

# **ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE LA TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO SOBRE UN CANAL DISPERSIVO GAUSSIANO**



**Susana Andrea Molano López**

**Angélica Serna Herrera**

*Universidad del Cauca*

**Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones**

**Departamento de Telecomunicaciones**

**Procesamiento Digital de Señales para la Comunicación**

**Popayán, 2019**

# **ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE LA TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO SOBRE UN CANAL DISPERSIVO GAUSSIANO**



Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de Ingeniero en  
Electrónica y Telecomunicaciones

**Susana Andrea Molano López**

**Angélica Serna Herrera**

Director: Msc. Jesús Mauricio Ramírez Viáfara.

*Universidad del Cauca*

**Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones**

**Departamento de Telecomunicaciones**

**Procesamiento Digital de Señales para la Comunicación**

**Popayán, 2019**



## TABLA DE CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
<b>1. GENERALIDADES DE LA MODULACIÓN DIGITAL Y LA TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO .....</b>	<b>3</b>
1.1. PROCESO DE MODULACIÓN DIGITAL .....	3
1.1.1. Modulación por Amplitud de Pulso en Pasabanda ( $PAM_{PB}$ ).....	7
1.1.2. Modulación por Amplitud en Cuadratura (QAM) .....	11
1.2. CANAL DE COMUNICACIÓN .....	14
1.2.1. Canal AWGN.....	15
1.2.2. Canal Dispersivo .....	18
1.3. TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO .....	20
1.3.1. Transmisor Multitono .....	21
1.3.2. Efecto Canal Dispersivo en Multitono .....	22
1.3.3. Receptor Multitono .....	24
1.3.4. Técnicas de Transmisión Multitono Existentes .....	26
<b>2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN .....</b>	<b>28</b>
2.1. SISTEMA DE COMUNICACIÓN AWGN.....	29
2.1.1. Requerimientos .....	29
2.1.2. Diseño e Implementación .....	29
2.1.3. Pruebas de validación .....	35
2.2. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DISPERSIVO .....	37
2.2.1. Requerimientos .....	37
2.2.2. Diseño e Implementación .....	38
2.2.3. Pruebas de validación .....	44
2.3. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DISPERSIVO CON TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO.....	50
2.3.1. Requerimientos .....	50
2.3.2. Diseño y Desarrollo .....	50
2.3.3. Pruebas de validación .....	55
<b>3. PRUEBAS Y RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
3.1. COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO SISTEMA DE PORTADORA ÚNICA VS MULTITONO.....	57
3.1.1. Sistema de Comunicación con Modulación $PAM_{PB}$ .....	59



---

3.1.2. Sistema de Comunicación con Modulación QAM .....	63
3.2. ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DEL SISTEMA MULTITONO AL VARIAR EL NÚMERO DE TONOS.....	67
3.3. RESULTADOS MATEMÁTICOS .....	2
3.3.1. Ejemplo: Multitrayecto con un solo Rayo Secundario .....	5
3.3.2. Ejemplo: Multitrayecto con dos Rayos Secundarios .....	8
<b>4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>12</b>
4.1. CONCLUSIONES.....	12
4.2. TRABAJOS FUTUROS .....	14
<b>5. BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>15</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Etapas de la modulación y demodulación digital. ....	3
Figura 1.2. Criterio de Nyquist para la ISI.....	7
Figura 1.3. Modulador M-PAM <sub>PB</sub> . ....	8
Figura 1.4. Constelación de la modulación 4-PAM <sub>PB</sub> .....	8
Figura 1.5. Pulso conformador en raíz cuadrada de coseno alzado. ....	9
Figura 1.6. Demodulador M- PAM <sub>PB</sub> .....	10
Figura 1.7. Constelación 16-QAM. ....	11
Figura 1.8. Modulador QAM. ....	12
Figura 1.9. Demodulador QAM. ....	14
Figura 1.10. Señal a la salida del canal AWGN.....	18
Figura 1.11. Pulso conformador en la salida del canal dispersivo. ....	20
Figura 1.12. Transmisor multitono. ....	21
Figura 1.13. Espectro señal transmitida con multitono. ....	22
Figura 1.14. Receptor multitono. ....	24
Figura 2.1. Modelo incremental.....	28
Figura 2.2. Modelo del sistema de comunicación AWGN.....	30
Figura 2.3. Modulaciones PAM <sub>PB</sub> . ....	31
Figura 2.4. Modulaciones QAM. ....	31
Figura 2.6. Espectro señal transmitida. ....	32
Figura 2.6. Constelación 4-QAM con ruido.....	34
Figura 2.7.Desempeño sistema AWGN.....	36
Figura 2.12. Desempeño sistema AWGN.....	37
Figura 2.9.Modelo del sistema de comunicación dispersivo. ....	38
Figura 2.10. Multitrayecto en un canal inalámbrico. ....	39
Figura 2.11. Función de transferencia canal. ....	42
Figura 2.12. Espectro señal transmitida y recibida para un canal con $T \gg \tau$ . ....	43
Figura 2.13. Espectro señal transmitida y recibida para un canal con $\tau$ comparable a $T$ . ....	44
Figura 2.14. Desempeño canal dispersivo modulación PAM <sub>PB</sub> Escenario 1. ....	45
Figura 2.15. Desempeño canal dispersivo modulación PAM <sub>PB</sub> con distintas frecuencias portadoras. ....	46
Figura 2.16. Desempeño canal dispersivo modulación QAM en el Escenario 1. .	47
Figura 2.19. Desempeño canal dispersivo Escenario 2. ....	48
Figura 2.20. Desempeño canal dispersivo Escenario 1 Vs Escenario 2. ....	49
Figura 2.21. Modelo del sistema de comunicación dispersivo con técnica de transmisión multitono. ....	51
Figura 2.22. Conversión serie paralelo transmisión multitono. ....	51
Figura 2.23. Distribución frecuencias multitono M-PAM <sub>PB</sub> . ....	53
Figura 2.24. Distribución frecuencias portadora multitono M-QAM.....	53
Figura 2.25. Conversión paralelo serie en receptor multitono.....	55
Figura 2.26. Espectro modulaciones con multitono. ....	56



Figura 3.1. Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 2-PAM <sub>PB</sub> .....	59
Figura 3.2. Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 4-PAM <sub>PB</sub> .....	60
Figura 3.3. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 2-PAM <sub>PB</sub> .....	61
Figura 3.4. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 4-PAM <sub>PB</sub> .....	61
Figura 3.5. Ancho de banda modulación PAM <sub>PB</sub> sistema con técnica de transmisión multitono. ....	62
Figura 3.6 Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 4-QAM.....	64
Figura 3.7. Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 16-QAM.....	64
Figura 3.8. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 4-QAM.....	65
Figura 3.9. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 16-QAM.....	66
Figura 3.10. Ancho de banda modulación QAM sistema con técnica de transmisión multitono. ....	66
Figura 3.11. Espectro Sistema con Técnica de Transmisión Multitono en un canal dispersivo. ....	68
Figura 3.12. Comparación desempeño de la técnica de transmisión multitono con modulación 2-PAM <sub>PB</sub> para diferente número de tonos en el Escenario 2. ....	1
Figura 3.13. Comparación desempeño de la técnica de transmisión multitono con modulación 16-QAM para diferente número de tonos en el Escenario 2. ....	2
Figura 3.14. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 2-PAM <sub>PB</sub> en el Escenario 1. ....	6
Figura 3.15. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 4-PAM <sub>PB</sub> en el Escenario 1. ....	7
Figura 3.16. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 4-QAM en el Escenario 1.....	7
Figura 3.17. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 16-QAM en el Escenario 1.....	8
Figura 3.18. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 2-PAM <sub>PB</sub> en el Escenario 2. ....	9
Figura 3.19. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 4-PAM <sub>PB</sub> en el Escenario 2. ...	10
Figura 3.20. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 4-QAM en el Escenario 2.....	10
Figura 3.21. Probabilidad de error Vs $E_b/N_0$ para 16-QAM en el Escenario 2. ...	11



## LISTA DE TABLAS

Tabla 3.1. Descripción escenarios de simulación.....	57
--	----



## LISTA DE ACRÓNIMOS

<b>AWGN</b>	<i>Additive White Gaussian Noise</i> , Ruido Blanco Aditivo Gaussiano.
<b>BER</b>	<i>Bit Error Rate</i> , Tasa de Error de Bit.
<b>bps</b>	<i>Bits per second</i> , Bits por Segundo.
<b>CMFB</b>	<i>Cosine Modulated Filter Banks</i> , Banco de Filtros Modulado en Coseno.
<b>CP</b>	<i>Cyclic Prefix</i> , Prefijo Cíclico.
<b>DCT</b>	<i>Discrete Cosine Transform</i> , Transformada de Coseno Discreta.
<b>DMT</b>	<i>Discrete Multitone Modulation</i> , Técnica de transmisión por Multitono Discreto.
<b>FFT</b>	<i>Fast Fourier Transform</i> , Transformada Rápida de Fourier.
<b>FMT</b>	<i>Filtered Multitone Modulation</i> , Técnica de transmisión Multitono Filtrada.
<b>IFFT</b>	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i> , Transformada Rápida de Fourier Inversa.
<b>ISI</b>	<i>Inter-Symbol Interference</i> , Interferencia Inter-Símbolo.
<b>MCM</b>	<i>Multicarrier Modulation</i> , Modulación Multi-portadora.
<b>OFDM</b>	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i> , Multiplexación por División de Frecuencia Ortogonal.
<b>OQAM</b>	<i>Offset Quadrature Amplitude Modulation</i> , Técnica de Transmisión por Amplitud de Cuadratura de Desplazamiento.
<b>PAM<sub>PB</sub></b>	<i>Pulse Amplitude Modulation Band Pass</i> , Modulación por Amplitud de Pulsos en Pasabanda.
<b>QAM</b>	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i> , Modulación por Amplitud en Cuadratura.
<b>SER</b>	<i>Symbol Error Rate</i> , Tasa de Error de Símbolo.
<b>SNR</b>	<i>Signal to Noise Ratio</i> , Relación Señal a Ruido.



## LISTA DE VARIABLES

$B$	Ancho de banda.
$B_i$	Particiones de un evento.
$\{b_i\}$	Secuencia de bits transmitida.
$\{\hat{b}_i\}$	Secuencia de bits estimada.
$C_i$	Constante que representa la función de transferencia en el tono $i$ -ésimo.
$E_b$	Energía de bit.
$E_b/N_o$	Relación de energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido
$E_s$	Energía de símbolo.
$f_c$	Frecuencia portadora.
$f_i$	Frecuencia portadora del tono $i$ -ésimo.
$g(t)$	Respuesta al impulso del sistema.
$H(f)$	Función de transferencia del canal.
$ H(f) $	Magnitud de la función de transferencia del canal.
$h(t)$	Respuesta al impulso del canal.
$M$	Número de símbolos del alfabeto.
$N$	Número de sub-flujos o tonos.
$N_o$	Densidad espectral de potencia de ruido.
$P(f)$	Espectro del pulso conformador.
$p(t)$	Pulso conformador.
$p(-t)$	Filtro acoplado.
$P_s$	Probabilidad de error de símbolo.
$P_{tx}$	Potencia de la señal transmitida.
$P_{rx}$	Potencia de la señal recibida.
$Q(x)$	Función complementaria de distribución acumulativa normal estándar.
$R$	Tasa de símbolo.
$R_b$	Tasa de transmisión de bit.
$S$	Espacio muestral.
$S_k$	Secuencia de símbolos transmitidos.
$\hat{S}_k$	Secuencia de símbolos estimada.
$T$	Periodo de símbolo.
$T_b$	Periodo de bit.
$Tx_i$	Evento: transmisión en el $i$ -ésimo tono.
$u(t)$	Señal filtrada en recepción.



---

$\{u_k\}$	Secuencia de símbolos recibidos.
$v_i$	Observación disponible en recepción para multitono.
$W_k$	Muestra de ruido filtrado AWGN.
$X(f)$	Espectro de la señal modulada.
$x(t)$	Señal modulada.
$x_d(t)$	Señal de rayos incidentes del multitrayecto.
$x_i^{(bb)}$	Conjunto de N señales moduladas en banda base.
$y(t)$	Señal de salida del canal.
$z(t)$	Variable aleatoria que representa el Ruido AWGN.
$\alpha_l$	Ganancia de trayecto del rayo l-ésimo.
$\beta(f_i)$	Función de desplazamiento en frecuencia.
$\gamma_k(t)$	Convolución dependiente del tiempo ponderada por el símbolo y conjunto base k-ésimo.
$\delta(t)$	Función delta de Dirac.
$\delta[k]$	Función delta de Kronecker.
$\varepsilon$	Evento: error en la detección del símbolo k-ésimo.
$\theta(t)$	Conjunto de funciones ortonormales.
$\rho$	Eficiencia espectral.
$\sigma^2$	Varianza del ruido AWGN.
$\tau_l$	Retardo del rayo l-ésimo.
$\Phi_x(f)$	Densidad espectral de potencia de señal en la entrada del canal.
$\Phi_y(f)$	Densidad espectral de potencia de señal en la salida del canal.
$\vartheta$	Factor de <i>roll-off</i> .
$\mathcal{A}$	Alfabeto discreto finito.
*	Operador de convolución.



## INTRODUCCIÓN

El propósito de un sistema de telecomunicaciones es transmitir información de manera eficiente y confiable a través de un canal, esto es, usando el mínimo de recursos y garantizando una baja probabilidad de error. Sin embargo, para alcanzar dicho propósito existen limitaciones propias del sistema como lo son las contaminaciones introducidas por el canal, las cuales afectan negativamente a la señal que transporta la información.

En un canal de Ruido Blanco Aditivo Gaussiano (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*), la única contaminación que afecta a la información transmitida es el ruido. La transmisión de información a través de este tipo de canales ha sido estudiada exhaustivamente durante el siglo XX y la mayoría de los aportes ya han sido documentados de manera rigurosa [1], [2]. No obstante, el tipo de canal imperante en muchos escenarios de comunicación no corresponde necesariamente al canal AWGN, pues es más frecuente encontrar un medio de transmisión que siga el modelo de un canal dispersivo AWGN, el cual, además de introducir ruido, posee una respuesta en frecuencia variable que afecta el contenido espectral de la señal de información. Esta alteración causa distorsión, la cual se manifiesta a través de un fenómeno conocido como Interferencia Inter-Símbolo (ISI, *Inter-Symbol Interference*), que hace referencia a la influencia de los símbolos adyacentes en el instante de decisión del símbolo actual. Debido a ello, las técnicas de detección y corrección de errores para los canales AWGN no son eficientes en un escenario dispersivo, por lo cual, actualmente se está en la constante búsqueda de técnicas que permitan mejorar las condiciones de transmisión sobre este tipo de canales.

Una de las técnicas propuestas para contrarrestar el efecto dispersivo es la denominada técnica de transmisión multitono o Modulación Multi-portadora (MCM, *Multicarrier Modulation*), la cual consiste en dividir el ancho de banda del canal en pequeños sub-canales de menor ancho de banda, de tal manera que la función de transferencia de dichos sub-canales sea prácticamente plana sobre el rango de frecuencia correspondiente, convirtiendo el flujo de información de alta velocidad en múltiples flujos de baja velocidad, donde cada uno de ellos es menos susceptible a la distorsión. Así, al transmitir una señal utilizando la técnica de transmisión multitono, se estaría transmitiendo en el mismo instante de tiempo muchos flujos de información centrados en las frecuencias portadoras respectivas, en los que se esperarían una ISI mucho menor en comparación a la transmisión de portadora única.

El objetivo principal de este trabajo es analizar el desempeño de la técnica de transmisión multitono sobre un canal dispersivo Gaussiano, donde se espera que el uso de esta técnica mejore el desempeño del sistema de comunicación respecto a un sistema en el que no se utilice dicha técnica.



El presente trabajo está estructurado de la siguiente manera: en el capítulo 1 se exponen los fundamentos teóricos de los esquemas de modulación digital que serán implementados, adicional a ello se exponen las bases teóricas de la técnica de transmisión multitono, analizando matemáticamente los fenómenos que ocurren en cada una de las etapas del proceso de comunicación. En el capítulo 2 se presenta el proceso de implementación de los sistemas a comparar, para ello se especifica la metodología utilizada, la cual divide el proceso en 3 etapas, en cada una de las cuales se plantean los requerimientos, el diseño, el desarrollo, y se realizan las respectivas pruebas de validación. En el capítulo 3 se muestran los resultados obtenidos. Inicialmente, se presenta los resultados de comparación de los sistemas de portadora única y multitono en cuanto al desempeño de la probabilidad de error en función de la relación energía de bit a densidad de ruido ( $E_b/N_o$ ), y el desempeño en cuanto a eficiencia espectral; posteriormente se presentan los resultados de la comparación del desempeño de la probabilidad de error en un sistema multitono al variar el número de tonos utilizados, en función de la relación  $E_b/N_o$ ; por último, en este capítulo, se describe el análisis realizado para obtener una expresión matemática que permite calcular la probabilidad de error aproximada del sistema con técnica de transmisión multitono. En el capítulo 4 se destacan las conclusiones obtenidas a lo largo del trabajo de investigación y se sugieren algunas alternativas para trabajos futuros. Por último, se muestra la bibliografía, apéndices.



# CAPÍTULO 1

## 1. GENERALIDADES DE LA MODULACIÓN DIGITAL Y LA TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO

En este capítulo se explican las bases teóricas que llevaron al planteamiento de la pregunta de investigación: ¿Cuál es el desempeño de la técnica de transmisión multitono sobre un canal dispersivo Gaussiano, en términos de la Tasa de Error de Bit (BER, *Bit Error Rate*), frente a un sistema donde no se utiliza dicha técnica? Para ello se explican las etapas de modulación digital, demodulación digital y el canal de comunicaciones, analizando los diferentes tipos y afectaciones que éste introduce a la señal de información. Por último, se plantea la técnica de transmisión multitono como solución a dichas afectaciones del canal, explicando en que consiste y describiendo las distintas técnicas de transmisión multitono existentes.

### 1.1. PROCESO DE MODULACIÓN DIGITAL

La modulación digital consiste en adaptar un mensaje binario para su transmisión por el canal de comunicación, mientras que la demodulación es el proceso recíproco de obtener una réplica del mensaje original a partir de la señal que llega al receptor [3].

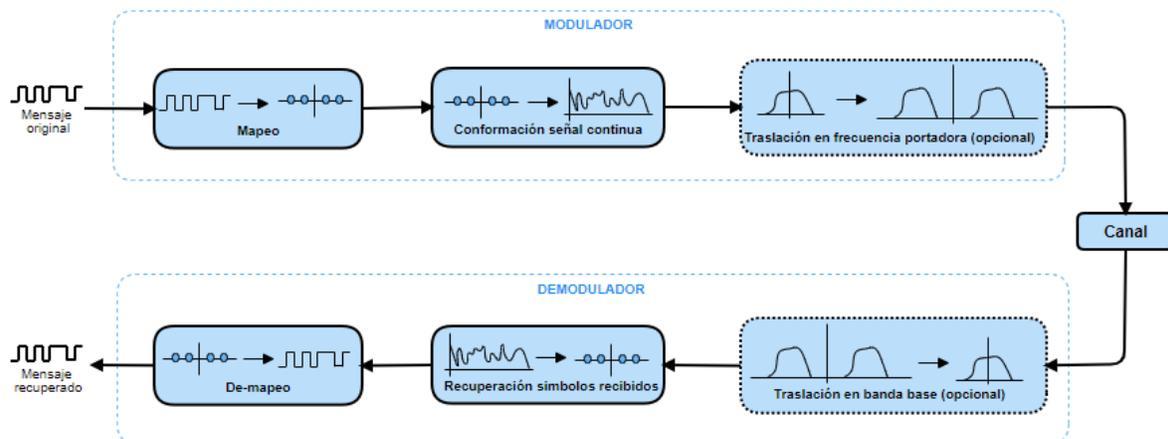


Figura 1.1. Etapas de la modulación y demodulación digital.



- **Modulador digital**

Si se desea transmitir un mensaje digital a través de un canal de comunicación, se debe realizar en primera instancia el proceso de mapeo, tal como se muestra en la Figura 1.1, el cual consiste en representar los bits del mensaje mediante una secuencia de símbolos  $\{S_k; k \in \mathbb{Z}\}$ , que pueden ser reales o complejos, pertenecientes a un alfabeto finito discreto  $\mathcal{A}$ , denominado constelación [2]- [4], así:

$$S_k \in \mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_M\}, \quad M \in \mathbb{Z}^+ \quad (1.1)$$

Dependiendo de la cantidad de símbolos que contenga el alfabeto, denotados por la letra  $M$ , se clasifican las modulaciones en binarias o  $M$ -arias. Si cada símbolo representa solo a 1 bit de información, es decir  $M = 2$ , la modulación se denomina binaria y el número de símbolos coincide con el número de bits transmitidos. Por otra parte, si cada símbolo representa a más de un bit de información, la modulación se dice  $M$ -aria, donde  $M$  es una potencia de 2. Así, el tamaño de la constelación depende de la cantidad de bits que representa cada símbolo y está dado por [2], [4]:

$$M = 2^d, \quad (1.2)$$

donde  $d$  es el número de bits que contiene cada símbolo.

El tiempo transcurrido entre la transmisión de dos bits consecutivos se denomina periodo de bit ( $T_b$ ) y será menor o igual al periodo de símbolo ( $T$ ), que representa el tiempo transcurrido entre dos símbolos consecutivos [5], tal como se muestra en la Ecuación 1.3.

$$T = T_b \log_2 M. \quad (1.3)$$

Al inverso del periodo de bit se le conoce como tasa o velocidad de transmisión, así mismo, el inverso del periodo de símbolo representa la tasa de símbolo. Siendo  $R$  la tasa de símbolo y  $R_b$  la tasa de transmisión, se tiene:

$$R = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_b \log_2 M} = \frac{R_b}{\log_2 M}. \quad (1.4)$$

Una vez se tiene la secuencia de símbolos, es necesario transformar dicha secuencia en una forma de onda continua, para lograr la transmisión a través de un canal en el tiempo, lo cual engloba la segunda etapa de la modulación digital (Ver Figura 1.1), cuyo objetivo es conformar la señal modulada, representando cada símbolo por medio de una función ortonormal. Así la secuencia de símbolos que contienen la información se representa por una combinación lineal del conjunto de funciones ortonormales, denominado conjunto base [2], [3].

Dichas funciones base,  $\{\theta_k(t); k \in \mathbb{Z}\}$ , deben cumplir con las condiciones de ortonormalidad, las cuales son:



$$\|\theta_k(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \theta_k(t) \theta_k^*(t) dt = 1. \quad (1.5)$$

$$\langle \theta_k(t), \theta_n(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \theta_k(t) \theta_n^*(t) dt = 0, \quad \forall k \neq n. \quad (1.6)$$

Conjuntamente se expresan como se muestra en la Ecuación 1.7:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta_k(t) \theta_n^*(t) dt = \delta[k - n] = \begin{cases} 1, & k = n \\ 0, & k \neq n \end{cases}, \quad (1.7)$$

donde  $\delta[k]$  representa la función delta de Kronecker, que hace referencia al impulso en tiempo discreto.

Por lo tanto, la señal modulada que se transmitirá por el canal de comunicaciones está dada en la Ecuación 1.8:

$$x(t) = \sum_k S_k \theta_k(t), \quad (1.8)$$

Después de conformar la señal continua de información, en algunas modulaciones se realiza una traslación de frecuencia, existiendo así modulaciones en banda base y pasa banda. Cuando el espectro de la señal se encuentra concentrado alrededor del origen se denomina modulación en banda base y cuando se encuentra concentrado alrededor de una frecuencia portadora, se denomina modulación en pasa banda [3].

- **Demodulador digital**

Por su parte en el demodulador se recibe la señal proveniente del canal de comunicaciones, donde, en primera instancia, si se realizó una traslación en frecuencia, se debe trasladar el espectro a banda base nuevamente.

Posteriormente, para recuperar la secuencia de símbolos originales, se correlaciona la señal que llega al receptor con el conjunto base respectivo [1], [3]. Suponiendo para el análisis que se tiene una señal sin ningún tipo de contaminación, la señal recibida será la misma señal modulada, i.e. ,  $y(t) = x(t)$ , por lo tanto:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \theta_k^*(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_n S_n \theta_n(t) \right] \theta_k^*(t) dt. \\ &= \sum_n S_n \int_{-\infty}^{\infty} \theta_n(t) \theta_k^*(t) dt. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Por la propiedad de ortonormalidad del conjunto base dada en la Ecuación (1.7), se tiene que:



$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \theta_k^*(t) dt &= \sum_n S_n \delta[k - n] \\ &= S_k * \delta[k] \\ &= S_k.\end{aligned}\tag{1.10}$$

Notando que la observación disponible en el receptor, está dada por la convolución entre la secuencia de símbolos y la función delta de Kronecker, por lo que la señal recuperada en recepción es una réplica de la secuencia de símbolos transmitidos [2] - [5].

Sin embargo, los anteriores resultados se obtienen únicamente cuando las funciones base cumplen con las condiciones de ortonormalidad, puesto que así, la respuesta impulsiva del sistema,  $g(t)$ , cumple con la condición de Nyquist para evitar la ISI, que hace referencia a un fenómeno indeseable en donde símbolos pasados interfieren en la detección del símbolo actual [6] - [8]. Así,

$$g(t) = \begin{cases} 1, & t = 1 \\ 0, & t = (T, 2T_m, nT_m), \end{cases}\tag{1.11}$$

donde  $T_m$  indica el tiempo entre muestras tomadas de la señal de información.

En la Figura 1.2 se ilustra gráficamente el criterio de Nyquist para evitar ISI, considerando como función base el pulso conformador en raíz cuadrada de coseno alzado (SRRC). Como puede observarse, las muestras de  $g(t)$  tomadas cada  $T_m$  segundos coinciden con la función delta Kronecker (impulso en tiempo discreto).

Existen múltiples formas de pulso que satisfacen el criterio de Nyquist, una de ellas es el pulso raíz cuadrada de coseno alzado, dicho pulso, además de satisfacer el criterio de Nyquist para evitar ISI, es limitado en banda, lo que lo hace conveniente para transmisiones a través de canales con restricciones en ancho de banda. Por tal motivo, es una de las formas de pulso más utilizadas en los sistemas de comunicación digital actuales.

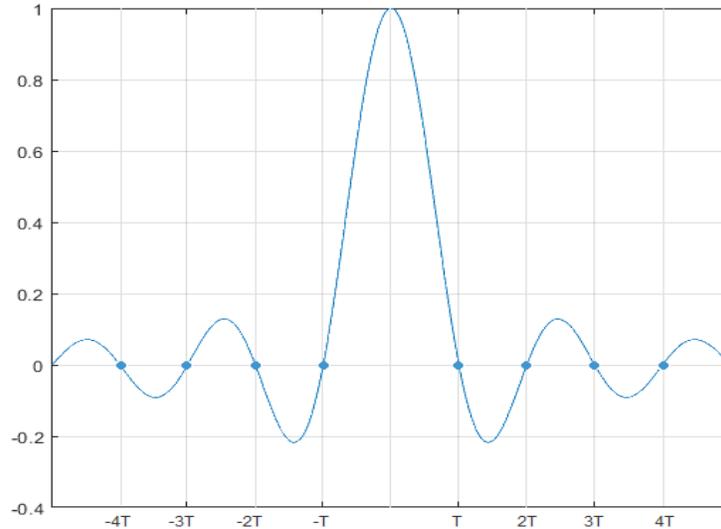


Figura 1.2. Criterio de Nyquist para la ISI.

La siguiente y última etapa del proceso de demodulación corresponde al proceso de de-mapeo, que se encarga de reconstruir los bits de información a partir de los símbolos recibidos, donde la señal binaria final sea lo más fiel posible a la señal original, y pueda ser considerada como una réplica de los símbolos transmitidos [9], [10].

El objetivo de la modulación es transmitir la señal de información por el canal de comunicaciones y lograr reconstruir el mensaje binario original en el receptor con la menor cantidad de errores, requiriendo la menor potencia y ocupando el menor ancho de banda de transmisión, el cual, está definido por la Ecuación 1.12 [8].

$$B = B_W\{x(t)\}, \quad (1.12)$$

donde  $B_W\{.\}$  es el operador que permite obtener el ancho de banda de la señal argumento.

Se define la eficiencia espectral como el cociente entre la velocidad de transmisión y el ancho de banda de transmisión, como se describe en la Ecuación 1.13 [8].

$$\rho = \frac{R_b}{B} \left[ \frac{bps}{Hz} \right]. \quad (1.13)$$

### 1.1.1. Modulación por Amplitud de Pulso en Pasabanda (PAM<sub>PB</sub>)

La Modulación por Amplitud de Pulsos en Pasabanda (PAM<sub>PB</sub>, *Pulse Amplitude Modulation Band Pass*) consiste en representar los bits de la señal de información mediante una secuencia de pulsos en pasabanda, donde la altura o amplitud de cada pulso varía en función del valor de los bits del mensaje y el periodo o duración de los pulsos se mantienen constantes, tal como se muestra en la Figura 1.3 [3].

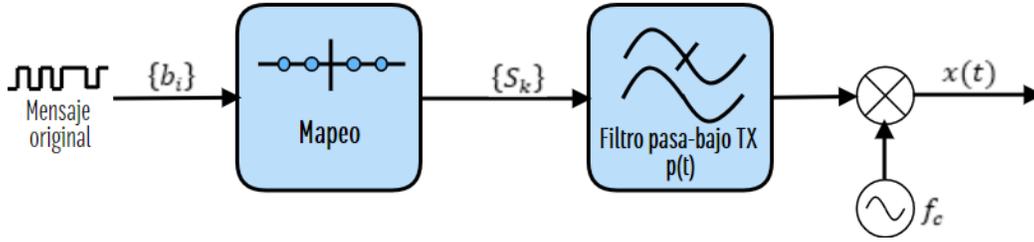


Figura 1.3. Modulador M-PAM<sub>PB</sub>.

En el proceso de mapeo, el mensaje original  $\{b_i\}$ , es representado como símbolos con duración de  $T$  segundos, así:

$$\{S_k\} = \text{map}[\{b_i\}], \quad (1.14)$$

donde el alfabeto  $\mathcal{A}$  de la modulación M-PAM<sub>PB</sub> está constituido por  $M$  números reales igualmente espaciados y simétricamente distribuidos respecto al origen [2], [3], de la forma:

$$\mathcal{A} = \{\pm\lambda, \pm3\lambda, \dots, \pm(M-1)\lambda\}; \quad \lambda \in \mathbb{R}. \quad (1.15)$$

En la Figura 1.4 se observa una constelación de la modulación 4-PAM<sub>PB</sub>.

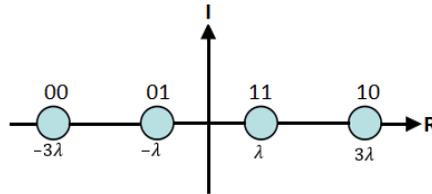


Figura 1.4. Constelación de la modulación 4-PAM<sub>PB</sub>

Para la modulación PAM<sub>PB</sub> las funciones ortonormales del conjunto base serán versiones desplazadas de una forma de pulso  $p(t)$ , conocido como pulso conformador, así [3]:

$$\theta_k(t) = p(t - kT); \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (1.16)$$

Por lo tanto, la señal que se modula en pasabanda a una frecuencia portadora  $f_c$ , está dada por la Ecuación 1.17:

$$x(t) = \sum_k S_k p(t - kT) \cos(2\pi f_c t). \quad (1.17)$$

El espectro de la señal modulada en PAM<sub>PB</sub> es:

$$\begin{aligned} X(f) &= \mathcal{F}\{x(t)\} \\ &= \mathcal{F}\left\{\sum_k S_k p(t - kT) \cos(2\pi f_c t)\right\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \sum_k S_k P(f) e^{-j2\pi k T f} \\
 &= \frac{1}{2} [P(f - f_c) + P(f + f_c)] \sum_k S_k e^{-j2\pi k T f} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_k S_k e^{-j2\pi k T f} P(f - f_c) + \frac{1}{2} \sum_k S_k e^{-j2\pi k T f} P(f + f_c), \quad (1.18)
 \end{aligned}$$

donde  $P(f)$  representa el espectro del pulso conformador y  $\sum_k S_k e^{-j2\pi k T f}$  es la serie de Fourier correspondiente a un espectro periódico de  $f$ , por lo tanto, el espectro de la señal modulada en PAM<sub>PB</sub> son dos señales centradas en  $f_c$  y  $-f_c$ , así, el ancho de banda ocupado por la señal es el doble del ancho de banda ocupado por el pulso conformador  $p(t)$ .

$$B = B_W\{x(t)\} = 2 B_W\{p(t)\}. \quad (1.19)$$

Considerando un pulso en raíz cuadrada de coseno alzado, el ancho de banda de la modulación M-PAM<sub>PB</sub>, y de toda señal en pasabanda, depende del factor roll-off (exceso de ancho de banda), i.e.,  $\vartheta$ , tal como se ilustra gráficamente en la Figura 1.5 y se describe matemáticamente en la Ecuación 1.20 [2], [3].

$$B = \frac{R_b (1 + \vartheta)}{\log_2 M}. \quad (1.20)$$

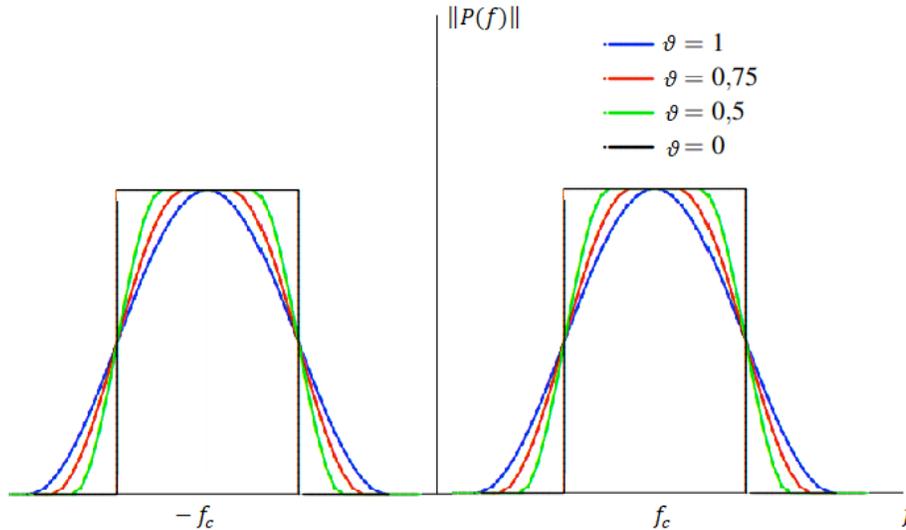


Figura 1.5. Pulso conformador en raíz cuadrada de coseno alzado [11].

Por su parte, el demodulador recupera los símbolos de la señal entrante en recepción ( $y(t)$ ), para ello, debido a que la señal se encuentra en pasabanda, se debe realizar el proceso de traslación a banda base de la señal, multiplicando la señal entrante por un tono de la misma frecuencia y fase que la señal portadora



utilizada en el modulador, y obtener la observación disponible en el decisor por medio de la correlación con el conjunto base, donde, dicha correlación equivale a filtrar la señal resultante del producto anteriormente descrito con un filtro pasa-bajas, cuya respuesta al impulso es  $p(-t)$ , denominado filtro acoplado, posteriormente muestrear periódicamente cada  $T$  segundos, para obtener la secuencia de muestras que representa los símbolos recibidos. Este proceso se muestra gráficamente en la Figura 1.6.

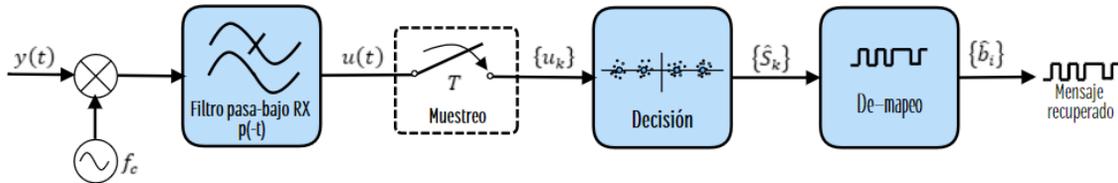


Figura 1.6. Demodulador M- PAM<sub>PB</sub>.

La señal filtrada  $u(t)$  esta dada por:

$$u(t) = y(t) * p(-t), \quad (1.21)$$

donde  $*$  es el operador de convolución [3].

Al realizar detección coherente (ver Ecuaciones 1.30 - 1.33) y partir de la señal resultante de la traslacion a banda base, se puede expresar la señal filtrada como:

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_k S_k p(t) * p(-t) \\ &= \left[ \sum_k S_k \delta(t) \right] * p(t) * p(-t) \\ &= \left[ \sum_k S_k \delta(t) \right] * g(t), \end{aligned} \quad (1.22)$$

donde  $g(t) = p(t) * p(-t)$ , representa la respuesta impulsiva del sistema que cumple con la condición de Nyquist descrita anteriormente.

Después de muestrear periódicamente cada  $T$  segundos, se continúa con el proceso de decisión, donde cada muestra se compara con los valores de umbral preestablecidos según el alfabeto de símbolos. Es decir, se asocia cada muestra  $u_k$  con el símbolo de la constelación geoméricamente más cercano (criterio de distancia mínima). En la Ecuación 1.23 se ilustra matemáticamente la estimación de la secuencia mensaje cuando el alfabeto de símbolos de la modulación es un conjunto llamado  $\mathcal{A}$ . [2] - [5].



$$\{\hat{S}_k\} = \underset{s \in \mathcal{A}}{\operatorname{argmin}} [|\{u_k\} - s|]. \quad (1.23)$$

La etapa final de la demodulación es el de-mapeo, donde se convierten los símbolos  $c$ , con un periodo de  $T$  segundos, en una secuencia de bits con periodo  $T_b$  segundos, obteniendo la secuencia mensaje estimada  $\{\hat{b}_i\}$  dada por:

$$\{\hat{b}_i\} = \operatorname{demap}[\{\hat{S}_k\}], \quad \hat{b}_i \in \{0,1\}. \quad (1.24)$$

### 1.1.2. Modulación por Amplitud en Cuadratura (QAM)

La Modulación por Amplitud en Cuadratura (QAM, *Quadrature Amplitude Modulation*) es un esquema de modulación en amplitud y fase que permite que dos señales moduladas en PAM ocupen la misma banda de frecuencias en transmisión y se puedan separar en el extremo receptor.

Cada combinación de amplitud y fase se representa mediante un número complejo, por lo tanto, el alfabeto  $\mathcal{A}$  está compuesto por  $M$  números complejos [3]. En la Figura 1.7 se observa la constelación de la modulación 16-QAM.

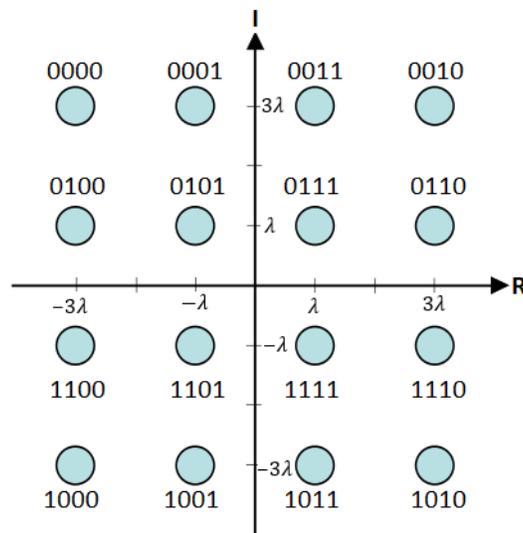


Figura 1.7. Constelación 16-QAM.

La modulación QAM consiste en transmitir ondas sinusoidales a una frecuencia portadora constante, en donde, las amplitudes y fases dependen del mensaje binario a transmitir, por lo tanto, a las funciones base se les adiciona la traslación en frecuencia por medio de portadoras sinusoidales desfasadas  $90^\circ$  entre sí, para la parte real e imaginaria del símbolo, así las señales moduladas están dadas por [2], [3]:

$$x'(t) = \sum_k S'_k \theta'_k = \sum_k S'_k \cos(2\pi f_c t) p(t - kT). \quad (1.25)$$



$$x''(t) = \sum_k S'_k \theta''_k = \sum_k S''_k \sin(2\pi f_c t) p(t - kT). \quad (1.26)$$

donde  $x'(t)$  y  $x''(t)$  representan la parte real e imaginaria de la señal modulada, y las componentes  $S'_k$  y  $S''_k$  representan la parte real e imaginaria de la secuencia de símbolos  $\sum_k S_k$ , respectivamente.

La señal modulada final se obtiene a partir de las Ecuaciones 1.25 y 1.25 y es:

$$x(t) = x'(t) + x''(t). \quad (1.27)$$

En la Figura 1.8 se observa el proceso descrito anteriormente correspondiente al modulador QAM, donde se observa que posterior al proceso de filtraje se realiza la traslación a la frecuencia portadora  $f_c$ .

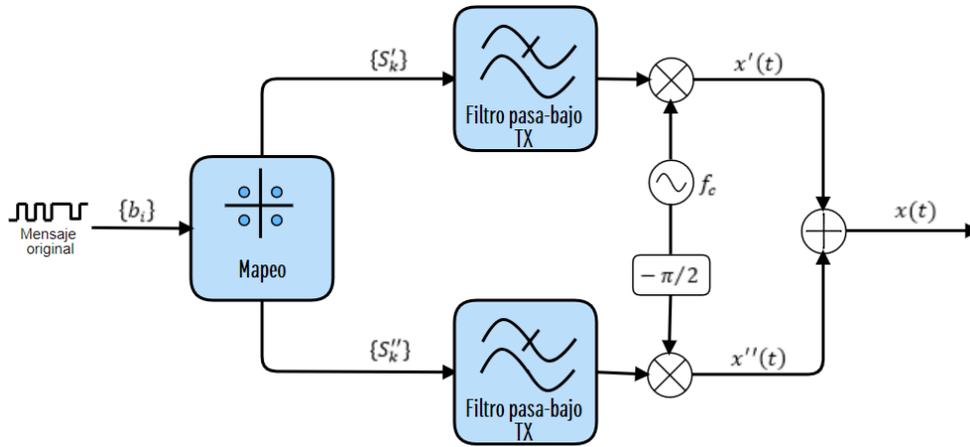


Figura 1.8. Modulador QAM.

El espectro de la señal modulada en QAM está dada por:

$$\begin{aligned} X(f) &= \mathcal{F}\{x(t)\} \\ &= \mathcal{F}\left\{\sum_k S'_k \cos(2\pi f_c t) p(t - kT) + \sum_k S''_k \sin(2\pi f_c t) p(t - kT)\right\} \\ &= \frac{1}{2}[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \sum_k S'_k P(f) e^{-j2\pi kTf} \\ &\quad + \frac{1}{j2}[\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] \sum_k S''_k P(f) e^{-j2\pi kTf} \\ &= \frac{1}{2}[P(f - f_c) + P(f + f_c)] \sum_k S'_k e^{-j2\pi kTf} \\ &\quad + \frac{1}{j2}[P(f - f_c) - P(f + f_c)] \sum_k S''_k e^{-j2\pi kTf} \end{aligned}$$



$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ P(f - f_c) \sum_k S'_k e^{-j2\pi k T f} + P(f + f_c) \sum_k S''_k e^{-j2\pi k T f} \right]. \quad (1.28)$$

Por lo tanto, el espectro de la señal modulada en QAM (al igual que en la modulación PAM<sub>PB</sub>) son dos señales centradas en  $f_c$  y  $-f_c$ , así, el ancho de banda ocupado por la señal es el expresado en la Ecuación 1.29.

$$B = B_W\{x(t)\} = 2 B_W\{p(t)\}. \quad (1.29)$$

Teniendo un pulso conformador dado por la raíz cuadrada de coseno alzado, el ancho de banda ocupado por la señal en pasabanda es igual al utilizado en la modulación PAM<sub>PB</sub> cuando se trabaja con el mismo orden de modulación.

El demodulador correlaciona la señal recibida con la función ortonormal respectiva, teniendo en cuenta, que en el transmisor se realizó una traslación en frecuencia, por lo tanto, se debe trasladar la señal de pasa banda a banda base nuevamente y extraer de la señal entrante  $y(t)$  las componentes reales a imaginarias de los símbolos, para ello, se utiliza la técnica de detección coherente, la cual consiste en multiplicar la señal entrante por un tono de la misma frecuencia y fase que la señal portadora utilizada en el modulador para cada una de las componentes, y obtener la señal en banda base resultante por medio del filtraje individual de cada una de las señales que representa las componentes real e imaginaria del símbolo, tal como se muestra en la Figura 1.9 [1], [3], [4].

Matemáticamente la técnica de detección coherente se demuestra a continuación, partiendo desde la expresión que representa la parte real de la señal obtenida después de realizar el filtraje, la cual es expresada en la Ecuación 1.30:

$$u'(t) = [y(t) \cos(2\pi f_c t)] * p(-t). \quad (1.30)$$

Suponiendo que el canal no introduce distorsión ni ruido, se tiene que:

$$x(t) = y(t) = x'(t) \cos(2\pi f_c t) - x''(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (1.31)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} u'(t) &= [x'(t) \cos(2\pi f_c t) - x''(t) \sin(2\pi f_c t)] \cos(2\pi f_c t) * p(-t) \\ &= [x'(t) (\cos(2\pi f_c t))^2 - x''(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t)] * p(-t) \\ &= \left[ \frac{1}{2} x'(t) [1 + \cos(4\pi f_c t)] \right] - \left[ \frac{1}{2} x''(t) \sin((4\pi f_c t)) \right] * p(-t). \end{aligned} \quad (1.32)$$

Al realizar el proceso del filtrado se obtiene la señal en banda base, la cual es exactamente la señal transmitida, pero con la mitad de potencia, tal como se muestra en la Ecuación 1.33 [3]:



$$u'(t) = \frac{x'(t)}{2}. \quad (1.33)$$

Así, la observación disponible en el decisor, tanto para la componente real como imaginaria es:

$$u'_k = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cos(2\pi f_c t) p(t - kT) dt, \quad (1.34)$$

$$u''_k = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \sin(2\pi f_c t) p(t - kT) dt. \quad (1.35)$$

Por lo tanto:

$$u'_k = y(t) \cos(2\pi f_c t) * p(-t)|_{t=kT}, \quad (1.36)$$

$$u''_k = y(t) \sin(2\pi f_c t) * p(-t)|_{t=kT}, \quad (1.37)$$

donde  $u'_k$  y  $u''_k$  hacen referencia a las componentes real e imaginaria de la observación disponible en el receptor o variable de decisión, la cual se describe como:

$$\{u_k\} = \{u'_k\} + j\{u''_k\}. \quad (1.38)$$

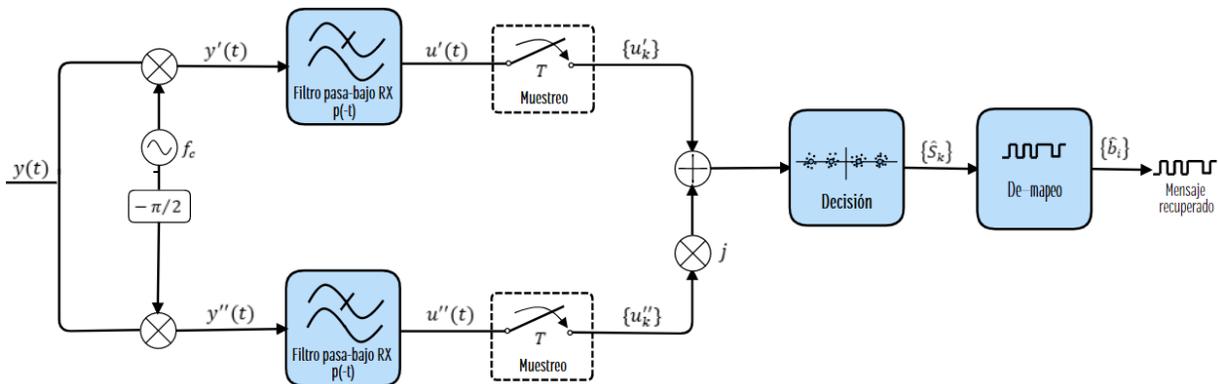


Figura 1.9. Demodulador QAM.

En las etapas de decisión y de-mapeo se realizan los mismos procesos de la modulación PAM<sub>PB</sub> descritos en la Sección 1.1.1, difiriendo en que la observación disponible en el receptor se realiza con números complejos y por lo tanto el de-mapeo se realiza en dos dimensiones.

## 1.2. CANAL DE COMUNICACIÓN

El canal de comunicación es el medio encargado de transportar las señales de información desde el transmisor al receptor. Físicamente, un canal puede categorizarse como alambrados o inalámbrico, siendo los primeros aquellos canales



que realizan la transmisión por un medio guiado, por ejemplo fibra óptica o cable coaxial; mientras que un canal inalámbrico engloba todas aquellas transmisiones sin medio guiado, por ejemplo las comunicaciones móviles celulares. Sin embargo, independientemente de los medios de transmisión utilizados, todo canal en una implementación real introduce degradaciones en la señal y tiene un ancho de banda limitado. [12].

Un canal de comunicaciones puede representarse de forma matemática por medio de la respuesta al impulso del canal, denotada con la función  $h(t)$ , la cual contiene la información básica sobre las características del sistema.

Los canales pueden clasificarse en función de que cumplan o no determinadas propiedades, de esta manera se pueden encontrar canales variantes e invariantes en el tiempo, canales AWGN, lineales o dispersivos, entre muchas otras clasificaciones. En este documento se aborda el canal AWGN y el canal dispersivo, según las degradaciones que éstos introducen a la señal [1].

### 1.2.1. Canal AWGN

Un canal AWGN, es un canal invariante en el tiempo que introduce ruido<sup>1</sup> blanco aditivo Gaussiano [13], [14].

Cuando se transmite la señal  $x(t)$  por un canal de comunicaciones, la señal resultante está dada por:

$$y(t) = [x(t) * h(t)] + z(t), \quad (1.39)$$

donde  $h(t)$  hace referencia a la respuesta al impulso del canal y  $z(t)$  es una variable aleatoria que representa ruido con distribución de probabilidad Gaussiana de media cero y varianza  $\sigma^2 = N_o/2$  [6].

Un canal AWGN tiene una respuesta en frecuencia plana sobre todo el ancho de banda de la señal transmitida, por lo tanto, la respuesta del canal es un impulso,  $h(t) = \delta(t)$ , así la señal de salida del canal AWGN es:

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) * \delta(t) + z(t) \\ &= x(t) + z(t). \end{aligned} \quad (1.40)$$

En consecuencia, la variable de decisión, llamada observación disponible en el receptor se obtiene al correlacionar la señal recibida  $y(t)$  con el conjunto base:

$$u_k = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \theta_k^*(t) dt$$

<sup>1</sup> El ruido es una señal indeseable y aleatoria presente en todo sistema de comunicación que se adiciona a la señal de información, degradando así la calidad de ésta [8].



$$\begin{aligned}
 &= \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) + z(t)] \theta_k^*(t) dt \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \theta_k^*(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \theta_k^*(t) dt \quad (1.41)
 \end{aligned}$$

donde, el primer término corresponde a la correlación entre la señal de entrada  $x(t)$  y el conjunto base respectivo, lo cual da como resultado la convolución de la secuencia de símbolos transmitidos con el impulso en tiempo discreto [3], tal como se presentó en la Sección 1.1, así:

$$\begin{aligned}
 u_k &= S_k * \delta[k] + \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \theta_k^*(t) dt \\
 &= S_k + \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \theta_k^*(t) dt. \quad (1.42)
 \end{aligned}$$

El segundo término muestra el ruido AWGN correlacionado con el conjunto base. Para obtener el resultado de dicho término se tiene en cuenta las características del ruido AWGN [1], [15]:

1. El ruido AWGN corresponde en cada instante de tiempo a una variable aleatoria normal de media cero y varianza  $\sigma^2$ .
2. Todas las variables aleatorias para cada instante del tiempo son independientes e idénticamente distribuidas (iid), por ello, el ruido tiene una densidad espectral de potencia ( $N_o/2$ ) constante.

Así, la multiplicación para cada instante de tiempo entre la función base, que es una función determinista, y la variable aleatoria normal del ruido, da como resultado una función aleatoria normal denotada como  $w(t)$  con media y varianza afectadas por la función determinista dada.

La integral de la función aleatoria  $w(t)$  se realiza por medio de sumas de Riemann de cada una de las componentes, donde se suman variables aleatorias normales independientes y se obtiene como resultado una variable aleatoria normal  $W_k$ .

$$\int_{-\infty}^{\infty} z(t) \theta_k^*(t) dt = W_k, \quad (1.43)$$

donde  $W_k$  tiene una distribución Gaussiana, cuya media y varianza son:

$$\begin{aligned}
 W_k &\sim \mathcal{N}(0 \|\theta_k^*\|, \sigma^2 \|\theta_k^*\|^2) \\
 &\sim \mathcal{N}\left(0, \sigma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \theta_k \theta_k^* dt\right), \quad (1.44)
 \end{aligned}$$

por la propiedad de ortonormalidad  $\int_{-\infty}^{\infty} \theta_k \theta_k^* dt = 1$ , se tiene:



$$W_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2). \quad (1.45)$$

Por lo tanto, a pesar de que se realiza la integral de la multiplicación del ruido con el conjunto base, no se altera la media ni la varianza de éste, obteniendo así:

$$u_k = S_k + W_k, \quad (1.46)$$

donde  $S_k$  representa el símbolo transmitido y  $W_k$  la muestra de ruido AWGN filtrado, en consecuencia, en el decisor no solo se tendrá la componente de la señal transmitida, sino la componente de ruido, aumentando la posibilidad de cometer errores en la estimación del símbolo y por consiguiente en los bits que éste representa [3].

Con el fin de estimar la cantidad de errores en recepción se introduce el término probabilidad de error de símbolo, como la probabilidad de detectar erróneamente un símbolo en el instante k-ésimo, expresada matemáticamente en la Ecuación 1.47.

$$P_s = P_r\{\hat{S}_k \neq S_k\}. \quad (1.47)$$

Cuando los símbolos son iid, la probabilidad de error de símbolo se estima a través de la Tasa de Error de Símbolo (SER, *Symbol error Rate*), definida como el cociente entre el número de símbolos detectados erróneamente y el número total de símbolos transmitidos. A partir de ésta se estima la BER de la siguiente manera:

$$BER \cong \frac{SER}{\log_2(M)}. \quad (1.48)$$

Se observa que el canal AWGN tiene una única fuente de ruido caracterizada por su potencia. Para cuantificar estos datos se define la relación de energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido ( $E_b/N_o$ ), por medio de la Ecuación 1.49, donde entre menor sea esta relación, mayor probabilidad de error se tendrá en la transmisión de información.

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{\text{energía de bit}}{\text{Densidad espectral de potencia de ruido}}. \quad (1.49)$$

Cabe resaltar que en éste tipo de canales, a pesar de que tengan una fuente de errores, dada por el ruido, no generan ISI, puesto que en la detección del símbolo k-ésimo interviene únicamente el símbolo deseado y no versiones retardadas del mismo.

Gráficamente el efecto del ruido en la señal se observa en la Figura 1.10, donde a medida que disminuye la relación  $E_b/N_o$  la señal se ve más afectada, puesto que la potencia de ruido comienza a ser considerable con respecto a la potencia de la señal transmitida. Además, se muestra que el ruido afecta la amplitud de la señal sin deformar la forma original de la misma.

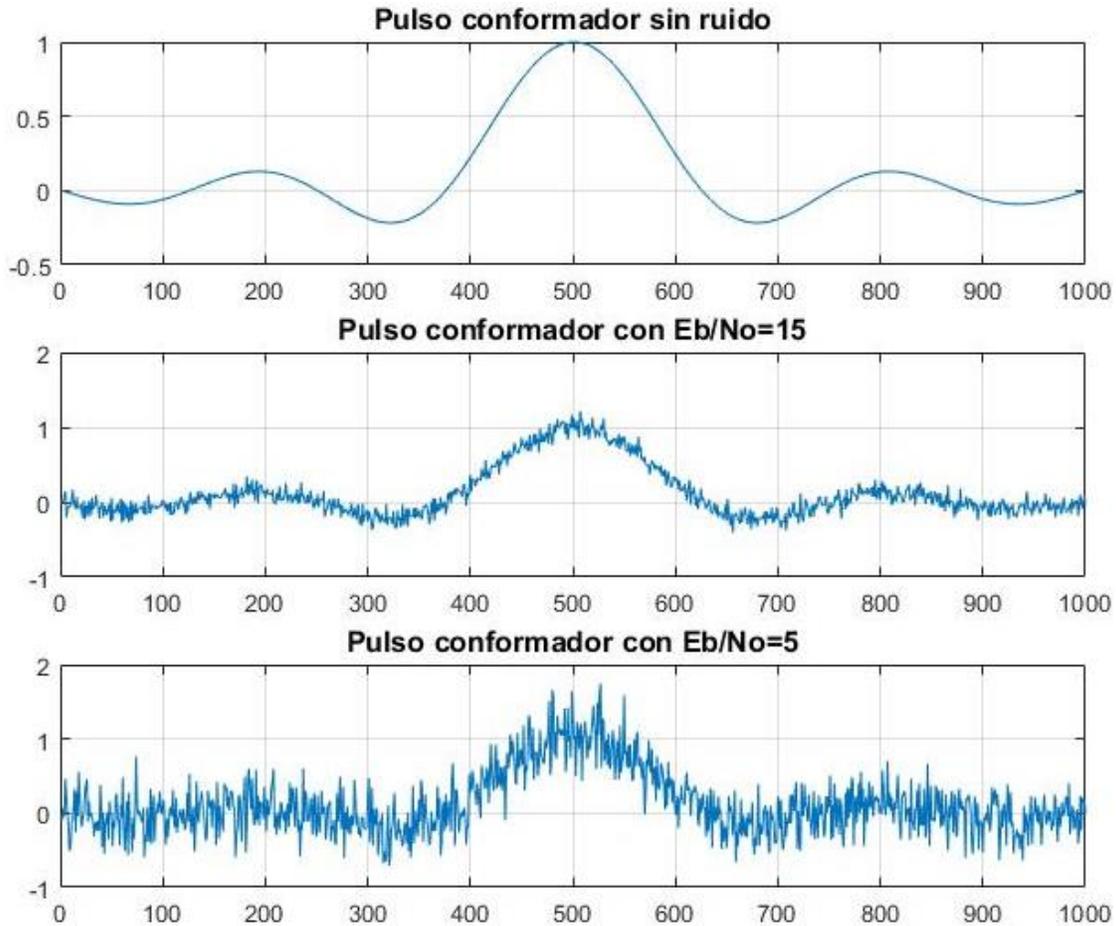


Figura 1.10. Señal a la salida del canal AWGN.

### 1.2.2. Canal Dispersivo

Se denomina canal dispersivo a un canal invariante en el tiempo, que además de insertar ruido AWGN introduce distorsión, debido a que la respuesta en frecuencia de dicho canal no es plana, alterando el espectro y por consiguiente deformando la señal que lleva la información, así la señal de salida de un canal dispersivo está dada por:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= [x(t) * h(t)] + z(t) \\
 &= \left[ \left( \sum_k S_k \theta_k(t) \right) * h(t) \right] + z(t). \quad (1.50)
 \end{aligned}$$

Por la propiedad distributiva de la convolución, se tiene:

$$y(t) = \sum_k S_k [\theta_k(t) * h(t)] + z(t). \quad (1.51)$$



Denotando que  $\gamma_k(t) = \theta_k(t) * h(t)$ , representa una convolución dependiente del tiempo ponderada por el símbolo y conjunto base k-ésimo, se tiene:

$$y(t) = \sum_k S_k \gamma_k(t) + z(t). \quad (1.52)$$

Por lo tanto, la observación disponible en el receptor para un canal dispersivo está dada por:

$$\begin{aligned} u_k &= \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \theta_k^*(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_n S_n \gamma_n(t) + z(t) \right] \theta_k^*(t) dt \\ &= \sum_n S_n \int_{-\infty}^{\infty} \gamma_n(t) \theta_k^*(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \theta_k^*(t) dt \\ &= \sum_n S_n g_{k,n} + W_k, \end{aligned} \quad (1.53)$$

donde  $g_{k,n}$  representa la respuesta total del sistema en el instante de decisión k-ésimo ante el símbolo transmitido en el instante n-ésimo y  $W_k$  representa la muestra de ruido AWGN en el instante k-ésimo con distribución normal Gaussiana, notando que en la observación disponible en el receptor, el símbolo transmitido se encuentra influenciado por la respuesta total del sistema y por el ruido, existiendo más de una fuente de errores [2].

Al descomponer la sumatoria expresada en la Ecuación 1.53 se tiene que la observación disponible en el receptor para el símbolo  $u_k$  será:

$$u_k = \dots + S_{k-1} g_{k,k-1} + S_k g_k + S_{k+1} g_{k,k+1} + \dots + W_k, \quad (1.54)$$

lo cual evidencia que en el instante de detención del símbolo k-ésimo se tiene influencia de símbolos en otros instantes y no solamente del símbolo que se desea detectar, lo cual se conoce como ISI.

Así la observación disponible en el receptor es:

$$u_k = \underbrace{S_k g_{k,k}}_{\text{Símbolo deseado}} + \underbrace{\sum_{n \neq k} S_n g_{k,n}}_{\text{ISI}} + \underbrace{W_k}_{\text{Ruido AWGN}} \quad (1.55)$$

lo cual demuestra que debido a la respuesta no plana del canal dispersivo se genera el fenómeno de la ISI y por lo tanto se tiene mayor probabilidad de error en la decisión.



Gráficamente el efecto de la distorsión se evidencia en la Figura 1.11, donde se observa que el pulso en raíz cuadrada de coseno alzado que representa la respuesta total del sistema ( $g_{k,n}$ ), no cumple con la condición de Nyquist para la transmisión sin ISI descrita en la Ecuación (1.11), puesto que tiene un valor de amplitud diferente de cero en los instantes de detección  $\{T, 2T, \dots, nT\}$  y  $n \in \mathbb{N}$ , generando interferencia de símbolos vecinos en el instante de detección de un símbolo en particular, es decir, generando ISI.

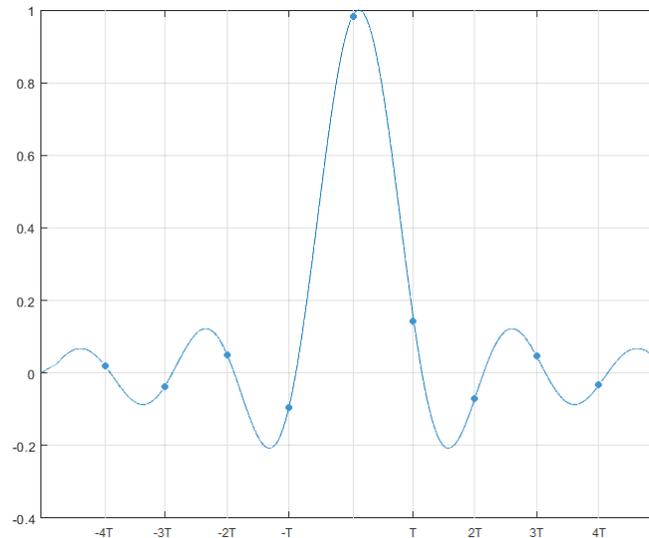


Figura 1.11. Pulso conformador en la salida del canal dispersivo.

### 1.3. TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO

En un sistema de telecomunicaciones se busca realizar una comunicación de la forma más eficiente, es decir, transmitir la información a la mayor velocidad de transmisión de datos posible con la mínima probabilidad de error. Una de las principales limitantes que afectan negativamente esta eficiencia son las degradaciones introducidas por el canal causantes del fenómeno de la ISI o el ruido AWGN. Para lograr superar estas condiciones desfavorables es necesario un diseño apropiado del transmisor y receptor, y una relación  $E_b/N_o$  admisible para los requerimientos de la comunicación [2].

Una de las posibles soluciones para obtener la  $E_b/N_o$  requerida y mitigar el efecto del ruido, sería transmitir con una potencia suficientemente grande, sin embargo, la mayoría de los sistemas de comunicación actuales cuentan con una potencia limitada, además de que en gran parte del tiempo se estaría malgastando dicha potencia. Por otro lado, para evitar la ISI del sistema, se puede aumentar el periodo de los símbolos [16], pero este hecho causaría una disminución en la velocidad de transmisión de los datos.

Como una alternativa de solución para superar la distorsión causada por el canal dispersivo de comunicaciones, surge la técnica de transmisión multitono, que busca



adaptar la señal al canal de comunicaciones e incrementar el período de símbolo sin necesidad de disminuir la velocidad total de transmisión.

### 1.3.1. Transmisor Multitono

La técnica de transmisión multitono consiste en dividir el flujo de información en sub-flujos paralelos de menor velocidad, para luego transmitir cada uno de esos sub-flujos usando una frecuencia portadora distinta [2]. En la Figura 1.12 se observa el diagrama general de la técnica de transmisión multitono.

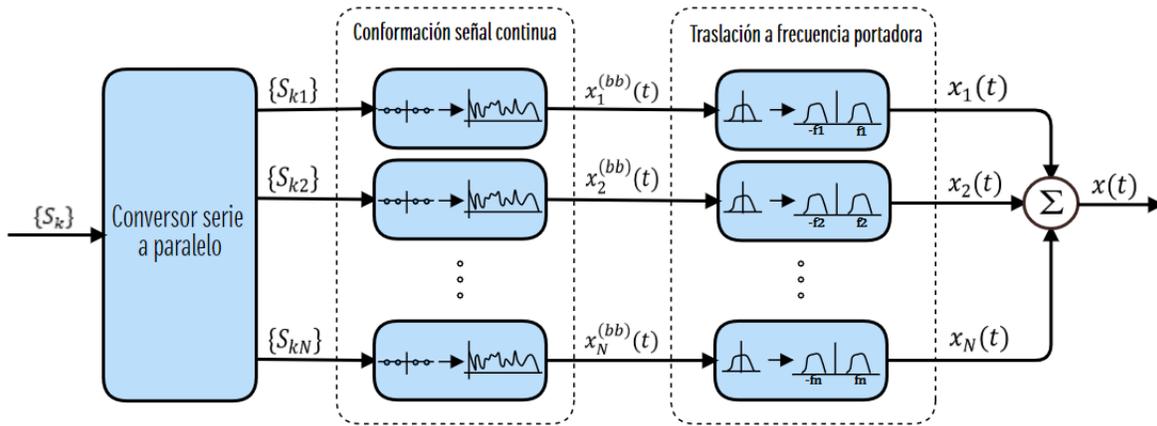


Figura 1.12. Transmisor multitono.

Cuando los símbolos de entrada ingresan al convertor serie a paralelo, se divide el flujo principal de símbolos en  $N$  sub-flujos, i.e., la señal de entrada denotada con  $\{S_k\}$  se representan como la concatenación de cada uno de los  $N$  sub-flujos, tal como se muestra en la Ecuación 1.56.

$$s_k = [s_{k1} : s_{k2} : \dots : s_{ki}]; \quad i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (1.56)$$

Los  $N$  sub-flujos se modulan de forma independiente obteniendo  $N$  señales denotadas como  $x_i^{(bb)}(t)$ . Posteriormente, se realiza una traslación en frecuencia, proporcionando una frecuencia portadora única para cada una de las  $N$  señales. Por lo tanto, se tiene:

Los  $N$  sub-flujos se modulan de forma independiente obteniendo  $N$  señales denotadas como  $x_i^{(bb)}(t)$ , tal como se presenta en la Ecuación 1.58.

$$x_i^{(bb)}(t) = \sum_K s_{ki} \theta_k(t); \quad k \in \mathbb{Z}. \quad (1.57)$$

Posteriormente, se realiza una traslación en frecuencia, proporcionando una frecuencia portadora única para cada una de las  $N$  señales. Por lo tanto, se tiene:

$$x_i(t) = x_i^{(bb)}(t) \beta(f_i), \quad (1.58)$$



donde  $\beta(f_i)$  es la función que posibilita la traslación a la frecuencia  $f_i$ , dicha frecuencia se encuentra descrita matemáticamente en la Ecuación 1.59.

$$f_i = fc + i\Delta f. \quad (1.59)$$

La separación entre portadoras adyacentes es  $\Delta f = f_{i+1} - f_i$ . Cabe resaltar que si la modulación es en banda base, la componente  $fc$  es cero, mientras que para una modulación en pasa banda  $fc$  debe tener un valor diferente de cero.

Después de posicionar cada señal en su frecuencia portadora correspondiente, se suman los  $N$  tonos originando una sola señal llamada  $x(t)$ , la cual es transmitida por el canal de comunicaciones. Su representación matemática se encuentra ilustrada en la Ecuación 1.60.

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=1}^N x_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_K s_{ki} \theta_k(t) \beta(f_i). \end{aligned} \quad (1.60)$$

El espectro de la señal denotado como  $X(f)$ , corresponde a la superposición de los  $N$  espectro o tonos ubicados sobre las diferentes frecuencias portadoras, tal como se muestra en la Figura 1.13.

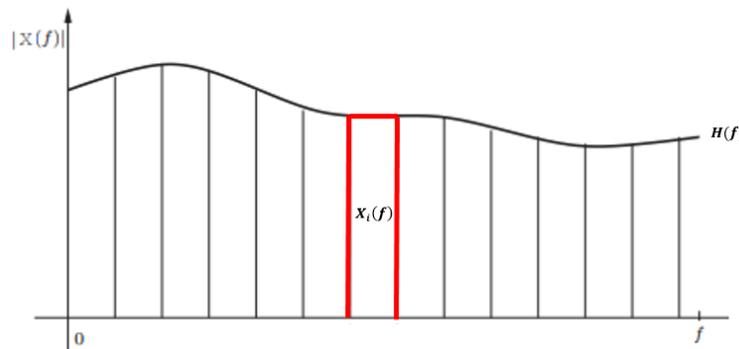


Figura 1.13. Espectro señal transmitida con multitono [17].

### 1.3.2. Efecto Canal Dispersivo en Multitono

Al tener una composición de  $N$  espectros angostos en lugar de un espectro de gran ancho de banda, la deformación causada por el canal dispersivo sobre cada sub-espectro será menos nociva que la que sufriría el espectro original [16]. De esta forma la distorsión presente en cada sub-flujo lograría ser arbitrariamente pequeña si el número de tonos es suficientemente grande. Por lo tanto, la señal podrá ser recuperada en recepción sin necesidad de una ecualización compleja. En los siguientes párrafos se encuentra la demostración matemática de este hecho.



La señal pasa por el canal de comunicaciones y llega al receptor, la fórmula matemática que representa esta señal se presenta en la Ecuación (1.39). Teniendo en cuenta la forma de la señal enviada en multitono (Ecuación 1.60), se tiene que la señal que llega al receptor está dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \left[ \sum_{i=1}^N x_i(t) \right] * h(t) + z(t) \\ &= \sum_{i=1}^N [x_i(t) * h(t)] + z(t). \end{aligned} \quad (1.61)$$

Para obtener el espectro de la señal  $y(t)$  se aplica la transformada de Fourier, obteniendo:

$$\begin{aligned} Y(f) &= \sum_{i=1}^N X_i(f)H(f) + Z(f) \\ &= H(f) \sum_{i=1}^N X_i(f) + \sum_{i=1}^N Z_i(f), \end{aligned} \quad (1.62)$$

donde  $Y(f)$  representa la superposición de cada uno de los espectros pertenecientes a las  $N$  señales recibidas, por lo tanto, es posible considerar que el espectro del  $i$ -ésimo tono está dado por:

$$Y_i(f) = X_i(f) H(f) + Z_i(f). \quad (1.63)$$

En la transmisión multitono, la señal  $X_i(f)$  es mucho más angosta que la función de transferencia del canal  $H(f)$ , esta afirmación se puede evidenciar en la Figura 1.13. Teniendo en cuenta lo anterior, es admisible asumir que la función de transferencia es prácticamente constante sobre el ancho de banda del tono  $X_i(f)$ , es decir,  $H(f)$  se puede expresar como una función constante en la frecuencia del tono  $i$ -ésimo. Por lo tanto, el espectro de la  $i$ -ésima señal que ingresa al receptor se puede expresar matemáticamente como:

$$Y_i(f) \approx X_i(f) H(f_i) + Z_i(f). \quad (1.64)$$

Al aplicar transformada inversa de Fourier, asumiendo que la función de transferencia del canal es una constante para la frecuencia del tono  $i$ -ésimo, obteniendo el tono  $i$ -ésimo en recepción expresado en la Ecuación 1.65.

$$y_i(t) \approx x_i(t) C_i + Z_i(t), \quad (1.65)$$

donde:

$$C_i = H(f_i). \quad (1.66)$$



Según lo expuesto, es posible concluir que la señal recibida puede ser vista como una versión de la señal enviada, en la cual cada tono se encuentra afectado por una constante y ruido de banda angosta.

### 1.3.3. Receptor Multitono

En la Figura 1.14 se observa el diagrama general del receptor multitono, donde la señal entrante  $y(t)$  se multiplica por cada una de las frecuencias portadoras de los  $N$  tonos, generando  $N$  señales denominadas  $y_i(t)$ , las cuales ingresan a la etapa denominada: “Recuperación de símbolos recibidos” donde se obtienen los  $N$  sub-flujos de símbolos; finalmente, en el “Convertor paralelo a serie” se obtiene la secuencia de símbolos estimada.

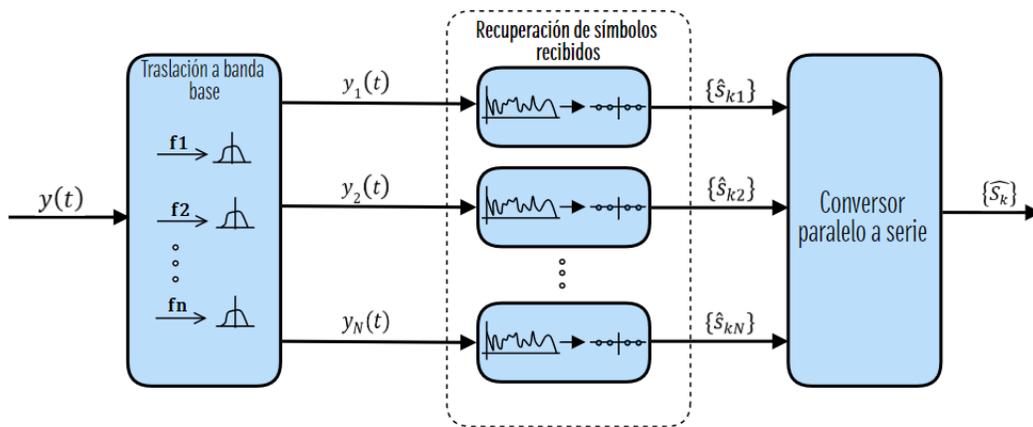


Figura 1.14. Receptor multitono.

La señal entrante al receptor  $y(t)$  es la sumatoria de los  $N$  tonos afectados por el canal dispersivo (Ecuación 1.65), así:

$$\begin{aligned}
 y(t) &\approx \sum_{i=1}^N y_i(t) \\
 &\approx \sum_{i=1}^N x_i(t)C_i + z(t).
 \end{aligned} \tag{1.67}$$

Teniendo en cuenta la forma de la señal enviada en multitono (Ecuación 1.60), se obtiene:

$$y(t) \approx \sum_{i=1}^N \sum_K S_{ki} \theta_k(t) \beta(f_i) C_i + z(t). \tag{1.68}$$

Se realiza el proceso de demodulación de forma independiente para cada tono, tal como se ilustra en la Figura 1.14. En primera instancia para detectar cada tono y



trasladar a banda base, se multiplica la señal  $y(t)$  por cada una de las  $N$  frecuencias portadoras, es decir:

$$y_i(t) = y(t)\beta^*(f_i) \quad (1.69)$$

Al realizar la correlación con el conjunto base, se tiene:

$$\begin{aligned} u_{ki} &= \int_{-\infty}^{\infty} y_i(t) \theta_k^*(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\beta^*(f_i) \theta_k^*(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{m=1}^N \sum_n S_{nm} \theta_n(t) \beta(f_m) C_m + z(t) \right] \beta^*(f_i) \theta_k^*(t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \sum_{m=1}^N \sum_n S_{nm} \theta_n(t) \beta(f_m) C_m \right] \beta^*(f_i) \theta_k^*(t) dt \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \beta^*(f_i) \theta_k^*(t) dt \\ &= \sum_{m=1}^N \sum_n S_{nm} C_m \int_{-\infty}^{\infty} \theta_n(t) \theta_k^*(t) \beta(f_m) \beta^*(f_i) dt + w_{ki}, \end{aligned} \quad (1.70)$$

donde:

$$w_{ki} = \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \theta_k^*(t) \beta^*(f_i) dt \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad (1.71)$$

Teniendo en cuenta las propiedades de ortonormalidad, la integral de la Ecuación 1.70 se puede expresar como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \theta_n(t) \theta_k^*(t) \beta(f_m) \beta^*(f_i) dt = \delta[k - n] \delta[i - m] \quad (1.72)$$

Por lo tanto, la observación disponible en recepción ( $u_{ki}$ ), se puede denotar matemáticamente como:

$$\begin{aligned} u_{ki} &= \sum_{m=1}^N \sum_n S_{nm} C_m \delta[k - n] \delta[i - m] + w_{ki} \\ &= \sum_{m=1}^N C_m \delta[i - m] \sum_n S_{nm} \delta[k - n] + w_{ki} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \sum_{m=1}^N C_m \delta[i - m] S_{km} + w_{ki} \\
 &= C_i S_{ki} + w_{ki}
 \end{aligned} \tag{1.73}$$

En la observación disponible en recepción, se encuentra el símbolo transmitido en el instante  $i$ -ésimo afectado por el ruido y por una constante que representa la respuesta total del sistema, notando que no existe influencia proveniente de otros símbolos en diferentes instantes de tiempo, por lo tanto, es posible asegurar que no se presenta el fenómeno de la ISI en este sistema.

De esta forma, para realizar la decisión de cada tono de forma individual, se utiliza la variable de decisión  $\{v_i\}$ , dada por:

$$\begin{aligned}
 v_{ki} &= \frac{u_{ki}}{C_i} \\
 &= \frac{C_i S_{ki}}{C_i} + \frac{w_{ki}}{C_i} \\
 &= s_{ki} + w'_{ki}.
 \end{aligned} \tag{1.74}$$

Por lo tanto, la variable que ingresa al decisor solo es afectada por ruido, es decir, al emplear multitono el canal dispersivo se puede escalar a un canal AWGN.

Finalmente, se realiza el proceso de decisión y la conversión paralelo a serie para recuperar la secuencia de símbolos  $\{\hat{S}_k\}$ .

### 1.3.4. Técnicas de Transmisión Multitono Existentes

Actualmente existen diversos tipos de técnicas de transmisión multitono, cada una con sus propias características, ventajas y desventajas, las cuales son aplicadas en diferentes circunstancias según los requerimientos del sistema de comunicación.

Una de las técnicas de transmisión multitono más conocidas y ampliamente usada en la actualidad, mayormente para comunicaciones inalámbricas, es la Multiplexación por División de Frecuencia Ortogonal (OFDM, *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), donde el conjunto base es representado por un pulso rectangular, y el proceso de conformación y posicionamiento de los tonos en cada portadora se realiza por medio de la Transformada Rápida de Fourier Inversa (IFFT, *Inverse Fast Fourier Transform*), para posteriormente modular en radiofrecuencia. En el receptor se realiza el proceso inverso, aplicando la Transformada Rápida de Fourier (FFT, *Fast Fourier Transform*) para recuperar los símbolos enviados. La técnica de transmisión OFDM introduce al comienzo de cada símbolo OFDM un intervalo de guarda llamado Prefijo Cíclico (CP, *Cyclic Prefix*) para mitigar la presencia de ISI [18] - [23].



La Técnica de Transmisión por Multitono Discreto (DMT, *Discrete Multitone Modulation*), es utilizada generalmente para transmisiones por cable. Esta modulación sigue los mismos principios que OFDM, cuya diferencia radica en la ausencia de un modulador en radiofrecuencia, es decir, DMT transmite la información en banda base. Esta técnica cuenta con una adaptación dinámica al canal de comunicaciones, lo cual se realiza identificando las condiciones del canal para realizar una distribución adaptativa de los bits en cada sub-portadora, basándose en el método *Water Filling* donde el número de bits y la potencia de cada tono se distribuye de acuerdo a la Relación Señal a Ruido (SNR, *Signal to Noise Ratio*) de cada sub-portadora [24], [25].

La Técnica de Transmisión por Amplitud de Cuadratura de Desplazamiento (OQAM, *Offset Quadrature Amplitude Modulation*), también llamada OFDM con desplazamiento QAM, se basa en la transmisión de símbolos QAM de desplazamiento<sup>2</sup>, utilizando un conjunto base diferente a la ventana rectangular [26], el proceso de transmisión se realiza por medio de la IFFT y siempre se utiliza un mapeo QAM.

Otra de las técnicas de transmisión multitono es el Banco de Filtros Modulado en Coseno (CMFB, *Cosine Modulated Filter Banks*), utilizada para la transmisión de datos de banda ancha a través de canales inalámbricos [27], donde se utiliza solo un conjunto base nombrado filtro prototipo y la función  $\beta(f_i)$  se convierte en una Transformada de Coseno Discreta (DCT, *Discrete Cosine Transform*). Las características específicas, como el diseño del conjunto base y el número de sub-bandas son variables y están dadas por las especificaciones requeridas en el sistema, en consecuencia, existen diferentes versiones de CMFB en la literatura y se convierte en la forma base de muchas otras técnicas de transmisión multitono [28].

La Técnica de Transmisión Multitono Filtrada (FMT, *Filtered Multitone Modulation*) comparte la premisa inicial de la técnica de transmisión multitono CMFB, sin embargo, la diferencia radica en que el conjunto base, en lugar de ser modulado con coseno, es desplazado mediante una exponencial [29], es decir, el desplazamiento en frecuencia representado por la función  $\beta(f_i)$  en este caso es una función exponencial.

---

<sup>2</sup> Símbolos QAM con sus componentes en fase y cuadratura separados, los cuales son enviados en instantes consecutivos de tiempo [34].



# CAPÍTULO 2

## 2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

La Metodología utilizada para la obtención del modelo de simulación se denomina Modelo Incremental [30], la cual tiene como objetivo un crecimiento progresivo. Por tanto, el proyecto está compuesto de una serie de incrementos o etapas vinculadas de forma que cada una suponga un avance con respecto a la anterior.

Cada incremento tiene como referencia el modelo en cascada, cuyas fases son: Requerimientos, Diseño, Implementación, Verificación y Mantenimiento. En el presente trabajo, las fases de mantenimiento y verificación se desarrollaron en conjunto como una sola fase denominada “Pruebas”, debido a que ésta consta de las pruebas de validación de los resultados del software implementado en cada uno de los 3 incrementos.

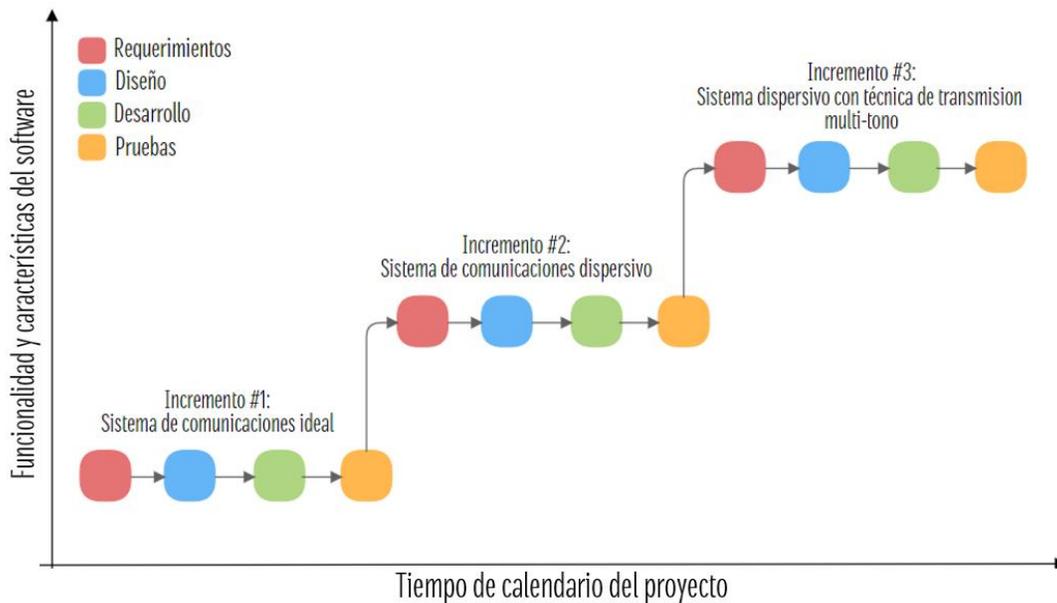


Figura 2.1. Modelo incremental [30].

En el presente trabajo de grado se implementa la metodología incremental con tres etapas o incrementos, tal como se muestra en la Figura 2.1.

En cada uno de los incrementos se simulará un sistema de comunicaciones digital diferente. En el primer incremento se desarrolla un sistema de comunicación AWGN, donde la única fuente de errores en la comunicación estará dada por el ruido; en el segundo incremento se simula un sistema de comunicaciones dispersivo, el cual además de tener presencia de ruido, tiene una respuesta en frecuencia variable sobre el ancho de banda que ocupa la señal transmitida; por



último, el tercer incremento simula un sistema con las mismas características del segundo incremento, donde la diferencia radica en la manera que se transmite la información, ya que en este último incremento se envía la información por medio de la técnica de transmisión multitono. En cada uno de los incrementos, el programa diseñado y simulado se le llamara simulador. Resaltando que las fases de diseño e implementación de cada incremento se realizaron en conjunto

En todos los incrementos se manejan dos sistemas de comunicación digital por separado. La única diferencia entre éstos será el tipo de modulación utilizado: en el primer sistema se emplea M- PAM<sub>PB</sub>; mientras que en el segundo sistema se emplea la modulación M-QAM.

## 2.1. SISTEMA DE COMUNICACIÓN AWGN

### 2.1.1. Requerimientos

Los requerimientos funcionales del simulador describen los procesos que se llevan a cabo sobre la señal de entrada para lograr en el receptor las salidas esperadas:

1. El sistema de comunicación AWGN debe contar con una fuente de información, modulador, canal, demodulador y destino.
2. Los bloques de modulación y demodulación se construirán para modulaciones M- PAM<sub>PB</sub> y M-QAM.
3. Se simulará el efecto del ruido que afectará la señal de información, con una varianza ajustada al valor de la relación  $E_b/N_0$  que se desea simular.
4. En el módulo receptor deben existir mecanismos para evaluar el desempeño del sistema.

### 2.1.2. Diseño e Implementación

*Variables de entrada:*

- Alfabeto: conjunto finito discreto que determina los posibles valores de los símbolos a transmitir.
- Relación energía de bit a densidad espectral de ruido ( $E_b/N_0$ ): determina la potencia de ruido que ingresa al canal de comunicaciones y afecta a la señal modulada.
- Características del pulso conformador: variables que permiten el diseño del filtro conformador de pulso, tales como el factor de roll-off ( $\vartheta$ ) y el factor de sobre muestreo.

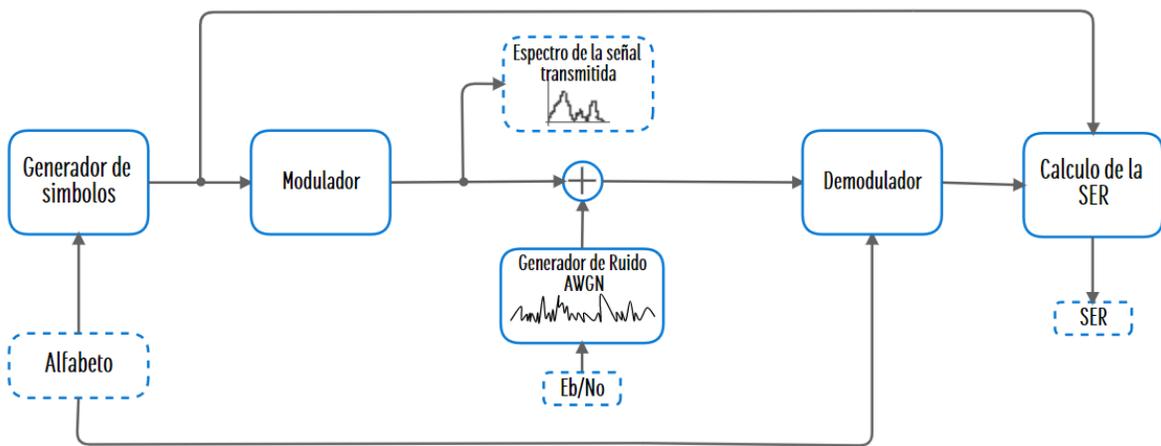
*Variables de salida:*

- Tasa de error de bit (BER): proporción de errores que se cometen en la comunicación.

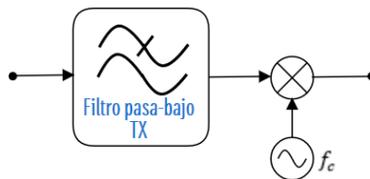


- Gráficos ilustrativos: permiten observar de forma gráfica el comportamiento de la señal en cualquier punto de la comunicación. Entre los más importantes se destaca el espectro de la señal, el cual permite visualizar el ancho de banda ocupado por ésta, y los diagramas de constelación en el receptor, los cuales permiten advertir la presencia de la ISI y el efecto del ruido.

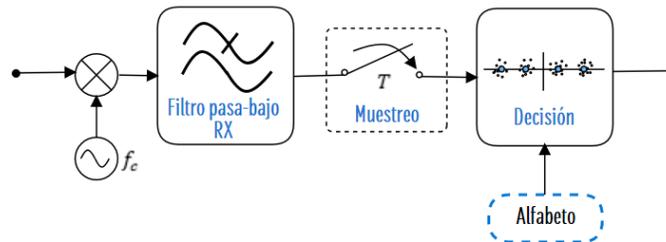
En la Figura 2.2a se expone el diagrama general del sistema AWGN, en donde se observan los módulos, las entradas y salidas correspondientes, los cuales serán desarrollados e implementados en la herramienta MATLAB, teniendo como base los lineamientos teóricos presentados en el capítulo 1, mientras que en las Figuras 2.2b y 2.2c se encuentra especificado los componentes de los bloques modulador y demodulador, respectivamente. En los siguientes párrafos se encuentra la descripción de cada uno de los módulos a implementar.



(a) Modelo general.



(b) Bloque Modulador.



(c) Bloque Demodulador.

Figura 2.2. Modelo del sistema de comunicación AWGN.



### Generador de símbolos:

- ✓ Entrada: Alfabeto.
- ✓ Salida: Símbolos a transmitir.

Los símbolos son generados de forma aleatoria según el alfabeto de entrada, i.e.  $\mathcal{A}$ , correspondientes a la modulación M-PAM<sub>PB</sub> o M-QAM. La secuencia de símbolos que sale del bloque generador tiene la forma matemática representada en la Ecuación 2.1.

$$S = \{S_k; k \in \mathbb{Z}\}, \text{ donde } S_k \in \mathcal{A}_{M-PAM} \text{ ó } S_k \in \mathcal{A}_{M-QAM}. \quad (2.1)$$

En las Figuras 2.3 y 2.4 se observan las constelaciones M-PAM<sub>PB</sub> y M-QAM que serán simuladas.

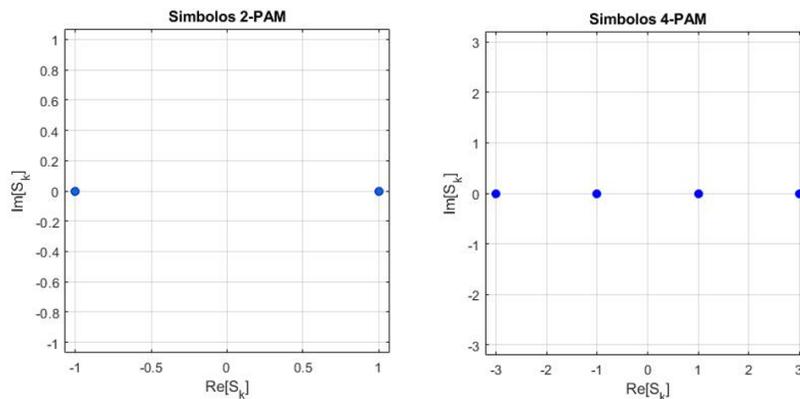


Figura 2.3. Modulaciones PAM<sub>PB</sub>.

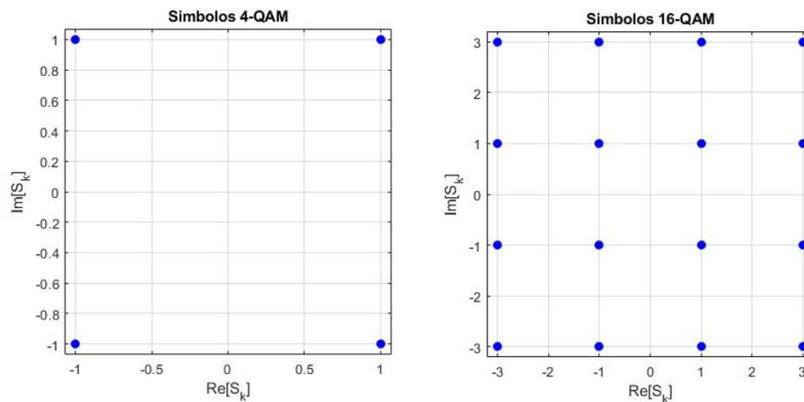


Figura 2.4. Modulaciones QAM.

### Modulador:

- ✓ Entrada: símbolos a transmitir.
- ✓ Salida: señal modulada.

En el bloque modulador, primero se representan los símbolos como impulsos, para luego pasarlos por un filtro conformador de pulsos tipo raíz cuadrada de coseno

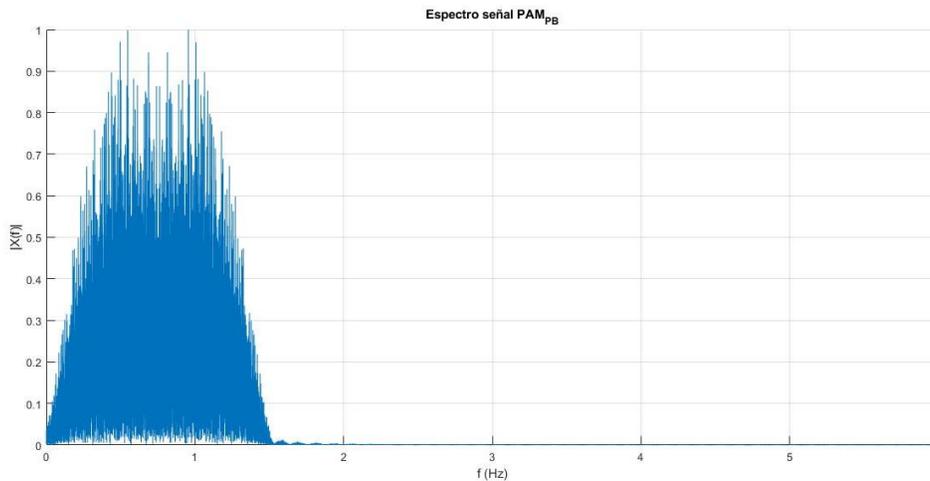


alzado, con un factor de roll-off de  $\vartheta = 0.5$  y un ancho de ventana equivalente a 8 periodos de símbolo, y finalmente se tiene una etapa adicional que consiste en la multiplicación de la señal resultante por una portadora sinusoidal.

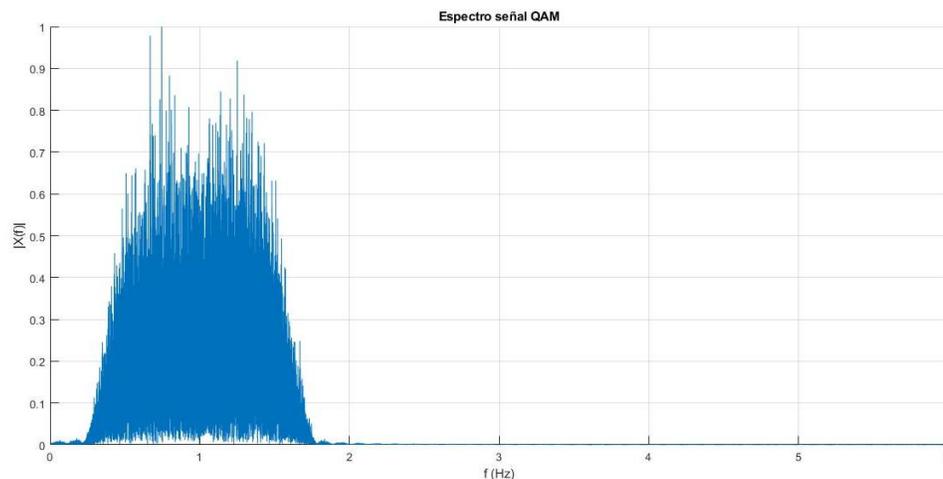
El ancho de banda ocupado por la señal transmitida para la modulación M-PAM<sub>PB</sub> y M-QAM, al asumir que la tasa de símbolo es  $R = 1$  baud, es:

$$\begin{aligned} B &= R(1 + \vartheta) \\ &= 1(1 + 0.5) \\ &= 1.5. \end{aligned} \tag{2.2}$$

El espectro de la señal enviada se encuentra ilustrado en las Figuras 2.5a y 2.5b, para las modulaciones M-PAM<sub>PB</sub> y M-QAM respectivamente, donde las magnitudes se encuentran en escala lineal normalizada.



(a) Modulación QAM.



(b) Modulación PAM<sub>PB</sub>.

Figura 2.5. Espectro señal transmitida.



### **Generador de ruido AWGN:**

- ✓ Entrada: Relación  $E_b/N_0$
- ✓ Salida: señal de ruido AWGN

Entendiendo que el ruido AWGN es un proceso estocástico, independiente de la señal transmitida, con una distribución normal de media cero y varianza  $\sigma^2$ . La primera tarea que se realiza en este bloque es generar una señal ( $U$ ) de números aleatorios con distribución normal estándar, de la misma longitud que la señal de información. La segunda tarea es asegurar que el ruido generado tenga una varianza acorde con la relación  $E_b/N_0$  del sistema. Para ello se define la desviación estándar de ruido, expresada matemáticamente de la siguiente forma [8]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{E_s}{2 (\log_2 M) \left(\frac{E_b}{N_0}\right)}}, \quad (2.3)$$

donde  $E_s$  es la energía promedio de símbolo,  $M$  es el tamaño de la constelación y  $E_b/N_0$  esta expresada en unidades lineales.

Finalmente, la expresión utilizada para simular el ruido del canal está dada por:

$$Z = \sigma U. \quad (2.4)$$

### **Demodulador:**

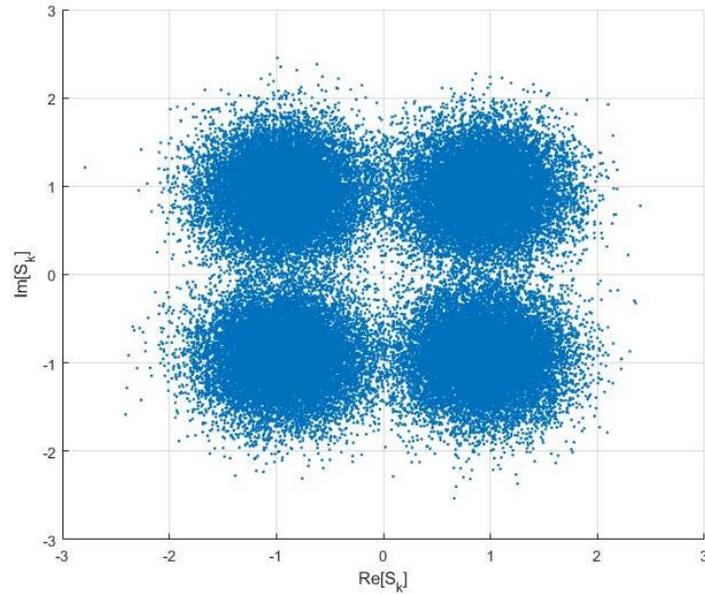
- ✓ Entradas: señal recibida contaminada con ruido, alfabeto.
- ✓ Salida: Símbolos recibidos.

Entre las etapas del bloque demodulador, se encuentra la multiplicación por la frecuencia portadora, el filtro acoplado y el dispositivo de decisión. Para lograr una óptima reconstrucción de la señal de información en la simulación, se tienen en cuenta dos consideraciones antes de la etapa de decisión:

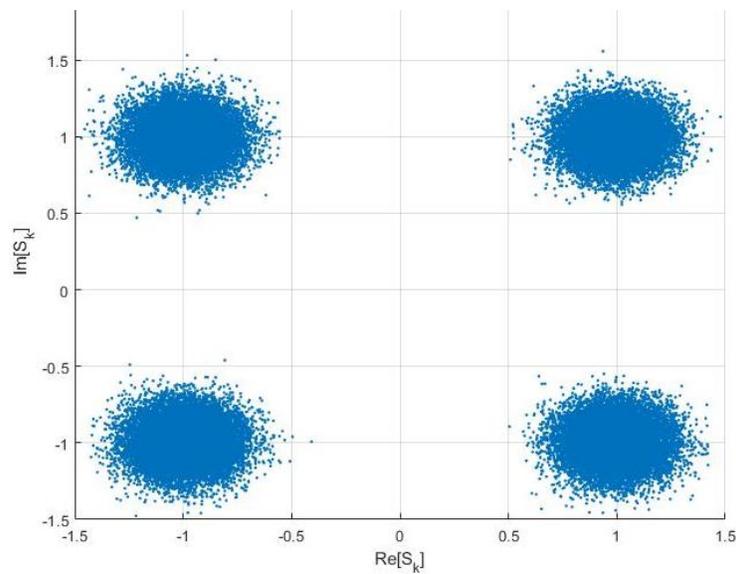
1. Tanto el filtro conformador de pulso como el filtro receptor son sistemas causales y presentan un transiente, por lo tanto, se debe considerar el retardo que esto causa en la señal. Dado que los filtros son de tipo raíz cuadrada de coseno alzado, con un ancho de ventana de 8 periodos de símbolo, se genera un desplazamiento temporal o retardo en la señal igual al ancho de ventana del filtro.
2. El canal de comunicaciones altera la energía de la señal de información, por lo tanto, en el receptor se lleva a cabo un proceso de normalización de amplitud para ajustar las muestras dentro de los umbrales de decisión correctos.



En la Figura 2.6 es posible observar gráficamente el efecto del ruido sobre la constelación perteneciente a la modulación 4-QAM, donde se verifica que entre mayor sea la relación  $E_b/N_o$ , menor dispersión se presenta en los símbolos recibidos, lo que conduce a una menor probabilidad de error en la decisión.



(a)  $E_b/N_o = 5$  dB.



(b)  $E_b/N_o = 15$  dB.

Figura 2.6. Constelación 4-QAM con ruido.

En la etapa de decisión, se utiliza la entrada *Alfabeto* para obtener una versión reconstruida de los símbolos originales, utilizando el criterio de decisión de mínima distancia.



### **Cálculo de la SER:**

- ✓ Entradas: símbolos recibidos, símbolos transmitidos.
- ✓ Salida: tasa de error de símbolo (SER).

En este bloque se calcula la tasa de error de símbolo (SER), comparando el vector que contiene a los símbolos recibidos con el vector de los símbolos transmitidos. Esta comparación se hace posición a posición con el fin de obtener el número de símbolos erróneos en la transmisión, los cuales son causados por el ruido AWGN.

Al asumir una constelación con codificación Gray, se puede relacionar la BER con la SER teniendo en cuenta el orden de la modulación, tal como se indica en la Ecuación (1.48).

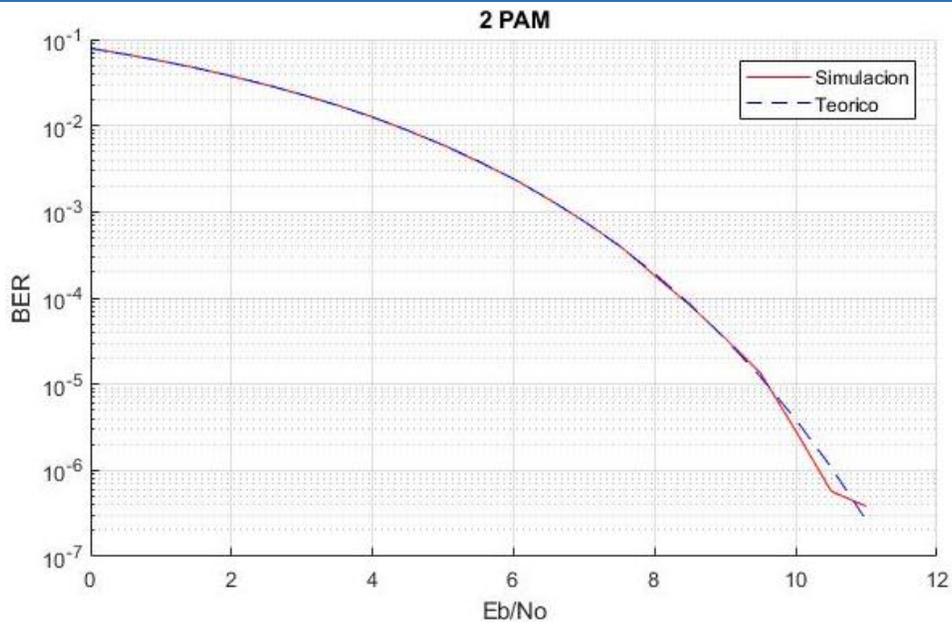
### **2.1.3. Pruebas de validación**

Después de corroborar el correcto funcionamiento del modulador y demodulador al realizar una simulación sin ruido y obtener cero errores, i.e. , una  $BER = 0$ ; se procede a comprobar que el bloque generador de ruido AWGN se encuentre implementado de forma correcta. Para ello se realiza un gráfico de desempeño BER vs  $E_b/N_o$  y se compara con el gráfico de la probabilidad de error teórica, para cada una de las modulaciones. El resultado esperado es una alta similitud entre ambas curvas.

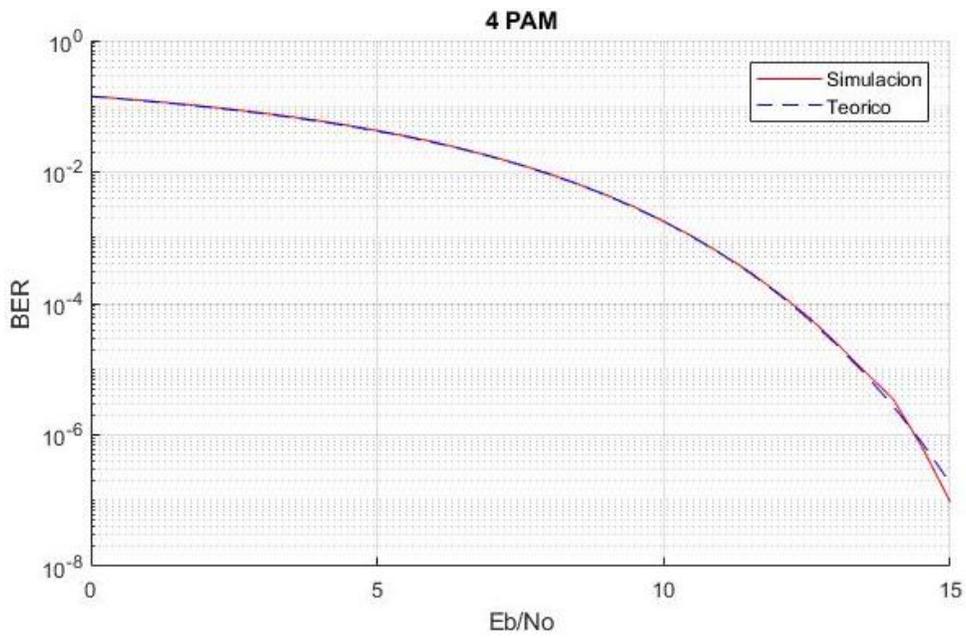
Para la realización de la curva BER vs  $E_b/N_o$ , los datos entregados por la simulación se procesan utilizando el método Montecarlo [31], donde se lleva a cabo un número determinado de simulaciones independientes, transmitiendo una gran cantidad de información, teniendo como entrada los símbolos generados de forma aleatoria. De esta forma, cada uno de los puntos de la gráfica corresponde al promedio de todos los valores arrojados en cada una de las simulaciones independientes.

Por otro lado, las fórmulas matemáticas que definen la probabilidad de error teórica para las modulaciones utilizadas en la simulación se encuentran expuestas en el anexo I.

En la Figura 2.12 es posible observar la comparación entre la curva teórica y la curva simulada para cada una de las modulaciones, constatando el correcto funcionamiento del bloque generador de ruido AWGN.

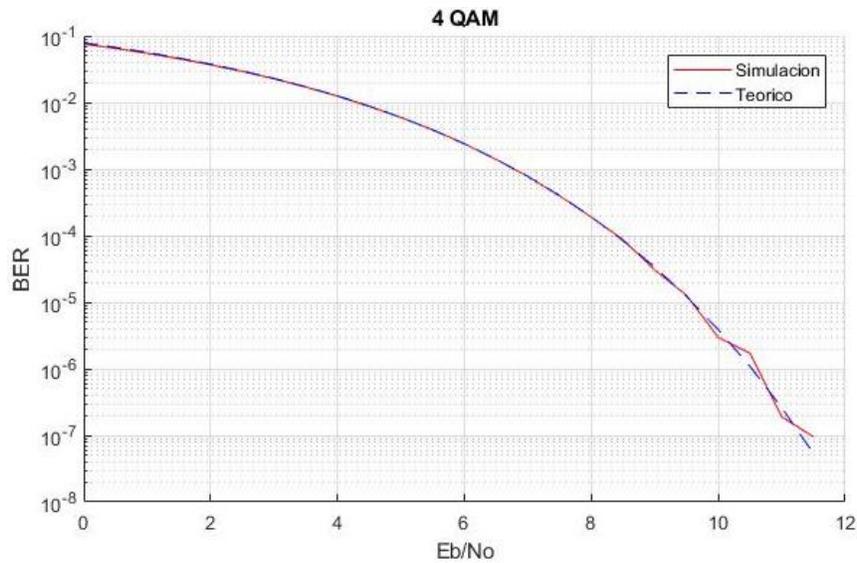


(a) 2-PAM<sub>PB</sub>.

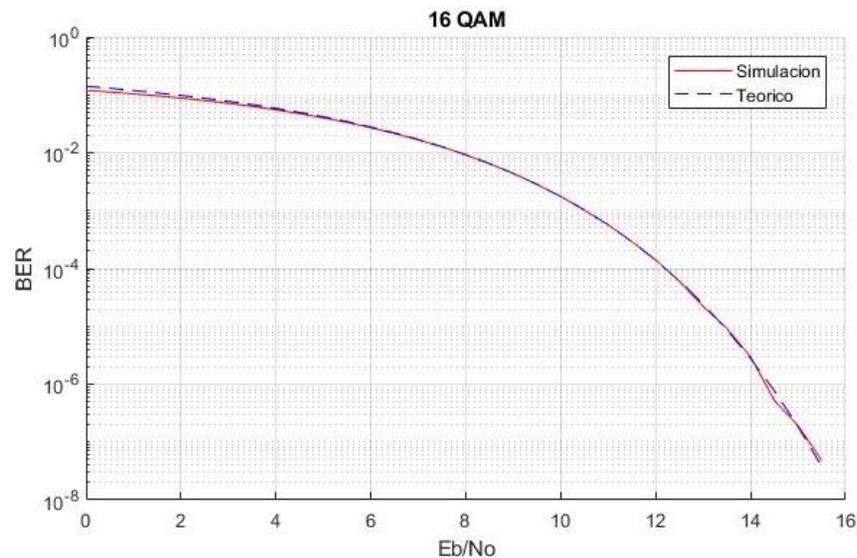


(b) 4-PAM<sub>PB</sub>.

Figura 2.7. Desempeño sistema AWGN.



(a) 4-QAM.



(b) 16-QAM.

Figura 2.8. Desempeño sistema AWGN.

## 2.2. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DISPERSIVO

### 2.2.1. Requerimientos

Los requerimientos funcionales del simulador desarrollado en el incremento 2 incluyen los requerimientos iniciales del sistema descritos en el incremento anterior, adicionando las siguientes condiciones:

1. El canal de comunicaciones debe introducir distorsión a la señal de información.
2. Ilustrar gráficamente los resultados del desempeño del sistema en cuanto a la BER.



## 2.2.2. Diseño e Implementación

*Variables de entrada:*

Las variables de entrada de este incremento corresponden a las mencionadas en el incremento 1, adicionando las características específicas del canal de comunicaciones para que éste introduzca distorsión.

En el presente incremento se realiza la simulación de un sistema de comunicación dispersivo, cuyo funcionamiento se describe en el diagrama de bloques de la Figura 2.9.

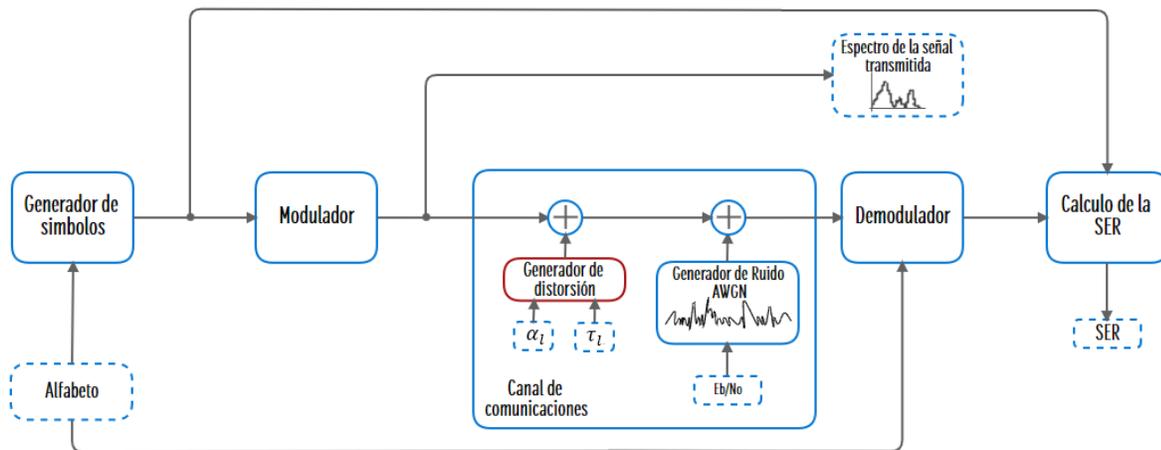


Figura 2.9. Modelo del sistema de comunicación dispersivo.

Como se observa en la Figura 2.9, el sistema dispersivo parte del sistema AWGN realizado en la Sección 2.1, donde los bloques modulador y demodulador, tanto para la modulación  $PAM_{PB}$  como QAM son los mismos de dicho incremento (Ver Figuras 2.2b y 2.2c) y la diferencia radica en el canal de comunicaciones, por ello, el objetivo de esta etapa es simular un canal con efecto dispersivo.

### 2.2.2.1. Diseño Canal de Comunicaciones

Para realizar la simulación de un canal dispersivo, se definen en primer lugar las características del mismo:

- El canal será invariante en el tiempo.
- El canal introducirá ruido AWGN a la señal.
- El canal tendrá una respuesta al impulso  $h(t)$  diferente al impulso, causante de la distorsión de la señal.

Una vez definidas las características, se tiene que el ruido introducido por el canal está modelado tal como se describe en la Sección 2.1.2, por lo tanto, el aspecto faltante en el diseño es la forma de onda que tendrá la respuesta al impulso  $h(t)$ .



Como se mencionó en la Sección 1.2, en la actualidad se tienen dos grandes grupos de canales de comunicación: canales alambrados y canales inalámbricos. A continuación, se hace un análisis para llevar a cabo la simulación de un canal dispersivo que abarque los tipos de canal descritos.

- **Canal dispersivo alambrado**

En los canales alambrados como el cable coaxial o par trenzado, el fenómeno de distorsión es causado por los elementos que lo componen y las limitaciones del ancho de banda que presentan este tipo de canales. Por ello la respuesta al impulso de este tipo de canales es generalmente estática en el tiempo, sin embargo, puede variar para diversos escenarios a pesar de que se esté utilizando el mismo tipo de cable, existiendo así una gran variedad de posibilidades para representar la forma de onda de la respuesta al impulso [1].

- **Canal dispersivo inalámbrico**

En una comunicación inalámbrica se envían las señales a través del espacio desde una antena transmisora hasta una antena receptora.

La señal es enviada a través del espacio, trayecto en el cual se tienen distintos obstáculos, tales como techos, postes, edificios, entre otros, provocando que a la antena receptora no llegue únicamente el rayo proveniente de la antena transmisora, sino otras versiones retardadas de la señal, productos de reflexiones y refracciones de la señal con dichos obstáculos, tal como se ilustra en la Figura 2.14, causando así el fenómeno conocido como *multitrayecto* [13].

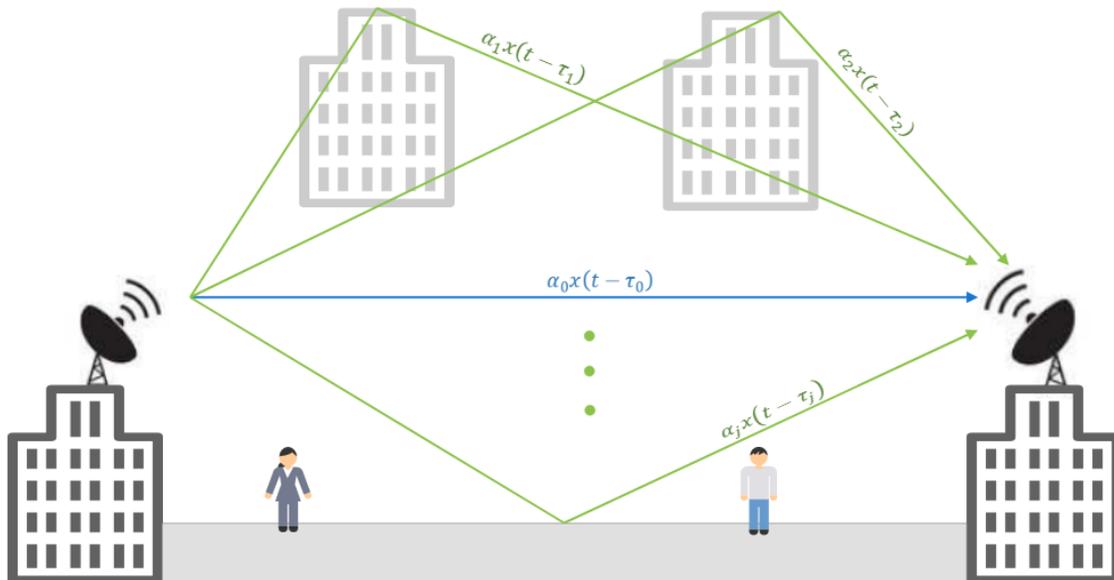


Figura 2.10. Multitrayecto en un canal inalámbrico.

Debido al multitrayecto en la antena receptora, se recibe una combinación de diversas señales con diferentes fases y amplitudes, lo cual puede ser benéfico o perjudicial para la recuperación de la información, puesto que las señales recibidas



pueden encontrarse en fase o en contrafase para cada caso respectivamente. Por lo tanto, a continuación, se realiza un análisis matemático para verificar si el efecto negativo del multitrayecto podría significar un efecto dispersivo del canal.

Se tiene que la salida de un canal AWGN, como el estudiado en la etapa 1, corresponde a la señal de entrada adicionando ruido, por consiguiente, al considerar multitrayecto, la salida del canal estaría dada por:

$$y(t) = x(t) + \sum_{l \neq 0} \alpha_l x(t - \tau_l) + z(t), \quad (2.5)$$

donde  $\sum_{l \neq 0} \alpha_l x(t - \tau_l)$  hace referencia a la sumatoria de todos los posibles rayos secundarios que llegarían a la antena receptora, notando que éstos son una réplica del rayo directo, i.e.,  $x(t)$ , afectados por la ganancia de trayecto ( $\alpha_l$ ) y por el retardo ( $\tau_l$ ) correspondiente. Cuando  $l = 0$ , no se presenta el efecto de multitrayecto.

La Ecuación 2.5 se puede expresar por medio de una convolución de la señal transmitida con la respuesta al impulso del canal, tal como se muestra en la Ecuación 2.6.

$$y(t) = x(t) * \delta(t) + x(t) * \sum_{l \neq 0} \alpha_l \delta(t - \tau_l) + z(t). \quad (2.6)$$

Por propiedad distributiva se obtiene lo mostrado en la Ecuación 2.7, donde se describe la salida del canal como una convolución entre la señal de entrada con el impulso proveniente del rayo directo y la suma de los impulsos atenuados y retardados de los rayos secundarios.

$$y(t) = x(t) * \left[ \delta(t) + \sum_{l \neq 0} \alpha_l \delta(t - \tau_l) \right] + z(t). \quad (2.7)$$

Así, la expresión para la salida del canal corresponde con la salida de un canal dispersivo, donde la respuesta al impulso es:

$$h(t) = \delta(t) + \sum_{l \neq 0} \alpha_l \delta(t - \tau_l). \quad (2.8)$$

Observando que la respuesta al impulso del canal es distinta a la función impulso y depende de la ganancia y retardo de los rayos secundarios, se dice que para los valores de  $\alpha_l$  y  $\tau_l$  adecuados (presentados en el bloque generador de distorsión), el canal multitrayecto introduce distorsión a la señal, catalogándose como un canal dispersivo.



Una vez comprobado que el fenómeno del multitrayecto genera una distorsión en la señal de información, se procede al desarrollo del mismo en la herramienta de simulación MATLAB.

### **Bloque generador de distorsión**

- ✓ Parámetros: señal de entrada, ganancia y retardo de multitrayecto.
- ✓ Salida: señales rayos secundarios.

La señal que sale de este bloque es la sumatoria de las versiones atenuadas y retrasadas de la señal continua de información. En el dominio del tiempo, dicha señal se expresa de la siguiente manera:

$$x_d(t) = \sum_{l \neq 0} \alpha_l x(t - \tau_l), \quad (2.9)$$

donde  $\alpha_l$  es la ganancia de trayecto y  $\tau_l$  el retardo del rayo  $l$ -ésimo.

La ganancia de trayecto depende de las condiciones de propagación del rayo, puesto que al transmitir la señal con potencia  $P_{tx}$ , cualquier versión recibida de dicha señal tendrá una potencia  $P_{rx}$  menor que la potencia de transmisión, debido a las pérdidas que se tienen, por lo tanto, si  $\alpha_l = 1$ , la señal transmitida tendrá la misma potencia que la señal recibida, representando un caso ideal, por el contrario, si  $\alpha_l = 0$ , la señal no llega al receptor puesto que su potencia se ha disipado en su totalidad, concluyendo:

$$0 \leq \alpha_l \leq 1. \quad (2.10)$$

Por otra parte, para establecer los valores de los retardos que deben tener los rayos secundarios para introducir distorsión, se parte de la señal de salida de un canal dispersivo expresada en la Ecuación (1.50), cuyo espectro está dado por:

$$Y(f) = X(f)H(f) + Z(f), \quad (2.11)$$

donde  $X(f)$  representa el espectro de la señal transmitida,  $H(f)$  la función de transferencia del canal y  $Z(f)$  es el espectro de ruido.

Se tiene que la respuesta al impulso está dada por la Ecuación (2.8), por lo tanto, la función de transferencia es:

$$H(f) = 1 + \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f \tau_l}. \quad (2.12)$$

Analizando solo un rayo secundario ( $\alpha_l = \alpha$ ), ( $\tau_l = \tau$ ), se tiene:

$$H(f) = 1 + \alpha e^{-j2\pi f \tau}$$



$$\begin{aligned}
 &= 1 + \alpha(\cos(2\pi f\tau) + j \sin(2\pi f\tau)) \\
 &= 1 + \alpha \cos(2\pi f\tau) + j\alpha \sin(2\pi f\tau).
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

La magnitud del espectro, en este caso, está dada por:

$$\begin{aligned}
 |H(f)| &= |1 + \alpha \cos(2\pi f\tau) + j\alpha \sin(2\pi f\tau)| \\
 &= \sqrt{(1 + \alpha \cos(2\pi f\tau))^2 + (\alpha \sin(2\pi f\tau))^2} \\
 &= \sqrt{1 + 2\alpha \cos(2\pi f\tau) + \alpha^2 \cos^2(2\pi f\tau) + \alpha^2 \sin^2(2\pi f\tau)} \\
 &= \sqrt{1 + 2\alpha \cos(2\pi f\tau) + \alpha^2}.
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

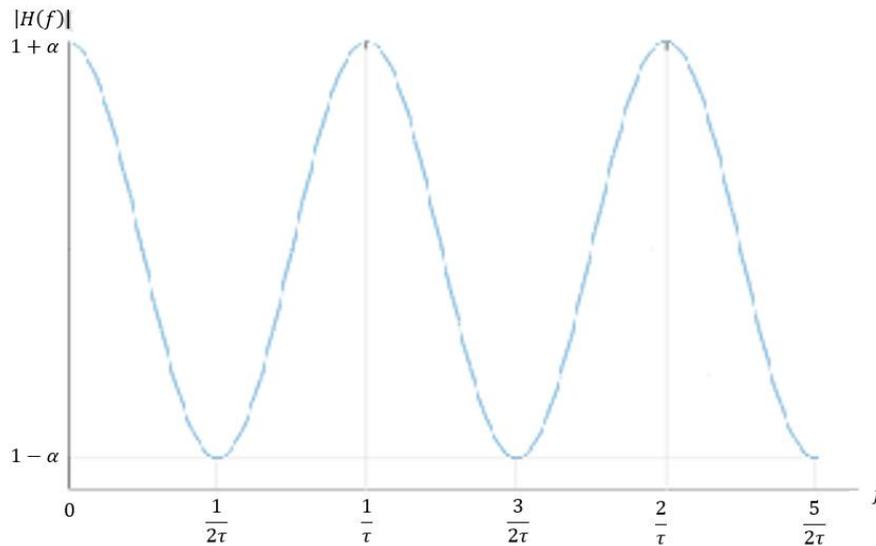


Figura 2.11. Función de transferencia canal.

Gráficamente la magnitud de la función de transferencia se observa en la Figura 2.11, cuyos máximos se obtienen cuando  $\cos(2\pi f\tau) = 1$ , es decir en  $f = n/\tau$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , se tiene:

$$\begin{aligned}
 \max[|H(f)|] &= \sqrt{1 + 2\alpha + \alpha^2} \\
 &= \sqrt{(1 + \alpha)^2} \\
 &= 1 + \alpha.
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

Por su parte los mínimos de la función de transferencia se dan cuando  $\cos(2\pi f\tau) = -1$ , es decir, en cada frecuencia  $f = (2n + 1)/2\tau$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , cuyo valor es:



$$\begin{aligned} \min[|H(f)|] &= \sqrt{1 - 2\alpha + \alpha^2} \\ &= \sqrt{(1 - \alpha)^2} \\ &= 1 - \alpha. \end{aligned} \tag{2.16}$$

Considerando un periodo de símbolo mucho mayor que el retardo del rayo secundario ( $T \gg \tau$ ), se obtiene lo mostrado en la Figura 2.12, donde se observa que la función de transferencia es prácticamente plana en el ancho de banda ocupado por la señal. Por lo tanto, cuando se tiene que  $T \gg \tau$ , el canal multitrayecto no produce distorsión, puesto que se comporta como un canal AWGN, introduciendo únicamente ruido a la señal.

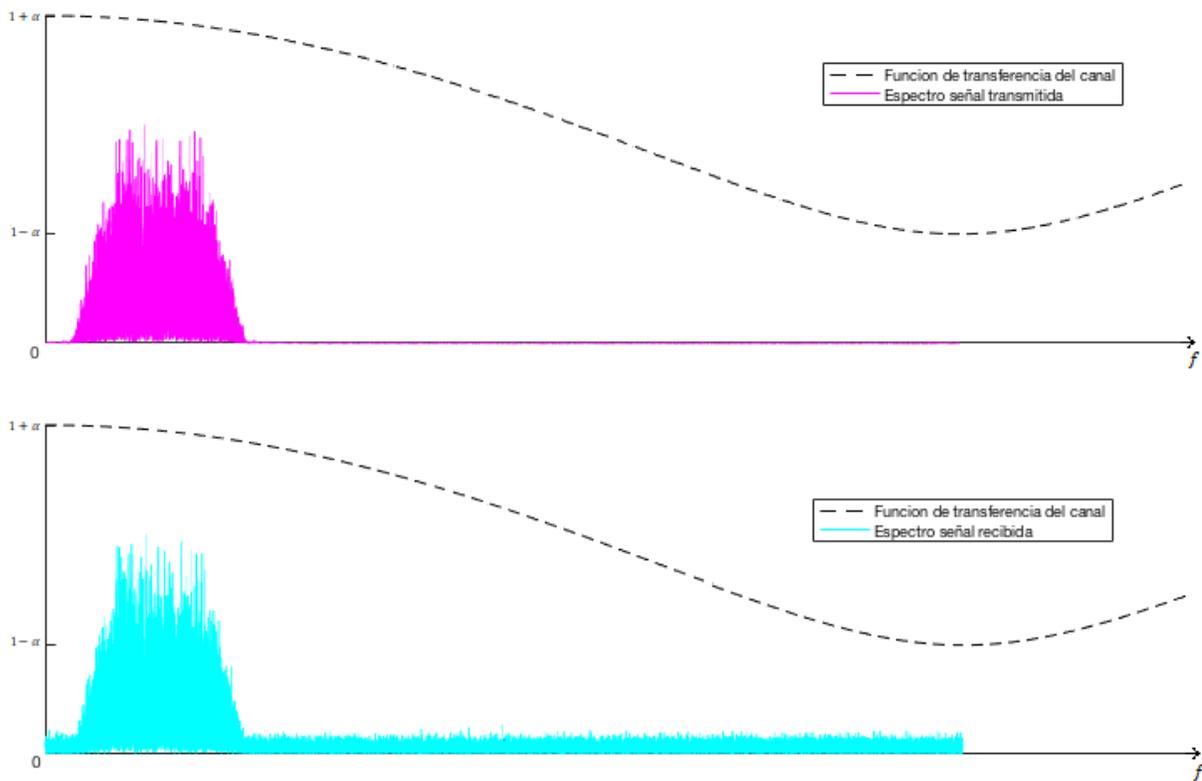


Figura 2.12. Espectro señal transmitida y recibida para un canal con  $T \gg \tau$ .

Por otra parte, considerando un periodo de símbolo comparable al retardo del rayo secundario, se obtiene lo mostrado en la Figura 2.13.

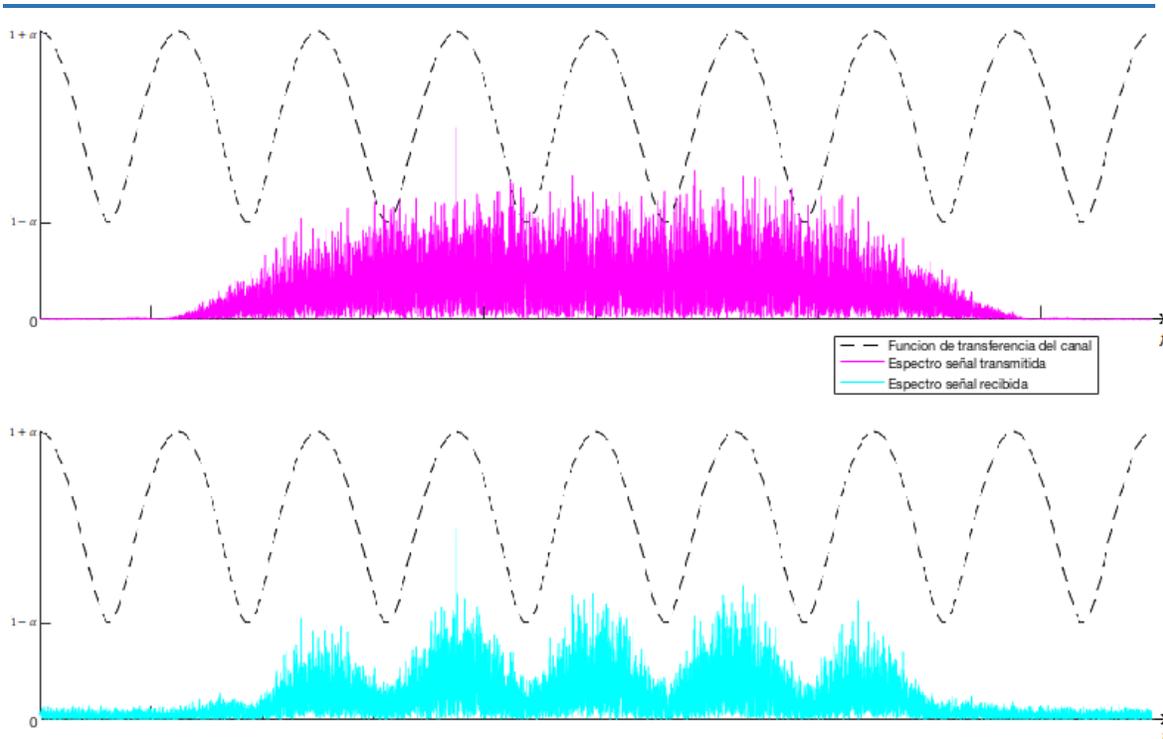


Figura 2.13. Espectro señal transmitida y recibida para un canal con  $\tau$  comparable a  $T$ .

Se observa que la respuesta en frecuencia en el ancho de banda que ocupa la señal de información no es plana, causando, una deformación en el espectro de la señal, además de introducir ruido AWGN, caracterizando así un canal dispersivo.

Concluyendo que para que el canal multitrayecto introduzca distorsión, se debe cumplir que el retardo de la señal sea comparable al periodo de símbolo.

### 2.2.3. Pruebas de validación

En las pruebas de este incremento se evalúa la probabilidad de error de símbolo en un canal dispersivo. Para ello se definieron dos escenarios donde los resultados expuestos se obtendrán utilizando el método de Montecarlo.

#### Escenario 1

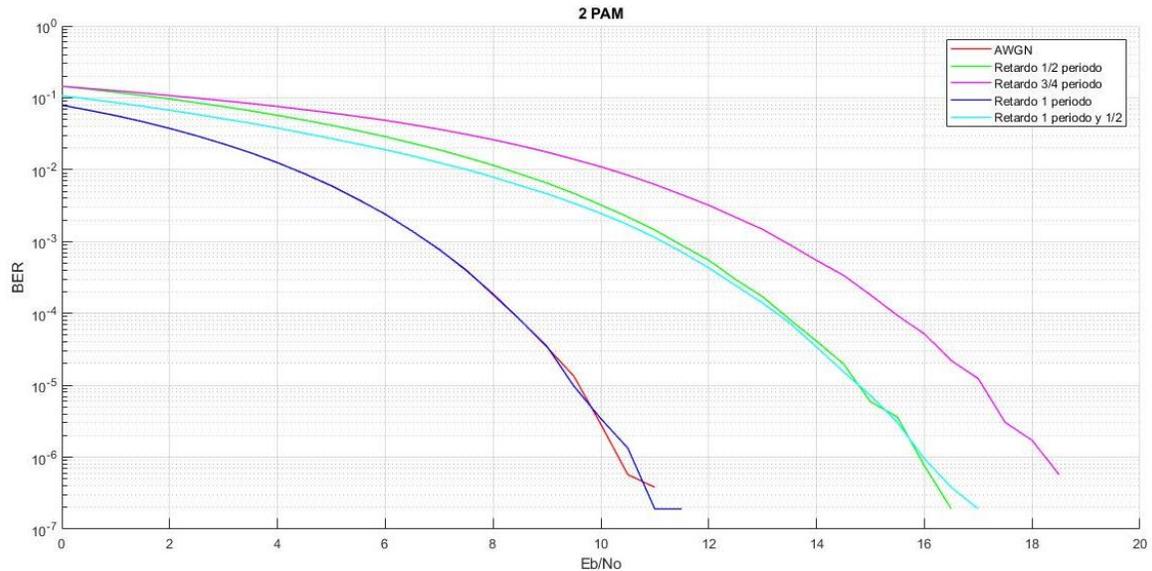
En este escenario se evalúa la BER que se presenta cuando el canal tiene un rayo principal con potencia normalizada, un rayo secundario con ganancia de trayecto de  $\alpha = 0.5$  y diversos retardos que cumplen con la condición de distorsión, teniendo como salida del canal:

$$y(t) = x(t) + \frac{x(t - \tau)}{2} + z(t). \quad (2.17)$$

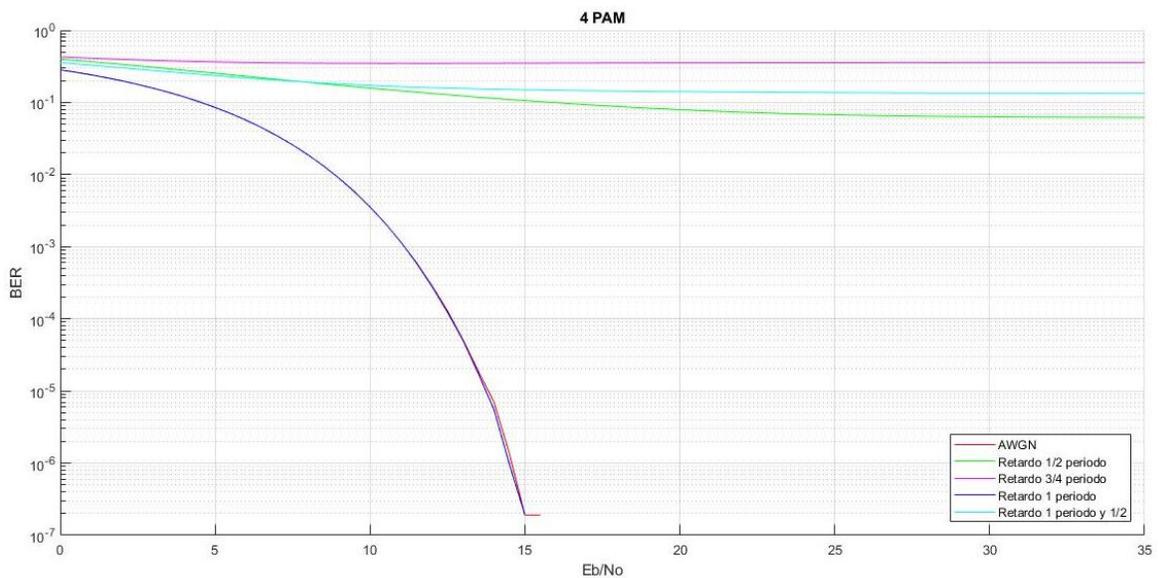
Se debe verificar que para el canal dispersivo la probabilidad de error en la comunicación sea mayor que la del canal AWGN, debido a la distorsión ocasionada por el multitrayecto, por ello, se compara con respecto a la BER obtenida en el



incremento 1, correspondiente a un canal AWGN, obteniendo lo mostrado en las Figuras 2.14a y 2.14b para la modulación  $PAM_{PB}$ .



(a) 2- $PAM_{PB}$ .



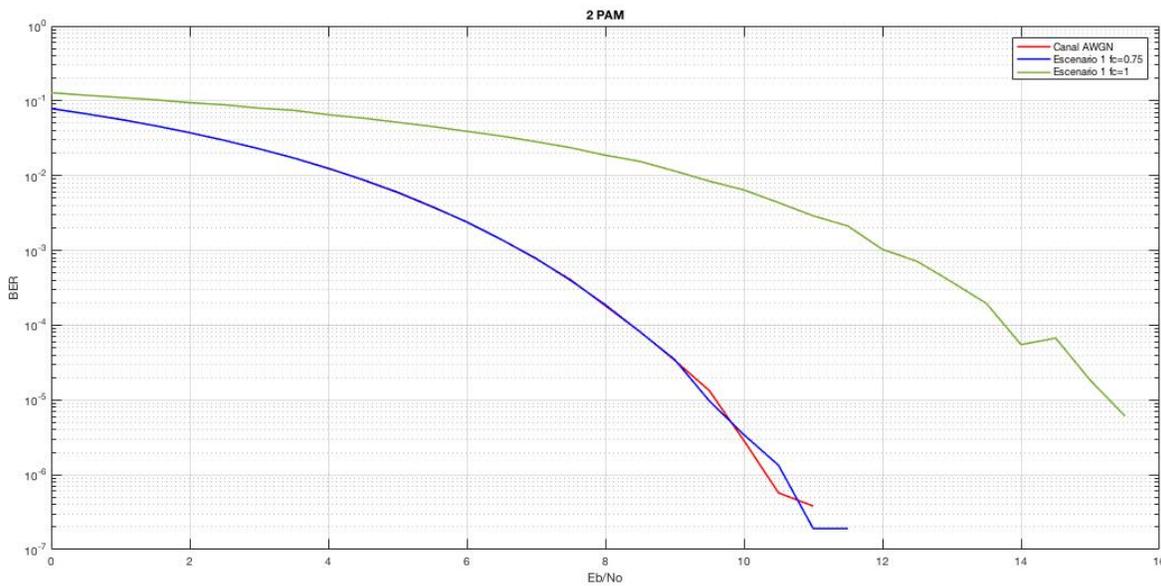
(b) 4- $PAM_{PB}$ .

Figura 2.14. Desempeño canal dispersivo modulación  $PAM_{PB}$  Escenario 1.

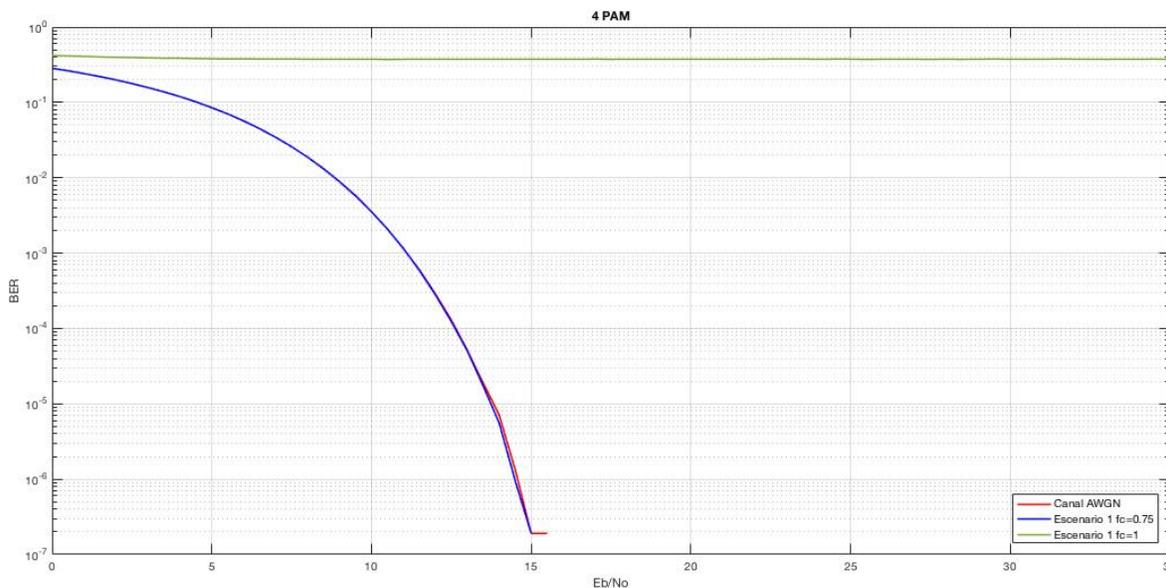
En la Figura 2.14 se observa que para la modulación  $PAM_{PB}$ , el comportamiento del canal AWGN representado por la línea roja, es idéntico al del canal dispersivo con un retardo de trayecto de un periodo de símbolo representado con la línea azul, esto se debe a que la distorsión no es el único fenómeno que influye en la ISI, también depende de la frecuencia portadora de la señal que determina la posición del espectro de la señal de información dentro del ancho de banda del canal.



Para comprobar el efecto de la frecuencia portadora de la señal en presencia de la ISI y del desempeño en cuanto a probabilidad de error del sistema, se realiza una simulación para el mismo escenario, pero remplazando la frecuencia portadora de la señal de información de  $0.75 \text{ Hz}$  a una frecuencia portadora de  $1 \text{ Hz}$ . Obteniendo un desempeño inferior con respecto al sistema  $\text{PAM}_{\text{PB}}$  modulado con una  $f_c = 0.75 \text{ Hz}$ , tal como se observa en las Figuras 2.15a y 2.15b, para la modulación 2- $\text{PAM}_{\text{PB}}$  y 4- $\text{PAM}_{\text{PB}}$ , donde la línea roja representa el canal AWGN, la línea azul el sistema con una frecuencia portadora de  $0.75 \text{ Hz}$  y la línea verde un sistema con una frecuencia portadora  $1 \text{ Hz}$ .



(a) 2- $\text{PAM}_{\text{PB}}$ .

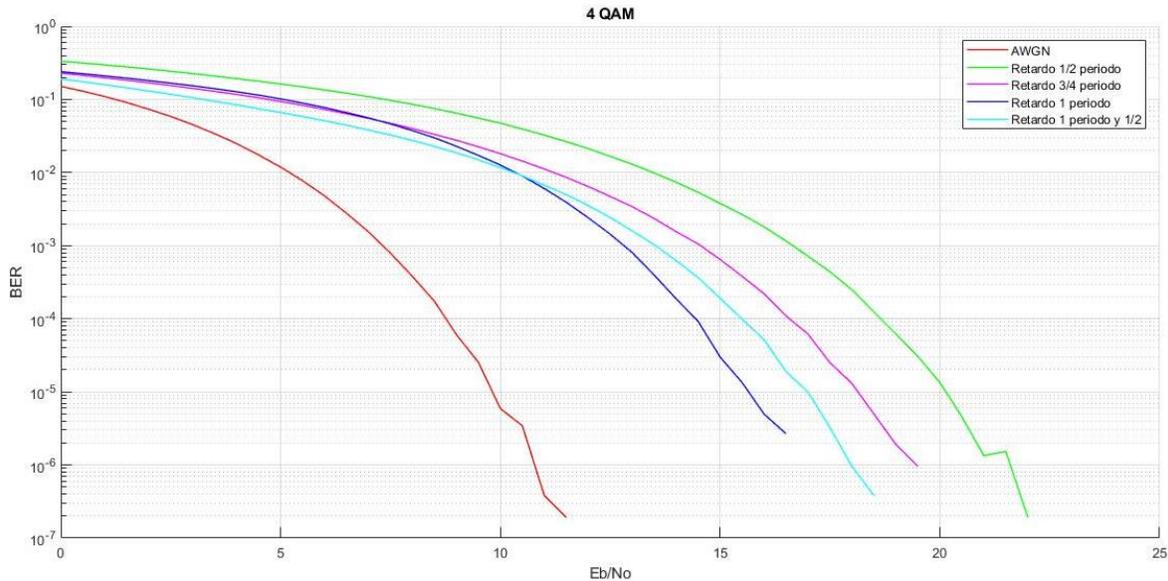


(b) 4- $\text{PAM}_{\text{PB}}$

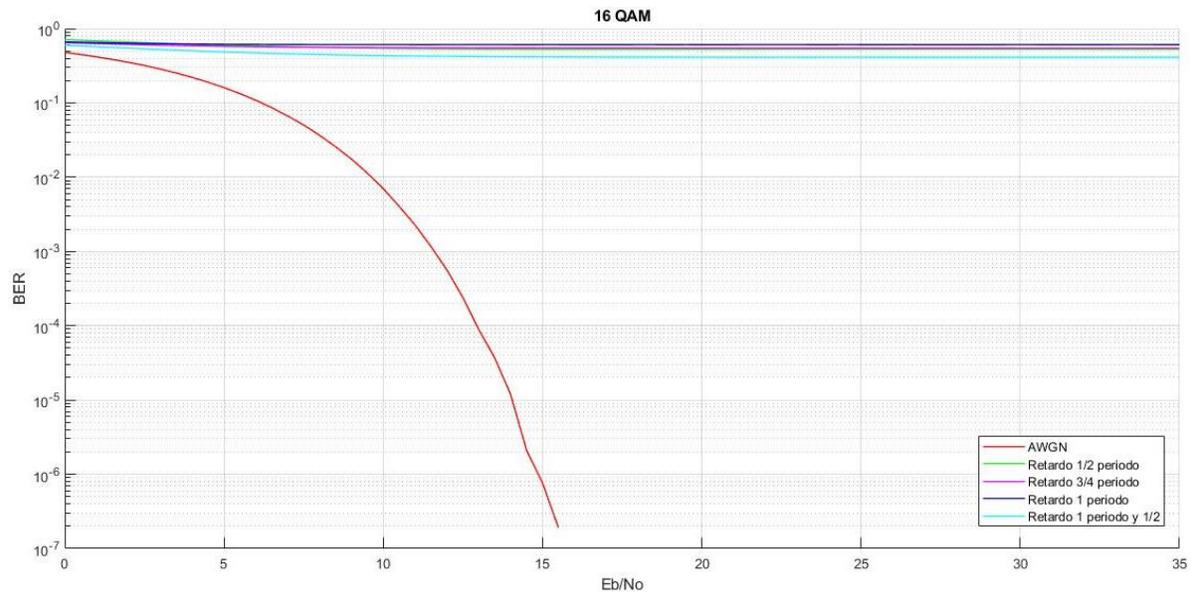
Figura 2.15. Desempeño canal dispersivo modulación  $\text{PAM}_{\text{PB}}$  con distintas frecuencias portadoras.



Para las pruebas de validación de la modulación QAM, se obtiene los resultados mostrados en las Figuras 2.16a y 2.16b.



(a) 4-QAM.



(b) 16-QAM,

Figura 2.16. Desempeño canal dispersivo modulación QAM en el Escenario 1.

Se observa que en las modulaciones PAM<sub>PB</sub> y QAM, para obtener una BER específica, el canal dispersivo requiere, en la mayoría de los casos, una mayor relación  $E_b/N_0$  que un canal AWGN, corroborando que se presenta una mayor cantidad de errores en un canal dispersivo. Además, se observa que el comportamiento de 4-PAM<sub>PB</sub> es similar a 16-QAM.

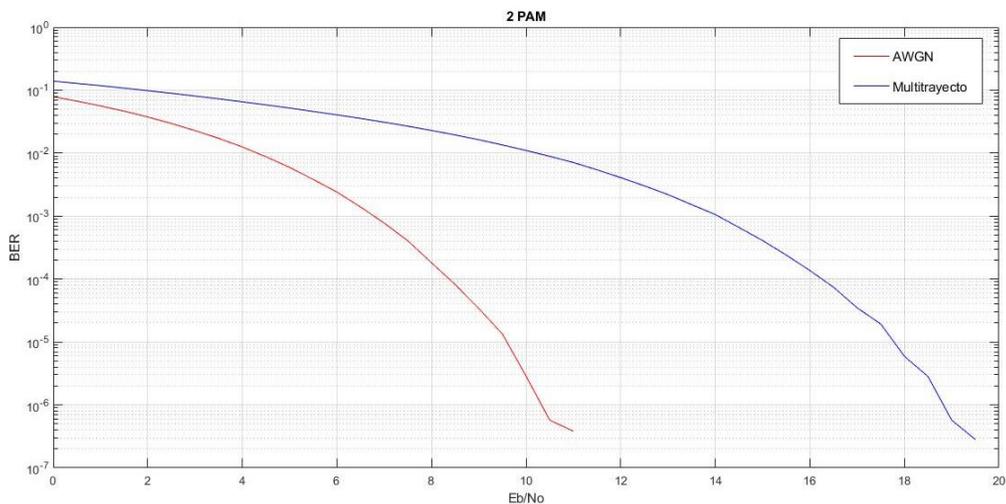


**Escenario 2**

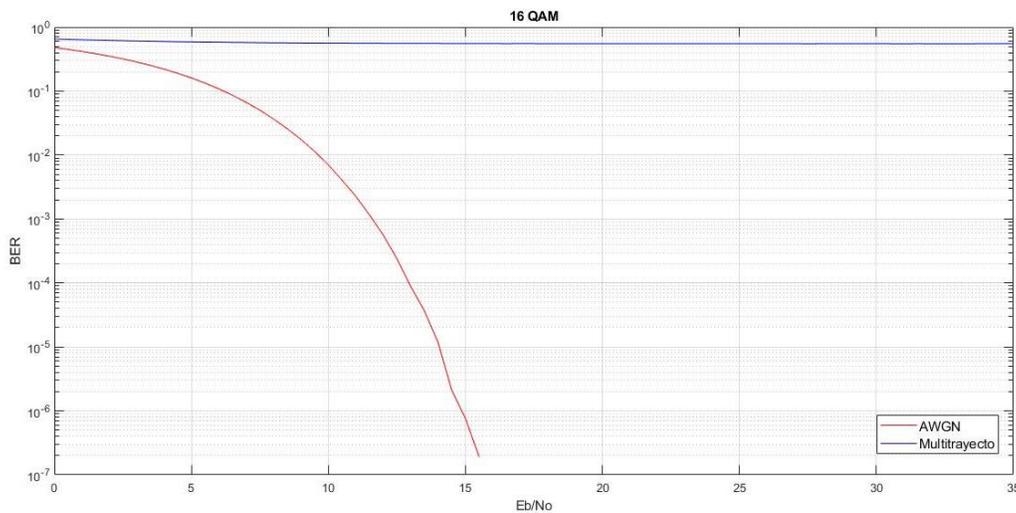
En este escenario se evalúa la BER que se presenta cuando el canal tiene un rayo principal con potencia normalizada y dos rayos secundarios, el primero con ganancia  $\alpha = 0.5$  y retardo  $3/4$  del periodo de símbolo, el segundo con  $\alpha = 0.25$  y un retardo de  $3/2$  del periodo de símbolo, teniendo como salida del canal:

$$y(t) = x(t) + \frac{x\left(t - \frac{3T}{4}\right)}{2} + \frac{x\left(t - \frac{3T}{2}\right)}{4} + z(t). \quad (2.18)$$

Como se observa en las Figuras 2.17a y 2.17b, el comportamiento de las curvas es similar al del escenario 1, donde para obtener una BER específica, el canal dispersivo requiere de una mayor relación  $E_b / N_0$  que un canal AWGN.



(a) 2-PAM<sub>PB</sub>

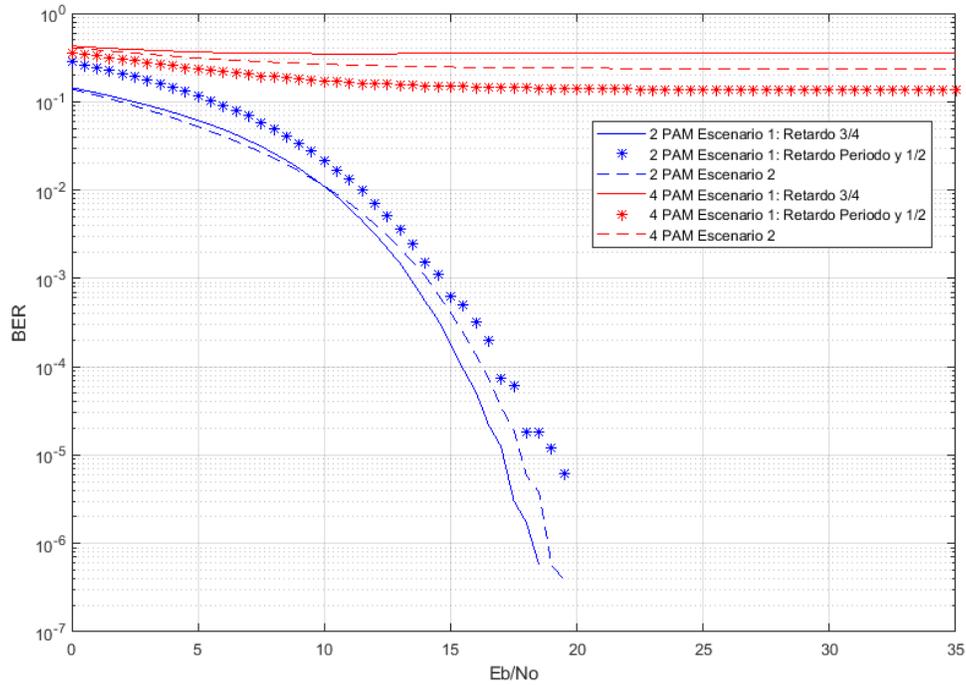


(b) 16-QAM.

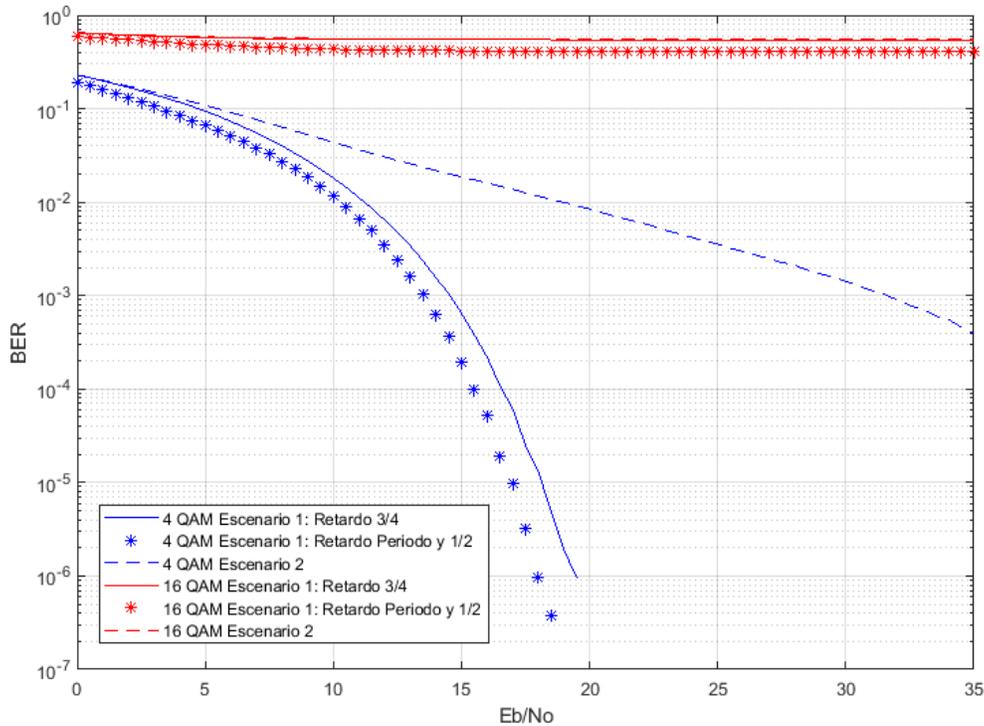
Figura 2.17. Desempeño canal dispersivo Escenario 2.



En el Escenario 2, debido a la presencia de otro rayo secundario, se presentan una mayor cantidad de errores para una  $E_b/N_0$  dada con respecto al Escenario 1, tal como se muestra en las Figuras 2.18a y 2.18b.



(a) Modulación PAM<sub>PB</sub>.



(b) Modulación QAM.

Figura 2.18. Desempeño canal dispersivo Escenario 1 Vs Escenario 2.



Después de analizar estos dos escenarios, se observa que la distorsión presentada en el canal dispersivo incrementa considerablemente la probabilidad de error en la comunicación, comparado contra un canal AWGN, por lo tanto, se comprueba por medio de la BER las consecuencias de la presencia de ISI en la transmisión de información, la cual es provocada por la distorsión del canal.

## **2.3. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DISPERSIVO CON TÉCNICA DE TRANSMISIÓN MULTITONO**

### **2.3.1. Requerimientos**

Los requerimientos funcionales del simulador de esta etapa incluyen los requerimientos descritos en la anterior etapa, adicionando:

1. El sistema debe enviar la información al canal de comunicaciones por medio de una técnica de transmisión multitono, dividiendo la señal de información en  $N$  tonos situados en la frecuencia portadora establecida para cada tono.

### **2.3.2. Diseño y Desarrollo**

En este incremento se implementa la técnica de transmisión multitono sobre un canal dispersivo.

*Variables de entrada:*

Las variables de entrada de ésta etapa corresponden a las mencionadas en la etapa 2, adicionando:

- Número de tonos o sub-portadoras ( $N$ ): Número entero mayor a uno que define la escala de la transmisión multitono.

Para el diseño del sistema multitono, se tienen en cuenta dos consideraciones:

1. El canal simulado tiene las propiedades de un medio inalámbrico.
2. Por motivos de comprensión y análisis, se opta por realizar una simulación del sistema multitono sin la utilización de las transformadas IFFT y FFT.

Por consiguiente, al tener en cuenta las diferentes técnicas de transmisión multitono presentadas en el capítulo 1, en la Sección 1.3.4, se decide diseñar el sistema teniendo como base el diagrama FMT, utilizando una señal sinusoidal como portadora de cada tono, similar al proceso que realiza la técnica CMFB, esto debido a la facilidad de emplear números reales que permitan el desplazamiento a pasa banda. Se descarta el uso de las técnicas OFDM, DMT y OQAM al utilizar las transformadas IFFT y FFT.

En la Figura 2.19 se puede observar el diagrama que describe el funcionamiento del sistema multitono, el cual es una versión del sistema dispersivo, en donde se agregan los bloques en transmisión, llamados “conversión serie a paralelo” y



“traslación a frecuencia portadora” y por consiguiente, en recepción también se adicionan los bloques de “conversión paralelo a serie” y “traslación a banda base”.

El objetivo de este incremento es diseñar y simular los bloques ya mencionados, permitiendo aplicar la técnica de transmisión multitono sobre el sistema.

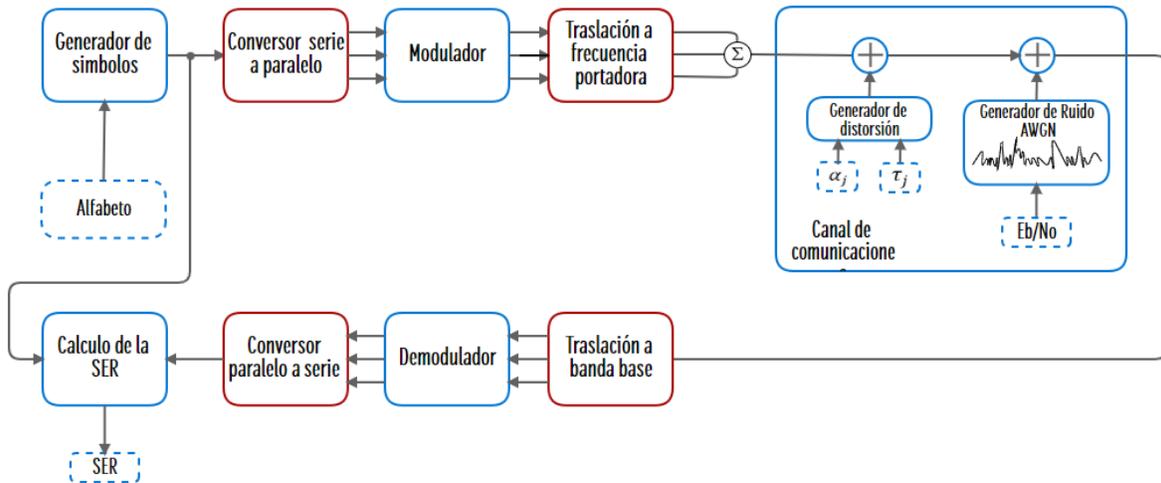


Figura 2.19. Modelo del sistema de comunicación dispersivo con técnica de transmisión multitono.

**Conversor serie a paralelo:**

- ✓ Parámetros: símbolos transmitidos.
- ✓ Salida: símbolos transmitidos distribuidos en  $N$  sub-flujos.

Los símbolos transmitidos ( $S_k$ ) son divididos en  $N$  sub flujos de forma intercalada, partiendo del primer símbolo disponible en la secuencia, para continuar con el correspondiente después de  $N - 1$  símbolos, teniendo siempre como punto de inicio para cada tono el símbolo en la posición  $i$ -ésima.

Considerando que se transmiten  $k = 12$  símbolos, los cuales serán separados en 3 portadoras, es decir,  $N = 3$ , la división se realiza tal como se muestra en la Figura 2.20, donde se observa que la portadora  $S_{k1}$  inicia desde el símbolo 1,  $S_{k2}$  desde el símbolo 2 y así sucesivamente. Además, entre dos símbolos consecutivos de cada sub-portadora existe un salto de  $N - 1$  símbolos de la señal original, en este caso 2.

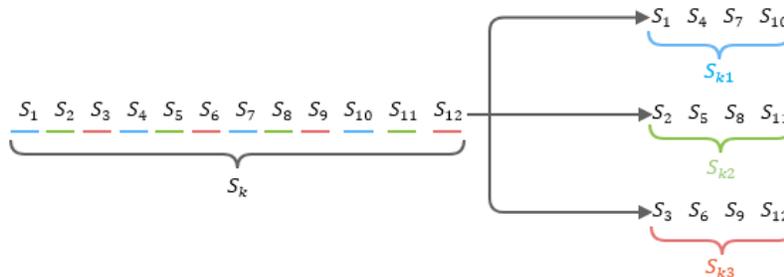


Figura 2.20. Conversión serie paralelo transmisión multitono.



La información que sale de este bloque son los  $N$  sub-flujos de símbolos, que al entrar al bloque modulador son procesados de forma independiente, tal como se describió en las anteriores etapas.

**Traslación a frecuencia portadora:**

- ✓ Entrada:  $N$  señales moduladas en banda base  $(x_i^{(bb)}(t))$ .
- ✓ Salida:  $N$  señales moduladas trasladadas a la frecuencia portadora correspondiente.

Este bloque es el encargado de posicionar cada una de las señales en su correspondiente frecuencia portadora. De esta manera, las  $N$  señales de salida, denotadas con  $x_i(t)$ , tienen la forma:

$$\begin{aligned} x_i(t) &= x_i^{(bb)}(t) \beta(f_i) \\ &= \text{Re}[x_i^{(bb)}(t)] \cos(2\pi f_i t) - \text{Im}[x_i^{(bb)}(t)] \text{sen}(2\pi f_i t). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Como observa en la Ecuación 2.19, se escoge una función sinusoidal para realizar el desplazamiento de frecuencia, la cual permite ubicar cada señal en la posición adecuada dentro del ancho de banda disponible, teniendo como parámetro de entrada las diferentes frecuencias portadoras.

Se debe encontrar el valor adecuado de la frecuencia portadora para cada uno de los  $N$  tonos, de tal forma que no se presente traslape entre tonos consecutivos. Para cumplir con lo anterior, es necesario tener en cuenta dos consideraciones principales:

- ✓ El ancho de banda que ocupa cada tono.
- ✓ El tipo de modulación a manejar (M-QAM o M-PAM<sub>PB</sub>).

Para encontrar el ancho de banda que ocupa cada tono o sub-flujo, se divide el ancho de banda total disponible para la transmisión entre los  $N$  tonos, tal como se muestra en la Ecuación 2.20.

$$B = \frac{R(1 + \vartheta)}{N}. \quad (2.20)$$

Seguidamente, se calcula la posición de cada tono, teniendo en cuenta la modulación utilizada.

Modulación M- PAM<sub>PB</sub>:

Al ser una modulación M-PAM<sub>PB</sub>, es posible distribuir cada tono alrededor de la frecuencia portadora, en este caso se estipula una  $f_c = 0$ , por lo tanto, el primer tono inicia en el origen del plano, y a partir este punto se posicionan las demás frecuencias portadoras, tal como se muestra en la Figura 2.21.

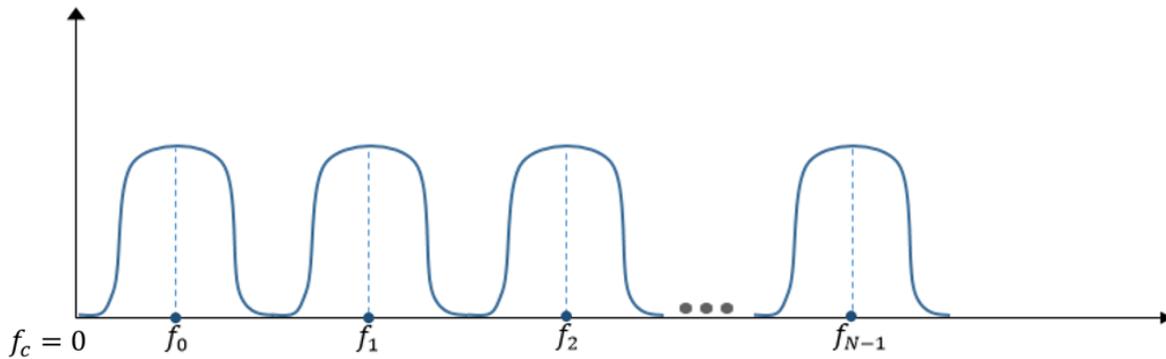


Figura 2.21. Distribución frecuencias multitono M-PAM<sub>PB</sub>.

Teniendo en cuenta el ancho de banda de cada tono y observando la Figura, se puede obtener la posición exacta de cada frecuencia portadora, así:

$$f_0 = \frac{R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.21)$$

$$f_1 = \frac{3R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.22)$$

$$f_2 = \frac{5R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.23)$$

Por lo tanto, la fórmula general que permite calcular matemáticamente la posición de cada portadora en la modulación M-PAM<sub>PB</sub>, y que será el parámetro de entrada de la función de desplazamiento en frecuencia, se presenta en la Ecuación 2.24.

$$f_i = \frac{(2i + 1)R}{2N}(1 + \vartheta), \quad i = 0, \dots, N - 1. \quad (2.24)$$

Modulación M-QAM:

Para la modulación M-QAM, los tonos están posicionados alrededor de la frecuencia portadora ( $f_c$ ), tal como se muestra en la Figura 2.22.

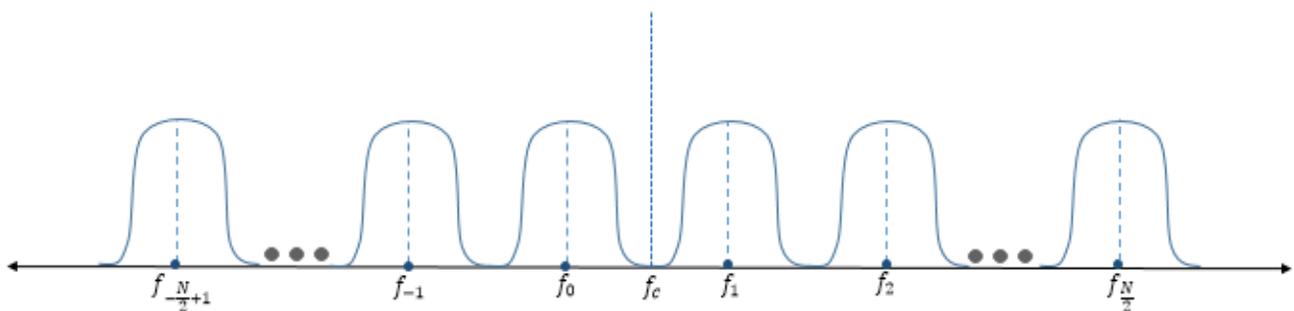


Figura 2.22. Distribución frecuencias portadora multitono M-QAM.



Teniendo en cuenta el ancho de banda de cada tono y observando la Figura, se puede obtener la posición exacta de cada frecuencia portadora, así:

$$f_{-1} = fc - \frac{3R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.25)$$

$$f_0 = fc - \frac{R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.26)$$

$$f_1 = fc + \frac{R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.27)$$

$$f_2 = fc + \frac{3R}{2N}(1 + \vartheta). \quad (2.28)$$

Por lo tanto, la fórmula general que permite calcular matemáticamente la posición de cada portadora en la modulación M-QAM, está dada por:

$$f_i = fc + \frac{(2i - 1)R}{2N}(1 + \vartheta), \quad i = -\frac{N}{2} + 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (2.29)$$

Después de posicionar cada sub-portadora en la frecuencia correspondiente, se realiza la sumatoria de las  $N$  señales  $x_i(t)$  y se envían por el canal dispersivo.

Para recuperar la señal en recepción, se realiza el proceso contrario al transmisor, lo que incluye la traslación a banda base y la demodulación de cada uno de los tonos.

Para el proceso de demodulación se debe tener en cuenta que la variable de decisión  $v_i$ , presentada en la Sección 1.3.2, depende de la constante  $C_i$  dada por la función de transferencia del canal en la frecuencia de la  $i$ -ésima portadora, por lo tanto, al simular el canal de comunicación dispersivo como un medio inalámbrico con multitrayecto, esta variable se expresa matemáticamente como:

$$\begin{aligned} v_{ki} &= \frac{u_{ki}}{C_i} \\ &= \frac{u_{ki}}{1 + \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f l \tau_l}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde la constante  $C_i$  representa la función de transferencia del canal dispersivo inalámbrico y está dada por  $1 + \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f l \tau_l}$ .

Posteriormente se realiza la conversión paralelo a serie:

### **Conversor paralelo a serie**

- ✓ Entrada:  $N$  símbolos transmitidos.
- ✓ Salida: flujo serial de datos.

Para la reconstrucción de la secuencia original se deben organizar los símbolos estimados de cada sub-portadora, para ello se lleva a cabo el proceso mostrado en



la Figura 2.23, donde se observa que la señal  $\hat{S}_k$  se reconstruye tomando los primeros símbolos de las  $N$  subportadoras, posteriormente los segundos de cada subportadora, y así sucesivamente hasta llegar al último símbolo.

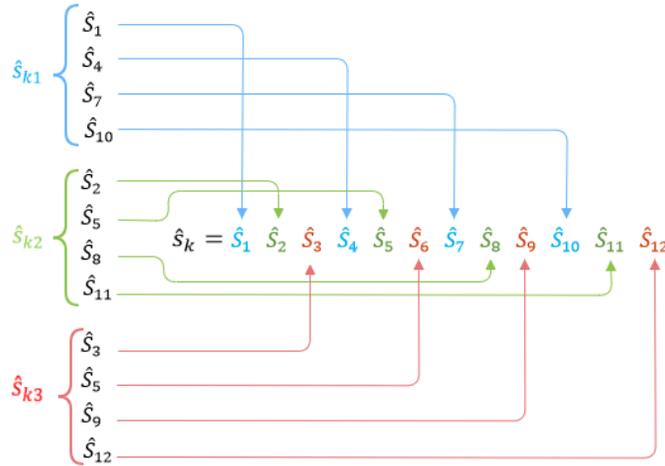
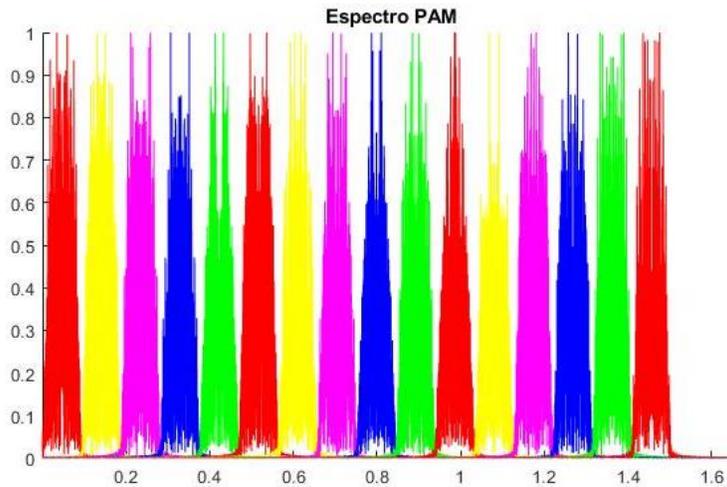


Figura 2.23. Conversión paralelo serie en receptor multitono.

### 2.3.3. Pruebas de validación

Para validar el funcionamiento de la técnica de transmisión multitono se debe garantizar en primer lugar que la asignación de frecuencias sea la correcta, para ello se observa el espectro de cada uno de los tonos transmitidos, con el objetivo de verificar que no se presente ninguna superposición entre ellos.

En las Figuras 2.24a y 2.24b se muestra el espectro de 16 tonos modulados en M-PAM<sub>PB</sub> y M-QAM respectivamente, los cuáles serán transmitidos por el canal de comunicaciones.



(a) Modulación PAM<sub>PB</sub>.

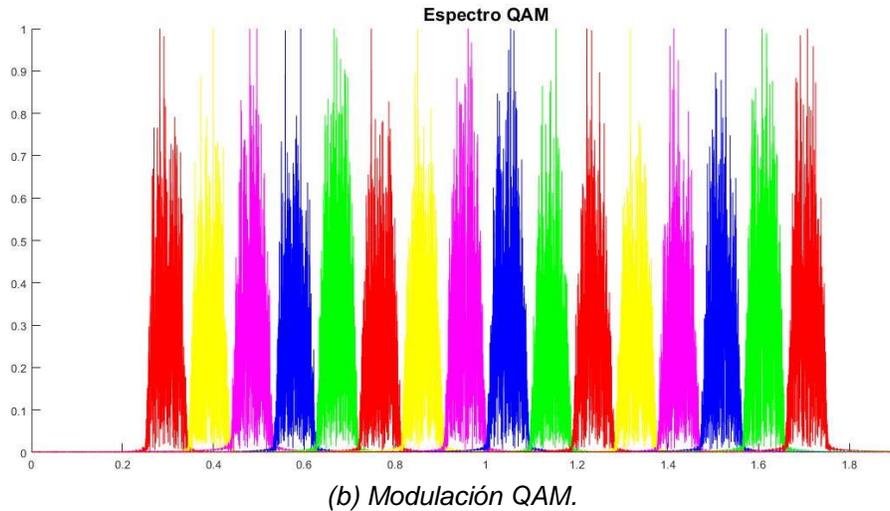


Figura 2.24. Espectro modulaciones con multitono.

Cabe resaltar que se conserva el mismo ancho de banda utilizado en el sistema de comunicación AWGN mostrado en la Figura 2.5, sin embargo, en el sistema con técnica de transmisión multitono, el ancho de banda que ocupa la señal de información está dado por el ancho de banda de las sub-portadoras utilizadas.

Para verificar numéricamente que la transmisión multitono no genera errores, debido a que no existe traslape entre los sub-espectros de la señal de información, se realiza una validación sobre un canal ideal, i.e., con ausencia de ruido y distorsión, obteniendo una  $BER = 0$ .



# CAPÍTULO 3

## 3. PRUEBAS Y RESULTADOS

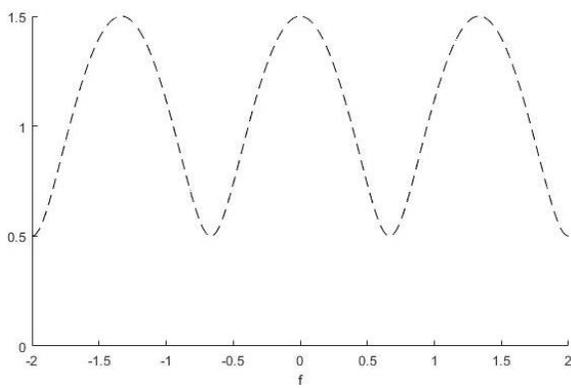
Este capítulo tiene como finalidad mostrar los resultados obtenidos en el presente trabajo de grado. Los primeros resultados exponen la comparación entre los sistemas de portadora única y multitono en cuanto al desempeño de la probabilidad de error en función de la relación energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido ( $E_b/N_o$ ), y la eficiencia espectral. Los segundos resultados presentan un análisis del desempeño de un sistema que emplea la técnica de transmisión multitono variando algunos parámetros característicos tales como: número de tonos y técnica de modulación. Por último, se describe el análisis realizado para la obtención de una Ecuación aproximada para la probabilidad de error en un sistema que emplea la técnica de transmisión multitono sobre canal dispersivo.

### 3.1. COMPARACIÓN DE DESEMPEÑO SISTEMA DE PORTADORA ÚNICA VS MULTITONO

En esta sección se presentan las pruebas y resultados obtenidos al simular las etapas presentadas en el Capítulo 2, comparando el desempeño de la técnica de transmisión multitono frente a un sistema de portadora única.

Las pruebas se realizan para tres escenarios o canales dispersivos con características distintas. En la tabla 3.1 se observan las propiedades de cada escenario y su función de transferencia respectiva.

Tabla 3.1. Descripción escenarios de simulación.

Escenario 1		
Nº rayos secundarios	1	<p>Función de transferencia</p>  $H(f) = 1 + \frac{1}{2} e^{-j2\pi f \left(\frac{3T}{4}\right)}$
Retardo	$\tau = \frac{3T}{4}$	
Ganancia de trayecto	$\alpha = 0.5$	



<b>Escenario 2</b>		
Nº rayos secundarios	1	Función de transferencia
		$H(f) = 1 + \frac{1}{2} e^{-j2\pi f \left(\frac{3T}{2}\right)}$
Retardo	$\tau = \frac{3T}{2}$	
Ganancia de trayecto	$\alpha = 0.5$	
<b>Escenario 3</b>		
Nº rayos secundarios	2	Función de transferencia
		$H(f) = 1 + \frac{1}{2} e^{-j2\pi f \left(\frac{3T}{4}\right)} + \frac{1}{4} e^{-j2\pi f \left(\frac{3T}{2}\right)}$
Retardo	$\tau_1 = \frac{3T}{4}$	
	$\tau_2 = \frac{3T}{2}$	
Ganancia de trayecto	$\alpha_1 = 0.5$	
	$\alpha_2 = 0.25$	

Se realizan simulaciones para sistemas multitono con 8, 16, 32 y 64 tonos, sin embargo, en el siguiente apartado dedicado a la comparación entre técnicas de transmisión se muestran únicamente los resultados del sistema multitono con 8 y 32 tonos. Los demás resultados se consignan en el anexo A.



### 3.1.1. Sistema de Comunicación con Modulación $PAM_{PB}$

#### 3.1.1.1. Desempeño Probabilidad de Error

Cada gráfico de desempeño contiene siete curvas, donde las líneas continuas representan los sistemas que utilizan una técnica de transmisión de portadora única, mientras que las líneas punteadas corresponden a los sistemas con técnica de transmisión multitono. Los tres escenarios expuestos anteriormente se representan con colores, donde curva color negro representa el comportamiento de un canal AWGN, las curvas de color rojo pertenecen al “Escenario 1”, las de color azul al “Escenario 2” y las curvas de color verde corresponden al “Escenario 3”. Se presentan dos casos donde varía el número de tonos utilizado en la técnica de transmisión multitono, el primer caso con 8 tonos y el segundo con 32 tonos.

- Sistema multitono con 8 tonos

En las Figuras 3.1 y 3.2, es posible observar las curvas de  $BER$  vs  $E_b/N_o$  para la modulación 2- $PAM_{PB}$  y 4- $PAM_{PB}$  respectivamente.

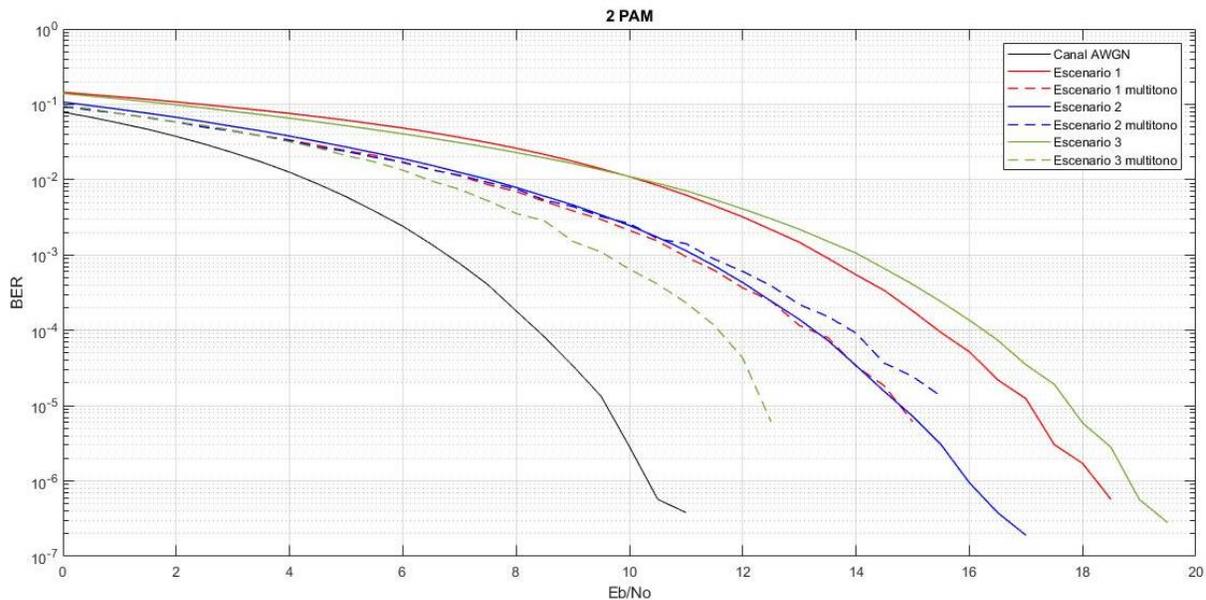


Figura 3.1. Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 2- $PAM_{PB}$ .

En la Figura 3.1 se observa que al modular en 2- $PAM_{PB}$  y utilizar la técnica de transmisión multitono, los escenarios 1 y 3 evidencian una mejora en el desempeño frente al sistema que utiliza una transmisión con portadora única, mientras que para el “Escenario 2” no es posible percibir dicha mejora, manteniendo un comportamiento similar en las dos técnicas de transmisión.



La mejora en el desempeño presente en los dos escenarios, puede evidenciarse de forma numérica por medio de la ganancia de procesamiento<sup>3</sup>. Así, cuando la probabilidad de error ( $BER$ ) es de  $10^{-4}$ , los escenarios 1 y 3 presentan una ganancia de procesamiento de aproximadamente  $2.3\text{ dB}$  y  $4.8\text{ dB}$  respectivamente.

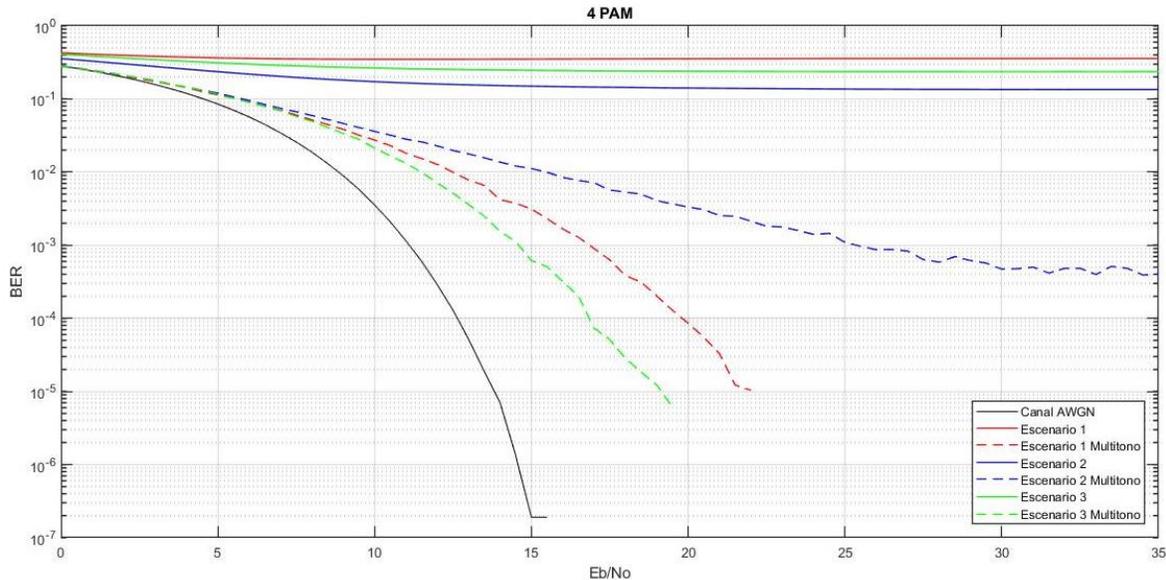


Figura 3.2. Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 4-PAM<sub>PB</sub>.

En la Figura 3.2 se observa que al utilizar una modulación 4-PAM<sub>PB</sub> y una técnica de transmisión de portadora única, es imposible obtener una probabilidad de error menor o igual a  $10^{-1}$  para cualquiera de los tres escenarios.

Al emplear la técnica de transmisión multitono en cada uno de los escenarios, se obtiene una ganancia de procesamiento infinita para cualquier probabilidad de error que se encuentre por debajo de  $10^{-1}$ .

- Sistema multitono con 32 tonos

En las Figuras 3.3 y 3.4, se encuentran las curvas de  $BER$  vs  $E_b/N_o$  para la modulación 2-PAM<sub>PB</sub> y 4-PAM<sub>PB</sub> respectivamente, pero esta vez utilizando 32 tonos para la técnica de transmisión multitono (líneas punteadas).

<sup>3</sup> Ganancia de procesamiento: diferencia en decibelios de la  $E_b/N_o$  necesaria para alcanzar una  $BER$  determinada en un sistema con y sin técnica de transmisión multitono, empleando el mismo esquema de modulación y el mismo canal de comunicación.

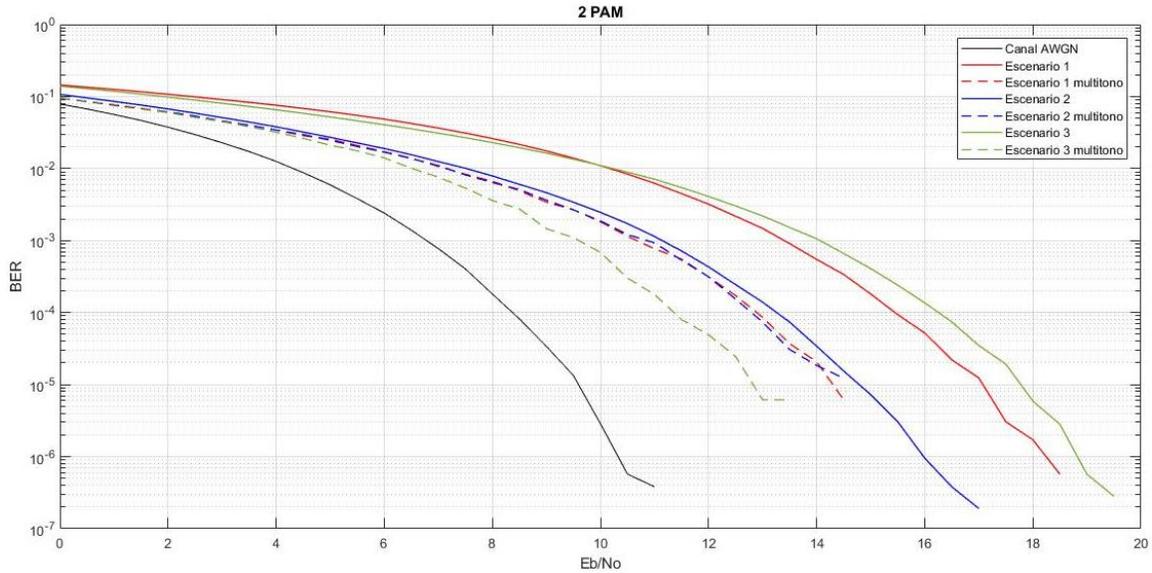


Figura 3.3. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 2-PAM<sub>PB</sub>

En la Figura 3.3 se observa que al modular en 2-PAM<sub>PB</sub> y utilizar la técnica de transmisión multitono, es posible evidenciar en todos los escenarios una mejora en el desempeño frente al sistema que utiliza una transmisión con portadora única. La ganancia de procesamiento para obtener una BER de  $10^{-4}$  es de aproximadamente 2.6 dB, 0.5 dB y 4.8 dB para los escenarios 1, 2 y 3 respectivamente.

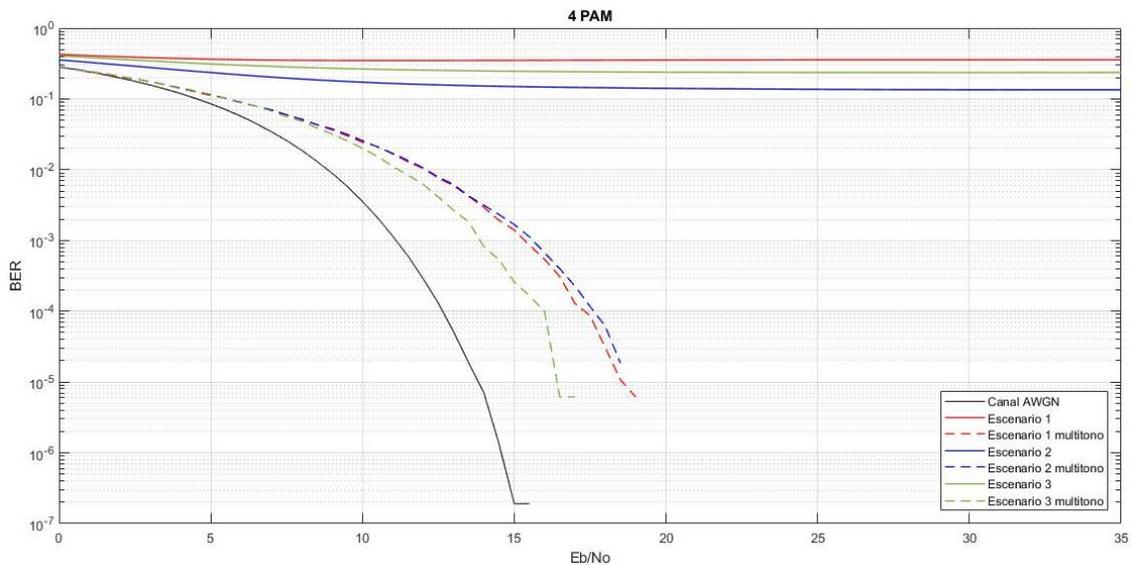


Figura 3.4. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 4-PAM<sub>PB</sub>.

En la Figura 3.4, se observa que al emplear una modulación 4-PAM<sub>PB</sub> y la técnica de transmisión multitono, en cada uno de los escenarios se obtiene una ganancia de procesamiento infinita para cualquier probabilidad de error que se encuentre por debajo de  $10^{-1}$ . Logrando que en todos los escenarios la BER converja asintóticamente a cero.



Adicionalmente, en las Figuras 3.1 a 3.4 se observa una mejora en el desempeño en los escenarios de un canal dispersivo al utilizar una técnica de transmisión multitono, sin embargo, no es posible alcanzar el desempeño de un canal AWGN.

### 3.1.1.2. Eficiencia Espectral

La eficiencia espectral representa la cantidad de información que se puede transmitir por unidad de ancho de banda. Se define como la relación entre la tasa de transmisión de datos, medida en bits por segundo (bps, *Bits per Second*) y el ancho de banda<sup>4</sup> utilizado en transmisión, medido en Hz, donde es deseable que dicha relación sea lo más grande posible para hacer un uso eficiente del espectro. De esta forma:

$$\rho = \frac{R_b}{B}, \quad (3.1)$$

donde el ancho de banda utilizado por la modulación PAM<sub>PB</sub> en un sistema con técnica de transmisión multitono es el mostrado en la Figura 3.5.

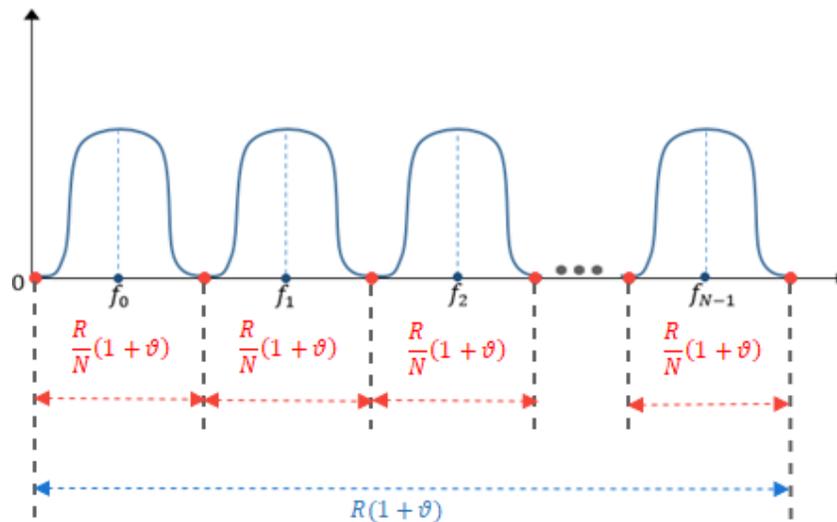


Figura 3.5. Ancho de banda modulación PAM<sub>PB</sub> sistema con técnica de transmisión multitono.

Él cual se puede expresar como:

$$\begin{aligned} B_{mult-itono} &= (f_{N-1} - f_0) + \left(\frac{R}{N}(1 + \vartheta)\right), \\ &= \cancel{N} \frac{R}{\cancel{N}} (1 + \vartheta) \\ &= R(1 + \vartheta). \end{aligned} \quad (3.2)$$

<sup>4</sup> Ancho de banda total de la señal limitada en banda.



Notando que es el mismo ancho de banda utilizado por la modulación PAM<sub>PB</sub> en un sistema con portadora única, el cual se muestra en la Ecuación 3.3:

$$B = \frac{R_b(1 + \vartheta)}{\log_2(M)} \quad (3.3)$$

Por lo tanto, la eficiencia espectral para la modulación PAM<sub>PB</sub>, en cualquiera de los sistemas en cuestión, es:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\cancel{R_b} \log_2(M)}{\cancel{R_b} (1 + \vartheta)} \\ &= \frac{\log_2(M)}{(1 + \vartheta)}, \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde se observa que ésta solo depende del orden de la modulación y del factor de roll-off del filtro conformador de pulsos utilizado, por lo tanto, el sistema con portadora única tendrá la misma eficiencia espectral que el sistema con transmisión multitono, tomando un valor de  $0.67 \text{ bps}/H_z$  y  $1.33 \text{ bps}/H_z$  para las modulaciones 2-PAM<sub>PB</sub> y 4-PAM<sub>PB</sub> respectivamente, tal como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \rho_{2PAM_{PB}} &= \frac{\log_2(2)}{(1 + 0.5)} \\ &= 0.67 \frac{\text{bps}}{H_z}, \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \rho_{4PAM_{PB}} &= \frac{\log_2(4)}{(1 + 0.5)} \\ &= 1.33 \frac{\text{bps}}{H_z}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

### 3.1.2. Sistema de Comunicación con Modulación QAM

#### 3.1.2.1. Desempeño Probabilidad de Error

Cada figura contiene seis curvas de desempeño, las cuales mantienen la misma convención presentada en los resultados de la modulación M-PAM<sub>PB</sub>.

- Sistema multitono con 8 tonos

En las Figuras 3.6 y 3.7 es posible observar las curvas de BER vs  $E_b/N_o$  para 4-QAM y 16-QAM respectivamente, donde se utiliza 8 tonos para el sistema con técnica de transmisión multitono.

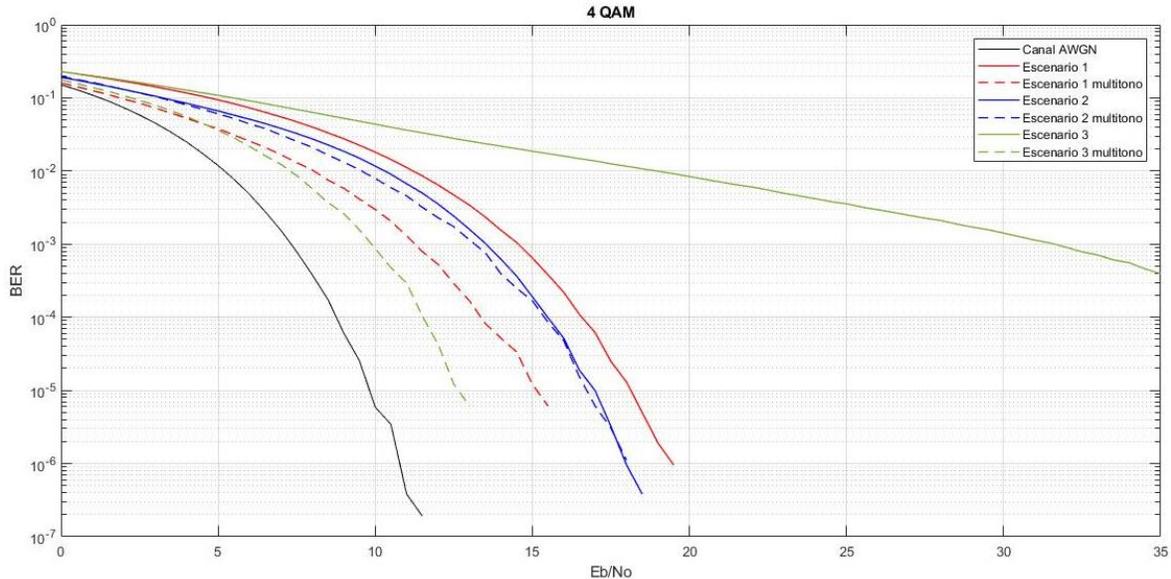


Figura 3.6 Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 4-QAM.

En la Figura 3.6 se observa que al usar una modulación 4-QAM y la técnica de transmisión multitono sobre cada escenario, para una probabilidad de error de  $10^{-4}$ , se logra una ganancia de procesamiento aproximada de 3.1 dB, 0.1 dB y 27.6 dB para los escenarios 1, 2 y 3, respectivamente.

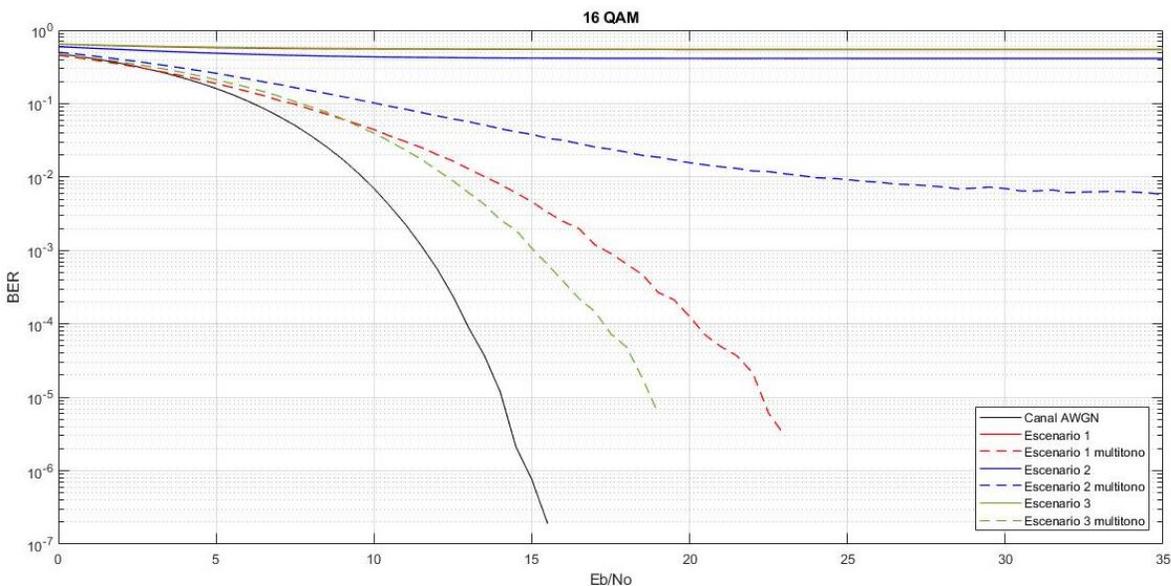


Figura 3.7. Desempeño técnica de transmisión multitono con 8 tonos y modulación 16-QAM.

En la Figura 3.7 se evidencia que al utilizar una modulación 16-QAM y una técnica de transmisión de portadora única, el comportamiento de los tres escenarios es muy similar, compartiendo la imposibilidad de obtener una probabilidad de error menor o igual a  $10^{-1}$ .



Al emplear la técnica de transmisión multitono en cada uno de los escenarios, se obtiene una ganancia de procesamiento infinita para cualquier probabilidad de error igual o menor a  $10^{-1}$ .

- Sistema multitono con 32 tonos

En las Figuras 3.8 y 3.9 se presentan las curvas de BER vs  $E_b/N_o$  para los esquemas de modulación 4-QAM y 16-QAM respectivamente, empleado 32 tonos para la técnica de transmisión multitono.

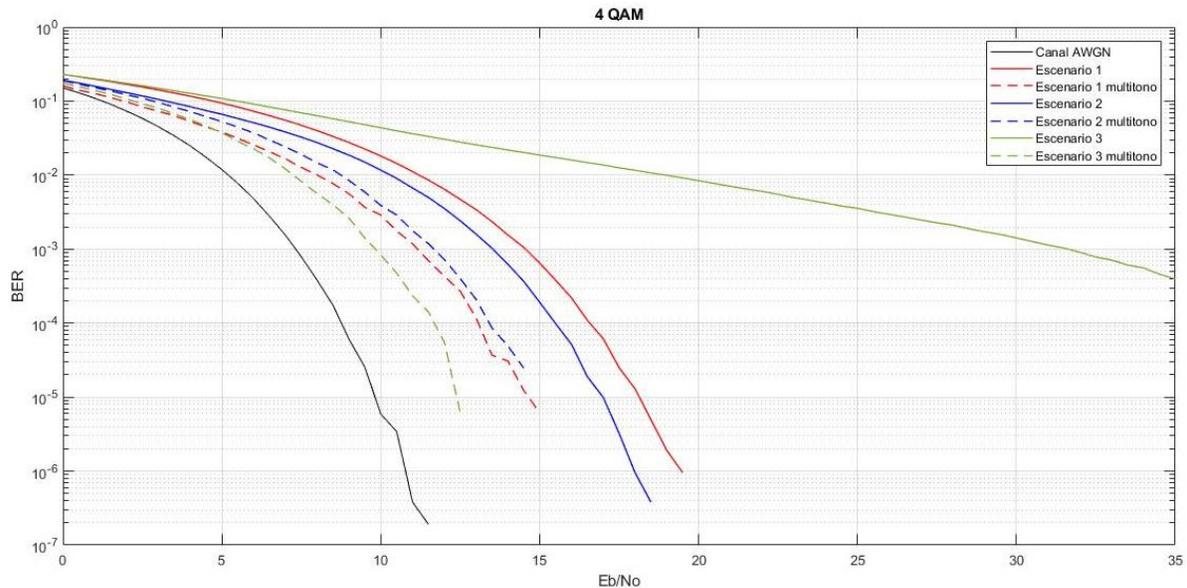


Figura 3.8. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 4-QAM.

En la Figura 3.8 se evidencia que para una modulación 4-QAM, la ganancia de procesamiento que se obtiene al utilizar la técnica de transmisión multitono para una probabilidad de error de  $10^{-4}$  es de 3.5 dB y 2.1 dB para los escenarios 1 y 2 respectivamente, mientras que para el “Escenario 3” la ganancia de procesamiento es de 27.6 dB aproximadamente.

Por otra parte, en la Figura 3.9 se observa que cuando se tiene una modulación 16-QAM que emplea la técnica de transmisión multitono, en los tres escenarios la probabilidad de error tiende asintóticamente a cero a medida que aumenta la relación  $E_b/N_o$ , obteniendo siempre una ganancia de procesamiento infinita para cualquier BER igual o menor a  $10^{-1}$ .

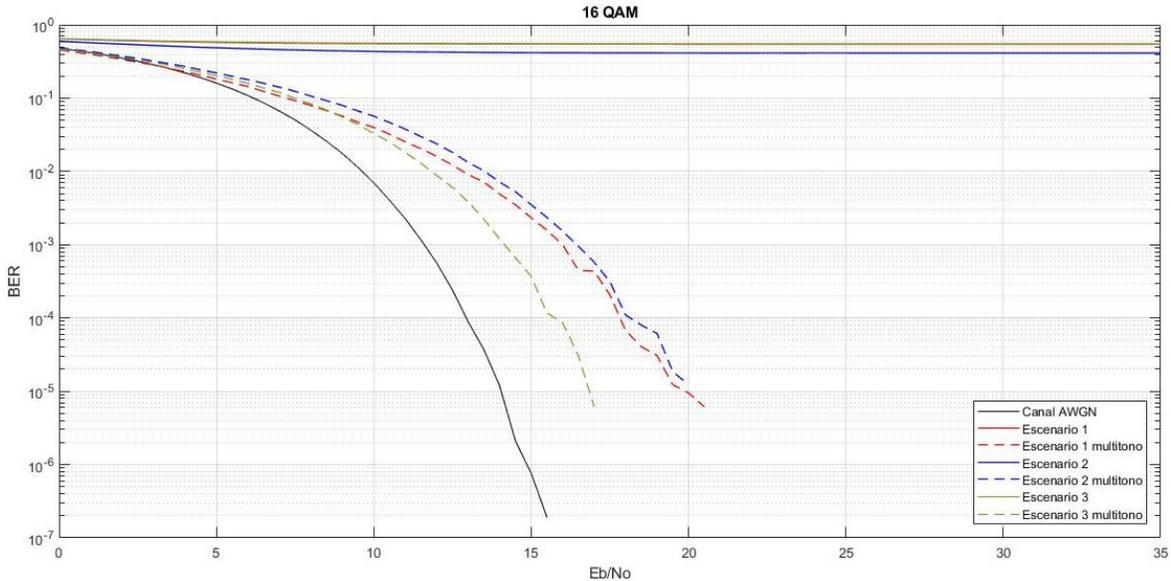


Figura 3.9. Desempeño técnica de transmisión multitono con 32 tonos y modulación 16-QAM.

El desempeño de la técnica de transmisión multitono al tener una modulación QAM mejora con respecto al de portadora única, sin embargo, no es posible alcanzar el desempeño que se presenta en un canal AWGN.

### 3.1.2.2. Eficiencia Espectral

Teniendo en cuenta la Ecuación (3.1), se debe calcular el ancho de banda utilizado por la modulación QAM en un sistema que tiene transmisión multitono, el cual es el mostrado en la Figura 3.10:

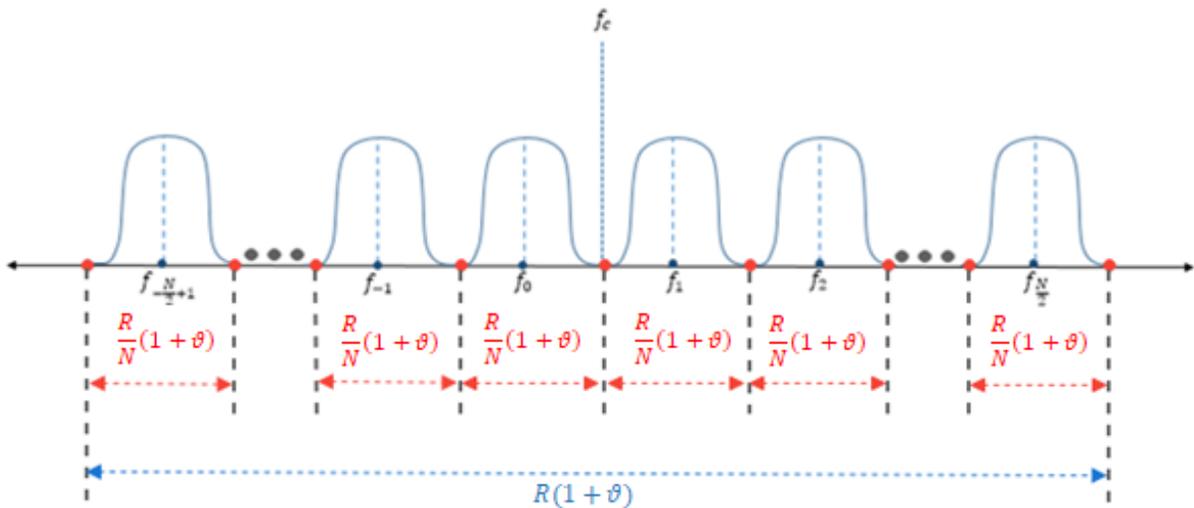


Figura 3.10. Ancho de banda modulación QAM sistema con técnica de transmisión multitono.

Matemáticamente el ancho de banda está dado por:

$$B_{mult-itono} = \left( f_{\frac{N}{2}} - f_{-\frac{N}{2}+1} \right) + \left( \frac{R}{N} (1 + \vartheta) \right),$$



$$\begin{aligned} &= \cancel{N} \frac{R}{\cancel{N}} (1 + \vartheta) \\ &= R(1 + \vartheta). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Notando que es el mismo ancho de banda utilizado por la modulación QAM en un sistema con portadora única, por lo tanto, la eficiencia espectral está dada por:

$$\rho = \frac{\log_2(M)}{(1 + \vartheta)}. \quad (3.8)$$

Demostrando que la eficiencia espectral depende únicamente del factor de roll-off del filtro conformador de pulsos y el orden de la modulación, tal como se demostró en la Sección 3.1.1.2. Por lo tanto, la eficiencia espectral de un sistema con portadora única es la misma que la de un sistema con transmisión multitono al modular con QAM, obteniendo que para 4-QAM se envían  $1.33 \text{ bps}/H_z$ , mientras que para 16-QAM se envían  $2.67 \text{ bps}/H_z$ .

$$\begin{aligned} \rho_{4 \text{ QAM}} &= \frac{\log_2(4)}{(1 + 0.5)} \\ &= 1.33 \frac{\text{bps}}{H_z}, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \rho_{16 \text{ QAM}} &= \frac{\log_2(16)}{(1 + 0.5)} \\ &= 2.67 \frac{\text{bps}}{H_z}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

## 3.2. ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DEL SISTEMA MULTITONO AL VARIAR EL NÚMERO DE TONOS.

Una de las características importantes de la técnica de transmisión multitono es la elección del número de tonos o sub-portadoras. En la Figura 3.11 se muestra la respuesta en frecuencia del canal perteneciente al “Escenario 2”, junto con el espectro de cada tono al modular en M-PAM<sub>PB</sub>, esto se realiza para 4 casos específicos donde se utilizan 8, 16, 32 y 64 tonos.

En dicha Figura se puede observar que, entre mayor número de tonos, más plano es el canal que percibe cada tono, es decir, menor distorsión introduce el canal a cada uno de los tonos (desvanecimiento plano). Este hecho permite comprobar de forma gráfica la hipótesis planteada en el capítulo 1, Sección 1.3.2. Sin embargo, cabe mencionar que el tiempo de procesamiento en simulación es directamente proporcional al número de tonos.





Las curvas de desempeño para la modulación 2-PAM<sub>PB</sub> y 16-QAM se ilustran en las Figuras 3.12 y 3.13, respectivamente, en las cuales se observa cinco curvas de desempeño, donde la curva negra representa el desempeño de un sistema con un canal AWGN, y las siguientes cuatro curvas corresponden a sistemas multitono con diferente número de tonos sobre el Escenario 2.

En la Figura 3.12 se observa que el sistema multitono que utiliza solamente 8 tonos, presenta un menor desempeño al ser comparado con los sistemas que utilizan 16, 32 y 64 tonos, mientras que estos tres últimos sistemas se comportan de forma similar, logrando una ganancia de procesamiento de aproximadamente 1 dB respecto al sistema de 8 tonos, cuando se tiene una probabilidad de error de  $10^{-4}$ .

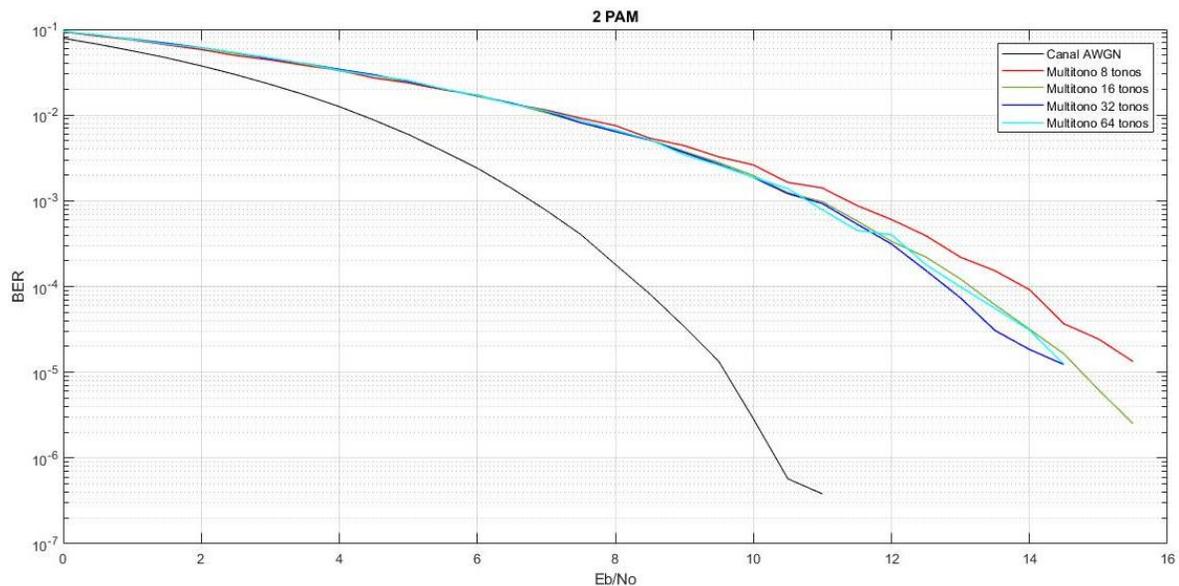


Figura 3.12. Comparación desempeño de la técnica de transmisión multitono con modulación 2-PAM<sub>PB</sub> para diferente número de tonos en el Escenario 2.

En la Figura 3.13 se observa de forma más clara el resultado esperado (a mayor número de tonos, mejor desempeño). En el cual, el sistema que utiliza el menor número de tonos presenta una BER irreducible, donde es imposible obtener una probabilidad de error igual o menor a  $10^{-3}$ . Mientras que los sistemas que utilizan 16, 32 y 64 tonos logran superar dicha imposibilidad, al tener una probabilidad de error que converge asintóticamente a cero a medida que aumenta la relación  $E_b/N_0$ , alcanzando una ganancia de procesamiento infinita para probabilidades de error menores a  $10^{-2}$  con respecto al sistema multitono que utiliza 8 tonos, siendo el sistema con 64 tonos el que presenta el mejor desempeño, no obstante, sin obtener un desempeño similar al canal AWGN.

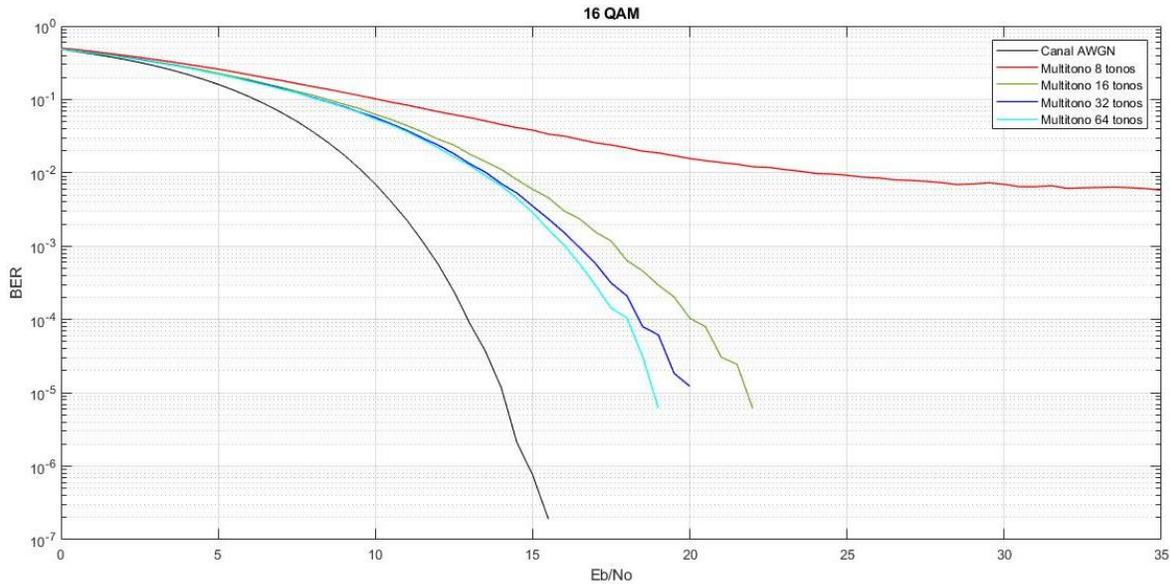


Figura 3.13. Comparación desempeño de la técnica de transmisión multitono con modulación 16-QAM para diferente número de tonos en el Escenario 2.

### 3.3. RESULTADOS MATEMÁTICOS

Para calcular la probabilidad de error en la detección del símbolo  $k$ -ésimo transmitido a través de un sistema dispersivo con técnica de transmisión multitono, se debe tener en cuenta que dicha probabilidad depende del tono en el que fue transmitido dicho símbolo, puesto que si se ha transmitido en un tono donde la respuesta del canal tiene alta ganancia, la probabilidad de error es baja; por el contrario, si se transmitió en un tono donde la respuesta tiene baja ganancia, la probabilidad de error es alta.

Dado que el símbolo  $k$ -ésimo podría ser transmitido en cualquiera de los  $N$  tonos disponibles, la probabilidad de ocurrencia del evento  $\mathcal{E}$ : “error en la detección del símbolo  $k$ -ésimo” se calcula teniendo en cuenta el teorema de probabilidad total, que permite hallar la probabilidad de un evento  $A$  por medio de la partición del espacio muestral ( $S$ ) en un conjunto de eventos o particiones  $B_i$  con  $i = 1, 2, \dots, N$ , esto es [32]:

$$\begin{aligned}
 A &= A \cap S \\
 &= A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_N) \\
 &= (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_N) \\
 &= \bigcup_{i=1}^N (A \cap B_i). \tag{3.11}
 \end{aligned}$$



El teorema de la probabilidad total de un evento establece que si  $\Pr\{B_i\} \neq 0$ , se tiene que la probabilidad de cualquier evento  $A$  es:

$$\begin{aligned}\Pr\{A\} &= \Pr\left\{\bigcup_{i=1}^N (A \cap B_i)\right\} \\ &= \sum_{i=1}^N \Pr\{A \cap B_i\} \\ &= \sum_{i=1}^N \Pr\{B_i\} \Pr\{A|B_i\},\end{aligned}\tag{3.12}$$

donde  $\Pr\{B_i\}$  para  $i = 1, 2, \dots, N$  es la probabilidad a-priori de las particiones y  $\Pr\{A|B_i\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  son las probabilidades condicionales del evento en cuestión,  $A$ , dadas cada una de las particiones [32], [33].

Aplicando los conceptos anteriores al cálculo de la probabilidad de error, se pueden definir las particiones de la siguiente manera:

$$S = Tx_1 \cup Tx_2 \cup \dots \cup Tx_N,\tag{3.13}$$

donde  $Tx_i$  para  $i = 1, 2, \dots, N$  es el evento: “Transmisión en el  $i$ -ésimo tono”.

De esa forma:

$$\Pr\{\mathcal{E}\} = \sum_{i=1}^N \Pr\{Tx_i\} \Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\},\tag{3.14}$$

donde  $\Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\}$  es la probabilidad condicional de error al transmitir sobre el  $i$ -ésimo tono.

Se observa que la probabilidad de error total está dada por la sumatoria de la probabilidad de haber transmitido en el tono  $i$ -ésimo, ponderado por las probabilidades condicionales de error.

Considerando que los símbolos se distribuyen en la misma proporción para todos los tonos, se tiene que la probabilidad de haber transmitido en el tono  $i$ -ésimo es  $1/N$ , es decir, son eventos equiprobables, por lo tanto, la probabilidad de error en la detección de un símbolo utilizando la técnica de transmisión multitono, corresponde al promedio aritmético de las probabilidades de error condicionales:

$$\Pr\{\mathcal{E}\} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\}.\tag{3.15}$$

El cálculo de la probabilidad condicional de error se hace partiendo de la premisa de que la modulación multitono convierte cada banda de frecuencia en un canal



AWGN aproximado, donde el desempeño sólo depende de la relación  $E_b/N_o$  y de la ganancia que introduce el canal en dicha banda.

Como se demostró en la Sección 1.3.2, la respuesta en frecuencia del canal sobre el ancho de banda de cada tono (dependiendo del número de tonos) se puede considerar prácticamente plana. En ese sentido, la densidad espectral de potencia de la salida del canal se puede expresar como el producto entre la densidad espectral de potencia de la entrada y el cuadrado de la magnitud de la respuesta en frecuencia del canal, esto es:

$$\Phi_y(f) = \Phi_x(f)|H(f)|^2. \quad (3.16)$$

Por lo tanto, la energía recibida en cada tono está dada por la energía asignada en transmisión multiplicada por la magnitud al cuadrado de la respuesta en frecuencia del canal, tal como se muestra en la Ecuación 3.17:

$$E_{s_{i_{rx}}} = E_s |H(f_i)|^2. \quad (3.17)$$

Así, las probabilidades condicionales de error de las modulaciones simuladas en este trabajo están dadas por:

$$\Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\}_{2-PAM_{PB}} = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_o}|H(f_i)|^2}\right), \quad (3.18)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\}_{4-PAM_{PB}} = \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_o}|H(f_i)|^2}\right), \quad (3.19)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\}_{4-QAM} = 2Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_o}|H(f_i)|^2}\right), \quad (3.20)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}|Tx_i\}_{16-QAM} = 3Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_o}|H(f_i)|^2}\right), \quad (3.21)$$

donde la función  $Q$  o función complementaria de la distribución acumulativa normal estándar se presenta en la ecuación 3.22.

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} dz \quad (3.22)$$

Al considerar solo rayo secundario, la función de transferencia está dada por:

$$|H(f_i)| = \left| \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f_l \tau_l} \right|, \quad (3.23)$$



se procede al cálculo de la probabilidad total de error para cada modulación por medio de la Ecuación 3.15, al reemplazar la Ecuación 3.23 en las Ecuaciones 3.18 a 3.21, se obtiene lo mostrado en las Ecuaciones 3.24 a 3.27:

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{2-PAM_{PB}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_o} \left| \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f_i \tau_l} \right|^2} \right), \quad (3.24)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{4-PAM_{PB}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{3}{2} Q \left( \sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_o} \left| \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f_i \tau_l} \right|^2} \right), \quad (3.25)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{4-QAM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_o} \left| \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f_i \tau_l} \right|^2} \right), \quad (3.26)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{16-QAM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 3Q \left( \sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_o} \left| \sum_{l \neq 0} \alpha_l e^{-j2\pi f_i \tau_l} \right|^2} \right), \quad (3.27)$$

Como puede observarse, dicha probabilidad de error depende finalmente del número de tonos utilizado en transmisión, los retardos ( $\tau_l$ ) y las respectivas ganancias ( $\alpha_l$ ) de los productos multitrayecto.

### 3.3.1. Ejemplo: Multitrayecto con un solo Rayo Secundario

Este escenario, denominado Escenario 1, cuenta con un rayo secundario que tiene un retardo de  $3T/2$  y una ganancia igual a 0.5, por lo tanto, la función de transferencia del canal, considerando un valor de  $T = 16$ , está dada por:

$$\begin{aligned} |H(f_i)| &= |0.5 e^{-j2\pi f_i 24}| \\ &= |0.5 e^{-j48\pi f_i}|. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Así, las probabilidades de error para las modulaciones 2-PAM<sub>PB</sub>, 4-PAM<sub>PB</sub>, 4-QAM y 16-QAM son:

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{2-PAM_{PB}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_o} |0.5 e^{-j48\pi f_i}|^2} \right), \quad (3.29)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{4-PAM_{PB}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{3}{2} Q \left( \sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_o} |0.5 e^{-j48\pi f_i}|^2} \right), \quad (3.30)$$



$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{4-QAM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_o} |0.5 e^{-j48\pi f_i}|^2} \right), \quad (3.31)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{16-QAM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 3Q \left( \sqrt{\frac{4}{5} \frac{E_b}{N_o} |0.5 e^{-j48\pi f_i}|^2} \right). \quad (3.32)$$

En las Figuras 3.14 a 3.17 se muestra el comportamiento de las Ecuaciones 3.29 a 3.32, donde las líneas punteadas representan las probabilidades de error estimadas con dichas ecuaciones, y las líneas continuas hacen referencia a las probabilidades obtenidas por medio de simulación.

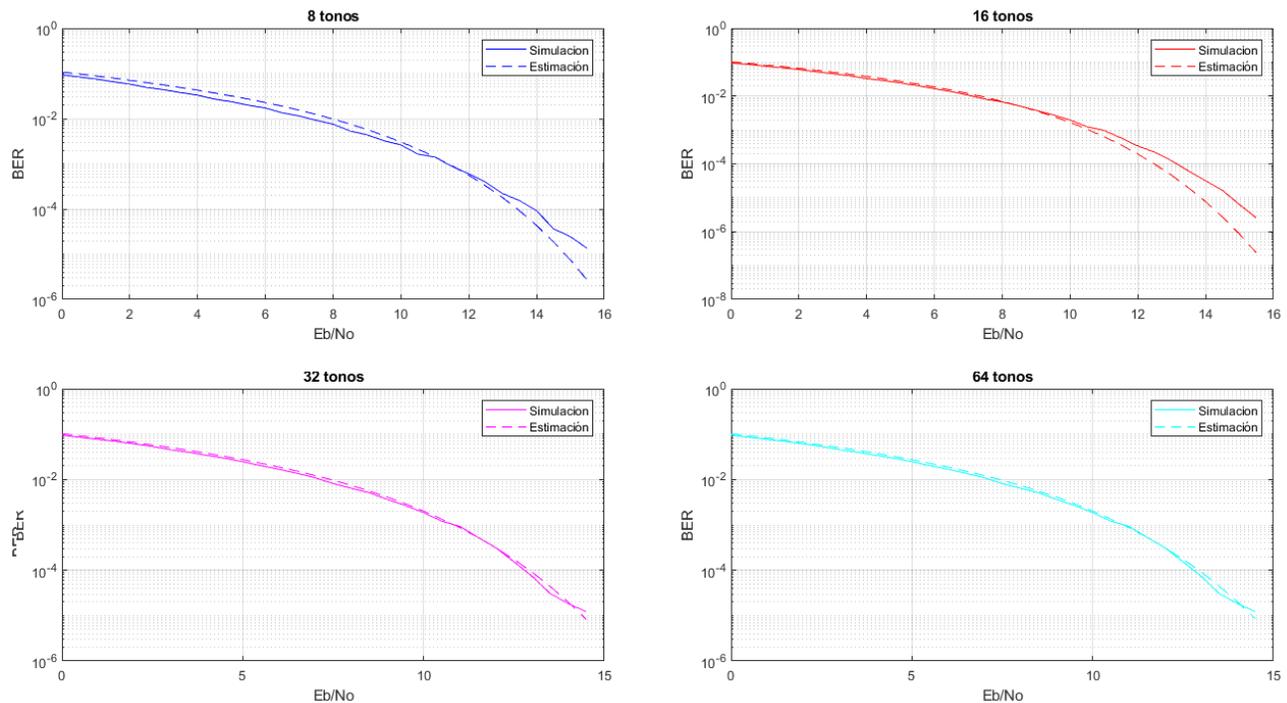


Figura 3.14. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_o$  para 2-PAM<sub>FB</sub> en el Escenario 1.

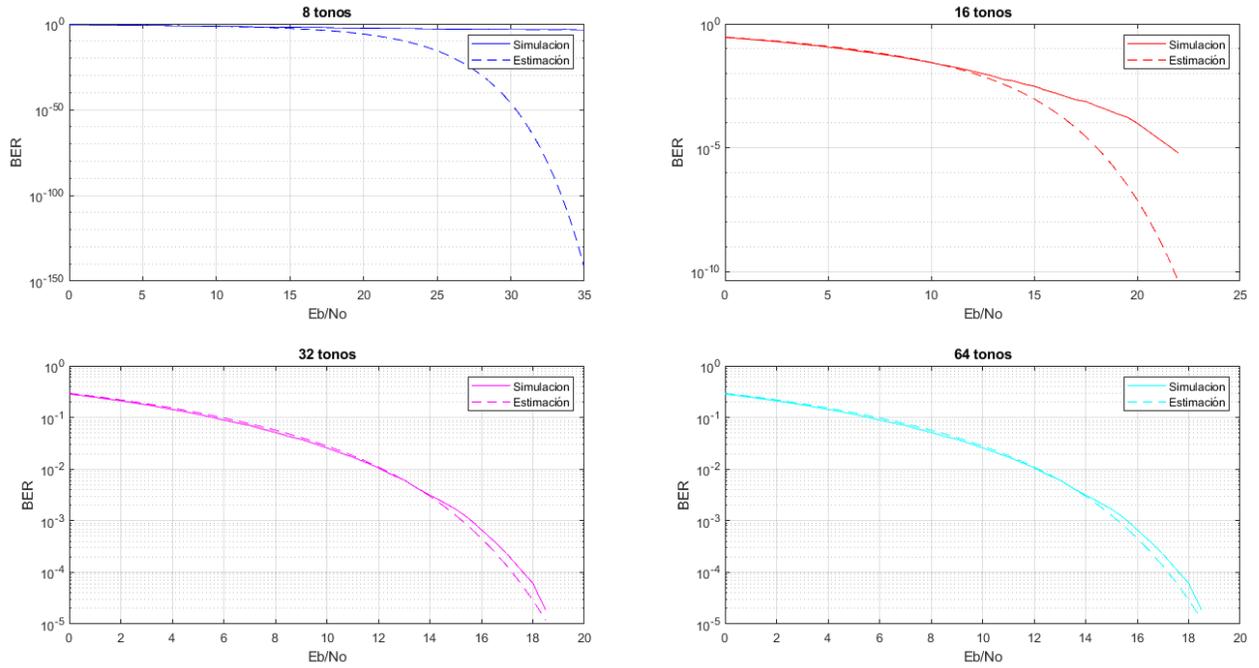


Figura 3.15. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_0$  para 4-PAM<sub>PB</sub> en el Escenario 1.

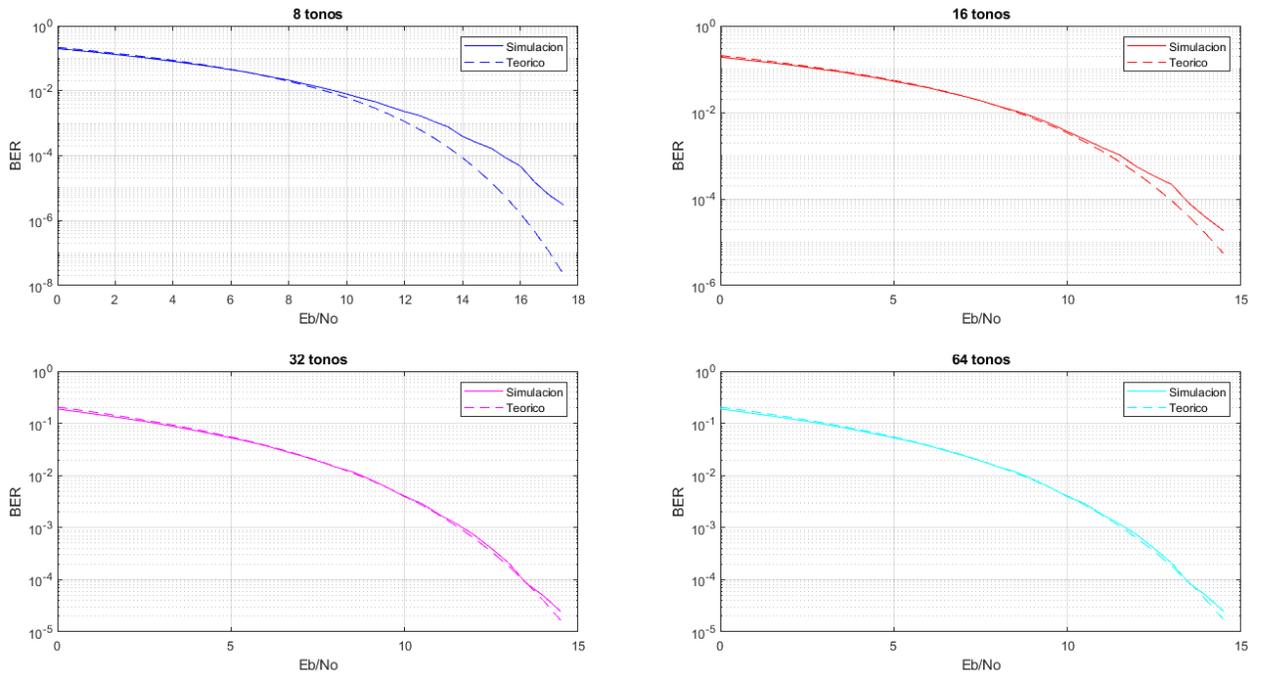


Figura 3.16. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_0$  para 4-QAM en el Escenario 1.

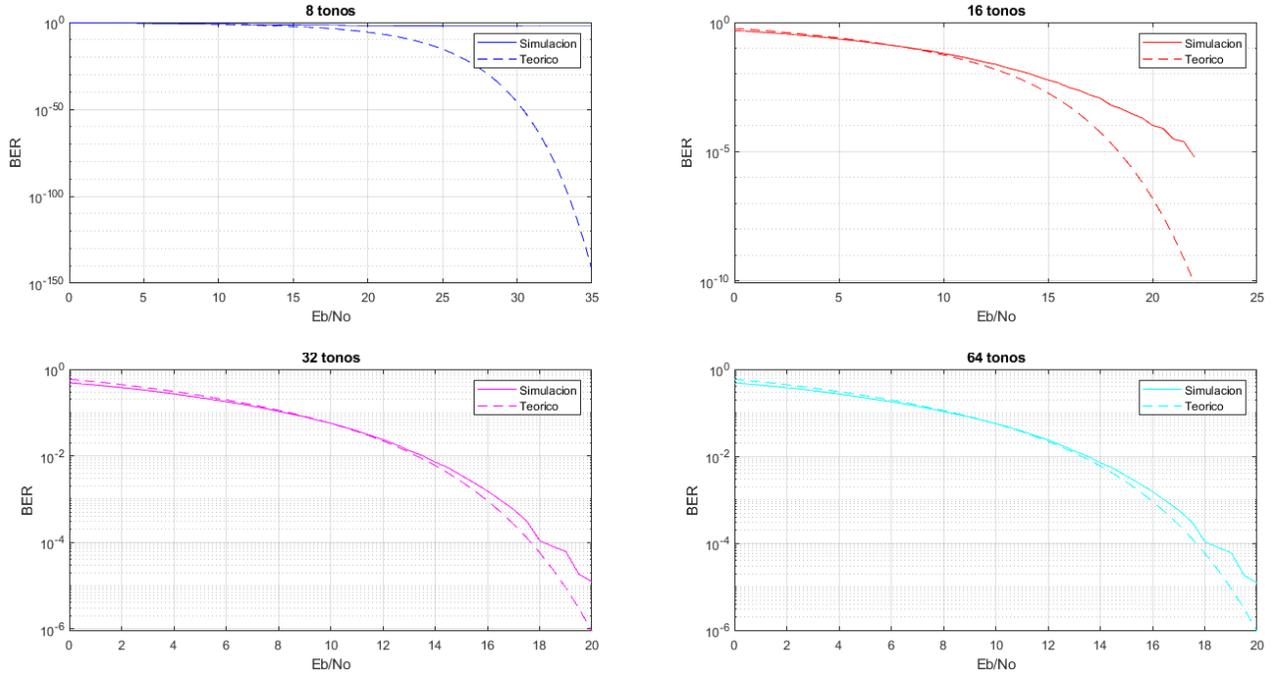


Figura 3.17. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_o$  para 16-QAM en el Escenario 1.

### 3.3.2. Ejemplo: Multitrayecto con dos Rayos Secundarios

En este escenario, denominado Escenario 2, se tienen dos rayos secundarios: el primero con un retardo de  $3T/4$  y una ganancia igual a 0.5; el segundo con un retardo de  $3T/2$  y una ganancia igual a 0.25, así, la función de transferencia del canal, considerando un  $T = 16$ , está dada por:

$$\begin{aligned} |H(f_i)| &= |0.5 e^{-j2\pi f_i 12} + 0.25 e^{-j2\pi f_i 24}| \\ &= |0.5 e^{-j24\pi f_i} + 0.25 e^{-j48\pi f_i 24}|. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Por lo tanto, la probabilidad de error para las modulaciones simuladas en este trabajo de grado está dada por:

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{2-PAM_{PB}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_o} |0.5 e^{-j24\pi f_i} + 0.25 e^{-j48\pi f_i 24}|^2} \right), \quad (3.34)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{4-PAM_{PB}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{3}{2} Q \left( \sqrt{\frac{4 E_b}{5 N_o} |0.5 e^{-j24\pi f_i} + 0.25 e^{-j48\pi f_i 24}|^2} \right), \quad (3.35)$$

$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{4-QAM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 2Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_o} |0.5 e^{-j24\pi f_i} + 0.25 e^{-j48\pi f_i 24}|^2} \right), \quad (3.36)$$



$$\Pr\{\mathcal{E}\}_{16-QAM} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N 3Q \left( \sqrt{\frac{4 E_b}{5 N_o} |0.5 e^{-j24\pi f_i} + 0.25 e^{-j48\pi f_i 24}|^2} \right). \quad (3.37)$$

En las Figuras 3.18 a 3.21, las líneas punteadas representan la probabilidad de error estimada por medio de las Ecuaciones 3.34 a 3.37 y las líneas continuas hacen referencia a la probabilidad obtenida por medio de simulación.

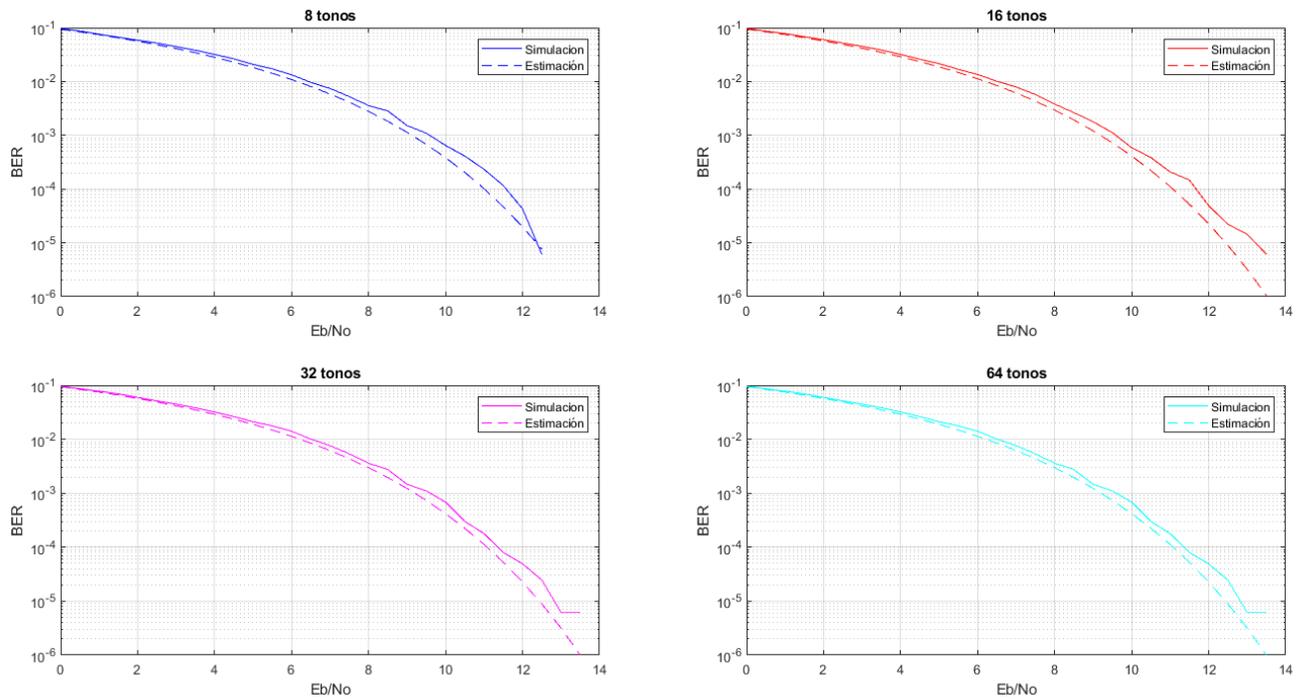


Figura 3.18. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_o$  para 2-PAM<sub>PB</sub> en el Escenario 2.

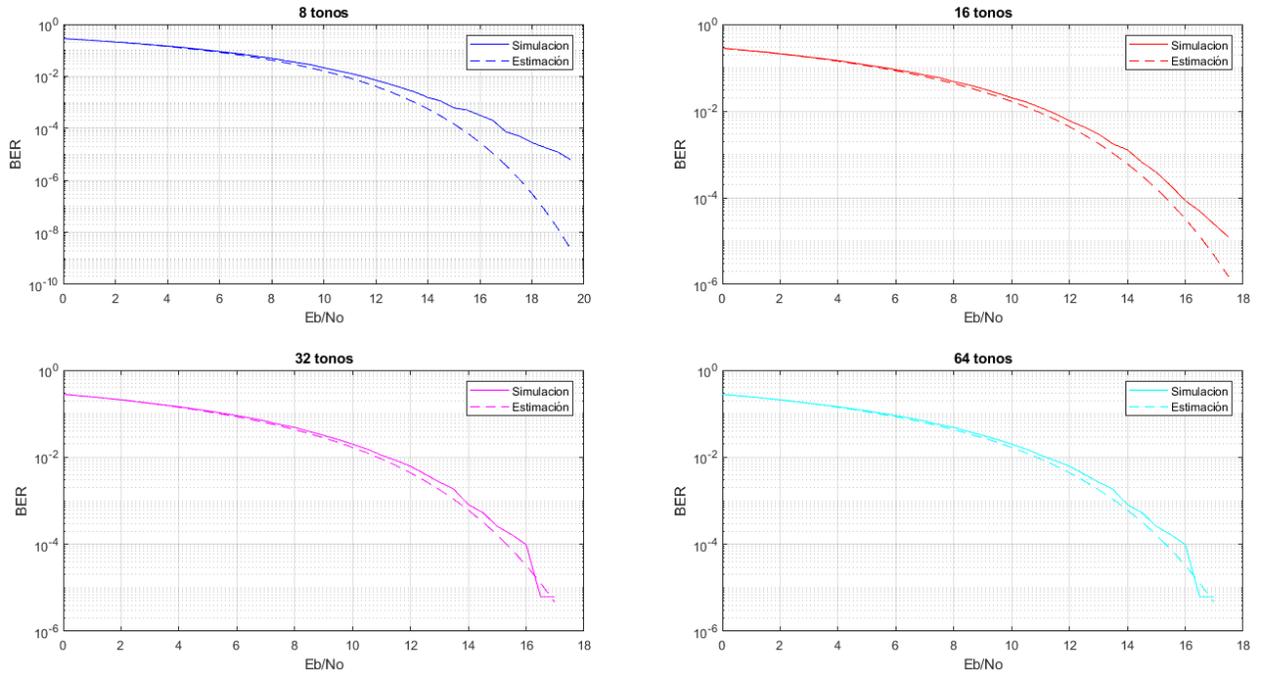


Figura 3.19. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_0$  para 4-PAM<sub>PB</sub> en el Escenario 2.

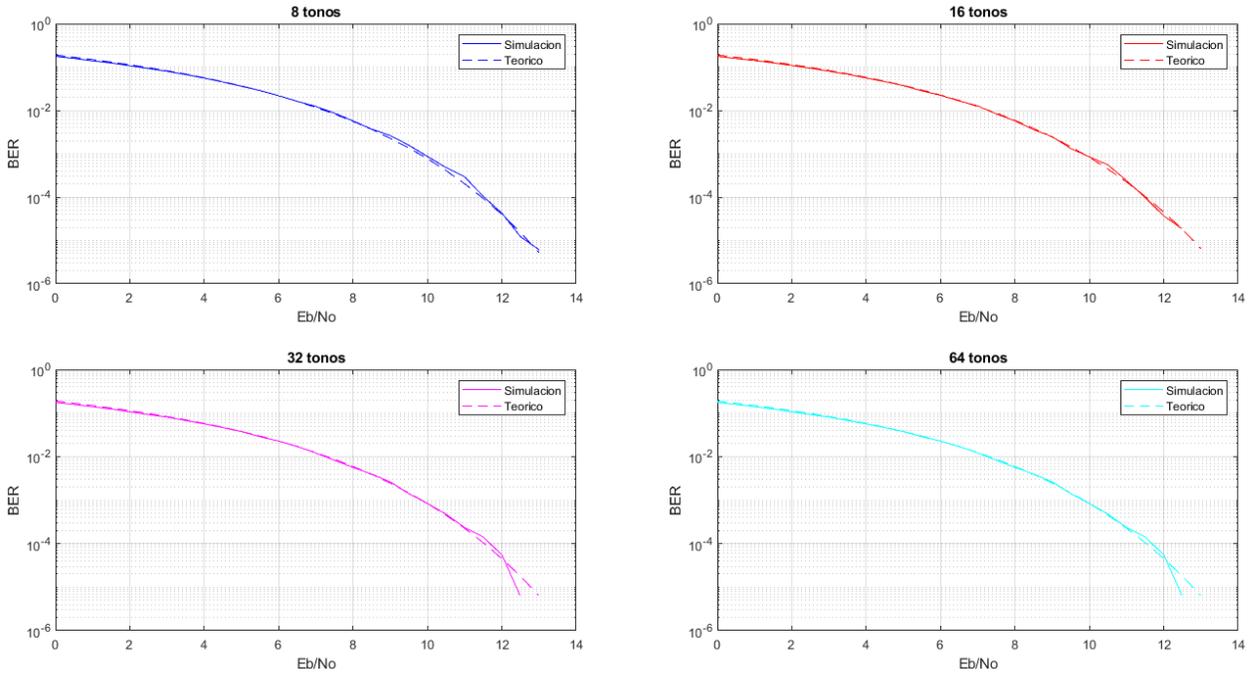


Figura 3.20. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_0$  para 4-QAM en el Escenario 2.

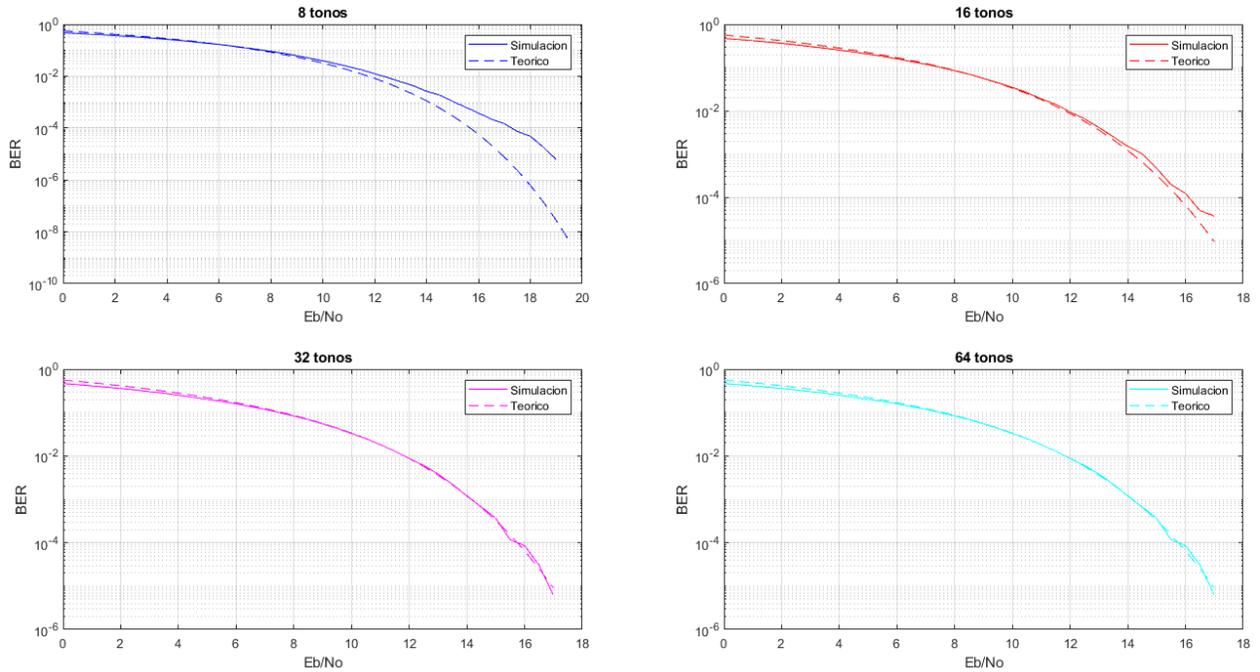


Figura 3.21. Probabilidad de error Vs  $E_b/N_o$  para 16-QAM en el Escenario 2.

Analizando los resultados mostrados en las Figuras 3.14 a 3.21 se observa que cuando el número de tonos es suficientemente grande la línea continua y la línea punteada convergen, mientras que, cuando el número de tonos no es lo suficientemente grande las líneas se distancian entre sí, debido a que el espectro de cada tono no es lo suficiente pequeño para percibir el canal como un canal AWGN.



# CAPÍTULO 4

## 4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se presentan las conclusiones y trabajos futuros del trabajo de grado titulado: *Análisis de desempeño de la técnica de transmisión multitono en un canal dispersivo Gaussiano*.

### 4.1. CONCLUSIONES

Las conclusiones más relevantes del presente trabajo de grado se presentan a continuación:

1. El desempeño del sistema de comunicación (en un canal dispersivo) mejora considerablemente al emplear la técnica de transmisión multitono, respecto a la transmisión de portadora única. Lo anterior se debe a que en un sistema multitono la distorsión que genera el canal de comunicaciones tiene un menor impacto en la señal, ya que el espectro de cada tono es lo suficientemente angosto para lograr percibir un canal relativamente plano o constante en la frecuencia.
2. Para realizar una comparación justa entre los sistemas de portadora única y los sistemas multitono, es necesario garantizar que ambos utilicen las mismas bandas de frecuencia, pues, de no ser así, se tendrían dos escenarios con características diferentes que generan resultados no comparables, ya que, la ganancia que introduce el canal depende de la porción de frecuencia donde se encuentre la señal.
3. Si el número de tonos es suficientemente grande, es posible obtener una fórmula para el cálculo aproximado de la probabilidad de error de un sistema con técnica de transmisión multitono sobre un canal dispersivo Gaussiano, esto teniendo en cuenta el teorema de probabilidad total de un evento y el efecto de la distorsión del canal en cada uno de los tonos o sub-portadoras, donde se considera la magnitud de la respuesta en frecuencia del canal para cada sub-portadora como una constante.
4. En un sistema multitono, entre mayor sea el número de tonos, mejor es el desempeño que presenta la comunicación y mayor es el tiempo de procesamiento en la simulación. La segunda afirmación indica que el número de tonos es directamente proporcional al tiempo de procesamiento. Esto se justifica en el hecho de que los procesos de modulación, demodulación y decisión se deben realizar tantas veces como número de tonos se usen.



5. La mejora en el desempeño que se presenta al utilizar la técnica de transmisión multitono, frente a la transmisión de portadora única, se hace más evidente cuando se emplean esquemas de modulación de orden superior (4-PAM<sub>PB</sub> y 16-QAM). Esto se debe a que en las modulaciones de alto orden existe una distancia menor entre puntos adyacentes de la constelación, lo que ocasiona que la señal sea más susceptible al ruido y la distorsión, y se obtenga una mayor cantidad de errores en la comunicación cuando el canal es dispersivo. Por lo tanto, al emplear la técnica de transmisión multitono, la diferencia de probabilidad de error entre los dos escenarios (con y sin multitono) es mucho más notoria.
6. Al utilizar 8 tonos en la técnica de transmisión multitono sobre algunos escenarios y para determinadas modulaciones, no se logra el desempeño esperado, es decir, no es posible obtener una ganancia de procesamiento considerable respecto al sistema que utiliza una transmisión de portadora única.
7. Para un sistema con modulación 2-PAM<sub>PB</sub> es suficiente utilizar la técnica de transmisión multitono con 16 tonos para lograr el mejor desempeño posible sobre un canal dispersivo Gaussiano, ya que continuar con el aumento en la cantidad de tonos no se traduce en una ventaja considerable para el sistema. Esto se debe a que 2-PAM<sub>PB</sub> es una modulación robusta, y no demanda una gran cantidad de tonos para que sea posible obtener una probabilidad de error aceptable en la comunicación.
8. Al utilizar un sistema con técnica de transmisión multitono, es necesario conocer la constante que representa la respuesta del canal de comunicaciones para cada uno de los tonos, de tal manera que pueda ser compensada en recepción, ya que dicha constante causa una rotación en la constelación e imposibilita la recuperación correcta de la señal enviada.
9. Los canales que son más selectivos en frecuencia, es decir, que tienen una mayor distorsión, no siempre son los que presentan la mayor probabilidad de error, ya que dicha probabilidad depende principalmente de la presencia de ISI, cuya intensidad está dada en función de la ganancia de trayecto, el retardo promedio del multitrayecto, la forma del filtro conformador del pulso y la frecuencia portadora de la señal, donde ésta última, además de tener influencia en la intensidad de la ISI, determina la posición de la señal en el espectro. La magnitud de la función de transferencia del canal en dicha zona tiene una gran influencia en la probabilidad de error, puesto que ésta puede amplificar o atenuar la señal de información dependiendo de los máximos y mínimos que tenga y de la tasa de cambio que ésta presente.



10. La cantidad de símbolos enviados en el programa de simulación MATLAB influye en la exactitud y estabilidad de la estimación de la probabilidad de error, por lo tanto, al emplear el método Montecarlo es necesario transmitir un número significativo e idéntico de símbolos en cada iteración ( $2^{16}$  símbolos) para lograr resultados más precisos y fiables.

## 4.2. TRABAJOS FUTUROS

Los trabajos futuros que se podrían elaborar teniendo como base el presente trabajo de grado son los nombrados a continuación:

- Evaluar el desempeño de la técnica de transmisión multitono distribuyendo la potencia de cada tono de acuerdo a la relación señal a ruido y distorsión presente en el ancho de banda de cada sub-portadora. Para ello, se requiere realizar una previa escucha del canal y por medio del método de *Water Filling*, establecer qué potencia es la indicada para cada tono.
- Realizar la implementación del sistema con técnica de transmisión multitono sobre un hardware reconfigurable para así evaluar el desempeño de esta técnica en un escenario físico.
- Evaluar el desempeño de la técnica de transmisión multitono utilizando distintas modulaciones en cada sub-portadora, eligiendo la modulación adecuada para el comportamiento del canal en la porción del espectro de la sub-portadora respectiva.
- Evaluar el desempeño de la técnica de transmisión multitono empleando un número idóneo de tonos según la distorsión presente en el canal de comunicaciones. Realizando una previa escucha del canal y con base a ello asignar de forma dinámica la cantidad de tonos que se utilizarán en el sistema multitono.



## 5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Haykin, *Communication Systems*, Wiley John & Sons, 2001.
- [2] J. G. Proakis and M. Salehi, *Digital Communications*, McGraw-Hill, 2008.
- [3] R. G. Gallager, *Principles of Digital Communication*, Cambridge University Press, 2008.
- [4] M. B. Pursley, *Introduction to Digital Communications*, Pearson/Prentice Hall, 2005.
- [5] G. D. Forney and G. Ungerboeck, "Modulation and coding for linear Gaussian channels," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 6, pp. 2384 - 2415, 1998.
- [6] W. Tomasi, *Advanced Electronic Communications Systems*, Pearson, 2014.
- [7] J. Liang, "Communications Systems: ISI and Pulse Shaping," *School of Engineering Science, Simon Fraser University*, 2013.
- [8] A. B. Carlson and P. B. Crilly, *COMMUNICATION SYSTEMS: An Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication*, McGraw-Hill Education, 2009.
- [9] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication," *Bell System Technical Journal*, vol. 27, no. 3, pp. 379-423, 1948.
- [10] R. G. Gallager, *Information Theory and Reliable Communication*, New York: John Wiley & Sons, 1968.
- [11] M. Lázaro, «Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones,» [En línea]. Available: <http://www.tsc.uc3m.es/~mlazaro/Docencia/IT-CD/IT-CD-T2-03-CosenoAlzado-2p.pdf>. [Último acceso: Junio 2019].
- [12] N. Kularatna and D. Dias, *Essentials of Modern Telecommunications Systems*, Artech House Publishers, 2004.
- [13] A. A. Rodríguez y F. P. González, «Comunicaciones digitales,» 2012. [En línea]. Available: [http://www.tsc.uc3m.es/~antonio/libro\\_comunicaciones/EI\\_libro\\_files/comdig\\_artes\\_perez.pdf](http://www.tsc.uc3m.es/~antonio/libro_comunicaciones/EI_libro_files/comdig_artes_perez.pdf).
- [14] C. Torres Zambrano y C. I. Páez Rueda, «Análisis de un sistema de comunicaciones afectado por los desvanecimientos plano y lento tipo Rayleigh,» *Ingeniería y Universidad*, vol. 12, nº 1, pp. 33-55, 2008.



- [15] M. R. Spiegel, Probabilidad y Estadística, Mexico: McGraw-Hill, 1977.
- [16] M. C. Torres Aguayo, «Modulación Multiportadora Adaptativa para Canales Selectivos en Frecuencia con Desvanecimientos,» *tesis doctoral, Univ. De Málaga, España*, 2001.
- [17] G. Gong, "Multicarrier Modulation and OFDM," *Electrical and Computer Engineering at the University of Waterloo*, 2005.
- [18] Y. G. Li and G. L. Stuber, Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Wireless Communications, New York: Springer-Verlag New York Inc., 2006.
- [19] R. Chopra, Electronics for You, vol. III, Editorial Secretary, 2015.
- [20] R. V. Nee and R. Prasad, OFDM for Wireless Multimedia Communications, Boston, Massachusetts: Artech House Publishers, 2000.
- [21] L. Hanzo, M. Munster, B. Choi and T. Keller, OFDM and MC-CDMA for Broadband Multi-User Communications, WLANs and Broadcasting, New York: John Wiley & Sons Inc, 2003.
- [22] B. Farhang-Boroujeny, "OFDM Versus Filter Bank Multicarrier," *IEEE Signal Processing Magazine* , vol. 28, no. 3, pp. 92-112, 2011.
- [23] R. M. García, «Transmisión multiportadora sin prefijo cíclico para comunicaciones,» *Tesis M.S, Dept. Teoría de la Señal y Comunicaciones, Univ. Carlos III de Madrid, España*, 2013.
- [24] V. Degardin, M. Lienard, A. Zeddami and F. Gauthier, "Transmission on Indoor Power Line: From OFDM to DMT," *Communication Systems*, 2003.
- [25] W. E. Castellanos, *Módulo de entrenamiento en la técnica multicanal DMT*, Valencia: VII Encuentro Nacional de Investigación, 2004.
- [26] J. Nadal, C. A. Nour, A. Baghdadi and H. Lin, "Hardware prototyping of FBMC/OQAM baseband for 5G mobile communication," 2014.
- [27] B. Farhang-Boroujeny, "Multicarrier Modulation With Blind Detection Capability Using Cosine Modulated Filter Banks," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, pp. 2057 - 2070, 2003.
- [28] L. C. De Barcellos, P. S. Diniz and S. L. Netto, "On the Design of Cosine-Modulated Filter Banks Using Recurrent Frequency-Response Masking," *APCCAS 2006 - 2006 IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems*, pp. 928-931, 2006.



- [29] G. Cherubini, E. Eleftheriou and S. Olcer, "Filtered multitone modulation for very high-speed digital subscriber lines," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 20, pp. 1016-1028, 2002.
- [30] R. S. Pressman, *Ingeniería del software : un enfoque práctico*, México, D. F.: McGraw-Hill, 2010.
- [31] J. I. Illana, «Métodos Monte Carlo,» *Dept. de Física Teórica y del Cosmos, Univ. de Granada, España*, 2013.
- [32] P. Z. Peebles, *Probability, Random Variables and Random Signal Principles*, McGraw-Hill, 1987.
- [33] P. L. Meyer, *Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1992.
- [34] S. Afrasiabi-Gorgani, "An introduction to OFDM/OQAM (FBMC)," 2017.