

**ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO DE UN SISTEMA DE COMUNICACIONES CON
MODULACIÓN 2/4-PAM IMPLEMENTADO SOBRE HARDWARE
RECONFIGURABLE**



**Andrés Felipe Girón Salazar
María Alejandra Revelo Illera**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES
GRUPO DE RADIO E INALÁMBRICAS-GRIAL
GRUPO I+D NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES-GNTT
POPAYÁN, 2014**

**ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO DE UN SISTEMA DE COMUNICACIONES CON
MODULACIÓN 2/4-PAM IMPLEMENTADO SOBRE HARDWARE
RECONFIGURABLE**



**Andrés Felipe Girón Salazar
María Alejandra Revelo Illera**

**Trabajo de Grado presentado como requisito para obtener el título de
ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones**

**Director
Ing. Jesús Mauricio Ramírez Viafara**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES
GRUPO DE RADIO E INALÁMBRICAS-GRIAL
GRUPO I+D NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES-GNTT
POPAYÁN, 2014**

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVO GENERAL	2
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
CAPÍTULO 1. GENERALIDADES	3
1.1. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DIGITAL	3
1.1.1. Forma de Pulso para Evitar ISI.....	8
1.1.2. Probabilidad de Error	13
1.2. HERRAMIENTAS HARDWARE.....	18
1.2.1. FPGA.....	18
1.2.2. FPGA Spartan 3A	20
CAPÍTULO 2. MODELADO, SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN	23
2.1. METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN	23
2.1.1. Fase 0. Descripción de las Especificaciones	24
2.1.2. Fase 1. Selección de las Herramientas Software y Hardware	24
2.1.3. Fase 2. Definición del Sistema	24
2.1.4. Fase 3. Diseño del Sistema	25
2.1.5. Fase 4. Simulación de los Sistemas de Comunicaciones con Modulaciones 2-PAM Y 4-PAM en System Generator	36
2.1.6. Fase 5. Validación	53
2.1.7. Fase 6. Implementación Física del Sistema	57
CAPÍTULO 3. EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	61
3.1. PLAN DE PRUEBAS.....	61
3.2. RESULTADOS Y ANÁLISIS	62
3.2.1. Prueba 1. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM sin Filtros de Transmisión y Recepción	62
3.2.2. Prueba 2. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM con Filtro Adaptado Rectangular.....	63
3.2.3. Prueba 3. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM con Filtro Adaptado Raíz Cuadrada de Coseno Alzado con Factor De <i>Roll-Off</i> de 0.2	65

3.2.4. Prueba 4. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM con Filtro Adaptado Raíz Cuadrada de Coseno Alzado con Factor de <i>Roll-Off</i> de 0.8	66
3.2.5. Comparación del Desempeño de los Sistemas según su Filtro	68
3.2.6. Desempeño del Sistema Respecto a Variaciones en el Factor de <i>Roll-Off</i> para Filtraje en Raíz Cuadrada de Coseno Alzado	69
3.2.7. Comparación de los Recursos Hardware de los Sistemas de Comunicación con Modulación 2/4-PAM.....	72
CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS	75
4.1. CONCLUSIONES	75
4.2. RECOMENDACIONES	76
4.3. TRABAJO FUTURO.....	76
BIBLIOGRAFÍA	79
APÉNDICE	81
APENDICE A. CÁLCULO DE ENERGÍA DE SÍMBOLO PARA 2/4 PAM	81
APENDICE B. TEOREMA DE LA IRRELEVANCIA	84
APENDICE C. CALCULO DE PROBABILIDAD DE ERROR PARA 4-PAM.....	86
APENDICE D. SEÑALES EN DIFERENTES PUNTOS DE LOS SISTEMAS PARA MODULACIONES 2/4-PAM.....	89
D.1. 2-PAM	89
D.2. 4-PAM	92
D.3. CONFORMACIÓN DE PULSOS	94
APENDICE E. ANCHOS DE BANDA Y ESPECTROS DE LA SEÑAL PARA MODULACIONES 2/4-PAM.....	96
APENDICE F. DIAGRAMAS DE OJO Y CONSTELACIÓN PARA MODULACIONES 2/4-PAM.....	105
F.1. 2-PAM	105
F.2. 4-PAM	107
APENDICE G. VALORES BER SISTEMAS SIMULINK Y SYSTEM GENERATOR	110
G.1. 2-PAM	110
G.2. 4-PAM	111
APENDICE H. RESULTADOS	113

H.1. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM SIN FILTROS DE TRANSMISIÓN Y RECEPCIÓN	113
H.1.1. 2-PAM	113
H.1.2. 4-PAM	113
H.2. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM CON FILTRO ADAPTADO RECTANGULAR	114
H.2.1. 2-PAM	114
H.2.2. 4-PAM	114
H.3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM CON FILTRO ADAPTADO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO CON FACTOR DE <i>ROLL-OFF</i> DE 0.2	115
H.3.1. 2-PAM	115
H.3.2. 4-PAM	116
H.4. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM CON FILTRO ADAPTADO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO CON FACTOR DE <i>ROLL-OFF</i> DE 0.8	116
H.4.1. 2-PAM	116
H.4.2. 4-PAM	117
APENDICE I. ERROR MEDIO CUADRATICO	118
APENDICE J. COMPARACIÓN DE RECURSOS HARDWARE DE LOS SISTEMAS DE COMUNICACIONES CON MODULACIÓN 2/4-PAM.....	120
J.1. 2-PAM.	121
J.2. 4-PAM	122
ANEXOS	123
ANEXO A. FILTROS LTI	123

LISTADO DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1.1. Evaluación de α en el ancho de banda.	12
Tabla 1.2. Resumen de Características de la FPGA XC3S700A.	20
Tabla 2.1. Características de los sistemas implementados.	26
Tabla 2.2. Salida mapeador 2-PAM.	27
Tabla 2.3. Salida mapeador 4-PAM.	28
Tabla 2.4. Valor desviación estándar para 2/4-PAM.	33
Tabla 2.5. Criterio decisión para 2-PAM.	35
Tabla 2.6. Criterio decisión para 4-PAM.	35
Tabla 2.7. Valores de configuración para el bloque LFSR, periodo de bit.	38
Tabla 3.1. Descripción del plan de pruebas.	61
Tabla 3.2. Valores de BER frente a la variación del factor de <i>roll-off</i> para el sistema con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado.	69
Tabla 3.3. Valores de BER frente a la variación del factor de <i>roll-off</i> para el sistema con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado.	70
Tabla E.1. Valores tasa de símbolo para 2/4-PAM según el filtro usado.	96
Tabla E.2. Valores de la tasa de bit para cada modulación según el filtro usado.	96
Tabla E.3. Valores de la tasa de símbolo para cada modulación según el filtro usado a partir de la tasa de bit.	97
Tabla G.1. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 2-PAM implementados en Simulink.	110
Tabla G.2. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 2-PAM implementados en System Generator.	110
Tabla G.3. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 4-PAM implementados en Simulink.	111
Tabla G.4. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 4-PAM implementados en System Generator.	112
Tabla H.1. Resultados de la implementación de la modulación 2-PAM sin filtros de transmisión y recepción.	113
Tabla H.2. Resultados de la implementación de la modulación 4-PAM sin filtros de transmisión y recepción.	113
Tabla H.3. Resultados implementación de la modulación 2-PAM con filtro adaptado rectangular.	114
Tabla H.4. Resultados implementación de la modulación 4-PAM con filtro adaptado rectangular.	115
Tabla H.5. Resultados implementación de la modulación 2-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2.	115
Tabla H.6. Resultados implementación de la modulación 4-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2.	116

Tabla H.7 Resultados implementación de la modulación 2-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.8.	116
Tabla H.8 Resultados implementación de la modulación 4-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.8.	117
Tabla J.1 Resumen utilización recursos FPGA para modulación 2-PAM.	121
Tabla J.2 Resumen utilización recursos FPGA para modulación 4-PAM.	122

LISTADO DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1. Diagrama general de un sistema de comunicaciones banda base con modulación M-PAM.	3
Figura 1.2. Constelación M-PAM.....	4
Figura 1.3. Señal cuyas muestras satisfacen la condición de Nyquist.	9
Figura 1.4. Pulso Rectangular de duración T y amplitud A.	10
Figura 1.5. Magnitud del espectro de un pulso rectangular.....	10
Figura 1.6. (a) Pulso de coseno alzado (b) Espectro de pulso coseno alzado.	11
Figura 1.7. Funciones de densidad de probabilidad condicionales para 2-PAM. ...	14
Figura 1.8. Curva de desempeño teórica para 2-PAM	17
Figura 1.9. Curva de desempeño teórica para 4-PAM.	17
Figura 1.10. Arquitectura general de una FPGA.	18
Figura 1.11. (a) arquitectura interna de una CLB. (b) arquitectura interna de una L	19
Figura 2.1. Diagrama de flujo de la metodología de simulación empleada.	23
Figura 2.2. Diagrama de bloques del sistema de comunicaciones banda base con modulación M-PAM.	25
Figura 2.3. Diagrama de bloques para la modulación 2-PAM.	26
Figura 2.4. Diagrama de bloques para la modulación 4-PAM.	27
Figura 2.5. Constelación 2-PAM.....	28
Figura 2.6. Constelación 4-PAM.....	29
Figura 2.7. Ejemplo sobremuestreo por 3.	29
Figura 2.8. Cumplimiento del teorema de muestreo para las simulaciones implementadas.....	30
Figura 2.9. Respuesta al impulso para el filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.2.....	32
Figura 2.10. Respuesta al impulso para el filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.8.....	32
Figura 2.11. Respuesta al impulso para el filtro rectangular.	33
Figura 2.12. Ejemplo de submuestreo por 3.....	34
Figura 2.13. Región de decisión para 2-PAM.....	35
Figura 2.14. Regiones de decisión para 4-PAM.	36
Figura 2.15. Esquema general de los sistemas de comunicaciones con modulación 2/4-PAM desarrollados sobre herramienta System Generator de Xilinx.	37
Figura 2.16. Bloque LFSR.	38
Figura 2.17. Esquema Modulador en System Generator	38
Figura 2.18. Esquema filtro raíz cuadrada de coseno alzado orden 25.	40
Figura 2.19. Esquema filtro rectangular de orden 8.	41
Figura 2.20. Filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.8.....	42
Figura 2.21. Filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.2.....	42

Figura 2.22. Filtro rectangular.	42
Figura 2.23. Evolución de la señal en el transmisor.	43
Figura 2.24. Esquema canal AWGN.	44
Figura 2.25. Señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción. ...	44
Figura 2.26. Espectros obtenidos después de: (a) filtro transmisor. (b) canal AWGN con relación $E_b/N_0 = 3dB$. (c) filtro transmisor.	45
Figura 2.27. Esquema Demodulador en System Generator.	46
Figura 2.28. Comportamiento de las señales atravesando el receptor.	47
Figura 2.29. Diagrama de ojo modulación 2-PAM, con <i>roll-off</i> de 0.2 y E_b/N_0 de 10dB.	47
Figura 2.30. Diagrama constelación modulación 2-PAM, con <i>roll-off</i> de 0.2 y E_b/N_0 de 10dB.	48
Figura 2.31. Comparación entre bits transmitidos y bits recibidos para una relación E_b/N_0 de 10 dB.	49
Figura 2.32. Esquema de bloques encargados del cálculo de la BER.	49
Figura 2.33. Esquema de bloques del subsistema habilitador/deshabilitador.	50
Figura 2.34. Esquema de bloques del subsistema de control.	51
Figura 2.35. Esquema subsistema selector de σ para el canal AWGN.	52
Figura 2.36. Bloque contenedor de elementos para la gestión de la LCD.	52
Figura 2.37. Visualización en la pantalla LCD de la FPGA.	53
Figura 2.38. Modelo Simulink para validación.	53
Figura 2.39. Curvas de desempeño de los sistemas implementados con modulación 2-PAM y (a) filtro rectangular, filtro raíz cuadrada de coseno alzado con (b) <i>roll-off</i> de 0.2. (c) <i>roll-off</i> de 0.8.	55
Figura 2.40. Curvas de desempeño de los sistemas implementados con modulación 4-PAM y (a) filtro rectangular, filtro raíz cuadrada de coseno alzado con (b) <i>roll-off</i> de 0.2. (c) <i>roll-off</i> de 0.8.	57
Figura 2.41. Token System Generator y configuración.	58
Figura 2.42. Notificación compilación completa.	58
Figura 2.43. Interfaz Project Navigator.	59
Figura 2.44. Interfaz iMPACT y programación FPGA.	60
Figura 2.45. Programación FPGA completa.	60
Figura 3.1. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 2-PAM sin filtros.	62
Figura 3.2. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 4-PAM sin filtros.	63
Figura 3.3. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 2-PAM y filtro rectangular.	64
Figura 3.4. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 4-PAM y filtro rectangular.	64
Figura 3.5. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2.	65

Figura 3.6. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2.	66
Figura 3.7. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.8.	67
Figura 3.8. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.8.	68
Figura 3.9. Curvas de desempeño de los sistemas con modualcion 2-PAM con filtro rectangular y raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2 y 0.8.....	68
Figura 3.10. Curvas de desempeño de los sistemas con modualcion 4-PAM con filtro rectangular y raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2 y 0.8.....	69
Figura 3.11. BER vs factor de <i>roll-off</i> para los sistemas con modulación 2-PAM, filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado y el teórico.....	70
Figura 3.12. BER vs factor de <i>roll-off</i> para los sistemas con modulación 4-PAM, filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado y el teórico.....	71
Figura 3.13. Comparación de las respuestas al impulso del filtro raíz cuadrada de coseno alzado teórico y de los filtros implementados, para diferentes valores de <i>roll-off</i>	72
Figura 3.14 Recursos utilizados de la FPGA para los diferentes sistemas que implementaron modulación 2-PAM.....	73
Figura 3.15 Recursos utilizados de la FPGA para los diferentes sistemas que implementaron modulación 4-PAM.....	74
Figura A.1. Ubicación del símbolo ai en el plano complejo respecto al origen.	81
Figura A.2. Ubicación de los símbolos 2-PAM en el plano complejo.....	82
Figura A.3. Ubicación de los símbolos 4-PAM en el plano complejo.....	83
Figura C.1. Estimación por fronteras de unión para 4-PAM.	87
Figura D.1. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> 0.2. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.	89
Figura D.2. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> 0.8. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.	90
Figura D.3. Modulación 2-PAM y filtro rectangular. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.	91
Figura D.4. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> 0.2. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.	92

Figura D.5. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> 0.8. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.	93
Figura D.6. Modulación 4-PAM y filtro rectangular. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.	94
Figura D.7. Conformación de pulsos mediante los filtros raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> 0.2, filtros raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> 0.8 y filtros rectangular. (a) Modulación 2-PAM. (b) Modulación 4-PAM.	95
Figura E.1 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.2. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.	99
Figura E.2 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.8. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.	100
Figura E.3 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 2-PAM y filtro rectangular. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor. ..	101
Figura E.4 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.2. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.	102
Figura E.5 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.8. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.	103
Figura E.6 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 4-PAM y filtro rectangular. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor. ..	104
Figura F.1. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.2. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN. .	105
Figura F.2. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.8. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN. .	106
Figura F.3 .Modulación 2-PAM y filtro rectangular. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.....	107

Figura F.4. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.2. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN. .	108
Figura F.5. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con <i>roll-off</i> de 0.8. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN. .	108
Figura F.6. Modulación 4-PAM y filtro rectangular. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.....	109
Figura I.1. Comparación de las respuestas al impulso del filtro raíz cuadrada de coseno alzado teórico y de los filtros implementados, para los diferentes valores de <i>roll-off</i>	118
Figura A.1. Forma directa filtro FIR .	124

LISTA DE ACRÓNIMOS

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i> , Ruido Blanco Aditivo Gaussiano.
BER	<i>Bit Error Rate</i> , Tasa de Error de Bit.
CCDF	<i>Complementary Cumulative Distribution Function</i> , Función de Distribución Acumulativa Complementaria.
CLB	<i>Configurable Logic Block</i> , Bloques Lógicos Configurables.
DCM	<i>Digital Clock Manager</i> , Manejador de Reloj Digital.
DSP	<i>Digital Signal Processing</i> , Procesamiento Digital de Señales.
FIR	<i>Finite Impulse Response</i> , Respuesta Finita al Impulso.
FPGAs	<i>Field Programmable Gate Array</i> , Arreglo de Compuertas Programables de Campo.
GMSK	<i>Gaussian Minimum Shift Keying</i> , Modulación por Desplazamiento Mínimo Gaussiano.
HDL	<i>Hardware Description Language</i> , Lenguaje de Descripción Hardware.
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i> , Respuesta Infinita al Impulso.
IOBs	<i>Input Output Blocks</i> , Bloques de Entradas y Salidas.
ISE	<i>Integrated Software Environment</i> , Ambiente de Software Integrado.
ISI	<i>InterSymbol Interference</i> , Interferencia Intersímbolos.
LC	<i>Logic Cell</i> , Celda Lógica.
LCD	<i>Liquid Crystal Display</i> , Pantalla de Cristal Líquido.
LFSR	<i>Linear Feedback Shift Register</i> , Registro de Desplazamiento con Retroalimentación Lineal.
LUT	<i>Look-Up Table</i> , Tabla de Consulta.
MAC	<i>Multiplier Accumulator</i> , Multiplicador Acumulador.
M-PAM	<i>M-ary Pulse Amplitude Modulation</i> , Modulación por Amplitud de Pulsos M-aria
M-QAM	<i>M-ary Quadrature Amplitude Modulation</i> , Modulación de Amplitud en Cuadratura M-aria.
RAM	<i>Random Access Memory</i> , Memoria de Acceso Aleatoria.

- SNR *Signal to Noise Ratio*, Relación Señal a Ruido.
- SR-RCF *Square Root Raised Cosine Filter*, Filtro en Raíz Cuadrada de Coseno Alzado.
- VHDL *VHSIC Hardware Description Language*, Lenguaje de Descripción Hardware para VHSIC.
- VHSIC *Very High Speed Integrated Circuit*, Circuito Integrado de muy Alta Velocidad.

INTRODUCCIÓN

El desempeño frente al ruido de un sistema de comunicación que emplea modulación digital depende de múltiples factores entre los que se destacan el tipo de modulación, el tipo de pulso utilizado para representar los símbolos, y principalmente la Relación Señal a Ruido (SNR, *Signal to Noise Ratio*) a la entrada del receptor, la cual, junto con los anteriores, determinan la Tasa de Error de Bit (BER, *Bit Error Rate*) del sistema de comunicación.

Bajo condiciones ideales, existen expresiones matemáticas que permiten calcular la probabilidad de error como función de los anteriores parámetros, sin embargo, en un sistema real es difícil garantizar el cumplimiento de esas condiciones, por lo que la probabilidad de error tiende a estar por encima de su valor nominal.

Una de las formas de recrear ese tipo de escenarios reales es a través de simulación, no obstante, la simulación tiene como premisa la existencia de una serie de condiciones también ideales que impiden una representación fiel de la realidad. En ese sentido la única alternativa es realizar el montaje real del sistema.

Cuando los propósitos del montaje son netamente experimentales o académicos, no es justificable ejecutar el montaje con dispositivos propios de un sistema de comunicación debido a los altos costos que ello representa; para estos casos es posible construir versiones a pequeña escala de dichos dispositivos a través de la selección correcta de tarjetas de desarrollo de modo que los costos disminuyan considerablemente. En ese sentido el uso de FPGAs (*Field Programmable Gate Array*) es más común debido a la incorporación de elementos enfocados hacia el procesamiento digital de señales.

Para el desarrollo del presente trabajo de grado, la técnica de modulación elegida es la modulación 2/4-PAM (*Pulse Amplitude Modulation*) debido a su carácter banda base. Además, su comportamiento es similar al de otros esquemas de modulación tradicionales como M-QAM y resulta conveniente para evaluar la influencia de la conformación de pulso en el desempeño del sistema.

La estructura del presente trabajo de grado se compone de cuatro capítulos. El primer capítulo aborda las generalidades teóricas de un sistema de comunicaciones con modulación 2/4-PAM y presenta los factores de desempeño que validaran el mismo. El segundo capítulo describe la metodología seguida en el diseño, implementación y posterior evaluación del sistema de comunicación descrito en el capítulo anterior. El capítulo tres presenta el análisis de resultados del sistema implementado sobre la tarjeta de desarrollo. Finalmente, el capítulo cuatro contiene las conclusiones obtenidas a partir del capítulo anterior y las propuestas para futuros trabajos.

A continuación se presenta el objetivo general y los objetivos específicos planteados en el presente trabajo de grado:

OBJETIVO GENERAL

Analizar el desempeño a nivel físico de un sistema de comunicación digital que emplee modulación 2/4-PAM implementada sobre hardware reconfigurable.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Modelar el sistema básico de comunicaciones con modulación 2/4-PAM.
- Implementar sobre hardware reconfigurable un sistema de comunicación banda base que emplea modulación 2/4-PAM, utilizando dos tipos de conformación de pulso.
- Evaluar el desempeño del sistema de comunicación banda base en términos de la tasa de error de bit (BER), cuando la transmisión se lleva a cabo a través de un canal AWGN.

CAPÍTULO 1. GENERALIDADES

El presente capítulo tiene como objetivo definir un marco conceptual que incluye las características más relevantes de un sistema de comunicaciones con modulación 2/4-PAM que utiliza diferentes tipos de filtro conformador de pulso, así como los parámetros de desempeño que permitirán evaluar más adelante el diseño e implementación del sistema de comunicaciones.

1.1. SISTEMA DE COMUNICACIÓN DIGITAL

Los sistemas de comunicaciones digitales han reemplazado poco a poco los sistemas analógicos tradicionales debido a las ventajas presentadas en cuanto a facilidad de procesamiento e inmunidad al ruido, adicionalmente permiten representar la información analógica original mediante secuencias de dígitos binarios, facilitando especialmente el proceso de detección [1].

Para la transmisión en banda base¹ de datos digitales, es común el uso de modulación por amplitud de pulsos de M estados (M-PAM, *M-ary Pulse Amplitude Modulation*), debido a que utiliza eficientemente los recursos como potencia y ancho de banda [2]. La Figura 1.1 muestra el diagrama de bloques general de un sistema de comunicación banda base con modulación M-PAM.



Figura 1.1. Diagrama general de un sistema de comunicaciones banda base con modulación M-PAM.

A continuación se describen los bloques funcionales del sistema de la Figura 1.1.

Fuente de información: genera una secuencia de bits $\{b_k\}$, donde b_k para el caso binario es de la forma $\{0,1\}$, con periodo de bit T_b y tasa de bit² R_b . Los bits generados por la fuente binaria se suponen equiprobables y estadísticamente independientes.

Transmisor: se encarga de convertir la secuencia de bits en una señal adecuada para transmitirse a través del canal de comunicaciones. Para realizar dichas adecuaciones en el presente trabajo de grado, el transmisor se compone de un

¹ La señal modulada es transmitida en su frecuencia original, es decir sin translación de frecuencia.

² La tasa de bit es el inverso del periodo de bit, $R_b = 1/T_b$.

modulador M-PAM banda base y de un filtro transmisor que se describirán a continuación:

Modulador M-PAM banda base: La modulación M-PAM es la más sencilla de las modulaciones digitales. Los bits de entrada son agrupados en bloques de n bits (símbolos), donde $n = \log_2 M$ bits, siendo M una potencia entera de dos ($M = 2^n, n \in \mathbb{Z}^+$), que corresponde al número de posibles símbolos. El proceso anterior es conocido como mapeo. En consecuencia, cada símbolo se transmite con un periodo T_s y a una velocidad de símbolo R_s , de donde se obtienen las ecuaciones (1.1) y (1.2).

$$T_s = nT_b = (\log_2 M)T_b, \quad (1.1)$$

$$R_s = \frac{R_b}{n} = \frac{R_b}{(\log_2 M)}. \quad (1.2)$$

De la ecuación (1.1) se observa que en el caso particular de la modulación 2-PAM, el periodo de símbolo es igual al periodo de bit. En el caso de la modulación 4-PAM el periodo de símbolo es el doble del periodo de bit.

El conjunto de todos los posibles valores que pueden tomar los símbolos se conoce como alfabeto del modulador, y se simboliza con \mathcal{A} . En la constelación M-PAM estos valores corresponden a números reales uniformemente espaciados por una distancia d , denominada distancia mínima, y se encuentran situados simétricamente alrededor del origen [3]; es decir:

$$\mathcal{A} = \left\{ \frac{-d(M-1)}{2}, \dots, \frac{-d}{2}, \frac{d}{2}, \dots, \frac{d(M-1)}{2} \right\}$$

La representación geométrica de una constelación general M-PAM se muestra en la Figura 1.2.

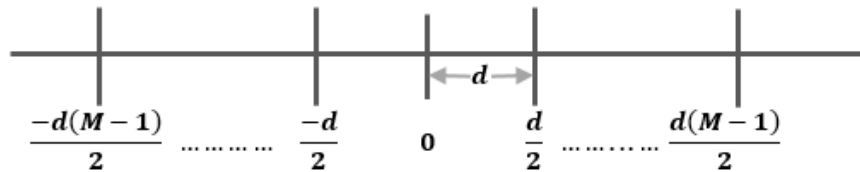


Figura 1.2. Constelación M-PAM.

A continuación, cada símbolo es representado con un pulso $p(t)$ con diferente amplitud a_k , donde $a_k \in \mathcal{A}$. La amplitud del pulso depende del símbolo generado en la fuente de información; de esta manera se obtiene una secuencia de símbolos, representada mediante un tren de impulsos T -espaciados en la expresión (1.3).

$$\sum_k a_k \delta(t - kT) \quad (1.3)$$

Filtro Transmisor: Para obtener la señal a la salida del filtro transmisor $x(t)$, es necesario filtrar el tren de pulsos con un filtro cuya respuesta al impulso sea $p(t)$, obteniendo la ecuación (1.4).

$$x(t) = p(t) * \sum_k a_k \delta(t - kT),$$

$$x(t) = \sum_k a_k p(t - kT) \quad (1.4)$$

El filtro $p(t)$ también es conocido como filtro conformador, pues de él depende la forma de la señal modulada y el ancho de banda que ella ocupa, de tal forma, el filtraje permite limitar el espectro de la señal de salida del modulador de impulsos, el cual se encuentra disperso sobre todo el eje de las frecuencias.

El contexto teórico de los filtros empleados en el presente trabajo de grado se encuentra en el Anexo A.

Canal de Comunicaciones: es el medio físico que atraviesa la señal de información, interconectando la fuente con el destino. En el canal de comunicaciones, la señal es degradada por contaminaciones tales como: ruido, distorsión, e interferencia. Para este caso se asume un canal de comunicaciones no distorsivo, con presencia de Ruido Blanco Aditivo Gaussiano (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*), el cual es un proceso aleatorio con distribución de probabilidad Gaussiana de media cero y varianza σ^2 . Su densidad espectral de potencia es constante sobre todo el eje de frecuencias, con un valor de σ^2 , de manera que todas las muestras de ruido son no correlacionadas, y por tanto, estadísticamente independientes.

Las ecuaciones (1.5) y (1.6) presentan respectivamente las expresiones para la función de densidad de probabilidad y la varianza del proceso de ruido AWGN:

$$f_z(\alpha) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right)}, \quad (1.5)$$

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2}, \quad (1.6)$$

donde N_0 es la densidad espectral unilateral de potencia de ruido, la cual se define matemáticamente como $N_0 = K T_N$, donde K corresponde a la constante de Boltzmann ($K = 1,38 \times 10^{-23} [J/^\circ K]$) y T_N a la temperatura de ruido del receptor [$^\circ K$].

La desviación estándar del ruido, σ , correspondiente a un valor específico de la relación energía de bit a densidad de ruido, E_b/N_0 , se puede obtener de la siguiente forma:

Se parte de las ecuaciones (1.7) para la energía de bit E_b y (1.8) para la energía de símbolo E_s expresada en términos del valor medio cuadrático de la constelación.

$$E_b = \frac{E_s}{\log_2 M}, \quad (1.7)$$

donde M es el tamaño de la constelación. Así mismo:

$$E_s = E[|a_k|^2]. \quad (1.8)$$

Aplicando las ecuaciones (1.6) y (1.7) en la relación E_b/N_o , se tiene:

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{E_s / \log_2 M}{2\sigma^2},$$

simplificando:

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{E_s}{(2 \log_2 M)\sigma^2},$$

reemplazando la ecuación (1.8) para E_s :

$$\frac{E_b}{N_o} = \frac{E[|a_k|^2]}{(2 \log_2 M)\sigma^2},$$

despejando σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{E[|a_k|^2]}{(2 \log_2 M) \frac{E_b}{N_o}}}. \quad (1.9)$$

El valor de E_b/N_o en la ecuación (1.9) es una cantidad adimensional. Para expresarlo en escala logarítmica (decibeles) se tiene que:

$$\frac{E_b}{N_o}_{[dB]} = 10 \log \frac{E_b}{N_o}.$$

Si la relación E_b/N_o está dada en decibeles, el valor de la desviación estándar de ruido correspondiente estará dado por la ecuación (1.10):

$$\sigma = \sqrt{\frac{E[|a_k|^2]}{(2 \log_2 M) 10^{0.1 \left(\frac{E_b}{N_o}\right)_{[dB]}}}}. \quad (1.10)$$

En el Apéndice A se obtiene el valor de energía de símbolo para las modulaciones 2/4-PAM en función de la distancia mínima de la constelación, como resultado, $E_s = \frac{d^2}{4}$ para la modulación 2-PAM, y $E_s = \frac{5d^2}{4}$ para la modulación 4-PAM.

El canal de comunicaciones además de introducir ruido ($z(t)$), modifica en forma determinística la señal transmitida según la respuesta al impulso del mismo. Si $c(t)$ es la respuesta impulsiva del canal [2], la salida del canal, $v(t)$, estará dada por:

$$v(t) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k p(t - kT) \right] * [c(t)] + z(t)$$

$$v(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT) + z(t), \quad (1.11)$$

donde $g(t)$ corresponde a la respuesta impulsiva en cascada del filtro trasmisor y del canal, es decir, $g(t) = p(t) * c(t)$.

Receptor: realiza procesos inversos al transmisor con el fin de obtener la información recuperada, por lo tanto está compuesto de un filtro receptor y un demodulador M-PAM banda base, los cuales se presentan a continuación:

Filtro Receptor: la función principal del filtro receptor es limitar el ruido de la señal proveniente del canal de comunicaciones. Si la respuesta impulsiva del filtro receptor, $q(t)$, está acoplada a $g(t)$, la SNR se maximizará en el instante de muestreo apropiado [4]. La salida del filtro receptor, $y(t)$, está dada por la ecuación (1.12):

$$y(t) = \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT) + z(t) \right] * q(t)$$

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k r(t - kT) + n(t), \quad (1.12)$$

donde $r(t) = g(t) * q(t) = p(t) * c(t) * q(t)$ es la respuesta impulsiva global del sistema [5] y $n(t) = z(t) * q(t)$ es el ruido filtrado a la salida del filtro receptor.

Demodulador M-PAM banda base: la demodulación es el proceso inverso de la modulación, por tanto, su objetivo es la recuperación del mensaje original. Empieza con un proceso de muestreo de la señal recibida $y(t)$ cada T segundos, de forma que, $t_i = iT$ ($i \in \mathbb{Z}$), como lo expresa la ecuación (1.13) [2].

$$y(t_i) = y(iT),$$

$$y(t_i) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k r[(i - k)T] + n(t_i)$$

$$y(t_i) = a_i + \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq i}}^{\infty} a_k r[(i-k)T] + n(t_i). \quad (1.13)$$

En la ecuación (1.13) el primer término, a_i , es el i -ésimo símbolo transmitido. En el caso de que no existiera ruido e ISI³, la ecuación (1.13) quedaría $y(t_i) = a_i$, de esta forma el i -ésimo símbolo se decodificaría correctamente. El segundo término de la ecuación representa el efecto de los otros símbolos en el instante de muestreo t_i y corresponde a la ISI en el sistema. Así mismo, el tercer término $n(t_i)$ representa el ruido AWGN a la salida del filtro receptor [4]. Los dos últimos términos son los causantes de la gran mayoría de los errores en la etapa de decisión. En consecuencia, es conveniente minimizar la ISI, así como reducir la potencia de ruido mediante el correcto diseño del filtro receptor.

1.1.1. Forma de Pulso para Evitar ISI

Si en la ecuación (1.13) se omite el tercer término y se supone que las muestras se toman en el instante óptimo, se puede verificar que no habrá presencia de ISI siempre y cuando se cumpla la condición de (1.14) [5]:

$$y_k = \begin{cases} a_i & \text{si } i = k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases}, \quad (1.14)$$

para un instante específico k .

Por tanto, la respuesta global del sistema, $r(t)$, dada por la ecuación $r(t) = g(t) * q(t) = p(t) * c(t) * q(t)$, debe cumplir la igualdad (1.15):

$$r(kT - iT) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = k \\ 0 & \text{si } i \neq k \end{cases}, \quad (1.15)$$

lo que es equivalente a la igualdad de (1.16):

$$r(kT) = \begin{cases} 1 & \text{si } k = 0 \\ 0 & \text{si } k \neq 0 \end{cases} \quad (1.16)$$

La señal en el tiempo cuyas muestras periódicas cumplan con la ecuación (1.16) se conoce como pulso Nyquist. Así mismo, la ecuación (1.16) se conoce como *condición de Nyquist para transmisión libre de ISI*.

³La interferencia intersímbolos (ISI) es una forma de distorsión de una señal en la que un símbolo interfiere con símbolos subsiguientes. Este es un fenómeno indeseable, ya que los símbolos anteriores tienen un efecto similar al ruido, con lo que la comunicación es menos fiable [17].

La versión muestreada en el instante óptimo, cada T segundos, de la forma de pulso $r(t)$, es igual a la señal discreta definida por la ecuación (1.17) y mostrada en la Figura 1.3.

$$r_{\delta}(t) = r(t) \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \right] \quad (1.17)$$

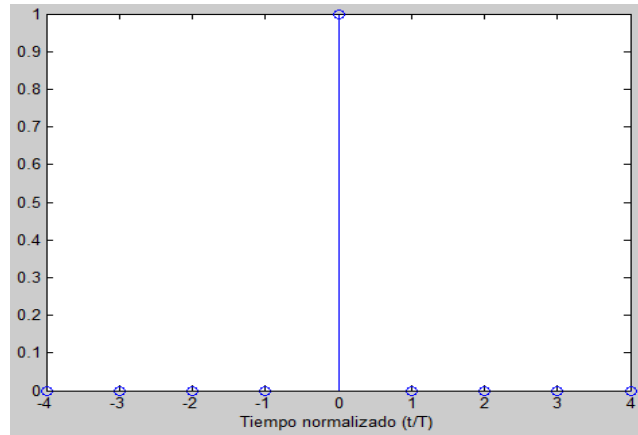


Figura 1.3. Señal cuyas muestras satisfacen la condición de Nyquist.

Expresando el segundo término de la ecuación (1.17) en forma de serie compleja de Fourier y posteriormente aplicando la transformada de Fourier a ambos lados de la ecuación se obtiene:

$$R(f) * \left[\frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T}\right) \right] = 1. \quad (1.18)$$

De la ecuación(1.18) se obtiene la condición de Nyquist en el dominio de la frecuencia, expresada mediante la ecuación (1.19):

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} R\left(f - \frac{k}{T}\right) = T. \quad (1.19)$$

Existe un gran número de formas de pulso que satisfacen la condición anterior, pero son de interés particular los pulsos rectangulares y los pulsos con espectro en *coseno alzado* o *coseno roll-off*.

En la Figura 1.4 se muestra un pulso rectangular de duración T y amplitud A , cuya transformada de Fourier se indica en la ecuación (1.20) y se ilustra en la Figura 1.5 [6]:

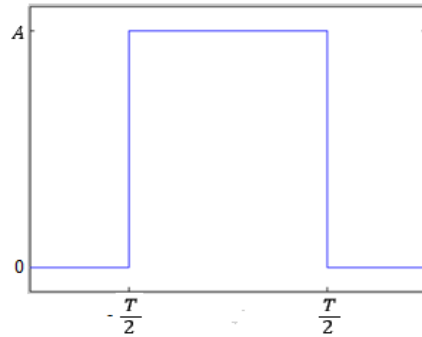


Figura 1.4. Pulso Rectangular de duración T y amplitud A.

$$R(f) = AT \frac{\text{sen}(\pi fT)}{\pi fT}. \quad (1.20)$$

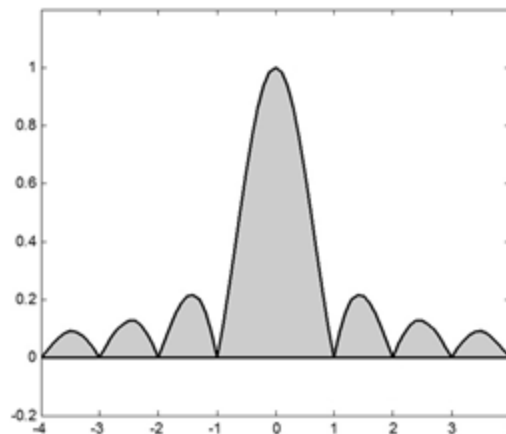


Figura 1.5. Magnitud del espectro de un pulso rectangular.

De la Figura 1.5 se observa que el ancho de banda de esta función se extiende hasta el infinito, sin embargo la mayor parte de la energía se encuentra confinada en la banda que va de 0 a $\frac{1}{T}$ Hz. A pesar de esto, sería necesario un enorme ancho de banda para transmitir una señal de este tipo, por lo que es necesario limitarla espectralmente.

Por otra parte, el pulso con espectro en coseno alzado se define en el tiempo mediante la expresión (1.21).

$$r(t) = \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \cos\left(\frac{\pi \alpha t}{T}\right)}{\frac{\pi t}{T} \left[1 - \left(\frac{2\alpha t}{T}\right)^2\right]}, \quad (1.21)$$

donde α es una constante que puede tomar valores dentro del rango $0 \leq \alpha \leq 1$, y es llamado *factor de exceso de banda* o *factor de ondulación* (en inglés *roll-off factor*), porque tiene relación con el aumento en el ancho de banda respecto a la

frecuencia $1/(2T)$ [7]. Este tipo de pulso tiene asociada una transformada de Fourier de la forma:

$$R(f) = \begin{cases} 1 & \text{para } |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \cos^2 \left[\frac{\pi T}{2\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T} \right) \right] & \text{para } \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & \text{para } |f| > \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (1.22)$$

Para $\alpha = 0$, la forma de $r(t)$ equivale a una función *sinc*, la cual tiene un espectro perfectamente rectangular en el intervalo $|f| < 1/(2T)$.

Para $\alpha = 0.5$, en las frecuencias bajas hasta $f = 0.25/T$ se tiene un zona plana, después esta empieza a decrecer en forma sinusoidal hasta $f = 0.75/T$ donde alcanza el valor 0.

Para $\alpha = 1$, la zona plana desaparece desde el inicio y empieza a decrecer en forma sinusoidal lentamente en comparación con el caso anterior hasta llegar a cero en la frecuencia $1/T$. En la parte izquierda de la Figura 1.6 se muestran algunos pulsos de coseno alzado y en la parte derecha sus correspondientes espectros para diferentes valores del factor de *roll-off*.

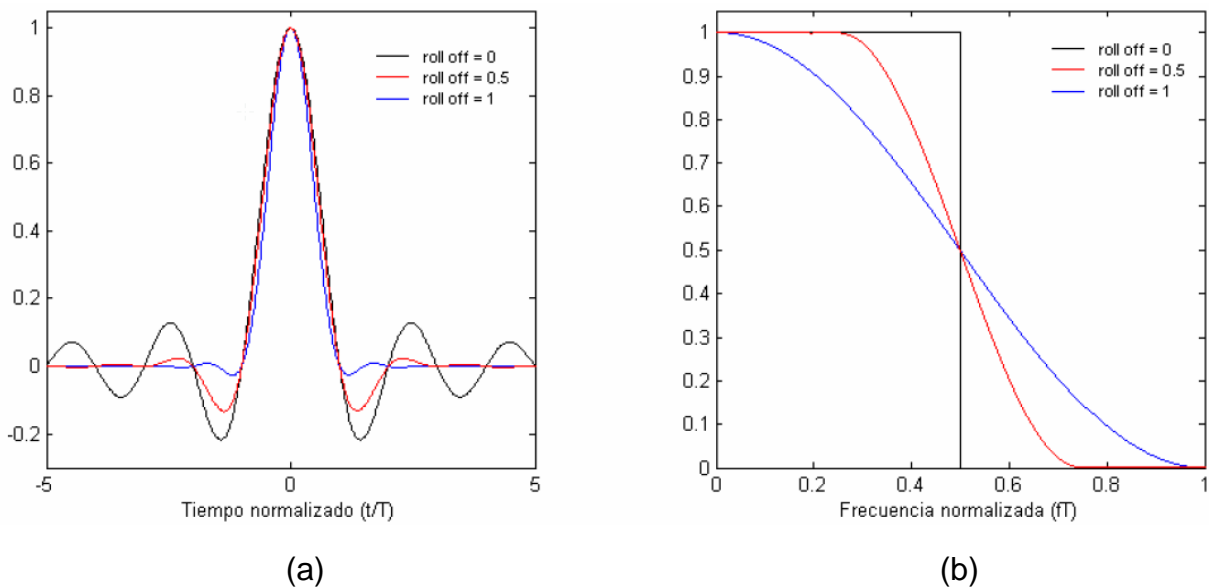


Figura 1.6. (a) Pulso de coseno alzado (b) Espectro de pulso coseno alzado [5].

El ancho de banda abarcado por la señal, en términos del valor de *roll-off*, está dado por la ecuación (1.23):

$$W = \frac{1 + \alpha}{2T}. \quad (1.23)$$

Aplicando la ecuación (1.23) para los valores de *roll-off* mencionados se obtienen los datos de la Tabla 1.1. Evaluación de α en el ancho de banda.

:
Tabla

VALOR α	ANCHO DE BANDA (NORMALIZADO)
0	$\frac{1}{2T}$
0.5	$\frac{3}{4T}$
1	$\frac{1}{T}$

1.1.Evaluación de α en el ancho de banda.

Se observa que la elección del factor de *roll-off* es de gran importancia para el sistema, debido que al tomar un factor muy cercano a cero se tiene una mejor eficiencia espectral pero un mayor esfuerzo en el diseño de los filtros, por otro lado un factor de *roll-off* cercano a uno facilitara el diseño de los filtros pero sacrificaría eficiencia espectral [5].

Retomando la respuesta global del sistema y aplicando la transformada de Fourier a ésta se obtiene:

$$R(f) = P(f)C(f)Q(f),$$

donde $R(f)$ esta dada por la ecuación (1.22).

Asumiendo que el canal tiene un comportamiento constante en $0 \leq f \leq (1 + \alpha)/2T$, se obtiene la ecuación (1.24):

$$R(f) = KP(f)Q(f), \tag{1.24}$$

donde K es un valor constante de la respuesta del canal sobre la banda $0 \leq f \leq (1 + \alpha)/2T$. Es de especial interés el caso en el cual se escogen filtros de transmisión y recepción idénticos, lo que demanda un solo diseño en lugar de dos. De tal forma se asume en la ecuación (1.24) el valor de K igual a 1, y los filtros de transmisión y recepción iguales, obteniendo la ecuación (1.25):

$$R(f) = P(f)^2 = Q(f)^2. \tag{1.25}$$

Al despejar $P(f)$ de la ecuación (1.25) se tiene la ecuación (1.26), de donde cada filtro deberá compensar la mitad de la distorsión del canal y conformará la mitad del espectro $R(f)$ diseñado para evitar la ISI.

$$P(f) = Q(f) = \sqrt{R(f)}. \quad (1.26)$$

A un filtro con esta característica se lo denomina filtro en raíz cuadrada de coseno alzado (SR-RCF, *Square Root Raised Cosine Filter*).

Después de la etapa de muestreo, en el demodulador se toman las muestras y_k para ser comparadas con valores umbrales previamente establecidos. La comparación de las muestras permite determinar a qué símbolo de la secuencia original corresponde. Este proceso se conoce como *decisión*.

Dado que los símbolos transmitidos son equiprobables y estadísticamente independientes, el criterio de decisión corresponde al criterio de distancia mínima el cual se expresa mediante la siguiente condición:

$$\hat{a}_k = \underset{a_n \in \mathcal{A}}{\operatorname{argmin}}(|y_k - a_n|). \quad (1.27)$$

La ecuación (1.27) afirma que el proceso de decisión consiste en determinar el símbolo a_n que está a la menor distancia euclidiana de la muestra y_k . El conjunto de posibles valores de los símbolos a_n corresponde al alfabeto del modulador, \mathcal{A} . Si la varianza del ruido es arbitrariamente pequeña respecto a la potencia de la señal, el mensaje será recuperado con un alto grado de confiabilidad.

Se debe tener en cuenta que, por el teorema de la irrelevancia, la estimación del símbolo transmitido solo depende de la señal modulada, y de la imagen del ruido sobre el subespacio vectorial correspondiente al esquema de modulación. La base teórica del teorema de la irrelevancia se encuentra en el Apéndice B.

Información recuperada: una vez que la señal ha pasado por el demodulador, se obtiene la señal de información, sin embargo es necesario evaluar la calidad de la información recibida, y por ende la calidad del sistema. La Tasa de Error de Bit (BER) permite evaluar la calidad de un sistema de transmisión digital, mediante la relación del número de bits errados en recepción sobre el número de bits transmitidos:

$$BER = \frac{\text{Número de bits errados}}{\text{Número de bits transmitidos}}. \quad (1.28)$$

Para un sistema de transmisión de datos el valor de BER para garantizar un nivel de calidad aceptable debe mantenerse por debajo de 10^{-6} [5].

1.1.2. Probabilidad de Error

La probabilidad de error es la medida de la frecuencia promedio con que se presenta un error en transmisión, y se define como [8]:

$$P_e = \Pr\{\hat{a}_k \neq a_k\}, \quad (1.29)$$

donde \hat{a}_k es la versión estimada por el decisor del símbolo transmitido a_k . A continuación se realiza el cálculo explícito de la probabilidad de error para las modulaciones 2/4-PAM.

Partiendo del supuesto de ISI nula, la probabilidad de error es definida mediante el evento error (E) en la detección de un símbolo en el receptor, el cual se presenta cuando en el instante k de decisión, el valor del símbolo transmitido a_k difiere del símbolo recibido \hat{a}_k . En consecuencia el evento error se define en la ecuación (1.30):

$$E = \{a_k \neq \hat{a}_k\}. \quad (1.30)$$

Para el caso de la modulación 2-PAM, los símbolos transmitidos y recibidos pueden tomar solo dos valores, a saber, $\{-\alpha, \alpha\}$, donde:

$$\hat{a}_k = \begin{cases} -\alpha, & y_k < 0 \\ \alpha, & y_k > 0 \end{cases} \quad (1.31)$$

En la Figura 1.7 se muestran las funciones de densidad de probabilidad condicionales para la muestra recibida, y_k , de acuerdo al símbolo transmitido en el instante k . Dichas funciones corresponden a versiones desplazadas de la función densidad de probabilidad del ruido AWGN, $f_Z(z \pm \alpha)$. El umbral óptimo de decisión corresponde a aquel valor de z donde se satisface la siguiente igualdad:

$$\Pr\{a_k = -\alpha\}f_Z(z + \alpha) = \Pr\{a_k = \alpha\}f_Z(z - \alpha).$$

Para símbolos equiprobables, dicho umbral coincide con el origen.

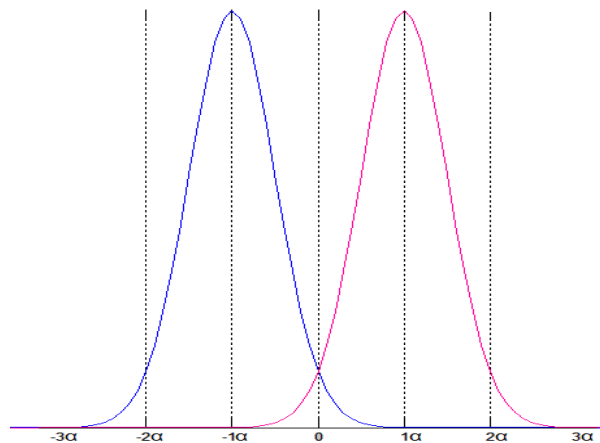


Figura 1.7. Funciones de densidad de probabilidad condicionales para 2-PAM.

De (1.30) y (1.31), la probabilidad de error para la modulación 2-PAM expresada en términos de la probabilidad condicional de error, se presenta en la ecuación (1.32):

$$\begin{aligned} \Pr\{E\} &= \Pr\{a_k = -\alpha\} \Pr\{\hat{a}_k = \alpha | a_k = -\alpha\} + \Pr\{a_k = \alpha\} \Pr\{\hat{a}_k = -\alpha | a_k = \alpha\} \\ \Pr\{E\} &= \Pr\{a_k = -\alpha\} \Pr\{E | a_k = -\alpha\} + \Pr\{a_k = \alpha\} \Pr\{E | a_k = \alpha\}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

A partir de la expresión de probabilidad de error de (1.32), se presenta a continuación el cálculo de las probabilidades de error condicional para los símbolos 2-PAM.

De la Figura 1.7 se observa que $\Pr\{E | a_k = -\alpha\}$ es la probabilidad de que $y_k > 0$:

$$\begin{aligned} \Pr\{E | a_k = -\alpha\} &= \Pr\{y_k > 0 | a_k = -\alpha\} = \int_0^{\infty} f_Z(y + \alpha) dy \\ \Pr\{E | a_k = -\alpha\} &= \int_0^{\infty} \frac{e^{-(y+\alpha)^2/2\sigma^2}}{\sigma \sqrt{2\pi}} dy, \end{aligned}$$

haciendo cambio de variable:

$$\lambda = \frac{y + \alpha}{\sigma}, \quad d\lambda = \frac{dy}{\sigma},$$

calculando los nuevos límites de la integral:

$$\lambda(0) = \frac{\alpha}{\sigma}, \quad \lambda(\infty) = \infty,$$

y reemplazando en la integral, se obtiene la ecuación (1.33):

$$\Pr\{E | a_k = -\alpha\} = \int_{\frac{\alpha}{\sigma}}^{\infty} \frac{e^{-\lambda^2/2}}{\sqrt{2\pi}} d\lambda. \quad (1.33)$$

La integral de la expresión (1.33) puede expresarse a través de la función de la Distribución Acumulativa Complementaria Normal Estándar (CCDF normal estándar), denotada como función $Q(x)$ y definida como $Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{e^{-\lambda^2/2}}{\sqrt{2\pi}} d\lambda$.

Por tanto la solución a la integral (1.33) es la función $Q(x)$ evaluada en $\frac{\alpha}{\sigma}$:

$$\Pr\{E | a_k = -\alpha\} = Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$$

Por simetría de la función densidad de probabilidad del ruido, la probabilidad de error condicional para α es la misma que para $-\alpha$, luego:

$$\Pr\{E | a_k = \alpha\} = Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$$

Reemplazando en la ecuación (1.32) y teniendo en cuenta que los símbolos son equiprobables, se obtiene la probabilidad de error para el caso particular de la modulación 2-PAM:

$$\begin{aligned} \Pr\{E\} &= \Pr\{a_k = -\alpha\} Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) + \Pr\{a_k = \alpha\} Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) = \\ \Pr\{E\} &= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) = \\ \Pr\{E\} &= Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right). \end{aligned} \quad (1.34)$$

Con el fin de expresar la ecuación (1.34) en términos de E_b/N_0 , se obtiene el valor α a partir de la relación de las expresiones de la Energía de Símbolo (E_s) de (1.8) y la Energía de Bit (E_b) en (1.7), esto es:

$$E_s = E[|a_k|^2] = \sum_{i=1}^M |a_i|^2 \Pr\{a_k = a_i\}, \quad \text{donde } a_i \in \mathcal{A} \quad (1.35)$$

De la ecuación (1.7), se observa que para la modulación 2-PAM, $E_b = E_s$, entonces reemplazando en (1.35):

$$E_b = E_s = \frac{1}{2}(-\alpha)^2 + \frac{1}{2}(\alpha)^2 = \alpha^2. \quad (1.36)$$

Sustituyendo $\alpha = \sqrt{E_b}$ y $\sigma = \sqrt{N_0/2}$, se llega a la expresión de la probabilidad de error para la modulación 2-PAM:

$$\Pr\{E\} = Q\left(\frac{\sqrt{E_b}}{\sqrt{N_0/2}}\right) = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (1.37)$$

Graficando la expresión (1.37) en la escala logarítmica se obtiene la curva de desempeño teórica para la modulación 2-PAM.

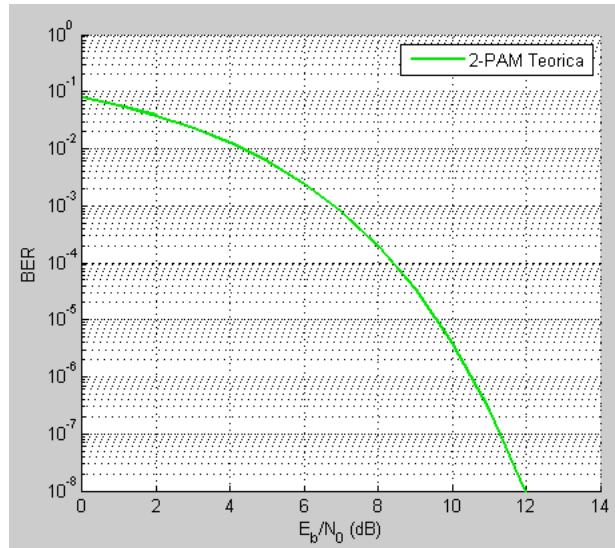


Figura 1.8. Curva de desempeño teórica para 2-PAM

Siguiendo el procedimiento para la obtención de la probabilidad de error para la modulación 2-PAM, se calcula la probabilidad de error para la modulación 4-PAM (ver Apéndice C) obteniendo la expresión (1.38) y la curva de desempeño teórica mostrada en la Figura 1.9.

$$\Pr\{E\} = \frac{3}{2} Q\left(\sqrt{\frac{4 E_b}{5 N_0}}\right). \quad (1.38)$$

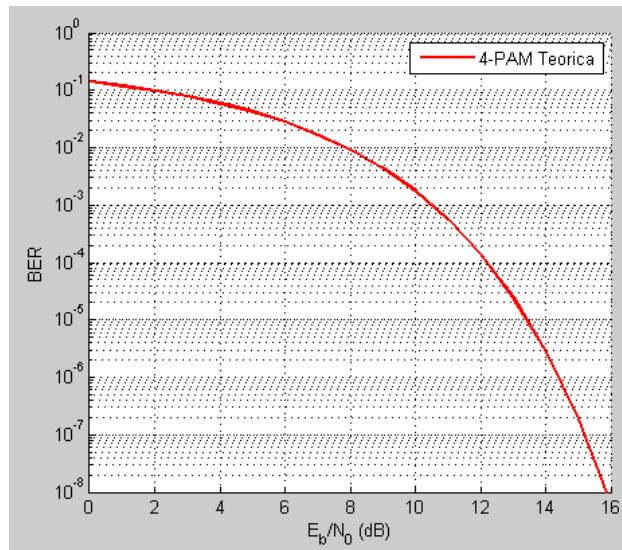


Figura 1.9. Curva de desempeño teórica para 4-PAM.

De la Figura 1.8 y la Figura 1.9, se observa que dado que $Q(x)$ es monótonamente decreciente, entre mayor sea el valor E_b/N_0 , menor es la probabilidad de error.

1.2. HERRAMIENTAS HARDWARE

1.2.1. FPGA (Field Programmable Gate Array)

Los Arreglos de Compuertas Programables de Campo conocidas por sus siglas en inglés como FPGA, consisten en un circuito integrado compuesto de una matriz de bloques lógicos configurables (CLB, *Configurable Logic Block*) y conexiones configurables para interconectar los CLB como se aprecia en la Figura 1.10. Cada elemento que compone la FPGA es independiente de los demás, de tal manera que pueden ser seleccionados, configurados e interconectados a la medida del diseño o aplicación del usuario en particular, en lugar de limitarse a una función de hardware determinada. Lo anterior se logra gracias al uso de lenguaje de descripción hardware (HDL, *Hardware Description Language*).

Con el paso de los años, las FPGA han evolucionado, implementando mayor número de compuertas e interfaces de entrada/salida (I/O), así como aumentado el rendimiento del procesamiento. De esa manera, pueden ser usadas para cualquier propósito, lo que las ha hecho atractivas en el área de las comunicaciones, en especial en el procesamiento de bloques de datos o el procesamiento digital de señales (DSP, *Digital Signal Processing*) dadas sus ventajas en cuanto a la reducción en el tiempo de diseño e implementación, así como su bajo costo de desarrollo y adquisición[9].

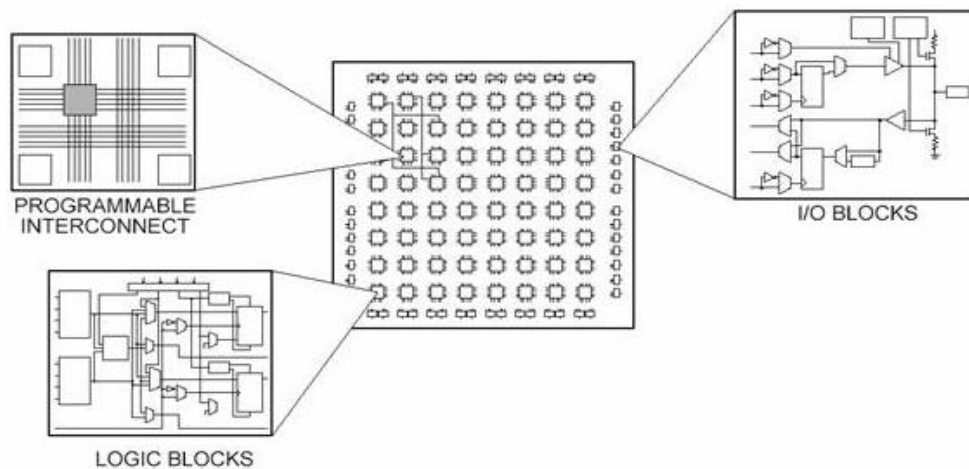


Figura 1.10. Arquitectura general de una FPGA [10].

Una ventaja de usar FPGA es su flexibilidad y capacidad de llevar a cabo diferentes operaciones de manera paralela, es decir, a través de módulos dedicados que ejecutan tareas en forma autónoma [11]. Lo anterior evita la competencia por los recursos, incrementando así el rendimiento de los procesos. Adicionalmente fabricantes como Xilinx y Altera han orientado algunos de sus diseños hacia el procesamiento de señales, agregando mayor número de unidades MAC (*Multiplier*

Accumulator) y facilitando el diseño sobre sus herramientas software. Sin embargo, la gran complejidad que involucra el procesamiento digital de señales en tiempo real tiende a ocupar buena parte de la capacidad de la FPGA [12].

A continuación se presentan los elementos básicos de la arquitectura general de una FPGA de Xilinx⁴ [9] presentados en la Figura 1.11:

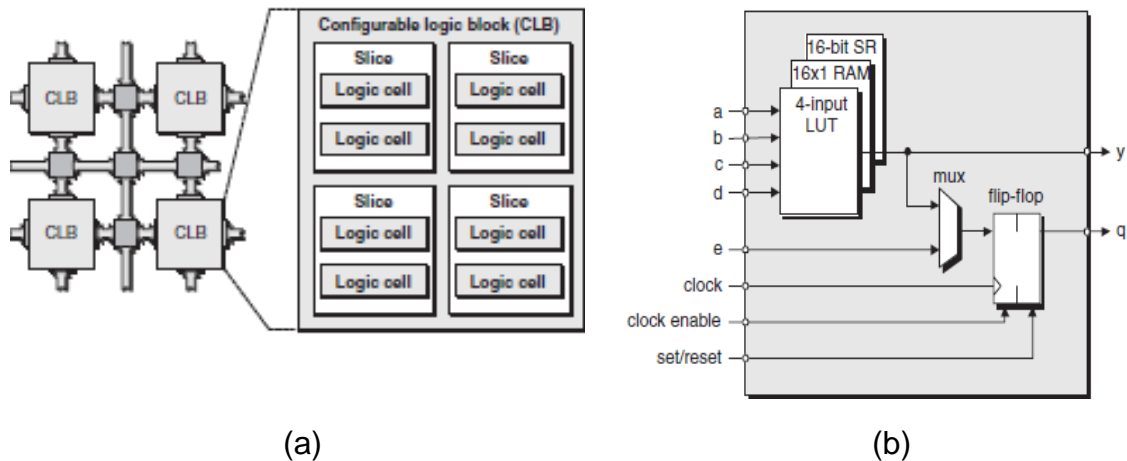


Figura 1.11. (a) arquitectura interna de una CLB. (b) arquitectura interna de una LC[9].

- LUT (*Look-Up Table*): es una memoria digital con M direcciones que puede implementar cualquier función lógica de M entradas mediante una tabla de verdad. Generalmente, están compuestas por células de SRAM (Static RAM), esto es, una vez un valor ha sido cargado en una célula SRAM, permanecerá sin cambios hasta que se altere de forma explícita o hasta que se elimine la alimentación del dispositivo. A esta propiedad se la conoce como RAM distribuida.
- LC (*Logic Cell*): actualmente se lo considera como el bloque básico de una FPGA Xilinx. Generalmente una LC contiene una LUT de cuatro entradas, un multiplexor, y un registro (ver Figura 1.11 (b)). Los LC son empleados para realizar operaciones aritméticas.
- SLICE: es el nombre otorgado por Xilinx para el bloque que contiene dos celdas lógicas, además de un reloj y un set/reset común a las dos celdas.
- Bloque Lógico Configurable (CLB, *Configurable Logic Block*): Es la unidad básica en la FPGA de Xilinx. Generalmente se compone de 2 a 4 SLICES interconectados entre sí (ver Figura 1.11 (a)). Sin embargo, el número exacto de SLICES y características varían de un modelo a otro.

⁴ Se hace la aclaración del fabricante Xilinx debido a que cada fabricante nombra sus elementos de forma distinta.

- RAM: actualmente las FPGA incluyen bloques RAM debido a los crecientes requerimientos de memoria en las aplicaciones. Los bloques RAM se pueden utilizar de forma independiente o combinados, de esta manera se proporciona una capacidad de almacenamiento desde unos cientos de miles de bit hasta varios millones, dependiendo del modelo de FPGA.
- DCM (*Digital Clock Manager*): el bloque de administración de reloj permite que varias aplicaciones o diseños se ejecuten en distintas frecuencias de reloj sobre la misma FPGA, además de proporcionar una señal de reloj con mayor precisión y reduciendo efectos de jitter y filtrado.
- Multiplicadores integrados: debido a que muchas aplicaciones requirieren el uso de multiplicadores, las FPGA incorporan conexiones especiales de bloques de multiplicadores, generalmente en ubicaciones cercanas a los bloques de memoria RAM.

La mayoría de los entornos de programación representan los valores numéricos mediante la arquitectura de coma flotante, en la cual se involucra un número fraccionario elevado a una potencia de 10 para su representación. Este tipo de arquitectura tiene la ventaja de proporcionar valores más precisos, sin embargo, la aplicación de cálculos de punto flotante en FPGA requiere una cantidad descomunal de recursos, afectando el procesamiento a nivel de hardware. Por lo tanto, se prevee que en algún momento el diseño migrará a las representaciones de punto fijo, que se refiere a los números que tienen un número fijo de bits para representar a su entero correspondiente y las partes fraccionarias. Este proceso se conoce comúnmente como cuantificación. En consecuencia, se puede requerir una cantidad considerable de experimentación para determinar el equilibrio óptimo entre el uso de un menor número de bits (disminuyendo de ese modo la cantidad de recursos y acelerar los cálculos) mientras se mantiene una precisión suficiente para llevar a cabo la tarea en cuestión. La anterior elección depende de la cantidad de ruido que el diseñador está dispuesto a aceptar para un determinado número de bits [9].

1.2.2. FPGA Spartan 3A

Para el desarrollo del presente trabajo de grado, se empleó la FPGA Spartan 3A del fabricante Xilinx, con la referencia XC3S700A-FG484, que consta de 700.000.000 de compuertas, que equivalen a 13248 celdas lógicas programables. Cuenta además con 1472 CLB distribuidos en una matriz de 48 filas por 32 columnas, cada CLB contiene 4 SLICES para un total de 5888 SLICES. Adicionalmente, la FPGA Spartan 3A XC3S700A incorpora 360 Kbits de RAM, 20 multiplicadores dedicados y 8 DCM. En la Tabla 1.2 resumen las características de los principales bloques de la FPGA XC3S700A obtenidas en la datasheet [13]:

Tabla 1.2. Resumen de Características de la FPGA XC3S700A.

Capítulo 1. Generalidades

BLOQUE		RECURSOS
Compuertas del sistema		700 K
Equivalente en celdas lógicas		13.248
Arreglo de CLB's	Filas	48
	Columnas	32
	CLBs	1.472
	SLICES	5.888
RAM distribuida (bits)		92 K
Bloque de memoria RAM (bits)		360 K
Multiplicadores dedicados		20
DCM		8
Máximo de E/S		372

CAPÍTULO 2. MODELADO, SIMULACIÓN E IMPLEMENTACIÓN

Para el modelado, simulación e implementación del sistema de comunicaciones con modulación 2/4-PAM sobre hardware reconfigurable (FPGA), es necesario que la metodología de trabajo esté orientada hacia el desarrollo de sistemas de telecomunicaciones sobre FPGA.

Este capítulo aborda la metodología de trabajo implementada, la cual describe en ocho distintas fases, los requerimientos y procesos necesarios para realizar la implementación sobre hardware reconfigurable de un sistema de comunicaciones con modulación 2/4-PAM.

2.1.METODOLOGÍA DE SIMULACIÓN

Para el desarrollo y cumplimiento de los objetivos del presente trabajo de grado, la metodología empleada es una adaptación de las metodologías descritas por Zeidman [14] y Astaiza et al. [15], la cual consta de ocho fases como indica la Figura 2.1.

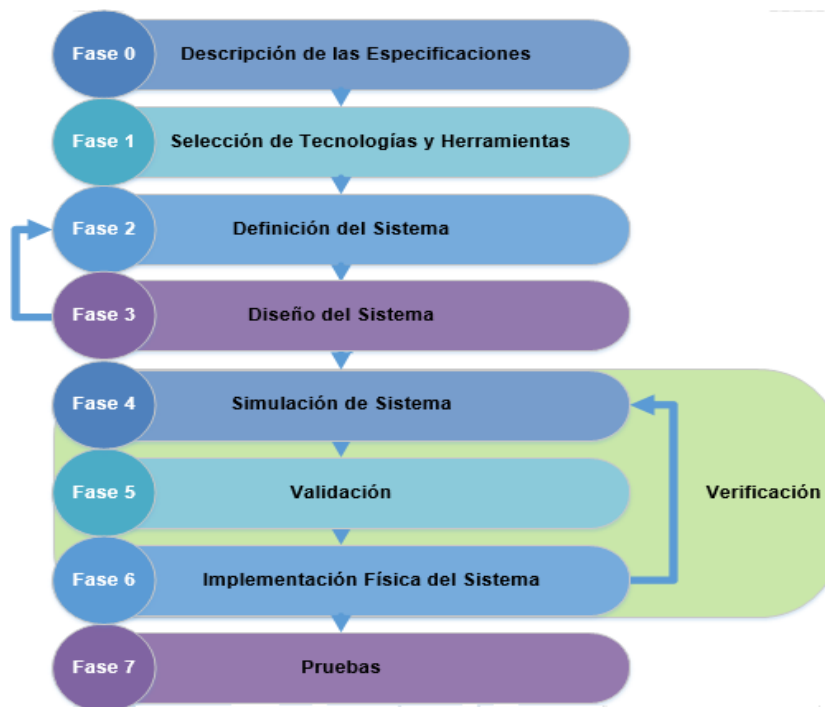


Figura 2.1. Diagrama de flujo de la metodología de simulación empleada [14].

A continuación se explica detalladamente cada una de las fases implementadas en esta metodología.

2.1.1. Fase 0. Descripción de las Especificaciones

Las especificaciones consideradas en el presente trabajo de grado para lograr el cumplimiento del objetivo general planteado se listan a continuación:

- Modelar un sistema básico de comunicaciones con modulación 2/4-PAM.
- Implementar sobre hardware reconfigurable un sistema de comunicación banda base que emplea modulación 2/4-PAM, utilizando dos tipos de conformación de pulso.
- Evaluar el desempeño del sistema de comunicación banda base en términos de la Tasa de Error de Bit (BER), cuando la transmisión se lleva a cabo a través de un canal AWGN.

2.1.2. Fase 1. Selección de las Herramientas Software y Hardware

Es necesario realizar pruebas a los diferentes sistemas para poder validar su correcto funcionamiento, por lo tanto, se debe contar con un equipo hardware que permita ser reprogramado. A su vez, es necesario contar con una herramienta que permita realizar el diseño del sistema de una manera simplificada. Teniendo en cuenta lo anterior y considerando la disponibilidad de la herramienta, se elige la FPGA de Xilinx, Spartan-3A XC3S700A-4FG484, como el hardware donde serán implementados los diferentes sistemas.

Una vez seleccionada la herramienta hardware donde se realizará la implementación, se debe seleccionar un software compatible con ésta para los procesos de modelado, diseño, compilación y programación de la FPGA. En ese sentido, se elige el software System Generator, el cual hace parte del paquete de diseño de Ambiente de Software Integrado (ISE, Integrated Software Environment) del fabricante Xilinx. La principal razón que motiva tal elección es su amplia funcionalidad, lo que le permite integrarse al entorno de trabajo de Simulink de Matlab® y con ello la realización de múltiples diseños a través de una interfaz simple. Además, Xilinx brinda un conjunto adicional de herramientas software, entre las que se destaca un sintetizador que genera el código HDL a partir del modelo en bloques previamente implementado, lo que permite programar el sistema en la FPGA [16].

2.1.3. Fase 2. Definición del Sistema

Aplicando el diagrama de bloques de la Figura 2.2, el sistema de comunicaciones diseñado inicialmente consta de una fuente generadora de bits, la cual produce la secuencia de datos a transmitir. Una vez generados los bits, estos pasan a través

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

del modulador, el cual convierte cada bloque de bits en un símbolo del alfabeto predefinido por el esquema de modulación. Posteriormente, la secuencia de símbolos pasa a través del filtro de transmisión, el cual genera la forma de onda que será transmitida por el canal AWGN, quien a su vez la contamina con Ruido Blanco Gaussiano.

Al salir del canal AWGN, la señal pasa por el filtro de recepción, el cual la adecúa para el proceso de detección. Dicho proceso consiste en tomar muestras periódicas de la señal en el instante óptimo, para luego ser llevadas al demodulador, donde se obtiene una estimación del mensaje transmitido, basada en la comparación de las muestras recibidas con los umbrales de decisión correspondientes.

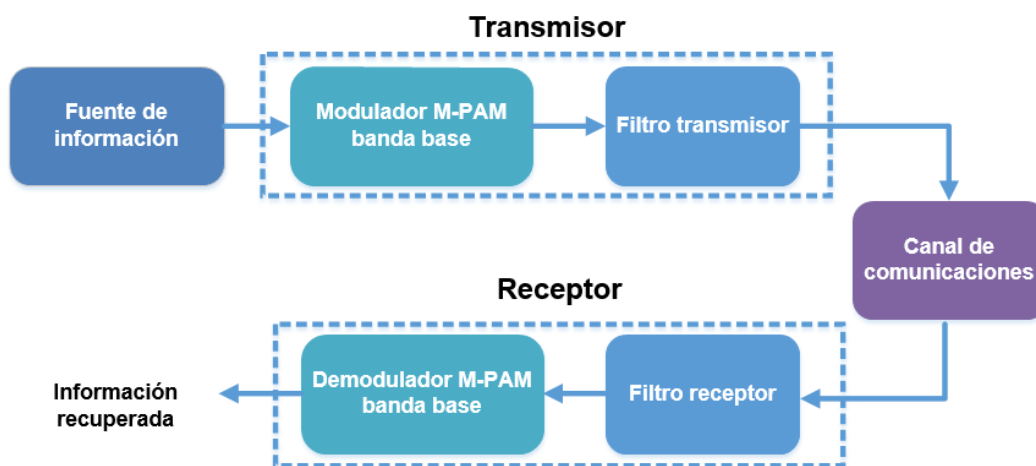


Figura 2.2. Diagrama de bloques del sistema de comunicaciones banda base con modulación M-PAM.

2.1.4. Fase 3. Diseño del Sistema

En esta fase se presenta el diseño de seis sistemas de comunicaciones en banda base que transmiten la información a través de un canal AWGN. La Tabla 2.1 especifica la técnica de modulación y el tipo de filtro empleado en cada uno de los sistemas mencionados.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Tabla 2.1. Características de los sistemas implementados.

	MODULACIÓN	TIPO DE FILTRO
1	2-PAM	Sin filtro ⁵
2		Rectangular ⁶
3		Raíz cuadrada de coseno alzado
4	4-PAM	Sin filtro
5		Rectangular
6		Raíz cuadrada de coseno alzado

Usando la representación de diagramas de bloques, en la Figura 2.3 y la Figura 2.4 se muestran los diagramas de bloques de los sistemas implementados, correspondientes a las modulaciones 2-PAM y 4-PAM respectivamente.

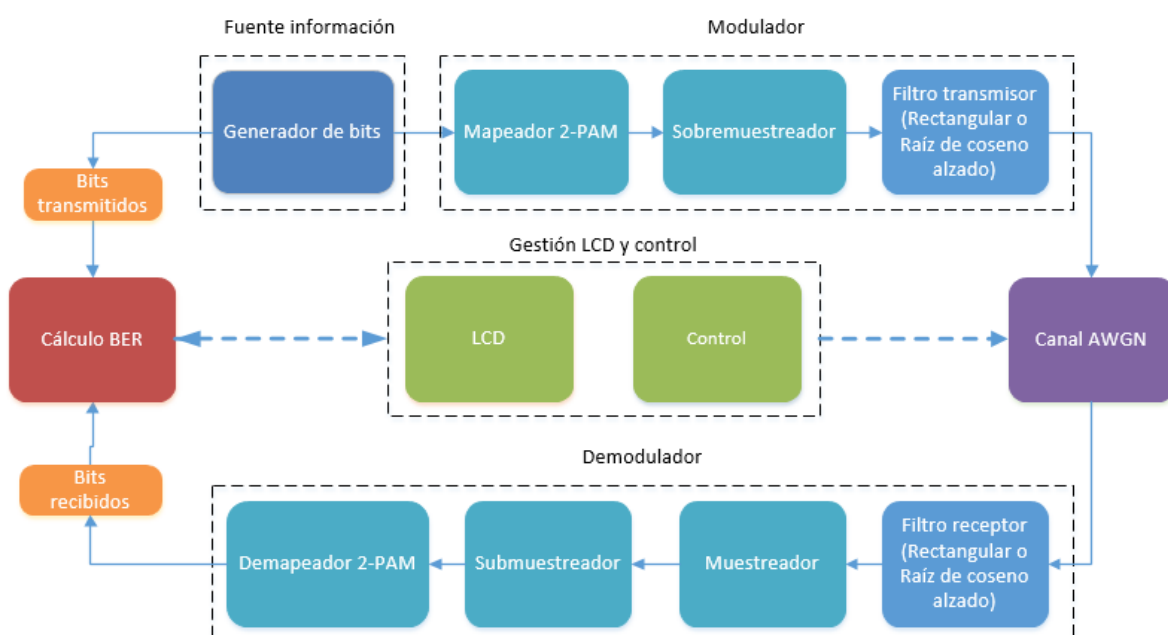


Figura 2.3. Diagrama de bloques para la modulación 2-PAM.

⁵ El sistema sin filtro no representa los símbolos mediante forma de pulso alguna. En este caso se trabaja directamente con la secuencia de símbolos generados por el modulador, por lo que no es necesaria la etapa de muestreo en el receptor.

⁶ El filtro rectangular hace referencia a aquel que produce una respuesta impulsiva con forma de pulso rectangular.

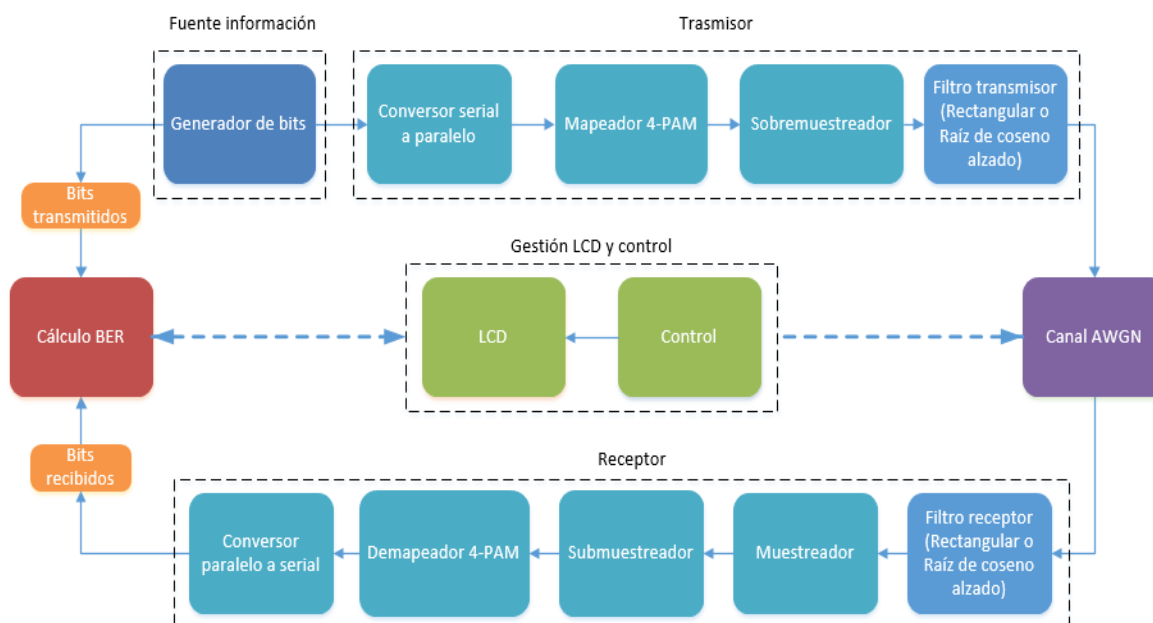


Figura 2.4. Diagrama de bloques para la modulación 4-PAM.

A continuación se especifican los subsistemas que hacen parte de las modulaciones implementadas.

Subsistema generador de bits:

Encargado de generar una secuencia pseudo-aleatoria de bits equiprobables. Este subsistema es implementado mediante un bloque específico de la librería de Xilinx.

Subsistema Transmisor:

Inicialmente este subsistema consta de un bloque modulador encargado de generar los símbolos a partir de los bits de la entrada.

Para el caso de 2-PAM, los símbolos son generados directamente a partir de las respectivas entradas como se indica en la Tabla 2.2:

Tabla 2.2. Salida mapeador 2-PAM.

BITS ENTRADA	SÍMBOLO SALIDA
0	-1
1	1

En la Figura 2.5 se observa la constelacion generada por el mapeador 2-PAM.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

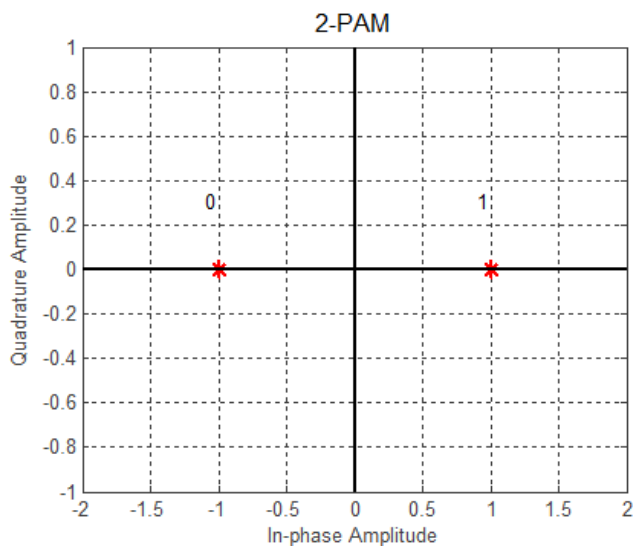


Figura 2.5. Constelación 2-PAM.

Para el caso de 4-PAM, es necesario utilizar un conversor serial a paralelo con el fin de agrupar dos bits a la vez, los cuales pasaran a formar un nuevo símbolo. Para este caso se usará mapeo Gray⁷. La Tabla 2.3 muestra los símbolos generados por el modulador 4-PAM.

Tabla 2.3. Salida mapeador 4-PAM.

BITS ENTRADA	SÍMBOLO SALIDA
00	-3
01	-1
11	1
10	3

En la Figura 2.6 se observa la constelación generada para el caso de 4-PAM.

⁷ Sistema de mapeo binario en el que dos símbolos consecutivos difieren solamente en uno de sus bits.

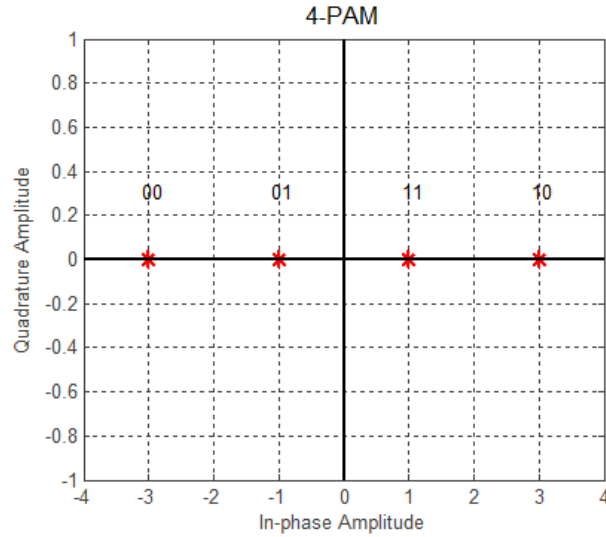


Figura 2.6. Constelación 4-PAM.

El subsistema transmisor también consta de un bloque de *sobremuestreo* (Up-sample), el cual tiene como función insertar ceros entre muestras consecutivas, esto como antesala del proceso de filtraje de transmisión. La Figura 2.7 muestra un ejemplo de un proceso de sobremuestreo con factor de 3, lo que incrementa el tamaño de la secuencia original 3 veces.



Figura 2.7. Ejemplo sobremuestreo por 3.

El factor de sobremuestreo depende exclusivamente del tipo de filtro⁸ que se va a utilizar, independiente de la modulación. Para el filtro de raíz cuadrada de coseno alzado se utilizará un factor de 4 y para el filtro rectangular un factor de 8.

A continuación se hace una breve justificación de los factores de sobremuestreo elegidos para cada uno de los tipos de filtraje implementados.

⁸ Para el caso donde no hay filtraje, el factor de sobremuestreo es 1, es decir, no se inserta ninguna muestra adicional.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Para que la señal modulada se pueda representar adecuadamente a partir de una aproximación muestral, es necesario que la frecuencia de muestreo de la simulación sea mayor al doble de la frecuencia máxima contenida en el espectro de dicha señal modulada. De lo contrario, las señales representadas estarán sometidas al fenómeno de *aliasing*⁹.

Suponiendo que la señal modulada posee una frecuencia máxima W , la frecuencia de muestreo de la simulación, F_s , debe satisfacer lo siguiente:

$$F_s > 2W, \quad (2.1)$$

En la Figura 2.8 se ilustra, desde el punto de vista espectral, el cumplimiento de la ecuación (2.1), donde el término $Z(f)$ corresponde al espectro de la aproximación muestral de la señal modulada.

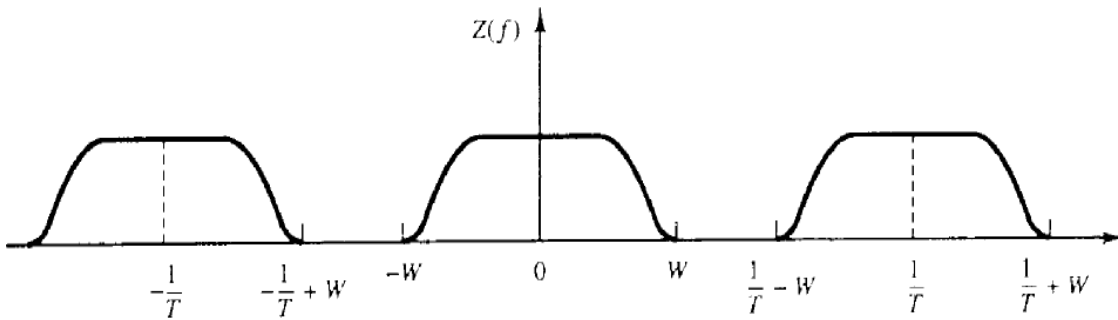


Figura 2.8. Cumplimiento del teorema de muestreo para las simulaciones implementadas [4].

Para verificar el cumplimiento de la anterior condición en los sistemas implementados, se debe tener en cuenta que la frecuencia de muestreo de la simulación es igual al factor de sobremuestreo, multiplicado por la tasa de símbolo.

En el caso del filtraje de tipo raíz cuadrada de coseno alzado, la señal modulada ocupa un ancho de banda $W = R_s(1 + \alpha)/2$, por tanto, el uso de un factor de sobremuestreo de 4 está plenamente justificado a partir de los siguientes argumentos:

$$F_s > 2W$$

$$F_s > 2 \left[\frac{R_s(1 + \alpha)}{2} \right]$$

Simplificando la anterior desigualdad

⁹ Corresponde al solapamiento de las réplicas periódicas del espectro cuando la señal es muestreada por debajo de la frecuencia que satisface el teorema de muestreo.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

$$F_s > R_s(1 + \alpha)$$

Para este caso $F_s = 4R_s$ y debido a que el rango de valores de α va desde 0 hasta 1, el lado izquierdo de la desigualdad toma un valor máximo de 2, lo que hace que se satisfaga el teorema del muestreo para cualquier valor del factor de *roll-off*.

En el caso del filtraje con respuesta impulsiva rectangular, el espectro de la señal modulada no es limitado en banda, por lo que ningún factor de sobremuestreo será suficiente para representar exactamente la señal modulada a partir de sus muestras. Sin embargo, al considerar que en el primer lóbulo espectral se concentra más del 90% de la energía de la señal, se puede considerar, en forma práctica, que el ancho de banda de la señal es aproximadamente igual a la tasa de símbolo, de tal forma, $W = R_s$ (Frecuencia donde se registra el primer nulo espectral). De esa forma, un factor de sobremuestreo de 8 cumplirá aceptablemente el teorema de muestreo debido a la siguiente argumentación:

$$F_s > 2W$$

$$F_s > 2R_s$$

Para este caso $F_s = 8R_s$, así con un factor de sobremuestreo de 8 se cumple la condición del factor de muestreo.

Finalmente el subsistema transmisor contiene un módulo que corresponde al filtro transmisor, el cual en sí mismo está compuesto por bloques encargados de realizar la conformación del pulso, además de limitar en banda la señal que se desea transmitir en el caso del filtro raíz de coseno alzado. Cada filtro cuenta con su propio conjunto de coeficientes y la conformación del pulso será distinta para uno de los casos mencionados.

Los coeficientes para el filtro raíz cuadrada de coseno alzado se obtuvieron mediante la función *rcosfir* de Matlab®:

$$\text{rcosfir}(R, N_T, RATE, T, FILTER_TYPE),$$

dónde:

R : Es el factor de *roll-off*.

N_T: Especifica el número de periodos de símbolo que abarca la respuesta impulsiva a lado y lado.

RATE: Es la tasa de sobremuestreo.

T: Es periodo de muestreo de la señal entrante en segundos.

FILTER_TYPE: Especifica el tipo de filtro, para este caso un filtro raíz cuadrada de coseno alzado.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Con base en lo anterior, se configura la función *rcosfir* para los factores de *roll-off* de 0.2 y 0.8, de la siguiente manera:

```
rcosfir(0.2,3,4,0.2,'sqrt')
```

```
rcosfir(0.8,3,4,0.2,'sqrt')
```

La función *rcosfir* retorna los valores de cada uno de los coeficientes que se usarán para el filtro. Estos coeficientes están configurados de tal forma que la energía total de la respuesta impulsiva sea unitaria (normalizada en energía). La longitud del filtro para ambos factores de *roll-off* es de 25 coeficientes.

La Figura 2.9 y la Figura 2.10 muestran las respuestas al impulso para los filtro raíz cuadrada de coseno alzado diseñados con factor de *roll-off* de 0.2 y 0.8 respectivamente.

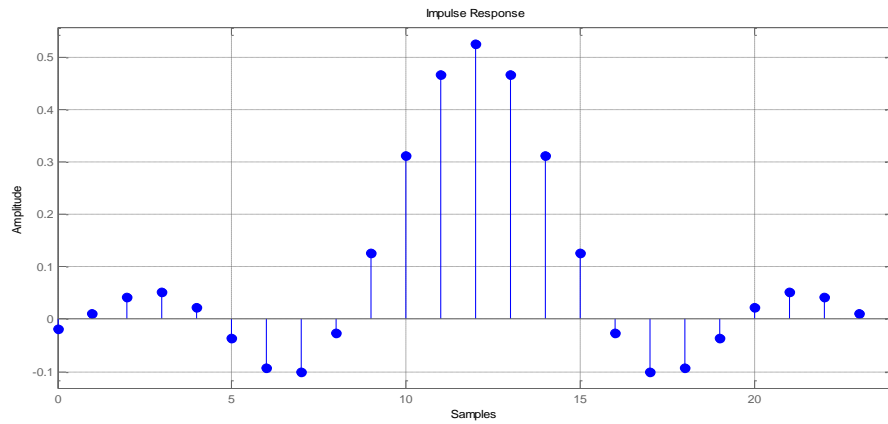


Figura 2.9. Respuesta al impulso para el filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.2.

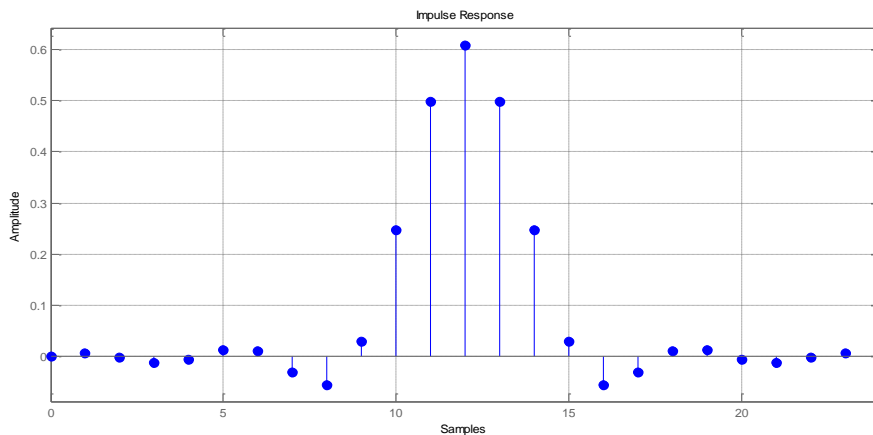


Figura 2.10. Respuesta al impulso para el filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Para el caso del filtro rectangular, se toman ocho coeficientes de igual valor, con energía unitaria. La respuesta al impulso para el filtro rectangular diseñado se muestra en la Figura 2.11.

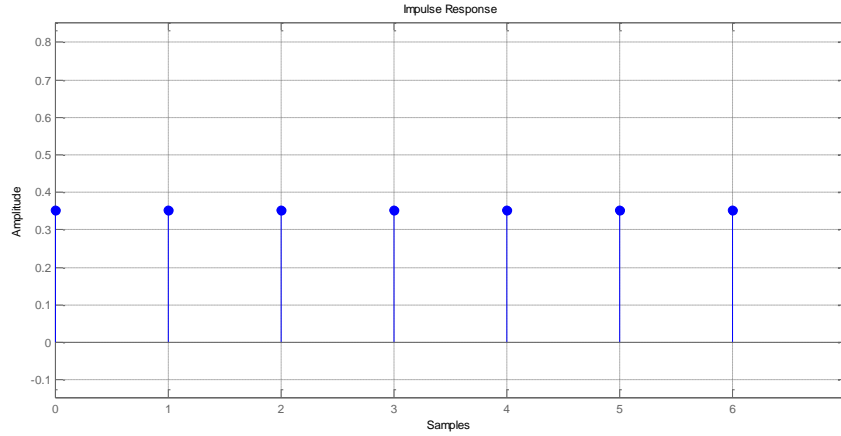


Figura 2.11. Respuesta al impulso para el filtro rectangular.

Subsistema canal AWGN:

Es el bloque encargado de simular un canal AWGN, con las siguientes características [2]:

- El canal AWGN tiene una respuesta en frecuencia plana sobre todo su ancho de banda, con lo que la transmisión será sin distorsión (o con una distorsión no apreciable).
- La señal transmitida viene perturbada a lo largo del canal con un proceso de ruido $z(t)$ que es aditivo, Gaussiano, de media cero y estacionario. Esta aproximación simplifica considerablemente los cálculos y se acerca bastante a la realidad.

El valor de la desviación estándar de ruido, σ , depende directamente de la relación E_b/N_o (ver ecuación (1.10)). En la Tabla 2.4 se consignan dichos valores para cada una de las modulaciones implementadas.

Tabla 2.4. Valor desviación estándar para 2/4-PAM.

VALOR DE SIGMA		
E_b/N_o	2-PAM	4-PAM
0	0,707106781186548	1,11803398874990
1	0,630209582093244	0,996448841338757
2	0,561674881261479	0,888085964645451
3	0,500593264850453	0,791507449133671
4	0,446154216921401	0,705431756580232

5	0,397635364383525	0,628716714841468
6	0,354392891541971	0,560344361922825
7	0,315852997054712	0,499407438241673
8	0,281504279937367	0,445097347843861
9	0,250890953582843	0,396693428826683
10	0,223606797749979	0,353553390593274
11	0,199289768267751	0,315104791046622
12	0,177617192929090	0,280837440630740
13	0,158301489826734	0,250296632425227
14	0,141086351316046	0,223077108460701
15	0,125743342968294	0,198817682191763

Subsistema receptor:

El subsistema receptor cuenta con diversos bloques, entre ellos el filtro receptor que se encarga de mitigar las componentes de ruido fuera de banda, además de completar el proceso de conformación de la señal previo a la etapa de muestreo. Después de pasar por el filtro la señal pasa al bloque del muestreador, donde se toman muestras periódicas de la señal en el instante óptimo, es decir, cuando el diagrama del ojo experimenta la máxima apertura. Dicho proceso es implementado a través de un bloque de submuestreo (*Down-sample*), cuyo factor de submuestreo es igual al factor de sobremuestreo empleado en el transmisor. En la Figura 2.12 se puede apreciar un ejemplo del proceso de submuestreo de orden 3.

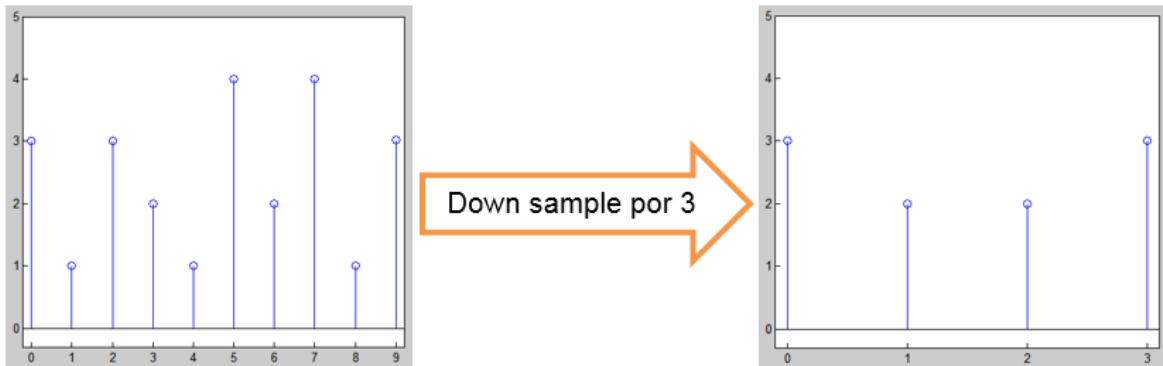


Figura 2.12. Ejemplo de submuestreo por 3.

En la Figura 2.12, se observa que aplicando Down-sample con factor de 3, se eliminan 2 de cada 3 muestras.

El demapeador es otro bloque que hace parte del subsistema receptor. Dicho bloque realiza conjuntamente las tareas de decisión y de-mapeo, es decir, a partir de la secuencia de símbolos recibidos, contaminados con ruido, y utilizando un criterio de decisión basado en distancia mínima, se hace una estimación de la secuencia de bits transmitidos.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

En la Tabla 2.5 se muestra la tarea del demapeador para el caso de la modulación 2-PAM:

Tabla 2.5. Criterio decisión para 2-PAM

CRITERIO DE DECISIÓN	SÍMBOLO INTERPRETADO	BIT RECIBIDO
$entrada < 0$	-1	0
$entrada \geq 0$	1	1

Las regiones de decisión para 2-PAM se muestran en la Figura 2.13.

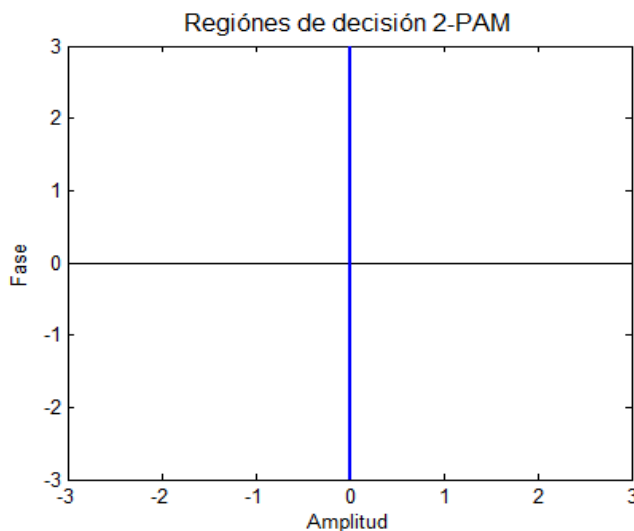


Figura 2.13. Región de decisión para 2-PAM.

De la Figura 2.13, se observa que el umbral de decisión para 2-PAM es el origen.

En la Tabla 2.6 se muestra la tarea del demapeador para el caso de la modulación 4-PAM.

Tabla 2.6. Criterio decisión para 4-PAM.

CRITERIO DE DECISIÓN	SÍMBOLO INTERPRETADO	BITS RECIBIDOS (DIGITO)
$entrada \leq -2$	-3	00 (0)
$-2 < entrada < 0$	-1	01 (1)
$0 \leq entrada < 2$	1	11 (3)
$entrada \geq 2$	3	10 (2)

Para 4-PAM las regiones de decisión se observan en la Figura 2.14.

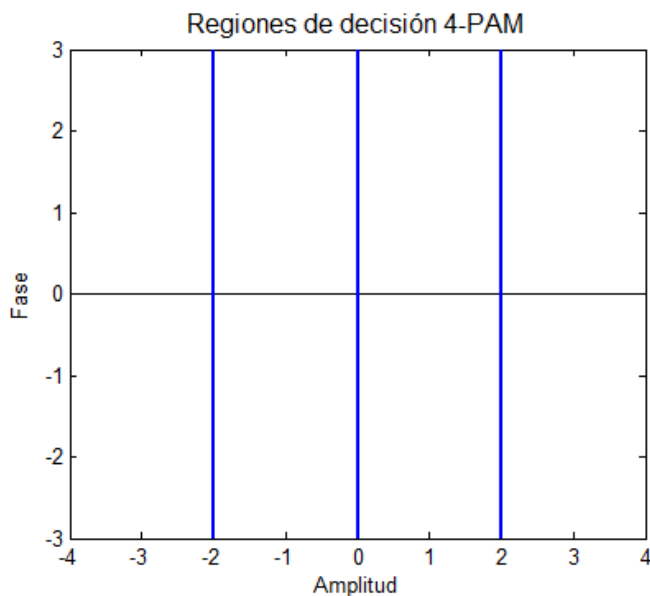


Figura 2.14. Regiones de decisión para 4-PAM.

De la Figura 2.14 se observa que los umbrales de decisión para 4-PAM, corresponden a las líneas perpendiculares ubicadas en -2, 0 y 2.

Para 4-PAM, se adiciona un proceso de conversión paralelo / serie para obtener la secuencia de bits recibidos.

Subsistema calculo BER:

Es el bloque encargado de realizar una comparación entre la secuencia de bits enviados y la secuencia de bits recibidos, para determinar cuántos de éstos llegaron errados. El cálculo de la BER se expresa en la ecuación (1.28).

Subsistema gestión LCD y control:

Este subsistema no hace parte de la modulación como tal, pero interviene en el sistema, ya que se encarga de cambiar los valores de la desviación estándar de ruido una vez completado cada ciclo de transmisión de datos, reiniciando los procesos de transmisión, recepción y cálculo de BER, de acuerdo a las nuevas condiciones del canal. Además, también se encarga de mostrar en la pantalla de cristal líquido de la FPGA el valor de la tasa de error de bit.

2.1.5. Fase 4. Simulación de los Sistemas de Comunicaciones con Modulaciones 2-PAM Y 4-PAM en System Generator

Este sistema cuenta con siete subsistemas definidos e implementados en System Generator como lo indica la Figura 2.15:

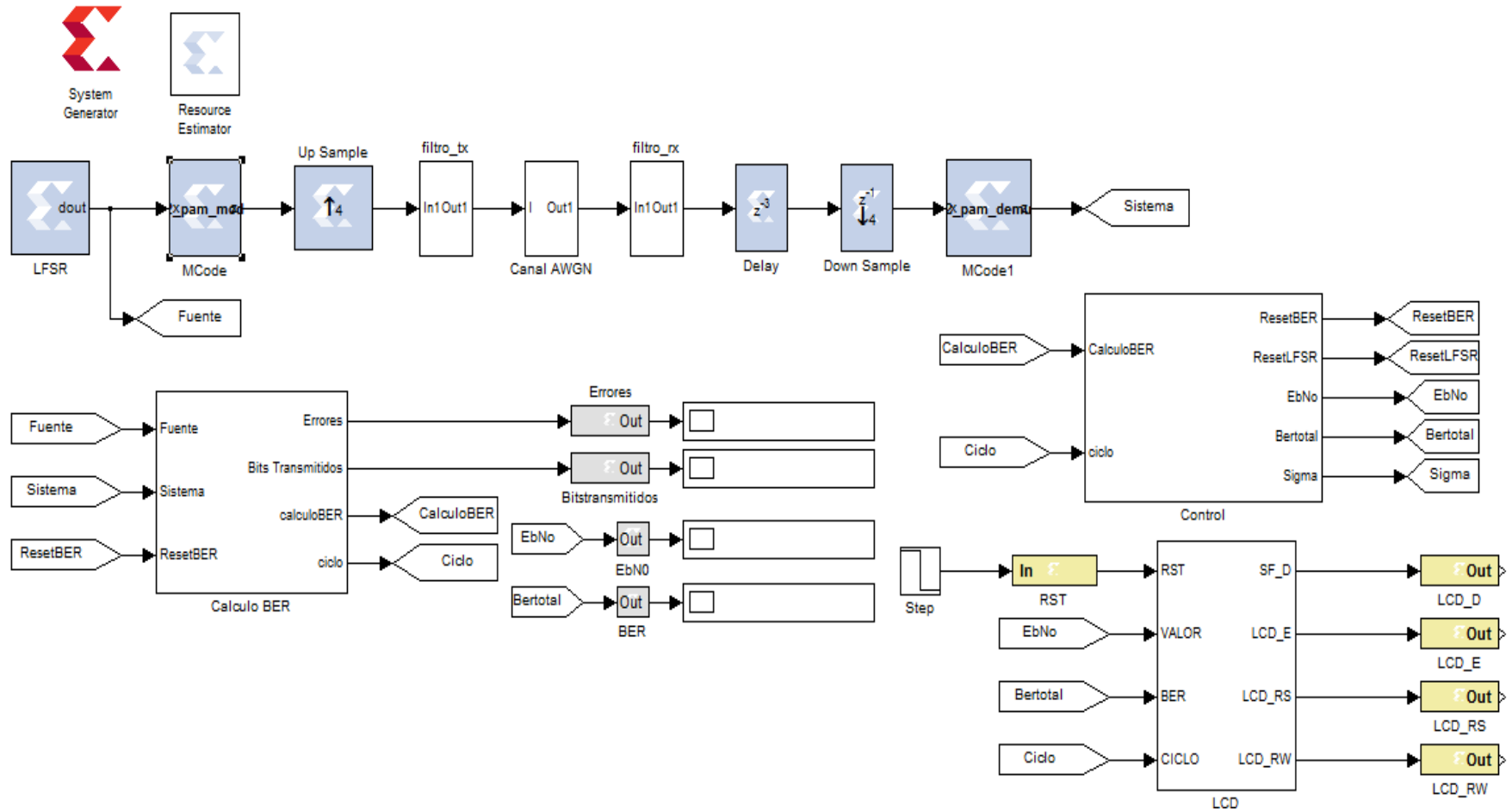


Figura 2.15. Esquema general de los sistemas de comunicaciones con modulación 2/4-PAM desarrollados sobre herramienta System Generator de Xilinx.

Fuente de bits:

Está implementada mediante un registro de desplazamiento con retroalimentación lineal (LFSR, *Linear Feedback Shift Register*), que genera una secuencia pseudoaleatoria de bits. En la Figura 2.16 se observa el esquema del bloque LFSR.



Figura 2.16. Bloque LFSR.

Dependiendo del tipo de filtro usado, y el factor de sobremuestreo, el parámetro “Explicit Sample Period” puede cambiar de valor. La Tabla 2.7 indica los valores de dicho parámetro en los diferentes sistemas implementados.

Tabla 2.7. Valores de configuración para el bloque LFSR, periodo de bit.

MODULACIÓN	TIPO DE FILTRO	
	Rectangular (Up-Sample = 8)	Raíz cuadrada coseno alzado (Up-Sample = 4)
2-PAM	8	4
4-PAM	4	2

Modulador:

El modulador implementado está conformado por varios bloques, en la Figura 2.17 se muestran el esquema de estos bloques:

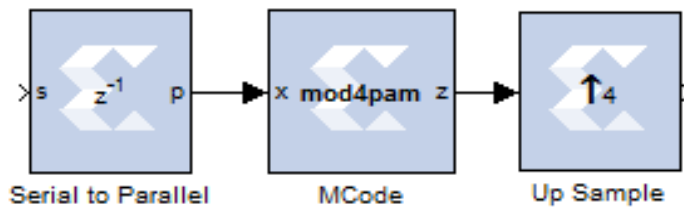


Figura 2.17. Esquema Modulador en System Generator

Bloque mapeador: es implementado mediante el bloque Mcode, el cual permite ingresar algunas funciones de Matlab® adecuadas para programar su funcionamiento.

Bloque de sobremuestreo: es implementado mediante el bloque *Up Sample*.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Para la modulación 4-PAM, el bloque serial / paralelo agrupa la entrada bit a bit en grupos de dos bits.

Filtros de transmisión y recepción:

Los filtros de transmisión y recepción están implementados mediante un arreglo de varios bloques:

- Bloque Delay: Se encarga de generar retardos en tiempo discreto.
- Bloque CMult: Multiplica la entrada por un valor constante. Estos bloques contienen los valores de los coeficientes de los filtros mencionados.
- Bloque Addsub: Bloque cuya salida es la suma de sus entradas.

El arreglo de estos bloques permite realizar las operaciones de convolución correspondientes a los procesos de filtraje. En la Figura 2.18 y la

Figura 2.19 se pueden observar los esquemas generales de los filtros implementados mediante dicho arreglo.

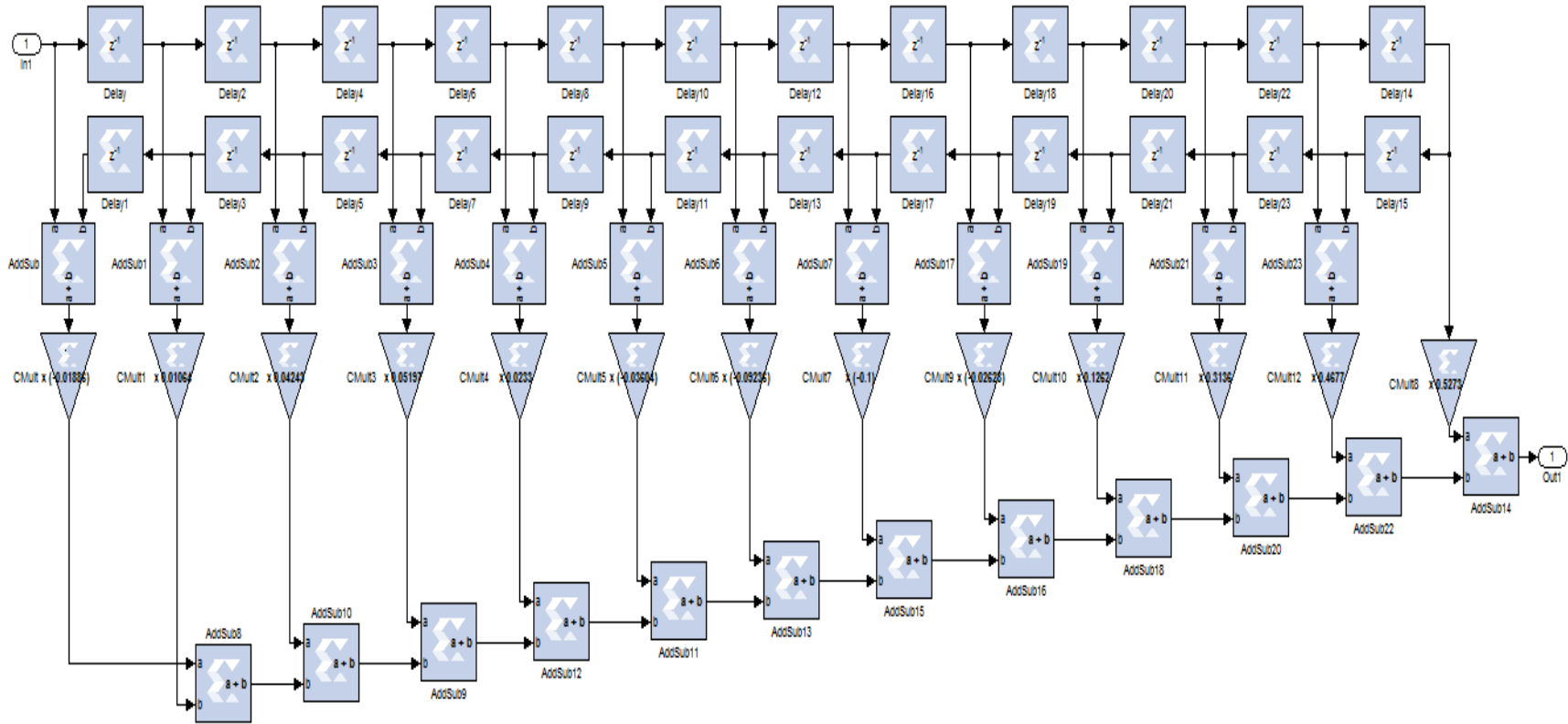


Figura 2.18. Esquema filtro raíz cuadrada de coseno alzado orden 25.

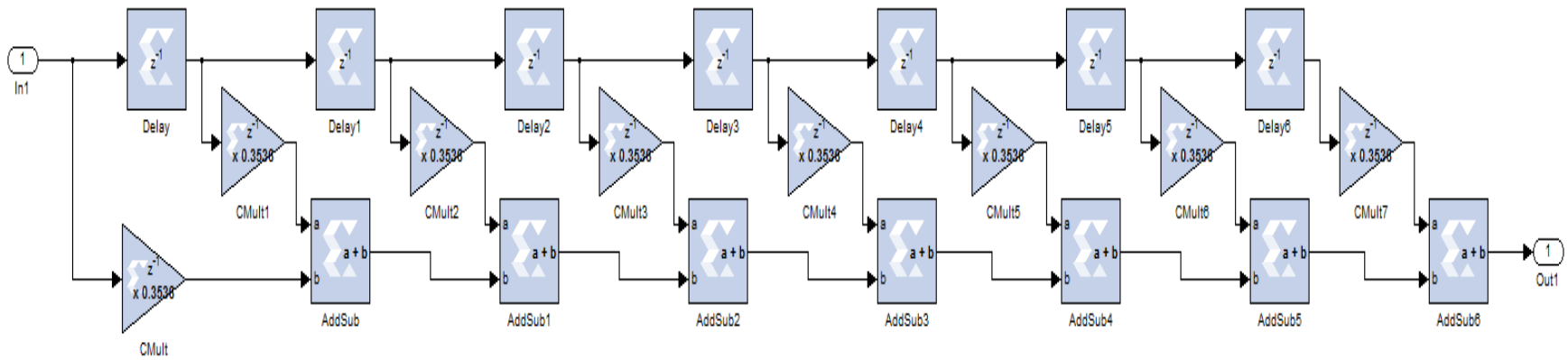
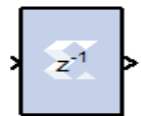
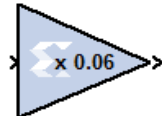


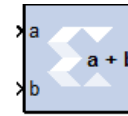
Figura 2.19. Esquema filtro rectangular de orden 8.



Bloque Delay



Bloque CMult



Bloque Addsub

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

A continuación se presenta la respuesta en frecuencia para cada uno de los filtros diseñados:

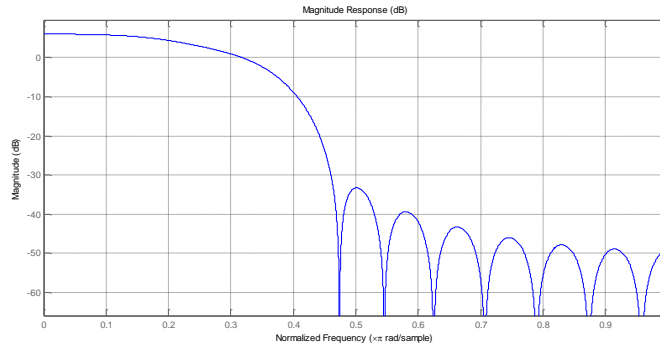


Figura 2.20. Filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8.

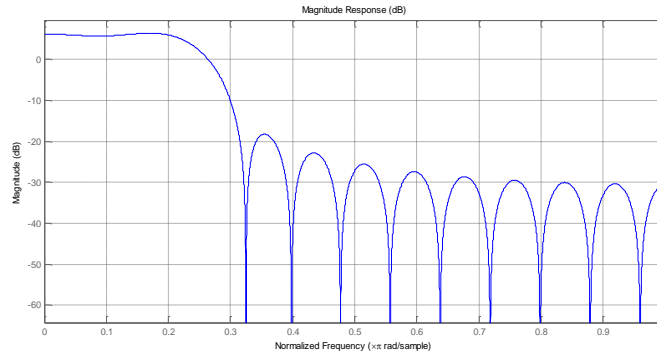


Figura 2.21. Filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.2.

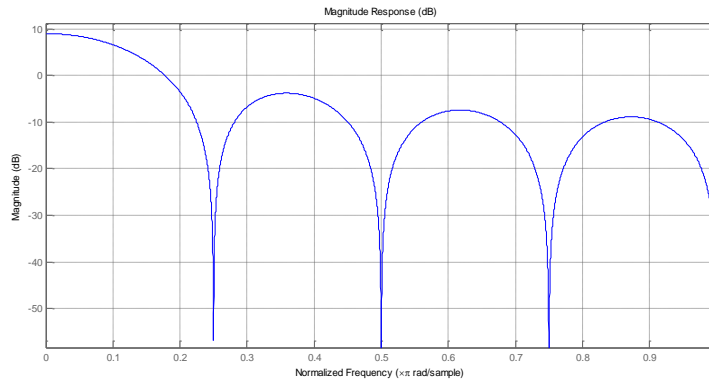


Figura 2.22. Filtro rectangular.

En la Figura 2.23 se observa la evolución de la señal a través del transmisor en el sistema que emplea filtraje en coseno alzado, con factor de *roll-off* 0.2.

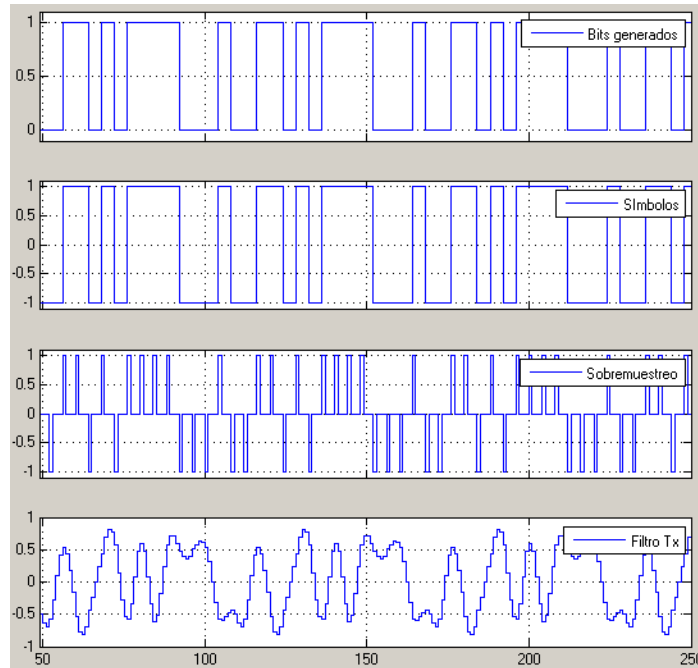


Figura 2.23. Evolución de la señal en el transmisor.

El primer recuadro muestra la señal de bits generados por la fuente, el segundo recuadro muestra como los símbolos son conformados correctamente de acuerdo con los criterios de mapeo, el tercer recuadro muestra la señal después de ser sobremuestreada con el fin de representar los símbolos como funciones delta de dirac y finalmente, el último recuadro muestra la forma que adquieren los pulsos después de pasar a través del filtro transmisor adecuándolos para poder realizar la transmisión. Para los demás sistemas se presentan sus respectivas gráficas en el Apéndice D.

Canal AWGN:

System Generator, a diferencia de Simulink, no posee un bloque destinado a simular un canal AWGN, por lo tanto, se debe diseñar a partir de varios elementos tales como generadores de ruido blanco, multiplicadores y sumadores (ver la Figura 2.24). El generador de ruido blanco produce variables aleatorias independientes, con distribución normal estándar ($\mathcal{N}(0,1)$). Por tanto, al multiplicar su salida por una constante, se obtendrá otra secuencia de variables aleatorias Gaussianas independientes, de media cero, pero con una desviación estándar igual al valor de dicha constante.

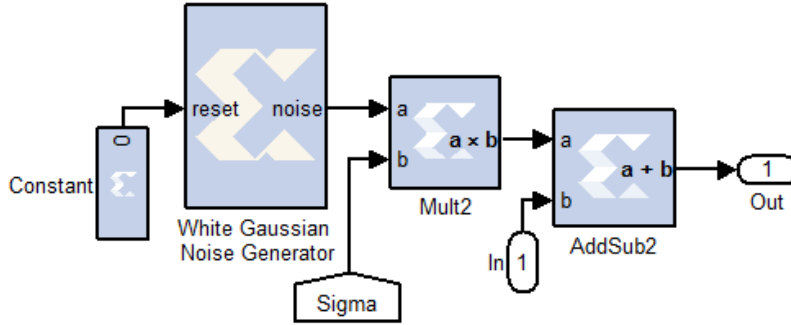


Figura 2.24. Esquema canal AWGN.

La Figura 2.25 muestra el comportamiento de la señal, desde la salida del filtro transmisor hasta la salida del filtro receptor, para una relación E_b/N_0 de 5 dB. En el primer recuadro de la Figura 2.25 se aprecia la forma de los pulsos obtenida al salir del filtro transmisor, en el segundo recuadro se observa como el canal AWGN contamina con ruido la señal, finalmente el en tercer recuadro se observa como el filtro de recepción es capaz de eliminar la mayor parte de ruido y recuperar la forma del pulso de la señal.

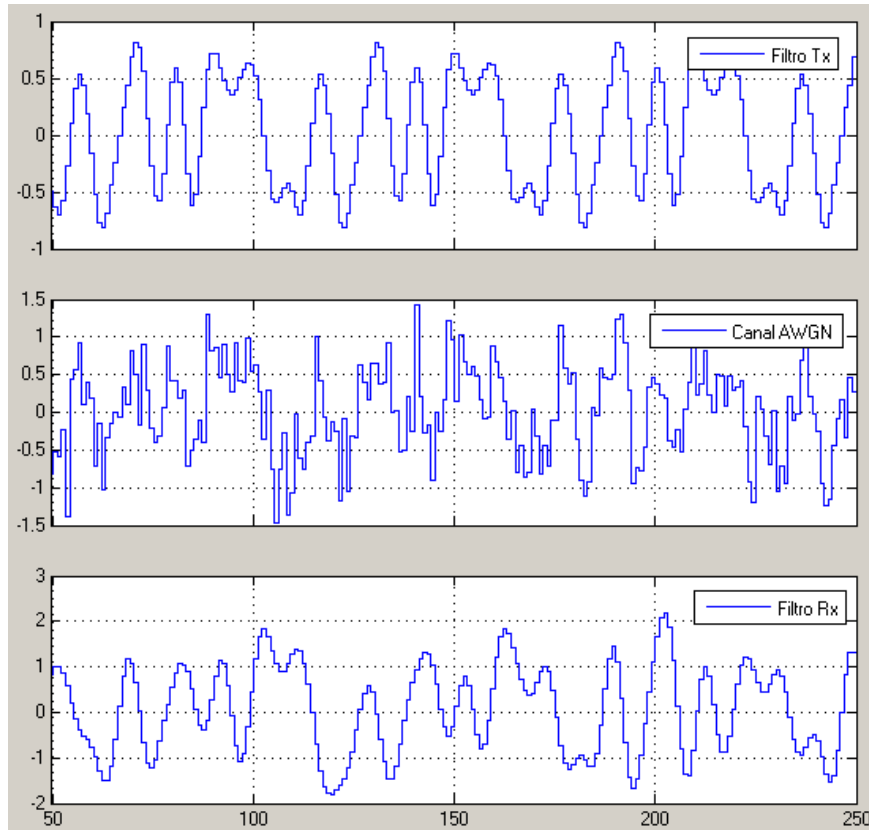


Figura 2.25. Señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción.

Tomando como referencia el sistema que implementa el filtro raíz cuadrada de coseno alzado, con factor de *roll-off* 0.2, se puede apreciar en la Figura 2.26 (a) el

espectro de la señal modulada, donde se observa claramente el efecto limitador en banda del filtro transmisor. En la Figura 2.26 (b) se muestra el espectro después del canal AWGN y la Figura 2.26 (c) el espectro después del filtro receptor, donde se puede ver como se elimina gran parte del ruido fuera de banda.

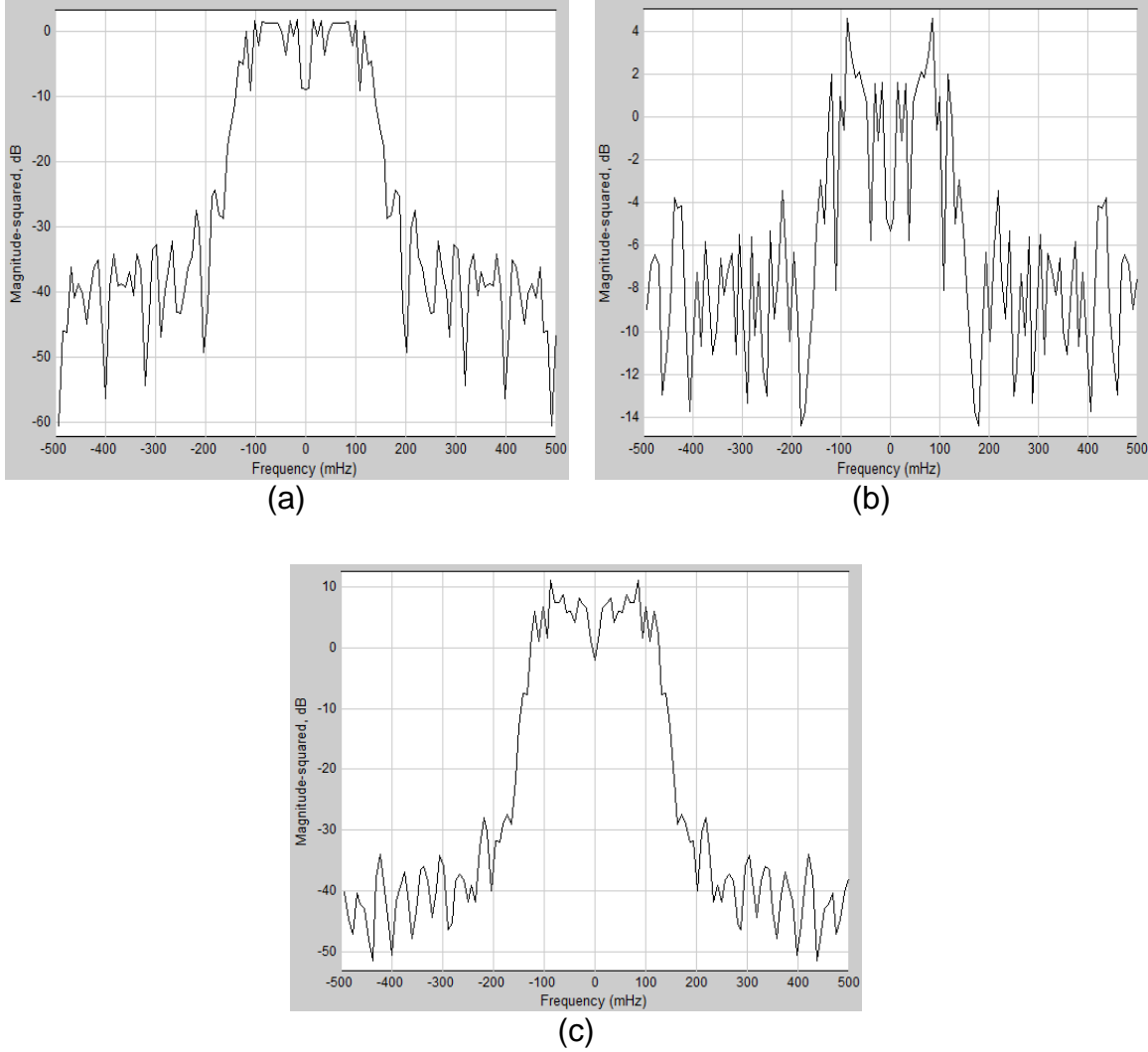


Figura 2.26. Espectros obtenidos después de: (a) filtro transmisor. (b) canal AWGN con relación $E_b/N_0 = 3dB$. (c) filtro receptor.

En el Apéndice E se muestran los espectros obtenidos para los demás sistemas, además de indicar los respectivos anchos de banda ocupados por cada una de las señales.

Demodulador:

El demodulador está conformado por los bloques que se presentan en la Figura 2.27.

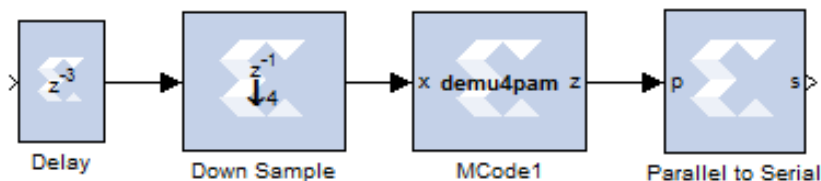


Figura 2.27. Esquema Demodulador en System Generator.

- Bloque Delay: cuya función consiste en retrasar la señal para permitir el ajuste del instante óptimo de muestreo. Dependiendo del tipo de modulación y filtro, el valor del delay es diferente.
- Bloque Down Sample: encargado de realizar el proceso de muestreo.
- Bloque demapeador: al igual que el mapeador, es implementado mediante un bloque Mcode, programado para determinar el valor del símbolo recibido mediante el uso de las fronteras establecidas anteriormente.
- Para la modulación 4-PAM el bloque conversor de paralelo/serial desagrupa las parejas de bits recibidas en forma de símbolo y obtiene los bits recibidos.

La Figura 2.28 muestra la evolución de la señal en el receptor, iniciando desde la salida del filtro receptor hasta el mensaje recuperado. En este punto se realiza la toma de muestras de manera periódica de la señal a la salida del filtro receptor, posteriormente se realizará un submuestreo aumentando así la duración de los pulsos, finalmente usando el criterio de decisión de distancia mínima y las tablas de demapeo se determinará la secuencia de bits recibida.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

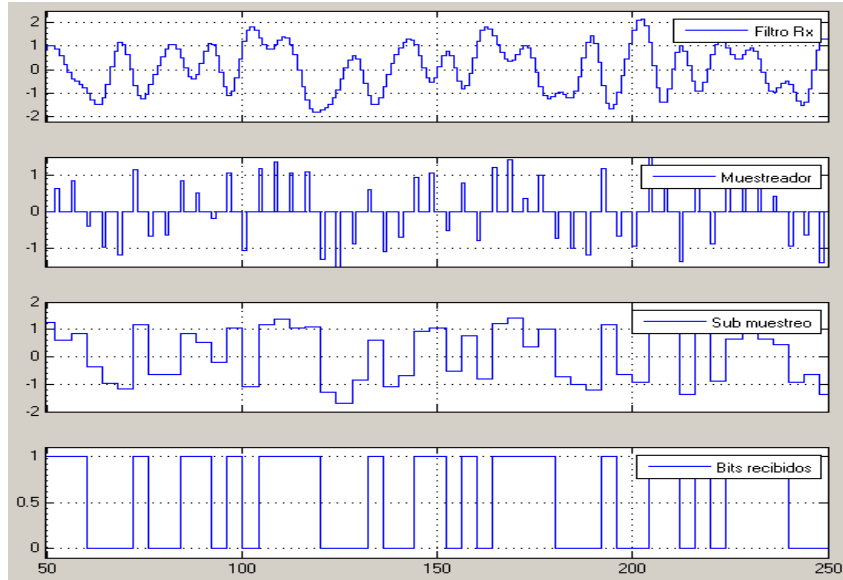


Figura 2.28. Comportamiento de las señales atravesando el receptor.

La Figura 2.29 y la Figura 2.30 muestran respectivamente los diagramas de ojo y constelación para la modulación 2-PAM, con un factor de *roll-off* de 0.2 y una relación E_b/N_0 de 10 dB.

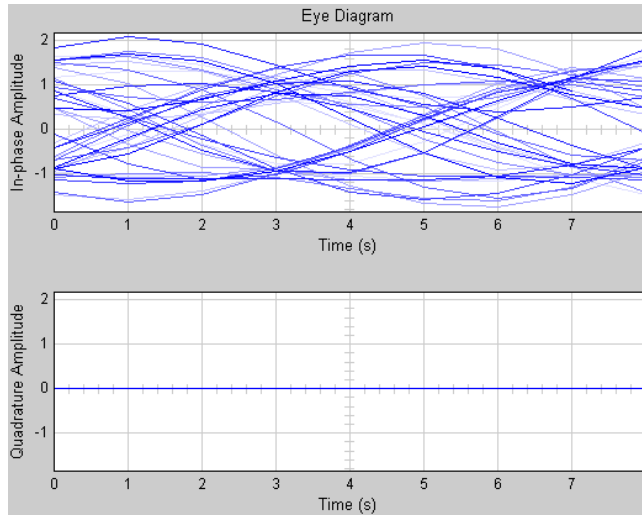


Figura 2.29. Diagrama de ojo modulación 2-PAM, con *roll-off* de 0.2 y E_b/N_0 de 10dB.

De la Figura 2.29, se aprecia el momento de máxima apertura del ojo, la cual ocurre aproximadamente en 3 unidades de tiempo, adicionalmente el diagrama del ojo permite comprobar el periodo de bit, tiempo entre la apertura y cierre del ojo.

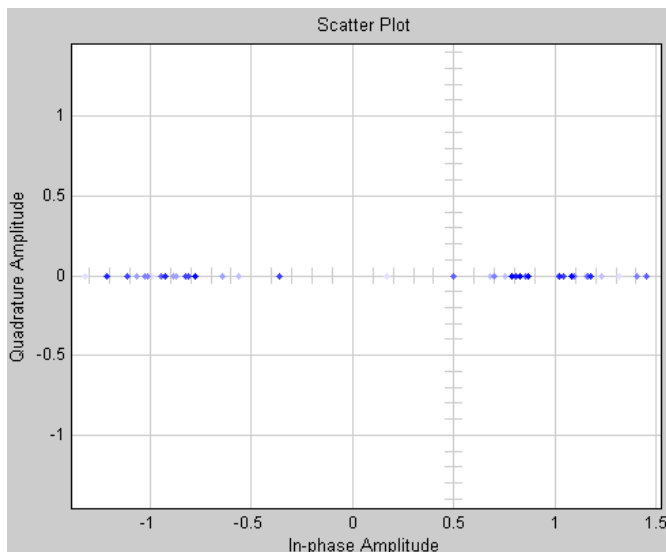


Figura 2.30. Diagrama constelación modulación 2-PAM, con *roll-off* de 0.2 y E_b/N_0 de 10dB.

En la Figura 2.30 se aprecia la dispersión de los puntos de la constelación respecto a sus valores nominales, $\{-1, 1\}$ en el eje horizontal¹⁰.

Para las demás modulaciones, en el Apéndice F se muestran los diagramas de ojo y constelación respectivos.

Finalmente la Figura 2.31 permite observar una comparación entre los bits que se enviaron y los que se recibieron, de tal forma se verifica que el proceso de transmisión, así como el de recepción se realiza de manera correcta. La señal de bits transmitidos se retrasó intencionalmente para facilitar la comparación.

¹⁰ Los puntos de constelación solo se aprecian en el eje de amplitud debido a que por el teorema de la irrelevancia no se tienen en cuenta el efecto del ruido en el eje de cuadratura.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

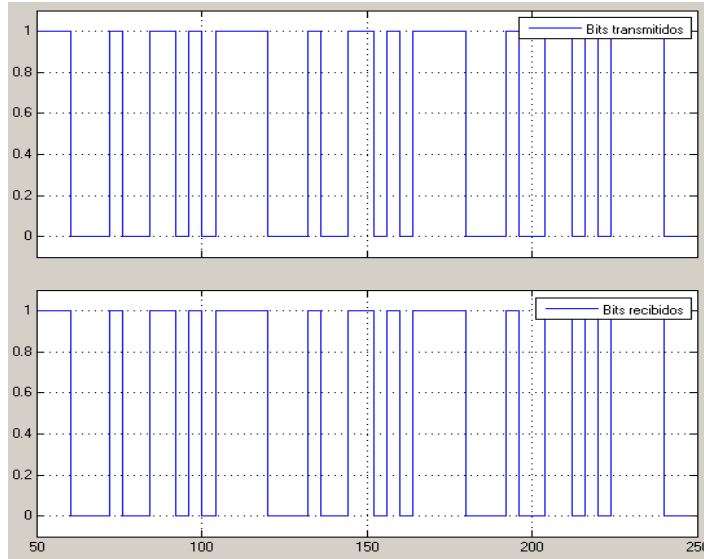


Figura 2.31. Comparación entre bits transmitidos y bits recibidos para una relación E_b/N_0 de 10 dB.

Calculo BER:

El subsistema del cálculo de la BER es el encargado de la comparación entre los bits transmitidos y los recibidos. En la Figura 2.32 se aprecian los bloques que conforman el subsistema de cálculo de la BER.

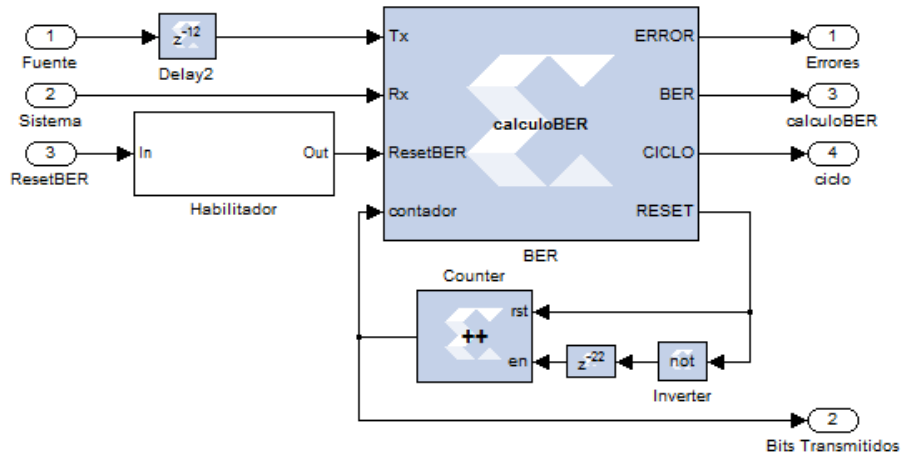


Figura 2.32. Esquema de bloques encargados del cálculo de la BER.

Se puede apreciar en el esquema de la Figura 2.32 que el subsistema está conformado por un bloque de retardo implementado mediante un delay, que permite sincronizar los bits transmitidos con los bits recibidos; un bloque contador, acompañado de un sistema de reinicio, que permitirá conocer cuántos bits se han transmitido; un bloque Mcode configurado con la lógica necesaria para comparar el

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

conteo de bits transmitidos con el valor de una variable interna “bitstotales” que determina cuantos bits se utilizarán en el cálculo de la BER¹¹.

El bloque Mcode también realiza la comparación entre los bits transmitidos y recibidos, de tal forma que cada vez que se detecte un error, se incrementará en uno una variable interna del bloque, llamada “error”. Cuando el contador llegue a los 1.048.576 bits (2^{20} bits), valor establecido en la variable interna “bitstotales”, se realiza el cálculo del valor de la BER, dividiendo el número de errores entre el número de bits totales transmitidos.

En el instante que se realiza el cálculo de la BER, se genera una señal “ciclo” que es enviada al bloque de control para notificar que se ha completado el ciclo de transmisión, recepción y cálculo de la BER bajo determinadas condiciones de canal. Esta señal hace que en el canal AWGN genere el cambio en el valor de sigma.

Finalmente, este subsistema cuenta con un pequeño sistema encargado de habilitar/deshabilitar todo el proceso de cálculo de la BER mediante una señal proveniente del bloque de control, como se observa en la Figura 2.33. Esta señal, una vez completado el ciclo de transmisión, recepción y cálculo de la BER, deshabilitará este sistema durante 50 ciclos del reloj mientras se realizan los cambios en el canal AWGN y pasan algunos bits que no se tienen en cuenta, para garantizar que el sistema se adapte a las nuevas condiciones del canal. Una vez pasados los 50 ciclos, se habilita nuevamente el sistema de cálculo de BER y el proceso se reinicia.

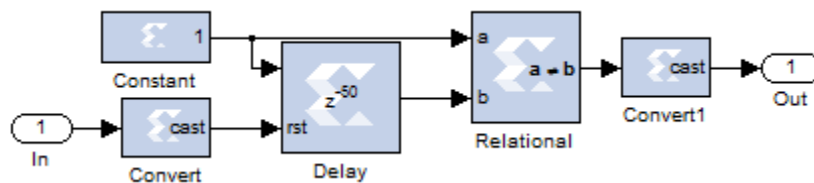


Figura 2.33. Esquema de bloques del subsistema habilitador/deshabilitador.

Subsistema gestión LCD y control:

Como se mencionó anteriormente, este subsistema no está involucrado directamente con el sistema de comunicaciones, ni tampoco afecta o mejora su desempeño. Este subsistema está más enfocado a la optimización, gestión, control y visualización en una pantalla LCD de los resultados obtenidos.

¹¹ Este valor debe ser una potencia de dos por limitaciones que presenta la FPGA, la cual solo permite realizar divisiones entre potencias de dos.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

En la Figura 2.34 se observa el esquema de bloques del subsistema de control.

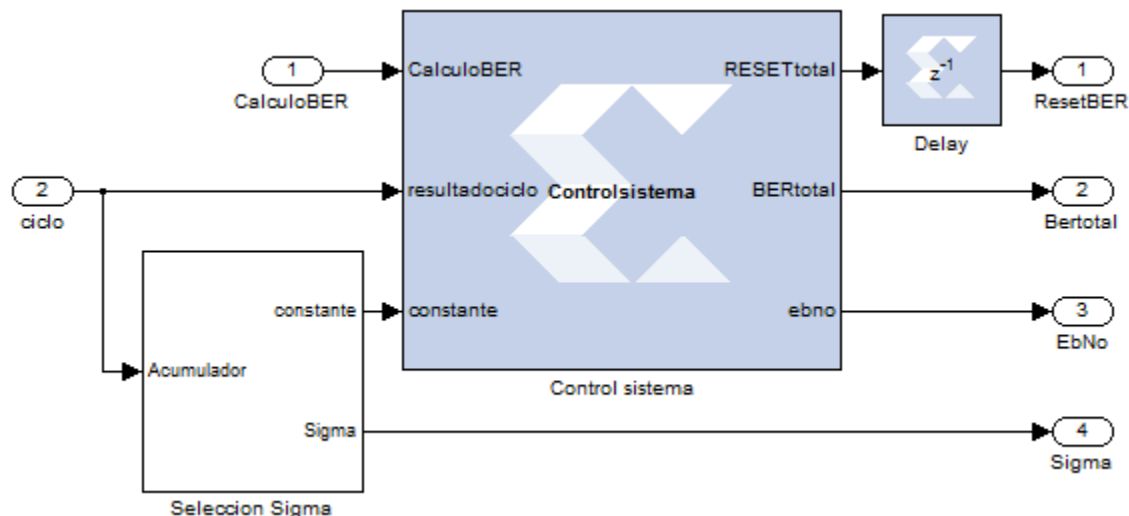


Figura 2.34. Esquema de bloques del subsistema de control.

El bloque “control sistema” está implementado mediante un Mcode, el cual está configurado para generar la señal que habilita el subsistema de cálculo de BER. Este bloque genera un número para representar el valor de sigma en términos de E_b/N_o , el cual es enviado al bloque de “gestión LCD” junto con el valor de la BER para poder ser visualizado en la pantalla LCD de la FPGA.

El bloque “selección sigma” se encarga de realizar el cambio del valor de sigma usado en el canal AWGN. Cuando la señal “ciclo” llega al sistema, se le ordena cambiar el valor de sigma e incrementar en uno el valor del acumulador. El cambio del valor de sigma, se logra mediante un multiplexor que contiene 16 entradas, una salida y una línea de selección.

En cada una de las 16 entradas del multiplexor, se encuentra una constante que almacena el valor correspondiente de sigma, como se puede observar en el diagrama de bloques de la Figura 2.35. Cuando el valor del acumulador supere el valor 16 se reiniciará a cero, de este modo se asegura que una vez terminado cada ciclo el valor de sigma cambie.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

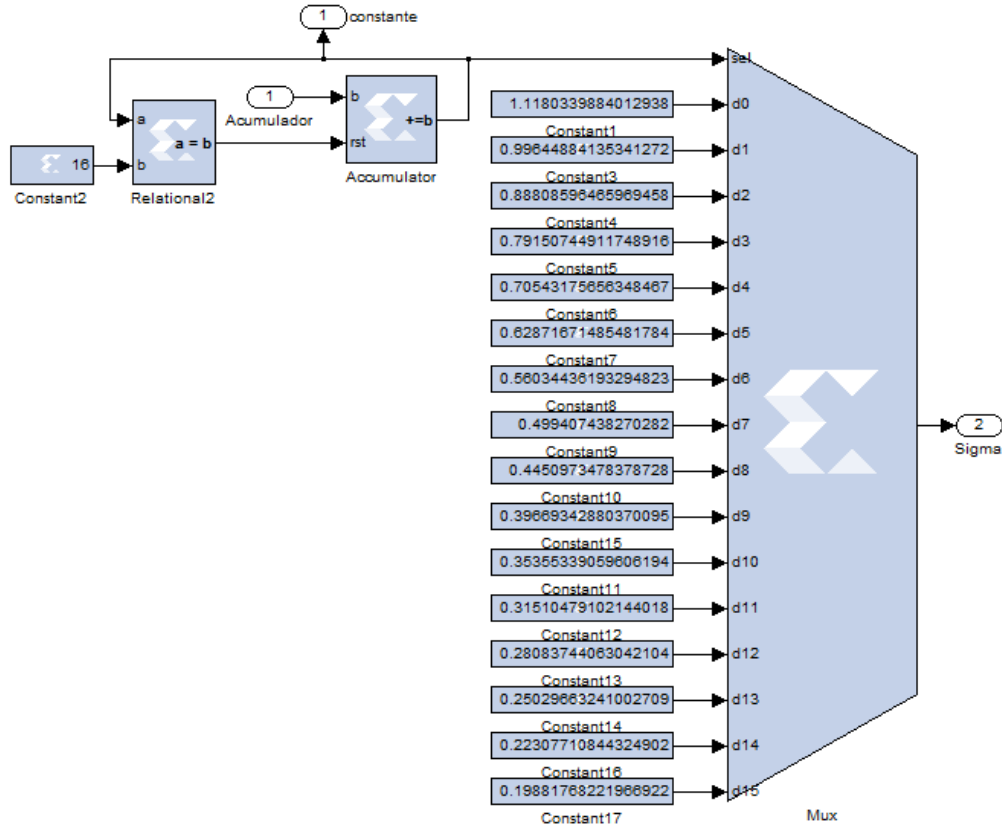


Figura 2.35. Esquema subsistema selector de σ para el canal AWGN.

El bloque de “gestión LCD” se encarga de procesar todos los datos que se visualizarán en la pantalla LCD, además de controlar todo el proceso de escritura y actualización de la pantalla con el cual funcionan este tipo de pantallas. En la Figura 2.36 se observa el bloque contenedor de elementos del subsistema de gestión LCD implementado y en la Figura 2.37 un ejemplo de la visualización del valor de BER en la pantalla LCD de la FPGA.

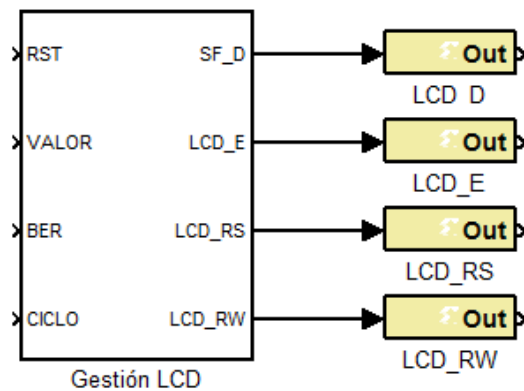


Figura 2.36. Bloque contenedor de elementos para la gestión de la LCD.



Figura 2.37. Visualización en la pantalla LCD de la FPGA.

2.1.6. Fase 5. Validación

Para validar el correcto funcionamiento de los sistemas diseñados, se tiene en cuenta, en primera medida, los valores teóricos de BER para cada una de las modulaciones. Además, haciendo uso de la herramienta Simulink, se implementaron los sistemas a evaluar en System Generator, para así comparar los resultados obtenidos y de esa manera validar el correcto funcionamiento. En la Figura 2.38 se muestra una de dichas implementaciones.

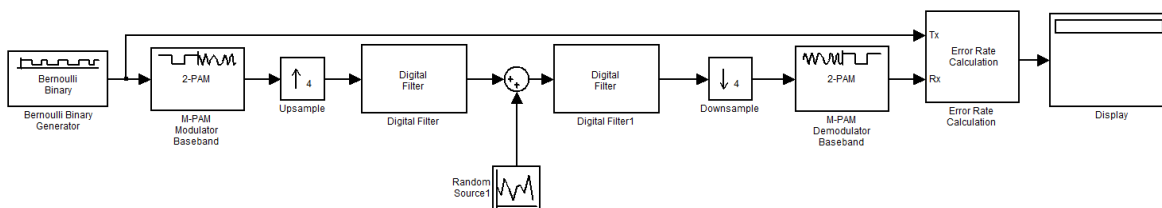


Figura 2.38. Modelo Simulink para validación.

Modelos Simulink para validación de resultados

Para la generación de los bits, se usó el bloque Bernoulli Binary Generator, el cual es una fuente pseudoaleatoria que permite generar bits equiprobables e independientes.

Para los procesos de mapeo y de-mapeo, se utilizaron respectivamente los bloques M-PAM Modulator Base Band y M-PAM Demodulator Base Band, en los cuales se pueden configurar parámetros tales como tamaño de la constelación, tipo de mapeo y método de normalización de la energía.

Los procesos de sobremuestreo y submuestreo se realizaron respectivamente con los bloques de Up-sample y Down-sample incorporados en las librerías de Simulink.

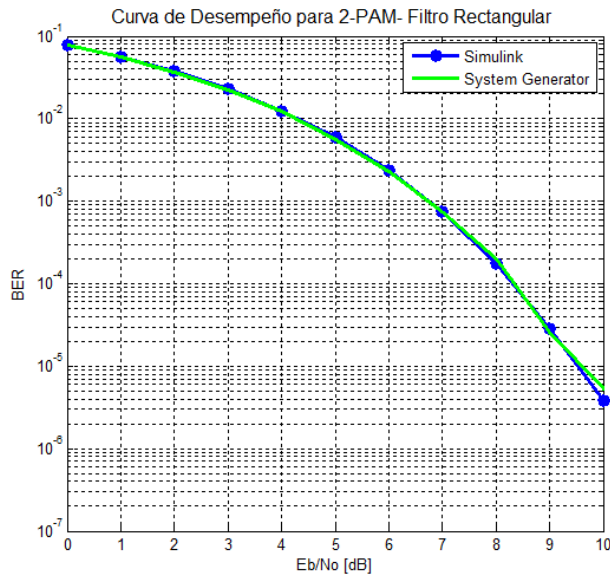
Los filtros de recepción y transmisión se implementaron mediante un bloque denominado Digital Filter, el cual permite configurar los coeficientes y la estructura de los filtros digitales a utilizar.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

El ruido AWGN se simuló mediante una fuente aleatoria (*Random Source*) configurada para que tenga una distribución Gaussiana, media cero y varianza dependiente del valor de la relación E_b/N_0 . Además de la fuente aleatoria, este subsistema contiene un sumador que realiza la suma de la señal con el ruido.

Finalmente, el bloque Bit Error Rate Calculation se encarga de realizar el cálculo de la BER y su visualización mediante el bloque Display.

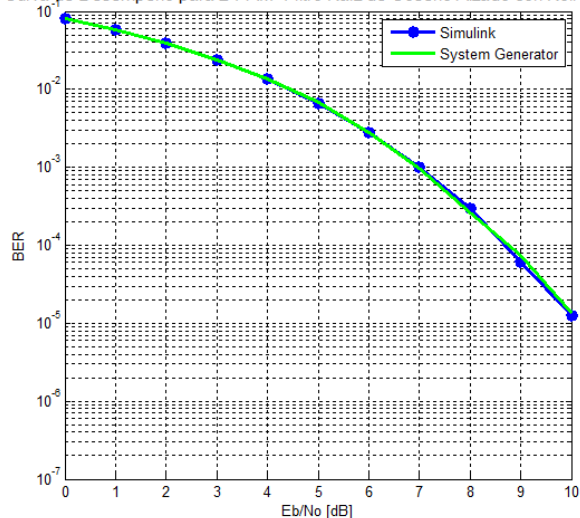
Una vez implementados y correctamente configurados los sistemas, se obtuvieron las curvas de desempeño para los sistemas implementados en Simulink, las cuales se comparan con las curvas de desempeño de los sistemas implementados en System Generator, logrando los resultados de la Figura 2.39 y la Figura 2.40:



(a)

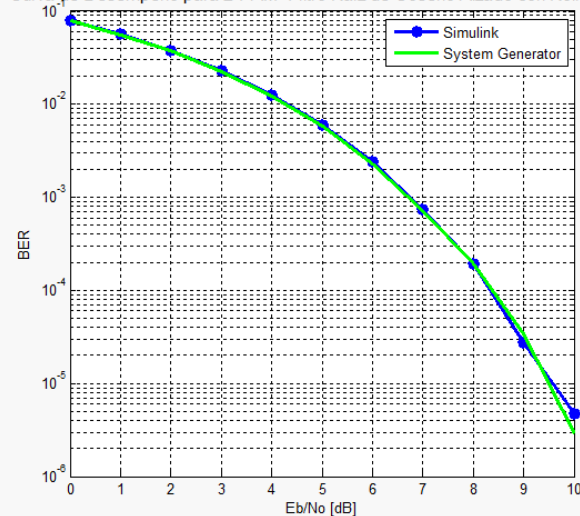
Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Curva de Desempeño para 2-PAM- Filtro Raiz de Coseno Alzado con Roll-off 0.2



(b)

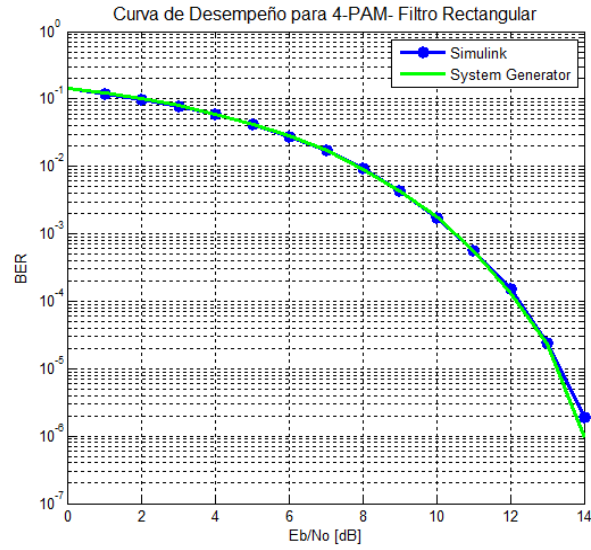
Curva de Desempeño para 2-PAM- Filtro Raiz de Coseno Alzado con Roll-off 0.8



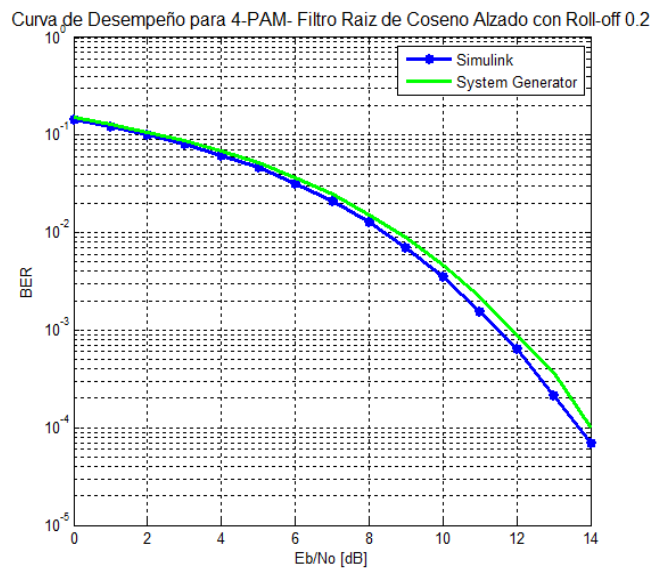
(c)

Figura 2.39. Curvas de desempeño de los sistemas implementados con modulación 2-PAM y (a) filtro rectangular, filtro raíz cuadrada de coseno alzado con (b) *roll-off* de 0.2. (c) *roll-off* de 0.8.

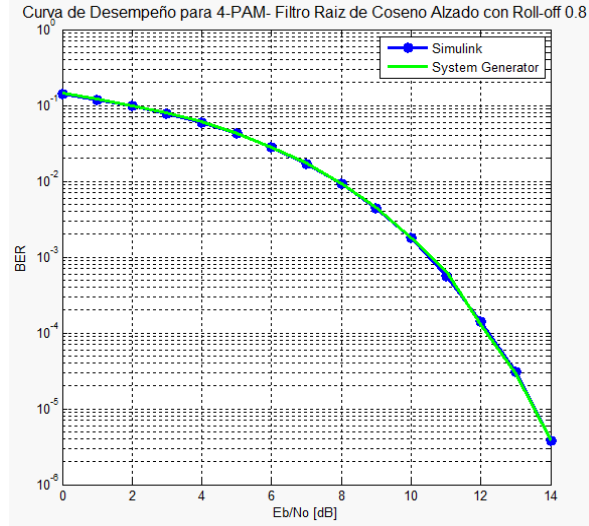
Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación



(a)



(b)



(c)

Figura 2.40. Curvas de desempeño de los sistemas implementados con modulación 4-PAM y (a) filtro rectangular, filtro raíz cuadrada de coseno alzado con (b) *roll-off* de 0.2. (c) *roll-off* de 0.8.

De las curvas presentadas en la Figura 2.39 y la Figura 2.40, se puede observar que los valores obtenidos en las simulaciones realizadas en Simulink y System Generator son muy aproximados, tanto así que las curvas se traslapan, con lo cual se corrobora el correcto funcionamiento de los sistemas y se establecen como referencia para la validación de los resultados de la implementación de los sistemas en la FPGA

Los valores de BER a partir de los cuales se obtienen las curvas de desempeño de la Figura 2.39 y la Figura 2.40, están consignadas en el Apéndice G.

2.1.7. Fase 6. Implementación Física del Sistema

Una vez validado el correcto funcionamiento del sistema diseñado en System Generator, se continúa con la generación de los correspondientes archivos de programación de la FPGA, para lo cual es necesario usar el bloque System Generator Token, quien ajusta los parámetros de la FPGA. Después de ello, se selecciona la opción “Generate” para iniciar el proceso de compilación y generación de los archivos en lenguaje HDL necesarios para la programación como se observa en las Figura 2.41.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

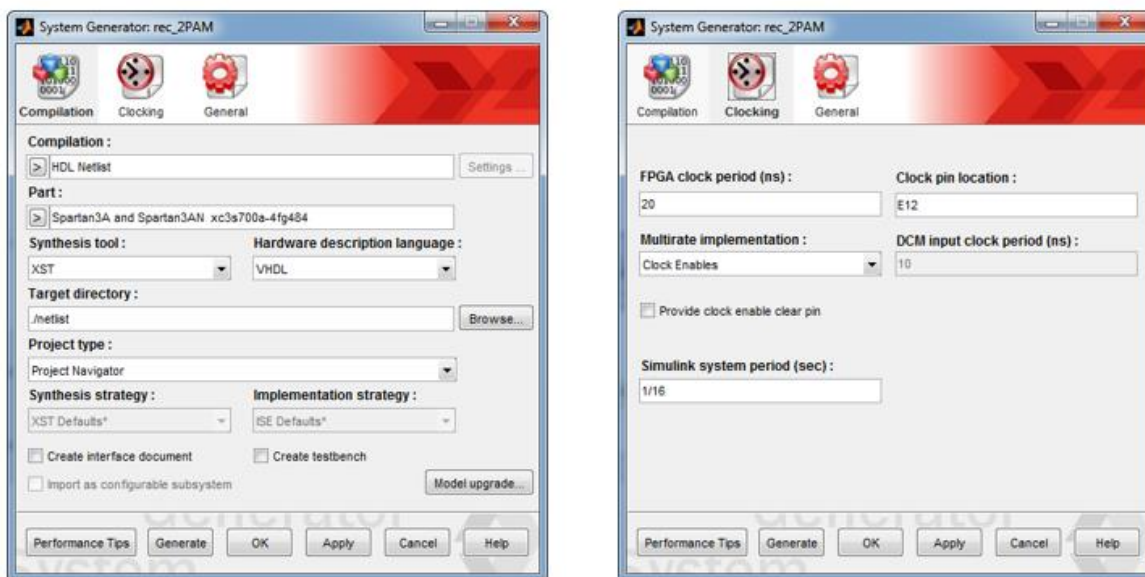


Figura 2.41. Token System Generator y configuración.

Este proceso toma aproximadamente entre hora y media y 2 horas dependiendo del sistema a compilar. Cuando el programa termina la compilación, despliega la notificación de la Figura 2.42 sobre la finalización del proceso.

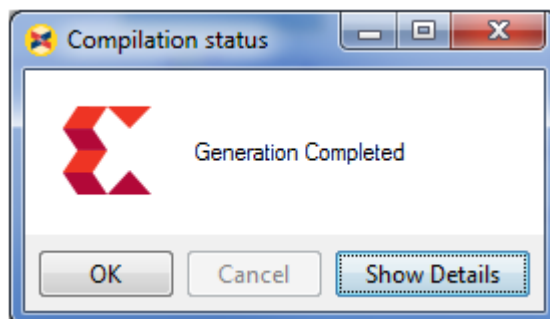


Figura 2.42. Notificación compilación completa.

Terminado este proceso, en la carpeta donde se encuentra el proyecto, se generó el archivo de extensión “.xise”, el cual es un archivo de proyecto producido durante la compilación. Este archivo se ejecuta mediante una herramienta de la suite de Xilinx llamada Project Navigator.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

Project Navigator cuenta con una interfaz amigable como se observa en la Figura 2.43, en la cual se puede sintetizar todos los archivos HDL generados en un solo archivo “.bit” que será cargado en la FPGA para programarla.

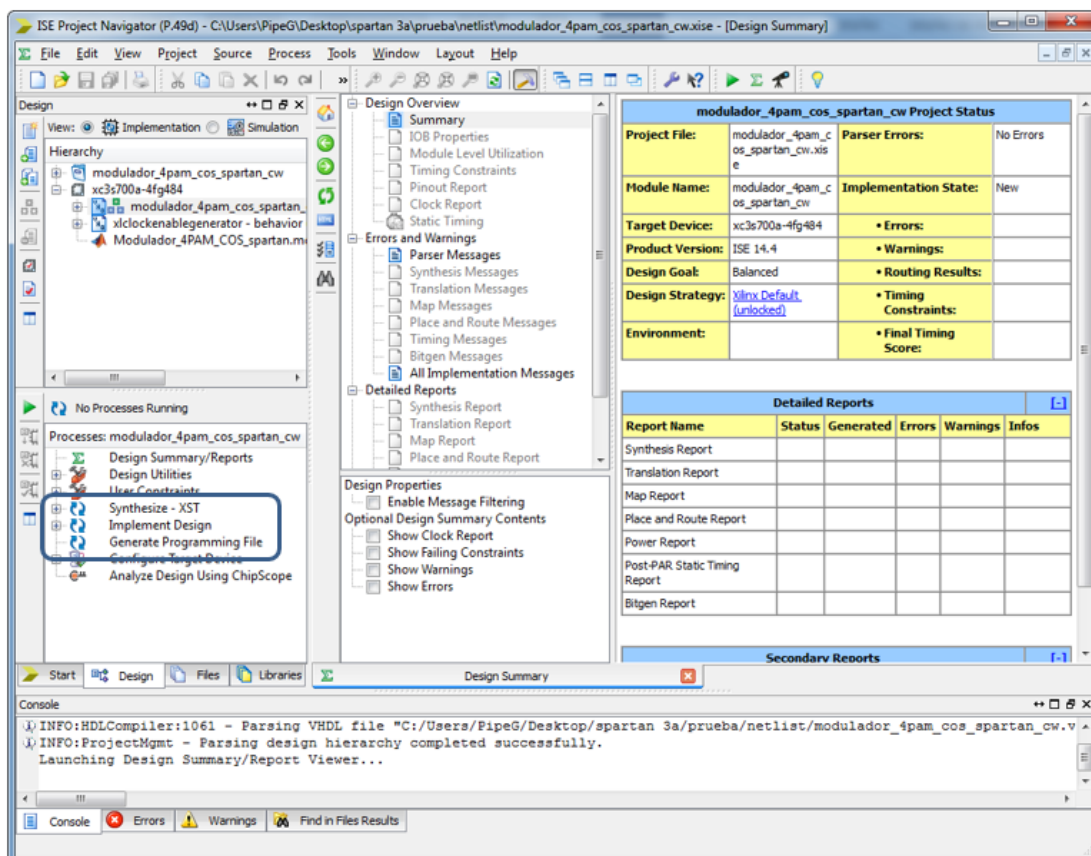


Figura 2.43. Interfaz Project Navigator.

Adicionalmente, esta herramienta permite obtener información respecto a la cantidad de recursos utilizados en cada uno de los sistemas, las frecuencias de funcionamiento de éstos y de la FPGA, permitiendo la verificación del correcto funcionamiento de las implementaciones.

Una vez generados los archivos de programación, mediante la herramienta de la suite de Xilinx llamada iMPACT, se carga el archivo de programación a la FPGA como lo indica la Figura 2.44.

Capítulo 2. Modelado, Simulación e Implementación

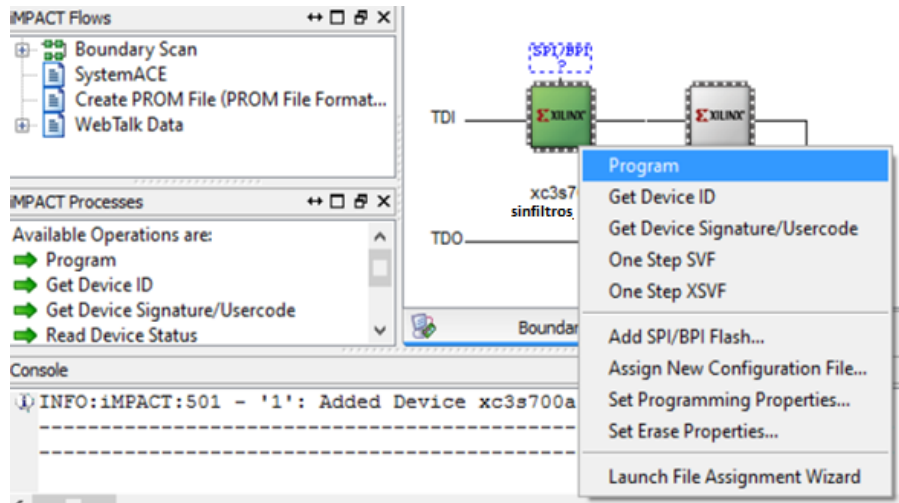


Figura 2.44. Interfaz iMPACT y programación FPGA.

Una vez programada la tarjeta iMPACT, se indica mediante el cuadro de dialogo de la Figura 2.45 que la programación fue correcta.

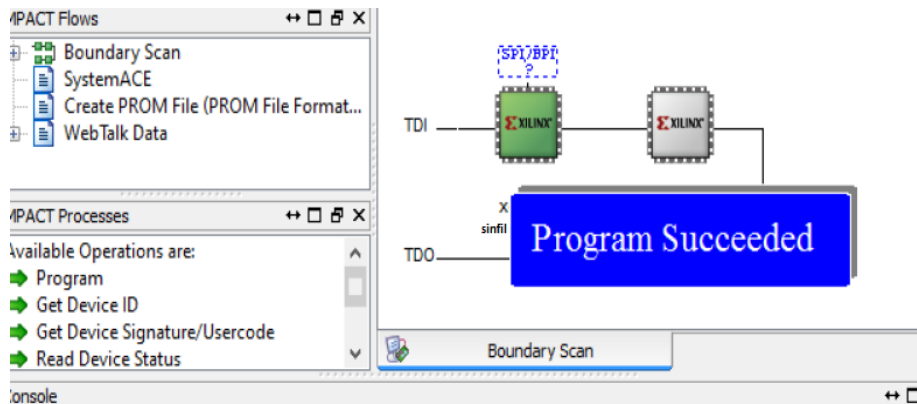


Figura 2.45. Programación FPGA completa.

CAPÍTULO 3. EXPERIMENTACIÓN Y ANALISIS DE RESULTADOS

Este capítulo presenta la experimentación y el análisis de los resultados obtenidos en el plan de pruebas establecido en la Tabla 3.1. Para realizar el análisis de desempeño de los sistemas, los resultados son presentados mediante curvas de BER vs E_b/N_0 y su respectiva comparación con los resultados teóricos obtenidos en el capítulo 1, además de las simulaciones realizadas en las herramientas Simulink y System Generator. Adicionalmente, para el caso del filtraje en raíz cuadrada de coseno alzado, se muestra un análisis de la variación del factor de *roll-off* para una relación E_b/N_0 fija.

Finalmente, de cada prueba realizada, se hace la respectiva comprobación y comparación de la cantidad de recursos hardware utilizados.

3.1. PLAN DE PRUEBAS

Una vez realizada la comprobación del correcto funcionamiento de la simulación e implementación en la FPGA de los sistemas, se establece el plan de pruebas para el análisis de desempeño de los sistemas de comunicación digital que hacen uso de las modulaciones 2-PAM y 4-PAM, el cual consiste en realizar la medición de la tasa de error de bits mediante variación de la relación E_b/N_0 . El plan de pruebas establecido se presenta en la Tabla 3.1:

Tabla 3.1. Descripción del plan de pruebas.

PRUEBA	DESCRIPCIÓN
1	Implementación de las modulaciones 2/4-PAM sin filtros de transmisión y recepción.
2	Implementación de las modulaciones 2/4-PAM con filtro adaptado rectangular.
3	Implementación de las modulaciones 2/4-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.2.
4	Implementación de las modulaciones 2/4-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de <i>roll-off</i> de 0.8.

Para todas las pruebas se estableció la transmisión de 2^{20} bits, equivalente a 1.048.576 bits debido a las restricciones de la FPGA, la cual solo permite realizar divisiones sobre potencias enteras de 2. Con la transmisión de esta cantidad de bits, se espera obtener una tasa de error de bits mínima cercana a 10^{-6} .

3.2. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación se presentan los resultados de cada una de las pruebas de la Tabla 3.1. Los datos de los resultados se presentan en el Apéndice H.

3.2.1. Prueba 1. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM sin Filtros de Transmisión y Recepción

Como se dijo antes, el sistema sin filtro es aquel que trabaja exclusivamente sobre el valor numérico de los símbolos transmitidos, sin tener en cuenta el efecto de la conformación de los pulsos. Su comportamiento es equivalente al de un sistema donde las operaciones de filtraje en transmisión, filtraje en recepción y muestreo se hacen en forma ideal, por lo que la secuencia de muestras obtenida en el receptor no se encuentra bajo la influencia de la Interferencia Intersímbolo (ISI). De esa forma, sus resultados constituyen una buena referencia, ya que representan el comportamiento del sistema bajo condiciones perfectas. Como es de esperarse, la Figura 3.1 y la Figura 3.2 muestran una completa correspondencia entre los resultados del sistema implementado y las previsiones teóricas.

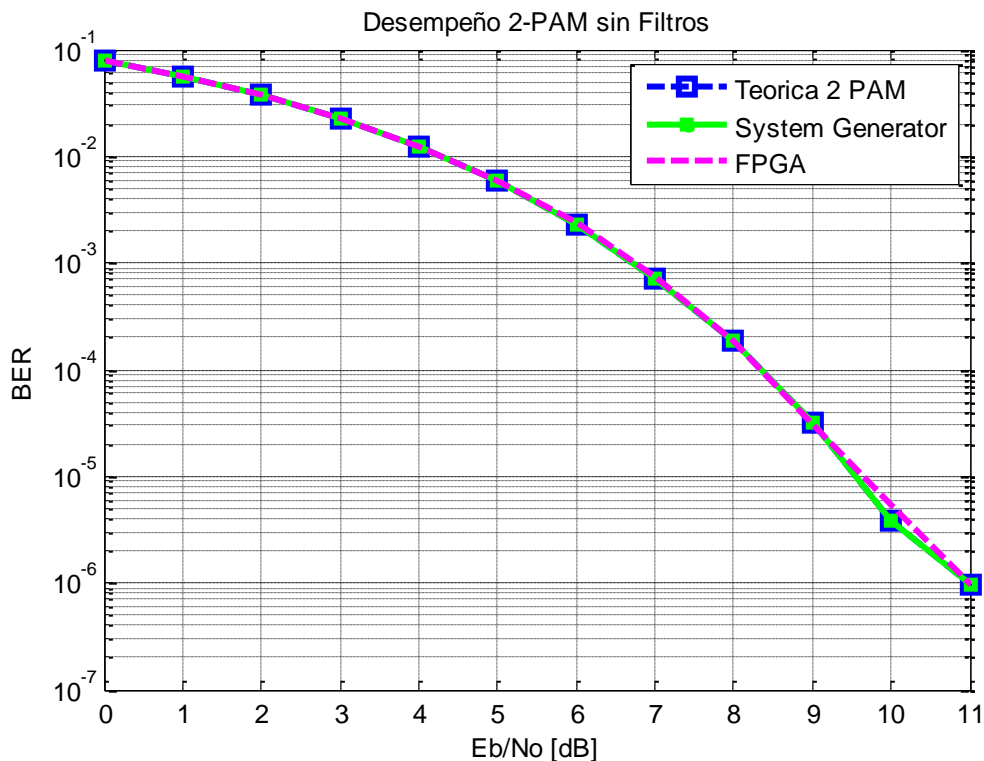


Figura 3.1. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 2-PAM sin filtros.

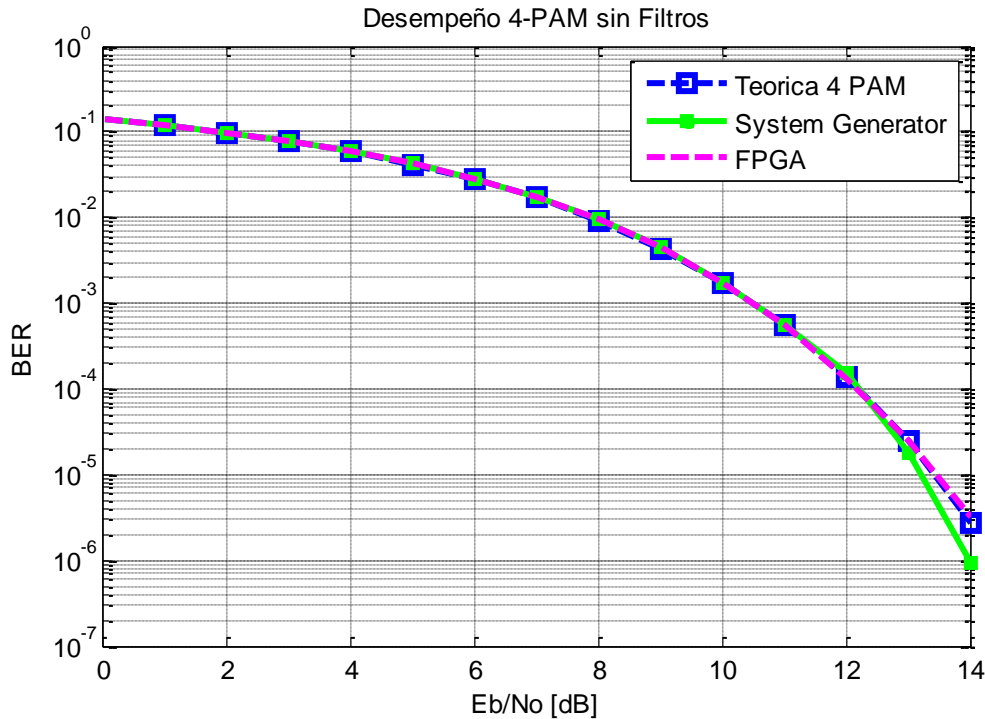


Figura 3.2. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 4-PAM sin filtros.

3.2.2. Prueba 2. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM con Filtro Adaptado Rectangular

Las Figuras 3.3 y 3.4 muestran las curvas de desempeño de los sistemas 2-PAM y 4-PAM respectivamente, implementados sobre hardware reconfigurable, para un filtraje de tipo rectangular. Los resultados obtenidos muestran una estrecha relación con las previsiones teóricas y con las simulaciones sobre las herramientas Simulink y System Generator. Esto se debe al hecho de que los pulsos rectangulares, al ser limitados en tiempo, no introducen interferencia intersímbolo (ISI). De esa forma, al tomar las muestras en el instante óptimo, solo se tiene la degradación producida por el ruido AWGN. Adicional a esto, el canal no posee limitaciones en ancho de banda, lo que permite que los pulsos no se deformen al llegar al receptor y de esa manera, la distorsión producida por el canal sea despreciable. Por otro lado, si el canal presentara algún tipo de limitación en ancho de banda, la distorsión producida sobre la forma de pulso generaría ISI y de esa forma se elevaría el valor de la BER respecto a su valor nominal.

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

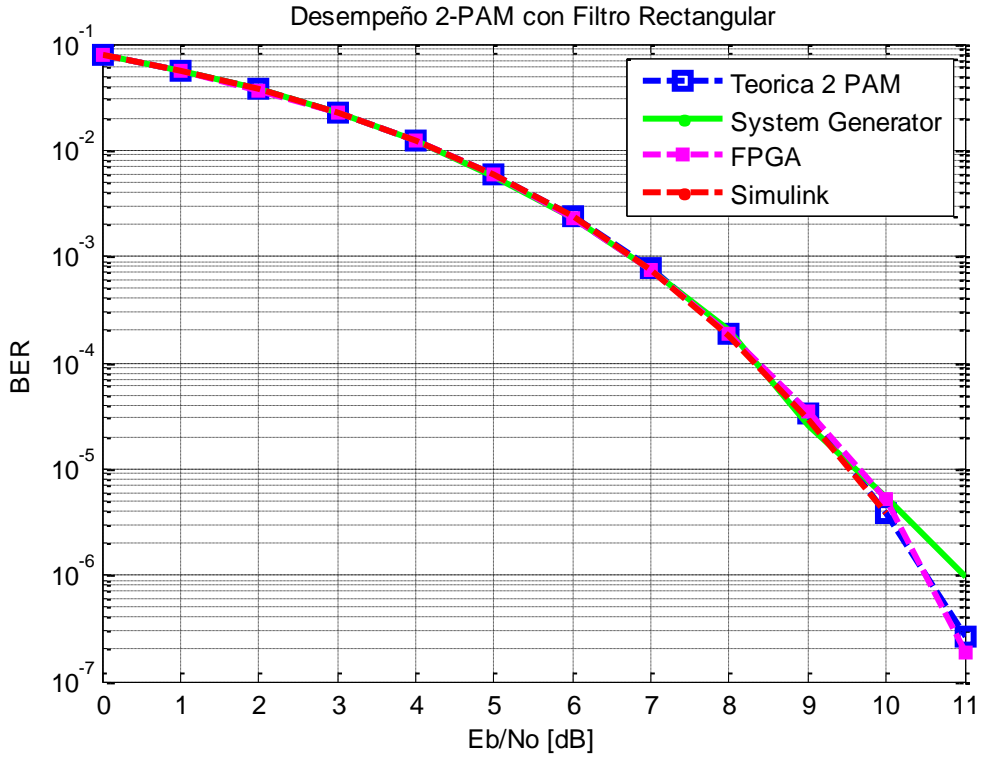


Figura 3.3. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 2-PAM y filtro rectangular.

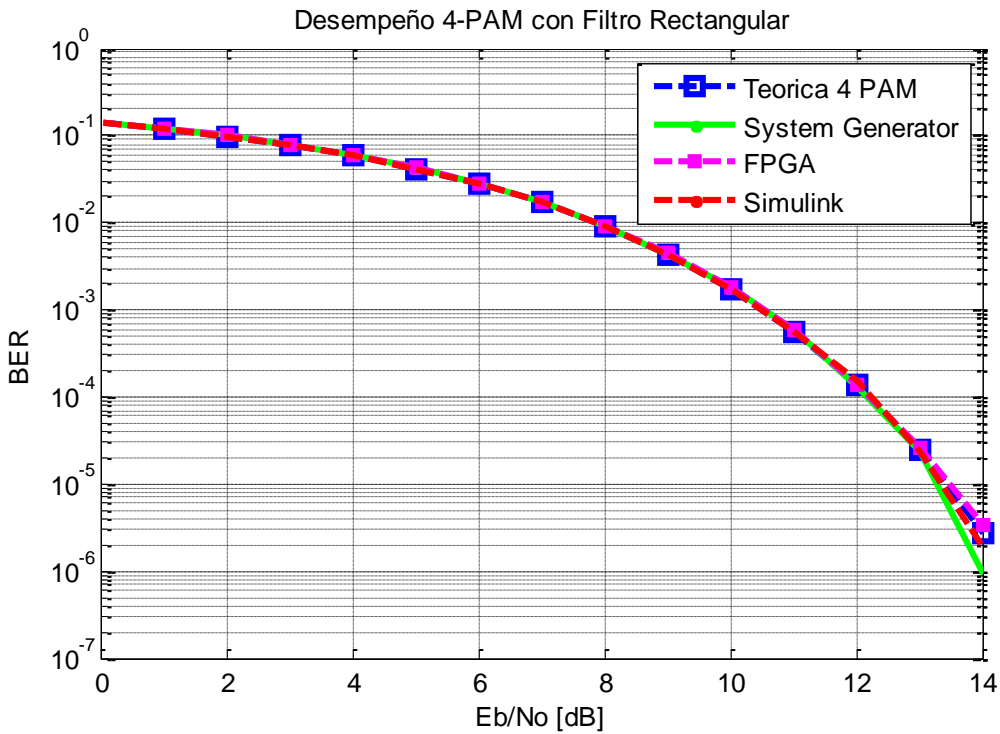


Figura 3.4. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 4-PAM y filtro rectangular.

3.2.3. Prueba 3. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM con Filtro Adaptado Raíz Cuadrada de Coseno Alzado con Factor De *Roll-Off* de 0.2

Las curvas de desempeño presentadas en la Figura 3.5 y la Figura 3.6 corresponden a los sistemas de comunicaciones con modulación 2/4-PAM implementados sobre hardware reconfigurable, cuyo tipo de filtraje es raíz cuadrada de coseno alzado, con factor de *roll-off* 0.2.

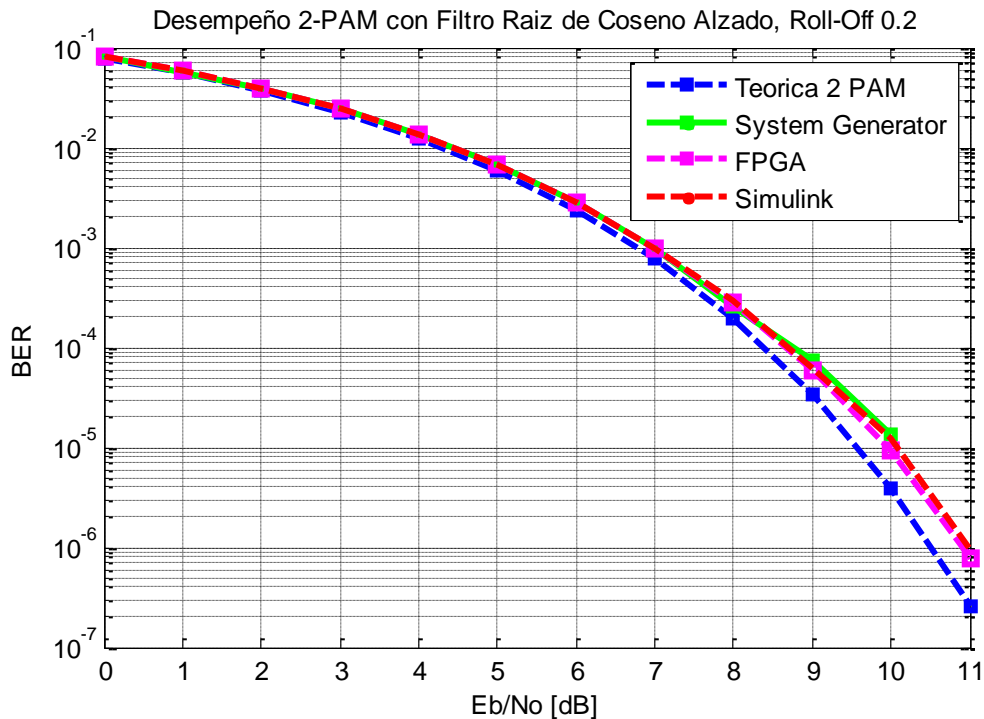


Figura 3.5. Curvas de desempeño para los sistemas con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.2.

En la Figura 3.5 se observa que el sistema implementado en la FPGA presenta una tasa de error de bit ligeramente superior al valor teórico, al igual que las simulaciones en Simulink y System Generator. Por ejemplo, para una BER de 10^{-6} , el sistema implementado en la FPGA requiere 0.5 dB adicionales respecto a su modelo teórico, es decir, se tiene una pérdida de codificación de 0.5 dB. La razón de esta degradación en el desempeño radica en el hecho de que la respuesta al impulso del filtro en raíz cuadrada de coseno alzado, teóricamente de infinita duración, ha sido construida mediante un filtro FIR de 25 coeficientes. Este truncamiento en las respuestas de los filtros conformador y adaptado hace que su

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

convolución no sea exactamente una función que satisfaga la condición de Nyquist para transmisión libre de ISI.

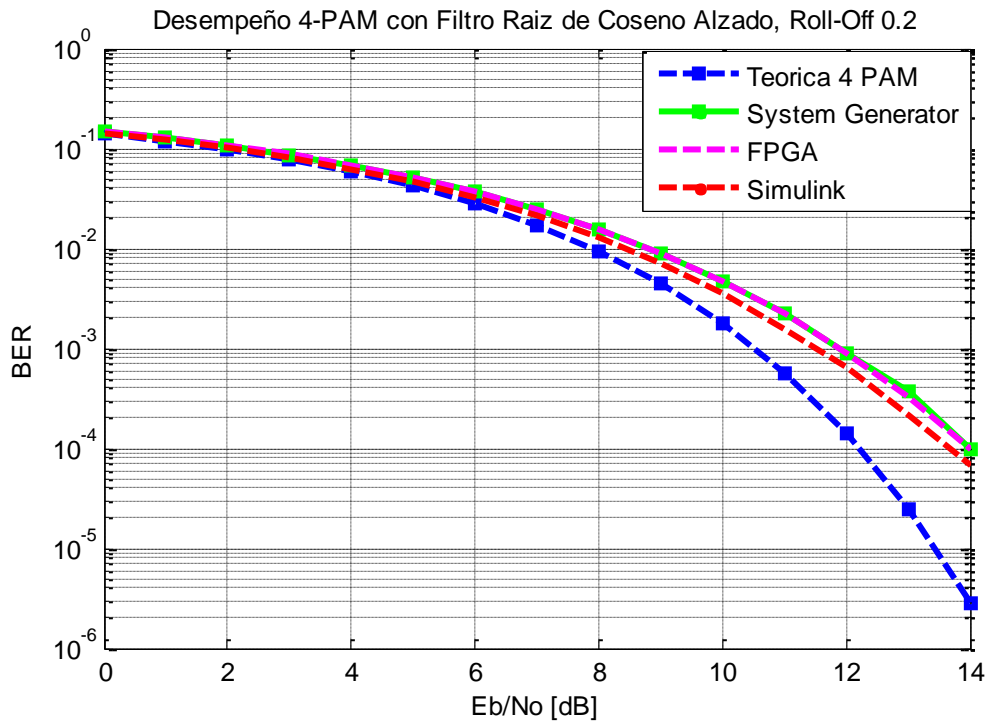


Figura 3.6. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.2.

En la Figura 3.6 se observa con mayor rigurosidad el fenómeno indicado anteriormente. Por ejemplo, para una BER de 10^{-4} en el esquema 4-PAM, la pérdida de codificación experimentada por el sistema implementado en hardware reconfigurable es cercana a 0.9 dB. Esto se puede explicar a partir del hecho de que 4-PAM tiene mayor cantidad de fronteras de decisión que 2-PAM, por lo que el proceso de decisión requiere mayor precisión. Por tanto, el efecto de la ISI en 4-PAM tiende a ser mucho más notorio que en 2-PAM.

3.2.4. Prueba 4. Implementación de las Modulaciones 2/4-PAM con Filtro Adaptado Raíz Cuadrada de Coseno Alzado con Factor de *Roll-Off* de 0.8

La Figura 3.7 y la Figura 3.8 muestran respectivamente las curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones con modulación 2-PAM y 4-PAM implementados con filtros raíz cuadrada de coseno alzado, con factor de *roll-off* 0.8.

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

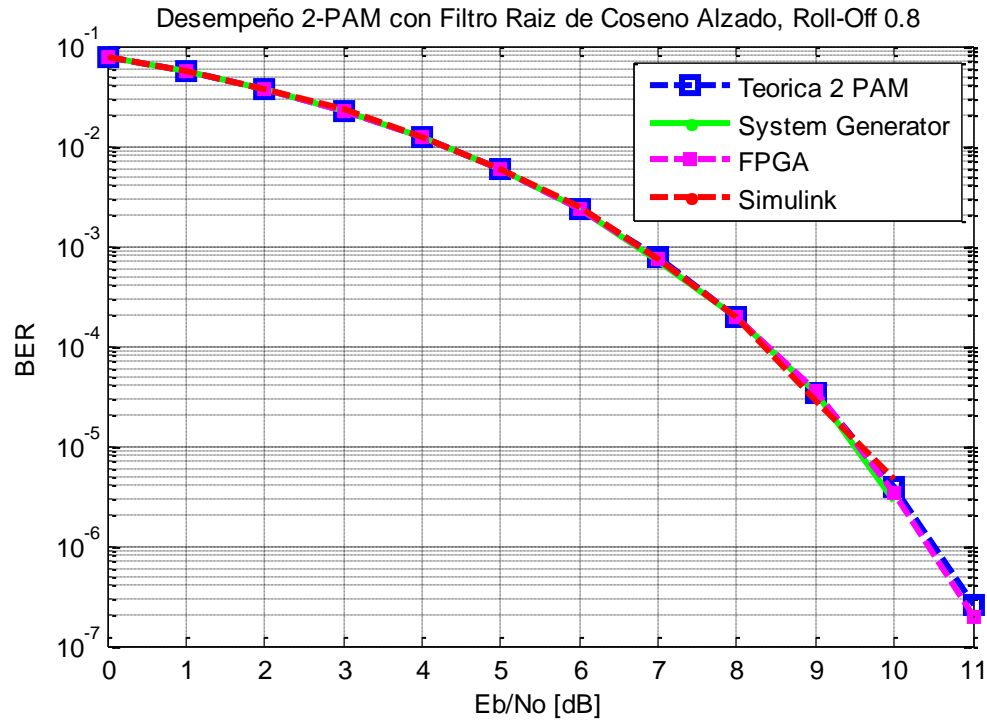
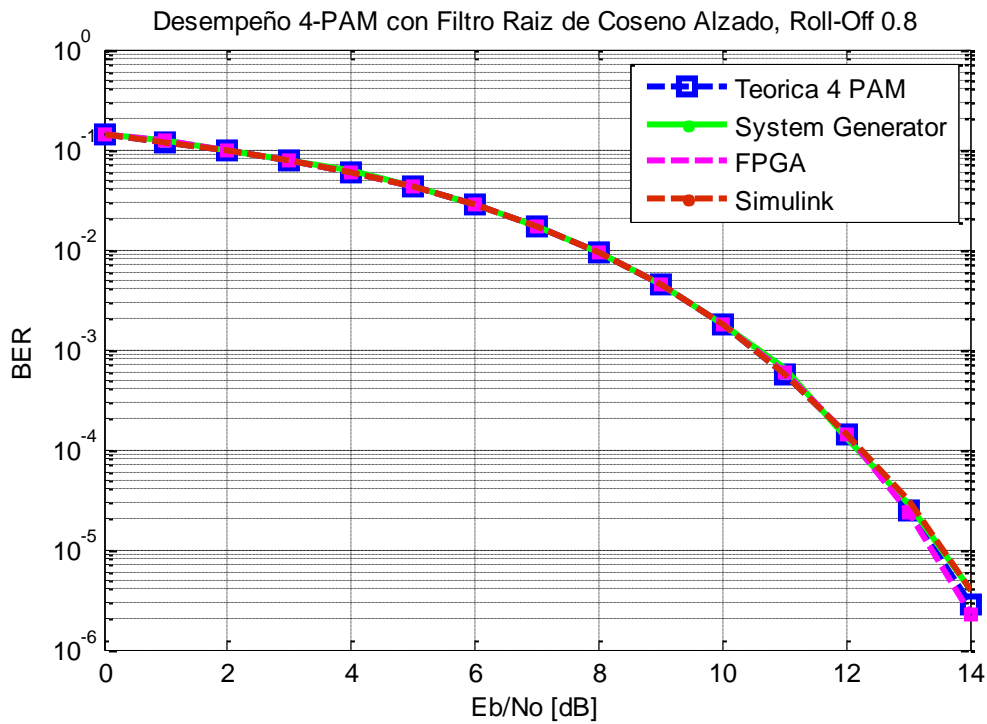


Figura 3.7. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.8.



Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

Figura 3.8. Curvas de desempeño para los sistema con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.8.

En este caso, el comportamiento de la BER es prácticamente idéntico al teórico, tanto en la modulación 2-PAM como 4-PAM, lo que implica que bajo las condiciones de la implementación en la FPGA, el factor de *roll-off* interviene claramente en el desempeño. Una forma de explicar la mejora de desempeño experimentada con el factor *roll-off* de 0.8 respecto al de 0.2 es que la respuesta impulsiva del filtro con *roll-off* de 0.8 decae mucho más rápido en el tiempo que la respuesta del filtro con *roll-off* de 0.2. Esto quiere decir que el porcentaje de confinamiento de energía sobre los 25 coeficientes del filtro FIR aumenta mientras más cercano sea el factor de *roll-off* a 1. De esa forma, se deduce que la ISI producida por el truncamiento de la respuesta impulsiva, es prácticamente despreciable para un factor *roll-off* de 0.8.

3.2.5. Comparación del Desempeño de los Sistemas según su Filtro

La Figura 3.9 y la Figura 3.10 muestran comparativamente el desempeño de las diferentes implementaciones realizadas sobre la FPGA para cada una de las modulaciones y sus respectivos filtros.

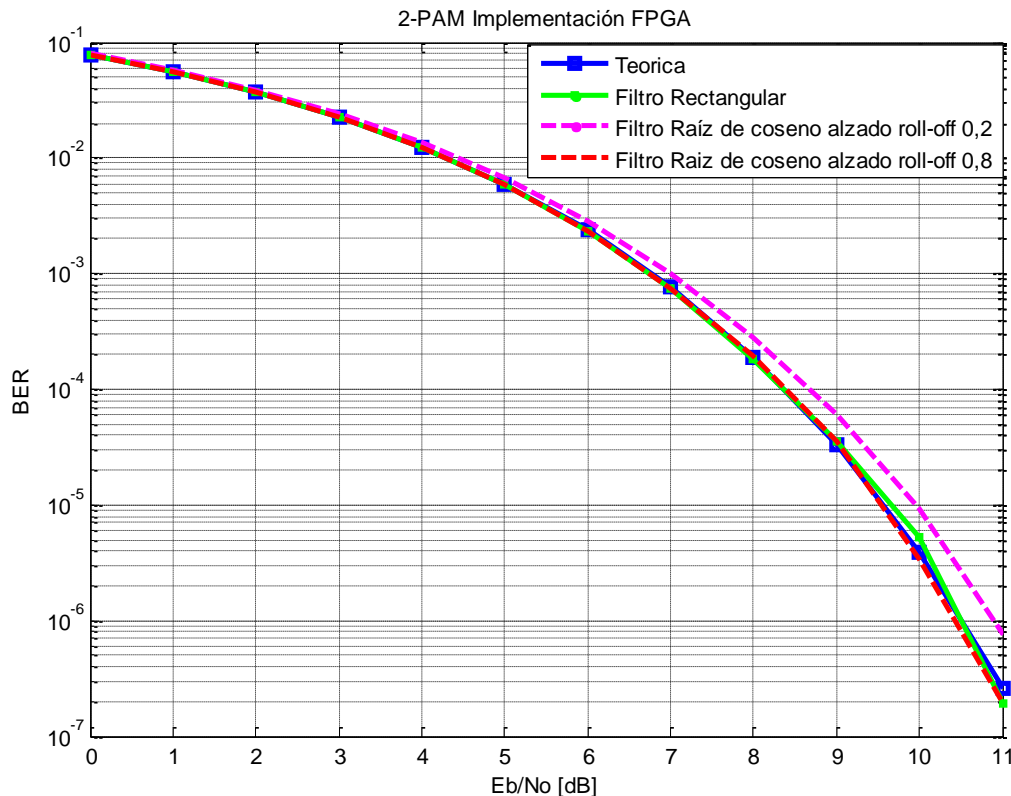


Figura 3.9. Curvas de desempeño de los sistemas con modulación 2-PAM con filtro rectangular y raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.2 y 0.8.

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

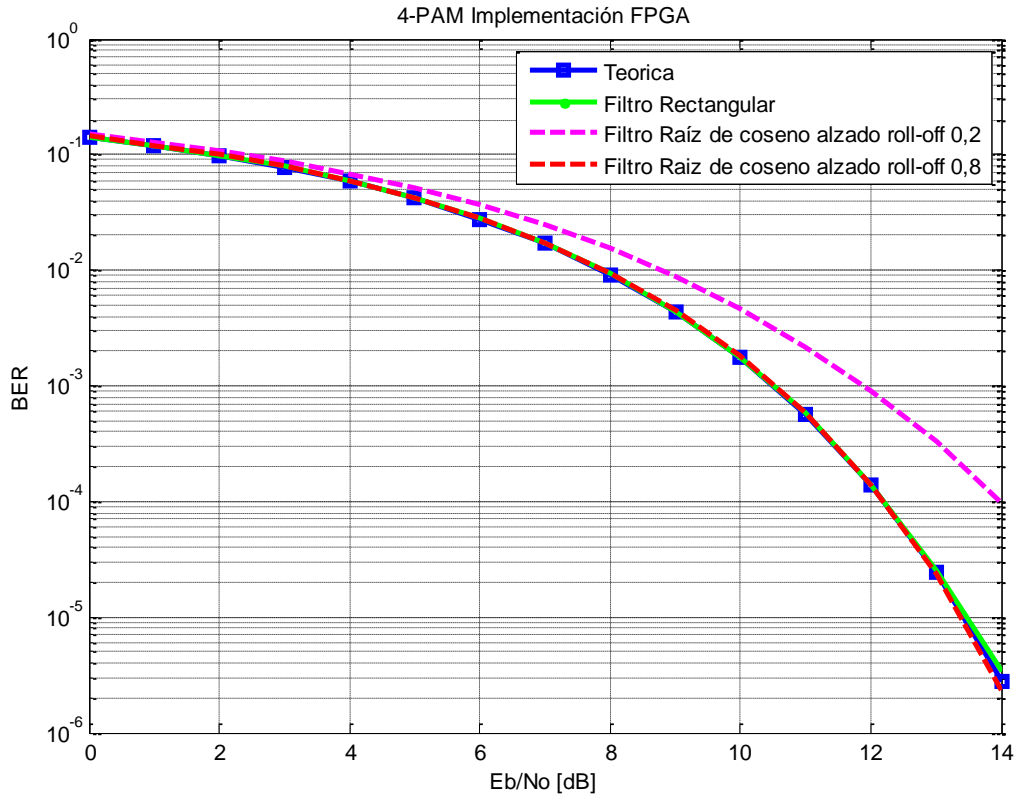


Figura 3.10. Curvas de desempeño de los sistemas con modulación 4-PAM con filtro rectangular y raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.2 y 0.8.

3.2.6. Desempeño del Sistema Respecto a Variaciones en el Factor de *Roll-Off* para Filtraje en Raíz Cuadrada de Coseno Alzado

Se establece una relación E_b/N_0 de 8 dB y una longitud de los filtros de 25 muestras para todas las pruebas de variación del factor de *roll-off*. Los resultados obtenidos se presentan a continuación.

- 2-PAM, $E_b/N_0 = 8 \text{ dB}$, valor teórico BER=0,000190907774075993.

Tabla 3.2. Valores de BER frente a la variación del factor de *roll-off* para el sistema con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado.

<i>Roll-Off</i>	BER
0	0,001841511737
0.1	0,000730501290
0.2	0,000310892194
0.3	0,000205036263
0.4	0,000185009465
0.5	0,000219341118

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

0.6	0,000206943577
0.7	0,000183102151
0.8	0,000209804548
0.9	0,000201221635
1	0,000181194837

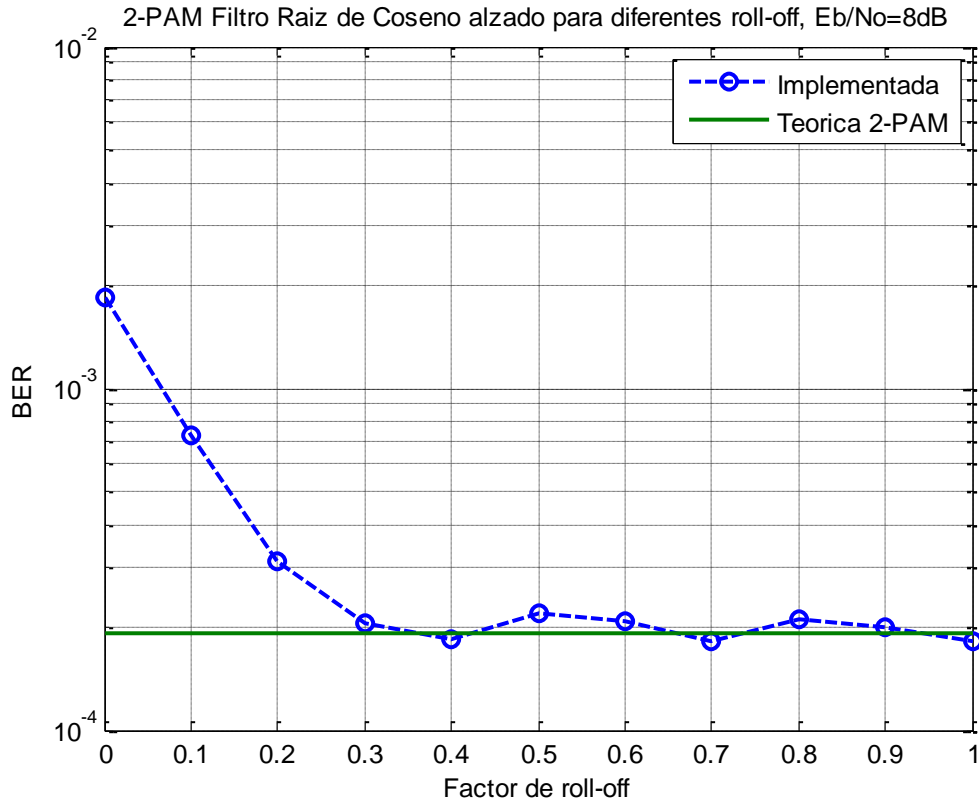


Figura 3.11. BER vs factor de *roll-off* para los sistemas con modulación 2-PAM, filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado y el teórico.

- 4-PAM, $E_b/N_o = 8 \text{ dB}$, valor teórico BER=0,00924721374147442.

Tabla 3.3. Valores de BER frente a la variación del factor de *roll-off* para el sistema con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado.

Roll-Off	BER
0	0,044467332322
0.1	0,024466187929
0.2	0,012866802087
0.3	0,009387844629
0.4	0,009287710163
0.5	0,009299154102
0.6	0,009350651828
0.7	0,009107468124

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

0.8	0,009217139921
0.9	0,009283895517
1	0,009239073422

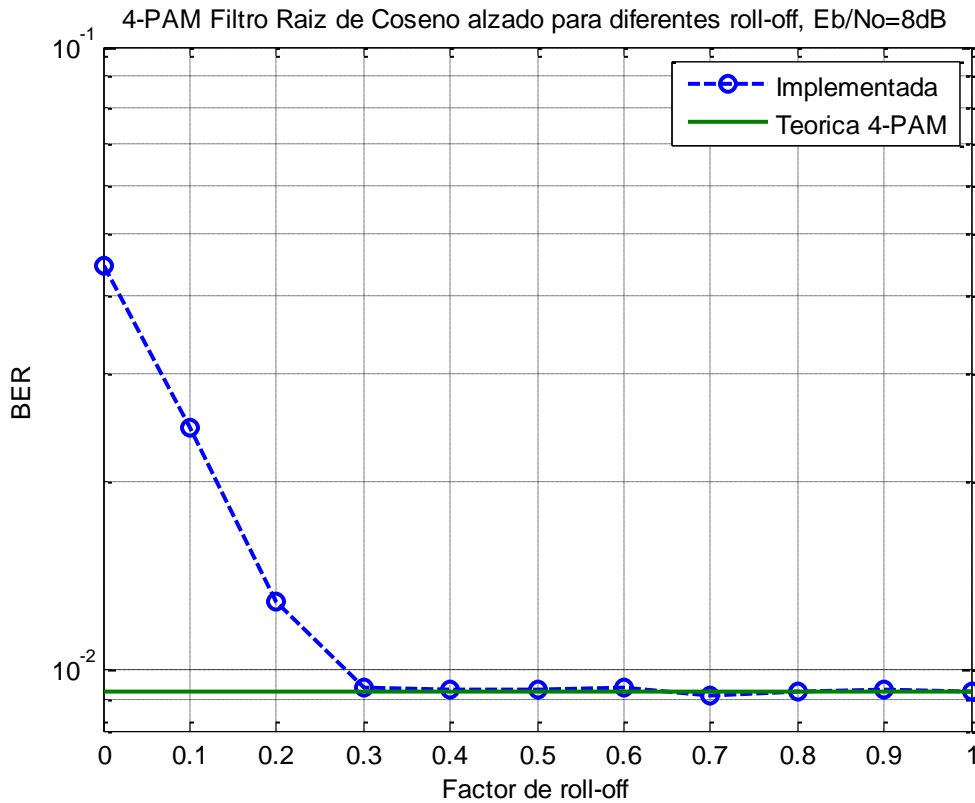


Figura 3.12. BER vs factor de *roll-off* para los sistemas con modulación 4-PAM, filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado y el teórico.

Se observa tanto en la Figura 3.11 como en la Figura 3.12, que a medida que el factor de *roll-off* aumenta, el valor de la BER obtenido se va aproximando al valor teórico de su respectiva modulación, principalmente para un valor de *roll-off* superior a 0.3; esto debido a la limitación en el tiempo.

En la Figura 3.13 se muestra la comparación entre la respuesta al impulso total del sistema de comunicación implementado (convolución entre los filtros de transmisión y recepción) y la respuesta ideal en coseno alzado correspondiente para distintos valores de *roll-off*. En dichas figuras se nota que mientras más cercano es el factor de *roll-off* a 1, más parecidas son dichas respuestas (en términos de error cuadrático medio).

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

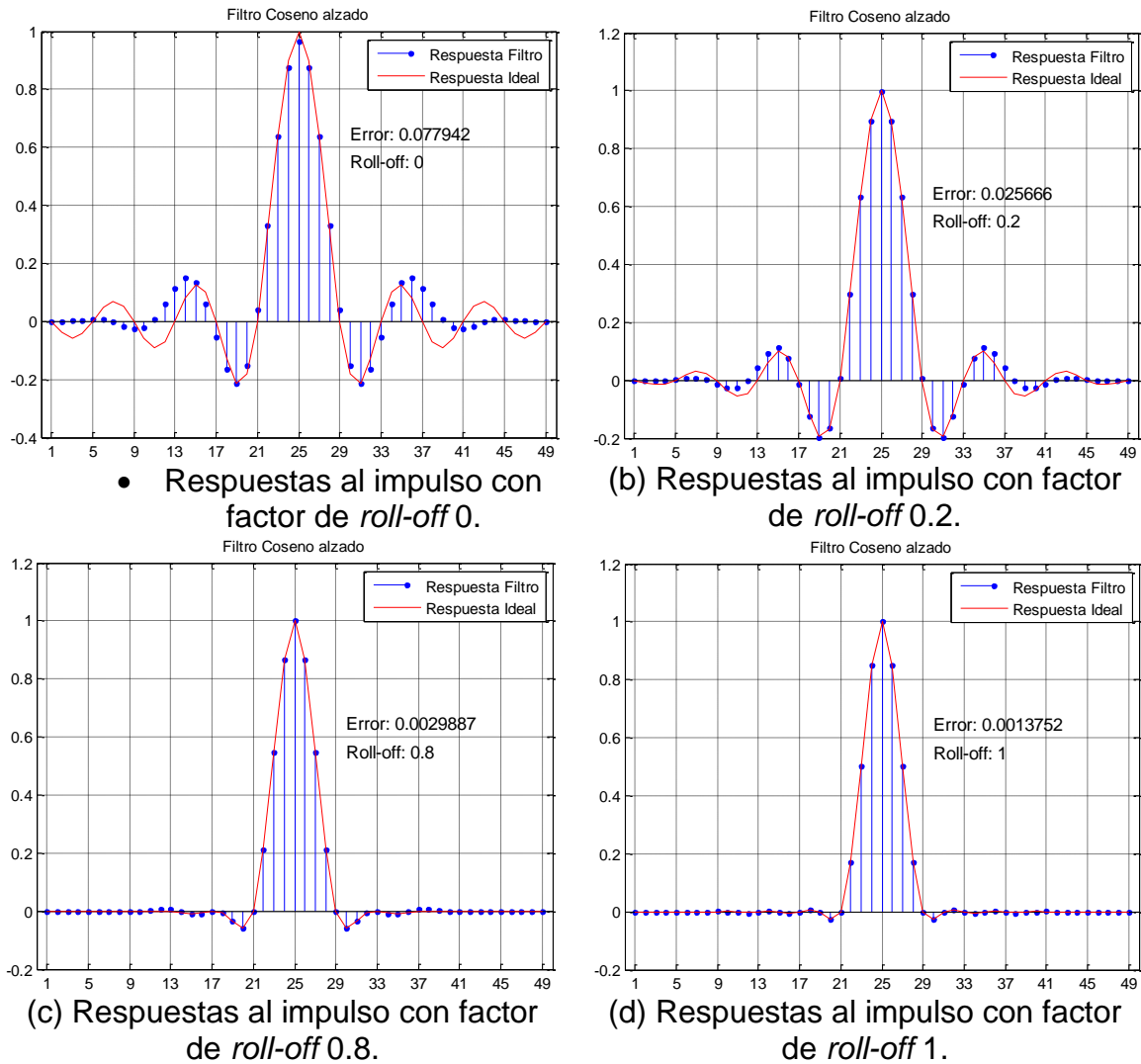


Figura 3.13. Comparación de las respuestas al impulso del filtro raíz cuadrada de coseno alzado teórico y de los filtros implementados, para diferentes valores de *roll-off*.

Las gráficas de comparación de las respuestas al impulso para los demás valores de *roll-off* se pueden encontrar en el Apéndice I.

3.2.7. Comparación de los Recursos Hardware de los Sistemas de Comunicación con Modulación 2/4-PAM

La Figura 3.14 muestra una comparación de los recursos de la FPGA usados en la implementación de todos los sistemas con modulación 2-PAM. Los datos de utilización de los recursos se presentan en el Apéndice H.

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

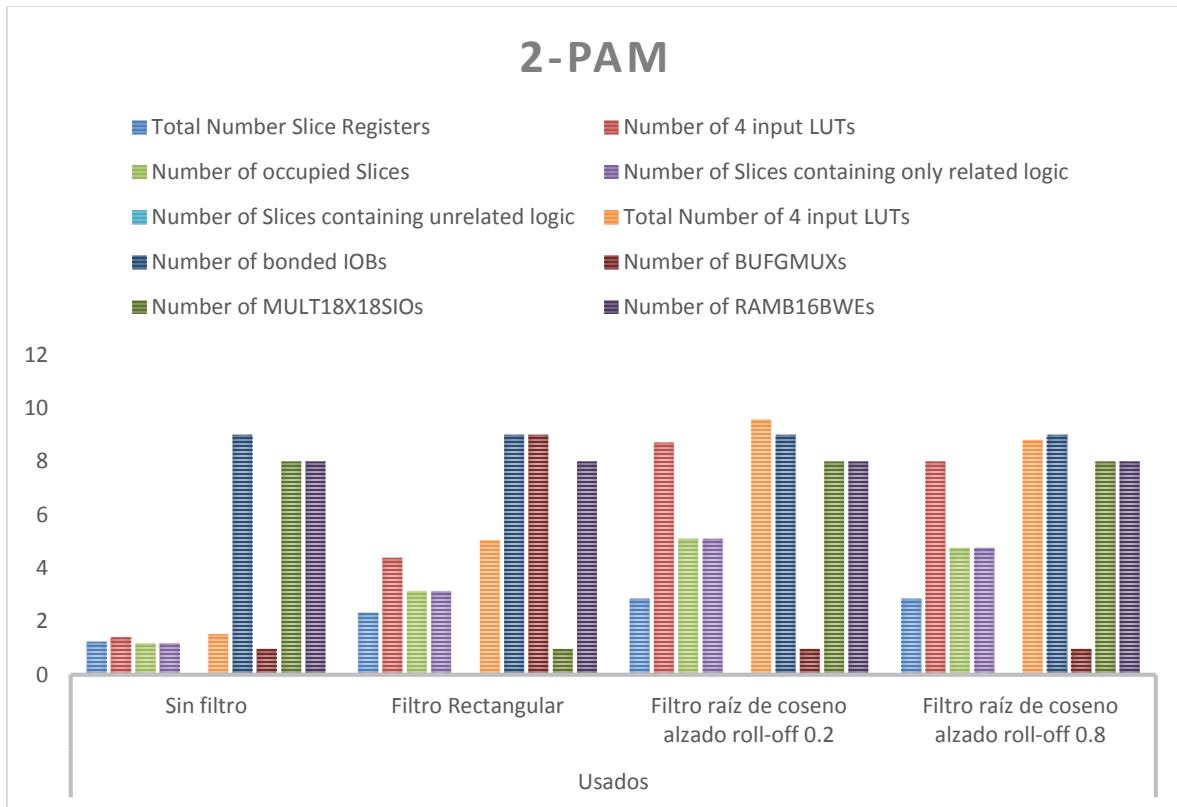


Figura 3.14 Recursos utilizados de la FPGA para los diferentes sistemas que implementaron modulación 2-PAM.

La Figura 3.15 muestra una comparación de los recursos de la FPGA usados en la implementación de todos los sistemas con modulación 4-PAM.

Capítulo 3. Experimentación y Análisis de Resultados

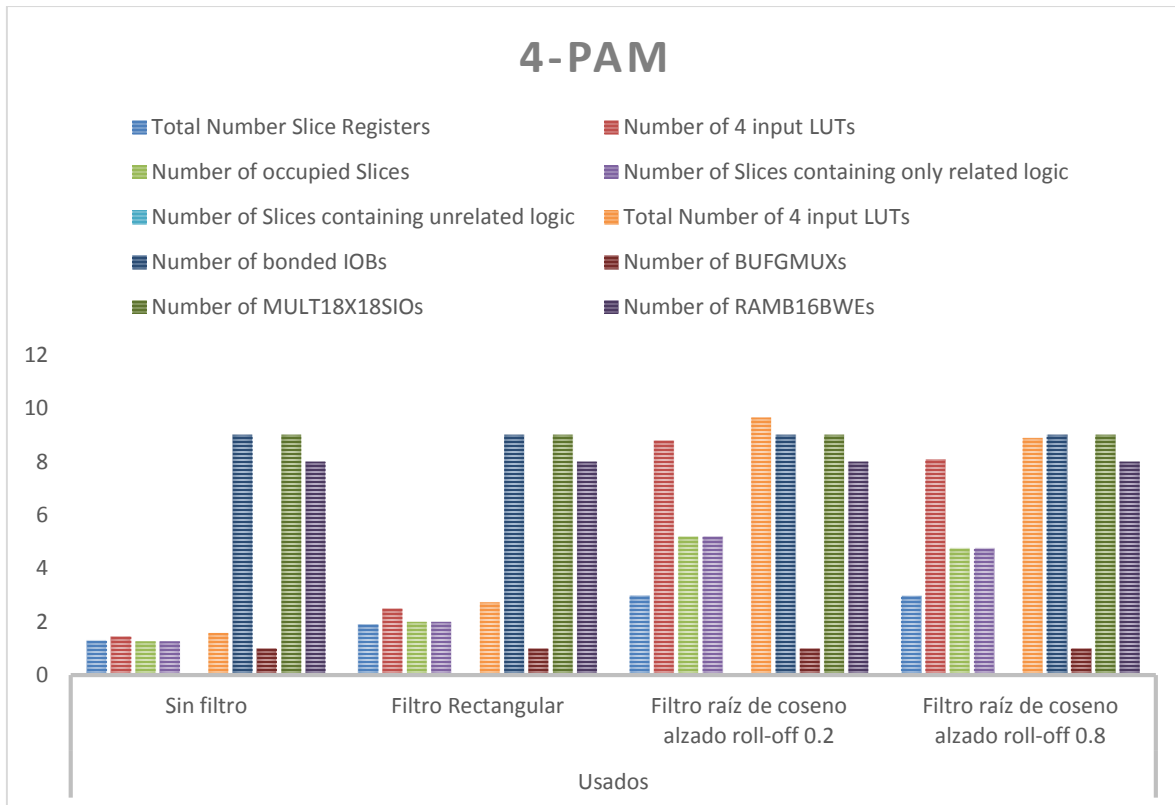


Figura 3.15 Recursos utilizados de la FPGA para los diferentes sistemas que implementaron modulación 4-PAM.

De la Figura 3.14 y la Figura 3.15 se puede observar que los sistemas que implementan filtros raíz cuadrada de coseno alzado utilizan mayor número de recursos debido a que dichos filtros emplean mayor cantidad de multiplicadores y elementos lógicos, es decir, mayor número de LUT's y SLICES.

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas de la realización del trabajo de grado: Análisis del Desempeño de un Sistema de Comunicaciones con Modulación 2/4-PAM Implementado sobre Hardware Reconfigurable. Adicionalmente se proponen algunos trabajos futuros en torno a la continuación del desarrollo del sistema de comunicaciones propuesto.

4.1. CONCLUSIONES

Del trabajo de grado realizado se presentan las siguientes conclusiones:

- La implementación sobre hardware reconfigurable de los sistemas de comunicación con modulación 2/4-PAM es válida, ya que los resultados obtenidos son muy similares respecto a las previsiones teóricas, como se aprecia en las curvas de desempeño presentadas.
- El grado de complejidad de los diseños de los sistemas con modulación 2/4-PAM es similar, ya que estos solo se diferencian en el tamaño de las constelaciones de cada una de las modulaciones.
- La implementación de los filtros raíz cuadrada de coseno alzado y de los filtros rectangulares hacen uso del mismo tipo de estructura, diferenciándose en el número de elementos lógicos necesarios para la conformación de cada uno de estos; siendo mayor para el filtro raíz cuadrada de coseno alzado, por lo cual, la implementación de los sistemas de comunicación con este tipo de filtraje utiliza mayor cantidad de recursos de la FPGA.
- Debido al truncamiento temporal de la respuesta al impulso de los filtros raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* 0.2, se introduce una cierta cantidad de interferencia intersímbolo lo cual genera la caída en el desempeño de estos sistemas.
- El factor de *roll-off* cumple una función importante en el momento de realizar la implementación de sistemas con filtros raíz cuadrada de coseno alzado, ya que este puede influir directamente en el desempeño de los sistemas así como en la utilización de los recursos de la FPGA y la eficiencia espectral de la modulación.
- Los sistemas implementados con filtros rectangulares no poseen un espectro limitado en banda, por lo tanto al implementarse en un canal no limitado en banda presenta un excelente desempeño. En el caso de que se implemente en un canal limitado en banda el desempeño de estos sistemas decaería drásticamente.

Capítulo 4. Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuros

4.2. RECOMENDACIONES

A continuación se plantean algunas recomendaciones, teniendo en cuenta dificultades que se presentaron en el desarrollo del presente trabajo de grado.

- La longitud de los filtros digitales empleados para las operaciones de transmisión y recepción es un aspecto fundamental a tener en cuenta a la hora de implementar un sistema de comunicación condicionado por los recursos disponibles de la FPGA.
- Para la obtención de los coeficientes de los filtros también es posible hacer uso de la herramienta FDATool de Matlab, la cual permite configurar y seleccionar diferentes tipos de filtros y establecer parámetros como el ancho de banda, banda de transición y la banda de bloqueo. Además permite realizar un completo análisis, ya que brinda los diagramas correspondientes a la respuesta al impulso, al escalón, diagramas de magnitud, de fase y el diagrama de polos y ceros; también permite la exportación de los coeficientes.
- Es posible implementar los filtros mediante el bloque FIRCompiler de Xilinx, el cual permite ingresar los coeficientes manualmente, importar los coeficientes generados con el FDATool, y seleccionar el tipo de estructura que se desea para el filtro. En el presente trabajo no se utilizó esta herramienta debido a problemas de compatibilidad, además, era necesario una mayor cantidad de recursos de la FPGA para la implementación.
- El diseño de los filtros también es posible realizarlo usando código VHDL.
- Algunos bloques de System Generator no son compatibles con todas las referencias de FPGA. Algunos de éstos pertenecen a versiones de la FPGA.

4.3. TRABAJO FUTURO

A continuación se plantean algunos aspectos que podrían desarrollarse posteriormente a partir del presente trabajo de grado.

- Para realizar una aproximación más fiel a un sistema de comunicación real, se propone como un trabajo futuro incorporar el modelo de un canal AWGN limitado en banda.
- Incorporar al proyecto la capacidad de realizar una comunicación bidireccional entre la FPGA y el computador, con el fin de poder enviar y obtener datos de ésta a través de una interfaz de usuario que permita variar diferentes parámetros del sistema de comunicación.
- Incluir un sistema que permita realizar codificación de canal y de fuente.

Capítulo 4. Conclusiones, Recomendaciones y Trabajos Futuros

- Diseñar e implementar un sistema que haga uso de un canal afectado por diferentes tipos de desvanecimiento.
- Diseñar e implementar en una FPGA un sistema de comunicaciones digital que implemente modulación M-QAM completa, incluyendo las etapas de conformación de pulso en banda base y traslación de frecuencia a pasa banda.
- Implementar otras técnicas de conformación de pulso, como los pulsos Gaussianos, y también otras técnicas de modulación que hagan uso de ese tipo de conformación de pulsos, como la modulación por desplazamiento mínimo de frecuencia con pre-filtraje Gaussiano (GMSK).

BIBLIOGRAFÍA

- [1] W. Tomasi, *Sistemas de Comunicaciones Electricas*, Cuarta edi. Mexico: Pearson Educacion, 1998, pp. 454–460.
- [2] M. Martín, “Trasmisión Digital en Banda Base,” 2013. [Online]. Available: <https://www.lpi.tel.uva.es/lpi/dld/tts/tema7.pdf>.
- [3] R. Gallager, “Channels, modulation, and demodulation,” *Massachusetts Institute of Technology, Course, Electrical Engineering and Computer Science, Principles of Digital Communications I , Chapter 6*, 2006. [Online]. Available: http://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-450-principles-of-digital-communications-i-fall-2006/lecture-notes/book_6.pdf .
- [4] J. Cousseau, “Transmisión de datos en banda base,” *Universidad del Sur, Departamento de Ingeniería Eléctrica y de Computadoras, Tópicos Especiales en Comunicaciones Digitales, Capítulo 6*. [Online]. Available: http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:http://www.ingelec.uns.edu.ar/icd2763/TECD_aux/cvi.pdf. [Accessed: 15-Aug-2014].
- [5] J. Moreno and J. Ramirez, “Análisis del Desempeño de la Modulación Wavelet,” Universidad del Cauca, 2009.
- [6] E. H. Pérez and E. Herrera, *Comunicaciones II: comunicación digital y ruido : una introducción a la teoría de la comunicación digital y el ruido*. Editorial Limusa, 2002, pp. 208–2230.
- [7] P. Martí, “Los Sistemas de comunicaciones digitales,” *Universitat oberta de Catalunya, Telecomunicacions, modulo 3*. [Online]. Available: [http://www.exabyteinformatica.com/uoc/Telecomunicacions/Electronica_de_telecomunicacions/Electronica_de_comunicaciones_\(Modulo_3\).pdf](http://www.exabyteinformatica.com/uoc/Telecomunicacions/Electronica_de_telecomunicacions/Electronica_de_comunicaciones_(Modulo_3).pdf). [Accessed: 13-Aug-2014].
- [8] N. Benvenuto and G. Cherubini, *Algorithms for Communications Systems & their Applications*. WILEY, 2002.
- [9] C. Maxfield, *The Design Warrior 's Guide to FPGAs*. Elsevier, 2004.
- [10] “FPGAs a Fondo,” *National Instruments*, 2012. [Online]. Available: <http://www.ni.com/white-paper/6983/es/>. [Accessed: 15-Aug-2014].
- [11] U. Meryer-BaeEs, *Digital Signal Processing with Field Programmable Gate Arrays*, 3a ed. Springer, 2007.
- [12] J. Motta Gomez, D. Reyes Bolaño, and P. E. Jojoa Gomez, “Sistema de Análisis de Señales Tipo Poliscopio Utilizando FPGA,” *Rev. Univ. RUTIC*, vol. 1, no. 1, 2012.

- [13] "Spartan-3A FPGA Family: Data Sheet," *Xilinx Inc.* [Online]. Available: http://www.xilinx.com/support/documentation/data_sheets/ds529.pdf. [Accessed: 15-Aug-2014].
- [14] B. Zeidman, "The Universal Design Methodology— taking hardware from conception through production," *EDN*, vol. 47, no. 28, p. 53, 2002.
- [15] E. Astaiza, H. F. Bermudez, and P. A. Muñoz, *Simulación De Sistemas De Telecomunicaciones*. 2007.
- [16] J. A. Muñoz and J. C. Semanate, "Análisis del Desempeño de un Sistema de Comunicaciones con Modulación 16/64 QAM Basado en Hardware Reconfigurable," Universidad del Cauca,, 2014.
- [17] "Definition: intersymbol interference," *National Telecommunications & Information Administration*. [Online]. Available: http://www.its.bldrdoc.gov/fs-1037/dir-019/_2849.htm. [Accessed: 15-Aug-2014].

APÉNDICE

APENDICE A. CÁLCULO DE ENERGÍA DE SÍMBOLO PARA 2/4 PAM

A partir de la equiprobabilidad de los símbolos para 2/4 PAM, se simplifica la ecuación (1.8), esto es:

$$E_s = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M |a_i|^2, \quad (\text{A.1})$$

donde $|a_i|$ representa la distancia de los símbolos M-PAM en la constelación o plano complejo respecto al origen:

$$|a_i| = \sqrt{a_{i_r}^2 + a_{i_i}^2}. \quad (\text{A.2})$$

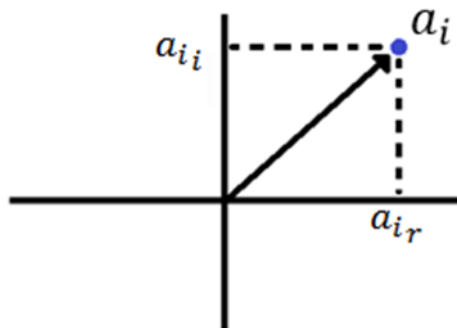


Figura A.1. Ubicación del símbolo a_i en el plano complejo respecto al origen.

Sin embargo, la modulación M-PAM no tiene componente imaginaria entonces se simplifica la ecuación (A.2) en lo siguiente:

$$|a_i| = \sqrt{a_{i_r}^2}. \quad (\text{A.3})$$

Para 2-PAM los valores del conjunto de símbolos a_k pertenecen al conjunto $\{-1, 1\}$ corresponden a (A.4) y se ubican en el plano complejo como lo muestra la Figura A.2:

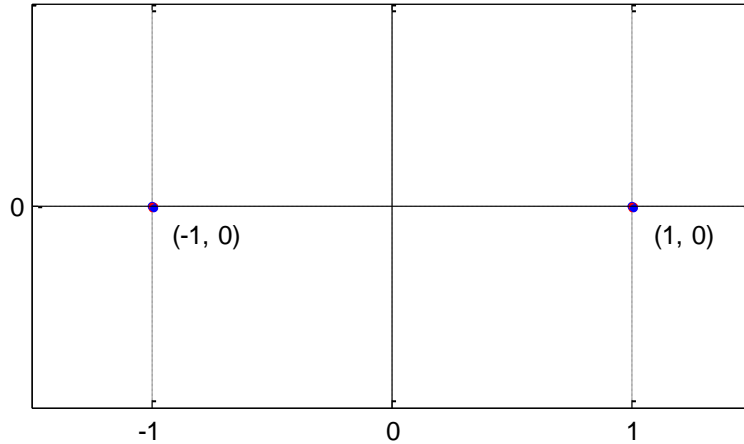


Figura A.2. Ubicación de los símbolos 2-PAM en el plano complejo.

A continuación se calcula la distancia al origen para el conjunto de símbolos a_k aplicando la expresión (A.3):

Para $a_k = -1$:

$$|a_{i=-1}| = \sqrt{(-1)^2}$$

$$|a_{i=-1}| = 1.$$

Para $a_k = 1$:

$$|a_{i=1}| = \sqrt{(1)^2}$$

$$|a_{i=1}| = 1.$$

Reemplazando los valores encontrados en la expresión (A.1), se halla la energía de símbolo para 2-PAM:

$$E_s = \frac{1}{2} (|a_{i=-1}|^2 + |a_{i=1}|^2)$$

$$E_s = \frac{1}{2} (1 + 1)$$

$$E_s = 1. \tag{A.5}$$

Repitiendo el procedimiento para 2-PAM, para 4-PAM el conjunto de valores $\{-3, -1, 1, 3\}$ corresponden al conjunto de símbolos a_k y se ubican en el plano complejo como lo muestra la Figura A.3:

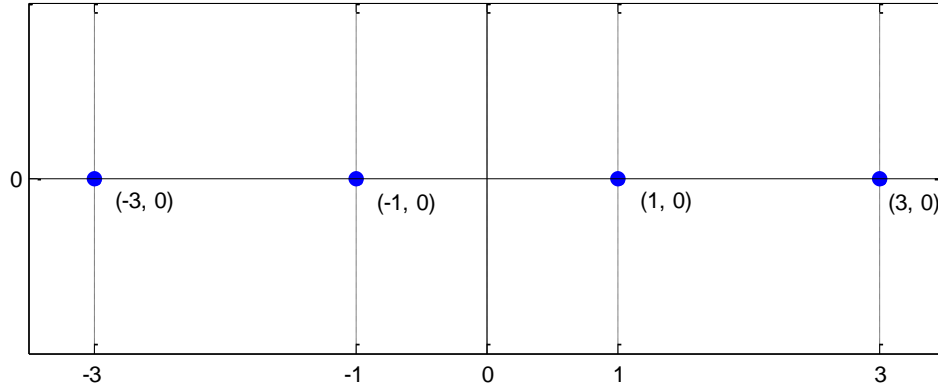


Figura A.3. Ubicación de los símbolos 4-PAM en el plano complejo

Se calcula la distancia al origen para el conjunto de símbolos a_k para 4-PAM, aplicando la expresión (A.3), sin embargo, la distancia al origen de los símbolos 1 y -1 ya fue encontrada en 2-PAM, por tanto se hace el cálculo para los símbolos restantes:

Para $a_k = -3$:

$$|a_{i=-3}| = \sqrt{(-3)^2}$$

$$|a_{i=-3}| = \sqrt{9}$$

$$|a_{i=-3}| = 3.$$

Para $a_k = 3$:

$$|a_{i=3}| = \sqrt{(3)^2}$$

$$|a_{i=3}| = \sqrt{9}$$

$$|a_{i=3}| = 3.$$

Finalmente se reemplazan los valores encontrados en la expresión (A.1), encontrando la energía de símbolo para 4-PAM:

$$E_s = \frac{1}{4} (|a_{i=-3}|^2 + |a_{i=-1}|^2 + |a_{i=1}|^2 + |a_{i=3}|^2)$$

$$E_s = \frac{1}{4} (9 + 1 + 1 + 9)$$

$$E_s = \frac{20}{4}$$

$$E_s = 5.$$

APENDICE B. TEOREMA DE LA IRRELEVANCIA

Inicialmente se define el conjunto base de la modulación como el conjunto de funciones ortonormales utilizadas en la representación de los símbolos. Dicho conjunto está dado por:

$$\{\varphi_k(t)\}_{k=0}^{n-1} \quad (\text{B.1})$$

El conjunto de n funciones mutuamente ortogonales se define dentro de un subespacio vectorial \mathcal{S} . Para cada una de las funciones ortogonales, la norma de sus vectores debe ser 1, esto es:

$$\|p(t)\|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [p(t)]^2 dt = 1 \quad (\text{B.2})$$

De la ecuación (B.1) y (B.2) se garantiza la ortogonalidad y normalidad de los pulsos ortonormales.

Por otro lado, el ruido AWGN del canal de comunicaciones, $z(t)$, expresado en términos de su proyección sobre el conjunto de señales de energía finita, \mathcal{L}^2 , se expresa mediante la ecuación (B.3):

$$z(t) = z_T(t) + z_N(t), \quad (\text{B.3})$$

donde:

$z_T(t)$: Componente del ruido paralela al subespacio \mathcal{S} .

$z_N(t)$: Componente del ruido perpendicular al subespacio \mathcal{S} .

Las funciones del subespacio \mathcal{S} satisfacen la condición de ortonormalidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(t)\varphi_k(t) dt = \delta[k - i] \quad (\text{B.4})$$

Se define el complemento, \mathcal{S}^c , del subespacio vectorial \mathcal{S} , como el espacio definido por el conjunto de funciones de la ecuación (B.5):

$$\{\varphi_k(t)\}_{k=n}^{\infty} \quad (\text{B.5})$$

Por tanto de (B.1) y (B.5) se cumple que: $\mathcal{S} \cup \mathcal{S}^c = \mathcal{L}^2$ y $\mathcal{S} \cap \mathcal{S}^c = \emptyset$.

La señal que llega al receptor se puede describir como:

$$v(t) = x(t) + z_T(t) + z_N(t), \quad (\text{B.6})$$

luego, el receptor correlaciona la señal de salida del canal, $v(t)$, con los elementos de \mathcal{S} , es decir, correlaciona la señal $v(t)$ con las funciones $\varphi_k(t)$ que pertenecen al subespacio \mathcal{S} , obteniendo una secuencia de símbolos y_k :

$$y_k = \langle v(t), \varphi_k(t) \rangle , \quad \text{donde } k = 0, 1, \dots, n - 1$$

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} v(t) \varphi_k(t) dt , \quad \text{donde } k = 0, 1, \dots, n - 1$$

reemplazando la ecuación (B.6):

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) + z_T(t) + z_N(t)] \varphi_k(t) dt =$$

resolviendo:

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi_k(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} z_T(t) \varphi_k(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \varphi_k(t) dt, \quad (\text{B.7})$$

expresando $z_T(t)$ y $z(t)$ en forma de series de Fourier:

$$z_T(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \langle z(t), \varphi_k(t) \rangle \varphi_k(t) , \quad z_N(t) = \sum_{k=n}^{\infty} \langle z(t), \varphi_k(t) \rangle \varphi_k(t),$$

haciendo $u = \sum_{-\infty}^{\infty} \langle w(t), \varphi_k(t) \rangle$, entonces:

$$u_k = \langle w(t), \varphi_k(t) \rangle , \quad u = \langle w(t), \varphi_k(t) \rangle,$$

donde:

u_k : es la proyección del ruido $z(t)$ sobre S

u_k' : es la proyección del ruido $z(t)$ sobre S^c

reemplazando u_k y u_k' en $z_T(t)$ y $z_N(t)$ respectivamente:

$$z(t) = \sum_{k=0}^{n-1} u_k \varphi_k(t) , \quad z_N(t) = \sum_{k=n}^{\infty} u_k' \varphi_k(t),$$

empleando $z_T(t)$ y $z_N(t)$ en la ecuación (B.7)

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi_k(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{i=0}^{n-1} u_i \varphi_i(t) \right] \varphi_k(t) dt + \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{i=n}^{\infty} u_i' \varphi_i(t) \right] \varphi_k(t) dt =$$

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi_k(t) dt + \sum_{i=0}^{n-1} u_i \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(t) \varphi_k(t) dt + \sum_{i=n}^{\infty} u_i' \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(t) \varphi_k(t) dt =$$

haciendo uso de la ecuación (B.4):

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi_k(t) dt + \sum_{i=0}^{n-1} u_i \delta[k-i] + \sum_{i=n}^{\infty} u_i \delta[k-i] \quad (\text{B.8})$$

El segundo término de la ecuación (B.8) corresponde a la convolución de u_i con $\delta[k]$, lo que equivale a pasar u_i por un filtro digital pasa todo. Entonces, debido a que k e i varían entre $[0 - (n - 1)]$, se obtiene la misma secuencia u_k . Para el tercer término de la ecuación, no hay posibilidad que un valor de i se iguale a k , de tal manera que este término es nulo. El resultado de la implementación del teorema de la irrelevancia se expresa en la ecuación(B.9):

$$y_k = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \varphi_k(t) dt + u_k \quad (\text{B.9})$$

Finalmente la ecuación (B.9) demuestra que y_k es una estadística suficiente para estimar el símbolo transmitido; esta estimación solo depende de la señal modulada $x(t)$, y de la imagen del ruido sobre el subespacio de la modulación \mathcal{S} .

APENDICE C. CALCULO DE PROBABILIDAD DE ERROR PARA 4-PAM

El proceso para el cálculo explícito de la probabilidad de error de la modulación 4-PAM, es similar al de la modulación 2-PAM. Para la modulación 4-PAM, el conjunto de símbolos transmitidos y recibidos toman los siguientes valores:

$$a_k = \begin{cases} -3\alpha & y_k < -2\alpha \\ -\alpha & -2\alpha < y_k < 0 \\ \alpha & 0 < y_k < 2\alpha \\ 3\alpha & y_k > 2\alpha \end{cases} \quad (\text{C.1})$$

En la Figura C.1 se muestra las funciones de densidad de probabilidad condicionales para la muestra recibida, y_k , de acuerdo al símbolo transmitido en el instante k . Los umbrales óptimos de decisión son aquellos valores de z donde se satisfacen las siguientes igualdades:

$$\Pr\{a_k = -3\alpha\}f_Z(z + 3\alpha) = \Pr\{a_k = -\alpha\}f_Z(z + \alpha).$$

$$\Pr\{a_k = -\alpha\}f_Z(z + \alpha) = \Pr\{a_k = \alpha\}f_Z(z - \alpha).$$

$$\Pr\{a_k = \alpha\}f_Z(z - \alpha) = \Pr\{a_k = 3\alpha\}f_Z(z - 3\alpha).$$

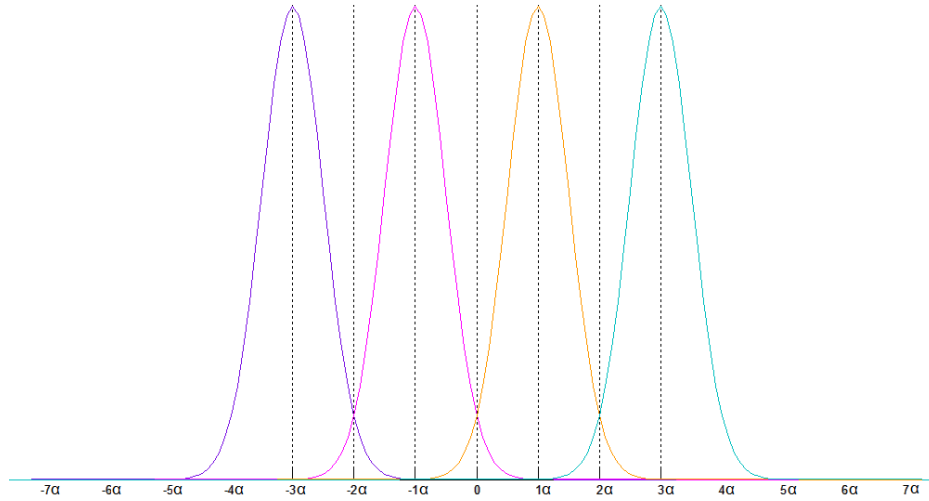


Figura C.1. Estimación por fronteras de unión para 4-PAM.

Como se puede observar en la expresión (C.1) y en la Figura C.1, el cálculo de la probabilidad de error basado en el evento error para la modulación 4-PAM resulta dispendioso, por tanto se calcula a partir del evento acierto E^c , es decir, la probabilidad de transmitir cualquier símbolo 4-PAM y recibir el mismo símbolo. La probabilidad de error definida a partir del evento acierto se especifica de la siguiente manera:

$$\Pr\{E\} = 1 - \Pr\{E^c\}. \quad (C.2)$$

Siguiendo el procedimiento de 2-PAM, de la expresión (C.1) y de la Figura C.1, se calculan las probabilidades conjuntas acierto para cada uno de los símbolos:

- $\Pr\{E^c | a_k = -3\alpha\} = \Pr\{y_k < -2\alpha | a_k = -3\alpha\} = \int_{-\infty}^{-2\alpha} f_Z(y + 3\alpha) dy$

$$\Pr\{E^c | a_k = -3\alpha\} = \int_{-\infty}^{-2\alpha} \frac{e^{-\frac{(y+3\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma \sqrt{2\pi}} dy$$

$$\Pr\{E^c | a_k = -3\alpha\} = 1 - Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$$

- $\Pr\{E^c | a_k = -\alpha\} = \Pr\{-2\alpha < y_k < 0 | a_k = -\alpha\} = \int_{-2\alpha}^0 f_Z(y + \alpha) dy$

$$\Pr\{E^c | a_k = -\alpha\} = \int_{-2\alpha}^0 \frac{e^{-\frac{(y+\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma \sqrt{2\pi}} dy$$

$$\Pr\{E^c | a_k = -\alpha\} = 1 - 2Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$$

Por simetría de la función densidad de probabilidad del ruido AWGN se obtiene:

- $\Pr\{E^c | c_n = \alpha\} = 1 - 2Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$

- $\Pr\{E^c | c_n = 3\alpha\} = 1 - Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right).$

La probabilidad de acierto corresponde a la sumatoria de cada una de las probabilidades de acierto conjuntas por la probabilidad de transmisión de cada símbolo:

$$\begin{aligned} \Pr\{E^c\} &= \frac{1}{4} \left[1 - Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) + 1 - 2Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) + 1 - Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) + 1 - 2Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right) \right] = \\ \Pr\{E^c\} &= 1 - \frac{3}{2} Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right), \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

reemplazando el resultado de (C.3) en la expresión de probabilidad de error de (C.2):

$$Pr\{E\} = 1 - Pr\{E^c\} = \frac{3}{2} Q\left(\frac{\alpha}{\sigma}\right). \quad (\text{C.4})$$

Para obtener la expresión de probabilidad de error en términos de E_b/N_0 , se calcula α a partir de E_S y E_b .

De las expresiones (1.7) y (1.8), E_b y E_S para 4-PAM son respectivamente:

$$\begin{aligned} E_S &= \frac{1}{4} [(-3\alpha)^2 + (-\alpha)^2 + (\alpha)^2 + (3\alpha)^2] = \frac{9\alpha^2 + \alpha^2 + \alpha^2 + 9\alpha^2}{4} \\ E_S &= 5\alpha^2, \end{aligned}$$

reemplazando el valor anterior en (1.7):

$$\begin{aligned} E_b &= \frac{5\alpha^2}{\log_2 4} = \frac{5}{2} \alpha^2 \\ \alpha^2 &= \frac{2}{5} E_b. \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Sustituyendo $\alpha = \sqrt{E_b}$ y $\sigma = \sqrt{N_0/2}$ en (C.4), se llega a la expresión de la probabilidad de error para la modulación 4-PAM:

$$Pr\{E\} = \frac{3}{2} Q\left(\sqrt{\frac{4 E_b}{5 N_0}}\right)$$

APENDICE D. SEÑALES EN DIFERENTES PUNTOS DE LOS SISTEMAS PARA MODULACIONES 2/4-PAM

En este apéndice se presenta la evolución de las señales obtenidas al atravesar los sistemas de comunicaciones implementados con modulaciones 2-PAM y 4-PAM con una relación $E_b/N_0 = 5 \text{ dB}$ y 10 dB respectivamente en el canal. Además se presenta una comparación de la señal obtenida después de los filtros transmisores de cada uno de los sistemas, con el fin de observar las formas de pulso adquiridas.

D.1. 2-PAM

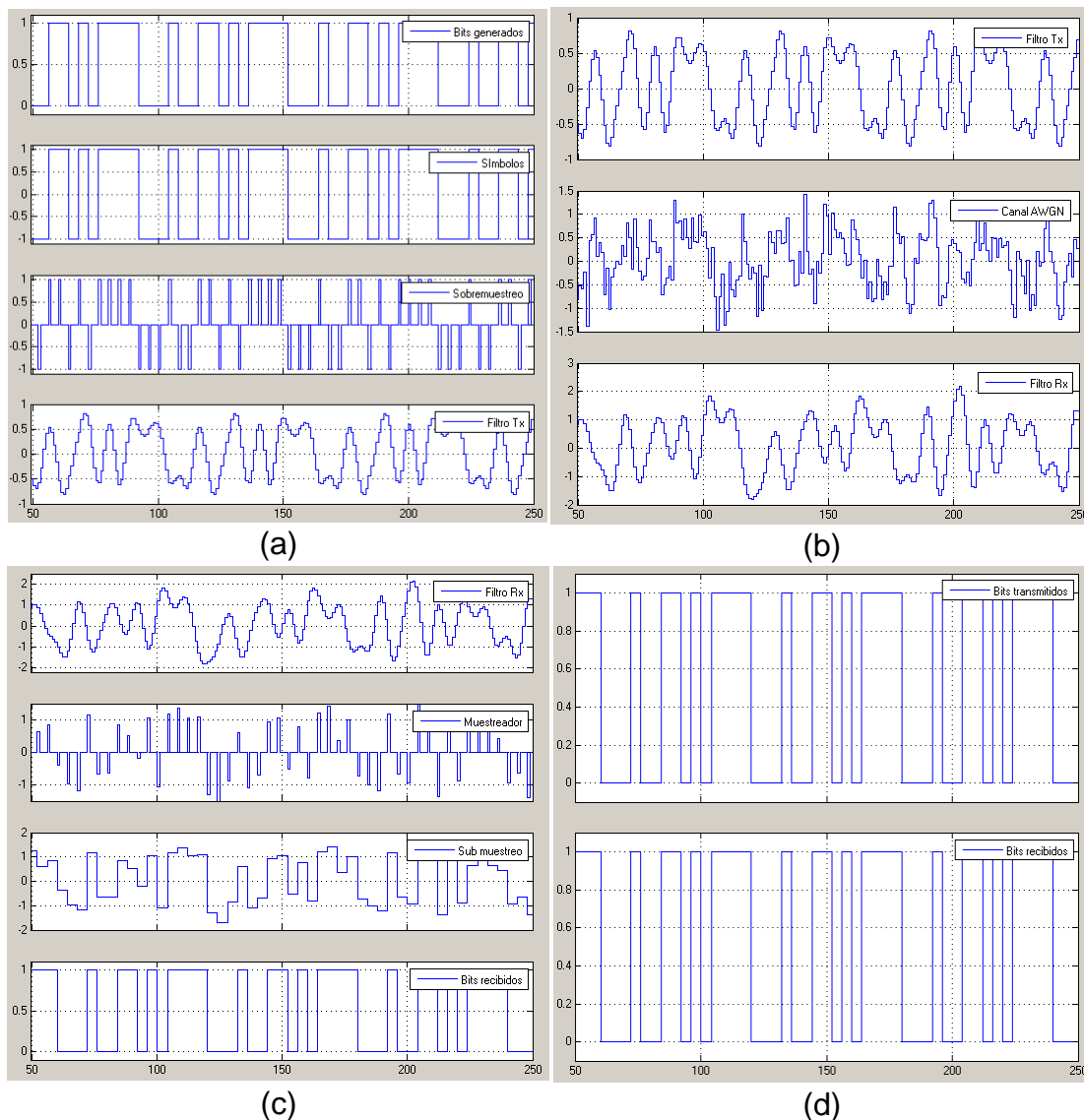
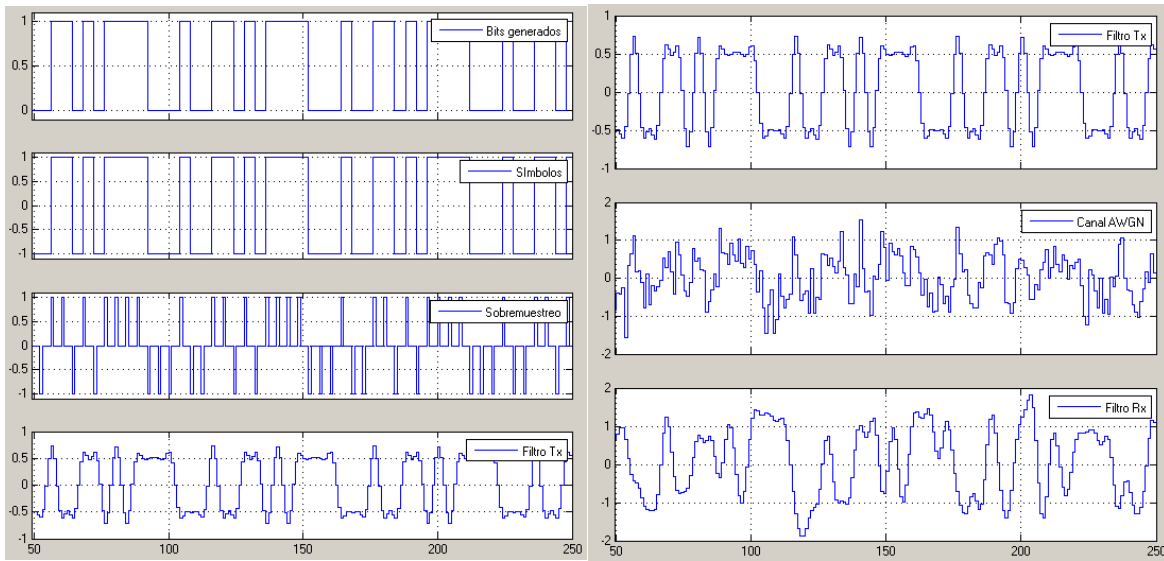
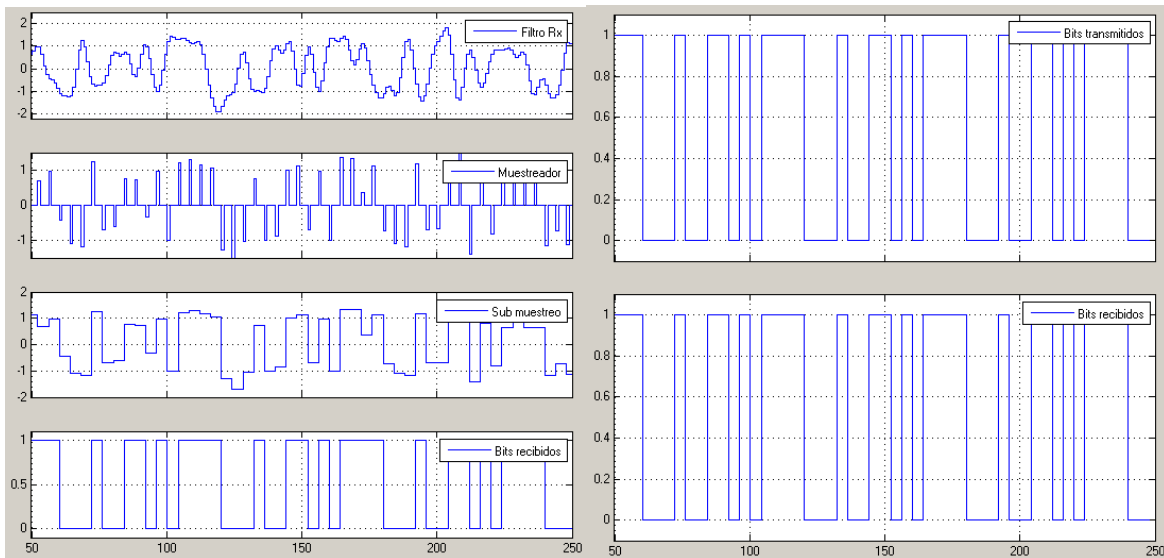


Figura D.1. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* 0.2. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.



(a)

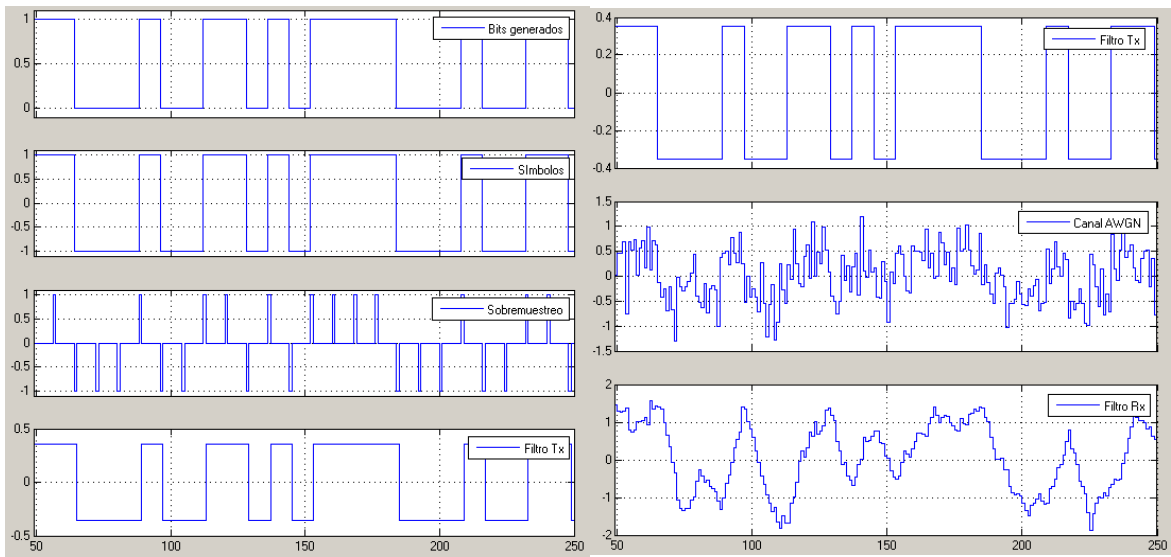
(b)



(c)

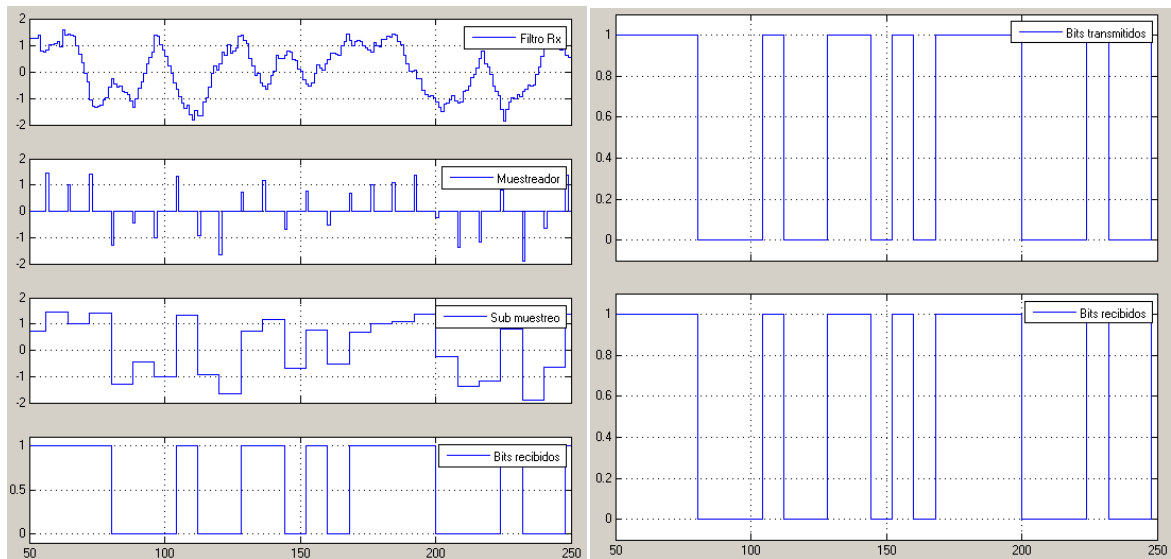
(d)

Figura D.2. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* 0.8. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.



(a)

(b)



(c)

(d)

Figura D.3. Modulación 2-PAM y filtro rectangular. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.

D.2. 4-PAM

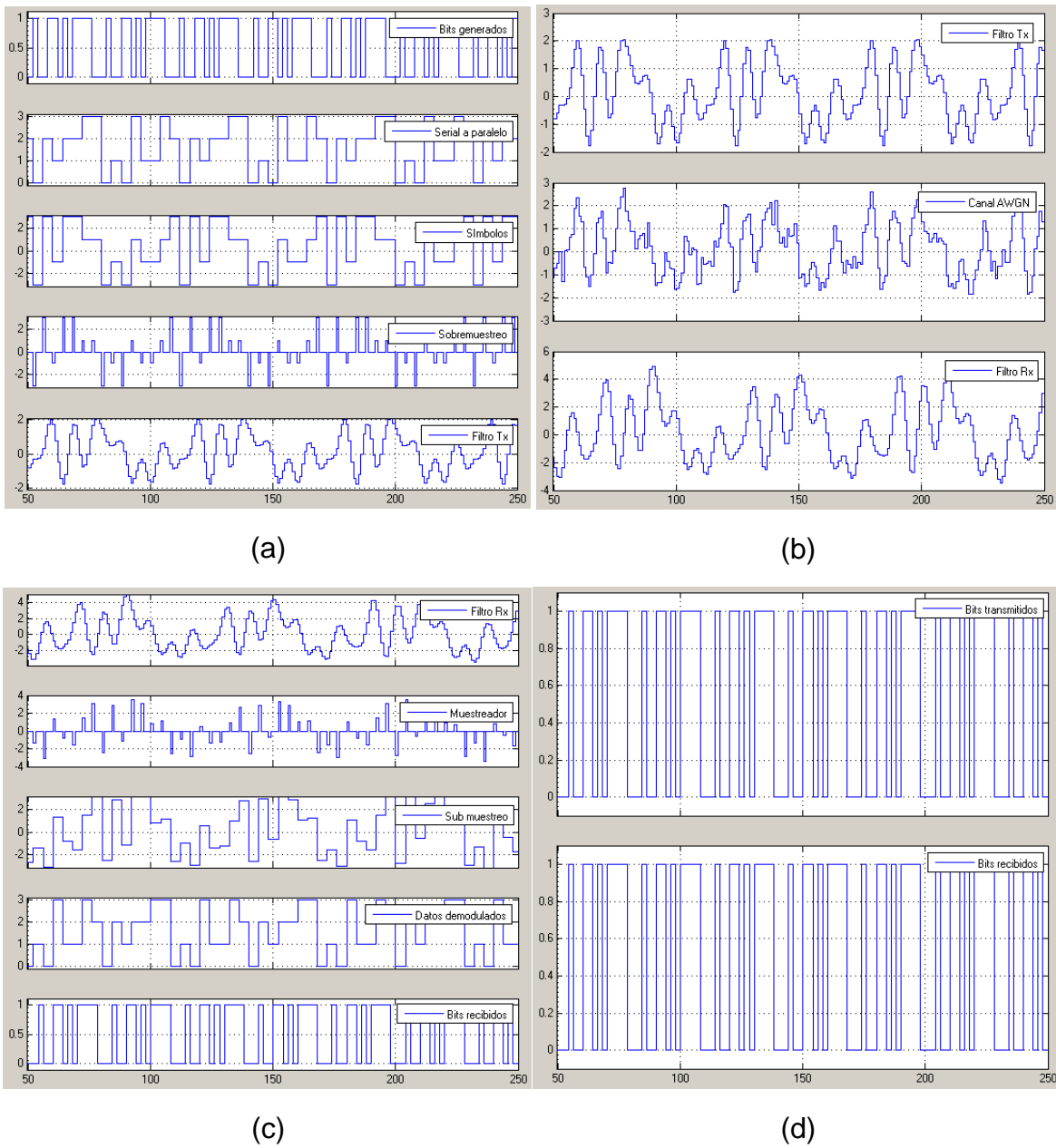
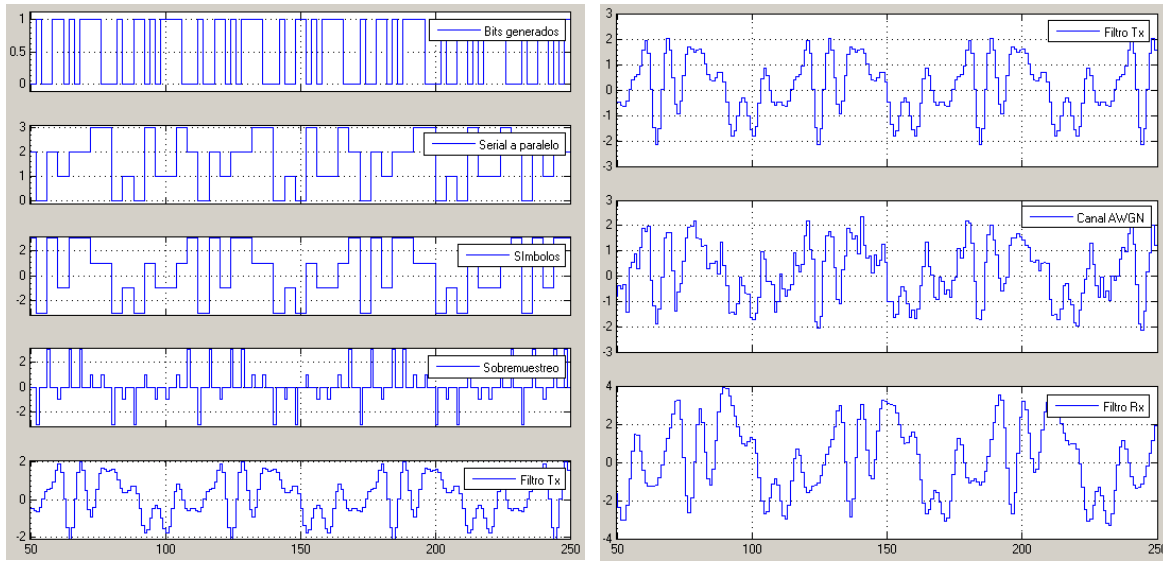
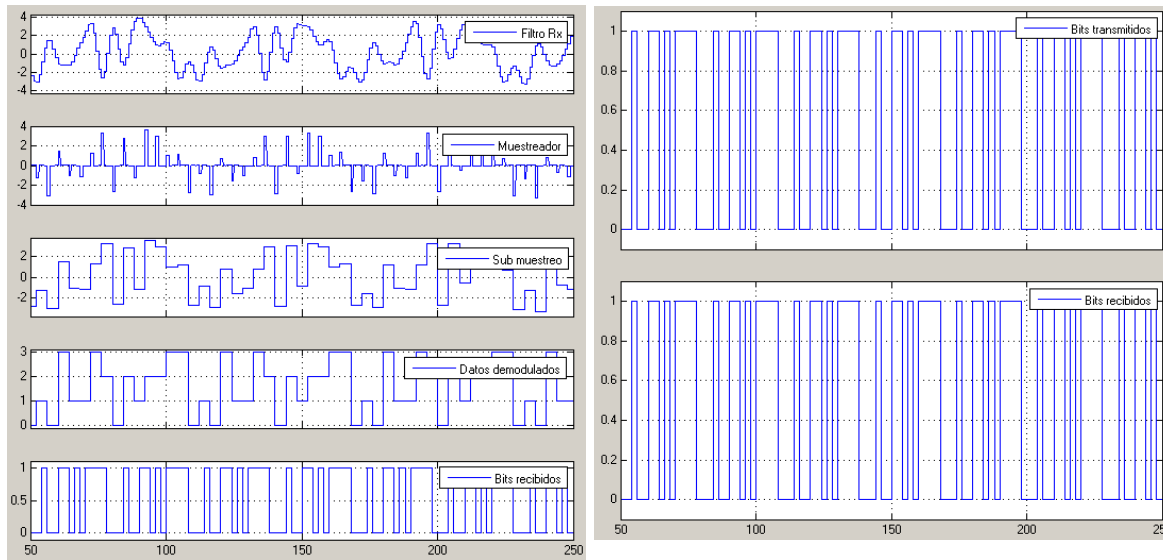


Figura D.4. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* 0.2. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.



(a)

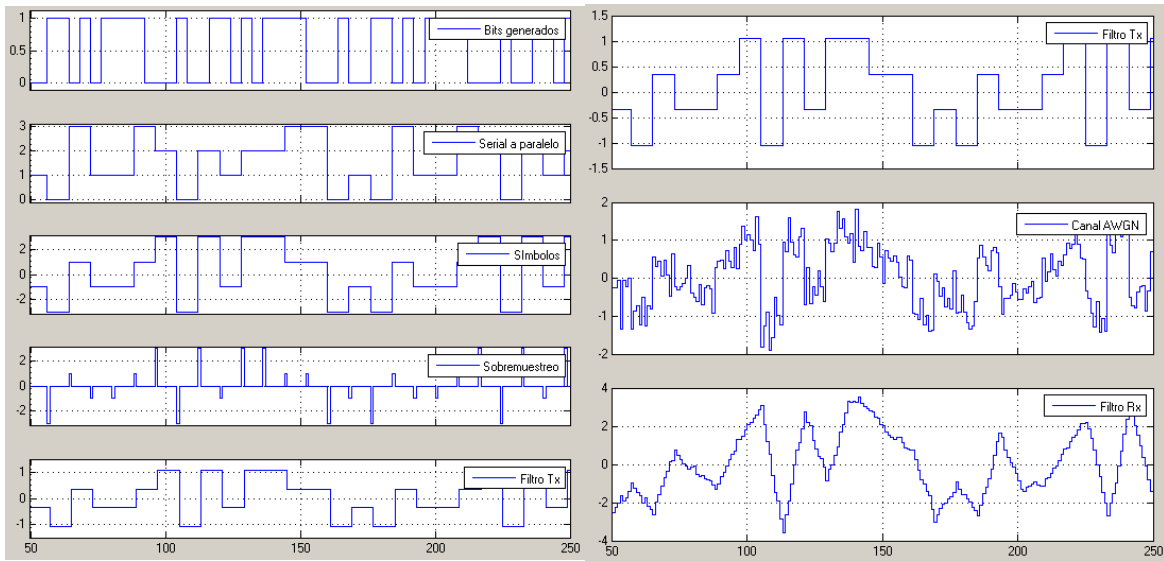
(b)



(c)

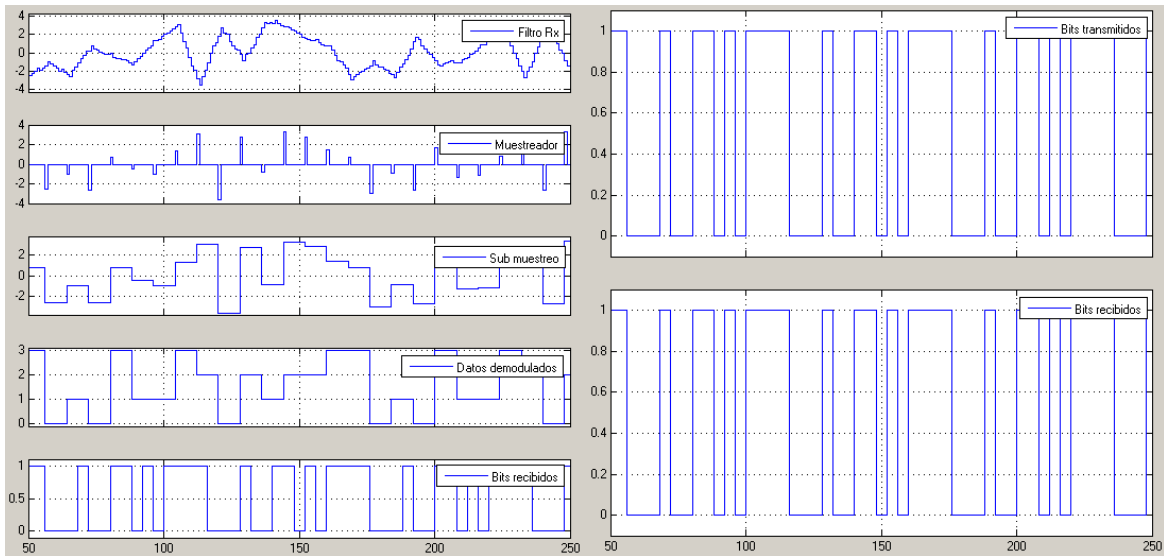
(d)

Figura D.5. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* 0.8. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.



(a)

(b)



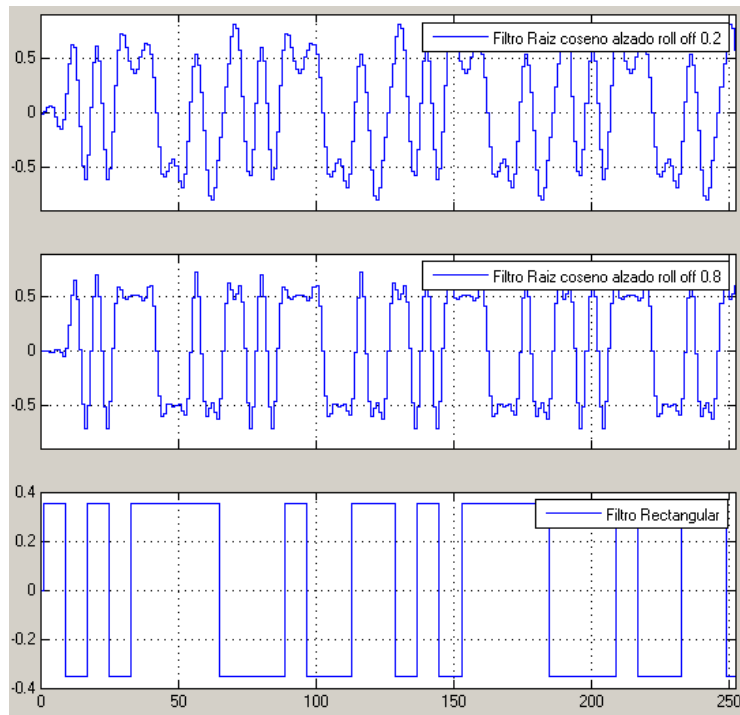
(c)

(d)

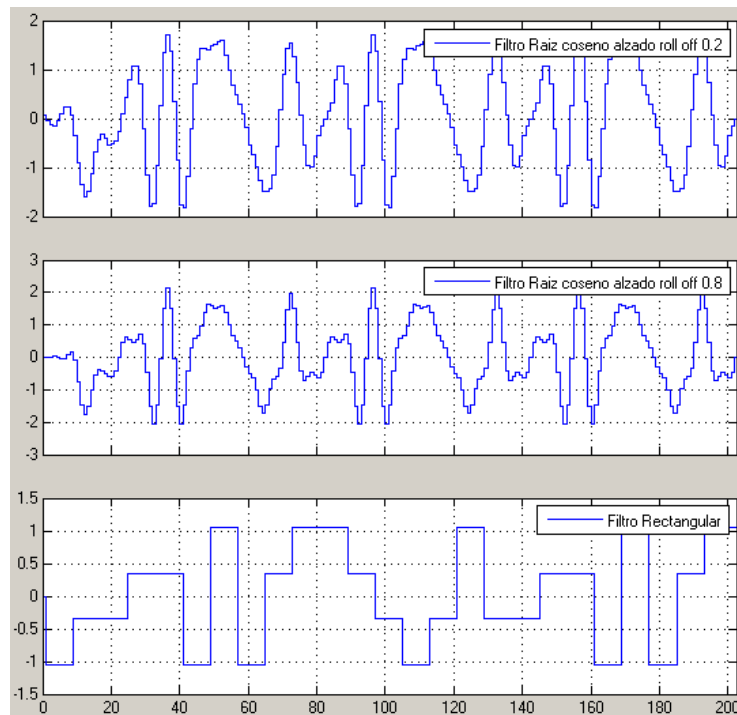
Figura D.6. Modulación 4-PAM y filtro rectangular. (a) Señales en el transmisor. (b) Señales a través del canal AWGN. (c) Señales en el receptor. (d) Comparación de bits transmitidos y recibidos.

D.3. CONFORMACIÓN DE PULSOS

La Figura D.7 muestra la forma que toma el pulso al atravesar el filtro transmisor, en cada uno de los filtros implementados.



(a)



(b)

Figura D.7. Conformación de pulsos mediante los filtros raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* 0.2, filtros raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* 0.8 y filtros rectangular. (a) Modulación 2-PAM. (b) Modulación 4-PAM.

APENDICE E. ANCHOS DE BANDA Y ESPECTROS DE LA SEÑAL PARA MODULACIONES 2/4-PAM

En este apéndice se presenta el cálculo de los anchos de banda para los diferentes sistemas, además se presentan los diagramas espectrales obtenidos de los sistemas implementados en System Generator.

Para el cálculo de los ancho de banda es necesario definir los valores de tasa de símbolo para cada uno de las sistemas. La tasa de símbolo para cada una de los sistemas se calcula a partir de la ecuación siguiente

$$R_s = \frac{f_s}{U},$$

donde f_s es la frecuencia del sistema de modulación establecida en 1 Hz, U hace referencia al factor de sobremuestreo que usa cada una de las modulaciones. En la Tabla E.1 se establecen los valores de R_s para cada una de las modulaciones.

Tabla E.1. Valores tasa de símbolo para 2/4-PAM según el filtro usado.

MODULACIÓN	TIPO FILTRO	SOBREMUESTREO (U)	TASA DE SÍMBOLO (R_s)
2/4-PAM	Rectangular	8	0.125
	Raíz cuadrada de coseno alzado <i>roll-off</i> 0.2	4	0.25
	Raíz cuadrada de coseno alzado <i>roll-off</i> 0.8	4	0.25

Otra manera de calcular la tasa de símbolo, es a partir de la tasa de bits R_b , utilizando la ecuación 1.2.

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2 M},$$

donde M corresponde al conjunto de posibles símbolos.

Tomando los periodos de bit de la tabla 2.7 y reemplazando en la ecuación 1.2, se tiene la tasa de bits para las modulaciones 2/4-PAM:

Tabla E.2. Valores de la tasa de bit para cada modulación según el filtro usado.

MODULACIÓN	TIPO DE FILTRO	
	Rectangular	Raíz cuadrada de coseno alzado
2-PAM	0.125	0.25
4-PAM	0.25	0.5

Con base en la ecuación 1.2 y tomando los valores de la Tabla E.2, se obtienen los valores de la tasa de símbolos en baudios y se especifican en la Tabla E.3.

Tabla E.3. Valores de la tasa de símbolo para cada modulación según el filtro usado a partir de la tasa de bit.

MODULACIÓN	TIPO DE FILTRO	
	Rectangular	Raíz cuadrada de coseno alzado
2-PAM	0.125	0.25
4-PAM	0.125	0.25

Según los resultados obtenidos en la Tabla E.1 y Tabla E.3, la tasa de símbolo para cada sistema corresponden a lo esperado y además es independiente del factor de *roll-off* usando para el caso del filtro raíz cuadrada de coseno alzado.

Con los valores obtenidos es posible calcular los anchos de banda para cada uno de los sistemas, tomando como referencia el punto en el cual el espectro ha tenido una caída de -30dB, a partir del valor nominal más alto del mismo.

Raíz cuadrada de coseno alzado con factor con *roll-off* de 0.2:

$$\alpha = 0.2.$$

Para el cálculo del ancho de banda se hace uso de la ecuación 1.22.

$$W = \frac{R_s(1 + \alpha)}{2}.$$

Remplazando los valores de α y R_s obtenidos en la ecuación 1.2:

$$W = \frac{0.25 * (1 + 0.2)}{2}$$

$$W = \frac{0.3}{2}$$

$$W = 0.15 \text{ Hz}$$

$$W = 150 \text{ mHz.}$$

Siguiendo el procedimiento anterior, se calcula el ancho de banda con *roll-off* de 0.8.

Raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8:

$$\alpha = 0.8$$

$$W = \frac{R(1 + \alpha)}{2}$$

$$W = \frac{0.25 * (1 + 0.8)}{2}$$

$$W = \frac{0.9}{40}$$

$$W = 0.225 \text{ Hz}$$

$$W = 225 \text{ mHz.}$$

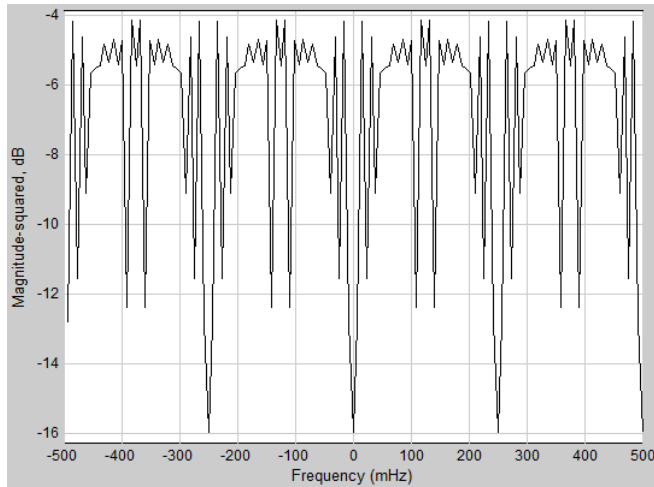
Para el caso del filtro rectangular, este posee un espectro no limitado por lo tanto se toma como ancho de banda el rango de frecuencia que existen entre los primeros nulos.

$$W = 1/T_s$$

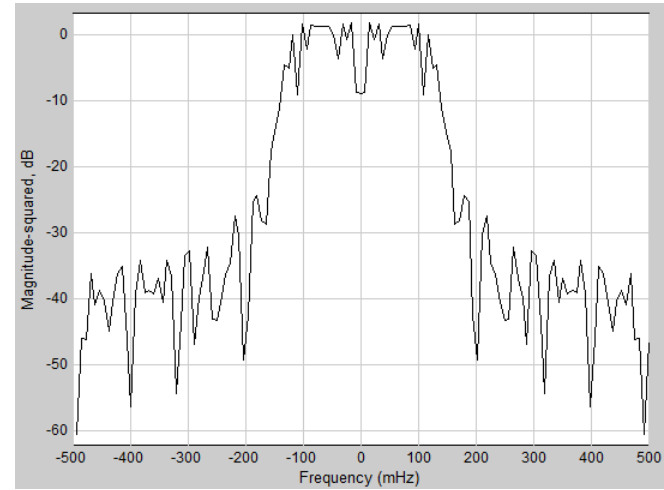
$$W = R_s$$

$$W = 0.125 \text{ Hz.}$$

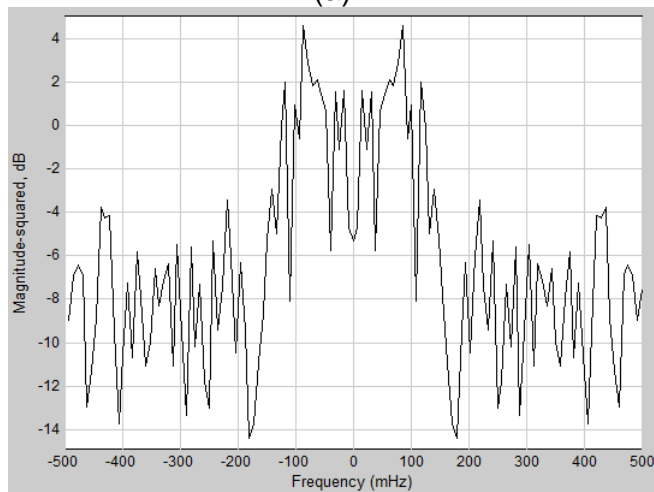
A continuación se presentan los diagramas espectrales obtenidos de los sistemas implementados en System Generator:



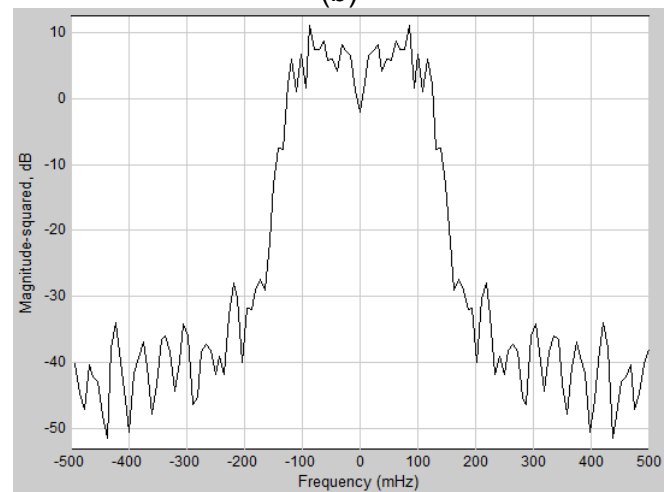
(a)



(b)

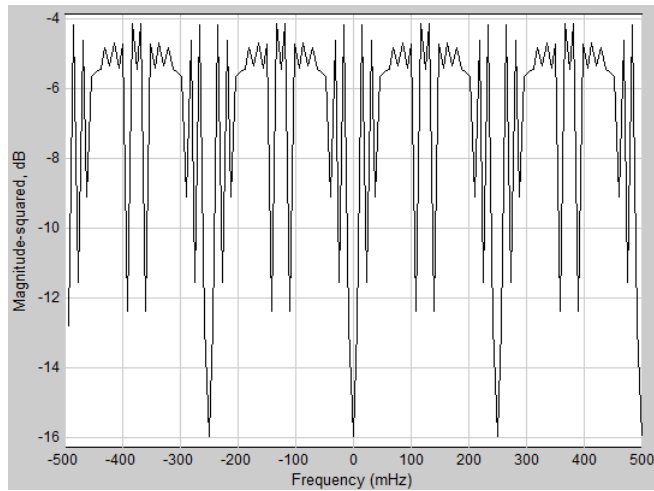


(c)

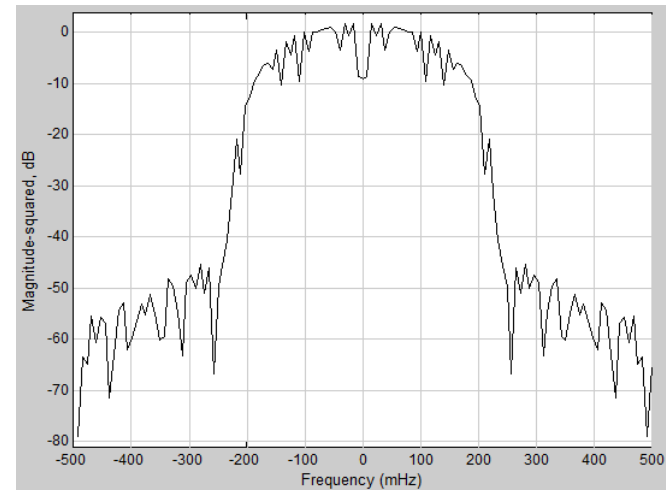


(d)

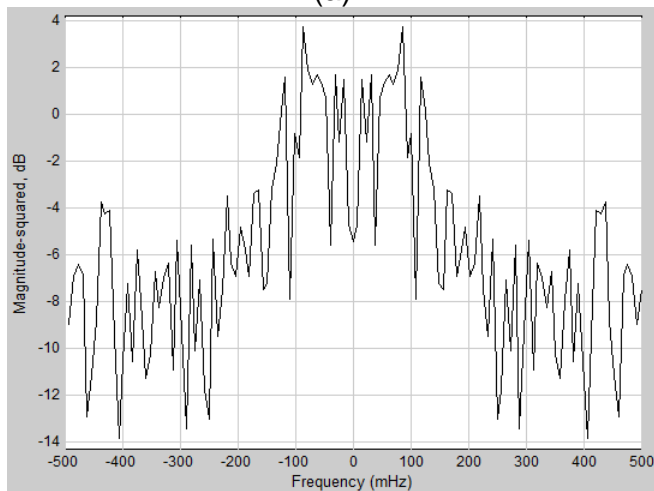
Figura E.1 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.2. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.



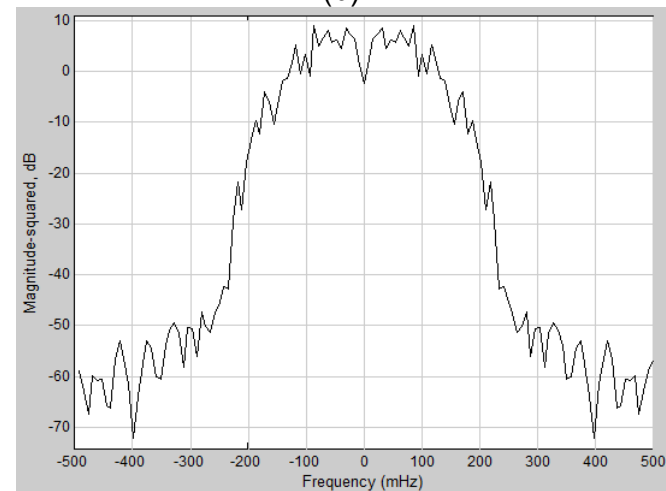
(a)



(b)

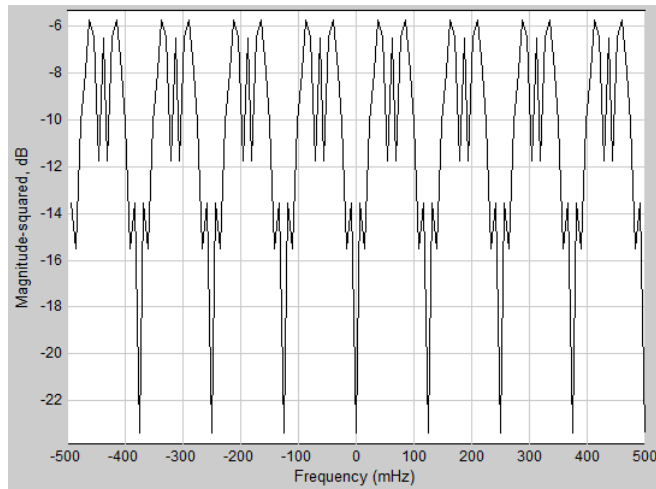


(c)

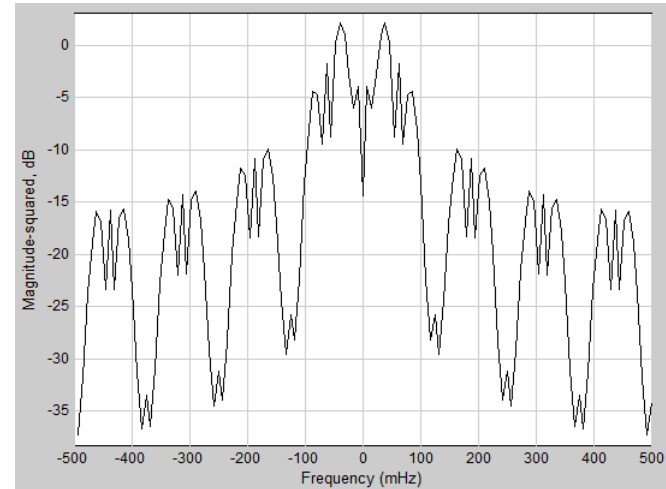


(d)

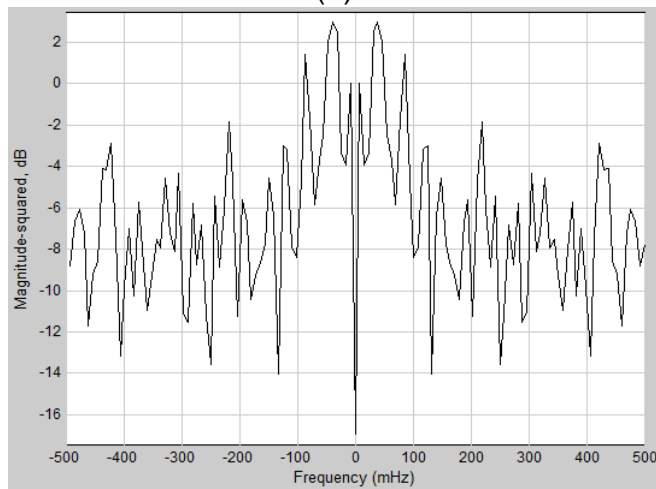
Figura E.2 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.



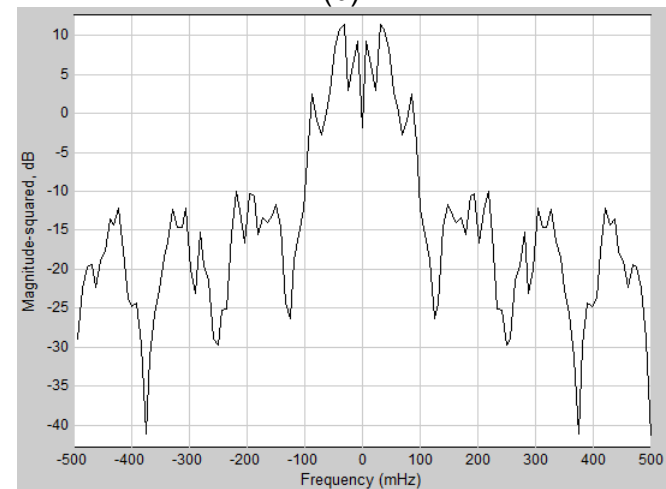
(a)



(b)

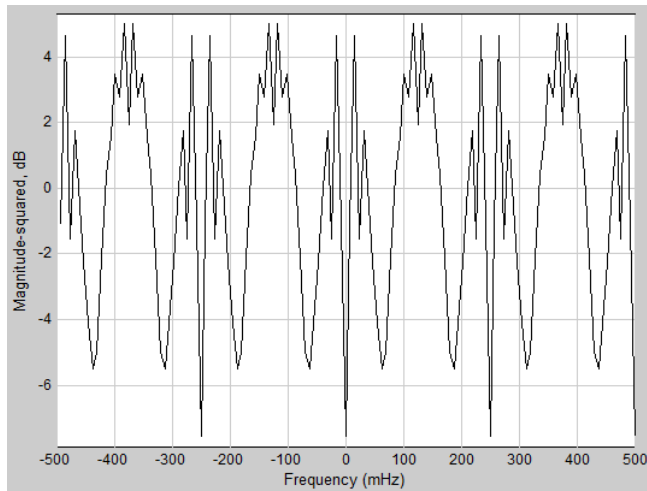


(c)

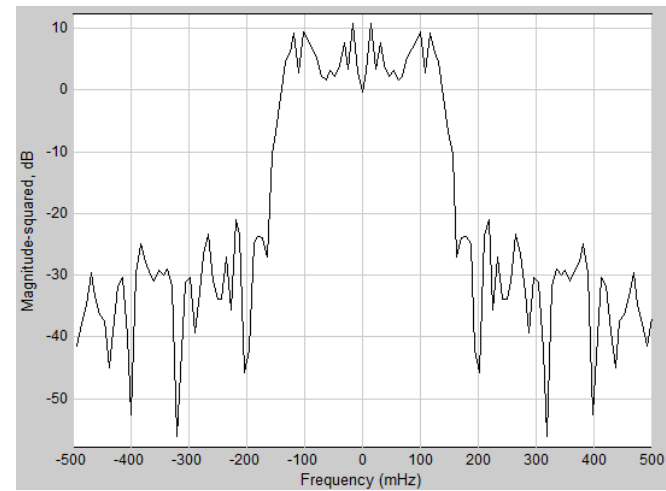


(d)

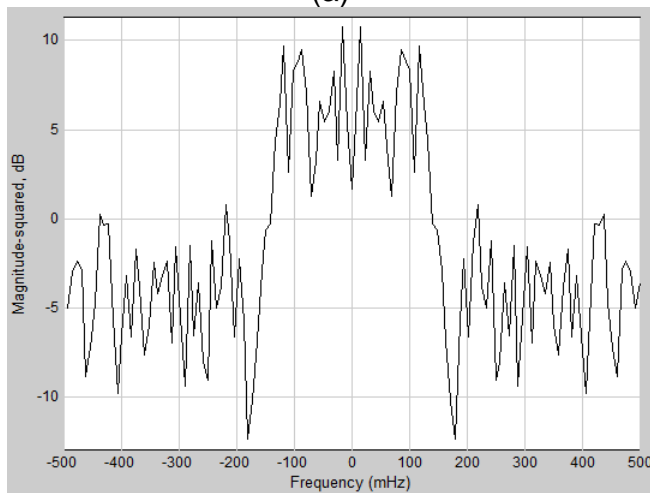
Figura E.3 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 2-PAM y filtro rectangular. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.



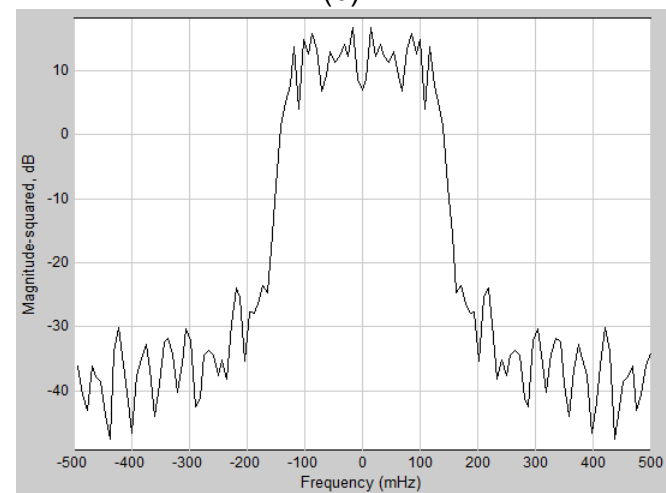
(a)



(b)

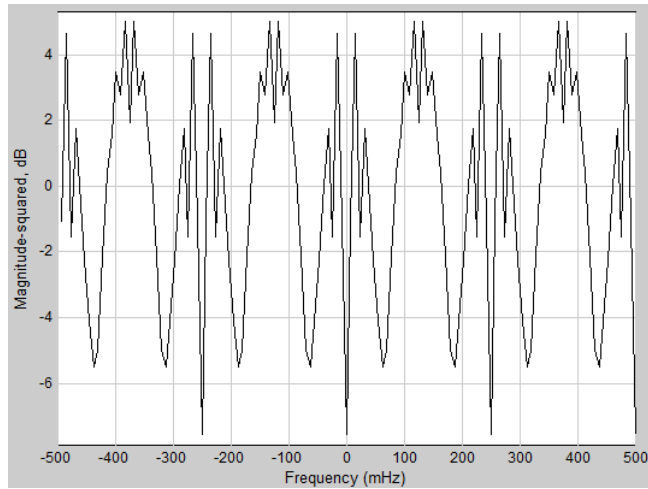


(c)

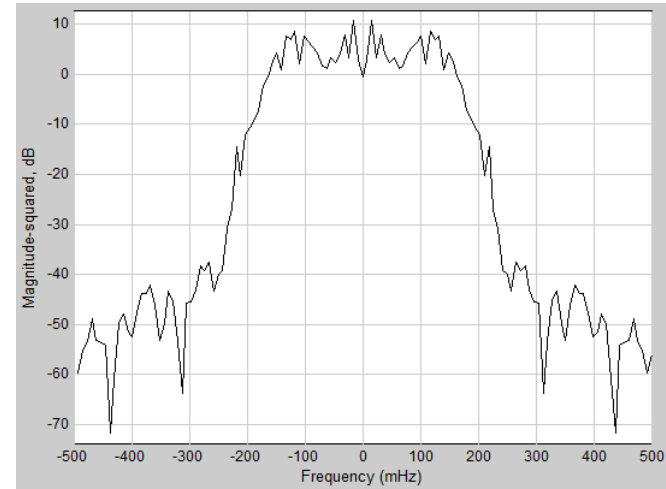


(d)

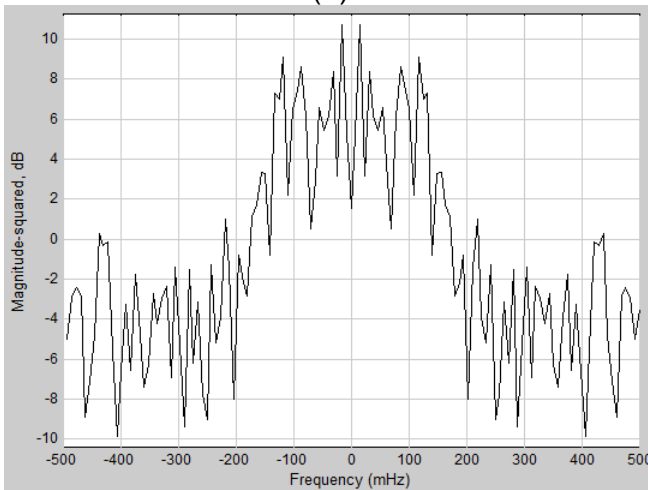
Figura E.4 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.2. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.



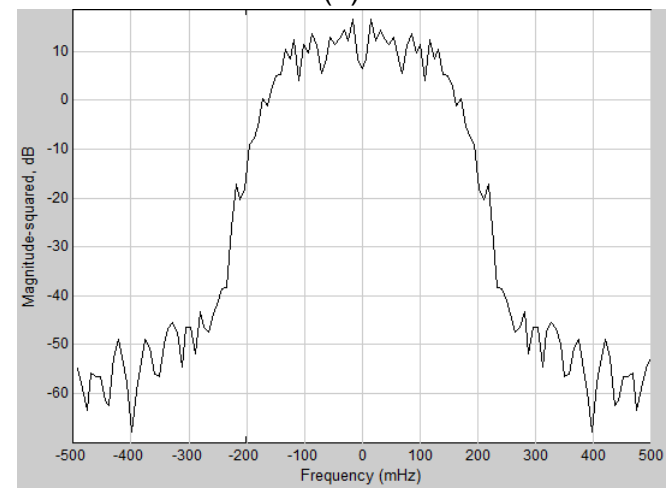
(a)



(b)

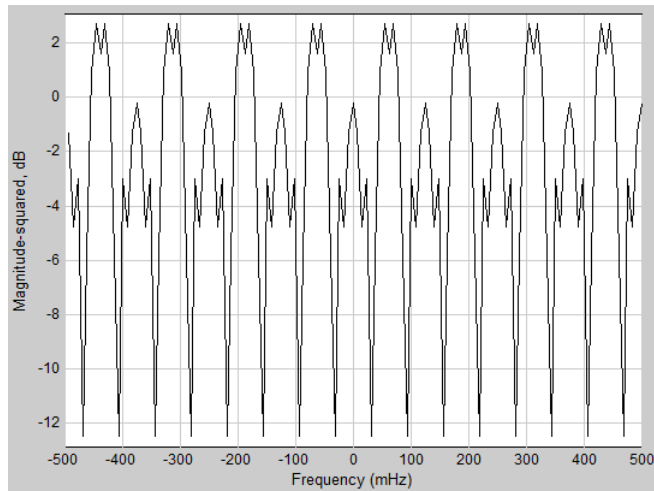


(c)

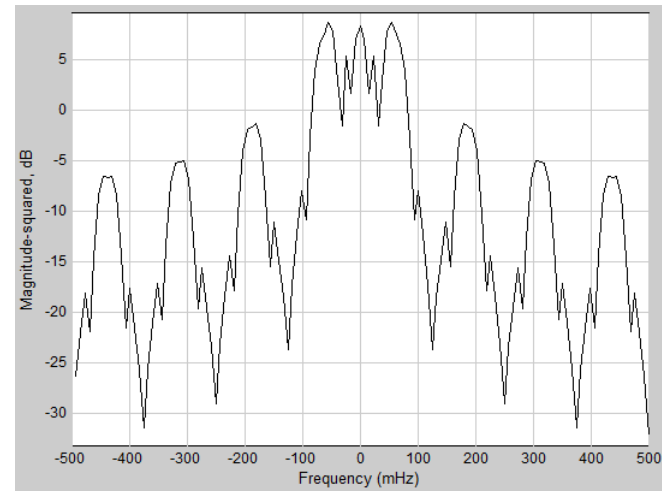


(d)

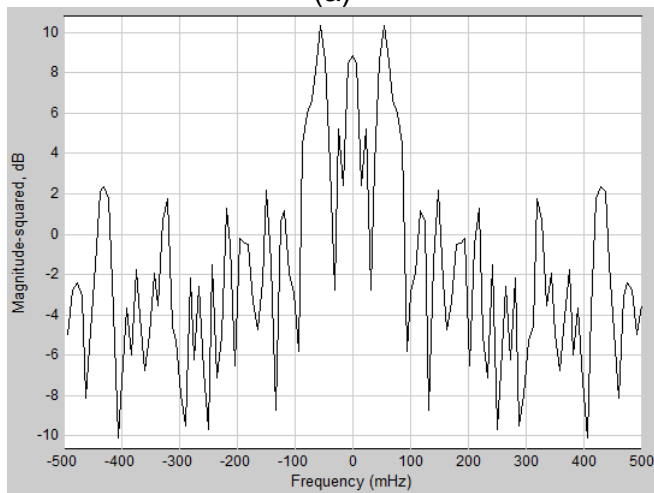
Figura E.5 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.



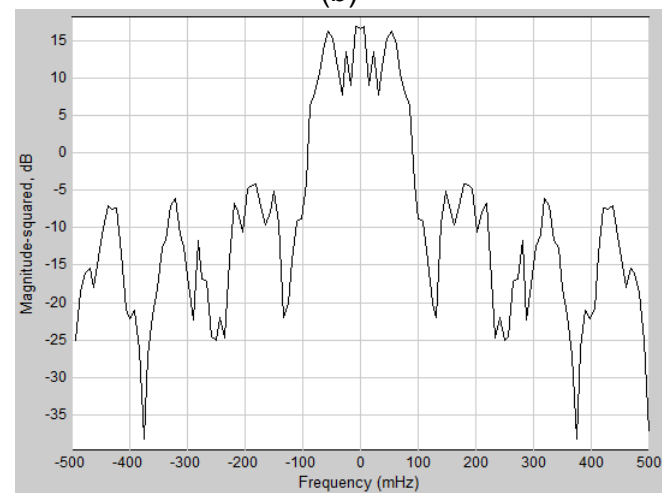
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura E.6 (a) Espectro de la señal sobremuestreada con modulación 4-PAM y filtro rectangular. (b) Espectro después del filtro transmisor. (c) Espectro después del canal AWGN. (d) espectro después del filtro receptor.

APENDICE F. DIAGRAMAS DE OJO Y CONSTELACIÓN PARA MODULACIONES 2/4-PAM

En este apéndice se presentan los diagramas de ojo y constelación obtenidos para los diferentes sistemas implementados en System Generator. Los diagramas son presentados a manera de comparación entre los sistemas implementados con presencia de canal AWGN y los sistemas implementados en ausencia de este. Todos los sistemas implementados presentan una relación $E_b/N_o = 10 \text{ dB}$ y $E_b/N_o = 15 \text{ dB}$, para las modulaciones 2-PAM y 4-PAM respectivamente.

F.1. 2-PAM

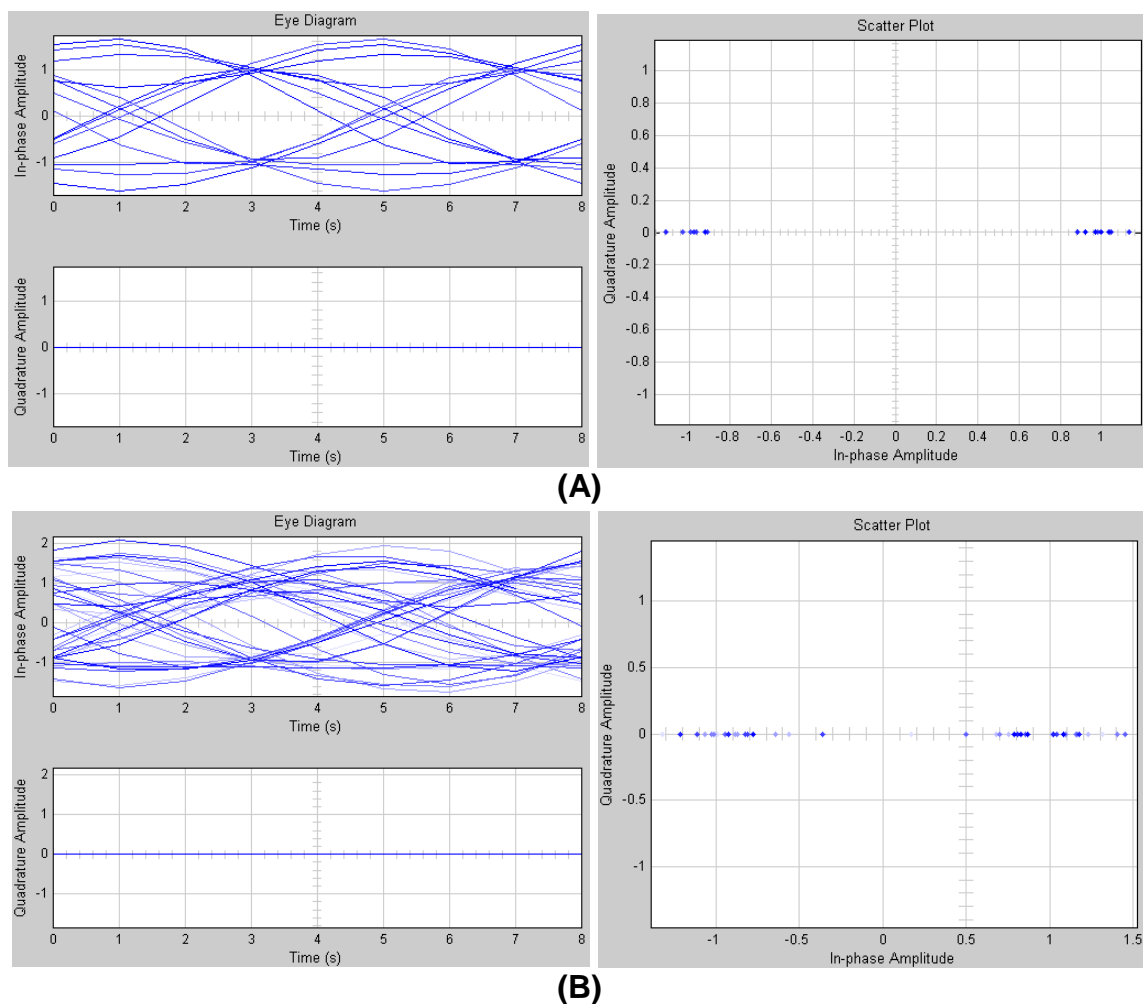
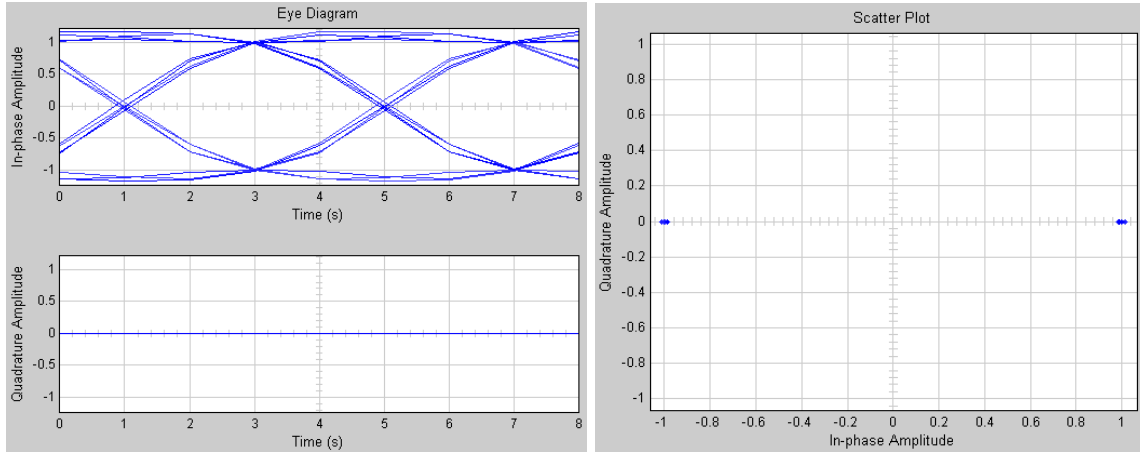
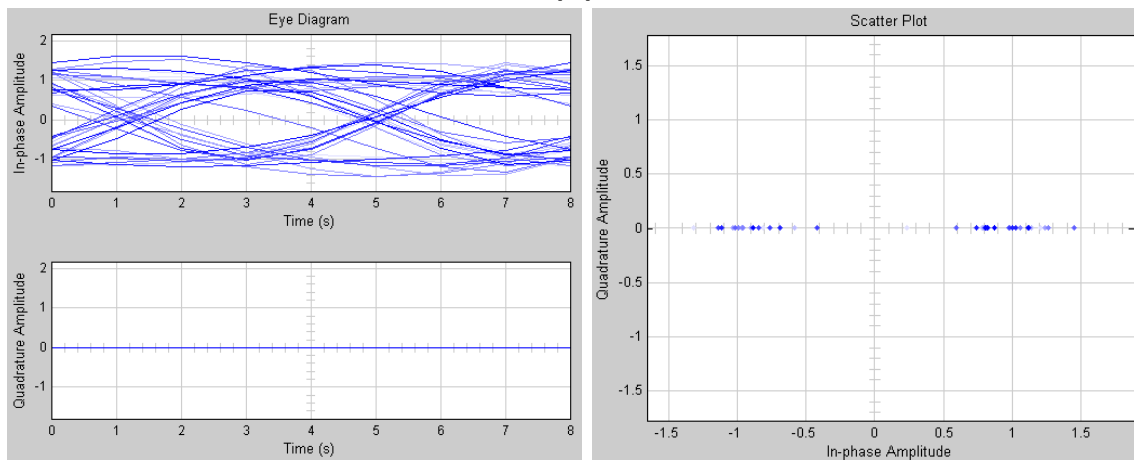


Figura F.1. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.2. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.

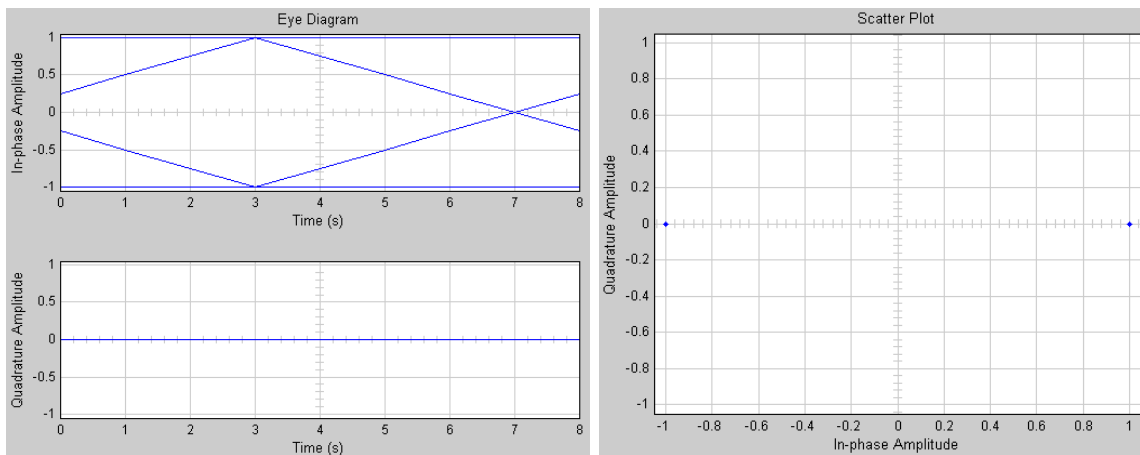


(A)

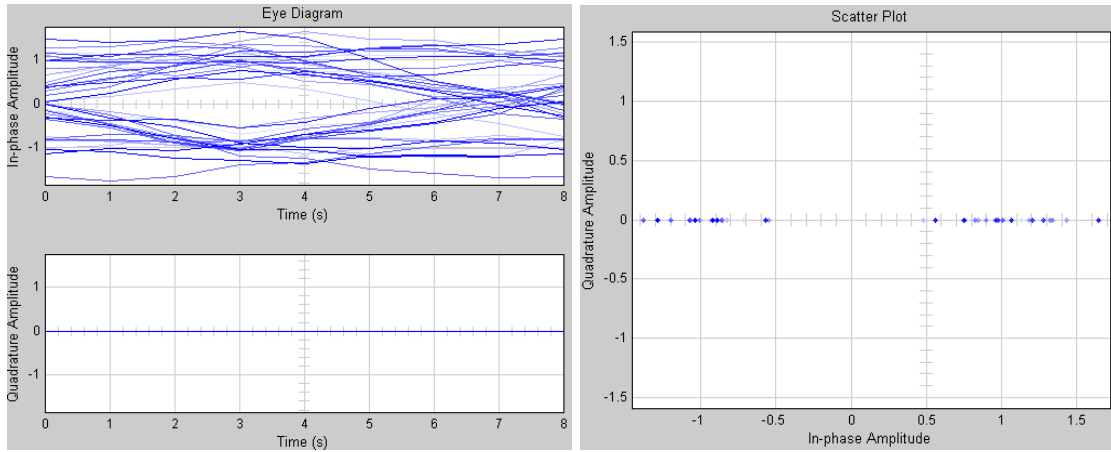


(B)

Figura F.2. Modulación 2-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.



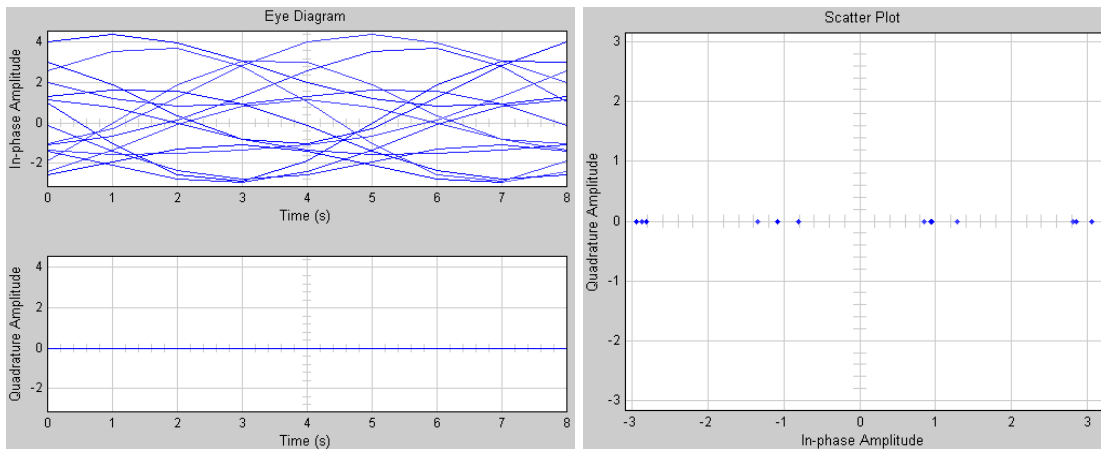
(A)



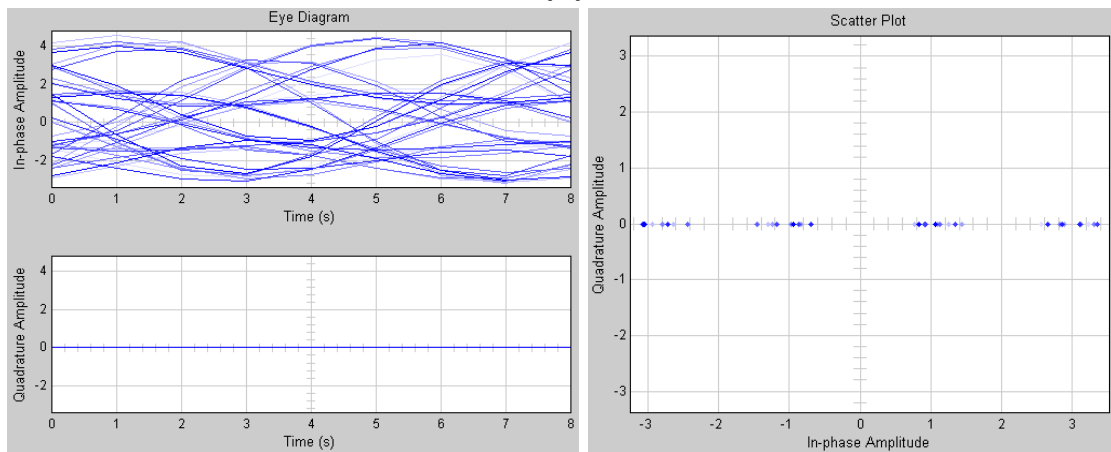
(B)

Figura F.3 .Modulación 2-PAM y filtro rectangular. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.

F.2. 4-PAM

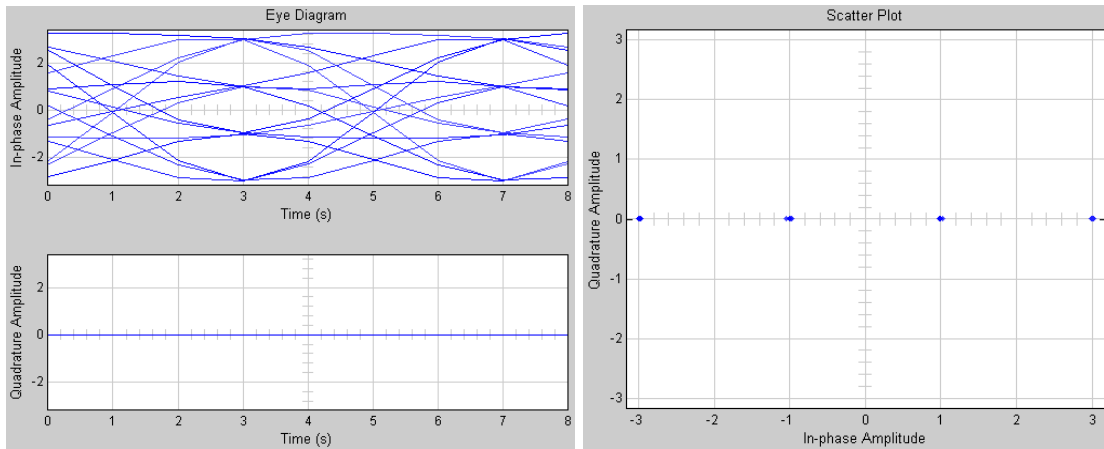


(A)

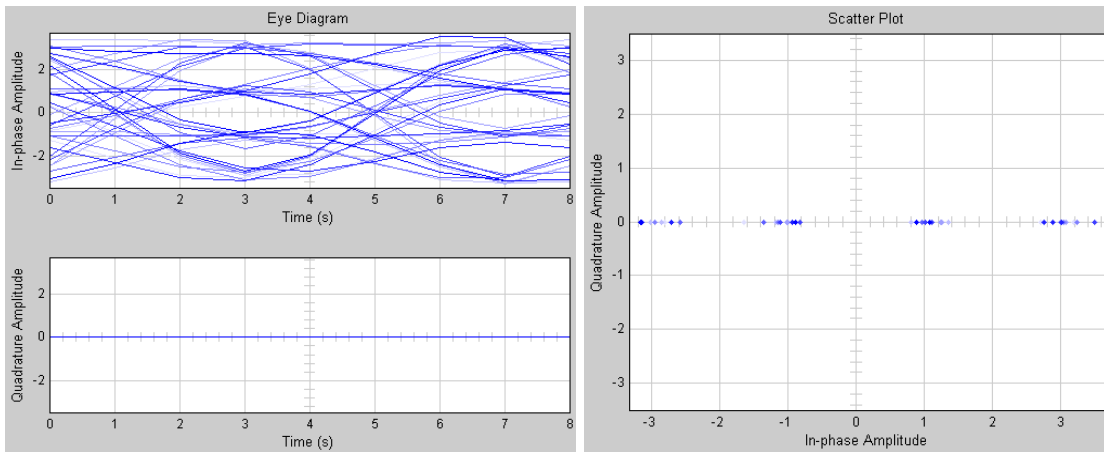


(B)

Figura F.4. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.2. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.

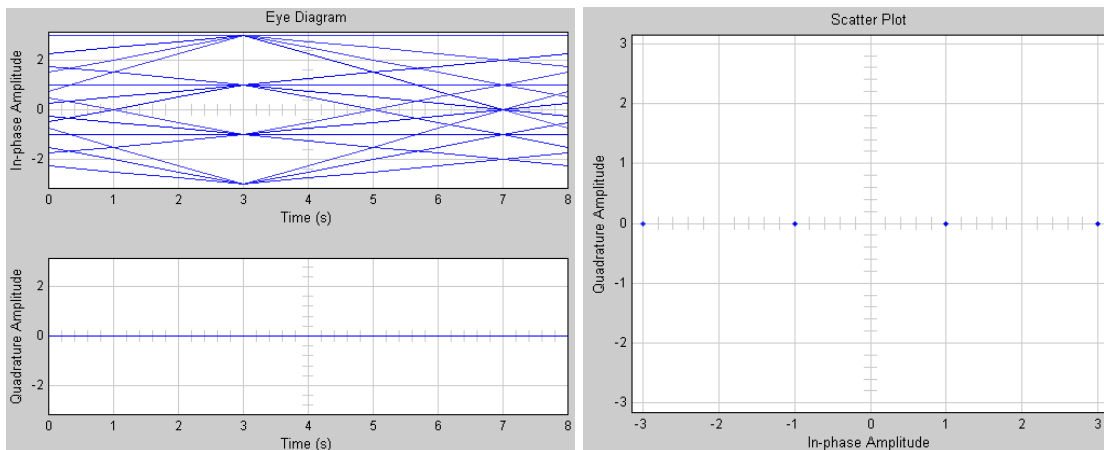


(A)

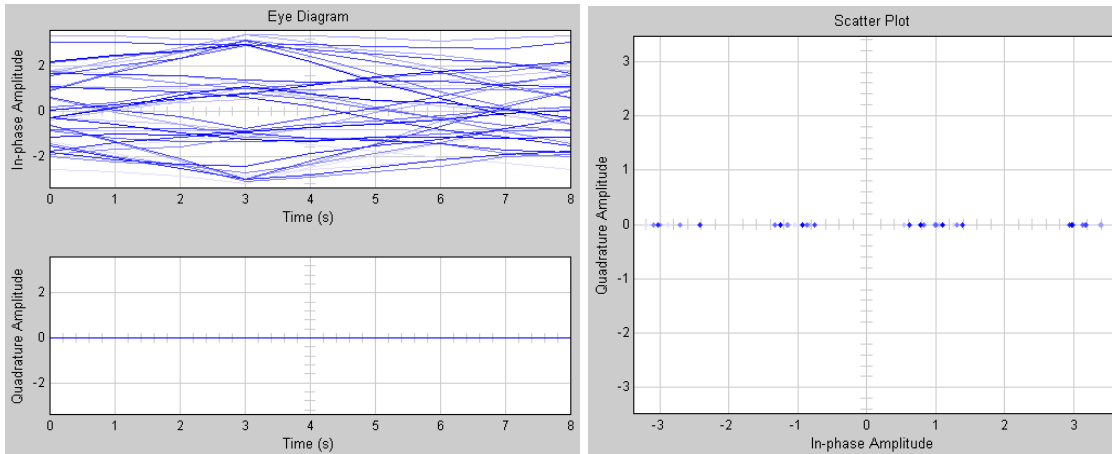


(B)

Figura F.5. Modulación 4-PAM y filtro raíz cuadrada de coseno alzado con *roll-off* de 0.8. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.



(A)



(B)

Figura F.6. Modulación 4-PAM y filtro rectangular. (a) Diagrama de ojo y de constelación obtenido sin canal AWGN. (b) Diagrama de ojo y de constelación obtenidos con canal AWGN.

APENDICE G. VALORES BER SISTEMAS SIMULINK Y SYSTEM GENERATOR

En este apéndice se consignan los valores de BER obtenidos de los sistemas implementados en Simulink y en System Generator, con los cuales se corroboró el correcto funcionamiento de los mismos.

G.1. 2-PAM

SIMULINK:

Tabla G.1. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 2-PAM implementados en Simulink.

E_b/N_0	FILTRO RECTANGULAR	FILTRO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO	
		roll-off de 0.2	roll-off de 0.8
0	0,078728781232	0,080215907953	0,079182143726
1	0,056315086782	0,057975672209	0,056554723225
2	0,037584398245	0,039210562705	0,037491119069
3	0,022781804311	0,024052184113	0,023249204888
4	0,012445164982	0,013540976259	0,012486231577
5	0,005919320999	0,006629823716	0,005973707676
6	0,002363150868	0,002756068835	0,002428964472
7	0,000737173374	0,000996571603	0,000738130546
8	0,000175472058	0,000292772710	0,000190731407
9	0,000028609575	0,000061987707	0,000027656054
10	0,000003814610	0,000012397541	0,000004768285
11	0,000000000000	0,000000953657	0,000000000000
12	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
13	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
14	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000

SYSTEM GENERATOR:

Tabla G.2. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 2-PAM implementados en System Generator.

E_b/N_0	FILTRO RECTANGULAR	FILTRO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO	
		roll-off de 0.2	roll-off de 0.8
0	0.077683448792	0.080184936523	0.078348159790
1	0.055675506592	0.057452201843	0.055689811707
2	0.037175178528	0.039354324341	0.037391662598

3	0.022484779358	0.024033546448	0.022592544556
4	0.012249946594	0.013408660889	0.012256622314
5	0.005627632141	0.006736755371	0.005866050720
6	0.002298355103	0.002832412720	0.002307891846
7	0.000757217407	0.000975608826	0.000717163086
8	0.000201225281	0.000256538391	0.000191688538
9	0.000025749207	0.000075340271	0.000034332275
10	0.000009536743	0.000013351440	0.000002861023
11	0.000000953674	0.000000000000	0.000000000000
12	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
13	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
14	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000

G.2. 4-PAM

SIMULINK:

Tabla G.3. Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 4-PAM implementados en Simulink.

E_b/N_0	FILTRO RECTANGULAR	FILTRO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO	
		roll-off de 0.2	roll-off de 0.8
0	0,140639900820	0,143250671628	0,141006494435
1	0,118687774175	0,121521575554	0,119125683060
2	0,097988746901	0,100808147469	0,097981098427
3	0,077206751860	0,080622427485	0,077359120343
4	0,058783139424	0,062328635829	0,058671167949
5	0,041742323097	0,046111326748	0,042089853994
6	0,027781804311	0,032158528130	0,028052909145
7	0,016977875262	0,020943761504	0,016937029726
8	0,009243753576	0,012866802087	0,009217139921
9	0,004334350563	0,006984617439	0,004452645934
10	0,001748045012	0,003558111368	0,001779532515
11	0,000566308621	0,001535395150	0,000566474981
12	0,000150677093	0,000636092276	0,000142095576
13	0,000023841312	0,000212666533	0,000030517171
14	0,000001907305	0,000068636340	0,000003814646
15	0,000000953652	0,000016212247	0,000000000000

SYSTEM GENERATOR:

Tabla G.4 Resultados de BER obtenidos de los sistemas con modulación 4-PAM implementados en System Generator.

<i>E_b/N₀</i>	FILTRO RECTANGULAR	FILTRO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO	
		<i>roll-off</i> de 0.2	<i>roll-off</i> de 0.8
1	0.143335342407	0.150570869446	0.144349098206
2	0.120572090149	0.128411293030	0.121568679810
3	0.099453926086	0.107021331787	0.099678993225
4	0.078977584839	0.086857795715	0.078942298889
5	0.059211730957	0.068531036377	0.060347557068
6	0.042162895203	0.051490783691	0.042901039124
7	0.028343200684	0.036784172058	0.028404235840
8	0.017216682434	0.024529457092	0.017265319824
9	0.009122848511	0.015188217163	0.009283065796
10	0.004303932190	0.008906364441	0.004530906677
11	0.001768112183	0.004597663879	0.001795768738
12	0.000573158264	0.002202033997	0.000653266907
13	0.000128746033	0.000892639160	0.000127792358
14	0.000022888184	0.000371932983	0.000028610229
15	0.000000953674	0.000099182129	0.000003814697

APENDICE H. RESULTADOS

Este apéndice contiene las tablas con los datos obtenidos de las simulaciones con las herramientas Simulink y System Generator, los obtenidos en la implementación en la FPGA y los teóricos de todos los sistemas implementados en el plan de pruebas de la Tabla 3.1.

H.1. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM SIN FILTROS DE TRANSMISIÓN Y RECEPCIÓN

H.1.1. 2-PAM

Tabla H.1. Resultados de la implementación de la modulación 2-PAM sin filtros de transmisión y recepción.

<i>E_b/N_o</i>	TEÓRICO	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,078649603525	0,077622413635	0,077557373046
1	0,056281951977	0,055593490601	0,055494880676
2	0,037506128359	0,037208557129	0,037424650463
3	0,022878407561	0,022620201111	0,022631072998
4	0,012500818041	0,012312889099	0,012419700622
5	0,005953867148	0,005812644958	0,005889511108
6	0,002388290781	0,002319335938	0,002371978759
7	0,000772674815	0,000723838806	0,000749206542
8	0,000190907774	0,000184059143	0,000185203552
9	0,000033627228	0,000031471252	0,000030517578
10	0,000003872108	0,000003814697	0,000005531310
11	0,000000261307	0,000000953674	0,000000953674
12	0,000000009006	0,000000000000	0,000000000000
13	0,00000000133	0,000000000000	0,000000000000
14	0,000000000001	0,000000000000	0,000000000000
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000

H.1.2. 4-PAM

Tabla H.2. Resultados de la implementación de la modulación 4-PAM sin filtros de transmisión y recepción.

<i>E_b/N_o</i>	TEÓRICO	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,140981635067	0,143493652344	0,143445968628
1	0,118997407466	0,121660232544	0,120993035992
2	0,097741853737	0,098403930664	0,099021942901
3	0,077453060293	0,079083442688	0,078882217407
4	0,058623737283	0,059007644653	0,059705734252

5	0,041892760046	0,042490959167	0,042305374144
6	0,027871327845	0,028364181519	0,028213119506
7	0,016966734369	0,016950607300	0,017094993591
8	0,009247213741	0,009491920471	0,009387969970
9	0,004390336087	0,004556655884	0,004510412562
10	0,001754150618	0,001678466797	0,001761879272
11	0,000564706106	0,000563621521	0,000561332702
12	0,000138658689	0,000154495239	0,000133705155
13	0,000024233785	0,000018119812	0,000024604797
14	0,000002763208	0,000000953674	0,000003242492
15	0,000000184186	0,000000000000	0,000000381470

H.2. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM CON FILTRO ADAPTADO RECTANGULAR

H.2.1. 2-PAM

Tabla H.3. Resultados implementación de la modulación 2-PAM con filtro adaptado rectangular.

<i>E_b/N₀</i>	SIMULINK	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,078728781232	0,077683448792	0,077747904821
1	0,056315086782	0,055675506592	0,055848337727
2	0,037584398245	0,037175178528	0,036987686157
3	0,022781804311	0,022484779358	0,022696113586
4	0,012445164982	0,012249946594	0,012194569905
5	0,005919320999	0,005627632141	0,005831591288
6	0,002363150868	0,002298355103	0,002319399515
7	0,000737173374	0,000757217407	0,000741386413
8	0,000175472058	0,000201225281	0,000184694925
9	0,000028609575	0,000025749207	0,000035222371
10	0,000003814610	0,000009536743	0,000005276997
11	0,000000000000	0,000000953674	0,000000190735
12	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
13	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
14	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000

H.2.2. 4-PAM

Tabla H.4. Resultados implementación de la modulación 4-PAM con filtro adaptado rectangular.

E_b/N_o	SIMULINK	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,140639900820	0,143335342407	0,143255424499
1	0,118687774175	0,120572090149	0,121109008789
2	0,097988746901	0,099453926086	0,099348068237
3	0,077206751860	0,078977584839	0,078786087036
4	0,058783139424	0,059211730957	0,059507560730
5	0,041742323097	0,042162895203	0,042262649536
6	0,027781804311	0,028343200684	0,028211593627
7	0,016977875262	0,017216682434	0,017139053344
8	0,009243753576	0,009122848511	0,009278488159
9	0,004334350563	0,004303932190	0,004411125183
10	0,001748045012	0,001768112183	0,001767730712
11	0,000566308621	0,000573158264	0,000581741133
12	0,000150677093	0,000128746033	0,000139236450
13	0,000023841312	0,000022888184	0,000025367736
14	0,000001907305	0,000000953674	0,000003433227
15	0,000000953652	0,000000000000	0,000000190735

H.3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM CON FILTRO ADAPTADO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO CON FACTOR DE ROLL-OFF DE 0.2

H.3.1. 2-PAM

Tabla H.5 Resultados implementación de la modulación 2-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.2.

E_b/N_o	SIMULINK	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,080215907953	0,080184936523	0,080316543579
1	0,057975672209	0,057452201843	0,057777023315
2	0,039210562705	0,039354324341	0,039099311228
3	0,024052184113	0,024033546448	0,024282264707
4	0,013540976259	0,013408660889	0,013585090637
5	0,006629823716	0,006736755371	0,006770133972
6	0,002756068835	0,002832412720	0,002837562560
7	0,000996571603	0,000975608826	0,000990295410
8	0,000292772710	0,000256538391	0,000279045105
9	0,000061987707	0,000075340271	0,000059672232
10	0,000012397541	0,000013351440	0,000009346008

11	0,000000953657	0,000000000000	0,000000762939
12	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
13	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
14	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000

H.3.2. 4-PAM

Tabla H.6 Resultados implementación de la modulación 4-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.2.

<i>E_b/N_o</i>	SIMULINK	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,143250671628	0,150570869446	0,150441169738
1	0,121521575554	0,128411293030	0,128386306936
2	0,100808147469	0,107021331787	0,107276153564
3	0,080622427485	0,086857795715	0,087106323242
4	0,062328635829	0,068531036377	0,068207740783
5	0,046111326748	0,051490783691	0,051200294694
6	0,032158528130	0,036784172058	0,036470031738
7	0,020943761504	0,024529457092	0,024436187744
8	0,012866802087	0,015188217163	0,015328216552
9	0,006984617439	0,008906364441	0,008855056762
10	0,003558111368	0,004597663879	0,004684066772
11	0,001535395150	0,002248764038	0,002192306518
12	0,000636092276	0,000972747803	0,000911712646
13	0,000212666533	0,000303268433	0,000327301025
14	0,000068636340	0,000111579895	0,000097084045
15	0,000016212247	0,000028610229	0,000023078918

H.4. IMPLEMENTACIÓN DE LAS MODULACIONES 2/4-PAM CON FILTRO ADAPTADO RAÍZ CUADRADA DE COSENO ALZADO CON FACTOR DE ROLL-OFF DE 0.8

H.4.1. 2-PAM

Tabla H.7 Resultados implementación de la modulación 2-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.8.

<i>E_b/N_o</i>	SIMULINK	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,079182143726	0,078348159790	0,078381919860
1	0,056554723225	0,055689811707	0,055838564899
2	0,037491119069	0,037391662598	0,037307548462
3	0,023249204888	0,022592544556	0,022727203369

4	0,012486231577	0,012256622314	0,012359046935
5	0,005973707676	0,005866050720	0,005910491943
6	0,002428964472	0,002307891846	0,002333450317
7	0,000738130546	0,000717163086	0,000740814209
8	0,000190731407	0,000191688538	0,000193595886
9	0,000027656054	0,000034332275	0,000036048889
10	0,000004768285	0,000002861023	0,000003433227
11	0,000000000000	0,000000000000	0,000000190735
12	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
13	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
14	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000000000

H.4.2. 4-PAM

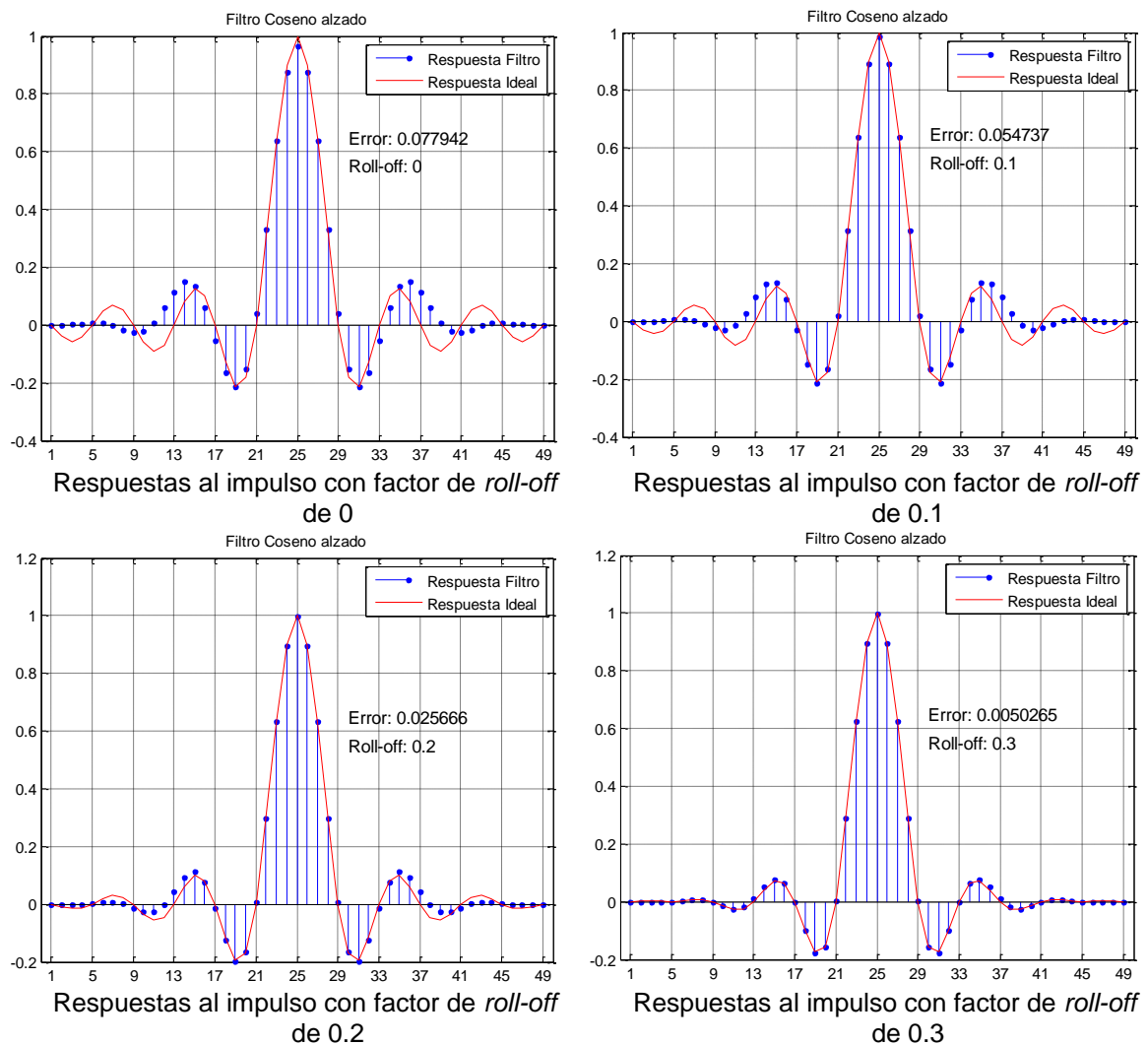
Tabla H.8 Resultados implementación de la modulación 4-PAM con filtro adaptado raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off* de 0.8.

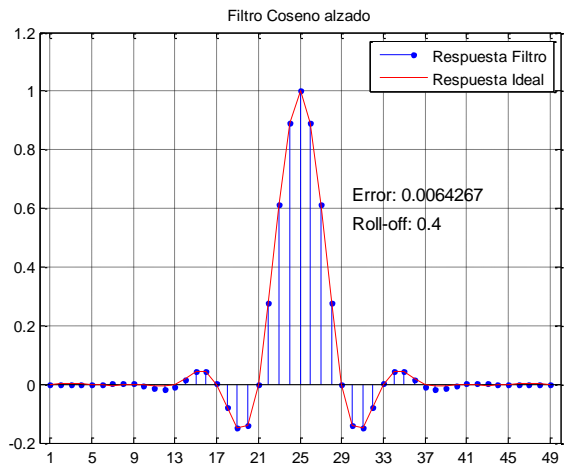
<i>E_b/N₀</i>	SIMULINK	SYSTEM GENERATOR	FPGA
0	0,141006494435	0,144349098206	0,144090652465
1	0,119125683060	0,121568679810	0,121362304687
2	0,097981098427	0,099678993225	0,099833679199
3	0,077359120343	0,078942298889	0,079024696350
4	0,058671167949	0,060347557068	0,059913063049
5	0,042089853994	0,042901039124	0,042793846130
6	0,028052909145	0,028404235840	0,028365516660
7	0,016937029726	0,017265319824	0,017256736755
8	0,009217139921	0,009283065796	0,009468078613
9	0,004452645934	0,004530906677	0,004473876353
10	0,001779532515	0,001795768738	0,001811408996
11	0,000566474981	0,000653266907	0,000593757629
12	0,000142095576	0,000127792358	0,000140953062
13	0,000030517171	0,000028610229	0,000023460388
14	0,000003814646	0,000003814697	0,000002288818
15	0,000000000000	0,000000000000	0,000000190735

APENDICE I. ERROR MEDIO CUADRATICO

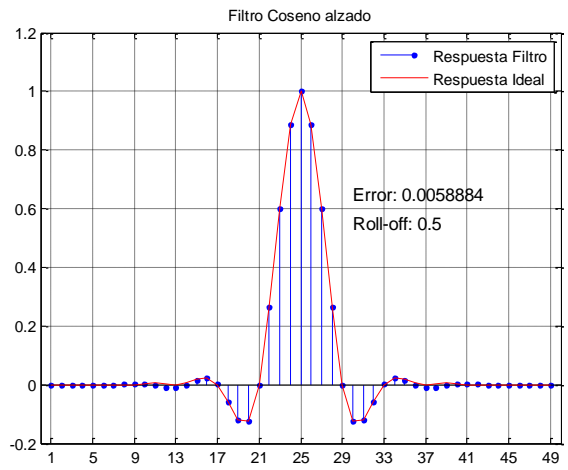
En este apéndice se presentan las gráficas de la comparación de las respuestas al impulso del filtro raíz cuadrada de coseno alzado implementado frente a la respuesta teórica, para los diferentes valores de *roll-off* con su respectivo valor de error medio cuadrático.

Figura I.1. Comparación de las respuestas al impulso del filtro raíz cuadrada de coseno alzado teórico y de los filtros implementados, para los diferentes valores de *roll-off*.

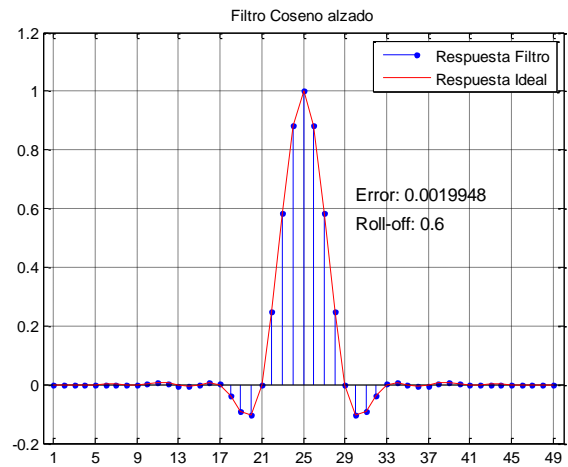




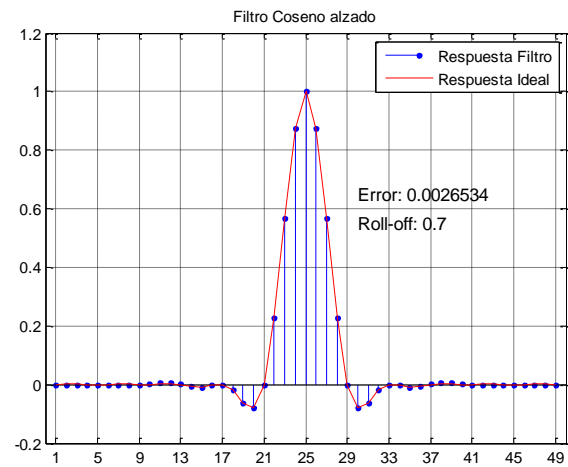
Respuestas al impulso con factor de *roll-off* de 0.4



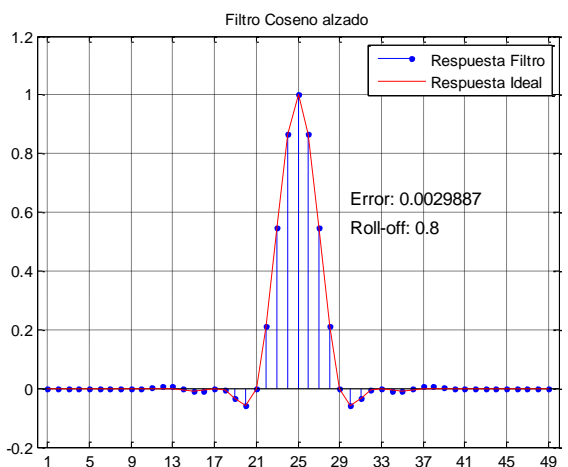
Respuestas al impulso con factor de *roll-off* de 0.5



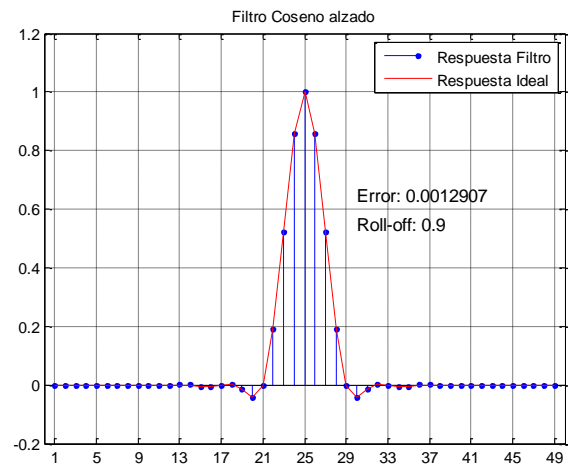
Respuestas al impulso con factor de *roll-off* de 0.6



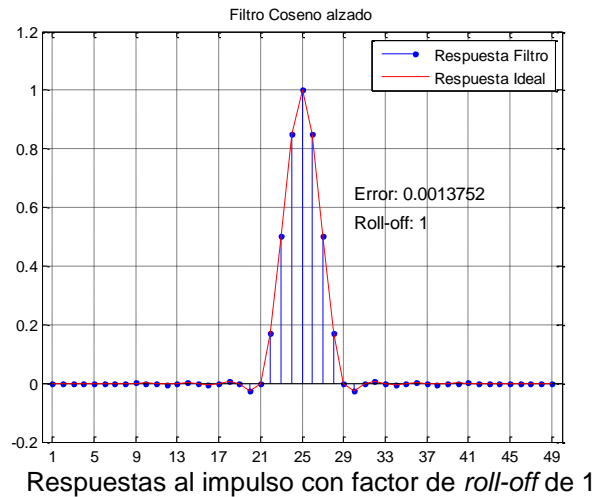
Respuestas al impulso con factor de *roll-off* de 0.7



Respuestas al impulso con factor de *roll-off* de 0.8



Respuestas al impulso con factor de *roll-off* de 0.9



APENDICE J. COMPARACIÓN DE RECURSOS HARDWARE DE LOS SISTEMAS DE COMUNICACIONES CON MODULACIÓN 2/4-PAM

En este apéndice se presentan los recursos de la FPGA utilizados al implementar cada uno de los sistemas. De manera comparativa se presentan los resultados tanto para las implementaciones con la modulación 2-PAM como 4-PAM.

J.1. 2-PAM.

Tabla J.1 Resumen utilización recursos FPGA para modulación 2-PAM.

RESUMEN UTILIZACIÓN RECURSOS FPGA PARA MODULACIÓN 2-PAM									
RECURSOS	Disponibles	USADOS				UTILIZACIÓN			
		Sin Filtros	Filtro Rectangular	Filtro raíz cuadrada de coseno alzado <i>roll-off</i>		Sin Filtros	Filtro Rectangular	Filtro raíz cuadrada de coseno alzado <i>roll-off</i>	
				0.2	0.8			0.2	0.8
Total Number SLICE Registers	11,776	1,244	2,330	2,851	2,857	10%	19%	24%	24%
Number of 4 input LUTs	11,776	1,421	4,392	8,713	8,005	12%	37%	73%	67%
Number of occupied SLICES	5,888	1,198	3,143	5,098	4,753	20%	53%	86%	80%
Number of SLICES containing only related logic	4,737	1,198	3,143	5,098	4,753	100%	100%	100%	100%
Number of SLICES containing unrelated logic	4,737	0	0	0	0	0%	0%	0%	0%
Total Number of 4 input LUTs	11,776	1,54	5,062	9,578	8,814	13%	42%	81%	74%
Number of bonded IOBs	372	9	9	9	9	2%	2%	2%	2%
Number of BUFGMUXs	24	1	9	1	1	4%	2%	4%	4%
Number of MULT18X18SIOs	20	8	1	8	8	40%	4%	40%	40%
Number of RAMB16BWEs	20	8	8	8	8	40%	40%	40%	40%

J.2. 4-PAM

Tabla J.2 Resumen utilización recursos FPGA para modulación 4-PAM.

RESUMEN UTILIZACIÓN RECURSOS FPGA PARA MODULACIÓN 4-PAM.									
RECURSOS	Disponibles	USADOS				UTILIZACIÓN			
		Sin Filtros	Filtro Rectangular	Filtro raíz cuadrada de coseno alzado <i>roll-off</i>		Sin Filtros	Filtro Rectangular	Filtro raíz cuadrada de coseno alzado <i>roll-off</i>	
				0.2	0.8			0.2	0.8
Total Number SLICE Registers	11,776	1,299	1,896	2,958	2,954	11%	16%	25%	25%
Number of 4 input LUTs	11,776	1,463	2,499	8,786	8,078	12%	21%	74%	68%
Number of occupied SLICES	5,888	1,266	1,995	5,179	4,737	21%	33%	87%	80%
Number of SLICES containing only related logic	4,737	1,266	1,995	5,179	4,737	100%	100%	100%	100%
Number of SLICES containing unrelated logic	4,737	0	0	0	0	0%	0%	0%	0%
Total Number of 4 input LUTs	11,776	1,582	2,727	9,654	8,89	13%	23%	81%	75%
Number of bonded IOBs	372	9	9	9	9	2%	2%	2%	2%
Number of BUFGMUXs	24	1	1	1	1	4%	4%	4%	4%
Number of MULT18X18SIOs	20	9	9	9	9	45%	45%	45%	45%
Number of RAMB16BWEs	20	8	8	8	8	40%	40%	40%	40%

ANEXOS

ANEXO A. FILTROS LTI

Los filtros digitales son usados para realizar modificaciones o alteraciones a los atributos de una señal, ya sea en el dominio del tiempo o en el dominio de la frecuencia.

Existen diversos tipos de filtros, pero son de especial interés los filtros lineales invariantes en el tiempo (LTI, Linear Time Invariant). Este tipo de filtros interactúa con la señal de entrada realizando una convolución lineal, la cual se denota con $y = f * x$, donde f corresponde a la respuesta impulsiva del filtro, x a la señal de entrada, y a la salida convolucionada [2].

La ecuación (A.1) muestra la definición formal de la convolución lineal:

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n] * f[n] = \sum_k x[n] f[n - k] \\ &= \sum_k f[n] x[n - k]. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Los filtros digitales LTI se clasifican en dos: los filtros digitales de respuesta finita al impulso (FIR, Finite Impulse Response) y los filtros digitales de respuesta infinita al impulso (IIR, Infinite Impulse Response). Los filtros FIR se caracterizan por tener un número finito de muestras, reduciendo de esta manera la suma de la convolución a una suma finita, los filtros IIR se caracterizan por tener un número infinito de muestras.

Los filtros FIR con coeficientes constantes son filtros digitales LTI. La salida de un filtro FIR de orden o de longitud L , con entrada de una serie $x[n]$, en un tiempo dado, se da por una versión limitada de la suma de convolución dada en la ecuación (A.1):

$$\begin{aligned} y[n] &= x[n] * f[n] \\ y[n] &= \sum_{k=0}^{L-1} f[k] x[n - k], \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde L corresponde a los coeficientes del filtro y $f[n] \neq 0, f[L - 1] \neq 0$. Para sistemas lineales invariantes en el tiempo en ocasiones es conveniente expresarlos en el dominio de la variable compleja Z ¹².

¹² La transformada Z , es la contraparte en tiempo discreto de la transformada de Laplace, puede considerarse una extensión o generalización de la transformada de Fourier discreta, así como la transformada de Laplace puede considerarse como una extensión de la transformada de Fourier. La transformada Z se introduce para representar señales en tiempo discreto (o secuencias) en el

$$Y[z] = F[z]X[z], \quad (\text{A.3})$$

donde $F[z]$ es la función de transferencia definida en el dominio de z como:

$$F[z] = \sum_{k=0}^{L-1} f[k] z^{-k}. \quad (\text{A.4})$$

El filtro FIR LTI de orden L se representa gráficamente en la Figura A.1. Este consiste en una arreglo de multiplicadores, sumadores y líneas de retardo.

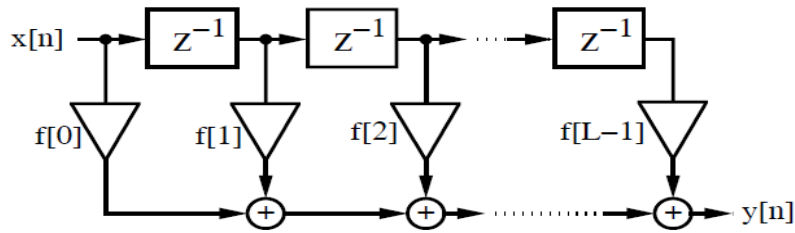


Figura A.1. Forma directa filtro FIR [11].

Las raíces del polinomio $F[z]$ de la ecuación (A.4) definen los ceros del filtro.

dominio de la variable compleja z , y luego se describirá el concepto de la función del sistema para un sistema LIT en tiempo discreto.