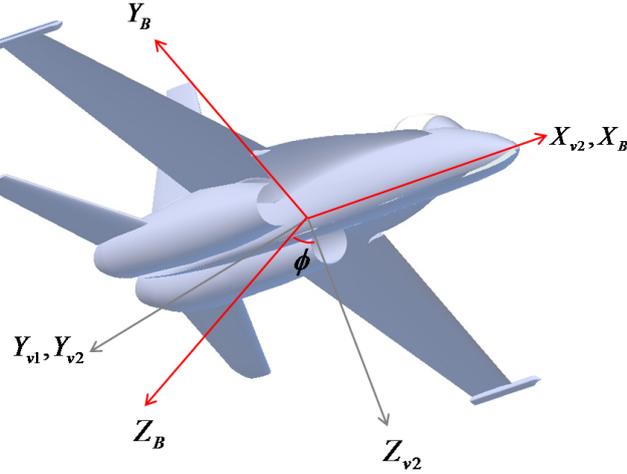


Figura 1.6: Marco del Cuerpo [Tomado de <http://www.chrobotics.com/library/understanding-euler-angles>].

- Los ejes del marco del vehículo 2 se muestran en gris.
- Los ejes del marco del cuerpo se muestran en rojo.

La matriz de rotación para el movimiento del marco del vehículo 2 hasta el marco del cuerpo está dada por:

$$R_{v_2}^B(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

La matriz de rotación completa para moverse desde el sistema de referencia inercial al marco del cuerpo está dada por:

$$R_I^B(\phi, \theta, \psi) = R_{v_2}^B(\phi)R_{v_1}^{v_2}(\theta)R_I^{v_1}(\psi) \quad (1.19)$$

Desarrollando la multiplicación, la rotación completa desde el sistema inercial hasta el marco del cuerpo está dada por:

$$R_I^B(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \cos \psi \sin \phi \sin \theta - \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \sin \theta & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \theta & \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

La matriz de rotación para el movimiento en dirección opuesta (desde el marco del cuerpo hasta el sistema de referencia) está dada por:

$$R_B^I(\phi, \theta, \psi) = R_I^{v1}(-\psi)R_{v1}^{v2}(-\theta)R_{v2}^B(-\phi) \quad (1.21)$$

### 1.3. Uso de los ángulos de Euler en la salida del sensor

Los giroscopios, acelerómetros, magnetómetros y sensores de orientación están alineados con el marco del cuerpo del sensor, de manera que si se necesitan datos de referencia inercial, las salidas de los sensores deben convertirse del marco del cuerpo al marco inercial.

Por ejemplo, si se quieren obtener los datos del acelerómetro en el sistema de referencia inercial es necesario integrar la aceleración para obtener estimaciones de velocidad en los ejes  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Sea  $V_B$  el vector de la aceleración medida por el marco del cuerpo reportado por el sensor.

De acuerdo con la ecuación 1.22 la aceleración en el sistema inercial esta dada por:

$$V_I = R_B^I(\phi, \theta, \psi) \cdot V_B \quad (1.22)$$

El vector  $V_I$  es la aceleración medida con respecto al marco inercial.

La conversión de los datos del giróscopo al marco inercial es un poco más complicada. Los datos del giróscopo se deben convertir al marco de coordenadas correcto. Las salidas deben ser giradas para obtener correctamente las velocidades angulares tal como se representa en las ecuaciones 1.23 y 1.24.

$$\vec{\omega} = R(\psi)R(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d\phi}{dt} \end{bmatrix} + R(\psi) \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{d\theta}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\psi}{dt} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\psi}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \\ \frac{d\phi}{dt} \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Realizando la transformada inversa de la ecuación (1.24) se obtiene:

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \vec{w} \quad (1.25)$$

Donde  $\frac{d\vec{E}}{dt}$  es el vector de derivadas de los ángulos de Euler y  $\vec{w}$  es el vector de velocidades angulares que entrega el giróscopo.

Organizada la ecuación (1.25) de otra forma, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Donde  $p$ ,  $q$  y  $r$  son los componentes del vector  $\vec{\omega}$ .  $p$  representa el eje  $x$  de salida del giróscopo,  $q$  representa la salida de eje  $y$  del giróscopo, y  $r$  representa la salida del eje  $z$  en el marco del cuerpo.

## 1.4. Estimación de la orientación

Cuando se quiere estimar la orientación y dirección de un cuerpo se pueden obtener mejores resultados combinando datos recibidos de múltiples sensores, aprovechando las ventajas de cada uno de ellos.

- Giroscopios: Estiman ángulos fiables a corto plazo, pero que tienden a la deriva (drift) a largo plazo.
- Acelerómetros: Son sensibles al ruido y otras aceleraciones que no sean de gravedad, esto ocurre a corto plazo, pero a largo plazo se puede confiar en la medición.

Al combinar las capacidades de ambos tipos de sensores, se estiman ángulos más precisos, generado una corrección de error cuando se generan vibraciones; esta integración permite que no se presente deriva angular a largo plazo.

### 1.4.1. Estimar ángulos con acelerómetros

La salida de un acelerómetro de tres ejes puede ser modelada como:

$$a_m = \frac{1}{m} (F - F_g) \quad (1.27)$$

Siendo  $a_m$  la aceleración medida,  $m$  la masa del cuerpo,  $F$  la suma de todas las fuerzas en el cuerpo y  $F_g$  la fuerza de gravedad.

En el marco inercial la fuerza de gravedad esta dada por:  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & mg \end{bmatrix}^T$ , las fuerzas en  $x$  y  $y$  son cero y la fuerza en  $z$  es  $mg$ .

Al expresar el vector de gravedad en el sistema de referencia del cuerpo se obtiene:

$$F_g = R_I^B \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \cos \theta \sin \phi \\ mg \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

La aceleración medida  $a_m$  cuando  $F$  es cero, está dada por:

$$\begin{bmatrix} a_{m_x} \\ a_{m_y} \\ a_{m_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \sin \theta \\ -g \cos \theta \sin \phi \\ -g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

Los componentes de  $a_m$  son  $a_{m_x}$ ,  $a_{m_y}$  y  $a_{m_z}$ .

Con las ecuaciones 1.30 y 1.31 se calculan los ángulos estimados *pitch* y *roll* respectivamente.

$$\hat{\theta}_{accel} = \arcsin \left( \frac{a_{m,x}}{g} \right) \quad (1.30)$$

$$\hat{\phi}_{accel} = \arctan\left(\frac{a_{m,y}}{a_{m,z}}\right) \quad (1.31)$$

Este método proporciona una forma rápida y sencilla para estimar el cabeceo y el balanceo utilizando sólo un acelerómetro. Sin embargo, se observa que se ha supuesto que la única fuerza que actúa sobre los acelerómetros es la gravedad pero la vibración y otras fuerzas externas influirán directamente en los ángulos medidos de cabeceo y balanceo, haciéndolos muy ruidosos y en muchos casos inservibles.

### 1.4.2. Estimar ángulos con giróscopos

Como se vio anteriormente (ver Ec.(1.26)) las derivadas con respecto al tiempo de los ángulos de Euler en el marco del cuerpo están dados por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Se puede estimar el cabeceo y el balanceo utilizando integración por Euler de la siguiente manera:

$$\hat{\phi}^+ = \hat{\phi} + T\dot{\phi} \quad (1.33)$$

y :

$$\hat{\theta}^+ = \hat{\theta} + T\dot{\theta} \quad (1.34)$$

En las ecuaciones anteriores, se utiliza el símbolo + para distinguir la nueva estimación del ángulo de la estimación del ángulo anterior y  $T$  es el tiempo de muestreo.

Lo anterior permite utilizar los giróscopos para calcular los ángulos que no son sensibles a las vibraciones y otras fuerzas externas. Sin embargo, como los giróscopos son ruidosos e imperfectos, cada vez que se hacen nuevas mediciones, se añaden errores a las estimaciones de los ángulos. Con el tiempo, los errores se acumulan, causando que los ángulos estimados diverjan con el tiempo de los ángulos reales.

### 1.4.3. Combinación de datos del gir6scopo y del aceler6metro

Como se ha descrito anteriormente, las estimaciones de 6ngulos tomadas con gir6scopos tienden a la deriva con el tiempo, por lo que son poco fiables en el largo plazo. En contraste, los aceler6metros no causan estimaciones de 6ngulos a la deriva, pero son sensibles a las fuerzas externas, como vibraciones, haciendo estimaciones a corto plazo no fiables. En esta secci6n, se combinan las salidas de ambos tipos de sensores para producir estimaciones de 6ngulos que son resistentes a las vibraciones e inmunes a la deriva a largo plazo.

Suponiendo que el proceso de estimaci6n se dividirá en dos etapas, una *predicci6n* paso en el que se utilizarán los gir6scopos para estimar los cambios incrementales en el 6ngulo, y una etapa de *actualizaci6n* donde se van a utilizar los aceler6metros para corregir la tasa de deriva del gir6scopo.

La etapa de predicci6n consiste en la integraci6n de velocidad angular como se vio en la secci6n del giroscopio:

$$\hat{\phi}^+ = \hat{\phi} + T\dot{\phi} \quad (1.35)$$

y :

$$\hat{\theta}^+ = \hat{\theta} + T\dot{\theta} \quad (1.36)$$

En la etapa de actualizaci6n, se supone que el 6ngulo estimado del aceler6metro suele ser algo parecido al 6ngulo real. Se toma el 6ngulo medido por el aceler6metro y el 6ngulo predicho por el gir6scopo, se calcula la diferencia y se añaade una parte de la diferencia en la estimaci6n del 6ngulo final como se puede ver en la ecuaci6n 1.37:

$$\hat{\phi} = \hat{\phi}^+ + L \left( \hat{\phi}_{accel} - \hat{\phi}^+ \right) \quad (1.37)$$

y :

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}^+ + L \left( \hat{\theta}_{accel} - \hat{\theta}^+ \right) \quad (1.38)$$

$L$  es una constante que toma valores entre cero y uno. Es importante notar que si  $L$  es igual a cero, solo el ángulo estimado por el giroscopio se utiliza, porque no se aplica ninguna corrección basada en acelerómetro. Del mismo modo, si  $L$  es igual a uno las estimaciones realizadas por el giroscopio se cancelan y el ángulo estimado es igual al ángulo medido por el acelerómetro.

En la práctica,  $L$  puede ser ajustada basada en el comportamiento deseado de las estimaciones de ángulos, pero tener giróscopos de alta calidad permite una ganancia menor a utilizar, evitando aceleraciones no deseadas que puedan afectar a las estimaciones de los ángulos. Desde un punto de vista intuitivo, los giróscopos estiman el ángulo en el corto plazo, mientras que los acelerómetros generan gradualmente la estimación del ángulo hacia el ángulo promedio.

Esta formulación podría ser llamada *Un Observador de Ganancia fija* y es muy similar al filtro de Kalman, la principal diferencia es que en un filtro de Kalman la ganancia del observador  $L$  se selecciona de una manera óptima según las características del sistema físico [1].

En este capítulo se describieron los fundamentos para estimar la orientación de la posición a partir de acelerómetro y giroscopio y sus ventajas al trabajar de forma conjunta. En el siguiente capítulo, se desarrollaran los conceptos fundamentales del filtro de Kalman y del filtro Complementario y su papel en la obtención de mejores datos para el proceso de estimación postural.

# Capítulo 2

## Filtro de Kalman y filtro Complementario

En el presente capítulo, se explica el funcionamiento del filtro de Kalman y del filtro Complementario, como referentes para desarrollar el modelo matemático para estimar orientación. Se comenzará tratando todos los aspectos del filtro de Kalman y por último el filtro Complementario.

### 2.1. Introducción

El filtro de Kalman se dio a conocer hace aproximadamente 50 años, y su uso se ha extendido actualmente a una variedad de aplicaciones, entre ellas robótica, aeronáutica, procesamiento de señales, etc [17].

El filtro de Kalman es un algoritmo recursivo que estima el estado de un sistema dinámico [18]. Al igual que el observador de Luenberger, este sirve además cuando el sistema está sometido a ruido blanco aditivo.

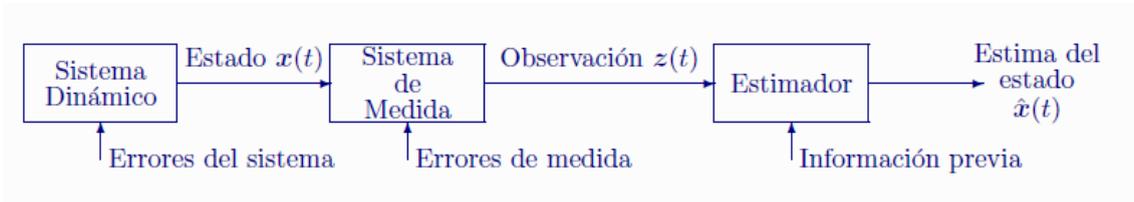


Figura 2.1: Filtro de Kalman como estimador [Tomado de El filtro de Kalman, 2003 (Diapositiva)].

## 2.2. Un ejemplo simple de la utilización del filtro de Kalman

Se supone un avión que está a punto de aterrizar, en este se puede pensar que la altura actual va a ser una porción de la altura previa. Si por ejemplo al observarlo el pierde el 2% de la altura, entonces la altura actual es el 98% de la altura previa. Lo anterior se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$Altura_{actual} = 98\% * Altura_{previa} \quad (2.1)$$

Cambios del plano de la altitud para diferentes porcentajes:

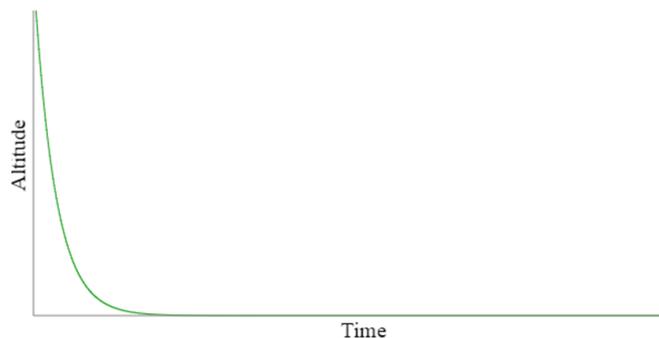


Figura 2.2: Cambios de altitud para 95% [Tomado de [https://home.wlu.edu/~levys/kalman\\_tutorial/](https://home.wlu.edu/~levys/kalman_tutorial/)]

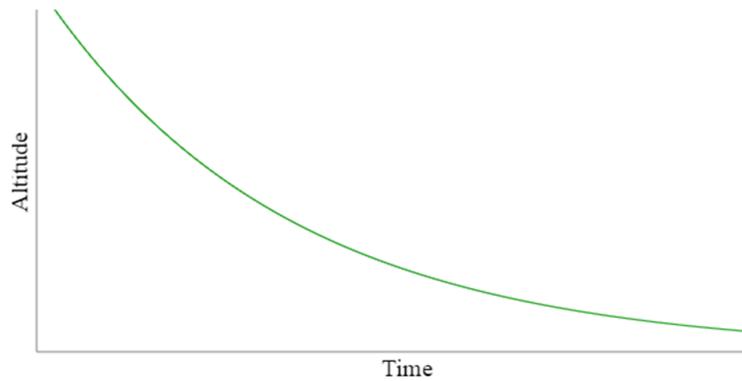


Figura 2.3: Cambios de altitud para 99,5 % [Tomado de [https://home.wlu.edu/~levys/kalman\\_tutorial/](https://home.wlu.edu/~levys/kalman_tutorial/)]

### 2.3. Manejo del ruido

Las mediciones del mundo real como altitud se obtienen de un sensor como un GPS o IMU. Tales sensores ofrecen diferentes grados de precisión. Por lo general, la precisión del sensor varía de forma impredecible de instante en instante, haciendo que el sensor de lectura observe una versión ruidosa de la altitud verdadera.

$$Altura\_Observada_{Actual} = Altura_{Actual} + Ruido_{Actual} \quad (2.2)$$

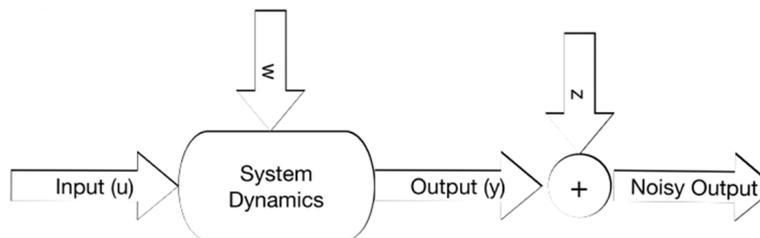


Figura 2.4: Sistema dinámico con errores [Tomado de [19]].

Donde las variables  $Z$  y  $W$  de la figura 2.4 representan respectivamente el ruido de medida y el error de modelado.

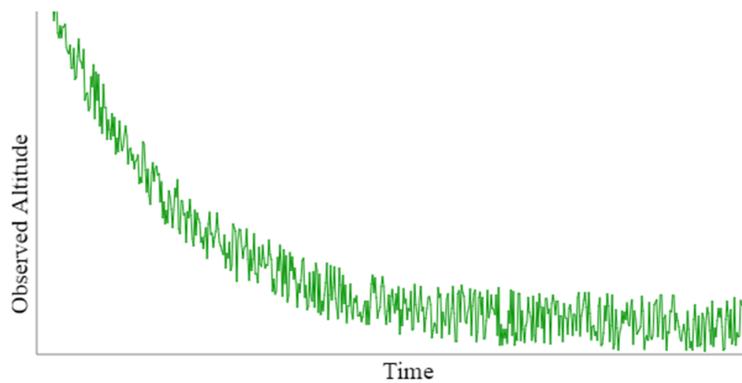


Figura 2.5: Altitud Observada vs Tiempo [Tomado de [https://home.wlu.edu/~levys/kalman\\_tutorial/](https://home.wlu.edu/~levys/kalman_tutorial/)].

En la vida real existe ruido a la hora de medir variables.

## 2.4. El Filtro de Kalman

El filtro de Kalman es un conjunto de ecuaciones matemáticas que permiten estimar el estado de un proceso de una forma eficiente [20], de tal forma que se minimice la varianza del error de estimación del vector de estados utilizando mínimos cuadrados.

Este filtro es muy robusto puesto que permite dar soporte a estimaciones pasadas, presentes y futuros estados y esto se puede realizar sin necesidad de tener conocimiento de la naturaleza del sistema modelado.

El filtro es un procedimiento matemático que opera por medio de un mecanismo de predicción y corrección, básicamente este algoritmo pronostica el nuevo estado a partir de su estimación previa añadiendo un término de corrección proporcional al error de predicción. Este último se minimiza estadísticamente.

Siguiendo con el ejemplo del avión de la sección anterior, se cuenta con dos ecuaciones que describen el estado del avión:

$$Altura_{actual} = 98\% * Altura_{previa} \quad (2.3)$$

$$Altura\_Observada_{Actual} = Altura_{Actual} + Ruido_{Actual} \quad (2.4)$$

Las ecuaciones (2.3) y (2.4) son bastante sencillas de entender, pero no son lo suficientemente generales como para hacer frente a otros sistemas.

Una forma más general de las mismas es la siguiente:

$$x_k = ax_{k-1} \quad (2.5)$$

$$z_k = x_k + v_k \quad (2.6)$$

Donde:

- $x_k$  : Estado actual del sistema.
- $x_{k-1}$  : Estado previo.
- $a$ : Una Constante.
- $z_k$  : Observación actual del sistema.
- $v_k$  : Medición del ruido actual.

Una de las razones por las que el filtro de Kalman es tan popular es que permite obtener una muy buena estimación del estado actual real  $x_k$  dada la observación  $z_k$ , la constante  $a$ , y la varianza del ruido de medida  $v_k$ .

Continuando con el ejemplo del avión, también hay que considerar que esa altitud real de la aeronave no describe una trayectoria perfectamente lisa. Como cualquiera que haya sobrevolado puede decir que los aviones suelen experimentar una cierta cantidad de turbulencia a medida que descienden para un aterrizaje. Esta turbulencia es por definición, ruidosa y por lo tanto puede ser tratada como otra señal de ruido:

$$Altura_{actual} = 98\% * Altura_{previa} + Turbulencia_{actual} \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) puede ser escrita de forma general:

$$x_k = ax_{k-1} + w_k \quad (2.8)$$

Donde  $w_k$  es el ruido del modelado, porque al igual que la turbulencia es una parte inherente del proceso, y no un artefacto de observación o medición.

### 2.4.1. Estimación de estados

En este caso están las dos ecuaciones (2.9) y (2.10) que describen el estado de un sistema que se está observando:

$$x_k = ax_{k-1} + w_k \quad (2.9)$$

$$z_k = x_k + v_k \quad (2.10)$$

El problema, por supuesto, es que no se conoce el ruido actual  $v_k$ , el cual es por definición imprevisible. Afortunadamente, Kalman tenía la idea de que se puede estimar el estado teniendo en cuenta tanto la observación actual y el estado estimado anterior.

A continuación, se puede expresar la estimación como una solución de compensación entre la estimación anterior y la observación actual:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + g_k (z_k - \hat{x}_{k-1}) \quad (2.11)$$

En la ecuación (2.11)  $\hat{x}_k$  es la estimación del estado actual. Donde  $g_k$  es un término de "ganancia".

- Cuando la ganancia  $g_k = 0$ :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + 0(z_k - \hat{x}_{k-1}) = \hat{x}_{k-1} \quad (2.12)$$

En otras palabras, cuando la ganancia es cero, la observación no tiene ningún efecto, y se obtiene la ecuación original relativa al estado actual de la anterior.

- Cuando la ganancia  $g_k = 1$ :

$$\begin{aligned}\hat{x}_k &= \hat{x}_{k-1} + 1(z_k - \hat{x}_{k-1}) \\ &= \hat{x}_{k-1} + z_k - \hat{x}_{k-1} \\ &= z_k\end{aligned}\tag{2.13}$$

Cuando la ganancia es uno, el estado anterior no importa, y se obtiene la estimación del estado actual completamente de la observación actual.

### 2.4.2. Cálculo de la ganancia

Ahora se tiene una fórmula que se puede utilizar para el cálculo de la estimación del estado actual  $\hat{x}_k$  basado en la estimación anterior  $\hat{x}_{k-1}$ , la observación actual  $z_k$ , y la ganancia actual  $g_k$ , tal como se describe en la ecuación 2.14.

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k-1} + g_k(z_k - \hat{x}_{k-1})\tag{2.14}$$

La ganancia se calcula indirectamente del ruido.

No se sabe el valor de ruido individual para una observación, pero normalmente sí se sabe el nivel medio de ruido, se llamará a este valor  $r$ , es una propiedad del sensor. Entonces la ganancia  $g_k$  se puede calcular en términos de  $r$ , como se ilustra en la ecuación 2.15.

$$g_k = p_{k-1} / (p_{k-1} + r)\tag{2.15}$$

Donde  $p_k$  es la varianza del error en la estimación del estado  $x_k$  calculada recursivamente:

$$p_k = (1 - g_k) p_{k-1}\tag{2.16}$$

Suponiendo que el error  $p_{k-1}$  en la predicción anterior fue cero. Entonces, la ganancia actual  $g_k$  será  $0/(0+r) = 0$ , y el siguiente estado estimado no será diferente del estado actual estimado. Lo cual tiene sentido, porque no se debería estar ajustando el estado estimado si la predicción fue exacta.

Por otro lado, si el error de predicción es uno entonces, la ganancia será de  $1/(1+r)$ . Si  $r$  es cero, es decir, si hay muy poco ruido en el sistema; entonces la ganancia será uno, y el nuevo estado estimado  $x_k$  se verá fuertemente influenciado por la observación  $z_k$ .

Si  $r$  aumenta entonces  $g$  disminuye. En otras palabras, cuando el sistema es lo suficientemente ruidoso, una mala predicción tendrá que ser ignorada; el ruido supera la capacidad de corregir las malas predicciones.

- Cuando la ganancia  $g_k = 0$ :

$$p_k = p_{k-1} \tag{2.17}$$

Por lo tanto, al igual que con la estimación de estado, una ganancia cero significa que no hay actualización para el error de predicción.

- Cuando la ganancia  $g_k = 1$ :

$$p_k = 0 \tag{2.18}$$

Se tiene que la ganancia máxima es obtenida cuando los errores de predicción son cero, además se utiliza solo la observación actual para actualizar el estado actual.

### 2.4.3. Fusión sensorial

El uso del álgebra lineal es compatible con una valiosa cualidad del filtro de Kalman, llamada fusión sensorial.

Una cualidad del filtro de Kalman es la capacidad de combinar las lecturas de más de un sensor (barómetro, GPS) para inferir algo acerca de un componente (altitud) del estado.

La fusión sensorial es la combinación de datos de los sensores o los datos derivados de diferentes fuentes de tal manera que la información resultante tiene menos incertidumbre de lo que sería posible cuando se utilizan estas fuentes individualmente. El término reducción de la incertidumbre en este caso puede significar una estimación más precisa, más completa, o más fiable.

#### 2.4.4. Filtro de Kalman en forma matricial

Se tiene un conjunto completo de ecuaciones para el filtro de Kalman en forma matricial, en adelante se incluirá el término  $Bu_k$  asociado a una entrada externa medible:

- Modelo:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_k \quad (2.19)$$

$$z_k = Cx_{k-1} + v_k \quad (2.20)$$

- Predicción:

$$\hat{x}_k^* = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (2.21)$$

$$P_k^* = AP_{k-1}A^T + Q_k \quad (2.22)$$

- Actualización:

$$G_k = P_k^*C^T (CP_k^*C^T + R)^{-1} \quad (2.23)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^* + G_k(z_k - C\hat{x}_k^*) \quad (2.24)$$

$$P_k = (I - G_k C) P_k^* \quad (2.25)$$

Donde:

- $x_k \in \mathbb{R}^n$  : Vector de estados.
- $w_k \in \mathbb{R}^n$  : Ruido del modelado.
- $u_k \in \mathbb{R}^p$  : Vector de control.
- $z_k \in \mathbb{R}^m$  : Vector de medida.
- $v_k \in \mathbb{R}^m$  : Ruido de la medición.
- $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz dinámica del sistema.
- $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$  : Matriz de entradas.
- $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$  : Matriz de salidas.
- $k$  : Índice de tiempo.
- $P_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz de covarianza de las estimaciones del error en el instante  $k$ .
- $Q_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz de Covarianza del ruido del proceso en el instante  $k$ .
- $G_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz de ganancia de Kalman en el instante  $k$ .
- $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  : Covarianza del ruido de medida.

La representación anterior se realizó de forma matricial para simplificar el cálculo matemático.

En las anteriores ecuaciones los coeficientes A, B y C están en mayúsculas para representar matrices y no escalares.

El \* representa una estimación a *priori* de una variable del sistema, se utiliza con el fin de no confundir la variable que se calcula en la *predicción* de la que se calcula en la fase de *actualización*.

## 2.5. Filtro de Kalman extendido

El filtro de Kalman también puede ser extendido (EKF, *Extended Kalman Filter*) para sistemas no lineales. Usando una aproximación de Taylor, se puede linealizar un sistema no lineal respecto a la estimación actual como ya se ha mencionado anteriormente.

Muchas de las aplicaciones más importantes del filtro de Kalman son para sistemas de navegación, donde las mediciones pueden ser no lineales, o para sistemas con dinámica no lineal.

Un sistema no lineal se puede describir como:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) + w_k \quad (2.26)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2.27)$$

El algoritmo del filtro de Kalman extendido, se puede representar por los mismos pasos recursivos del filtro de Kalman lineal: *Predicción* y *Actualización*, con la diferencia de que la linealización de Taylor se realiza en la parte de Predicción.

Como esta diseñado para sistemas no lineales, en cada estimación del estado, se debe realizar una linealización del sistema, por lo que el modelo del sistema *cambia* en cada instante de estimación.

La linealización se realiza de la siguiente manera:

- Ecuación de Proceso:

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x=\hat{x}_{k-1}, u_k)} \quad (2.28)$$

- Ecuación de Medida:

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(x=\hat{x}_k)} \quad (2.29)$$

Las ecuaciones (2.28) y (2.29) son matrices Jacobianas las cuales estan formadas por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más interesantes de esta matriz es la de aproximar linealmente las funciones de las ecuaciones 2.26 y 2.27 en un punto. En este sentido, el jacobiano representa la derivada de una función multivariable.

Ahora bien las ecuaciones finales para el Filtro de Kalman Extendido utilizando la Jacobiana son las siguientes:

■ **Modelo:**

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) + w_k \quad (2.30)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2.31)$$

■ **Predicción:**

Estimación a *priori*:

$$\hat{x}_k^* = f(\hat{x}_{k-1}, u_k) \quad (2.32)$$

Covarianza del error asociada a la estimación a *priori*:

$$P_k^* = F_{k-1} P_{k-1} F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (2.33)$$

■ **Actualización:**

Ganancia de Kalman:

$$G_k = P_k^* H_k^T (H_k P_k^* H_k^T + R)^{-1} \quad (2.34)$$

Estimación a *posteriori*:

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^* + G_k (z_k - h(\hat{x}_k^*)) \quad (2.35)$$

Covarianza del error asociada a la estimación a *posteriori*:

$$P_k = (I - G_k H_k) P_k^* \quad (2.36)$$

Donde:

- $x_k \in \mathbb{R}^n$  : Vector de estados.
- $w_k \in \mathbb{R}^n$  : Ruido del modelado.
- $u_k \in \mathbb{R}^p$  : Vector de control.
- $z_k \in \mathbb{R}^m$  : Vector de medida.
- $v_k \in \mathbb{R}^m$  : Ruido de la medición.
- $k$  : Índice de tiempo.
- $P_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz de covarianza de las estimaciones del error en el instante  $k$ .
- $Q_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz de covarianza del ruido del proceso en el instante  $k$ .
- $G_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz de ganancia de Kalman en el instante  $k$ .
- $R \in \mathbb{R}^{m \times m}$  : Covarianza del ruido de medida.
- $F_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  : Matriz Jacobiana del proceso.
- $H_k \in \mathbb{R}^{m \times n}$  : Matriz Jacobiana medida por el sensor.

### 2.5.1. Fusión Sensorial no-lineal

Al igual que en la sección de fusión sensorial lineal 2.4.3, Kalman permite también tratar sistemas no lineales, a continuación se mostrara un ejemplo de un sistema de dicho tipo.

Como el modelo matemático del sistema es no lineal, no se pueden utilizar observadores lineales. Por lo tanto se utilizará un filtro de Kalman extendido para que cumpla dicha función.

- Modelo matemático del sistema en tiempo continuo:

$$\dot{x} = T(x) u \quad (2.37)$$

$$y = h(x) \quad (2.38)$$

- $x \in \mathbb{R}^n$  : Vector de estados del sistema.
- $u \in \mathbb{R}^m$  : Vector de control.
- $y \in \mathbb{R}^p$  : Vector de la observación actual del sistema.
- $h \in \mathbb{R}^p$  : Vector de medidas del acelerómetro.

Para el caso de fusión sensorial entre un acelerómetro y un giróscopo se tiene que:

$$x = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} g \sin \theta \\ -g \cos \theta \sin \phi \\ -g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$T(x) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

- $x \in \mathbb{R}^3$  : Vector de los ángulos *pitch*, *roll* y *yaw*.
- $u \in \mathbb{R}^3$  : Vector de velocidades angulares.
- $h \in \mathbb{R}^3$  : Vector de medidas del acelerómetro.
- $T(x) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ : Función que contiene a  $x$ .

A continuación se discretizará el sistema (2.37) y (2.38) con el fin de obtener una representación bajo el formato de las ecuaciones (2.26) y (2.27).

$\dot{x}$  cambia a la siguiente forma en tiempo discreto, siendo  $T_s$  el tiempo de muestreo:

$$\dot{x} = \frac{x_k - x_{k-1}}{T_s} \quad (2.41)$$

Reemplazando (2.41) en (2.37) y despejando se obtiene:

$$x_k = x_{k-1} + T_s T(x_{k-1}) \cdot u_k \quad (2.42)$$

$$y_k = h(x_k) \quad (2.43)$$

Por tanto:

$$x_k = \underbrace{x_{k-1} + T_s T(x_{k-1}) \cdot u_k}_{f(x_{k-1}, u_k)} \quad (2.44)$$

Así:

$$f(x_{k-1}, u_k) = \begin{bmatrix} \phi_{k-1} \\ \theta_{k-1} \\ \psi_{k-1} \end{bmatrix} + T_s \begin{bmatrix} 1 & \sin(\phi_{k-1}) \tan(\theta_{k-1}) & \cos(\phi_{k-1}) \tan(\theta_{k-1}) \\ 0 & \cos(\phi_{k-1}) & -\sin(\phi_{k-1}) \\ 0 & \sin(\phi_{k-1}) / \cos(\theta_{k-1}) & \cos(\phi_{k-1}) / \cos(\theta_{k-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_k \\ q_k \\ r_k \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Entonces el modelo en tiempo discreto esta dado por:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k) \quad (2.46)$$

$$y_k = h(x_k) \quad (2.47)$$

Se procede a calcular las Jacobianas ya que el modelo es no lineal, la linealización se realiza de la siguiente manera:

- Ecuación de Proceso:

$$\begin{aligned}
F_k &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(\hat{x}_{k-1}, u_k)} \\
&= \begin{bmatrix} 1 + T_s \tan(\theta_{k-1})(q \cos(\phi_{k-1}) - r \sin(\phi_{k-1})) & T_s \sec^2(\theta_{k-1})(q \sin(\phi_{k-1}) + r \cos(\phi_{k-1})) & 0 \\ T_s(-q \sin(\phi_{k-1}) - r \cos(\phi_{k-1})) & 1 & 0 \\ T_s \frac{1}{\cos(\theta_{k-1})}(q \cos(\phi_{k-1}) - r \sin(\phi_{k-1})) & T_s \frac{\tan(\theta_{k-1})}{\cos(\theta_{k-1})}(q \sin(\phi_{k-1}) + r \cos(\phi_{k-1})) & 1 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

- Ecuación de Medida:

$$\begin{aligned}
H_k &= \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{(\hat{x}_k)} \\
&= \begin{bmatrix} 0 & g \cos(\theta_k) & 0 \\ -g \cos(\theta_k) \cos(\phi_k) & g \sin(\phi_k) \sin(\theta_k) & 0 \\ g \cos(\theta_k) \sin(\phi_k) & g \cos(\phi_k) \sin(\theta_k) & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

## 2.6. El filtro Complementario

La idea básica del filtro Complementario es combinar las salidas del acelerómetro y del giroscopio para obtener una buena estimación de la orientación, compensando así la deriva del giroscopio y el ruido del acelerómetro. Así, el filtrado de paso bajo se aplica sobre los datos del acelerómetro y el filtrado de paso alto a la salida del giroscópo [21], es decir, la señal del giroscopio dominará a corto plazo, y la del acelerómetro dominará en medio y largo plazo, que es exactamente lo que se quiere para compensar sus ventajas y defectos.

Si se sabe que la gravedad es  $9.8m/s^2$ , y además que medida dan los tres ejes del acelerómetro, por trigonometría es posible calcular el ángulo de inclinación de la IMU. Unas buenas fórmulas para calcular los ángulos se pueden ver en las ecuaciones 2.50 y 2.51.

$$AnguloY = \arctan\left(\frac{x}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right) \tag{2.50}$$

$$AnguloX = \arctan\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}}\right) \tag{2.51}$$

Como el gir6scopo mide la velocidad angular a la que est1 girando en cada momento el sensor, se puede expresar matem1ticamente el calculo del 1ngulo en cada momento con las ecuaciones 2.52 y 2.53.

$$AnguloY = AnguloY Anterior + GiroscopioY \cdot \Delta T \quad (2.52)$$

$$AnguloX = AnguloX Anterior + GiroscopioX \cdot \Delta T \quad (2.53)$$

D6nde  $\Delta T$  es el tiempo que transcurre cada vez que se calcula esta f6rmula, *AnguloY Anterior* es el 1ngulo calculado la 1ltima vez que se llam6 esta f6rmula y *GiroscopioY* es la lectura del 1ngulo *y* del giroscopio. Lo mismo ocurre con el eje *x*.

Un filtro Complementario podr1 compararse con un filtro de Kalman de estado estacionario para una cierta clase de problemas de filtrado, puesto que este no considera ninguna descripci6n estadística del ruido que corrompe a las se1ales [22]. El filtro Complementario resulta sencillo de tratar matem1ticamente y en raz6n de su baja complejidad de implementaci6n consume pocos recursos computacionales.

Estos filtros son muy usados en sistemas de navegaci6n inercial, algunas aplicaciones t1picas son la combinaci6n de las medidas de aceleraci6n vertical y velocidad barométrica vertical para obtener una estimaci6n de la velocidad vertical o mediciones de unidades inerciales y sistemas de visi6n [23]. Adem1s en [24] hacen la implementaci6n y an1lisis de un filtro Complementario en un robot que se autobalanea. Lo anterior indica que actualmente se esta aplicando este filtro en el campo de la rob6tica.

Una excelente discusi6n sobre el filtro Complementario se da en [25] [26], y en un nivel m1s elemental se puede ver [27].

Para realizar la implementaci6n se utiliza la siguiente formula:

$$Angulo = A * (Angulo + AnguloGyro \cdot \Delta T) + B \cdot AnguloAccel \quad (2.54)$$

D6nde *AnguloGyro* es el 1ngulo del giroscopio como se ve en las ecuaciones (2.52) y (2.53), y *AnguloAccel* es el 1ngulo del aceler6metro calculado con la f6rmula de la tangente (2.51) y (2.50).  $\Delta T$  es el tiempo que ha pasado en segundos desde la 1ltima vez que se ha calculado el filtro. Esta f6rmula se puede utilizar para el eje *X* y *Y*.

Donde  $A$  y  $B$  son dos constantes que, inicialmente, pueden tomarse como 0.98 y 0.02 respectivamente. Se puede calibrar el filtro simplemente variando los valores de  $A$  y  $B$  siempre que se cumpla la condición de que sumen 1 entre ellos.

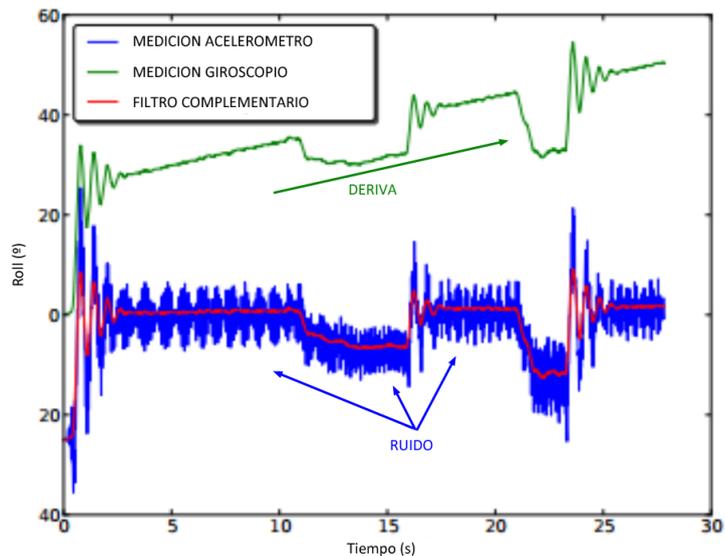


Figura 2.6: Filtro Complementario aplicado al ángulo Roll.[Tomado de <http://www.luisllamas.es/>].

En la mayoría de aplicaciones domésticas, el filtro Complementario es suficiente y proporciona valores muy similares al filtro Kalman, siempre que los valores de  $A$  y  $B$  estén debidamente seleccionados.

## Capítulo 3

# Polígono convexo de las trayectorias del centro de masa

Este capítulo tratará el segundo objetivo del proyecto de grado en donde se explicarán las bases teóricas necesarias sobre el polígono convexo y su utilización para encerrar las proyecciones de las trayectorias del centro de masa sobre el suelo, con el fin de posteriormente realizar su respectiva implementación en Matlab.

### 3.1. El centro de gravedad

Desde la física básica y para todo estudio del movimiento en el cuerpo humano se puede definir el centro de gravedad como un punto donde se resume todo el peso de un cuerpo. Si se pudiera comprimir el cuerpo humano desde todas las direcciones y reducirlo solo a un punto, este sería el Centro de gravedad (*CDG*); por ejemplo, si una persona tiene una masa de  $70kg$  por efecto de la aceleración de la gravedad se produce una fuerza llamada peso que se concentra en ese punto.

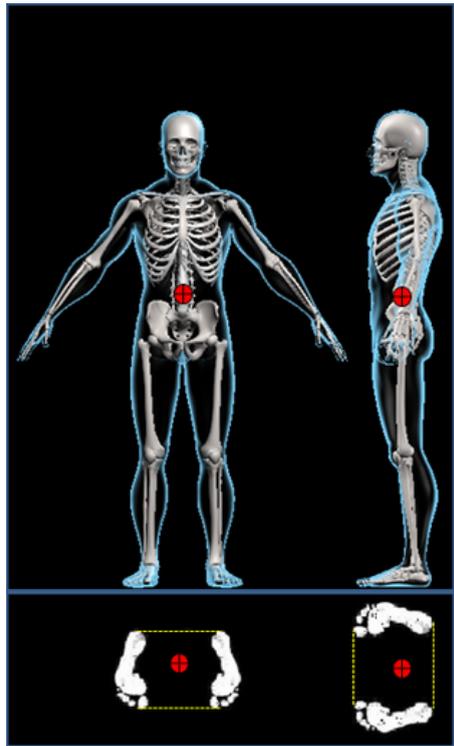


Figura 3.1: Centro de gravedad en una persona.[Tomado de <http://www.martial-science.com/>]

En la figura 3.1 se puede ver la ubicación del centro de gravedad cuando una persona se encuentra en fase de bipedestación estática.

### 3.1.1. Ubicación del Centro de gravedad

El centro de gravedad del cuerpo humano en fase bipidestática se encuentra por delante de la vértebra lumbar L5 según [28], pero según otros autores se encuentra anterior a la vértebra Sacra S2 [29].

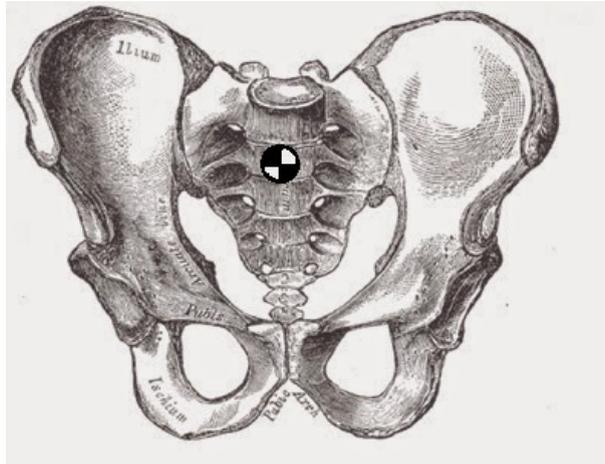


Figura 3.2: Centro de gravedad en una persona. [Tomado de <http://fisioterapia.blogspot.com.co/>].

En la siguiente sección se tratarán los conceptos sobre polígonos convexos y envolventes convexas, y además como se obtiene una proyección y el polígono que encierra dichas proyecciones.

## 3.2. Polígono convexo

Un polígono convexo es una figura en la que cada uno de los ángulos interiores miden menos de 180 grados o  $\pi$  radianes y todas sus diagonales son interiores.

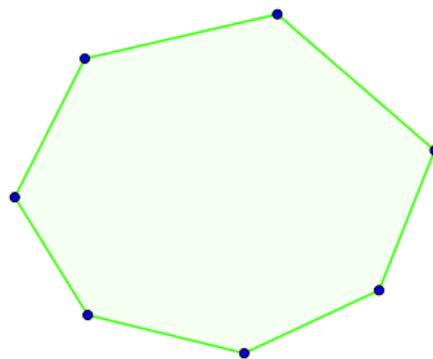


Figura 3.3: Polígono convexo. [Tomado de <http://simplamentematematica.weebly.com/>]

- Un polígono es convexo solo si cualquier segmento entre dos puntos que estén dentro del mismo está dentro, es decir, el segmento no corta los lados.
- Todos los triángulos son polígonos convexos. Todos los polígonos regulares son convexos.
- En un polígono convexo, todos los vértices apuntan hacia el exterior del polígono.

En la figura 3.4 se muestran los elementos de un polígono para que se tenga claridad de lo explicado anteriormente.

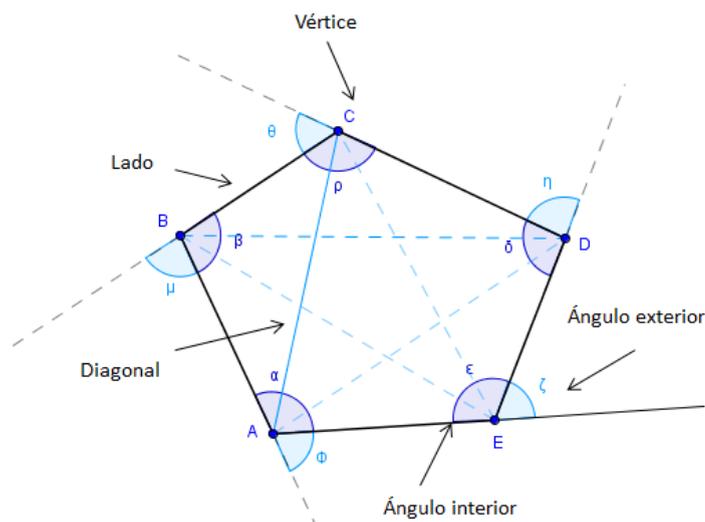


Figura 3.4: Elementos de un polígono. [Tomado de [http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica2/elementos\\_de\\_un\\_polgono.html](http://contenidosdigitales.ulp.edu.ar/exe/matematica2/elementos_de_un_polgono.html)].

### 3.3. Envoltente convexa

La envoltente convexa de un conjunto de puntos  $P$  de dimensión  $n$  se define como la intersección de todos los conjuntos convexos que contienen a  $P$  [30].

Dados  $k$  puntos  $p_1, p_2, \dots, p_k$ , su envoltente convexa  $C$  esta dada por la expresión:

$$C(P) = \left\{ \sum_{i=1}^k \alpha_i p_i \mid p_i \in P, \alpha_i \in \mathbb{R}, \alpha_i \geq 0, \sum_{i=1}^k \alpha_i = 1 \right\} \quad (3.1)$$

En una combinación convexa, cada punto  $p_i$  en  $P$  se le asigna un peso o coeficiente  $\alpha_i$  de tal manera que los coeficientes son todos no negativos y suman uno, y estos pesos se utilizan para calcular un promedio ponderado de los puntos.

Cuando se tienen puntos en un plano, si no todos los puntos están alineados, entonces su envolvente convexa es un polígono convexo cuyos vértices son algunos de los puntos del conjunto inicial de puntos.

La envolvente convexa de un conjunto de puntos en el plano se puede entender imaginando una banda elástica estirada que los encierra a todos. Cuando se libere la banda elástica tomará la forma de la envolvente convexa.

### 3.3.1. Propiedades de la envolvente convexa

A continuación se presentan las propiedades de la Envolvente Convexa:

Para encontrar la envolvente convexa en un plano de dos dimensiones se deben encontrar todos los puntos extremos de un conjunto de puntos  $P$ . Un punto  $p$  perteneciente al conjunto  $P$  es interior si existe un triángulo con vértices en  $P$  (distintos de  $p$ ) de forma que  $p$  esté dentro del triángulo.

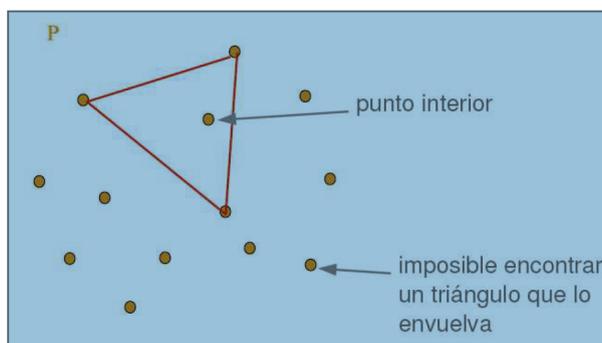


Figura 3.5: Primera propiedad envolvente convexa. [Tomado de <http://www.uah.es/es/>]

Un punto  $p$  perteneciente al conjunto  $P$  es extremo si existe una recta pasando por  $p$  que deje al resto de puntos de  $P$  hacia un lado de dicha recta, lo anterior visto en un plano de dos dimensiones.

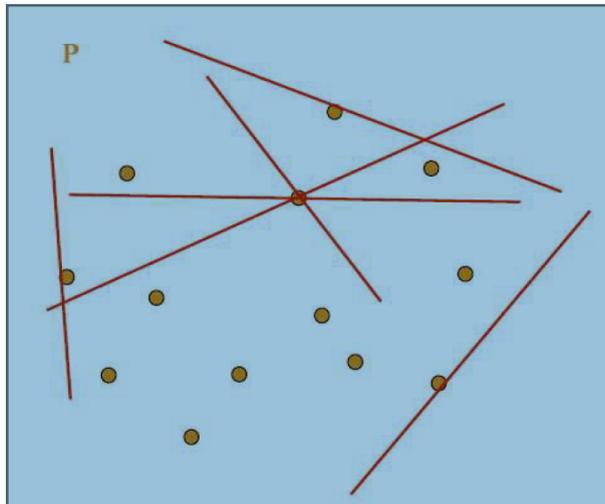


Figura 3.6: Segunda propiedad envolvente convexa. [Tomado de <http://www.uah.es/es/>]

### 3.3.2. Aplicaciones de la envolvente convexa

El problema de encontrar cierres convexos tiene sus aplicaciones prácticas en el reconocimiento de patrones, procesamiento de imágenes, estadísticas, sistemas de información geográfica, la teoría de juegos, la construcción de diagramas de fase, y análisis de código estático mediante la interpretación abstracta.

### 3.3.3. Algoritmos para el cálculo de la envolvente convexa

En geometría computacional existen numerosos algoritmos para calcular la envolvente convexa de un conjunto finito de puntos, con diversos grados de complejidad computacional. La complejidad del algoritmo de resolución se suele estimar en función del número  $n$  de puntos de entrada, y el número  $h$  de puntos de la correspondiente envolvente convexa.

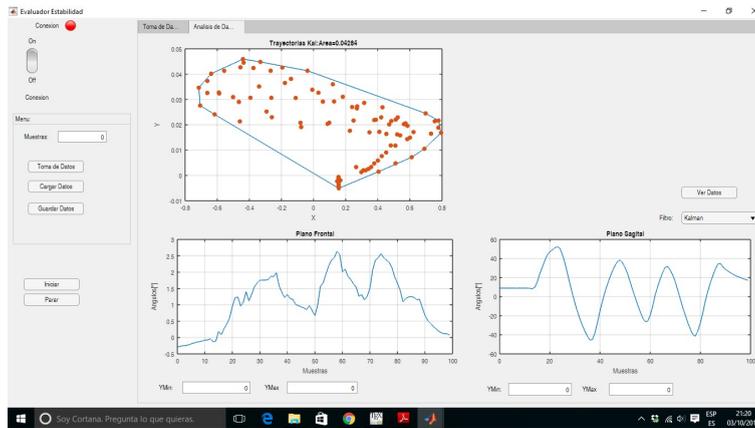


Figura 3.7: Trayectorias encerradas por un polígono convexo.

A continuación se mencionan dos algoritmos desarrollados para encontrar la envolvente convexa de puntos en el plano.

### 3.3.4. Método de Graham

Es un método para encontrar la envolvente convexa de un conjunto finito de puntos en el plano con la complejidad  $O(n \log n)$ . Lleva el nombre de Ronald Graham, que publicó el algoritmo original en 1972 [31]. El algoritmo encuentra todos los vértices de la envolvente convexa ordenada a lo largo de su frontera.

En el que el algoritmo está completado y sólo quedan los puntos pertenecientes a la envolvente convexa correctamente ordenados.

### 3.3.5. Método de Jarvis March

Es un algoritmo propuesto por R. A. Jarvis en 1973. Es uno de los más simples y posee una complejidad computacional  $O(nh)$ . En el peor de los casos su complejidad será  $O(n^2)$  [30].

### 3.4. Obtención de la proyección

Para obtener la proyección del centro de gravedad de la persona a ser evaluada es necesario tener el conocimiento de los ángulos pitch y roll. Como el aplicativo cuenta con un filtro de Kalman y un filtro Complementario para realizar fusión sensorial es posible obtener los ángulos mencionados anteriormente a partir de las medidas del acelerómetro y del giróscopo.

En [9], [32] y [33] se puede ver como realiza la evaluación de la estabilidad a partir de la proyección del centro de masa sobre el suelo.

Se supone una distancia del suelo al centro de gravedad de  $1m$  para poder obtener las trayectorias que realiza la persona.

Utilizando las formulas 3.2 y 3.3 es posible calcular la distancia en metros de los desplazamientos que realiza la persona en el plano conformado por los ejes Anterior-Posterior y Medial-Lateral.

$$P_x = h. \sin(\phi) \quad (3.2)$$

$$P_y = h. \sin(\theta) \quad (3.3)$$

Donde  $\phi$  y  $\theta$  son los ángulos calculados bien sea con (i) el acelerómetro solamente, (ii) el filtro de Kalman y (iii) el filtro Complementario. Se mencionan los tres ya que la aplicación en Matlab permite dibujar el polígono convexo según el filtro que se seleccione o solo el acelerómetro.

Con esas dos formulas (3.2) y (3.3) es posible generar los puntos de las trayectorias durante las evaluaciones de estabilidad postural.

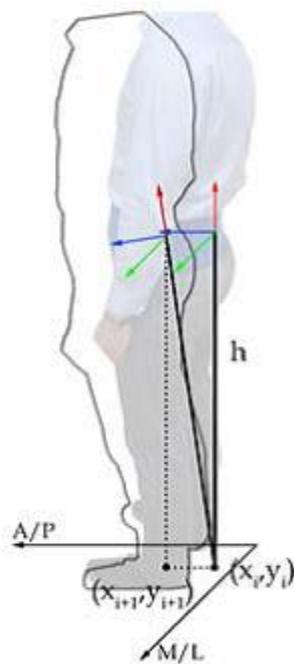


Figura 3.8: Proyección del Centro de Masa del cuerpo mediante el sensor de altura  $h$  en el plano horizontal. [Tomado de [1]]

Los puntos  $(x_i, y_i)$  representan la proyección del  $i$ -ésimo punto estimado.  $h$  es la distancia que existe del suelo al sensor y los ejes del plano son Anterior-Posterior(A/P) y Medial-Lateral(M/L).

### 3.5. Generar polígono convexo en Matlab

Matlab cuenta con una función llamada *convhull* la cual permite generar un polígono Convexo que va a encerrar los puntos generados. La función *convhull* devuelve la envolvente convexa de un conjunto de puntos en el espacio 2D o 3D. Esta función utiliza un algoritmo llamado *QuickHull* que se explica en [34].  $K = \text{convhull}(X, Y)$  devuelve el casco convexo 2D de los puntos  $(x, y)$ , donde  $X$  e  $Y$  son vectores columna.  $K$  es un vector con los elementos de los vectores  $X$  y  $Y$  que pertenecen a la envolvente convexa.

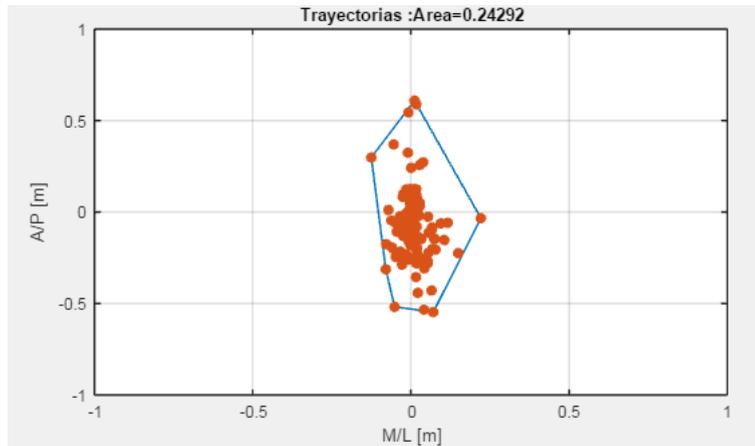


Figura 3.9: Polígono convexo con los puntos de la proyección.

En la figura 3.9 se observan los puntos de la proyección en los planos  $A/P$  y  $M/L$ . Además se implemento la función *convhull* para generar la envolvente de todos los puntos, esto con el fin de poder obtener el área del polígono y tener un parámetro para poder evaluar la estabilidad postural de personas.

```
P_x=sin(deg2rad(Xkalm));
P_y=sin(deg2rad(Ykalm));
P=convhull(P_x,P_y);
A=polyarea(P_x(P),P_y(P));
```

Figura 3.10: Fracción de código Matlab para generar polígono convexo con Kalman.

En las figura 3.10 se muestra como se genera el polígono convexo con el filtro de Kalman, donde los vectores  $P_x$  y  $P_y$  pueden ser calculados de tres formas posibles, utilizando (i)el acelerómetro, (ii) el filtro Complementario y (iii) el filtro de Kalman. La función  $A = polyarea(X,Y)$  devuelve el área del polígono especificada por los vértices que se encuentran en los vectores  $X$  y  $Y$ .

En este capítulo se abordaron conceptos sobre un polígono convexo, el centro de gravedad de una persona y su respectiva ubicación, además de como poder generar una envolvente convexa de las proyecciones de las trayectorias del centro de masa sobre el suelo que presenta una persona utilizando Matlab. Se trata este capítulo con el fin de tener los conceptos claros para la implementación software que se realizó con el fin de cumplir con el segundo objetivo específico del presente trabajo de grado.

En el siguiente capítulo se llevará a cabo la implementación hardware y software del sistema electrónico para evaluar estabilidad postural, teniendo en cuenta los conceptos abordados en el presente capítulo y los dos anteriores.

# Capítulo 4

## Prototipo del Evaluador de Estabilidad

El objetivo del presente capítulo es explicar el sistema electrónico desarrollado para la evaluación de la estabilidad postural de seres humanos en bipedestación estática. El sistema está constituido por elementos hardware y software. Los primeros permiten capturar la información necesaria para estimar la orientación del tronco de la persona en los planos sagital y frontal, guardar los datos obtenidos en una memoria microSD y por último transmitirlos inalámbricamente a un aplicativo software que se encuentra en un PC. El aplicativo implementa un algoritmo de fusión sensorial con un filtro de Kalman y un filtro Complementario con el fin de obtener los mejores valores de la orientación estimada que tiene una persona. Además la aplicación genera los polígonos convexos de las proyecciones del centro de masa sobre el suelo de cada persona. Inicialmente se mostrarán los requerimientos que debe cumplir el sistema como primera parte, luego se presentará el diseño hardware y el diseño software acompañado de diagramas UML con el fin de exponer su arquitectura.

### 4.1. Requerimientos del sistema electrónico

Se hace necesario presentar los siguientes requerimientos funcionales y no funcionales que se deberán cumplir para la realización de un sistema electrónico que permita evaluar estabilidad postural.

## Requerimientos funcionales

- El dispositivo se comunicará con una herramienta software de forma inalámbrica.
- El dispositivo deberá portar un sensor inercial para la captura de datos.
- El dispositivo deberá guardar datos en caso de emergencia.
- El dispositivo utilizará una correa que permita el ajuste al cuerpo, este dispositivo tiene que ser de un tamaño adecuado para realizar esta tarea.
- Analizar los datos será un aspecto importante para llevar a cabo, es por eso que la aplicación deberá mostrar gráficas con los datos del paciente en tiempo real.
- El aplicativo deberá generar el polígono convexo que encierra todas las proyecciones del centro de masa sobre el suelo que tuvo la persona para después poder realizar un respectivo análisis de los datos obtenidos.
- Será necesario que en la aplicación se puedan observar gráficas con los polígonos generados y las orientaciones en los planos frontal y sagital que tuvo la persona durante la prueba.
- El aplicativo deberá tener un menú en donde se pueda realizar la toma de datos, así como opciones de cargar datos y guardar datos de los pacientes.
- Esta aplicación deberá tener implementado un algoritmo con el filtro de Kalman y el filtro Complementario, es decir que la fusión de los datos del acelerómetro y del giróscopo se realizará por software, esto con el fin de obtener los mejores valores para estimar la orientación de la persona evaluada.

## Requerimientos no funcionales

- *Portabilidad*: El dispositivo deberá ser de tamaño reducido para que sea fácilmente transportable.
- *Usabilidad*: El dispositivo deberá ser fácil de instalar y colocar en la persona (reducido en cableado).
- *Costo*: Se utilizarán componentes hardware de bajo costo para la realización del dispositivo.

- *Comodidad*: El dispositivo será cómodo para el paciente que lo portará.
- *Interfaz*: El evaluador debe tener manejo de la aplicación de una manera sencilla. Por ello la aplicación software deberá tener una interfaz gráfica que sea de agrado a la vista del evaluador y por supuesto que sea de fácil manejo.

En la figura 4.1 se observa que el dispositivo estará compuesto por componentes hardware y software que se comunican a través de Bluetooth.

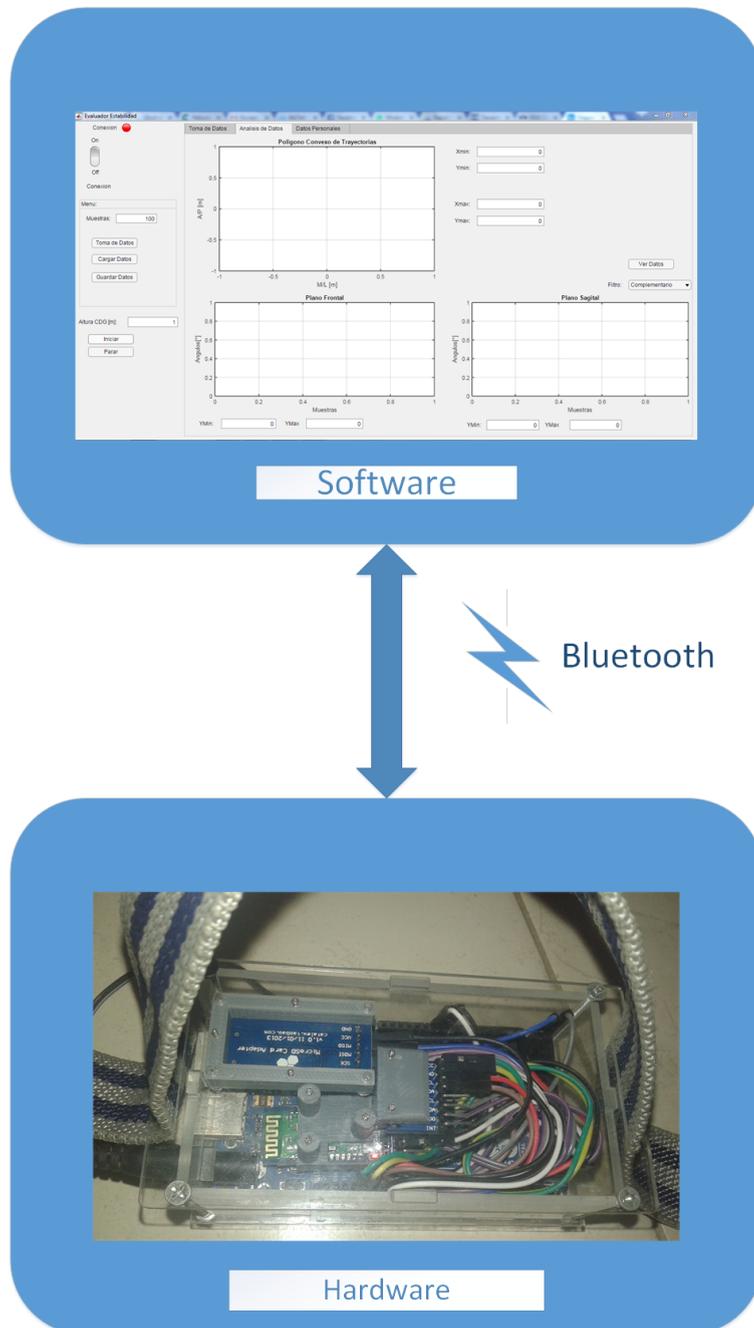


Figura 4.1: Componentes del Prototipo.

## 4.2. Diseño del prototipo hardware

Para cumplir con los requerimientos mencionados en la sección anterior, se han seleccionado los elementos hardware más acordes a esta tarea.

### 4.2.1. Diagrama de Flujo

Para una visión del proceso que llevará a cabo el dispositivo se utilizará el diagrama de flujo básico mostrado en la figura 4.2.



Figura 4.2: Diagrama de flujo para el dispositivo hardware.

En la figura 4.2 se muestran las tres principales tareas que debe de realizar el dispositivo,

primeramente se deben de capturar los datos, luego se hace un guardado de seguridad y por último se transmiten los datos al aplicativo que se encuentra localizado en el PC.

En las secciones 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4 y 4.2.5 se presentan los elementos utilizados para cumplir con las tres tareas principales que requiere el prototipo.

#### 4.2.2. Módulo de control

El controlador que se utilizará es una tarjeta Arduino Mega ADK, este será el dispositivo principal al cual irán conectados los demás elementos necesarios para cumplir el objetivo del proyecto. Para programar esta tarjeta se utilizará Arduino IDE, con esta aplicación se desarrolla el archivo que se compila dentro de este controlador para poder llevar a cabo las tareas necesarias que deben de realizar los otros tres elementos electrónicos utilizados.

Esta tarjeta recogerá los valores que el sensor le entregue, adaptará los datos para poder ser guardados luego y por último serán transmitidos por vía inalámbrica utilizando el puerto serial.

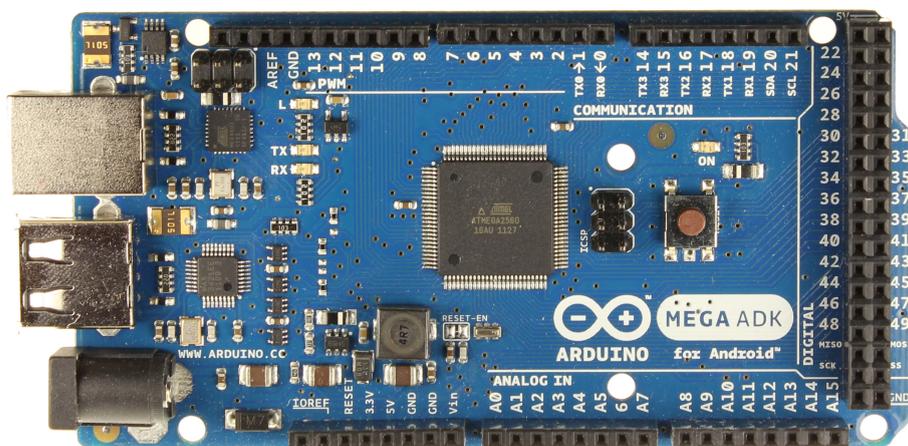


Figura 4.3: Tarjeta Arduino Mega ADK.

#### Características principales de la Mega ADK

- Microprocesador ATmega2560.
- Microprocesador Atmega8U2 programado como convertidor USB-serial.

- Tensión operativa: 5 V.
- Tensión de alimentación (recomendada): 7-12 V.
- Tensión de alimentación (límites): 6-20 V.
- Corriente continua máxima para las entradas/salidas: 40 mA.

Datos tomados de: [<https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardMegaADK>]

### 4.2.3. Módulo de sensado

El sensor que se encargará de capturar las aceleraciones y velocidades angulares será una IMU de bajo costo como lo es la MPU-6050, esta unidad de medida inercial es de seis grados de libertad, esto significa que lleva un acelerómetro y un giroscopio, ambos de 3 ejes. Esta IMU opera a 5V y además la 6050 utiliza el protocolo de comunicación I2C lo que facilita la conexión con la placa Arduino.

Esta IMU tiene rangos de mediciones pequeños (2g a 8g) lo cual favorece para obtener una medición más precisa de los pequeños cambios de variación de la estabilidad postural de la persona evaluada.

Es necesaria la utilización de este dispositivo ya que entrega aceleraciones lineales y velocidades angulares en los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , con estos valores se procede a la implementación del filtro de Kalman y filtro Complementario como fusionadores sensoriales como se vio en el capítulo 2.

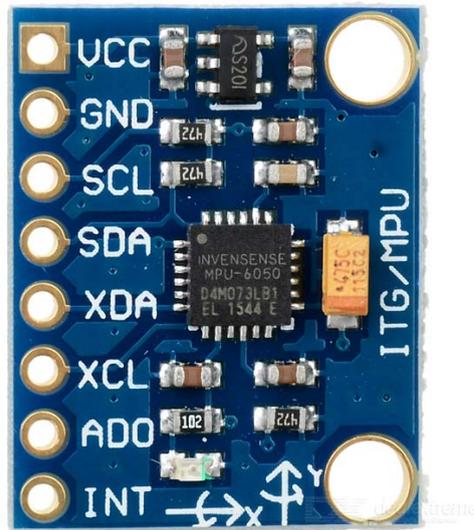


Figura 4.4: Unidad de medida inercial MPU 6050.

A continuación se muestran las características principales de la IMU MPU6050:

- Tensión de Alimentacion : 3 - 5V
- Salida I2C Digital de datos entregados por la MotionFusion de 6 o 9 ejes en formato de matriz de rotación, cuaternión, ángulos de Euler, o los datos en bruto (*rawvalues*).
- Giroscopio que mide velocidad angular en tres ejes con una sensibilidad de hasta  $131LSBs/dps$  y un rango a gran escala de  $\pm 250$ ,  $\pm 500$ ,  $\pm 1000$ , y  $\pm 2000dps$
- Incluye un procesador de movimiento digital - *DigitalMotionProcessing<sup>IM</sup>* (*DMP<sup>IM</sup>*)
- Incorpora un sensor de temperatura de salida digital
- Algoritmos internos para la calibración del dispositivo

La información fue tomada de: [<https://www.invensense.com>] y en el Datasheet MPU 6050.

La unidad de medición inercial es la encargada de tomar las velocidades y aceleraciones lineales, estos valores los adquiere Arduino y se acomodan en un formato que puedan ser llevados luego al PC de forma inalámbrica.

IMU MPU 6050	Arduino Mega
VCC	5V
GND	GND
SCL	SCL
SDA	SDA

Cuadro 4.1: Conexión entre la MPU 6050 y Arduino.

La alimentación de la IMU debe ser de 5V por eso el pin VCC va al de 5V de Arduino, GND es tierra en ambos dispositivos, los pines SCL y SDA permiten la comunicación por I2C.

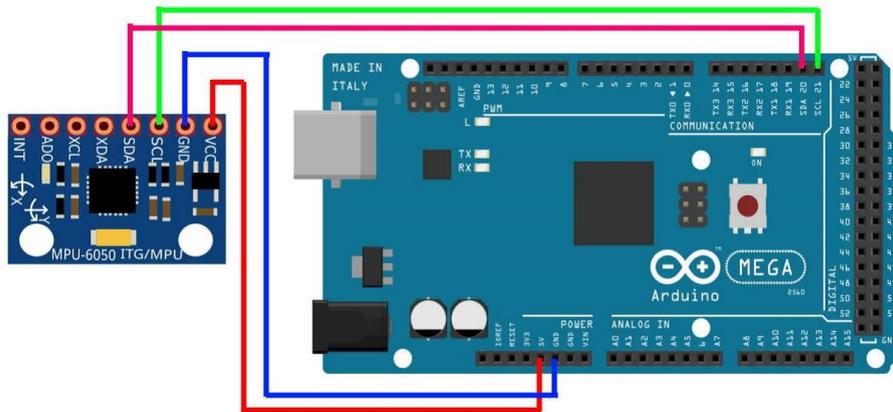


Figura 4.5: Esquema de conexión entre la IMU MPU 6050 y la tarjeta Arduino Mega ADK.

La figura 4.5 representa las conexiones pin a pin necesarias para llevar a cabo la comunicación entre la placa y el sensor.

#### 4.2.4. Módulo de comunicación inalámbrica

Para cumplir con el requerimiento de que los datos se transmitan de forma inalámbrica se utilizará la comunicación bluetooth. Se ha seleccionado el módulo Bluetooth HC-05 porque además de ser un dispositivo de bajo costo, su comunicación con Arduino es sencilla de realizar.

La comunicación entre el microcontrolador Arduino ADK y el transmisor bluetooth se realiza vía serial mediante los pines TX/RX. Este módulo es maestro-esclavo, quiere decir que además de recibir conexiones desde un equipo, también es capaz de generar conexiones hacia otros dispositivos bluetooth.

Este dispositivo se utilizará para transmitir las aceleraciones y velocidades angulares que son tomadas por la IMU, procesadas por la tarjeta arduino y que luego serán enviadas al PC.

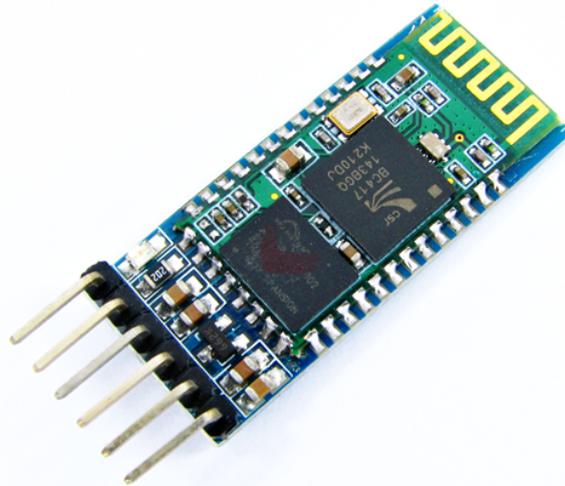


Figura 4.6: Modulo Bluetooth HC-05.

Adicionalmente se listan las principales características del módulo Bluetooth HC-05:

- Voltaje de alimentación: +3.3V.
- 6 Pines (STATE, RXD, TXD, GND, VCC, EN).
- Corriente de trabajo: en configuración 30mA, en comunicación 10mA.
- Distancia abierta efectiva de alcance 10 metros, más de 10 metros es posible, pero no se asegura la calidad de la conexión.
- Puerto de comunicación: UART/USB.
- Peso: 10 g

- Protocolo bluetooth: Bluetooth Specification v2.0+EDR

A continuación se presenta el esquema de conexión pin a pin entre el módulo bluetooth y la placa.

Bluetooth HC-05	Arduino Mega
VCC	5V
GND	GND
TXD	RX0
RXD	TX0

Cuadro 4.2: Conexión entre el módulo Bluetooth y Arduino.

En la tabla 4.2 se puede ver que el pin VCC es donde ingresa la alimentación del HC-05, por lo tanto se conecta al de 5V de la tarjeta, GND es tierra en ambos dispositivos, tanto TXD como TX0 representan los pines de transmisión serial de cada dispositivo, y los pines RXD y RX0 son los que permiten la recepción de datos vía serial.

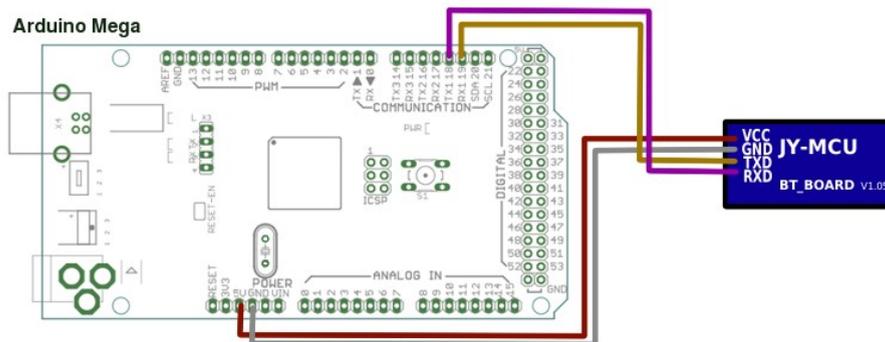


Figura 4.7: Esquema de conexión entre la tarjeta Arduino Mega ADK y el módulo bluetooth HC-05.

La figura 4.7 muestra los pines que se conectan en la practica para poder realizar la comunicación entre el modulo bluetooth y la tarjeta Arduino.

#### 4.2.5. Módulo de almacenaje de datos

El tercer principal requerimiento del dispositivo para evaluar estabilidad postural es almacenar los datos, es por eso que se utiliza un adaptador Catalex para realizar un guardado

de datos por seguridad en una memoria de 2Gb. Al terminar la prueba se guarda un archivo *.txt* en esta y si se desea se pasa al PC, es un dispositivo utilizado por si se pierden datos en la transmisión bluetooth.

Es importante aclarar que la aplicación que irá en el PC también permite guardar datos como se verá más adelante.

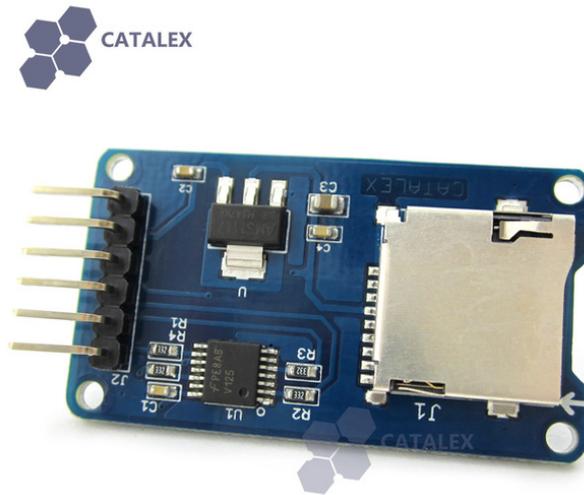


Figura 4.8: Adaptador para memorias Micro SD.

A continuación se presentan las principales características técnicas del adaptador de tarjetas micro SD:

- Voltaje de funcionamiento: 4.5 - 5.5V VCC.
- 6 Pines (GND, VCC, MISO, MOSI, SCK, CS).
- Interfaz estándar SPI.
- circuito regulador del voltaje de 3.3V.
- Peso: 5g.

El adaptador para memorias Micro SD utiliza el protocolo SPI el cual permite la comunicación con Arduino, la tabla 4.3 presenta las conexiones pin a pin y luego se muestra su debido esquema.

Adaptador MicroSD	Arduino Mega
VCC	5V
GND	GND
MISO	50
MOSI	51
SCK	52
CS	53

Cuadro 4.3: Conexión entre el adaptador MicroSD y Arduino Mega ADK.

Como se puede ver en la tabla 4.3 los pines que van a Arduino son el de la alimentación y tierra que son VCC y GND y los otros cuatro pines se utilizan para cumplir con el protocolo SPI.

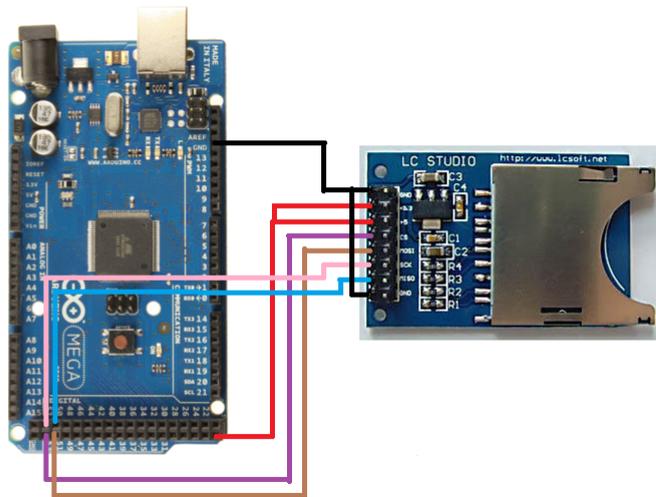


Figura 4.9: Esquema de conexión entre el Adaptador MicroSD y Arduino Mega ADK

#### 4.2.6. Integración de componentes

Luego de haber explicado las conexiones una por una que debe tener el dispositivo, se hace necesario mostrar seguidamente un modelo que involucra a todos los dispositivos con su debida tarea a realizar.

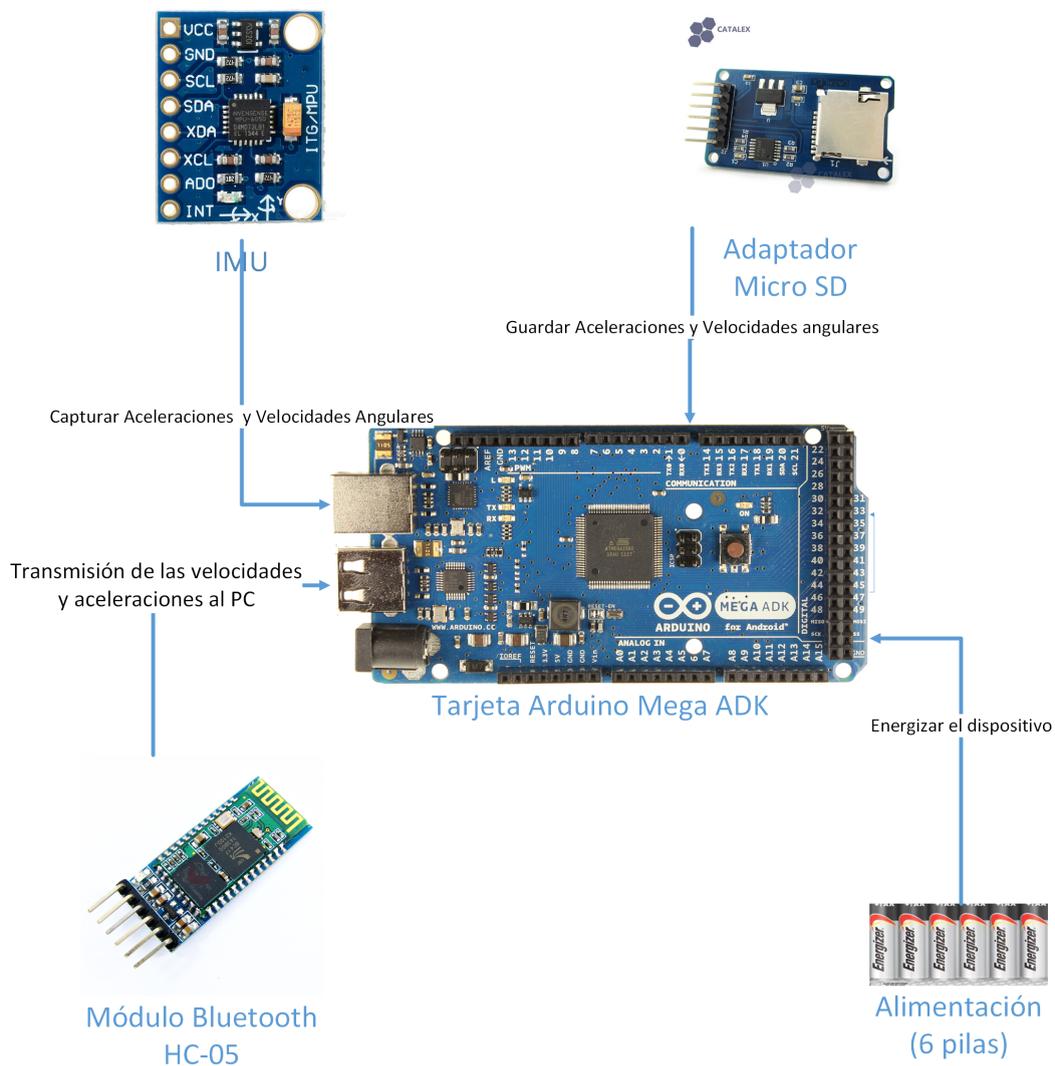


Figura 4.10: Modelo de conexión entre todos los dispositivos hardware.

En la figura 4.10 se puede ver el modelo final de los componentes Hardware que se conectan a la tarjeta Arduino para cumplir con la integración del prototipo.

Para dar a conocer el dispositivo en su versión real se han realizado imágenes que se presentan seguidamente.

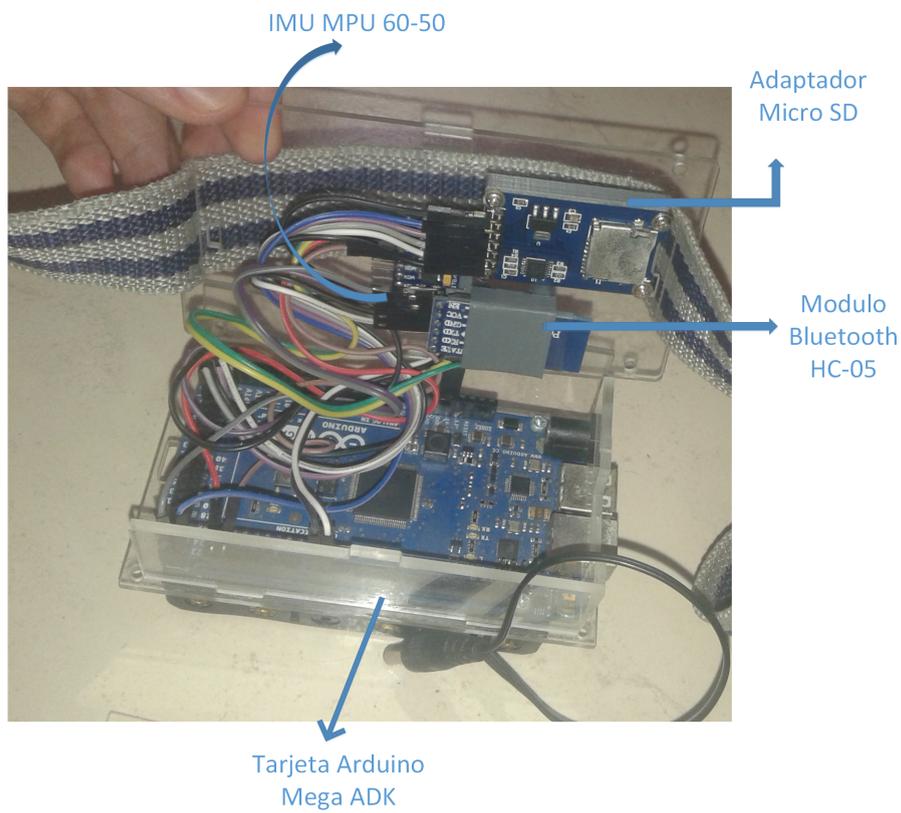


Figura 4.11: Componentes del dispositivo hardware (abierto).

Además de los componentes hardware, el dispositivo se encuentra cubierto con una carcasa en material acrílico, cuenta con una correa ajustable para que el usuario pueda utilizar el dispositivo sin importar su perímetro abdominal.



Figura 4.12: Dispositivo hardware en su version final (parte trasera).

Para la alimentación del dispositivo se necesitan 6 pilas doble A, con esto se logra energizar todos los componentes.

En la siguiente sección se expondrá la parte software del prototipo desarrollado.

### 4.3. Diseño del aplicativo software

A continuación se presenta el software implementado en este proyecto con el objetivo final de obtener la orientación y la posición de una persona. Para realizar los modelos de la arquitectura software se han implementado tres diagramas UML: Un diagrama de Casos de Uso, un diagrama de secuencia y un diagrama de flujo.

#### 4.3.1. Diagrama de Casos de Uso

Como se menciono anteriormente se presentará un diagrama de casos de uso con el fin de mostrar los requerimientos funcionales del sistema en general 4.13.

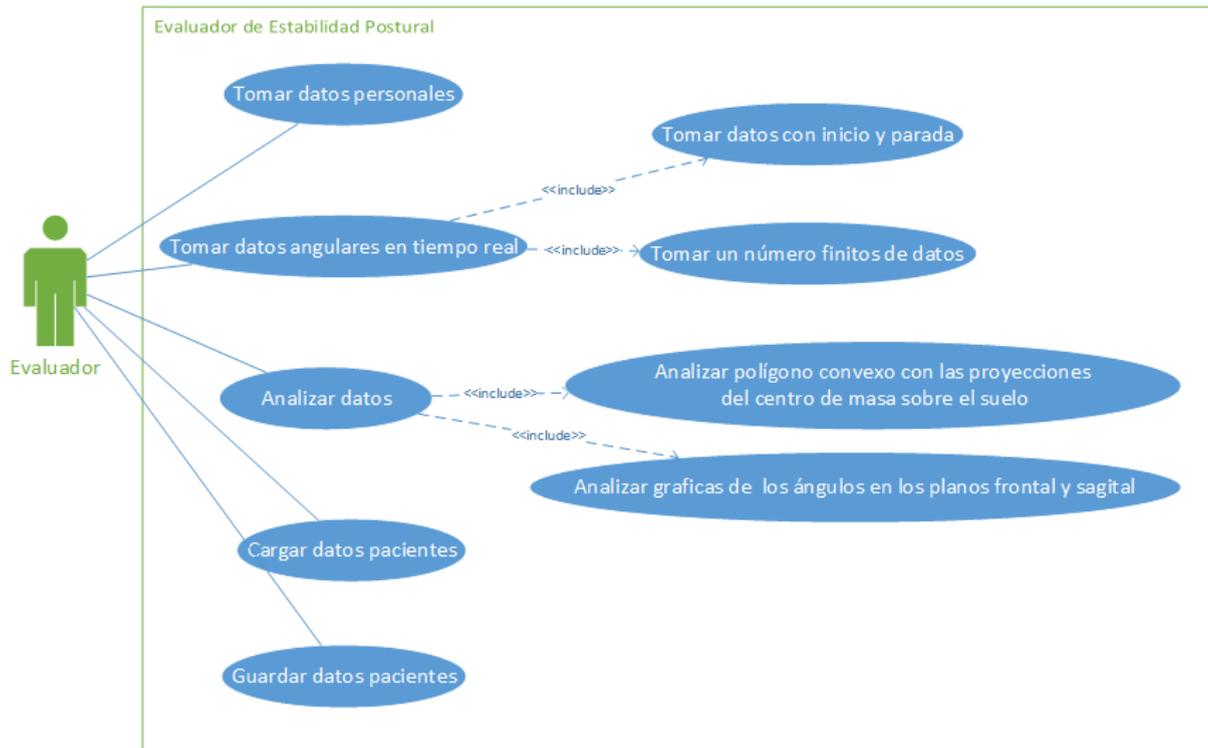


Figura 4.13: Diagrama de casos de uso para el aplicativo.

En el diagrama 4.13 se presentan los requerimientos funcionales principales que debe cumplir el sistema para que el evaluador pueda realizar las pruebas y analizar los datos de los pacientes. A continuación se explicarán algunos de los casos de uso que se exponen en el diagrama.

Casos de uso del aplicativo software:

- *Tomar datos personales:* El evaluador puede tomar los datos personales del paciente antes de realizar la prueba.
- *Tomar datos angulares en tiempo real:* El evaluador tiene la posibilidad de tomar datos de las orientaciones que tiene la persona durante un tiempo requerido o puede tomar las muestras que necesite, luego de iniciar se procede a ver los datos del paciente en tiempo real.
- *Analizar datos:* El evaluador analiza los datos por medio del polígono generado de los datos tomados y observa dos gráficas que contienen los ángulos tomados durante la prueba.

- *Cargar datos pacientes:* El aplicativo contiene una función que permita cargar datos de pacientes.
- *Guardar datos pacientes:* Después de tomadas las pruebas la aplicación permite guardar los datos del paciente.

### 4.3.2. Diagrama de Flujo

Para dar a conocer el proceso que llevará acabo el aplicativo del dispositivo se utilizará un diagrama de flujo básico 4.2.



Figura 4.14: Diagrama de flujo del aplicativo para evaluación de estabilidad postural.

En el diagrama de flujo 4.14 se puede ver paso a paso lo que el evaluador debe hacer para realizar una prueba con un paciente, a continuación se explicarán los componentes de dicho diagrama.

Componentes del diagrama de flujo del aplicativo software:

- *Tomar datos del paciente:* Lo primero que el evaluador deberá hacer es tomar los datos del participante, como lo son: edad, estatura, peso, altura del centro de gravedad, nombres y apellidos.
- *Iniciar prueba:* Al tener los datos personales del participante se da inicio a la captura de datos, para ello se le pide al participante mantener la postura en bipedestación estática mientras se capturan los datos necesarios.
- *Generar ángulos en tiempo real:* Mientras transcurre la toma de datos el evaluador podrá visualizar en tiempo real los movimientos que esta teniendo la persona en los planos sagital y frontal.
- *Finalizar prueba:* Cuando se hayan tomado los datos necesarios se da por concluida la prueba.
- *Analizar datos:* Por último se procede a analizar los datos, se puede observar el polígono generado con las proyecciones del centro de masa sobre el suelo y los movimientos angulares que realizó la persona durante el transcurso de la prueba.

### 4.3.3. Diagrama de secuencia

Se presenta un modelo de secuencia UML con el fin de permitir mostrar gráficamente la interacción de las pestañas que componen el aplicativo.

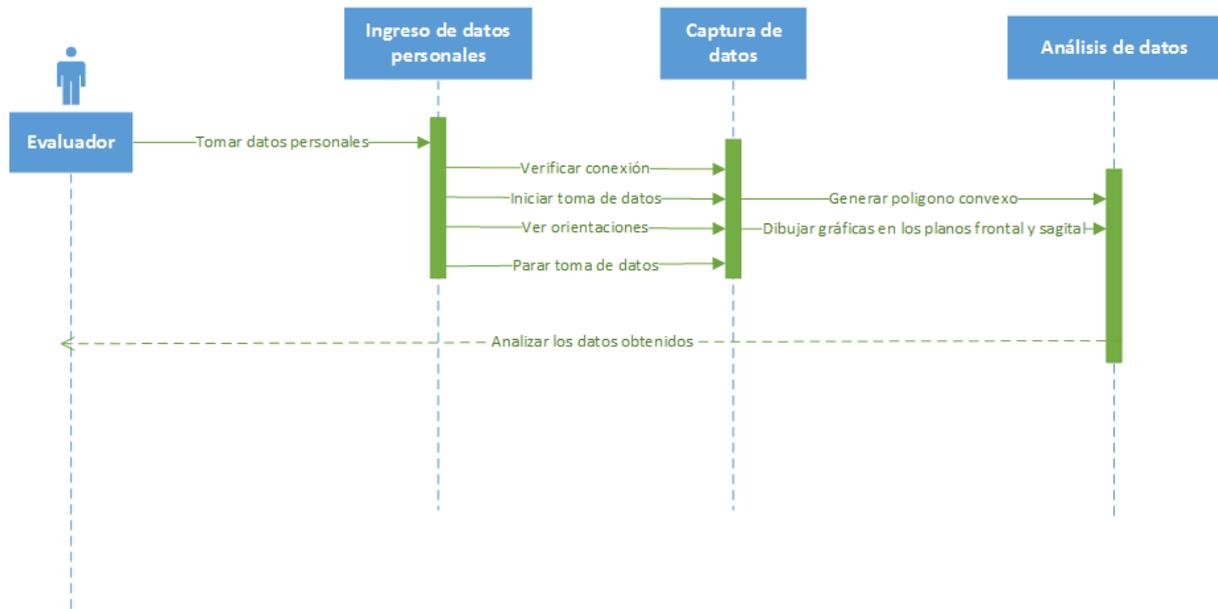


Figura 4.15: Diagrama de secuencia UML del aplicativo.

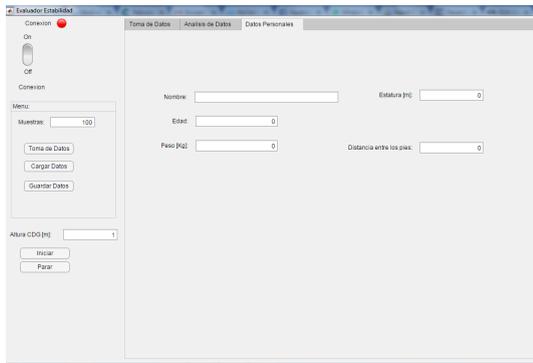
En la figura 4.15 se presenta un diagrama de secuencia compuesto por las tres tareas primordiales que debe realizar la aplicación, la toma de datos personales, la toma de datos de las orientaciones, y por último la generación del polígono que encierra las trayectorias del centro de masa.

#### 4.3.4. Diseño de la interfaz de usuario

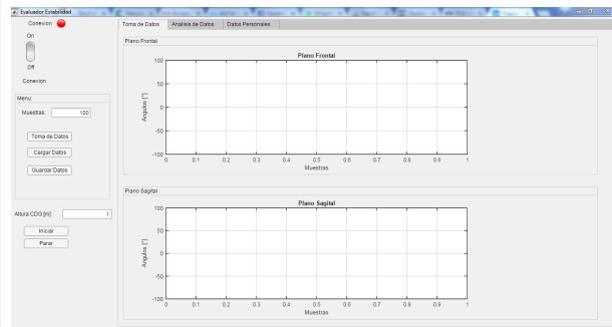
En esta sección se explicará el diseño de la interfaz de usuario que permitirá evaluar la estabilidad postural teniendo en cuenta el modelado de la arquitectura realizado anteriormente, por ende se explicarán las interfaces principales que componen el aplicativo.

En la aplicación de Matlab 2016Ra se ha realizado un programa ejecutable utilizando el Toolbox AppDesigner. La aplicación desarrollada comprende las operaciones de: Recepción de datos por comunicación inalámbrica, filtrado de datos mediante Kalman, filtrado de datos mediante el filtro Complementario, visualización de datos en tiempo real y análisis de datos obtenidos.

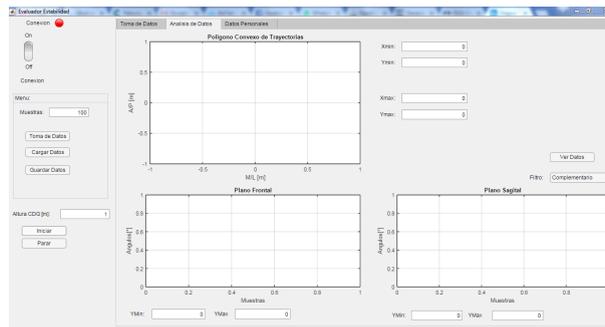
La aplicación contiene 3 pestañas como se puede ver en la figura 4.16.



(a) Datos Personales



(b) Toma de Datos



(c) Análisis de Datos

Figura 4.16: Pestañas que componen la aplicación.

A continuación se expondrán las funciones que se realizan en cada pestaña que compone la aplicación para la evaluación de la estabilidad postural.

## Datos personales

En esta ventana aparecen los cajones de textos necesarios para que el evaluador digite el nombre, apellido, fecha de nacimiento, altura, peso y género de la persona a evaluar (ver 4.17).

Toma de Datos   Analisis de Datos   Datos Personales

Nombre:

Edad:

Peso [Kg]:

Estatura [m]:

Distancia entre los pies:

Figura 4.17: Pestaña de datos personales.

## Toma de datos

Esta pestaña esta compuesta principalmente por dos figuras que permiten graficar los ángulos estimados con el acelerómetro, el filtro de Kalman y el filtro Complementario en los planos frontal y sagital (ver 4.18).

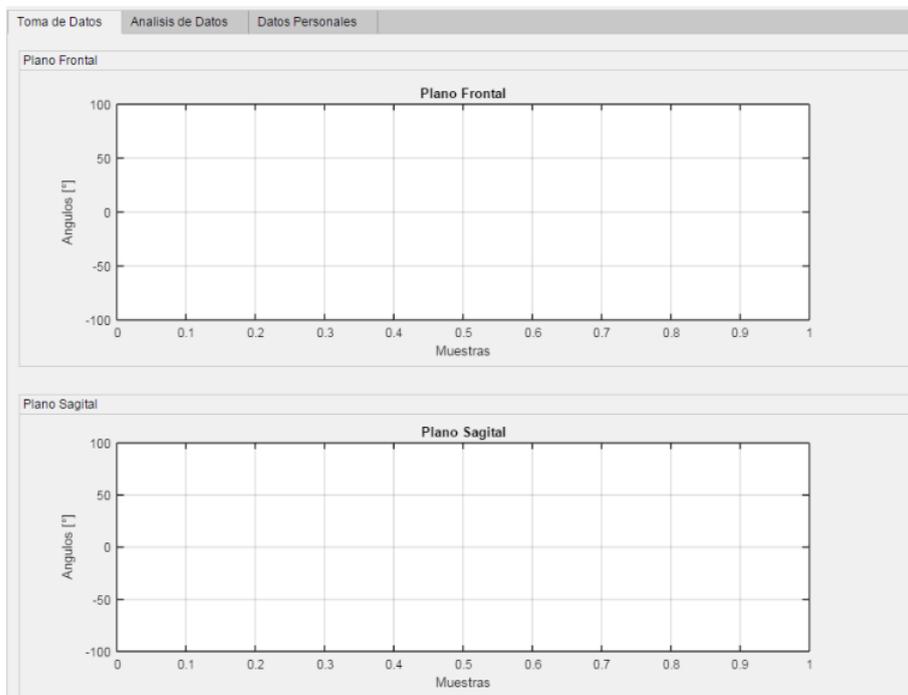


Figura 4.18: Toma de datos.

La toma de datos se puede realizar de dos formas: Una tomando un número de datos finitos y la otra consiste en iniciar la toma y realizar la parada para cuando el evaluador lo desee, por eso se cuenta con los botones de Tomar datos, Iniciar, Parar y un cajón de texto donde se escriben los números de datos a tomar.

## Análisis de datos

En la ventana de análisis de datos se puede ver una figura en donde se dibujará el polígono convexo con las trayectorias del centro de masa que tuvo la persona evaluada en los ejes anterior-posterior y medio- lateral.

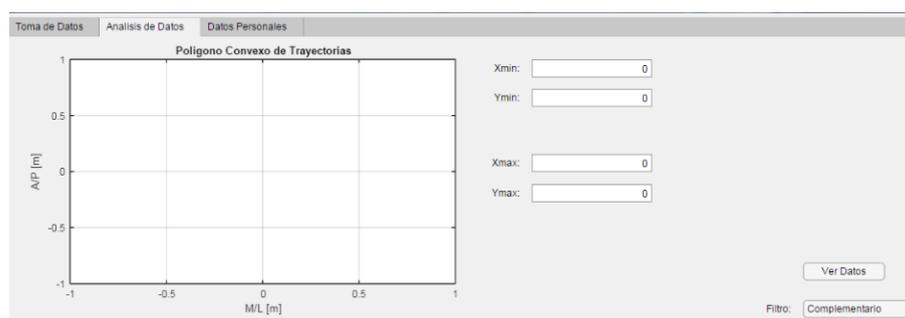


Figura 4.19: Panel para graficar el polígono convexo.

Esta gráfica permite poder acercarse y alejarse para poder realizar el respectivo análisis(ver4.19), además esta pestaña cuenta con dos paneles graficos en las que se grafican los datos totales obtenidos de las estimaciones de orientación (ver 4.19).

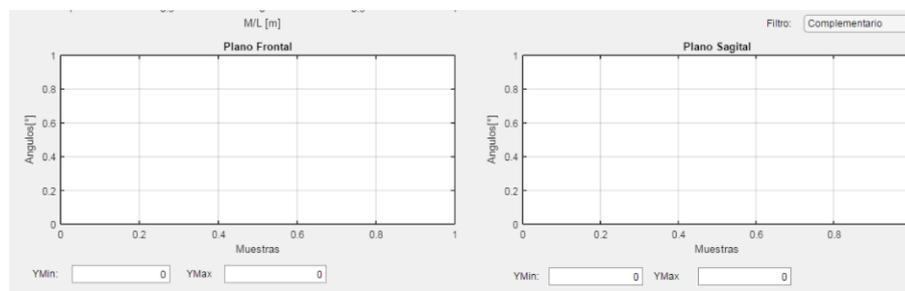


Figura 4.20: Paneles para graficar los datos finales.

Se puede seleccionar el tipo de filtro y también es posible realizar un acercamiento para visualizar los datos de una mejor manera(ver 4.20 y 4.19).

El aplicativo cuenta con un menú el cual incluye un botón de conexión para dar inicio y fin a la comunicación con el dispositivo hardware y un aspecto importante a resaltar es que cuenta con un botón para cargar datos de pacientes y guardar datos de los pacientes(ver 4.21).



Figura 4.21: Menú del evaluador de estabilidad.

Con el fin de tener entendimiento de lo realizado en las secciones de diseño hardware y software se presenta un modelo de arquitectura informal en el que se integra hardware y software.

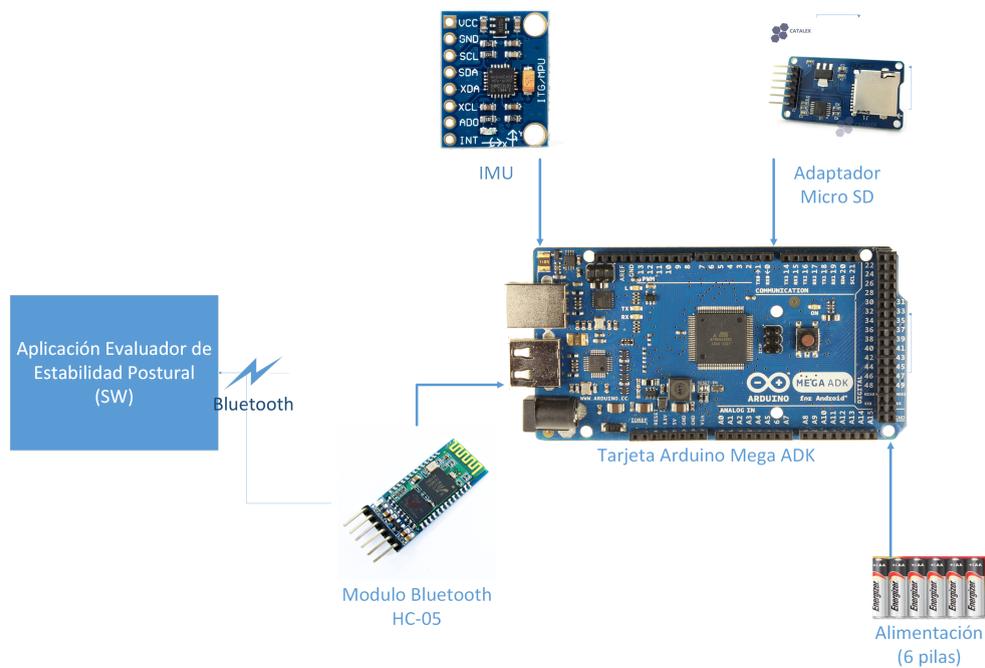


Figura 4.22: Modelo de arquitectura hardware con componente software.

En la figura 4.22 se muestra un esquema en el que, a diferencia de los anteriores, incluye el aplicativo para evaluar estabilidad postural. Para comprender el funcionamiento de la aplicación y el dispositivo electrónico se anexa un video explicativo.

En el presente capítulo se ha realizado un diseño del prototipo hardware y del prototipo software con el fin de dar a conocer el sistema electrónico para la evaluación de la estabilidad postural, lo anterior basado en unas características y requerimientos. Para la realización del dispositivo se tuvieron en cuenta los conceptos del capítulo 1, capítulo 2 y capítulo 3. En el siguiente capítulo se muestran los resultados de las pruebas realizadas con el sistema desarrollado y el respectivo análisis de los datos obtenidos.

# Capítulo 5

## Pruebas y análisis de resultados

En este capítulo se exponen los resultados obtenidos durante la investigación. Se presenta el protocolo utilizado para realizar las pruebas y los resultados obtenidos al aplicarlas a una muestra de 10 personas sin antecedentes médicos relacionados con desequilibrio postural.

### 5.1. Protocolo de pruebas

Cuadro 5.1: Protocolo de pruebas.

<b>Participantes:</b>	10 Adultos
	Entre 18 y 25 años
	Diferentes contexturas (Diferentes índices de masa corporal). Con marcha normal (sin diagnósticos médicos).
<b>Experimento:</b>	Número de experimentaciones por participante: 3
	Número de experimentos con los pies juntos: 1
	Número de experimentos con los pies separados 10cm: 1
	Número de experimentos con los pies separados 20cm: 1
<b>Nota:</b>	La posición de las personas es en bipedestación estática (Espalda recta, brazos pegados al cuerpo y pies separados a unas distancias definidas por el administrador de la prueba).

### 5.1.1. Desarrollo del protocolo de pruebas

1. El administrador de la prueba ubica el computador donde se manejará la aplicación para realizar la prueba.



Figura 5.1: Ubicación del computador y otros materiales para realizar las pruebas.

2. Se realiza un registro fotográfico del sitio de prueba.



Figura 5.2: Registro fotográfico del sitio de prueba.

3. El administrador de la prueba tomará medidas de la altura del centro de gravedad de la persona con un metro.



Figura 5.3: Toma de medidas de la altura del centro de gravedad.

4. El administrador debe registrar: nombre, hora de la experimentación, fecha de la experimentación, altura del participante, peso del participante y altura del centro de gravedad con respecto al suelo.

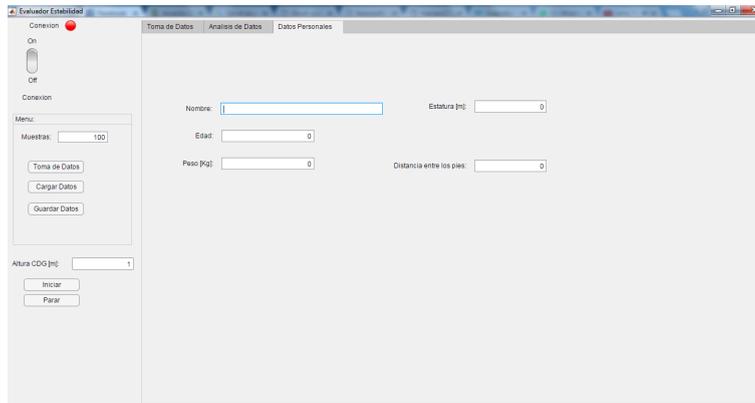


Figura 5.4: Registro de los pacientes.

5. El administrador de la prueba debe realizar la instrumentación del participante de la siguiente manera: (i) Se coloca el dispositivo en la cintura del participante por medio de la correa, (ii) se verifica que este esté fijo con respecto al cuerpo y no tenga ningún movimiento el dispositivo.



Figura 5.5: Instrumentación del participante.

6. Una vez terminada la instrumentación se deben tomar 4 fotos: Frente, posterior, perfil izquierdo y perfil derecho, procurando un correcto enfoque.



Figura 5.6: Perfil de frente



Figura 5.7: Perfil posterior.



Figura 5.8: Perfil izquierdo.



Figura 5.9: Perfil derecho.

7. El administrador de la prueba verificará que la distancia entre los pies sea la correcta.



Figura 5.10: Distancia de los pies.

8. El administrador de la prueba toma datos por 45 segundos.

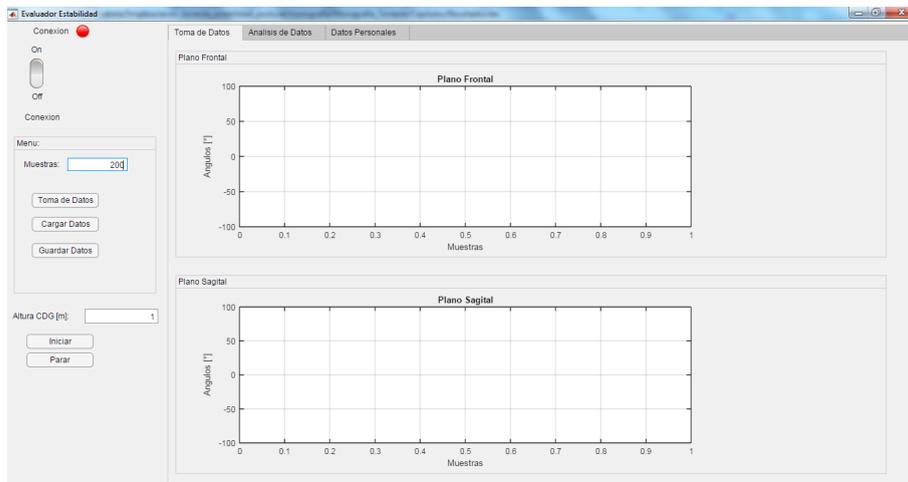


Figura 5.11: Toma de datos

9. El administrador de la prueba comprobará que los datos hayan sido bien almacenados. Todo se recolecta de forma correcta y se hace una copia de seguridad en el PC.
10. El administrador de la prueba tomará otra prueba con la misma persona pero con distancia entre los pies de 10cm (tomada con el metro) y luego otra prueba con la distancia entre los pies de 20cm.
11. Fin del protocolo.

## Diagramas de caja y bigotes

Los diagramas de caja y bigotes permiten describir características importantes tanto de dispersión como de simetría en un grupo de datos. Para su realización se representan todos los cuartiles y los valores mínimo y máximo de los datos, sobre un rectángulo, alineado horizontal o verticalmente. En la siguiente sección se presentarán tablas de resultados y se utilizarán diagramas de cajas y bigotes para el análisis de datos.

### 5.2. Tablas de resultados y análisis de datos

Tras las fases de investigación se logró crear una aplicación en Matlab y se desarrolló un sistema electrónico para evaluar estabilidad postural.

Se va a utilizar el área del polígono convexo como parámetro para evaluar la estabilidad postural, como el polígono convexo se encarga de encerrar la trayectoria de la proyección del centro de gravedad sobre el suelo, entonces se puede determinar el área total que recorre el centro de gravedad de una persona. La idea es que a futuro la aplicación permita distinguir entre el polígono asociado a una persona sana y el asociado a una patología.

Antes de dar inicio al análisis de datos obtenidos por los participantes, es importante resaltar que se realizaron 10 pruebas con el dispositivo en reposo, capturando datos durante 45 segundos en cada prueba. En la tabla 5.2 se muestran los resultados obtenidos en cada caso.

Cuadro 5.2: Área promedio del polígono con el dispositivo en reposo.

<b>Filtro</b>	<b>Área (<math>cm^2</math>)</b>
Kalman	1.40
Complementario	2.50
Acelerómetro	10.10

Existe una muy débil correlación entre los valores del ruido en el instante actual y los instantes precedentes. Lo anterior es un indicador de que el ruido es blanco como se observa en las siguientes dos figuras 5.12 y 5.12:

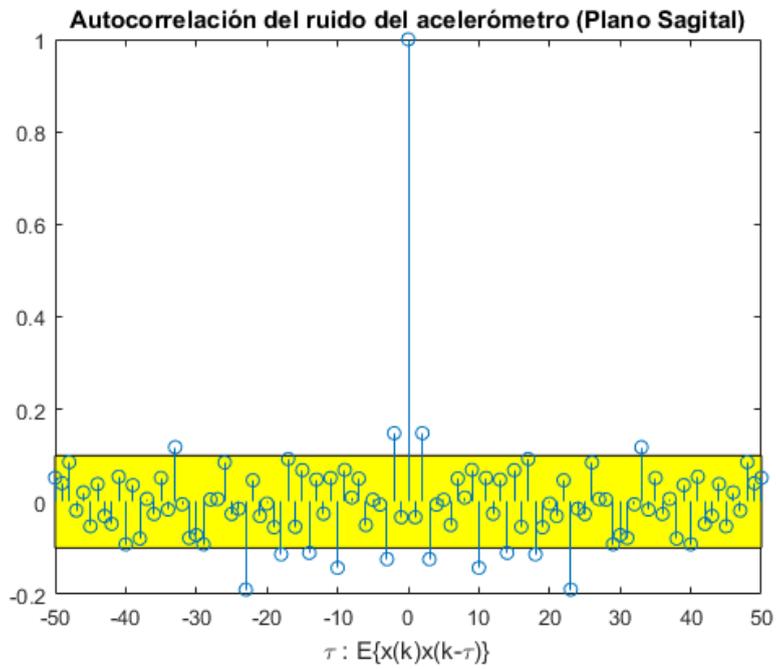


Figura 5.12: Autocorrelación del ruido del acelerómetro (Plano Sagital)

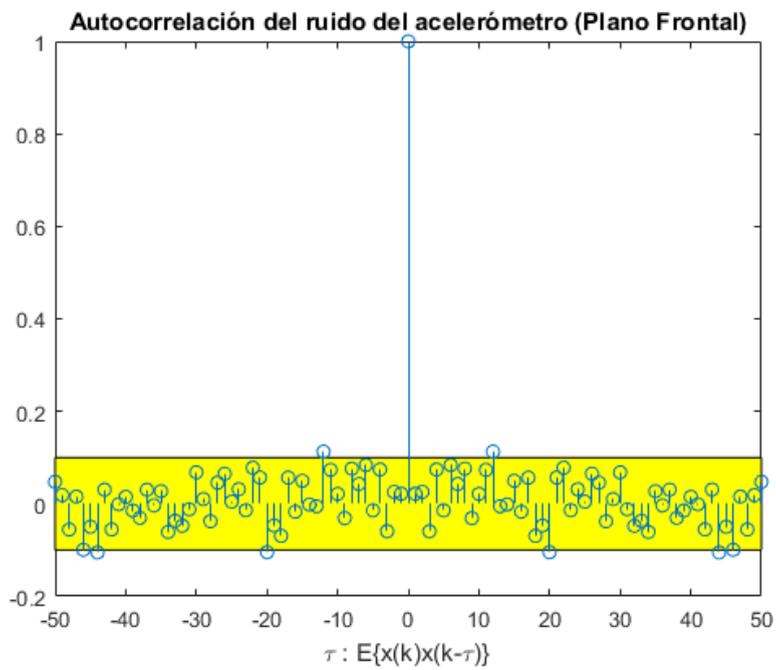


Figura 5.13: Autocorrelación del ruido del acelerómetro (Plano Frontal)

Dicho lo anterior se procederá a exponer la tablas de resultados de las pruebas tomadas a

las 10 personas, esto con el fin de determinar los límites de variación del centro de gravedad teniendo en cuenta que a cada persona se le hicieron tres pruebas, una con los pies juntos, otra con los pies separados 10 cm y por último una prueba con los pies separados 20 cm.

Las siguientes tres tablas que se muestran a continuación son de las áreas de los polígonos con los pies puestos en las tres formas mencionadas anteriormente.

Se comienza con las áreas de los polígonos con los pies juntos:

Cuadro 5.3: Tabla de pruebas de las áreas de los polígonos con los pies juntos.

Participante	Área del Polígono ( $cm^2$ )		
	Kalman	Complementario	Acelerómetro
P01	4.66	6.43	19.72
P02	1.74	3.22	12.67
P03	3.59	4.79	13.40
P04	4.04	7.09	30.86
P05	3.29	4.93	19.38
P06	3.63	4.57	13.45
P07	1.54	2.61	11.19
P08	3.96	5.47	16.03
P09	0.74	1.42	7.33
P10	2.21	3.25	10.37
<b>Promedio:</b>	3.44	4.68	13.42
<b>Desviación estándar:</b>	1.29	1.76	6.65

Como se puede ver en esta primera tabla 5.3, el promedio del área del polígono del acelerómetro es mucho más alto que cuando se utilizan los filtros de Kalman y Complementario, esto debido a que las medidas entregadas por el acelerómetro son muy susceptibles a componentes de ruido, lo que equivale a un supuesto movimiento de la persona y supone un recorrido mayor, mientras que con los filtros de Kalman y Complementario los valores son mucho más pequeños, ya que estos filtros se encargan de corregir el ruido.

Además con la desviación estándar estadística se puede ver que para el acelerómetro se presenta un valor mucho mayor que para los casos donde se utilizan el filtro de Kalman y el filtro Complementario, lo que indica que los datos son mucho más heterogéneos. Lo anterior se da por el ruido que se presenta utilizando solo un acelerómetro, por eso la

importancia de la fusión de acelerómetro con giróscopo para generar una orientación más precisa.

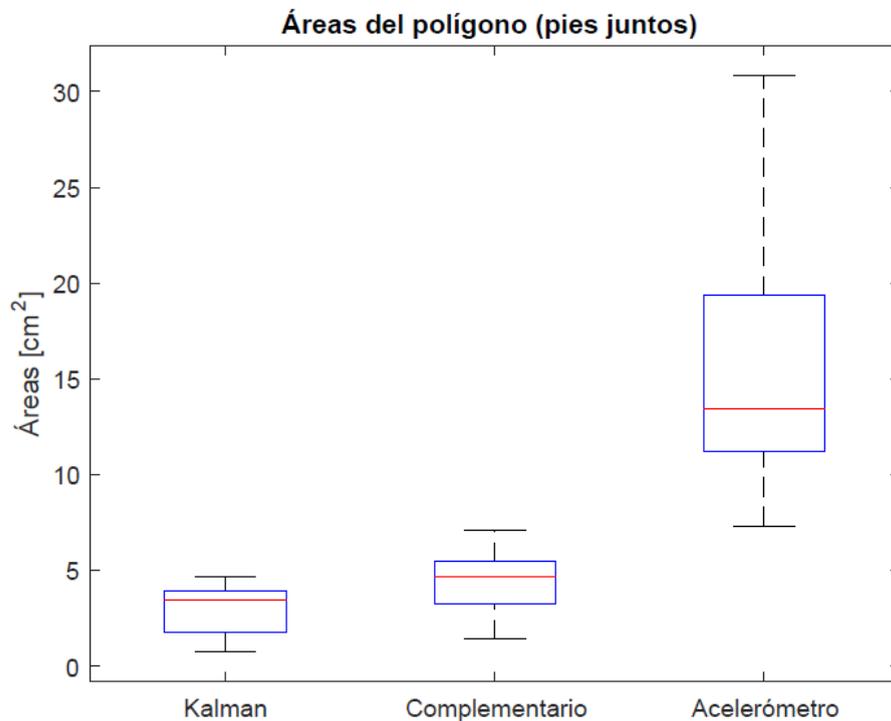


Figura 5.14: Diagrama de cajas y bigotes de las áreas de los polígonos con los pies juntos

En el diagrama de cajas y bigotes que se presenta en la figura 5.14 se puede ver que la dispersión de los datos que se presenta con el uso del acelerómetro es mucho mayor que cuando se usa un filtro de Kalman o un filtro Complementario, por lo tanto los datos son más homogéneos utilizando filtros, adicionalmente los mínimos y máximos no se encuentran tan separados cuando se utilizan filtros, lo que indica que la persona ha realizado muy poco movimiento. Lo mismo sucede con el rango intercuartílico cuando se usan filtros, pues es mucho menor que con el uso de solo el acelerómetro. Otro aspecto a resaltar es que no se presenta ningún valor atípico en la gráfica, lo que da a entender que los participantes no realizaron ningún movimiento brusco mientras la prueba.

En la siguiente tabla se presentan las áreas de los polígonos con los pies separados 10 cm:

Cuadro 5.4: Tabla de pruebas de las áreas de los polígonos con los pies separados 10cm.

Participante	Área del Polígono ( $cm^2$ )		
	Kalman	Complementario	Acelerómetro
P01	4.00	5.81	16.11
P02	2.25	3.21	11.28
P03	3.59	4.79	13.40
P04	3.53	5.23	22.71
P05	3.29	4.93	19.38
P06	4.16	5.37	19.84
P07	1.94	2.84	10.53
P08	1.61	3.06	14.52
P09	1.06	1.62	7.86
P10	4.56	5.90	15.87
<b>Promedio:</b>	3.41	4.86	15.32
<b>Desviación estándar:</b>	1.84	3.10	8.29

En la tabla 5.4 se presentan cosas similares que con la vista anteriormente (5.3), el acelerómetro genera valores grandes frente a los filtros de Kalman y Complementario. El valor promedio del área del polígono en el acelerómetro es mayor con los pies separados 10cm.

A continuación se presenta un diagrama de cajas y bigotes para poder analizar mejor los datos obtenidos.

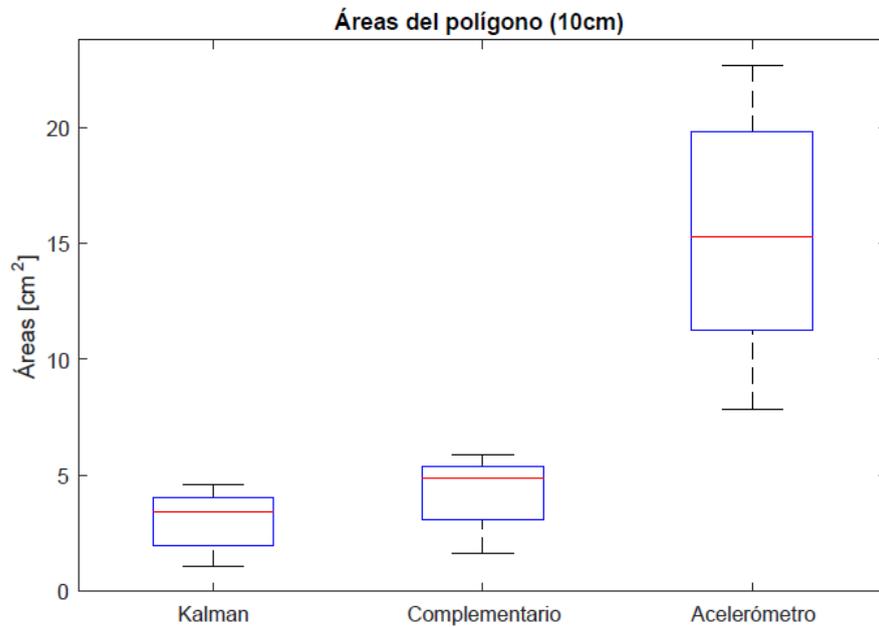


Figura 5.15: Diagrama de cajas y bigotes de las áreas de los polígonos con los pies separados 10cm

En las figuras 5.15 y 5.14 se puede observar que los datos procesados con los filtros de Kalman y Complementario, presentan un rango intercuartílico menor que los calculados empleando solamente el acelerómetro. Los datos obtenidos con el filtro de Kalman y el filtro Complementario presentan mucha menos dispersión de datos que con solo el uso del acelerómetro, además es interesante ver que el máximo bigote del acelerómetro en este caso está cerca de valores de  $20\text{cm}^2$  mientras que en la prueba realizada con los pies juntos estos valores están cerca de  $30\text{cm}^2$ , esto indica que el acelerómetro presento más ruido en la prueba anterior.

La última tabla de áreas de los polígonos se presenta a continuación:

Cuadro 5.5: Tabla de pruebas de las áreas de los polígonos con los pies separados 20cm.

Participante	Área del Polígono ( $cm^2$ )		
	Kalman	Complementario	Acelerómetro
P01	2.49	4.21	15.61
P02	0.68	1.33	7.83
P03	3.56	5.89	17.32
P04	4.93	6.98	34.28
P05	3.29	4.93	19.38
P06	2.35	3.85	36.91
P07	1.64	2.91	31.05
P08	1.76	2.07	9.84
P09	5.52	11.01	30.91
P10	0.90	1.58	8.48
<b>Promedio:</b>	2.42	4.03	18.35
<b>Desviación estándar:</b>	1.62	2.95	11.20

En el cuadro 5.5 sucede lo mismo que en los dos casos precedentes (cuadros 5.3 y 5.4), algo importante de resaltar es que con estas áreas se puede determinar que tanto movimiento ha tenido una persona, en algunos casos los valores dan grandes, porque la persona pudo a ver hecho pequeños movimientos voluntarios o algún gesto como reír o hablar durante la prueba.

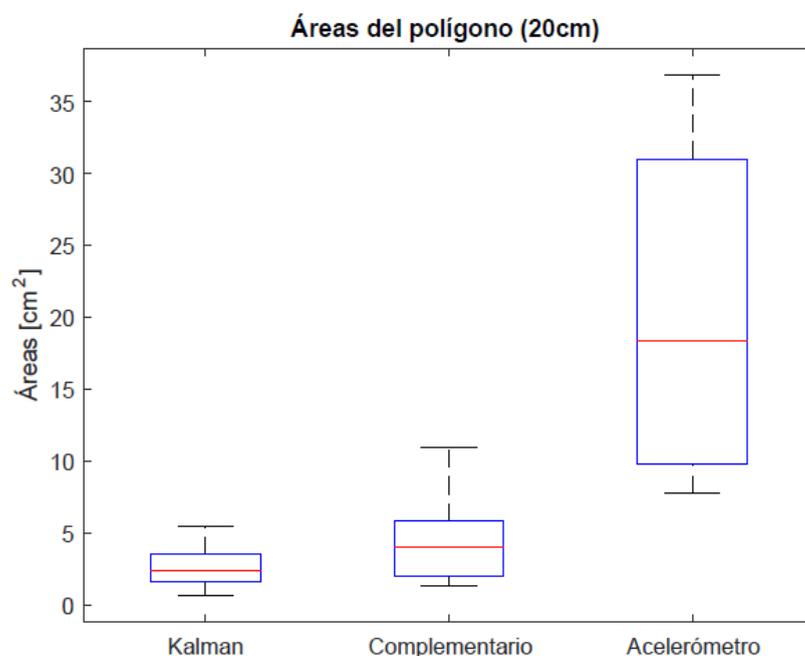


Figura 5.16: Diagrama de cajas y bigotes de las áreas de los polígonos con los pies separados 20cm

En la figura 5.16 se puede observar el diagrama de cajas que se presenta para las áreas de los polígonos en la prueba con los pies separados 20cm. En esta figura se aprecia que el acelerómetro al igual que en las dos pruebas anteriores sigue presentando mayor ruido, esto por el rango intercuartílico que tiene, a diferencia de cuando se utiliza un filtro. En esta prueba los datos tomados con el filtro Complementario presentan un máximo por encima de  $10\text{cm}^2$ , a diferencia del filtro Kalman que presenta su máximo cerca de  $5\text{cm}^2$ .

Terminado el análisis de las tablas con las áreas de los polígonos se procede a examinar las distancias absolutas que recorrieron las personas evaluadas en los planos Anterior-Posterior y Medio-Lateral. De igual forma se realizaron tres tablas, una con los pies juntos, otra con los pies separados 10 cm y la última con los pies separados 20 cm.

Cuadro 5.6: Área promedio en  $\text{cm}^2$  de los polígonos de sustentación para diferentes distancias entre los pies.

<b>Filtro</b>	<b>Pies juntos</b>	<b>10 cm</b>	<b>20 cm</b>
Kalman	3.44	3.41	2.42
Complementario	4.68	4.86	4.03
Acelerómetro	13.42	15.32	18.45

Cuadro 5.7: Desviación estándar en  $cm^2$  del área de los polígonos de sustentación para diferentes distancias entre los pies.

<b>Filtro</b>	<b>Pies juntos</b>	<b>10 cm</b>	<b>20 cm</b>
Kalman	1.29	1.84	1.62
Complementario	1.76	3.10	2.95
Acelerómetro	6.65	8.29	11.20

Las tablas 5.6 y 5.7 muestran respectivamente el consolidado del promedio y la desviación estándar de las áreas del polígono que se presentan en las tablas 5.3, 5.4 y 5.5.

Se comienza con la tabla que contiene las distancias con los pies juntos:

Cuadro 5.8: Distancias recorridas ( $cm$ ) en los planos antero-posterior (A/P) y medio-lateral (M/L) con los pies juntos para tres diferentes tipos de filtros: Kalman (K), Complementario (C) y Acelerómetro (A).

<b>Participante</b>	<b>A/P K</b>	<b>A/P C</b>	<b>A/P A</b>	<b>M/L K</b>	<b>M/L C</b>	<b>M/L A</b>
P01	4.80	5.72	8.01	1.67	1.82	2.94
P02	2.10	2.82	5.14	1.22	1.62	3.27
P03	1.93	2.65	4.84	3.27	3.22	4.29
P04	2.82	3.74	9.51	2.11	2.66	4.76
P05	3.39	4.18	7.96	1.51	1.64	4.17
P06	3.96	4.03	6.18	1.52	1.73	3.37
P07	1.83	2.38	4.14	1.20	1.45	3.36
P08	3.56	3.82	5.95	1.73	1.95	3.77
P09	1.31	1.88	4.25	0.78	1.03	2.39
P10	2.91	3.31	5.38	1.47	1.74	2.70
<b>Promedio:</b>	2.86	3.53	5.66	1.52	1.73	3.37
<b>Desviación estándar:</b>	1.09	1.10	1.80	0.67	0.62	0.75

Como se puede ver en la tabla 5.8, esta contiene las distancias A/P y M/L tomada con los filtros de Kalman y Complementario, y con solo el acelerómetro. Se puede ver que también los valores del acelerómetro siguen siendo mayores por causa del ruido, además otro aspecto importante de resaltar es que el promedio de la oscilación en A/P es mayor que en el plano M/L lo que indica que las personas evaluadas tuvieron más movimientos hacia adelante y hacia atrás que hacia los lados.

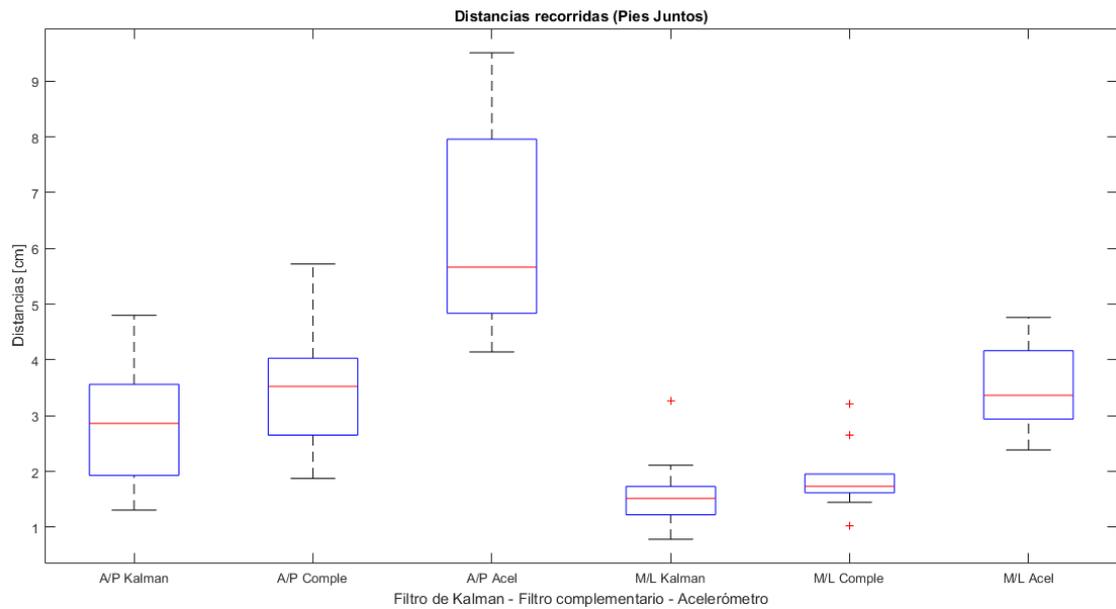


Figura 5.17: Diagrama de cajas y bigotes de las oscilaciones en los planos A/P y M/L con los pies juntos

En la figura 5.17 se observa el diagrama generado de las distancias, con la prueba de los pies juntos en el cual se puede ver que existe más dispersión de datos en el plano anterior-posterior que en el plano medio-lateral lo que conlleva a que las personas tuvieron más movimiento hacia adelante y atrás que hacia los lados. En el plano medio-lateral se presentan cuatro valores atípicos lo que indica que algunas personas tuvieron un pequeño movimiento fuera de lo normal.

Tabla de las distancias A/P y M/L con los pies separados 10 cm:

Cuadro 5.9: Tabla de pruebas de las distancias recorridas (*cm*) en los planos A/P y M/L con los pies separados 10cm.

Participante	A/P K	A/P C	A/P A	M/L K	M/L C	M/L A
P01	5.04	5.88	7.81	1.22	1.48	2.79
P02	2.00	2.90	4.99	2.02	1.97	3.06
P03	1.93	2.65	4.84	3.27	3.22	4.29
P04	4.15	4.15	5.95	2.74	3.38	6.58
P05	3.39	4.18	7.96	1.51	1.64	4.17
P06	4.48	4.97	6.91	1.52	1.49	3.53
P07	2.73	3.22	5.06	1.29	1.40	2.73
P08	2.98	3.91	6.43	0.85	1.24	3.65
P09	2.55	2.29	4.31	0.67	0.96	2.44
P10	8.12	8.65	10.63	2.66	3.21	6.25
<b>Promedio:</b>	3.18	4.03	6.19	1.52	1.57	3.59
<b>Desviación estándar:</b>	1.86	1.88	1.92	0.87	0.91	1.43

En esta tabla 5.9 se observan los valores similares a la tabla anterior, donde las personas tuvieron más movimiento hacia adelante y atrás que hacia los lados. Con respecto al plano medio-lateral no se ve mucha diferencia al separar los pies por 10 cm, los movimientos que las personas producen son similares a tener los pies juntos. La oscilación promedio en el plano anterior-posterior es mayor que la oscilación promedio en el plano medio-lateral.

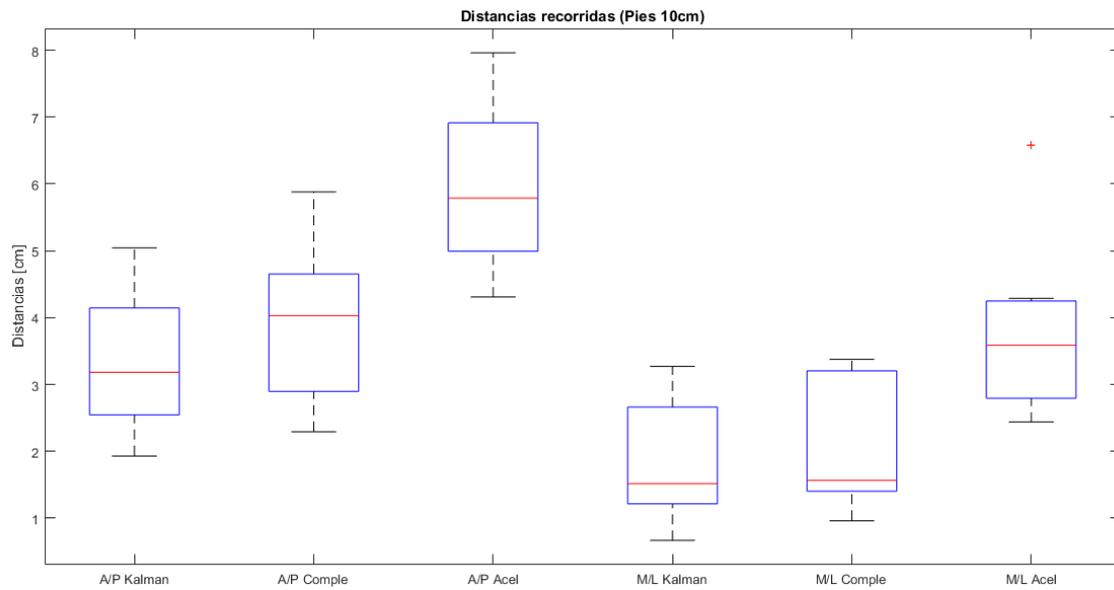


Figura 5.18: Diagrama de cajas y bigotes de las oscilaciones en los planos A/P y M/L con los pies separados 10cm

En la figura 5.18 se puede observar que a diferencia de la prueba con los pies juntos, en este caso si se presenta algo de similitud con respecto al plano anterior-posterior y medio-lateral. En este diagrama de cajas y bigotes no se presenta ningún valor atípico, la dispersión de datos es similar para ambos planos, aunque lo que si cambia son los valores de los cuartiles, para el caso de los valores del plano anterior-posterior tomado con el filtro Complementario se observa que existe más cantidad de datos entre el cuartil dos y el cuartil uno mientras que en el plano medio-lateral tomado con el filtro Complementario los datos se encuentran en más cantidad entre el cuartil dos y el cuartil tres.

Por último se muestra la tabla de las distancias con los pies separados 20 cm:

Cuadro 5.10: Tabla de pruebas de las distancias recorridas (*cm*) en los planos A/P y M/L con los pies separados 20cm.

<b>Participante</b>	<b>A/P K</b>	<b>A/P C</b>	<b>A/P A</b>	<b>M/L K</b>	<b>M/L C</b>	<b>M/L A</b>
P01	4.14	5.23	8.72	0.91	1.17	2.65
P02	2.05	2.84	4.98	0.53	0.77	2.21
P03	2.39	3.24	5.74	2.41	2.70	3.98
P04	6.40	7.09	10.55	1.36	1.65	5.02
P05	3.39	4.18	7.96	1.51	1.64	4.17
P06	2.42	2.32	7.98	1.67	2.45	8.44
P07	3.30	3.82	13.65	0.70	0.99	4.21
P08	2.94	3.15	4.57	0.95	1.13	2.66
P09	6.61	7.42	10.11	1.53	3.15	6.73
P10	2.10	2.57	5.30	0.56	0.82	2.38
<b>Promedio:</b>	3.12	3.53	7.97	1.16	1.41	4.07
<b>Desviación estándar:</b>	1.68	1.83	2.92	0.59	0.84	2.03

En la tabla 5.10, al igual que en las tablas 5.9 y 5.8, se puede constatar que las oscilaciones en los planos antero-posterior y medio-lateral, medidas con el acelerómetro son superiores a las obtenidas con los filtros de Kalman y Complementario. El filtro Complementario y el filtro de Kalman están generando una corrección del ruido gracias a la fusión sensorial que se hizo con el giroscopio.

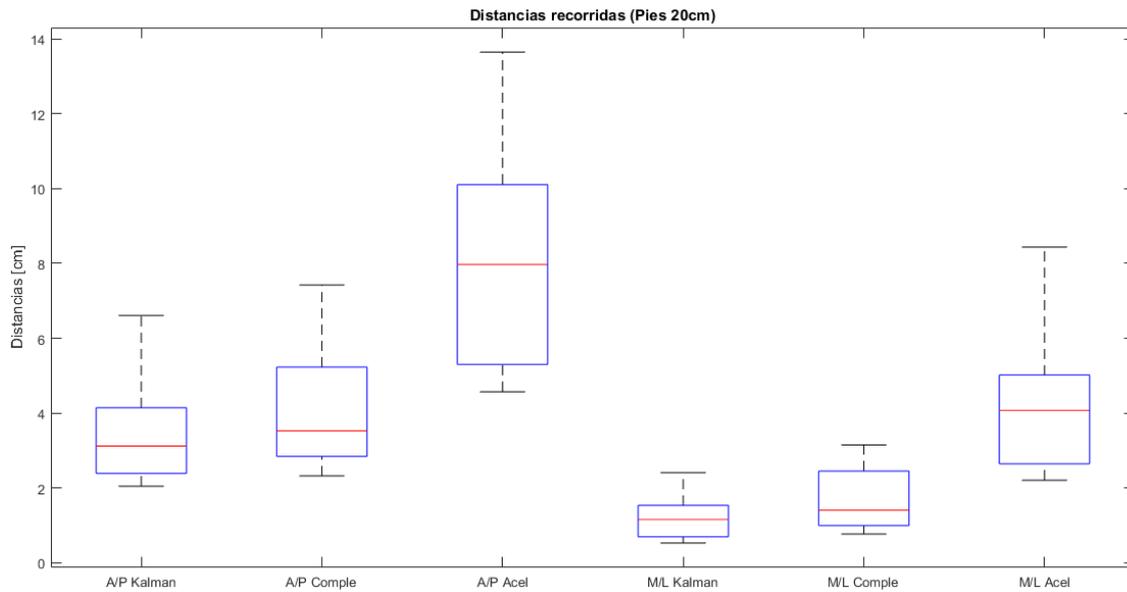


Figura 5.19: Diagrama de cajas y bigotes de las oscilaciones en los planos A/P y M/L con los pies separados 20cm

En el diagrama 5.19 se observa la dispersión de datos cuando los pies se encuentran separados a 20cm. En esta gráfica se puede apreciar que las personas tuvieron un poco más de movimiento en el plano anterior-posterior que en el plano medio-lateral. Los valores del acelerómetro siguen siendo ruidosos, por eso su rango intercuartílico es mucho mayor, al igual que su mínimo y máximo en comparación con los valores de los filtros.

Cuadro 5.11: Promedio de las distancias recorridas (*cm*) en los planos A/P y M/L.

	A/P K	A/P C	A/P A	M/L K	M/L C	M/L A
<b>Juntos</b>	2.86	3.53	5.66	1.52	1.73	3.37
<b>10cm</b>	3.18	4.03	6.19	1.52	1.57	3.59
<b>20cm</b>	3.12	3.53	7.97	1.16	1.41	4.07

Cuadro 5.12: Desviación estándar en *cm* de las distancias en los planos A/P y M/L.

	A/P K	A/P C	A/P A	M/L K	M/L C	M/L A
<b>Juntos</b>	1.09	1.10	1.80	0.67	0.62	0.75
<b>10cm</b>	1.86	1.88	1.92	0.87	0.91	1.43
<b>20cm</b>	1.68	1.83	2.92	0.59	0.84	2.03

En las tablas 5.11 y 5.12 se presentan consolidados respectivamente el promedio y la desviación estándar de las oscilaciones en los planos anterior-posterior y medio-lateral, con el fin de poder visualizar mejor los datos para su análisis final.

### 5.3. Resultados finales

Desde una perspectiva sistémica, el evaluador de estabilidad postural desarrollado en el presente trabajo de grado puede ser concebido como un sistema con dos entradas y tres salidas. Las entradas corresponden a variables de decisión o elementos cuyo valor es fijado por el administrador de la prueba; estos son el tipo de filtro a utilizar y la distancia entre los pies. Las variables de salida corresponden a los resultados entregados por el evaluador de estabilidad postural que son (i) el área del polígono convexo más pequeño que encierra la trayectoria recorrida por la proyección del centro de gravedad sobre el suelo, (ii) oscilación de la proyección del centro de gravedad sobre el suelo en el plano antero-posterior y (ii) oscilación de la proyección del centro de gravedad sobre el suelo en el plano medio-lateral.

La primera variable de entrada, el tipo de filtro puede tomar uno de tres valores que corresponden a (i) Filtro de Kaman, (ii) Filtro Complementario y (iii) acelerómetro. La segunda variable de entrada puede tomar tres valores: (i) juntos, (ii) 10 cm y (iii) 20 cm (ver figura 5.20).

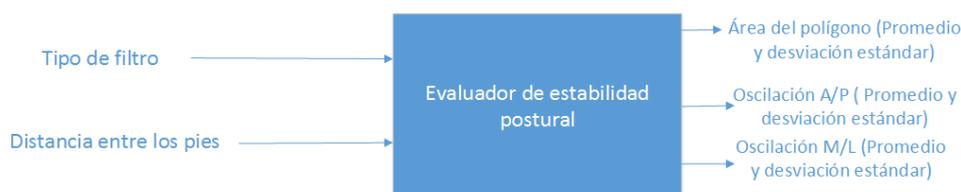


Figura 5.20: Variables de entrada y salida del evaluador de estabilidad postural.

Al implementar los filtros de Kalman y Complementario el dispositivo generaba promedios muchos más bajos que con la utilización de solo el acelerómetro, y así mismo sucede con la desviación estándar. Las oscilaciones en el plano anterior-posterior fueron mayores que las oscilaciones en el plano medio-lateral esto teniendo en cuenta la utilización de filtros o sin ellos. Con respecto a las distancias entre los pies, se puede ver que con los pies juntos

los promedios del área de los polígonos al igual que su desviación estándar son mayores que cuando se tienen los pies separados (ver tablas 5.6 y 5.7).

Es de resaltar que el acelerómetro presentó un promedio y una desviación estándar de áreas de los polígonos mucho mayor que cuando se utilizaban filtros. Con respecto a los tres tipos de pruebas de las distancias entre los pies se puede decir que la tendencia es que las oscilaciones medidas en los planos A/P y M/L darán valores más acordes a la realidad cuando se utilizan los filtros y que las personas tienden más a tener movimientos hacia adelante y hacia atrás que hacia los lados (ver tablas 5.11 y 5.12).

Los filtros de Kalman y Complementario hacen el debido trabajo en el evaluador de estabilidad postural, pues se ve el cambio al utilizar solo el acelerómetro y se corrige el ruido de este gracias a la fusión sensorial, esto teniendo en cuenta los promedios y las desviaciones estándar que se obtuvieron con las pruebas realizadas.

En la figuras 5.21 y 5.22 se muestran respectivamente los polígonos convexos obtenidos para una persona que permanece inmóvil con los pies juntos y otra que se mueve de manera apreciable.

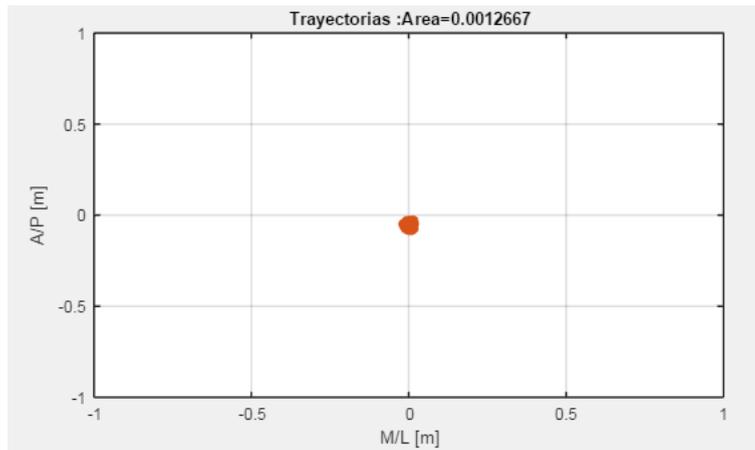


Figura 5.21: Polígono convexo generado por un participante en fase estática.

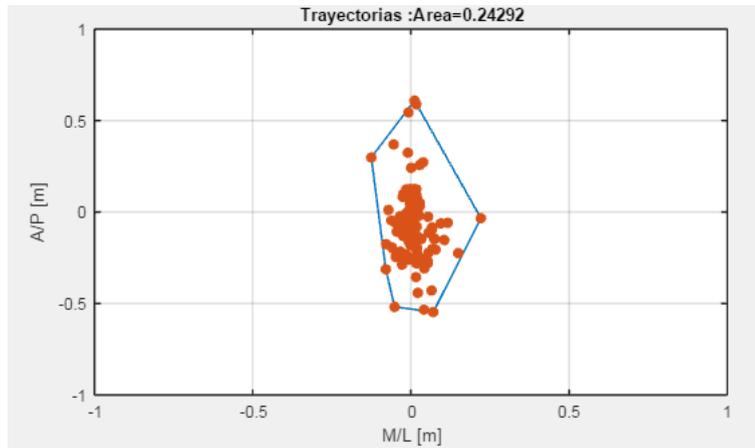


Figura 5.22: Polígono convexo generado por un participante que estuvo en movimiento.

En las imágenes anteriores 5.21 y 5.22 se puede ver dos polígonos convexos generados por la aplicación, donde en 5.21 se ve que todos los puntos están centrados y es muy pequeño, esto porque la persona mantuvo un muy buen equilibrio durante la prueba, mientras que en 5.22 la persona estuvo moviéndose mucho durante la prueba, por eso el área del polígono es mayor, y los puntos se ven mucho más dispersos.

En el siguiente capítulo se presentan las conclusiones del presente trabajo de grado y también los trabajos futuros, tomando en cuenta el análisis de resultados que se realizó en este capítulo.

# Capítulo 6

## Conclusiones y Trabajos Futuros

### 6.1. Conclusiones

A continuación se relacionan las conclusiones obtenidas durante el desarrollo del presente trabajo de grado.

1. Se logró implementar un sistema de fusión sensorial que combina medidas de velocidad y de aceleración angular para determinar la orientación del tronco del cuerpo humano en los planos frontal y sagital utilizando el filtro de Kalman y el Filtro Complementario.
2. Se desarrolló un algoritmo que determina el polígono convexo que encierra la trayectoria generada por la proyección del centro de masa sobre el suelo, utilizando la función *convhull* de Matlab.
3. Se determinaron experimentalmente los límites de variación de la proyección del centro de gravedad a partir de una muestra de diez (10) adultos.
4. La unidad de medición inercial al ser de rangos pequeños es capaz de registrar las pequeñas variaciones del movimiento del tronco de la persona evaluada, de esta manera se obtienen datos más precisos.
5. Se puede concluir que los filtros usados funcionaron de una manera correcta, ya que los ángulos estuvieron en valores bajos cuando las personas estuvieron en fase de bipedestación estática, por lo tanto, el centro de gravedad se movió en valores pequeños y esto se puede comprobar a la hora de cargar los datos con el aplicativo.

6. Como las primeras versiones de la aplicación para Evaluar Estabilidad Postural fueron realizadas con el toolbox GUIDE de Matlab se puede concluir entonces que es una herramienta interesante a la hora de crear aplicaciones de interfaz gráfica, pero en la version de Matlab 2016a ya se cuenta con el toolbox AppDesigner que es una mejora por su calidez de los botones y demás componentes para poder desarrollar aplicativos.
7. El filtro Complementario es más sencillo de implementar que el de Kalman, teniendo en cuenta que el número de ecuaciones a manipular con el primero es menor al número de ecuaciones a manipular con el segundo.
8. Durante las pruebas la aplicación no generó errores ni hubo necesidad de reiniciarla, cuando se hacían movimientos bruscos de la persona la aplicación generaba un buen seguimiento del centro de gravedad con su respectivo polígono convexo.

## 6.2. Trabajos Futuros

Con este trabajo de grado surgen otros proyectos por realizar.

- Implementar un aplicativo en un dispositivo móvil con sistema operativo Android para evaluar estabilidad postural.
- Implementar un sistema electrónico en una tarjeta Omega 2 o algún dispositivo de última tecnología, de tal forma que los datos se puedan transmitir vía wifi.
- Realizar una interfaz gráfica en java, lenguaje C o otro lenguaje de programación para el dispositivo electrónico elaborado.
- Validar el dispositivo realizado por medio de un número amplio de pruebas, incluyendo personas que tengan alguna patología y además es necesario realizar pruebas a personas de diferentes edades.
- Desarrollar una aplicación que permita tener comunicación con varios sistemas electrónicos a la vez y poder visualizar el estado del paciente por medio de paginas web, lo anterior incluyendo también bases de datos.

# Bibliografía

- [1] A. Al-Jawad, A. Barlit, M. Romanovas, M. Traechtler, and Y. Manoli, “The use of an orientation Kalman filter for the static postural sway analysis,” *APCBEE Procedia*, vol. 7, pp. 93–102, 2013.
- [2] H. J. Luinge and P. H. Veltink, “Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscopes and accelerometers,” *Medical and Biological Engineering and computing*, vol. 43, no. 2, pp. 273–282, 2005.
- [3] J. S. Dufek, E. S. Neumann, M. C. Hawkins, and B. Toole, “Functional and dynamic response characteristics of a custom composite ankle foot orthosis for charcot-marie-tooth patients,” *Gait & Posture*, vol. 39, no. 1, pp. 308–313, 2014.
- [4] J. Howcroft, J. Kofman, and E. D. Lemaire, “Review of fall risk assessment in geriatric populations using inertial sensors,” *Journal of Neuroengineering and Rehabilitation*, vol. 10, 2013.
- [5] V. L. Gray, T. D. Ivanova, and S. J. Garland, “Reliability of center of pressure measures within and between sessions in individuals post-stroke and healthy controls,” *Gait & Posture*, vol. 40, no. 1, pp. 198–203, 2014.
- [6] B. Mariani, S. R. C. Hoskovec, J. P. C. Bula, and K. Aminian, “3d gait assessment in young and elderly subjects using foot-worn inertial sensors,” *Journal of Biomechanics*, vol. 43, no. 15, pp. 2999–3006, 2010.
- [7] D. Hamacher, N. B. Singh, J. H. Van, M. O. Heller, and W. R. Taylor, “Kinematic measures for assessing gait stability in elderly individuals: a systematic review,” *Journal of The Royal Society Interface*, vol. 8, pp. 1682–1698, 2011.
- [8] A. Godfrey, R. Conway, D. Meagher, and G. ÓLaighin, “Direct measurement of human movement by accelerometry,” *Medical engineering & physics*, vol. 30, no. 10, pp. 1364–1386, 2008.

- [9] R. J. Rohith R, Gaurav P and Balakrishnan, “Body sensor networks to evaluate standing balance:interpreting muscular activities based on inertial sensors,” *Proceeding HealthNet*, 2008.
- [10] A. C. Sabato Mellone, Luca Palmerini and L. Chiari, “Hilbert-huang-based tremor removal to assess postural properties from accelerometers,” *IEEE Transaction on Biomedical Engineering*, vol. 58, no. 6, pp. 1752–1761, 2011.
- [11] L. R. Luca Palmerini, F. V. Sabato Mellone, and L. Chiari, “Feature selection for accelerometer-based posture analysis in parkinsons disease,” *IEEE Transaction on Information Technology in Biomedicine*, vol. 15, no. 3, pp. 481 – 490, 2011.
- [12] K. Horlings C, V. E. Bloem, and A. J, “Identifying deficits in balance control following vestibular or proprioceptive loss using posturographic analysis of stance tasks,” *Clinical Neurophysiology*, vol. 119, no. 10, pp. 2338–2346, 2008.
- [13] J. W. Blaszczyk, R. Orawiec, D. Duda-Klodowska, and G. Opala, “Assessment of postural instability in patients with Parkinson’s disease,” *Experimental Brain Research*, vol. 183, no. 1, pp. 107–114, 2007.
- [14] C. Mazza, M. Donati, J. McCamley, P. Picerno, and A. Cappozzo, “An optimized Kalman filter for the estimate of trunk orientation from inertial sensors data during treadmill walking,” *Gait & Posture*, vol. 35, no. 1, pp. 138–142, 2012.
- [15] H. Dejnabadi, B. M. Jolles, E. Casanova, P. Fua, and K. Aminian, “Estimation and visualization of sagittal kinematics of lower limbs orientation using body-fixed sensors,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 53, no. 7, pp. 1385–1393, 2006.
- [16] C. Kownacki, “Optimization approach to adapt Kalman filters for the real-time application of accelerometer and gyroscope signals’ filtering,” *Digital Signal Processing*, vol. 21, no. 1, pp. 131–140, 2011.
- [17] D. Wolpert and Z. Ghahramani, “Computational principles of movement neuroscience,” *Nature Neuroscience*, vol. 3, 2000.
- [18] R. Grover Brown, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, 3rd ed. Wiley, 1996.
- [19] P. E. Caicedo R, “Kalman Filter: Theoretical Bases,” 2016, unpublished.

- [20] R. E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems," *Journal of Basic Engineering*, vol. 82, 1960.
- [21] F. Alam, Z. ZhaiHe, and H. JiaJia, "A comparative analysis of orientation estimation filters using MEMS based IMU," *2nd International Conference on Research in Science*, 2014.
- [22] A.-J. Baerveldt and R. Klang, "A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter," *IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems*, pp. 391–395, 2002.
- [23] G. Buskey, P. C. Jonathan Roberts, and G. Wyeth, "Helicopter automation using a low-cost sensing system," *Computing & Control Engineering Journal*, vol. 15, no. 2, pp. 8–9, 2004.
- [24] K. Madhira, A. Gandhi, and A. Gujral, "Self balancing robot using complementary filter: Implementation and analysis of complementary filter on SBR," *ICEEOT*, 2016.
- [25] T. H. Robert Mahony and J.-M. Pflimlin, "Nonlinear complementary filters on the special orthogonal group," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 53, no. 5, 2008.
- [26] T. H. Robert Mahony and M. Pflimlin, "Complementary filter design on the special orthogonal group SO," in *44th IEEE Conference on Decision and Control*, 2005.
- [27] G. Baldwin, R. Mahony, J. Trumpf, T. Hamel, and T. Cheviron, "Complementary filter design on the special euclidean group SE(3)," in *Control Conference (ECC), 2007 European*, 2007, pp. 3763–3770.
- [28] R. Miralles and M. I, *Biomechanica clinica de las patologias del aparato locomotor*. Elsevier - Masson, 2007.
- [29] W. T. Dempster, "Space requirements of the seated operator," University of Michigan, Tech. Rep., 1955.
- [30] R. A. Jarvis, "On the identification of the convex hull of a finite set of points in the plane," *Information Processing Letters*, vol. 1, pp. 18–21, 1973.
- [31] R. Graham, "An efficient algorithm for determining the convex hull of a finite planar set," *Information Processing Letters*, vol. 1, pp. 132–133, 1972.

- [32] J. Gill, J. H. J. Allum, M. G. Carpenter, M. Held-Ziolkowska, A. L. Adkin, F. Honnegger, and K. Pierchala, “Trunk sway measures of postural stability during clinical balance tests: Effects of age,” *Journal of Gerontology: Medical Sciences*, vol. 56, 2001.
- [33] R. E. Mayagoitia, J. C. Lotters, P. H. Veltink, and H. Hermens, “Standing balance evaluation using a triaxial accelerometer,” *Gait & Posture*, vol. 16, pp. 55–59, 2002.
- [34] C. B. Barber, D. P. Dobkin, and H. Huhdanpaa, “The quickhull algorithm for convex hulls,” *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 22, pp. 469–483, 1996.

# Anexos

# Anexos A

## Anexo I: Emparejamiento del módulo Bluetooth y el equipo

Después de tener las conexiones del módulo Bluetooth con Arduino, se procede a conectar la tarjeta al PC para permitirle la alimentación a esta y a su vez la descarga del código que se realice. Antes de descargar el código a la tarjeta Arduino, se procede a emparejar el módulo Bluetooth con el computador, esto se realiza de la siguiente manera:

1. Se debe abrir los dispositivos Bluetooth, esto se hace dando click en el icono Bluetooth que se encuentra en la sección de notificaciones como se ve en la siguiente imagen.



Figura A.1: Paso 1: Abrir dispositivos Bluetooth

2. Lo siguiente que se debe hacer es mostrar los dispositivos Bluetooth a los que puede acceder el computador.

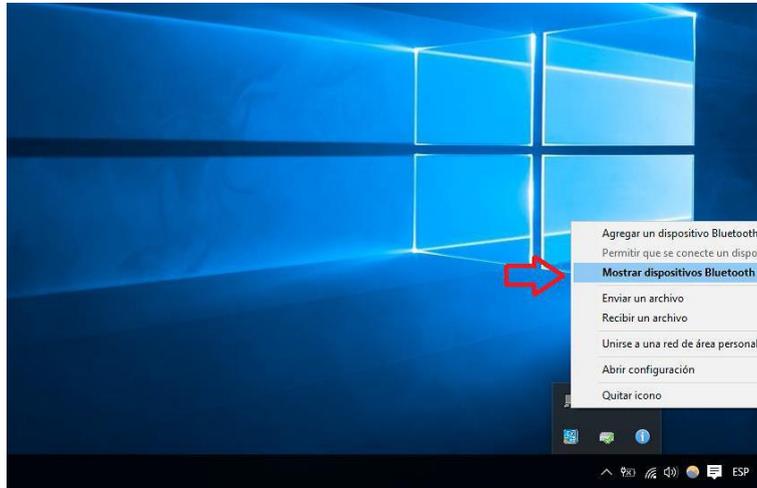


Figura A.2: Paso 2: Mostrar los dispositivos Bluetooth

3. Lo primero que se debe hacer para poderse emparejar al módulo Bluetooth es activar el Bluetooth del computador, cuando se activa el Bluetooth se debe esperar hasta que busque los dispositivos, cuando aparezca el dispositivo 'HC-05' o 'HC-06' (depende del módulo que se tenga) se da click sobre él y seleccionar emparejar, esto pedirá una contraseña para poder emparejar los dispositivos, normalmente en los módulos 'HC-05' y 'HC-06' la contraseña '1234' o '0000', para nuestro caso es '1234'. Esto será suficiente para emparejar el dispositivo y podrá cerrar las ventanas. Si después de un rato el computador no encuentra dispositivos Bluetooth, por favor siga con la instrucción 4.

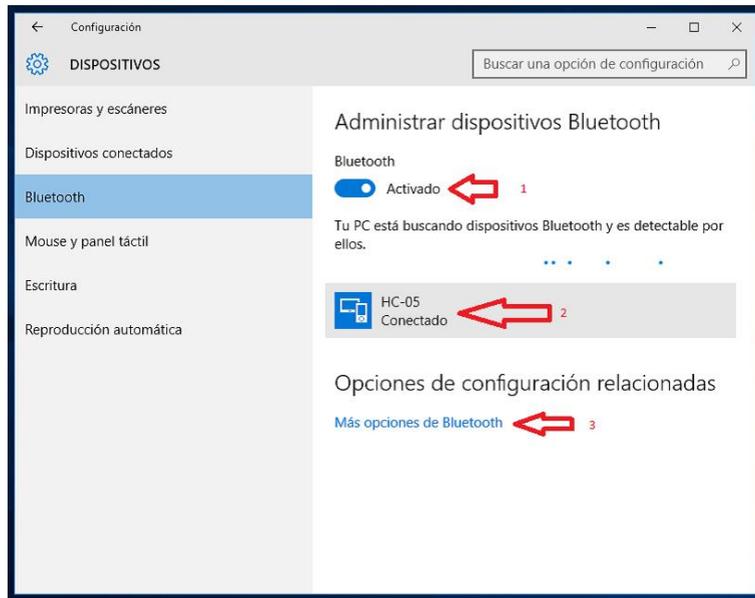


Figura A.3: Paso 3: Emparejamiento Bluetooth

4. Si el computador no encuentra dispositivos Bluetooth después de activar el Bluetooth del computador, significa que los controladores del Bluetooth del computador no están actualizados, así que se procede a actualizar los controladores. En la ventana dispositivos Bluetooth (Imagen anterior) se da click sobre *Más opciones de Bluetooth*.
5. Cuando abre la configuración de Bluetooth vaya a la pestaña *Hardware*, aquí podrá ver los controladores del Bluetooth, para actualizarlos da click sobre el controlador y luego da click en propiedades. Esto se debe hacer para todos los controladores.

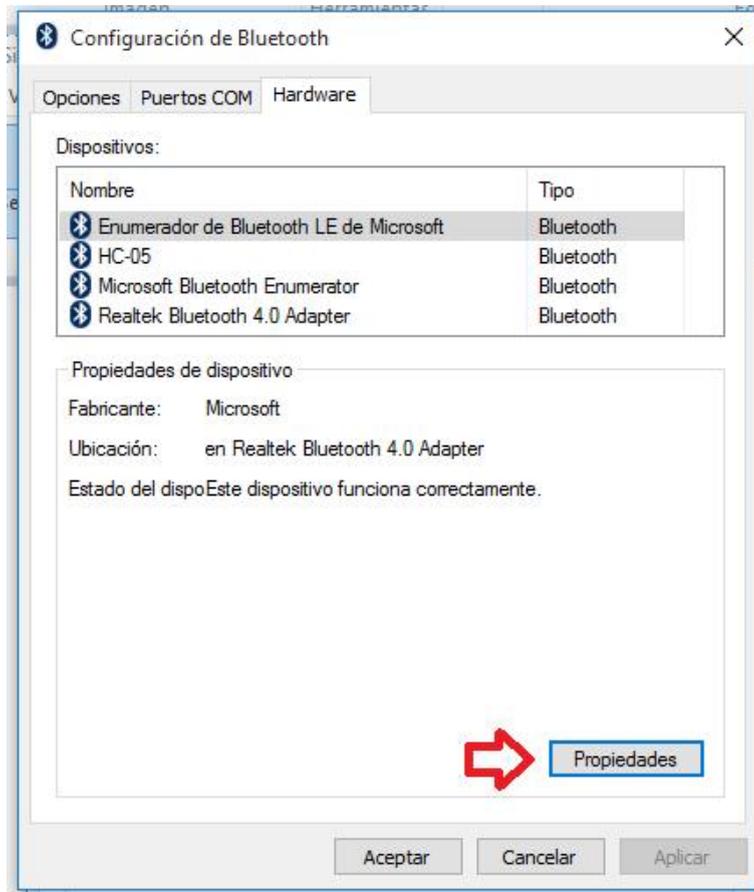


Figura A.4: Paso 4: Ver Controladores

6. En esta ventana encontrara información acerca del controlador seleccionado, para actualizarlo dar click sobre *Cambiar la configuración*.

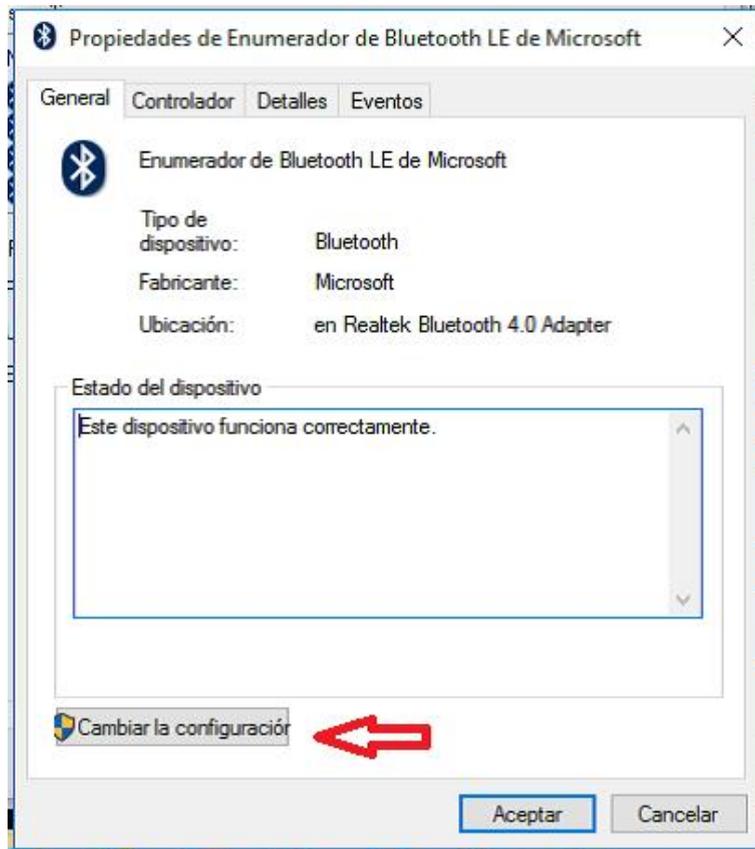


Figura A.5: Paso 5: Cambiar la configuración

7. Dar click sobre la pestaña *Controlador* y luego dar click sobre *Actualizar controlador*.

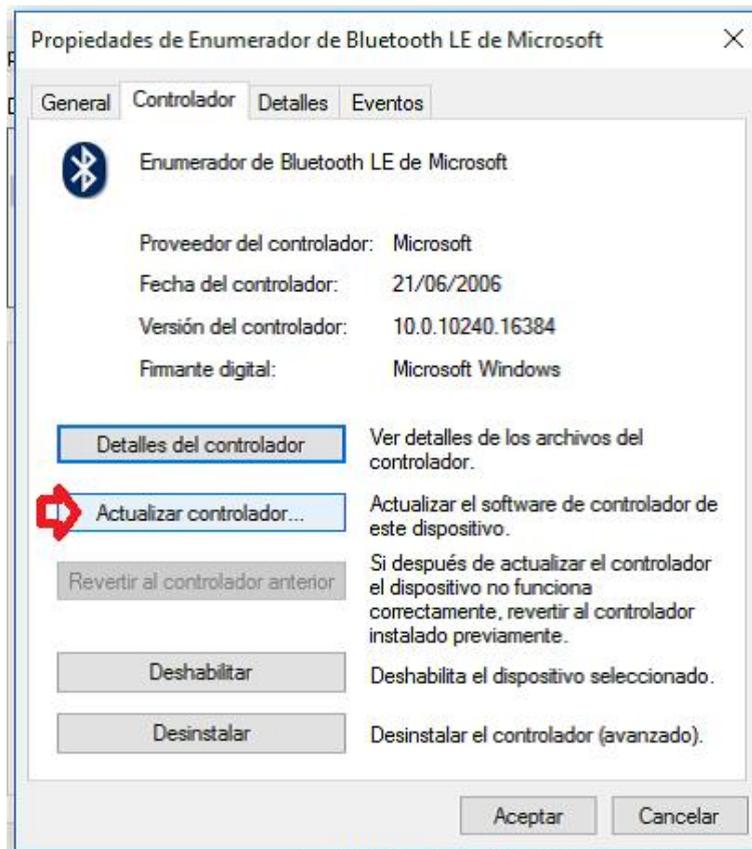


Figura A.6: Paso 6: Actualizar Controladores

8. Luego dar click sobre *Buscar automáticamente software de controlador actualizado*; cabe destacar que para poder actualizar los controladores el equipo debe estar conectado a internet. Después de un momento Windows le informará si ya está actualizado el controlador o descargará la actualización. Como se dijo antes, se debe actualizar todos los controladores de Bluetooth.

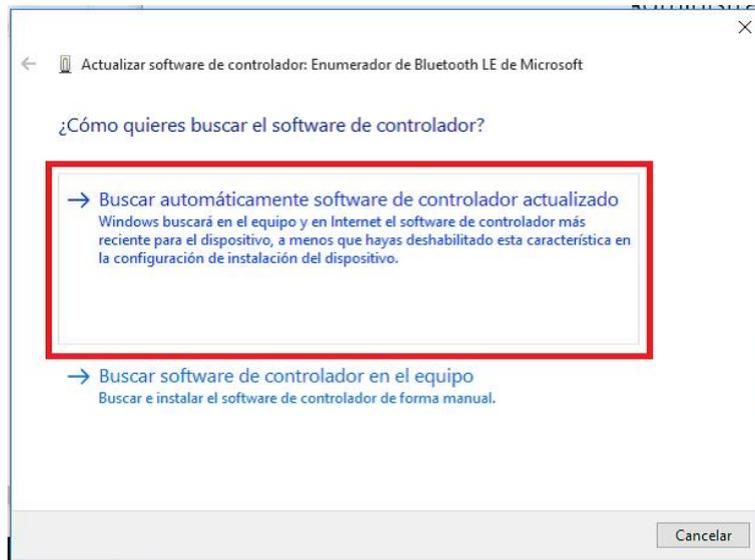


Figura A.7: Paso 7: Actualización automática

9. Después de cerrar todas las ventanas debe repetir los pasos, y si realizo bien la actualización de los controladores en el paso 3 ya le debe aparecer el dispositivo Bluetooth del módulo, y podrá emparejarlo.