

**Estimación de la cinemática de las articulaciones de  
miembro inferior a partir de un arreglo reducido de  
sensores**



Kátherin Julieth Quijano Guzmán

Deisy Carolina Valencia Chacón

Director: PhD. Oscar Andrés Vivas Albán

*Universidad del Cauca*

Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones

Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control

Ingeniería en Automática Industrial

Popayán, 2018

**Estimación de la cinemática de las articulaciones de  
miembro inferior a partir de un arreglo reducido de  
sensores**

Kátherin Julieth Quijano Guzmán

Deisy Carolina Valencia Chacón

Trabajo de grado presentado a la Facultad de Ingeniería  
Electrónica y Telecomunicaciones de la  
Universidad del Cauca para la obtención del Título de:  
Ingeniero en Automática Industrial

Director: PhD. Oscar Andrés Vivas Albán

*Universidad del Cauca*

Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones  
Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control  
Ingeniería en Automática Industrial

Popayán, 2018

# Índice general

<b>Lista de figuras</b>	<b>7</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>8</b>
<b>Introducción</b>	<b>9</b>
<b>1. Estado del arte</b>	<b>1</b>
1.1. Métodos para la estimación de parámetros en tiempo real . . . . .	2
1.1.1. Sistemas basados en sensores . . . . .	3
1.1.2. Técnicas de fotogrametría . . . . .	3
1.1.3. Combinación de estereofotogrametría y placas de fuerza . . . . .	5
<b>2. Modelo biomecánico del miembro inferior utilizando convenciones de Denavit-Hartenberg modificadas</b>	<b>6</b>
2.1. Introducción . . . . .	6
2.2. Modelo biomecánico del cuerpo humano . . . . .	7
2.2.1. Cinemática . . . . .	7
2.2.1.1. Selección de las articulaciones . . . . .	7
2.2.2. Antropometría . . . . .	10
2.2.3. Limitaciones de los ángulos de las articulaciones . . . . .	14

<b>3. Filtro de Kalman Extendido</b>	<b>20</b>
3.1. Formulación . . . . .	20
3.1.1. Vector de estado . . . . .	22
3.1.2. Modelo dinámico . . . . .	22
3.2. Algoritmo del Filtro de Kalman Extendido . . . . .	23
3.2.1. Predicción . . . . .	24
3.2.2. Actualización . . . . .	24
3.3. Implementación del Filtro de Kalman extendido . . . . .	25
3.3.1. Propuesta Filtro de Kalman Extendido . . . . .	26
3.3.1.1. Formulación . . . . .	26
3.3.1.2. Optimización del vector de estados . . . . .	27
3.3.1.3. Transición y medición de matrices jacobianas $F$ y $H$ . . . . .	30
3.3.2. Definición del modelo cinemático para el miembro inferior del cuerpo humano . . . . .	30
3.3.2.1. Modelo cinemático de primer orden . . . . .	31
3.3.2.2. Modelo cinemático de segundo orden . . . . .	34
3.4. Inicialización de los valores de posición de los sensores inerciales mediante marcadores QR y Kinect . . . . .	38
3.4.1. Utilización del Kinect en el proceso . . . . .	42
3.5. Manejo del ruido . . . . .	43
3.5.1. Matrices de corrección $W$ y $Z$ . . . . .	43
3.5.2. Matrices de covarianza $Q$ y $R$ . . . . .	44
3.6. Programas utilizados . . . . .	45
3.6.1. SYMORO+ . . . . .	45
3.6.1.1. Calculo de la matriz jacobiana en SYMORO+ . . . . .	47

3.6.2. MT manager 4.8 . . . . .	48
<b>4. Resultados</b>	<b>51</b>
4.1. Modelo de 1GDL y 2GDL . . . . .	51
4.1.1. Resultados para vector de estados con $q$ , $dq$ , $ddq$ y con series de Fourier . . .	53
4.1.1.1. Modelo planar de 1 Grado de Libertad (GDL) . . . . .	53
4.1.1.2. Modelo planar de 2 Grados de Libertad (GDL) . . . . .	56
4.2. Modelo 3D de los miembros inferiores del cuerpo humano . . . . .	62
4.2.1. Toma de datos con sensores inerciales Xsens MTi . . . . .	62
4.2.2. Toma de datos con el sistema de captura de movimiento VICON . . . . .	66
4.2.2.1. Descripción del sistema . . . . .	67
4.2.2.2. Posicionamiento estándar de los marcadores . . . . .	67
4.2.2.3. Funcionamiento del software de procesamiento de VICON: Vicon Nexus . . . . .	71
4.2.2.4. Calibración del sistema . . . . .	72
4.2.2.5. Resultados . . . . .	73
4.2.3. Sincronización de MT Manager y VICON Nexus 2.6.1 para la toma de datos simultánea . . . . .	75
4.2.4. Comparación de resultados . . . . .	75
4.2.5. Análisis de resultados . . . . .	82
<b>5. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>86</b>
5.1. Conclusiones . . . . .	86
5.2. Trabajos futuros . . . . .	88

# Índice de figuras

2.1. Sistema de coordenadas de referencia. . . . .	8
2.2. Movimientos del cuerpo humano . . . . .	8
2.3. Grados de libertad de cada articulación . . . . .	10
2.4. Descripción detallada de las longitudes de los segmentos del modelo. . . . .	11
2.5. Marcos reales y virtuales del modelo de miembro inferior del cuerpo humano . . . . .	14
2.6. Ejemplo ilustrado del rango de movimiento de la articulación de la cadera. (A) Flexión de la cadera con la rodilla (a) en posición neutral donde la flexión se vuelve difícil pero se puede hacer pasivamente por un médico y (b) en la posición flexionada. (B) Extensión de la cadera. (C) Abducción de la cadera. (D) Rotación interna y externa con la rodilla ligeramente flexionada para ver mejor las rotaciones. . . . .	16
2.7. Cono de circunvalación del hombro descrito . . . . .	17
2.8. Flexión/extensión (en verde) y rotación interna/externa (en rojo) de la articulación considerada. . . . .	18
3.1. EKF como algoritmo predictor-corrector. . . . .	22
3.2. Comparación de resultados con armónicos 1, 2, 3 y 4. . . . .	28
3.3. Comparación de RMS con armónicos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8. . . . .	29
3.4. Comparación de resultados con armónicos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 de 14 articulaciones del miembro inferior. . . . .	29
3.5. Tablero con códigos QR. . . . .	39

3.6. Definición del punto lateral izquierdo de la articulación del hombro. . . . .	40
3.7. Definición del punto medial de la articulación del hombro. . . . .	41
3.8. Definición del punto lateral derecho de la articulación del hombro. . . . .	41
3.9. Reconstrucción 3D obtenida para el brazo derecho por medio de los marcadores QR. . . . .	42
3.10. Interfaz de SYMORO+ . . . . .	46
3.11. Funciones de SYMORO+ . . . . .	47
3.12. Modelo de miembro inferior con los Xsens MTi. . . . .	49
3.13. Configuración general de MT manager. . . . .	50
3.14. Configuración de exportación MT manager. . . . .	50
4.1. Modelo de 1GDL de prueba. . . . .	52
4.2. Modelo de 2 GDL de prueba. . . . .	52
4.3. Resultado de $\ddot{X}, \ddot{Y}, \dot{\theta}$ de la IMU1. . . . .	54
4.4. Resultado de $\ddot{X}, \ddot{Y}, \dot{\theta}$ de la IMU1 implementando series de Fourier.. . . .	54
4.5. Resultado de $q, \dot{q}, \ddot{q}$ de la IMU1. . . . .	55
4.6. Resultado de $q, \dot{q}, \ddot{q}$ de la IMU1 implementando series de Fourier. . . . .	56
4.7. Frames de modelo de 1 GDL. . . . .	57
4.8. Resultado de $\ddot{X}, \ddot{Y}, \dot{\theta}$ de la IMU1 implementando series de Fourier. . . . .	57
4.9. Resultado de $\ddot{X}, \ddot{Y}, \dot{\theta}$ de la IMU2. . . . .	58
4.10. Resultado de $\ddot{X}, \ddot{Y}, \dot{\theta}$ de la IMU2 implementando series de FOURier. . . . .	58
4.11. Resultado de $q, \dot{q}, \ddot{q}$ de la IMU1. . . . .	59
4.12. Resultado de $q, \dot{q}, \ddot{q}$ de la IMU1 implementando series de Fourier. . . . .	60
4.13. Resultado de $q, \dot{q}, \ddot{q}$ de la IMU2 . . . . .	60
4.14. Resultado de $q, \dot{q}, \ddot{q}$ de la IMU2 implementando series de Fourier. . . . .	61

4.15. Marcos reales y virtuales para el modelo de miembro inferior del cuerpo humano con los sensores inerciales. . . . .	63
4.16. Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU1. . . . .	64
4.17. Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU2. . . . .	65
4.18. Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU3. . . . .	65
4.19. Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU4. . . . .	66
4.20. Vista frontal del posicionamiento estándar de los marcadores. . . . .	68
4.21. Vista posterior del posicionamiento estándar de los marcadores, con la variación del marcador en la zona del sacro. . . . .	68
4.22. Vista lateral del posicionamiento estándar de los marcadores. . . . .	68
4.23. Vista frontal del posicionamiento real de los marcadores. . . . .	69
4.24. Vista posterior del posicionamiento real de los marcadores. . . . .	70
4.25. Vista lateral del posicionamiento real de los marcadores. . . . .	70
4.26. Triada de calibración del VICON. . . . .	73
4.27. Reconstrucción 3D de los miembros inferiores con VICON. . . . .	74
4.28. Dispositivo de sincronización de VICON. . . . .	75
4.29. Comparación para la articulación de cadera en el eje $X$ . . . . .	77
4.30. Comparación para la articulación de cadera en el eje $Y$ . . . . .	78
4.31. Comparación para la articulación de cadera en el eje $Z$ . . . . .	78
4.32. Comparación para la articulación de rodilla en el eje $Z$ . . . . .	80
4.33. Comparación para la articulación del tobillo en el eje $X$ . . . . .	80

4.34. Comparación para la articulación del tobillo en el eje $Y$ . . . . .	81
4.35. Comparación para la articulación del tobillo en el eje $Z$ . . . . .	81
4.36. Ejemplo de gráfico de cajas y bigotes . . . . .	83
4.37. Diagrama de cajas y bigotes. Prueba 2. . . . .	84

# Índice de tablas

2.1. Descripción detallada de las longitudes de los segmentos del modelo. . . . .	12
2.2. Ángulo de la articulación $q_i$ y marco correspondiente en la tabla de DH. . . . .	14
2.3. Máxima rotación interna/externa como función de la flexión/extensión. . . . .	18
4.1. Comparación de error RMS generado con un vector de estados $q, \dot{q}, \ddot{q}$ y con una serie de Fourier para un modelo de 1 GDL con un sensor inercial. . . . .	56
4.2. Comparación de errores generados con un vector de estados $q, \dot{q}, \ddot{q}$ y una serie de Fourier para un modelo de 2 GDL con dos sensores inerciales. . . . .	62
4.3. Error absoluto, error relativo y mediana estadística para cada articulación en los tres ejes . . . . .	79
4.4. Error máximo y mínimo para cada articulación en los tres ejes . . . . .	79

# Introducción

En la actualidad se evidencia la necesidad de involucrar sistemas tecnológicos en el área de la salud, especialmente en temas relacionados con la rehabilitación debido al creciente número de personas que presentan discapacidades motoras, las cuales implican una disminución en la calidad de vida de los individuos [1]. La necesidad de caracterizar el movimiento humano ha llevado a los investigadores a mejorar los sistemas de análisis existentes y a desarrollar nuevos dispositivos de seguimiento [2], ayudando en el proceso de rehabilitación de las personas que padecen tales limitaciones para que puedan integrarse nuevamente a la comunidad y puedan ejercer sus actividades normalmente.

La estimación de los parámetros de la marcha humana es un análisis cuantitativo que predice la posición espacial del centro de masa del cuerpo y los centros de giro de las articulaciones que intervienen durante el movimiento. Esta información es importante para obtener las diferentes relaciones que se presentan a un experto en forma de reporte clínico o por medio de una representación virtual, permitiéndole determinar patologías no detectables a simple vista. Esta herramienta se utiliza en la medicina de rehabilitación, facilitando el diagnóstico, tratamiento, seguimiento e implementación de métodos de rehabilitación en patologías asociadas con el movimiento [3, 4].

En [5], se menciona que para el análisis de la marcha es necesario contar con un sistema de captura de movimiento que cuente con protocolos estandarizados, el cual permita obtener los parámetros de interés de forma confiable y eficaz, extrayendo información cuantitativa y más verídica que la obtenida con la simple observación de los eventos. En algunos laboratorios se obtiene la cinética de un solo ciclo de marcha, cuando sería ideal tener la información estadística de más ciclos de marcha para asegurar un patrón más típico, para esto es recomendable que el paciente tenga suficiente espacio para realizar más de un ciclo completo y tener la posibilidad de promediar los datos de diferentes recorridos. Por otra parte, durante la adquisición se debe tener en cuenta

el proceso de calibración, ya que como en la mayoría de sistemas se debe ser estricto en el cumplimiento de los parámetros especificados por el fabricante para asegurar calibraciones adecuadas porque de lo contrario se incurriría en grandes dificultades para el procesamiento de los datos, o en resultados erróneos. Así mismo, el posicionamiento de los marcadores es otro punto crítico y una fuente considerable de errores en los parámetros, por lo que se utilizan marcadores adheridos a la piel en puntos anatómicos de referencia teniendo en cuenta que se debe permitir al paciente realizar su marcha libremente, de modo que se pueda registrar simultáneamente la acción de varios grupos musculares para que sea posteriormente contrastada con la información cinética y cinemática en todas las fases del ciclo de la marcha.

El movimiento humano ha sido capturado por sistemas magnéticos, ópticos, acústicos y mecánicos, pero todos estos sistemas tienen limitaciones inherentes, debido a perturbaciones electromagnéticas, problemas de oclusión, ruido, y restricciones físicas que limitan el movimiento natural del cuerpo, respectivamente. En [6] y [7], se habla sobre la estereofotogrametría y las placas de fuerza como métodos que han sido ampliamente utilizados en la estimación de los parámetros involucrados en la marcha humana, pero al igual que otros procedimientos de medición usados tradicionalmente generan gran incomodidad a los pacientes en el proceso de adecuación del equipo y en la posterior toma de datos, limitando la autonomía del usuario y existiendo la posibilidad que se alteren sus patrones de caminata, pudiéndose obtener valores incorrectos de los parámetros involucrados que afecten la precisión y exactitud del método. De la misma forma, los altos costos de los equipos avalados por el sector médico limitan el acceso a los usuarios, ya que solo laboratorios muy especializados tienen la capacidad de adquirirlos.

Últimamente se han desarrollado múltiples estudios donde se resalta otra forma de hallar estos parámetros de una manera más sencilla por medio de sistemas inerciales como se menciona en [8] [9] y [10]. La disponibilidad de estos sensores inerciales portátiles que contienen acelerómetros y giróscopos ha proporcionado un medio alternativo para superar las limitaciones de otros sistemas de captura de movimiento debido a su facilidad de uso, robustez y pequeño tamaño. Una de las principales ventajas que presentan es que no se sufren de oclusión, son económicos y permiten realizar el movimiento de monitoreo fuera de un laboratorio. Sin embargo, este sistema presenta algunos inconvenientes relacionados con la precisión en las mediciones y problemas computacionales en la estimación de los ángulos y las trayectorias debido a un error o deriva en la velocidad angular medida que conduce a grandes errores de integración [11], restringiendo el tiempo de seguimiento a unos segundos. Esto es posible; con cierto grado de error, sin el uso de filtros, utilizando algunas técnicas como el zero velocity update, también se emplean filtros que permitan calcular los cambios en la orientación mediante la integración de la velocidad angular, ayudando a minimizar

inexactitudes.

Por lo anterior, en este proyecto se realiza un estudio mediante la aplicación del Filtro de Kalman Extendido (EKF) [12] utilizando sensores inerciales para realizar la identificación de los parámetros de la cinemática de la marcha humana a un bajo costo y de una manera más cómoda para el usuario, el cual represente la misma eficiencia que los métodos empleados actualmente, contribuyendo así en la solución de la pregunta de investigación: ¿Cómo estimar las variables cinemáticas asociadas a la marcha humana a partir de un arreglo reducido de sensores inerciales?

## **Objetivos**

### **Objetivo general**

Determinar en línea las características cinemáticas de la marcha humana a partir de un arreglo de sensores de bajo costo.

### **Objetivos específicos**

- Obtener el modelo matemático del sistema biomecánico involucrado en la marcha humana.
- Implementar un filtro de Kalman extendido para estimar los parámetros cinemáticos de la marcha humana utilizando un reducido arreglo de sensores.
- Comparar con un sistema óptico de captura de movimiento los parámetros cinemáticos de marcha obtenidos con el dispositivo propuesto.

# Capítulo 1

## Estado del arte

La marcha es un proceso de locomoción que las personas realizan de manera sistemática desde una edad temprana, en la cual naturalmente el cuerpo en posición erguida se mueve hacia adelante, soportando el peso de manera alternada por ambas piernas [13]. Sin embargo, existen múltiples factores que pueden modificar el patrón de la marcha generando alteraciones transitorias o permanentes, dentro de los cuales se destacan la edad, el sexo, las medidas antropométricas, modificaciones biomecánicas y diversas patologías, deteriorando la capacidad de movimiento de los individuos y su calidad de vida [14].

Teniendo en cuenta las consecuencias negativas que tiene la alteración del patrón de marcha de los individuos en su calidad de vida y en su desarrollo personal, en la actualidad se ha presentado un creciente interés en el análisis de las características de la cinemática de la misma, con el fin de proponer mejores soluciones para el mejoramiento de dichos problemas, para lo cual es imprescindible realizar una adecuada evaluación e identificación de los parámetros que la caracterizan [15]. Así, se ha dado un gran enfoque a la aplicación de métodos clínicos e instrumentales para el análisis de la marcha, además de la importancia que representa la exactitud de las mediciones obtenidas para el diseño de planes de intervención adecuados que permitan lograr el mejoramiento progresivo de las alteraciones funcionales presentes en los pacientes.

## **1.1. Métodos para la estimación de parámetros en tiempo real**

Para obtener los parámetros de la marcha humana existen varios equipos que se pueden elegir para lograr evaluarla de una forma cuantitativa. Teniendo en cuenta que existen diferentes tipos de parámetros, los cuales pueden ser espacio temporales, cinemáticos, cinéticos o complementarios, es importante definir cuáles serán los parámetros de interés según el tipo de estudio que se desee realizar o el tipo de pacientes que desee estudiarse.

Los parámetros espacio temporales se pueden obtener mediante la utilización de cintas métricas, cronómetros y un análisis visual sistemático [16] y [17]. Las diferentes herramientas como la dinamometría, acelerometría, ultrasonido, goniometría digital, sistemas de análisis en dos y tres dimensiones, entre otros, se emplean hoy en día para la obtención de información cuantitativa, la cual hace que el estudio sea más confiable y se logre obtener un mejor análisis de los parámetros cinemáticos y cinéticos [18].

Tradicionalmente se han empleado sistemas de captura de movimiento para estudiar la actividad humana, los cuales presentan ciertos inconvenientes dentro de los que se destacan sus altos costos y la alta oclusión que padecen, tal como se menciona en [19], por lo que en el presente hay una mayor disponibilidad de sistemas inerciales como medio alternativo para superar las limitaciones de los sistemas de captura de movimiento [20].

Cabe resaltar que los diversos procedimientos propuestos buscan desarrollar y evaluar un método que permita la identificación rápida y fiable de los parámetros inerciales de los segmentos corporales [21]. Así, se destaca la aplicación de diversos métodos como se observa en [22], [23] y [24], entre los cuales sobresale el uso de sistemas basados en fusión de acelerómetros y giróscopos [25], [26], técnicas de fotogrametría [27], [1] y aplicación de estereofotogramas y placas de fuerza como medios para lograr la determinación en tiempo real de los ángulos de las articulaciones, las velocidades, las aceleraciones y el torque de las articulaciones de un humano, además de las longitudes de segmentos específicos y parámetros inerciales.

### **1.1.1. Sistemas basados en sensores**

Debido a que la implementación de las técnicas de control se encuentran limitadas por la variación sustancial de los parámetros estimados respecto a los valores reales, como consecuencia del desconocimiento que se tiene acerca de las variables que definen la dinámica del sistema a controlar y del efecto del ruido [28], se requiere de filtros que ayuden en la minimización de los errores en los resultados provenientes de sensores que son afectados por perturbaciones externas.

En este sentido, uno de los filtros comúnmente empleados es el Filtro de Kalman, el cual es un algoritmo que ha sido utilizado para realizar estimaciones de manera precisa y eficiente de los parámetros de velocidad y orientación del cuerpo humano como se muestra en [29] y [9].

En [8] y [10] se presenta una metodología para la estimación en tiempo real de los parámetros de los sistemas dinámicos lineales desconocidos mediante el filtro de Kalman, desarrollando y validando un método para la medición precisa de la orientación de los segmentos del cuerpo humano utilizando una unidad de medición inercial (IMU).

En [9] se realiza la combinación de señales de giróscopos y acelerómetros con el fin de obtener una estimación de la orientación que sea precisa y libre de deriva, demostrando que el uso de giróscopos reduce el error de las estimaciones, con lo cual se mejora la precisión de la predicción de los parámetros en comparación a los casos donde se utilizan únicamente acelerómetros.

Finalmente, en [30] se puede ver un método para obtener los estados de la articulación de la rodilla, basándose en la propuesta de un exoesqueleto que realiza la medición de los ángulos de esta a través de un potenciómetro, y su fuerza de reacción con el suelo por medio de dos sensores ubicados en las partes delantera y trasera de la suela del pie.

### **1.1.2. Técnicas de fotogrametría**

La fotogrametría es una de las técnicas más usadas para el análisis de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior durante el proceso de marcha.

La idea central del uso de equipos de fotogrametría es la obtención de los parámetros de velocidad, aceleración y posición, permitiendo evaluar la marcha de forma cuantitativa y más confiable frente

a otros métodos como se evidencia en [31]. En este sentido, el análisis cinemático de la marcha es la descripción de los detalles del movimiento humano sin tener en cuenta las fuerzas internas o externas que lo causan [32].

A pesar de las ventajas que presenta esta técnica, en [33] y [34] mencionan dos grandes fallencias que se han identificado durante el proceso de medición, las cuales tienen que ver con los movimientos relativos entre los marcadores y los huesos, y la incertidumbre existente en cuanto a la posición de los marcadores externos con respecto a los puntos óseos internos, por lo cual aún se están realizando investigaciones con el fin de mejorar la eficiencia del método propuesto en la estimación de los parámetros involucrados en la marcha.

Los errores en las medidas de los sistemas fotogramétricos debido al movimiento entre la piel y el hueso se compensan implementando algoritmos basados en la relación rígida existente entre los marcadores [34].

En [32] se muestra el desarrollo de un sistema de videografía automático para facilitar el proceso de detección de los marcadores, ya que es un procedimiento muy lento y engorroso. En este sentido, se propone separar el sistema en tres bloques principales: filmación, digitalización y procesamiento por software, los cuales son independientes y se comunican continuamente entre sí mediante protocolos y especificaciones técnicas.

Como se puede ver en [18], se realiza un experimento por el método de videogrametría con el fin de analizar el movimiento bidimensional en un entorno que cuenta con una cámara de video digital Sony HDR FX-1, la cual se encuentra de forma estática paralela a 4 metros de la persona objeto de análisis, capturando su marcha sagital. De esta manera, en diferentes posiciones anatómicas del miembro inferior de dicha persona se ubicaron 7 marcadores reflectivos que facilitaron la identificación de estos puntos. Con una aplicación desarrollada se captura y procesa el video donde se detectan cada uno de los marcadores en la imagen, se aplica el modelo cinemático y se visualiza a modo de gráfica el valor de los ángulos articulares de los miembros inferiores para finalmente encontrar las curvas articulares a lo largo del ciclo de la marcha. Al concluir el experimento se evidencia que las curvas articulares prácticas se asemejan a las teóricas.

### **1.1.3. Combinación de estereofotogrametría y placas de fuerza**

Para tener un mayor rango de análisis se combinan las placas o plataformas de fuerza para hallar el parámetro cinético de la marcha humana. Simultáneamente se realiza la obtención de los parámetros cinemáticos los cuales serán facilitados por un sistema de estereofotogrametría. Con esta unión se obtiene una mejor aproximación de los diferentes parámetros en todas las fases del ciclo de la marcha [35].

Las gráficas cinéticas de las fuerzas de reacción permiten analizar aspectos del patrón como la oscilación vertical del centro de gravedad (CG) durante el apoyo (fuerza vertical), las fuerzas de frenado y empuje (longitudinal), y la resistencia a la prono-supinación del pie (medio-lateral). La cinética permite también analizar la inclinación (anterior, posterior o neutra de todo el cuerpo) que presenta el sujeto al caminar [31].

Este método se estudia actualmente en Francia, con el fin de integrar las trayectorias tomadas con un sistema de estereofotogrametría y la fuerza grabada mediante una placa, empleando unos marcadores que son ubicados en diferentes segmentos del miembro inferior del cuerpo humano para crear vectores adyacentes que posteriormente sean usados en el cálculo de los ángulos de las articulaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior se propuso la realización del presente trabajo de investigación, el cual se desarrolló en el Laboratorio de Imágenes, Señales y Sistemas Inteligentes (*LISSI*) de la Université Paris-Est Créteil (*UPEC*) en Francia, bajo la supervisión del PhD. Vincent Bonnet. Este proyecto se basa en la estimación de los parámetros cinemáticos de la marcha humana, aplicando el concepto del Filtro de Kalman Extendido a partir de un arreglo de sensores a bajo costo [6] y [7], y teniendo en cuenta el auge que tienen los sistemas de estereofotogrametría en el estudio de la cinemática del cuerpo humano en este país, se definió su utilización para llevar a cabo la medición de los ángulos articulares generados durante el proceso de marcha humana, y así efectuar la validación con el sistema propuesto con el filtro. Sin embargo, por cuestiones externas se dificultó realizar el procedimiento con el equipo mencionado, por lo que se eligió reemplazarlo por otro sistema de captura de movimiento con características similares que pudiera ofrecer la precisión y confiabilidad requeridas, y ya que en Colombia la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito de Bogotá cuenta con la presencia de un sistema de cámaras VICON (que es altamente confiable y apropiado para el análisis de la cinemática de miembro inferior), se decidió emplearlo para el procedimiento de validación, como se explicará a lo largo de los capítulos aquí plasmados.

# Capítulo 2

## Modelo biomecánico del miembro inferior utilizando convenciones de Denavit-Hartenberg modificadas

### 2.1. Introducción

El estudio de los métodos físicos y matemáticos para la construcción de modelos somáticos del ser humano es un tema de la biomecánica del movimiento. El enfoque de la biomecánica se basa en el estudio de los movimientos corporales [36], mediante la creación de un modelo mecánico teórico que se asemeje en lo posible a las características mecánicas del cuerpo humano, el cual es modelado a menudo como una cadena cinemática rígida compuesta de eslabones (que representan las extremidades) y articulaciones, con el fin de obtener una herramienta útil de valoración y análisis del proceso de marcha humana.

Este capítulo presenta detalles sobre las variables cinemáticas del ser humano utilizando convenciones robóticas y una elección apropiada de los grados de libertad basados en estándares biomecánicos. Se tomó como base, una simplificación del modelo desarrollado en [16] para tratar la complejidad del cuerpo humano, a través de un proceso que se describirá posteriormente.

Todos los términos anatómicos de movimiento utilizados en este capítulo se presentan en el apéndice A.

## **2.2. Modelo biomecánico del cuerpo humano**

### **2.2.1. Cinemática**

El cuerpo humano es un conjunto complejo de 206 huesos, 850 músculos (aproximadamente), y otros tejidos blandos, por lo que la cinemática estudia cómo estos huesos están conectados entre sí. Cabe resaltar que aunque se ha logrado un progreso importante en el modelado de varias partes del cuerpo, no se ha realizado un modelado completo del mismo debido a la complejidad que presenta.

#### **2.2.1.1. Selección de las articulaciones**

Después de seleccionar las articulaciones con las cuales se trabajará, se define el orden de las rotaciones en cada centro articular tomando como referencia las recomendaciones mostradas en [10].

- Aducción/abducción en el eje  $X$ .
- Rotación interna/externa en el eje  $Y$ .
- Flexión/extensión en el eje  $Z$ .

Para ello, el sistema de coordenadas de referencia se define como se observa en la figura 2.1, donde el eje  $X$  apuntara siempre hacia delante y el eje  $Y$  hacia arriba, de modo que el eje  $Z$  es el producto cruz del eje  $X$  y el eje  $Y$ . Por lo que al usar esta convención para ambos lados del cuerpo, se tuvo que tener en cuenta la oposición del signo entre la rotación de los miembros izquierdo y derecho.

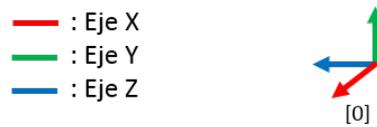


Figura 2.1: Sistema de coordenadas de referencia.

Así mismo, en la figura 2.2 se pueden apreciar los movimientos corporales mencionados anteriormente.

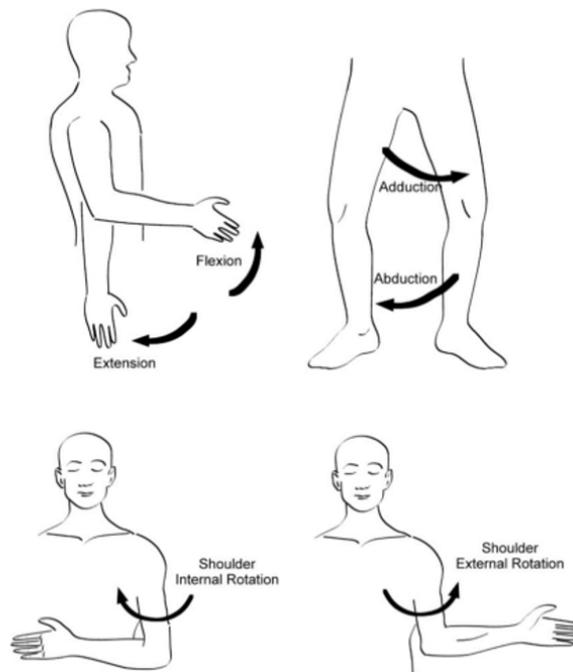


Figura 2.2: Movimientos del cuerpo humano [21]

- **Cadera:** La articulación de la cadera es donde el extremo proximal del fémur se une a la cintura de la pelvis.  
 Con base en las recomendaciones dadas en [10] se definió el sistema de coordenadas de la articulación de la cadera, modelada como una articulación esférica de tres grados de libertad.
- **Rodilla:** El sistema de coordenadas de la articulación de la rodilla se eligió de acuerdo con Grood et al. [12] y se adaptó a nuestra aplicación. Así pues, se decidió mantener solo la rotación del eje  $Z$  que modela la flexión / extensión de la rodilla, ya que para este caso esa es la rotación más importante mientras que las otras dos se pueden considerar irrelevantes.

Por lo tanto, la articulación de la rodilla se modela como una articulación simple de un grado de libertad que representa el movimiento de la extremidad inferior, el cual se extiende desde la rodilla hasta el tobillo.

- **Tobillo:** Siguiendo las pautas de las recomendaciones mostradas en [10], se modeló el tobillo como un sistema de tres grados de libertad que representa la flexión plantar/dorsiflexión, la inversión / eversión y la rotación interna / externa del tobillo, en el que se consideraron la dorsiflexión, la inversión y la rotación interna como positivas.

En este caso la definición previa del orden de las rotaciones de cada centro articular varía, como se muestra a continuación:

- Inversión / eversión en el eje  $X$ .
- Rotación interna / externa en el eje  $Y$ .
- Flexión plantar / dorsiflexión en el eje  $Z$ .

Así pues, en la figura 2.3 se representa el número de grados de libertad elegidos para el modelo de los miembros inferiores del cuerpo humano.

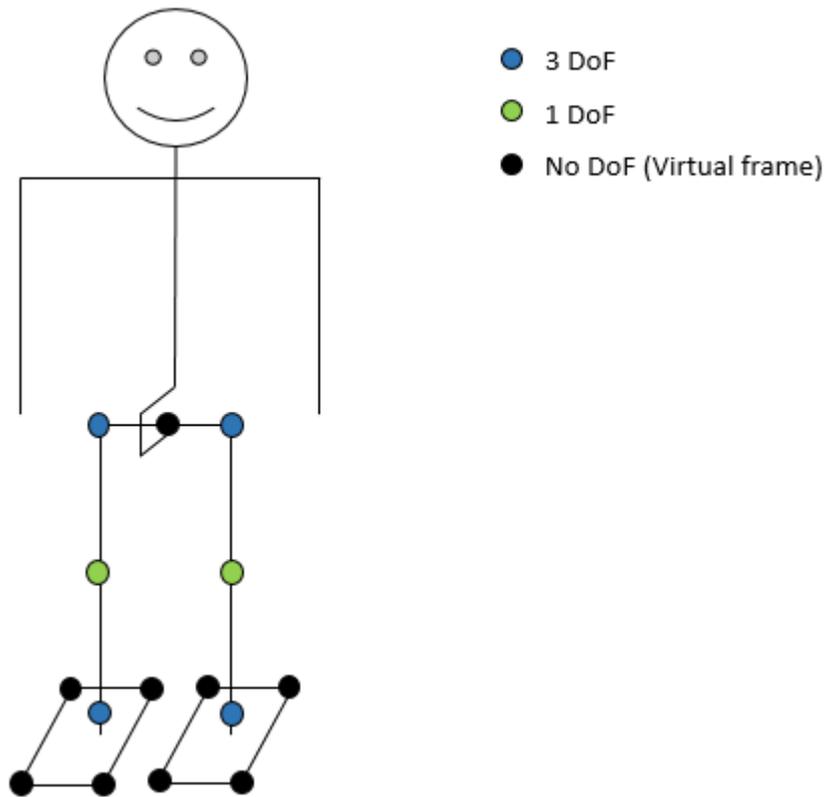


Figura 2.3: Grados de libertad de cada articulación.

En el apéndice B. se observan las ilustraciones de las articulaciones del cuerpo humano seleccionadas para el desarrollo del modelo estudiado en este trabajo de grado.

### 2.2.2. Antropometría

La antropometría es el estudio del tamaño y peso del cuerpo humano. La figura 2.4 muestra las longitudes de los segmentos que se usaron en el modelo y la tabla 2.1 presenta su descripción detallada.

Para el presente estudio el sujeto base para la realización de las correspondientes pruebas fue una mujer de 22 años, de 1,61 m de estatura, y 54 kilos, cuyas medidas específicas son:

- Diámetro del tobillo izquierdo: 6.8 cm
- Diámetro del tobillo derecho: 6.8 cm

- Diámetro de la rodilla derecha: 8.8 cm
- Diámetro de la rodilla izquierda: 9 cm
- Amplitud de la pelvis: 24.5 cm
- Longitud de la pierna derecha: 82.5 cm
- Longitud de la pierna izquierda: 83 cm

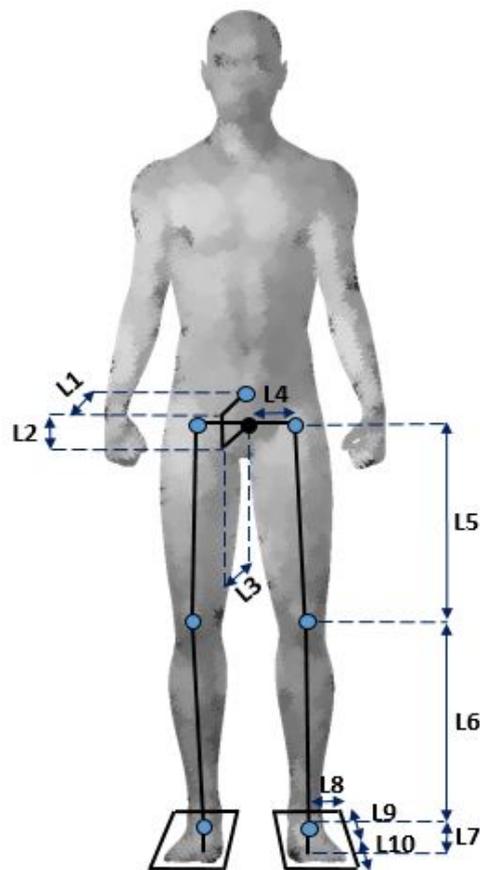


Figura 2.4: Descripción detallada de las longitudes de los segmentos del modelo.

<b>Segmento</b>	<b>Definición de la distancia</b>
L1	Centro de la articulación de la cintura a la mitad de la pelvis en el eje $X$ .
L2	Centro de la articulación de la cintura a la mitad de la pelvis en el eje $Y$ .
L3	Centro de la articulación de la pelvis media a la cadera en el eje $X$ .
L4	Centro de la articulación de la pelvis media a la cadera en el eje $Z$ .
L5	Centro de la articulación de la cadera al centro de la articulación de la rodilla en el eje $Y$ .
L6	Centro de la articulación de la rodilla al centro de la articulación del tobillo en el eje $Y$ .
L7	Centro de la articulación del tobillo a la parte inferior del pie en el eje $Y$ .
L8	Centro de la articulación del tobillo hasta la cabeza del quinto metatarso en el eje $Z$ .
L9	Centro de la articulación del tobillo al calcáneo en el eje $X$ .
L10	Centro de la articulación del tobillo hasta la punta del segundo dedo en el eje $X$ .

Tabla 2.1: Descripción detallada de las longitudes de los segmentos del modelo.

Teniendo en cuenta que los valores específicos del sujeto son difíciles de obtener porque los datos disponibles (tomados de manera empírica) generalmente no son representativos de una población amplia, por facilidad se decidió utilizar las medidas estándar mostradas en la tabla antropométrica que se encuentra en [37], para definir los valores de los segmentos, aunque también se podría recurrir a otros métodos como la aplicación de técnicas de optimización [8] [9] y [10].

Se debe tener en cuenta que los valores antropométricos dependen del sujeto analizado, por lo que los datos base tomados en cuenta en este proyecto se refieren a la mujer del percentil 25 [38], considerando las características morfológicas del individuo de prueba, mencionadas previamente.

Usando las recomendaciones mencionadas previamente y aplicando el principio de Denavit - Hartenberg Modificado (MDH), se obtiene el modelo final como un sistema multicuerpo de 20 GDL, con marcos virtuales añadidos para respetar el orden de las rotaciones. (Las tablas C.1 y C.2 que contienen los valores de los parámetros de MDH se pueden encontrar en el Apéndice C)

La figura 2.5 muestra los marcos del modelo y todos los grados de libertad que se mueven a lo largo de ellos y la tabla 2.2 se presenta la descripción del ángulo de la articulación y el correspondiente ángulo. Así pues, se observan 37 marcos de los cuales 20 corresponden a cada uno de los GDL y 17 son marcos virtuales.

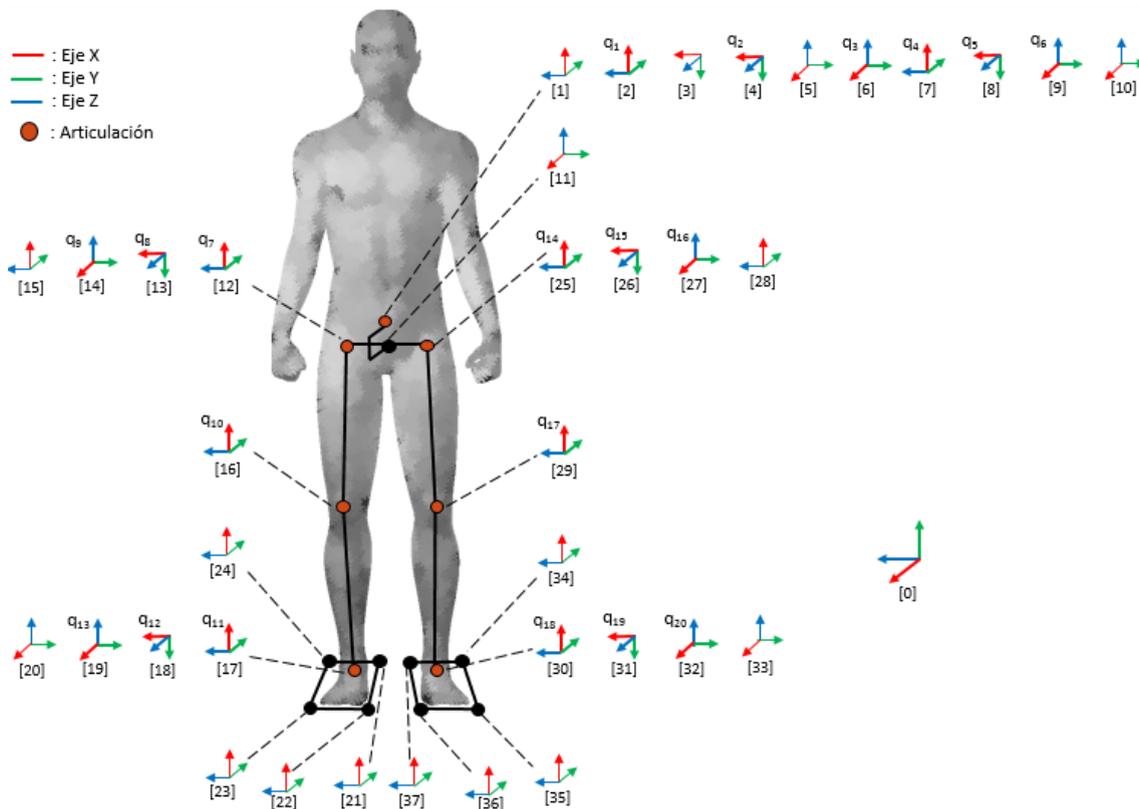


Figura 2.5: Marcos reales y virtuales del modelo de miembro inferior del cuerpo humano.

Descripción	Número del ángulo de la articulación	Marco correspondiente
Pelvis	1, 2, 3, 4, 5, 6	2, 4, 6, 8, 9
Cadera	7, 8, 9 - 14, 15, 16	12, 13, 14 - 25, 26, 27
Rodilla	10 - 17	16 - 29
Tibia	11, 12, 13 - 18, 19, 20	17, 18, 19 - 30, 31, 32

Tabla 2.2: Ángulo de la articulación  $q_i$  y marco correspondiente en la tabla de DH.

### 2.2.3. Limitaciones de los ángulos de las articulaciones

#### Rango de movimiento

El rango de movimiento es la medida del movimiento alrededor de una articulación específica, es decir, el grado de movilidad que se puede conseguir en dicha articulación utilizando los músculos que hay a su alrededor.

Los valores de referencia para el rango de movimiento normal en individuos difieren levemente según la edad y el sexo, y pueden verse limitados debido a un problema mecánico en la articulación, por inflamación de los tejidos alrededor, rigidez de los músculos y otros factores como la genética. En general, los terapeutas físicos realizan las mediciones a través de un goniómetro, por lo que se pueden encontrar muchos valores de referencia en la web de sujetos sanos y no saludables [14].

Así pues, se definen unos valores máximo y mínimo que corresponden al intervalo permitido de cada ángulo, cuando se impone una postura correcta el cuerpo en los algoritmos de seguimiento del movimiento humano. Esta es una manera simplificada que no tiene en cuenta ni las dependencias entre las rotaciones en el tipo de articulación esférica como el hombro, ni las dependencias entre articulaciones separadas, como la rodilla y la cadera (para el caso específico de los miembros inferiores).

Por ejemplo, si la rodilla está flexionada, la flexión de la articulación de la cadera se vuelve más fácil y, por lo tanto, aumenta el valor del ángulo máximo de la articulación. Si está en la posición neutral, la flexión de la cadera se vuelve muy difícil, incluso imposible. Esto se ilustra a la izquierda de la figura 2.6, donde se puede ver la flexión en ambos casos.

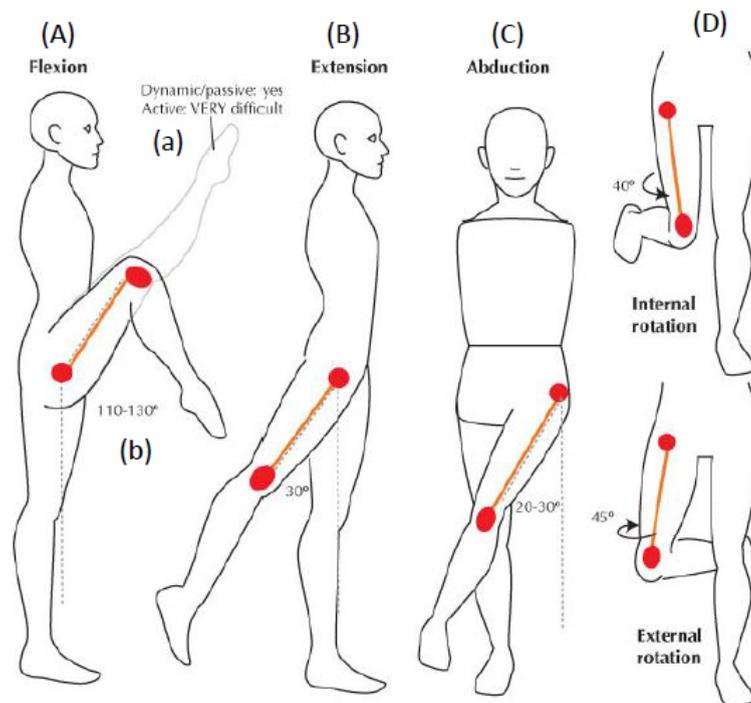


Figura 2.6: Ejemplo ilustrado del rango de movimiento de la articulación de la cadera. (A) Flexión de la cadera con la rodilla (a) en posición neutral donde la flexión se vuelve difícil pero se puede hacer pasivamente por un médico y (b) en la posición flexionada (B) Extensión de la cadera (C) Abducción de la cadera (D) Rotación interna y externa con la rodilla ligeramente flexionada para ver mejor las rotaciones [21].

Pocos artículos discuten el acoplamiento entre los grados de libertad de las diferentes articulaciones en el modelado del cuerpo humano [39], [40]. Para nuestra aplicación, se busca restringir la solución del algoritmo del EKF (Filtro de Kalman Extendido) a valores aceptables, considerando el acoplamiento que ocurre entre los grados de libertad (GDL) de la misma articulación.

## Solución para actualizar las limitaciones del ángulo de articulación

El interés en restringir el algoritmo de seguimiento de movimiento a una configuración humanamente realizable radica en la necesidad de obtener resultados físicamente consistentes y de reducir el espacio de búsqueda para ahorrar tiempo.

Para explicar el método de configuración de las restricciones con base en el acoplamiento entre los GDL de la misma articulación, se toma como referencia el ejemplo mostrado en [15] para el caso del hombro, ya que se puede extrapolar fácilmente a la rodilla, la cadera y el tobillo.

Sin embargo como en este artículo se desarrolla un método para restringir las articulaciones utilizando un modelo (amortiguador + cuerda) para cada articulación limitada, y en nuestro caso solo se buscan valores numéricos para restringir la solución del EKF en diferentes configuraciones de los GDL de la articulación, el método no se aplica plenamente por lo que no será descrito en esta sección, ya que el modelo que estudian es diferente al nuestro.

Como se describió anteriormente, el hombro tiene 3 GDL rotando a lo largo de los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ . Primero se define el cono de movimiento factible (ver figura 2.7) alrededor del hombro usando su rango de movimiento.

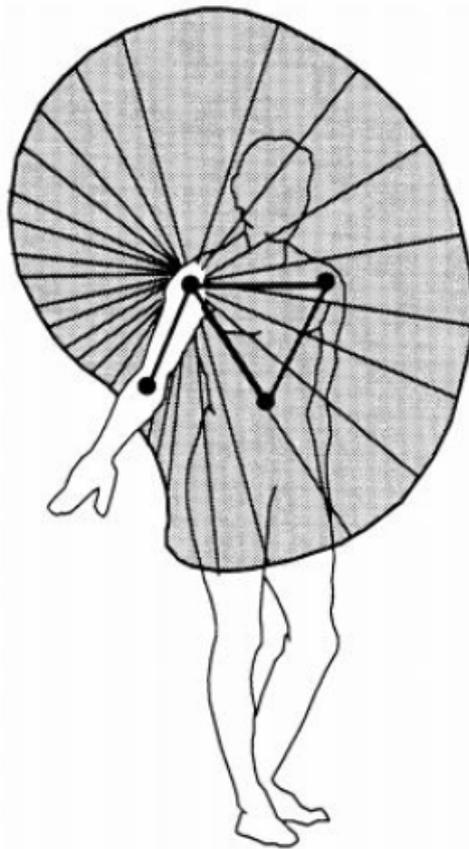


Figura 2.7: Cono de circunvalación del hombro descrito [21].

Luego, para un valor específico del ángulo de flexión/extensión (alrededor del eje  $Z$ ) que varía dentro de los cuatro cuadrantes, se define un ángulo máximo de rotación interna / externa (alrededor del eje  $Y$ ) como se muestra en la figura 2.8. Esto permite que el rango de movimiento se actualice

en cada muestra de tiempo de acuerdo con la configuración actual del cuerpo.

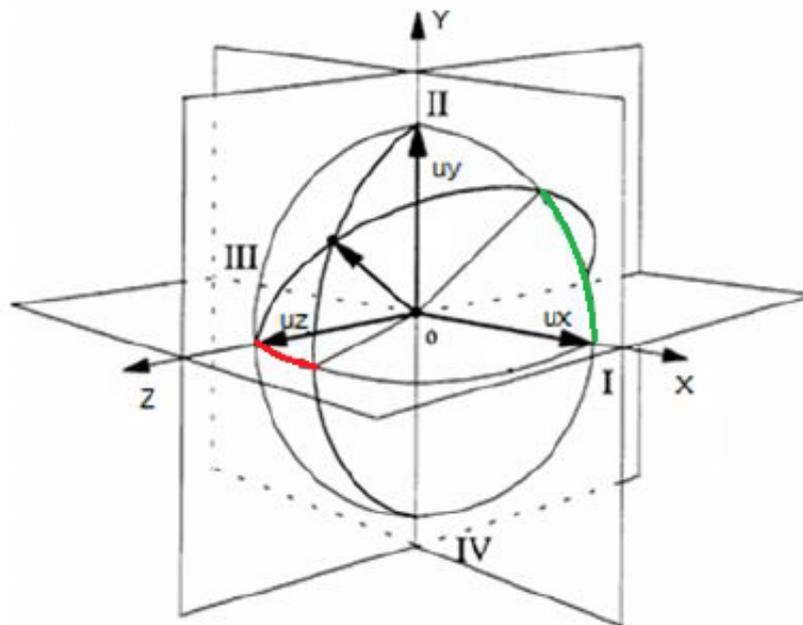


Figura 2.8: Flexión/extensión (en verde) y rotación interna/externa (en rojo) de la articulación considerada [Fuente propia].

La tabla 2.3 muestra los 4 valores máximos del ángulo de rotación interna/externa de las articulaciones del miembro inferior (cadera, rodilla y tobillo), los cuales se emplean para establecer los límites en el rango de movimiento de cada articulación en el caso de que se consideren ejercicios que involucren movimientos rápidos y/o bruscos.

Articulación	I[°]	II[°]	III[°]	IV[°]
Cadera	10	120	50	45
Rodilla	-	90	-	45
Tobillo	15	100	70	45

Tabla 2.3: Máxima rotación interna/externa como función de la flexión/extensión.

Para el caso del ejercicio seleccionado en esta investigación que es la marcha humana, es muy poco probable que se presenten casos con valores fuera de los rangos normales, ya que el desarrollo del movimiento se genera de forma lenta bajo los parámetros típicos de desarrollo. Sin embargo,

las delimitaciones del Filtro de Kalman Extendido serán analizadas en el siguiente capítulo donde se detalla en un sentido más profundo la propuesta general del mismo, y cada una de sus partes.

# Capítulo 3

## Filtro de Kalman Extendido

El Filtro de Kalman es un algoritmo predictor-corrector utilizado ampliamente en la ingeniería de sistemas de control para estimar estados no medibles de un proceso, donde los estados estimados se pueden usar como parte de una estrategia para el diseño de leyes de control. Este filtro es muy eficaz en diferentes aspectos, ya que admite estimaciones de estados pasados, presentes e incluso futuros, y puede efectuarlas incluso cuando se desconoce la naturaleza precisa del sistema modelado.

El estudio del movimiento humano implica un modelo altamente no lineal, donde el Filtro de Kalman (KF) no es muy adecuado, por lo que en su lugar se usa una versión no lineal que tiene un mayor alcance y que es el Filtro de Kalman Extendido, el cual se explicará en este capítulo.

### 3.1. Formulación

El EKF es un estimador recursivo desarrollado para procesos no lineales de tiempo discreto (o al menos procesos que pueden modelarse con suficiente precisión como un proceso de tiempo discreto no lineal). Este extiende el alcance del Filtro de Kalman para problemas de filtrado óptimos no lineales, formando una aproximación gaussiana a la distribución conjunta del estado " $x$ " y las mediciones " $y$ " utilizando una transformación basada en la serie Taylor.

En el EKF, el modelo de la planta se representa mediante una descripción del espacio de estado no lineal y las ecuaciones de medición que se muestran a continuación (ver ecuación 3.1 y 3.2):

$$\mathbf{x}_k = f(x_k, u_k, w_k) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y}_k = h(x_k, v_k) \quad (3.2)$$

Donde  $\mathbf{x}_k$  es el vector de estados,  $\mathbf{y}_k$  es el vector de medición,  $f$  es la función del modelo dinámico no lineal y  $h$  es la función de medición del modelo no lineal, y al igual que para el Filtro de Kalman discreto,  $w_k$  es una variable que representa el ruido en el proceso y  $v_k$  representa el ruido en la medida. Ambas variables son independientes la una de la otra (no correlacionadas), blancas, y con una distribución normal de probabilidad que se basa en lo descrito en las ecuaciones 3.3 y 3.4:

$$p(w_{k-1}) \sim N(0, Q_{k-1}) \quad (3.3)$$

$$p(v_k) \sim N(0, R_k) \quad (3.4)$$

Así como en el Filtro de Kalman original, el Filtro de Kalman Extendido tiene dos pasos: la predicción y la actualización. El primero implica proyectar tanto la estimación de estado más reciente como una estimación de la covarianza del error (del período de tiempo anterior) hacia adelante en el tiempo para calcular una estimación pronosticada (o a priori) de los estados en el momento actual. Mientras el segundo paso consiste en corregir la estimación de estado pronosticada, calculada en el primer paso incorporando la medición del proceso más reciente para generar una estimación de estado actualizada (o a-posteriori). Este procedimiento se repite para cada intervalo de tiempo con el estado del paso del tiempo anterior como valor inicial, siendo esta la razón por la cual se le llama un Filtro Recursivo (ver figura 3.1)

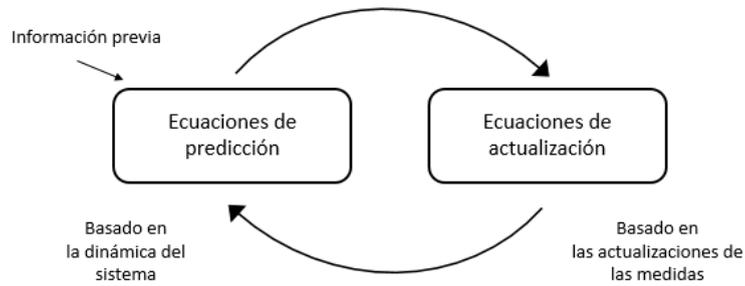


Figura 3.1: EKF como algoritmo predictor-corrector [Fuente propia].

Uno de los componentes básicos del Filtro de Kalman Extendido es el vector de estado y el modelo dinámico, que se describen a continuación.

### 3.1.1. Vector de estado

El vector de estado contiene las variables de interés. En él se describe el estado del sistema dinámico y se representan sus grados de libertad. Las variables en el vector de estado no se pueden medir directamente, sino que se deducen de los valores que sí son medibles. Así, los elementos del vector de estado pueden ser por ejemplo: posición, velocidad, ángulos de orientación, entre otros.

$$x = \begin{bmatrix} s \\ v \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

### 3.1.2. Modelo dinámico

El modelo dinámico describe la transformación del vector de estado en el tiempo. Por lo general, puede ser representado por un sistema de ecuaciones diferenciales, como se observa en la ecuación 2.6.

$$\dot{x}(t) = f(x(t), m(t)) \quad (3.6)$$

Donde  $f$  es la matriz dinámica (no lineal),  $x(t)$  es el vector de estado y  $m(t)$  es el ruido dinámico, que generalmente se supone como ruido blanco y tiene la matriz de covarianza  $Q(t)$ .

## 3.2. Algoritmo del Filtro de Kalman Extendido

El algoritmo del Filtro de Kalman Extendido se puede representar por los mismos pasos recursivos del Filtro de Kalman lineal: predicción y actualización, con la diferencia de que al ser un sistema no lineal, se debe realizar una linealización (linealización de Taylor) en la parte de la predicción para cada estimación del estado, aplicando las fórmulas observadas en las ecuaciones 3.7 a 3.10. Estas ecuaciones son matrices jacobianas que están formadas por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más interesantes de esta matriz es la posibilidad de aproximar linealmente a la función en un punto. En este sentido, la jacobiana representa la derivada de una función multivariable.

- $F$  será la jacobiana de la función de estado  $f$  respecto al estado  $x$ :

$$F_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k, 0) \quad (3.7)$$

- $W$  será la jacobiana de la función de estado  $f$  respecto al ruido en el modelo  $w$ :

$$W_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial w_{[j]}}(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_k, 0) \quad (3.8)$$

- $H$  será la jacobiana de la función de salida  $h$  respecto al estado  $x$ :

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_{k|k-1}, 0) \quad (3.9)$$

- $V$  será la jacobiana de la función de salida  $h$  respecto al ruido en el sensor  $v$ :

$$V_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial v_{[j]}}(\hat{x}_{k|k-1}, 0) \quad (3.10)$$

Así pues, se explican los dos pasos que se mencionaron anteriormente para el Filtro de Kalman Extendido:

### 3.2.1. Predicción

En la fase de predicción se realiza el cálculo del estado actual (ver ecuación 3.11) y de la covarianza del error (conocida como  $P$ ), a partir de la covarianza del error en el instante anterior (ver ecuación 3.12).

$$\hat{x}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_k) \quad (3.11)$$

$$\hat{P}_k = F_{k-1}\hat{P}_{k-1}F_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (3.12)$$

Donde se tiene que:

- $P_k$ : Matriz de covarianza de las estimaciones del error en el instante  $k$ .
- $Q_k$ : Matriz de covarianza del ruido del proceso en el instante  $k$ .
- $x_k$ : Vector de estados.
- $u_k$ : Vector de control.
- $k$ : Índice de tiempo.
- $F_k$ : Matriz jacobiana del proceso.

Para la primera iteración realizada a el vector de estados ( $x_k$ ) considerando que se trata del inicio del movimiento, y que el cuerpo humano se encuentra en posición vertical, los ángulos articulares son aproximadamente cero, por tanto todas las variables de estado serán inicializadas en 0.1. La matriz de covarianza del error ( $P_k$ ) debe ser cuadrada, de la misma dimensión del vector de estado, e incluirá las varianzas y covarianzas entre las distintas variables. Por lo general se utilizan matrices iniciales diagonales, debido a que se supone que no existe relación alguna entre las variables del vector de estado, por lo que sus covarianzas son cero y solo es necesario representar las varianzas, por esta razón se definió esta matriz inicialmente como una matriz identidad del tamaño del vector de estado, estos valores serán actualizados en cada intervalo de tiempo.

### 3.2.2. Actualización

Para la fase de corrección del Filtro de Kalman Extendido también se realiza la actualización de la ganancia de Kalman usando la covarianza del error calculada en la fase de predicción, como se

observa en la ecuación 3.13. Se actualiza la covarianza del error (“ $P$ ”) con la ganancia de Kalman y la covarianza del error calculada en el instante anterior (ver ecuación 3.14), y así, se toman las medidas del vector de medida definido en la ecuación 3.15 y se corrige la estimación del estado calculado previamente (ver ecuación 3.16).

$$K_k = \hat{P}_k H_k^T (H_k \hat{P}_{k|k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (3.13)$$

$$\hat{P}_{k|k} = (I - K_k H_k) \hat{P}_k \quad (3.14)$$

$$\hat{y}_k = y_k - h(\hat{x}_{k|k-1}) \quad (3.15)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k \hat{y}_k \quad (3.16)$$

Donde se tiene que:

- $P_k$ : Matriz de covarianza de las estimaciones del error en el instante  $k$ .
- $R_k$ : Covarianza del ruido de medida.
- $x_k$ : Vector de estados.
- $y_k$ : Vector de medida.
- $k$ : Índice de tiempo.
- $H_k$ : Matriz jacobiana medida por el sensor.
- $K_k$ : Matriz de ganancia de Kalman en el instante  $k$ .

### 3.3. Implementación del Filtro de Kalman extendido

Como se explicó en el transcurso de este capítulo, el Filtro de Kalman son un conjunto de ecuaciones matemáticas que proporcionan una solución recursiva eficiente del método de mínimos cuadrados, estimando los estados pasados, presentes y futuros de un modelo lineal, siendo el principal algoritmo para estimar sistemas dinámicos especificados en la forma de estado-espacio.

Debido a que el estudio del movimiento del cuerpo humano es un sistema altamente no lineal y se requiere el uso de un filtro que logre satisfacer las necesidades del modelo como lo es el

Filtro de Kalman Extendido (EKF), éste capítulo se centrará en la descripción de la versión basada en los modelos dinámicos no lineales, a su vez se detallará la técnica de optimización utilizada para inicializar los parámetros del filtro y la función actualizada de las restricciones para satisfacer los límites de las articulaciones humanas, con el fin de dar a entender la solución basada en la aplicación del EKF para la estimación de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior.

El Filtro de Kalman Extendido es un estimador recursivo el cual se divide en dos fases: la fase de predicción y la fase de actualización, para las cuales se definieron las ecuaciones 3.11 a la 3.16 vistas en las secciones 3.2.1 y 3.2.2.

En este caso los estados de transición y la matriz de observación se definen por medio de las jacobianas mostradas en las ecuaciones 3.17 y 3.18, las cuales representan la derivada parcial de la función del modelo dinámico con respecto al vector de estados y la derivada parcial de la función de medición con respecto al vector de estados respectivamente.

$$F_{k-1} = \frac{\partial f}{\partial x \hat{x}_{k-1|k-1}, u_k} \quad (3.17)$$

$$H_k = \frac{\partial h}{\partial x \hat{x}_{k|k-1}} \quad (3.18)$$

En la propuesta presentada, se usa un Filtro de Kalman Extendido para estimar las variables de estado que son los coeficientes de series de Fourier de 4 armónicos que definen los ángulos articulares, velocidades articulares y aceleraciones articulares, mediante la función de medida obtenida por el modelo cinemático de primer y segundo orden, que se detallarán en la sección 3.3.2, la cual esta compuesta por los datos de medición que son las aceleraciones lineales y las velocidades rotacionales obtenidas por medio de los sensores inerciales "Xsens" .

### 3.3.1. Propuesta Filtro de Kalman Extendido

#### 3.3.1.1. Formulación

El vector de estado requerido para estimar el movimiento humano del miembro inferior, dado el modelo descrito en el capítulo 2, lo define la ecuación 3.19.

Inicialmente se planteo trabajar con un vector de estados el cual estaba compuesto por los ángulos articulares ( $\Theta$ ), su primer derivada ( $\dot{\Theta}$ ) y su segunda derivada ( $\ddot{\Theta}$ ) como se ve en la ecuación 3.19. Al cual más adelante se le realizó una optimización la cual se evidencia en la sección 3.3.1.2.

$$X = (\Theta, \dot{\Theta}, \ddot{\Theta}) \quad (3.19)$$

La información necesaria que se debe ingresar al filtro para que realice una estimación adecuada son los datos de medición, que son las aceleraciones lineales y las velocidades rotacionales, más los parámetros, que corresponden a las posiciones de los sensores inerciales empleados para medir dichos datos y la longitud de los segmentos del modelo.

La inicialización de los valores de estado del sistema, es decir, cuando el cuerpo humano se encuentra en reposo, se asignaron en valores de cero para las aceleraciones lineales y para las velocidades rotacionales. Sin embargo, para definir la posición preliminar de los sensores se llevó a cabo un proceso de optimización basado en códigos QR, el cual se explicará posteriormente (ver sección 3.4).

### 3.3.1.2. Optimización del vector de estados

Se realizó un estudio implementando una serie de Fourier para optimizar el método, donde se cambió el vector de estados inicial que estaba compuesto por los ángulos articulares ( $q$ ), velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) y aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) por las coeficientes de una serie de Fourier.

$$q(t) = a_0 + \sum_{i=1}^n [a_i \text{Cos}(2i\pi * wt) + b_i \text{Sin}(2i\pi * wt)] \quad (3.20)$$

Para que el sistema fuera óptimo se llevó a cabo un análisis que permitiera determinar el número mínimo de armónicos  $n$  necesarios para tener un error de diferencia cuadrática mínima, es decir, un buen ajuste. Para ello se realizó un primer estudio para lo cual se necesitó crear un ángulo de referencia, el cual llamaremos  $q_{ref}$  que fue definido de la siguiente manera:

$$q_{ref} = a * \text{Cos}(2 * \pi * time) + b * \text{Sin}(8 * \pi * time) \quad (3.21)$$

Posteriormente se utilizó el software MATLAB para la elección del número mínimo de armónicos, teniendo en cuenta el error medio cuadrático (RMS) como se ve en la ecuación 3.22 y se obtuvo el resultado mostrado en las figuras 3.2 y 3.3, donde se evidencia que con 4 armónicos se realiza

una buena estimación del sistema y el error es muy pequeño en comparación al que se presenta con un número de armónicos menor, por lo que se eligió utilizar 4 armónicos para la estimación.

$$RMS = \frac{\sqrt{(q_N - q_{ref})^2}}{\text{length}(q_{ref})} \quad (3.22)$$

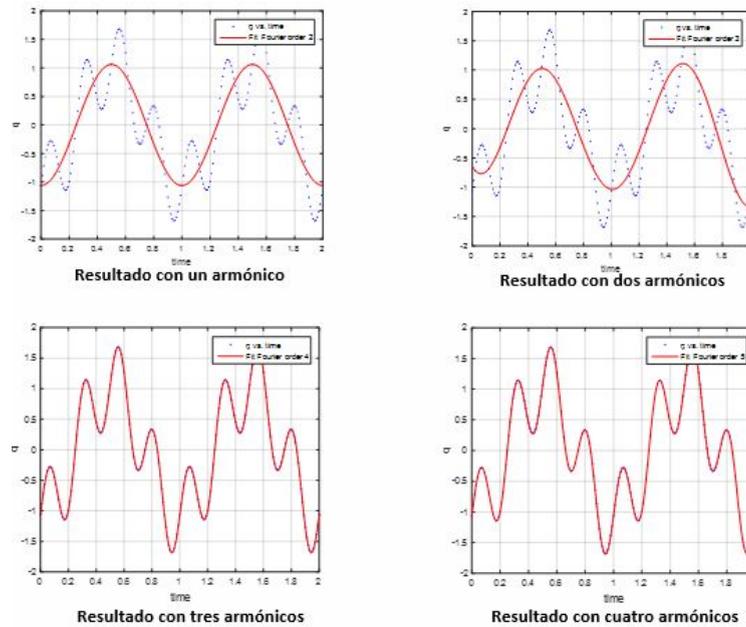


Figura 3.2: Comparación de resultados con armónicos 1, 2, 3 y 4.

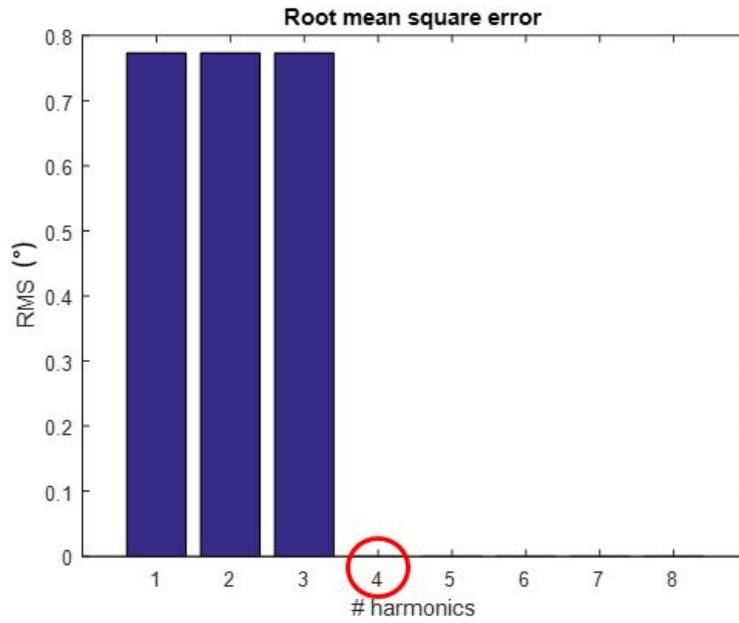


Figura 3.3: Comparación de RMS con armónicos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8.

Después se realizó un segundo estudio con unos datos que se tenían de unos ángulos articulares de la marcha humana, donde se compararon los ángulos articulares con los ángulos articulares compuestos por series de Fourier de 1 a 8 armónicos y se le aplicó igualmente la ecuación 3.22 del error root mean square como en el estudio anterior. Los resultados obtenidos se pueden evidenciar en la gráfica 3.4.

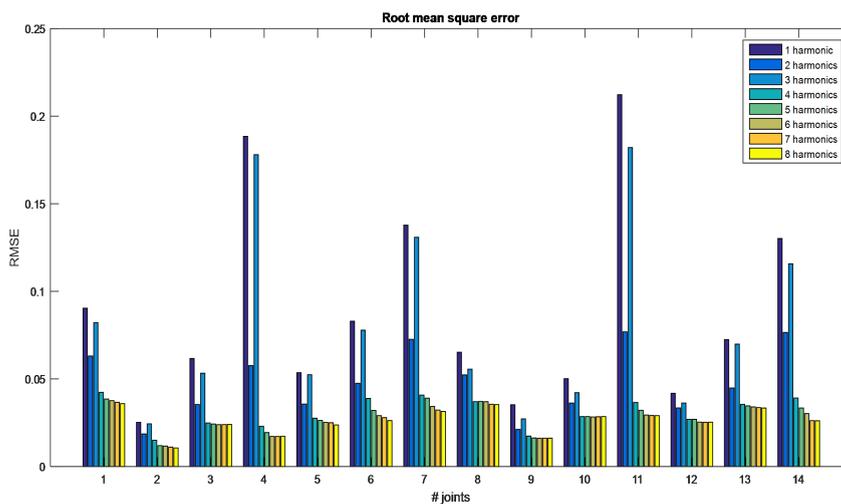


Figura 3.4: Comparación de resultados con armónicos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 y 8 de 14 articulaciones del miembro inferior.

Donde se rectifica el primer estudio realizado y se decidió trabajar con ángulos articulares compuestos por series de fourier de 4 armónicos, debido a que con armónicos menores el error es demasiado alto.

### 3.3.1.3. Transición y medición de matrices jacobianas $F$ y $H$

La ecuación de actualización de estado supone que los ángulos de articulación evolucionan linealmente y que las longitudes de los segmentos ( $L_k$ ) son constantes en el tiempo. Es equivalente a decir que el movimiento de la articulación humana tiene una aceleración angular constante. Por lo tanto, la transición de estado está dada por:

$$\begin{pmatrix} \Theta_k \\ \dot{\Theta}_k \\ \ddot{\Theta}_k \\ L_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_{k-1} \\ \dot{\Theta}_{k-1} \\ \ddot{\Theta}_{k-1} \\ L_{k-1} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Donde  $\Delta t$  es el tiempo diferencial entre muestras.

Nuestro vector de estados estaba definido inicialmente por  $[\Theta, \dot{\Theta}, \ddot{\Theta}]$  el cual fue cambiado por los coeficientes de series de Fourier realizando una optimización del filtro como se puede ver en la sección 3.3.1.2 explicada anteriormente, por tanto la función de transición fue cambiada por una matriz identidad cuadrada debido a que el vector de estados paso de tener valores que evolucionaban en el tiempo por valores constantes.

La matriz de observación ( $H$ ) refleja la obtención de la medida a partir del vector de estado y se define como la jacobiana de la función de medida con respecto el vector de estado del proceso, esta matriz se define inicialmente como una matriz de ceros de dimensiones  $(a \times b)$ , siendo  $a$  el tamaño del vector de medida y  $b$  el tamaño del vector de estado. .

## 3.3.2. Definición del modelo cinemático para el miembro inferior del cuerpo humano

El modelo cinemático define las velocidades rotacionales y aceleraciones lineales medidas con el sensor inercial como función de las velocidades articulares y aceleraciones articulares.

El modelo planteado esta definido para ubicar 7 sensores inerciales, siendo de interés conocer las

velocidades rotacionales y aceleraciones lineales en cada sensor, por tanto se definen 7 modelos cinemáticos.

Donde fue necesario hallar las jacobianas de cada sensor inercial, generar las matrices jacobianas del modelo del miembro inferior del cuerpo humano es muy tedioso, ya que es una función de gradiente que relaciona la medida con el estado y por la complejidad del modelo estudiado implica una gran dificultad desarrollarla a mano, se procede a utilizar el software SYMORO (“Symbolic Modelling of Robots”).

### 3.3.2.1. Modelo cinemático de primer orden

El modelo cinemático directo de primer orden define la velocidad del sensor inercial como función de las velocidades conjuntas. Teniendo en cuenta la relación entre las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) y cartesianas ( ${}^r\dot{X}_n$ ), siendo  $n$  el enlace de interés de la tabla DH, es decir, el enlace que defina la posición final de cada sensor inercial. Por tanto  $n$  será igual a 42,47,51,56,61,65 y 70 respectivamente para cada sensor inercial.

El modelo cinemático de primer orden se puede definir con la siguiente ecuación:

$${}^r\dot{X}_n = {}^rJ_n\dot{q} \quad (3.24)$$

Siendo,

- ${}^r\dot{X}_n$  : Velocidades cartesianas en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^rJ_n$  : Matriz jacobiana en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- $\dot{q}$  : Velocidades articulares del modelo.

Las velocidades cartesianas se descomponen en dos tipos: las lineales y las rotacionales, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} {}^rV_n \\ {}^r\omega_n \end{bmatrix} = {}^rJ_n\dot{q} \quad (3.25)$$

- ${}^rV_n$  : Velocidades lineales en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^r\omega_n$  : Velocidades rotacionales en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .

Del modelo cinemático de primer orden se obtienen las velocidades cartesianas, de las cuales son necesarias únicamente las velocidades rotacionales, que son medidas por medio del giróscopo del sensor.

### **Modelo cinemático de primer orden para el primer sensor inercial**

Para el primer sensor inercial se toma  $n = 42$  debido que este es el marco final del primer sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{42} \\ {}^0\omega_{42} \end{bmatrix} = {}^0J_{42}\dot{q} \quad (3.26)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el cálculo del modelo cinemático del primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$ .

### **Modelo cinemático de primer orden para el segundo sensor inercial**

Para el segundo sensor inercial se toma  $n = 47$  debido que este es el marco final del segundo sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{47} \\ {}^0\omega_{47} \end{bmatrix} = {}^0J_{47}\dot{q} \quad (3.27)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el cálculo del modelo cinemático del sensor número 2, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_9$ .

### **Modelo cinemático de primer orden para el tercer sensor inercial**

Para el tercer sensor inercial se toma  $n = 51$  debido que este es el marco final del tercer sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{51} \\ {}^0\omega_{51} \end{bmatrix} = {}^0J_{51}\dot{q} \quad (3.28)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático del sensor número 3, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_{10}$ .

#### **Modelo cinemático de primer orden para el cuarto sensor inercial**

Para el cuarto sensor inercial se toma  $n = 56$  debido que este es el marco final del cuarto sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{56} \\ {}^0\omega_{56} \end{bmatrix} = {}^0J_{56}\dot{q} \quad (3.29)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático del sensor número 4, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_{13}$ .

#### **Modelo cinemático de primer orden para el quinto sensor inercial**

Para el quinto sensor inercial se toma  $n = 61$  debido que este es el marco final del quinto sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{61} \\ {}^0\omega_{61} \end{bmatrix} = {}^0J_{61}\dot{q} \quad (3.30)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático del sensor número 5, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$  y de  $\dot{q}_{14}$  hasta  $\dot{q}_{16}$ .

#### **Modelo cinemático de primer orden para el sexto sensor inercial**

Para el sexto sensor inercial se toma  $n = 65$  debido que este es el marco final del sexto sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{65} \\ {}^0\omega_{65} \end{bmatrix} = {}^0J_{65}\dot{q} \quad (3.31)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático del sensor número 6, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$  y de  $\dot{q}_{14}$  hasta  $\dot{q}_{17}$ .

### Modelo cinemático de primer orden para el séptimo sensor inercial

Para el séptimo sensor inercial se toma  $n = 70$  debido que este es el marco final del séptimo sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0V_{70} \\ {}^0\omega_{70} \end{bmatrix} = {}^0J_{70}\dot{q} \quad (3.32)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático del sensor número 6, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$  y de  $\dot{q}_{14}$  hasta  $\dot{q}_{20}$ .

### 3.3.2.2. Modelo cinemático de segundo orden

El modelo cinemático directo de segundo orden define la aceleración del sensor inercial como función de las aceleraciones conjuntas, teniendo en cuenta la relación entre las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ), las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) y las aceleraciones cartesianas ( ${}^r\ddot{X}_n$ ), siendo  $n$  el enlace de interés de la tabla DH, es decir, el enlace que defina la posición final de cada sensor inercial. Por tanto  $n$  será igual a 42,47,51,56,61,65 y 70 respectivamente para cada sensor inercial.

El modelo cinemático de segundo orden se puede definir con la siguiente ecuación:

$${}^r\ddot{X}_n = {}^rJ_n\ddot{q} + {}^r\dot{J}_n\dot{q} + {}^rT_n(1:3, 1:3) * [g] \quad (3.33)$$

Siendo

- ${}^r\ddot{X}_n$  : Aceleraciones cartesianas en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^rJ_n$  : Matriz jacobiana en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .

- ${}^r \dot{J}_n$  : Matriz hessiana en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- $\dot{q}$  : Velocidades articulares del modelo.
- $\ddot{q}$  : Aceleraciones articulares del modelo.
- ${}^r T_n(1 : 3, 1 : 3)$  : Matriz de orientación de la tabla de DH en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- $[g]$  : Vector de gravedad.

Las aceleraciones cartesianas se descomponen en dos tipos: las lineales ( ${}^r \dot{V}_n$ ) y las rotacionales ( ${}^r \dot{\omega}_n$ ), de la siguiente forma.

$$\begin{bmatrix} {}^r \dot{V}_n \\ {}^r \dot{\omega}_n \end{bmatrix} = {}^r J_n \ddot{q} + {}^r \dot{J}_n \dot{q} + {}^r T_n(1 : 3, 1 : 3) * [g] \quad (3.34)$$

- ${}^r \dot{V}_n$  : Aceleraciones lineales en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .
- ${}^r \dot{\omega}_n$  : Aceleraciones rotacionales en los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  en el punto  $n$  con respecto al marco de referencia  $r$ .

Ya que el modelo cinemático directo de segundo orden tiene en cuenta las aceleraciones, se debe considerar la aceleración que existe en la tierra, es decir, la gravedad  $g$ , la cual debe ir multiplicada por la matriz de rotación evidenciada en la ecuación 3.35. Esta matriz fue hallada con la tabla de MDH mencionada en el apéndice C.

$${}^{j-1} T_j(1 : 3, 1 : 3) = \begin{bmatrix} \cos(\theta)_j & -\sin(\theta)_j & 0 \\ \cos(\alpha)_j \sin(\theta)_j & \cos(\alpha)_j \cos(\theta)_j & -\sin(\alpha)_j \\ \sin(\alpha)_j \sin(\theta)_j & \sin(\alpha)_j \cos(\theta)_j & \cos(\alpha)_j \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

La tabla de MDH fue ingresada en el software SYMORO+ para lograr obtener las matrices de transformación, para posteriormente implementar en nuestro modelo las matrices de rotación  ${}^0 T_{42}(1 : 3, 1 : 3)$ ,  ${}^0 T_{47}(1 : 3, 1 : 3)$ ,  ${}^0 T_{51}(1 : 3, 1 : 3)$ ,  ${}^0 T_{56}(1 : 3, 1 : 3)$ ,  ${}^0 T_{61}(1 : 3, 1 : 3)$ ,  ${}^0 T_{65}(1 : 3, 1 : 3)$  y  ${}^0 T_{70}(1 : 3, 1 : 3)$ .

Este modelo arroja las aceleraciones lineales, y las aceleraciones rotacionales, de las cuales se utilizarán únicamente las aceleraciones lineales que son las que puede medir el acelerómetro del sensor inercial.

El calculo de la matriz jacobiana fue realizado con el software Symoro+ y la obtención de la matriz hessiana fue calculada por medio de la función *diff* de Matlab, realizando la derivada de la matriz jacobiana con respecto a el tiempo.

### **Modelo cinemático de segundo orden para el primer sensor inercial**

Para el primer sensor inercial se toma  $n = 42$  debido que este es el marco final del primer sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{42} \\ {}^0\dot{\omega}_{42} \end{bmatrix} = {}^0J_{42}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{42}\dot{q} + {}^0T_{42}(1 : 3, 1 : 3) * [g] \quad (3.36)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_6$ .

### **Modelo cinemático de segundo orden para el segundo sensor inercial**

Para el segundo sensor inercial se toma  $n = 47$  debido que este es el marco final del segundo sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{42} \\ {}^0\dot{\omega}_{42} \end{bmatrix} = {}^0J_{42}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{42}\dot{q} + {}^0T_{42}(1 : 3, 1 : 3) * [g] \quad (3.37)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_9$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_9$ .

### Modelo cinemático de segundo orden para el tercer sensor inercial

Para el tercer sensor inercial se toma  $n = 51$  debido que este es el marco final del tercer sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{51} \\ {}^0\dot{\omega}_{51} \end{bmatrix} = {}^0J_{42}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{51}\dot{q} + {}^0T_{51}(1:3, 1:3) * [g] \quad (3.38)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_{10}$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_{10}$ .

### Modelo cinemático de segundo orden para el cuarto sensor inercial

Para el cuarto sensor inercial se toma  $n = 56$  debido que este es el marco final del cuarto sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{56} \\ {}^0\dot{\omega}_{56} \end{bmatrix} = {}^0J_{56}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{56}\dot{q} + {}^0T_{56}(1:3, 1:3) * [g] \quad (3.39)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_{13}$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_{13}$ .

### Modelo cinemático de segundo orden para el quinto sensor inercial

Para el quinto sensor inercial se toma  $n = 61$  debido que este es el marco final del quinto sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{61} \\ {}^0\dot{\omega}_{61} \end{bmatrix} = {}^0J_{61}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{61}\dot{q} + {}^0T_{61}(1:3, 1:3) * [g] \quad (3.40)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$  y de  $\dot{q}_{14}$  hasta  $\dot{q}_{16}$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_6$  y de  $\ddot{q}_{14}$  hasta  $\ddot{q}_{16}$ .

### Modelo cinemático de segundo orden para el sexto sensor inercial

Para el sexto sensor inercial se toma  $n = 65$  debido que este es el marco final del sexto sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{65} \\ {}^0\dot{\omega}_{65} \end{bmatrix} = {}^0J_{65}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{65}\dot{q} + {}^0T_{65}(1:3, 1:3) * [g] \quad (3.41)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$  y de  $\dot{q}_{14}$  hasta  $\dot{q}_{17}$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_6$  y de  $\ddot{q}_{14}$  hasta  $\ddot{q}_{17}$ .

### Modelo cinemático de segundo orden para el séptimo sensor inercial

Para el séptimo sensor inercial se toma  $n = 70$  debido que este es el marco final del séptimo sensor inercial en la tabla DH.

$$\begin{bmatrix} {}^0\dot{V}_{70} \\ {}^0\dot{\omega}_{70} \end{bmatrix} = {}^0J_{70}\ddot{q} + {}^0\dot{J}_{70}\dot{q} + {}^0T_{70}(1:3, 1:3) * [g] \quad (3.42)$$

Las velocidades articulares ( $\dot{q}$ ) utilizadas, fueron las necesarias para el calculo del modelo cinemático para el primer sensor, es decir, desde  $\dot{q}_1$  hasta  $\dot{q}_6$  y de  $\dot{q}_{14}$  hasta  $\dot{q}_{20}$ . Igualmente para las aceleraciones articulares ( $\ddot{q}$ ) las cuales fueron necesarias  $\ddot{q}_1$  hasta  $\ddot{q}_6$  y de  $\ddot{q}_{14}$  hasta  $\ddot{q}_{20}$ .

## 3.4. Inicialización de los valores de posición de los sensores inerciales mediante marcadores QR y Kinect

Para la inicialización del Filtro de Kalman Extendido se necesita ingresar los valores de las variables y los parámetros de inicialización para el estado inicial, que es el individuo en posición de reposo. Entre las variables se encuentran aceleraciones lineales, las velocidades rotacionales y los coeficientes de la serie de Fourier, mientras que entre los parámetros están las longitudes de los segmentos corporales y las posiciones locales de los sensores inerciales o IMUs (indicadas como  $px$ ,  $py$  y  $pz$  en la tabla de MDH que se describe en el apéndice B).

Debido a la complejidad que implica medir directamente la ubicación que tiene cada uno de los sensores en los tres ejes, ya que los marcos locales de las IMUs y los marcos de los segmentos del cuerpo no están alineados, por diversas razones como por ejemplo: la estructura corporal y los movimientos de la piel, se propone un método alternativo que permita identificar dichas posiciones por medio del uso de marcadores con códigos QR y la cámara del Kinect. En la figura 3.5 se observan algunos de los códigos existentes, entre los cuales se seleccionaron los que se utilizaron para llevar a cabo el procedimiento descrito a continuación.

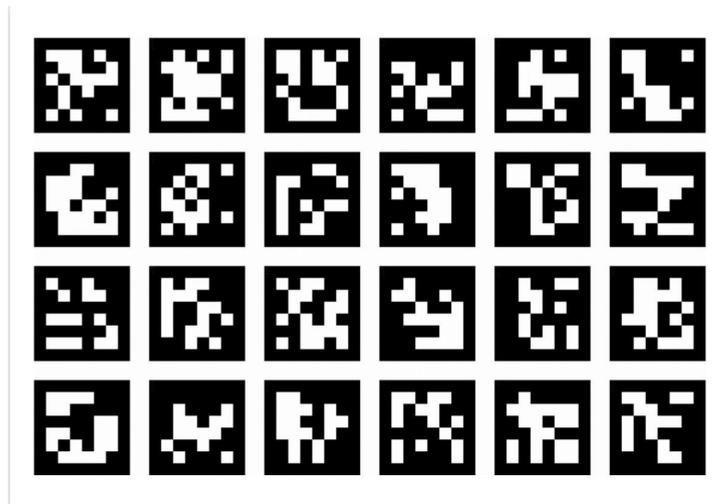


Figura 3.5: Tablero con códigos QR.

La idea principal por la que se utilizaron los códigos QR es que estos se ubican sobre cada una de las IMUs para determinar la transformación (traslación y rotación) entre los marcos locales de los sensores y los marcos de los segmentos corporales correspondientes, ya que con estos marcadores se puede medir la posición 3D y la orientación 3D en su parte media con relación al sistema de coordenadas de la cámara.

La detección de los marcadores y el proceso de estimación de la posición de los mismos se lleva a cabo utilizando el algoritmo de Aruco [41], que se instala como una biblioteca de OpenCV. Para el desarrollo del procedimiento inicialmente se adjunta un código QR sobre cada una de las IMU, y uno de referencia ubicado sobre una superficie estática, que en este caso fue una mesa, y luego se determina la relación entre el marco de la IMU por medio del marcador que tiene en su parte superior y el marco de la articulación correspondiente, y la posición del marco de la articulación en el sistema de coordenadas de la cámara del Kinect para así poder concluir la transformación entre los sistemas de coordenadas de la IMU y de la cámara.

Para ello, es necesario definir unos puntos anatómicos de referencia, por lo que se elaboró una varilla de calibración que consiste en un pequeño segmento de madera con un marcador QR en la punta, con el cual se tocan los lugares estratégicos del cuerpo (es decir, puntos laterales y mediales de las articulaciones) que serán usados como referencia para aplicar ecuaciones de regresión que permitan concluir acerca de la posición del centro de cada articulación en el sistema de coordenadas de la cámara [42]. Para el caso específico de la cadera se realiza un procedimiento similar, aunque se emplea la ecuación de regresión de Bell [42] para calcular el centro de dicha articulación. En las figuras 3.6, 3.7, 3.8 se puede observar el procedimiento anteriormente descrito, aplicado para un estudio realizado con el miembro superior, donde se tienen ubicados unos marcadores QR en el lugar donde se ubican las IMUs y se definen los dos puntos anatómicos laterales y el punto medio de la articulación del hombro. Posteriormente se realizaron los cálculos correspondientes que permitieron definir el centro de las articulaciones del brazo y la posición de los sensores, como se observa en la figura 3.9, en la que se presenta la reconstrucción gráfica que se obtiene.

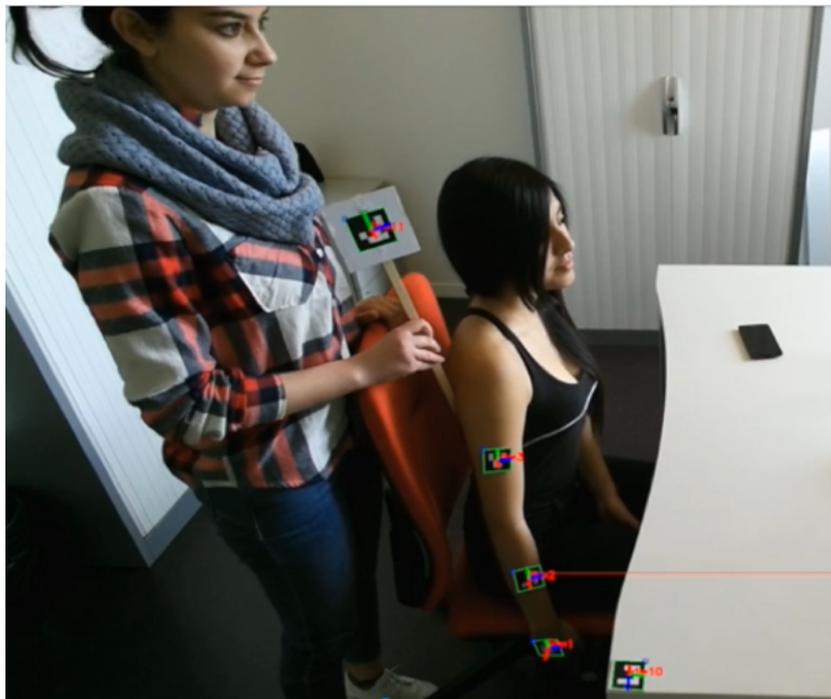


Figura 3.6: Definición del punto lateral izquierdo de la articulación del hombro.

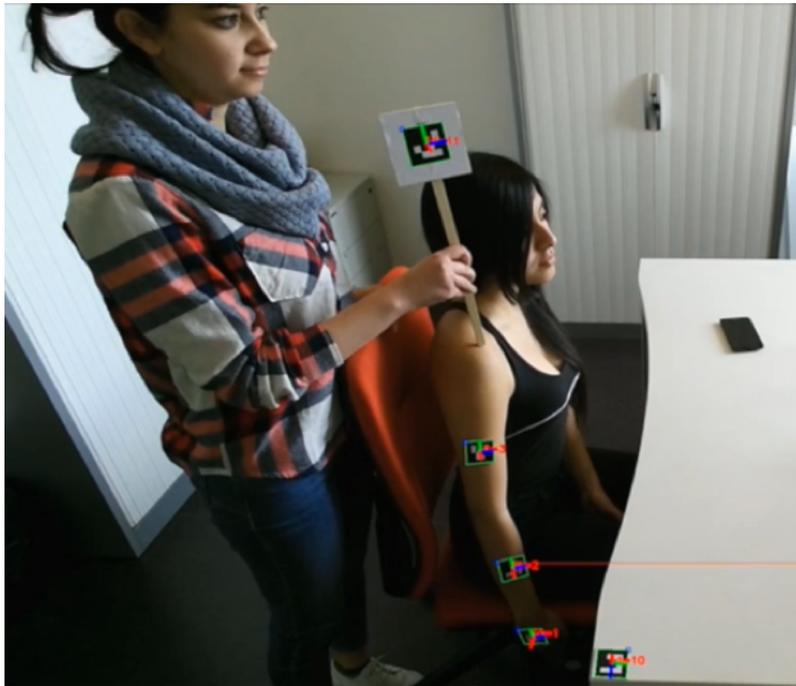


Figura 3.7: Definición del punto medial de la articulación del hombro.

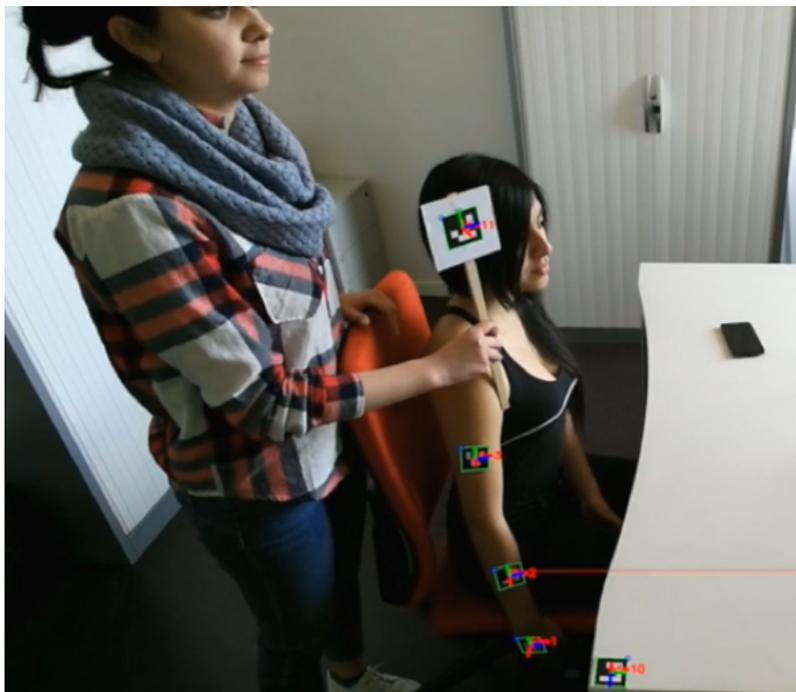


Figura 3.8: Definición del punto lateral derecho de la articulación del hombro.

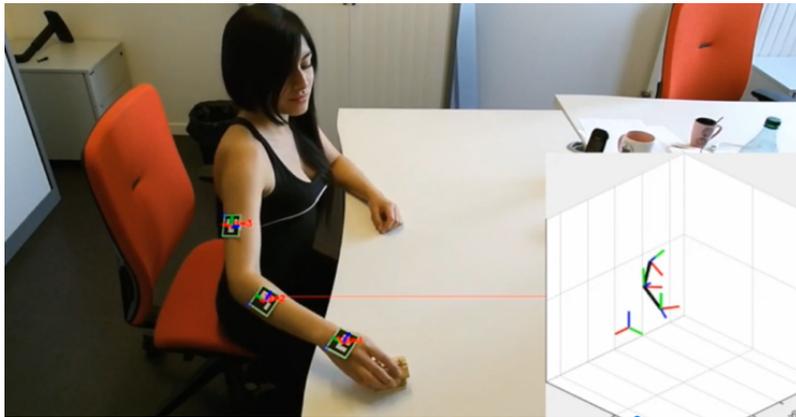


Figura 3.9: Reconstrucción 3D obtenida para el brazo derecho por medio de los marcadores QR.

### 3.4.1. Utilización del Kinect en el proceso

El Kinect es un dispositivo inicialmente pensado como un simple controlador de juego, ya que gracias a los componentes que lo integran: sensor de profundidad, cámara RGB, arreglo de micrófonos y sensor infrarrojo (emisor y receptor), es capaz de capturar el esqueleto humano, reconocerlo y posicionarlo en el plano, con la ayuda de los algoritmos de visión artificial que posee internamente.

El sensor de profundidad funciona con una técnica similar a la de triangulación láser para definir qué cosas, en su campo de visión, están a qué distancia: proyecta una matriz de puntos infrarrojos y calcula la distorsión que tiene cada punto de acuerdo con la variación de profundidad respecto a él mismo; este sensor aunque no es tan preciso como otros dispositivos especializados tiene un buen funcionamiento, dependiendo de la aplicación para la cuál se use [43].

Así pues, se sabe que es poco preciso en la identificación de los segmentos y los gestos corporales de la manera tradicional, ya que desde una imagen plana se aplican los algoritmos internos para estimar la ubicación de los eslabones y las uniones entre ellos, en un proceso que involucra una alta probabilidad de error [44]. Sin embargo, en el enfoque presentado en este proyecto de investigación se reduce su inexactitud inherente puesto que no se utilizan los algoritmos internos que posee para suponer la posición relativa de las articulaciones, sino que se emplea netamente la información del sensor de profundidad, mediante el posicionamiento físico de los marcadores QR en las articulaciones involucradas, que en combinación con algoritmos externos provenientes de la librería de ARUCO, permiten saber la posición espacial de cada marcador, para que mediante transformaciones espaciales entre todos los marcadores involucrados, se logre calcular sus posiciones relativas respecto a un marcador de referencia que se coloca sobre en la mesa, y así lograr

la reconstrucción gráfica de la articulación analizada.

## 3.5. Manejo del ruido

Manejar el ruido del proceso es de gran importancia en la implementación de un filtro de Kalman extendido. Esto es debido a que el modelo de ruido adoptado para el problema que se esté estudiando se ve afectado por el cálculo de su Jacobiana, así como también es aproximado al caso lineal por una serie de Taylor. Es muy importante a la hora de implementar el filtro que no solo el modelo sea acertado y la linealización lo más precisa posible, sino que el modelo de ruido con el que se trabaje sea también una buena estimación de la realidad, para evitar que el filtro no sea capaz de decidir a quién hacer más caso, si a unas medidas erróneas y con desviaciones o a un modelo que tras la linealización dista bastante de la realidad que se quiere modelar.

Las mediciones del mundo real usadas en este modelo fueron las aceleraciones lineales y velocidades rotacionales las cuales se obtienen de un sensor inercial. Tales sensores ofrecen diferentes grados de precisión. Sin embargo, la precisión del sensor varía de forma impredecible de instante en instante, haciendo que el sensor de lectura observe una versión ruidosa de la medida.

### 3.5.1. Matrices de corrección $W$ y $Z$

Las matrices  $W$  y  $Z$  son constantes durante el funcionamiento del filtro, estas ayudan a realizar correcciones en la predicción del vector de estados y en la toma de medida, a continuación se explicarán:

- **W:** Corrección de la predicción del vector de estado basada en el modelo. Se trata de una desviación constante aplicada directamente sobre el vector de estado que modela la contribución al movimiento de algún agente externo. Se toma una desviación simbólica debido a que en este caso, no se puede medir esta contribución.
- **Z:** Corrección de la medida, a partir de una desviación conocida del sensor, que se desea corregir. Hace que la estimación del filtro se desplace una constante. Los sistemas del acelerómetro y giróscopo introducen errores variables intencionadamente para uso comercial, a fin de que el sistema no pueda ser utilizado para aplicaciones militares. Para tales usos militares existe un modo denominado modo P o de disponibilidad condicional, en el cual se

dispone de la máxima precisión del sistema (entorno y por debajo del metro). A fin de tener en cuenta este error intencionado introducido en el sistema se ha considerado una desviación simbólica.

Los vectores de ruido añaden al filtrado una desviación constante que contempla fallos. Debido a la imposibilidad de realizar en este caso un modelo acertado de ruido, es decir, se desconocen los valores de las desviaciones intencionadas del modelo y las medidas, para la implementación del filtro se ha supuesto que son de valor pequeño las matrices de ruido  $W$  y  $Z$ .

### 3.5.2. Matrices de covarianza $Q$ y $R$

Lo que se indica en estas matrices  $Q$  y  $R$  es el grado de dispersión de las diferencias de los valores predichos y medidos, respectivamente, entorno a su media, de una iteración a otra. Cuando esta diferencia se mantiene constante y en un entorno razonable de la media, la covarianza mantendrá un valor estable. En el momento en que una de estas diferencias sea muy diferente a la tendencia que se seguía, el filtro asume que el valor de la iteración actual tiene mucho error o incertidumbre. Sin embargo, si no se trata de un caso aislado y a partir de ese momento las diferencias comienzan a seguir esa nueva tendencia, el filtro se irá ajustando a estos nuevos datos para volver a dar una estimación correcta. Las matrices  $Q$  y  $R$  se definen a continuación:

- **R:** Matriz de la covarianza del ruido de la medida.
- **Q:** Matriz de covarianza que refleja la covarianza del ruido del modelo dinámico. El valor 0.85 en la componente de  $\theta$  se ha tomado porque al suponer cero la velocidad proporcionada por el acelerómetro, la curva aparece mal condicionada.

Las matrices de covarianza permiten también observar el mecanismo de adaptación del filtro, ya que el filtro de Kalman extendido se considera un filtro adaptativo. Debido a las condiciones del modelo del miembro inferior del cuerpo humano, se pueden tomar como matrices diagonales constantes durante toda la implementación del filtro, donde cada elemento de dicha diagonal representa la posible varianza de la variable a la que está asociado, se definió  $Q$  como una matriz identidad del tamaño del vector de estados, y  $R$  como el producto de 1000 por la matriz identidad del tamaño del vector de medida.

Se puede optimizar el filtro de Kalman extendido realizando una correcta definición de las matrices de covarianza Q y R, ya que quizás pueden tomar valores constantes y no recalcularse en cada iteración si son correctamente definidas y adaptadas al modelo cuyo estado se quiera estimar.

## **3.6. Programas utilizados**

A continuación se explicarán dos programas que fueron empleados durante el proceso de desarrollo del trabajo de investigación. El primero de ellos (“Symoro”) contribuyó en la generación del modelo cinemático del modelo de miembros inferiores, y el segundo (“MT Manager”) facilitó la medición con los sensores inerciales “Xsens” para la obtención de datos que posteriormente serían procesados con el método propuesto, aplicando el Filtro de Kalman Extendido.

### **3.6.1. SYMORO+**

SYMORO+ (“Symbolic Modelling of Robots”), es un software encargado de generar automáticamente los modelos simbólicos de los sistemas articulados. Genera los diferentes modelos necesarios para el control, la simulación y el diseño, entre los que se encuentran el modelo geométrico directo e inverso, el modelo cinemático directo e inverso, el modelo dinámico directo e inverso, y modelo de identificación de parámetros dinámicos. Sin embargo, para este proyecto solo se necesitó el modelo cinemático.

Este software permite la generación de un modelo cinemático y dinámico simbólico de un sistema, con base en su tabla de Denavit-Hartenberg Modificada (MDH) y sus parámetros dinámicos, y así, una vez obtenido se puede proceder a la simulación en el software Matlab, el cual permite hacer todos los cálculos, los trazados y las modificaciones necesarias para el proyecto, gracias a su eficacia computacional.

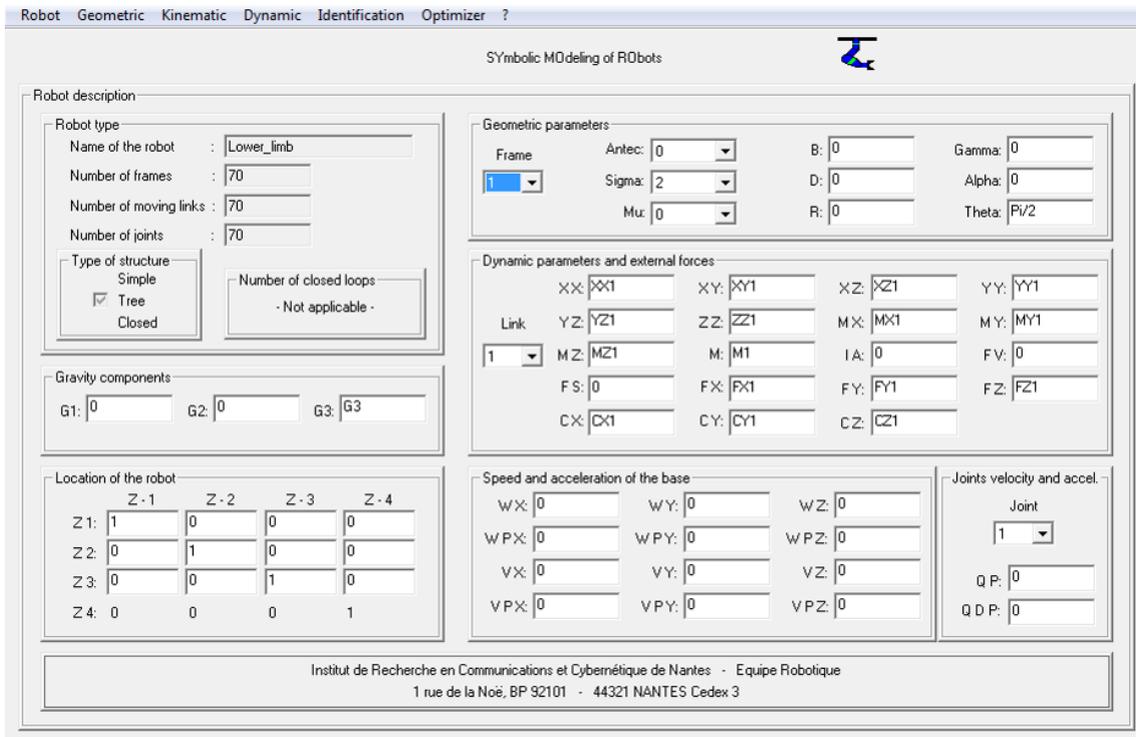


Figura 3.10: Interfaz de SYMORO+.

En la figura 3.10 se observa la creación de la plantilla del modelo, donde se determinan el número de sistemas de coordenadas, enlaces móviles y articulaciones, como se observa en la parte izquierda, y la definición de los valores de la tabla de MDH y los parámetros dinámicos para el marco número uno modelo desarrollado (los cuales se continúan agregando hasta completar los 70 sistemas de coordenadas). En este caso se deciden extraer las jacobianas referentes a la posición final de los 7 sensores inerciales ubicados sobre el cuerpo (ver explicación del posicionamiento de los sensores inerciales en la sección 4.2.1), por lo cual se crearon 7 archivos .par que contienen la información correspondiente para cada uno. En la figura 3.11 se observa el menú de las diferentes funciones y modelos que tiene el software, entre las cuales se seleccionó la opción “Kinematic” y luego “Jacobian matrix” para llevar a cabo el procedimiento anteriormente descrito.

<b>Robot</b>	<b>Geometric</b>	<b>Kinematic</b>
New	Transformation matrix...	Jacobian matrix...
Open...	Fast geometric model...	Inverse Jacobian & determinant...
Save	I.G.M Pieper method	Velocity of links
Save as...	I.G.M Paul method	Acceleration of links
Quit	I.G.M general method	JPQP
	Constraint geometric eq. of loops	Constraint kinematic eq. of loops
<b>Dynamic</b>	<b>Identification</b>	<b>Optimizer</b>
I.D.M Newton Euler method	Base inertial parameters	
I.D.M Lagrange method	Dynamic Identification model	
Inertia matrix	Energy Identification model	
Centrifugal, Coriolis & Gravity torque	Filtered dynamic Identification model	
Direct dynamic model		

Figura 3.11: Funciones de SYMORO+.

### 3.6.1.1. Cálculo de la matriz jacobiana en SYMORO+

SYMORO+ calcula la matriz jacobiana utilizando el método desarrollado por Renaud [45], definiéndola como el producto de tres matrices, donde dos de ellas son de rango completo y la tercera contiene términos simples tales que:

$${}^r J_n = \begin{bmatrix} {}^r A_i & 0_3 \\ 0_3 & {}^r A_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 & -{}^i \hat{L}_{j,n} \\ 0_3 & I_3 \end{bmatrix} \cdot {}^i J_{n,j} \quad (3.43)$$

Donde  $0_3$  e  $I_3$  refieren a la matriz cero e identidad (3x3), respectivamente, y el símbolo  $\hat{\cdot}$  significa la matriz 3x3 del producto vectorial; tal que  $axb = \hat{a}b$ .

La matriz vectorial  $J_{(n,j)}$  se da como:

$$J_{n,j} = \begin{bmatrix} \sigma_f a_f + \bar{\sigma}_f (a_f x L_{f,j}) & \sigma_n a_n + \bar{\sigma}_n (a_n x L_{n,j}) \\ \bar{\sigma}_f a_f & \bar{\sigma}_n a_n \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Dónde  $f$  es la primera articulación en la ruta entre la base y el enlace  $n$ , de manera que  $f = 1$  en el caso de robots tipo serie. Y adicionalmente:

- $a_j$  es el vector unitario a lo largo del eje  $z_j$ .
- $L_{(i,j)}$  es el vector de posición que conecta el origen del fotograma  $i$  con el del fotograma  $j$ .

- $\sigma_j$  es igual a 1 si  $j$  es rotacional, e igual a 0 si  $j$  es traslacional.

### 3.6.2. MT manager 4.8

Es el software utilizado para el manejo de los sensores inerciales “Xsens”, empleados para llevar a cabo las mediciones de las aceleraciones lineales y velocidades rotacionales con las cuales se obtienen los ángulos articulares a través del Filtro de Kalman Extendido. Presenta gran facilidad de uso y una interfaz de usuario amigable que permite:

- Ver la orientación 3D de los sensores inerciales en tiempo real.
- Ver los datos de las aceleraciones lineales y velocidades rotacionales en tiempo real.
- Monitorear y redactar mensajes hacia y desde el dispositivo a través de un terminal de mensaje.
- Exportar archivos de registro a otros formatos, como .txt y ASCII.
- Cambiar y ver varias configuraciones y propiedades del dispositivo.
- Ejecutar una autoprueba para verificar las funciones mecánicas de los sensores inerciales.

MT Manager 4.8 es, por lo tanto, una herramienta que ayuda a obtener diferentes datos provenientes de los “Xsens” de manera fácil en un entorno cómodo, permitiendo la visualización 3D de su posición y los movimientos que se efectúan durante el proceso de la marcha en los 3 ejes:  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ . Para el desarrollo de este proyecto inicialmente se había definido la utilización de 7 sensores inerciales “Xsens”, pero debido a que en el “Laboratorio de análisis de movimiento” de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, de Bogotá, (donde se realizaron las pruebas) no se contaba con el número de unidades necesarias, se decidió llevar a cabo las validaciones para la mitad del modelo, es decir, para una sola pierna. Así pues, los sensores que se analizaron se encontraban ubicados de la siguiente manera:

- **Pelvis:** Xsens MTi 1.
- **Muslo derecho:** Xsens MTi 2.
- **Pierna derecha:** Xsens MTi 3.

- **Pie derecho:** Xsens MTi 4.

Como se observa en la figura 3.12.

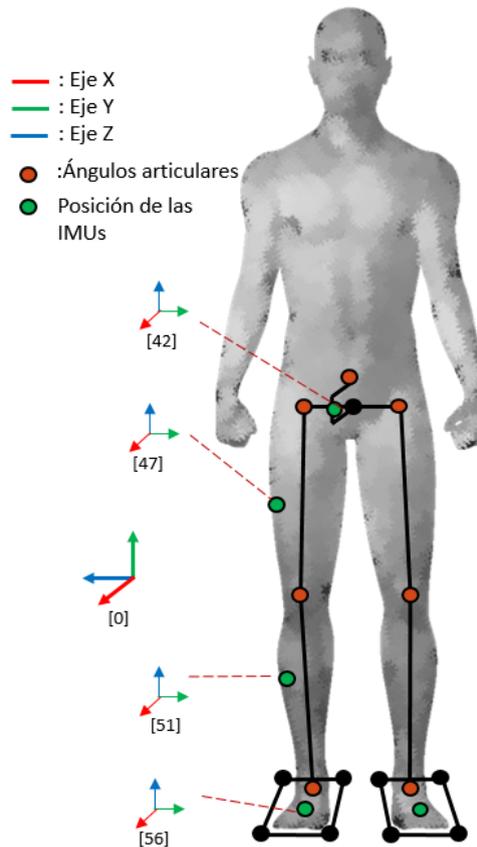


Figura 3.12: Modelo de miembro inferior con los Xsens MTi [Fuente propia].

Después de posicionar los sensores se realiza la toma de los datos con MT Manager 4.8, llevando a cabo la configuración inicial del sistema, para lo cual se va a la barra superior en la opción “**T**ools”, luego “**O**ptions”, donde se realiza la configuración que se vislumbra en la Figura 3.13.

Una vez hecho esto, se selecciona la opción “**C**alibrated Sensor Data” como se ve en la figura 3.14, ya que lo que se pretende es obtener las mediciones de las velocidades rotacionales y las aceleraciones lineales de los sensores durante el desarrollo del movimiento de la marcha.

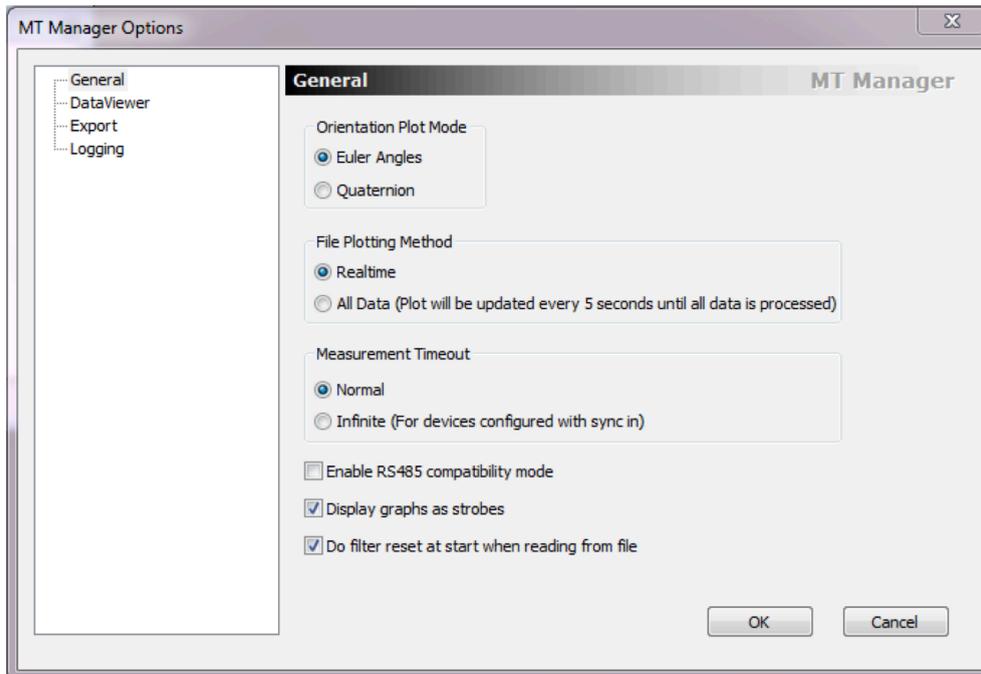


Figura 3.13: Configuración general de MT manager.

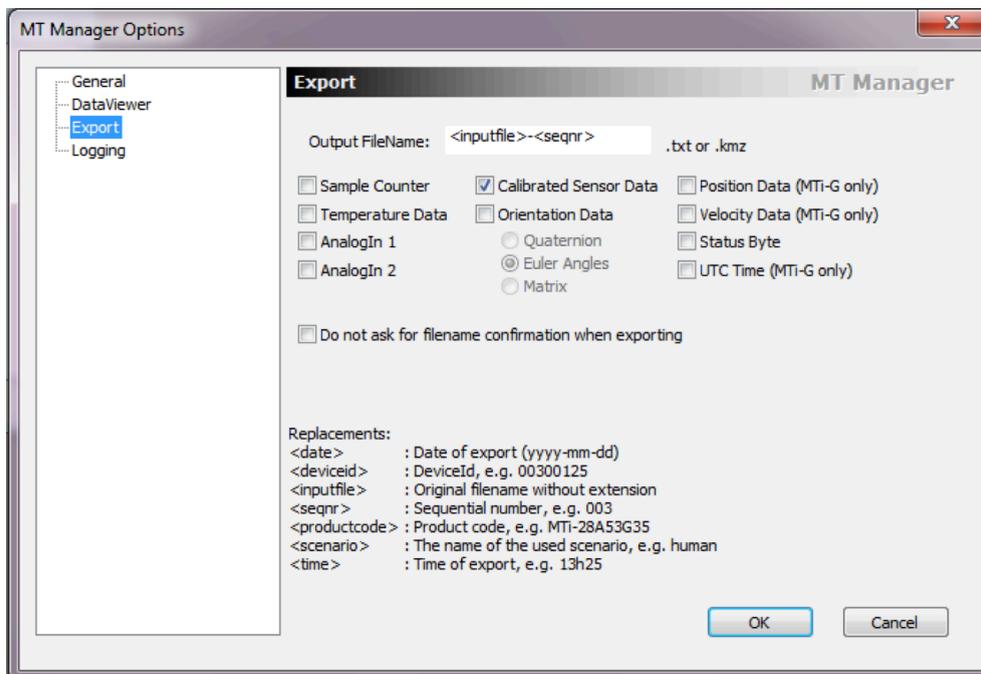


Figura 3.14: Configuración de exportación MT manager.

# Capítulo 4

## Resultados

### 4.1. Modelo de 1GDL y 2GDL

Con el fin de llevar a cabo una validación inicial de la propuesta desarrollada con el Filtro de Kalman Extendido (EKF), se decidió implementar un modelo 2D. Inicialmente el modelo tenía 1 GDL al estar formado por un segmento unido a un servomotor que le permitía realizar un movimiento oscilatorio como el de un péndulo, y posteriormente se amplió a 2 GDL (al añadir otro eslabón y otro servomotor), para la ejecución de un movimiento que imitara una de las tareas comúnmente empleadas en los procesos de rehabilitación como lo es la sentadilla; realizando las adecuaciones necesarias al método antes de verificarlo con el modelo 3D de 20 grados de libertad de los miembros inferiores del cuerpo humano.

Para el desarrollo del modelo se empleó el montaje que se observa en la figura 4.1 para 1 GDL, y el de la figura 4.2 para el modelo de 2 GDL, donde se utilizaron uno y dos sensores inerciales MPU6050, y uno y dos servomotores MG996R, respectivamente.

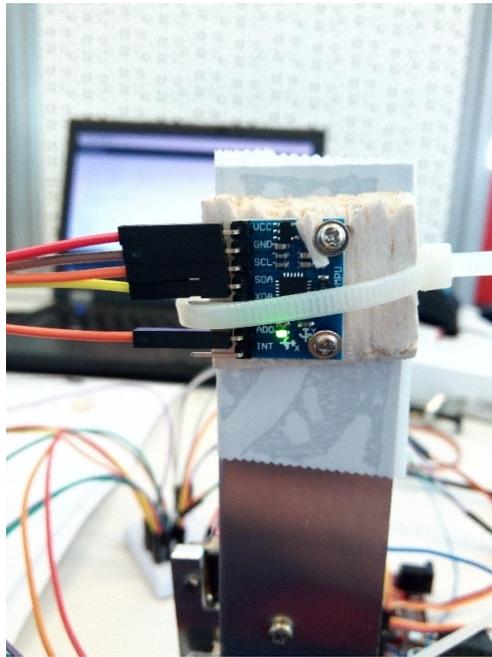


Figura 4.1: Modelo de 1GDL de prueba.

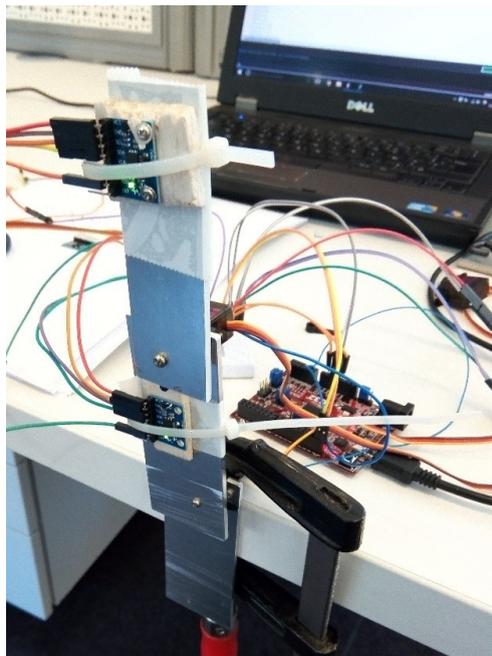


Figura 4.2: Modelo de 2 GDL de prueba.

En el apéndice D.1 se describen cada uno de los aspectos que se tuvieron en cuenta durante el proceso de desarrollo del método propuesto con el Filtro de Kalman Extendido, aplicados tanto para

el modelo de 1 GDL y de 2GDL, como también para el proceso desarrollado posteriormente con el modelo de los miembros inferiores del cuerpo humano, entre los cuales se encuentran.

- Modelo geométrico
- Modelo de medida
- Vector de estado: Con  $q$ ,  $\dot{q}$  y  $\ddot{q}$ , y con series de Fourier
- Tabla de parámetros de Denavit-Hartenberg Modificado (MDH)
- Modelo cinemático de primer orden
- Modelo cinemático de segundo orden

Como se había propuesto inicialmente, al efectuar estas pruebas con unos modelos simples, se logró realizar las modificaciones correspondientes en la implementación del filtro de Kalman extendido, con el fin de optimizar el código y garantizar un mejor desempeño del algoritmo en el proceso de estimación, lo cual se comprueba con el buen ajuste que se obtuvo entre los resultados obtenidos para estos dos estudios, tanto en la comparación de los valores de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$  y  $\dot{\theta}$  estimados con el filtro de Kalman extendido y los medidos con los sensores inerciales Xsens MTi, como para los valores de  $q$ ,  $dq$  y  $ddq$  estimados igualmente con el filtro, y los de referencia, como se observará a continuación.

#### **4.1.1. Resultados para vector de estados con $q$ , $dq$ , $ddq$ y con series de Fourier**

En esta sección se comparan los resultados obtenidos teniendo como vector de estado  $q$  y teniendo como vector de estado las constantes de una serie de Fourier de 4 armónicos.

##### **4.1.1.1. Modelo planar de 1 Grado de Libertad (GDL)**

En la figura 4.3 se pueden ver los resultados de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$  y  $\dot{\theta}$  obtenidos teniendo como vector de estados a  $q$ , y en la figura 4.4 se pueden ver los de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$  y  $\dot{\theta}$  obtenidos teniendo como vector de estados las constantes de la serie de Fourier con los 4 armónicos, para el primer sensor inercial (IMU1). En este caso se observa que los valores estimados son muy similares a los medidos para

ambos casos, por lo que el filtro demuestra un adecuado funcionamiento para hallar los valores de las aceleraciones lineales y las velocidades rotacionales, tanto con  $q$  como vector de estados como para la serie de fourier.

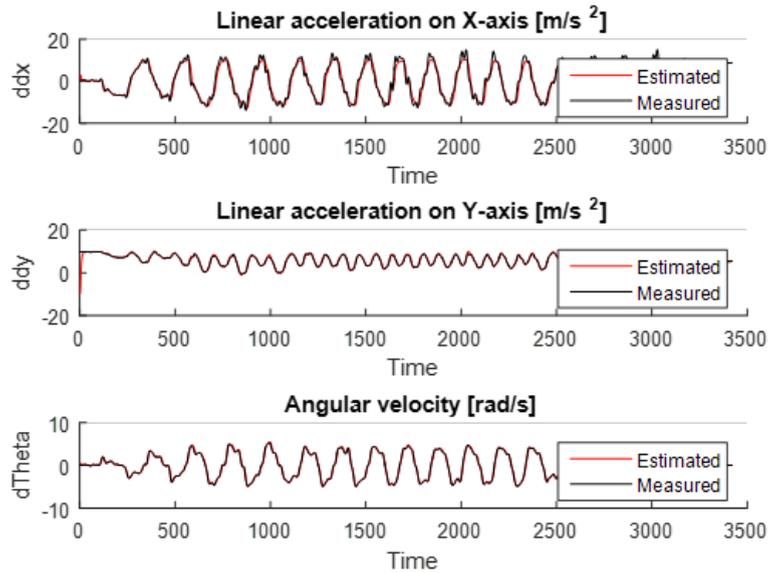


Figura 4.3: Resultado de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\dot{\theta}$  de la IMU1.

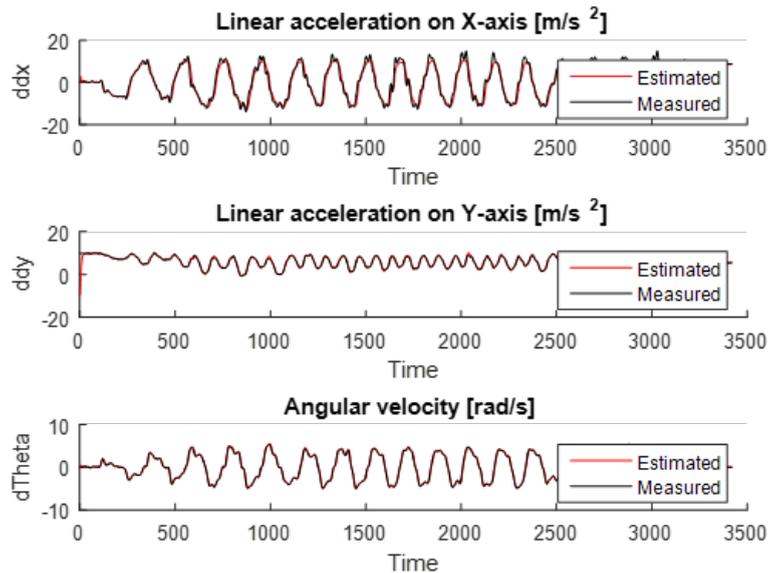


Figura 4.4: Resultado de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\dot{\theta}$  de la IMU1 implementando series de Fourier.

Del mismo modo, en la figura 4.5 se pueden ver los resultados de los valores obtenidos para  $q$ ,  $\dot{q}$  y  $\ddot{q}$  teniendo como vector de estados a  $q$ , y en la figura 4.6 se pueden ver los resultados para  $q$ ,  $\dot{q}$  y  $\ddot{q}$  obtenidos, teniendo como vector de estados las constantes de la serie de Fourier de 4 armónicos.

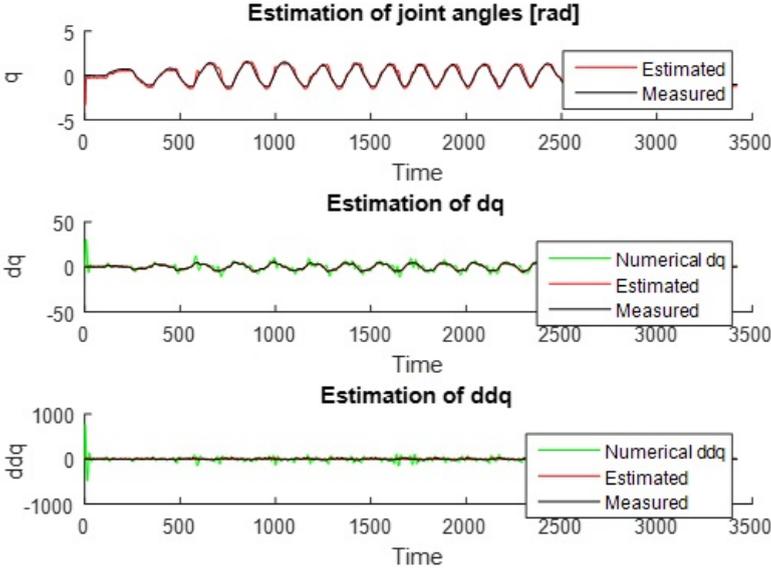


Figura 4.5: Resultado de  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  de la IMU1.

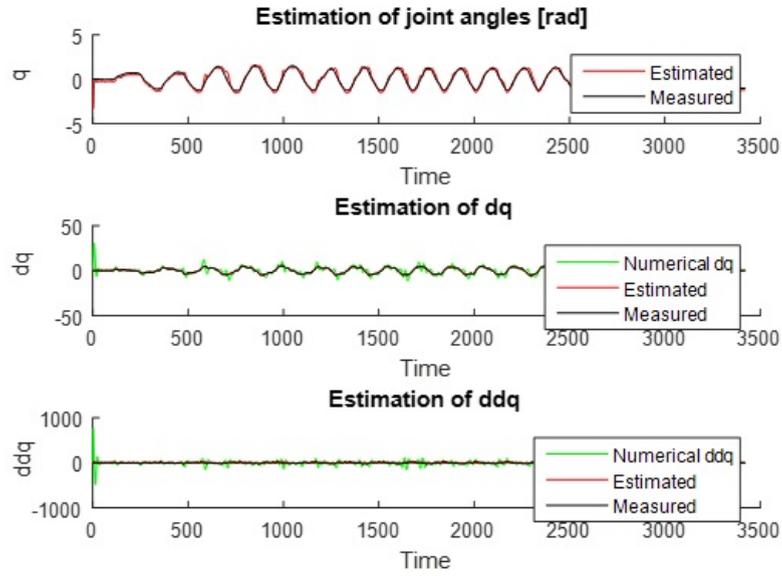


Figura 4.6: Resultado de  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  de la IMU1 implementando series de Fourier.

En la tabla 4.1 se plasmó el error cuadrático medio obtenido en cada caso para lograr comparar de forma cuantitativa los resultados, donde se aprecia que en los dos casos se tiene una buena estimación, sin embargo, con la serie de Fourier se observa una disminución del error entre los valores estimados y los medidos. Por lo que con la implementación de la serie de Fourier como vector de estados se logró realizar una optimización del filtro.

Vector de estados	$q$ (°)	$\dot{q}$ (°)	$\ddot{q}$ (°)
$q, \dot{q}, \ddot{q}$	0.049	0.025	0.038
Serie de Fourier	0.037	0.020	0.026

Tabla 4.1: Comparación de error RMS generado con un vector de estados  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  y con una serie de Fourier para un modelo de 1 GDL con un sensor inercial.

#### 4.1.1.2. Modelo planar de 2 Grados de Libertad (GDL)

En la figura 4.7 se pueden observar los resultados del primer sensor inercial para  $\ddot{X}_1$ ,  $\ddot{Y}_1$  y  $\dot{\theta}_1$  obtenidos teniendo como vector de estados  $q$ , y en la figura 4.8 se tienen los obtenidos para  $\ddot{X}_1$ ,  $\ddot{Y}_1$  y  $\dot{\theta}_1$  teniendo como vector de estados las constantes de la serie de Fourier de 4 armónicos.

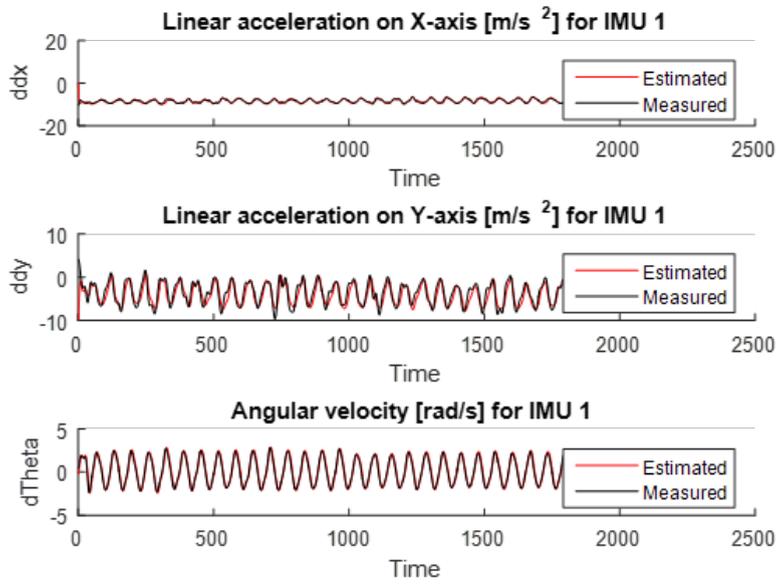


Figura 4.7: Resultado de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\dot{\theta}$  de la IMU1 con vector de estados  $q$ .

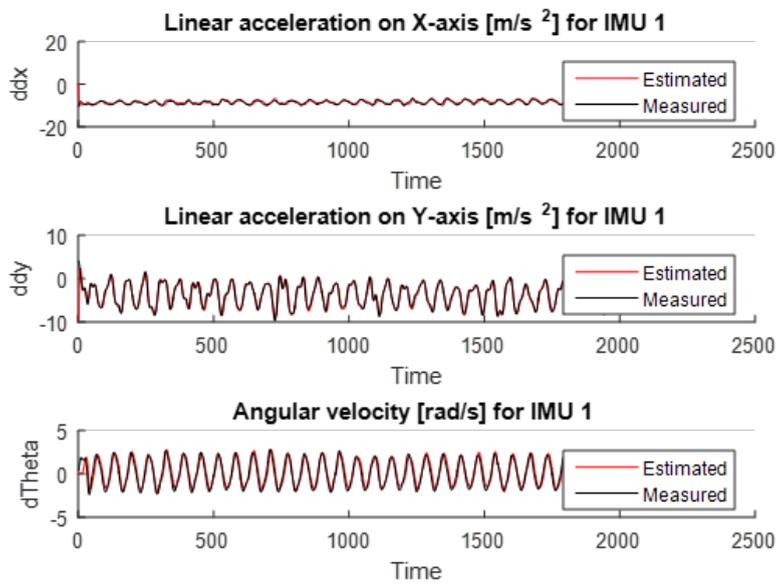


Figura 4.8: Resultado de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\dot{\theta}$  de la IMU1 implementando series de Fourier.

Así mismo, en la figura 4.9 se pueden ver los resultados del segundo sensor inercial, para  $\ddot{X}_2$ ,  $\ddot{Y}_2$  y  $\dot{\theta}_2$  teniendo como vector de estados  $q$  y en la figura 4.10 los resultados de  $\ddot{X}_2$ ,  $\ddot{Y}_2$  y  $\dot{\theta}_2$  generados

al tener como vector de estados las constantes de la serie de Fourier de 4 armónicos.

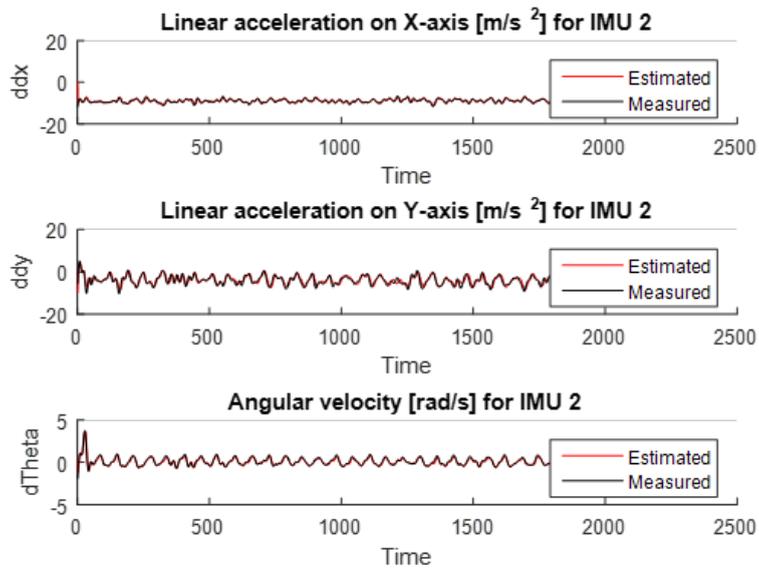


Figura 4.9: Resultado de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\dot{\theta}$  de la IMU2 con vector de estados  $q$ .

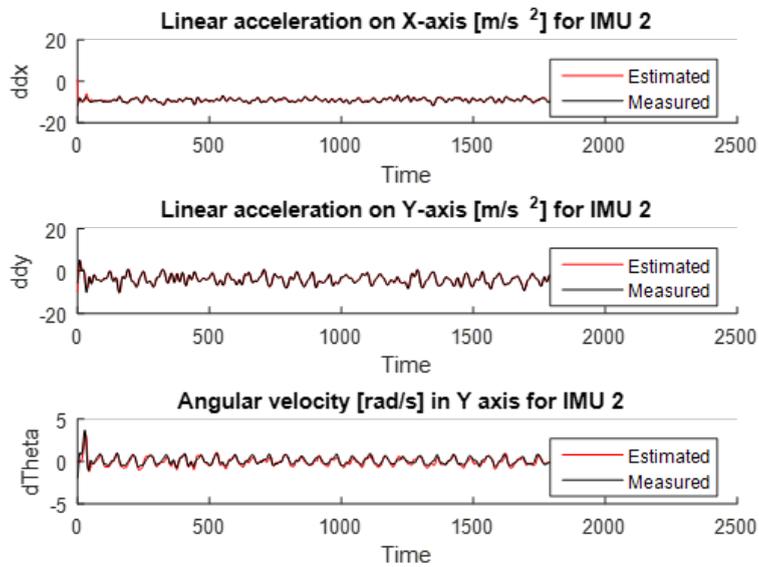


Figura 4.10: Resultado de  $\ddot{X}$ ,  $\ddot{Y}$ ,  $\dot{\theta}$  de la IMU2 implementando series de Fourier.

En este caso, se observa una buena estimación de las aceleraciones lineales y las velocidades

rotacionales tanto para la IMU1 como para la IMU2, demostrando que el filtro es capaz de generar un adecuado rendimiento en el proceso de estimación, tanto para el vector de estados con  $q$  como para las series de Fourier.

De igual forma, en la figura 4.11 se vislumbran los resultados de  $q_1$ ,  $dq_1$  y  $ddq_1$  obtenidos teniendo como vector de estados  $q$ , y en la figura 4.12 se tienen los resultados de  $q_1$ ,  $dq_1$  y  $ddq_1$  teniendo como vector de estados las constantes de la serie de Fourier de 4 armónicos.

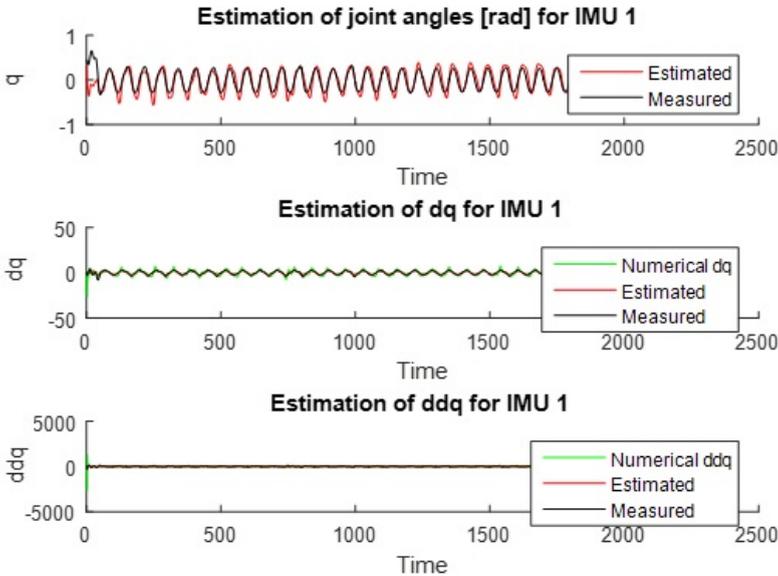


Figura 4.11: Resultado de  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  de la IMU1.

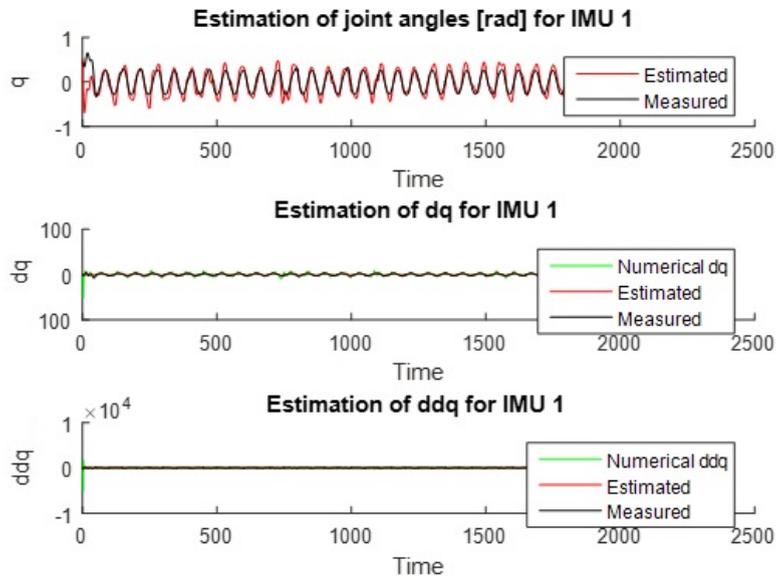


Figura 4.12: Resultado de  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  de la IMU1 implementando series de Fourier.

Y finalmente en la figura 4.13 se observan los resultados de  $q_2$ ,  $dq_2$  y  $ddq_2$  logrados con el vector de estados de  $q$ , y en la figura 4.14 los que se obtuvieron teniendo como vector de estados las constantes de la serie de Fourier de 4 armónicos.

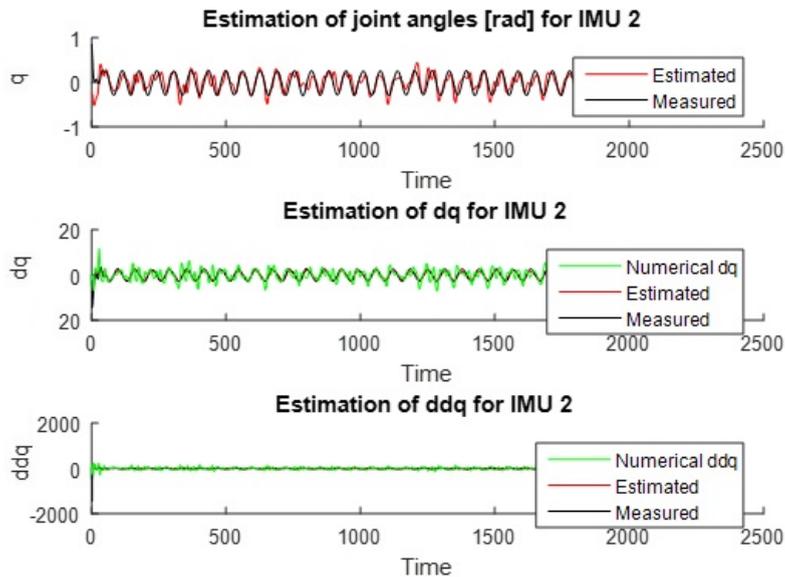


Figura 4.13: Resultado de  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  de la IMU2 con vector de estados  $q$ .

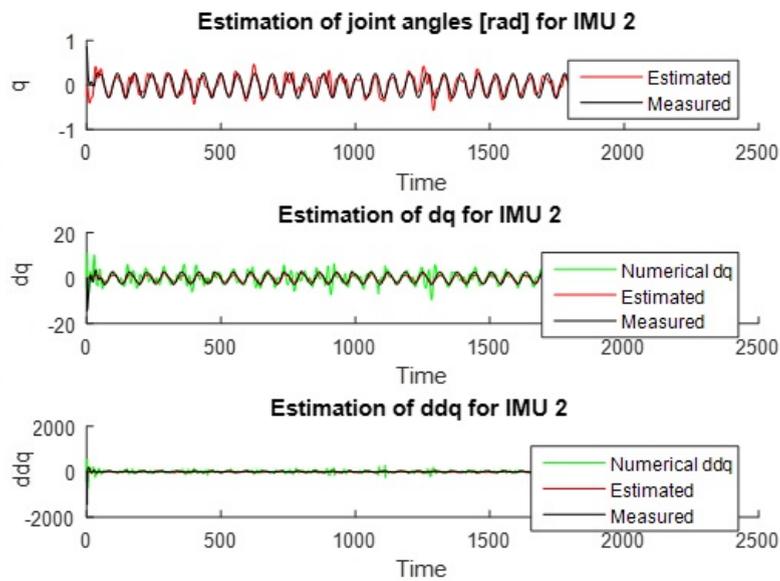


Figura 4.14: Resultado de  $q$ ,  $\dot{q}$ ,  $\ddot{q}$  de la IMU2 implementando series de Fourier.

Con las gráficas anteriores se puede verificar visualmente que hay una buena precisión entre los valores estimados y los medidos en cada caso, sin embargo, para las pruebas donde se empleó vector de estados con series de Fourier se obtuvieron mejores resultados, ya que hubo una pequeña disminución en los errores generados, como se verá a continuación en la tabla 4.2, donde se plasmaron los errores de estimación obtenidos para poder comparar de forma cuantitativa el rendimiento del filtro ante cada vector de estados.

Para este caso se observa que el filtro realiza una buena estimación, principalmente cuando se tomó el vector de estados con la serie de Fourier ya que se disminuyó el error cuadrático medio, respecto al generado con  $q$  como vector de estado, por lo que se logró realizar una optimización del filtro. Sin embargo, se vislumbran unos picos que hacen que la estimación realizada no sea perfecta, lo cual es más notorio para el caso de la IMU2 donde se genera un mayor error; esto se debe a que la estimación de la IMU2 tiene en cuenta a la IMU1, por lo que ocurre el fenómeno de la deriva (*drift*) y se tiende a acumular el error a lo largo del tiempo, reflejándose en las estimaciones relacionadas con el sensor inercial secundario.

Vector de estados	$q_1$	$\dot{q}_1$	$\ddot{q}_1$	$q_2$	$\dot{q}_2$	$\ddot{q}_2$
$q, \dot{q}, \ddot{q}$	0.038	0.045	0.0111	0.047	0.051	0.0177
Serie de Fourier	0.032	0.041	0.0107	0.045	0.049	0.0173

Tabla 4.2: Comparación de errores generados con un vector de estados  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  y una serie de Fourier para un modelo de 2 GDL con dos sensores inerciales.

## 4.2. Modelo 3D de los miembros inferiores del cuerpo humano

Con el objetivo de poder comparar los resultados obtenidos de la estimación realizada con el método propuesto basado en la aplicación del Filtro de Kalman Extendido y los resultados de un sistema de óptico, se emplearon sensores inerciales Xsens MTi [46], con los cuales se llevaron a cabo pruebas de manera simultánea a las efectuadas con un sistema de captura de movimiento.

Inicialmente se había propuesto hacer la validación mediante el uso de un equipo de estereofotogrametría presente en uno de los laboratorios de la Universidad de París (Université Paris-Est Créteil) donde se desarrolló el proyecto de investigación, sin embargo, por cuestiones de disponibilidad del equipo y de personal fue imposible efectuar las pruebas correspondientes. Por ello se decidió recurrir a otro sistema de captura al cual se pudiera acceder en Colombia, y que presentara las características requeridas para garantizar un adecuado proceso de comparación.

Por tanto, se utilizó el sistema óptico de captura de movimiento "VICON", gracias a la colaboración del coordinador del programa de Ingeniería Biomédica de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, el Doctor Luis Eduardo Rodríguez Cheu, y a la supervisión del profesor Wilson Alexander Sierra, quien estuvo presente durante el proceso de la toma de datos realizado en el Laboratorio de Rehabilitación y Análisis de Movimiento, en la ciudad de Bogotá.

### 4.2.1. Toma de datos con sensores inerciales Xsens MTi

Después de llevar a cabo la implementación del sistema con el Filtro de Kalman Extendido donde se estiman los parámetros de la marcha humana, se utilizan sensores inerciales Xsens MTi, los cuales presentan un funcionamiento similar al de los sensores de bajo costo como las IMU MPU6050 usadas en los dos casos mencionados anteriormente de los modelos planares de 1GDL y 2GDL.

En la Figura 4.15 se puede observar el modelo del cuerpo humano mostrado en la sesión 3.1.2.2, pero esta vez con la ubicación inicial definida para los 7 sensores inerciales ubicados en los muslos, en la parte inferior de las piernas (sobre la tibia), y en los tobillos, y los marcos virtuales correspondientes a cada uno. Así pues, se observan 70 marcos de los cuales 20 corresponden a cada uno de los GDL y 50 son marcos virtuales.

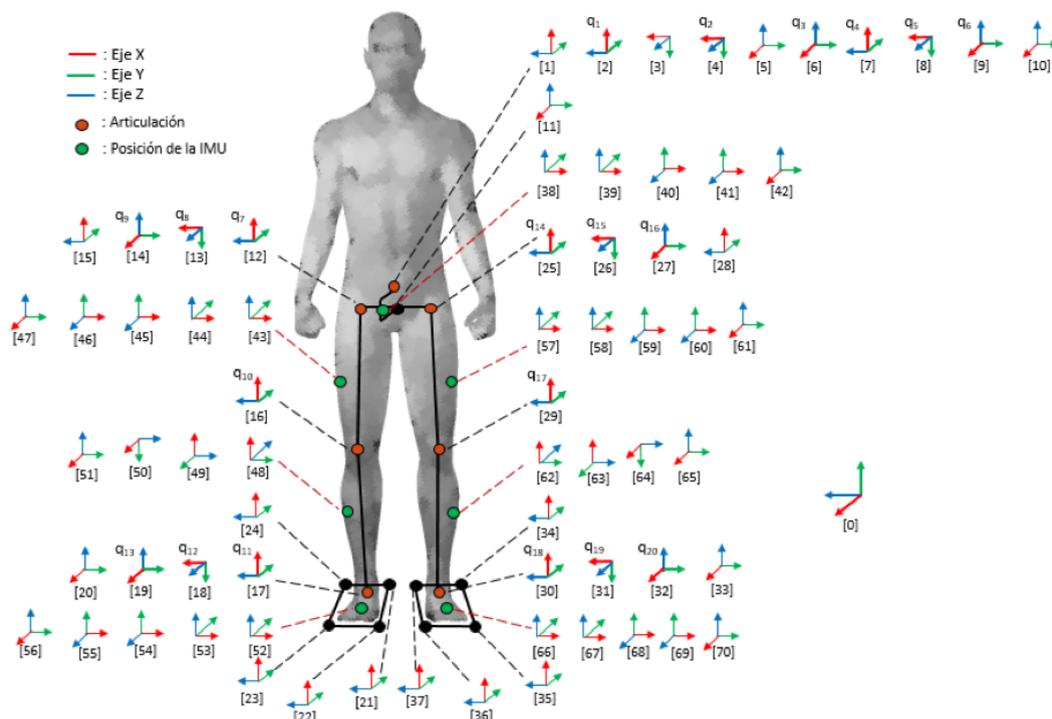


Figura 4.15: Marcos reales y virtuales para el modelo de miembro inferior del cuerpo humano con los sensores inerciales.

Sin embargo, se decidió realizar un cambio en la posición de los sensores correspondientes a la zona anterior de la pelvis y a la tibia, y se reubicaron a la zona del sacro y el peroné, respectivamente, con el objetivo de disminuir los errores que se puedan presentar en dichas zonas al tener una mayor predisposición al ruido debido a la respiración y al deslizamiento de los sensores durante el desarrollo del ejercicio, tomando en consideración el estudio realizado en [40]. Adicionalmente la toma de datos se hizo con 6 sensores y se excluyó el que se encontraría ubicado en el pie izquierdo debido a que no se contaba con los 7 sensores necesarios para completar el modelo. Se decidió entonces tomar solo la media pierna derecha (articulaciones de cadera, rodilla y tobillo derechas) para hacer las posteriores validaciones (ver figura 3.10 de la sección 3.1.5.2).

Una vez ubicados los sensores se procede a tomar los datos por medio del software MT Manager 4.8 (que fue explicado previamente en el capítulo 3), y se obtienen los valores de la aceleración

lineal y la velocidad rotacional que son ingresados al Filtro de Kalman Extendido, y con los cuales se logra realizar la estimación de los ángulos de las articulaciones.

Las Figuras 4.16, 4.17, 4.18 y 4.19 muestran los valores de las aceleraciones lineales y las velocidades rotacionales estimadas con el filtro, y las reales, medidas por medio del software. Como se puede ver hay un buen ajuste entre las dos señales para cada uno de los casos, indicando que el EKF tiene un buen desempeño en el proceso de estimación. Así pues, al tener unos valores de entrada cercanos a la realidad se da mayor soporte al proceso de estimación de los ángulos articulares, por lo que se esperaría que posteriormente se logren obtener unos valores que igualmente se ajusten de manera adecuada y eficiente a las medidas reales, las cuales en nuestro caso serán equiparables a los datos que se obtengan de los valores de los ángulos articulares obtenidos por medio del VICON, ya que son unas medidas precisas y confiables que permiten realizar la validación.

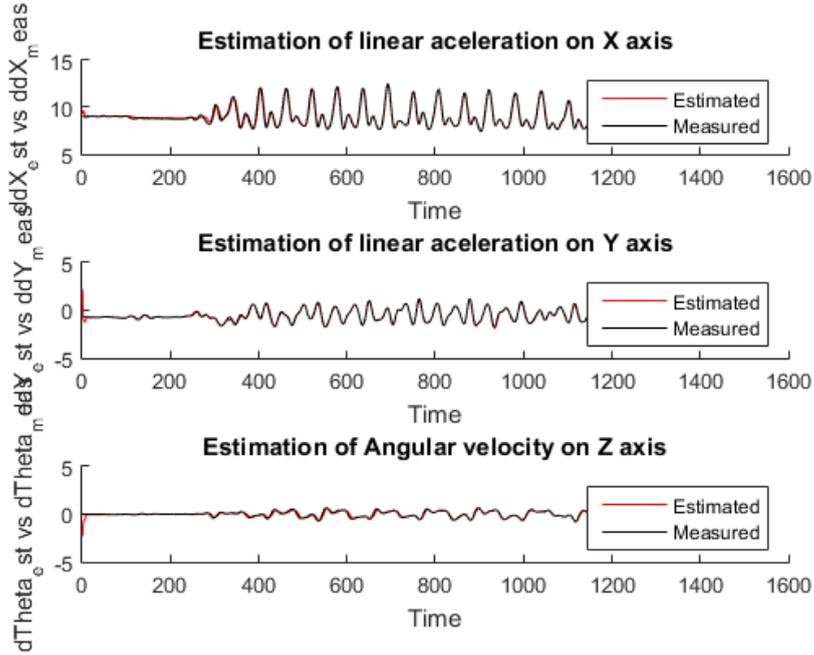


Figura 4.16: Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU1.

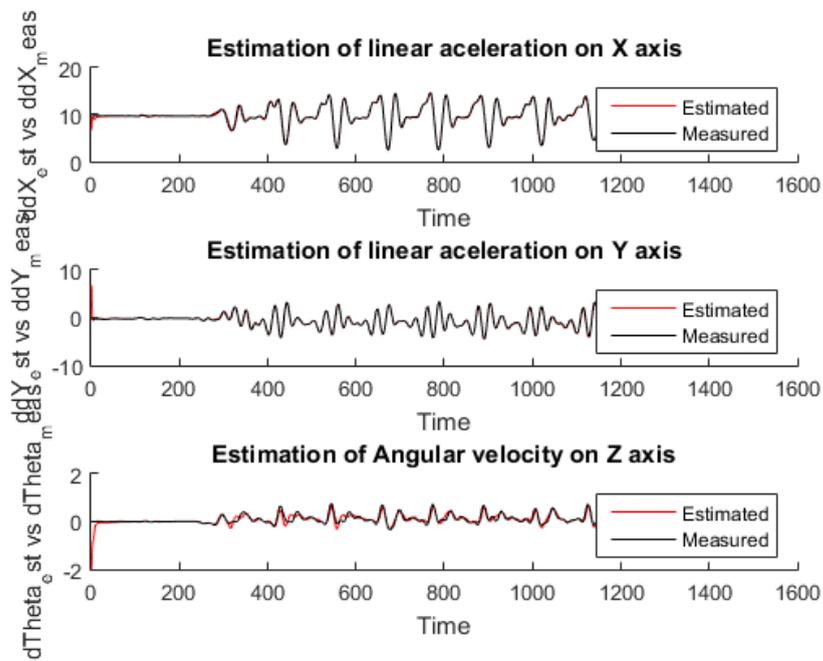


Figura 4.17: Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU2.

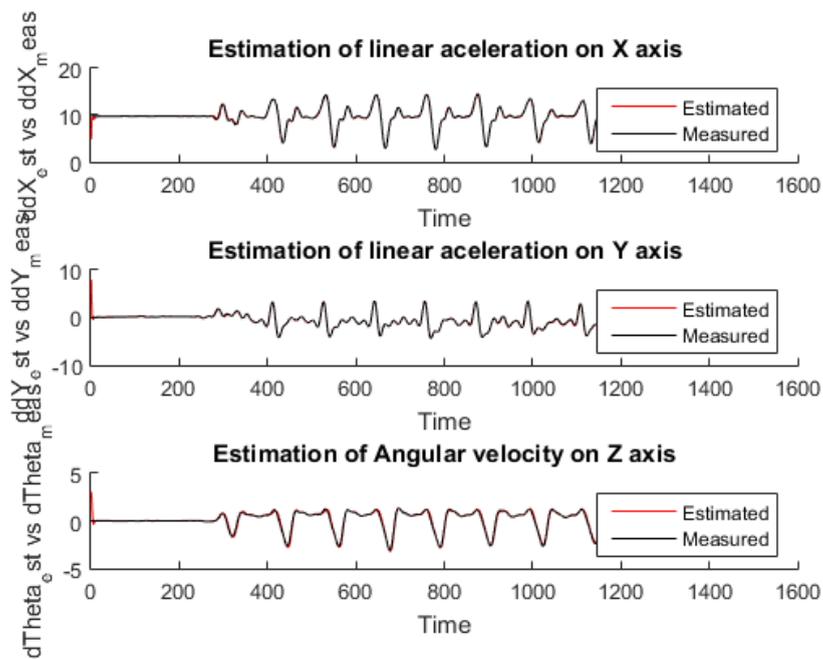


Figura 4.18: Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU3.

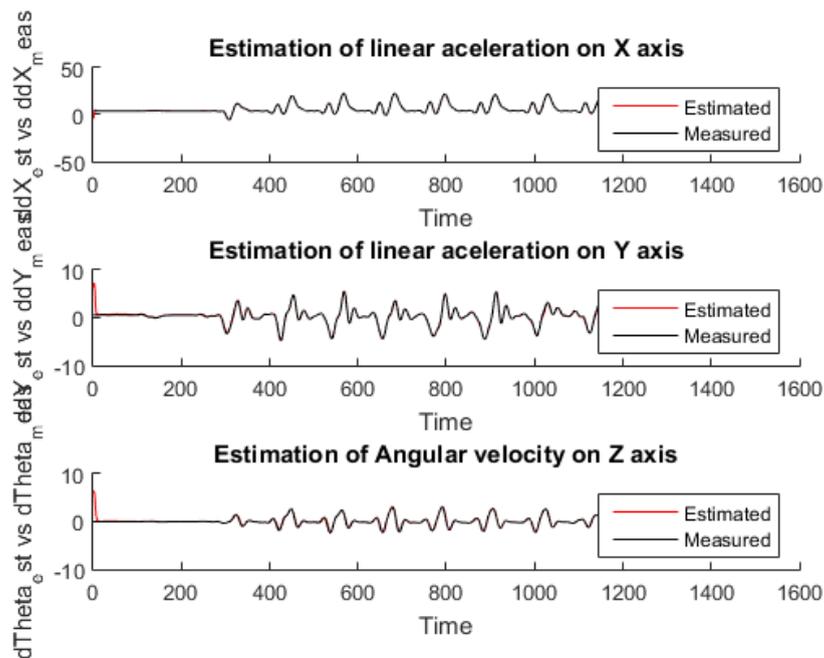


Figura 4.19: Comparación de resultados de las aceleraciones lineales y velocidad rotacional de la IMU4.

Después de observar las gráficas correspondientes a las aceleraciones lineales y a las velocidades rotacionales de cada sensor, se generan las curvas obtenidas para los valores de los ángulos de las articulaciones analizadas (cadera, rodilla y tobillo), que serán descritas y estudiadas con detalle en la sección 4.3.4, cuando se comparen con las gráficas de los ángulos articulares adquiridos con el sistema de captura óptica.

#### 4.2.2. Toma de datos con el sistema de captura de movimiento VICON

Como se había mencionado anteriormente, para realizar la validación del método desarrollado con el Filtro de Kalman Extendido se propuso la utilización de un sistema óptico de captura de movimiento, y tras hacer un análisis de los sistemas disponibles que representaran una alta confiabilidad y precisión en la medición, se eligió el VICON, con el cual se pudieron llevar a cabo las pruebas en el Laboratorio de Rehabilitación y análisis de movimiento de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito, en Bogotá.

A continuación se darán a conocer algunas de las generalidades del sistema y del software usado para la toma de datos y el procesamiento de los mismos. No obstante, para profundizar en el tema

se recomienda revisar la información de la guía de uso del producto [3] para tener mayor claridad y manejo del contenido aquí descrito.

#### **4.2.2.1. Descripción del sistema**

Para el análisis de la marcha convencional se empleó el complemento de VICON Plug-in Gait, que es un modelo biomecánico basado en el modelo de marcha de Newington-Helen Hayes [1, 2] que calcula la cinemática y la cinética de las articulaciones a partir de las posiciones de un conjunto de marcadores y las mediciones antropométricas de sujetos específicos.

Este modelo toma las trayectorias de los marcadores reales y genera trayectorias de marcadores virtuales que representan cantidades cinéticas y cinemáticas, y las representaciones de los segmentos modelados y los ángulos de unión entre ellos para luego aplicar masas y momentos de inercia que permiten el cálculo de las reacciones que ocurren.

Así pues, Plug-in Gait procesa los modelos de la siguiente manera:

1. Verifica que las entradas requeridas (marcadores y medidas del sujeto) estén presentes.
2. Calcula varios valores estáticos que se fijan para el sujeto y que son necesarios para las definiciones de los segmentos (los parámetros estáticos calculados aquí se usan para modelar durante ensayos dinámicos).
3. Define los segmentos rígidos cuadro por cuadro. Cada segmento está definido por un origen, junto con tres direcciones de eje ortogonal.
4. Calcula las salidas requeridas a partir del modelado con base en las posiciones obtenidas al analizar fotograma por fotograma de cada uno de los segmentos.

#### **4.2.2.2. Posicionamiento estándar de los marcadores**

Para la ubicación de los marcadores en la parte inferior existe un modelo estándar sugerido por los mismos fabricantes, el cual se observa en las Figuras 4.20, 4.21 y 4.22, donde se presenta la vista frontal, posterior y lateral del cuerpo. Este proceso se debe hacer antes de capturar la prueba estática.

Es necesario destacar que hay dos variaciones para el posicionamiento de los marcadores de la zona de la pelvis, ya que una forma usa un único marcador en la zona del sacro y la otra usa dos

marcadores en la espina ilíaca superior posterior. Sin embargo, estos dos métodos proporcionan la misma función ya que si se usan dos marcadores, Plug-in Gait calcula el punto medio entre ellos y lo usa para realizar los cálculos, y si se usa un solo marcador, el algoritmo identifica esa posición en lugar de calcularla.

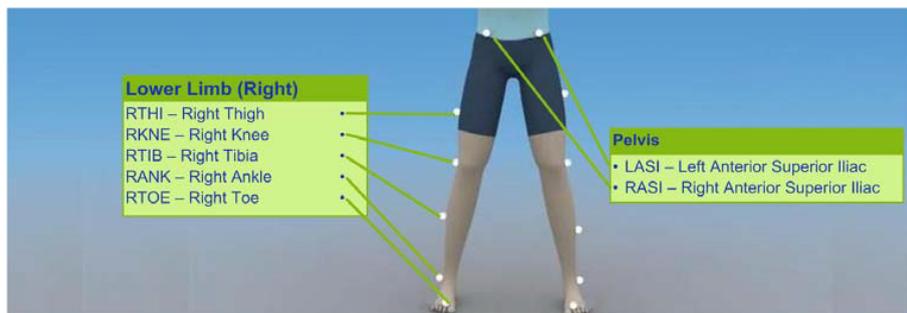


Figura 4.20: Vista frontal del posicionamiento estándar de los marcadores.

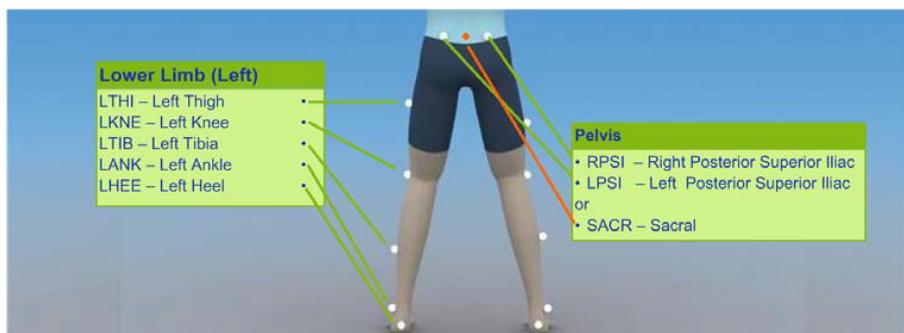


Figura 4.21: Vista posterior del posicionamiento estándar de los marcadores, con la variación del marcador en la zona del sacro.

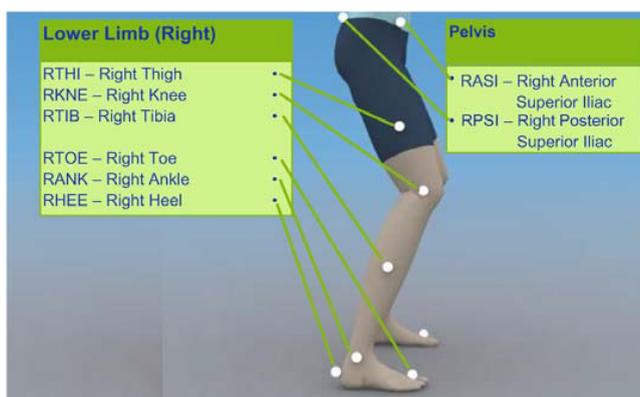


Figura 4.22: Vista lateral del posicionamiento estándar de los marcadores.

Teniendo en cuenta lo anterior se ubicaron los marcadores como se observa en las Figuras 4.23, 4.24 y 4.25.



Figura 4.23: Vista frontal del posicionamiento real de los marcadores.



Figura 4.24: Vista posterior del posicionamiento real de los marcadores.



Figura 4.25: Vista lateral del posicionamiento real de los marcadores.

### **4.2.2.3. Funcionamiento del software de procesamiento de VICON: Vicon Nexus**

Para realizar la toma de datos y el procesamiento de los mismos se efectúan las siguientes etapas, las cuales deben ser desarrolladas de manera precisa para que el programa pueda efectuar los cálculos adecuados de la cinética y la cinemática de las articulaciones:

#### **Preparación del usuario**

1. Se elige una plantilla y se crea un nuevo archivo con el nombre del usuario.
2. Se agregan las medidas del usuario a la plantilla anterior (masa corporal, peso y las longitudes de los segmentos).
3. Se adjuntan los marcadores al sujeto, de acuerdo a la configuración vista previamente en las Figuras 4.20, 4.21 y 4.22.
4. Se realiza la captura de una prueba estática en posición erguida, y con ella se reconstruyen los marcadores.
5. Se ejecuta el modelo estático Plug-in Gait y se calibra la función Vicon Skeleton para el usuario.
6. Se realiza el etiquetado de los marcadores, ya sea de forma manual o automática.

#### **Prueba dinámica**

1. Se captura una prueba dinámica del usuario efectuando el movimiento de la marcha.
2. Se reconstruye y etiqueta automáticamente la prueba dinámica.

#### **Post-procesamiento de la prueba dinámica**

Una vez que se han revisado los datos del sujeto en movimiento y se ha completado la información faltante, se puede realizar cualquier procesamiento adicional que se necesite en la prueba dinámica de Plug-in Gait. Por ejemplo, se pueden configurar y ejecutar interconexiones para cualquier operación que se desee automatizar, como el filtrado de los datos, la detección de los eventos de la marcha y ejecutar el modelo de marcha dinámica.

Finalmente, después de realizar el proceso anterior se puede usar el Vicon Polygon para visualizar las salidas, donde se hace la reconstrucción del miembro inferior con el software.

#### 4.2.2.4. Calibración del sistema

La calibración es uno de los pasos más importantes del proceso de preparación, ya que cuando los movimientos han sido registrados, el proceso de reconstrucción utiliza estas medidas para calcular la ubicación relativa y la orientación de todas las cámaras, y obtener los movimientos precisos de los marcadores a través del espacio.

Es necesario resaltar que una calibración solo es válida para la disposición de las cámaras para las que se realizó, es decir, que si una cámara se mueve por alguna razón, se debe recalibrar el sistema.

Hay dos pasos principales para la calibración del sistema:

- **Calibración estática:** En este paso se analizan las cámaras sin haber colocado los marcadores para poder ver qué falsos indicadores se encuentran en el entorno, los cuales pueden ser reflejos de otro material reflectante (por ejemplo, pisos de alto brillo u objetos de metal brillante) o luz solar directa, que deben ser eliminados antes de realizar la calibración para evitar la aparición de ruido y señales erróneas en la medida. Estas fuentes de reflexión pueden ser eliminadas físicamente o bien, reduciendo la sensibilidad de la cámara, y así las marcas restantes logran ser enmascaradas por el sistema, que se encarga de deshabilitarlas automáticamente.

Posteriormente, se calcula el origen o centro del volumen de captura y se determina la orientación del espacio de trabajo 3D.

- **Calibración dinámica:** La cual implica el movimiento de una triada de calibración, mostrada en la figura 4.26, permitiendo que el sistema calcule las posiciones y orientaciones relativas de las cámaras.

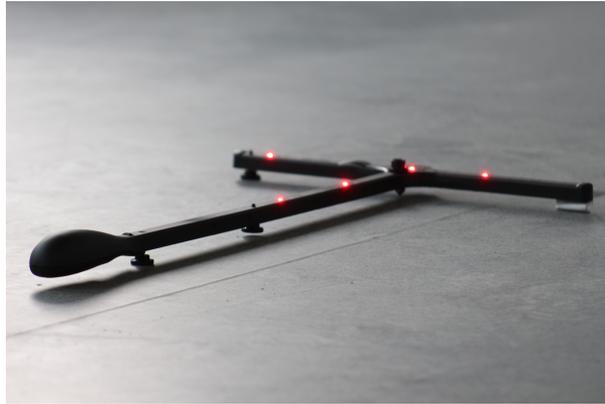


Figura 4.26: Triada de calibración del VICON [Fuente propia].

En este caso, la triada debe agitarse continuamente para obtener una variedad de posiciones por el espacio de trabajo que permitan cubrir el volumen en todas las direcciones. La duración de la onda efectuada con la triada debe ser lo suficientemente larga para que el volumen esté adecuadamente cubierto. Cuando el sistema se ha calibrado se muestra un cuadro con todos los campos en verde (si hay uno rojo o amarillo es que falta por calibrar alguna de las cámaras).

Finalmente se debe colocar la triada en el suelo, en el centro del espacio de trabajo para que las cámaras detecten el punto de origen (0,0) y se defina el plano del laboratorio sobre el cual se van a tomar las medidas.

#### 4.2.2.5. Resultados

Después de realizar el procesamiento de los datos, se obtienen los valores de los ángulos de las articulaciones involucradas (cadera, rodilla y tobillo), los cuales servirán como base para la comparación con los resultados obtenidos del método propuesto con el Filtro de Kalman Extendido. En la figura 4.27 se observa la reconstrucción 3D que lleva a cabo el VICON para el modelo de los miembros inferiores

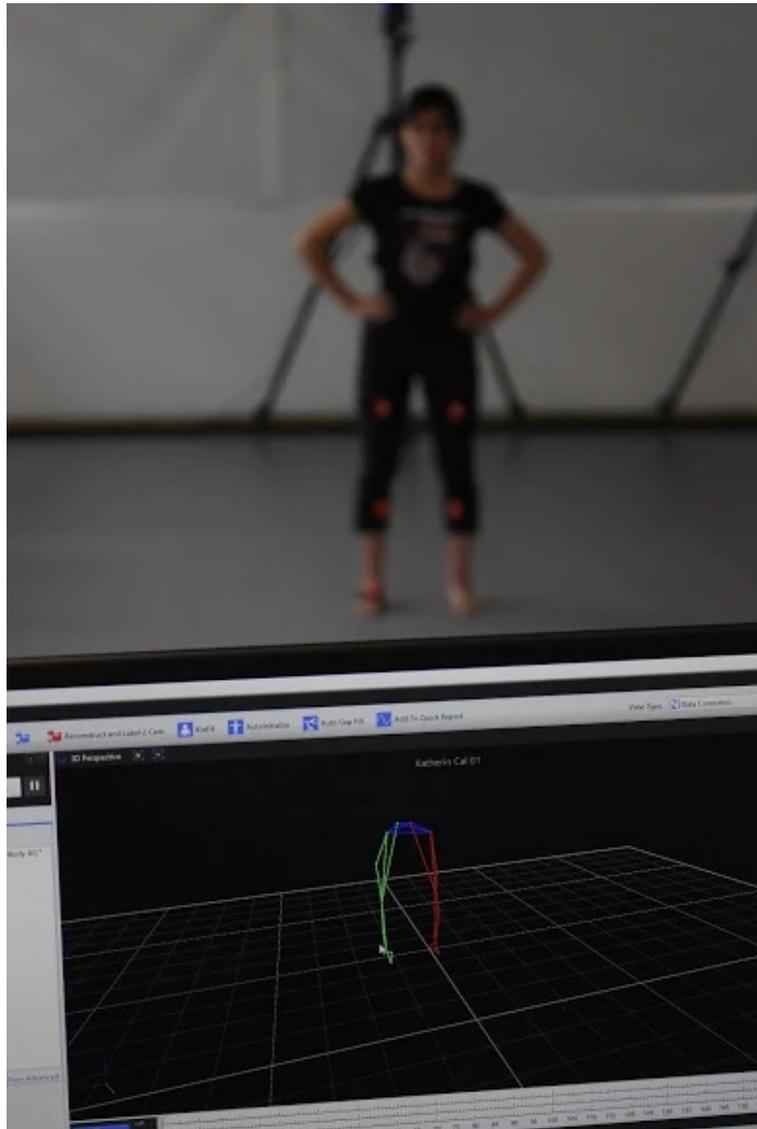


Figura 4.27: Reconstrucción 3D de los miembros inferiores con VICON.

En la sección 4.3.4 se muestran las curvas obtenidas de las mediciones realizadas con el VICON, y su respectiva comparación con los valores de los ángulos articulares estimados con el Filtro de Kalman Extendido.

### 4.2.3. Sincronización de MT Manager y VICON Nexus 2.6.1 para la toma de datos simultánea

Con el fin de evitar realizar procesos adicionales de sincronización entre el software de los Xsens (MT Manager 4.8) y el del VICON (Vicon Nexus 2.6.1), se empleó el dispositivo mostrado en la Figura 4.28 llamado Lock+, el cual permite llevar a cabo la conexión del sistema de captura óptica con dispositivos externos.



Figura 4.28: Dispositivo de sincronización de VICON.

Este módulo permite ingresar señales análogas o digitales. Así pues, cuando se inicia la captura de los datos por parte del VICON, ingresa un pulso a los sensores inerciales indicando que se deben iniciar las mediciones, por lo que se garantiza que la toma de datos de ambos dispositivos iniciará simultáneamente.

Adicionalmente, se menciona que tanto el VICON como los sensores inerciales Xsens fueron configurados para trabajar con una frecuencia de 100Hz, por lo que no fue necesario efectuar ninguna clase de interpolación ni procedimientos añadidos para acoplar los datos.

### 4.2.4. Comparación de resultados

En esta sección se llevará a cabo la comparación de los valores obtenidos para los ángulos de las articulaciones durante el proceso de caminata de un usuario, con los sensores inerciales Xsens

y las cámaras del sistema de captura óptica VICON, con el fin de validar la eficiencia del método propuesto aplicando Filtro de Kalman Extendido en la estimación de las características cinemáticas de la marcha humana.

Aquí es necesario mencionar nuevamente el hecho de que las validaciones se realizarán para la cadera, la rodilla y el tobillo derechos, ya que por la falta de un sensor inercial adicional no se pudo completar el modelo total de miembro inferior con las 7 IMUs como se tenía previsto inicialmente. Por lo tanto, se efectuarán los comparativos de los ángulos obtenidos en cada una de las articulaciones seleccionadas para los tres ejes:  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$ .

Así mismo, se resalta que se efectuaron 5 pruebas usando los sensores inerciales Xsens MTi y los marcadores del VICON simultáneamente, sobre un mismo sujeto de prueba, que en este caso fue una mujer cuyas características morfológicas se describieron previamente en la sección 2.1.2.2, con el fin de obtener datos de comparación suficientes que permitieran validar los resultados obtenidos. En este sentido, después de analizar los errores obtenidos y comprobar la precisión entre ellos, se decidió elegir la prueba que presentó un mejor ajuste entre los valores de los ángulos articulares estimados con el filtro de Kalman extendido y los obtenidos con el VICON, que en este caso fue la número 2, la cual se explicará detalladamente a continuación. (En el apéndice D se pueden encontrar los resultados de las 4 pruebas adicionales, simplificados en la tabla D.5 a la D.12, para cada uno de los errores obtenidos)

Para las siguientes gráficas se han definido en color azul los valores de los ángulos articulares obtenidos mediante la estimación realizada con el Filtro de Kalman Extendido, los cuales se han etiquetado con el nombre de Estimado, y en rojo las curvas correspondientes a los ángulos articulares que fueron medidos con el sistema óptico de captura de movimiento VICON, y que a su vez reciben la etiqueta de Medido.

Para la obtención de los errores se aplicaron las fórmulas que se observan en las ecuaciones 4.1 y 4.2, para el error absoluto expresado en grados y el error relativo indicado en porcentaje, respectivamente; y luego a través del comando mean de Matlab se obtuvo la media de cada uno de los errores anteriores, así como el valor de la mediana estadística, usando el comando median.

$$\varepsilon_i = p_m - p_a \quad (4.1)$$

$$\varepsilon_p = \frac{p_m - p_a}{p_a} * 100 \quad (4.2)$$

Donde:

- $\varepsilon_i$  = Error absoluto
- $\varepsilon_p$  = Error relativo porcentual
- $p_m$  = Valor estimado con el EKF
- $p_a$  = Valor medido con el VICON

En las figuras 4.29, 4.30 y 4.31 se observan las comparaciones para la articulación de cadera, entre los valores de los ángulos articulares estimados con el Filtro de Kalman Extendido y los medidos con el VICON a lo largo del tiempo en cada uno de los ejes. El error medio absoluto obtenido para el eje  $X$  fue de  $-0.3012^\circ$ , para el eje  $Y$  de  $0.5339^\circ$  y para el eje  $Z$  de  $0.2315^\circ$ , así mismo, el error medio relativo fue de  $-2.16\%$ ,  $-1.98\%$  y  $-2.04\%$  y la mediana obtenida fue de  $-0.7644^\circ$ ,  $0.5822^\circ$ , y  $0.0394^\circ$  para los mismos ejes, respectivamente.

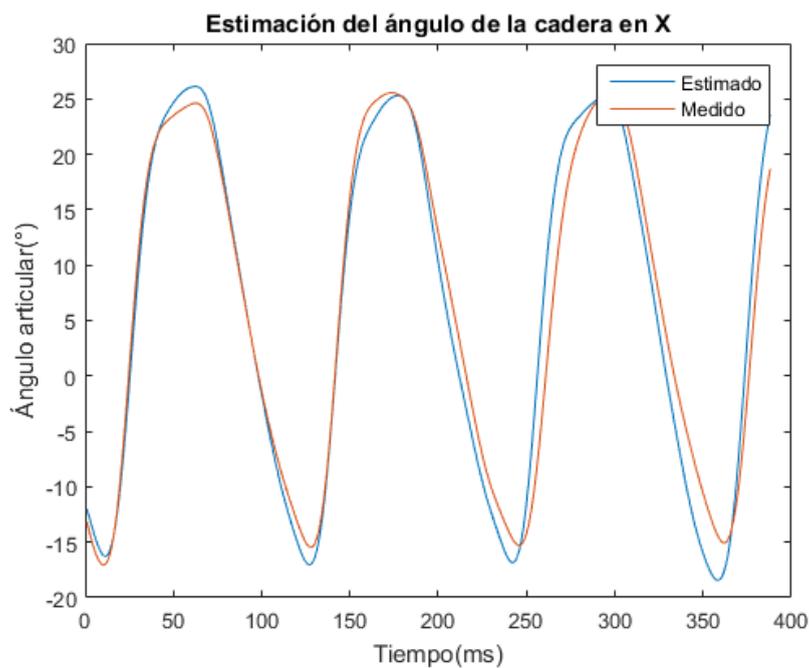


Figura 4.29: Comparación para la articulación de cadera en el eje  $X$ .

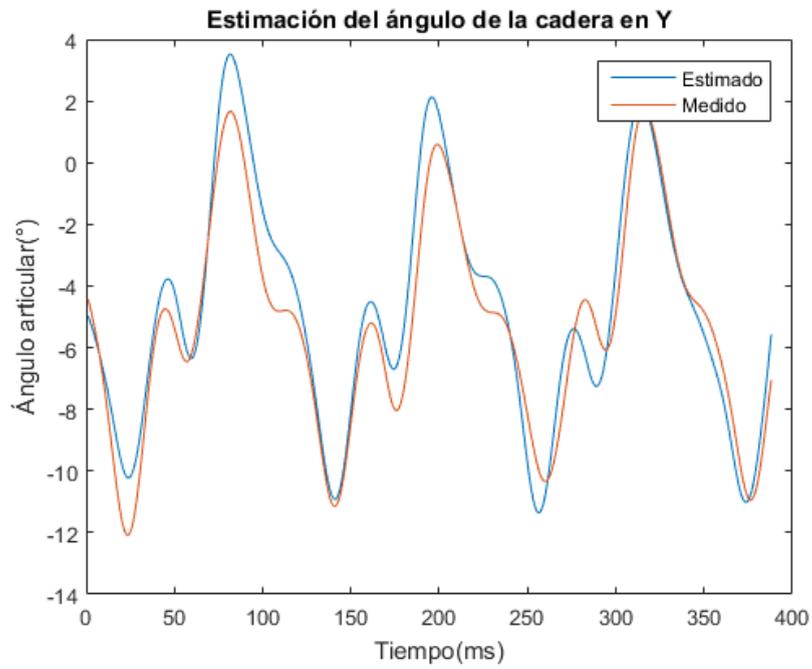


Figura 4.30: Comparación para la articulación de cadera en el eje Y.

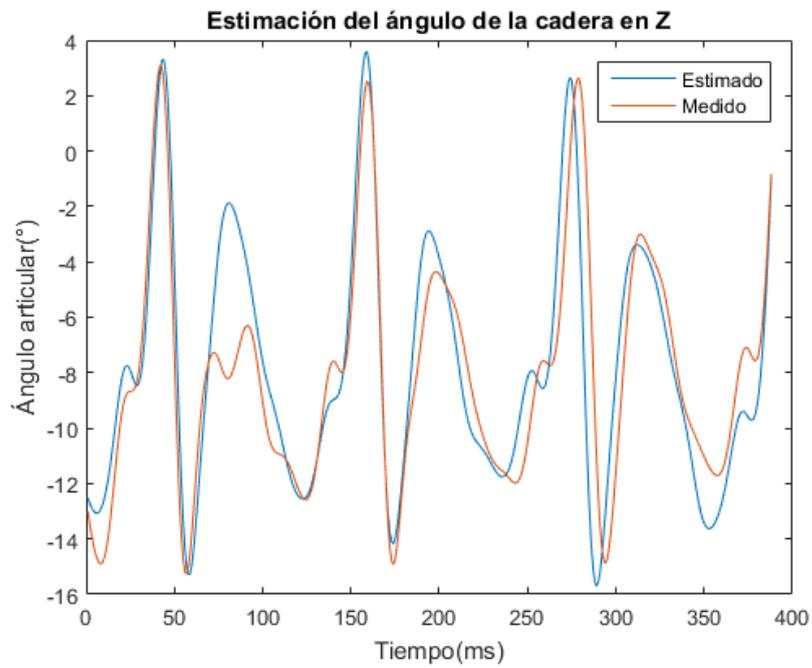


Figura 4.31: Comparación para la articulación de cadera en el eje Z.

Para determinar la validez de los errores obtenidos se tomó en consideración los estudios realizados en [47, 48] los cuales analizan investigaciones referentes al análisis de la marcha humana y de la movilidad articular, y presentan rangos de errores entre los  $-0.5^\circ$  y  $1.6^\circ$ , siendo similares a los obtenidos para nuestro proyecto. Por esta razón se puede afirmar que existe un ajuste adecuado entre los valores de los ángulos articulares obtenidos mediante la estimación efectuada con el filtro y los valores medidos con el sistema óptico para el ejemplo de la cadera, debido a que el error absoluto se encuentra en un rango entre  $-0.3012^\circ$  y  $1.072^\circ$ , y la mediana entre los  $-0.4744^\circ$  y los  $0.4938^\circ$ , lo cual además de estar dentro de los límites definidos en las investigaciones de referencia, se consideran valores pequeños y aproximados al valor real (los valores negativos indican que la estimación se encuentra por debajo del valor de referencia), así como también el error relativo muestra gran precisión entre los valores obtenidos, además de que no supera el 2.62 %.

En la tabla 4.3 se tienen los cálculos del error absoluto, el error relativo y la mediana estadística para cada articulación en cada uno de los ejes, como resultado de comparar los valores de los ángulos estimados y medidos (ver figuras 4.32, 4.33, 4.34 y 4.35); para la rodilla se tienen valores únicamente para el eje  $Z$  ya que como se mencionó previamente esta posee un solo grado de libertad que corresponde a la Flexión/Extensión en este eje. Y en la tabla 4.4 se tienen los valores de los errores máximo y mínimo, igualmente para cada articulación en los ejes  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$

Articulación	Media del E. absoluto ( $^\circ$ )			Media del E. relativo (%)			Mediana estadística ( $^\circ$ )		
	Eje $X$	Eje $Y$	Eje $Z$	Eje $X$	Eje $Y$	Eje $Z$	Eje $X$	Eje $Y$	Eje $Z$
<b>Cadera</b>	-0.3012	0.5339	0.2315	2.16	1.98	2.04	-0.4744	0.5822	0.0394
<b>Rodilla</b>	–	–	0.2352	–	–	1.99	–	–	0.4319
<b>Tobillo</b>	0.7811	-0.3306	1.0720	2.62	2.41	2.35	-0.6616	0.1131	0.4938

Tabla 4.3: Error absoluto, error relativo y mediana estadística para cada articulación en los tres ejes

Articulación	Error máximo ( $^\circ$ )			Error mínimo ( $^\circ$ )		
	Eje $X$	Eje $Y$	Eje $Z$	Eje $X$	Eje $Y$	Eje $Z$
<b>Cadera</b>	5.7842	2.7631	5.9872	0.0140	0.0031	-0.0087
<b>Rodilla</b>	–	–	-4.1270	–	–	0.0034
<b>Tobillo</b>	6.3124	-4.6321	9.8622	0.0116	0.0025	-0.0127

Tabla 4.4: Error máximo y mínimo para cada articulación en los tres ejes

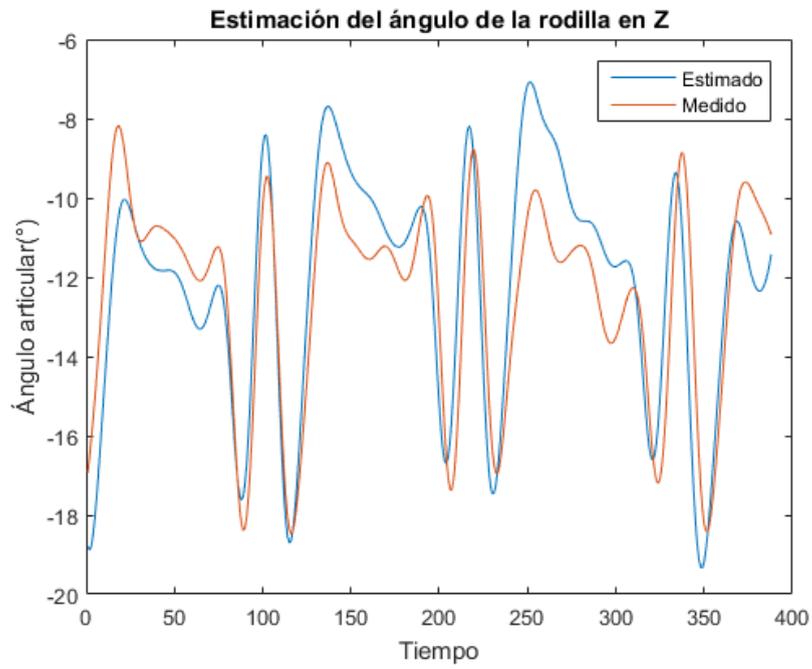


Figura 4.32: Comparación para la articulación de rodilla en el eje  $Z$ .

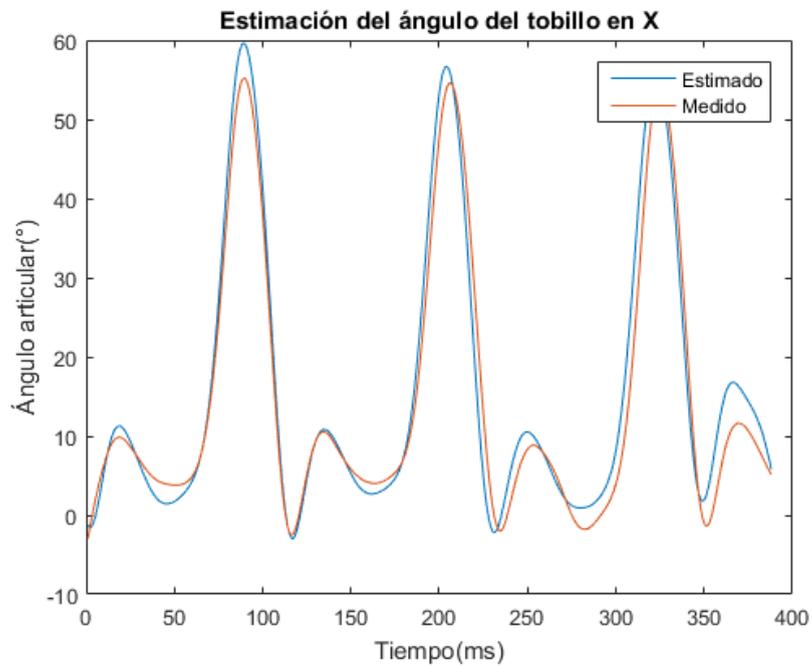


Figura 4.33: Comparación para la articulación del tobillo en el eje  $X$ .

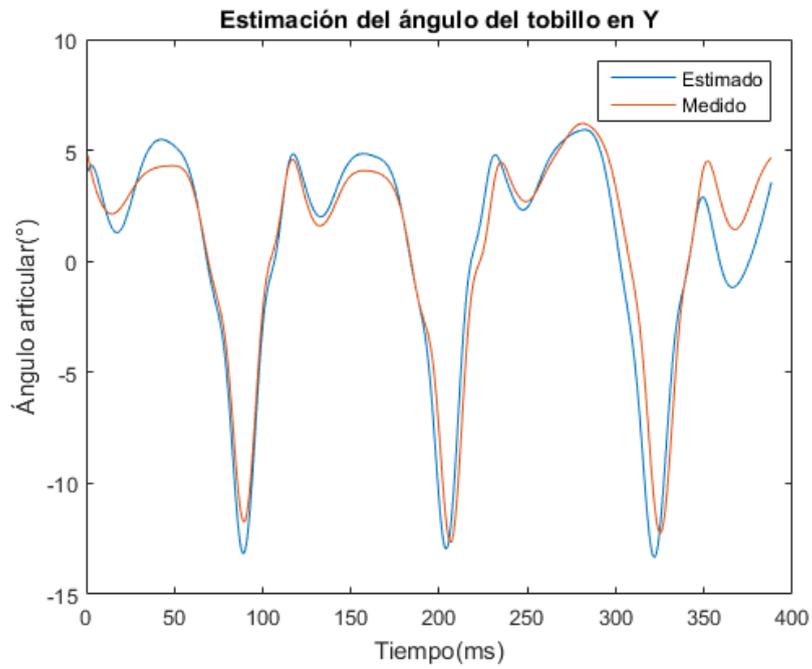


Figura 4.34: Comparación para la articulación del tobillo en el eje Y.

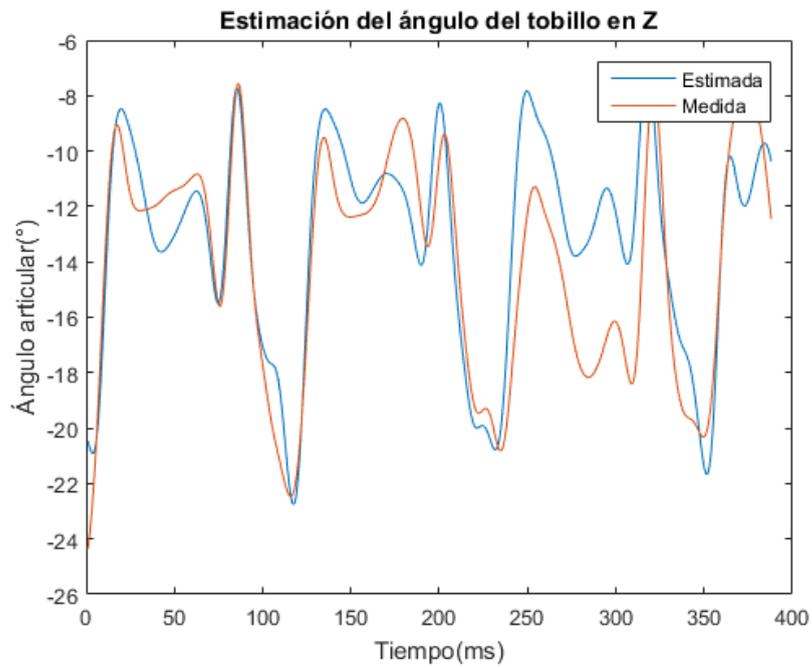


Figura 4.35: Comparación para la articulación del tobillo en el eje Z.

Al igual que como se explicaba para el caso de la cadera, en general se tienen unos valores en un margen considerablemente bajo puesto que para el error absoluto, a excepción del obtenido para el tobillo en el eje  $X$ , los demás errores se encuentran por debajo de  $1^\circ$ , y el error relativo en todos los casos está por debajo del 3%, lo cual se puede comprobar visualmente en las gráficas mencionadas, donde se observa la gran similitud entre las dos curvas para los diferentes casos.

Es necesario mencionar que las condiciones del entorno tienen una gran influencia en los resultados, al igual que los movimientos corporales que se efectúan durante el proceso de caminata, los cuales pueden generar movimientos leves en los sensores inerciales y en los marcadores del VICON, lo que podría explicar el hecho de que se obtuviera un error absoluto un poco mayor al  $1^\circ$  para el tobillo en el eje  $Z$  (como también se evidencia gráficamente en la figura 4.35 presentada previamente), ya que al ser la zona que choca directamente con el suelo se pueden producir valores erróneos si se camina muy fuerte o si ocurre un movimiento brusco de la piel al rozar el suelo con el pie. Y para el caso de los errores máximos y mínimos obtenidos, se observan valores que sobrepasan el rango de los  $-0.5^\circ$  y los  $1.6^\circ$  descritos anteriormente con base en los dos estudios sobre el análisis de la marcha y el movimiento articular, los cuales hacen referencia a los picos que se aprecian en las figuras, y corresponden a los casos donde ocurre un cambio muy rápido en el valor de un ángulo articular por diversos factores como los disturbios que se introducen durante la fase de apoyo del pie, sobre todo en las veces en las que se produce un contacto brusco con el suelo, generando variaciones que son difíciles de estimar inmediatamente por el filtro, produciendo un error más grande mientras vuelve a hacer el seguimiento.

Así pues, al realizar un análisis de los errores se obtiene que la media del error absoluto total para las articulaciones trabajadas es de  $0.3174^\circ$  y la media del error relativo total es de 2,21% y con base en lo anteriormente explicado, se puede afirmar que el método de estimación con el Filtro de Kalman Extendido presenta una buena precisión en las medidas, una buena exactitud en los resultados de medición con respecto al valor de referencia, y por ende un adecuado rendimiento en el proceso de estimación de los parámetros de la cinemática de los miembros inferiores.

#### **4.2.5. Análisis de resultados**

Para llevar a cabo el correspondiente análisis, se emplearon gráficos de cajas o diagramas de caja y bigotes, los cuales permiten representar gráficamente una serie de características importantes de un grupo de datos tales como dispersión, simetría, máximos, mínimos y valores atípicos usando un mismo diagrama (Figura 4.36). A continuación se describen las partes que componen estos diagramas.

## Cuartiles

“Los **cuartiles** son medidas de ubicación, que se denotan por  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ , y dividen el conjunto de datos ordenados en cuatro partes iguales, con aproximadamente el 25 % de los valores en cada grupo”[49].

De lo anterior se muestra una descripción más concreta de cada uno de los cuartiles mencionados en la definición dada.

- $Q_1$  (**Primer cuartil**): Separa el 25 % inferior de los valores ordenados del 75 % superior.
- $Q_2$  (**Segundo cuartil**): Igual a la mediana; separa el 50 % inferior de los valores ordenados del 50 % superior.
- $Q_3$  (**Tercer cuartil**): Separa el 75 % inferior del 25 % superior.
- **Rango intercuartílico (RIC)**: Es la diferencia entre el tercer y el primer cuartil, es decir,  $Q_3 - Q_1$

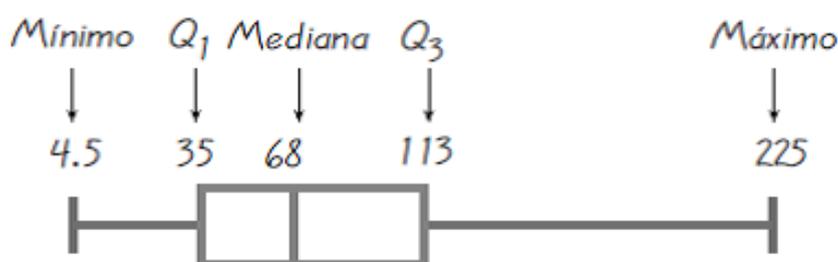


Figura 4.36: Ejemplo de gráfico de cajas y bigotes [Tomado de [49]]

## Valores atípicos

Cuando se realiza el análisis de los datos obtenidos es importante tener en cuenta los valores atípicos que se presentan en las mediciones. Estos valores pueden afectar en gran medida variables estadísticas importantes como la media y la desviación estándar de los datos. La definición de este concepto es un tanto inexacta y depende en gran medida de la herramienta utilizada para generar los diagramas. Entre los criterios para definir los valores atípicos se tienen [49]:

- Si el valor se encuentra dos desviaciones estándar por encima de la media.
- Si el valor está por encima de  $Q_3$  en una cantidad mayor a 1.5 veces el **RIC** o por debajo de  $Q_1$  una cantidad menor que 1.5 veces el **RIC**.

## Diagrama de cajas para los datos obtenidos

En esta sección se muestran los diagramas de cajas resultantes del procesamiento de las mediciones realizadas para la prueba 2 (los diagramas correspondientes a las otras cuatro pruebas se pueden ver en la sección D.2.1 del apéndice D). En la figura 4.37 se puede observar un diagrama de cajas y bigotes para cada una de las articulaciones analizadas en la prueba número 2; donde 1, 2 y 3 hacen referencia a la articulación de cadera en X, Y y Z, respectivamente, 4 se refiere a la articulación de rodilla en Z, y finalmente, 5, 6 y 7 corresponden a la articulación de tobillo, igualmente en los tres ejes. Así mismo, se puede comprobar de manera gráfica que los valores de la mediana y los errores máximos que corresponden a los mostrados en las tablas 4.3 y 4.4, para cada caso.

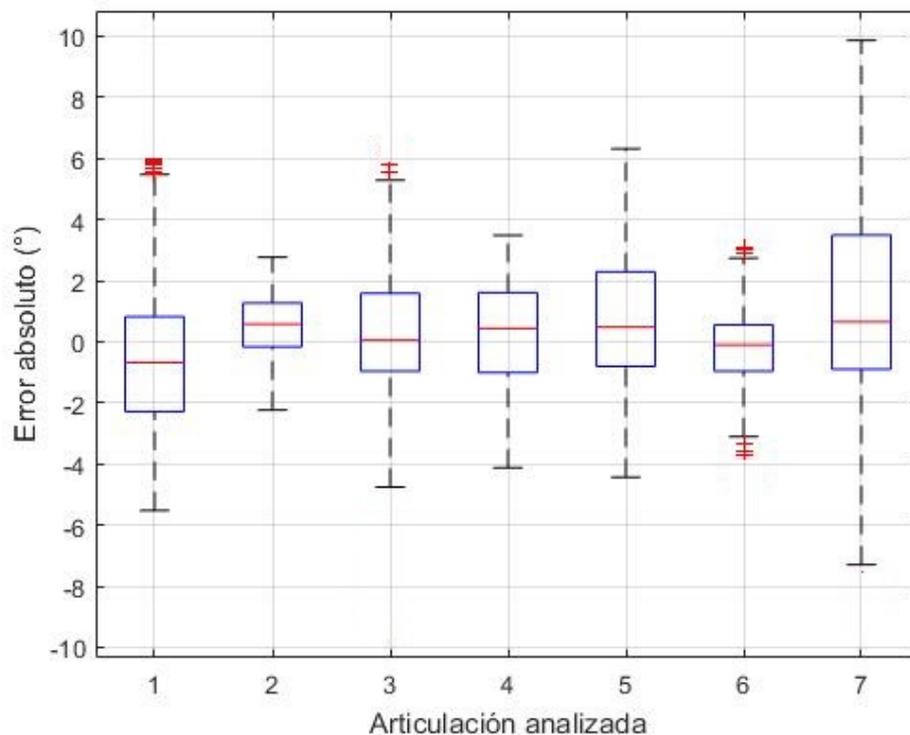


Figura 4.37: Diagrama de cajas y bigotes. Prueba 2.

Con estos valores se puede calcular una medida estadística robusta de la dispersión como lo es el rango intercuartílico, el cual no se ve muy afectado por pequeñas variaciones y valores atípicos. Este valor mide el rango de los “valores moderados” (valores sin tener en cuenta el 25% de los valores más altos y los más bajos). Si la magnitud del rango intercuartílico es pequeña significa que los valores están próximos entre sí y con poca dispersión y por ende la mediana resulta muy representativa. Si la magnitud del *RIC* es grande se tiene lo contrario [50].

Como se puede ver, en general el tamaño de las cajas es moderado (a excepción de la articulación de tobillo en Z) y por ende el *RIC* es pequeño, especialmente en los casos 2 y 6, indicando que el filtro presenta un buen desempeño en el proceso de estimación. Sin embargo, existen algunos resultados dispersos que incrementan la desviación estándar y forman bigotes más largos, como en el ejemplo número 7, donde hay una mayor inexactitud en las estimaciones lo cual refuerza las explicaciones previas donde se mostraba cuantitativamente que la articulación de tobillo en el eje Z presenta un error absoluto mayor a las demás, al encontrarse por encima de  $1^\circ$ .

Se menciona nuevamente que en general las impresiones en las medidas se deben a que hay una alta susceptibilidad a los disturbios y al ruido que se pueda introducir por el entorno de trabajo, y específicamente se dan en mayor medida en el tobillo debido a que es una zona propensa a errores especialmente en la etapa de apoyo del ciclo de caminata, cuando el pie choca directamente con el suelo. Pero a pesar de ello, el filtro de Kalman extendido se muestra como una buena herramienta para la estimación de los parámetros cinemáticos de las articulaciones de miembro inferior, durante el desarrollo del ejercicio de caminata.

# Capítulo 5

## Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo se presentan las conclusiones que se pudieron establecer mediante el desarrollo del presente trabajo de grado, donde se exponen también las correspondientes al cumplimiento del objetivo general y de los objetivos específicos planteados. Luego de esto, se plantean los trabajos futuros que se podrían llevar a cabo en el área, y que están enfocados en el mejoramiento de este proyecto.

### 5.1. Conclusiones

Después de desarrollar el presente trabajo de investigación se pudieron precisar las siguientes conclusiones:

- Debido a que los patrones de caminata varían entre cada persona, principalmente en los casos donde se tiene algún tipo de alteración física o lesión por la que se efectúan movimientos atípicos que se desvían de los rangos normales, es muy complejo contar con una parametrización adecuada para la medición y posterior evaluación objetiva del desempeño del método de estimación, a la vez que se puede incurrir en valores erróneos por los movimientos mal efectuados.
- La elección del ejercicio de la marcha humana para el desarrollo del presente estudio produjo grandes ventajas, ya que la información obtenida de su análisis corresponde a parámetros temporo-espaciales, y de la cinemática y cinemática articular, los cuales son indispensables

para el estudio de los miembros inferiores según el enfoque presentado inicialmente. Además de la gran utilidad que implica su examinación para una amplia gama de aplicaciones, como el diagnóstico y elección de tratamientos en pacientes con enfermedades neuro-músculo-esqueléticas, y en general las aplicaciones en el campo clínico para el estudio y tratamiento de las alteraciones corporales.

- Para los procesos de toma de datos es primordial llevar a cabo una adecuada calibración, ya que a través de esta se proporciona la seguridad de que los equipos cumplen con las especificaciones requeridas, garantizando la fiabilidad y trazabilidad de las medidas. En el caso particular del sistema óptico VICON se observa que la fase de calibración tiene una gran importancia, ya que por medio de ella se define el espacio de trabajo y el ángulo de captura de las cámaras, por lo que algún movimiento en alguna de ellas implica la recalibración de todo el sistema, ya que de no ser así se obtendrían resultados incorrectos como consecuencia de las mediciones inexactas.
- El software de Symoro desarrollado por el equipo de robótica del IRCCyN (Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes, France) implica una gran ayuda en la generación de los modelos simbólicos de los diferentes sistemas, ya que permite obtener los modelos geométricos, cinemáticos, dinámicos y de identificación de parámetros inerciales de manera rápida y sencilla, en comparación al tiempo y esfuerzo que conlleva la realización manual de los cálculos matemáticos requeridos para su creación. Este programa brinda un alto rendimiento y facilidad, para el manejo y simulación de modelos complejos como el que se desarrolló en este proyecto, debido a que al tener 70 marcos y 20 grados de libertad las operaciones manuales habrían implicado un mayor tiempo y tendrían una alta propensión a errores, lo cual finalmente afectaría los resultados de la estimación del Filtro de Kalman Extendido.
- A pesar de que inicialmente se había definido la utilización de un equipo de estereofotogrametría para tomar los datos de referencia con los que se compararían los resultados de la estimación obtenida con el método propuesto, se obtuvo un adecuado desempeño por parte del VICON en el registro de las características del cuerpo humano, y la reconstrucción digital de las posturas corporales efectuadas durante la caminata. Esto fue posible gracias a la alta precisión que entrega este sistema de captura de movimiento, ya que en el Laboratorio de Rehabilitación y Análisis de Movimiento de la Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito en Bogotá, donde se realizaron las pruebas, contaba con 8 cámaras para la adquisición de la información con lo cual se logró un mayor alcance para el desarrollo del ejercicio y una gran exactitud en las mediciones efectuadas de los ángulos articulares, siendo un muy buen

referente para la validación de los resultados.

- Al analizar los resultados obtenidos de las comparaciones entre el sistema propuesto con el filtro y el VICON, se puede concluir que el Filtro de Kalman Extendido presenta un adecuado rendimiento y una gran eficiencia en el proceso de estimación de los parámetros de la cinemática de las articulaciones de miembro inferior, en combinación con sensores inerciales para las mediciones correspondientes. Esto se ve soportado en los valores totales del error absoluto y del error relativo, los cuales se encuentran en un rango considerablemente bajo según se verifica con otros estudios realizados en el área, como se explicó previamente.

Debido a que el método propuesto logra estimar de manera apropiada los ángulos articulares de los miembros inferiores, genera grandes ventajas en el ámbito de la rehabilitación al ofrecer un sistema económico, fácil de usar y que facilita el acceso a los usuarios, al no tener la necesidad de buscar equipos complejos que realicen las mismas tareas que este desempeña. Así mismo, puede ser usado en diversas aplicaciones que requieran el análisis cinemático del miembro inferior, tanto para procesos de rehabilitación como para servir de herramienta de apoyo a los fisioterapeutas o profesionales en el área para evaluar el avance de sus pacientes a lo largo del tiempo, gracias a su adecuado rendimiento.

## 5.2. Trabajos futuros

Tomando como base los diferentes procesos desarrollados en este trabajo de grado, se da una idea de las posibles mejoras que se podrían realizar, y otros estudios relacionados al tema que podrían llevarse a cabo, las cuales se mencionan a continuación:

- Realizar el proceso de optimización del código de Matlab a otro entorno de desarrollo, donde se consuman menos recursos y se logre su ejecución en un menor tiempo, para lo cual podría recurrirse a la utilización del lenguaje C.
- Aplicar la metodología con el Filtro de Kalman Extendido para un ejercicio diferente al de la caminata humana, tal como las sentadillas, y complementar el desarrollo teniendo en cuenta el modelo dinámico (identificación del modelo, identificación de los parámetros de base, cálculo del centro de masa, entre otros).
- Efectuar un mayor desarrollo del algoritmo del Filtro de Kalman Extendido mediante el aumento del vector de estado con parámetros inerciales que puedan ser útiles para que los

médicos evalúen la calidad del proceso de rehabilitación, lo que requeriría plantear y agregar las restricciones necesarias para el nuevo vector de estado, según el tipo de aplicación deseada.

- Desarrollar un prototipo hardware empleando sensores inerciales de bajo costo, con lo cual se pueda llevar a cabo la medición de los parámetros cinemáticos de la marcha humana sin necesidad de recurrir al uso de los Xsens.
- Realizar el estudio con miembro superior, donde se pretenda contribuir en los procesos de rehabilitación de pacientes, tomando las mediciones de los parámetros inerciales y su variación en el tiempo, para facilitar al fisioterapeuta la determinación de los avances en el tratamiento.

# Bibliografía

- [1] A. Calasans, “10 datos sobre la discapacidad.” Organización mundial de la salud, <http://www.who.int/features/factfiles/disability/es/>, Tech. Rep., Septiembre 2013.
- [2] M. El-Gohary, S. Pearson, and J. McNames, “Joint angle tracking with inertial sensors,” in *Engineering in Medicine and Biology Society, 2008. EMBS 2008. 30th Annual International Conference of the IEEE*. IEEE, 2008, pp. 1068–1071.
- [3] M. Mock, K. Sweeting *et al.*, “Gait and posture-assessment in general practice,” *Australian Family Physician*, vol. 36, no. 6, p. 398, 2007.
- [4] S. Simon, “Quantification of human motion: gait analysis benefits and limitations to its application to clinical problems,” *Journal of Biomechanics*, vol. 37, no. 12, pp. 1869–1880, 2004.
- [5] A. Villa, E. Gutiérrez, and J. Pérez, “Consideraciones para el análisis de la marcha humana. técnicas de videogrametría, electromiografía y dinamometría,” *Revista Ingeniería Biomédica*, vol. 2, no. 3, pp. 16–26, 2008.
- [6] V. Bonnet, G. Daune, V. Joukov, R. Dumas, P. Fraise, D. Kulić, A. Seilles, S. Andary, and G. Venture, “A constrained extended kalman filter for dynamically consistent inverse kinematics and inertial parameters identification,” in *6th IEEE International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob)*. Republic of Singapore, 2016, pp. 944–949.
- [7] V. Bonnet, C. Mazza, P. Fraise, and A. Cappozzo, “A least-squares identification algorithm for estimating squat exercise mechanics using a single inertial measurement unit,” *Journal of Biomechanics*, vol. 45, no. 8, pp. 1472–1477, 2012.
- [8] T. Seel, J. Raisch, and T. Schauer, “Imu-based joint angle measurement for gait analysis,” *Sensors*, vol. 14, no. 4, pp. 6891–6909, 2014.

- [9] H. Vathsangam, A. Emken, D. Spruijt, and G. Sukhatme, "Toward free-living walking speed estimation using gaussian process-based regression with on-body accelerometers and gyroscopes," in *4th International Conference on Pervasive Computing Technologies for Healthcare. Munich, Germany, 2010*, pp. 1–8.
- [10] H. Luinge and P. Veltink, "Measuring orientation of human body segments using miniature gyroscopes and accelerometers," *Medical and Biological Engineering and Computing*, vol. 43, no. 2, pp. 273–282, 2005.
- [11] M. Djurić, N. Jovičić, D. Popović, and A. Djordjević, "Nonlinear optimization for drift removal in estimation of gait kinematics based on accelerometers," *Journal of biomechanics*, vol. 45, no. 16, pp. 2849–2854, 2012.
- [12] D. Roetenberg, H. Luinge, and P. Slycke, "Xsens mvn: full 6dof human motion tracking using miniature inertial sensors," *Xsens Motion Technologies BV, Tech. Rep*, 2009.
- [13] R. Pàmies, J. Font, U. Lugrís, and J. Cuadrado, "Estimación de los parámetros del modelo de contacto pie-suelo en la marcha humana," in *XIX Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica. Castellón, España, 14-16 de noviembre 2010*, 2012, pp. 1–8.
- [14] A. Mendoza, T. Santamaria, V. Urrego, J. Restrepo, and M. García, "Marcha: descripción, métodos, herramientas de evaluación y parámetros de normalidad reportados en la literatura," *CES Movimiento y Salud*, vol. 1, no. 1, pp. 29–43, 2013.
- [15] J. Osorio and M. Valencia, "Bases para el entendimiento del proceso de la marcha humana," *Archivos de Medicina*, vol. 13, no. 1, 2013.
- [16] N. Turani, A. Kemiksizoğlu, M. Karataş, and R. Özker, "Assessment of hemiplegic gait using the wisconsin gait scale," *Scandinavian Journal of Caring Sciences*, vol. 18, no. 1, pp. 103–108, 2004.
- [17] M. Van, A. Haitsma, M. Olde, and C. Benraad, "Quantitative gait analysis to detect gait disorders in geriatric patients with depression," *Journal of the American Geriatrics Society*, vol. 53, no. 8, pp. 1441–1443, 2005.
- [18] C. Díaz, A. Torres, J. Ramírez, L. García, and N. Álvarez, "Descripción de un dispositivo destinado al análisis de la marcha en dos dimensiones, cinemed," *Revista EIA*, no. 5, pp. 85–92, 2006.
- [19] E. Camargo, Y. Garzón, and V. Camacho, "Sistema portátil de captura de movimiento para el análisis cinemático de la marcha humana," *Revista Tecnura*, vol. 16, no. 34, pp. 67–83, 2012.

- [20] T. Weise, "Global optimization algorithms-theory and application," *Self-Published*, pp. 25–26, 2009.
- [21] G. Cooper, I. Sheret, L. McMillian, K. Siliverdis, N. Sha, D. Hodgins, and D. Howard, "Inertial sensor-based knee flexion/extension angle estimation," *Journal of Biomechanics*, vol. 42, no. 16, pp. 2678–2685, 2009.
- [22] V. Bonnet and G. Venture, "Fast determination of the planar body segment inertial parameters using affordable sensors," *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 23, no. 4, pp. 628–635, 2015.
- [23] X. Huang and N. Boulgouris, "Human gait recognition based on multiview gait sequences," *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2008, no. 1, pp. 1–8, 2008.
- [24] F. Schültje, P. Beckerle, M. Grimmer, J. Wojtus, and S. Rinderknecht, "Comparison of trajectory generation methods for a human-robot interface based on motion tracking in the int 2 bot," in *The 23rd IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication. Edinburgh, Scotland, 2014*, pp. 710–715.
- [25] M. El-Gohary and J. McNames, "Human joint angle estimation with inertial sensors and validation with a robot arm," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 62, no. 7, pp. 1759–1767, 2015.
- [26] C. Lightcap and S. Banks, "An extended kalman filter for real-time estimation and control of a rigid-link flexible-joint manipulator," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, no. 1, pp. 91–103, 2010.
- [27] J. Grosso and D. Tibaduiza, "Diseño y validación de un exoesqueleto maestro-esclavo para rehabilitación de piernas," *Proyecto de grado. Ingeniería Mecatrónica. Universidad Autonoma de Bucaramanga*, 2008.
- [28] V. Ortiz, M. Nieto, and E. Quintero, "Metodología para la estimación de parámetros en tiempo real mediante filtros de kalman y mínimos cuadrados," *Iteckne*, vol. 10, no. 1, pp. 37–44, 2013.
- [29] V. Bravo, M. Arias, and J. Cardenas, "Análisis y aplicación del filtro de kalman a una señal con ruido aleatorio," *Scientia Et Technica*, vol. 18, no. 1, pp. 267–274, 2013.
- [30] J. Chen and W. Liao, "A leg exoskeleton utilizing a magnetorheological actuator," in *2006 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics. Kunming, China, 2006*, pp. 824–829.

- [31] A. Villa, E. Gutiérrez, and J. Pérez, "Consideraciones para el análisis de la marcha humana. técnicas de videogrametría, electromiografía y dinamometría," *Revista Ingeniería Biomédica*, vol. 2, no. 3, pp. 16–26, 2008.
- [32] A. Braidot, L. Cian, A. Cherniz, D. Gallardo, and J. Spinetto, "Desarrollo de sistema de videografía digital para análisis de la marcha," in *II Congreso Latinoamericano de Ingeniería Biomédica. La Habana, Cuba*, 2001.
- [33] M. Lafortune, P. Cavanagh, H. Sommer, and A. Kalenak, "Three-dimensional kinematics of the human knee during walking," *Journal of Biomechanics*, vol. 25, no. 4, pp. 347–357, 1992.
- [34] A. Cappozzo, F. Catani, U. Della, and A. Leardini, "Position and orientation in space of bones during movement: anatomical frame definition and determination," *Clinical Biomechanics*, vol. 10, no. 4, pp. 171–178, 1995.
- [35] R. Davis, S. Ounpuu, D. Tyburski, and J. Gage, "A gait analysis data collection and reduction technique," *Human Movement Science*, vol. 10, no. 5, pp. 575–587, 1991.
- [36] C. de Subijana and E. Cabello, "Modelo mecánico para el análisis biomecánico del servicio de tenis," *European Journal of Human Movement*, no. 15, p. 2, 2006.
- [37] L. Carmenate Milián, F. A. Moncada Chévez, B. Leiva, and E. Waldermar, "Manual de medidas antropométricas," 2014.
- [38] A. Zar Casás, "Estimación de fuerzas musculares durante el movimiento del brazo humano mediante optimización estático-fisiológica," 2016.
- [39] M. S. Ballesteros Muñoz, J. A. Martínez Orjuela *et al.*, "Diseño y construcción de un exoesqueleto de miembros inferiores que emula la marcha humana," B.S. thesis, Universidad Militar Nueva Granada, 2015.
- [40] B. K. V. Reyes, C. A. A. Nuñez, A. M. E. Mora, and P. F. M. Gómez, "Diseño de un encaje para prótesis de miembro inferior con amputación por encima de la rodilla," *Revista Épsilon N°*, vol. 9, pp. 19–28, 2007.
- [41] S. Garrido, R. Muñoz, F. Madrid, and M. Marín, "Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion," *Pattern Recognition*, vol. 47, no. 6, pp. 2280–2292, 2014.
- [42] A. Bell, R. Brand, and D. Pedersen, "Prediction of hip joint centre location from external landmarks," *Human Movement Science*, vol. 8, no. 1, pp. 3–16, 1989.

- [43] L. Mathe, D. Samban, and G. Gómez, "Estudio del funcionamiento del sensor kinect y aplicaciones para bioingeniería," *Proyecto final de carrera de Ingeniería en Computación, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, Veracruz*, 2012.
- [44] J. R. Osio, J. E. Salvatore, E. Kunysz, V. Guarepi, and D. M. Morales, "Análisis de eficiencia en arquitecturas multiprocesador para aplicaciones de transmisión y procesamiento de datos," in *XVIII Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación (Entre Ríos, 2016)*, 2016.
- [45] M. Renaud, "Calcul de la matrice jacobienne nécessaire à la commande coordonnée d'un manipulateur," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 15, no. 2, pp. 81–91, 1980.
- [46] "Mti (legacy product)," 2013, accedido 15-02-2018. [Online]. Available: <https://www.xsens.com/products/mti/>
- [47] A. Villa Moreno, E. Gutiérrez Gutiérrez, and J. C. Pérez Moreno, "Consideraciones para el análisis de la marcha humana. técnicas de videogrametría, electromiografía y dinamometría," *Revista ingeniería biomédica*, vol. 2, no. 3, pp. 16–26, 2008.
- [48] A. E. Salazar, W. A. Castrillón, and F. Prieto, "Herramienta de asistencia en el diagnóstico de la movilidad articular en 3d," *Revista Avances en Sistemas e Informática*, vol. 5, no. 1, 2008.
- [49] M. F. Triola, *Probabilidad y estadística*. Pearson educación, 2004.
- [50] A. Nieves Hurtado and F. C. Domínguez Sánchez, *Probabilidad y estadística para ingeniería un enfoque moderno*. México: McGraw Hill, 2009.