UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y LA ETNOMATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA

Sistematización

REINALDO TRUJILLO ULE

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANA Y SOCIALES
DEPARTAMENTO DE ESTUDIOS INTERCULTURALES
LICENCIATURA EN ETNOEDUCACIÓN
POPAYÁN
2017

Una propuesta didáctica para la enseñanza de la matemática y la etnomatemática en la educación básica primaria

Sistematización

Reinaldo Trujillo Ule

Asesor

Esp. Luis Alberto Cuellar Mejía

Universidad del Cauca
Facultad de Ciencias Humana y Sociales
Departamento de Estudios Interculturales
Licenciatura en Etnoeducación
Popayán
2017

Tabla de Contenido

Lista de tablas

Lista de figuras

1. Agradecimientos

A Dios,
A la comunidad del Resguardo Indígena de Caquiona
A mi familia
A Sebastián Trujillo Bohórquez
A Sara Sofía Trujillo Bravo
A Liliana Andrea Bravo Romero
A la Universidad del Cauca
Al Profesor Luis Alberto Cuellar Mejía

2. Presentación

La presente sistematización da cuenta de los desarrollos temáticos, actividades, reflexiones y construcciones de saber pedagógico que se realizaron durante un semestre en el desarrollo de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa: **UNA PROPUESTA DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA Y LA ETNOMATEMATICA EN LA EDUCACION BÁSICA PRIMARIA** que se realizó en la Institución Educativa Santa María de Caquiona, Resguardo Indígena de Caquiona, con estudiantes del grado quinto de básica primaria. En el marco de la licenciatura en Etnoeducación de la Universidad del Cauca.

Con este trabajo invito a los lectores y lectoras en el ejercicio docente, a reflexionar la práctica pedagógica que realizan cotidianamente y de esta manera tenga un sentido profundo de su acción educativa. Igualmente a la comunidad en general a pensar el acto educativo como un acto de vida, de formación integral, no solo de recepción de información.

La importancia de esta sistematización en el área de matemáticas es una posibilidad para acercarnos al mundo de la etnomatemáticas a través de la investigación, la experimentación y vivencia, presente en las diferentes comunidades y para este caso la comunidad del Resguardo Indígena Yanacona de Caquiona.

El texto está estructurado en los siguientes apartes que conforman la columna vertebral del proceso de sistematización y de investigación: a) el objeto de la sistematización y los objetivos, que guiaron todo el proceso de escritura; b) el contexto, en el cual se cuenta de manera muy general el lugar donde se hizo la práctica; c) el referente teórico, el cual orientó la práctica y la sistematización; d) la metodología, una apuesta a partir del texto libre de Celestín Freinet; e) organización y análisis, donde se da cuenta de la práctica de manera detallada; f) las reflexiones pedagógicas, fruto del desarrollo de la práctica y construcción de saber y conocimiento; g) conclusiones.

Bienvenidos y bienvenidas a esta aventura que permitirá a quienes se acerquen, construir muchas preguntas y reflexiones en torno a lo educativo, comunitario.

Introducción

Una propuesta didáctica, para la enseñanza de la matemática y la etnomatemática en la educación básica primaria, es un trabajo de sistematización que da cuenta del desarrollo de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa – PPE- en el grado quinto de la Institución Educativa Santa María de Caquiona, Resguardo Indígena de Caquiona, Municipio de Almaguer, en el área de matemáticas.

El acercamiento a esta propuesta, invita a conocer de cerca el territorio como espacio fundamental en el desarrollo de una Práctica Pedagógica Etnoeducativa y permite que se haga en contexto, al mismo tiempo que contempla la posibilidad de reconocer todas las experiencias y expresiones matemáticas que tiene la comunidad que habita el territorio.

La metodología basada en el texto libre de Celestín Freinet, con las estrategias: espacio temporal (manipulación), gráfico espacial (modelación) y la realización verbal, ayudaron sustancialmente a consolidar una propuesta pedagógica con didácticas activas donde el protagonismo es del estudiante en su máxima expresión.

La comunidad de Caquiona que posibilitó esta experiencia y enriqueció nuestra práctica pedagógica con sus saberes, usos y costumbres. Igualmente, se retroalimentó y fortaleció en el proceso político y comunitario, puesto que participó en esta dinámica con las investigaciones y reflexiones que la academia propuso desde la etnomatemática, y los aportes conceptuales de Alan Bishop, y otros autores.

El texto se caracteriza en su contenido, por presentar las prácticas que se realizaron con los estudiantes en la operatividad de la suma y la resta con el ábaco, los juegos con dados, los segmentos dirigidos. De esta manera, se comparte una práctica que generó acciones espacio temporal, gráfico espacial y realización verbal de procesos. Así mismo, el estudio del sistema de numeración maya y la investigación y puesta en escena de los pesos y medidas tradicionales de la comunidad de Caquiona permitió el reconocimiento de las etnomatemáticas como saber que se debe llevar a la escuela.

Finalmente, la reflexión pedagógica y los resultados obtenidos dan cuenta de la gran riqueza de la etnoeducación en los procesos educativos.

3. Objeto de la sistematización

¿Cómo impactó el desarrollo del pensamiento lógico y los lenguajes matemáticos en los niños y las niñas del grado quinto de primaria del Colegio Santa María de Caquiona con el uso de las estrategias didácticas del ábaco, de los bloques lógicos, de los juegos de dados y los vectores, en la operatividad de la suma y la resta, así como el conocimiento del sistema de numeración maya y los pesos[1] y medidas tradicionales?

[1] Se refiere a la masa de un objeto

4. Objetivos

5.1.Objetivo General

Producir experiencia y saber pedagógico en el campo de la etnomatemáticas mediante la sistematización de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa.

5.2.Objetivos específicos

- Revisar y organizar la información sobre la documentación de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa para la producción de datos
- Reflexionar sobre cada momento de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa en integración con los elementos conceptuales de la etnoeducación y la etnomatemática
- Valorar cada momento de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa para identificar los aprendizajes más relevantes del ejercicio que aportan a la formación docente
- Visibilizar los conocimientos ancestrales en el campo de la etnomatemáticas de la comunidad del Resguardo de Caquiona a través de un documento académico
- Elaborar un documento para dar cuenta de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa para aportar al saber pedagógico de maestros etnoeducadores en el campo de la etnomatemática

6. Contexto

6.1. El territorio que albergó la práctica

EL Resguardo Indígena Yanacona de Caquiona, se ubica en el Municipio de Almaguer, Departamento del Cauca, en la República de Colombia. Territorio ubicado en el sur oriente del departamento del cauca, en la zona del macizo colombiano, estrella fluvial de Colombia. Hay una gran diversidad cultural, expresiones de música y danza andina; así como una gran diversidad ambiental. Kakiona se encuentra entre los 1.900 y 3.375 metros sobre el nivel del mar, es decir, va desde el clima templado hasta el páramo. Su territorio se conforma entre las dos montañas que rodean las cuencas de los ríos San Jorge y Humus y corresponde a la parte oriental del municipio de Almaguer del cual representa aproximadamente el 26% de su extensión.

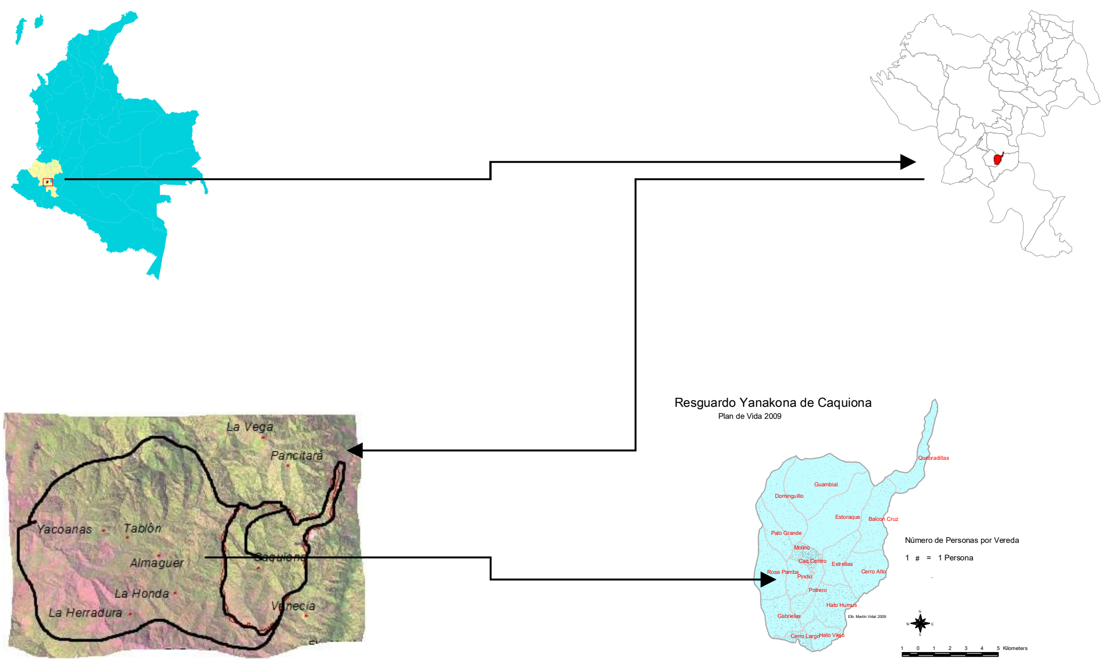


Figura 1 Mapas ubicación Caquiona. Plan de vida Tantanakuy, Resguardo de Caquiona

Está habitado por población indígena en el 99% y 1% de población mestiza. Según el censo del año 2014, en el Resguardo de Kakiona habitan 3802 personas de las cuales 1.885 (49,6%) son mujeres y 1917 (50,4%) son hombres. La población corresponde a 1.163 familias, lo que significa un promedio de 3,2 personas por familia.

Con el propósito de conocer un poco la historia del resguardo se retoma el siguiente texto extraído de la Notaría única de Almaguer:

> La parcialidad indígena de Caquiona, exhibe como justo título la escritura pública número 119 de 1 de octubre de 1940 de la Notaria Única de Almaguer, siendo otorgantes: Román Beltrán Gobernador del Cabildo Indígena de Caquiona, los regidores Felipe Chito y Teófilo Omen y los alcaldes Eusebio Beltrán y José Eduviges Quinayás, que contiene la protocolización de un expediente de 84 hojas de papel, en donde consta la propiedad de la tierra del resguardo indígena de Santa María de Caquiona , y otras diligencias relativas a la misma parcialidad, y otras diligencias desde 1700 en adelante, según las cuales la Majestad Carlos III, ordenó que ningún blanco, ni Gobernador, ni corregidor delegado, se metan con los indios Caciques, cumbes y la familia de Juan Ambrosio Omen inca de Salazar cacique I del pueblo de Santa María de Caquiona y su jurisdicción". Registrada a folio 092, partida Nro. 51 de fecha 25 de agosto de 1966 del libro segundo.

Los títulos del Resguardo de Caquiona son de origen colonial y datan del año 1732 y como tal se ha mantenido hasta el día de hoy, llevando a cabo una lucha constante contra la disolución del Resguardo y contra los múltiples litigios que se han originado por factores como el conflicto por la tierra. En la actualidad, está gobernado por el cabildo, una corporación orientada por el gobernador, vicegobernador, 2 alcaldes, dos regidores y 10 alguaciles, son elegidos por elección popular para un periodo de un año.

6.2. El SEIP y el PEC en el Plan de Vida del Resguardo Indígena de Caquiona.

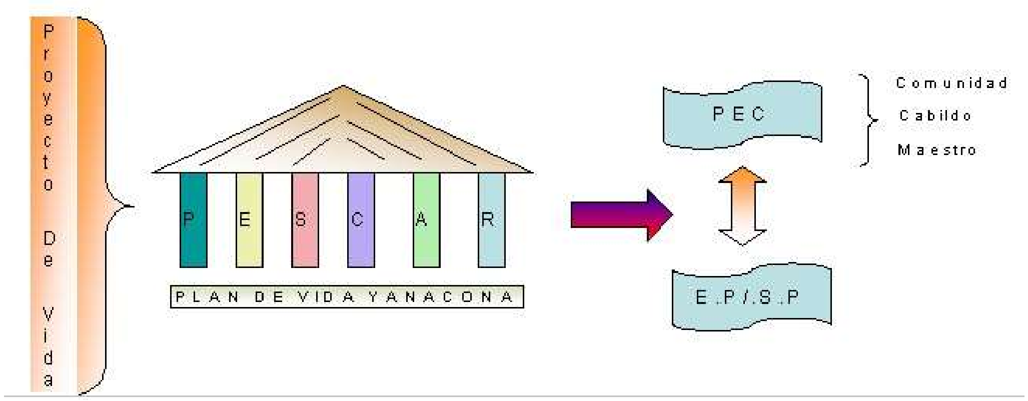


Figura 2: Estructura del PEC del Pueblo Yanacona. Documento SEPIY

La estructura del Proyecto Educativo Comunitario – PEC, permite visualizar el Sistema Educativo Indígena Propio – SEIP, que se está implementando como mandato comunitario del Plan de Vida de Caquiona. La característica fundamental del SEIP, se identifica como una estructura integral constituida por tres componentes: político, pedagógico, administrativo, que hacen posible el ejercicio de la Educación Propia, como política educativa de los pueblos indígenas. Cuenta con la participación de todos los actores que hacen posible la vida de la comunidad: familias, autoridades tradicionales, programas, maestros, estudiantes, jóvenes, mujeres, niños, niñas. En los distintos espacios; políticos, comunitarios, sagrados y con los medios de comunicación que nos permiten informarnos y encontrarnos, para compartir las experiencias con las cuales este sistema se construye y se vivencia. Cada uno de estos actores, tiene una responsabilidad y un compromiso en la construcción del Sistema Educativo Indígena Propio, en este sentido nos preguntamos: ¿qué es la educación propia para el pueblo yanacona?, ¿es posible la construcción de autonomía educativa en el pueblo yanacona?, ¿cómo pensar la educación propia desde el pueblo yanacona? ¿Qué debe aportar la educación propia para resolver la crisis política, social y comunitaria en relación con la participación? Un camino para resolver estos interrogantes, parte de hacer una crítica constructiva, una evaluación de los procesos hasta el momento realizados, adelantar propuestas para avanzar en la dinámica de la Educación Propia para el fortalecimiento del SEIP.

En lo que se refiere a los procesos de formación de los estudiantes, se requiere un análisis permanente del papel del maestro - maestra en su función de compartir información, acompañar a quienes participan de la dinámica educativa, en la generación de un pensamiento crítico y propositivo, para comprender las realidades y las problemáticas que viven los pueblos en relación directa con los planes y proyectos de vida. Estas problemáticas que se recogen en los aspectos sociales, económicos, organizativos, políticos y culturales son fundamentales en la construcción del modelo pedagógico y la propuesta educativa.

6.3.Un acercamiento a la Historia Educativa Local de Caquiona.

Mediante ordenanza No. 25 del 26 de marzo de 1917 se crea la escuela de niñas de Caquiona, en el municipio de Almaguer. Por ordenanza No. 45 del 14 de junio de 1939 se crea la escuela de varones de Caquiona con un director, en el municipio de Almaguer. Mediante ordenanza No. 7 del 9 de junio de 1941 se crean las escuelas del Hato y Gabrielas en el corregimiento de Caquiona, en el municipio de Almaguer. En 1980 se unificó la escuela de niñas y de niños de Caquiona conformando la Escuela Rural Integrada de Caquiona la cual se fusiona con el colegio Santa María de Caquiona en el año 2004.

El proceso de la historia educativa local, con respecto a la fundación del colegio de Caquiona, se da en 1989 y 1990, con el desarrollo de cursos satélites o desconcentrados del colegio "San Luis" de Almaguer, que surgieron a raíz del "primer movimiento campesino e indígena" que se llevó a cabo en la cabecera municipal el 28 de noviembre de 1.989, donde se le exigía al gobierno nacional el mejoramiento de vías, educación, salud y desarrollo en general. El movimiento duró 9 días, contó con el apoyo de las gentes de los corregimientos del municipio, quienes aportaron víveres y las personas pudientes colaboraron con ganado para el mantenimiento de aproximadamente 3000 campesinos e indígenas.

Transcurrido algunos meses, visitó a Caquiona, el profesor del colegio "San Luis" señor Guillermo Ahumada, quien en reunión callejera con algunos líderes de la cabecera del Resguardo (Tirso Chicangana, Emidio Chicangana y Oscar Bolaños) intercambiaron ideas sobre el resultado del PARO y propuso la creación de un curso desconcentrado, con base en la experiencia de un colegio de Nariño, en la cabecera del Resguardo. Entusiasmados por la idea y los medios que favorecían, los presentes propusieron al profesor Oscar Bolaños que realizara los trámites correspondientes y los demás apoyarían; así fue que el sábado siguiente, se trasladaron a la ciudad de Almaguer para dialogar con el rector del colegio, el profesor Ramón Lara, a quien le gustó la idea y acompañó inmediatamente a hablar con el señor alcalde Dumer Eutimio Gaviria, para que se comprometiera a conseguir y financiar el pago de dos profesores para trabajar en el desconcentrado o para que reemplazaran al docente que pasaría en comisión. El alcalde estuvo de acuerdo y se comprometió a enviarlos tan pronto se comenzara la labor; para agilizar y llevar a cabo dicha idea, el profesor Ramón Lara le encomendó al profesor Oscar Bolaños ser el promotor y uno de los docentes que pasaría a trabajar al desconcentrado. Con este compromiso, el docente inmediatamente se puso a elaborar el censo de los estudiantes presentes y futuros de cada establecimiento educativo del resguardo de Caquiona, de los egresados del grado quinto para el sostenimiento del mismo, la consecución del local, mobiliario, y la propuesta de reubicación del compañero que pasaría en comisión a laborar en el curso desconcentrado, dándose así inicio al Colegio Santa María de Caquiona. Con la población estudiantil disponible, el rector y el secretario del colegio San Luis de Almaguer, se trasladaron a Caquiona y matricularon el domingo 9 de septiembre de 1.990, a 26 estudiantes quienes al día siguiente iniciaron clases con dos semanas de nivelación, puesto que eran estudiantes egresados de 5º de primaria hacía 4, 5 y más años atrás.

El 9 de septiembre del año 1990 nace el colegio Santa María de Caquiona y el 26 de abril del año 2004, fue creada por la Secretaría de Educación del Departamento del Cauca, la Institución Educativa Santa María de Caquiona mediante resolución 0478.

Es precisamente esta historia la que ha permitido que la práctica pedagógica Etnoeducativa, tenga la importancia y el sentido que esta sistematización evidencia. En la posibilidad de conocer los procesos que se han vivenciado, de valorar que todo lo que hoy existe en las comunidades es producto de la organización, de su lucha en la reivindicación de los derechos, es permitir que la historia local haga parte de los procesos educativos que hoy se construyen con los niños y las niñas. En este propósito, el trabajo realizado con los estudiantes del grado 5° de primaria del Colegio Santa María de Caquiona, en el área de matemáticas, permitió la visivilización de los diferentes procesos y actores que hacen posible la educación en perspectiva histórica, posicionando desde esta dimensión el concepto de etnoeducación y de etnomatemáticas, aspectos que fueron fundamentales en el desarrollo de la práctica pedagógica.

7. Referente teórico

7.1. La Etnomatemática, un reconocimiento a las prácticas cotidianas de la gente

En la Institución Educativa Santa María de Caquiona adelanté la Práctica Pedagógica Etnoeducativa, en el campo de la etnomatemáticas, centrada en la construcción conceptual a partir del reconocimiento de los saberes ancestrales de la cultura Yanacona y las prácticas cotidianas sobre pesos y medidas. En este trabajo, uno de los investigadores más destacados de las Etnomatemáticas, Allan Bishop (1999), nos aporta desde el estudio a distintas culturas, las seis actividades matemáticas fundamentales que son universales, ya que parecen ser comunes en todos los grupos culturales que se han estudiado, y también son necesarias y suficientes para el desarrollo del conocimiento matemático.

Estas son las seis actividades:

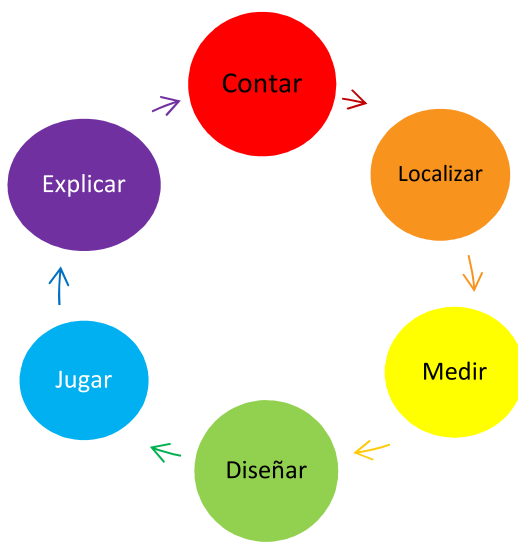


Figura 3: Seis actividades matemáticas, Allan Bishop

De esta manera, se puede decir que las matemáticas son producto de necesidades humanas y no se reducen a un conocimiento de laboratorio o aula de clase, así como lo afirma Alberti (2007, 51) "la escuela no es el único foco de conocimiento matemático" sino que es una parte de las prácticas cotidianas de los seres humanos. Por otro lado, las prácticas matemáticas se asocian a las seis actividades universales definidas por Bishop (1999,37) como:

- **Contar**: Manera sistemática de comparar y ordenar objetos diferenciados. Puede involucrar conteo corporal o digital, con marcas, uso de cuerdas u otros objetos para el registro, o nombres especiales para los números. También se pueden hacer cálculos con los números, con propiedades predictivas o mágicas asociadas con algunos de ellos.

- **Localizar**: Exploración del entorno espacial, conceptualización y simbolización de tal entorno con modelos, mapas, dibujos y otros recursos. Este es el aspecto de la geometría en el que juegan un papel importante tópicos relacionados con la orientación, la navegación, la astronomía y la geografía.

- **Medir**: Cuantificación de cualidades como la longitud y el peso, para propósitos de comparación y ordenación de objetos. En fenómenos que no están sujetos al conteo (v.g., agua, arroz), es usual medirlos. En el caso de la moneda, esta también es una cantidad de medida de valor económico.

- **Diseñar**: Creación de una forma o diseño para un objeto o para una parte del entorno espacial. Puede involucrar la construcción del objeto como una plantilla copiable o como un dibujo convencional. El objeto se puede diseñar para usos tecnológicos o espirituales y la forma es un concepto geométrico fundamental.

- **Jugar**: Diseño y participación en juegos y pasatiempos con reglas más o menos formalizadas a las que todos los jugadores deben someterse. Los juegos, con frecuencia, modelan un aspecto significativo de la realidad social e involucran razonamiento hipotético.

- **Explicar**: Determinación de maneras de representar las relaciones entre los fenómenos. En particular, la exploración de patrones de números, de localización, de medida y de diseño, que crean un mundo interior de relaciones matemáticas que modelan y, por ello explican el mundo exterior de la realidad.

Cuando se habla de prácticas matemáticas se hace referencia a las seis actividades definidas por Bishop las cuales permiten identificar y darle validez a las actividades realizadas por las personas en las diferentes comunidades, por tanto las acciones humanas realizadas con estas actividades, son definitivamente procesos matemáticos.

7.1.Etnomatemática

En mi formación como etnoeducador, uno de los campos de interés que empiezo a explorar es la Etnomatemáticas, para responder a los interrogantes y las preocupaciones que surgen desde mi observación en la I,E. Santa María DE CAQUINA, en torno a las dificultades para el aprendizaje de los matemáticas que presentan los y las estudiantes en los diferentes grados. En este sentido, empiezo por comprender el término Etnomatemática, que fue ideado primero por el matemático y educador brasileño D' Ambrosio (1985) quien usó el término para referirse a "Los procesos matemáticos, símbolos, jergas, mitologías, modelos de razonamientos, etc., practicados por grupos culturales identificados, inclusive clases profesionales" (p.45); quien pensó inicialmente en comunidades indígenas. Hoy en día es aceptada como cualquier tipo de matemática, en una comunidad particular puede ser: "matemática en la escuela", "la matemática universitaria" o la "matemática profesional" y otras que acontecen en contextos urbanos, de acuerdo a esto D'Ambrosio (2001) afirma que:

> La Etnomatemática es la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas o rurales, grupos de trabajadores, clases profesionales, niños de cierta edad, sociedades indígenas y otros tantos grupos que se identifican por objetivos y tradiciones comunes a los grupos. (p. 9)

Que de acuerdo con Parra (2003):

> D'Ambrosio aclara que la Etnomatemática no se preocupa tanto por la matemática (él mismo no ve futuro en denegar los éxitos obtenidos en la tecnología y ciencia desarrollada siguiendo el pensamiento griego), sino por la manera en que el conocimiento es construido, reconociendo que el conocimiento matemático es universal. No importa en qué lugar ni en qué tiempo estemos ubicados, los triángulos equiláteros tienen ángulos iguales, pero que su interés está en cómo se producen y usan las matemáticas, siendo esto sí muy particular. (p. 20)

Entonces, la Etnomatemática describe la producción, organización intelectual, social y a la difusión de diferentes maneras, estilos, modos (ticas) de explicar, conocer (matemas) el ambiente natural y social (etno) (González, 2011); eso con certeza deriva de la interacción de diferentes grupos y de la dinámica de ese proceso. Como lo afirma Ambrosio (1985):

> […] las matemáticas académicas, aquellas que se enseñan y se aprenden en las escuelas, y las etnomatemáticas aquellas practicadas por grupos culturales identificables, como sociedades nacionales o tribales, grupos de trabajo, niños en un intervalo de edad, clases profesionales y así sucesivamente. Su identidad depende en gran parte de los focos de interés, de la motivación y de ciertos códigos y argot que no pertenecen al reino de las matemáticas académicas. (p. 16)

Por ello, la Etnomatemática implica el conocimiento matemático de un modo bastante particular, donde este conocimiento es visto como una producción socio-cultural y como tal, admisible de ser reconstruido y apropiado en la resolución de problemas y el mejoramiento de la calidad de vida, como lo afirma López (2000):

> […] me di cuenta que aquello que entendía como una matemática del contexto social, era apenas una forma de ver la vida y que a pesar de que en ese contexto existen formas de cálculo en sistemas de ventas e intercambios comerciales, y que medios e instrumentos de medidas forman parte de los sistemas de producción, Etnomatemática significaba, ante todo, "La vida de los pueblos", es decir, una vida que se desarrolla en medio a relaciones de poder y que lleva en consideración no solamente el carácter disciplinar, sino también las luchas y disputas que esa vida de los pueblos representa (…) se trata de entender las relaciones entre conocimientos que se consolidan al interior de diferentes contextos y aquellos que los influencian de una u otra forma." (p. 3)

En particular, la Etnomatemática se caracteriza según Bishop (2005) por:

> - Las interacciones humanas. Puesto que la Etnomatemática se ocupa de las actividades matemáticas en sociedad y estas ocurren, en gran medida, por fuera de la escuela, además

dirige la atención hacia los papeles que cumplen, en la educación matemática, personas distintas a los alumnos y los profesores.

- Los pueblos y valores. La Etnomatemática ilustra cómo diferentes aspectos de la actividad humana tienen valores diferentes para pueblos diferentes.

- Las interacciones entre matemáticas y lenguas. Las lenguas actúan como el principal vehículo de las ideas matemáticas y son portadoras de muchos de los valores de las sociedades.

- Las matemáticas congeladas. Este término fue acuñado para referirse a las actividades de la sociedad que son implícitas y sobre ellas no hay cuestionamiento alguno.

- Los mundos históricos. Una perspectiva cultural de las matemáticas nos obliga a prestar atención a diferentes historias matemáticas y a lo que ellas nos dicen acerca de quién desarrollo ideas matemáticas en diferentes sociedades.

- Las raíces culturales. La Etnomatemática nos está haciendo más conscientes de los puntos de partida del desarrollo matemático.

- El estudio antropológico. Este tipo de aproximación sirve de base a gran parte de la investigación Etnomatemática.

- Los conflictos culturales. Al enfatizar diferentes formas de conocimiento matemático, llama también la atención hacia los conflictos entre grupos culturales diferentes en lo relacionado con la educación matemática. (p,74)

Es así como, la etnomatemática encuentra un lugar muy importante en el pensamiento matemático y por ende debe ser considerada fundamental a la hora de la enseñanza, más aún, cuando este proceso ocurre en comunidades étnicas. En este sentido, la etnomatemática ocupa un lugar privilegiado en la práctica pedagógica etnoeducativa, pues es allí donde tiene su mayor sentido e importancia. Toda vez, que la matemática convencional que ha colonizado las mentes y los procesos en todos los aspectos de la vida desde la formación, tiene ahora que reconocer las diferentes formas de pensar y de existir de las comunidades. Hoy este proceso se ha investigado, estudiado, posicionado y producido como conocimiento etnomatemático.

7.2. Teoría y práctica

En este ejercicio, presento una reflexión sobre la teoría y la práctica, que permite evidenciar cómo la matemática y la etnomatemática se encuentran en los procesos pedagógicos adelantados en un contexto indígena Yanacona, como es la I.E. Santa María de Caquiona.

En este sentido, la teoría y la práctica deben tener un punto de articulación que permita, a docentes y estudiantes, definir con claridad cuándo la práctica produce teoría y en qué momento la teoría consolida prácticas que sean coherentes y definan conceptos y propiedades de un determinado tema. Es así, como podemos intentar abordar la teoría y la práctica como principios fundamentales de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa y por consiguiente identificar de manera clara cuándo es necesaria la teoría, cuándo es indispensable la práctica y cuándo es importante la integración. A continuación enumeraré tres principios de articulación de la práctica y la teoría:

7.2.1. El punto de articulación de la práctica y la teoría es la pedagogía.

"Los niños y las niñas no se equivocan, ellos responden según su comprensión y de acuerdo con el nivel de desarrollo en que se encuentren en un momento determinado de su vida" (*Héctor Orobio y Marina Ortiz, 1997: p. 29*). Teóricos como Vigotski, Piaget, Luria, Davidov y Talizina aportan ideas a este principio, pues no solo consideran las capacidades innatas de los niños para aprender, sino que las potencian y fortalecen este proceso con el trabajo del docente desde la enseñanza, de allí que los teóricos citados tengan tanta vigencia para el desarrollo de las actividades pedagógicas como al acta de clase, el diario de clase del maestro y del estudiante, que se convierten en herramientas significativas en el aprendizaje de los estudiantes y la sistematización de la práctica pedagógica del maestro. De la misma manera, la realización verbal de los procesos que hacen los niños y las niñas en la manipulación de objetos y en la construcción de figuras a partir de lo propuesto, nos muestra cómo el niño y la niña comprenden lo aprendido. Al ser la pedagogía el punto de encuentro de la práctica y la teoría, concluimos que estas dos posibilidades de aprendizaje y de enseñanza no se pueden separar y por consiguiente son importantes en todos los procesos de la vida.

7.2.2. La didáctica hace posible la teoría y la práctica en el aula

En la búsqueda de diferentes formas de enseñar, para avanzar en el desarrollo de mi Práctica Pedagógica Etnoeducativa - PPE, surge la necesidad de comprender sobre la didáctica. Para responder a este interrogante abordé lo precisado por Díaz Barriga (*1992)* que la define como:

> "una disciplina teórica, histórica y política. Tiene su propio carácter teórico porque responde a concepciones sobre la educación, la sociedad, el sujeto, el saber, la ciencia. Es histórica, ya que sus propuestas responden a momentos históricos específicos. Y es política porque su propuesta está dentro de un proyecto social" (*P. 23*).

La didáctica es la forma como se da el encuentro de la teoría y la práctica. La didáctica tiene su importancia porque permite que los niños y las niñas puedan manipular, jugar y por supuesto aprehender lo que en un momento puede ser muy difícil por los niveles de complejidad si se hace solo desde una pizarra o un tablero.

7.2.3. La práctica y la teoría se unen en el lenguaje.

Desde la perspectiva escolar se ha creído que el lenguaje no es una cosa de las matemáticas, que las matemáticas solo se dicen con números y/o gráficos. Este concepto está sin piso desde hace mucho tiempo y diría que desde el inicio mismo de las matemáticas, pues el lenguaje es uno de los elementos fundamentales en el desarrollo de las personas y por ende de las ciencias. Por eso, la práctica y la teoría tienen su punto de encuentro en el lenguaje y las matemáticas se definen y se desarrollan a través del lenguaje y de múltiples lenguajes, a tal punto que la simbología, la realización verbal de procesos y los lenguajes retóricos, de palabras, abreviaturas y los lenguajes matemático o artificial son importantes en el desarrollo del pensamiento matemático.

A manera de conclusión de este postulado de la práctica y teoría se puede decir con Héctor Orobio y Marina Ortiz (*1997)*:

> La teoría del desarrollo cultural planteada por Vigotski e impulsada por Luria, Leontiev y los psicólogos y pedagogos de la escuela soviética, desplaza el énfasis de la pedagogía del campo puramente intelectual al del desarrollo del individuo como persona, lo cual está mediado por el conocimiento particular de las distintas disciplinas. En la comprensión de esta teoría subyace la consideración del niño como sujeto de una especie que se desarrolla en dos dominios, cada uno de los cuales cumple un papel específico. El hombre se distingue de todos los animales por el hecho de utilizar herramientas en un contexto de trabajo social y de comunicación humana. Los procesos de adaptación del hombre transcurren, entonces, a través de la creación de órganos artificiales – o instrumentos de medición- los cuales constituyen el patrimonio cultural, objeto de apropiación de las distintas civilizaciones en un momento histórico determinado. El dominio de tales instrumentos cambia, en cada caso, los modos y las formas del comportamiento de los sujetos.
>
> Producto del desarrollo de su especie, el ser humano asume comportamientos y formas de conducta "naturales", los cuales deben transformarse en superiores en la medida en que asuma los instrumentos culturales. Pasar de formas de comportamiento natural o elementales a superiores es construir, o apropiarse, de herramientas que posibiliten el dominio del entorno por parte del sujeto, así como el dominio de sus formas de conducta" (*PP. 45-46).*

8. Metodología Utilizada

La metodología con la cual se desarrolló la práctica fue la siguiente:

8.1. Identificación de las temáticas:

En coordinación con la docente del grado quinto se identificaron las temáticas que fueron desarrolladas con los estudiantes. Este ejercicio permitió la planeación de las diferentes actividades.

8.2. Planeación de actividades

Para la planeación de las actividades utilicé la siguiente matriz:

Tabla Nro. 1. *Matriz preparación de actividades pedagógicas*

Tema	***Subtemas***	***Tiempo (Horas)***	***metodología***	***Resultados Esperados***	***Evaluación***
Pensamiento lógico matemático ***Objetivo Principal*** Fortalecer en los estudiantes de 1º a 11º el pensamiento lógico-matemático y la solución de problemas.	Sistema base dos utilizando el ábaco abierto y sistemas de pesas y medidas tradicionales ***Objetivos específicos*** ❖ Proponer actividades Espacio Temporal. ❖ Desarrollar actividades gráfico espaciales ❖ Formar en lectura y escritura haciendo la realización verbal de los procesos	6	Organizar con los estudiantes un trabajo dirigido a la utilización del ábaco abierto, como estrategia para desarrollar en ellos el pensamiento lógico matemático y las competencias espacio temporal, gráfico espacial y la realización verbal del proceso mediante el diario del estudiante y las actas de clase	Desarrollo del pensamiento lógico matemático a escala de los números en base 2 y el aprendizaje de un diario de clase y un acta de clase	El estudiante aprendió a utilizar el ábaco abierto y sabe hacer un diario de clase y un acta de clase.

Observaciones:
____
____
____

Tema	*Subtemas*	*Dimensión Etnoeducativa*	*Dimensión Innovadora*	*Dimensión Didáctica*	*Dimensión Lectoescritora*
Pensamiento lógico matemático	Sistema base dos utilizando el ábaco abierto y sistema de pesas y medidas	Investigación de los sistemas de medición propios y ancestrales de la comunidad como estrategia política de resistencia	Hacer una comparación de las medidas propias y ancestrales con las medidas convencionales de pesos y medidas utilizadas en la comunidad	Hacer los ábacos con materiales de la zona, lo mismo que hacer las pesas y medidas propias y ancestrales de la comunidad	Hacer los diarios de clase y las actas de cada una de las jornadas de clase al igual que organizar carteleras y letreros alusivos a los procedimientos que se hicieron para la realización de los materiales y su utilización.

Observaciones:
____
____
____

8.3. Identificación de estrategias metodológicas

Las estrategias metodológicas que se acordaron con los estudiantes y la docente del grado quinto fueron las siguientes: Explicación, salidas de campo, elaboración de murales, juego de roles, entrevistas, visitas donde los mayores.

8.4. Definición de las estrategias didácticas

Las estrategias didácticas se basaron en el texto libre de Celestín Freinet.

Tabla Nro. 2. *Estrategias didácticas Celestín Freinet*

Estrategia didáctica	***Descripción***
	Basado en el Texto Libre de Celestín Freinet
Espacio Temporal	Esta actividad permite que el estudiante manipule los objetos en el tiempo y en el espacio, de manera real. Organiza de manera lógica los juegos y las secuencias y explora la creatividad y la innovación. A través del juego construye pensamiento y resuelve problemas.
Gráfico Espacial – Modelación	Permite que el estudiante grafique o dibuje las actividades realizadas con los objetos que manipuló. Esto lo acerca a la concreción del conocimiento. La modelación genera destrezas y es la evidencia del trabajo.
Realización verbal de los procesos	En este proceso el estudiante cuenta lo realizado en las actividades anteriores. Lo hace de manera oral, escrita o con otros leguajes como señas, expresiones corporales, etc.
Diario de Clase del estudiante y del maestro	Instrumento de registro de la propia visión del proceso, las relaciones con el maestro, con sus compañeros y con el conocimiento, la forma en que su experiencia cultural interviene en la solución de las tareas escolares y cómo éstas contribuyen a resolver los problemas de la vida cotidiana. También el diario es un espacio para que el niño se exprese con sinceridad ante el maestro. Según Orobio y Ortiz (1997) Se ubica como un recurso metodológico capaz de nuclear los procesos investigativos del aula. Su utilización periódica permite reflejar el punto de vista del autor sobre los procesos más significativos de la dinámica en la que está inmerso (p. 33-34).
Acta de Clase	El acta es un documento que contiene el testimonio de las acciones más importantes que han acontecido en la realización formal de una clase, por ejemplo, de lo que ha pasado en una

sesión o en una salida de campo.

El acta es un documento que da testimonio de hechos que suceden en la realidad y que sirven de base o sustento para nuevas acciones, como puede ser para recordar la secuencia de los temas y para determinar la participación en la clase.

9. Organización y análisis

9.1. Jugando con los bloques lógicos

Se inició la práctica con los niños y niñas desarrollando actividades con los bloques lógicos en juegos libres y con la caja de doble entrada. Esta actividad permitió la explicación del tema sobre pensamiento lógico y creatividad como herramienta necesaria para afrontar los temas de los sistemas de numeración y la suma y la resta con la ayuda del ábaco abierto y los números enteros utilizando los juegos de dados y los segmentos dirigidos.

Los niños realizan juegos libres de manipulación con los bloques lógicos a partir de las diferencias y similitudes. Arman diferentes figuras, luego las dibujan en el cuaderno mediante la modelación o lo gráfico espacial y finalmente, realizan el proceso verbal, aplicando las competencias comunicativas; escuchar, hablar, leer y escribir. Aquí hay un trabajo de razonamiento y se realiza el ejercicio espacio temporal.

Figura 4 y 5: Figuras libres con los bloques lógicos. Colegio Santa María de Caquiona. Fotografía: Reinaldo Trujillo 2016

Esta actividad incrementó en los niños y las niñas estrategias como el trabajo en equipo, el diálogo, la complementariedad, así como las habilidades y la creatividad. Es importante señalar que el trabajo con los niños, haciendo uso del juego libre donde ellos puedan emplear sus saberes previos y su creatividad, permitió una mejor comprensión y un aprendizaje de los lenguajes matemáticos, así mismo, los niños y las niñas reconocen que el pensamiento matemático permite recrear otros saberes como el lenguaje, fundamental en todo el conocimiento.

Esta actividad permitió dar prioridad a la creatividad y el trabajo colaborativo en parejas, de tal manera que ellos construían lo que imaginaban, sus casas, sus chagras, animales, les daban movimiento y en fin, esto se convirtió en un espacio de recreación y de juego. Después, se realizaron ejercicios con los bloques lógicos, haciendo serpientes, con una diferencia, con dos diferencias, tres diferencias y cuatro diferencias respectivamente. De esta manera se pudo ver en los estudiantes los avances en la resolución de problemas y el fortalecimiento del pensamiento lógico matemático.

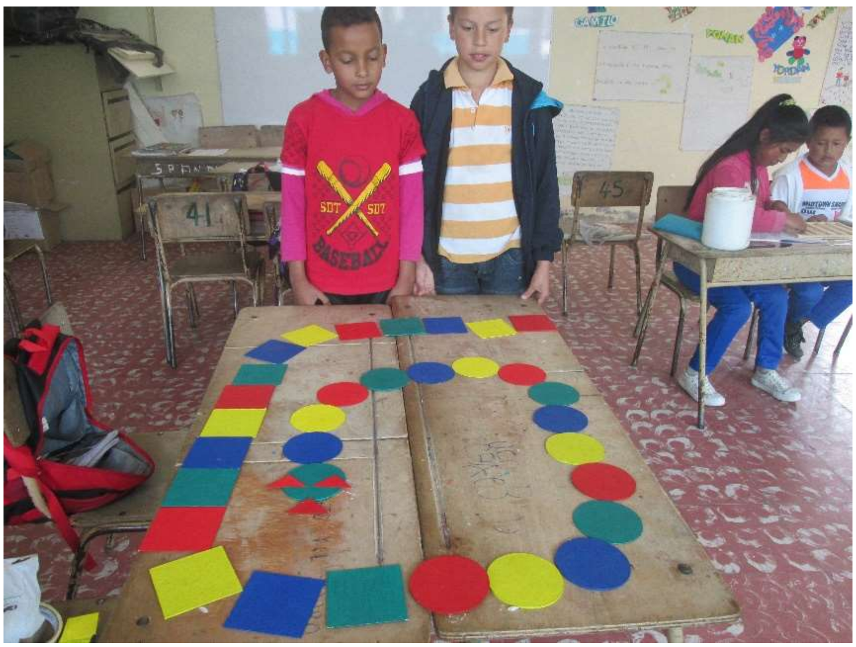


Figura 6: Niños del grado quinto haciendo figuras con los bloques lógicos. Colegio Santa María de Caquiona. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Después de haber realizado todo lo relacionado con los juegos libres y definir las diferencias con los bloques lógicos, se inició el desarrollo del trabajo con los bloques lógicos a partir de las categorías de color, forma, tamaño y textura y se pudo evidenciar que los niños y las niñas forman serpientes con una diferencia, dos diferencias, tres diferencias y cuatro diferencias. Esta actividad permitió que los estudiantes pudieran hacer diferencias a partir de las categorías mencionadas y de esa manera se adentraron en lo que es la teoría de conjuntos. Lo más importante de este trabajo es que se incrementa la creatividad y el pensamiento lógico, además de poder fortalecer las habilidades espacio temporales, las habilidades de modelación o gráfico espacial y la realización verbal de los procesos.

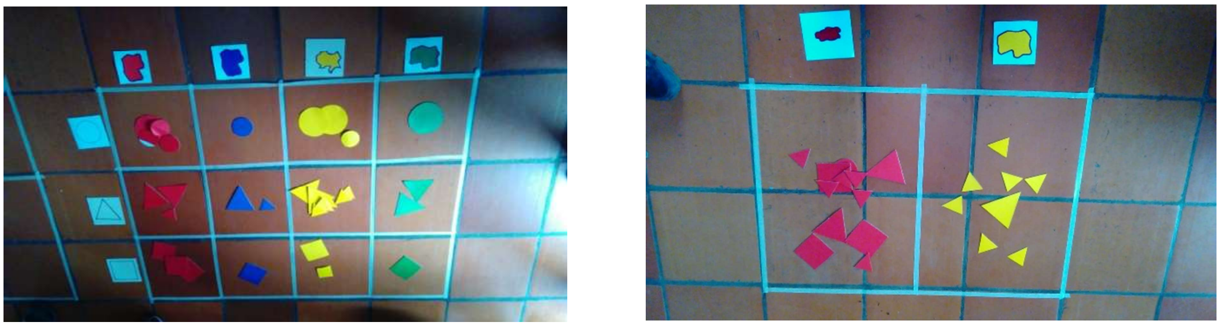


Figura 7 y 8: Tablas de doble entrada. Colegio Santa María de Caquiona. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

9.1.1. Juegos con una y más diferencias

El proceso para formar serpientes se realiza de tal manera que entre una y la siguiente se presenten: a) una diferencia; b) dos diferencias; c) tres diferencias, y d) cuatro diferencias. Al finalizar esta parte los estudiantes alcanzan el nivel para formar secuencias de manera que entre ellos se presenten, por ejemplo, las siguientes diferencias únicamente. Las categorías no nombradas se mantienen. Se recomienda hacer esta actividad en parejas.

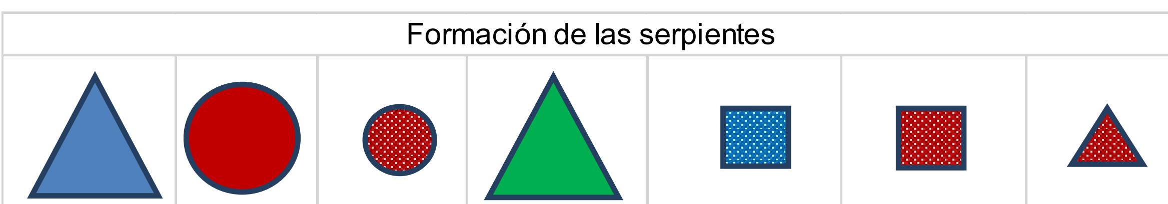


Figura 9: Serpientes con bloques lógicos

La primera ficha se escoge al azar.

Entre la 1ª y la 2ª, la forma (f) y el color (c)
Entre la 2ª y la 3ª, el tamaño (t) y la textura (tex)
Entre la 3ª y la 4ª, el textura (tex), tamaño (t), color (c), forma (f)
Entre la 4ª y la 5ª, el color (c), forma (f), tamaño (t) y textura (tex)

Entre la 5ª y la 6ª, el color (c)

Entre la 6ª y la 7ª, la forma (f)

9.1.2. Juegos de correspondencia

En esta clase de juego se sigue un tipo de programa propuesto, el cual se puede diseñar, primero con una sola categoría, luego con 2, 3 y 4.

9.1.2.1. Juego propuesto: Grande – Pequeño

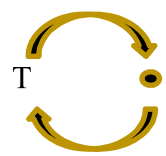


Figura 10. Juegos de correspondencia

Este juego consiste en que si un jugador presenta una ficha grande el segundo presenta una ficha pequeña y viceversa. Ejemplo:

Primer Jugador

Segundo Jugador

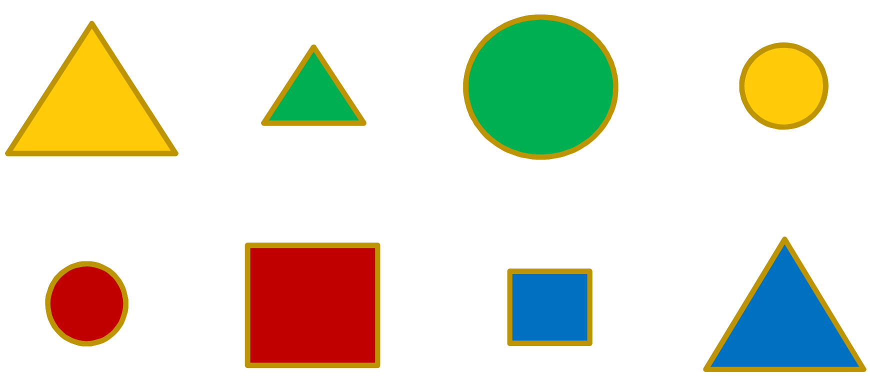


Figura 11. Desarrollo del juego

9.1.2.2. Juego propuesto: Grande – Pequeño, liso – rugoso

Figura 12. Juegos de correspondencia

Este juego consiste en que si la primera ficha es grande y rugosa la segunda ficha debe ser pequeña y lisa y viceversa. Ejemplo:

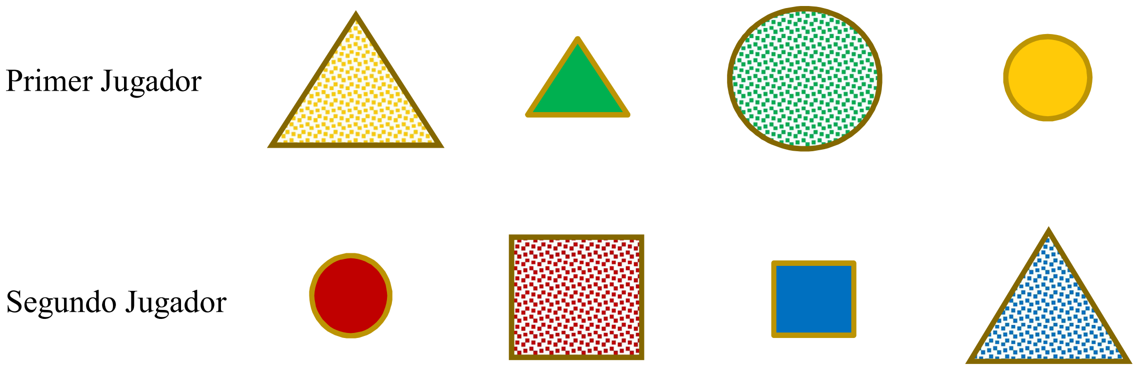


Figura 13. Desarrollo del juego

9.1.2.3. Juego propuesto: juegan las categorías tamaño, textura y forma.

Si un jugador presenta una ficha pequeña, lisa y circular; entonces el segundo presenta una ficha grande, rugosa y triangular; luego el primero presenta una ficha pequeña, lisa y cuadrada, etc…

Figura 14. Juegos de correspondencia

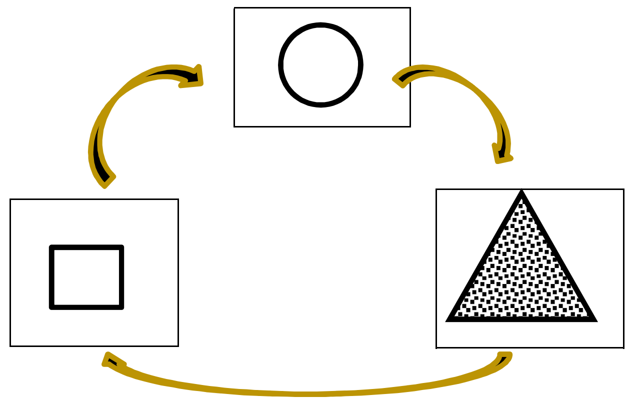


Figura 15. Juegos de correspondencia

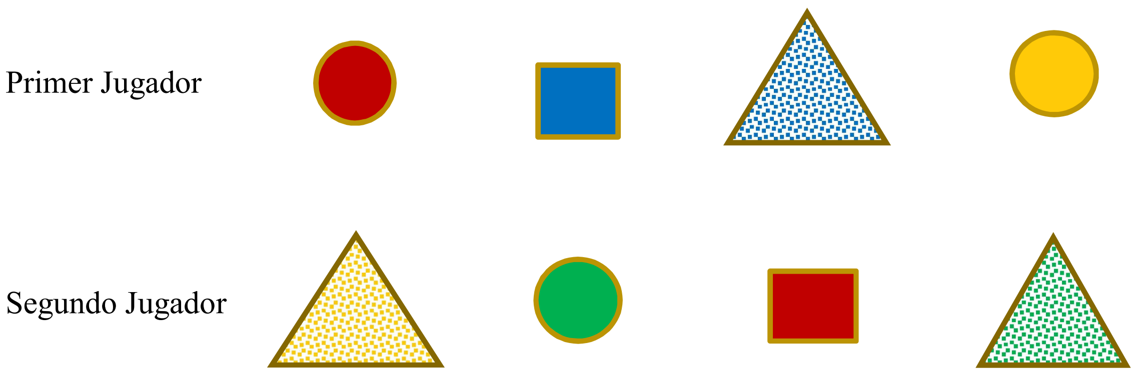


Figura 16. Desarrollo del juego

9.1.2.4. Juego propuesto: juegan las categorías tamaño, textura, forma y color.

Si el primer jugador presenta una ficha pequeña, lisa, circular y amarilla; entonces el segundo presenta una ficha grande, rugosa, triangular y roja; luego el primero presenta una ficha pequeña, lisa, cuadrada y azul; el segundo presenta una ficha grande, rugosa, circular y verde, etc…

Figura 17. Juegos de correspondencia

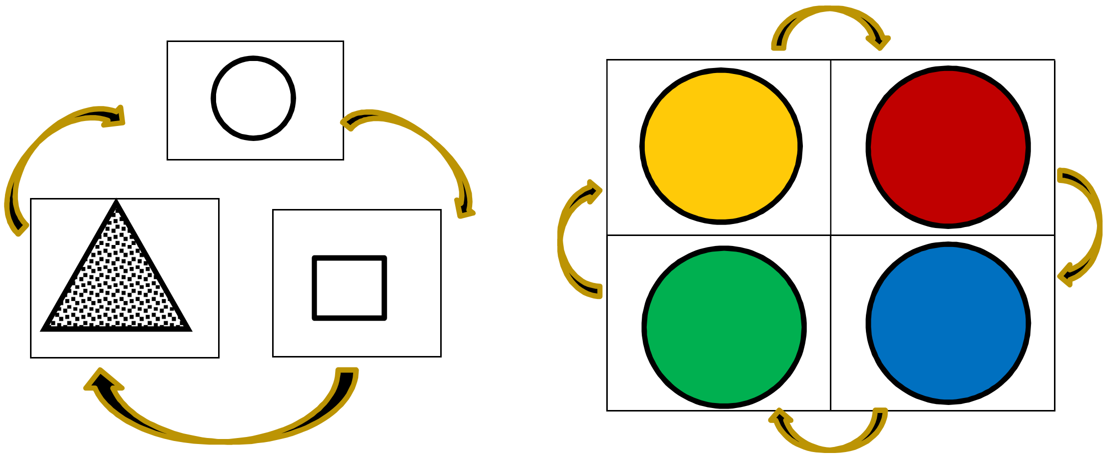


Figura 18. Juegos de correspondencia

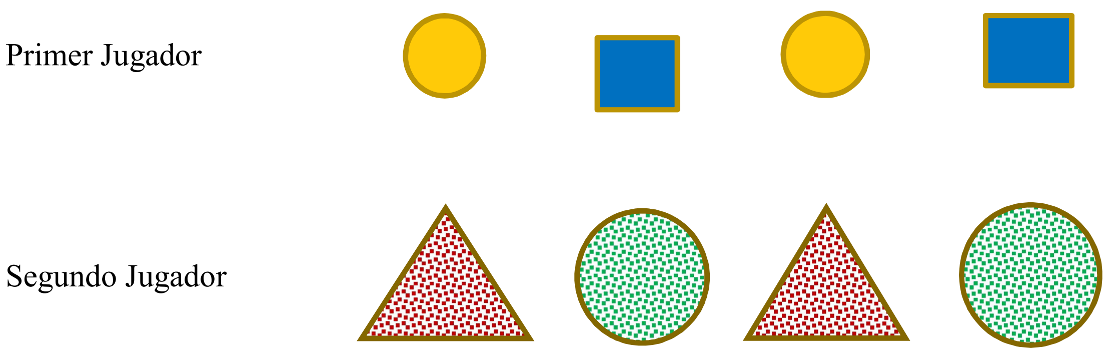


Figura 19. Desarrollo del juego

9.1.3. Juego con cajas de doble entrada

Se parte de una clasificación previa de las fichas, que hacen los estudiantes, luego utilizando las baldosas del piso se hacen las cajas o en su defecto con cinta de enmascarar se pueden elaborar en una mesa. Se pueden realizar juegos de clasificación empleando negación de características. Las cajas de doble entrada se constituyen en una herramienta valiosa para el desarrollo de la capacidad de clasificar y analizar información. Los estudiantes van resolviendo también los ejercicios en su cuaderno de manera gráfica. Algunos ejemplos:

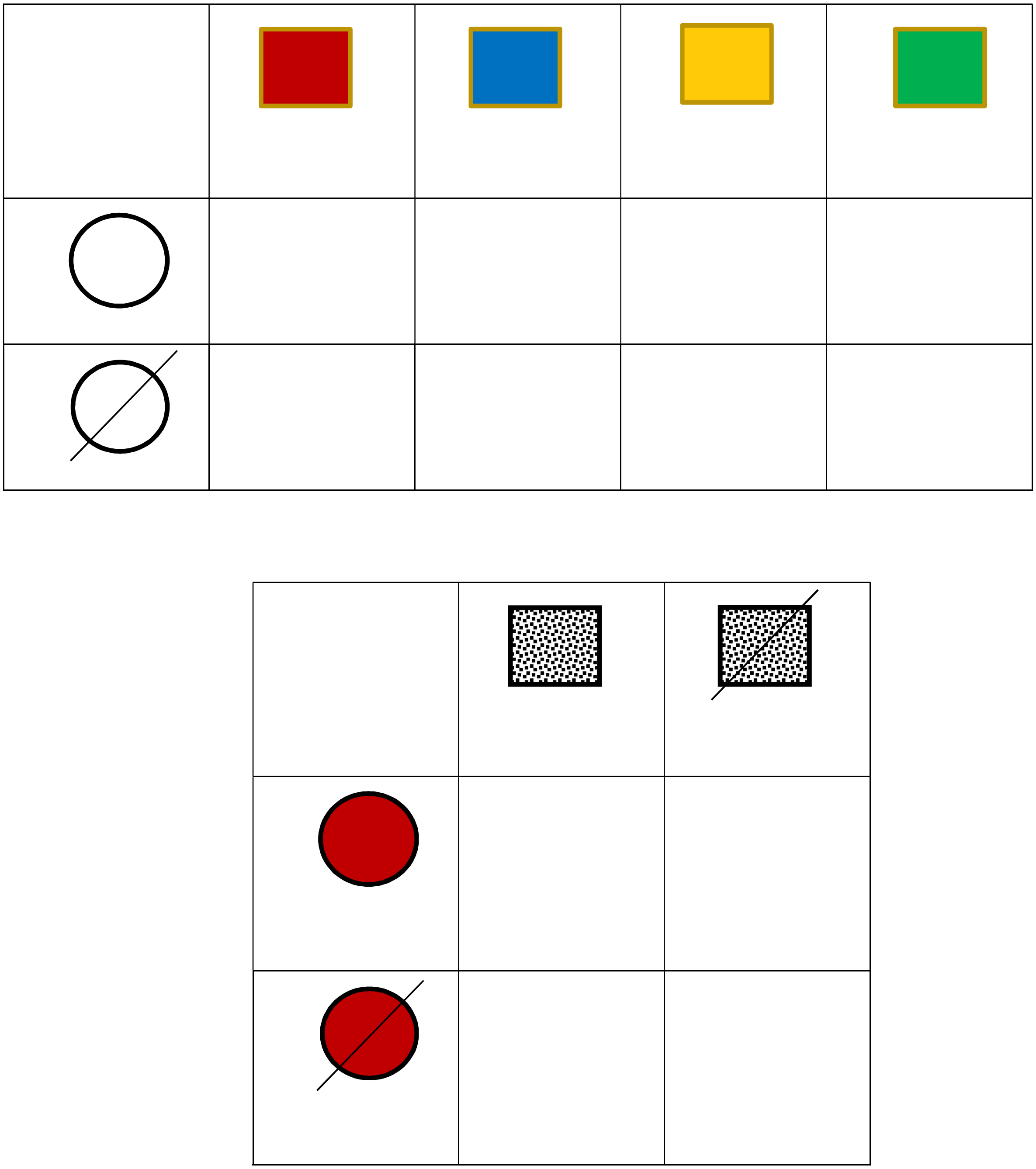
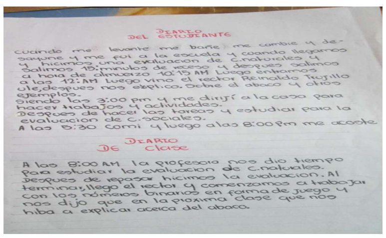


Figura 20. Juegos con cajas de doble entrada

La estructuración espacio temporal que se logra con este trabajo permite a los estudiantes fortalecer su toma de decisiones, muy importante en los procesos educativos porque van logrando autonomía y los lleva a la resolución de diferentes problemas de la vida cotidiana. También resulta de vital importancia el proceso gráfico espacial, aquí los estudiantes modelan, dibujan y acercan el conocimiento a la realidad de las cosas, su producción es fruto de su esfuerzo personal y su creatividad. Finalmente, la realización verbal donde cuentan detalladamente el proceso no es al azar, tiene un propósito, un comienzo y un final. Esto ha resultado muy fascinante para los estudiantes porque jugando aprehenden y son felices.

Se finaliza este trabajo con el diario del estudiante, que se ha convertido en un espacio importante para mejorar el texto libre y los niños y las niñas pueden contar todas sus experiencias vividas en los espacios escolarizados y también en las actividades que se adelantan en las clases paseo y en las asambleas y mingas de la comunidad.



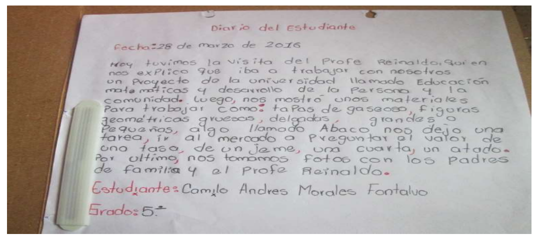


Figura 21. Colegio Santa María de Caquiona. Diarios de Clase de los estudiantes. Colegio Santa María de Caquiona. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

9.2. Los sistemas de numeración y la suma y resta con el ábaco

Después de haber construido un esquema mental a través del juego de los bloques lógicos y haber consolidado con los estudiantes estrategias para la resolución de problemas, pasamos a desarrollar la temática de los sistemas de numeración. Esta práctica se realizó con los niños y las niñas utilizando material didáctico como el ábaco, con el apoyo de los padres de familia se construyeron los ábacos abiertos para desarrollar esta actividad.

El trabajo con el ábaco permitió que los estudiantes conocieran cómo se trabajan los sistemas de numeración desde el base 2 hasta el base 10. Como en el tema anterior de los bloques lógicos, se utilizó la metodología de acciones espacio temporal, en la cual los estudiantes manipulan con fichas los ejercicios que ayudan a comprender el sistema de numeración; también se requiere de la modelación como estrategia grafico espacial, se hace la operación matemática y se finaliza con la realización verbal del proceso. Esto permitió apalancar las operaciones básicas de la suma, resta, multiplicación y división, además de facilitar el aprendizaje de las tablas de multiplicar.

El trabajo con el ábaco permitió a los estudiantes aprender cómo se reconoce el cero y cómo los números son el reflejo de la realidad. Se llevó a cabo el ejercicio de la reversibilidad utilizando el ábaco, nos demoramos un poco, fuimos pacientes y al final los estudiantes entendieron y aprendieron muy bien los procesos que se pueden adelantar con la ayuda del ábaco. El proceso de la reversibilidad permitió a los estudiantes comprender la riqueza de las matemáticas y cómo al final se podía comunicar a través de la realización verbal todo el proceso que se hizo en el ábaco y en el gráfico que realizó en el cuaderno.

El trabajo se hizo en parejas lo que potenció en los estudiantes el trabajo colaborativo y en equipo, ellos fueron organizados de tal manera que las capacidades de un estudiante fuesen de ayuda para su compañero o compañera. El ejercicio resultó muy importante teniendo en cuenta que hay estudiantes que tienen mejores desempeños que otros, fue una manera de fortalecer la unidad del grupo.

Al final del trabajo, se puede concluir: la importancia del trabajo en equipo, del trabajo colaborativo, de la ayuda mutua y la construcción de conocimiento entre todos; también resultó muy importante el que el docente habla menos y los estudiantes proponen y hacen, construyen poniendo en juego la creatividad y el acercamiento a la realidad.

Los estudiantes han puesto en marcha la investigación sobre los pesos[2] y las medidas tradicionales en una visita a la chagra de la institución educativa, esto facultó que los estudiantes entendieran las formas como sus padres siembran y producen los alimentos y de esa manera un acercamiento al conocimiento ancestral de los mayores. Fue una visita muy importante para preguntar las medidas utilizadas en el proceso de siembra y el tiempo que se necesita para cosechar. Los estudiantes a pesar de que son de contextos netamente rurales no se han puesto a reflexionar sobre la importancia de estas medidas del tiempo y de los terrenos, por

[2] Ídem

eso el interés de la clase se centró en que los estudiantes reconocieran su entorno y el conocimiento de sus padres.

9.2.1. Sistemas de numeración con el ábaco

El desarrollo del tema de los sistemas de numeración se hizo con la estrategia didáctica del ábaco. A continuación se presenta el desarrollo de la práctica.

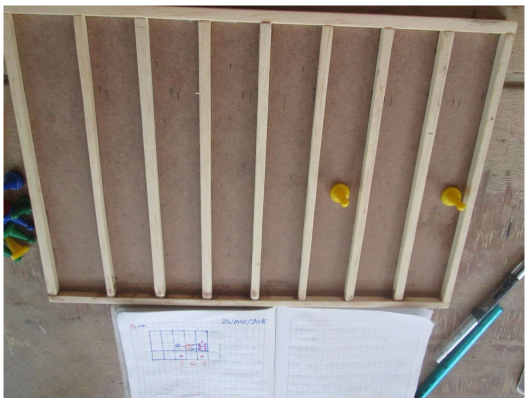
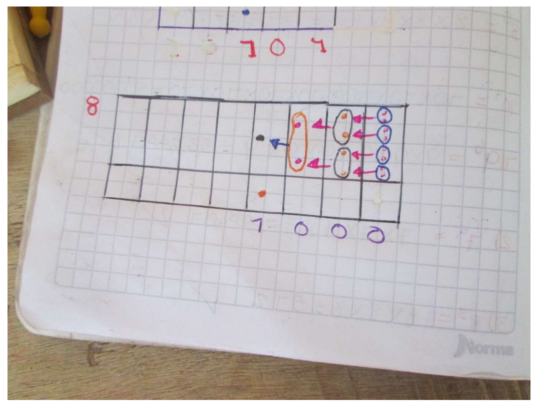
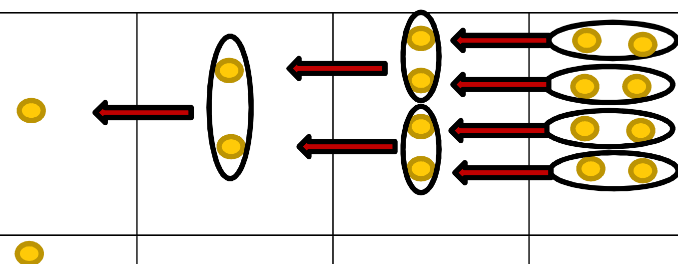



Figura 22. Juego del ábaco y la modelación. Colegio Santa María de Caquiona. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016



		1	0	0	$0_{(2)}$

Figura 23: Ejemplo sistema de numeración base 2. Modelación

$0x2° + 0x2^1 + 0x2^2 + 1x2^3 =$

$0x1 \quad + 0x2 \quad + 0x4 \quad + 1x8 \quad =$

$0 \qquad + 0 \qquad + 0 \qquad + 8 \qquad = 8$

En el ejemplo anterior podemos ver como se pasó de un número en base 10 (8) a un número en base 2 (1000). Como se puede ver, para hacer este ejercicio se hacen grupos de dos y se va pasando a la casilla de la izquierda hasta que llega el momento que ya no se pueden hacer más grupos de 2; de la misma manera cuando se trabaja en base 3, se hacen grupos de 3, en base cuatro se hacen grupos de cuatro, y así sucesivamente hasta llegar al base 10 donde se hacen grupos de 10. Vemos el siguiente ejemplo para el sistema en base 10

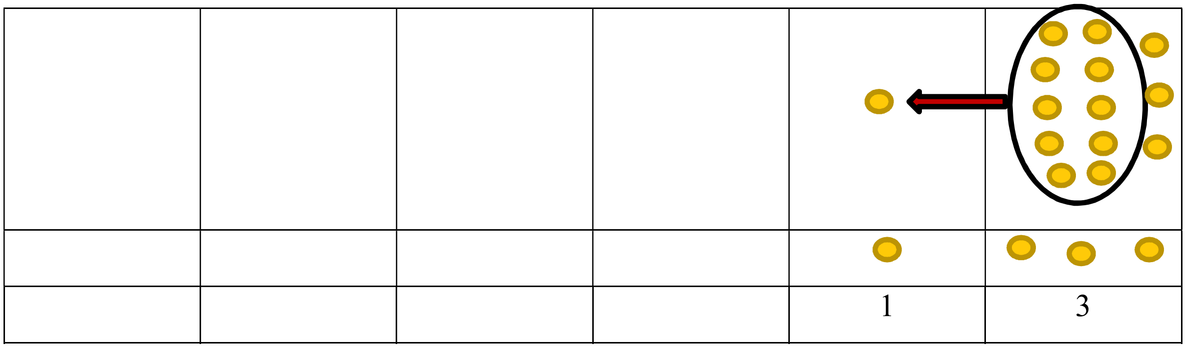


Figura 24: Ejemplo sistema de numeración base 10. Modelación

$3x10° + 1x10^{1}=$

$3x1 \quad + 1x10 =$

$3 \qquad + \ 10 \quad = 13$

Al final se expresa en los lenguajes matemáticos (polinomios) para demostrar con certeza la operación realizada. También se puede evidenciar que se hizo el proceso espacio temporal con la ayuda del ábaco; la actividad gráfico espacial o modelación en el cuaderno; la realización verbal del proceso, y finalmente la expresión algorítmica o lenguaje matemático. Al final del ejercicio hay un conocimiento bien formado, el niño ha sido protagonista de su propio aprendizaje.

Fue muy fascinante este trabajo, los estudiantes disfrutaron esta actividad. Los logros saltan a la vista, los estudiantes de manera lógica posibilitan un aprendizaje de las matemáticas y una forma de estudiarlas divertida. Nuevamente, los procesos metodológicos espacio temporales y de modelación le permiten al estudiante no preocuparse por el resultado, sino por el proceso para llegar a él. Los estudiantes asimilaron el proceso de reversibilidad con ejercicios corporales apoyados en las baldosas, este ejercicio resultó muy importante porque les permitió confrontar, lo que hicieron con las manos al llevarlo a la cotidianidad. Se hizo tirando los dados y el resultado arrojado por los dados ellos lo interpretaron en el piso, con los pies. Creo que eso los fortaleció y de manera muy didáctica entendieron y aprendieron este proceso. Los estudiantes de manera creativa se apoyaron en esta actividad. El planteamiento de reversibilidad experimentado por Piaget y comentado por Siegfried y Therese Engelmann (1981), dice:

> Cuando hablamos de reversibilidad del pensamiento, nos referimos a la capacidad de volver a un punto de partida o a una situación inicial, cuando se realiza una acción física o una acción mental. También se puede entender como la capacidad de reconocer y de hacer una acción cualquiera en un sentido y en el contrario, es decir, a partir de un resultado o situación final deducir los datos o la situación inicial. Cualquier operación lógica (verbal o numérica) es reversible. A cada acción u operación le corresponde la acción u operación contraria. Cuando se quiere comprobar que al operar sobre una cantidad esta no varía, basta con realizar la operación inversa para volver al punto de partida. En el plano de las operaciones la resta es la inversa de la suma y la división lo es de la multiplicación. Por ejemplo: 3+5=8 y 8-5=3. (p. 10)

9.2.2. Suma en el ábaco

Con el apoyo del ábaco abierto se hizo la operación de la suma. Esta actividad facilitó el aprendizaje de los niños teniendo en cuenta que realizaron, en primer lugar, el proceso espacio temporal o manipulación de objetos; en segundo lugar desarrollaron el proceso gráfico espacial o de modelación y allí plasmaron en sus cuadernos cada uno de los pasos realizados en el ábaco; en tercer lugar, hicieron la realización verbal de los procesos acontecidos en el ábaco y en la modelación; en cuarto lugar, dieron paso a los lenguajes matemáticos.

La realización de los algoritmos de la suma en el ábaco va de la mano con el concepto de "agregar", y se ajusta a la naturaleza del ábaco, que es la de formar grupos. Los estudiantes deducen que los sumandos deben pertenecer a la misma base. Por ejemplo, al resolver en el ábaco la siguiente suma:

$$\begin{array}{r} 2102_{(3)} \\ 122_{(3)} \\ \underline{101_{(3)}} \end{array}$$

Se obtiene lo siguiente:

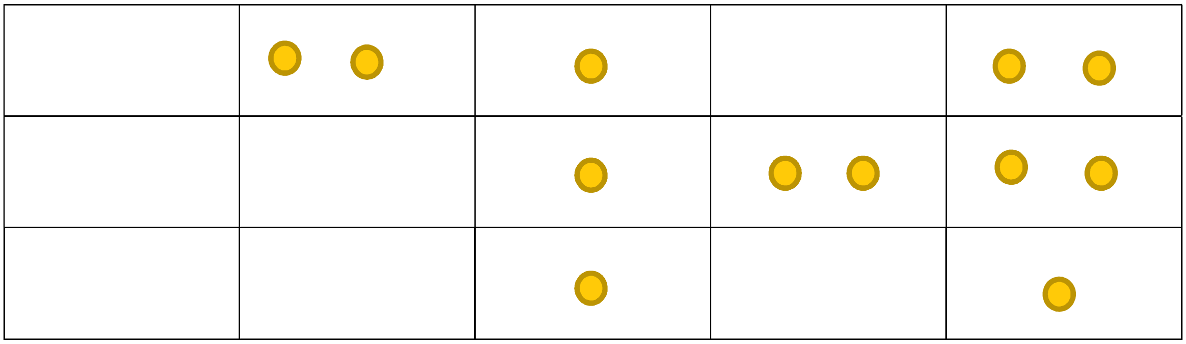


Figura 25: Ejemplo suma en el ábaco. Modelación

Lo cual se resuelve de la siguiente manera:

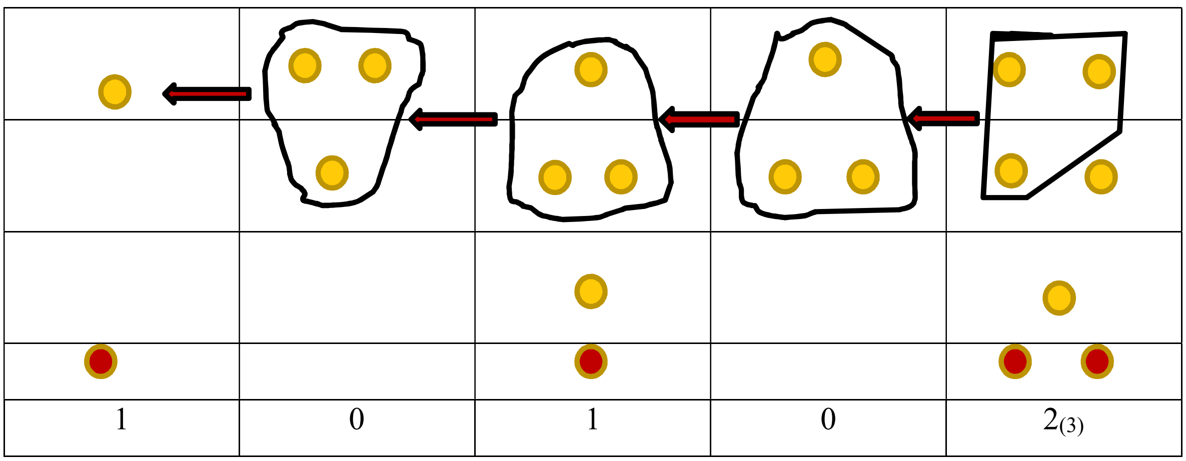


Figura 26: Ejemplo suma en el ábaco. Modelación

$$
\begin{array}{r}
2102_{(3)} \\
122_{(3)} \\
\underline{101_{(3)}} \\
10102_{(3)}
\end{array}
$$

$$10102_{(3)} = 2x3^{\circ} + 0x3^{1} + 1x3^{2} + 0x3^{3} + 1x3^{4} =$$

$$2x1 \quad + 0x3 \quad + 1x9 \quad + 0x27 + 1x81 =$$

$$2 \quad + 0 \quad + 9 \quad + 0 \quad + 81 = 92$$

Para el sistema de numeración en base 10 se hace de la misma manera. Realizamos el siguiente ejercicio:

1238

2345

<u>9876</u>

Se obtiene lo siguiente:

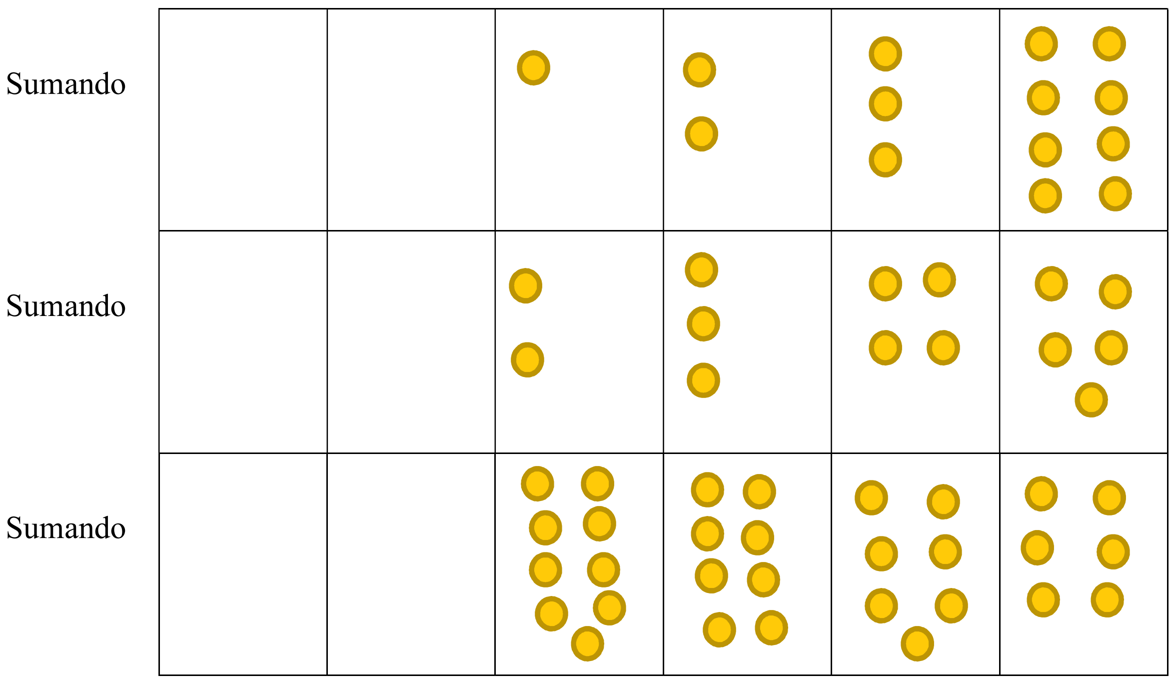


Figura 27: Ejemplo suma en el ábaco. Modelación

Fue muy importante para los estudiantes definir los términos para comprender mejor los procesos matemáticos, en este caso se puntualizó en el sistema decimal teniendo en cuenta que es el más usado en la vida cotidiana de la comunidad. El sistema decimal es un sistema de <u>numeración posicional</u> en el que las cantidades se representan utilizando como base el número <u>diez</u>, (se hacen grupos de diez) por lo que se compone de diez cifras diferentes: cero (0); uno (1); dos (2); tres (3); cuatro (4); cinco (5); seis (6); siete (8); nueve (9). Este conjunto de símbolos se denomina números árabes y es de origen hindú.

Lo cual se resuelve de la siguiente manera:

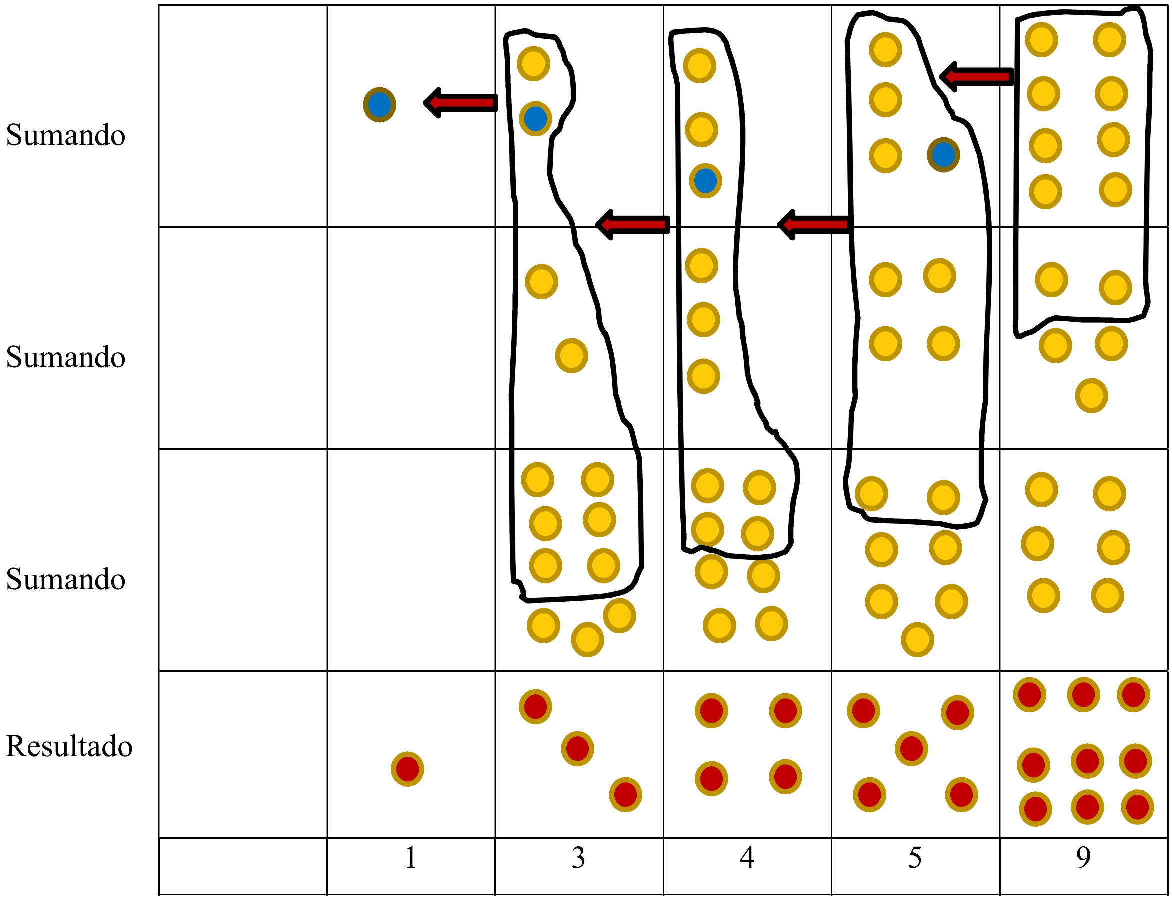


Figura 28: Ejemplo suma en el ábaco. Modelación

En el lenguaje matemático queda expresado de la siguiente manera:

1.238
2.345
<u>9.876</u>

13.459 = $9x10^{\circ} + 5x10^{1} + 4x10^{2} + 3x10^{3} + 1x10^{4} =$

$9x1 + 5x10 + 4x100 + 3x1.000 + 1x10.000 =$

$9 + 50 + 400 + 3.000 + 10.000 = 13.459$

Los estudiantes terminaron este ejercicio haciendo la realización verbal de todo el proceso.

9.2.3. Resta en el ábaco

La operación de la sustracción se puede resolver también con el apoyo del ábaco para representar la situación expresada por el minuendo en el caso de que haya la posibilidad de "prestar". Ejemplo:

$$\begin{array}{rl} 4212_{(5)} & \text{Minuendo} \\ \underline{-2334_{(5)}} & \text{Sustraendo} \end{array}$$

La primera observación que aparece es que a 2 no se le puede quitar 4, frente a este problema debemos acudir a la segunda casilla para que nos preste una; como los niños trabajaron con base 5, esa ficha al pasar a la primera casilla pasa como cinco unidades; cómo nos queda en el ábaco:

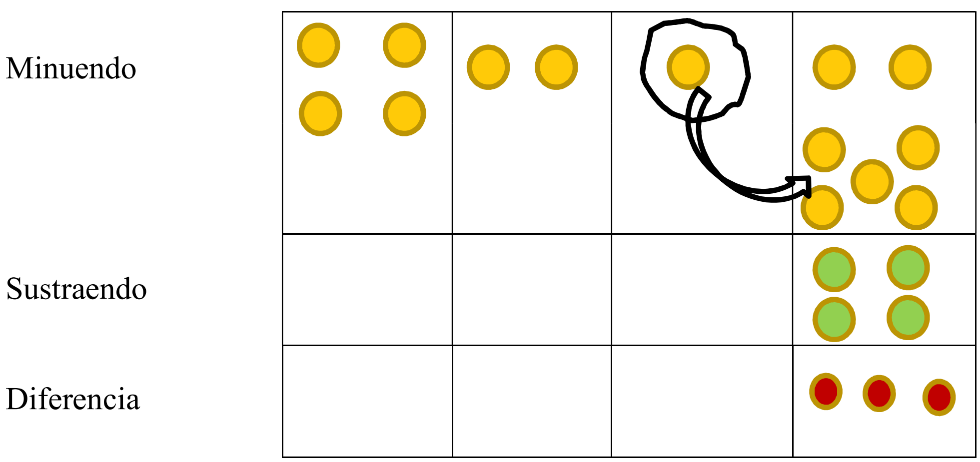


Figura 29: Ejemplo proceso de la resta en el ábaco. Modelación

En la primera casilla quedan ahora 7 fichas y la sustracción ya se puede efectuar:

$7\text{-}4=3_{(5)}$

El proceso continúa trabajando sobre el minuendo que es el que debe transformarse, basado en la estructura del sistema de numeración al que pertenece. Esta actividad es necesario acompañarla de la descripción o realización verbal

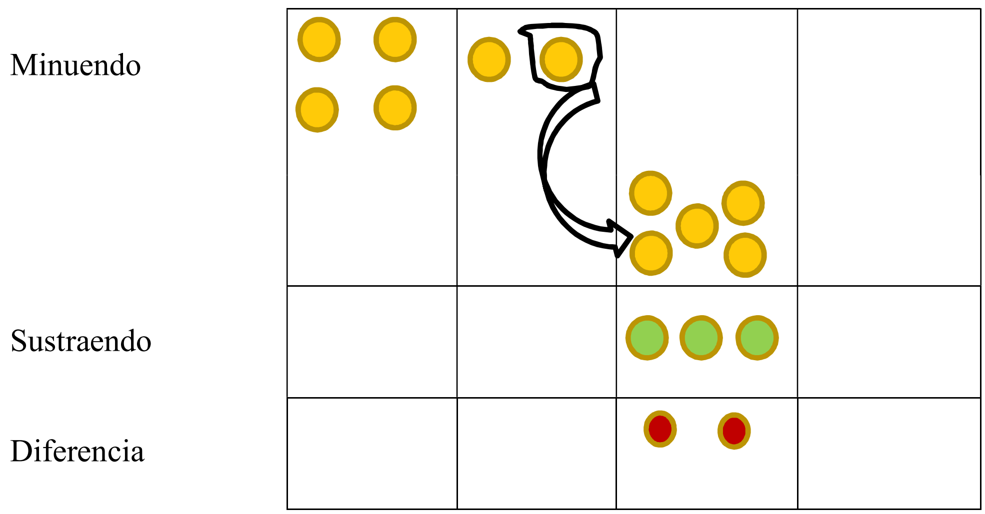


Figura 30: Ejemplo proceso de la resta en el ábaco. Modelación

En la segunda casilla quedan 5 fichas y la sustracción ya se puede hacer:

$5\text{-}3=2_{(5)}$

Se sigue el proceso sobre el minuendo hasta posibilitar por completo la operación de la resta.

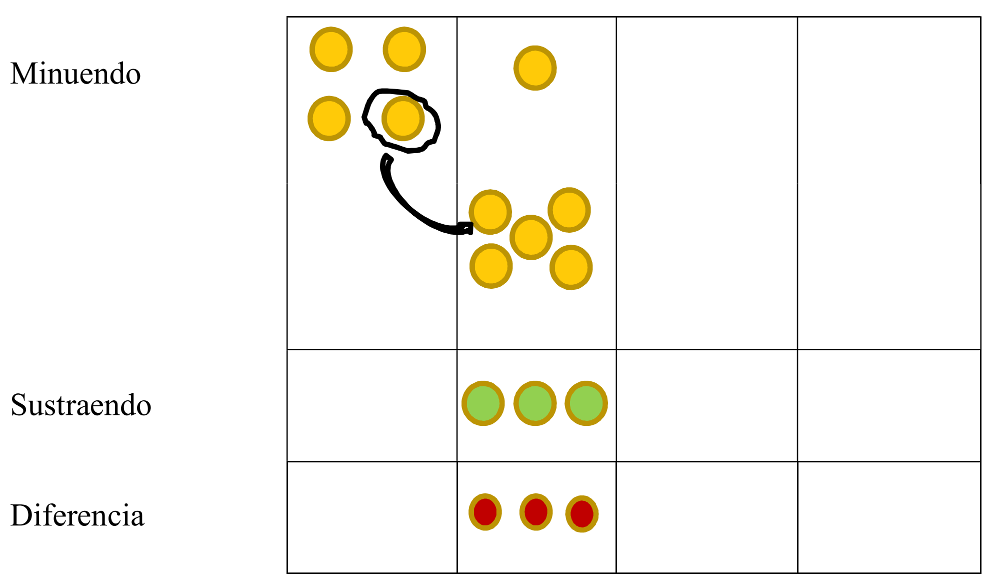


Figura 31: Ejemplo proceso de la resta en el ábaco. Modelación

En la tercera casilla quedan 6 fichas y ya se puede hacer la resta:

$6-3=3_{(5)}$

Minuendo

Sustraendo

Diferencia

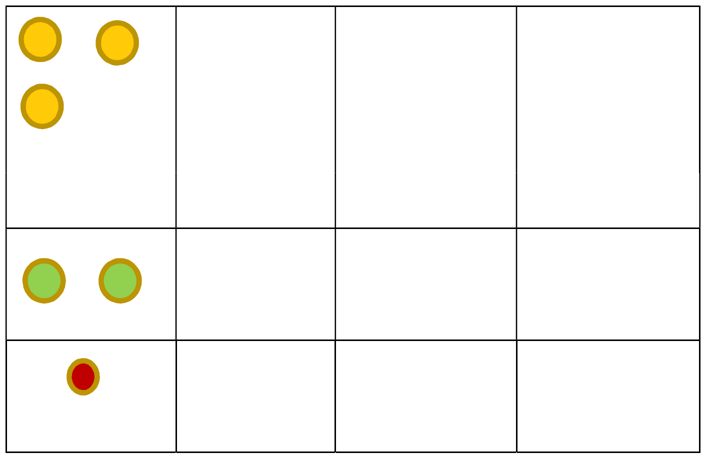


Figura 32: Ejemplo proceso de la resta en el ábaco. Modelación

Como en la cuarta casilla hay 3 fichas, no hay ninguna dificultad para restar 2:

$3-2=1_{(5)}$

A partir de esta demostración se efectúa la operación de la sustracción utilizando la forma numérica:

$$\begin{array}{r} 4212_{(5)} \\ \underline{-2334_{(5)}} \\ 1323_{(5)} \end{array}$$

Para el sistema decimal es el mismo procedimiento, solo que al prestar, cada ficha al pasar a la casilla de la derecha se convierte en 10 fichas. Los estudiantes hicieron el siguiente ejercicio:

$$\begin{array}{r} 125 \\ \underline{-98} \end{array}$$

La primera dificultad que afrontamos es que de 5 no podemos restar 8, por tanto debemos “prestar”. Con el uso del ábaco demostramos el procedimiento.

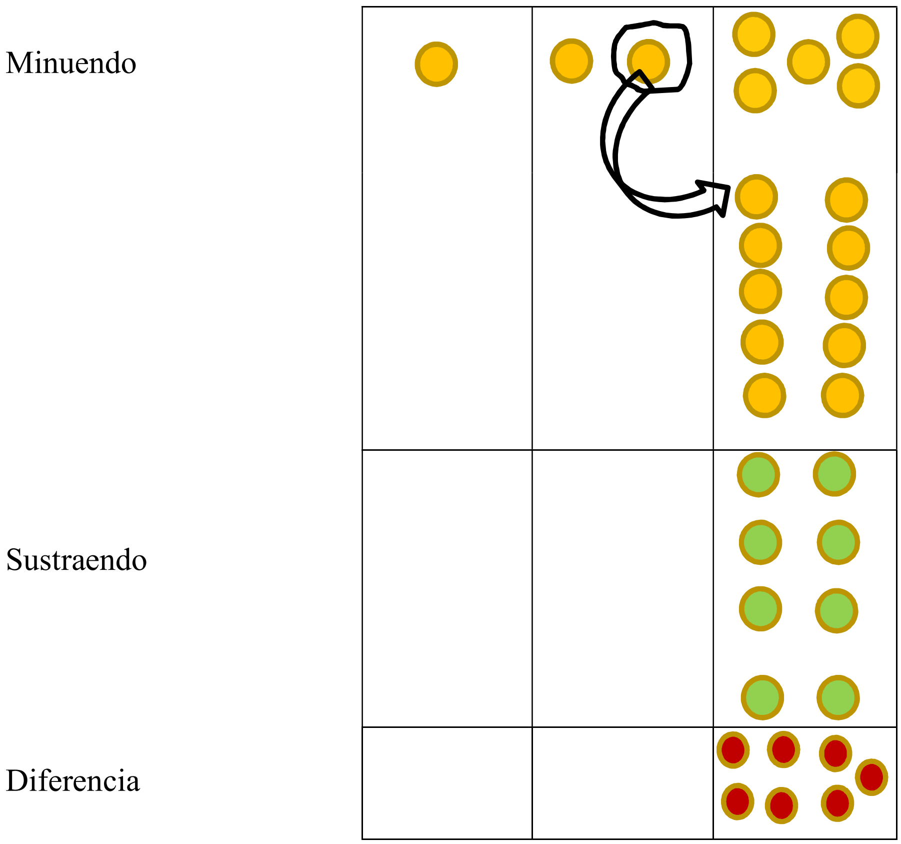


Figura 33: Ejemplo proceso de la resta en el ábaco. Modelación

Ahora ya pueden realizar la operación de la sustracción debido a que de 15 es posible restar 8:

15-8=7

Seguidamente hacemos el ejercicio de trasladar una ficha de la casilla de la izquierda a la derecha para poder realizar la sustracción.

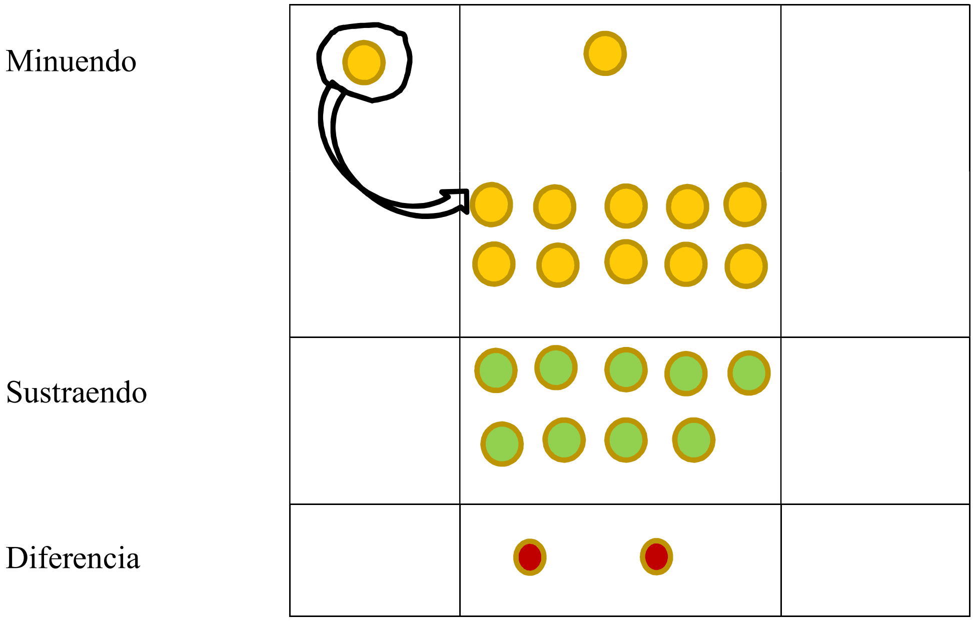


Figura 34: Ejemplo proceso de la resta en el ábaco. Modelación

Ahora ya pueden realizar la operación de la sustracción debido a que de 11 es posible restar 9:

$$\begin{array}{r} 11 \\ \underline{-9} \end{array}$$

A partir de esta demostración se realiza la operación utilizando el lenguaje numérico:

$$\begin{array}{r} 125 \\ \underline{-98} \\ 27 \end{array}$$

Todo este proceso el estudiante lo ha desarrollado en el cuaderno y además ha podido hacer una realización verbal de todos los pasos que se hicieron para alcanzar el resultado utilizando la herramienta didáctica del ábaco.

El desarrollo de las operaciones de la suma y la resta, con la ayuda de la herramienta didáctica del ábaco, ha contribuido a romper paradigmas en el aprendizaje de la matemática y además ha permitido que los estudiantes se empoderen del lenguaje como elemento fundamental en la comprensión de la realidad. En este sentido, se consolida un aprendizaje capaz de dar solución a problemas de la vida real y se determina que los estudiantes (los niños) no llegan vacíos a la escuela, al contrario llegan con muchos prejuicios y conocimientos previos, por tanto la educación no solamente es dar y recibir, sino y ante todo, un intercambio de saberes.

9.3. Suma y resta de números enteros con la ayuda de los dados y los vectores dirigidos

Con el juego de dados y de vectores dirigidos se puede llevar a cabo la suma y resta de números enteros. Centramos el interés nuevamente en el juego y para ello, con el apoyo de padres de familia, construimos los vectores, la regleta y los juegos de dados.

Figura 35: Niños del grado quinto jugando con el ábaco y modelando. Fotografía: Reinaldo Trujillo 2016.

Nos pusimos de acuerdo en el uso y los colores y de esa manera empezamos el juego utilizando la metodología espacio temporal, gráfico espacial o modelación, los lenguajes matemáticos y la realización verbal de los procesos. Aquí fue muy importante el proceso de reversibilidad. También nos apoyamos con ejercicios corporales teniendo como herramienta el piso de baldosa que tiene el salón.

Figura 36: Jugando con los dados y los segmentos dirigidos y modelando. Fotografía: Reinaldo Trujillo 2016.

9.3.1. Suma y resta de números enteros

Este espacio de la práctica se fundamentó en el proceso de reversibilidad como “la capacidad para volver a un punto de partida o a una situación inicial, cuando se realiza una acción física o una acción mental” (Asociación anillo de matemáticas, 21). Esta actividad se llevó a cabo utilizando los juegos didácticos de los vectores dirigidos, los juegos de dados y en el piso, apoyados en las baldosas.

Figura 37: Jugando con los dados y los segmentos dirigidos y modelando. Fotografía: Reinaldo Trujillo 2016.

Las fotografías nos muestran el proceso de reversibilidad: Cómo llegar a 4 haciendo dos movimientos a la derecha y como llegar a 4 haciendo dos movimientos, uno a la derecha y otro a la izquierda; de la misma manera cómo llegar a -4 con dos movimientos a la izquierda y cómo llegar a -4 haciendo un movimiento a la derecha y otro a la izquierda, etc. De esta manera, los estudiantes comprendieron la dinámica y pudieron, después de un trabajo colaborativo y con la ayuda mutua, fortalecer esta actividad. Así mismo, a los estudiantes se les facilitó desarrollar muchos ejercicios, se equivocaron muchas veces, pero se divertieron y el juego con los vectores les encantó porque entendieron la suma y la resta de manera simultánea. Este proceso, como se muestra en la fotografía, también lo hicieron muchas veces utilizando las baldosas, para ello tiraban los dados y hacían los recorridos como lo orientaban los dados, adelante y atrás.

El trabajo con los vectores nos permitió consolidar la ubicación y la direccionalidad, los niños le dieron sentido a avanzar y retroceder con la ayuda de los colores de los vectores, el negro para avanzar a la derecha y el rojo para retroceder e ir hacia la izquierda. Los estudiantes descubren aspectos de la matemática tan sencillos y cotidianos que la escuela los ha dado por obvio pero que en la realidad son desconocidos. Con este ejercicio o juego didáctico los niños entendieron varias cosas de la cotidianidad como la deuda o la ganancia.

El jugo se realizó en parejas con el fin de dar la posibilidad a los estudiantes de un trabajo colaborativo, solidario y de equipo. Ellos se ayudan y comprenden mejor cuando se hace entre pares. Les permitió el ensayo y el error para llegar a comprender muy bien los procesos. Discuten, se ponen de acuerdo y en fin, comparten el conocimiento como estrategia para la vida. Esto permitió que los niños y las niñas se relacionaran y se integraran para trabajar.

Los estudiantes, como en las actividades anteriores hicieron los procesos: espacio temporal, gráfico espacial, leguajes matemáticos (otras respuestas diferentes) y la realización verbal del proceso.

Para la comprensión completa de las operaciones de la suma y la resta de números enteros utilizando los vectores, los niños realizaron los siguientes ejercicios teniendo como fundamento pedagógico el proceso de reversibilidad definido por Piaget.

El procedimiento utilizado en la realización de las operaciones propuestas en los ejercicios, fue la siguiente:

a) Espacio temporal: Los estudiantes manipularon el material didáctico para obtener los propuesto en los ejercicios y otras respuestas diferentes
b) Gráfico espacial: Los niños modelaron lo realizado con los objetos didácticos, lo que les permitió una comprensión del proceso.
c) Lenguaje matemático: Fuera de lo pedido en el ejercicio los niños dieron otras respuestas.
d) Realización verbal: Los estudiantes hicieron la realización verbal de un solo movimiento.

Los siguientes son los ejercicios:

Cómo se puede llegar al punto 4, con:

a) dos movimientos a la derecha
b) dos movimientos, uno a la derecha y otro a la izquierda
c) tres movimientos, dos a la derecha y uno a la izquierda
d) tres movimientos, dos a la izquierda y uno a la derecha
e) cuatro movimientos, dos a la derecha y dos a la izquierda
f) cuatro movimientos, tres a la derecha y uno a la izquierda
g) cuatro movimientos, tres a la izquierda y uno a la derecha

A continuación el desarrollo de la actividad:

Cómo llegar a 4, con:

a) Dos movimientos a la derecha

Proceso espacio Temporal

Figura 38: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo 2016.

Proceso gráfico espacial o modelación

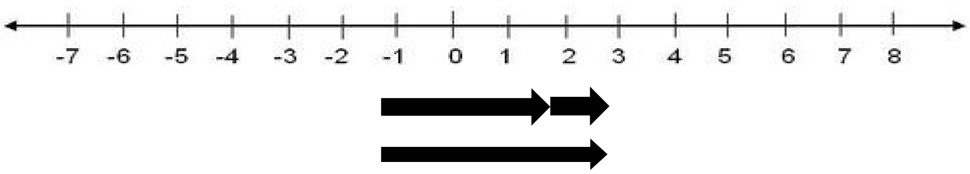


Figura 39: Operaciones con números enteros. Modelación.

Leguajes matemáticos

2+2= 4

3+1= 4

4+0= 4

R.V. Se trata de un movimiento de tres unidades hacia la derecha a partir del punto de inicio cero, seguido de un movimiento hacia la derecha de una unidad. El resultado final es el punto señalado con 4. Ahora, la posición final se ubica a la derecha del punto de origen, porque los movimientos realizados todos se hicieron a la derecha.

b) Dos movimientos, uno a la derecha y uno a la izquierda:

Proceso espacio temporal

Figura 40: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

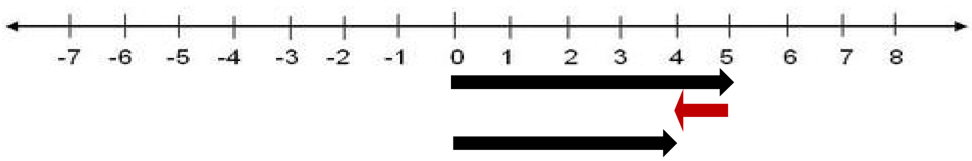


Figura 41: Operaciones con números enteros. Modelación.

Leguajes matemáticos

-4+8= 4

-2+6= 4

5-1= 4

R.V. Se trata de un movimiento de cinco unidades hacia la derecha (positivo) a partir del punto de origen o cero; seguido de un movimiento de una unidad en sentido contrario, hacia la izquierda. El resultado final o posición final es el punto señalado con cuatro (4). Ahora, la posición final se ubica a la derecha del punto de origen, porque el movimiento hacia la derecha fue mayor en unidades, precisamente cuatro unidades mayores que el movimiento a la izquierda.

c) Tres movimientos, dos a la derecha y uno a la izquierda

Proceso espacio temporal

Figura 42: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

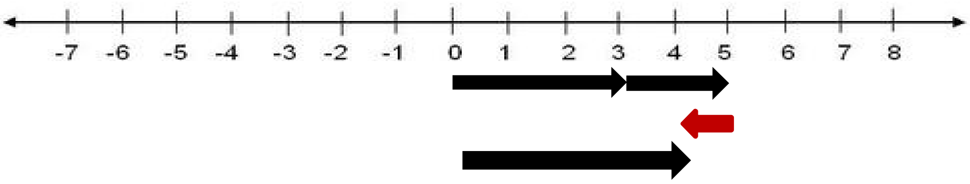


Figura 43: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguajes matemáticos

3+2-1=4

-1+3+2=4

5+4-5=4

R.V. Partiendo del punto cero se hizo un movimiento de tres unidades a la derecha, seguido de un movimiento de dos unidades hacia la derecha; luego se retrocedió un movimiento de una unidad hacia la izquierda, llegando al punto cuatro positivo porque los movimientos con más unidades se hicieron hacia la derecha.

d) Tres movimientos, dos a la izquierda y un movimiento a la derecha

Proceso espacio temporal

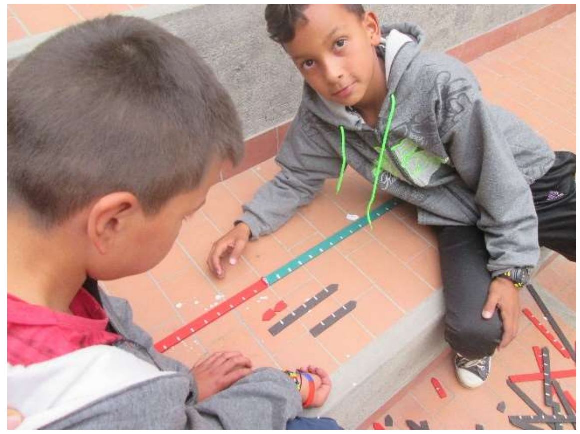


Figura 44: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

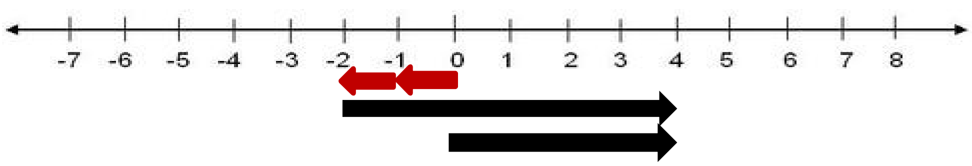


Figura 45: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

-2+6=4

6-2=4

-3+7=4

R.V. Partiendo del punto cero se realizaron dos movimientos de una unidad cada uno hacia la izquierda (negativo); luego mediante un movimiento se retrocedió seis unidades hacia la derecha (positivo), de esta manera se obtuvo llegar al punto cuatro. El punto cuatro es positivo porque el movimiento más largo fue hacia la derecha.

e) Cuatro movimientos, dos a la derecha y dos a la izquierda.

Proceso espacio temporal

Figura 46: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

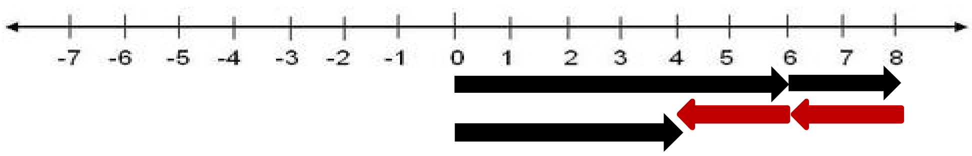


Figura 47: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

6+2-2-2=4

2+6-2-2=4

3+6-2-3=4

R.V. Se realizaron dos movimientos uno de 6 unidades y otro de 2 unidades a la derecha partiendo del punto cero; acto seguido se retrocedió hacia la izquierda con dos movimientos de 2 unidades cada uno. Como resultado se obtuvo cuatro positivo, teniendo en cuenta que los movimientos más largos se realizaron hacia la derecha.

f) Cuatro movimientos, tres a la derecha y uno a la izquierda

Proceso espacio temporal

Figura 48: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

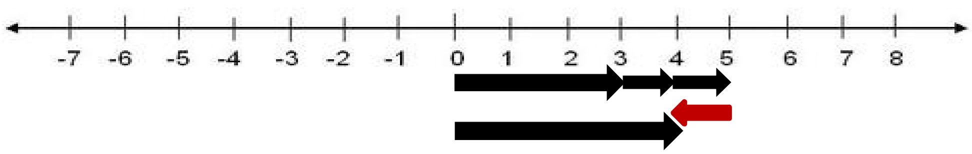


Figura 49: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

3+1+1-1=4

1+1+3-1=4

-1+3+1+1=4

R.V. Partiendo del punto cero se realizaron tres movimientos a la derecha, un movimiento de tres unidades, y dos movimientos de una unidad cada uno; se retrocedió con un movimiento de una unidad. El resultado es cuatro positivo.

g) Cuatro movimientos, tres a la izquierda y uno a la derecha

Proceso espacio temporal

Figura 50: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

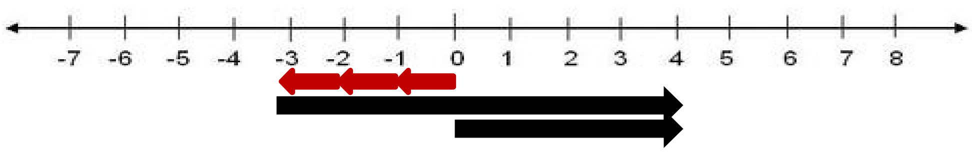


Figura 51: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

-1-1-1+7=4

-3-4-1+12=4

7-1-1-1=4

R.V. se trata de tres movimientos de una unidad cada uno hacia izquierda partiendo del punto de origen o punto cero; seguidamente se hizo un movimiento en sentido contrario de 7 unidades. La diferencia fue de cuatro positiva, teniendo en cuenta que el movimiento hacia la derecha fue mayor que los movimientos que se realizaron hacia la izquierda.

Cómo llegar al punto -4, con:

a) dos movimientos a la izquierda
b) dos movimientos, uno a la derecha y otro a la izquierda
c) tres movimientos, dos a la derecha y uno a la izquierda
d) tres movimientos, dos a la izquierda y uno a la derecha
e) cuatro movimientos, dos a la derecha y dos a la izquierda
f) cuatro movimientos, tres a la derecha y uno a la izquierda
g) cuatro movimientos, tres a la izquierda y uno a la derecha

a) Dos movimientos a la izquierda

Proceso espacio temporal

Figura 52: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

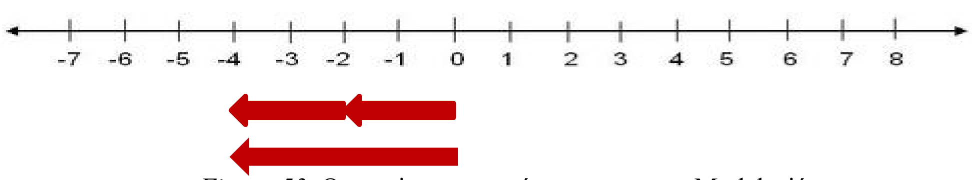


Figura 53: Operaciones con números enteros. Modelación

Leguaje matemático

-2-2=-4

-1-3=-4

-3-1=-4

R.V. Con dos movimientos a la izquierda de dos unidades cada uno se llega a menos cuatro. De esta manera se puede obtener un número negativo que es menos cuatro, el resultado final está dado hacia la izquierda del punto de origen o punto cero.

b) Dos movimientos, uno a la derecha y otro a la izquierda

Proceso espacio temporal

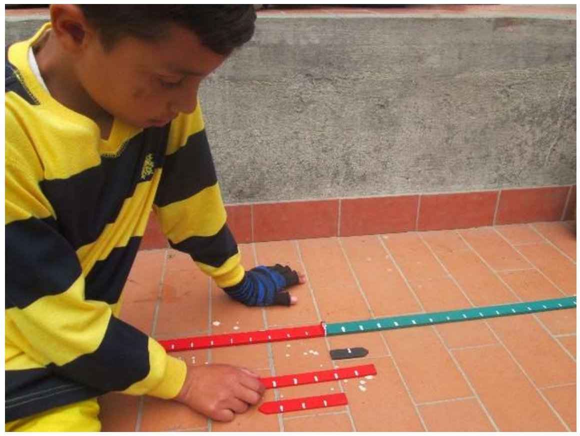


Figura 54: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial

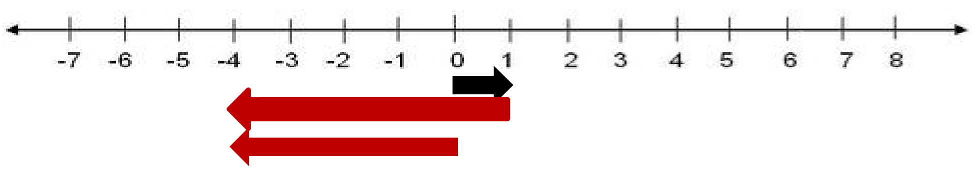


Figura 55: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

1-5=-4

2-6=-4

-5+1=-4

R.V. Se trata de un movimiento a la derecha de una unidad partiendo del punto de origen o punto cero; luego se hace un movimiento en sentido contrario de cinco unidades hacia la izquierda. El resultado final o posición final es el punto señalado con menos cuatro (-4). Ahora, la posición final se ubica a la izquierda del punto de origen, porque el movimiento hacia la izquierda fue mayor en unidades, precisamente cuatro unidades mayor que el movimiento a la derecha.

c) Tres movimientos, dos a la derecha y uno a la izquierda

Proceso espacio temporal

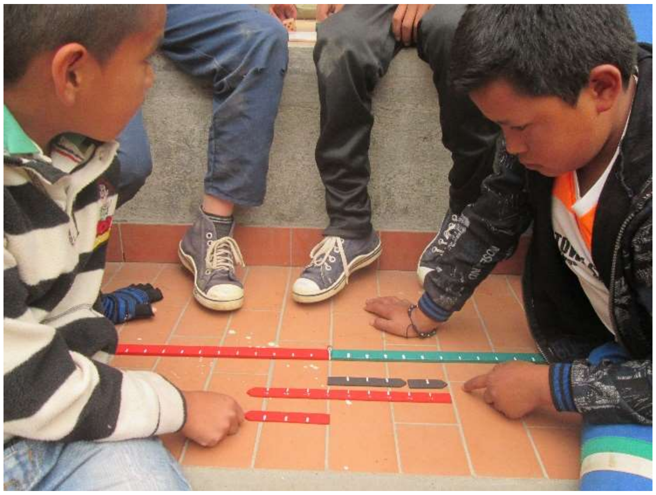


Figura 56: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial

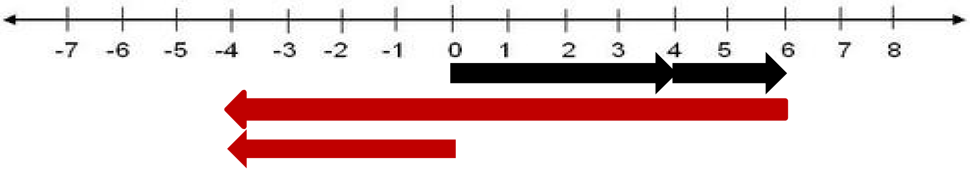


Figura 57: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

4+2-10=-4

2+4-10=-4

-10+4+2=-4

R.V. Se trata de dos movimientos a la derecha, un movimiento de cuatro unidades partiendo del punto de origen o punto cero y otro movimiento seguido de dos unidades; luego se hace un movimiento en sentido contrario de diez unidades hacia la izquierda. El resultado final o posición final es el punto señalado con menos cuatro (-4). Ahora, la posición final se ubica a la izquierda del punto de origen, porque el movimiento hacia la izquierda fue mayor en unidades, precisamente cuatro unidades mayor que el movimiento a la derecha.

d) Tres movimientos, dos a la izquierda y uno a la derecha

Proceso espacio temporal

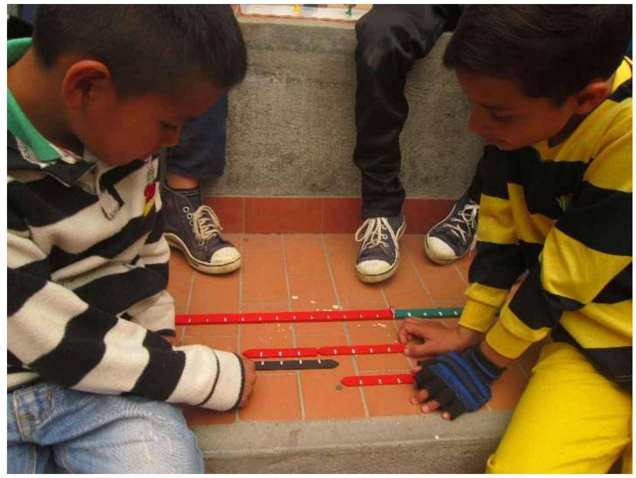


Figura 58: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

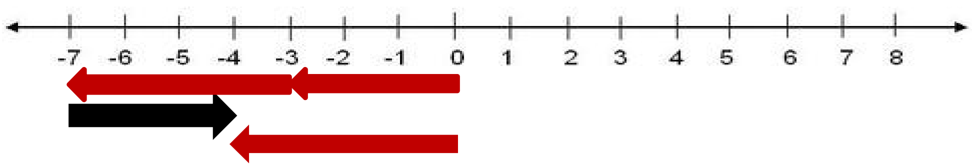


Figura 59: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

-3-4+3=-4

-5-4+5=-4

3-4-3=-4

R.V. Se trata de dos movimientos a la izquierda, un movimiento de tres unidades partiendo del punto de origen o punto cero y otro movimiento seguido de cuatro unidades; luego se hace un movimiento en sentido contrario de tres unidades hacia la derecha. El resultado final o posición final es el punto señalado con menos cuatro (-4). Ahora, la posición final se ubica a la izquierda del punto de origen, porque el movimiento hacia la izquierda fue mayor en unidades, precisamente cuatro unidades mayor que el movimiento a la derecha.

e) Cuatro movimientos, dos a la derecha y dos a la izquierda

Proceso espacio temporal

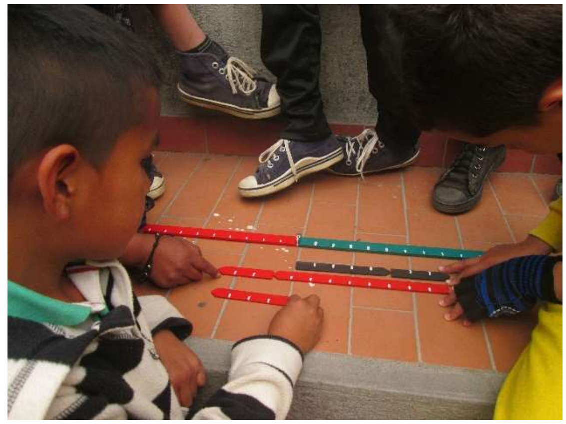


Figura 60: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

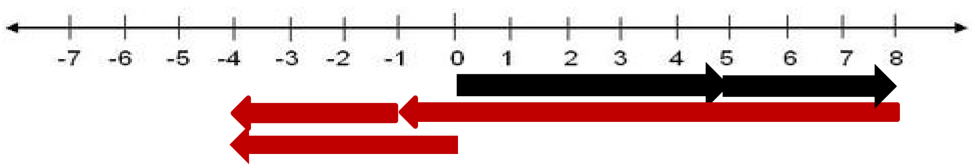


Figura 61: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

5+3-9-3=-4

3+5-3-9=-4

-9-3+3+5=-4

R.V. Se trata de dos movimientos a la derecha, un movimiento de cinco unidades partiendo del punto de origen o punto cero y otro movimiento seguido de tres unidades; luego se hacen dos movimientos en sentido contrario de nueve unidades y tres unidades hacia la izquierda. El resultado final o posición final es el punto señalado con menos cuatro (-4). Ahora, la posición final se ubica a la izquierda del punto de origen, porque el movimiento hacia la izquierda fue mayor en unidades, precisamente cuatro unidades mayores que el movimiento a la derecha.

f) Cuatro movimientos, tres a la derecha y uno a la izquierda

Proceso espacio temporal

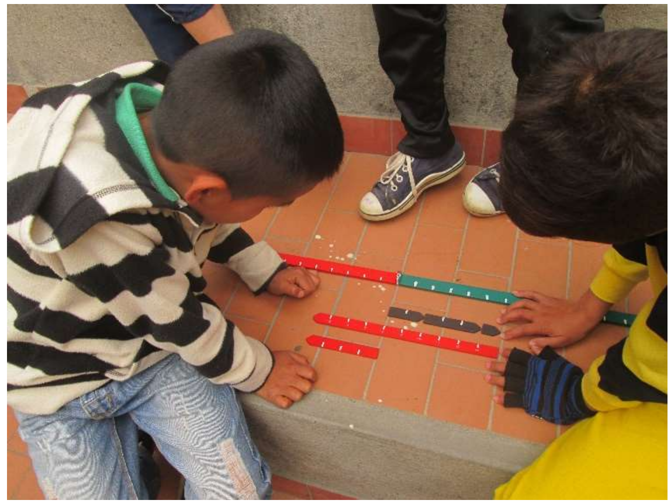


Figura 62: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial

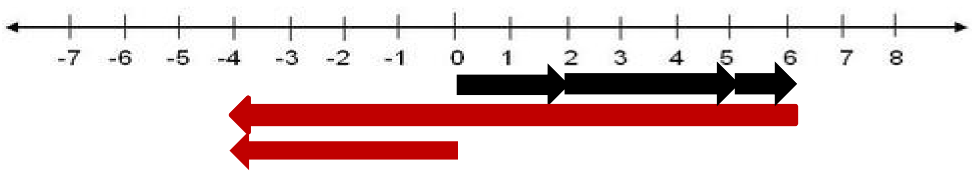


Figura 63: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

2+3+1-10=-4

1+3+2-10=-4

-10+2+3+1=-4

R.V. Se trata de tres movimientos a la derecha, un movimiento de dos unidades partiendo del punto de origen o punto cero, otro movimiento seguido de tres unidades y un movimiento de una unidad; luego se hace un movimiento en sentido contrario de diez unidades hacia la izquierda. El resultado final o posición final es el punto señalado con menos cuatro (-4). Ahora, la posición final se ubica a la izquierda del punto de origen, porque el movimiento hacia la izquierda fue mayor en unidades, precisamente cuatro unidades mayores que el movimiento a la derecha.

g) Cuatro movimientos, tres a la izquierda y uno a la derecha

Proceso espacio temporal

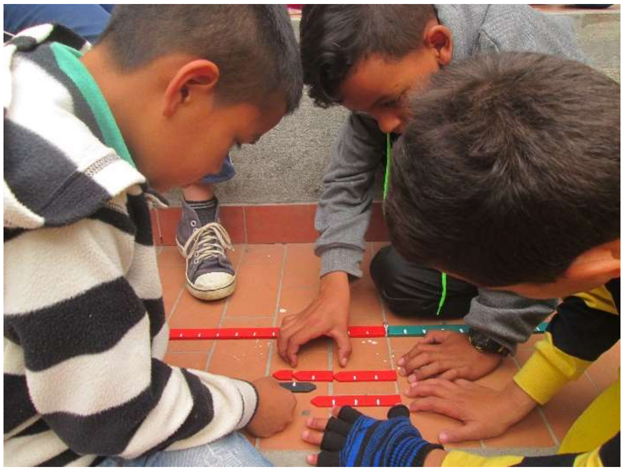


Figura 64: Operaciones con números enteros. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016

Proceso gráfico espacial o modelación

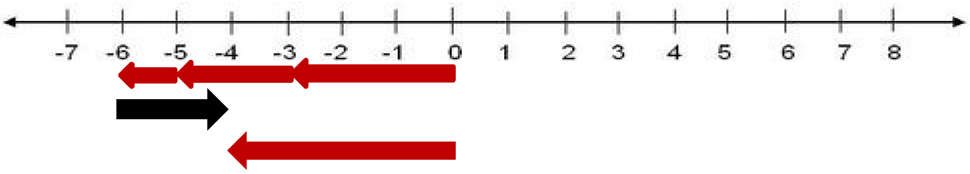


Figura 65: Operaciones con números enteros. Modelación

Lenguaje matemático

-3-2-1+2=-4

-1-2-3+2=-4

2-3-2-1=-4

R.V. Se trata de tres movimientos a la izquierda, un movimiento de tres unidades partiendo del punto de origen o punto cero, otro movimiento seguido de dos unidades y un movimiento de una unidad; luego se hace un movimiento en sentido contrario de diez unidades hacia la derecha. El resultado final o posición final es el punto señalado con menos cuatro (-4). Ahora, la posición final se ubica a la izquierda del punto de origen, porque los movimientos hacia la izquierda fueron mayores en unidades, precisamente cuatro unidades mayores que el movimiento a la derecha.

9.4. Sistema de numeración Maya y la operación de la suma

El acercamiento al sistema de numeración y de operatividad matemática de los Mayas favoreció en los niños el reconocimiento a la diversidad cultural y el fortalecimiento de los espacios culturales donde ellos desarrollan su vida cotidiana, así como también les permitió pensar que la etnomatemática es posible como una manera de darle sentido a las formas en que sus padres y la comunidad realizan actividades agrícolas, miden el tiempo y pronostican.

El avance de esta cultura milenaria fundamenta lo que se viene diciendo de la etnomatemática, al mismo tiempo que introduce nuevas formas de ver el mundo, de ver la realidad y de sustentar los usos y costumbres de la comunidad. La visita al mercado local, el recorrido por el territorio, la minga de pensamiento y la construcción colectiva de conocimiento, posicionó muchos aspectos de la vida cotidiana de cada uno de los niños y las niñas participantes del proceso y los elevó a mayores categorías el ejercicio del aprendizaje, logrando el propósito de que los estudiantes entendieran la diversidad del pensamiento matemático y cómo este se consolida en acciones que la comunidad denomina con nombres propios. En este sentido, tuvo gran acogida en los niños de la comunidad nombres como el atado, el guango, la taza, la cuarta, la brazada, la vara, el pie… todas estas utilizadas por la comunidad de manera cotidiana.

Cuando conocieron el sistema de numeración Maya se pudo observar en los niños una alegría porque aquello que habían visto en sus padres y en personas de la comunidad tenía un gran sentido matemático. De esta manera se consolidó el concepto de etnomatemática.

9.4.1. El sistema de numeración de Los Mayas

Con el apoyo de los padres de familia, como fue reiterativo en el desarrollo de esta práctica, se construyó el ábaco maya. Este instrumento que su uso se hace por niveles permitió conocer cómo funciona el sistema y cómo se hace la operatividad.

Los estudiantes conocieron la escritura y los símbolos utilizados: la concha que vale cero, el punto que vale uno y la raya que vale cinco. También comprendieron que es un sistema en base 20, para esto ayudó el haber realizado el intercambio de saberes de los sistemas de numeración del base 2 hasta el base 10. Con la ayuda del ábaco, los estudiantes entendieron que en el primer nivel de este instrumento se escriben los números del 1 hasta el 19 y cuando se llega al número 20 se pasa al segundo nivel, es decir se escribe un punto en el segundo nivel y la concha en el primer nivel, de esta manera se obtiene el número 20. Para obtener una cantidad mayor entonces se multiplica por 20 el número dependiendo del nivel donde se encuentre. Así las cosas, el sistema de numeración maya y las operaciones que se realizan con este sistema abren expectativas en los niños tales como la investigación.

9.4.2. Cómo se escriben los números en el sistema Maya

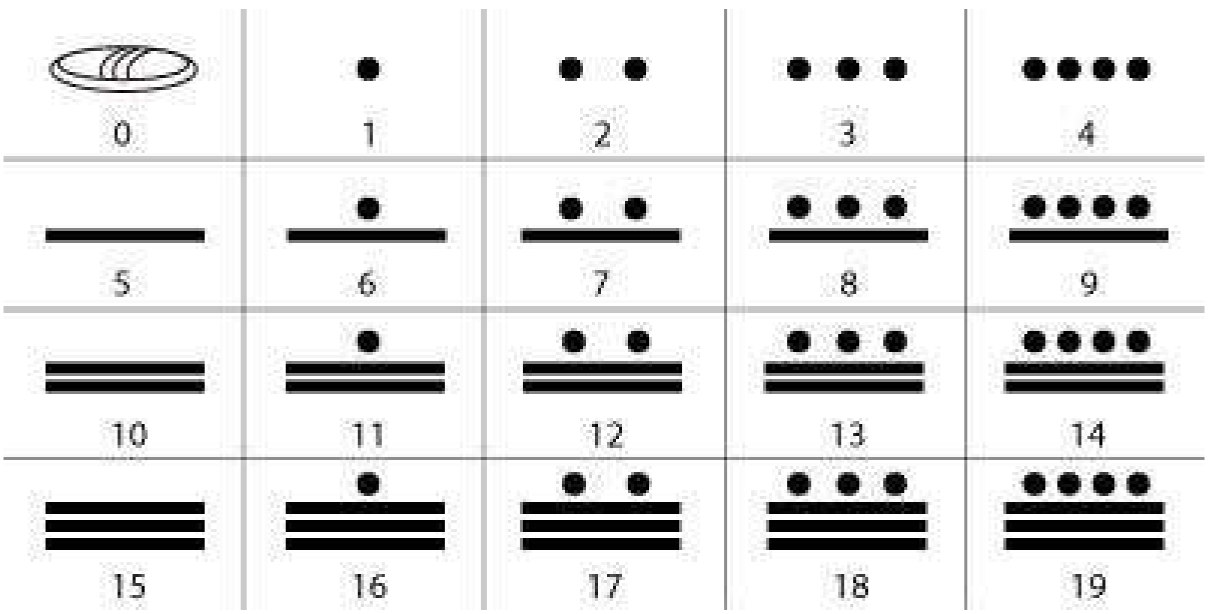


Figura 66: Números mayas. http://mayananswer.over-blog.com/article-36808745.html

Los tres símbolos básicos son el punto, cuyo valor es uno; la raya, cuyo valor es cinco; y el caracol (algunos autores lo describen como concha o semilla), cuyo valor es cero. Combinando estos símbolos se obtenían los números del 0 al 20, como se puede apreciar en la figura (figura No. 66). Es así como en el sistema de numeración maya las cantidades son agrupadas de 20 en 20. De ahí que se lo llame sistema vigesimal.

Con la ayuda del ábaco vemos cómo se escriben los números del 21 en adelante. El sistema Maya, como lo vimos en el sistema decimal, es posicional. En el nivel inferior van los numerales, que son los números del 0 al 20. En el nivel superior cualquier número que se coloque se multiplica por 20. Los estudiantes para asimilar este sistema, con el apoyo en la herramienta didáctica del ábaco se hacían movimientos con grupos de 20 fichas. Aquí vemos el ejemplo del número 25.

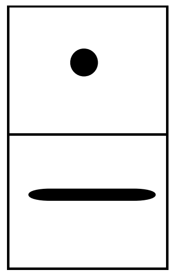


Figura 67: Números mayas. Modelación

¿Cómo se lee esto? La parte inferior es 5 (una raya equivale a 5), y la superior equivale a 20 (el punto equivale a 1 y se multiplica por 20 por estar en el 2º nivel). A continuación otros ejemplos:

Nivel	***Multiplicador***	***Ejemplo 1***	***Ejemplo 2***	***Ejemplo 3***
3°	X 400			
2°	X 20			
1°	X 1			
		33	511	2.608

Figura 68: Suma números mayas. Modelación

9.4.3. Suma en el sistema maya

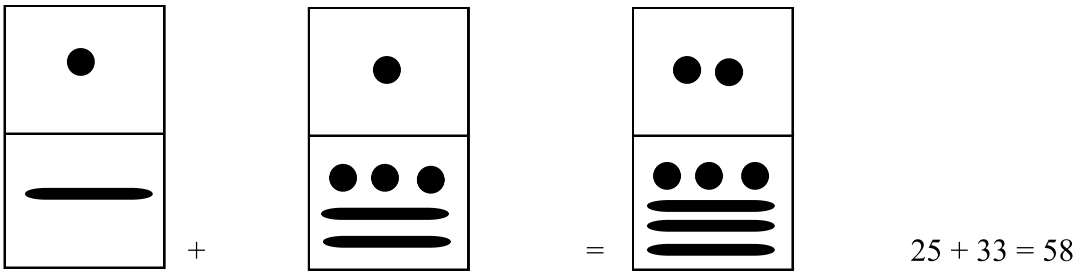


Figura 69: Operaciones con números mayas. Modelación

Cómo en el sistema decimal, la suma se efectúa igual ya que es un sistema posicional.

Para poder entender esto hay que recordar que el sistema Maya es vigesimal, es decir con base en el número veinte. Para ello se hizo una red o casilla donde los números iban aumentando exponencialmente de valor conforme se elevaban, así la casilla más baja vale uno, la siguiente en orden ascendente vale 20, la siguiente 400, la que le seguía 8,000, la superior 160,000 y así sucesivamente.

Cada punto se multiplicaba por el valor de la casilla y cada barra por cinco veces su valor. Hecha la aclaración se puede observar en la figura (Figura No. 69) una serie de números en la casilla de la parte izquierda. Sus valores de izquierda a derecha y por columnas son 11,000; 445; 16,147; 132 y 1,503, cantidades que se pretenden sumar.

La suma es muy sencilla, por cada fila ya sea en orden ascendente o descendente sumamos la cantidad de puntos y barras por cada una. De arriba hacia abajo, la primera fila tendrá 3 puntos, la segunda 6 puntos y una barra, la tercera 4 puntos y siete barras y la ultima 7 puntos y cuatro barras. Con ello queda completa la columna A.

En la columna B y de abajo hacia arriba comenzamos a hacer algunos acomodos. En la primera fila, los 7 puntos se transforman en una barra y dos puntos, mientras que las cuatro barras se transforman en un punto (el rojo) en la casilla superior; ¿por qué? pues porque 4 barras por su valor de 5 cada una, dan como resultado 20. Lo mismo sucede con la segunda casilla, las 7 barras y los 5 puntos suben a la siguiente casilla transformados en dos puntos rojos; 5 puntos son igual a una barra y ocho barras equivaldrán a dos puntos en la siguiente casilla. En la tercera casilla los valores encerrados en las elipses pasan a unirse a los de la casilla anterior dando como resultado trece. En la última casilla los tres puntos pasan directos.

Se revisa la columna B y sus valores se organizan en la columna C, que leídas de manera ascendente son 7; 20; 5.200; y 24.000, cantidades que sumadas nos da un valor de 29,227.

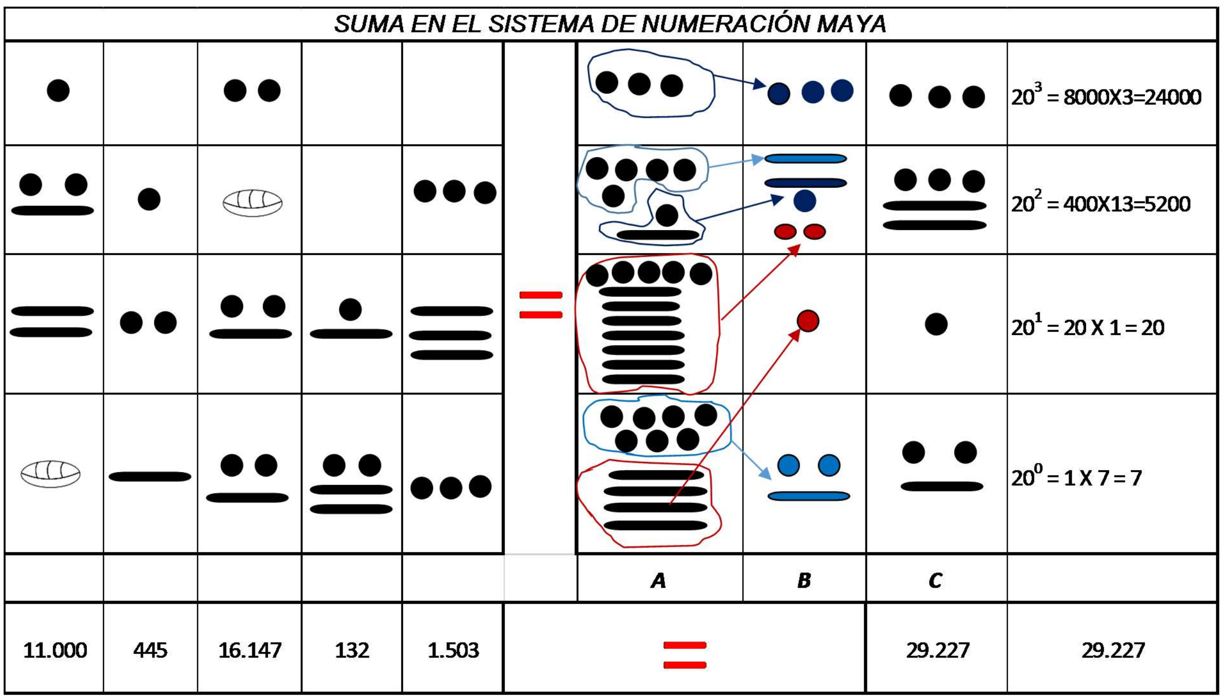


Figura 70: Operaciones con números mayas. Modelación

Como en las actividades anteriores, se puede deducir que con el sistema maya se ha podido realizar la actividad espacio temporal, la actividad gráfico espacial o modelación, el lenguaje matemático y la realización verbal del proceso.

9.5. Los pesos y medidas tradicionales: un acercamiento a la etnomatematica.

El reconocimiento de las actividades de contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar en las comunidades recibe el nombre de etnomatemática. Este apartado se ocupará de dar a conocer las actividades matemáticas de la comunidad del Resguardo de Caquiona en el marco de los pesos y medidas.

Para adentrarse a la cultura del Resguardo de Caquiona y sus manifestaciones es necesario hacer un acercamiento al Plan de Vida, el cual define los caminos que orientarán el desarrollo de los procesos de la etnomatemática. Estos caminos permiten la identificación de las diferentes expresiones. Los caminos son los siguientes:

Tabla 3. *Caminos del plan de vida de Caquiona – Tantanakuy: Fuente: Plan de vida Resguardo de Caquiona*

Camino	***Elementos que contiene***
ALIMENTACIÓN PROPIA	Alimentación, producción, mercado
AUTORIDAD	Cabildo, Guardia, Equipos Mixtos, Consejo de ex gobernadores, Sabios mayores - Consejeros
EDUCACIÓN PROPIA	Familia, comunidad, escuela, identidad, saber ancestral
IDENTIDAD -	Identidad, cultural, lingüística, arte, valores
ESPIRITUALIDAD	Seres espirituales, fiestas ancestrales, religiosidad
POLITICO ORGANIZATIVO	Defensa de los derechos como indígenas, Formación de líderes
SALUD PROPIA	Salud propia, medicina tradicional, rituales, planta
TERRITORIO	Ambiente, tierras, sitios sagrados, defensa del territorio

Estos caminos tienen un punto dónde se cruzan o se encuentran. En ese punto es dónde los distintos elementos de la vida nos permiten tomar una decisión frente hacia dónde seguir, a detenernos o a regresar. También si necesitamos llegar más rápido o más despacio o si necesitamos cambiar de camino. Esta interpretación permitió desarrollar con los estudiantes procesos muy importantes de la etnomatemática, ligado al camino como expresión de la vida diaria del indígena frente a sus quehaceres cotidianos: la chagra[3], el mercado, el intercambio de

[3] En ella, el indígena plasma su cosmovisión adquirida a través de procesos permanentes de observación, interacción y diálogo con la naturaleza, mediante los cuales se la apropia y aprende de ella, entendiendo la trama de la vida.

mano, las mingas, las visitas veredales, las alumbranzas[4] como espacios de expresión de la religiosidad, los tejidos con lana de ovejo, el pago de obligación.

Este pensamiento de la comunidad del Resguardo de Caquiona se pudo evidenciar de manera más compleja y con acciones comprensivas para toda la comunidad en el mercado local que se hace todos los domingos, allí la comunidad comercializa los productos mediante intercambio de productos de clima caliente y frio y la venta a cambio de dinero. Las siguientes fotos nos permiten ver como los comerciantes desarrollan habilidades para vender los productos utilizando pesos y medidas tradicionales.

Figura 71: Indígena comercializando mambe de coca y Medida para vender el trigo. Fotografía: Reinaldo Trujillo, 2016.

También nos muestran las diferentes actividades matemáticas como contar, diseñar, localizar, medir, jugar y explicar.

Figura 72: Actividades matemáticas (Bishop) en la vida comunitaria. Fotografía: Reinaldo Trujillo. 2016.

[4] La "alumbranza" es el tiempo ritual en que se expresa un sentimiento de gratitud a las vírgenes por los milagros que han realizado, pero es además el espacio donde se intensifica el sentido de cohesión social y de solidaridad entre los participantes. Realizar la alumbranza es "darle el pan a la Virgen", concepto que involucra el principio de reciprocidad, "se paga a la Virgen los milagros que ella hace", además de darle de comer, como a cualquier vivo.

Las diferentes actividades matemáticas se ven reflejadas en las acciones cotidianas de la comunidad y son representadas de manera más directa en las distintas expresiones artísticas, de producción y de comercialización.

Con los estudiantes se hizo una investigación que dio como resultado la identificación de los pesos y medidas más utilizados en la comunidad del Resguardo de Caquiona y en los cuales se pueden encontrar las seis actividades matemáticas básicas: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar.

En la siguiente tabla se listan los pesos y medidas más utilizados en la comunidad y una descripción fruto de la investigación de los y las estudiantes del grado quinto del colegio Santa María de Caquiona:

Tabla 4. *Pesos y medidas tradicionales y su equivalencia. Fuente: Saberes Comunitarios de Caquiona*

Peso y medida tradicional	***Descripción (lenguaje de la comunidad)***	***Equivalencia (Peso y medida convencional)***
Atado	Medida para la comercialización de un producto ofertado en el mercado local de la comunidad (ejemplo: un atado de cebolla)	1 kilogramo aproximadamente
Guango	Medida para la comercialización de leña y otros combustibles orgánicos o de origen vegetal (ejemplo: guango de leña)	1 arroba aproximadamente
La taza	Medida para la comercialización de productos como la papa, el trigo, el maíz, el frijol, entre otros, en el mercado local (ejemplo: la papa)	3 libras aproximadamente
El peso	Instrumento para medir la masa de un determinado producto en el mercado.	63 a 73 gramos

	Este instrumento se define de acuerdo a cada lugar. Las personas lo usan para vender el mambe de coca y la medida estándar es el peso de un huevo.	
La cuarta	Medida de longitud utilizada para medir espacios pequeños.	0,25 metros
La brazada	Medida de longitud utilizada para medir cuerdas, lasos, y de esta manera sacar áreas de las parcelas	1,60 metros
El pie	Medida de longitud utilizada para medir superficies y determinar áreas.	0,30 metros
El tabaco	Utilizada para medir la distancia que existe entre un lugar y otro.	35 minutos
El canto del gallo	Medida de tiempo muy utilizado para despertar, levantarse y preparar los alimentos para llevar a lugar de trabajo que generalmente es lejos de la residencia.	4:00 am aproximadamente
El ojo	Utilizado para medir y tazar el peso de un animal vivo. Esto es muy normal en la comercialización de ganado y de otras especies	Medida en arrobas
El jeme	Para medir el largo de las prendas artesanales	19 cm aproximadamente
La pulgada	Ídem	2,6 cm aproximadamente
El paso	Para medir distancias largas se hace con las piernas	0,90 m aproximadamente

Con esta descripción se puede determinar que las acciones agropecuarias, comerciales, artísticas, expresiones religiosas, los caminos, la minga, el intercambio, etc., están cargadas de contenidos matemáticos muy profundos que permiten abordar la vida y una cotidianidad llena de sentido.

Cada una de las actividades matemáticas se llenan de sentido en la medida en que la comunidad las adorna con los principios que la orientan: saber, querer, hacer y poder.

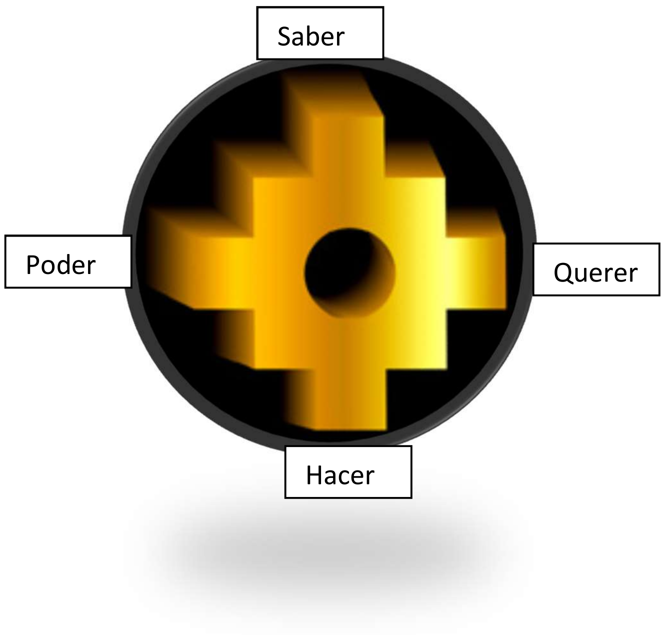


Figura 73: Imagen de la chakana. http://lachacanahla.blogspot.com.co/2012/10/la-chakana-cruz-andina-la-chacana.html

9.6. Matrices e interpretación

Cómo una manera de concretar el conocimiento en los niños y las niñas se ha definido una categoría y varias subcategorías con el propósito de que el lenguaje utilizado por la comunidad, de manera cotidiana, sea conceptualizado en el momento de hacer etnomatemáticas.

Tabla 5. *Matriz de categorías. Fuente: Conocimientos comunitarios del Resguardo de Caquiona*

CATEGORÍA	EXPLICACIÓN	FUNDAMENTACIÓN (Principios, valores, criterios)	COMO OPERA (Estructura, actores, roles, sitios)	ESPACIOS QUE SE CONSTRUYEN	PARADIGMAS QUE ROMPEN
MINGA	Las comunidades indígenas y campesinas mantienen dentro de sus usos y costumbres el trabajo comunitario para adelantar acciones en favor colectivo o individual. El trabajo en la minga establece la reciprocidad.	La minga tiene como principios: - Unidad - Justicia - Equidad Valores: - La solidaridad - La comunitariedad - La Comunicación - La reciprocidad - La participación - El trabajo Criterios: - No hay discriminación entre hombres y mujeres - Fortalecimiento de los espacios comunitarios - Se hace intercambio de mano de obra - Olla común	Generalmente la hacen comunidades organizadas, con una autoridad y liderazgo creíble dentro de la comunidad. Los actores son: las autoridades, los líderes de cada vereda, las mujeres quienes trabajan de igual a igual, los niños y las personas encargadas de la logística. Los sitios son los caminos veredales, las fincas comunitarias, el aseo del pueblo y	Se construyen espacios comunitarios, espacios sociales, políticos, académicos y pedagógicos. También es muy importante porque la minga recrea a la comunidad y la hace resistente en los momentos de crisis.	En primer lugar rompe con el individualismo y con algo que carcome a la sociedad, el egoísmo. También rompe con el discurso y se abre camino la construcción participativa, donde convergen las ideas de todas las personas.

			cuando hay tragedias o situaciones comunitarias que lo ameriten.		
SUBCATEGORÍAS	**EXPLICACIÓN**	**FUNDAMENTACIÓN (Principios, valores, criterios)**	**COMO OPERA (Estructura, actores, roles, sitios)**	**ESPACIOS QUE SE CONSTRUYEN**	**PARADIGMAS QUE ROMPEN**
MINGA PEDAGOGICA	Reunión de la comunidad para desarrollar una ruta de trabajo en beneficio de los procesos educativos y sociales.	La minga pedagógica se fundamenta en el compartir de saberes como estrategia para construir las estrategias que la comunidad necesita para sacar adelante lo propuesto. En el trabajo con los niños se hace conciencia de la importancia de los procesos educativos y se busca que haya empoderamiento	También se le denomina minga a los espacios académicos y de construcción de conocimiento, es por esto que a partir de la minga se construyen los procesos de la comunidad. Los grandes avances del movimiento indígena son fruto de la minga.	La minga es una manera pedagógica de construir los planes y proyectos de vida de la comunidad, así como de su ejecución.	Rompe con las clases en el aula. Rompe con la idea de escuela de cuatro paredes, se abre a las bioaulas como espacios de construcción colectiva de conocimiento.
SUBCATEGORÍAS	**EXPLICACIÓN**	**FUNDAMENTACIÓN (Principios, valores, criterios)**	**COMO OPERA (Estructura, actores, roles, sitios)**	**ESPACIOS QUE SE CONSTRUYEN**	**PARADIGMAS QUE ROMPEN**
MINGA DE PENSAMIENTO	La comunidad se encuentra para pensar, reflexionar	Se enmarca en la acción de pensar los problemas para construir soluciones que involucren a toda la comunidad	La comunidad liderada por el cabildo afronta los problemas más	Equipos de trabajo, liderados por miembros del grupo de	No se requieren de expertos para la solución de los problemas,

	y decidir sobre temas que afectan el buen vivir de la comunidad o sobre estrategias de resistencia		comunes, desarrolla estrategias a partir de experiencias vividas en otros momentos	estudiantes. Comisiones para evaluar experiencias vividas	los equipos y comisiones de estudiantes construyen soluciones
SUBCATEGORÍAS	**EXPLICACIÓN**	**FUNDAMENTACIÓN (Principios, valores, criterios)**	**COMO OPERA (Estructura, actores, roles, sitios)**	**ESPACIOS QUE SE CONSTRUYEN**	**PARADIGMAS QUE ROMPEN**
RECORRIENDO EL TERRITORIO	Recorriendo el territorio es un espacio de aprendizaje itinerante en el cual se construye el conocimiento en los caminos de la comunidad, en los sitios sagrados y en los espacios de producción.	La reciprocidad y el compartir los saberes son la base fundamental, es allí donde el conocimiento se vuelve saber y el saber encuentra un espacio en la academia.	Se diseña un recorrido con el apoyo de los estudiantes y sabedores de la comunidad donde se concertan distancias y sitios. Allí se organizan los diferentes equipos y se definen los objetivos del recorrido	Espacios de investigación, de aprendizaje y de reconocimiento del territorio.	Rompe con la clase en el aula, con el uso del uniforme, con el timbre que orienta el tiempo y con los libros, debido a que se construye conocimiento con la observación
SUBCATEGORÍA	**EXPLICACIÓN**	**FUNDAMENTACIÓN (Principios, valores, criterios)**	**COMO OPERA (Estructura, actores, roles, sitios)**	**ESPACIOS QUE SE CONSTRUYEN**	**PARADIGMAS QUE ROMPEN**
TANTANAKUY (Construcción Colectiva de	La minga produce conocimiento	La construcción colectiva de conocimiento se centra en los	Mediante la transmisión oral, la tradición, los	Relaciones de confianza con los	Rompe con la estructura piramidal del

Conocimiento)	colectivo, elaborado por todos los actores comunitarios, en este caso por todos los actores escolares	saberes de la comunidad. Los pesos y medidas presentes en la comunidad hacen parte del saber y por tanto tiene principios, valores y criterios construidos colectivamente	usos y las costumbres de los mayores a las nuevas generaciones	mayores y mayoras de la comunidad, ellos hacen parte del recorrido y también en el aula	conocimiento y nos muestra la importancia del compartir de saberes
SUBCATEGORÍA	**EXPLICACIÓN**	**FUNDAMENTACIÓN (Principios, valores, criterios)**	**COMO OPERA (Estructura, actores, roles, sitios)**	**ESPACIOS QUE SE CONSTRUYEN**	**PARADIGMAS QUE ROMPEN**
CAMINANDO LA PALABRA	Estrategia que permite hacer paradas durante el recorrido para reconocer saberes, mitos, leyendas sobre lugares sagrados y especiales de la comunidad	La palabra de los mayores contando historias y procesos comunitarios entusiasma a los estudiantes por las preguntas y la indagación. Esta acción fortaleció el respeto de los niños a los mayores y definió relaciones muy fuertes entre la experiencia y la expectativa por conocer el pasado	Sentados en círculo frente a un lugar sagrado de la comunidad se comparte el saber y todos son actores principales de la discusión o el compartir. Todos saben, todos aprenden	El territorio tiene lugares especiales, sagrados, que con este recorrido los estudiantes los reconocen y empieza hacer parte de su reflexión	Rompe con el conocimiento técnico y a veces infalible del docente y nos pone frente a la simplicidad del conocimiento construido a base de la experiencia

10. la reflexión pedagógica

La formación docente en Colombia no tiene las motivaciones necesarias para hacer de esta profesión una verdadera esperanza para los pueblos. Las políticas públicas no apuntan a dimensionar la formación con el fin de que el docente se dedique de tiempo completo al desarrollo de su labor, sino que apuntan a igualar a todos los profesionales, técnicos y tecnólogos, con el fin de limitar el gasto fiscal. La calidad de la que hoy se habla debe pasar por una verdadera reforma en el campo de la formación y de la profesión docente; la calidad educativa pasa por la dignidad del docente.

Esta realidad toca a los docentes egresados de las facultades de Educación y a los que próximamente egresarán; ya que por una parte, aunque el currículo de las licenciaturas propone un núcleo de formación histórica, un núcleo de formación pedagógica, practica pedagógica e investigación y un núcleo de formación disciplinar, se evidencia que aún no hay articulación entre teoría y práctica docente tanto en el estudiante practicante como en el egresado. Por otra parte, la desvalorización de la profesión docente al interior de la sociedad en donde las licenciaturas tienen bajo prestigio, e incluso en las mismas políticas educativas que se proponen (escalafón docente), hacen que muchos egresados y docentes pierdan el sentido y el horizonte de su labor diaria.

Por lo tanto, la formación de formadores hace parte de los desafíos contemporáneos educativos que implican un replanteamiento crítico del modelo convencional de formación y resignificación de la profesión docente, debido a que las políticas y reformas educativas actuales configuran un prototipo de docente ideal aunque en la práctica no se provean las herramientas para formarlo, (Vaillant 2002).

La Práctica Pedagógica Etnoeducativa se enmarca en los principios de la educación propia intercultural, pues allí toma sentido la etnoeducación. Para nuestro caso, la etnoeducación permitió configurar un escenario diferente donde juegan un papel importante las autoridades propias de los pueblos, la comunidad, los sabedores, los usos y costumbres de la comunidad y en fin, todos los procesos que acontecen cotidianamente al interior de la comunidad. El saber disciplinar en este plano, se convierte en la posibilidad de resignificar los saberes comunitarios, los legados culturales propios y las formas de vida. Por eso en la etnoeducación tiene cabida la etnomatemáticas, disciplina en la cual se desarrolló la práctica pedagógica Etnoeducativa.

La Práctica Pedagógica Etnoeducativa también es considerada como una práctica social en donde intervienen múltiples subjetividades y juegos del lenguaje, por eso, la práctica pedagógica constituye un tipo de acción social específico, sobre el cual el maestro debe reflexionar individual y colectivamente de manera permanente para convertirla en una verdadera praxis pedagógica (Santos et al, 2006). También, ha de entenderse como lo afirma Vásquez 2006: "proceso autónomo en el que confluyen las dinámicas formativo/académicas correspondientes a la licenciatura: más que un requisito de orden formal, ha de tomarse como un topos, escenario, territorio en donde se demarcan los compromisos del SER, QUEHACER y SABER PEDAGÓGICOS" (p. 25). Es decir, que no basta con tener dominio disciplinar, sino que además es fundamental acoger principios que sugiere el pensamiento crítico, para así, tener conocimiento del contexto, hacer parte de él para comprenderlo y para convertirse en una posible alternativa de cambio en donde no se puede obviar la naturaleza del practicante, del educando y de la institución.

Para Paulo Freire, 2004:

> […] la reflexión crítica sobre la relación teoría-práctica es una exigencia, ya que sin ella, la teoría puede convertirse en simple palabrería, y la práctica en un total activismo. Igualmente, la relación enseñar-aprender es fundamental puesto que el enseñar no existe sin aprender y viceversa. A lo largo del texto, el autor presenta una serie de saberes fundamentales relacionados con lo que debería constituir la formación y práctica docente. (p. 17)

En este apartado se destacan las principales exigencias, que según Freire, 2004, debe cumplir la enseñanza. Estas son:

- Seguridad, competencia profesional y generosidad

- Compromiso
- Comprensión de la educación como una forma de intervenir en el mundo.
- Libertad y autoridad.
- Conciencia al tomar decisiones.
- Capacidad de escucha.
- Reconocimiento de la educación como ideología.
- Disponibilidad para el diálogo.
- Afecto por los estudiantes, (p. 18)

En este sentido, Freire nunca entendió la educación como una experiencia fría, desligada de sentimientos, emociones, deseos y sueños, sino por el contrario estuvo convencido de que la disciplina intelectual seria, el ejercicio de la curiosidad epistemológica, la sabiduría, la seguridad, la humildad, la lectura del mundo y el pensamiento crítico son los elementos esenciales que constituyen la verdadera práctica educativo-progresista. (Freire, 2004)

De la misma manera, la práctica pedagógica mantiene un vínculo estrecho con la formación docente, ya que las dos buscan contrastar las teorías educativas y disciplinares con la realidad tanto individual, como colectiva (Moreno 2001), y es en la práctica donde se establecen y reflejan los fines de la formación docente. Estos son: la formación integral, el trabajo interdisciplinario y transdisciplinario, el desarrollo individual y social, el desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica, la comprensión crítica de la diversidad étnica y cultural, el fomento de la investigación y la libertad de pensamiento y pluralismo ideológico, Moreno (2001). Teniendo en cuenta lo anterior, los fines de la formación docente sólo se llevan a cabo en el marco de la práctica pedagógica, pues es aquí donde el futuro licenciado emplea o descarta la teoría aprendida a lo largo de su licenciatura, de acuerdo a las necesidades académicas, culturales y sociales del contexto educativo en el que desarrolla su Práctica Pedagógica Etnoeducativa.

Cuando se reflexiona el trabajo realizado o la Práctica Pedagógica Etnoeducativa, los resultados no son al azar, son el fruto de acciones que dan sentido al conocimiento y le dan un significado especial a lo aprendido. La construcción de conocimiento tiene sus principios en lo colectivo y en la realidad. Desde este punto de vista, entonces, se puede pensar que el aprendizaje de la matemática y el reconocimiento de la etnomatemática, posibilita la ruptura de paradigmas que han secuestrado la escuela y la han vuelto inmóvil, como que las acciones de aprendizaje no sean mediadas por la didáctica y como que el único concepto matemático sea el número.

La incursión en la matemática y la etnomatemática, desde una apuesta didáctica y de innovación, consolida aprendizajes que antes estaban programados para cursos superiores; hoy los niños y las niñas del grado quinto lo comprenden suficientemente, permitiendo que la reflexión y la madurez intelectual se adquieran de manera fácil y feliz. Por ejemplo: los estudiantes del grado quinto conocieron y manejaron las operaciones de la suma y la resta con números enteros, teniendo en cuenta que este es un tema de grado séptimo.

Otro elemento importante, como resultado de esta PPE, es la ruptura con el aula de clase y el tablero; las salidas pedagógicas o mingas, como se le denominó a los espacios de aprendizaje fuera del aula, fueron acciones muy ricas para los estudiantes y el practicante porque posibilitaron, en primer lugar el conocimiento del territorio como elemento fundamental de la etnoeducación; en segundo lugar, fue la oportunidad para desarrollar los valores de la solidaridad y del trabajo en equipo, y en tercer lugar, causó en los estudiantes el deseo de preguntar e investigar lo que encontraban. Sin lugar a dudas, fue en este espacio donde la práctica tuvo el mayor de los sentidos, donde hubo intercambio de saberes y donde la escuela se resignifica.

Por otro lado la Práctica Pedagógica Etnoeducativa despertó el interés de relacionar los procesos educativos a partir de los estándares y competencias presentados por el Ministerio de Educación Nacional – MEN- y los procesos educativos a partir de propuestas Etnoeducativas. Para este caso se puede decir con toda tranquilidad que los pensamientos matemáticos, como son definidos y jerarquizados por el MEN, son redimensionados con las actividades matemáticas comunes a todas las culturas, definidas por Allan Bishop. En el siguiente cuadro se puede ver detalladamente esta relación:

Tabla 6. *Matriz de Relación entre los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (2001) y las seis actividades universales presentadas por Bishop (1999)*

Pensamientos Matemáticos	***Estándares curriculares de Matemáticas***	***Actividades Universales***
Numérico	Comprensión del número, su representación, las relaciones que existen entre ellos y las operaciones que con ellos se efectúan en cada uno de los sistemas numéricos.	Contar Jugar Diseñar
Espacial	Examen y análisis de las propiedades de los espacios en dos y en tres dimensiones, y las formas y figuras que éstos contienen.	Medir Localizar Diseñar
Métrico	Comprensión de las características mensurables de los objetos tangibles y de otros intangibles como el tiempo; de las unidades y patrones que permiten hacer las mediciones y de los instrumentos utilizados para hacerlas.	Medir Localizar Diseñar
Aleatorio	Situaciones susceptibles de análisis a través de recolección sistemática y organizada de datos. Ordenación y presentación de la información.	Explicar Contar
Variacional	Procesos de cambio. Concepto de variable. El álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio.	Explicar Diseñar

El reconocimiento de las actividades matemáticas cotidianas de la comunidad en relación con la etnomatemáticas fue una de las acciones importantes de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa, pues nos llevó a valorar todos los procesos de la comunidad, desde la siembra, los caminos, la distribución del territorio y el mercado. De esta manera se puede hacer una relación entre los pesos[5] y medidas tradiciones y los pesos[6] y medidas convencionales.

[5] ídem
[6] Ídem

Tabla 7. *Pesos y medidas tradicionales y su equivalencia*

Peso y medida tradicional	***Descripción (lenguaje de la comunidad)***	***Equivalencia (Peso y medida convencional)***
Atado	Medida para la comercialización de un producto ofertado en el mercado local de la comunidad (ejemplo: un atado de cebolla)	1 kilogramo aproximadamente
Guango	Medida para la comercialización de leña y otros combustibles orgánicos o de origen vegetal (ejemplo: guango de leña)	1 arroba aproximadamente
La taza	Medida para la comercialización de productos como la papa, el trigo, el maíz, el frijol, entre otros, en el mercado local (ejemplo: la papa)	3 libras aproximadamente
El peso	Instrumento para medir la masa de un determinado producto en el mercado. Este instrumento se define de acuerdo a cada lugar. Las personas lo usan para vender el mambe de coca y la medida estándar es el peso de un huevo.	63 a 73 gramos
La cuarta	Medida de longitud utilizada para medir espacios pequeños.	0,25 metros
La brazada	Medida de longitud utilizada para medir cuerdas, lasos, y de esta manera sacar áreas de las parcelas	1,60 metros
El pie	Medida de longitud utilizada para medir superficies y determinar áreas.	0,30 metros
El tabaco	Utilizada para medir la distancia que existe entre un lugar y otro.	35 minutos
El canto del gallo	Medida de tiempo muy utilizado para	4:00 am

	despertar, levantarse y preparar los alimentos para llevar a lugar de trabajo que generalmente es lejos de la residencia.	aproximadamente
El ojo	Utilizado para medir y tazar el peso de un animal vivo. Esto es muy normal en la comercialización de ganado y de otras especies	Medida en arrobas
El jeme	Para medir el largo de las prendas artesanales	19 cm aproximadamente
La pulgada	Ídem	2,6 cm aproximadamente
El paso	Para medir distancias largas se hace con las piernas	0,90 m aproximadamente

En el desarrollo de la Práctica Pedagógica Etnoeducativa aprendo las matemáticas en mi proceso de formación en forma distinta y afianzo conceptos que en la formación básica quedaron vacíos; profundizo y aprendo a enseñar la complejidad de las matemáticas de una manera sencilla (artefactos, objetos, realidad cercana, vida cotidiana) de lo que tiene sentido y significado para los niños.

En este ejercicio de práctica trasciendo de la explicación que es tradicionalmente predominante en la enseñanza de la matemática, a la experiencia, la experimentación, la lúdica, y descubro que este es uno de los caminos para la comprensión de las matemáticas.

En este ejercicio de práctica pude evidenciar, como lo explica Paulo Freire, pedagogo brasileño (1921-1997):

> […] que la escuela tradicional da respuestas a preguntas que los alumnos nunca formularon, y por ende lo más probable es que no les interesen. […] la pregunta asusta al maestro, pues no se tiene siempre la respuesta. Frente a ello, se propone la búsqueda de una respuesta conjunta, indagando con la guía del maestro, quien no tiene la necesidad de

saberlo todo, sino solo estar dispuesto a escuchar, dar herramientas y mostrar caminos (p. 65).

Se pudo constatar que el estudiante aprenderá de sus propias inquietudes y de las del grupo, lo que convirtió la experiencia en interesante y motivadora.

En este sentido las dificultades y los momentos difíciles en el desarrollo de la práctica se convirtieron en grandes oportunidades que no pasaron desapercibidas y que fueron consignadas por los estudiantes y el maestro en sus diarios. Las preguntas, desde la perspectiva de hacer de la clase espacio de indagación, fueron fundamentales para alcanzar despertar en los estudiantes la creatividad y el sentido por lo que pasa en el territorio.

Con esta práctica se logra desestructurar la idea de que las matemáticas son difíciles, abstractas… y se encuentra que en la vivencia cotidiana del ser humano son fundamentales. Describir esto implica empezar a pensar, investigar y producir nuevos materiales, compromete a conocer más el contexto y necesariamente activar el espíritu investigativo y la pregunta como la posibilidad de no aceptar todas las respuestas que la sociedad le ofrezca, sino las que se consideren ciertas y valiosas.

El desarrollo de esta práctica con didácticas activas está enfocado a contribuir a que en las aulas los protagonistas de las preguntas sean los estudiantes y también se construya conocimiento a partir de las experiencias de los niños.

11. Conclusiones

Después de haber realizado la Práctica Pedagógica Etnoeducativa, la reflexión de la práctica y la sistematización de la práctica se puede concluir que las actividades matemáticas están involucradas en todas las acciones de la vida comunitaria, en todos los procesos de las personas, es por eso que no se puede desligar la matemática de la vida.

También se reconoce que en las comunidades existen expresiones matemáticas, denominadas etnomatemáticas, que permiten hacer procesos de producción, de comercialización y de expresiones artísticas que posibilitan la vida en pequeñas comunidades.

La enseñanza de las matemáticas, a partir de estrategias didácticas como las descritas en este trabajo, es más fácil, divertida y comprensiva para los estudiantes, el docente y la comunidad de padres de familia, de allí que se puede afirmar que los estudiantes aprenden jugando.

El poner en evidencia sistemas matemáticos como el maya, posibilita hacer un reconocimiento a todas las expresiones, saberes y conocimientos matemáticos presentes en las formas de vida de las comunidades y las personas y de esta manera visibilizar todas las formas de expresar las matemáticas.

Finalmente, se implementó una estrategia pedagógica basada en los procesos espacio temporal, grafico espacial o modelación y la realización verbal. Esto permitió que el estudiante tuviese la oportunidad de crear e innovar con los recursos del medio.

Bibliografía

Fuentes escritas

ALBERTI. M. (2007) "Interpretación situada de una práctica artesanal". Tesis Doctoral. Departamento de didáctica de las matemáticas y las ciencias experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona.

ANILLO DE MATEMATICAS. "Teoría del desarrollo histórico-cultural. Enfoque de la Escuela Soviética". Santa fe de Bogotá D.C., septiembre de 1991.

ANILLO DE MATEMATICAS. Proyecto de investigación: Construcción de sistemas numéricos y de medición. Propuesta para grado séptimo. Santa fe de Bogotá D.C., febrero de 1994.

ANILLO DE MATEMATICAS. "El sentido de la actividad en el aula. El Taller": Proyecto de formación de maestros. Santa fe de Bogotá D.C., Agosto de 1994.

ANILLO DE MATEMATICAS. Proyecto de investigación: Construcción de sistemas lógicos y numéricos. Propuesta de desarrollo curricular para los grados cuarto, quinto y sexto de educación básica. Santa fe de Bogotá D.C., julio de 1998.

BEARD, Ruth M. Psicología evolutiva de Piaget. Una síntesis para Educadores. Editorial Kapeluz. Buenos Aires 1971.

BISCHOP A. (1999) Enculturación Matemática "la educación matemática desde la perspectiva cultural". Paidós. Barcelona- España - BISHOP. A (2005). "Aproximación socio cultural a la educación matemática".

CABALLERO, Carla Yeneris M.Sc. Facilitadora pedagógica en ABACOenRed www.abacoenred.com Docente FAREM Estelí/UNAN Managua, Julio, 2015.

D'AMBROSIO U. (1990) Etnomatemática. São Paulo: Ática,

DAVIDOV, Vasili. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico. Editorial Progreso. Moscú 1988.

EXPERIENCIAS E INVESTIGACIONES, La enseñanza de la matemática con los adultos de los sectores populares. Dimensión Educativa. Bogotá 1990.

FREIRE, Paulo. Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa. México: Siglo XXI Editores. 2004

FREIRE, Paulo, FAUNDEZ, Antonio. Por una pedagogía de la pregunta. Siglo XXI Editores. 2004.

FRIEDE, Juan. El indio en lucha por la tierra. San Agustín Huila. Ediciones la chispa. 1944.

FURTH, Hans G. Las ideas de Piaget. Su aplicación en el aula. Editorial Kapeluz. Buenos Aires 1971.

KAZUKO K., Constance. El niño reinventa la aritmética. Editorial visor. Tercera edición. Madrid 1993.

MARIÑO. G. (1983) "¿Cómo opera matemáticamente el adulto del sector popular? Proyecto. Dimensión Educativa. Financiado parcialmente por COLCIENCIAS. Colombia.

McLAREN, PETER. Pedagogía crítica y cultura depredadora. Políticas de oposición en la era posmoderna. Barcelona: Paidós. 1997. Págs. 344

MEJIA, Marco R. La sistematización. Empodera y produce saber y conocimiento sobre la práctica. Bogotá. Desde abajo. 4ta reimpresión, octubre de 2015.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, Etnomatemática para los grados 4° y 5° de Básica Primaria. Lenguas Yakuna y Tanimuka. Asociación de capitanes indígena del rio Miriti-Paraná- Amazonas. 2007.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, Experiencias de aula en Etnomatemática. Grados 4° y 5°. Lenguas Yukuna y Tanimuka. Escuelas Bilingues de ACIMA. Asociación de capitanes indígena del rio Miriti-Paraná- Amazonas. 2008.

MORENO GARCÍA, Patricia. La práctica educativa en la formación de docentes. En: La formación de educadores en Colombia. Geografías e imaginarios (Tomo II). Compilación de Sandra Sandoval Osorio. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. 2001. Pág. 361.

MORIN, Edgar. Introducción al pensamiento complejo. Editorial Gedisa. Barcelona 1994.

OROBIO, Héctor y ORTIZ, Marina. Educación Matemática y desarrollo del sujeto. Una experiencia de investigación en el aula. Santa fe de Bogotá D.C., julio de 1997.

PEREZ, Jesús Hernando. Geometría Euclediana y construcción de conocimiento. (Preimpreso). Bogotá 1990.

PIAGET, Jean. Introducción a la epistemología genética. Una síntesis para Educadores. Editorial Kapeluz. Buenos Aires 1971.

PLAN DE VIDA, Tantanakuy del Resguardo Yanakona de Kakiona. Construcción Colectiva de Conocimiento. Equipo de Materiales PEBI-CRIC 2011.

SANTOS, Adriana; BAQUERO Pedro; MOLANO Milton; PARDO Alberto. Prácticas pedagógicas universitarias: aproximaciones para su comprensión. Bogotá: Universidad de la Salle. 2006

TALIZINA, N. Psicología de la enseñanza. Una síntesis para Educadores. Editorial progreso. Moscú 1988.

VAILLANT, Denise. Programa de Promoción de la Reforma Educativa en América Latina y el Caribe. Nº 25 Formación de Formadores. Estado de la Práctica. Editorial San Marino. 2002

VASQUEZ, Luís Ernesto. Informe práctica pedagógica investigativa y proyección social" Universidad de la Salle. Bogotá: 2006.

VALENCIA, Gabriel F., y GALEANO, Blanca D. Aprestamiento de la lógica matemática. Guía didáctica y módulo. Fundación universitaria Luis Amigó, Facultad de educación. Medellín 2005. http://virtual.funlam.edu.co/repositorio/sites/default/files/repositorioarchivos/2010/10/aprestlogicamatematica.644.pdf

VARIOS AUTORES. La Psicología evolutiva y pedagógica en la URSS. Antología. Editorial progreso. Moscú 1988.

VIGOSTKI, L. S. Desarrollo de las funciones psíquicas superiores. Editorial progreso. Moscú 1987.

VIGOSTKI, L. S. Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. Editorial Científico-Técnica. La Habana 1987.

WERTSCH, James V. Vigostki y la formación de la mente. Ediciones Paidós. Barcelona 1988.

ZAMBRANO, Carlos Vlademir. Geografía Humana de Colombia. Tomo IV-Volumen 1. Instituto Colombiano de Cultura Hispánica. 1996.

Fuentes orales

BOLAÑOS, Oscar. Líder comunitario de la comunidad del Resguardo Indígena Yanacona de Caquiona y docente de la Institución Educativa Santa María de Caquiona. Historia del Colegio Santa María de Caquiona. Audio 2015

CHICANGANA, Emigdio. Líder de la comunidad del Resguardo de Caquiona. Concejal y exgobernador. Entrevista julio del año 2014.

CHICANGANA, Tirso. Líder de la comunidad del Resguardo de Caquiona. Exgobernador del Resguardo de Caquiona y Exgobernador Mayor del Pueblo Yanacona. Entrevista julio del año 2015.

HOYOS, Luis Humberto. Comunero del Resguardo Indígena de Caquiona. Docente de la Institución Educativa Santa María de Caquiona. Historia de la educación en el Resguardo de Caquiona. Audio 2015.

MAJIN, Bertha Tulia. Mayora y partera de la comunidad del Resguardo de Caquiona. Entrevista Julio del año 2015.

WEBGRAFIA

VERA, Lamberto. LA INVESTIGACION CUALITATIVA. (Citado 26 de noviembre 2007) Disponible en World Wide Web:
http://ponce.inter.edu/cai/reserva/lvera/INVESTIGACION_CUALITATIVA.pdf
www.larrea.edu.mx
www.normalista.ilce.edu.mx
http://ponce.inter.edu/cai/reserva/lvera/INVESTIGACION_CUALITATIVA.pdf
http://www.etnomatematica.org/trabgrado/corabastos.pdf
La pedagogía de la pregunta La Guía de Educación http://educacion.laguia2000.com/estrategias-didacticas/la-pedagogia-de-la-pregunta#ixzz4SizBHAOP