

**EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS DESCRIPTORAS DE MOVIMIENTOS DE
LA MANO A PARTIR DE SEÑALES ELECTROMIOGRÁFICAS (EMG)
APLICANDO TÉCNICAS WAVELETS**



**DIANA PAOLA GASCA DURAN
LUIS ALVARO ROJAS ROJAS**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES
GRUPO I+D NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES
POPAYÁN
2007**

**EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS DESCRIPTORAS DE MOVIMIENTOS DE
LA MANO A PARTIR DE SEÑALES ELECTROMIOGRÁFICAS (EMG)
APLICANDO TÉCNICAS WAVELETS**



**DIANA PAOLA GASCA DURAN
LUIS ALVARO ROJAS ROJAS**

**Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de
Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones**

**Director
Ing. HAROLD ARMANDO ROMO ROMERO**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES
GRUPO I+D NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES
POPAYÁN
2007**

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN	1
2. FUNDAMENTOS BIOLÓGICOS, GENERACIÓN, CAPTURA Y DESCRIPCIÓN ELÉCTRICA DE LAS SEÑALES EMG.....	6
2.1 FISILOGIA DE LAS SEÑALES EMG.	8
2.1.1. Redes Neuronales.....	8
2.1.2. Potencial de acción.	9
2.1.3. Fisiología Del Músculo.	11
2.2 CAPTURA DE LAS SEÑALES EMG	13
2.2.1. Consideraciones de Ruido.	16
2.3 DESCRIPCION ELECTRICA DE LAS SEÑALES EMG.....	17
2.4 APLICACIONES DE LAS EMG	19
3. FUNDAMENTOS DE DWT Y WPT PARA EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS EN SEÑALES EMG.....	22
3.1. TRANSFORMADA WAVELET.....	22
3.1.1. TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA (DWT).....	23
3.1.1.1. Función Escala $\phi(t)$	24
3.1.1.2. Función Wavelet $\psi(t)$	27
3.1.1.3. Análisis Multiresolución (MRA).....	30
3.1.1.4. Análisis DWT utilizando Bancos de Filtros	31
3.1.2. TRANSFORMADA WAVELET PACKET (WPT).....	35
3.1.2.1. Selección de la mejor base WPT.....	39
3.1.3. CSI (Índice De Separabilidad De Clases)	43

4. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS.....	45
4.1. FASE DE ANÁLISIS.....	45
4.2. FASE DE DISEÑO.....	45
4.2.1. Toolbox Wavelet.....	46
4.2.2. Toolbox Wavelab850.....	47
4.2.3. Diagrama En Bloques Del Sistema.....	47
4.2.3.1. Entrada de datos.....	48
4.2.3.2. Extracción de características DWT.....	49
4.2.3.3. Extracción de características WPT.....	58
4.3. FASE DE IMPLEMENTACIÓN.....	60
4.3.1. CSI (Índice De Separabilidad De Clases).....	60
4.3.2. Extracción de características DWT.....	60
4.3.2.1. Descomposición DWT.....	61
4.3.2.2. Selección de subbandas.....	63
4.3.2.3. (PCA) Análisis de Componentes Principales.....	64
4.3.2.4. Características DWT.....	65
4.3.3. Extracción de características WPT.....	67
4.3.3.1. Descomposición WPT.....	67
4.3.3.2. Selección de la Mejor Base.....	68
4.3.3.3. Características WPT:.....	71
4.3.4. Cuerpo Principal del Sistema.....	71
5. PRUEBAS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	72
5.1. PRUEBAS.....	72
5.1.1. Pruebas Extracción de Características DWT.....	72
5.1.1.1. Pruebas de la etapa Descomposición DWT.....	72
5.1.1.2. Pruebas de Reducción de Dimensionalidad.....	78
5.1.2. Pruebas Extracción de Características WPT.....	84

5.1.2.1. Pruebas de la etapa Descomposición WPT	84
5.1.2.2. Evaluación de la Función de Costo.....	88
5.1.2.3. Pruebas PCA sobre la descomposición WPT.....	89
5.1.3. Pruebas de la etapa de entrada de datos.....	91
5.2. CONCLUSIONES	100
5.3. RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS	102
REFERENCIAS	103

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Nivel 3 de descomposición DWT	73
Tabla 2. Nivel 4 de descomposición DWT	74
Tabla 3. CSI, familias Wavelets	75
Tabla 4. CSI, cuando se elimina A3	79
Tabla 5. CSI, cuando se elimina D1	79
Tabla 6. CSI cuando se elimina A3 y D1.....	80
Tabla 7. CSI, Aplicando PCA sobre D2, D3	81
Tabla 8. CSI, con diferentes valores de Min_Frac	82
Tabla 9. Nivel 3 de descomposición WPT.....	85
Tabla 10. Nivel 4 de descomposición WPT.....	85
Tabla 11. Nivel 5 de descomposición WPT.....	85
Tabla 12. Características WPT, familias wavelets	86
Tabla 13. CSI, funciones de costo.	88
Tabla 14. Caracterización WPT, con y sin PCA	89
Tabla 15. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 1-20.....	92
Tabla 16. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 21-40.....	93
Tabla 17. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 1-20.....	94
Tabla 18. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 21-40.....	94
Tabla 19. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 1-20.....	95
Tabla 20. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 21-40.....	96
Tabla 21. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 1-20.....	96
Tabla 22. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 21-40.....	97
Tabla 23. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 1-20.....	98
Tabla 24. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 21-40.....	98
Tabla 25. CSI, Mejores canales paciente 6, muestras 1-20.....	99

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Detección de la señal EMG.....	2
Figura 2. Potencial de acción.....	11
Figura 3. Detección del potencial de acción de una unidad motora.....	12
Figura 4. Potenciales de acción de unidades motoras.	13
Figura 5. Detección EMG.	14
Figura 6. Muestreo de MUAP.....	15
Figura 7. Espectro de una señal EMG.	18
Figura 8. Espacios anidados generados por la función escala.....	26
Figura 9. Espacios anidados generados por la función wavelet.....	29
Figura 10. Plano tiempo-frecuencia analizado con la DWT.....	30
Figura 11. Proceso de Transformación Discreta de Wavelets.....	32
Figura 12. Descomposición DWT a nivel 3 de una señal chirp	34
Figura 13. Respuesta Tiempo-Frecuencia de la señal chirp con DWT	34
Figura 14. Plano Tiempo-Frecuencia analizado con la WPT.....	35
Figura 15. Proceso de Transformación WPT.	36
Figura 16. Árbol binario para la WPT.	37
Figura 17. Descomposición WPT a nivel 3 de una señal chirp.....	38
Figura 18. Respuesta Tiempo-Frecuencia de la señal chirp con WPT.....	38
Figura 19. Árbol WPT con el algoritmo de la Mejor Base.	42
Figura 20. Plano Tiempo-Frecuencia y enrejado (algoritmo de la Mejor Base).....	43
Figura 21. Diagrama en bloques del sistema	47
Figura 22. Posición de los electrodos en el brazo.....	49
Figura 23. Etapas para Extracción de Características y clasificación de una Señal	50
Figura 24. Vector de características DWT, WPT.	59
Figura 25. Matriz de coeficientes DWT	63

Figura 26. Matriz de coeficientes después de la selección de bandas	64
Figura 27. Matriz de coeficientes del árbol binario WP	68
Figura 28. Matriz de coeficientes de la mejor base WP	70
Figura 29. Comparación del CSI, 3 y 4 niveles	74
Figura 30. Características DWT, Familia Daubechies	75
Figura 31. Características DWT, Familia Coiflet	76
Figura 32. Características DWT, Familia Symlet	76
Figura 33. Elección de la wavelet madre	77
Figura 34. Características DWT con todos los coeficientes	78
Figura 35. CSI con y sin A3.....	79
Figura 36. CSI, cuando se elimina D1.....	80
Figura 37. CSI, Cuando se elimina D1 y A3.....	81
Figura 38. CSI, con y sin PCA sobre D2,D3.....	82
Figura 39. CSI Con diferentes valores de la mín_frac.....	83
Figura 40. Diagrama de dispersión de clases DWT.....	84
Figura 41. Comparación de niveles Descomposición WPT	86
Figura 42. Características WPT, familia Daubechies	87
Figura 43. Características WPT, familia Coiflet.....	87
Figura 44. Características WPT, Familia Symlet.....	87
Figura 45. Selección wavelet madre WPT	88
Figura 46. Selección de la función de costo.	89
Figura 47. CSI, Con y sin PCA, caracterización WPT	90
Figura 48. Diagrama de dispersión de clases utilizando WPT	91
Figura 49. Comparación Canales 10-3 vs. Canales 1-6.....	92
Figura 50. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 1-20	93
Figura 51. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 21-40	93
Figura 52. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 1-20	94
Figura 53. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 21-40	95
Figura 54. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 1-20	95
Figura 55. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 21-40.....	96

Figura 56. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 1-20	97
Figura 57. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 21-40.....	97
Figura 58. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 1-20	98
Figura 59. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 21-40.....	98
Figura 60. CSI, Mejores canales paciente 6, muestras 1-20	99

GLOSARIO DE ACRÓNIMOS

CWT	Transformada Wavelet Continua (Continuous Wavelet Transform)
EMG	Electromiografía (Electromyographic)
WPT	Transformada Wavelet Packet (Wavelet Packet Transform)
QMF	Filtros de Reconstrucción Perfecta (quadrature mirror filters)
DWT	Transformada Wavelet Discreta (Discrete Wavelet Transform)
FT	Transformada de Fourier (Fourier Transform)
STFT	Transformada de fourier de tiempo cortó (Short Time Fourier Transform)
MRA	Análisis multiresolución (Multiresolution Analysis)
LDA	Análisis Local Discriminante (Local Discriminan Analysis)
MLP	Perceptrón Multicapa (Multilayer Perceptron)
MUAP	Potencial de Acción de una Unidad Motora (Motor Unit Action Potential)
PCA	Análisis de Componentes Principales (Principal Component Analysis)
CSI	Índice de Separabilidad de Clases (Cluster Separation index)
SVD	Descomposición de Valores Singulares (Singular Value Decomposition)
VMA	Valor Medio Absoluto
VMAD	Valor Medio Absoluto de la Diferencia
CC	Cruces por cero
AR	Autorregresivos
CEP	Análisis de Coeficientes Ceptrales (Cepstrum Analysis)
MES	Señales Mioeléctricas (Myoelectrical Signal)

OBJETIVOS

1. OBJETIVO GENERAL

Extraer características descriptoras de movimientos básicos de la mano a partir de señales electromiográficas aplicando técnicas *wavelets*.

2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analizar las señales electromiográficas como generadoras de movimiento, su detección y aplicaciones.
- Aplicar y analizar las técnicas DWT (Transformada Wavelet Discreta) y WPT (Transformada Wavelet Packet) en la extracción de características que describan a diferentes movimientos de la mano.
- Aplicar y analizar las dos técnicas de reducción de dimensionalidad al espacio transformado.
- Conformar los vectores descriptores y evaluar el índice de separabilidad de los mismos, para determinar la eficiencia de las dos técnicas de extracción de características.

1. INTRODUCCIÓN

El número de personas discapacitadas por la pérdida parcial o total de una o ambas extremidades superiores es considerable; estas discapacidades son causadas por accidentes laborales, domésticos, diversas enfermedades y distintos actos de violencia, que producen en los individuos limitaciones de tipo fisiológico, psicológico y sociológico, que afectan e incapacitan la vida del individuo. Así mismo, la discapacidad descompensa el equilibrio del organismo, atrofiando los grupos musculares asociados a la extremidad que ha sufrido la amputación; causando en el individuo la disminución de su autoestima y el deterioro de la relación con su entorno, ya que dicha discapacidad evita que el individuo realice acciones básicas como las de alimentarse, trabajar, escribir, etc. Por esta razón, se han unido la medicina y la electrónica para realizar diversos estudios enfocados en el desarrollo de prótesis que permitan que el individuo supere en gran parte la limitación que presenta. Una de las formas para controlar dichas prótesis, es la captación de señales EMG (Electromiográficas) provenientes de los músculos que están asociadas cualitativamente con cualquier tipo de movimiento producido [2].

Las señales EMG proporcionan información esencial para aplicaciones en diagnósticos clínicos, control de dispositivos de apoyo y esquemas de estimulación funcional eléctrica. Una señal mioeléctrica puede ser tomada o medida por un electrodo, que proporciona información de la actividad muscular producida por un estímulo nervioso [3]. Esto implica la excitación de las células nerviosas produciendo un potencial de acción.

Muchos sistemas de control mioeléctricos han sido desarrollados con capacidad para controlar una función en una prótesis de una extremidad superior, como

una mano, un codo o una muñeca. Estos sistemas de control extraen la información de la señal EMG basado en una estimación de la amplitud o la tasa de cambio. Aunque estos sistemas han sido muy exitosos, ellos no suministran suficiente información para el control eficiente de varias funciones de las extremidades superiores; uno de los problemas es la ampliación al control de múltiples funciones, debido a que esto requiere un proceso más complejo [4].

Con el fin de incrementar la información extraída de las señales EMG, los investigadores se han enfocado en encontrar algoritmos que permitan una mejor representación de la señal, para que esta sea procesada posteriormente. Además, se busca el desarrollo de sistemas que suministren un control multifuncional de una extremidad, este control se deriva de señales que son el resultado de contracciones naturales, por esta razón se debe buscar minimizar el esfuerzo consciente de la persona que lo utilice, además, el sistema debe beneficiar la aceptación del miembro artificial controlado por las señales EMG. En la figura 1, se ilustran las etapas que sigue la señal EMG para ser procesada correctamente. La información obtenida por medio de los electrodos en el antebrazo es filtrada para aislar el espectro de la señal que brinda la mayor información, posteriormente los datos obtenidos son guardados para después ser sometidos a diferentes técnicas de extracción de características [5].

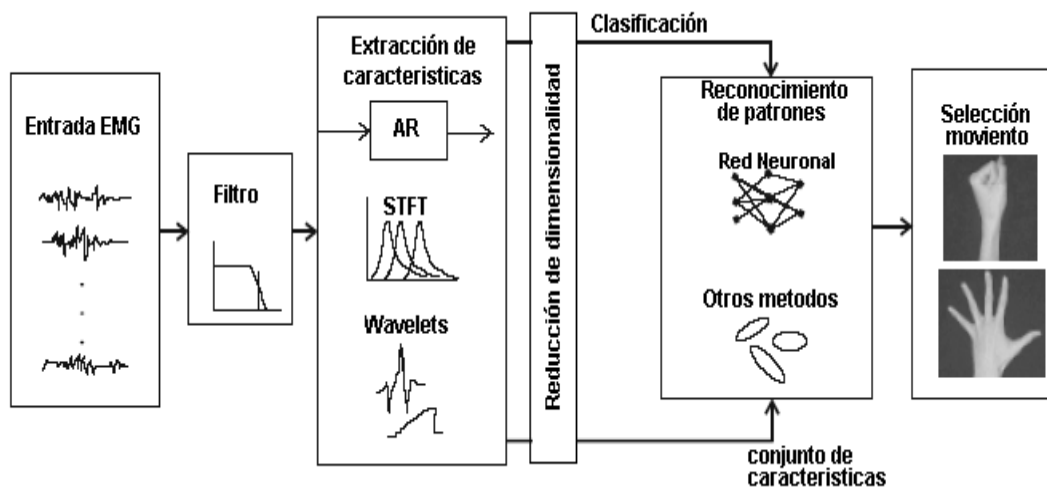


Figura 1. Detección de la señal EMG.

En la extracción de características, se obtiene un conjunto de datos, que contienen la información de mayor importancia de la señal recibida por los electrodos. Entre los métodos de extracción de características más utilizados están los que tienen como fundamento: la *teoría de Fourier*, la *teoría wavelets*, los modelos AR (Autoregresivos), entre otros.

Posteriormente cada conjunto de características es sometido a un proceso de reducción de dimensionalidad, el cual tiene como objetivo disminuir el tamaño de un conjunto de datos garantizando que la información relevante sea preservada, en este sentido las técnicas que se han utilizado para lograr la reducción del conjunto de características, buscan disminuir la complejidad del proceso de clasificación. Entre los métodos de reducción de dimensionalidad, se encuentran los de reducción por selección de características y los de reducción por proyección de características [4]. La siguiente fase es la clasificación de los diferentes patrones de la señal EMG, en la cual se determina que el conjunto de características extraídas pertenece a un determinado movimiento. Para efectos de clasificación se utilizan diferentes métodos que permiten el reconocimiento de patrones, entre los métodos más utilizados están los clasificadores MLP (Perceptrón Multicapa), ARTMAP (Resonancia adaptativa en un conjunto de datos), el LDA (Análisis Discriminante Lineal), entre otros [4].

Un aspecto clave en el reconocimiento de patrones es la extracción de características; de hecho, la selección de un conjunto de características se debe acomodar a las dificultades del proceso de selección y extracción de las mismas, al mismo tiempo que los resultados de desempeño deben ser aceptables, para así, pasar a la etapa de clasificación [6].

Las diferentes técnicas de extracción de características han estado soportadas en análisis de tiempo y frecuencia. De ahí que, una de las teorías más antiguas y ampliamente utilizadas en el procesamiento digital de señales, ha sido la

teoría de Fourier mediante los algoritmos de la transformada rápida de Fourier (FFT) y la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT). No obstante, ésta ha mostrado ser insuficiente para el análisis de señales transitorias como es el caso de las señales EMG, al no poder brindar un análisis multiresolución. Como una alternativa de solución a este inconveniente ha surgido recientemente la *teoría wavelets* [6].

La teoría *wavelets* es una técnica que hace posible una buena representación de una señal tanto en tiempo como en frecuencia de forma simultánea, ya que permite determinar el intervalo de tiempo en el cual aparecen determinadas componentes espectrales. Por esta razón en los últimos años han cobrado gran importancia los trabajos de investigación basados en esta teoría, debido a que ésta es muy apropiada para la interpretación correcta de señales unidimensionales no estacionarias, con diversos resultados que se exponen en las revistas de investigación de medicina o en un sentido más amplio, de ciencias biomédicas de mayor impacto internacional [2]. Para el análisis de señales unidimensionales aplicando la *teoría wavelet* se han utilizado diferentes familias *wavelets madre* y diferentes métodos de extracción de características, basados en variaciones de esta transformada, entre las cuales se encuentran la *transformada wavelet packet* (WPT), la *transformada wavelet discreta* (DWT), entre otras [2] [4].

Este trabajo plantea como objetivo principal, la extracción de características de movimientos básicos de la mano a partir de señales electromiográficas aplicando técnicas *wavelets*.

Para lograr el objetivo principal se plantea primero estudiar las señales EMG, su detección y aplicaciones. Luego se estudiarán las dos técnicas *wavelets* DWT y WPT en la extracción de características. Después de haber adquirido una base de conocimientos debemos determinar las familias *wavelets* y el nivel de descomposición mas apropiados para obtener los coeficientes *wavelets* de la

señal EMG. La matriz de coeficientes obtenida, será sometida a un proceso de reducción de dimensionalidad, consecutivamente se conformarán los vectores descriptores de cada movimiento, para finalmente calcular el Índice de Separabilidad de clases CSI, el cual es utilizado para medir el grado de traslape entre características que describen diferentes movimientos, determinando la eficiencia de las transformadas DWT y WPT en la extracción de características.

Con el fin de mostrar el estudio y el trabajo realizado, esta monografía se estructura de la siguiente forma:

Capítulo 2. Se expondrán los fundamentos fisiológicos que dan origen a la señal EMG, su captura, características eléctricas y aplicaciones.

Capitulo 3. En este capitulo se presentarán los fundamentos básicos y matemáticos necesarios para la aplicación de las dos técnicas *wavelets* DWT Y WPT en la extracción de características de señales EMG.

Capitulo 4. Se presentará el análisis, diseño e implementación del algoritmo desarrollado para extraer y cuantificar las características descriptoras de las señales EMG de cuatro movimientos de mano.

Capitulo 5. Conclusiones y recomendaciones basadas en la experiencia de nuestro proyecto, para que puedan ayudar al desarrollo de futuros proyectos en esta área.

2. FUNDAMENTOS BIOLÓGICOS, GENERACIÓN, CAPTURA Y DESCRIPCIÓN ELÉCTRICA DE LAS SEÑALES EMG

El término electromiografía (EMG) se refiere al registro de la actividad eléctrica de las señales generadas por los músculos. Sin embargo, en la práctica se utiliza para designar genéricamente las diferentes técnicas utilizadas en el estudio funcional del sistema nervioso periférico [7].

El primer estudio a profundidad de las señales EMG, fue llevado a cabo por Piper en 1912, quien registró potenciales durante la contracción voluntaria empleando electrodos de superficie y un galvanómetro de hilo [8]. Posteriormente, en 1922, el médico estadounidense Joseph Erlanger y su discípulo el fisiólogo Herbert Spencer Gasser, lograron amplificar las señales eléctricas originadas al estimular una fibra nerviosa y representarlas gráficamente en un osciloscopio de rayos catódicos [8]. Mediante este método, descubrieron que las fibras nerviosas conducen impulsos a diferentes velocidades según su espesor y que cada una posee su propio umbral de excitabilidad, denominándolas de tipo A, B y C. De manera que, por los descubrimientos, relacionados con las funciones altamente diferenciadas de las fibras nerviosas recibieron el premio Nóbel de Medicina en 1944. Por otra parte, en 1929 Adrián y Broke introdujeron el electrodo concéntrico de aguja que hizo posible, conjuntamente con el osciloscopio de rayos catódicos y los amplificadores electrónicos, el estudio de potenciales de acción de unidades motoras y de fibras aisladas [8].

Durante las siguientes décadas y debido a las continuas mejoras de los aparatos de EMG, la electromiografía superficial fue utilizada cada vez más para el estudio de la función del músculo. A finales de los años 50 y principios

de los 60, George Whatmore utilizó la electromiografía para mejorar la técnica de relajación progresiva, al mismo tiempo, se desarrolló el “*biofeedback*” utilizado en el tratamiento de algunos trastornos y enfermedades como el dolor de cabeza, el asma, la hipertensión, el estrés, la ansiedad, la úlcera, etc. El “*biofeedback*” utiliza sensores, los cuales se mantienen en contacto con los músculos, cuya tensión se quiere medir y controlar. Estos músculos a su vez transmiten señales eléctricas que son absorbidas por el aparato de “*biofeedback*”, que a modo de respuesta envía señales audibles y visuales, para que la persona conozca su nivel de tensión muscular y pueda aprender a controlarla, obteniendo así un alivio de los síntomas [8].

La electromiografía es una técnica utilizada en interfaces hombre-maquina para el control de prótesis de mano. La primera mano artificial fue desarrollada en Rusia por *A. E. Kobrinski* en 1961, las industrias ortopédicas Otto Bock desarrollaron una mano multi-dedos controlada por señales EMG la cual se llevó a cabo en el año de 1965 [9], en los últimos treinta años con la integración de nuevas tecnologías al estudio de las señales EMG se han desarrollado importantes proyectos para el bienestar humano, dichos proyectos comenzaron con los realizados por *Graupe y Cline* en el reconocimiento de características en 1975 y seguidos por *Doershuck* en 1983 aplicando técnicas de correlación. En 1995 *Kang* utilizó coeficientes cepstrales obteniendo índices de éxito hasta del 85%. A partir de 1999, el departamento de Neuro-Ingeniería de la NASA (Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio de los Estados Unidos de América) desarrolló técnicas de reconocimiento de patrones EMG por medio de redes neuronales y modelos ocultos de Markov. En el año 2002 *Fergusson y Dunlop* desarrollaron técnicas de caracterización de señales EMG basadas en modelamiento paramétrico, FFT (Transformada Rápida de Fourier), STFT (Transformada de Fourier de Tiempo Corto), *Wavelets*, métodos estocásticos y reconocimiento con redes neuronales [8]. En el 2003, se desarrollaron trabajos para el entrenamiento de prótesis y predicción de fatiga en los músculos; así,

como la optimización del diseño de los algoritmos de reconocimiento de patrones en tiempo real [8].

En los algoritmos de extracción de características se pueden reconocer los implementados por *Hudgins* y otros, que realizan aproximación temporal y modelamiento paramétrico, así como los de *Hannaford* y *Farry* con aproximación espectral (FFT, STFT). Además se han utilizado los algoritmos de extracción de características desarrollados por Englehart, basados en *wavelets* [8].

2.1 FISILOGIA DE LAS SEÑALES EMG.

Los seres humanos recibimos por medio de los sentidos las impresiones o sensaciones externas, logrando así, comunicarnos con nuestro entorno a partir de la relación estímulo-respuesta. Las respuestas a los estímulos se traducen en la transmisión de señales eléctricas a través de las células nerviosas a diversas regiones del cerebro donde son interpretadas, en algunos casos después de la señal sigue una respuesta física (muscular), que puede ser voluntaria o involuntaria [10].

2.1.1. Redes Neuronales.

Todas las respuestas de nuestros órganos están asociadas a la transmisión de señales eléctricas a través de redes neuronales, éstas están compuestas de unidades altamente interconectadas, llamadas neuronas, que están constituidas por tres componentes principales: las dendritas, el cuerpo de la célula o soma, y el axón. Las dendritas, son el árbol receptor de la red y a su vez, fibras nerviosas que cargan de señales eléctricas el cuerpo de la célula. El cuerpo de la célula realiza la suma de esas señales de entrada y el axón por su parte, es una fibra que lleva la señal desde el cuerpo de la célula hacia otras neuronas, además, se especializan en la conducción de señales y pueden extenderse

hasta varios milímetros o más, según el tipo de neurona. Por otra parte, el punto de contacto entre el axón de una célula y una dendrita de otra célula es llamado sinapsis [10].

La información que llega a las dendritas es leída por el axón, la mayoría de los axones de las neuronas del cerebro humano no tienen más que unos pocos milímetros de longitud, por otra parte, los que se extienden desde la médula espinal hasta los pies pueden llegar a medir hasta un metro. Así que, el proceso que realiza el axón es el de transmitir una señal denominada potencial de acción, que es una onda eléctrica autoregenerada que va hasta una o varias células musculares, glandulares, nerviosas, etc [10].

2.1.2. Potencial de acción.

Los potenciales de acción alcanzan una amplitud máxima de unos 100 mV y duran alrededor de un 1 ms, son el resultado del desplazamiento a través de la membrana celular de iones de sodio dotados de carga positiva, que pasan desde el fluido extracelular hasta el citoplasma intracelular [10].

La membrana en reposo mantiene un gradiente de potencial eléctrico de -70mV, esto se debe a que el citoplasma intracelular está cargado negativamente con respecto al exterior; los iones de sodio no atraviesan con facilidad la membrana en reposo; los estímulos físicos o químicos que reducen el gradiente de potencial o que despolarizan la membrana, aumentan su permeabilidad al sodio y el flujo de este ion hacia el exterior acentúa la despolarización de la membrana, con lo que la permeabilidad al sodio se incrementa aun más [10].

El estímulo eléctrico o la despolarización espontánea de la célula abren diferentes canales iónicos de una manera secuencial, con lo cual se modifica la concentración de átomos a ambos lados de la membrana, dando origen al

potencial de acción [10]. Al alcanzar un potencial crítico, denominado “umbral”, la realimentación positiva produce un efecto regenerativo que obliga al potencial de membrana a cambiar de signo. Es decir, el interior de la célula se torna positivo con respecto al exterior, al cabo de 1 ms, la permeabilidad del sodio decae y el potencial de membrana retorna a -70mv, su valor de reposo. Tras cada explosión de actividad iónica, el mecanismo de permeabilidad del sodio se mantiene refractario durante algunos milisegundos; la tasa de generación de potenciales de acción queda así limitada a unos 200 impulsos por segundo, o menos.

Para entender el proceso, que sigue la generación del potencial de acción, éste se puede dividir en cinco fases (ver figura 2), definidas de la siguiente forma [12]:

Fase 0: Inicialmente son abiertos los canales de sodio, con lo cual el potencial intracelular rápidamente se hace positivo, esta fase es llamada despolarización.

Fase 1: Después se forma un gradiente eléctrico que permite el transporte pasivo de iones de potasio, responsable de la repolarización.

Fase 2: El Calcio cuya entrada se inicia desde la fase 0, es responsable de la etapa de meseta, en la cual se mantiene el potencial positivo durante un período largo, en este punto tiene lugar la contracción muscular mediada por el calcio, dando origen al acoplamiento excitación-contracción.

Fase 3: La salida de potasio permite la repolarización gradual de la membrana.

Fase 4: Por último, se restituye la concentración original de iones retornando al potencial de reposo.

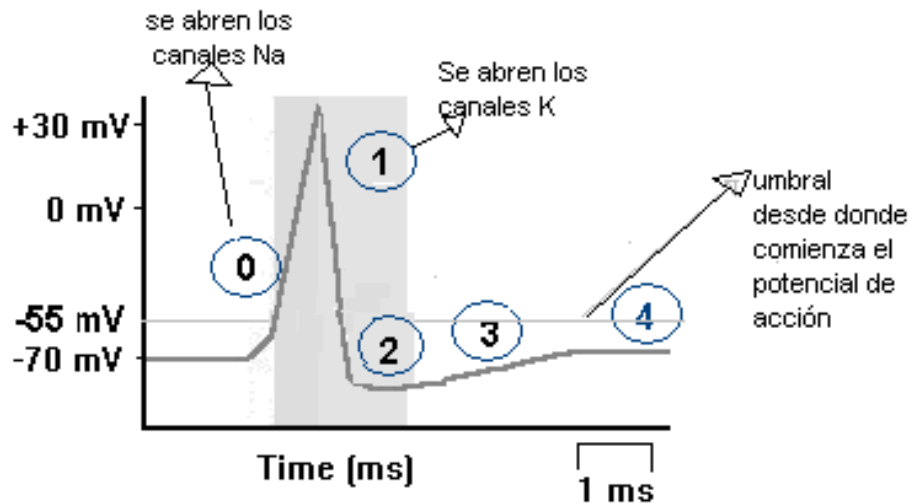


Figura 2. Potencial de acción.

Los potenciales de acción son señales de baja frecuencia que se trasladan en forma muy lenta, y pueden saltar de una célula a otra, pues la comunicación entre neuronas esta siempre mediada por transmisores químicos que son liberados en las sinapsis. Si un potencial de acción llega al terminal de un axón se liberan transmisores albergados en diminutas vesículas, que después se dispersan en una cavidad de unos 20 nanómetros de ancho, que separa la membrana presináptica de la postsináptica; durante el desarrollo del potencial de acción, penetran iones de calcio en el terminal nervioso, de tal manera, que su movimiento constituye la señal determinante de la exocitosis sincronizada, esto es, la liberación coordinada de moléculas neurotransmisoras [10].

2.1.3. Fisiología Del Músculo.

Los músculos son órganos encargados de proporcionarle movilidad y estabilidad al cuerpo, participando en el proceso de actividad muscular; esto quiere decir que en la actividad muscular participan fibras contráctiles, que posibilitan el movimiento de los órganos; además en el proceso de actividad muscular, contribuyen de forma importante proteínas como, la actina y la miosina, además del calcio. Un músculo recibe información a través de las fibras nerviosas motoras y en este la unión entre una neurona motora y las fibras musculares que inerva se llama unidad motora. Estas pueden variar de

tamaño, desde una neurona que inerva 10 fibras musculares, como en el globo ocular, hasta una neurona que inerva hasta 200 o más fibras musculares como en los músculos de las extremidades. En el primer caso los movimientos son finos y de poca potencia, en el segundo son burdos y de gran potencia. Los músculos de las extremidades por su parte, tienen un gran número de unidades motoras, que se contraen de forma alterna, determinando que el músculo se encuentre en un estado constante de semicontracción [13].

La contracción de un músculo produce un incremento de señales en el cerebro, haciendo que se movilicen mayor cantidad de unidades motoras e incrementando la frecuencia de disparo de las unidades ya movilizadas. Todas las células musculares dentro de una unidad motora llegan a estar activas al mismo tiempo. Al contraerse las unidades motoras individualmente, periódicamente emiten una ráfaga corta de actividad eléctrica, denominada potencial de acción de la unidad motora (MUAP), el cual es detectado en los electrodos ubicados sobre la superficie de la piel (ver figura 3) [9]:

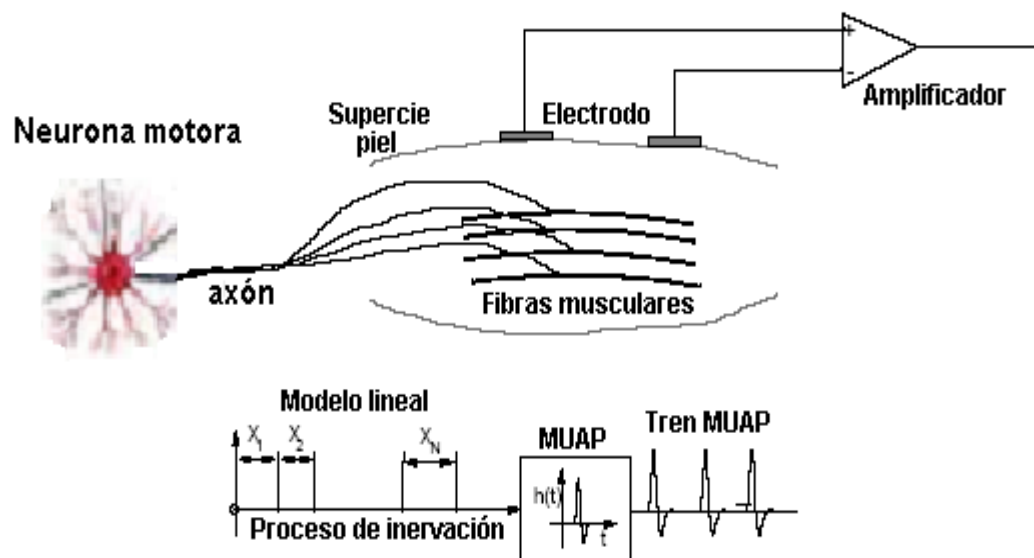


Figura 3. Detección del potencial de acción de una unidad motora.

El potencial de acción de la unidad motora es la respuesta eléctrica al impulso desde el axón, además todas las fibras que pertenecen a la misma unidad

motora son activadas al mismo tiempo [9]. Los potenciales de acción de diferentes unidades motoras y el potencial combinado se muestran en la figura 4.

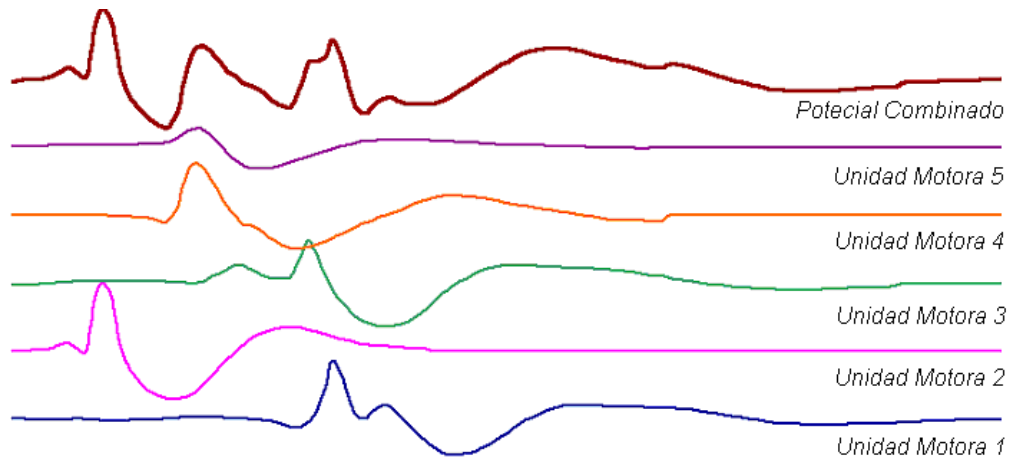


Figura 4. Potenciales de acción de unidades motoras.

2.2 CAPTURA DE LAS SEÑALES EMG

Las señales EMG permiten grabar los potenciales de acción de un músculo de acuerdo a la ubicación de los electrodos en la superficie de la piel. La señal EMG detectada, es una suma de los potenciales de acción de las diferentes unidades motoras, es decir, la suma de pequeñas corrientes de fibras pertenecientes a varias unidades motoras. Por otra parte, la amplitud de la señal EMG es mayor cuando es detectada con una ubicación correcta del electrodo en la superficie del músculo (ver figura 5) [9].

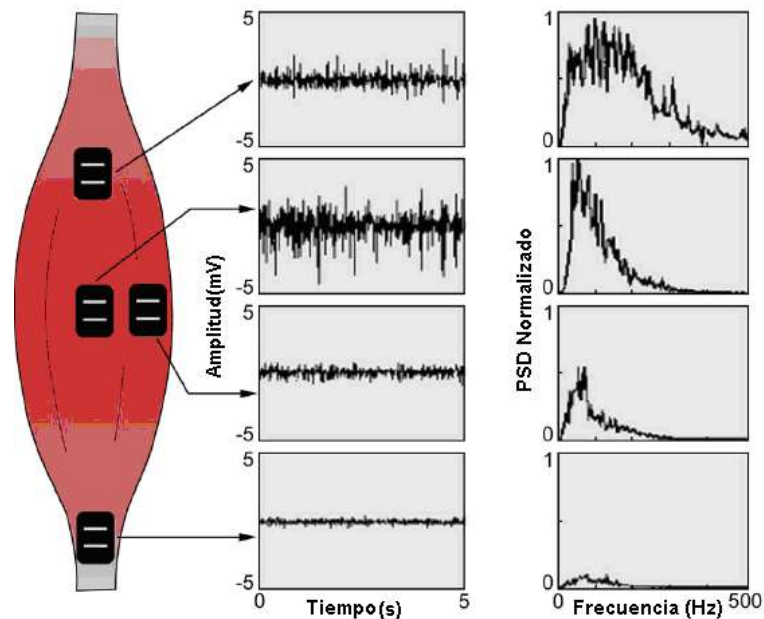


Figura 5. Detección EMG.

Además, cualquier ubicación que tenga el electrodo produce una señal EMG que necesita ser amplificada. Desde el momento en que la señal es registrada, esta debe ser procesada, para eliminar el ruido de las bajas o altas frecuencias, o cualquier otro factor que pueda afectar el resultado de los datos.

Existen muchos factores que pueden afectar una señal EMG, debido a que ésta es susceptible a interferencias de ruido. Por ejemplo, el contacto del electrodo o la amplificación inadecuada pueden distorsionar el registro de una señal, como también un error en el filtro puede borrar alguna información importante de la señal. Además, existen otros factores como la distancia entre los electrodos y los tiempos de grabación del experimento que deben ser considerados en el diseño [11].

La clasificación de los electrodos puede ser de acuerdo a la manera en que son instalados en la superficie de la piel, estos pueden ser superficiales o profundos, en ambos casos se utiliza una pasta conductora que disminuye la resistencia de contacto. Los electrodos superficiales son pequeños discos metálicos que se utilizan para obtener un estudio global del músculo, debido a

que no pueden detectar potenciales de baja amplitud o de elevada frecuencia. Por otra parte, los electrodos profundos son agujas que se insertan dentro del músculo, permitiendo así, capturar mayor información [8].

Prácticamente todos los análisis y aplicaciones que hoy en día se producen utilizando las señales EMG son realizados con algoritmos computarizados. Los algoritmos requieren que la señal sea expresada como una secuencia numérica, el proceso por el cual la señal es convertida a una secuencia numérica es llamada conversión análoga a digital. Las señales análogas son señales de voltaje que son parecidas a la señal física que ellos representan, la amplitud de estas señales típicamente varían dentro de un rango. El proceso de conversión de análogo a digital genera una secuencia de números, cada número representa la amplitud de la señal análoga en un punto del tiempo específico. La secuencia numérica resultante es llamada señal digital, y la señal análoga es llamada señal muestreada. La conversión análoga a digital es mostrada en la figura 6, en la parte (a), se muestra el potencial de acción de una unidad motora (MUAP) obtenida con un electrodo DE-2.1 y en la parte (b) se muestra la secuencia digital, que es resultado del muestreo de la señal (a), a 2 Khz, cada 5 segundos [9].

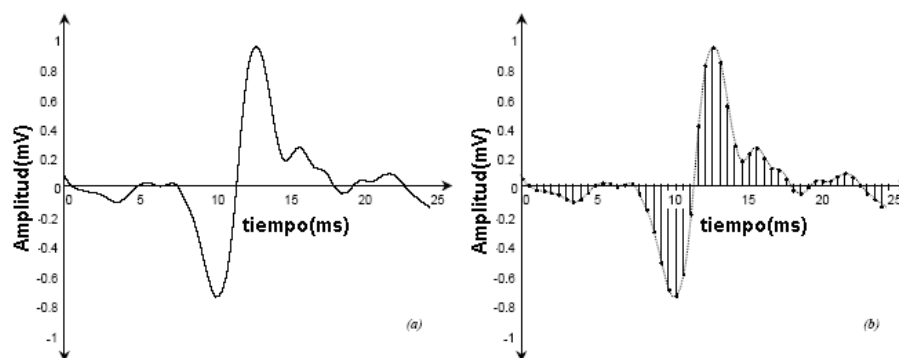


Figura 6. Muestreo de MUAP.

A lo largo de la historia de la electromiografía, la forma y el diseño de la detección del electrodo no ha recibido mucha atención, probablemente porque los usuarios de la electromiografía han estado interesados sólo por los aspectos

cualitativos de la señal EMG. Con la invención de las técnicas de procesamiento para la extracción de la información cuantitativa de las señales EMG, se ha requerido mayor atención en la configuración de los electrodos, considerando los siguientes aspectos [14]:

- La relación señal a ruido de la señal detectada.
- El ancho de banda de la señal.
- El tamaño de la muestra del músculo.
- La susceptibilidad a perturbaciones en la transmisión causada por la interferencia cocanal.

2.2.1. Consideraciones de Ruido.

En el proceso de grabación de una señal EMG, esta es generada bioeléctricamente o por activación celular, no obstante, esta puede ser producida por algunos campos eléctricos que ocurren alrededor de los electrodos [9]. Estos campos eléctricos producen algunas señales que pueden también ser adjuntas a una señal EMG, causando una forma de interferencia que es llamada ruido eléctrico. La interferencia de ruido eléctrico puede ser producida desde cualquier elemento que tenga un campo eléctrico como líneas de potencia, monitores de computadores, transformadores o el mismo amplificador de la señal EMG. Una vez ocurrido el ruido, este puede causar problemas en el registro de la señal EMG, por consiguiente, los factores de ruido deben ser considerados al planear el diseño del dispositivo amplificador y de registro de la señal, puesto que el ruido podría venir de una variedad de fuentes como componentes eléctricos, dispositivos de grabación, ruido ambiental, el movimiento de aparatos, o inherente a la inestabilidad de la señal [9].

La frecuencia de ruido eléctrico se ubica desde los 0 Hz a varios miles Hz, esta clase de ruido es muy difícil de ser eliminado. Sin embargo se puede reducir

utilizando un diseño de circuito inteligente y componentes electrónicos de buena calidad en la construcción del dispositivo [14].

El ruido ambiental se encuentra generalmente entre los 50 y 60 Hz, este puede ser generado desde cualquier dispositivo electromagnético, de hecho existen ondas de radio y campos magnéticos por todo nuestro cuerpo; estas radiaciones son prácticamente imposibles de eliminar con los métodos actualmente existentes [14].

El ruido directo de los dispositivos puede venir desde dos Fuentes; primero, del contacto de los electrodos con la piel, segundo, de la conexión de los cables del electrodo al amplificador. Un movimiento del cable puede producir un problema de ruido, este ruido eléctrico de ambas fuentes tiene un rango de frecuencias entre los 0 y 20 Hz. Sin embargo un diseño correcto del circuito, con un buen conector y un contacto estable de los electrodos puede reducir este problema del movimiento de los dispositivos [14].

La inestabilidad inherente de la señal EMG, es causada por su naturaleza, dicha inestabilidad se presenta en un rango de los 0 a los 20 Hz, debido a la naturaleza casi aleatoria de la tasa de disparo de las unidades motoras. Por lo anterior se sugiere considerar una señal EMG en este rango de frecuencia como una señal no deseada [9].

2.3 DESCRIPCION ELECTRICA DE LAS SEÑALES EMG

Las señales EMG contienen los impulsos eléctricos de los músculos, teniendo como punto de interés la amplitud de la señal, al igual que otras señales electrofisiológicas tiene una pequeña amplitud. La amplitud de la señal EMG varía de acuerdo al músculo donde sea tomada, debido a que algunos músculos requieren de una fuerza menor para realizar un determinado movimiento, en algunos casos se puede encontrar casi una completa ausencia

de señal, es el caso de una muestra tomada en una persona que tiene la mano relajada. La señal EMG puede ser de voltaje positivo o negativo y ocurre en intervalos aleatorios, la cual tiene un rango de voltaje entre 0 y 10 mV (pico a pico) o de 0 a 1.5 mV (rms) [11].

La amplitud de la señal EMG es de naturaleza aleatoria y puede ser razonablemente representada por una función con distribución Gausiana [9]. La frecuencia de una señal EMG esta entre 0 y 500Hz; sin embargo, la energía aprovechable de la señal EMG esta dentro del rango de frecuencia entre 50-150Hz y la energía utilizable de la señal es limitada por el rango de frecuencia que esta por encima del nivel de ruido eléctrico [14]. En la figura 7, se observa un espectro de frecuencia de una señal EMG, el área sombreada es la parte deseada de la señal, en este caso se ha eliminado la parte inferior a los 60Hz, debido a que se determino que esta parte de la banda era una fuente de ruido [14].

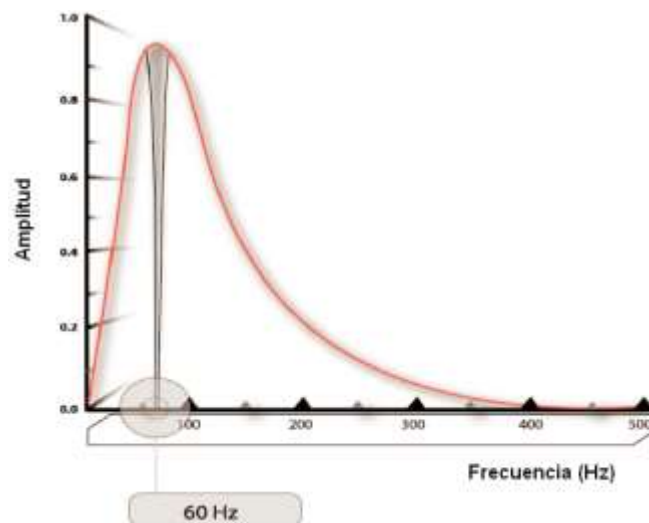


Figura 7. Espectro de una señal EMG.

La medida de la señal EMG depende de un número de factores y su amplitud varía desde los microvoltios hasta los milivoltios de acuerdo a las condiciones en que sea registrada la señal. La amplitud y las propiedades en el dominio del tiempo y frecuencia de la señal EMG dependen de factores como [17]:

- El cronometraje e intensidad de la contracción del músculo

- La distancia del electrodo del área del músculo que este activa
- Las propiedades del tejido que este involucrado
- Las propiedades del amplificador y el electrodo
- La calidad de contacto entre el electrodo y la piel

En muchos casos, la información en el tiempo y la intensidad de la contracción del músculo es requerida para el estudio de la señal EMG, el resto de los factores sólo exaltan la variabilidad en la grabación de la señal, haciendo que la interoperabilidad de los resultados sea más difícil. Sin embargo existen métodos que reducen los factores de impacto que pueden ser dañinos para las propiedades de la señal EMG. Por ejemplo, muchas de estas variabilidades de la señal EMG pueden ser minimizadas a través del uso del mismo tipo de electrodos y su amplificador, otra forma de disminuir las variabilidades es asegurar la calidad del contacto entre los electrodos y la piel [17].

2.4 APLICACIONES DE LAS EMG

- La electromiografía es una disciplina especializada que se aplica en la evaluación clínica y neurofisiológica de la patología neuromuscular, además en ciertos aspectos de la patología del sistema nervioso central. La electromiografía es una extensión y profundización del diagnóstico clínico neurológico, pues al ser más sensible, permite descubrir alteraciones subclínicas insospechadas; al ser cuantitativa permite determinar el tipo y grado de lesión neurológica. Al contrario de otras pruebas de laboratorio, en donde se realiza un protocolo exploratorio rígido, la electromiografía clínica es una prueba dinámica en la que cada paciente precisa una estrategia de estudio individualizada, en función de su cuadro clínico concreto. Por ello se debe partir siempre de una exploración clínica del paciente a menudo es preciso cambiar el esquema inicial durante el examen al tener los resultados obtenidos. El

empleo aislado o secuencial de las diferentes técnicas que se realizan en el laboratorio de electromiografía permiten [7]:

- 1) Distinguir entre lesiones del sistema nervioso central o del sistema nervioso periférico.
 - 2) Localizar y cuantificar diferentes tipos de lesiones con gran exactitud y precisión en patología neuromuscular.
 - 3) La implementación de una serie de técnicas varias de ellas incorporadas al software de los electromiógrafos contemporáneos, que exploran la función del sistema nervioso autónomo y sus trastornos.
- Otra de las aplicaciones que se puede llevar a cabo consiste en usar estas señales para que personas con un alto grado de discapacidad física puedan desplazarse en silla de ruedas controladas por ellos mismos. Solo es posible siempre y cuando el paciente disponga de al menos un músculo sano, que será utilizado para controlar la dirección del avance, pausa y puesta en marcha de la silla [15].
 - También es posible el manejo de sistemas software que reproduzcan palabras de un menú en la pantalla de un ordenador conectado a un sistema de adquisición de señales EMG [15].
 - Otras aplicaciones son la determinación del tiempo de activación del músculo, la estimación de la fuerza producida por una contracción muscular y la obtención de un índice de fatiga muscular, que es útil en medicina deportiva [15].
 - Este campo en el que se conjugan la electrónica y la medicina tiene muchas áreas de aplicación en la industria, en el hogar, en el entretenimiento. El control de interfaces hombre-máquina tales como ratones y teclados mioeléctricos, prótesis mioeléctricas, robots móviles,

brazos robóticos o de brazos simulados mediante software, son otras de las aplicaciones en las que tiene cabida el control utilizando señales bioeléctricas [15].

- Las señales EMG son usadas en sistemas ergonómicos, la aplicación principal de esta técnica en el ámbito de la ergonomía es la determinación del grado de actividad muscular que conlleva una tarea, permitiendo evaluar el nivel de esfuerzo requerido y el tipo de patrón de esfuerzos presentes, en especial si la tarea presenta un nivel de esfuerzo estático, medio o máximo, el análisis posterior de los registros permite en algunas tareas analizar el ritmo de trabajo o de movimientos, o la presencia de fatiga muscular localizada, para determinar si un músculo o grupo muscular se ve perjudicado debido al diseño del puesto de trabajo [16].

3. FUNDAMENTOS DE DWT Y WPT PARA EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS EN SEÑALES EMG

La teoría *wavelets* hace posible la descomposición de una serie de tiempo en diferentes *escalas temporales*, ésta descomposición se logra a través del análisis multiresolución asociado a las *wavelets*. De esta manera, se tiene que las *wavelets* funcionan como filtros (no lineales), los cuales permiten extraer componentes que contienen información en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, éste último expresado en términos de escalas [18].

3.1. TRANSFORMADA WAVELET.

La *Transformada wavelet* (WT) se desarrolló como una alternativa para superar los problemas de resolución de la *transformada de fourier de tiempo corto* STFT (*Short-Time Fourier Transform*), haciendo posible una buena representación de una señal tanto en tiempo como en frecuencia de forma simultánea, con lo que se puede determinar el intervalo de tiempo en el cual aparecen determinadas componentes espectrales [18]. El objetivo de la transformada *wavelet* es descomponer cierta señal en componentes denominadas *wavelets*, las cuales forman una base del espacio de funciones, con ciertas propiedades como: ortogonalidad, tamaño, suavidad, duración, etc [19]. Existen diferentes tipos de *transformada wavelet*, entre las cuales se encuentran la *transformada wavelet continua* (CWT), la *transformada wavelet discreta* (DWT) y la *transformada wavelet packet* (WPT). La diferencia entre ellas radica principalmente en la forma en que los parámetros de translación y escala son discretizados [20].

3.1.1. TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA (DWT).

La *transformada wavelet discreta* (DWT) se fundamenta en la *transformada wavelet continua* (CWT), la cual intenta expresar una señal continua $x(t)$ en el tiempo, mediante una expansión de términos o coeficientes proporcionales al producto interno entre la señal y diferentes versiones escaladas y trasladadas de una función prototipo $\psi(t)$ más conocida como *wavelet madre*. Asumiendo que tanto la señal como la nueva función $\psi(t)$ son de energía finita, entonces se define:

$$CWT(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) x(t) dt; \quad a, b \in \mathfrak{R}, \quad a \neq 0 \quad (3.1)$$

Donde la continuidad de la CWT radica en el hecho que la variable escala a y la variable translación b , varían en forma continua. Sin embargo a nivel práctico, es decir a nivel computacional, se hace necesario discretizar la transformada y la solución es asignar valores discretos a las dos variables mencionadas, dando lugar así a la *transformada wavelet discreta* (DWT). La forma que se utiliza para discretizar los valores de las variables de escala y translación es mediante el uso de una red diádica [21], haciendo $a = 2^{-j}$ y $b = k2^{-j}$, de tal manera, que el conjunto de funciones *wavelets* determinadas por:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right); \quad a, b \in \mathfrak{R}, \quad a \neq 0, \quad (3.2)$$

adquiere la forma de:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k); \quad j, k \in \mathbb{Z}. \quad (3.3)$$

Este conjunto de funciones se le conoce como la versión diádica discretizada de la función *wavelet* o como conjunto de expansión *wavelet*, siendo el resultado

de translaciones y escalamientos de la función *wavelet* madre $\psi(t)$ [18].

Además, el factor $2^{\frac{j}{2}}$ se denomina constante de normalización, que es necesaria para cumplir con la condición de ortonormalidad [20].

La función *wavelet* madre $\psi(t)$, esta asociada con una función escala denominada $\phi(t)$, de tal manera que con una de estas funciones o ambas es posible aproximar cualquier función $f(t) \in L^2(R)$, de la siguiente forma:

$$f(t) = \sum_k \sum_j c_{j,k} \phi(t) + \sum_k \sum_j d_{j,k} \psi(t); \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (3.4)$$

En la expresión (3.4) se ha aproximado f en términos de la función escala $\phi(t)$ y de la función *wavelet* $\psi(t)$. A continuación se analizarán con más profundidad estas dos funciones.

3.1.1.1. Función Escala $\phi(t)$

Con el propósito de tratar el concepto de multiresolución más adelante, se requiere definir la función escala y a partir de esta la función *wavelet*. Una función escala en términos de desplazamiento de una función escala básica $\phi(t)$ se define como:

$$\phi(t) = \phi(t - k); \quad k \in \mathbb{Z}; \quad \phi(t) \in L^2(R) \quad (3.5)$$

El subespacio de $L^2(R)$ generado por estas funciones es definido como:

$$V_0 = \overline{\text{Span}_{k \in \mathbb{Z}} \{\phi_k(t)\}}.^1 \quad \forall k \in \mathbb{Z} \text{ desde } -\infty \text{ a } +\infty \quad (3.6)$$

Por otra parte, es posible incrementar el tamaño del subespacio generado cambiando la escala de la función, por lo tanto, escalando y trasladando en

¹Span es la expansión de las funciones escala.

tiempo la función escala tal como se realizó con la función $\psi(t)$, se genera una familia de funciones $\phi_{j,k}(t) \mid j,k \in \mathbb{Z}$ en dos dimensiones [22], el cual es el caso de la versión diádica discretizada la cual se muestra a continuación:

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \phi(2^j t - k); j, k \in \mathbb{Z} \quad (3.7)$$

La cual define un subespacio $V_j \subset L^2(\mathbb{R})$ para cada $j \in \mathbb{Z}$ de la siguiente manera:

$$V_j = \overline{\text{Span}_{k \in \mathbb{Z}} \{\phi_k(2^j t)\}} = \overline{\text{Span}_{k \in \mathbb{Z}} \{\phi_{j,k}(t)\}}. \quad (3.8)$$

Entonces la función $f(t)$ esta en V_j , si puede expresarse como:

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{j,k} \phi_{j,k}(t) \quad (3.9)$$

Con coeficientes $c_{j,k}$ obtenidos mediante el producto interno entre la función $f(t)$ y la función escala así:

$$c_{j,k} = \langle f(t), \phi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t) \phi_{j,k}(t)| dt \quad (3.10)$$

Entre mayor sea el valor de j , mayor es la expansión puesto que $\phi_{j,k}(t)$ es mas estrecha y se desplaza en pasos mas pequeños, obteniendo una información más detallada de la señal. Por otro lado, entre mas pequeño sea el valor de j , $\phi_{j,k}(t)$ es mas alargada y se desplaza en pasos grandes, por lo cual representa información general de $f(t)$.

Algunas características de la función escala son las siguientes [21]:

1. Para cada $j \in \mathbb{Z}$, $\{\phi_{j,k} \mid k \in \mathbb{Z}\}$ forma una base ortonormal para el subespacio $V_j \subset L^2(\mathbb{R})$.
2. Los subespacios V_j están anidados, es decir que para todo $j \in \mathbb{Z}$, $V_j \subset V_{j+1}$, de tal manera que los subespacios V_j incluyen mas funciones de $L^2(\mathbb{R})$ a medida de que j crece, (ver la figura 8).
3. La función escala $\phi(t)$ tiene soporte compacto, es decir que existe un subconjunto del dominio $\phi(t)$ donde esta no es cero. En términos matemáticos esta propiedad indica que:

$$\text{supp } \{\phi\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid \phi(x) \neq 0\}.^2 \quad (3.11)$$

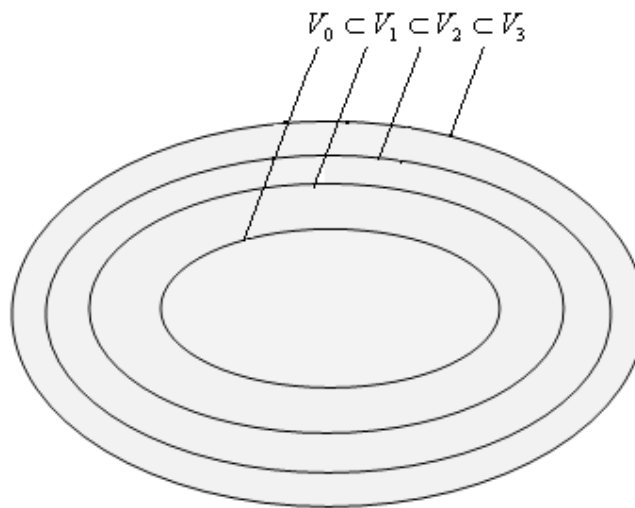


Figura 8. Espacios anidados generados por la función escala

De acuerdo a la propiedad 2 se tiene que si $f(t) \in V_j \Rightarrow f(2t) \in V_{j+1}$, lo cual

² Sup corresponde a todas las funciones con soporte compacto.

implica que la función $\phi(t)$ pueda ser expresada en términos de una suma de $\phi(2t)$. En este sentido, la función escala puede expresarse como:

$$\phi(t) = \sum_n \sqrt{2} h(n) \phi(2t - n) \quad n \in Z . \quad (3.12)$$

Comúnmente esta ecuación es conocida como la ecuación básica de recursión o ecuación de escala, la cual surge de la expresión (3.7) con $j=1$. Los coeficientes $h(n)$ se llaman coeficientes de escala y pueden ser reales o complejos, mientras que el factor $\sqrt{2}$ mantiene normalizada a la función en el subespacio V_1 [22].

3.1.1.2. Función Wavelet $\psi(t)$

La manera mas eficiente de parametrizar o describir una señal o función, no es incrementar el valor de j para aumentar el tamaño del espacio generado por la función escala. La mejor opción es considerar un conjunto de funciones que genere las diferencias entre los espacios generados por las diferentes escalas de la función escala. Dichas funciones son las *wavelets*, que generan al subespacio [21]:

$$W_j = \overline{\text{Span}_{k \in Z} \{\psi_{j,k}(t)\}}. \quad (3.13)$$

La expresión anterior corresponde al complemento ortogonal V_j en V_{j+1} , esto significa que todos los miembros de V_j son ortogonales a todos los miembros de W_j . De tal modo que:

$$\langle \phi_{j,k}(t), \psi_{j,l}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{j,k}(t) \psi_{j,l}(t) dt = 0; \quad \forall j, k, l \in Z . \quad (3.14)$$

Se puede establecer una relación entre varios subespacios, el subespacio puede empezar en cualquier V_j , por ejemplo si $j = 0$, entonces la relación entre subespacios puede expresarse como:

$$V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \dots L^2 \quad (3.15)$$

Ahora se define el subespacio de la *wavelet* W_0 , donde \oplus indica la operación suma de subespacios, tal que:

$$V_1 = V_0 \oplus W_0 \quad (3.16)$$

La cual se puede extender a:

$$V_2 = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \quad (3.17)$$

La expresión anterior se puede generalizar a todos los subespacios siguientes, así:

$$L^2 = V_0 \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots \quad (3.18)$$

Donde V_0 es el espacio inicial, expandido por la función escala $\phi(t-k)$ y los espacios W_j entregan información mas detallada de la señal a medida que j crece. Por lo tanto, la escala que se utilice para expandir el espacio inicial es una decisión personal, la cual depende del análisis que se realice y de la señal en cuestión.

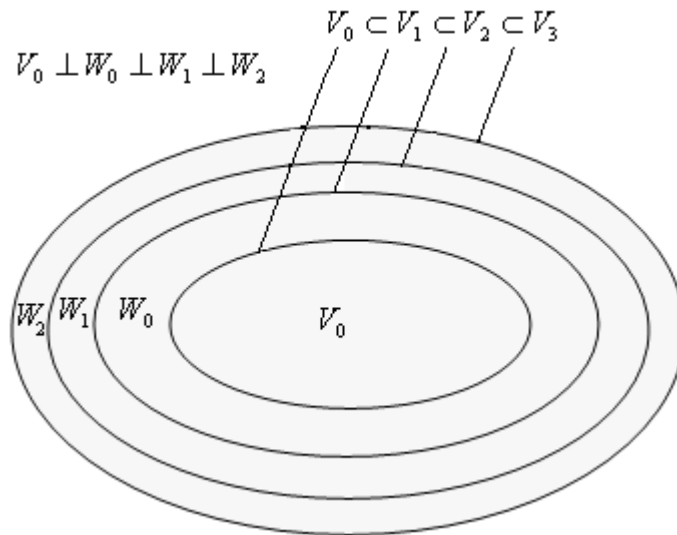


Figura 9. Espacios anidados generados por la función wavelet

Ahora bien, la función que expande el espacio W_j es la *wavelet* madre $\psi_{j,k}(t)$. Además como $W_0 \subset V_1$ (ver figura 9), la función *wavelet* se puede representar por una suma de funciones escala $\phi(2t)$, se define como:

$$\psi(t) = \sum_n \sqrt{2} g(n) \phi(2t - n); \quad n \in \mathbb{Z} \quad (3.19)$$

Para algún conjunto de coeficientes $g(n)$, donde los coeficientes $g(n)$ se llaman coeficientes *wavelets*. La función generada por la ecuación anterior proporciona el prototipo de la *wavelet madre* $\psi_{j,k}(t)$ para una clase de función de expansión de la forma:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k); \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (3.20)$$

Donde la variable j , representa el espacio *wavelet* en el cual esta trabajando la función *wavelet* madre, análogamente es la misma situación para la función escala. De esta manera, cualquier función $f(t) \in W_j$ puede ser representada como:

$$f(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (3.21)$$

Donde los coeficientes $d_{j,k}$ se calculan mediante el producto interno entre la señal analizada $f(t)$ y la función *wavelet*:

$$d_{j,k} = \langle f(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t) \psi_{j,k}(t)| dt . \quad (3.22)$$

Así mismo cualquier función $f(t) \in L^2$ puede ser escrita como una expansión de series en términos de la función escala y la función *wavelet*, llegando a obtener la expresión (3.4). En esta expansión la primera sumatoria proporciona una aproximación burda de $f(t)$, que es baja en resolución; por el contrario la segunda sumatoria ofrece una resolución mas alta de $f(t)$.

3.1.1.3. Análisis Multiresolución (MRA)

Como su nombre lo indica el MRA se encarga de analizar una señal, de tal modo que cada componente de frecuencia es analizada con una resolución diferente. La ventaja que ofrece este método es que, con el uso de las *wavelets* a altas frecuencias se tiene una buena resolución en el tiempo y una baja resolución en frecuencia, mientras que para bajas frecuencias los resultados son de buena resolución en frecuencia y baja resolución en el tiempo [18], (ver figura 10).



Figura 10. Plano tiempo-frecuencia analizado con la DWT.

La representación multiresolución está basada en la diferencia de información que existe entre dos resoluciones sucesivas 2^j y 2^{j+1} , a esta diferencia de información se le denomina detalles de la señal. Lo anterior significa, que se puede representar una señal $f(t)$ como un límite de aproximaciones sucesivas, después de haber elegido una resolución inicial j , de la siguiente manera [23]:

$$f(t) = \sum_k \sum_j d_{j,k} \psi_{j,k}(t) + \sum_k c_{j,k} \phi_{j,k}(t); \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (3.23)$$

Donde $d_{j,k}$ son los coeficientes *wavelets* o los detalles de la señal que son resultado del filtrado pasa altas y se obtienen mediante la siguiente expresión:

$$d_{j,k} = 2^{\frac{-j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{j,k}(2^{-j}t - k) dt \quad (3.24)$$

Y $c_{j,k}$ son los coeficientes de escala o las aproximaciones que son producto de un filtrado pasa bajas y se encuentran mediante la siguiente expresión:

$$c_{j,k} = 2^{\frac{-j}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \phi_{j,k}(2^{-j}t - k) dt \quad (3.25)$$

Así es como se representa una señal $f(t)$ en términos de los coeficientes *wavelets* y *escalas*.

3.1.1.4. Análisis DWT utilizando Bancos de Filtros

Las operaciones de filtraje sobre una señal dependen del nivel de resolución y de las variaciones de la *escala* determinadas por las operaciones de “*downsampling*” y “*upsampling*”. En la operación de *downsampling*, se remueven ciertas muestras durante el análisis de la señal, esta operación se utiliza para la descomposición; por el contrario, para la síntesis de la señal se utiliza la operación de *upsampling*, en la cual se añaden nuevas muestras a la señal.

El proceso de análisis o descomposición DWT se realiza por medio de filtros pasa bajos y pasa altos, la operación matemática equivalente es la convolución de la señal con la respuesta impulsiva del filtro. Las salidas de los filtros pasa altos y pasa bajos son de la forma:

$$y_{alta}(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) * g(2n - k) \quad (3.26)$$

$$y_{baja}(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) * h(2n - k) \quad (3.27)$$

En la figura 11, se muestra el proceso de descomposición DWT, donde g y h denotan los filtros pasa altos y pasa bajos respectivamente y $\downarrow 2$ implica un diezmado por 2, con lo cual se reduce el numero de muestras de la señal a la mitad, reduciendo la resolución en el tiempo.

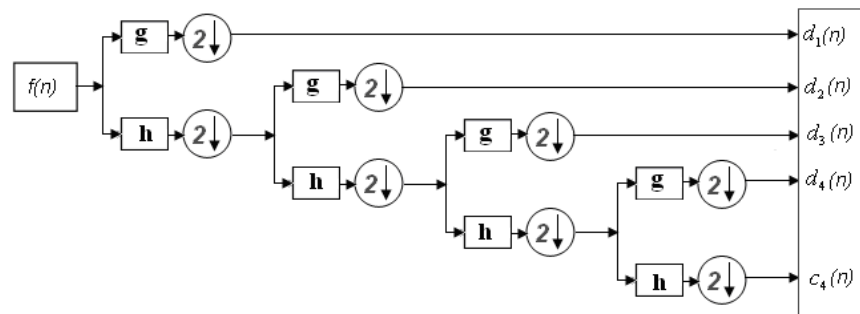


Figura 11. Proceso de Transformación Discreta de Wavelets.

Las aproximaciones $c_{j,k}$ con $j=1$, se obtienen por medio de filtros pasa bajos y los detalles $d_{j,k}$ por medio de filtros pasa altos. Si $f(n)$ es la señal a ser analizada, ésta queda transformada en dos subsecuencias de longitud $N/2$, donde N es la longitud de la señal $f(n)$, luego las mismas operaciones son aplicadas al vector de la banda de frecuencias bajas para obtener de nuevo dos vectores ahora de longitud $N/4$. El proceso puede ser repetido $j \leq \log_2 N$ veces, aunque una descomposición es usualmente llevada al máximo de profundidad, la descomposición puede terminar en cualquier nivel, esto significa que el proceso de división de frecuencias hacia un rango de bajas frecuencias

se detiene, esto puede ser deseable si la subbanda fuera de una cierta escala no entrega componentes de energía significativa.

Se denotan los operadores H y G que son llamados filtros de reconstrucción perfecta o filtros en cuadratura (QMFs), si ellos satisfacen las siguientes condiciones de ortogonalidad:

$$HG^T = GH^T = 0 \quad (3.28)$$

$$HH^T = GG^T = I \quad (3.29)$$

Donde G^T y H^T indica la transpuesta de G y H respectivamente e I es la matriz identidad. Los filtros QMFs están relacionados con la función *escala* y la función *wavelet* mediante:

$$h[n] = \langle \varphi(t), \sqrt{2}\varphi(2t - n) \rangle \quad (3.30)$$

$$g[n] = \langle \psi(t), \sqrt{2}\psi(2t - n) \rangle \quad (3.31)$$

Si H y G son filtros QMFs, entonces la propiedad de reconstrucción perfecta permite una reconstrucción exacta de la señal original desde los coeficientes de la transformada *wavelet*, puesto que las bases *wavelet* son ortogonales.

Para ilustrar con un ejemplo la teoría de la DWT se realiza una descomposición de una señal chirp lineal, con 256 muestras, a un nivel de descomposición igual a tres y utilizando la wavelet madre daubechies de orden 4, la cual es una función prototipo perteneciente a las funciones implementadas por MATLAB de la que se utilizan versiones escaladas y trasladadas. La descomposición se muestra en la figura 12.

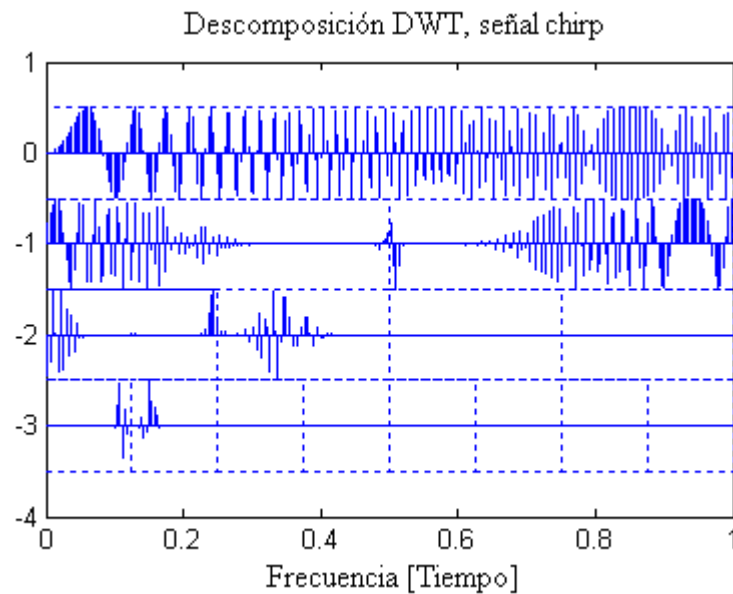


Figura 12. Descomposición DWT a nivel 3 de una señal chirp

La señal chirp utilizada para el análisis maneja un rango de frecuencias entre 0-500 Hz y tiene una frecuencia de muestreo igual a 1000 Hz, cumpliendo así con el criterio de Nyquist. En la figura 13, podemos observar el plano tiempo-frecuencia generado por esta descomposición, donde se ilustra la distribución frecuencial de la señal dentro de cada coeficiente.

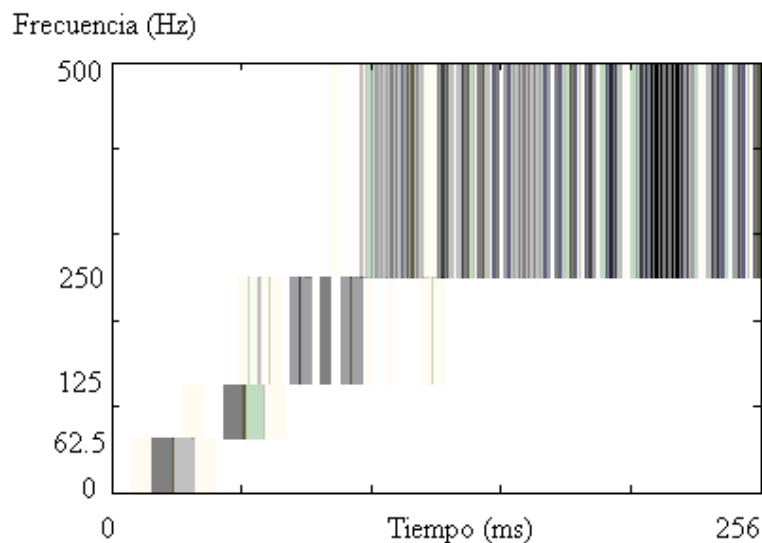


Figura 13. Respuesta Tiempo-Frecuencia de la señal chirp con DWT

3.1.2. TRANSFORMADA WAVELET PACKET (WPT)

La Transformada Wavelet Packet (WPT) es una versión generalizada de la transformada wavelet discreta, esta no solo analiza las subbandas bajas de frecuencia, sino también las componentes de alta frecuencia, por lo tanto la WPT realiza una descomposición sobre ambas bandas. Como resultado, las escalas (enrejado) del plano tiempo-frecuencia son configurables [24], la división de los ejes de tiempo-frecuencia puede tomar muchas formas de acuerdo a las necesidades de la aplicación, lo descrito anteriormente se muestra en la figura 14.

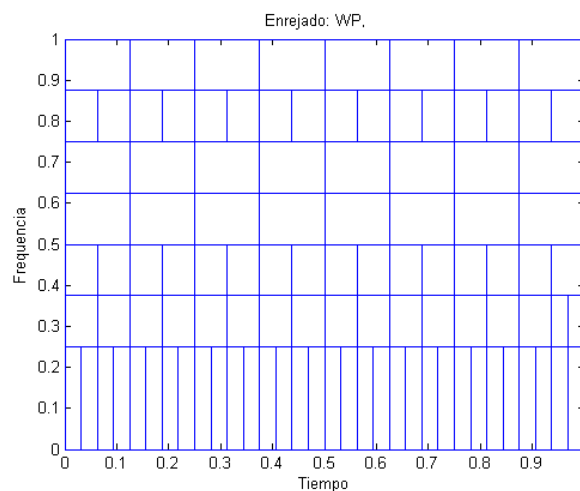


Figura 14. Plano Tiempo-Frecuencia analizado con la WPT

Del análisis multiresolución, se sabe que dadas unas funciones base $\{\phi_{1,k}(t)\}$ de V_1 , $\{\phi(t-k)\}$ y $\{\psi(t-k)\}$ constituyen una base ortonormal para V_0 y W_0 , respectivamente, y $V_1 = V_0 \oplus W_0$, donde $\phi(t)$ y $\psi(t)$ son expresiones obtenidas en las ecuaciones (3.12) y (3.19) respectivamente. De esta forma el espacio V puede ser descompuesto dentro de una suma directa de dos subespacios ortogonales, definidos por la funciones escalas y wavelets. Esta división del algoritmo puede ser usada igualmente en los espacios W . Por ejemplo, si análogamente se define:

$$w_2(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k[k] \psi(2t - k) \quad (3.32)$$

$$w_3(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k[k] \psi(2t-k) \quad (3.33)$$

Entonces $\{w_2(t-k)\}$ y $\{w_3(t-k)\}$ son funciones bases ortonormales para los dos subespacios cuya suma directa es W_1 . En general, para $n=0,1,\dots$, se definen una secuencia de funciones como sigue [25]:

$$w_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k w_n(2t-k) \quad (3.34)$$

$$w_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k w_n(2t-k) \quad (3.35)$$

Una colección de funciones con $n=0,1,\dots$, es llamada *wavelet packet*, asociada con filtros de cuadratura pasa bajas h y filtros pasa altas g , cada resultado de estos filtrajes debe ser sometido a un proceso de diezmado. El proceso que se realiza es similar al utilizado en la DWT, pero debido a que la descomposición se realiza también a las bandas superiores se necesita un número mayor de filtrajes como se ilustra en el diagrama de la figura 15.

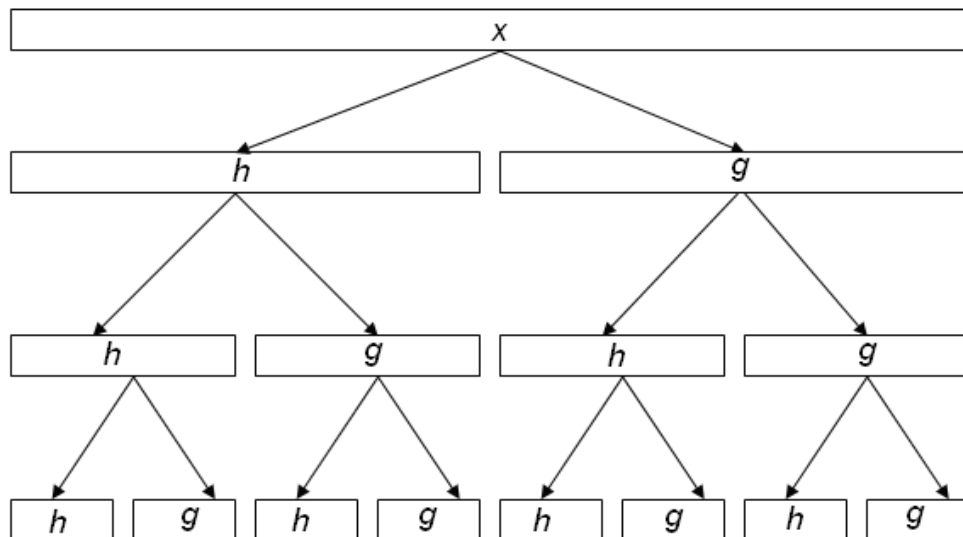


Figura 15. Proceso de Transformación WPT.

Cuando se fija $n=0$, se obtiene $w_0(t) = \phi(t)$, conocida como la función escala y $w_1(t) = \psi(t)$, conocida como la función *wavelet madre*. Hasta ahora se ha usado

la combinación de $\{\phi(2^j t - k)\}$ y $\{\psi(2^j t - k)\}$ para formar una base para V_{j+1} , con esto ahora se tienen todas las secuencias de funciones $w_n(t)$, varias combinaciones de éstas, sus dilataciones y translaciones pueden dar origen a varias bases para el espacio de la función. Así se obtiene una completa colección de bases ortonormales generadas a partir de $\{w_n(t)\}$. Entonces se genera una función de la forma $w_{n,j,k}(t) = 2^{j/2} w_n(2^j t - k)$, la cual es llamada *wavelet packet* [26].

Una señal $f(t)$, puede ser descompuesta en un árbol binario como se muestra en la figura 16, donde los nodos del árbol binario representan los subespacios con diferente localización en frecuencia.

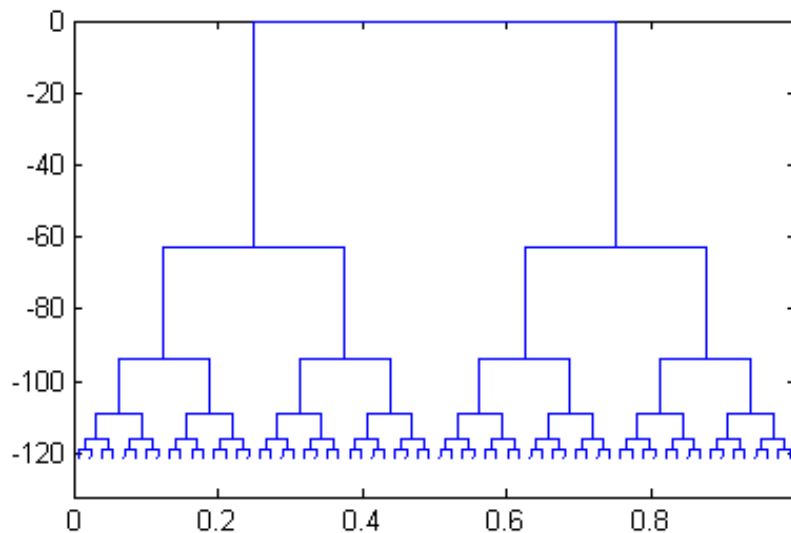


Figura 16. Árbol binario para la WPT.

Para ilustrar la teoría *wavelet packet* se realizara una descomposición de una señal chirp lineal, con 256 muestras, a nivel 3, utilizando la wavelet madre db4, como se ilustra en la figura 17.

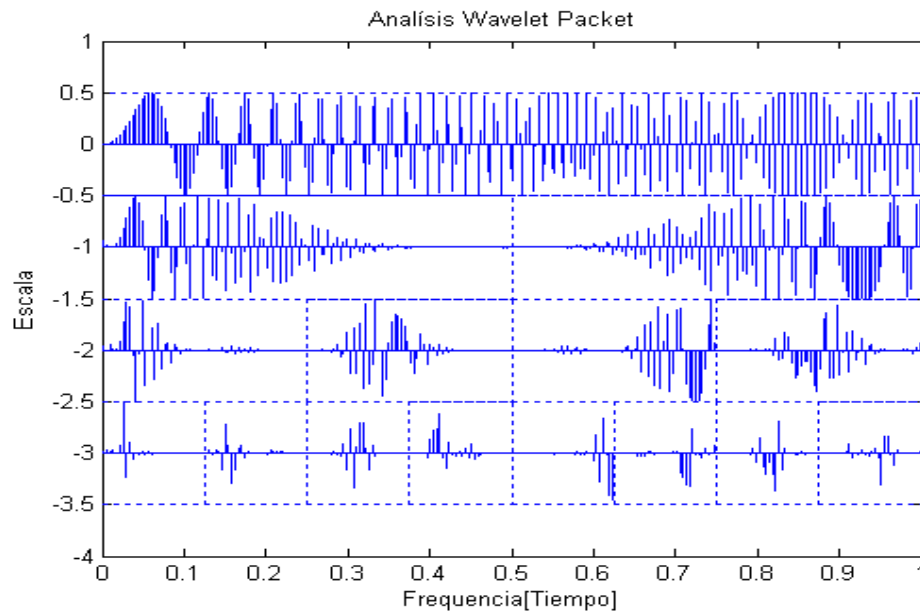


Figura 17. Descomposición WPT a nivel 3 de una señal chirp

En la descomposición WPT se realiza una localización en tiempo-frecuencia de cada subbanda, los coeficientes más significativos de cada subbanda son localizados en un intervalo donde la señal chirp lineal pasa a través del rango de frecuencias correspondiente. Este ejemplo es muy ilustrativo, por que la señal chirp es una señal no estacionaria que crece linealmente en frecuencia con el tiempo como se ilustra en la figura 18.

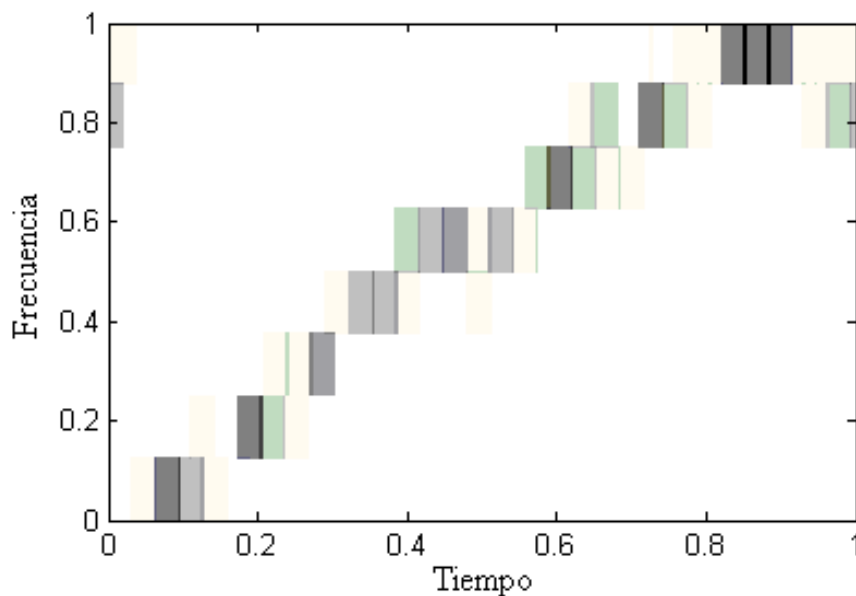


Figura 18. Respuesta Tiempo-Frecuencia de la señal chirp con WPT.

3.1.2.1. Selección de la mejor base WPT.

La transformada *wavelet packet* produce para una escala de descomposición de nivel j , un árbol binario con $2^{2^{(n-1)}}$ bases ortogonales (ver figura 16), las cuales ofrecen una completa descripción de la señal original. El poder de la *wavelet packet* se basa en que una mejor base puede ser elegida para una necesidad específica. Para determinar la mejor base, es necesario evaluar y comparar la eficiencia de muchas bases, por lo tanto una función de costo se elige para representar el objetivo de la aplicación.

El algoritmo de selección de la mejor base (algoritmo de “*pruning*”) opera en una única señal, o más específicamente en un árbol binario de bases ortonormales, éste fue propuesto por Coifman y Wickerhauser [27], el cual inicia con una descomposición completa del árbol, posteriormente desde el máximo nivel de descomposición se eliminan ramas según la función de costo escogida, hasta llegar a una optima selección.

Una función de costo sobre una secuencia de números reales u es cualquier valor real funcional M que satisfaga la condición de aditividad:

$$M(u) = \sum_{k \in Z} \mu(|u(k)|), \quad \mu(0) = 0. \quad (3.36)$$

Donde μ es una función de valor real definida sobre $[0, \infty)$. Algunas funciones de costo de información propuestas en [25] son:

1. Entropía de Coifman-Wickerhauser.

La entropía de la base utilizada en la transformación puede ser definida como:

$$M(u) = \sum_{k=1}^N p(k) \log \frac{1}{p(k)}, \quad \text{donde, } p(k) = |u(k)|^2 / \|u\|^2. \quad (3.37)$$

De acuerdo con esta definición, una base con entropía máxima es aquella en que la energía de la señal se reparte uniformemente entre los coeficientes, del mismo modo, la base con la mínima entropía es aquella en que la energía de la señal se concentra en un solo elemento de la base [25].

2. *Logaritmo de la energía:* Es una Medida de entropía basado en el proceso de Gauss Marcov, en el cual su evolución solo depende del estado actual y no de los estados anteriores, además, es una combinación lineal de variables, en donde cada variable es una distribución normal.

$$M(u) = \sum_{k=1}^N \log |u(k)|^2 \quad (3.38)$$

3. *Concentración en ℓ^p :* Es una norma, la cual es una función que mide la longitud de vectores en un espacio vectorial dimensional finito.

$$M(u) = l^p = \left(\sum_k |u_k|^p \right)^{\left(\frac{1}{p}\right)} \quad \text{donde, } 0 < p < 2. \quad (3.39)$$

Algoritmo de la Mejor Base.

Para obtener el algoritmo de la mejor base, dada una señal $f(t)$ se deben realizar los siguientes pasos:

Paso 0: Escoger un método de descomposición tiempo-frecuencia. Especificar la profundidad de descomposición J , y una función costo de información M .

Paso 1: Descomponer $f(t)$ dentro de este árbol “packet” binario, obteniendo los siguientes coeficientes:

$$\{B_{j,k}x\} \quad \text{para } 0 \leq j \leq J \quad \text{y} \quad 0 \leq k \leq 2^j - 1 \dots \quad (3.40)$$

Paso 2: Comenzar en el nivel J : conjunto $A_{j,k} = B_{j,k}$ para $k = 0, \dots, 2^j - 1$.

Paso 3: Se determina el mejor subespacio $A_{j,k}$ para

$j = J - 1, \dots, 0, \quad k = 0, \dots, 2^j - 1$ por:

$$A_{j,k} = \left\{ \begin{array}{ll} B_{j,k} & \text{si } M(B_{j,k}x) \leq M(A_{j+1,2k}x \cup A_{j+1,2k+1}x) \\ A_{j+1,2k} \oplus A_{j+1,2k+1} & \text{otro caso} \end{array} \right\} \quad (3.41)$$

$B_{j,k}$ denota un conjunto de vectores base que pertenecen a el subespacio del árbol binario, arreglados en una matriz de la siguiente forma:

$$B_{j,k} = [w_{j,k,0}, w_{j,k,1}, \dots, w_{j,k,2^{n_0-j}-1}]^T \quad (3.42)$$

Cada vector base $w_{j,k,m}$, esta representado por 3 ejes j, k, m , los cuales son: escala, banda de frecuencia y tiempo respectivamente [27].

Este algoritmo encuentra la mejor base del árbol binario comparando la función de costo de cada nodo padre con sus nodos hijos.

Cuando el algoritmo este completo, se estará en la posición $j = 0$ y $k = 0$, con $A_{0,0}$ la cual es la mejor base para la señal $f(t)$ restringida al intervalo de $B_{0,0} \equiv \mathfrak{R}^N$. La base escogida consiste de un conjunto disyunto de subespacios, y cada subespacio contiene 2^{n_0-j} vectores base.

El número total de funciones base es siempre N , donde $N = 2^{n_0}$ y es la longitud de la señal $f(t)$. Para hacer este algoritmo rápido, la función de costo M debe ser aditiva:

$M(\{x_i\}) = \sum M(x_i)$ de tal modo que:

$$M(A_{j+1,2k+1}x \cup A_{j+1,2k}x) = M(A_{j+1,2k}x) + M(A_{j+1,2k+1}x) \quad (3.43)$$

Esto implica que una sencilla adición reemplaza la unión de los nodos disminuyendo el costo computacional [6], [27].

Para lograr una mejor apreciación de este algoritmo a continuación se mostrará el resultado de aplicar el algoritmo de la mejor base a un árbol wavelet “*packet*” binario de una señal irregular, esto se ilustra en la figura 19, utilizando como función de costo la entropía de Coifman y Wickerhauser.

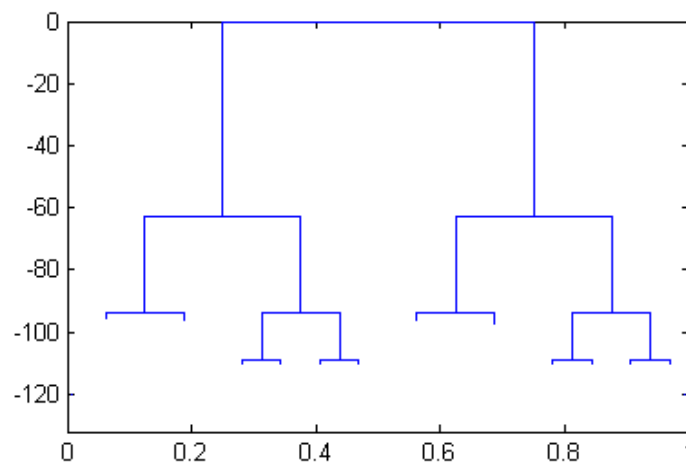


Figura 19. Árbol WPT con el algoritmo de la Mejor Base.

Como consecuencia de eliminación de los nodos se genera un cambio tanto en la representación del enrejado, como también en la representación del plano tiempo frecuencia, debido a que se eliminan las subbandas que no brindan energía significativa, como se muestra en la figura 20.

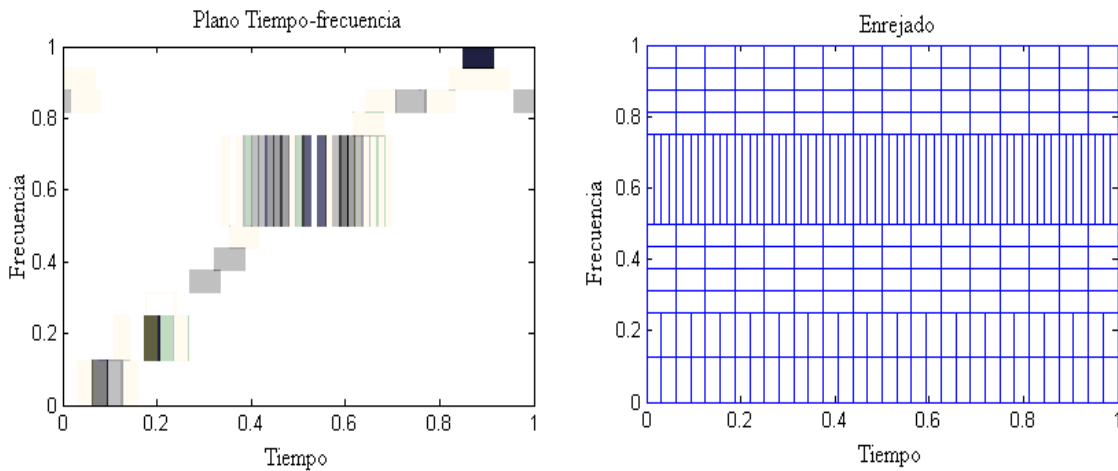


Figura 20. Plano Tiempo-Frecuencia y enrejado (algoritmo de la Mejor Base).

3.1.3. CSI (Índice De Separabilidad De Clases)

Los métodos estadísticos de evaluación de separabilidad entre clases consisten en cuantificar la posibilidad de discriminación entre diversas categorías aplicando una medida de distancia estadística entre dos clases [28]. Para medir la separabilidad que existe entre los diferentes conjuntos de características se utiliza el Índice de Separabilidad de Clases CSI “*Cluster Separation Index*”, que es una medida que esta relacionada con el funcionamiento del clasificador discriminante lineal de *Fisher* en un par de clases. Este índice proporciona el grado de traslape entre las diferentes clases. Por lo tanto, entre más pequeño sea su valor, mayor será la separabilidad que existe entre las clases, lo cual significa que la caracterización que se logra es mejor, el CSI se evalúa mediante la siguiente ecuación [29]:

$$CSI = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \max_{i \neq j} (R_{i,j}) \quad (4.1)$$

donde K es el número total de clases, \max es una operación que determina el máximo valor de $R_{i,j}$, el cual es un índice que mide la similitud entre las clases i y j , esta dado por:

$$R_{i,j} = \left(\frac{S_i + S_j}{D_{i,j}} \right), \quad (4.2)$$

donde S_i y S_j es el grado de dispersión de las clases i y j respectivamente, y $D_{i,j}$ es la distancia promedio entre las clases i y j . Los parámetros S_i o S_j y $D_{i,j}$ pueden ser calculados de la siguiente forma:

$$S_i = \left\{ \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} (x_j - m_i)^T (x_j - m_i) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.3)$$

$$D_{i,j} = \left\{ (m_i - m_j)^T (m_i - m_j) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

Donde N_i es el número de muestras de la clase i , x_j es la muestra de entrada y m_i es la media de la clase i .

4. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS.

En este capítulo se presenta el análisis, diseño, e implementación del algoritmo propuesto para extracción de características de señales EMG, el cual hace uso de las técnicas DWT y WPT para la extracción de características descriptoras de cuatro movimientos de la mano que se analizan en este trabajo.

4.1. FASE DE ANÁLISIS.

La caracterización que se realiza en este trabajo, tiene como objetivo lograr diferenciar cuatro movimientos básicos de mano (mano relajada, mano abierta, agarre fino y agarre grueso), para este propósito se analizan las señales EMG producidas por cada uno de estos movimientos. La caracterización se logra utilizando las características individuales de cada movimiento, las cuales se obtienen empleando las transformadas DWT y WPT.

Con el fin de lograr eficiencia en el algoritmo de extracción de características se requiere que el vector descriptor obtenido para cada movimiento tenga la mayor cantidad de información relevante y la menor dimensión posible, siendo necesario para esto, eliminar la mayor cantidad de información redundante. Además, se busca que entre los conjuntos de características exista una buena separabilidad y que el algoritmo tenga un costo computacional bajo.

4.2. FASE DE DISEÑO

La herramienta software utilizada para el desarrollo del algoritmo es MATLAB 7.1, éste dispone de un código básico y de numerosas librerías especializadas (*toolboxes*), las cuales son útiles para el desarrollo de diferentes aplicaciones

en el campo de la investigación científica y académica. Para este proyecto se utilizó principalmente el *toolbox wavelet* versión 3.0.3, el cual contiene una interfaz gráfica que proporciona un entendimiento de la teoría *wavelet* con base en numerosos ejemplos y funciones que facilitan la utilización de esta teoría en diferentes aplicaciones. Para el desarrollo del algoritmo se hace uso de funciones propias del *toolbox wavelet*, complementadas con funciones desarrolladas para la adecuación de esta teoría a la aplicación implementada. Adicionalmente se hace uso del *toolbox wavelab850*, del cual se utilizan principalmente un conjunto de funciones básicas especializadas en la WPT. A continuación se realiza una reseña de estos toolboxes.

4.2.1. Toolbox Wavelet.

El *toolbox wavelet* es una amplia librería de cómputo del ambiente MATLAB con herramientas gráficas y funciones en línea de comandos para el desarrollo de algoritmos basados en la *teoría wavelet*, para el análisis, síntesis, reducción de ruido y compresión de señales. Los autores del *toolbox wavelet* son Michel Misita, École Centrale de Lyon, Georges Oppenheim de la universidad de Marne-La-Valle, Jean Michel Poggi de la universidad de René Descartes, y Yeves Misita de la universidad de Paris-sub. Las principales características del *toolbox wavelet* son [30]:

- ✓ Familias *wavelets* típicas, incluyendo los filtros *wavelets* Daubechies, Morlet compleja y Gaussiana, biortogonal inversa y Meyer discreta.
- ✓ Utilidades para el procesamiento de señales y *wavelets*.
- ✓ Métodos para adicionar familias *wavelets*.
- ✓ Métodos para construcción de *wavelets*.
- ✓ *Wavelets packets*, implementado como objetos MATLAB.

4.2.2. Toolbox Wavelab850

Wavelab es una librería con rutinas desarrolladas en MATLAB para el análisis *wavelet*, *wavelet packet*, *coseno-packet*, entre otras. *Wavelab850* es gratuito, este paquete contiene un gran número de funciones *wavelets* y transformadas tiempo-frecuencia [31]. El principal interés en este toolbox se concentra en el análisis *wavelet packet*, debido a que este proporciona una gran cantidad de funciones que pueden ser utilizadas junto con las funciones del *toolbox wavelets* o reemplazar determinadas funciones de acuerdo a la comparación de resultados o al costo computacional de las funciones.

Algunos de los autores de *Wavelab* versión 850 son Jonathan Buckheit, Shaobing Chen, David Donoho, Lain Johnstone de la universidad de Stanford y Jeffrey Scargle del centro de investigación de la NASA-Ames [31].

4.2.3. Diagrama En Bloques Del Sistema.

En la figura 21. Se puede apreciar el diagrama en bloques del sistema de extracción de características en el dominio *wavelets*. En este diagrama se tienen dos componentes principales del sistema, la extracción de características utilizando DWT y la extracción de características utilizando WPT.

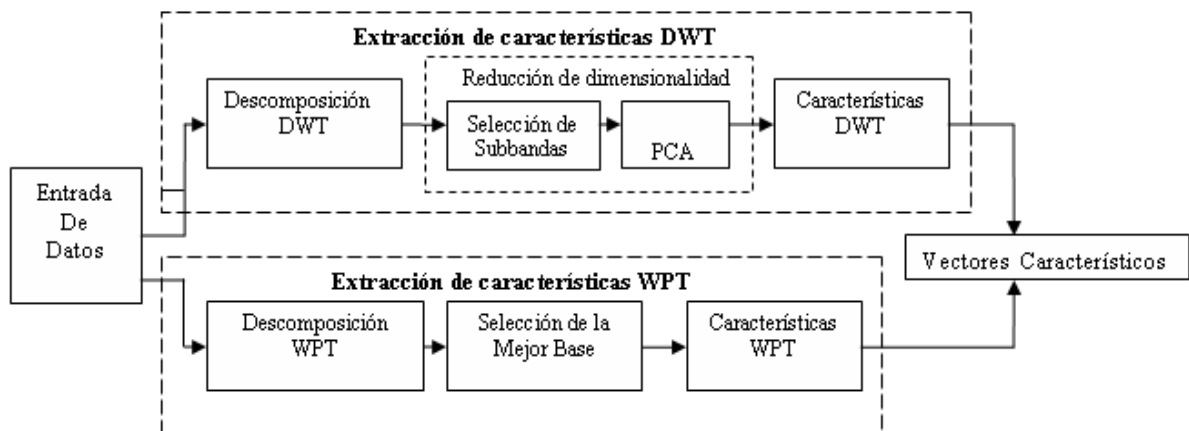


Figura 21. Diagrama en bloques del sistema

4.2.3.1. Entrada de datos.

Los datos de entrada del sistema son dos registros o bases de datos de las señales EMG obtenidas mediante dos canales ubicados en las regiones más apropiadas del antebrazo. Por otra parte, las señales EMG utilizadas para el desarrollo y prueba del sistema propuesto se disponen en la base de datos *Levidata* [32], que consiste en señales EMG producidas por seis pacientes, de tal manera que se puede observar el desempeño del algoritmo para diferentes personas. Para cada paciente se tiene 16 registros de señales EMG correspondientes a 16 canales (electrodos), cada registro esta guardado en forma matricial de 256x80, correspondiente a 20 segundos de grabación de 4 movimientos, a 1024 muestras por segundo (5 segundos de grabación por cada movimiento).

La información de cada canal se recolecta por medio de un electrodo, en este trabajo se ubican dos electrodos uno en la región anterior A y otro en la región posterior B del antebrazo, como se ilustra en la figura 22, esta división se realiza con el fin de evitar la interferencia cocanal entre los dos electrodos, además la posición del electrodo en estos sectores depende de la respuesta muscular que tiene un paciente en particular a determinados movimientos, dicha posición se evalúa y elige por medio del índice CSI obtenido.

Se supone que los registros corresponden a señales EMG que han sido sometidas a una etapa de preprocesamiento donde se ha eliminado la mayor cantidad de ruido e interferencias propias de la etapa de adquisición, amplificación y filtraje.

Electrodos Superficiales

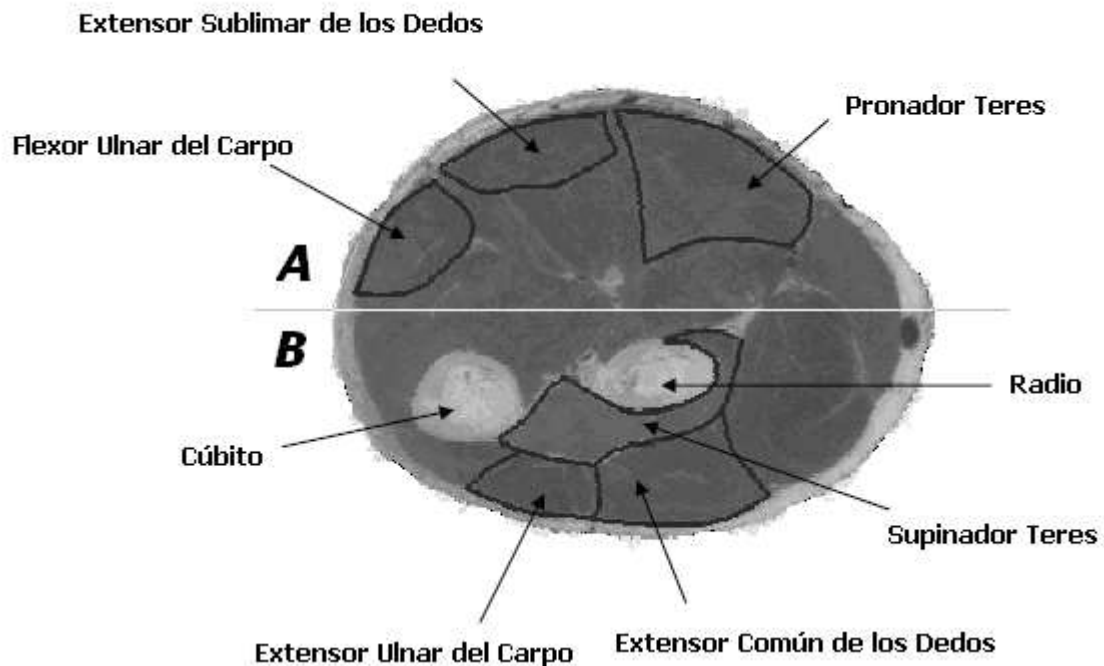


Figura 22. Posición de los electrodos en el brazo

4.2.3.2. Extracción de características DWT.

En esta etapa se extraen características utilizando DWT y se crea un vector de características para cada movimiento. Esta etapa se divide en tres sub-etapas las cuales serán explicadas a continuación.

Descomposición DWT

El conjunto de datos que representa a un movimiento corresponde a una matriz de 256x20, a cada muestra de longitud 256 se le aplica descomposición DWT, eligiendo la *wavelet* madre $\psi(t)$ y el nivel de descomposición más apropiados, los cuales serán los que presenten los más bajos índices CSI entre las características de la media, la varianza, los valores singulares y la energía. Estas características se extraen de los coeficientes de detalle de cada nivel d_j , d_{j-1} , ..., d_1 y de la aproximación del último nivel a_j , tal como lo propuso Zang X. et al, [29] y Grisales R. et al, [33].

Reducción de Dimensionalidad.

La reducción de dimensionalidad es fundamental para incrementar el desempeño de un clasificador o discriminador de clases, por tanto se trata de garantizar que la información más relevante sea preservada, al tiempo que se busca reducir la dimensionalidad del espacio transformado. Una representación del proceso de clasificación es ilustrado en la figura 23, en la cual se describen los datos de cada etapa de procesamiento, donde el espacio de entrada esta representado como $x \in X \subseteq \mathfrak{R}^N$, donde N es la dimensión del espacio y la respuesta al espacio es definida como $y \in Y \subseteq \{y_1, \dots, y_k\}$. La etapa de extracción de características es definida como una transformación sobre la señal de entrada, produciendo un conjunto de características "original", el cual es denotado como $v \in V \subseteq \mathfrak{R}^M$, donde M es la dimensión del espacio de características. Este conjunto de características es entonces sujeto a reducción de dimensionalidad, para así formar un conjunto de características "reducido" $z \in Z \subseteq \mathfrak{R}^L$ de tamaño L , donde $L < M$, el cual es más eficiente para entregar al clasificador.

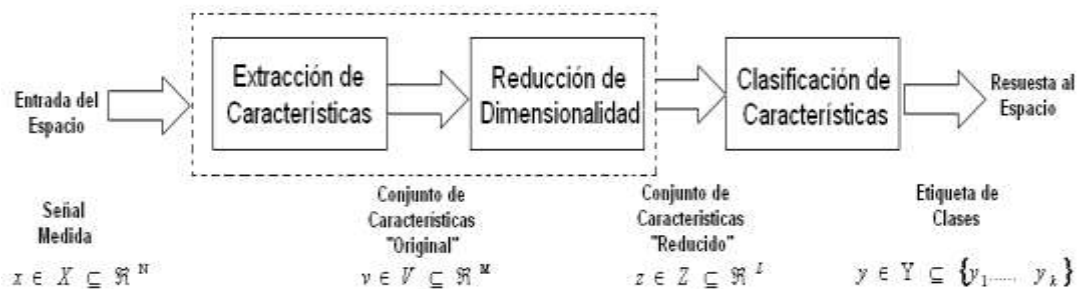


Figura 23. Etapas para Extracción de Características y clasificación de una Señal

Existen dos estrategias para reducción de dimensionalidad: una, mediante la selección de características y la otra por proyección de características [6]. Estas se explican a continuación.

1. Selección de características:

El método de selección de características consiste en reducir el número de variables por la selección del mejor subconjunto de características del conjunto de la señal original, de acuerdo a algunos criterios, como separabilidad de clases, umbral, entropía, entre otros. Esta selección se puede realizar por medio de un método sistemático o de forma empírica [6].

Selección de subbandas:

Investigaciones realizadas por Betancourt G. et al [2] y De Luca G. et al [3], han mostrado que la frecuencia útil de una señal EMG está en el rango de 0 a 500Hz con la mayor cantidad de energía concentrada entre los 50 y los 150Hz, por lo tanto, se deben conservar los coeficientes que contengan las subbandas de frecuencia con la información más significativa de la señal. Para decidir qué subbandas se deben eliminar, se realiza un análisis de la información teórica que se tiene de las señales EMG determinando las subbandas que se pueden eliminar por no contener información significativa, posteriormente se mide la separabilidad que existe cuando se eliminan estas subbandas entre los conjuntos de características que describen a cada movimiento y finalmente se establece que subbandas se eliminan. Esta selección de subbandas se clasifica como un método de reducción de dimensionalidad por selección de características, debido a que se selecciona un mejor subconjunto de características de la señal original midiendo la separabilidad de clases.

2. Proyección De Características:

El método de proyección de características consiste en determinar la mejor combinación de las características iniciales, para así formar un conjunto de características de menor dimensionalidad. Esta técnica es útil y efectiva en

reconocimiento de patrones, al reducir la complejidad de las características resultantes y además reduce la dependencia lineal entre los datos [34]. Uno de los métodos de proyección de características que se puede utilizar para que la representación de una señal sea más precisa, es el PCA (Análisis de Componentes Principales), este busca conocer que tan exacto se puede representar un conjunto de características en una distribución de datos. Si un pequeño conjunto de características puede ser usado para reconstruir la señal exactamente, entonces se podría decir que las características son efectivas y son útiles para representar esta señal [34].

El análisis de componentes principales es una técnica originalmente propuesta en 1981 [4], que surgió como respuesta a la creciente cantidad de datos que podían ser obtenidos debido a la utilización de nuevos instrumentos, pero a la vez esta nueva situación crea una saturación de información cuya consecuencia más probable es la incorrecta extracción de la información que es realmente importante para la descripción del experimento, por lo tanto, es necesario comprimir y extraer toda información relevante del conjunto de datos obtenidos ya que en muchas ocasiones la información esencial no depende de variables aisladas sino de la interrelación que existe entre las mismas [35].

El PCA es un algoritmo lineal que basa su funcionamiento en la correlación entre variables. El análisis PCA busca unas componentes principales, sobre las que se pueden proyectar las contribuciones de cada una de las variables. Proyectando las variables sobre las dos primeras componentes principales se puede obtener información sobre la relación entre estas variables. La cercanía entre variables suele presuponer una buena correlación entre ellas, esto significa que entregan información similar. Por el contrario, si las variables están distantes unas de otras indica que están fuertemente decorrelacionadas, existiendo disimilitud en la información entregada por ellas.

La compresión de datos y extracción de información relevante se hace necesaria en aquellas situaciones en las que existe una falta de selectividad en cada uno de las componentes que conforman al vector de características. El criterio mas utilizado para compresión de señales es el mínimo error cuadrático medio (MMSE), PCA optimiza el MMSE y es efectivo en reconocimiento de patrones, debido a su habilidad de eliminar las dependencias lineales y ruido decorrelacionado en los datos.

Para mostrar el procedimiento utilizado por PCA en la reducción de dimensionalidad de un vector de características, consideremos un conjunto de datos con P vectores característicos $\mathfrak{V} \equiv [v^{(1)} \dots v^{(P)}]$ donde cualquier vector de características en el conjunto es $v^{(p)} \equiv [v_1^{(p)} \dots v_M^{(p)}]^T$. El objetivo de PCA es representar cada vector de características $v \in V \subseteq \mathfrak{R}^M$ sobre un nuevo vector de características de menor dimensionalidad $Z^{(p)} \equiv [z_1^{(p)} \dots z_L^{(p)}]^T$ donde, $Z^{(p)} \in Z \subseteq \mathfrak{R}^L$ y $L < M$. Específicamente, un vector de características dado $v^{(p)}$ puede ser representado sin error por la suma de M vectores ortonormales como:

$$v^{(p)} = \sum_{i=1}^M z_i^{(p)} u_i. \quad (4.5)$$

donde u_i es un vector base en el cual todos sus componentes son linealmente independientes y sirve para generar el vector de características $v^{(p)}$. Además, expresiones explicitas para los coeficientes $z_i^{(p)}$ pueden ser hallados por la siguiente expresión:

$$z_i^{(p)} = u_i^T v^{(p)}. \quad (4.6)$$

Si se supone que se retiene solamente un subconjunto $L < M$ de los vectores bases u_i , es de tal forma que solamente se usen los L coeficientes $z_i^{(p)}$. Los

restantes coeficientes pueden ser reemplazados por los coeficientes b_i así que cada vector $v^{(p)}$ es aproximadamente una expresión de la forma:

$$\tilde{v}^{(p)} = \sum_{i=1}^L Z_i^{(p)} u_i + \sum_{i=L+1}^M b_i u_i. \quad (4.7)$$

Esto representa una forma de reducción de dimensionalidad, dado que el vector de características original $v^{(p)}$ es aproximado por un nuevo vector $z_i^{(p)}$, el cual tiene $L < M$ grados de libertad. Ahora considerando el total del conjunto de datos P vectores de \mathfrak{V} . Se desea escoger un vector base u_i y los coeficientes b_i , tal que proporcionen la mejor aproximación de cada vector original, en promedio para todo el conjunto de datos. La suma del error cuadrático sobre todo el conjunto de datos es:

$$E_L = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \|v^{(p)} - \tilde{v}^{(p)}\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{i=L+1}^M (z_i^{(p)} - b_i)^2. \quad (4.8)$$

Para minimizar el error con respecto al de b_i , se coloca el subproducto a cero, resultando:

$$b_i = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P z_i^{(p)} = u_i^T \bar{v}, \quad (4.9)$$

donde se define la media del vector como $\bar{v}_i = \sum_{p=1}^P v^{(p)}$, utilizando este

resultado se puede escribir la suma del error cuadrático como:

$$E_L = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \{u_i^T (v^{(p)} - \bar{v})\}^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=L+1}^M u_i^T \sum_v u_i, \quad (4.10)$$

donde \sum_v es la matriz de covarianza del conjunto de vectores v :

$$\sum_v \doteq \sum_{p=1}^P (v^{(p)} - \bar{v})(v^{(p)} - \bar{v})^T. \quad (4.11)$$

Ahora solo resta minimizar E_L con respecto a los vectores base u_i . En 1996 Bishop mostró que el mínimo ocurre cuando el vector base satisface

$$\sum_v u_i = \lambda_i u_i \quad (4.12)$$

Así que u_i son los vectores propios y λ_i son los valores propios de \sum_v y cada uno de los vectores propios u_i , son llamados Componentes Principales [6] [36].

De esta forma los vectores propios que correspondan a los valores propios que estén fuera de cierto rango son eliminados, quedando los vectores propios que contengan la información más significativa de la señal.

Características DWT.

Sobre las componentes principales extraídas en la etapa anterior se calcula la media, la varianza, los valores singulares y la energía, los cuales se definen a continuación.

1. Media.

La media es una característica cuantitativa, que pertenece a las medidas de tendencia central, las cuales buscan indicar con precisión el centro de un conjunto de datos.

La media es probablemente la medida de tendencia central más importante. También se le llama promedio y se ve aplicada a diario en casi todos los espacios y medios dedicados a brindar información. Definida formalmente como la suma de todas las muestras de una señal, dividida entre el número de muestras de la misma [37]:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |x_i| \quad (4.13)$$

Donde x es la señal y n su número de muestras. Algunas características de la media son [37]:

- ✓ Todo conjunto de datos tiene una media.
- ✓ La media es útil para comparar dos conjuntos de muestras.
- ✓ La media es la única medida de tendencia central en la que la suma de las desviaciones de los valores de la media será siempre cero. Donde la desviación esta dada por la diferencia entre la muestra $x_{i,j}$ y la media m del conjunto de datos.

2. Varianza.

La varianza es una característica cuantitativa, que pertenece a las medidas de dispersión y sirven para cuantificar el esparcimiento de los valores de un conjunto de datos, indicando la mayor o menor separación de los valores de la muestra, respecto a la media. En términos conceptuales la varianza es la suma de las desviaciones de la media elevadas al cuadrado, calculada por medio de la siguiente ecuación [38].

$$V = \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 \quad (4.14)$$

Donde x es una señal y n su número de muestras. Algunas propiedades de la varianza son [38]:

- ✓ Es siempre un valor no negativo, que puede ser igual o distinta de cero. El cual es cero solamente cuando todas las muestras de la señal sean iguales.

- ✓ La varianza es la medida de dispersión cuadrática óptima por ser la menor entre las medidas de este tipo.
- ✓ Si todos los valores del conjunto de datos se multiplican por una constante la varianza queda multiplicada por el cuadrado de dicha constante.

3. SVD: Descomposición en valores singulares

Los valores singulares son muy útiles en álgebra lineal numérica y han recibido mucha atención durante los últimos años. Los valores singulares son números reales no negativos $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq 0$. Los valores singulares de una matriz A son raíces cuadradas de los valores propios del producto $A^T A$, y estos se encuentran en una matriz diagonal S , la cual resulta del siguiente teorema [39]:

Si A es una matriz de $m \times n$, la cual debe tener mayor número de columnas que de filas, existen matrices U, V, S , donde U y V son ortogonales y S es diagonal, tales que $A = USV^T$, donde la diagonal principal de S esta formada por los valores singulares.

Si s_1 es el mayor valor singular se cumple que [39]:

- ✓ Para cualquier matriz A , $s_1(A) \geq 0$ y $s_1(A) = 0$ si y solo si $A = 0$;
- ✓ Para cualquier matriz A y cualquier número k $s_1(kA) = |k|s_1(A)$
- ✓ Para dos matrices A y B $s_1(A+B) \leq s_1(A) + s_1(B)$

4. Energía

La energía de una señal es la representación cuadrática de la misma señal y esta dada por la siguiente formula:

$$e = \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \quad (4.15)$$

Donde x es una señal y n su número de muestras.

Cuando se tienen los cuatro conjuntos de características que describen a cada movimiento, conformado por la media, la varianza, el SVD y la energía, se calcula el índice CSI, con el fin de medir la eficiencia de las características seleccionadas.

4.2.3.3. Extracción de características WPT.

El objetivo de la etapa de extracción de características utilizando WPT, es obtener un vector de características para cada movimiento. Esta etapa se divide en tres sub-etapas, las cuales serán explicadas a continuación:

Descomposición WPT.

El conjunto de datos que representa a un movimiento corresponde a una matriz de 256x20, a cada muestra de 256x1 se le aplica la descomposición WPT, eligiendo la *wavelet madre* y el nivel de descomposición, los cuales serán los que presenten los mas bajos CSI. De esta descomposición como se explico en el capítulo 3 en la sección 3.12, resulta un árbol binario que ofrece la mejor descripción de la señal original.

Selección de la Mejor base.

Debido a que el árbol binario ofrece una completa descripción de la señal, se puede elegir una mejor base, eliminando la información redundante o no relevante para la representación de la señal. Para la selección de la mejor base es necesario utilizar una función de costo, donde esta función de costo depende de la aplicación. La función de costo que presenta mejores índices CSI en la caracterización de señales EMG es:

- *Entropía de Coifman-Wickerhauser.*

Definida como:

$$M(u) = \sum_{k=1}^N p(k) \log \frac{1}{p(k)}, \quad \text{Donde, } p(k) = |u(k)|^2 / \|u\|^2. \quad (4.16)$$

Características WPT.

Sobre la mejor base seleccionada en la etapa anterior se calcula la energía, la varianza, la media y los valores singulares, realizando el mismo procedimiento que para el cálculo de las características DWT.

Finalmente el vector de características calculado que describe a una señal EMG tomada de un electrodo (canal), queda conformado por 4 características DWT y 4 características WPT, como se muestra en la figura 24.

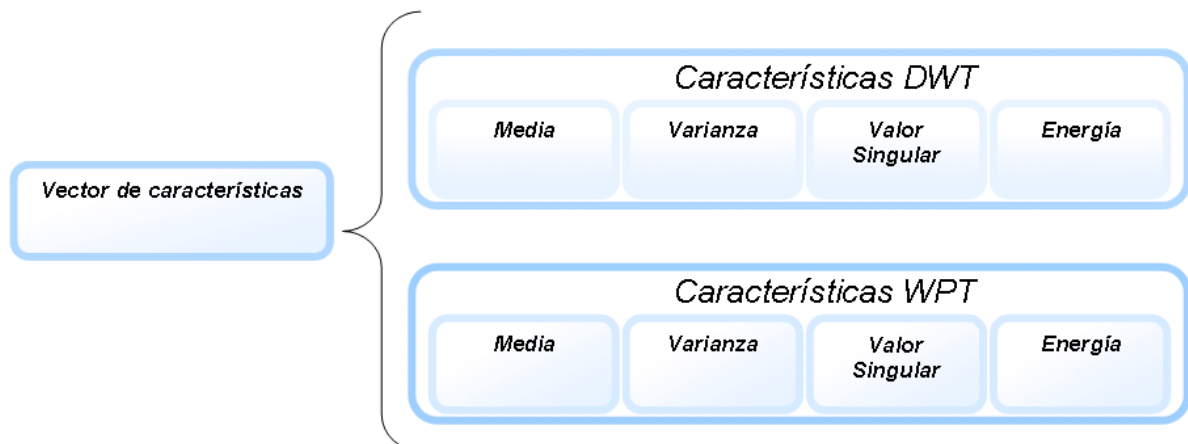


Figura 24. Vector de características DWT, WPT.

4.3. FASE DE IMPLEMENTACIÓN.

En esta fase se describen las funciones³ de mayor importancia para el desarrollo del algoritmo que permita la implementación de cada una de las etapas mostradas en el diagrama del sistema, de la figura 21.

4.3.1. CSI (Índice De Separabilidad De Clases)

Como se menciona en la fase de diseño, un parámetro muy importante para medir la eficiencia del algoritmo de extracción de características y de cualquier método implementado es el índice CSI. La función implementada para su evaluación es *evalua_csi*.

- **Función *evalua_csi*.**

La función *evalua_csi* es la función encargada de evaluar los valores del índice CSI de los diferentes conjuntos de características encontrados y recibe como parámetros de entrada los vectores característicos.

$$CSI = evalua_csi(vectores)$$

La función *evalua_csi* entrega como parámetro de salida el índice CSI entre las características que conforman los vectores descriptores.

4.3.2. Extracción de características DWT.

- **Función *caract_dwt*.**

La función *caract_dwt* se encarga de formar los vectores de características en

³ Todas las funciones de Matlab o del toolbox Wavelab850 utilizadas se hace referencia en el texto de la explicación de cada función. Las funciones desarrolladas en este trabajo se encuentran en el CD anexo.

el dominio *wavelets* utilizando la DWT, esta función recibe como parámetros de entrada la información de dos canales seleccionados *Ch1* y *Ch2* que corresponden a los dos electrodos colocados en el antebrazo.

$$\text{Características_DWT} = \text{caract_dwt}(\text{Ch1}, \text{Ch2})$$

La función *caract_dwt* entrega como parámetro de salida un vector de características, el cual contiene las características DWT que describen a cada movimiento. En la siguiente sección se explicara cada uno de las funciones utilizadas para este propósito, de acuerdo al objetivo de cada etapa explicada en la fase de diseño.

4.3.2.1. Descomposición DWT

- **Función *wavedec*.**

La descomposición DWT se realiza por medio de la función *wavedec* de Matlab, la cual recibe como parámetros de entrada, *X* que es la señal a la cual se le realizara la transformación DWT, *n* que es el nivel hasta el cual va a ser descompuesta la señal y '*wname*' que es el nombre de la *wavelet madre*. El máximo nivel de descomposición es $\log_2 N$, donde *N* es la longitud de la señal y la *wavelet madre* puede ser escogida según las *wavelets madre* disponibles en el *Toolbox wavelet*:

Daubechies : '*db1*' o '*haar*', '*db2*,....., '*db45*'

Coiflets : '*coif1*'.....'*coif5*'

Symlets : '*sym2*' ,....., '*sym8*' ,.....'*sym45*'

Wavelet Meyer Discreta : '*dmey*'

Biorthogonal: '*bior1.1*', '*bior1.3*', '*bior1.5*'

'*bior3.1*', '*bior3.3*', '*bior3.5*', '*bior3.7*'

Biorthogonal Inversa: '*rbiol.1*', '*rbiol.3*', '*rbiol.5*'

'rbio2.2','rbio2.4','rbio2.6','rbio2.8'
 'rbio3.1','rbio3.3','rbio3.5','rbio3.7'
 'bior3.9','bior4.4','bior5.5','bior6.8'

La descomposición de señales EMG se realiza sobre segmentos de longitud $N = 256$ muestras, se elige un nivel descomposición $n = 3$ y la *wavelet madre* *db3*, según pruebas realizadas a este nivel y con esta *wavelet madre*, se encontraron los mejores índices CSI. Quedando la función de la siguiente forma:

$[C, L] = \text{wavedec}(\text{señal_EMG}, 3, 'db3')$

Donde C entrega las subbandas con los coeficientes de aproximación A3 y detalle D3, D2, D1. Además L contiene información de la longitud de los coeficientes en cada subbanda y la longitud de la señal original $[36 \ 36 \ 67 \ 130 \ 256]$.

- **Función *detcoef*.**

Luego de tener todos los coeficientes de la descomposición DWT, para acceder a los coeficientes de detalle de una subbanda se utiliza la función *detcoef* de Matlab, la cual recibe como parámetros de entrada a C , que contiene los coeficientes de las subbandas, L que contiene la longitud de los coeficientes y n que es el nivel que se desea analizar:

$D = \text{detcoef}(C, L, n)$.

La función *detcoef* entrega como parámetro de salida el vector D , que contiene los coeficientes de detalle de la subbanda del nivel n .

- **Función *appcoef*:**

La función *appcoef* de Matlab se utiliza para acceder a los coeficientes de aproximación de una subbanda, esta función recibe como parámetros de entrada C , L , el nombre de la *wavelet madre* y el nivel de la subbanda que se desea obtener. Por consiguiente, para obtener los coeficientes de aproximación del último nivel. Se utiliza la siguiente expresión.

$$A = \text{appcoef}(C, L, 'db3', 3).$$

Por medio del anterior procedimiento se obtienen los coeficientes para conformar una matriz como se muestra en la figura 25.

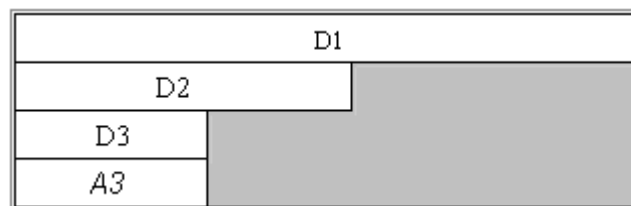


Figura 25. Matriz de coeficientes DWT

Debido a las diferencias de longitud de las subbandas, la parte en gris mostrada en la figura 25 se rellena con ceros.

4.3.2.2. Selección de subbandas.

Las señales EMG, tienen un contenido de frecuencias aproximadamente entre 0 y 500 Hz [40], por esto las subbandas de frecuencias en los coeficientes de aproximación y detalle son aproximadamente las siguientes:

$$D1 f = 250 - 500 \text{ Hz},$$

$$D2 f = 125 - 250 \text{ Hz},$$

$$D3 f = 62.5 - 125 \text{ Hz},$$

$$A3 f = 0 - 62.5 \text{ Hz}.$$

La energía aprovechable de la señal EMG esta en el rango de frecuencias entre 50 y 150 Hz [40], además, ésta es afectada significativamente por el ruido a frecuencias inferiores a los 60 Hz. Por esta razón, se descarta la subbanda de aproximaciones A3 que corresponde a un rango de frecuencias entre 0 y 62.5 Hz, y la subbanda de detalles D1 que esta entre 250-500 Hz, reduciendo la dimensión de la matriz de coeficientes y quedando de la forma que se aprecia en la figura 26.



Figura 26. Matriz de coeficientes después de la selección de bandas

4.3.2.3. (PCA) Análisis de Componentes Principales

La matriz de coeficientes resultado del proceso de selección de subbandas es sometida a un proceso de reducción de dimensionalidad por análisis de componentes principales (PCA).

- **Función *prepca*.**

MATLAB ofrece una función que permite realizar la reducción de dimensionalidad aplicando la técnica PCA, mediante la función *prepca*.

La función *prepca*, reduce el conjunto de datos de entrada, reteniendo solo aquellas componentes principales las cuales contribuyen de manera más significativa al conjunto de datos. Esta función multiplica los vectores de entrada por una matriz que contiene los vectores propios de la matriz de covarianza de entrada. Esta operación produce una transformación en los vectores de entrada, cuyas componentes resultantes son decorrelacionadas y son ordenados de acuerdo a la magnitud de su varianza. Aquellas componentes que tienen un valor de varianza inferior a un umbral son eliminados.

La función *prepca* tiene como datos de entrada una matriz *P* organizada en vectores columna, que contiene los coeficientes D2, D3, y *min_frac* es la mínima fracción de varianza permitida en los componentes a guardar.

$$[ptrans, transMat] = prepca(p, min_frac)$$

Esta función retorna la matriz *P* transformada *ptrans* y la matriz de transformación *transMat*.

ptrans es el resultado de la reducción de dimensionalidad de la matriz de coeficientes *wavelets*. Por lo tanto, esta matriz contiene la información más representativa de la señal EMG.

4.3.2.4. Características DWT.

Para la implementación de las características de energía, media, varianza y valores singulares se utilizaron las siguientes funciones:

- **Función *sum*.**

Esta función es propia de MATLAB y se encarga de realizar la sumatoria de un vector, esta función es utilizada para calcular la energía según la ecuación 4.15. La cual recibe como parámetros de entrada la señal sobre la cual se desea implementar la sumatoria en este caso es (*ptrans*²).

$$E = sum(ptrans^2)$$

Esta función entrega como resultado la energía de la señal.

- **Función *mean*.**

Esta función se encuentra disponible en MATLAB, se encarga de calcular la media de los datos, recibe como parámetros de entrada a la matriz a la cual se le desea calcular la media, en este caso recibe el valor absoluto de *ptrans* para lo cual se utiliza la función *abs*.

$$m = \text{mean}(\text{abs}(ptrans))$$

- **Función *var*.**

Esta función también es propia de MATLAB y se encarga de calcular la varianza.

$$\text{Var}(i,:) = \text{var}(ptrans)$$

- **Función *svd*.**

Esta función se encarga de calcular los valores singulares y recibe como parámetro de entrada la matriz transformada *ptrans*.

$$V = \text{svd}(ptrans)$$

Esta función entrega un vector columna *V* con los valores singulares, el tamaño de este vector es igual al número de columnas de *ptrans*.

4.3.3. Extracción de características WPT.

- **Función *caract_wpt*.**

La función *caract_wpt* se encarga de formar los vectores de características en el dominio *wavelet* utilizando WPT, esta función recibe como parámetros de entrada la información de los dos canales organizados como se explico en la fase de diseño en la etapa de entrada de datos.

$$\text{Características}_{WPT} = \text{caract_wpt}(\text{Ch1}, \text{Ch2})$$

La función *caract_wpt* entrega como parámetro de salida una matriz de características, la cual contiene los vectores característicos WPT que describen a cada movimiento. En la siguiente sección se explicara cada uno de las funciones utilizadas para este propósito, de acuerdo al objetivo de cada etapa explicada en la fase de diseño para la extracción de características WPT.

4.3.3.1. Descomposición WPT.

- **Función *WPAanalysis***

Para la descomposición WPT se utilizo la función proporcionada por el *toolbox Wavelab850* denominada *WPAanalysis*, la cual recibe como parámetros de entrada X que es la señal EMG, n que es el nivel de descomposición y *qmf* que es la *wavelet* madre utilizada para la descomposición WPT. La descomposición se realizo a nivel tres, con la *wavelet madre coif4*, con los cuales se encontraron los mejores índices CSI entre las cuatro clases de movimientos.

$$wp = \text{WPAanalysis}(X, n, \text{qmf})$$

La función *WPAanalysis* entrega una matriz wp , la cual contiene los coeficientes del árbol binario organizado de la forma apreciada en la figura 27.

SEÑAL ORIGINAL	D	D	D
			A
		A	D
			A
	A	D	D
			A
		A	D
			A

Figura 27. Matriz de coeficientes del árbol binario WP

4.3.3.2. Selección de la Mejor Base.

Para la implementación del algoritmo de selección de la mejor base se utilizaron las siguientes funciones:

- **Función *CalcStatTree*.**

En la selección de la mejor base se debe tener el valor de la función de costo en cada nodo, debido a que esta es la función discriminante que va a servir para la eliminación de ramas del árbol binario.

La función *CalcStatTree* disponible en el *toolbox wavelab850* es la encargada del cálculo del valor de la función de costo en cada nodo, para la optimización de esta función se realizaron algunas modificaciones como agregar funciones

de costo, con el fin de encontrar la que más se adapte a esta aplicación y por consiguiente obtener el mejor índice CSI.

La función *CalcStatTree* tiene como parámetros de entrada la matriz *wp*, que contiene el árbol binario, '*Entropy*' que es la cadena que representa la función de costo que se va a calcular en este caso es la entropía de Coifman-Wickerhauser, con la cual se encontraron los mejores índices CSI.

$$stree = CalcStatTree(wp, 'Entropy')$$

Esta función entrega *stree* que es un vector con los valores de entropía encontrados en cada nodo del árbol.

- **Función *BestBasis*.**

Después de tener los valores de la función de costo, se debe encontrar la mejor base del árbol para lo cual se utiliza la función *Bestbasis*, desarrollada por el *toolbox wavelab850*, a la cual se le realizó modificaciones para la adaptación a la aplicación en particular, como cambios de umbrales para mejorar los índices CSI.

La función *Bestbasis* recibe como parámetros de entrada a *stree*, que es el resultado entregado por la función *CalcStatTree* y el nivel de descomposición *n*.

$$[btree, vtree] = BestBasis(stree, n)$$

Esta función entrega *btree* que es un vector con una longitud igual al número de nodos del árbol binario, este vector contiene unos y ceros, los cuales implican que cuando es cero el árbol de la mejor base llega hasta este nodo y *vtree* que contiene los valores de entropía del árbol de la mejor base.

- **Función *remove_row*.**

La función *remove_row* se encarga de formar la matriz que contiene los coeficientes de la mejor base, hay que tener en cuenta que para la extracción de características se utilizan los nodos terminales del árbol, debido que estos contienen la información necesaria para la caracterización.

La función *remove_row* tiene como parámetros de entrada la matriz *wp* que contiene el árbol binario original resultado de la descomposición, *n* que es el nivel de descomposición y *btree* contiene la base para formar el nuevo árbol.

$$wp2 = \text{remove_row}(wpt, n, btree)$$

La función *remove_row* entrega la matriz con los coeficientes de los nodos terminales de la mejor base un ejemplo de conformación de esta matriz se puede observar por medio de la figura 28, donde A indica aproximación, D detalle y las partes en gris representa que la matriz fue rellenada con ceros.

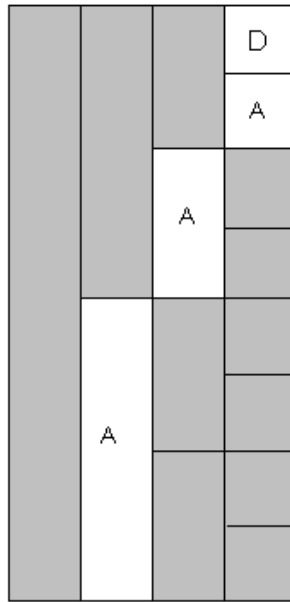


Figura 28. Matriz de coeficientes de la mejor base WP

4.3.3.3. Características WPT:

El algoritmo para el cálculo de la energía, la media, la varianza y los valores singulares, utiliza las mismas funciones que en el caso DWT, debido a que se hallan estos mismos parámetros. La diferencia está en que *ptrans* sería reemplazado por la matriz *wp2* que contiene la mejor base *wavelet packet*.

4.3.4. Cuerpo Principal del Sistema.

El cuerpo principal del sistema es la función *corpus_emg*, la cual se encarga de recibir los vectores de características descriptores de cada movimiento (DWT y WPT). Para formar un solo vector de características por cada movimiento.

El programa corpus EMG, utiliza la función *evalua_csi* para el cálculo de los índices CSI. La función *corpus_emg* es la encargada de entregar los resultados finales del sistema de extracción de características, guardando en una base de datos los archivos “.mat” de cada conjunto de vectores característicos que describen a los cuatro movimientos. Esta base de datos contiene la información necesaria para un posterior sistema clasificador.

5. PRUEBAS, CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

5.1. PRUEBAS.

5.1.1. Pruebas Extracción de Características DWT.

En esta sesión se presentan los resultados de las pruebas desarrolladas para obtener el mejor desempeño en la caracterización DWT.

5.1.1.1. Pruebas de la etapa Descomposición DWT.

En la etapa de descomposición DWT se realizan pruebas, con las cuales se decide el nivel de descomposición óptimo y la *wavelet madre* que se debe utilizar en la caracterización de las señales EMG.

- *Selección del Nivel de Descomposición*

Para evaluar el óptimo nivel de descomposición, primero se extraen las características (media, varianza, energía, valores singulares) de los coeficientes en cada nivel, posteriormente se realiza una valoración del índice CSI obtenido de acuerdo a cada conjunto de características extraídas a diferentes niveles de descomposición, esto se realiza con el fin de evaluar el desempeño de estos niveles.

Comenzando con una descomposición a nivel 3, con la *wavelet madre* db4, se obtienen los coeficientes de detalle $D1$, $D2$, $D3$ y aproximación $A3$. Sobre los coeficientes en cada nivel se calculan diferentes parámetros que son utilizados para la caracterización, como la media, la varianza, los valores singulares y la energía, resultando 32 características que describen a cada movimiento, las

cuales son resultado de 4 características (media, varianza, SVD, energía) \times 4 subbandas (D1, D2, D3, A3) \times 2 canales (2 electrodos). En la tabla1. Se muestran los índices CSI entre las cuatro clases de movimientos para cada conjunto de características. Esta prueba se realiza sobre dos canales.

Tabla 1. Nivel 3 de descomposición DWT

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	1,2852	1,466
<i>CSI_varianza</i>	1,6977	1,901
<i>CSI_svd</i>	1,8120	1,933
<i>CSI_energia</i>	1,7077	1,898

Posteriormente, se efectúa el análisis del desempeño a un nivel de descomposición cuatro. Dado que el rango de frecuencias de una señal EMG esta entre los 0-500 Hz, de acuerdo con esto los coeficientes de aproximación y detalle obtenidos de la descomposición DWT a cuatro niveles tienen aproximadamente el siguiente rango de frecuencias.

$$D1 f = 250 - 500 \text{ Hz.}$$

$$D2 f = 125 - 250 \text{ Hz.}$$

$$D3 f = 62.5 - 125 \text{ Hz.}$$

$$D4 f = 32.25 - 62.5 \text{ Hz.}$$

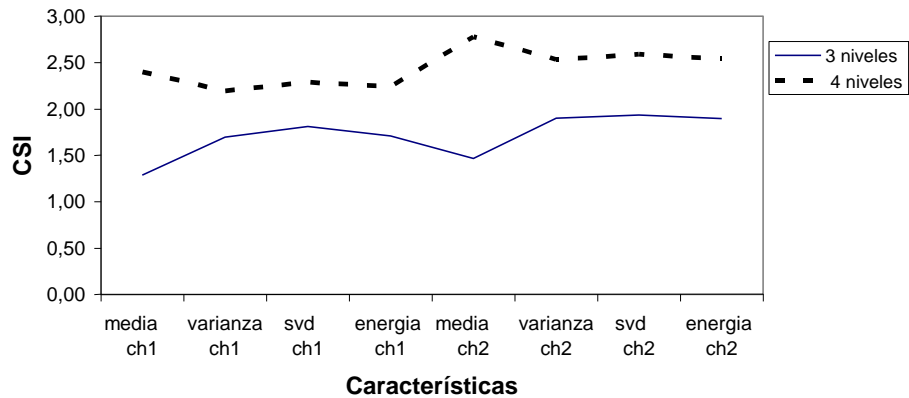
$$A4 f = 0 - 32.25 \text{ Hz.}$$

De acuerdo con lo anterior cada conjunto de características de medias, varianzas, valores singulares y energías, aumentarían en uno, debido a que estas características se extraen de los coeficientes en cada nivel, de tal forma que si se aumenta el nivel de descomposición, se incrementa también el número de características en el número de parámetros evaluados. En la tabla 2. Se muestran los índices CSI entre las diferentes clases, cuando se realiza una descomposición a nivel cuatro, con la *wavelet madre* db4.

Tabla 2. Nivel 4 de descomposición DWT

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	2,4005	2,778
<i>CSI_varianza</i>	2,1945	2,533
<i>CSI_svd</i>	2,2866	2,589
<i>CSI_energía</i>	2,2397	2,539

De las tablas 1 y 2, se observa que cuando incrementamos el nivel de descomposición a cuatro empeoran los índices CSI, como se puede visualizar en la figura 29.

**Figura 29. Comparación del CSI, 3 y 4 niveles**

Se considera que la energía aprovechable de las señales EMG esta en el rango de frecuencias entre 50 y 150Hz, además estas son fuertemente afectadas por el ruido a frecuencias inferiores a los 60 Hz [14]. Por esta razón en el análisis de las señales EMG utilizando la DWT no es relevante la información de las subbandas inferiores, por lo tanto la señal EMG no debe ser sometida a un proceso de descomposición a un nivel superior a 4. De acuerdo a esto y a los resultados obtenidos en cada nivel, se concluye que el mejor nivel de descomposición es tres.

- Selección de la wavelet madre

Otra prueba realizada en este proyecto es la selección de la *wavelet madre*. A continuación se analizan los índices CSI obtenidos al utilizar diferentes familias en la descomposición DWT. Considerando las familias que han sido utilizadas en otros trabajos [4], [41] para la caracterización de las señales EMG, en la Tabla 3, se especifican los CSI hallados con diferentes familias.

Tabla 3. CSI, familias Wavelets

	db3	db4	db5	Coif3	Coif4	Coif5	Sym3	Sym4	Sym5	dmey
<i>mediaCh1</i>	1,424	1,285	1,304	1,257	1,371	1,576	1,424	1,303	1,462	2,403
<i>varianzaCh1</i>	1,527	1,698	1,665	1,808	1,892	2,036	1,527	1,544	1,644	2,356
<i>svdCh1</i>	1,705	1,812	1,891	1,985	2,096	2,245	1,705	1,760	1,830	2,631
<i>energiaCh1</i>	1,529	1,708	1,677	1,807	1,896	2,039	1,529	1,542	1,646	2,364
<i>mediaCh2</i>	1,521	1,466	1,340	1,422	1,511	1,633	1,521	1,452	1,575	2,636
<i>varianzaCh2</i>	1,785	1,901	1,751	2,052	2,215	2,332	1,785	1,796	1,958	3,039
<i>svdCh2</i>	1,884	1,933	1,803	2,069	2,221	2,374	1,884	1,880	2,018	3,022
<i>energiaCh2</i>	1,787	1,898	1,754	2,047	2,219	2,339	1,787	1,796	1,954	3,039

Posteriormente, se ilustrará por medio de gráficas, las curvas de las *wavelets madre* pertenecientes a las diferentes familias. En la figura 30 se realiza una comparación entre las *wavelets madre* de la familia Daubechies de orden 3, 4 y 5.

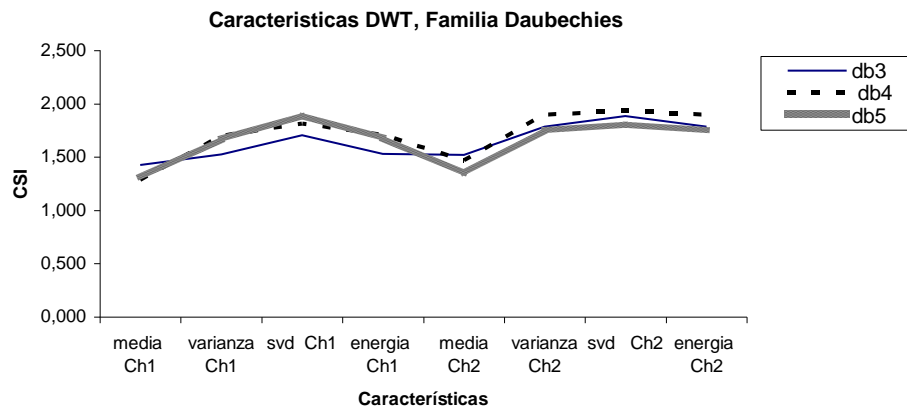


Figura 30. Características DWT, Familia Daubechies

De la figura 30, se puede concluir que en promedio los mejores índices CSI cuando se trabaja con la familia Daubechies, se encuentran cuando se utiliza la *wavelet madre* db3.

En la figura 31, se realiza una comparación entre las *wavelet madre* de la familia Coiflet de orden 3, 4 y 5.

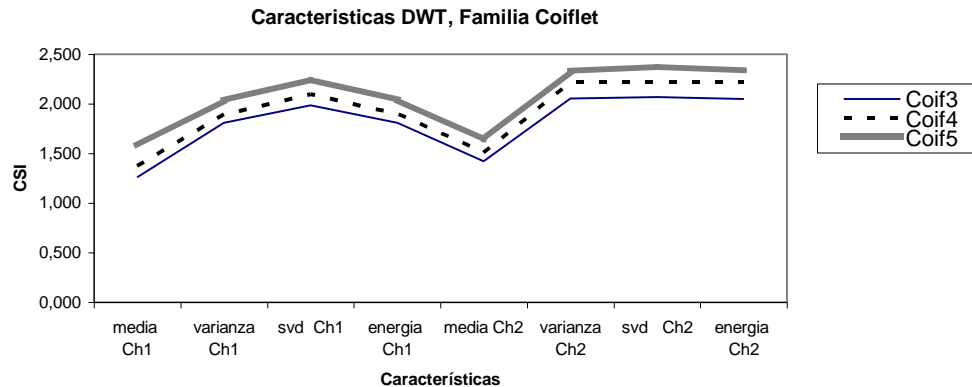


Figura 31. Características DWT, Familia Coiflet

De la figura 31, se concluye que en la familia Coiflet, la *wavelet madre* que tiene mejor desempeño es la Coif3.

En la figura 32, se realiza una comparación entre las *wavelets madre* de la familia Symlet.

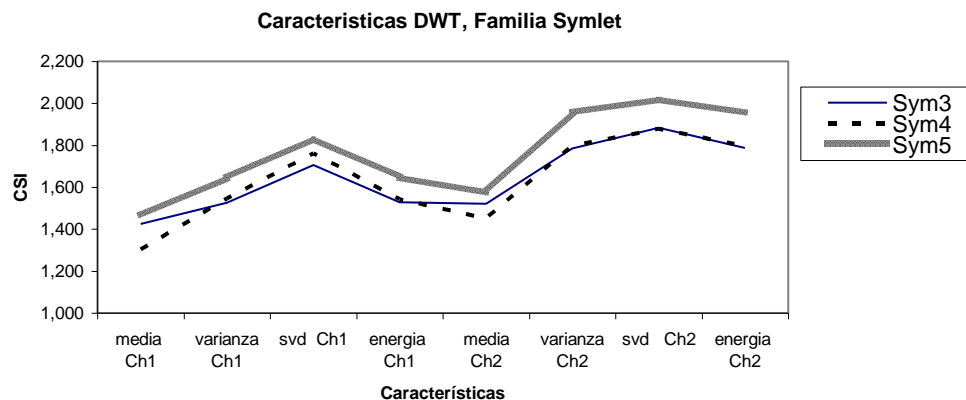


Figura 32. Características DWT, Familia Symlet

De la figura 32, se puede concluir que cuando se realiza la caracterización de las señales EMG, utilizando la familia Symlet, la *wavelet madre* que tiene un mejor comportamiento es la Symlet de orden cuatro.

Para terminar con la Selección de la *wavelet madre* a utilizar en la descomposición DWT, se realiza una comparación entre las *wavelets madre* db3, coif3 y sym4 (ver figura 33), puesto que estas mostraron los más bajos índices CSI entre las *wavelet madre* de cada familia.

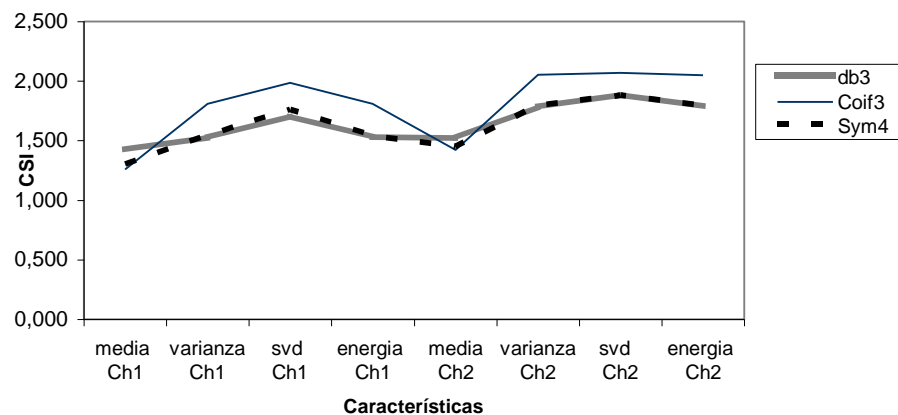


Figura 33. Elección de la wavelet madre

De la figura 33, se concluye que la *wavelet madre* con la que se debe trabajar en la caracterización de las señales EMG, cuando se utiliza la DWT, a un nivel de descomposición tres es la Daubechies de orden tres.

Con la selección de la mejor *wavelet madre* “*daubechies de orden 3*” y el nivel de descomposición óptimo “3”, se obtiene el diagrama de dispersión de clases observado en la figura 34, correspondiente a las características de la media del canal 1 y del canal 2, obtenidas de los cuatro movimientos (reposo, agarre fino, agarre grueso, mano abierta), en la cual se ilustra el traslape que existe entre las características de las diferentes clases. Por lo tanto, es necesario optimizar el espacio de características para lograr una mejor separabilidad, esto se puede lograr utilizando métodos de reducción de dimensionalidad.

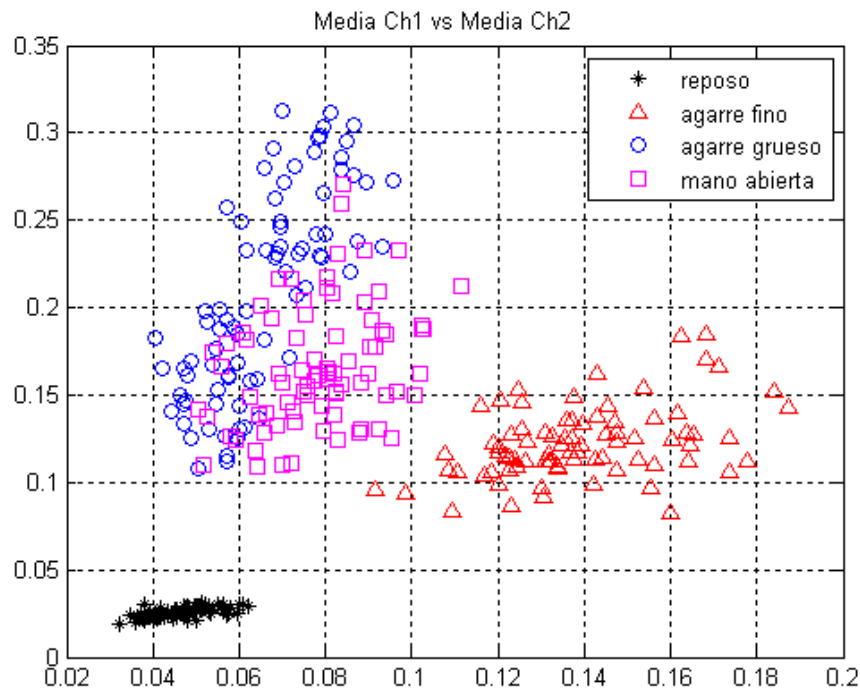


Figura 34. Características DWT con todos los coeficientes

5.1.1.2. Pruebas de Reducción de Dimensionalidad.

- *Selección de subbandas.*

En la selección de subbandas, se eliminan los coeficientes de las subbandas que no contribuyen a la caracterización de las señales EMG, de tal modo que se analizan los índices CSI, cuando se eliminan los coeficientes de aproximación A3, los cuales concentran la energía de la señal contenida en el rango de frecuencias entre 0 y 62.5 Hz. Se decide realizar esta prueba, ya que la energía aprovechable de la señal EMG está dentro del rango de frecuencias entre 50 y 150 Hz, además, las señales EMG se ven fuertemente afectadas por el ruido a frecuencias inferiores a los 60 Hz. En la tabla 4 se especifican los índices CSI obtenidos, con una descomposición a nivel 3, con la *wavelet madre* db3, cuando se elimina la subbanda A3.

Tabla 4. CSI, cuando se elimina A3

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	1,552	1,099
<i>CSI_varianza</i>	1,728	1,474
<i>CSI_svd</i>	1,793	1,522
<i>CSI_energia</i>	1,723	1,476

De acuerdo a la tabla 4, se concluye que en promedio los índices de separabilidad disminuyen cuando se eliminan los coeficientes de la subbanda A3 (ver figura 35), reduciendo además la dimensionalidad de la matriz de coeficientes y como consecuencia se reduce el costo computacional del algoritmo desarrollado.

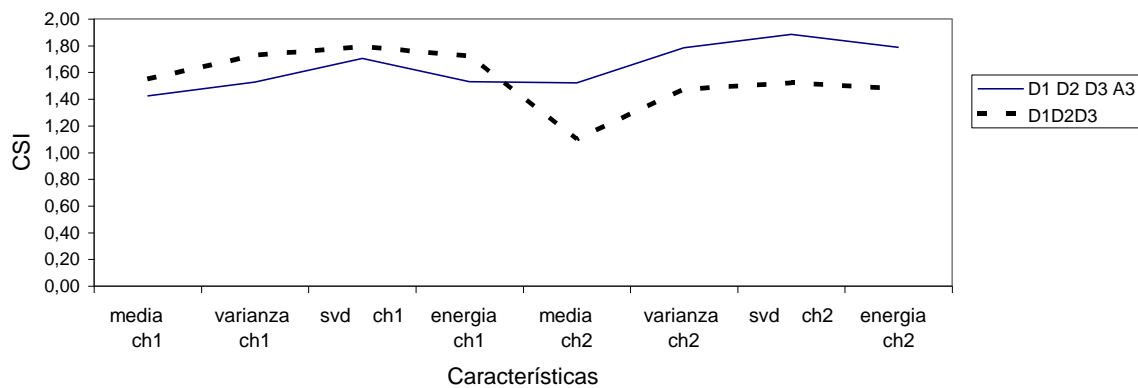


Figura 35. CSI con y sin A3

Debido a que la mayor parte de la energía de la señal EMG se encuentra concentrada teóricamente hasta los 150Hz, se descartan los coeficientes de la subbanda D1 con frecuencias entre 250 y 500Hz. En la tabla 5, se visualizan los índices CSI obtenidos, con una descomposición a nivel 3, con la *wavelet madre* db3, eliminando la subbanda D1.

Tabla 5. CSI, cuando se elimina D1

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	1,190	2,159
<i>CSI_varianza</i>	1,154	1,612
<i>CSI_svd</i>	1,282	1,833
<i>CSI_energia</i>	1,154	1,609

Estos índices CSI muestran que cuando se elimina la subbanda de coeficientes D1, se presenta una mejor caracterización de las señales EMG, esto se ilustra en la figura 36.

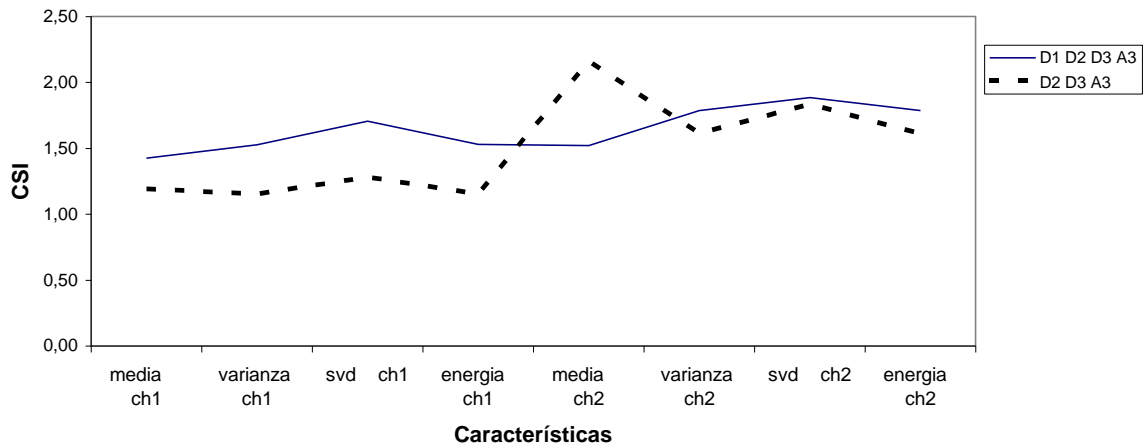


Figura 36. CSI, cuando se elimina D1

Se encontró que al eliminar los coeficientes A3 y D1 independiente se mejora la caracterización de las señales EMG. Por esta razón se realiza una prueba en la cual se eliminan las subbandas A3 y D1 simultáneamente. En la tabla 6 se muestran los índices CSI correspondientes a esta prueba.

Tabla 6. CSI cuando se elimina A3 y D1

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	1,179	1,417
<i>CSI_varianza</i>	1,211	1,014
<i>CSI_svd</i>	1,197	1,069
<i>CSI_energia</i>	1,205	1,011

En la figura 37, se muestra una comparación entre los índices CSI obtenidos cuando se utilizan todas las subbandas resultado de la descomposición DWT y cuando se eliminan las subbandas A3 y D1, en esta figura se observa que los índices CSI mejoran al eliminar estas subbandas, por consiguiente se concluye, que la caracterización de las señales EMG utilizando la DWT, la *wavelet madre* db3 y un nivel de descomposición 3, se debe realizar sin las subbandas A3 y D1.

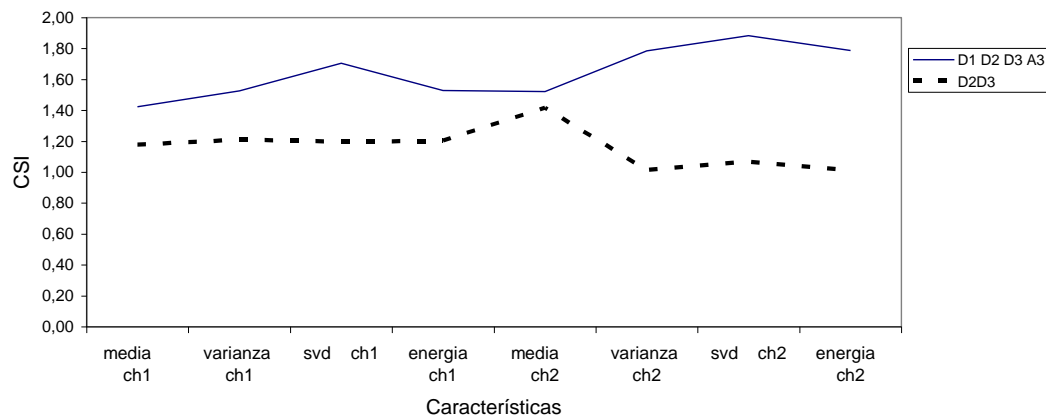


Figura 37. CSI, Cuando se elimina D1 y A3

- *Pruebas con PCA.*

Ahora se analizan los índices de separabilidad aplicando PCA a los coeficientes de la matriz conformada por D2 y D3, obtenidos a un nivel de descomposición igual a 3 con la familia Daubechies de orden 3 y con una mínima fracción de varianza (*min_frac*) permitida en el conjunto de datos inicialmente de 0.12, mas adelante se muestran las pruebas realizadas para la selección del valor optimo de *min_frac*. El objetivo de esta prueba es determinar si PCA mejora la caracterización de las señales EMG, de esta prueba se obtienen los resultados que se muestran en la tabla 7.

Tabla 7. CSI, Aplicando PCA sobre D2, D3

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	0,901	0,840
<i>CSI_varianza</i>	0,904	0,754
<i>CSI_svd</i>	0,792	0,724
<i>CSI_energia</i>	0,899	0,755

Se observa que los índices CSI disminuyen notablemente cuando se aplica PCA, lo cual aumenta la separabilidad entre clases, en comparación con las pruebas anteriormente realizadas, esto se puede apreciar mejor al comparar estos resultados con los obtenidos sin utilizar PCA, lo cual se ilustra en la figura 38.

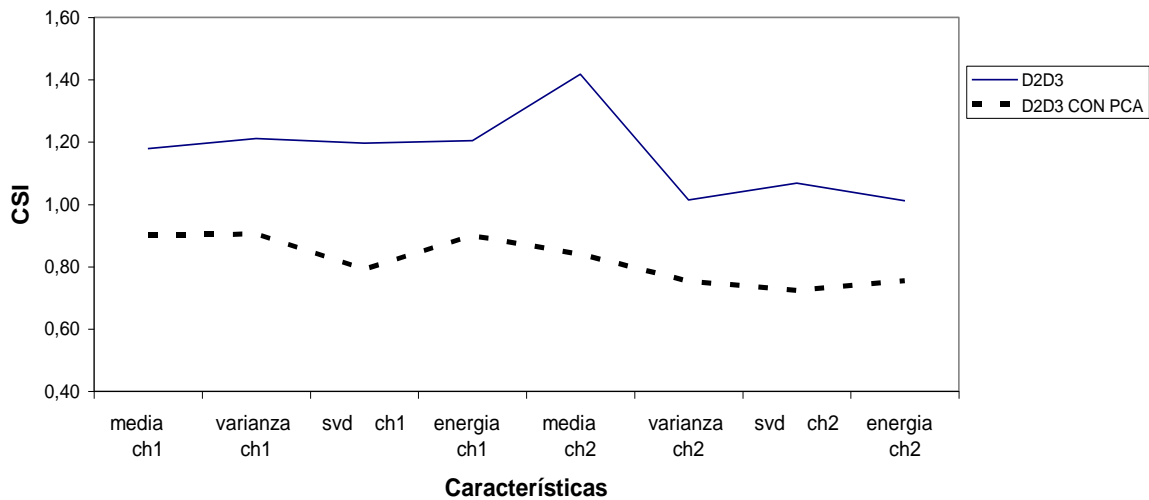


Figura 38. CSI, con y sin PCA sobre D2,D3

De lo anteriormente expuesto, se puede concluir que se debe trabajar a un nivel de descomposición igual a tres, con los coeficientes de detalle D2 y D3, aplicando sobre ellos PCA. Ahora se determina con que valor Min_frac se debe trabajar, sin sacrificar la caracterización y al mismo tiempo reducir la dimensionalidad. En la tabla 8, se muestran los coeficientes de separabilidad con diferentes valores de Min_frac.

Tabla 8. CSI, con diferentes valores de Min_Frac

MinFrac	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
media Ch1	0,934	0,934	0,934	0,934	0,959	0,949	0,920
varianza Ch1	0,925	0,925	0,925	0,925	1,007	1,001	1,106
svd Ch1	0,790	0,790	0,790	0,790	0,808	0,804	0,796
energia Ch1	0,898	0,898	0,898	0,898	0,921	0,917	0,831
media Ch2	0,840	0,840	0,840	0,840	0,841	0,887	0,929
varianza Ch2	0,754	0,754	0,754	0,754	0,755	0,837	0,947
svd Ch2	0,724	0,724	0,724	0,724	0,724	0,748	0,777
energia Ch2	0,755	0,755	0,755	0,755	0,755	0,786	0,818

Las curvas de los CSI, con diferentes valores de Min_frac se pueden apreciar en la figura 39.

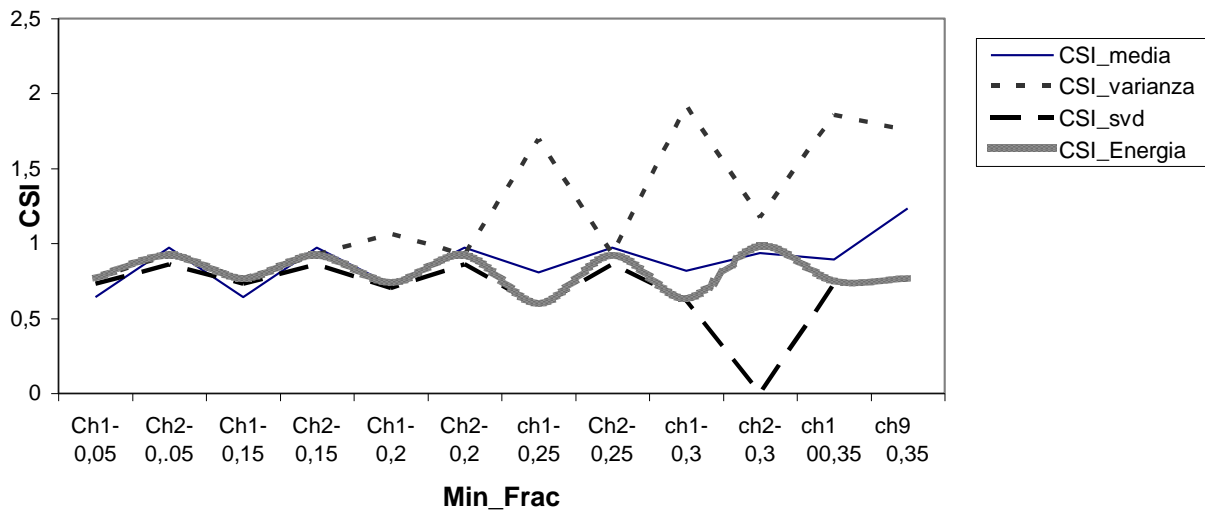


Figura 39. CSI Con diferentes valores de la mín_frac

De esta prueba se concluye que a valores de min_frac mayores a 0,2 se empieza a sacrificar la caracterización. No obstante, se debe considerar que dependiendo del canal y del paciente, la caracterización se puede ver afectada a valores inferiores de min_frac, por esta razón se decide dejar un rango de variación y trabajar con un valor de min_frac igual a 0,12. Es necesario resaltar que la caracterización no se ve muy afectada al variar este parámetro.

En la figura 40, se muestra el diagrama de dispersión de clases correspondientes a las características de la media del canal 1 y del canal 2, obtenidas de los cuatro movimientos (reposo, agarre fino, agarre grueso, mano abierta), utilizando la DWT cuando se aplica reducción de dimensionalidad por selección de subbandas y por análisis de componentes principales PCA. En la figura se observa una mejor separabilidad de clases con respecto a la figura 34 y un menor número de características que describen a cada movimiento como consecuencia de la reducción de dimensionalidad, además, se visualiza que las cuatro constelaciones de puntos se encuentran aisladas unas de otras, lo cual es lo que se busca en este trabajo.

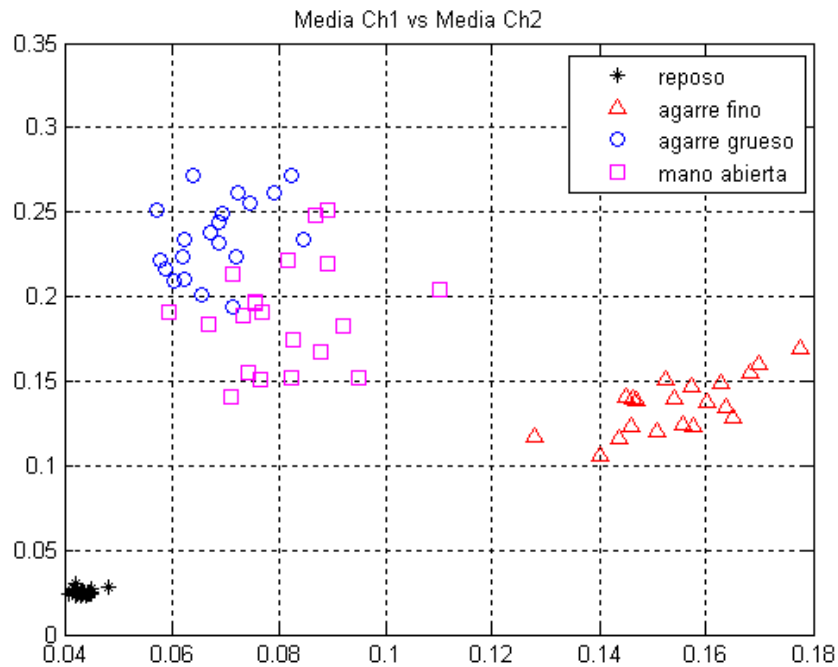


Figura 40. Diagrama de dispersión de clases DWT

5.1.2. Pruebas Extracción de Características WPT

En esta sesión se mostrarán los resultados de las pruebas desarrolladas para obtener el mejor desempeño en la caracterización WPT.

5.1.2.1. Pruebas de la etapa Descomposición WPT

- Selección del nivel de descomposición:

Para la caracterización de las señales EMG utilizando la WPT, se debe decidir a que nivel de descomposición trabajar. Para este análisis se realiza inicialmente una descomposición hallando el árbol packet binario, a un nivel 3, con la *wavelet* madre Daubechies de orden cuatro, eligiendo la mejor base por medio de la entropía de Coifman-Wickerhauser utilizada como función de costo, en la tabla 9, se especifican los resultados obtenidos.

Tabla 9. Nivel 3 de descomposición WPT

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	0,931	2,435
<i>CSI_varianza</i>	1,004	3,300
<i>CSI_svd</i>	0,968	3,518
<i>CSI_energía</i>	1,000	3,409

Luego se realiza una descomposición WPT a un nivel 4, obteniendo los resultados mostrados en la tabla 10.

Tabla 10. Nivel 4 de descomposición WPT

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	0,869	4,047
<i>CSI_varianza</i>	1,004	3,307
<i>CSI_svd</i>	0,968	3,518
<i>CSI_energía</i>	1,000	3,409

Realizando una descomposición WPT a un nivel 5, se obtienen los resultados de la tabla 11.

Tabla 11. Nivel 5 de descomposición WPT

	Ch1	Ch2
<i>CSI_media</i>	0,818	3,066
<i>CSI_varianza</i>	1,004	3,266
<i>CSI_svd</i>	0,968	3,518
<i>CSI_energía</i>	1,000	3,409

Finalmente para decidir que nivel de descomposición utilizar, se muestra una comparación entre los niveles 3, 4 y 5 (ver figura 41). De la figura 41, se puede concluir que la caracterización no se ve tan afectada por el nivel de descomposición, pero sin embargo a nivel 3 se presentan los valores mas bajos de CSI, por consiguiente se decide trabajar con un nivel 3 de descomposición,

tanto por costo computacional y teniendo en cuenta el rango de frecuencias que tiene la señal EMG.

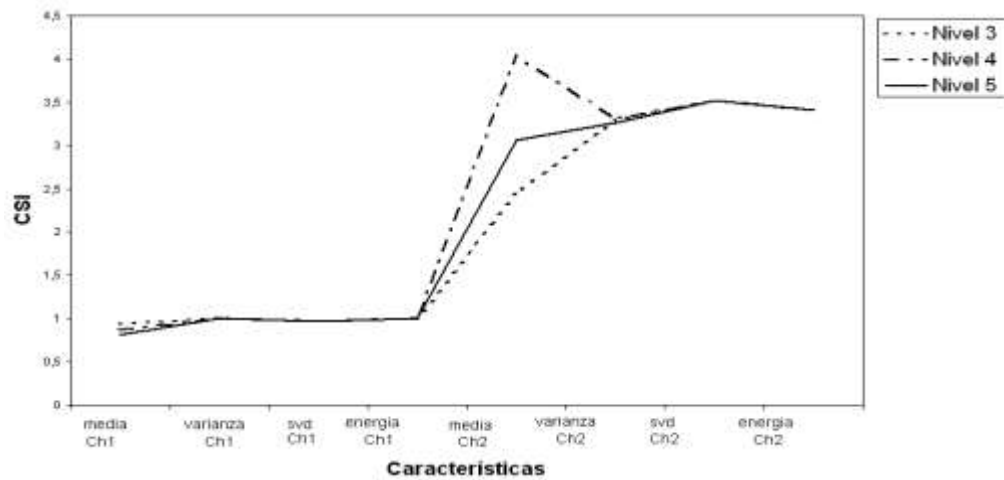


Figura 41. Comparación de niveles Descomposición WPT

- Selección de la *wavelet madre*.

Para la selección de la *wavelet madre* se realiza un análisis de las diferentes familias trabajando a un nivel 3 de descomposición. En la tabla 12, se muestran los CSI obtenidos al trabajar con diferentes familias.

Tabla 12. Características WPT, familias wavelets

	db3	db4	db5	coif3	coif4	coif5	sym3	sym4	sym5
<i>media ch1</i>	0,94	0,93	0,92	0,94	0,947	0,966	0,941	0,986	0,94
<i>varianza ch1</i>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,008	1,000	1,001	1,003	1,001
<i>svd ch1</i>	0,98	0,968	0,96	0,96	0,968	0,962	0,96	0,968	0,968
<i>energia ch1</i>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00
<i>media ch2</i>	2,63	2,43	2,62	2,78	2,43	2,61	2,63	2,59	2,67
<i>varianza ch2</i>	3,24	3,30	3,33	3,25	3,33	3,299	3,24	3,33	3,32
<i>svd ch2</i>	3,51	3,51	3,51	3,51	3,517	3,517	3,517	3,51	3,51
<i>Energia ch2</i>	3,40	3,408	3,40	3,40	3,40	3,408	3,408	3,408	3,408

En la figura 42, se muestran las curvas de la familia Daubechies.

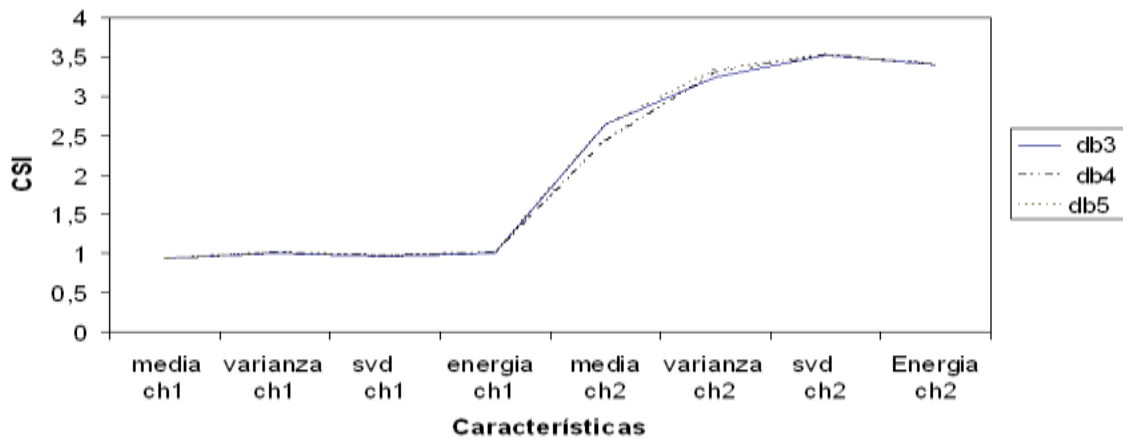


Figura 42. Características WPT, familia Daubechies

En la figura 43, se muestran las curvas de la familia Coiflet.

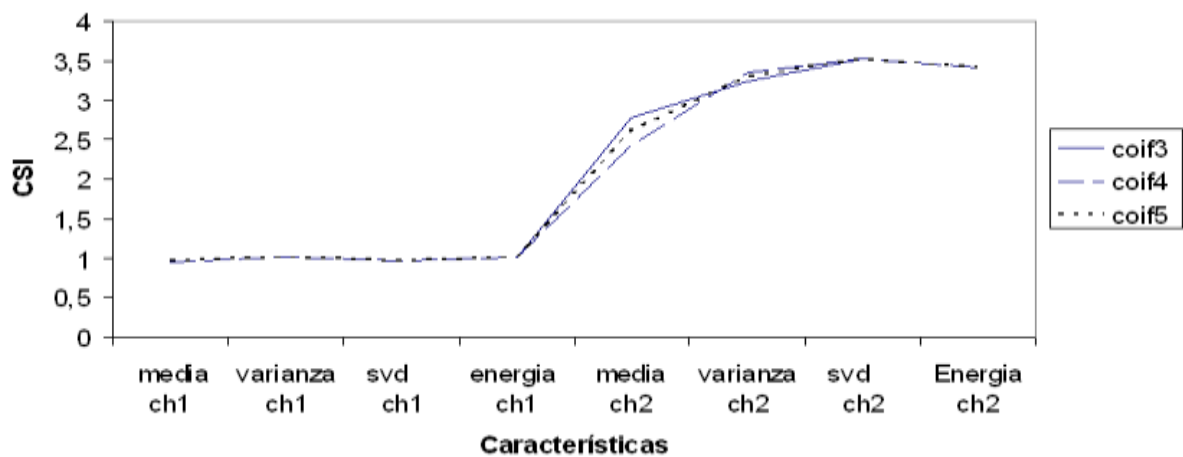


Figura 43. Características WPT, familia Coiflet

En la figura 44, se muestran las curvas de la familia Symlet.

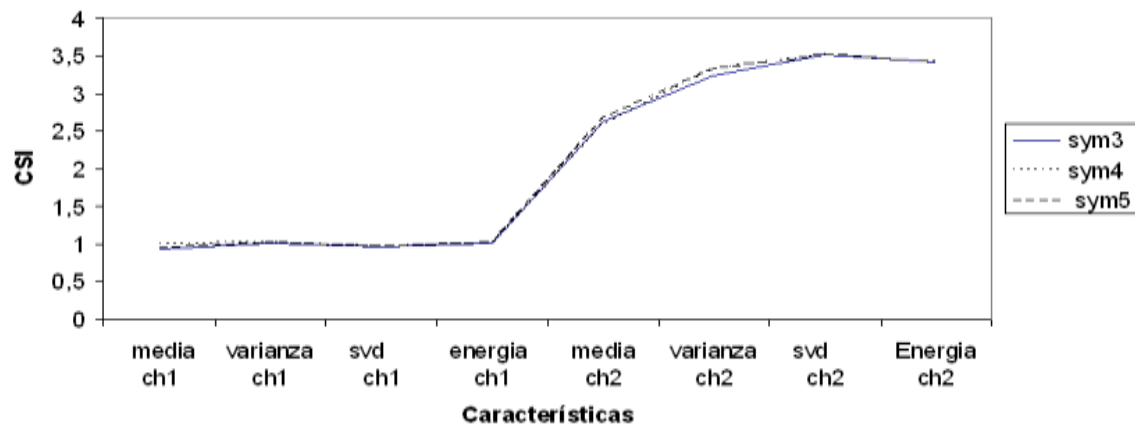


Figura 44. Características WPT, Familia Symlet

Finalmente, se resuelve con que familia trabajar al comparar las mejores curvas de cada familia. Para una mejor visualización se puede observar la figura 45.

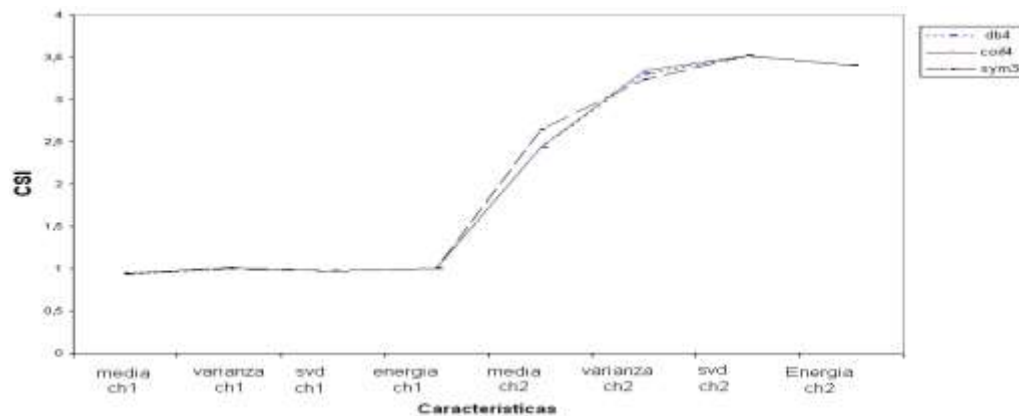


Figura 45. Selección wavelet madre WPT

Aunque la caracterización utilizando WPT no se ve muy afectada, al cambiar la wavelet madre se observan pequeñas diferencias y por estas pequeñas diferencias decidimos trabajar con la Coif4, debido a que en pruebas realizadas con otros pacientes era la wavelet madre que presentaba mayor regularidad en los resultados.

5.1.2.2. Evaluación de la Función de Costo

La función de costo, que se utiliza para la selección de la mejor base se elige mediante la evaluación del Índice CSI obtenido cuando se utilizan las diferentes funciones de costo mencionadas en el capítulo 3 (entropía, log, I^p). En la tabla 13 se muestran los índices CSI para las diferentes características, con la respectiva función de costo.

Tabla 13. CSI, funciones de costo.

	CSI-Entropía	CSI-"Log"	CSI- I^p
<i>media ch2</i>	0,463	0,516	0,465
<i>varianza ch2</i>	0,511	0,612	0,510
<i>svd ch2</i>	0,474	0,568	0,474
<i>energia ch2</i>	0,511	0,612	0,511

<i>media ch1</i>	0,493	0,526	0,493
<i>varianza ch1</i>	0,500	0,610	0,513
<i>svd ch1</i>	0,445	0,553	0,459
<i>energía ch1</i>	0,500	0,610	0,502
<i>Promedio Total</i>	0,487	0,576	0,491

Observando la figura 46 se concluye que la mejor función de costo es la entropía de Coifman-Wickerhauser.

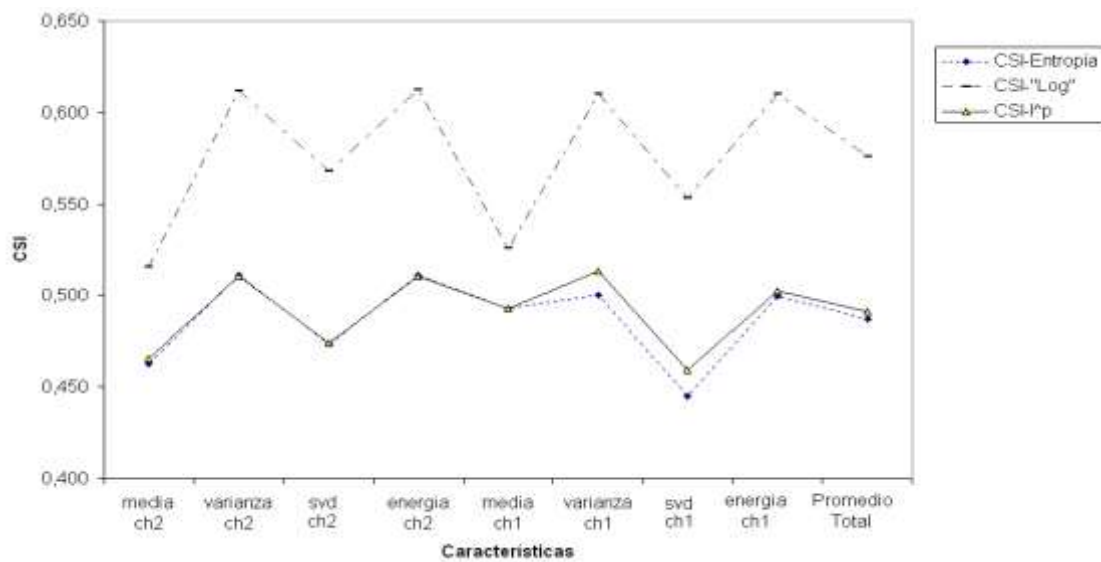


Figura 46. Selección de la función de costo.

5.1.2.3. Pruebas PCA sobre la descomposición WPT.

Cuando aplicamos PCA a la matriz de coeficientes resultante de la selección de la mejor base, obtenemos los resultados mostrados en la Tabla 14.

Tabla 14. Caracterización WPT, con y sin PCA

	PCA	Sin PCA
<i>media ch2</i>	0,463	0,463
<i>varianza ch2</i>	0,511	0,511
<i>svd ch2</i>	0,474	0,474
<i>energía ch2</i>	0,511	0,511

<i>media ch1</i>	0,493	0,493
<i>varianza ch1</i>	0,503	0,500
<i>svd ch1</i>	0,445	0,445
<i>energía ch1</i>	0,500	0,500

Los resultados de la tabla 14 se pueden observar mejor en la figura 47.

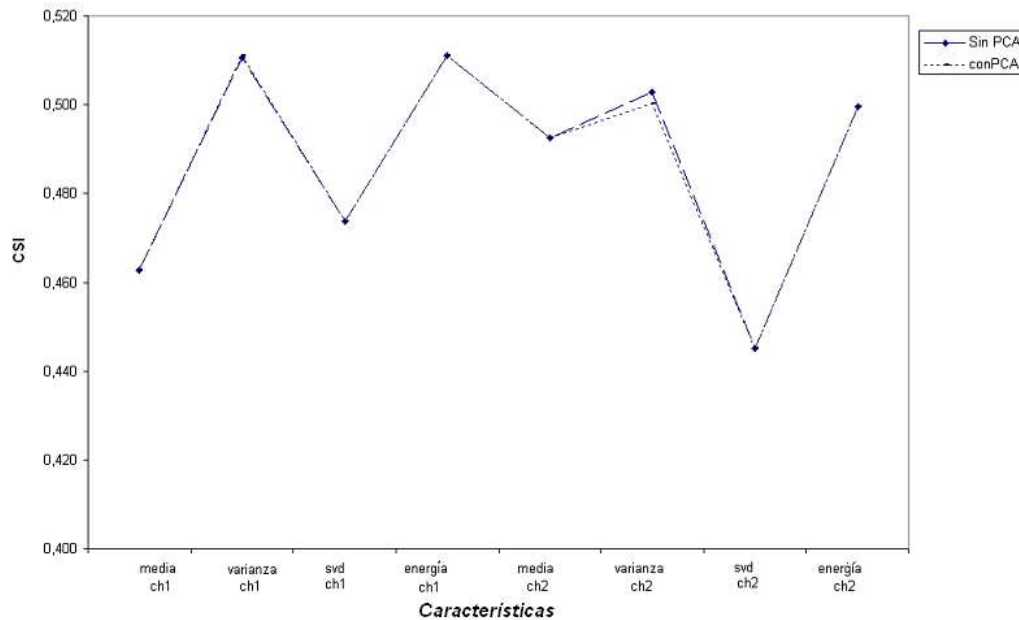


Figura 47. CSI, Con y sin PCA, caracterización WPT

Se puede observar de la figura 47, que cuando se reduce dimensionalidad en el conjunto de coeficientes hallados por medio de WPT, no se obtiene una mejor caracterización cuando se utiliza PCA, debido a que la mejor base obtenida ya contiene las componentes más significativas de la señal EMG, por esta razón se concluye que no es necesario aplicar PCA en la caracterización WPT.

En la figura 48, se ilustra el diagrama de dispersión de clases correspondientes a las características de la media del canal 1 y del canal 2, obtenido de los cuatro movimientos (reposo, agarre fino, agarre grueso, mano abierta), obtenidas utilizando la WPT. En la figura 48 se observa una buena separabilidad de clases, debido a que las cuatro constelaciones de puntos se encuentran aisladas unas de las otras, lo cual es lo que se busca en este trabajo.

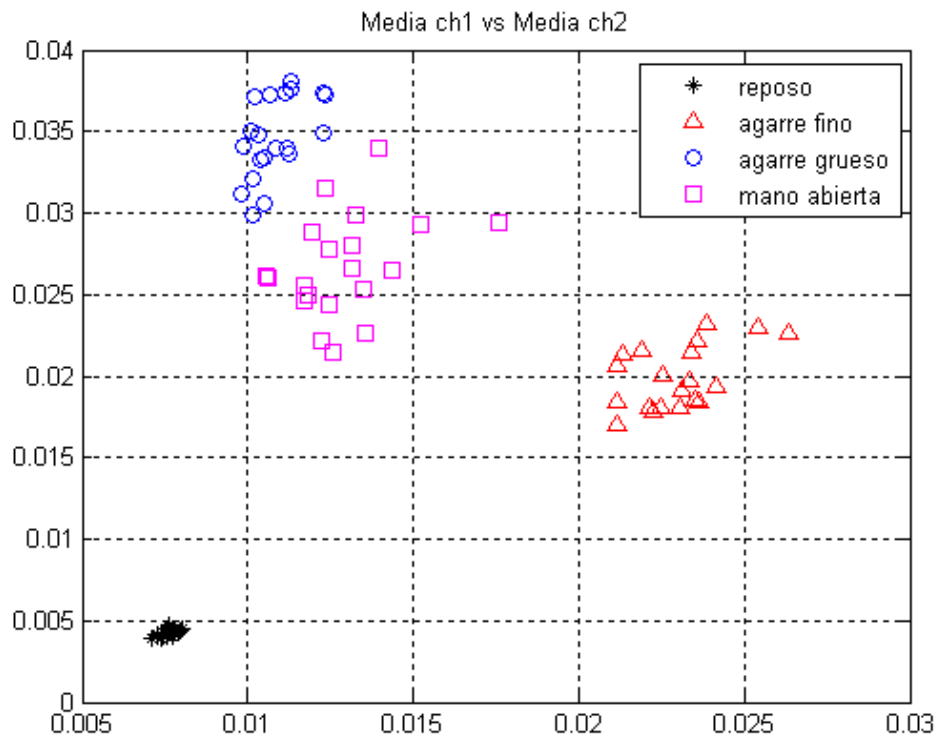


Figura 48. Diagrama de dispersión de clases utilizando WPT

5.1.3. Pruebas de la etapa de entrada de datos.

Para la etapa de entrada de datos se deben elegir 2 de los 16 canales ubicados alrededor del antebrazo que se tienen para la caracterización de las señales EMG, ya que algunos canales presentan un mejor comportamiento, es decir una mejor separabilidad de clases como se ilustra en la figura 49, que presenta la separabilidad de las características de la media del canal 3 y del canal 10, en contraste con las características de la media del canal 1 del canal 6 en el mismo paciente.

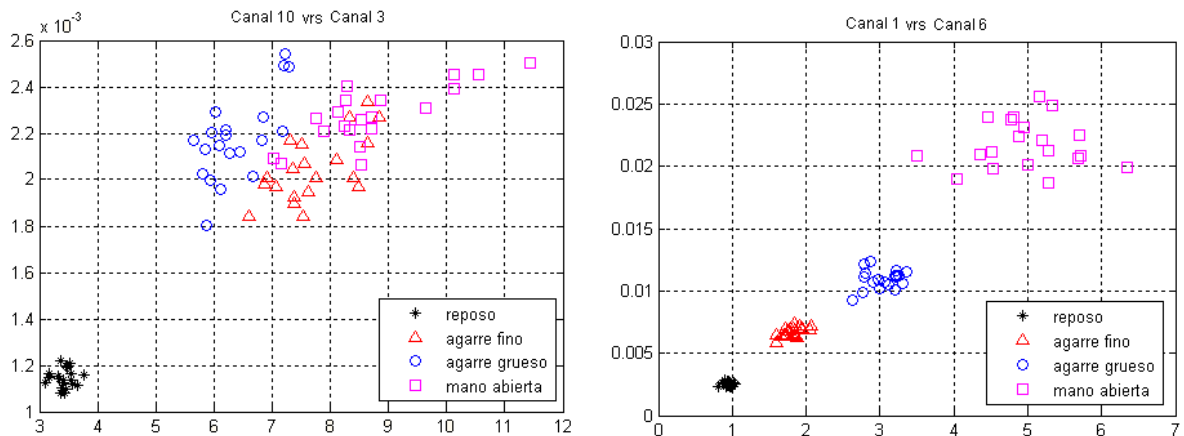


Figura 49. Comparación Canales 10-3 vs. Canales 1-6

Teniendo en cuenta que se tiene una base de datos con seis pacientes, se examinará el comportamiento de los diferentes canales para cada paciente y la eficiencia se considerará de acuerdo al índice de separabilidad obtenido.

Paciente 1= AW_1_4mov:

Después de haber realizado el análisis de todos los canales con la combinación de cada uno de ellos, los canales que mostraron mejor desempeño son los que se muestran en la Tabla 15, para realizar este análisis se verificó el grado de separabilidad del vector de características con el índice CSI y posteriormente se realizó un promedio del índice CSI de los 2 vectores de características (DWT, WPT), para así realizar un análisis de la mejor combinación de canales.

Tabla 15. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 1-20

Canal(i,j)	WPT	DWT	Promedio
CSI (15,8)	0,6131	0,6036	0,6083
CSI (15,7)	1,0512	0,7183	0,8847

Estos datos se pueden visualizar en la figura 50.

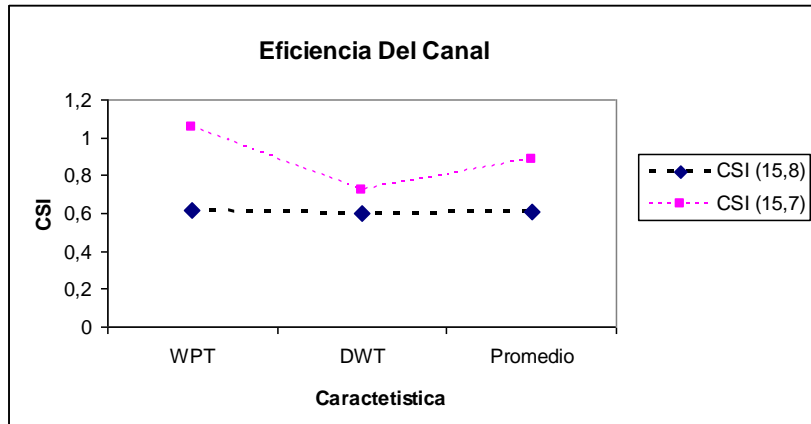


Figura 50. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 1-20

De acuerdo a la tabla 15 y la figura 50 se observa que los canales (15,8) son los que presentan mejor comportamiento en el paciente 1, cuando se analizan las muestras 1-20.

Debido a que anteriormente solo se analizaron las primeras 20 muestras, enseguida se analizan las muestras de la 21-40, los resultados de este análisis se observan en la tabla 16, y en la figura 51.

Tabla 16. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 21-40

Canal(i, j)	WPT	DWT	Promedio
CSI (15,9)	0,5282	1,2947	0,9114
CSI (15,8)	0,7592	1,0574	0,9083

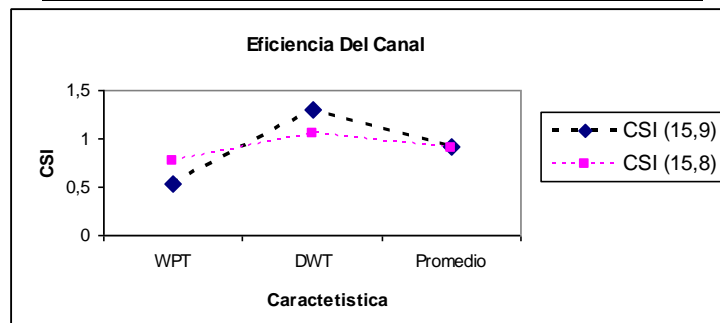


Figura 51. CSI, Mejores canales paciente 1, muestras 21-40

De acuerdo a lo anterior en las últimas 20 muestras se observa que la mejor combinación de canales se logra con el (15,8). En las primeras 20 muestras

también se observan mejores índices CSI con este par de canales. Por lo tanto para el paciente uno la mejor combinación se logra cuando se eligen los canales (15,8).

Paciente 2=KS_1_4mov

En la tabla 17, se puede observar los índices CSI obtenidos para los diferentes métodos, con los mejores canales, estas muestras corresponden del 1-20.

Tabla 17. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 1-20

Canal	WPT	DWT	Promedio
CSI (4,13)	0,5094	0,5357	0,5226
CSI (4,12)	0,6142	0,6542	0,6342
CSI (4,8)	0,6550	0,6387	0,6468

En la figura 52, se visualizan los datos de la tabla 17.

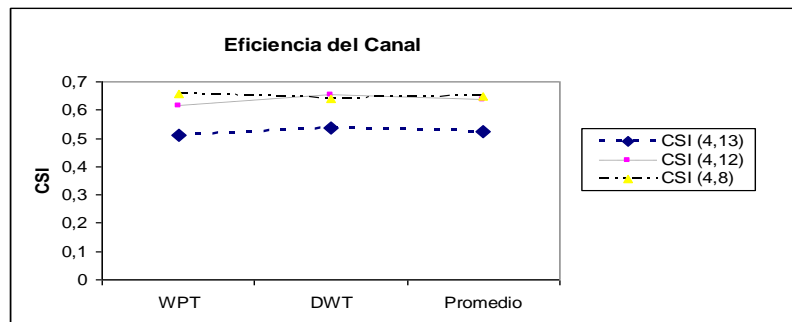


Figura 52. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 1-20

En la tabla 18, se muestran los resultados arrojados en el paciente 2, de las muestras del 21-40.

Tabla 18. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 21-40

Canal(i,j)	WPT	DWT	Promedio
CSI (4,13)	1,1276	1,2392	1,1834
CSI (4,8)	0,8021	1,5361	1,1691

Los resultados de la tabla 18, se ilustran en la figura 53.

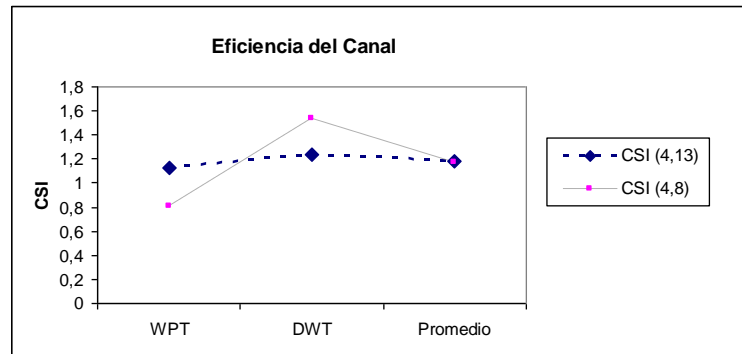


Figura 53. CSI, Mejores canales paciente 2, muestras 21-40

De acuerdo a los valores que se muestran en las tablas los canales (4,13) son los que presentan mejor resultado.

Paciente 3=LH_1_4mov

Los índices CSI para el paciente 3, de la muestra del 1-20 se observan en la tabla 19.

Tabla 19. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 1-20

Canal	WPT	DWT	Promedio
CSI (4,13)	1,432	1,4873	1,4601
CSI (4,12)	1,389	1,5338	1,4616
CSI (4,6)	2,053	2,177	2,1156

Los resultados se visualizan en la figura 54.

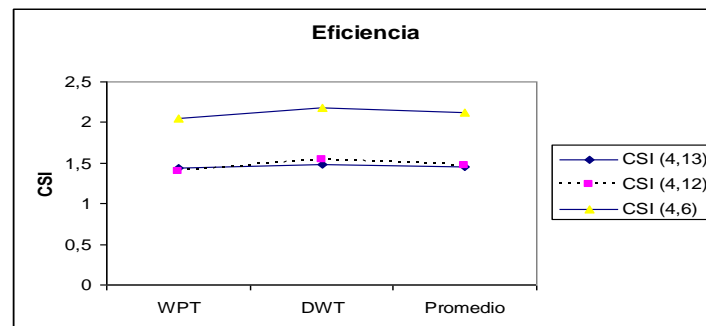


Figura 54. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 1-20

En la tabla 20, se muestran los mejores canales obtenidos para el paciente 3, con las muestras del 21-40.

Tabla 20. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 21-40

Canal(i,j)	WPT	DWT	Promedio
CSI (4,13)	2,7605	3,7614	3,2609
CSI (4,9)	2,8250	3,6318	3,2284

En la figura 55, se visualizan los resultados de la tabla 20.

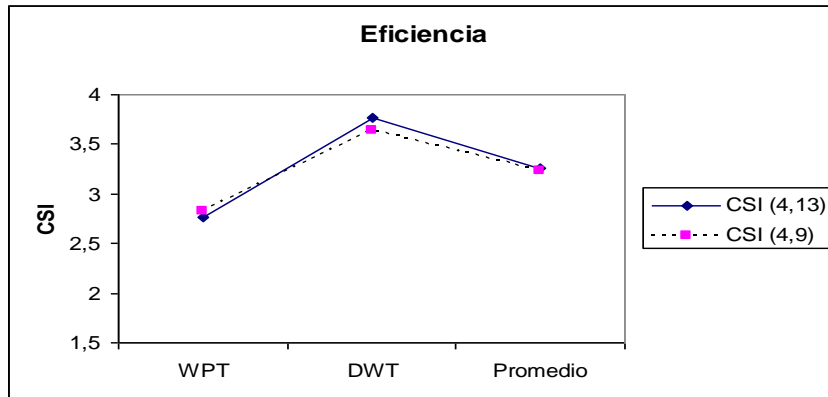


Figura 55. CSI, Mejores canales paciente 3, muestras 21-40.

De acuerdo a los valores que se muestran en las tablas los canales (4,13) son los que presentan mejor resultado para el paciente 3.

Paciente 4=MW_1_4mov

En la tabla 21, se observan los índices CSI obtenidos para los diferentes métodos, con los mejores canales en el paciente 4, estas muestras corresponden de la 1-20.

Tabla 21. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 1-20

Canal	WPT	DWT	Promedio
CSI (3,13)	1,9886	3,7247	2,8554
CSI (3,12)	1,6731	3,3168	2,4949
CSI (3,11)	1,9824	4,0136	2,9981

En la figura 56, se visualizan los resultados de la tabla 21.

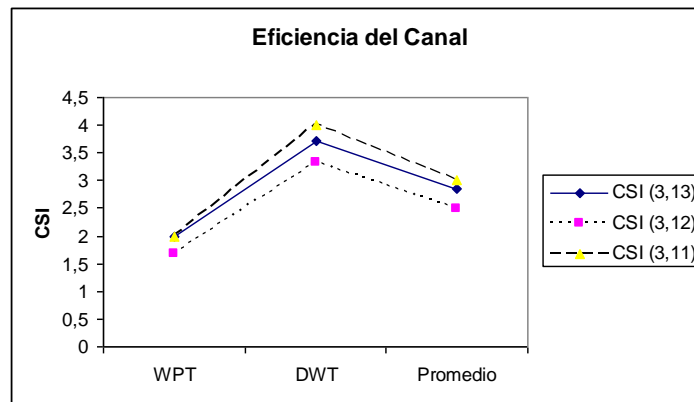


Figura 56. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 1-20

En la tabla 22, se muestran los índices CSI obtenidos en el paciente 4, para las muestras 21-40.

Tabla 22. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 21-40

Canal(i,j)	WPT	DWT	Promedio
CSI (3,13)	1,4704	1,621	1,5457
CSI (3,7)	1,2587	1,300	1,2793

En la figura 57, se visualizan los resultados de la tabla 22.

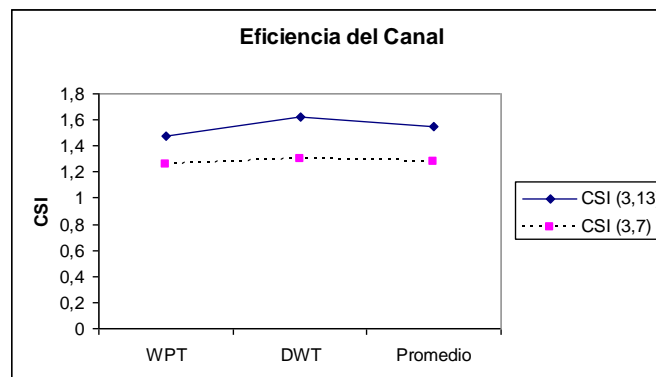


Figura 57. CSI, Mejores canales paciente 4, muestras 21-40.

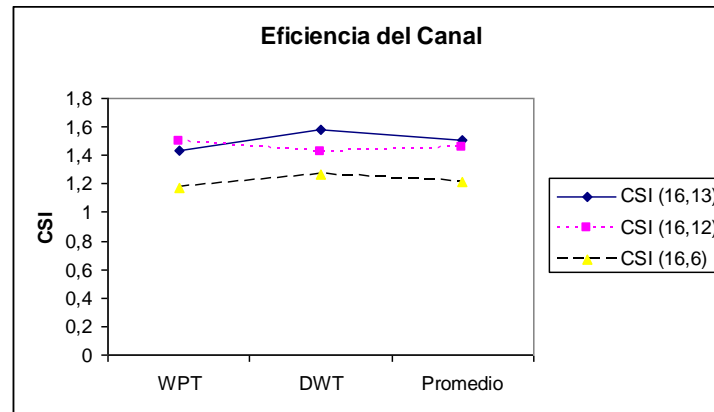
De acuerdo a los valores que se muestran en las tablas los canales (3,13) son los que presentan mejor resultado para el paciente 4.

Paciente 5=SM_1_4mov

Para el paciente 5, se obtienen los resultados de la tabla 23 y la figura 58, con las muestra de 1-20.

Tabla 23. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 1-20

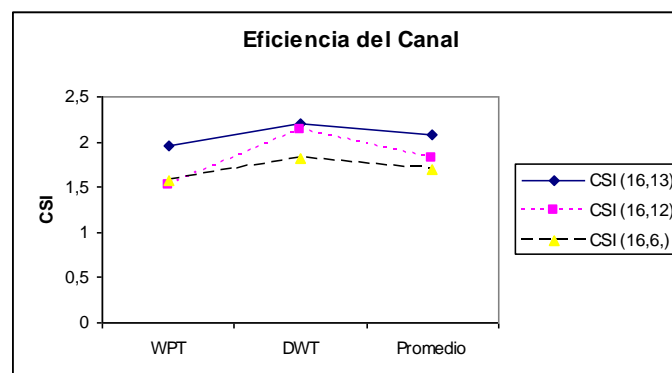
Canal	WPT	DWT	Promedio
<i>CSI (16,13)</i>	1,4320	1,5801	1,5063
<i>CSI (16,12)</i>	1,4924	1,4259	1,4592
<i>CSI (16,6)</i>	1,1716	1,2630	1,2173

**Figura 58. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 1-20**

Para las muestras de la 21-40, se obtienen los resultados expuestos en la tabla 24 y la figura 59.

Tabla 24. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 21-40

Canal(i,j)	WPT	DWT	Promedio
<i>CSI (16,13)</i>	1,9547	2,2049	2,0798
<i>CSI (16,12)</i>	1,5144	2,1248	1,8196
<i>CSI (16,6,)</i>	1,5685	1,8157	1,6921

**Figura 59. CSI, Mejores canales paciente 5, muestras 21-40**

De acuerdo a los valores que se muestran en las tablas los canales (16,6) o (16,12) son los que presentan mejor resultado para el paciente 5.

Paciente 6=WM_1_4mov

En la tabla 25 y la figura 60, se pueden observar los índices CSI obtenidos para los diferentes métodos, con los mejores canales, estas muestras corresponden de la 1-20.

Tabla 25. CSI, Mejores canales paciente 6, muestras 1-20

Canal	WPT	DWT	Promedio
CSI (1,12)	0,5637	0,9733	0,7685
CSI (1,8)	0,4726	0,4714	0,4720
CSI (1,6)	0,3271	0,3909	0,3593

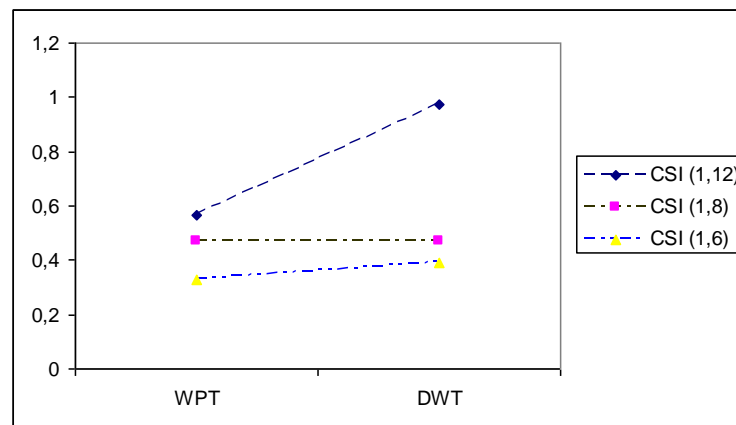


Figura 60. CSI, Mejores canales paciente 6, muestras 1-20

De acuerdo a los valores que se muestran en las tablas los canales (4,6) o (4,8) son los que presentan los mejores resultados.

Con esto se puede comprobar que para cada paciente la región de captura de la señal EMG puede variar.

5.2. CONCLUSIONES

- Durante las pruebas realizadas con el fin de elegir la mejor *wavelet* madre para la caracterización de las señales EMG utilizando la DWT, se encontró que la Daubechies de orden 3, es la que presenta mejor rendimiento, así mismo el tercer nivel de descomposición fue el que presento mejores resultados.
- Aplicar PCA a los coeficientes obtenidos de la descomposición DWT, mejora la separabilidad entre las clases de las señales EMG generadas por diferentes intenciones de movimiento.
- El eliminar las subbandas de coeficientes de aproximación A3 y detalle D1, obtenidas de la descomposición DWT de una señal EMG, ofrece una mayor separabilidad de clases, debido a que estas subbandas no ofrecen información relevante para la caracterización de la señal EMG.
- La utilización de la entropía de Coifman-Wickerhauser como función discriminante en el algoritmo de la mejor base WPT, ofrece la mejor separabilidad de clases, al ser comparada con otras funciones de costo.
- El efecto de aplicar PCA a los coeficientes obtenidos de la descomposición WPT, después de haber aplicado el algoritmo de la mejor base no mejora la caracterización, debido a que la mejor base ya contiene las componentes más significativas de la señal EMG.
- La separabilidad de los vectores descriptores obtenidos por medio del método de extracción de características WPT es mayor que la separabilidad obtenida con DWT, pero WPT requiere de un mayor tiempo y costo computacional.

- El comportamiento de los canales es diferente en cada paciente, por lo tanto para la selección de los canales a utilizar se debe realizar un estudio independiente para cada persona y determinar las mejores regiones de captura de señales EMG.
- El índice de separabilidad de clases (CSI), es una medida que calcula la eficiencia de cada método de extracción de características, ya que permite medir la separabilidad que existe entre los vectores descriptores de los movimientos analizados.
- Los vectores descriptores del dominio *wavelet* muestran una muy buena separabilidad de clases, facilitando que un posterior proceso de clasificación sea aplicable.
- Las funciones ofrecidas por el toolbox *wavelets* contienen una documentación muy amplia, la cual facilita la implementación de diferentes algoritmos utilizando la teoría *wavelet*.
- El toolbox *wavelets* ofrece una interfaz gráfica muy completa que permite una visualización del funcionamiento de la teoría *wavelets*, la cual es útil para personas que apenas comienzan a incursionar en este campo, porque facilita el entendimiento de la teoría.
- El toolbox Wavelab850, es una buena opción para trabajar con la WPT, por que las funciones propias de este toolbox ofrecen un tiempo de ejecución mucho más bajo a las que realizan la misma operación en el toolbox *wavelet*.
- El área de procesamiento digital de señales, específicamente la teoría *wavelets* puede contribuir significativamente a mejorar los procesos de rehabilitación y valoración clínica de diferentes patologías, mediante la

implementación de aplicaciones hardware y software que sirvan como medio para la solución de estos problemas.

- El desarrollo de este trabajo de grado hace un aporte a la sociedad colombiana debido a que en este país, existen gran cantidad de personas discapacitadas debido al conflicto armado y otras causas, por lo tanto con la optimización de los procesos de caracterización para una posterior clasificación de movimientos se pretende el mejoramiento de las prótesis existentes, para que estas personas tengan una vida en condiciones dignas parecidas a la de cualquier ser humano normal.

5.3. RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

- En este proyecto se realizó la caracterización de señales EMG producidas por movimientos de mano, con el fin de realizar una prótesis de esta extremidad, queda abierta la posibilidad de analizar las señales EMG producidas por otras extremidades, con el fin de realizar otros tipos de prótesis.
- Las señales EMG son muy útiles para interpretar las intenciones de movimiento de un ser humano, estas señales pueden ser analizadas utilizando técnicas *wavelets* para mejorar los procesos de caracterización y clasificación, y así determinar el tipo de desplazamiento deseado por una persona, lo cual puede ser utilizado en la implementación de dispositivos de asistencia para personas con discapacidades.

REFERENCIAS

- [1] Salazar A. “*Prosthesis control based on sEMG*”, Grupo de investigación y desarrollo en instrumentación y control, Universidad Distrital, Universidad Distrital, Bogotá. 2005.
Disponible en: www.bioinstrumentacion.eia.edu.co/docs/otros/protesisMioelectrica.pdf
- [2] Betancourt G. “*Reconocimiento De Patrones De Movimiento A Partir De Señales Electromiográficas*”. Universidad Tecnológica de Pereira, Grupo de Investigación en Instrumentación y Control. 2004.
Disponible en: www.utp.edu.co/php/revistas/ScientiaEtTechnica/docsFTP/1145353-58.pdf
- [3] De Luca G, “*Fundamental Concepts in EMG Signal Acquisition*”, Delsys Incorporated, 2003.
Disponible en: http://www.delsys.com/Attachments_pdf/WP_Sampling1-4.pdf
- [4] Englehart K., Hudgins B. “*A Wavelet Based Continuous Classification Scheme for Multifunction Myoelectric Control*” University of New Brunswick, Canada. 2000.
Disponible en: www.ece.unb.ca/kengleha/papers/IEEE-TBME2000.pdf
- [5] Ferguson S., Dunlop R. “*Grasp Recognition from Myoelectric Signals*”. Australasian Conference on Robotics and Automation. Department of Mechanical Engineering University of Canterbury. New Zealand. 2002
Disponible en: www.araa.asn.au/acra/acra2002/Papers/Ferguson-Dunlop.pdf
- [6] Englehart K., “*Signal Representation for Classification of the Transient Myoelectric Signal*”. Doctoral Thesis. University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada. 1998a.
Disponible en: <http://www.ece.unb.ca/kengleha/thesis/phd.htm>
- [7] Sociedad Española de Neurofisiología Clínica, “*Condiciones Generales De Acreditación De Procedimientos, Proveedores Y Centros Para Pruebas Funcionales De Neurofisiología Clínica: Electromiografía*”, 2004
Disponible en: <http://www.neurofisiologia.org/paginas/documentos/EMGsenf.htm>
- [8] Mejía M, Mejía X, “*Electromiografía*”, 2003.
Disponible en: http://telemedicina8.tripod.com/archivos/informe_EMG.pdf
- [9] Sijiang Du, “*thesis, Feature Extraction For Classification Of Electromyography Patterns*”, San Diego State University, 2003.
- [10] Acosta M, Zuluaga C, “*Tutorial de Redes Neuronales*”, Universidad Tecnológica de Pereira, Facultad de Ingeniería Eléctrica 2000.
Disponible en: <http://ohm.utp.edu.co/neuronales/>
- [11] Siriprayoonsak S, “*thesis, Real-Time Measurement of Prehensile EMG Signals*”, San Diego State University, 2005.
Disponible en: <http://medusa.sdsu.edu/Robotics/Neuromuscular/Theses/Saksit/Saksit.htm>
- [12] Santana J, “*Potenciales Eléctricos De Membrana Celular*”, Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, División de Ciencias de la Salud. Mexico. 2003.
Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos10/poel/poel.shtml>

- [13] Jorge Federico Eufracio Tellez, “*La neurona, Los músculos y La unidad motora*”, Facultad de Ciencias de la Salud. Universidad Rey Juan Carlos. Alcorcón. Madrid. Autorización de Ediciones DOYMA, 1999.
Disponible en: http://www.appcat.org/neurona_jfederico.pdf
- [14] De Luca C, “*Surface Electromyography: Detection and Recording*”, Delsys Incorporated, 2004.
Disponible en: <http://www.delsys.com/library/papers/SEMGintro.pdf>
- [15] Ruiz R, “*Aplicaciones de las señales electromiográficas*”, Universidad de Malaga. 2005.
Disponible en: <http://www.encuentros.uma.es/encuentros53/aplicaciones.html>
- [16] Hinojosa L, “*Ergonomía Asociada A Cargas Físicas*”, México. 2001. Disponible en: www.conaii.org.mx/Documentos/Ergonom%EDa asociada a cargas f%EDsicas LCH.pdf
- [17] Scott D, “*Important Factors in Surface EMG Measurement*”, Bortec Biomedical Ltd. Calgary, AB. 2004.
Disponible en: www.bortec.ca/Images/pdf/EMG%20measurement%20and%20recording.pdf
- [18] Castro R., Martínez J. “*Análisis de la Teoría de Ondículas orientadas a las aplicaciones de ingeniería eléctrica*”. E T S I, Industriales Departamento de Ingeniería Eléctrica, Madrid. 2002.
- [19] Stéphane Mallat “*A Wavelet Tour of Signal Processing*” &cole Polytechnique, Paris Courant Institute, New York University. 1999
- [20] Guevara J., Cabezas Y., Romo H. “*Diseño de un algoritmo de compresión y reconstrucción de imágenes fijas* “. Universidad del Cauca, Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones, Trabajo de grado. Popayán, Colombia. 2004.
- [21] Faundez P., Fuentes A. “*Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets*”. Instituto de Matemáticas UACH. Chile. 2000.
Disponible en: http://www.hst.aau.dk/~vhooraz/tesis_wavelet.pdf
- [22] Burrus S., Ramesh A., Guo H. “*Introduction to Wavelets and Wavelets Transforms*”. Primera edición. Prentice Hall, New Jersey. 1998
- [23] Pérez O. “*Algoritmos de compresión de imágenes sin movimiento para comunicaciones móviles (3G) utilizando teoría de wavelets*”. Universidad de las Américas, Departamento de Ingeniería Electrónica, México. 2004.
Disponible en: http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lem/perez_r_oa/
- [24] Jaideva C., Chan K. “*Fundamentals of Wavelets, Theory, Algorithms, and Applications*”. Wiley Series in Microwave and Optical Engineering. 1999.
- [25] Wickerhauser V. “*Adapted Wavelet Analysis: from Theory to Software*”. IEEE Press and A K Peters. Natick, Massachusetts. 1994.
- [26] Parraga A. “*Aplicação da Transformada Wavelet Packet na Análise e CLASSIFICACIAO de sinais de vozes patológicas*”. Ph.D. thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2002.
Disponible en: <http://www.ufrgs.br/ppgee/tese-eng-0339626.pdf.gz>

- [27] Saito N., Coifman R. "*Local discriminant bases*". Schlumberger-Doll Research , Old Quarry Road, Department of Mathematics, Yale University. 1996.
Disponible en: http://www.math.ucdavis.edu/~saito/publications/saito_ldb.ps.gz
- [28] Polo M. "*Seguimiento De Una Campaña De Riego En El Plan Badajoz: Comprobación De La Superficie Regada Y Posibilidad De Determinación De Fraude En El Riego Por Medio De La Teledetección*", Departamento de Expresión Gráfica, 2001.
- [29] Zhang X., Yang Y., Chen T. "*Clinical detection and movement recognition of neuro signals*". Shanghai Jiaotong University, Department of Automation. Journal of Zhejiang University SCIENCE. Vol. 6B No. 4 p:272-279. Shanghai, China. 2005
Disponible en: <http://www.zju.edu.cn/jzus/2005/B0504/B050409.pdf>
- [30] "*Wavelet Toolbox 3*". 2004. Disponible en:
http://www.mathworks.com/academia/student_version/r14sp1_products/wavelet/wa.pdf
- [31] Buckheit J., Shaobing Chen, Donoho D., Iain J. "*About WaveLab*", Stanford University & NASA-Ames Research Center, 2005. disponible en:
http://www-stat.stanford.edu/~wavelab/Wavelab_850/AboutWaveLab.pdf
- [32] Biomedical Engineering Institute, "*Levidata*", Canada.
Disponible en: <http://www.crusher.biomed.unb.ca>
- [33] Grisales R., Cuitiva J., Avendaño L. "*Extracción de Características de Señales Fonocardiográficas*". Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales. 2004.
- [34] Zecca M., Micera S., Carrozza M. "*Control of Multifunctional Prosthetic Hands by Processing the Electromyographic Signal*". ARTS Lab, Scuola Superiore Sant'Anna, Pontedera, Italy. 2002.
Disponible en: http://www.robocasa.net/people/zecca/2002/Zecca02_CRBE.pdf
- [35] Smith L. "A tutorial on Principal Components Analysis". February 26, 2002
- [36] Chandroth G., Sharkey C. "*Vibration signatures, wavelets and principal components analysis in diesel engine diagnostics*" Department of Computer Science, University of Sheffield.
Disponible en: www.seatec-services.com/Gopi-upload/CM-info/Papers/8-wavelet%20paper.pdf
- [37] Sandoval A. "*Medidas De Tendencia Central Y De Dispersión*", Universidad Panamericana. 2003. Disponible en:
http://uk.geocities.com/andres_sandoval_hernandez/Estadistica/Tema_2/Tema_2.doc
- [38] Mateu J. "*Medidas De Dispersión*", Departamento de Matemáticas, Área de Estadística e Investigación Operativa, Universitat Jaume. 2003.
Disponible en: <http://www3.uji.es/~mateu/Tema3-D37.doc>
- [39] Zaballa I. "*Valores singulares. ¿Qué son? ¿Para qué sirven?*", Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea. 1996.
- [40] De Luca C., "*Surface Electromyography: Detection and Recording*", Delsys Incorporated, 2004.
Disponible en: http://www.delsys.com/Attachments_pdf/WP_SEMGintro.pdf

