

FRANCISCO FRANCO OBANDO DIAZ



**CONTROL DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO
CONSIDERANDO LOS EFECTOS DEL INVERSOR EN EL MOTOR**

**Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Maestría en Electrónica y Telecomunicaciones**

**Popayán
2010**

FRANCISCO FRANCO OBANDO DIAZ

**CONTROL DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN TRIFÁSICO
CONSIDERANDO LOS EFECTOS DEL INVERSOR EN EL MOTOR**

**Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería
Electrónica y Telecomunicaciones de la
Universidad del Cauca para la obtención del
Título de**

**Magíster en Ingeniería, Área
Electrónica y Telecomunicaciones**

**Director:
Dr. Carlos Gaviria López**

**Popayán
2010**

Hoja de Aprobación

Director

Dr. Carlos Alberto Gaviria López

Jurado

Jurado

Fecha de sustentación: Popayán, 27 de enero de 2010

Agradecimientos

A Dios por permitirme vivir y disfrutar la realización y culminación de mis estudios de postgrado.

A Carlos Gaviria por su paciencia y gran colaboración en todo momento como director de este proyecto.

A mis padres y hermanos por brindarme un hogar cálido y enseñarme que la perseverancia y el esfuerzo son el camino para lograr objetivos

A mi tía y su familia por acompañarme en todos los momentos importantes.

A mis compañeros de estudio y de trabajo que ayudaron con sus consejos y correcciones.

A los evaluadores de este proyecto que con su visión engrandecen el aporte científico del mismo.

A la Universidad del Cauca y el Instituto de Postgrados en Electrónica y Telecomunicaciones por su colaboración administrativa y económica.

Resumen

El proyecto "Control de velocidad del motor de inducción trifásico considerando los efectos del inversor en el motor" es desarrollado en la Universidad del Cauca (Colombia) por el grupo de investigación en Automática Industrial, representado por el autor y el director del mismo.

En la literatura se han presentado importantes aportes en el control y modelado de la maquina asíncrona debido al creciente interés en la aplicación industrial y comercial de este tipo de maquinas rotatorias por sus ventajas de construcción, mantenimiento y costo.

En este proyecto se hace obtiene el modelo del motor y del inversor con lo que se diseña un control de velocidad robusto que garantiza una buena respuesta dinámica, pero considerando como factor importante que al hacer este control también se minimice el contenido armónico en las corrientes de estator. Dado a que el inversor es un dispositivo fundamental en la alimentación de maquinas de corriente alterna y que su presencia tiene un efecto directo con el contenido armónico de las tensiones y corrientes presentes en una maquina eléctrica, se trabaja el control de velocidad desde esta perspectiva; para lo cual se diseño un filtro digital que permite obtener las componentes fundamentales en cuadratura de un sistema trifásico a partir de una de las fases del sistema. Se optó por un control en modos deslizantes para la velocidad y para la disminución del contenido armónico se diseñó un regulador LQR que permite ajustar el modulador basado en vectores espaciales de forma que se obtiene una disminución en el contenido armónico en las corrientes de estator.

Palabras Clave: Distorsión armónica, Motor de inducción trifásico, Control en modos deslizantes, Modulación SVPWM.

Abstract

The “Motor speed control for three-phase induction motor considering the effects of inverter in the engine” project is developed in the Cauca University (Colombia) by the Automatic Industrial investigation group. In this project, the author and director are representing the group.

In the literature there have been significant contributions in the control and modeling of asynchronous machine because of the growing interest in industrial and commercial application of such rotating machines due to its advantages for construction, maintenance and cost.

This project is the modeling of the motor and inverter thereby designing a robust speed control to ensure good dynamic response, but considering as an important factor in making this control can also minimize the harmonics in the stator currents. Since the inverter is a key device for supplying AC machines and their presence has a direct effect with the harmonic content of the voltages and currents present in an electrical machine, the speed control works from this perspective, for this design a digital filter that will produce the basic components of a quadrature-phase system from one phase of the system. We opted for a sliding mode control for the speed and for reducing the harmonics content it was designed a LQR regulator that allow to adjust the modulator based on spatial vectors so to have a decrease in the harmonic content in the stator currents.

Key Words: Harmonic distortion, magnetic flux, stator, rotor, inductance, switching frequency, sampling time, sliding surface and torque.

Contenido

	Pág.
<u>Lista de Tablas</u>	xv
<u>Lista de Figuras</u>	xvii
<u>Lista de Abreviaturas</u>	xix
<u>Lista de Símbolos</u>	xx
<u>1. Introducción</u>	21
<u>2. Modelo en marco de referencia estacionario.</u>	23
2.1 Formulación de la máquina de inducción trifásica.	23
2.2 Expresión de la matriz de transformación.	27
2.3 Pruebas al modelo del motor.	32
<u>3. Modelo del inversor trifásico y Modulación SV-PWM.</u>	35
3.1 Modelo del Inversor	35
3.2 Modulación PWM basada en Vectores Espaciales (SV-PWM)	38
3.2.1 PWM basado en portadora	38
3.2.2 Modulación vectorial	42
3.3 Efectos del Inversor sobre el Motor	49
3.3.1 Efectos negativos de los armónicos generados por el inversor	49
3.3.2 Armónicos como una función de la frecuencia de conmutación.	49
3.3.3 Medidas de la distorsión en señales de voltaje y corriente	50
3.3.4 Pruebas al modelo del motor considerando el inversor	51
<u>4. Control de velocidad del motor de inducción</u>	55
4.1 Filtro digital para la TDFT	56
4.1.1 Relación entre TDFT, GSSA y $\alpha\beta$	61
4.1.2 Resultados de simulación	63
4.2 Diseño del controlador	65
4.2.1 Control por Modo Deslizante	65
4.2.2 Flujo de referencia	69

4.3	Observador de estados.	70
4.3.1	Observador de Luenberger.	71
4.3.2	Observador Sliding.	74
4.4	Resultados de simulación	77
5.	<u>Disminución del contenido armónico en las corrientes de estator</u>	81
5.1	Distribución de vectores nulos y señal de secuencia cero.	82
5.2	Modulación SV-PWM con realimentación.	83
5.2.1	Regulador LQR.	86
5.2.2	Resultados de simulación.	88
6.	<u>Conclusiones</u>	93
	<u>Referencias Bibliográficas</u>	95

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 3.1 Tensiones de cada rama en función del estado de los interruptores.....	37
Tabla 3.2 Vectores de voltaje instantáneos del inversor.	38
Tabla 3.3 Relación entre la señal de secuencia cero y el método de modulación. ...	41
Tabla 3.4 Señales de secuencia cero y vectores espaciales	47
Tabla 3.5 Relación entre ciclos utilices y tiempos de aplicación de vectores.....	48

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 2.1 Motor de inducción de rotor jaula de ardilla.....	23
Figura 2.2 Maquina de inducción trifásica	25
Figura 2.3 Relación entre los sistemas coordenados abc y $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$	29
Figura 2.4 Comportamiento del par motor según el par de carga.	33
Figura 2.5 Corrientes de estator en coordenadas de la maquina.....	33
Figura 2.6 Respuesta de velocidad del modelo del motor.....	34
Figura 3.1 Inversor VSI trifásico de dos niveles	35
Figura 3.2 Señal de salida del inversor.	36
Figura 3.3 <i>a)</i> Proceso de generación del tren de pulsos U_{ref-N} . <i>b)</i> Esquema del inversor.....	39
Figura 3.4 Modulación con adición de señales de secuencia cero.....	42
Figura 3.5 Representación de señales de referencia	43
Figura 3.6 Hexágono del inversor	44
Figura 3.7 Síntesis del vector de referencia en el sector I.....	45
Figura 3.8 Modulación CB-PWM y SV-PWM en el primer sector.....	46
Figura 3.9 Patrón de conmutación de la secuencia $V_0, V_k, V_{k+1}, V_7, V_{k+1}, V_k, V_0$ en el sector I.....	48
Figura 3.10 Esquema de la alimentación de un motor de inducción.	52
Figura 3.11 Patrón de conmutación SY-SVPWM en la activación de los transistores del inversor.....	52
Figura 3.12 Par motor desarrollado por la maquina asíncrona.....	53
Figura 3.13 Comportamiento de la velocidad mecánica.....	53
Figura 3.14 Corrientes de estator (fase a)	54

Figura 3.15 Distorsión armónica en $i_{sa}(t)$ considerando el inversor.	54
Figura 3.16 Cofactor de distorsión armónica de $i_{sa}(t)$ considerando el inversor.....	54
Figura 4.1 Control <i>Sliding</i> de velocidad con TDFT	55
Figura 4.2 Filtro para extracción de componentes de la TDFT en los armónicos cero y uno de una señal $x[n]$	61
Figura 4.3 Comparación entre la transformación de coordenadas de Clarke (2.5) y el filtro digital (4.23).....	64
Figura 4.4 Corriente I_{sa} dada tanto por la transformación de Clarke como por el filtro digital.....	65
Figura 4.5 Error en la estimación de los flujos de rotor, <i>a)</i> Error con el observador <i>Sliding</i> , <i>b)</i> Error con el observador de <i>Luenberger</i>	77
Figura 4.6 Comportamiento del par motor según el par de carga.	78
Figura 4.7 Comportamiento de la velocidad mecánica.....	79
Figura 4.8 Comportamiento de las corrientes de estator.....	79
Figura 4.9 Distorsión armónica en un tramo de corriente de estator.....	80
Figura 5.1 Control de velocidad para el motor de inducción con realimentación en el modulador para la disminución del contenido armónico.....	81
Figura 5.2 Señales de secuencia cero calculadas a partir de la expresión (5.1).....	83
Figura 5.3 Valores de K_o obtenidos de acuerdo a la expresión (5.2).....	83
Figura 5.4 Respuesta del sistema (5.7) con un control LQR	88
Figura 5.5 Seguimiento de una referencia en el sistema (5.7)	88
Figura 5.6 Distorsión armónica total con el modulador en lazo abierto.	89
Figura 5.7 Señal de secuencia cero obtenida por medio de la ley de control (5.8) ...	89
Figura 5.8 Señal original, fundamental y remanente de i_{sa}	90
Figura 5.9 Comportamiento del distribuidor de estados cero	90
Figura 5.10 Distorsión armónica total en las corrientes de estator con el modulador siendo realimentado.....	91
Figura 5.11 Corrientes de estator tanto en lazo abierto como en lazo cerrado	91
Figura 5.12 Comportamiento de la velocidad mecánica.....	91

Lista de Abreviaturas

CD:	Corriente Directa.
PWM:	Modulación por ancho de pulso
SPWM:	Modulación PWM sinusoidal.
SVPWM:	Modulación PWM basada en vectores espaciales.
CB-PWM:	Modulación PWM basada en portadora.
THIPWM1/4	Modulación PWM con inyección del tercer armónico y ¼ de amplitud.
THIPWM1/6	Modulación PWM con inyección del tercer armónico y 1/6 de amplitud.
VSI:	(<i>Voltage Source Inverter</i>) Inversor en fuente de voltaje.
TDFT:	Transformada de Fourier en tiempo discreto.
GSSA:	Método de promediado en espacio de estados generalizado.
SMC:	(<i>Sliding Mode Control</i>) Control por modo deslizante.
VSC:	(<i>Variable Structure control</i>) Control por estructura variable.
THD:	(Total Harmonic Distortion) Distorsión armónica total.
LQR:	(Linear Quadratic Regulator) Regulador lineal cuadrático.
V_{dc}	Voltaje de alimentación de corriente directa.
V_{abc}	Vector de tensión en coordenadas de la maquina.

Lista de Símbolos

α, β	Ejes coordenados en cuadratura.
$\delta, \gamma, \sigma, \tau_r, \mu$	Parámetros del modelo del motor.
$X(t)$	Vector de estados del modelo del motor.
$\hat{x}(t)$	Vector de estados estimado.
f_r	Coefficiente de viscosidad dinámica.
θ_m	Angulo mecánico entre el estator y el rotor.
J	Momento de inercia total del motor.
A	Matriz del modelo de la maquina asíncrona.
B	Matriz para la señal de entrada del modelo del motor.
T_s	Periodo de muestreo.
w_m	Velocidad mecánica (rad/seg).
ψ	Flujo magnético.
$K_o(w_mt)$	Distribuidor de estados cero

1. Introducción

Las máquinas de inducción trifásicas o asincrónicas, en particular aquellas con rotor tipo jaula de ardilla, son, en la actualidad, las máquinas eléctricas con mayor aplicación industrial [1]. La operación típica de estas máquinas es como motor, en cuyo caso el funcionamiento básico consiste en alimentar el devanado del estator desde una fuente trifásica para producir un campo magnético rotatorio, el cual induce corrientes en las barras del rotor, produciéndose así un par motriz en el eje de la máquina.

La mayoría de las aplicaciones del motor de inducción operan a velocidad constante y cercana a la velocidad síncrona; sin embargo, en muchas aplicaciones es necesario operar con diferentes velocidades o poder variar éstas continuamente.

Para la alimentación del motor se hace uso del inversor que es el dispositivo electrónico encargado de generar, a partir de un voltaje DC, voltajes en general sinusoidales de amplitud y frecuencia variable [2]. Los inversores trifásicos de tensión son convertidores estáticos que permiten imponer sobre una carga un sistema de tensiones trifásicas obtenidas a partir de una tensión continua de entrada. El inversor trifásico está compuesto por tres ramas de interruptores a base de transistores, tales que dos transistores en una misma rama no pueden estar simultáneamente cerrados, estos transistores se controlan de forma que los pulsos que los activan hacen que la salida a la carga se comporte en forma oscilatoria.

Uno de los problemas más significativos referentes a la eficiencia eléctrica en la alimentación de motores de inducción, es la presencia de componentes armónicas en los voltajes y corrientes del sistema [3]. Dentro de los efectos que tienen los armónicos sobre el funcionamiento del motor están: el aumento de la temperatura, pérdida de la vida útil, pérdida de capacidad, ruido acústico, un par pulsante, variación del factor de potencia y la eficiencia de la máquina; además, también aumentan las interferencias con el propio convertidor, o con equipos situados en el entorno.

En este proyecto se realiza el modelo matemático del motor de inducción considerando el inversor como elemento activo en el comportamiento de la máquina, con esto se desarrolla un control de velocidad que brinde robustez y estabilidad. Una vez es alcanzado este objetivo se diseña un control en lazo cerrado para la

disminución de la cantidad de armónicos en las corrientes de estator, este segundo lazo de control no afecta la tarea de control de velocidad debido a que busca reducir la cantidad de componentes de frecuencia sobre las señales fundamentales de las corrientes de estator.

En el segundo capítulo se presenta el modelado del motor de inducción trifásico en coordenadas de la maquina y su transformación al marco de referencia estacionario $\alpha\beta$, este modelo permitirá desarrollar e interpretar los capítulos siguientes. En el tercer capítulo se analizan las ventajas de la modulación vectorial a la hora de gobernar el comportamiento del inversor, en esta sección también se modela el inversor trifásico y se ven los efectos de este en el comportamiento de la maquina rotatoria. Un control de velocidad por modos deslizantes compuesto por un observador de estados y un filtro digital que permite obtener las componentes fundamentales de las corrientes de estator, se presenta en el capítulo cuatro, en el capítulo quinto se propone una realimentación para el modulador SVPWM haciendo uso de un regulador LQR que permita disminuir el factor de distorsión armónica en las corrientes de estator. Por último se presentan las conclusiones del proyecto.

2. Modelo en marco de referencia estacionario.

A continuación se presentan los conceptos y consideraciones tenidas en cuenta para determinar en forma condensada el modelo matemático de la máquina de inducción trifásica, este modelo es establecido en un marco de referencia estacionario y en cuadratura debido a que los componentes del sistema de control propuesto en este trabajo se realizan en estas variables.

2.1 Formulación de la máquina de inducción trifásica.

A continuación se presentan y desarrollan modelos matemáticos que reflejan el comportamiento dinámico de las máquinas de inducción, en particular las máquinas tipo jaula de ardilla.

Un motor de inducción trifásico con rotor en jaula de ardilla es una maquina eléctrica alimentada por tres señales alternas de tensión desfasadas 120° entre sí, estas tensiones inyectan corriente alterna igualmente desfasada a tres devanados o inductores que se encuentran en el estator que es la parte externa de la maquina (ver Figura 2.1). La corriente por cada inductor o bobina genera una densidad de campo magnético que gira a la frecuencia eléctrica de la corriente, es decir que en el estator se tiene un campo magnético rotatorio.

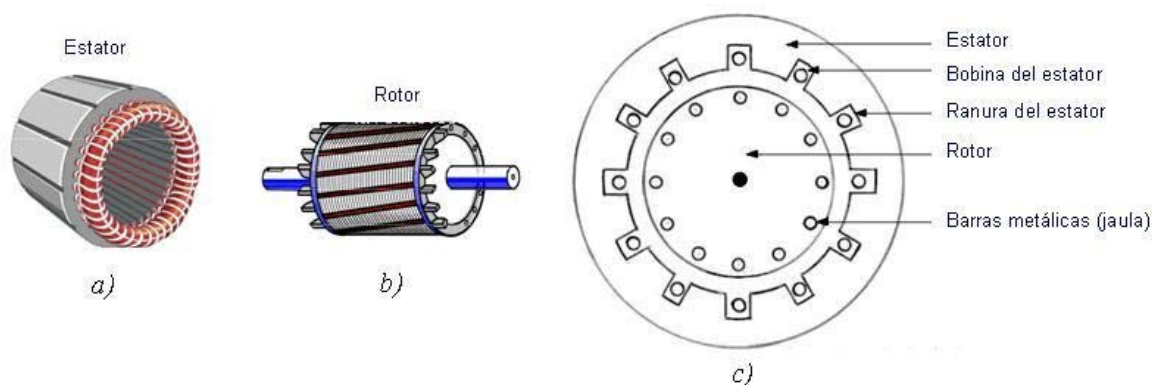


Figura 2.1 Motor de inducción de rotor jaula de ardilla

El rotor es la parte móvil de la maquina, es un cilindro montado en un eje tal como se indica en la Figura 2.1. Internamente contiene barras conductoras longitudinales de aluminio o de cobre con surcos y conectados juntos en ambos extremos poniendo en cortocircuito los anillos que forman la jaula. El nombre se deriva de la semejanza entre esta jaula de anillos y barras a una rueda de hámster. El rotor se ubica en el interior del estator, ahora, el movimiento relativo entre el campo producido por las corrientes de estator y la rotación del rotor induce corriente en los conductores de este. Luego, estas corrientes que fluyen longitudinalmente en los conductores reaccionan con el campo magnético del motor produciendo una fuerza que actúa tangente al rotor, dando por resultado un esfuerzo de torsión para dar vuelta al eje. La diferencia entre la velocidad mecánica de rotación y la velocidad del flujo magnético de estator se llama "deslizamiento" y aumenta con la carga.

Una manera de explicar el comportamiento dinámico y los procesos energéticos principales en un motor es ideando un circuito equivalente por fase, donde se usan resistencias para representar las perdidas en el cobre del rotor, en el cobre del estator y en el hierro, así como inductores para representar la energía magnética almacenada en los campos dispersos del rotor y del estator, y en el flujo que acopla el rotor y el estator a través del espacio de aire. Asimismo, se utiliza una resistencia para dar cuenta de la energía que sale del circuito eléctrico como potencia mecánica generada. En esta tesis al referirnos a los parámetros del motor, lo haremos respecto a los equivalentes físicos dados por el circuito equivalente de la maquina y no a los elementos reales de esta.

Para poder establecer las distintas estrategias que permiten el control de los motores de inducción, se considera adecuado recordar y ordenar de forma sistemática las ecuaciones que rigen el funcionamiento de estas máquinas eléctricas. Tal y como es habitual se distinguen dos tipos de ecuaciones, aquellas englobadas con el nombre genérico de *Ecuaciones de Tensión y de Par en variables de la máquina*, y un segundo tipo, que se diferencian de las anteriores, por el hecho de encontrarse expresadas en términos de marcos de referencia abstractos por definir.

Con tal de simplificar la presentación de estas relaciones, se realizan una serie de hipótesis habituales en toda la literatura que rodea este tema:

- Estator y rotor lisos (entrehierro constante).
- Máquina de inducción trifásica equilibrada y simétrica (bobinas de estator idénticas por fase y bobinas equivalentes de rotor idénticas por fase).
- Comportamiento magnético del hierro lineal prescindiendo de la saturación del hierro.
- Permeabilidad magnética del hierro elevada (reluctancia magnética despreciable frente a la del entrehierro).
- Distribución sinusoidal del campo en el entrehierro. Tanto el devanado del estator como el equivalente del rotor, aunque se presentan como un único devanado diametral de múltiples vueltas, en realidad representan devanados distribuidos que en todo momento crean una distribución sinusoidal de campo

magnético en el entrehierro (distribución centrada en los ejes magnéticos de las respectivas fases).

La Figura 2.2 representa los parámetros eléctricos de un motor de inducción, y sirve como base para establecer su modelado matemático. Con todas las hipótesis realizadas, las ecuaciones que rigen el comportamiento eléctrico de la máquina de inducción trifásica mostrada en la Figura 2.2 en las variables de la maquina son[4]:

$$V_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{\partial \lambda_{sa}}{\partial t}, \quad V_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{\partial \lambda_{sb}}{\partial t}, \quad V_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{\partial \lambda_{sc}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$V_{ra} = R_r i_{ra} + \frac{\partial \lambda_{ra}}{\partial t}, \quad V_{rb} = R_r i_{rb} + \frac{\partial \lambda_{rb}}{\partial t}, \quad V_{rc} = R_r i_{rc} + \frac{\partial \lambda_{rc}}{\partial t} \quad (2.2)$$

Donde λ_s es el flujo que atraviesa a cada una de las espiras del estator, y λ_r es el flujo que atraviesa a cada espira del rotor, siendo $R_s i_s$ la caída de tensión óhmica en cada espira del estator y $R_r i_r$ la caída de tensión óhmica en cada espira del rotor y donde los índices a, b y c indican la correspondiente fase del estator o rotor.

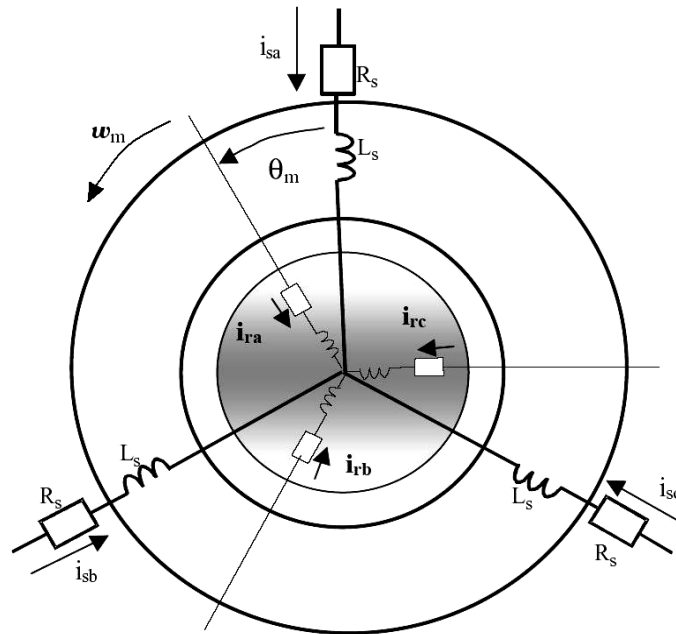


Figura 2.2 Máquina de inducción trifásica

Expresando (2.1) y (2.2) en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Donde cada uno de los términos en (2.3) representa una matriz 3x3 o en su caso un vector 3x1, siendo:

$$\mathbf{v}_s = \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{v}_r = \begin{bmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_s = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_r = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda}_s = \begin{bmatrix} \lambda_{sa} \\ \lambda_{sb} \\ \lambda_{sc} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\lambda}_r = \begin{bmatrix} \lambda_{ra} \\ \lambda_{rb} \\ \lambda_{rc} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_r = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

Para un motor con rotor jaula de ardilla los debandados equivalentes de rotor están cortocircuitados por un mismo conductor lo que implica que $v_{ra} = v_{rb} = v_{rc} = 0$. Al referirnos a un motor de este tipo, las tensiones que se inducen en el rotor son nulas. Las matrices \mathbf{R}_s y \mathbf{R}_r quedan expresadas en función de parámetros internos del motor, estos son los equivalentes de las pérdidas en el cobre de estator y de rotor respectivamente. Las relaciones entre los flujos y las intensidades según lo mostrado en [5] y [6] son:

$$[\boldsymbol{\lambda}] = \mathbf{M}[\mathbf{i}] \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \lambda_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{M}_{sr} \\ \mathbf{M}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Donde la matriz de coeficientes de acoplamiento, \mathbf{M} , está formada por:

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} l_s + m & -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & l_s + m & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} & l_s + m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} l_r + m & -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & l_r + m & -\frac{m}{2} \\ -\frac{m}{2} & -\frac{m}{2} & l_r + m \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{sr} = \begin{bmatrix} m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{rs} = \begin{bmatrix} m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \end{bmatrix}$$

Las inductancias l_s y l_r representan los campos magnéticos dispersos debido al flujo de fuga en el estator y en el rotor respectivamente, m representa la energía almacenada en el espacio de aire entre el estator y el rotor y se conoce como inductancia de magnetización por fase. Todas estas inductancias dependen del número de espiras en las bobinas de estator y en las de rotor, así como de la reluctancia de la estructura magnética; la reluctancia es un parámetro que relaciona las dimensiones de la estructura magnética y su permeabilidad magnética, en el caso del motor tiene que ver con la longitud del estator, el radio interno de este, el espacio de aire entre el estator y el rotor, así, como de la permeabilidad magnética del material del que está hecho el motor que por lo general es hierro. El ángulo que se forma entre las bobinas de rotor y estator es θ_m y su variación en el tiempo es la velocidad angular con la que gira el rotor (ver Figura 2.2). A esta velocidad se le conoce como velocidad mecánica y en el caso de las máquinas rotatorias síncronas y asíncronas su magnitud depende de la frecuencia de las corrientes de estator y del número de polos que tenga la máquina, es por esto que aparece el término $p/2$ en la matriz \mathbf{M} .

Las ecuaciones (2.1) a (2.4) en variables de la máquina forman un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, debido a que θ_m es dependiente del tiempo, y con coeficientes no constantes lo que complica su solución numérica, y hace imposible su resolución analítica (a no ser que se considere la velocidad constante, es decir, en régimen permanente).

2.2 Expresión de la matriz de transformación.

En la práctica, las ecuaciones se referencian a uno de los devanados, en esta Tesis se referencian al devanado del estator. Como ya se ha mencionado, trabajar con las ecuaciones mostradas hasta ahora sería costoso computacionalmente por su dependencia con el ángulo mecánico, θ_m . Para reducir este costo computacional se suele representar el modelo del motor en otro marco de referencia, definiendo para ese marco de referencia fijo tres ejes coordenados ortogonales entre sí α - β - 0 , estando α alineado con el eje a del estator (que origina las componentes directas) y β en cuadratura (que origina las componentes en cuadratura), es decir, esta transformación consiste en reducir un sistema compuesto por tres variables representadas en un sistema coordenado de tres ejes separados 120° entre sí, a un

sistema de tres variables expresadas en tres ejes perpendiculares uno respecto al otro. Esto se muestra en la Figura 2.3. Para ser consecuentes con las transformaciones usuales en la literatura y partiendo de lo mostrado en la Figura 2.3, la ecuación de transformación que permite expresar un vector X_{abc} descrito en las coordenadas de la maquina a,b,c , en términos de las coordenadas del marco de referencia fijo $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$, y por lo tanto definir un nuevo vector $X_{\alpha\beta 0}$ es:

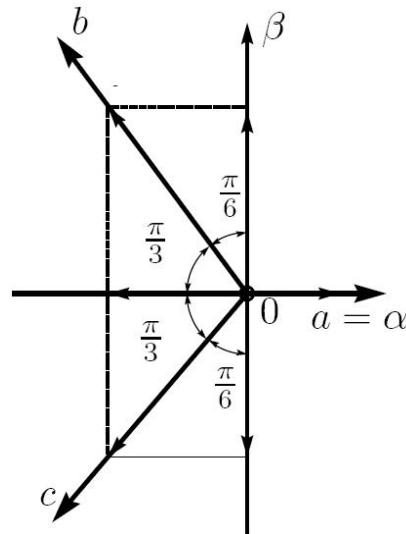
$$\underbrace{\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}_{\alpha\beta 0}} = \kappa \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \chi & \chi & \chi \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}_{abc}}$$

Donde χ es un parámetro que puede tomar cualquier valor, ya que la componente 0 del vector $X_{\alpha\beta 0}$, es cero debido a que en un sistema trifásico balanceado la suma de las tres componentes de un vector trifásico en las coordenadas de la maquina es cero. La constante κ se escoge de acuerdo a dos criterios: invarianza en la potencia e invarianza en la amplitud, toma el valor de $\sqrt{\frac{2}{3}}$ si la relación es de potencia o $\frac{2}{3}$ si se desea que la relación sea en favor de la intensidad de los voltajes trifásicos [7]. En este caso tomaremos $\chi = \frac{1}{2}$ para tener una matriz ortonormal y $\kappa = \sqrt{\frac{2}{3}}$ para que las relaciones de potencia sean equivalentes en ambos sistemas coordenados.

Luego de estas consideraciones la matriz de transformación \mathbf{P} queda definida como:

$$\mathbf{P} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Esta transformación de ejes coordenados es conocida en la literatura como la transformación de Clarke.

Figura 2.3 Relación entre los sistemas coordenados abc y $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$

Para la máquina de inducción trifásica modelada hasta ahora se puede simplificar la notación definiendo:

$$\mathbf{v}_{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_S \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{M}_{sr} \\ \mathbf{M}_{rs} & \mathbf{L}_r \end{bmatrix}, \quad \mathbf{i}_{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_S \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}$$

Con lo cual (2.3) en variables de la máquina según la ley de Kirchhoff puede verse de la forma:

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{R}\mathbf{i}_{abc} + \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{L}\mathbf{i}_{abc}] \quad (2.6)$$

reorganizando,

$$\mathbf{V}_{abc} = \left[\mathbf{R} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L} \frac{\partial \mathbf{i}_{abc}}{\partial t} \quad (2.7)$$

Para obtener el modelo del motor en términos de las variables definidas del marco de referencia estacionario $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$, se utiliza la transformación de ejes coordenados (2.5) sobre (2.7) de lo cual,

$$\mathbf{V}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}_c \mathbf{V}_{abc}, \quad \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}_c \mathbf{i}_{abc},$$

$$\mathbf{V}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}_c \left[\mathbf{R} + \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} \right] \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{i}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{P}_c \mathbf{L} \mathbf{P}_c^{-1} \frac{\partial \mathbf{i}_{\alpha\beta 0}}{\partial t}$$

donde $\mathbf{P}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix}$ y \mathbf{P} definida por (2.5), de este desarrollo llegamos a:

$$\begin{aligned}
v_{s\alpha} &= R_s i_{s\alpha} + L_s \frac{\partial}{\partial t} i_{s\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(i_{r\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) - i_{r\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\
v_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + L_s \frac{\partial}{\partial t} i_{s\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(i_{r\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{r\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\
0 &= R_r i_{r\alpha} + L_r \frac{\partial}{\partial t} i_{r\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(i_{s\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\
0 &= R_r i_{r\beta} + L_r \frac{\partial}{\partial t} i_{r\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(-i_{s\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

aplicando de igual manera la transformación (2.5) a (2.4) se obtiene para los flujos,

$$\begin{aligned}
\lambda_{s\alpha} &= L_s i_{s\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(i_{r\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) - i_{r\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\
\lambda_{s\beta} &= L_s i_{s\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(i_{r\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{r\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\
\lambda_{r\alpha} &= L_r i_{r\alpha} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(i_{s\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) \\
\lambda_{r\beta} &= L_r i_{r\beta} + L_m \frac{\partial}{\partial t} \left(-i_{s\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{s\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right)
\end{aligned} \tag{2.9}$$

En estas ecuaciones $L_m=(3/2)m$, $L_s=l_s+m$ y $L_r=l_r+m$. El modelo equivalente (2.8) es función de las expresiones $\cos(p\theta_m/2)$ y $\sin(p\theta_m/2)$ pero esta dependencia podría eliminarse. Para lo cual se puede definir la parte del flujo de rotor como[8]:

$$\begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) & -\sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \\ \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) & \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{r\alpha} \\ \lambda_{r\beta} \end{bmatrix}$$

ahora, sustituyendo esta expresión en los flujos de rotor de (2.9), se obtiene,

$$\begin{aligned}\psi_{r\alpha} &= L_r \left(i_{r\alpha} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) - i_{r\beta} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) + L_m i_{s\alpha} \\ \psi_{r\beta} &= L_r \left(i_{r\alpha} \sin\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) + i_{r\beta} \cos\left(\frac{p}{2}\theta_m\right) \right) + L_m i_{s\beta}\end{aligned}\quad (2.10)$$

Usando (2.10) en (2.8) se eliminan las corrientes de rotor y el modelo del motor queda en términos de las variables de estado $i_{s\alpha}$, $i_{s\beta}$, $\psi_{r\alpha}$ y $\psi_{r\beta}$. Además, aparece w_m en las ecuaciones, donde $w_m = d\theta_m/dt$. Entonces aplicando (2.10) sobre (2.8) y reescribiendo se tiene:

$$\begin{aligned}v_{s\alpha} &= R_s i_{s\alpha} + L_s \left(1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) \frac{\partial}{\partial t} i_{s\alpha} + \frac{L_m}{L_r} \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\alpha} \\ v_{s\beta} &= R_s i_{s\beta} + L_s \left(1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \right) \frac{\partial}{\partial t} i_{s\beta} + \frac{L_m}{L_r} \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\beta} \\ 0 &= \frac{R_r}{L_r} \psi_{r\alpha} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{s\alpha} + \frac{p}{2} w_m \psi_{r\beta} + \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\alpha} \\ 0 &= \frac{R_r}{L_r} \psi_{r\beta} - \frac{L_m R_r}{L_r} i_{s\beta} - \frac{p}{2} w_m \psi_{r\alpha} + \frac{\partial}{\partial t} \psi_{r\beta}\end{aligned}\quad (2.11)$$

Para esta Tesis es necesario expresar a (2.11) de la forma $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$, para ello se escribe (2.11) de modo vectorial y reorganizando, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{\delta}{\tau_r} & \frac{\delta p}{2} w_m \\ 0 & -\gamma & -\frac{\delta p}{2} w_m & \frac{\delta}{\tau_r} \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -\frac{p}{2} w_m \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & \frac{p}{2} w_m & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix}\quad (2.12)$$

donde $\gamma = R_s / \sigma L_s + L_m^2 / (\sigma L_s L_r \tau_r)$, $\delta = L_m / (\sigma L_s L_r)$, $\tau_r = L_r / R_r$ y $\sigma = 1 - L_m^2 / (L_s L_r)$.

El par motor generado en coordenadas α - β - θ según [8] es,

$$\Gamma_M = L_m \left[-i_{r\alpha} i_{s\alpha} \sin\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) + i_{r\alpha} i_{s\beta} \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) - i_{r\beta} i_{s\alpha} \cos\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) - i_{r\beta} i_{s\beta} \sin\left(\frac{p}{2} \theta_m\right) \right] \quad (2.13)$$

haciendo uso de (2.10) en (2.13) se tiene,

$$\Gamma_M = \frac{L_m}{L_r} \frac{p}{2} \left(\psi_{r\alpha} i_{s\beta} - \psi_{r\beta} i_{s\alpha} \right) \quad (2.14)$$

Por otro lado, como es explicado ampliamente en la literatura el comportamiento dinámico de la velocidad de un motor esta dado por la expresión:

$$J \frac{\partial \omega_m}{\partial t} + f_r \omega_m = \Gamma_M - T_L \quad (2.15)$$

con f_r y T_L como coeficiente de viscosidad dinámica y par de carga respectivamente, J es el momento de inercia total. Sustituyendo los términos en (2.15) se tiene que:

$$\frac{\partial \omega_m}{\partial t} = -\mu \left(\psi_{r\beta} i_{s\alpha} - \psi_{r\alpha} i_{s\beta} \right) - \frac{f_r \omega_m}{J} - \frac{T_L}{J} \quad (2.16)$$

donde, $\mu = (p/2)(L_m/JL_r)$

2.3 Pruebas al modelo del motor.

El modelo dado por las ecuaciones (2.12), (2.14) y (2.16) se compara con un modelo del motor de *power systems* en *matlab/simulink*. Para el modelo se tomaron los parámetros del motor de inducción trifásico dado por *power systems*. Estos parámetros son: numero de polos 4, frecuencia 60 Hz, potencia de salida 5 hp, velocidad 1750 rpm, voltaje de línea 460 V, y los parámetros internos: $R_s = 1.115 \Omega$, $l_s = 0.005974 h$, $R_r = 1.083 \Omega$, $l_r = 0.005974 h$, $J = 0.02$, $f_r = 0.005752$ y $m = 0.2037 h$. El cálculo de los parámetros internos de un motor a partir de los valores de la placa de identificación se muestra en [9].

El modelo del motor se alimenta con un sistema trifásico de tensiones y se le aplica un par de carga (T_L) el cual varía en el tiempo tal como se muestra en la Figura 2.4. El comportamiento del par motor tanto del modelo como el de *power systems* se indican de igual forma en la Figura 2.4. Para confrontar las corrientes de estator es necesario

expresar las corrientes del modelo en coordenadas a,b,c de la maquina, para lo cual se multiplica las corrientes $i_{\alpha\beta}$ por la inversa de la matriz (2.5), en la Figura 2.5 se observa la fase a de las corrientes de estator. Por último el comportamiento de la velocidad mecánica se ilustra en la Figura 2.6. De los resultados obtenidos puede decirse que el modelo del motor dado por las ecuaciones (2.12), (2.14) y (2.16) es coherente y corresponde al comportamiento dinámico de la maquina descrita.

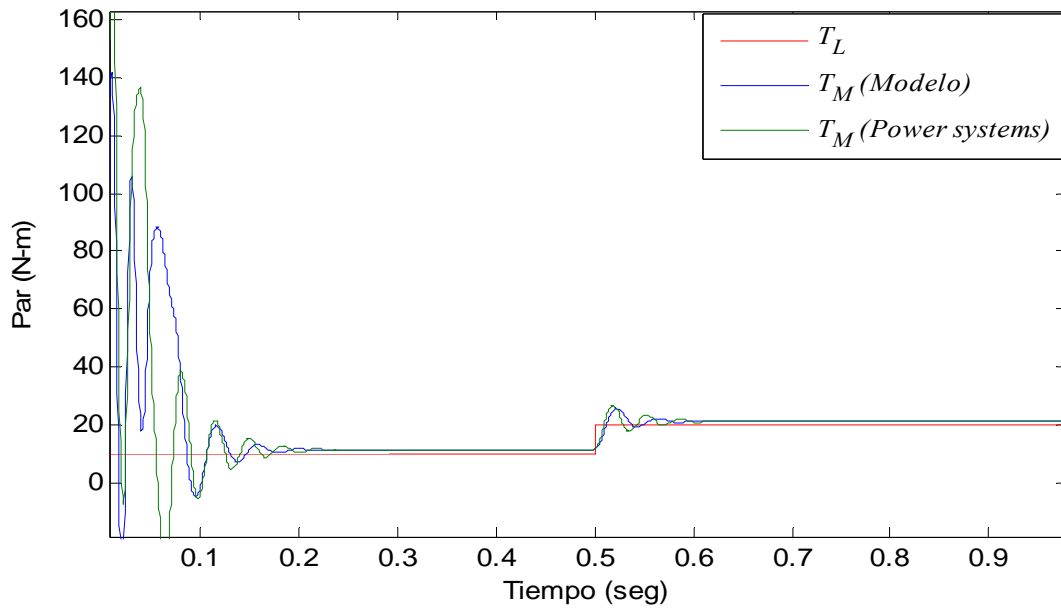


Figura 2.4 Comportamiento del par motor según el par de carga.

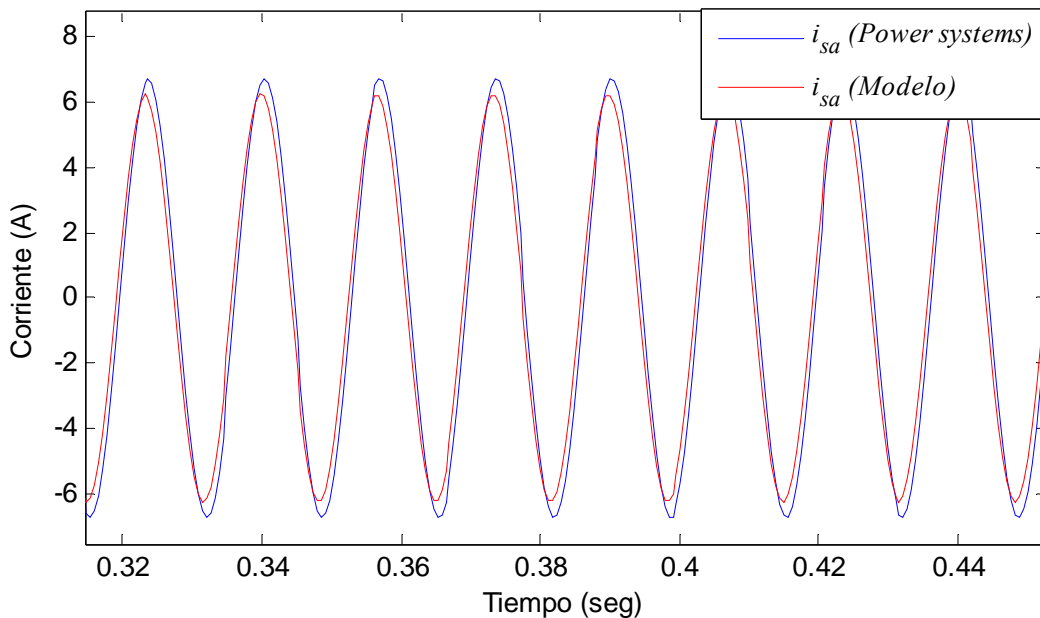


Figura 2.5 Corrientes de estator en coordenadas de la maquina.

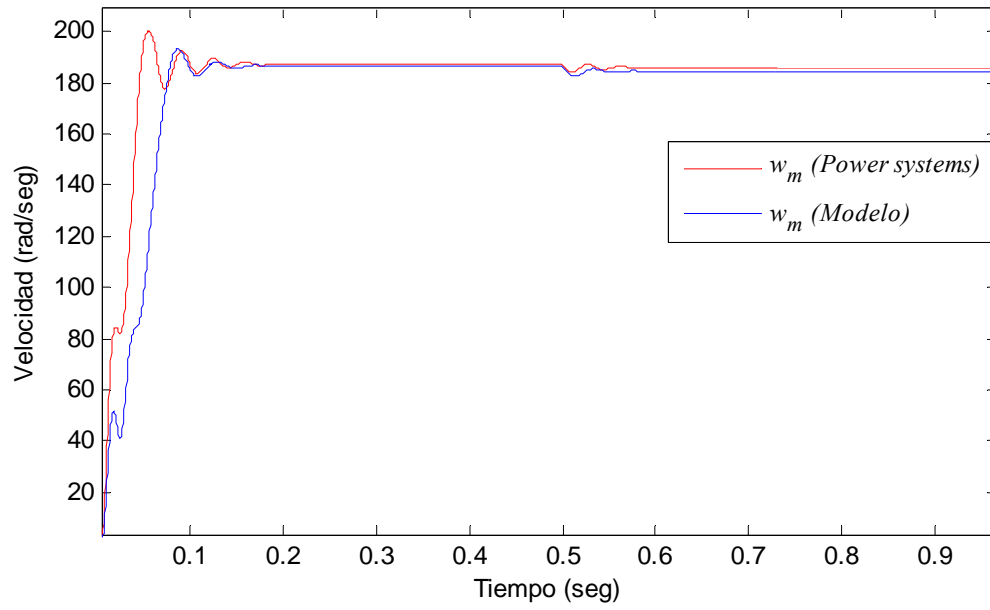


Figura 2.6 Respuesta de velocidad del modelo del motor.

3. Modelo del inversor trifásico y Modulación SV-PWM.

Esta sección muestra el tipo de modulador a emplear para la generación de las señales que actuarán sobre un inversor el cual alimenta la máquina de inducción a partir de una fuente DC. También, se mostrará el modelo del inversor de puente completo y el comportamiento del motor cuando es alimentado por medio de aquél. Finaliza este capítulo indicando el efecto del inversor en las corrientes de estator, esencialmente en lo concerniente al contenido armónico.

3.1 Modelo del Inversor

Los accionamientos eléctricos de baja y mediana potencia se construyen con base en inversores VSI (*Voltage Source Inverter*) trifásicos de dos niveles, como el presentado en la Figura 3.1 [26]. Mediante conmutación continua de los interruptores de potencia de este esquema, se generan señales que su valor medio promedian señales sinusoidales de amplitud y frecuencia variables. La secuencia de conmutación se origina a partir de un proceso de modulación.

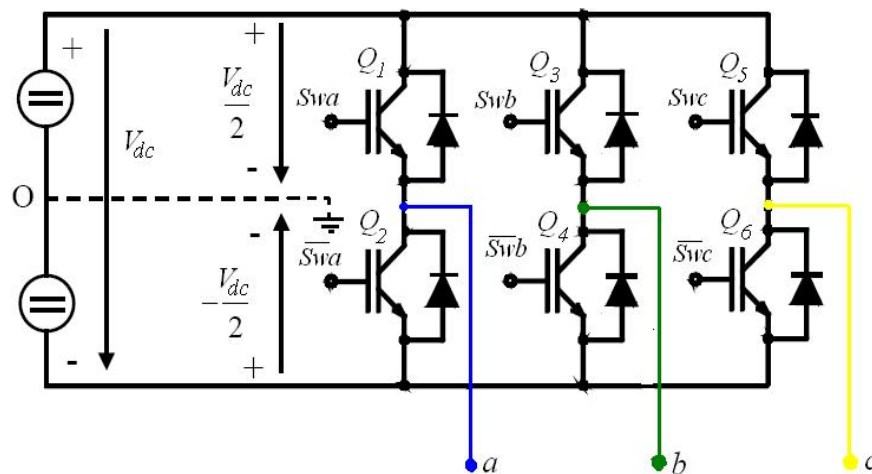


Figura 3.1 Inversor VSI trifásico de dos niveles

Los componentes semiconductores de potencia funcionan en conmutación en un VSI a dos niveles, es decir, se encuentran siempre o en estado de corte o en estado de saturación. Esto significa que la carga conectada a la salida del inversor recibirá una tensión en forma de pulsos de ancho variable donde el valor medio de cada pulso corresponde al valor que toma una señal seno de referencia en el tiempo, como se observa en la Figura 3.2a. Los métodos de modulación determinan las leyes de conmutación de forma que se reproduzcan lo más exactamente posible las tensiones de referencia. Las conmutaciones se efectúan a una frecuencia denominada *frecuencia de conmutación*; y el control de la tensión de salida se realiza por medio de la *relación cíclica* de los interruptores. Una de las ventajas de la modulación PWM es que permite la variación de la amplitud y de la frecuencia de las tensiones de salida. Una frecuencia de conmutación elevada desplaza los armónicos de tensión a zonas de alta frecuencia, donde su efecto sobre las corrientes será más fácilmente filtrado por el carácter inductivo de las fases en el estator del motor. El voltaje línea a línea a la salida de los inversores presenta un espectro en frecuencias con componentes de distorsión armónica en los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental f_m , alrededor de la frecuencia de conmutación f_s y sus múltiplos enteros (Figura 3.2b). La relación f_s/f_m se conoce como índice de frecuencias N .

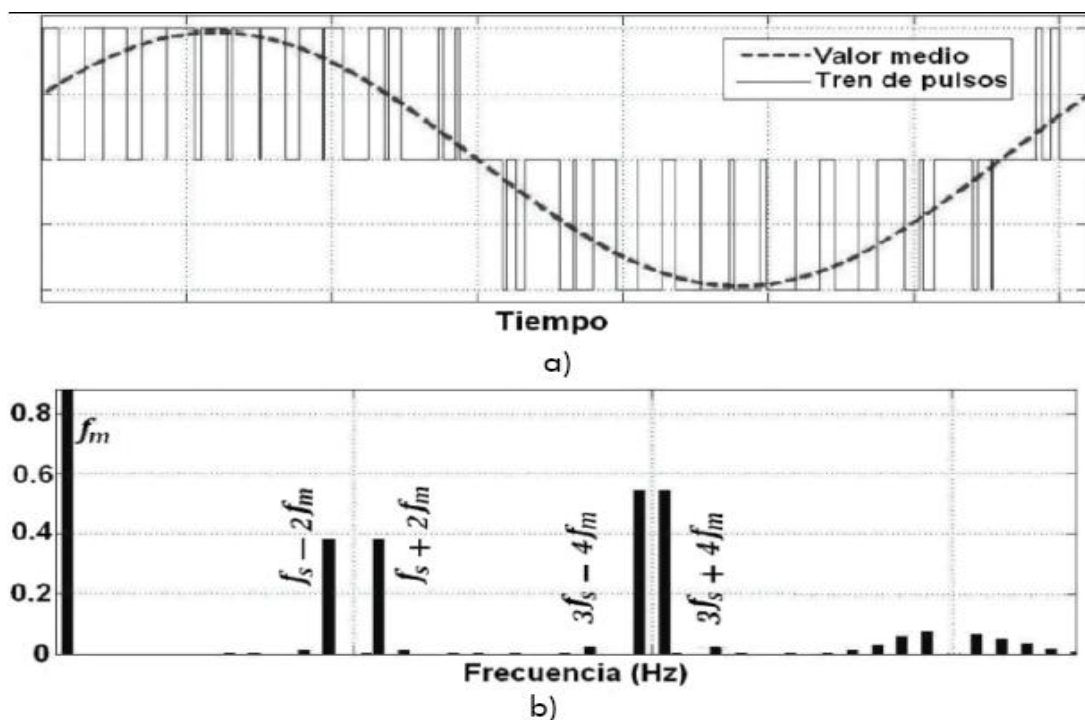


Figura 3.2 Señal de salida del inversor a) voltaje línea a línea, b) espectro en frecuencia del voltaje a).

Es importante tener en cuenta las siguientes consideraciones respecto a las señales que disparan los interruptores de cada rama del inversor; primero, las señales de control de los interruptores de un mismo brazo deben ser complementarias a fin de no cortocircuitar la fuente de DC que alimenta al inversor y segundo debe considerarse que los interruptores precisan de un tiempo mínimo, tanto para ir a

corte como a saturación. Por lo tanto, es necesario introducir tiempos de espera denominados generalmente *tiempo muerto* que garanticen que los transistores se recuperen y se comporten como bloqueados, antes de conmutar al transistor complementario de la misma rama y ese tiempo debe ser tenido en cuenta durante el diseño. La inclusión de estos tiempos muertos provoca deformación de la tensión entre las fases de salida, que será proporcional al valor del tiempo muerto y a la tensión DC, e inversamente proporcional al periodo de modulación [29]. Otro aspecto a considerar en el diseño son las pérdidas por conmutación que son las pérdidas en los componentes semiconductores en el momento de la conmutación. La potencia media disipada dependerá directamente de la frecuencia de conmutación.

La limitación en la simultaneidad de la conducción de los dos interruptores de un mismo brazo, implica que solamente existen ocho configuraciones posibles de salida del inversor. Los diferentes estados de conmutación de los tres brazos del inversor conducen a las tensiones que se indican en la Tabla 3.1, expresadas en función del estado de los conmutadores superiores de cada rama (S_{wa} , S_{wb} , S_{wc}). Las tensiones calculadas corresponden a la diferencia de tensión respecto al punto neutro, situado en el punto medio ficticio de la alimentación de DC (v_{ao} , v_{bo} , v_{co}). También se muestran las tensiones entre fases (v_{ab} , v_{bc} , v_{ca}).

S_{wa}	S_{wb}	S_{wc}	v_{ao}	v_{bo}	v_{co}	v_{ab}	v_{bc}	v_{ca}
0	0	0	$-V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	0	0	0
1	0	0	$V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	V_{dc}	0	$-V_{dc}$
1	1	0	$V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	0	V_{dc}	$-V_{dc}$
0	1	0	$-V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	$-V_{dc}$	V_{dc}	0
0	1	1	$-V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	$-V_{dc}$	0	V_{dc}
0	0	1	$-V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	0	$-V_{dc}$	V_{dc}
1	0	1	$V_{dc}/2$	$-V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	V_{dc}	$-V_{dc}$	0
1	1	1	$V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	$V_{dc}/2$	0	0	0

Tabla 3.1 Tensiones de cada rama en función del estado de los interruptores.

Con lo anteriormente visto, es posible definir una función de conmutación en cada rama del inversor, para esto sea $S_{w_i} = '1'$ para el conmutador encendido y $'0'$ para el conmutador apagado, con $i = a, b, c$.

Luego, si $S_{w_i} = '1'$ indica que el voltaje $v_{io} = V_{dc}/2$, mientras que $S_{w_i} = '0'$ indica que $v_{io} = -V_{dc}/2$. Por consiguiente los voltajes de salida del inversor pueden ser representados por una función de conmutación definida así:

$$v_{io} = (2S_{w_i} - 1) \frac{V_{dc}}{2} \quad (3.1)$$

Ahora, debido a que los voltajes de referencia son desfasados 120° entre sí, y además es posible expresarlos como un único vector de referencia, según lo

desarrollado en [29] el vector espacial de referencia $\vec{U}^*(t)$ en términos de la función de conmutación Sw_i tiene la forma:

$$\vec{U}^*(t) = \frac{2}{3} \left(Sw_a e^{j0} + Sw_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + Sw_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \quad (3.2)$$

La ecuación (3.2) tan solo puede tomar ocho valores diferentes y cada uno de estos valores está relacionado con un estado S_j (con $j = 0, 1, 2 \dots 7$) del inversor; cada cambio de estado del inversor se puede considerar como una conmutación del inversor. Los estados del inversor se muestran en la Tabla 3.2. Los vectores V_1 a V_6 corresponden al grupo de vectores activos o vectores básicos y los vectores V_0 y V_7 corresponden al grupo de vectores nulos o vectores cero.

Estados S_j	Función de Conmutación			Vectores $U^*(t)$	Valores Ecu. (3.2)
	Sw_a	Sw_b	Sw_c		
S_0	0	0	0	$V_0(000)$	0
S_1	1	0	0	$V_1(100)$	$\frac{2}{3}V_{dc}e^{j0}$
S_2	1	1	0	$V_2(110)$	$\frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{\pi}{3}}$
S_3	0	1	0	$V_3(010)$	$\frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{2\pi}{3}}$
S_4	0	1	1	$V_4(011)$	$\frac{2}{3}V_{dc}e^{j\pi}$
S_5	0	0	1	$V_5(001)$	$\frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{4\pi}{3}}$
S_6	1	0	1	$V_6(101)$	$\frac{2}{3}V_{dc}e^{j\frac{5\pi}{3}}$
S_7	1	1	1	$V_7(111)$	0

Tabla 3.2 Vectores de voltaje instantáneos del inversor.

3.2 Modulación PWM basada en Vectores Espaciales (SV-PWM)

En un inversor en fuente de tensión, la modulación es el mecanismo empleado para sintetizar la tensión de salida del mismo. La técnica de modulación empleada en el inversor determina el aprovechamiento de los recursos de tensión de su bus de continua, la calidad y linealidad de la tensión de salida, el rizado de la corriente, las pérdidas de potencia y el contenido armónico de las corrientes. A continuación se trata brevemente las diferentes técnicas de modulación y se especificara la modulación vectorial.

3.2.1 PWM basado en portadora

La operación en modo conmutado de los convertidores electrónicos de potencia ha posibilitado la obtención de sistemas de alta eficiencia y elevada densidad de

potencia, siendo la modulación por anchura de pulso (*PWM*) la técnica básica de procesamiento de energía empleada en estos convertidores [10]. De la amplia variedad de métodos de modulación existentes, el método de modulación PWM basado en portadora (*CB-PWM*) es uno de los más populares. Esta técnica de modulación obtiene las señales de conmutación de las ramas del inversor mediante la comparación de la señal de referencia de tensión, la cual actúa como moduladora, con una portadora triangular. Una contribución importante en el área de *CB-PWM* se produjo con el desarrollo de PWM sinusoidal (*SPWM*) [11]. En esta técnica de modulación, siempre que la magnitud de la señal moduladora sea menor o igual que la amplitud de la portadora triangular, existirá una relación lineal entre la amplitud de la componente fundamental de la tensión modulada de salida y la magnitud de dicha señal moduladora sinusoidal. A este coeficiente de proporcionalidad se le conoce como índice de modulación m y en *SPWM*, el inversor trabaja en su zona lineal cuando $m \leq 1$, donde el valor de m se define como:

$$m = \frac{u_{ref}}{v_{tri}}$$

siendo u_{ref} la amplitud de la señal de referencia (moduladora) para la tensión de fase en la salida del inversor, y v_{tri} la amplitud de la señal portadora triangular. La Figura 3.3 indica la forma en que se hace este tipo de modulación y muestra el esquema de un inversor trifásico controlado por PWM basado en portadora.

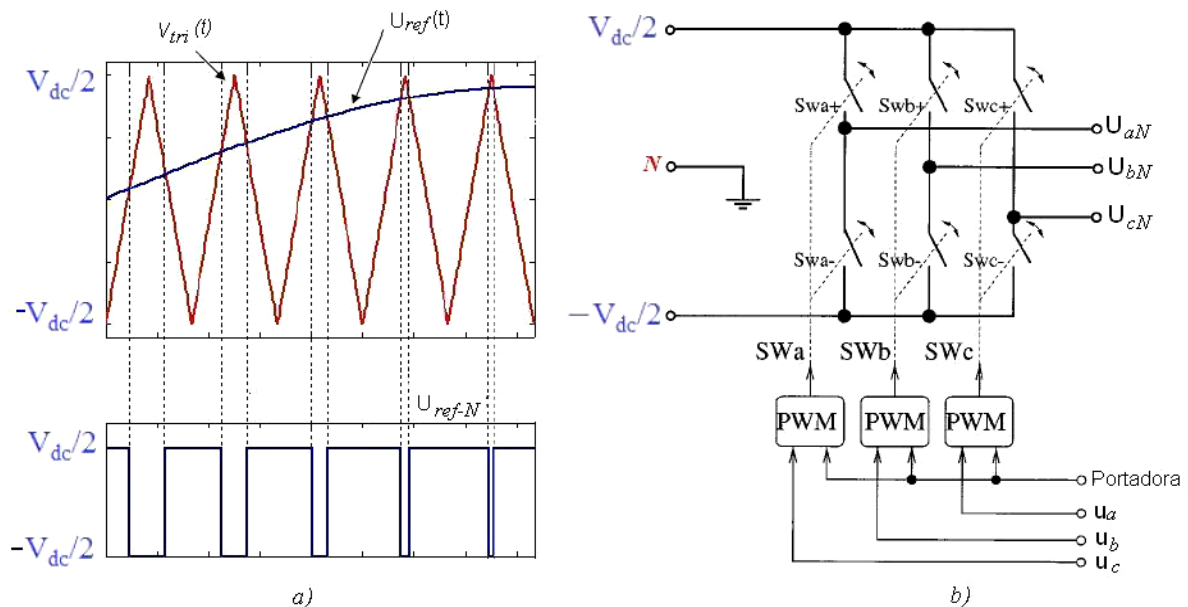


Figura 3.3 a) Proceso de generación del tren de pulsos U_{ref-N} . b) Esquema del inversor.

La modulación SPWM se ha utilizado en multitud de aplicaciones debido a la sencillez de su implementación y a la buena distribución armónica del espectro de la tensión de salida, concentrando los armónicos debidos a la conmutación en la

frecuencia de la portadora y sus múltiplos. Sin embargo, este método de modulación ofrece un rango lineal reducido, lo que implica una limitación de los recursos de tensión del bus de continua. Para inversores en los que el punto medio del bus de continua, nodo '0', se encuentra flotante respecto al sistema conectado a la salida del inversor (es el caso del motor de inducción trifásico), se tiene un grado de libertad adicional consistente en la regulación de la tensión de flotación de dicho bus. La exploración de este grado de libertad da lugar a la aparición de una nueva categoría en las técnicas de modulación. Estas técnicas se basan en la modificación de las referencias de tensión originales mediante la adición de una señal de secuencia cero o también llamada de secuencia homopolar (*ZSS-PWM – Zero Sequence signal PWM*), y constituyen la segunda gran aportación a la modulación PWM. En esta técnica, mediante la elección de la señal apropiada de secuencia cero, el rango lineal del inversor puede ser extendido hasta alcanzar el valor de $m_{max} = 1.1547$.

Una representación general de las señales moduladoras $u_i(t)(i=a,b,c)$ en un sistema de modulación trifásico basado en portadora es:

$$u_i(t) = u_i^*(t) + e_i(t) \quad (3.3)$$

donde $e_i(t)$ es una señal de secuencia cero, y u_i^* son las fundamentales en un sistema sinusoidal trifásico simétricamente distribuido definidas como:

$$\begin{aligned} u_a^*(t) &= m \sin(\omega t) \\ u_b^*(t) &= m \sin(\omega t + 2\pi/3) \\ u_c^*(t) &= m \sin(\omega t + 4\pi/3) \end{aligned} \quad (3.4)$$

siendo m el índice de modulación. La Figura 3.3b) muestra el inversor trifásico sin considerar el tipo de carga. En el rango de modulación lineal, los voltajes de salida entre el neutro del bus de DC y el voltaje de línea son:

$$\begin{aligned} U_{aN}(t) &= \frac{V_{cd}}{2} [m \sin(\omega t) + e_i(t)] \\ U_{bN}(t) &= \frac{V_{cd}}{2} [m \sin(\omega t + 2\pi/3) + e_i(t)] \\ U_{cN}(t) &= \frac{V_{cd}}{2} [m \sin(\omega t + 4\pi/3) + e_i(t)] \end{aligned} \quad (3.5)$$

La elección de la señal de secuencia cero clasifica el tipo de modulación, cada uno con su propia señal de secuencia cero y con características de desempeño únicas. En la Tabla 3.3 se presentan diferentes métodos de modulación debidos a distintas señales de secuencia cero, a estos métodos se los clasifica en una categoría de

PWM continuo ya que la amplitud de la señal de salida del inversor varia en forma lineal con el índice de modulación, y es tal que dentro del rango lineal, todas las ramas del inversor se encuentran conmutando permanentemente.

$e_i(t)$	Método	m	Tensión máxima	Características
0	SPWM	1	$0.612 V_{dc}$	Baja eficiencia y limitado rango de modulación lineal
$\sin(3\omega t)/4$	THIPWM1/4*	1.117	$0.682 V_{dc}$	Mejor desempeño armónico respecto a otros métodos
$\sin(3\omega t)/6$	THIPWM1/6†	1.15	$0.703 V_{dc}$	Buen desempeño armónico y mejor uso del bus de Dc
$-0.5(\max(u_a^*, u_b^*, u_c^*) + \min(u_a^*, u_b^*, u_c^*))$	CB-SVPWM	1.15	$0.703 V_{dc}$	Máxima utilización del bus de DC y buen desempeño armónico en baja modulación

Tabla 3.3 Relación entre la señal de secuencia cero y el método de modulación.

Otra aportación importante en la evolución de la modulación es la invención de varios métodos de PWM discontinuos (DPWM) [17]. En DPWM, la amplitud de la señal de secuencia cero que se añade a las referencias originales se escoge de forma que el nivel de una de las tres señales moduladoras pase a ser igual al valor pico, positivo o negativo, de la señal portadora. Con esto se consigue que cese la conmutación de una de las ramas del inversor, con lo que se reducen las pérdidas por conmutación. Dentro de los métodos DPWM más conocidos se encuentran:

- DPWM1: En este método, la fase con mayor valor absoluto en su señal de referencia es enclavada al valor máximo positivo o negativo, esto se explica en [18].
- DPWM2: según lo expresado en [19] y [20], el enclavamiento en este método se hace con 30° de retraso, con lo que la conmutación cesa cuando la corriente de fase presenta su valor pico más alto.
- DPWM0: la diferencia con la anterior en este caso el enclavamiento se hace con los mismos 30° pero adelantado, esta técnica se muestra y justifica en [19] y [21].
- DPWM3: en este método, la fase que se enclavara será aquella en que el valor absoluto de su señal de referencia presente un valor intermedio al de las otras dos. Esta técnica se explica en [22].
- DPWMMAX: Con este método, la fase que se enclavara será aquella que presente el valor instantáneo máximo en su señal de referencia [23].
- DPWMMIN: en este método, la fase que se enclavara será aquella que presente el valor instantáneo mínimo en su señal de referencia [24].

Se podría apreciar la diferencia entre la modulación continua y discontinua mostrando el comportamiento de un par de ellas, en la Figura 3.4 se puede observar la

* $\frac{1}{4}$ Triplen Harmonic Injection PWM

† $\frac{1}{6}$ Triplen Harmonic Injection PWM

fase a de las señales moduladoras que tienen la forma (3.3) con señales de secuencia cero definidas para los métodos THIPWM1/4 para una modulación continua y DPWM1 para una modulación discontinua.

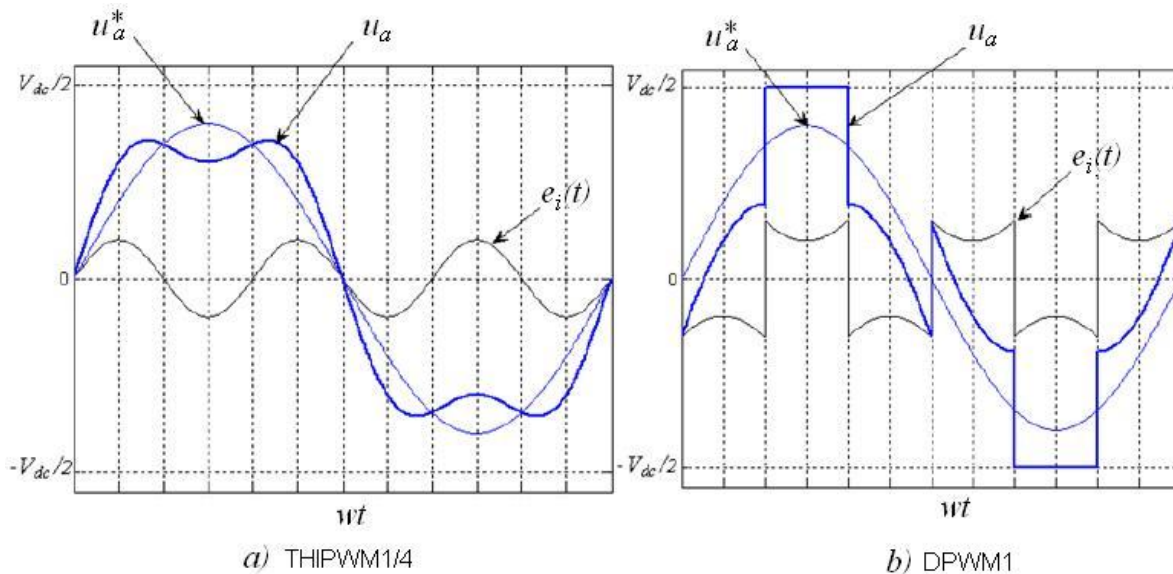


Figura 3.4 Modulación con adición de señales de secuencia cero, a) Modulación continua
b) Modulación discontinua.

3.2.2 Modulación vectorial

La generación de voltaje con la técnica SV-PWM[†] se logra seleccionando adecuadamente y por un tiempo determinado los estados de los interruptores del puente inversor en cada periodo de conmutación, el puente del inversor es manejado por ocho estados de conmutación. Se considera la mejor alternativa de modulación para inversores ya que maximiza el uso del bus de DC, su contenido armónico es bajo y minimiza las pérdidas por conmutación en los transistores, además se considera una ventaja su representación compleja. Por estas razones SV-PWM tiene gran aplicación en accionamientos eléctricos [26],[27]. Por otro lado los avances en la velocidad de procesamiento y prestaciones en los dispositivos programables como los DSP, CPLD y FPGA's, así, como la velocidad en los semiconductores de potencia han permitido una implementación más generalizada y eficiente.

Un sistema de señales de referencia como el indicado en la Figura 3.5a, puede ser representado por un fasor giratorio en el sistema coordenado a, b y c cuyos ejes están desfasados 120° como lo muestra la Figura 3.5b. Este sistema coordenado de ejes a, b y c según lo expuesto en la sección 2.2 de esta tesis, se puede expresar también en un sistema de coordenadas ortonormal $\alpha\text{-}\beta$, donde el vector de referencia gira con la misma velocidad angular. Ya que un inversor de fuente de voltaje (VSI)

[†] Space Vector Modulation

trifásico de dos niveles posee tres ramas de transistores, y cada rama posee dos estados posibles, en total existen 8 estados posibles de las ramas del inversor. Si a cada estado se asocia un voltaje, se puede asociar igualmente un total de 8 vectores espaciales de voltaje posibles que se clasifican en vectores activos ($v_1 - v_6$) y vectores nulos (v_0 y v_7), tal como se indica en la Figura 3.6.

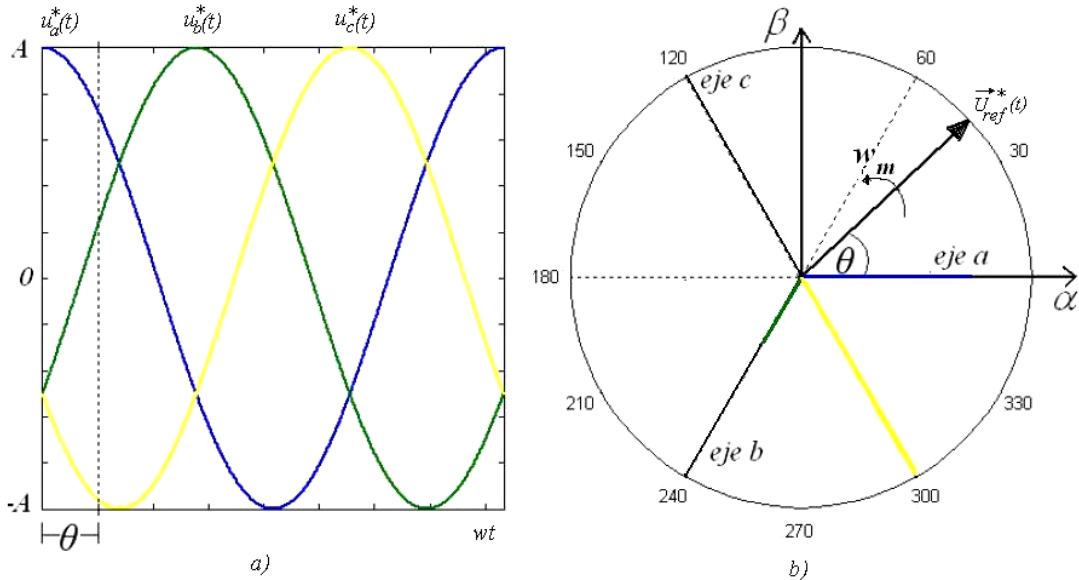


Figura 3.5 Representación de señales de referencia, a) señales de referencia en el tiempo, b) representación por fasor del vector de referencia de las señales de a).

Los vectores activos dividen el plano α - β en seis sectores (I - VI), formando los ejes de un hexágono, donde los vectores activos poseen igual magnitud y estas desfasados mutuamente 60° , por lo que pueden ser representados mediante la siguiente expresión general:

$$V_k = \frac{2}{3} V_{dc} e^{j(k-1)\frac{\pi}{3}} \quad \text{para } (k = 1, 2 \dots 6) \quad (3.6)$$

donde V_{dc} es el voltaje del bus de DC y k es un sector del hexágono, los vectores cero o nulos se ubican en el centro siendo comunes a todos los sectores. SV-PWM sintetiza un vector espacial de voltaje de referencia $\vec{U}^*(t)$ en el plano α - β mediante aplicación instantánea de algunos de los 8 vectores espaciales (los de secuencia cero y dos activos dependiendo del sector donde se encuentra el voltaje de referencia).

El objetivo de la estrategia de modulación SVPWM es aproximar al vector espacial de voltaje de referencia $\vec{U}^*(t)$ mediante la combinación óptima de los vectores espaciales del inversor. Esta aproximación se logra en un contexto de promedios a lo largo de un periodo de conmutación denominado T_s . Es decir, en SVPWM se realiza

una aproximación de una versión muestreada en intervalos T_s del vector de referencia $\vec{U}^*(t)$.

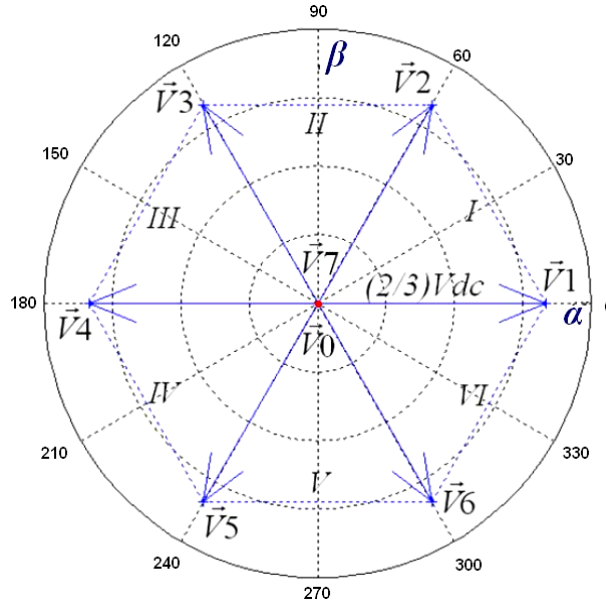


Figura 3.6 Hexágono del inversor

Con el fin de garantizar mínima desviación instantánea del vector generado, T_s se elige lo suficientemente pequeño con respecto al periodo de la fundamental de la señal de referencia. La aproximación de $\vec{U}^*(t)$ se facilita al tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- En cualquier instante de tiempo el vector espacial de referencia rotatorio $\vec{U}^*(t)$ cae en uno de los seis sectores del hexágono del inversor.
- Cualquier vector de voltaje dentro de los límites del hexágono del inversor puede ser aproximado en un ciclo de conmutación T_s , mediante la descomposición en sus componentes a lo largo de los vectores espaciales del inversor.

La Figura 3.7 muestra como cualquier vector de referencia $\vec{U}^*(t)$ dentro de los límites de un sector del hexágono se sintetiza por descomposición en sus componentes respecto a los vectores que forman el sector (V_x , V_y) y los vectores cero (V_0 y V_7). En [25] y [27] se encuentra descrito detalladamente el desarrollo de esta síntesis.

Por lo indicado en la Figura 3.7, el vector de referencia expresado en términos de los vectores que forman el sector es de la forma:

$$\vec{U}^* = \frac{T_x}{T_s} v_x + \frac{T_y}{T_s} v_y \quad (3.7)$$

donde T_x , T_y son los tiempos de activación de los vectores adyacentes al vector de referencia \bar{U}^* .

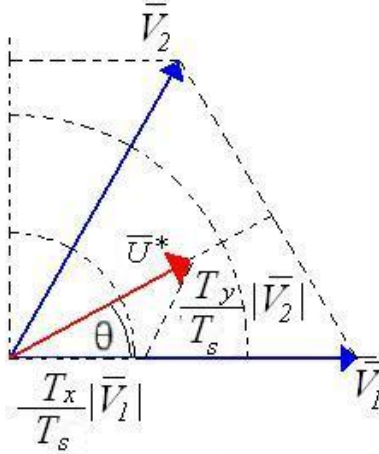


Figura 3.7 Síntesis del vector de referencia en el sector I

Los tiempos T_x , T_y se calculan a partir de (3.8) [29], donde k es el sector de ubicación del vector de referencia ($k + 1 = 1$ para $k = 6$) y m es el índice de modulación.

$$T_k = T_s m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\frac{k\pi}{3} - \theta\right)$$

$$T_{k+1} = T_s m \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\theta - (k-1)\frac{\pi}{3}\right) \quad (3.8)$$

El tiempo de activación de los vectores cero (T_z) se obtiene por: $T_z = T_s - T_x - T_y$. El valor de T_z debe ser distribuido entre el tiempo de aplicación de cada vector cero (T_0 y T_7). Esta distribución de tiempos permite diversas alternativas que determinan el desempeño de la modulación SVPWM. Dichas variaciones pueden ser representadas por las siguientes expresiones:

$$T_7 = K_o(w_{mt}) T_z$$

$$T_0 = (1 - K_o(w_{mt})) T_z \quad (3.9)$$

Siendo $K_o(w_{mt})$ el distribuidor de estados cero ($1 \geq K_o(w_{mt}) \geq 0$) [28]. En consecuencia la elección de $K_o(w_{mt})$ permite modificar características de desempeño en la modulación como: contenido armónico, pérdidas por conmutación y rango de operación lineal.

Otro aspecto a considerar es la relación que puede haber entre los tiempos de activación y la señal de secuencia cero, para esto la Figura 3.8 muestra el

comportamiento de la modulación CB-PWM y SV-PWM en el primer sector del hexágono del inversor.

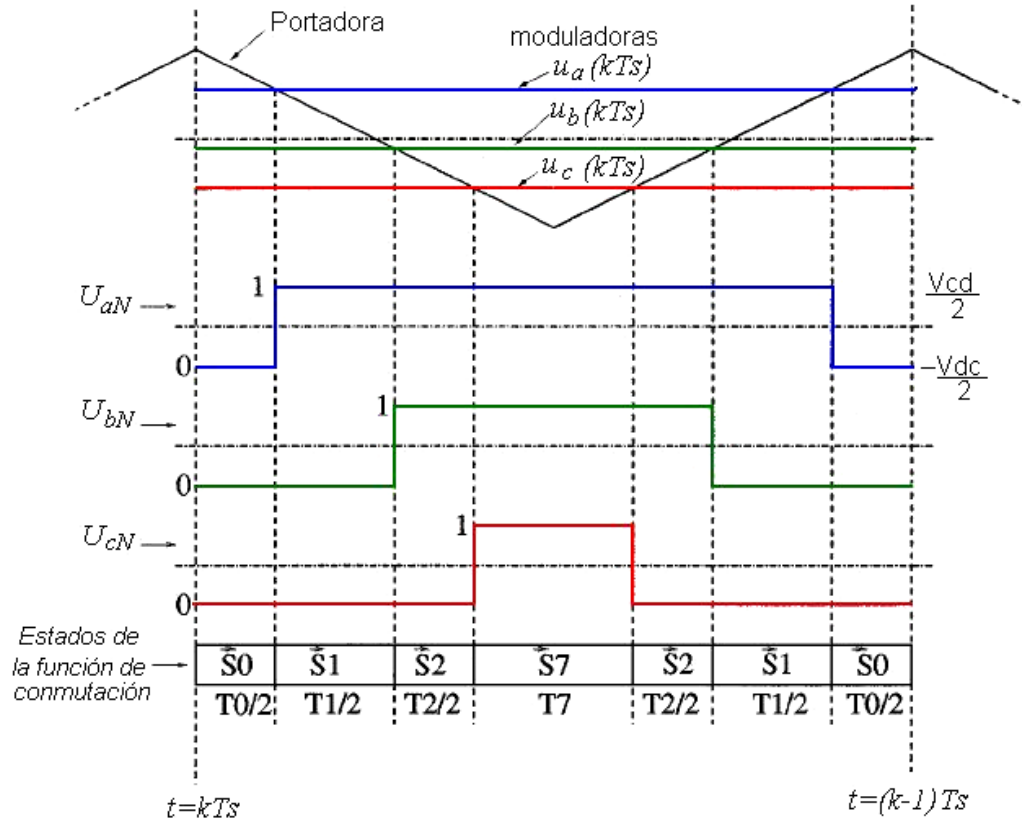


Figura 3.8 Modulación CB-PWM y SV-PWM en el primer sector.

Haciendo uso de la expresión (3.5) y apoyados en la Figura 3.8, considerando el principio de balance voltio-segundo se tiene que:

$$\begin{aligned}
 U_{aN}T_s &= \frac{Vdc}{2}(u_a^* + e_i)T_s = \frac{Vdc}{2}(T_1 + T_2 + T_7 - T_0) \\
 U_{bN}T_s &= \frac{Vdc}{2}(u_b^* + e_i)T_s = \frac{Vdc}{2}(T_2 + T_7 - T_0 - T_1) \\
 U_{cN}T_s &= \frac{Vdc}{2}(u_c^* + e_i)T_s = \frac{Vdc}{2}(-T_1 - T_2 + T_7 - T_0)
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Una manera de calcular la señal de secuencia cero según [28] es:

$$e_i(t) = \frac{1}{3}(u_a(t) + u_b(t) + u_c(t)) \tag{3.11}$$

despejando de (3.10) y reemplazando en (3.11) se obtiene:

$$e_i(t) = \frac{1}{3}(u_a(t) + u_b(t) + u_c(t)) = -\frac{T_0}{T_s} - \frac{1}{3}\frac{T_1}{T_2} + \frac{1}{3}\frac{T_2}{T_s} + \frac{T_7}{T_s} \quad (3.12)$$

Llevando este cálculo a los otros cinco sectores del hexágono se obtienen las señales de secuencia cero para cada uno, en la Tabla 3.4 se indican los resultados.

sector	Tiempos de activación	$e_i(t)$
I	$T_s = T_1 + T_2 + T_0 + T_7$	$(-T_0 - T_1/3 + T_2/3 + T_7)/T_s$
II	$T_s = T_2 + T_3 + T_0 + T_7$	$(-T_0 + T_2/3 - T_3/3 + T_7)/T_s$
III	$T_s = T_3 + T_4 + T_0 + T_7$	$(-T_0 - T_3/3 + T_4/3 + T_7)/T_s$
IV	$T_s = T_4 + T_5 + T_0 + T_7$	$(-T_0 + T_4/3 - T_5/3 + T_7)/T_s$
V	$T_s = T_5 + T_6 + T_0 + T_7$	$(-T_0 - T_5/3 + T_6/3 + T_7)/T_s$
VI	$T_s = T_6 + T_1 + T_0 + T_7$	$(-T_0 + T_6/3 - T_1/3 + T_7)/T_s$

Tabla 3.4 Señales de secuencia cero y vectores espaciales

La ecuación (3.12) representa la relación entre las señales moduladoras y los vectores espaciales. Con esto se establece que cualquier señal moduladora que se utilice para una modulación CB-PWM puede ser fácilmente transformada en un equivalente en una modulación SV-PWM. Es posible que (3.12) sea la misma formulación para el voltaje en modo común que se muestra en [14]. Sin embargo, la ecuación (3.12) es de significado universal.

3.2.2.1 Secuencias de conmutación.

La secuencia de conmutación hace referencia al orden en que se aplican los vectores del inversor que aproximarán al vector de referencia dentro de un ciclo de conmutación. Esta secuencia no es única, ya que existen diferentes combinaciones que arrojan el mismo valor medio del voltaje deseado en términos de los vectores adyacentes que delimitan cada sector. Sin embargo, el criterio que generalmente se adopta es el de mínimas pérdidas por conmutación, seleccionando aquellas transiciones de estado que provocan la conmutación en una sola rama del inversor [29]. Además, se recomienda empezar y acabar la secuencia de conmutación con un vector nulo, esto con el fin de conservar las simetrías de cuarto de onda, media onda y tres fases en la señal modulada; como ejemplo de secuencias de conmutación están: V_0, V_k, V_{k+1}, V_7 que se denomina *secuencia leading edge PWM*, V_7, V_{k+1}, V_k, V_0 denominada *secuencia trailing edge PWM* y $V_0, V_k, V_{k+1}, V_7, V_k, V_{k+1}, V_0$ llamada *secuencia doublé edge PWM*.

Una vez establecidos los tiempos de activación de los vectores y la secuencia de conmutación, se deben traducir estos resultados a ciclos útiles de los canales PWM que alimentarán las compuertas del inversor. Por ejemplo, al emplear la secuencia de conmutación $V_0, V_k, V_{k+1}, V_7, V_{k+1}, V_k, V_0$ el patrón de conmutación es el que se indica en la Figura 3.9; a partir de esta representación las relaciones entre los ciclos útiles y tiempo de activación de vectores se pueden expresar así:

$$\begin{aligned}
 d_a &= (T_1 + T_2 + T_7) / T_s \\
 d_b &= (T_2 + T_7) / T_s \\
 d_c &= T_7 / T_s
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

en donde d_i , es el ciclo correspondiente al canal PWM_i con $i=a,b,c$. Las expresiones de (3.13) solo son validas para el primer sector. Sin embargo, se pueden extender a los sectores restantes. En la Tabla 3.5 se resumen los resultados, esto facilita la programación de los ciclos útiles de los módulos PWM en implementaciones prácticas.

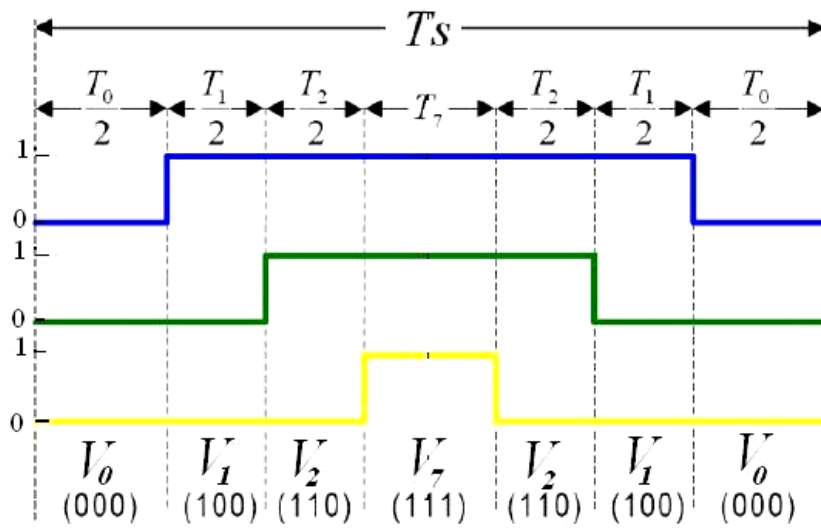


Figura 3.9 Patrón de conmutación de la secuencia $V_0, V_k, V_{k+1}, V_7, V_{k+1}, V_k, V_0$ en el sector I

K	$d_a T_s$	$d_b T_s$	$d_c T_s$
1	$T_k + T_{k+1} + T_7$	$T_{k+1} + T_7$	T_7
2	$T_k + T_7$	$T_k + T_{k+1} + T_7$	T_7
3	T_7	$T_k + T_{k+1} + T_7$	$T_{k+1} + T_7$
4	T_7	$T_k + T_7$	$T_k + T_{k+1} + T_7$
5	$T_{k+1} + T_7$	T_7	$T_k + T_{k+1} + T_7$
6	$T_k + T_{k+1} + T_7$	T_7	$T_k + T_7$

Tabla 3.5 Relación entre ciclos utiles y tiempos de aplicación de vectores.

Con la representación generalizada para las posibles particiones de T_0 y T_7 dada por (3.9) se generan diferentes moduladores con valores constantes de $K_0(w_{mt})$, entre ellos se encuentran DPWMMAX que se obtiene al seleccionar $K_0(w_{mt}) = 1$ y el DPWMMIN seleccionando $K_0(w_{mt}) = 0$ [29].

3.3 Efectos del Inversor sobre el Motor

El comportamiento de las maquinas de inducción varia cuando son alimentadas con fuentes que contienen tensiones armónicas. Debido a que las señales que entrega el inversor son señales discontinuas que promedian un valor de una señal de referencia presentan un espectro de frecuencias con componentes de distorsión armónica en los múltiplos enteros de la frecuencia fundamental de la moduladora, alrededor de la frecuencia de conmutación (portadora) y sus múltiplos enteros.

Los motores de inducción son sensibles a los armónicos y se ven sometidos a todas las variaciones de la fuente de potencia, lo que afecta su funcionamiento y características de operación. Los efectos de la distorsión armónica sobre el funcionamiento del motor han sido tratados extensamente en la literatura. En este apartado se presenta una breve revisión de los efectos de los armónicos de tensión en los motores de inducción.

3.3.1 Efectos negativos de los armónicos generados por el inversor

El contenido en armónicos de la fuente de alterna que alimenta al motor, provoca resonancias mecánicas causando ruido acústico. En una primera aproximación, se podría pensar que un filtro pasa bajos ayudaría a eliminar el problema de los armónicos; sin embargo, no será demasiado efectivo cuando se aplica al inversor. La razón estriba en la relación variable entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia de la salida requerida para el control del motor trifásico. Por tanto, en un inversor, el tamaño y la efectividad de los elementos del filtro están determinados por factores tales como la cantidad de atenuación o el desplazamiento de fase tolerado [30],[31].

Entre los efectos de la distorsión armónica sobre el funcionamiento del motor se tiene: aumento en la temperatura del motor, pérdida de la vida útil, pérdida de capacidad, ruido acústico, un par pulsante, variación en el factor de potencia y en la eficiencia de la maquina, esto es mostrado en [32] y [33].

3.3.2 Armónicos como una función de la frecuencia de conmutación.

En los convertidores trifásicos los valores promediados de las variables (lado de continua, lado de alterna y funciones de conmutación) son variables en el tiempo, incluso en régimen permanente [34]. En consecuencia, debe asegurarse que la relación entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia de la línea sea suficientemente elevada. En caso contrario, las variables promediadas incorporan

contenidos armónicos de alta frecuencia relativamente significativos, incluso en régimen permanente donde se tienen rizados indeseados.

Si se tiene una frecuencia de conmutación mucho mayor que la frecuencia fundamental, se obtiene una reducción del contenido de componentes armónicas. No obstante, frecuencias de conmutación elevadas implican mayores pérdidas por conmutación así como la disponibilidad de transistores de potencia de alta velocidad y algoritmos de cálculo muy eficientes. Una fuente adicional de armónicos generados por el inversor se deriva de la necesidad de incluir tiempos muertos que favorezcan la recuperación inversa de los transistores de una misma rama del inversor al pasar de saturación a corte. En [35] se demuestra que, si se distribuyen los ciclos de trabajo simétricamente alrededor del tiempo muerto, se consigue reducir el contenido armónico de la señal. Otro efecto indeseable es la pérdida de potencia que ocurre en el paso de corte a saturación o viceversa de un transistor. La reducción de las pérdidas de conmutación pasa por la selección de una secuencia de activación de interruptores que reduzca el número total de conmutaciones que se tenga que realizar en el inversor durante un periodo de conmutación. Como se puede apreciar, los criterios de alta frecuencia de conmutación y bajas pérdidas de conmutación se contraponen. El diseñador de un sistema debe llegar a un compromiso entre ambos criterios, ya que una reducción de las conmutaciones para reducir las pérdidas, también reduce la frecuencia real de conmutación y, por tanto, la relación entre la frecuencia de conmutación y la frecuencia fundamental disminuye, aumentando el contenido armónico de la señal generada.

3.3.3 Medidas de la distorsión en señales de voltaje y corriente

Para cuantificar la distorsión existente en una señal, es preciso definir parámetros que determinen su magnitud y contar con equipos de medición adecuados. Dentro de las expresiones necesarias para efectuar los cálculos relacionados con la distorsión armónica está el valor eficaz (*rms*), que se obtiene cuando se suman señales de tensión o de corriente de diferentes frecuencias para obtener su resultante, (3.14) indica el valor *rms* de la corriente y del voltaje.

$$I_{rms} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_k^2}, \quad V_{rms} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} V_k^2} \quad (3.14)$$

donde I_k es la magnitud de la armónica individual, k es el orden armónico. Una definición referente a la distorsión armónica es el *cofactor de distorsión* (C_d), el cual relaciona el contenido armónico de una señal y su valor eficaz (*rms*). Su rango está entre 0% y 100%. También se le conoce como *thd* y es un indicador comúnmente usado. Este indicador se define como:

$$C_d = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}}{I_{rms}} \times 100\% \quad (3.15)$$

Otro indicador es el índice de distorsión armónica total (*THD*), que relaciona el contenido armónico de una señal y su fundamental, su valor esta en un rango de 0% hasta infinito. Es el parámetro de medición de distorsión más conocido, por lo que es recomendable para medir la distorsión en parámetros individuales (corriente y voltaje). *THD* lo define el estándar *IEEE 519* [36], como:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}}{I_1} \times 100\% \quad (3.16)$$

Un aspecto importante a resaltar es que al hablar de la fundamental para estas expresiones indicadoras de distorsión armónica se hace referencia a la frecuencia de la señal moduladora que será la frecuencia de la señal de alimentación del motor.

Dado que en el inversor están presentes tanto la frecuencia de conmutación como la frecuencia de la moduladora y estas se mezclan, razón por la cual al hablar de reducción de armónicos no tendría sentido tomar componentes armónicas de la moduladora simplemente. Hay que considerar reducir todas las señales que no sean la moduladora y ese es el énfasis de esta Tesis.

3.3.4 Pruebas al modelo del motor considerando el inversor

Ahora se analiza el comportamiento del modelo del motor que se probó en la sección 2.3 considerando el efecto que tiene alimentar una maquina de estas características por medio de un inversor trifásico de puente completo controlado por un modulador SVPWM. La Figura 3.10 muestra el diagrama en bloques de la alimentación del motor de inducción, donde las señales de referencia se pasan a coordenadas polares, siendo la magnitud y fase obtenidas las entradas al modulador, quien entrega las señales PWM que controlan el inversor el cual a su vez alimenta a la maquina asíncrona.

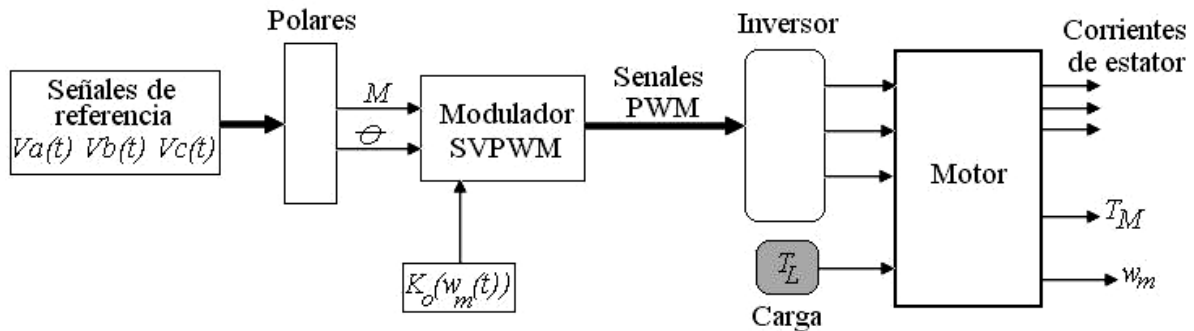


Figura 3.10 Esquema de la alimentación de un motor de inducción.

Como se menciona anteriormente, se hace uso del modelo del motor probado en la sección 2.3 con la carga comportándose de igual forma. El inversor se alimenta con una fuente de 460 V y su comportamiento queda descrito por la expresión (3.1), el periodo de conmutación T_s es de 0.0011905 que resulta de haber tomado una frecuencia de conmutación de 23 veces la frecuencia de la fundamental.

Tomando para el modulador una secuencia de conmutación *doublé edge PWM* y un valor para $K_o(w_{mt})$ de $\frac{1}{2}$, debe generarse un patrón de conmutación como el indicado en la Figura 3.9, este de patrón de conmutación es conocido como SY-SVPWM en el cual $T_0 = T_7$. Los resultados en simulación de este patrón de conmutación para los voltajes entregados por el inversor dados por la ecuación (3.1) se muestran en la Figura 3.11a, los ciclos útiles de acuerdo a los tiempos de activación relacionados por la ecuación (3.13) se muestran en la Figura 3.11b.

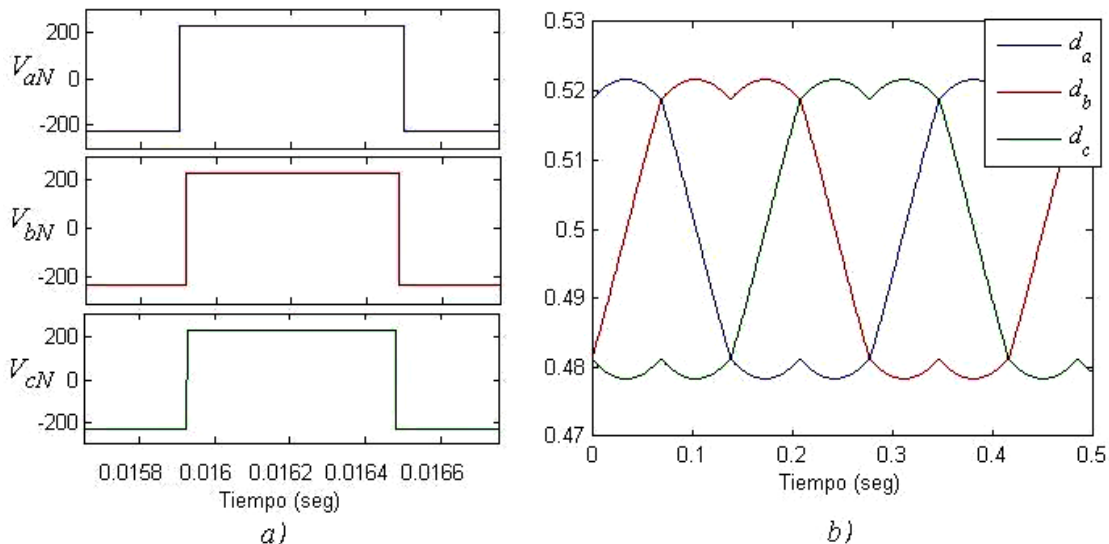


Figura 3.11 Patrón de conmutación SY-SVPWM en la activación de los transistores del inversor, a) Tensiones de salida del inversor, b) Ciclos útiles dados por (3.13)

El efecto que tiene la presencia del inversor en el par motor se puede observar en la Figura 3.12 donde se compara el par desarrollado sin usar el inversor y cuando se hace uso de este, pero como se aprecia en ambos casos obedece al comportamiento

dinámico del sistema. El comportamiento de la velocidad mecánica es perturbado con la presencia del inversor, esto se muestra en la Figura 3.13, todas estas variaciones parten del el efecto directo del inversor en la forma de las tensiones de alimentación y en consecuencia de las corrientes de estator, la Figura 3.14 indica la fase a de las corrientes de estator en la cual se aprecia la diferencia entre alimentar al motor con el inversor y sin él. Estas corrientes presentan componentes de frecuencia adicionales a las señales fundamentales de modulación y su distorsión armónica total es de 17.91% como se muestra en la Figura 3.15 y un cofactor de distorsión máximo de 60% como lo indica en la Figura 3.16.

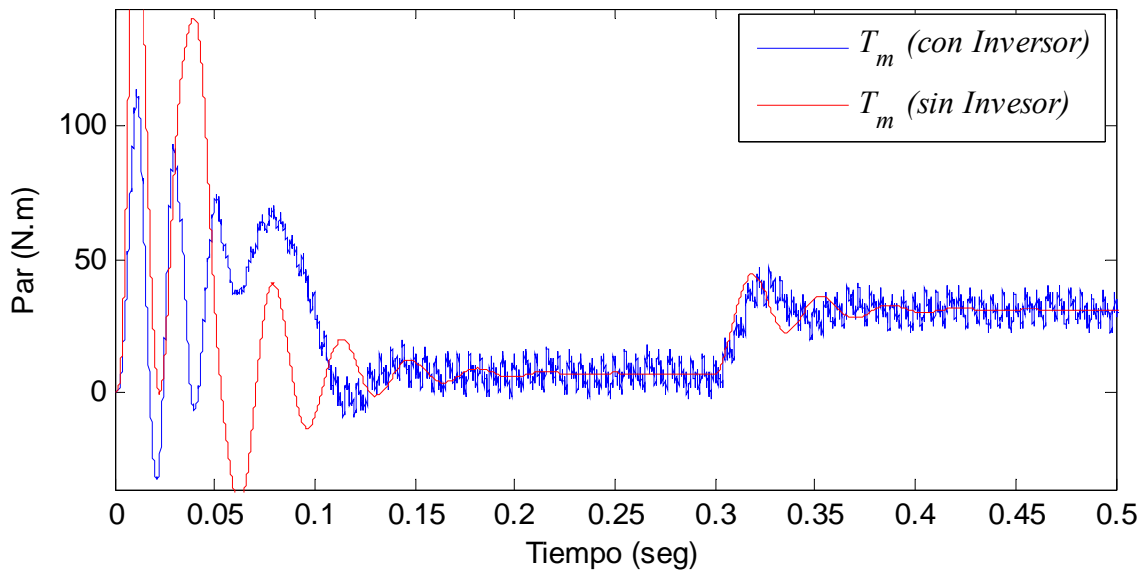


Figura 3.12 Par motor desarrollado por la maquina asíncrona.

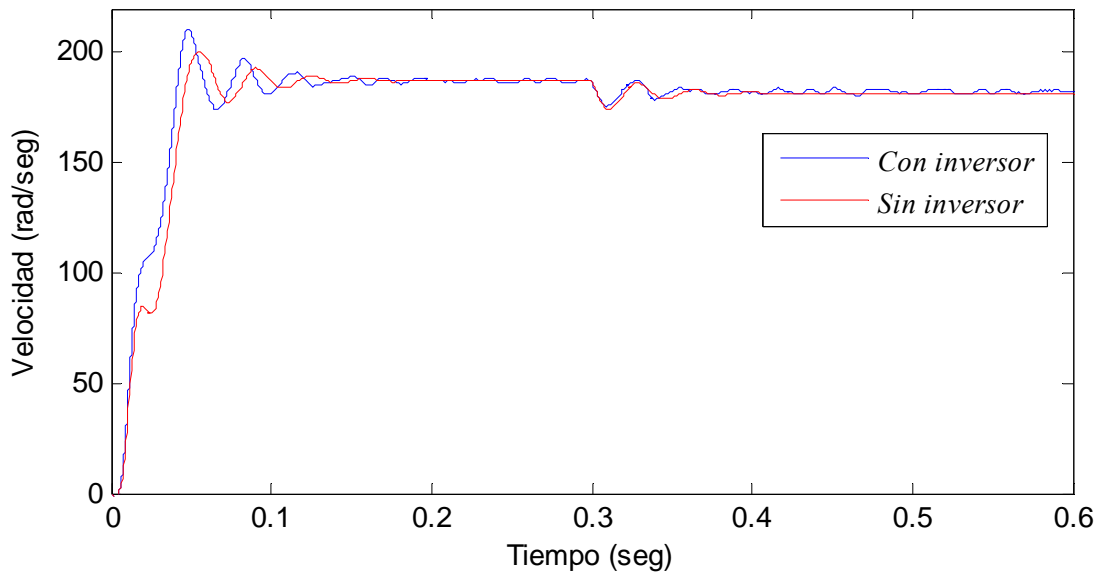


Figura 3.13 Comportamiento de la velocidad mecánica.

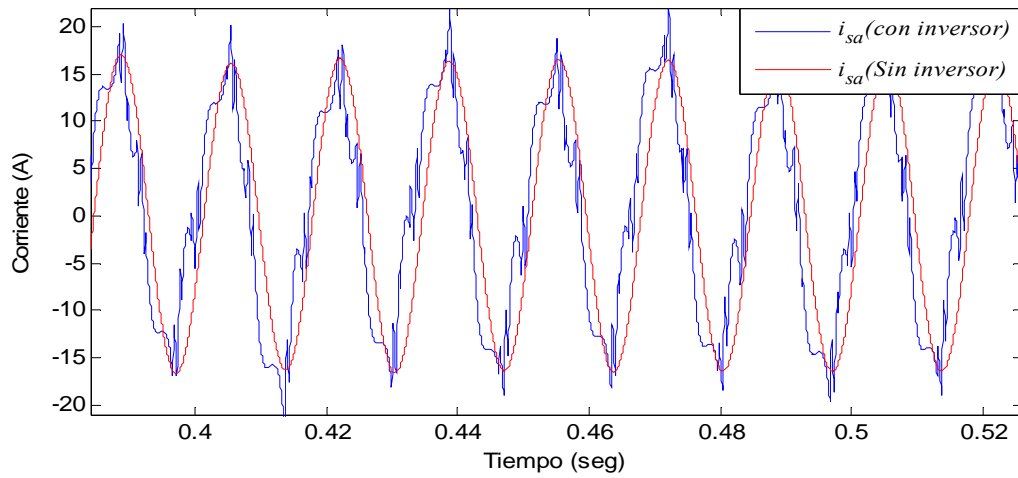


Figura 3.14 Corrientes de estator (fase a)

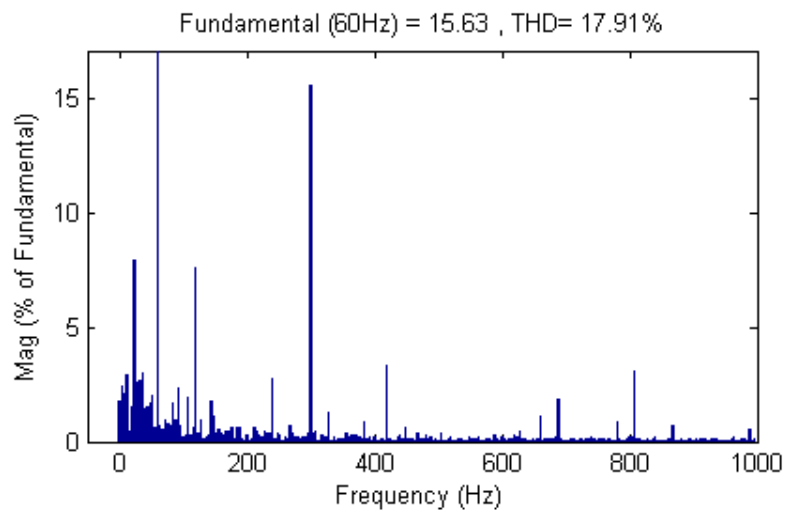


Figura 3.15 Distorsión armónica en $i_{sa}(t)$ considerando el inductor.

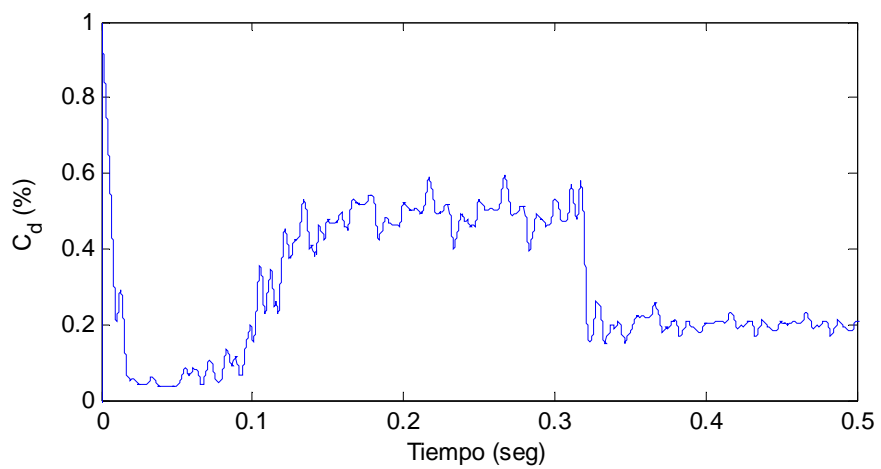


Figura 3.16 Cofactor de distorsión armónica de $i_{sa}(t)$ considerando el inductor.

4. Control de velocidad del motor de inducción

Después de modelar matemáticamente el motor, el inversor y la modulación SVPWM, se procederá a establecer un control de velocidad para la maquina asíncrona. Puesto que el sistema dinámico es no lineal, además de que las variables eléctricas del rotor no son medibles se hace necesario un control no lineal robusto a variaciones de parámetros, especialmente a variaciones del par de carga y que ofrezca una estimación de los flujos de rotor. El control propuesto es un control *Sliding* con un observador de *Luenberger* el cual hace uso de las corrientes de estator y la velocidad mecánica para estimar los estados del sistema, paralelamente se implemento un observador de flujo *Sliding* el cual presenta facilidad de implementación y mayor robustez; las corrientes de estator son obtenidas por medio de un filtro digital (*haciendo uso de TDFT*). En la Figura 4.1 se muestra el esquema de control propuesto, en este capítulo se presentan los desarrollos matemáticos de cada componente y su respectiva validación. Al final del capítulo se mostrara también la distorsión armónica de las corrientes de estator con el control propuesto.

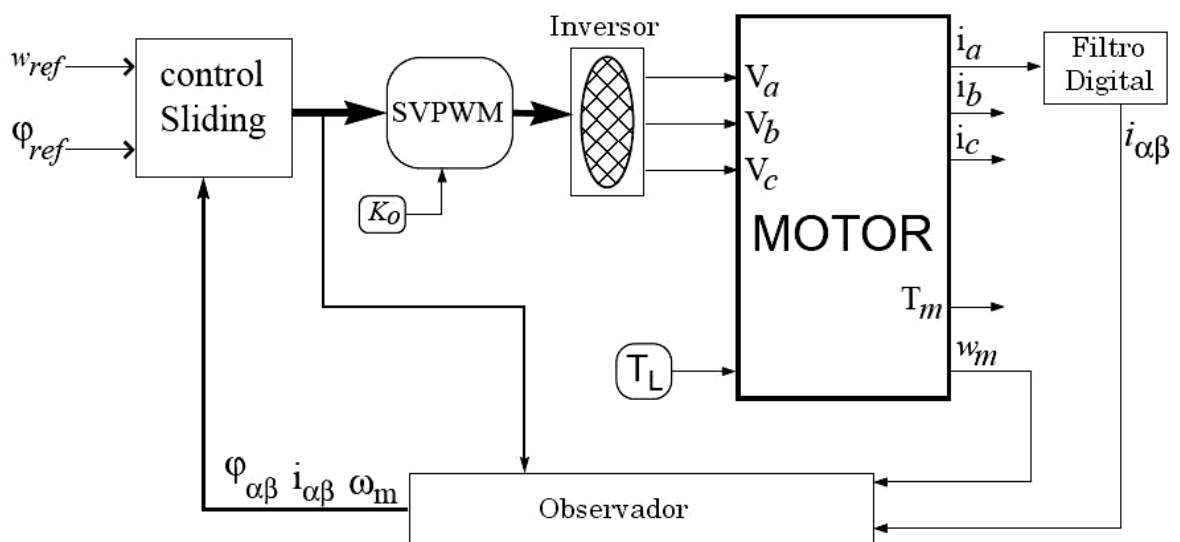


Figura 4.1 Control *Sliding* de velocidad con TDFT

4.1 Filtro digital para la TDFT[§]

En esta sección se mostrara que es posible obtener las componentes α - β de la transformación de Clarke de un sistema trifásico balanceado, tomando solo una de las fases del sistema trifásico mediante un filtro digital que permite obtener en tiempo real los coeficientes de Fourier dependientes del tiempo de esta señal, a continuación se hará un breve resumen de los aspectos centrales de la TDFT. Detalles asociados a la teoría de TDFT se pueden consulta en [37].

El desarrollo presentado en esta parte es un resumen del trabajo de investigación realizado en [38]. Una definición de la TDFT es la siguiente:

$$X[n, \lambda] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]w[m-n]e^{-j\lambda m} \quad (4.1)$$

Donde la transformada inversa está dada por:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi w[0]} \int_0^{2\pi} X[n, \lambda] e^{j\lambda n} d\lambda \quad (4.2)$$

En las expresiones (4.1) y (4.2), $w[m]$ es una ventana de análisis (móvil en el tiempo sobre la señal $x[m]$), n es la variable del tiempo (discreto), λ es la variable de frecuencia (continua), X es la transformada discreta de Fourier dependiente del tiempo (TDFT) de la señal $x[n]$, la notación “()” hace referencia a señales continuas y “[]” a señales discretas, “[]” significa que es función de una variable discreta y de otra continua. Es de notar que la TDFT es periódica en λ con periodo 2π , o en cualquier intervalo de longitud 2π .

La TDFT sirve para representar señales cuyas propiedades de amplitud, frecuencia y fase cambian con el tiempo. Para desarrollos computacionales se puede solo trabajar sobre un conjunto finito de valores de λ mediante un muestreo en el dominio de la frecuencia. Luego para un muestreo a frecuencias igualmente espaciadas, $\lambda_k = 2\pi k/N$ con $N \geq L$, y $0 \leq k \leq N-1$, donde N es el número de muestras en un periodo de tamaño T y L es la longitud de la ventana, la TDFT muestreada es de la forma:

$$X[n, k] = \frac{1}{N} \sum_{m=n-L+1}^n x[m]w[m-n]e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \quad (4.3)$$

la inversa de (4.3) está dada por:

[§] Transformada discreta de Fourier dependiente del tiempo

$$x[m] = \frac{1}{w[m-n]} \sum_{k=0}^{N-1} X[n,k] e^{j\frac{2\pi}{N}km} \quad (4.4)$$

donde se asume que $w[m-n] \neq 0$ para $n-L+1 \leq m \leq n$. Si bien este tipo de ventana de análisis es la más simple posible para efectos de implementación produce efectos de borde no deseables, por lo que en el caso de la TDFT se han planteado diversas formas alternas para esa ventana, como puede estudiarse en [37].

La ecuación (4.3), puede volver a escribirse en forma de una sumatoria de convolución de la siguiente manera:

$$X[n,k] = \frac{1}{N} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] w[-(n-m)] e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \quad (4.5)$$

la ecuación (4.5) se puede llevar a:

$$X[n,k] = \frac{1}{N} \left(x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \right) * w[-n] \quad (4.6)$$

con la notación $x[n] * h[n]$ representando la convolución de $x[n]$ con $h[n]$, definida como:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] h[n-m]$$

A pesar de este marco teórico bien establecido, numerosas aportaciones de filtrado digital para la TDFT en la literatura, no sacan provecho de este hecho. Es así como algunos de tales desarrollos podrían describirse formalmente mediante la TDFT de ventana móvil como es el caso de la ecuación (4.3), pero otros podrían describirse formalmente de manera más directa haciendo uso de una definición diferente de TDFT de ventana fija, como se indica en [37]. En particular, se puede obtener una función de transferencia de tiempo discreto para calcular los coeficientes GSSA**, utilizando la propiedad de la transformada-Z de secuencias [37]:

$$y[n] = x[n] * h[n] \xrightarrow{Z} Y[z] = X[z] H[z]$$

aplicando la transformación a la ecuación (4.6), donde $h_l = w[-n]$ se tiene:

$$Z\{X[n,k]\} = \frac{1}{N} Z \left\{ x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \right\} H_1[z] \quad (4.7)$$

** Método de promediado en espacio de estados generalizado

En (4.7), el término $x[n]e^{-j2\pi kn/N}$ corresponde a una operación de modulación en el dominio del tiempo discreto n , que se traduce en un desplazamiento en la frecuencia de la transformada de Fourier [37],

$$e^{-jk\omega_0 n} x[n] \xleftrightarrow{F} X e^{j(\omega+k\omega_0)}$$

De esta forma, la expresión en (4.7) puede interpretarse como que la TDFT de $x[n]$ en un armónico k determinado, se puede obtener trasladando el espectro de $x[n]$ en la frecuencia de forma discreta $\omega_k = k\omega_0 = 2\pi k/N$, al origen en $\omega = 0$ mediante la operación de modulación, y luego usando un filtro pasa bajo de banda estrecha que extraiga solo la componente $\omega = 0$. De hecho, la función de transferencia $H_1[z]$ en la ecuación (4.7), para el caso de la ventana unitaria de longitud N indicada, corresponde a dicho filtro y se comprueba fácilmente obteniendo la transformada-Z de $h_1[n]/N$ que corresponde a la expresión general para una serie geométrica como se muestra en la ecuación (4.7).

Llamando $x_1[n, k] = x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ y $X_1[z, k] = Z\{x_1[n, k]\}$, de la ecuación (4.7) se llega a:

$$Z\{X[n, k]\} = \frac{X_1[z, k]}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (z^{-1})^n \quad (4.8)$$

expresando a (4.8) en su forma recursiva se obtiene que:

$$Z\{X[n, k]\} = \frac{X_1[z, k]}{N} \frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}} \quad (4.9)$$

En la literatura (4.9) ha sido referida bajo el concepto de banco de filtros (*filter bank*), ver [37]. No obstante, como puede verse de la ecuación (4.9), el filtro posee un polo marginalmente estable y según como se implemente, puede llevar a inestabilidad del algoritmo de cómputo.

Otra definición de TDFT no equivalente a la expresión en (4.1), en la cual se mantiene fijo el origen de la ventana y en cambio se desplaza la señal según $x[n+m]$, obteniéndose la expresión:

$$\tilde{X}[n, \lambda] = \frac{1}{N} \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[n+m] w[m] e^{-j\lambda m} \quad (4.10)$$

donde al muestrear λ a frecuencias igualmente espaciadas $\lambda_k = 2\pi k/N$ se llega a:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}[n,k] &= \frac{1}{N} \sum_{m=-L+1}^0 x[n+m]w[m]e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \\
&= \frac{1}{N} \sum_{m=n-L+1}^n x[m]w[-(n-m)]e^{j\frac{2\pi}{N}k(n-m)} \\
&= \frac{e^{j\frac{2\pi}{N}kn}}{N} \sum_{m=n-L+1}^n x[m]w[m-n]e^{-j\frac{2\pi}{N}km}
\end{aligned} \tag{4.11}$$

para $0 \leq k \leq N-1$. Resulta evidente la relación de (4.11) con la ecuación (4.3):

$$\tilde{X}[n,k] = e^{j\frac{2\pi}{N}kn} X[n,k] \tag{4.12}$$

Definiendo $h_1[n,k] = w[-n]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ y aplicando la propiedad de convolución de la transformada-Z, se tiene a partir de la expresión (4.11) que:

$$\begin{aligned}
\tilde{X}[n,k] &= \frac{1}{N} x[n] * h_1[n,k] \\
Z\{\tilde{X}[n,k]\} &= \frac{1}{N} X[z]H_1[z,k]
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Aplicando la propiedad de multiplicación por exponente de la transformada-Z, según la cual:

$$Z\left\{w[n]e^{j\frac{2\pi}{N}kn}\right\} = W\left[e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z\right] \tag{4.14}$$

con $W[z] = Z\{w[n]\}$. El resultado de la expresión (4.14) expresa formalmente al análisis hecho en [39], de donde se tiene que:

$$W[z] = \sum_{n=0}^{N-1} (z^{-1})^n = \frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}} \rightarrow W\left[e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z\right] = \frac{1-z^{-N}}{1-e^{-j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1}}$$

Multiplicando y dividiendo la expresión anterior por el complejo conjugado de su denominador,

$$Z\{\tilde{X}[n,k]\} = \frac{1}{N} X[z] \frac{(1-z^{-N})(1-e^{j\frac{2\pi}{N}k}z^{-1})}{1-2\cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right)z^{-1}+z^{-2}} \tag{4.15}$$

De esta forma los coeficientes GSSA podrían obtenerse de la expresión (4.15) reemplazada en la expresión (4.12). La obtención de los promedios GSSA en esta forma se puede ver como un banco de filtros de banda estrecha en la frecuencia del armónico k , determinados por la ecuación (4.15), seguidos de un proceso de modulación que traslada el espectro a la frecuencia cero. Una implementación práctica del banco de filtros en la ecuación (4.15) requiere la descomposición en parte real e imaginaria de esa expresión resultando en,

$$\begin{aligned}\tilde{x}[n,k]^R &= \frac{1}{N} X[z] \frac{(1-z^{-N})(1-\cos(\frac{2\pi}{N}k)z^{-1})}{1-2\cos(\frac{2\pi k}{N})z^{-1}+z^{-2}} \\ \tilde{x}[n,k]^I &= \frac{1}{N} X[z] \frac{(1-z^{-N})\sin(\frac{2\pi}{N}k)z^{-1}}{1-2\cos(\frac{2\pi k}{N})z^{-1}+z^{-2}}\end{aligned}\quad (4.16)$$

Una ventaja de los filtros en la ecuación (4.16), respecto de los filtros en la ecuación (4.9), es que en estas expresiones no recursivas no existen polos marginalmente estables y por lo tanto los filtros son intrínsecamente estables. Este resultado demuestra formalmente la validez de los resultados en [39].

Descomponiendo el proceso de modulación indicado en la ecuación (4.12) en sus partes real e imaginaria, se llega a la forma matricial de la ecuación (4.17) para la obtención de los coeficientes GSSA a partir de los filtros digitales en la ecuación (4.16).

$$\begin{bmatrix} \langle x[n] \rangle_k^R \\ \langle x[n] \rangle_k^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{2\pi k}{N}n) & \sin(\frac{2\pi k}{N}n) \\ -\sin(\frac{2\pi k}{N}n) & \cos(\frac{2\pi k}{N}n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}[n,k]^R \\ \tilde{x}[n,k]^I \end{bmatrix}\quad (4.17)$$

La Figura 4.2 muestra una estructura digital que permite obtener los dos filtros de la ecuación (4.16).

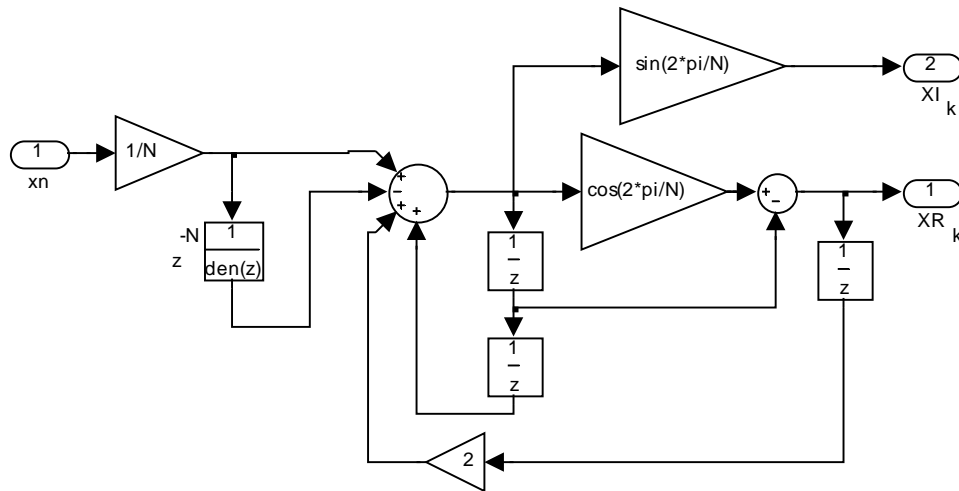


Figura 4.2 Filtro para extracción de componentes de la TDFT en los armónicos cero y uno de una señal $x[n]$

4.1.1 Relación entre TDFT, GSSA y $\alpha\beta\theta$

El método de promediado en espacio de estados generalizado (GSSA), también descrito como *Multi Frequency Averaging* o *Dinamic Phasors*, se describe en [41]. Trabajos subsiguientes mostraron la utilidad de este modelado promediado para describir con precisión el comportamiento dinámico de convertidores electrónicos de potencia. En [45] se mostro que el motor de inducción trifásico puede modelarse mediante el método GSSA. En [38] se muestra que a partir del filtro digital descrito en la sección anterior, es posible hacer control en lazo cerrado para convertidores electrónicos de potencia sacando provecho de propiedades de los modelos promediados.

La operación de promediado GSSA aproxima el vector de estado de un sistema por su descomposición en las componentes de Fourier analizadas en un segmento de longitud finita, supuesto un comportamiento periódico o cuasi periódico de las señales del vector de estado.

Una señal $x(\tau)$ en el intervalo $\tau \in [t-T, t]$ puede representarse por la serie de Fourier:

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega_0\tau} \quad (4.18)$$

donde $\omega_0 = 2\pi/T$, T es el periodo de la señal $x(\tau)$ por lo que ω_0 es la frecuencia fundamental de $x(\tau)$ y los promedios $\langle x \rangle_k(t)$ son los coeficientes de Fourier dependientes del tiempo definidos como:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{-jk\omega_0\tau} d\tau \quad (4.19)$$

El equivalente de señal muestreada $\langle x \rangle_k[n]$ de la expresión (4.19) puede escribirse de la forma:

$$\langle x \rangle_k[n] = \frac{1}{N} \sum_{m=n-N+1}^n x[m] e^{-j\frac{2\pi}{N}km} \quad (4.20)$$

donde N es el número de muestras en un periodo de tamaño T y n es el entero que identifica el número de la muestra tal que $t = nT$. La expresión (4.20) se corresponde con un caso particular de la definición de la transformada discreta de Fourier dependiente del tiempo (TDFT).

De la ecuación (4.3) se ve la relación de la TDFT con los promedios generalizados GSSA en la ecuación (4.20), siendo iguales para el caso de una ventana de análisis de amplitud constante de valor unitario y longitud $L = N$. También se ve la relación de (4.11) con la ecuación (4.20). Se utilizara esta segunda relación para encontrar la relación entre las componentes GSSA y el filtro descrito en este capítulo.

Por otro lado, considerando la fundamental de una señal periódica de $x(\tau)$ representada según la ecuación (4.18) por su componente fundamental ($k = 1$), y luego de separar en las componentes real e imaginaria se obtiene:

$$x(\tau) = 2\langle x(t) \rangle_1^R \cos \omega_0 t - 2\langle x(t) \rangle_1^I \sin \omega_0 t$$

Ya que $\theta_0 = \omega_0 t$ y dado que el equivalente discreto para esta frecuencia angular es $\omega_0 \equiv 2\pi kn/N$ con $k = 1$, esto es, para la componente fundamental del filtro en la frecuencia ω_0 . Para obtener una matriz de transformación ortonormal se puede definir una señal en cuadratura $x_q(t)$ desfasada $\pi/2$ radianes respecto a $x(t)$ y al utilizar (4.18) separando parte real e imaginaria se obtiene en su versión de tiempo continuo,

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ x_q(\tau) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \cos(\theta_0(t)) & -\sin(\theta_0(t)) \\ \sin(\theta_0(t)) & \cos(\theta_0(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle x(t) \rangle_1^R \\ \langle x(t) \rangle_1^I \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

reemplazando la versión de tiempo continuo de (4.17) en (4.21) se llega directamente (dada la forma ortonormal de la matriz) a que:

$$\begin{bmatrix} x(\tau) \\ x_q(\tau) \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \tilde{x}_k^R(t) \\ \tilde{x}_k^I(t) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Con lo que se muestra que el filtro diseñado puede usarse para obtener la componente fundamental $x(\tau)$ de la señal $x(t)$. Para comprender la relación de estas señales con la transformación de Clarke, note que si se aplica la transformación de Clarke según (2.5) a una señal trifásica de la forma $f_{\alpha\beta 0} = \mathbf{P}f_{abc}$, donde el vector $f_{abc} = [f_a f_b f_c]^T$ consta de las componentes escalares asociadas a las tres fases, las cuales varían en el tiempo en forma sinusoidal. El vector $f_{\alpha\beta 0} = [f_\alpha f_\beta f_0]^T$ corresponde a la representación del vector f_{abc} en el sistema coordenado α - β -0, y donde sus componentes f_α y f_β también varían de forma sinusoidal en el tiempo y están en cuadratura. Entonces, sea:

$$f_{abc} = \left[F_0 + F \sin(\omega_0 t) \quad F_0 + F \sin(\omega_0 t - \frac{2\pi}{3}) \quad F_0 + F \sin(\omega_0 t + \frac{2\pi}{3}) \right]^T$$

al aplicar la transformación en (2.5) se obtiene,

$$f_{\alpha\beta 0} = \frac{\sqrt{6}}{2} \left[F \sin(\omega_0 t) \quad F \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) \quad \sqrt{3}F_0 \right]^T$$

Luego, si se aplica el filtro diseñado sobre la fase a del sistema trifásico, $f_a(t)$, se obtendría $x(\tau) = f_a(\tau) = F \sin(\omega_0 \tau)$ y $x_q(\tau) = F \sin(\omega_0 \tau - \pi/2)$. Entonces de (4.22) y (4.21), se tiene:

$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{6}}{2} \begin{bmatrix} x(\tau) \\ x_q(\tau) \end{bmatrix} = \sqrt{6} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1^R(t) \\ \tilde{x}_1^I(t) \end{bmatrix} = \sqrt{6} \begin{bmatrix} \cos(\theta_0(t)) & -\sin(\theta_0(t)) \\ \sin(\theta_0(t)) & \cos(\theta_0(t)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle x(t) \rangle_1^R \\ \langle x(t) \rangle_1^I \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

La ecuación (4.23) muestra la relación entre las componentes de la transformada de Clarke con las componentes del filtro para la obtención de la TDFT en la frecuencia fundamental ω_0 de la Figura 4.2. De otro lado la componente f_0 para la señal trifásica f_{abc} analizada previamente, resulta en $f_0 = (3)^{1/2}F_0$, siendo F_0 el nivel de DC común a las tres líneas a , b y c , el cual se extrae con el filtro para $k = 0$ de la Figura 4.2 resultando,

$$f_0 = \sqrt{3}\tilde{x}_0^R$$

4.1.2 Resultados de simulación

Considerando el esquema de alimentación de la máquina de inducción mostrado en la Figura 3.10, con el cual se presenta un comportamiento de la corriente de estator (fase a) como el indicado en la Figura 3.14, se le aplica la transformación de Clarke de (2.5) a las señales trifásicas de corriente de estator para obtener estas corrientes en el marco de referencia α - β y se comparan con las señales entregadas por (4.23).

Primero se alimenta el motor con un sistema de tensiones sinusoidales sin la presencia del inversor, los resultados se ilustran en la Figura 4.3a; posteriormente se tiene en cuenta la presencia del inversor y se ve el comportamiento de las corrientes en α - β en la Figura 4.3b.

De los resultados mostrados en la Figura 4.3 se puede decir que el filtro diseñado muestra una muy buena respuesta, tanto para el caso de un sistema compuesto por señales de un solo componente de frecuencia como lo indica la Figura 4.3a y aun mejor para el caso mostrado en la Figura 4.3b donde es clara su supremacía ante la transformada clásica de coordenadas α - β , pues permite solo el paso de la componente fundamental, eliminando las componentes de frecuencia que están sobre la fundamental. El inconveniente que presenta la implementación de este filtro es el hecho de que necesita un conjunto de muestras dado el comportamiento dinámico del filtro, luego existe un tiempo de convergencia o tiempo transitorio para obtener los valores correctos, el tiempo de este transitorio inicial es del orden de la mitad del periodo de la fundamental, tal como se puede observar en la Figura 4.4 donde se ilustra la componente α de la corriente de estator obtenida tanto por el filtro como por la transformación de Clarke.

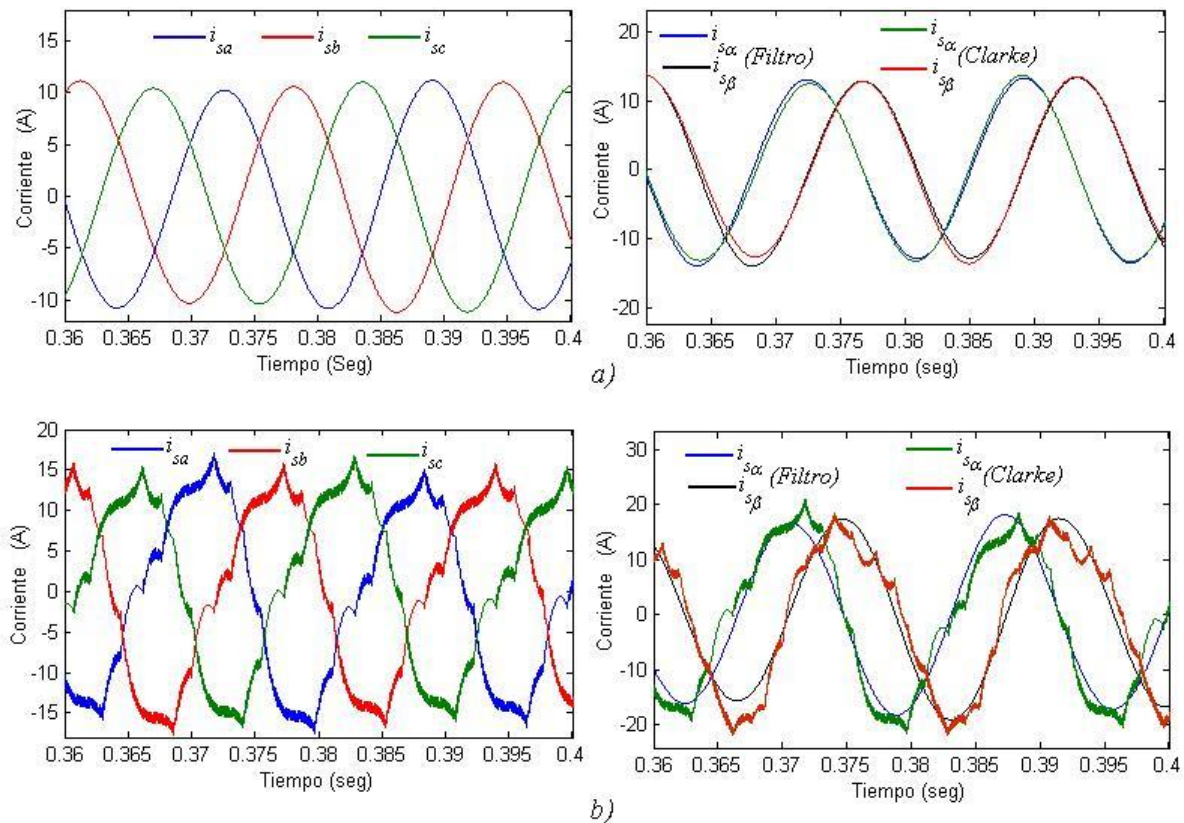


Figura 4.3 Comparación entre la transformación de coordenadas de Clarke (2.5) y el filtro digital (4.23), a) corrientes de estator en variables de la maquina sin presencia del inversor y su respectiva transformación, b) corrientes de estator en variables de la maquina con presencia del inversor y su respectiva transformación.

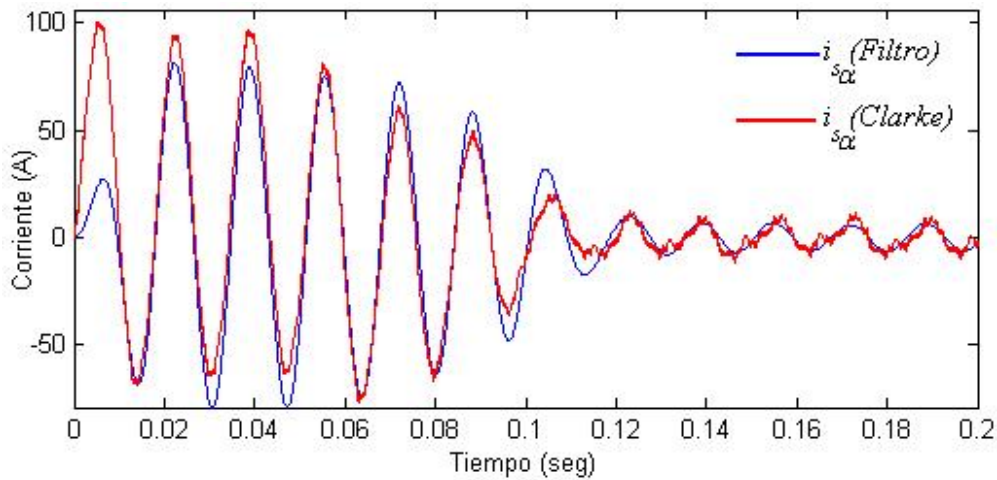


Figura 4.4 Corriente $I_{s\alpha}$ dada tanto por la transformación de Clarke como por el filtro digital.

4.2 Diseño del controlador

Para el esquema de control propuesto en la Figura 4.1 con el filtro diseñado se probó inicialmente un controlador PID convencional como se expone en [42] y luego con un control por modelo interno el cual se expuso en [43] tomando como base el estudio realizado en [7]. En estos controladores no se usó un observador de flujo de rotor tan solo se estimó su valor desde el modelo según el enfoque presentado en [42]. A pesar de que las respuestas obtenidas con estos controladores fueron buenas hubo dificultades importantes para encontrar las condiciones iniciales desde donde estos controles lineales lograrán iniciar de forma segura, especialmente ante incertidumbres del modelo. Ya que el desempeño no fue satisfactorio se exploró el usar un observador dinámico y un control no lineal que permitan garantizar que el control haga lo correcto independientemente de las condiciones iniciales del sistema y aun en presencia de incertidumbre paramétrica.

4.2.1 Control por Modo Deslizante

El Control por Modo Deslizante (SMC^{††}) es un caso especial de Control por Estructura Variable (VSC^{‡‡}), descritas en [47]. Las técnicas de SMC han sido empleadas en diversos sistemas, por las ventajas desde el punto de vista de robustez que presenta en su aplicación para el control de sistemas no lineales, variantes en el tiempo y sistemas con incertidumbre.

^{††} Por sus siglas en inglés *Sliding Mode Control*

^{‡‡} *Variable Structure Control*

La metodología de diseño de un controlador por modos deslizantes implica dividir el problema en dos sub problemas de menor dimensión: primero establecer la dinámica de la superficie de deslizamiento, que debe ser estable y puede ser lineal, diseñando entonces, la superficie que es la encargada de regir el comportamiento del sistema cuando se encuentra en modo de deslizamiento. Luego se diseña una ley de control que garantice que las trayectorias cerca a la superficie de deslizamiento conduzcan a la superficie.

Una vez que el sistema es atrapado en la superficie, donde la estructura y los parámetros han sido establecidos por el diseñador, la dinámica a lazo cerrado viene determinada completamente por las ecuaciones que la definen y es independiente de las perturbaciones en los parámetros del sistema (dentro de la región de atracción a la superficie), de esta manera se logra una excelente robustez.

De acuerdo a lo dicho, el objetivo consiste en construir un control conmutado $U = [u_\alpha \ u_\beta]^T$ para llevar los estados del motor rápidamente a la superficie de deslizamiento $S = [S_1 \ S_2]^T$. Para esta parte se tomó como base el trabajo realizado en [49], donde se definió la siguiente superficie de deslizamiento y cuya justificación será clara en lo que sigue:

$$\begin{cases} S_1 = \frac{k_1}{\mu}(w_m - w_{ref}) + (i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}) - \frac{T_L}{J\mu} - \frac{\dot{w}_{ref}}{\mu} \\ S_2 = \frac{\tau_r}{2}k_2(\psi - \psi_{ref}) + [L_m(i_{s\alpha}\psi_{r\alpha} + i_{s\beta}\psi_{r\beta}) - \psi] - \dot{\psi}_{ref} \frac{\tau_r}{2} \end{cases} \quad (4.24)$$

donde $k_1, k_2 > 0$, \dot{w}_{ref} y $\dot{\psi}_{ref}$ son las derivadas en el tiempo de las referencias de velocidad y flujo de rotor. Para $S \equiv 0$ se tiene que (4.24) es:

$$\begin{cases} \mu(i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}) - \frac{T_L}{J} = -k_1(w_m - w_{ref}) + \dot{w}_{ref} \\ \frac{2}{\tau_r} [L_m(i_{s\alpha}\psi_{r\alpha} + i_{s\beta}\psi_{r\beta}) - \psi] = -k_2(\psi - \psi_{ref}) + \dot{\psi}_{ref} \end{cases} \quad (4.25)$$

Reemplazando los términos de (4.25) en el modelo dinámico del motor se obtiene:

$$\begin{cases} \dot{w}_m = \mu(i_{s\beta}\psi_{r\alpha} - i_{s\alpha}\psi_{r\beta}) - \frac{T_L}{J} \\ \dot{\psi} = \frac{2}{\tau_r} [L_m(i_{s\alpha}\psi_{r\alpha} + i_{s\beta}\psi_{r\beta}) - \psi] \end{cases}$$

En donde $\psi = \psi_{r\alpha}^2 + \psi_{r\beta}^2$, con esto se tiene que:

$$\begin{cases} \dot{w}_m = -k_1(w_m - w_{ref}) + \dot{w}_{ref} \\ \dot{\psi} = -k_2(\psi - \psi_{ref}) + \dot{\psi}_{ref} \end{cases}$$

Reorganizando esto es:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}(w_m - w_{ref}) = -k_1(w_m - w_{ref}) \\ \frac{\partial}{\partial t}(\psi - \psi_{ref}) = -k_2(\psi - \psi_{ref}) \end{cases} \quad (4.26)$$

Consecuentemente, lo que (4.26) indica es que luego de alcanzado $S \equiv 0$, la velocidad del rotor y la magnitud del flujo de rotor van a converger exponencialmente a sus referencias siempre que $k_1 > 0$ y $k_2 > 0$. De esta manera, para seguir las referencias (note que se permite que las referencias puedan ser variables en el tiempo), es suficiente hacer la superficie de deslizamiento S atractiva e invariante. Continuando con los desarrollos hechos en [49], dada la superficie de deslizamiento $S = [S_1 \ S_2]^T$ definida en (4.24) la siguiente ley de control conmutada garantiza que S es atractiva e invariante, $U = U_i + U_e$ la cual tiene la forma:

$$\begin{cases} \mathbf{U}_i = -\mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} u_{01} & 0 \\ 0 & u_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix} \\ \mathbf{U}_e = -\mathbf{G}^{-1} \mathbf{F} \end{cases} \quad (4.27)$$

donde,

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \begin{bmatrix} Q \\ O \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \frac{1}{\sigma L_s} \begin{bmatrix} -\psi_{r\beta} & \psi_{r\alpha} \\ L_m \psi_{r\alpha} & L_m \psi_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} u_{01} > |Q| \\ u_{02} > |O| \end{cases} \\ Q &= \left(k_1 - \frac{1}{\tau_r} - \gamma \right) f_2 - k_1 \frac{T_L}{\mu J} - \frac{p}{2} w_m (f_1 + \delta \psi), \\ O &= \left(\frac{\tau_r k_2}{2} - 1 \right) \dot{\psi} + L_m \left(\frac{L_m}{\tau_r} f_3 - \left(\frac{1}{\tau_r} + \gamma \right) f_1 + \frac{\delta}{\tau_r} \psi + \frac{p}{2} w_m f_2 \right) \\ f_1 &= i_{s\alpha} \psi_{r\alpha} + i_{s\beta} \psi_{r\beta}, \quad f_2 = i_{s\beta} \psi_{r\alpha} - i_{s\alpha} \psi_{r\beta}, \quad f_3 = i_{s\alpha}^2 + i_{s\beta}^2 \end{aligned}$$

Ahora, se comprueba que S sea atractiva e invariante. Para ello se hace uso de la siguiente función de *Lyapunov* cuadrática, de acuerdo a [49]: $V = 0.5S^T S$. Su derivada temporal es $\dot{V} = S^T \dot{S}$ con,

$$\dot{S} = \begin{bmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{F} + \mathbf{G}U_i$$

donde,

$$U_i = \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{i2} \end{bmatrix} = -G^{-1} \begin{bmatrix} u_{01} & 0 \\ 0 & u_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix}$$

\dot{S} se puede reescribir como:

$$\dot{S} = \mathbf{F} - \begin{bmatrix} u_{01} & 0 \\ 0 & u_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix}$$

la superficie S es atractiva si $S^T \dot{S} < 0$, por lo tanto,

$$S^T \left(\mathbf{F} - \begin{bmatrix} u_{01} & 0 \\ 0 & u_{02} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(S_1) \\ \text{sign}(S_2) \end{bmatrix} \right) < 0, \text{ siempre que, } \begin{cases} u_{01} > |Q| \\ u_{02} > |O| \end{cases}$$

luego se podría tomar a $u_{01} = \bar{Q}$ y $u_{02} = \bar{O}$ con,

$$\bar{Q} = \left| \left(k_1 - \frac{1}{\tau_r} - \gamma \right) f_2 - k_1 \frac{T_L}{\mu J} - \frac{p}{2} w_m (f_1 + \delta \psi) \right| + k_1 \frac{T_L \max}{\mu J}$$

$$\bar{O} = \left| \left(\frac{\tau_r k_2}{2} - 1 \right) \dot{\psi} + L_m \left(\frac{L_m}{\tau_r} f_3 - \left(\frac{1}{\tau_r} + \gamma \right) f_1 + \frac{\delta}{\tau_r} \psi + \frac{p}{2} w_m f_2 \right) \right|$$

donde T_{Lmax} es la carga máxima sobre la maquina asíncrona. Además, en $S = 0$ es invariante si $\dot{S} = 0$ esto indica:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{F} + \mathbf{G}U_e \Leftrightarrow U_e = -\mathbf{G}^{-1}\mathbf{F}$$

Un resultado similar se presenta en [50]. Sin embargo, la ley (4.27) difiere de la descrita en [50], donde el autor da los conceptos básicos, matemáticos y aspectos de diseño en sistemas de estructura variable, además la ley de control propuesta no

está definida cuando la magnitud del flujo de rotor es cero. La ventaja más importante del modo *Sliding* es su capacidad de robustez. Efectivamente, se puede fácilmente mostrar que si bien hubiera errores en el modelado del sistema, entonces la superficie de deslizamiento es aun atractiva supuesto que las ganancias del controlador u_{o1} y u_{o2} son suficientemente grandes.

Por otro lado es bien conocido que las técnicas en modo *Sliding* generan un efecto *chattering* indeseado; este problema puede ser remediado reemplazando la función de conmutación por una función continua en relación a la superficie de deslizamiento, esto es,

$$\text{sign}(S_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } S_i > \lambda_i \\ -1 & \text{if } S_i < -\lambda_i \\ \frac{S_i}{\lambda_i} & \text{if } |S_i| < \lambda_i \end{cases} \quad \text{donde } \lambda_i > 0 \quad (4.28)$$

donde λ_i es un parámetro que establece el límite de la región de conmutación, es decir es el límite de la zona de histéresis de la función. No obstante, el introducir esta forma de saturación también traerá como consecuencia error de régimen permanente.

4.2.2 Flujo de referencia

De acuerdo a la ley de control (4.27) resulta conveniente comprender como establecer una referencia del cuadrado del flujo ψ , a partir de consideraciones físicas, para ello, se debe tener en cuenta que por debajo de la carga nominal, manteniendo el par constante, la potencia mecánica del motor se incrementa linealmente con la velocidad hasta llegar a la potencia nominal, la cual se alcanza cuando la velocidad del motor es igual a su valor nominal. En este rango de operación, el flujo se mantiene constante e igual a su valor nominal, esto se muestra en [51].

Dado que la potencia mecánica es proporcional al par y su valor nominal se alcanza cuando la velocidad del motor es igual a la velocidad nominal, si se desea trabajar el motor por encima de su velocidad nominal, la producción de par debe ser reducida lo que implica a su vez, que el flujo debe disminuir a un valor que permita mantener el voltaje de fase nominal y alcanzar los niveles de velocidad requeridos. Cuando se opera en rangos de velocidad extendida, el par nominal en el motor necesita establecerse en un valor tal que mantenga las corrientes de fase en un nivel menor o igual a su valor nominal, esto se muestra en [51]. Para el caso de esta tesis, el motor trabajara en rangos de velocidad menores a la nominal, por lo que el flujo de referencia para el rango de velocidad normal se halla cuando el motor está operando a plena carga en estado estable y su valor es constante.

La potencia generada por una maquina asíncrona es proporcional al par generado y a la velocidad mecánica es decir:

$$P_{gen} = T_{gen} \omega_m \quad (4.29)$$

Esta potencia generada está distribuida en lo que es la potencia real de salida y las perdidas por rotación o perdidas mecánicas que existen en el movimiento del rotor, si se considera que el efecto de estas pérdidas no es considerable se podría decir que la potencia de salida es proporcional a la potencia generada ($P_{out} \approx P_{gen}$). Por otro lado como lo demuestra [53] el par generado es función de los flujos de rotor y de estator, así como del ángulo de potencia entre el rotor y el estator, de la forma:

$$T_{gen} = cte \frac{p}{2} \psi_r \psi_s \sin\left(\frac{p}{2} \theta_{rs}\right)$$

Donde p es numero de polos y la cte tiene que ver con la reluctancia y el espacio de aire entre rotor y estator. De esta expresión el flujo de estator ψ_s tiene relación directa con la corriente de estator y la inductancia de estator L_s , el ángulo de potencia entre flujo de rotor y estator θ_{rs} está relacionado con la inductancia mutua L_m , de acuerdo con el desarrollo hecho en [52] se llevo a que:

$$T_{gen} = \frac{p}{2} \psi_r \frac{L_m}{L_r} i_s \quad (4.30)$$

Reemplazando (4.30) en (4.29) y evaluando en los valores nominales de potencia de salida, corriente de estator y velocidad mecánica, se tiene que el flujo nominal estaría dado por:

$$\psi_n = \frac{2L_r P_{out_n}}{L_m p (i_{s_n}) \omega_{m_n}} \quad (4.31)$$

4.3 Observador de estados.

Un observador de estados modela un sistema real para proporcionar una estimación de sus estados internos, en el caso de la maquina asíncrona permite estimar las variables eléctricas del rotor dado que estas no son medibles. Para el esquema de control propuesto (Figura 4.1) se probó el diseño de dos observadores, uno lineal (*Luenberger*) y otro no lineal (*Sliding*). El observador lineal se considero en este caso

por el hecho de que en cada periodo de muestreo el sistema puede verse como un sistema lineal, el cual se actualiza en cada periodo de muestreo. Pero se debe tener en cuenta que este observador requiere cálculo en línea de las ganancias y además no es robusto a variaciones de parámetros, mientras el observador no lineal permite trabajar con el modelo exacto del motor, es robusto y no requiere el cálculo en línea de la ganancia.

4.3.1 Observador de Luenberger.

Esta sección se basa en el trabajo realizado en [44] tomando los resultados más relevantes. El observador de *Luenberger* básico es un observador determinístico el cual puede ser aplicado solamente para la estimación de estados en sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI^{§§}) descritos de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t)\end{aligned}\tag{4.32}$$

En este caso el observador de *Luenberger* esta descrito por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{L}[\mathbf{y}(t) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)] \\ \hat{\mathbf{y}}(t) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(t)\end{aligned}\tag{4.33}$$

donde, el índice $\hat{}$ denota valores estimados, $\hat{\mathbf{x}}(t)$ es el vector de estados observado y \mathbf{L} es la matriz de ganancias del observador, la cual es seleccionada de tal forma que el sistema pueda ser estable.

Ahora, si se considera el error de estimación de estado $\tilde{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t)$ entonces se tendrá:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\tilde{\mathbf{x}}(t)$$

luego, el error dinámico es entonces dado por la expresión (4.34) el cual es función de las condiciones iniciales:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{x}}(0) &= \mathbf{x}(0) - \hat{\mathbf{x}}(0) \\ \tilde{\mathbf{x}}(t) &= \exp[(\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})t]\tilde{\mathbf{x}}(0)\end{aligned}\tag{4.34}$$

Dado que, el motor de inducción es un sistema no lineal donde el estado de la matriz \mathbf{A} es función de la velocidad mecánica, \mathbf{L} debe ser actualizada cada periodo de muestreo. Por lo tanto, es importante considerar la velocidad mecánica como un parámetro del de la matriz \mathbf{A} .

^{§§} Por sus siglas en ingles *Linear Time Invariant*

La ecuación de estado del motor de inducción expresada en el marco de referencia estacionario es dada por (2.12), la cual tiene la forma de (4.32). Con $\mathbf{x} = [i_{sa} \ i_{s\beta} \ \psi_{ra} \ \psi_{r\beta}]^T$ como vector de estado, $\mathbf{u} = [V_{sa} \ V_{s\beta}]^T$ es el vector de entrada y $\mathbf{y} = [i_{sa} \ i_{s\beta}]^T$ es el vector de salida.

4.3.1.1 Determinación de la matriz de ganancia L

Para asegurar que el error de estimación disminuya con el tiempo para cualquier $\tilde{\mathbf{x}}(0)$, se podría seleccionar la matriz de ganancia del observador L tal que $(A-LC)$ sea asintóticamente estable. Por consiguiente, la matriz de ganancia del observador podría ser determinada haciendo que todos los autovalores de $(A-LC)$ tengan parte real negativa.

Para asegurar estabilidad (en todas las velocidades), el procedimiento convencional consiste en seleccionar los polos de observador proporcionales a los polos del motor, lo cual se justifica en [46]. Esto hace que el observador sea dinámicamente más rápido que la máquina de inducción. De esta manera usando la técnica convencional de ubicación de polos, donde la matriz de ganancia se obtendría según [46], como:

$$L = - \begin{bmatrix} l_1 & 0 & 0 & -l_2 \\ 0 & l_1 & l_2 & 0 \\ l_3 & 0 & 0 & -l_4 \\ 0 & l_3 & l_4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Ahora, se determinan los autovalores de la matriz A , para lo cual se reagrupan los términos de las matrices del modelo del motor (2.12) de la forma:

$$A = \begin{bmatrix} -\gamma \mathbf{I}_2 & \delta \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - w_m \mathbf{I}_* \right) \\ \frac{L_m}{\tau_r} \mathbf{I}_2 & - \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - w_m \mathbf{I}_* \right) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_* = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

quedando,

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \begin{vmatrix} \lambda + \gamma \mathbf{I}_2 & -\delta \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - w_m \mathbf{I}_* \right) \\ -\frac{L_m}{\tau_r} \mathbf{I}_2 & \lambda + \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - w_m \mathbf{I}_* \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.36)$$

luego, el polinomio característico de (4.36) es:

$$\lambda^2 + (a + b)\lambda + b(a - c) = 0 \quad (4.37)$$

donde $a = \gamma \mathbf{I}_2$, $b = \mathbf{I}_2/\tau_r - w_m \mathbf{I}_*$ y $c = \delta L_m/\tau_r$. Para los autovalores de la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{LC})$ se tiene:

$$\det(\lambda_o \mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{LC})) = \begin{vmatrix} \lambda_o + \gamma \mathbf{I}_2 + \mathbf{L}_1 & -\delta \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - w_m \mathbf{I}_* \right) \\ -\frac{L_m}{\tau_r} \mathbf{I}_2 + \mathbf{L}_2 & \lambda_o + \left(\frac{1}{\tau_r} \mathbf{I}_2 - w_m \mathbf{I}_* \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.38)$$

el polinomio característico para (4.38) es de la forma:

$$\lambda_o^2 + (a + b + L_1)\lambda_o + b(a - c + L_1 + \delta L_2) = 0 \quad (4.39)$$

haciendo que los autovalores del observador de *Luenberger* sean proporcionales a los del motor. Esto significa que $\lambda_o = k\lambda$, reemplazando esta igualdad en (4.39) se llega a:

$$k^2 \lambda^2 + (a + b + L_1)k\lambda + b(a - c + L_1 + \delta L_2) = 0 \quad (4.40)$$

Igualando las soluciones de (4.40) y de (4.37) se obtienen los siguientes resultados para los parámetros de (4.35):

$$\begin{cases} l_1 = -(k-1) \left(\gamma + \frac{1}{\tau_r} \right) \\ l_2 = (k-1) w_m \\ l_3 = -\frac{(k^2-1)}{\delta} \left[\gamma - \frac{\delta L_m}{\tau_r} \right] + \frac{(k-1)}{\delta} \left[\gamma + \frac{1}{\tau_r} \right] \\ l_4 = -\frac{(k-1)}{\delta} w_m \end{cases}$$

Con k como constante de proporcionalidad, la cual es usualmente pequeña para reducir la sensibilidad al ruido. Para este observador se fijo el valor de $k = 0.9$.

4.3.2 Observador Sliding.

El Modo *Sliding* es una técnica que permite diseñar observadores con algunas ventajas, como por ejemplo ser robusto frente a perturbaciones o errores de modelo. En esta sección se presenta el diseño de un observador no lineal para el flujo de rotor dado que no es posible la medición directa de esta variable en las maquinas de rotor tipo jaula de ardilla. El método usado se basa en la reconstrucción asintótica de una ley de control estabilizante la cual no requiere de una dinámica cero estable, ni de la construcción de una función de *Lyapunov* para la estabilidad del sistema en lazo cerrado, y trata de forma unificada el problema de determinar los parámetros desconocidos y los estados no medidos.

Con base en la metodología propuesta en [48], se debe reescribir el modelo del motor dado por las ecuaciones (2.12) y (2.16) de la forma,

$$\begin{aligned}\dot{\eta} &= A(y, u)\eta + B(y, u) \\ \dot{y} &= \Psi_0(y, u) + \Psi_1(y, u)\eta\end{aligned}\quad (4.41)$$

con,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_r} & -\frac{p}{2}w_m \\ -\frac{p}{2}w_m & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{L_m}{\tau_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix},$$

$$\Psi_0 = \begin{bmatrix} -\gamma i_{s\alpha} + \frac{v_{s\alpha}}{\sigma L_s} \\ -\gamma i_{s\beta} + \frac{v_{s\beta}}{\sigma L_s} \\ -\frac{f_r w_m}{J} - \frac{T_L}{J} \end{bmatrix}, \quad \Psi_1 = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\tau_r} & \frac{\delta p w_m}{2} \\ -\frac{\delta p w_m}{2} & \frac{\delta}{\tau_r} \\ \mu i_{s\beta} & -\mu i_{s\alpha} \end{bmatrix}, \quad \eta = \begin{bmatrix} \psi_{r\alpha} \\ \psi_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ w_m \end{bmatrix}$$

donde y denota las salidas medidas y η los estados no medidos y u la entrada de control. De acuerdo a [48], conjuntamente con el sistema (4.41) se considera una salida de desempeño definida como,

$$\rho = h(y, \eta) \quad (4.42)$$

para alguna aplicación $h(\cdot)$. Se tiene el siguiente problema de regulación: considere el sistema (4.41) y la variable de desempeño definida en (4.42), se requiere encontrar una ley de control por realimentación dinámica de salida, descrita por ecuaciones de la forma,

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\eta}} &= \pi(y, \hat{\eta}), \\ u &= \alpha(y, \eta),\end{aligned}\tag{4.43}$$

tal que todas las trayectorias del sistema en lazo cerrado (4.41)-(4.43) sean acotadas y, además,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho(t) = 0\tag{4.44}$$

Se hace notar que en general $\rho = 0$, no implica que $y = 0$ y $\eta = 0$. La variable de desempeño ρ ha sido introducida porque, en general, no es posible regular el estado completo (y, η) a cero (o para un punto de equilibrio deseado). Esto permite tratar, adicionalmente, el caso de control adaptativo, cuando η contiene parámetros desconocidos.

El problema de la regulación de salida del sistema (4.41) puede ser resuelto por aplicación de la una proposición formulada en [48], la cual establece que si se conoce completamente una ley de control robusta $\alpha^*(y, u)$, tal como la indicada en (4.27), donde todas las trayectorias del sistema en lazo cerrado están definidas, entonces existe una aplicación $\beta(y)$ tal que el sistema,

$$\dot{z} = \left(A(y, u) - \frac{\partial \beta}{\partial y} \Psi_1(y, u) \right) z\tag{4.45}$$

es uniforme y globalmente estable para cualquier par (y, u) ; adicionalmente, $z(t)$ es tal que, para cualquier par (y, η) fijo,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\alpha(y, \eta + z(t))] = \alpha(y, \eta)\tag{4.46}$$

entonces, existe una ley de control dinámica de realimentación de salida descrita por ecuaciones de la forma (4.43), que resuelve el problema de regulación por realimentación de salida,

$$u = \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y))\tag{4.47}$$

en donde M es una matriz invertible y $\hat{\eta}$ son los estados estimados. Observar que z puede verse como una entrada acotada que perturba al sistema (4.41) controlado por

la ley $\alpha^*(y, u)$, pero que, en virtud de la suposición de que el estado (y, η) es estable. Además, se puede tener una condición más estricta que garantice,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0, \quad (4.48)$$

para todo y y u . Bajo estas condiciones, $\hat{\eta}$ puede usarse para construir una estimación asintótica de los estados no medidos η , obteniéndose el controlador dinámico de realimentación de salida,

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}} &= M^{-1} \left[\mathbf{A}(M\hat{\eta} + \beta(y)) + \mathbf{B} - \frac{\partial \beta}{\partial y} (\Psi_0 + \Psi_1(M\hat{\eta} + \beta(y))) \right] \\ u &= \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y)) \end{aligned} \quad (4.49)$$

El hecho de que exista una aplicación $\beta(y)$ que cumpla las condiciones de estabilidad y uniformidad comentadas anteriormente, significa que es posible reconstruir asintóticamente la ley de control de información completa $\alpha^*(y, u)$ a partir de la ley de control dinámica (4.49). Notar que el estado no medido η en la ley de control de información completa es reemplazado en la ley de control por realimentación de la salida (4.49) por el término $M\hat{\eta} + \beta(y)$.

De este modo, el observador de flujo de rotor *Sliding* se diseña usando la información de la ley de control dada por (4.27) reemplazando los términos no observables por los términos adecuados como se describió anteriormente, y considerando la condición de uniformidad y estabilidad global de (4.45), de tal manera que la condición de convergencia (4.46) se satisface; si para este propósito se selecciona que,

$$A(y, u) - \frac{\partial \beta}{\partial y} \Psi_1(y, u), \quad (4.50)$$

tenga todos sus autovalores negativos. Para garantizar esta condición el diseño de $\frac{\partial \beta}{\partial y}$ se realiza mediante asignación de polos y $\psi_1(y, u)$ se selecciona definida positiva.

Con el fin de garantizar estabilidad asintótica de la dinámica del error, los autovalores de (4.50), deben ubicarse en el semiplano izquierdo del plano complejo, de esta manera se satisfacen las condiciones de las ecuaciones (4.46) y (4.48). La ubicación de los polos deseados permite especificar la velocidad de convergencia del observador en la reconstrucción asintótica de la ley de control. Así, es posible diseñar un observador tal que su dinámica sea más rápida que la del controlador. Para nuestro caso, esto se garantiza si $\frac{\partial \beta}{\partial y}$ es definido como,

$$\frac{\partial \beta}{\partial y} = \begin{bmatrix} \frac{2\chi\tau_r - 1}{\delta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\chi\tau_r - 1}{\delta} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

donde, los autovalores de (4.50) pueden ser ubicados arbitrariamente en $\lambda_{1,2} = (-2 \pm jpw_m\tau_r)\chi$ y consecuentemente, ambos con parte real negativa. Los valores para los parámetros de este observador se fijaron en $\chi = 50$ y $M = 20I(2,2)$.

4.4 Resultados de simulación

Con los resultados obtenidos en las secciones de este capítulo se procede a implementar el esquema de control de la Figura 4.1. Primero se comprueba el desempeño de los observadores de estado descritos en la sección 4.3, para ello se alimenta tanto al observador lineal como al no lineal con la velocidad mecánica y las corrientes de estator obtenidas por medio del filtro digital diseñado en la sección 4.1, el error de estimación con cada tipo de observador se indican en la Figura 4.5 donde se ve una muy buena aproximación de los observadores siendo un poco mejor la obtenida con el observador lineal.

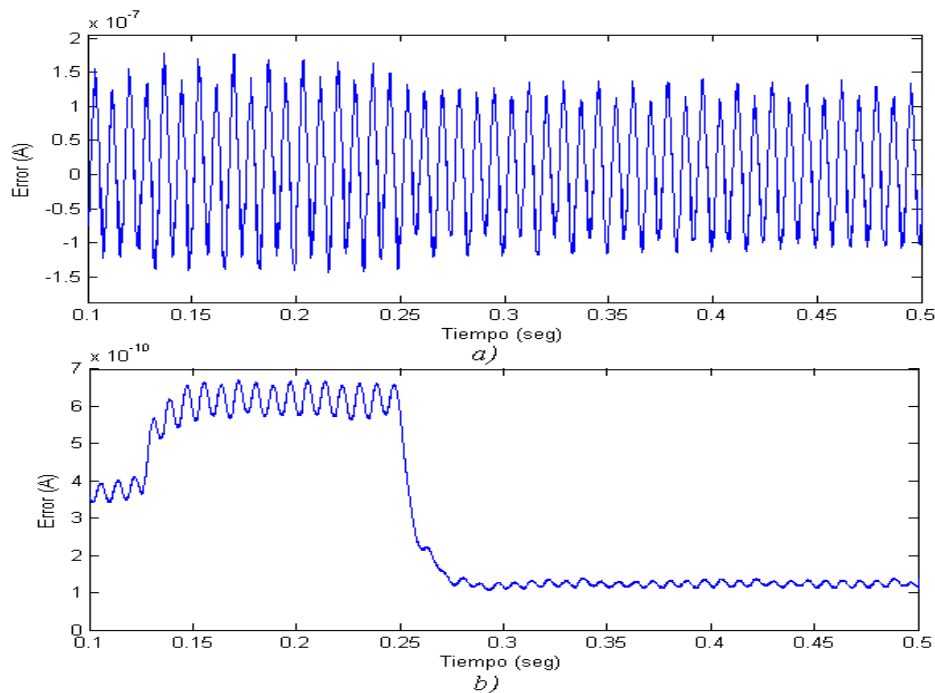


Figura 4.5 Error en la estimación de los flujos de rotor, a) Error con el observador Sliding, b) Error con el observador de Luenberger.

Para la implementación del esquema de control fue necesario reajustar algunos de los parámetros del filtro digital y del inversor para obtener una buena respuesta. Para el filtro se tiene que $N = 365$, $T_s = 4.5662e-005$, la frecuencia de conmutación del inversor es de 1.4 KHz , las constantes del controlador se fijaron en $k_1 = 650$ y $k_2 = 90$, los valores de λ_1 y λ_2 son 0.001 y 0.0002 respectivamente. En el modulador SVPWM, el distribuidor de estados cero $K_o(w_{mt})$ toma el valor de 0.5 para trabajar con una secuencia de conmutación SY-SVPWM.

Para verificar el comportamiento del controlador se aplicó un par de carga T_L que varía en el tiempo en la forma que se muestra en Figura 4.6, en la misma se indica el comportamiento del par motor ante la variación del par de carga. En la Figura 4.7 se puede observar el comportamiento de la velocidad de la maquina ante esta variación del par de carga, la respuesta cuando la velocidad inicial es cero se muestra en la Figura 4.7a, el cambio de la velocidad debido a la variación en la carga y el ajuste de esta por efecto del controlador se muestra en la Figura 4.7b. Debido a la acción del controlador las tensiones entregadas por el inversor son modificadas, por lo que las corrientes de estator también se ven afectadas tal como lo indica la Figura 4.8a, el contenido armónico de las corrientes de estator varía con forme que lo hacen estas, el THD para la corriente i_{sa} se muestra en la Figura 4.8b.

Para examinar el efecto que tiene la presencia del inversor en el contenido armónico de las corrientes de estator se probó el esquema de control (Figura 4.1) de dos maneras, primero se considero el inversor en la alimentación del motor y posteriormente se observa la respuesta sin considerarlo. Para ambos casos se dejaron fijos los parámetros del controlador. En la Figura 4.9 se observa el comportamiento de un tramo de la corriente i_{sa} y su distorsión armónica total en ese intervalo, con el inversor alimentando el motor se obtuvo un $THD = 39.16\%$ como se muestra en la Figura 4.9a y sin el inversor se obtuvo un $THD = 11.09\%$ tal como se aprecia en la Figura 4.9b, con lo cual se evidencia el efecto que tiene la presencia del inversor en la alimentación de las maquinas de inducción.

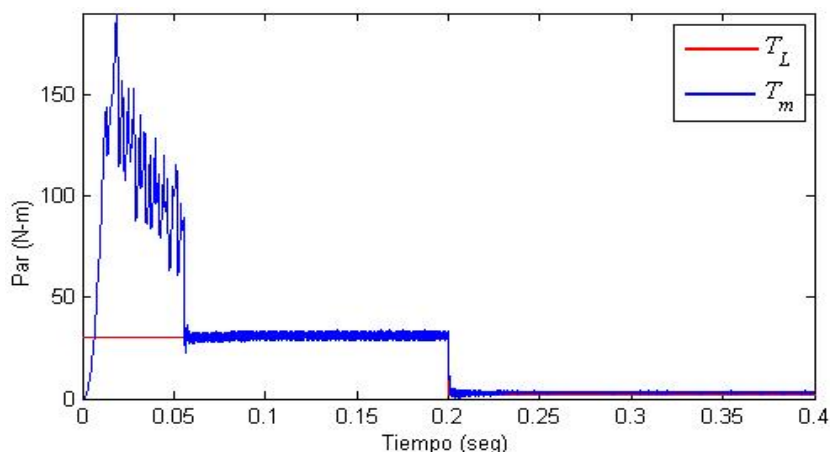


Figura 4.6 Comportamiento del par motor según el par de carga.

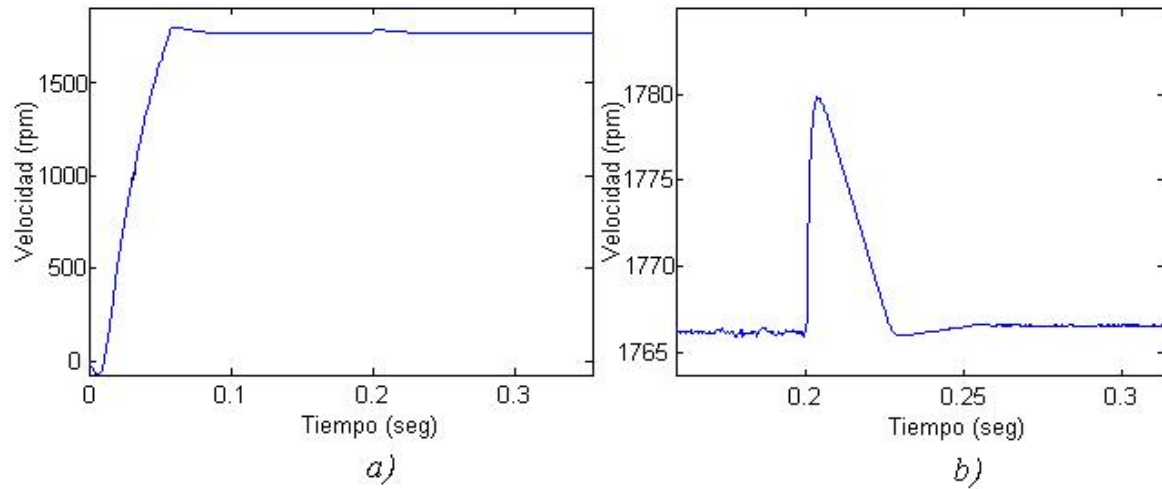


Figura 4.7 Comportamiento de la velocidad mecánica, *a)* Comportamiento con velocidad inicial cero, *b)* Comportamiento ante un disturbio en el par de carga.

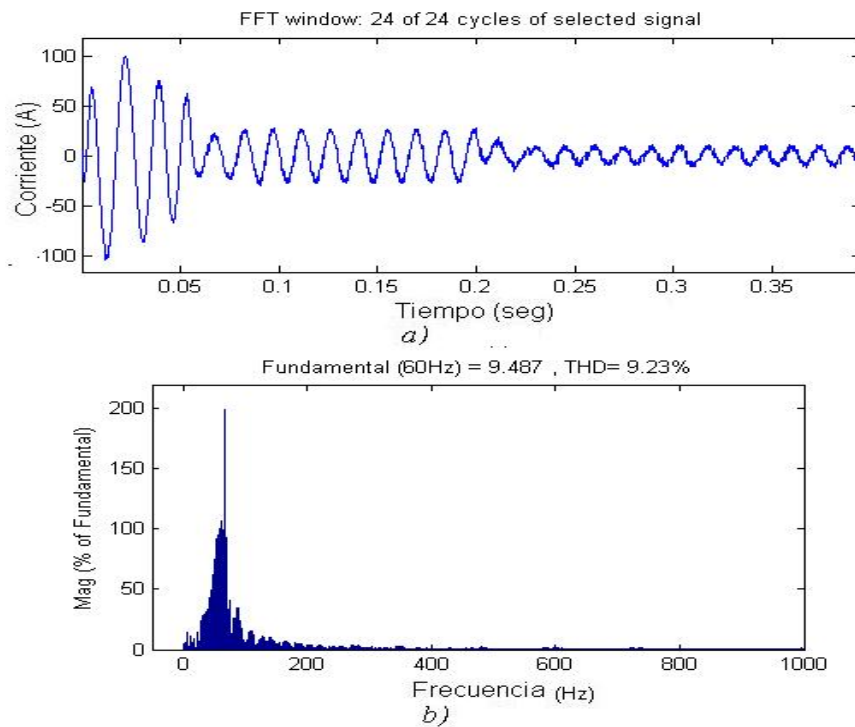


Figura 4.8 Comportamiento de las corrientes de estator, *a)* Corriente de fase i_{sa} *b)* Distorsión armónica total de i_{sa}

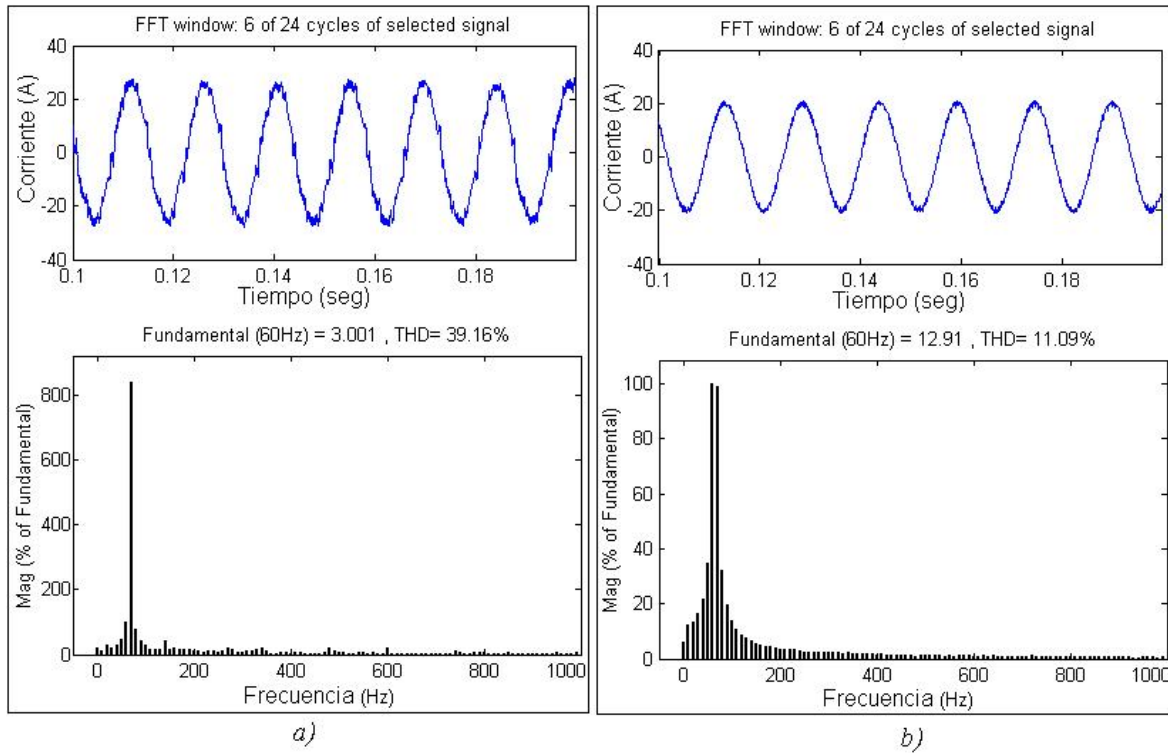


Figura 4.9 Distorsión armónica en un tramo de corriente de estator, *a)* Comportamiento y THD de i_{sa} con el inversor en el esquema de control, *b)* Comportamiento y THD de i_{sa} sin el inversor en el esquema de control.

5. Disminución del contenido armónico en las corrientes de estator

Luego de haber obtenido una buena respuesta en el control de velocidad, se establece un criterio para disminuir el contenido armónico en las corrientes de estator debido a la presencia del inversor en la alimentación de la maquina asíncrona. Para este fin se diseña un modulador con realimentación en lazo cerrado haciendo uso de un regulador LQR que permita modificar el distribuidor de estados cero de forma que disminuya el contenido armónico sin alterar la tarea de control de velocidad. La realimentación propuesta para el modulador SV-PWM en el esquema de control *Sliding* de velocidad del motor se muestra en la Figura 5.1. Los bloques y señales que componen este nuevo esquema se explicarán en el transcurso del capítulo.

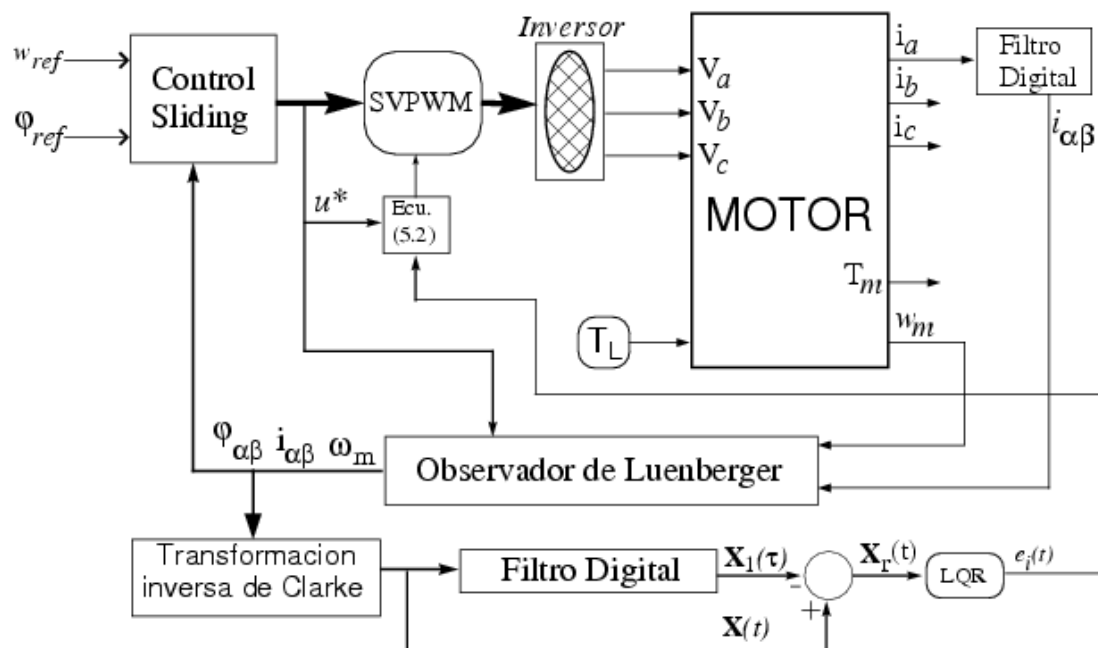


Figura 5.1 Control de velocidad para el motor de inducción con realimentación en el modulador para la disminución del contenido armónico.

5.1 Distribución de vectores nulos y señal de secuencia cero.

Como se menciona en la sección 3.2 de esta Tesis, en la modulación en espacio vectorial, se tiene que $T_0 + T_7 = T_s - T_k - T_{k+1}$, de donde es claro que hay infinitas posibilidades para la distribución de T_0 y T_7 . De acuerdo a la distribución de T_0 y T_7 la modulación SV-PWM es modificada. Una representación unificada para la distribución de estos vectores nulos es como se indicó en (3.9), donde $K_0(w_{mt})$ es llamado distribuidor de estados cero y su valor está comprendido entre 0 y 1. Para un valor de K_0 constante se tiene un tipo de modulación SV-PWM, de lo indicado en la en la sección 3.2 la modulación SV-PWM tiene relación con la modulación CB-PWM, es decir que es posible expresar la modulación SV-PWM como una CB-PWM con una señal de secuencia cero $e_i(t)$. Una representación unificada de $e_i(t)$ para la relación entre estos dos tipos de modulación se justifica en [55] la cual tiene la forma:

$$e_i(t) = K_0(1 - u_{\max}^*) + (1 - K_0)(-1 - u_{\min}^*) \quad (5.1)$$

Done u_{\max}^* y u_{\min}^* son los valores máximo y mínimo de las señales u_a^* , u_b^* y u_c^* . Reorganizando (5.1) se tiene que:

$$K_0 = \frac{e_i(t) + (1 + u_{\min}^*)}{2 - u_{\max}^* + u_{\min}^*} \quad (5.2)$$

Para corroborar si es válida la expresión (5.2) para el control de velocidad diseñado en el capítulo anterior, se calcula una señal de secuencia cero a partir de (5.1) haciendo uso de las señales definidas en (3.4) y un valor fijo de K_0 , la cual es adicionada a las señales moduladoras que gobiernan al SV-PWM. Posteriormente se toman las señales entregadas por el controlador *Sliding* u_a^* , u_b^* y u_c^* (estas señales se obtienen de aplicar la transformación inversa de Clarke a las señales $\alpha\beta$ dadas por el controlador) junto a la señal de secuencia cero dada por (5.1) y se determina K_0 de acuerdo a (5.2). Esto con el modulador trabajando con el valor de K_0 utilizado para calcular la señal de secuencia cero. La prueba se hace con tres señales de secuencia cero calculadas a partir de (5.1) las cuales se muestran en la Figura 5.2, los valores de K_0 obtenidos de acuerdo a (5.2) tomando los valores máximo y mínimo de las señales dadas por el controlador y con cada una de las señales de la Figura 5.2 se muestran en la Figura 5.3.

De los resultados obtenidos en la Figura 5.3 se puede decir que la expresión (5.2) ofrece una buena aproximación al valor del distribuidor de estados cero que está definido para el modulador SV-PWM.

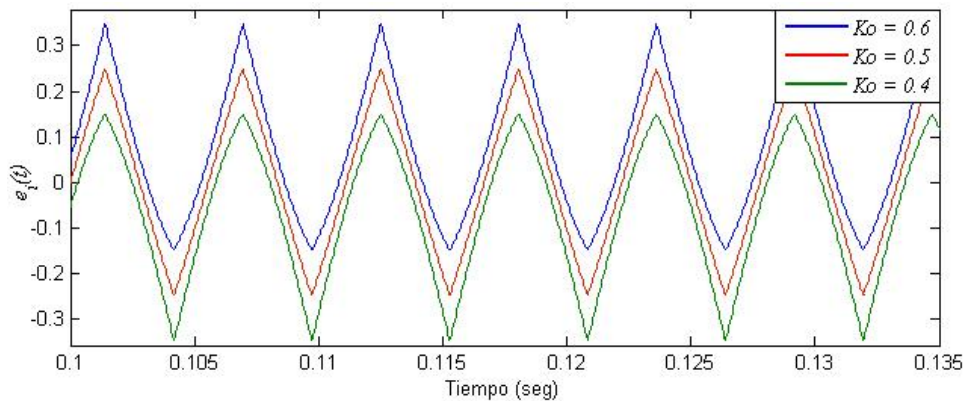


Figura 5.2 Señales de secuencia cero calculadas a partir de la expresión (5.1)

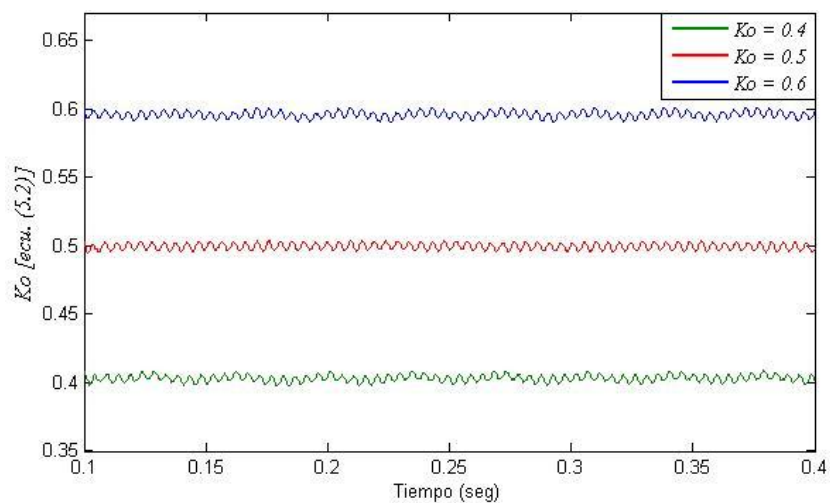


Figura 5.3 Valores de K_o obtenidos de acuerdo a la expresión (5.2)

5.2 Modulación SV-PWM con realimentación.

En esta sección se presenta la posibilidad de hacer una realimentación en lazo cerrado para el modulador por medio del distribuidor de estados cero (K_o) que permita modificar el contenido armónico en las corrientes de estator. Esta realimentación es uno de los aportes importante de este trabajo puesto que no se ha considerado en la literatura un lazo cerrado de control para el modulador y por consiguiente no se conoce una sistema parecido que permita comparar el desarrollo hecho en esta tesis en ese aspecto, por lo que se evalúa el sistema en lazo cerrado propuesto con la técnica en lazo abierto para el modulador.

El principio se basa en que, de acuerdo a la expresión (5.2) es posible establecer una señal de secuencia cero $e_i(t)$ que junto a las señales dadas por el controlador

determine un K_0 que ajuste el modulador SV-PWM de manera que se obtenga un menor contenido armónico en las corrientes de estator.

Entonces, dado que u_a^* , u_b^* y u_c^* se obtienen a partir del controlador luego de aplicar la transformación inversa de Clarke, estas señales corresponden a sinusoides puras en alguna frecuencia, en tanto que $e_i(t)$ puede considerarse como una señal de inyección de armónicos. Es decir que las señales dadas por el controlador tienen la forma de (3.3).

En la sección 4.1 de esta Tesis se obtuvo la relación entre las componentes α, β y las componentes GSSA, de esto, asumiendo que un modelo lineal del motor de inducción alrededor de su velocidad nominal en coordenadas $\alpha\beta$ es:

$$\dot{\mathbf{X}}_{\alpha\beta} = \mathbf{A}_{\alpha\beta} \mathbf{X}_{\alpha\beta} + \mathbf{B}_{\alpha\beta} \mathbf{U}_{\alpha\beta} \quad (5.3)$$

aplicando la transformación inversa de Clarke a (5.3) se obtiene el modelo lineal en coordenadas abc ,

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{X}(t) + \mathbf{B} \mathbf{U}(t) \quad (5.4)$$

Tomando el modelo de la maquina asíncrona definido en (2.12) y linealizándolo alrededor de su velocidad nominal $(w_m)_n$ y expresándolo en coordenadas de la maquina se tiene el modelo en la forma de (5.4) con,

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\gamma & \frac{\gamma}{3} & \frac{\gamma}{3} & \frac{2\delta}{3\tau_r} & -\frac{\delta}{3\tau_r} + \frac{p\delta(w_m)_n}{\sqrt{12}} & -\frac{\delta}{3\tau_r} - \frac{p\delta(w_m)_n}{\sqrt{12}} \\ \frac{\gamma}{3} & -\frac{2}{3}\gamma & \frac{\gamma}{3} & -\frac{\delta}{3\tau_r} - \frac{p\delta(w_m)_n}{\sqrt{12}} & \frac{2\delta}{3\tau_r} & -\frac{\delta}{3\tau_r} + \frac{p\delta(w_m)_n}{\sqrt{12}} \\ \frac{\gamma}{3} & \frac{\gamma}{3} & -\frac{2}{3}\gamma & -\frac{\delta}{3\tau_r} + \frac{p\delta(w_m)_n}{\sqrt{12}} & -\frac{\delta}{3\tau_r} - \frac{p\delta(w_m)_n}{\sqrt{12}} & \frac{2\delta}{3\tau_r} \\ \frac{2Lm}{3\tau_r} & -\frac{Lm}{3\tau_r} & -\frac{Lm}{3\tau_r} & -\frac{2}{3\tau_r} & \frac{1}{3\tau_r} - \frac{p(w_m)_n}{\sqrt{12}} & \frac{1}{3\tau_r} + \frac{p(w_m)_n}{\sqrt{12}} \\ \frac{Lm}{3\tau_r} & \frac{2Lm}{3\tau_r} & -\frac{Lm}{3\tau_r} & \frac{1}{3\tau_r} + \frac{p(w_m)_n}{\sqrt{12}} & -\frac{2}{3\tau_r} & \frac{1}{3\tau_r} - \frac{p(w_m)_n}{\sqrt{12}} \\ \frac{Lm}{3\tau_r} & -\frac{Lm}{3\tau_r} & \frac{2Lm}{3\tau_r} & \frac{1}{3\tau_r} - \frac{p(w_m)_n}{\sqrt{12}} & \frac{1}{3\tau_r} + \frac{p(w_m)_n}{\sqrt{12}} & -\frac{2}{3\tau_r} \end{bmatrix}$$

$$B = \frac{1}{3\sigma L_S} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad X(t) = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix}, \quad U(t) = \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \end{bmatrix}$$

donde U_a , U_b y U_c están dadas por (3.5). El trabajo desarrollado en [54] apoyado en la relación entre las coordenadas $\alpha\beta$ y GSSA, demostró que en caso de un sistema lineal, cada armónico de una fundamental es afectado con la misma dinámica que el sistema total, es decir que el modelo dinámico para el componente fundamental de (5.4) es de la forma,

$$\dot{\mathbf{X}}_1(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{X}_1(\tau) + \mathbf{B}\mathbf{U}_1(\tau) \quad (5.5)$$

siendo,

$$\mathbf{U}_1(\tau) = \begin{bmatrix} u_a^* \\ u_b^* \\ u_c^* \end{bmatrix}$$

Ahora, si es posible medir u observar los estados $\mathbf{X}(t)$ que en el caso del motor hace referencia a las corrientes de estator y a los flujos de rotor, estos están compuestos por una componente fundamental mas una cantidad de armónicos, entonces se puede decir que $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_1(\tau) + \mathbf{X}_r(t)$, siendo $\mathbf{X}_r(t)$ el aporte de todo el resto de armónicos. Dada la linealidad de (5.4) se evidencia que $\mathbf{X}_r(t)$ será producto de una señal $\mathbf{U}_r(t)$, con lo cual se puede decir que,

$$\mathbf{X}_r(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_1(\tau)$$

$$\dot{\mathbf{X}}_r(t) = \dot{\mathbf{X}}(t) - \dot{\mathbf{X}}_1(\tau)$$

de donde se obtiene el modelo en variables abc del comportamiento dinámico de los armónicos:

$$\dot{\mathbf{X}}_r(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}_r(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}_r(t) \quad (5.6)$$

Puesto que $\mathbf{U}(t)$ es de la forma (3.3) y como se define en (3.5), $\mathbf{U}_r(t)$ tendría la forma:

$$\mathbf{U}_r(t) \equiv \frac{V_{dc}}{2} \begin{bmatrix} e_i(t) \\ e_i(t) \\ e_i(t) \end{bmatrix}$$

Como se observa en el esquema de la Figura 5.1 en donde $X_r(t)$ puede medirse u observarse, luego, es posible diseñar un regulador para obtener $U_r(t)$ tal que $X_r(t) = 0$. Entonces, al obtener $U_r(t)$ se calcularía una señal de secuencia cero $e_i(t)$ que al evaluarla en (5.2) proporcione un valor de K_o para realimentarlo al modulador y así, afectar el contenido armónico de las corrientes de estator.

5.2.1 Regulador LQR.

La ecuación (5.6) representa el modelo dinámico de todos los componentes de frecuencia excepto el fundamental, llamaremos a (5.6) modelo remanente. En este modelo remanente interesa ver el comportamiento de las corrientes de estator por lo que el modelo de la planta sería:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_r(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}_r(t) + \mathbf{B}\mathbf{U}_r(t) \\ \mathbf{Y}_r(t) &= \mathbf{C}\mathbf{X}_r(t) \end{aligned} \quad (5.7)$$

donde $\mathbf{Y}_r(t) = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}]^T$ y $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

La ventaja de un control óptimo cuadrático (LQR), es que el sistema adquiere de manera automática, ciertas propiedades muy deseables desde el punto de vista del comportamiento nominal y de la robustez de la estabilidad. El comportamiento deseado de (5.7) puede especificarse de forma conveniente mediante la optimización de la función de costo J , definida como:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{X}_r^T \mathbf{Q} \mathbf{X}_r + \mathbf{U}_r^T \mathbf{R} \mathbf{U}_r) dt$$

siendo, \mathbf{Q} y \mathbf{R} matrices de ponderación. La ley de control realimentada que minimiza la función de costo es:

$$\mathbf{U}_r = -\mathbf{K}\mathbf{X}_r \quad (5.8)$$

Con \mathbf{K} definida por:

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$$

\mathbf{P} es encontrada a partir de la solución de la ecuación de *Riccarti* definida de la siguiente manera:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = 0$$

Para el cálculo de la ley de control nos apoyamos en *Matlab* haciendo uso de la función *lqr*, esta función retorna el valor de la matriz \mathbf{K} , la solución de la ecuación de Riccati \mathbf{P} y los autovalores de la matriz $(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})$. Entonces, evaluando el modelo lineal (5.7) alrededor de la velocidad nominal (en el caso del control de velocidad debe ser linealizado alrededor de la velocidad de referencia w_{ref}) se tiene,

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -120.97 & 60.486 & 60.486 & 284.04 & 35099 & -35383 \\ 60.486 & -120.97 & 60.486 & -35383 & 284.04 & 35099 \\ 60.486 & 60.486 & -120.97 & 35099 & -35383 & 284.04 \\ 0.701 & -0.350 & -0.350 & -3.4434 & -3.4434 & 428.96 \\ -0.350 & 0.701 & -0.350 & 428.96 & -3.4434 & -3.4434 \\ -0.350 & -0.350 & 0.701 & -3.4434 & 428.96 & -3.4434 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6509.4 \\ 6509.4 \\ 6509.4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_r(t)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \\ \psi_{ra} \\ \psi_{rb} \\ \psi_{rc} \end{bmatrix}$$

Para las matrices de ponderación \mathbf{Q} y \mathbf{R} se tomaron los siguientes valores los cuales garantizan que la parte real de los autovalores de $(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})$ sea negativa:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.004 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = 3.61$$

con estos parámetros se obtuvo el siguiente valor de \mathbf{K} ,

$$\mathbf{K} = [0.01425 \quad 0.031406 \quad 0.018804 \quad -0.70679 \quad 0.52541 \quad 0.18138] \quad (5.9)$$

Luego de obtenida la ley de control para el sistema (5.7) se verifica por simulación el comportamiento del sistema ante una entrada $u_r(t)$. En la Figura 5.4 se observa la

respuesta del sistema ante una entrada escalón unitario. Una prueba adicional al controlador LQR se muestra en la Figura 5.5, donde se toma al sistema (5.7) considerando condiciones iniciales arbitrarias y una señal de entrada comportándose de la forma indicada por la Figura 5.5a), el comportamiento de la salida del sistema es mostrado en la Figura 5.5b). Los resultados obtenidos muestran que el regulador presenta un buen comportamiento, con lo cual queda definido el bloque de control de armónicos en el esquema de la Figura 5.1.

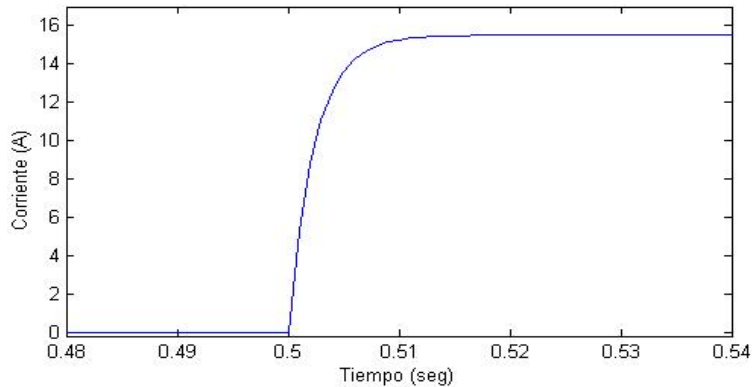


Figura 5.4 Respuesta del sistema (5.7) con un control LQR ante una entrada escalón.

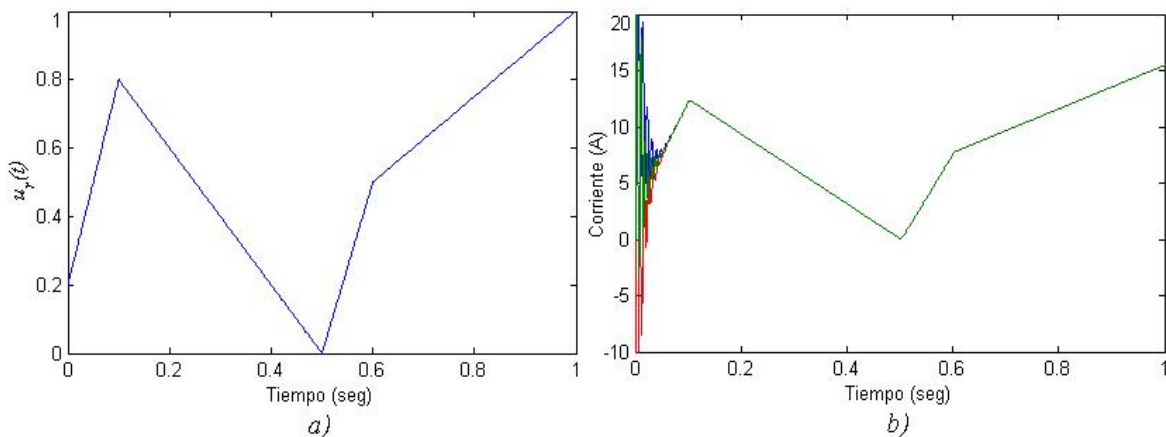


Figura 5.5 Seguimiento de una referencia en el sistema (5.7) con un control LQR, a) Señal de entrada $u_r(t)$, b) Comportamiento de las corrientes de estator ante la entrada $u_r(t)$.

5.2.2 Resultados de simulación.

Una vez determinado el valor de \mathbf{K} para la ley de control (5.8) se procede a calcular los estados remanentes $X_r(t)$ dados por $X(t) - X_I(\tau)$. Para esto, $X(t)$ se obtiene del observador y $X_I(\tau)$ es obtenido por medio del filtro digital aplicado a los estados estimados tal como se indica en la Figura 5.1.

Antes de probar el desempeño del esquema de la Figura 5.1 se evalúa el contenido armónico de las corrientes en la configuración de lazo abierto para el modulador en

el esquema de control de la Figura 4.1, para lo cual se calcula la THD para diferentes valores fijos de K_0 . La Figura 5.6 muestra como varía la distorsión armónica en relación al valor que tome K_0 , los valores de THD indicados son los más bajos presentados entre las tres corrientes de estator. Los resultados obtenidos en lazo abierto mostrados en la Figura 5.6 servirán como referencia a los que se obtengan con el esquema en lazo cerrado.

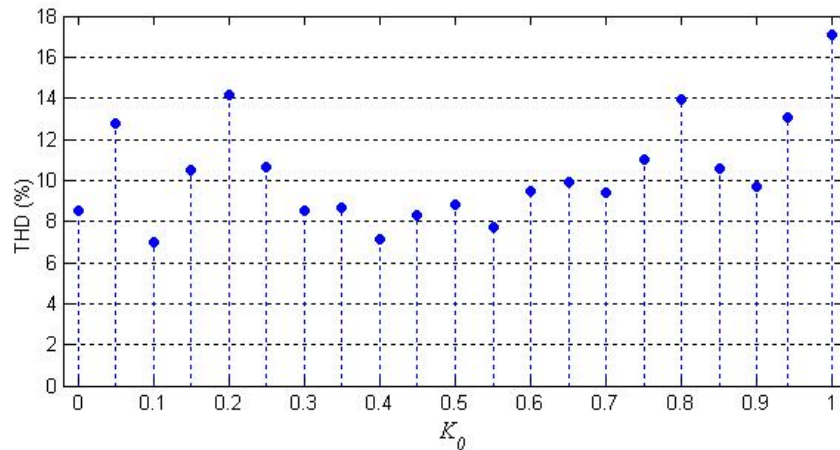


Figura 5.6 Distorsión armónica total con el modulador en lazo abierto.

En el caso del esquema realimentado presentado en la Figura 5.1, se ve que, del observador se logra la estimación de $X(t)$ y $X_I(\tau)$, denotados como $\hat{X}(t)$ y $\hat{X}_I(\tau)$ con lo que se calcula la señal $\hat{X}_r(t)$ para con la ley de control (5.8) determinar $u_r(t)$ la cual, de acuerdo a lo propuesto en este capítulo representa la señal de secuencia cero $e_i(t)$. La señal obtenida con este procedimiento es,

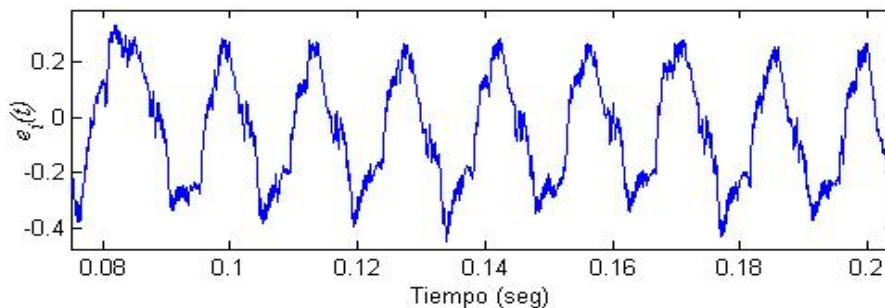


Figura 5.7 Señal de secuencia cero obtenida por medio de la ley de control (5.8)

Como ejemplo podemos observar el comportamiento de una señal de corriente, su fundamental y la señal remanente, en la Figura 5.8 se muestran estas señales para la señal i_{sa} .

Ahora, con $e_i(t)$ y las señales dadas por el controlador se obtiene K_0 por medio de (5.2) para realimentar al modulador SV-PWM y modificar el comportamiento armónico de las corrientes de estator. La manera en que K_0 se ajusta en cada periodo de muestreo se indica en la Figura 5.9, este ajuste dependerá de la dinámica

del sistema y del par de carga que se le presente al motor. La distorsión armónica presentada con la señal de la Figura 5.9 realimentando al modulador SV-PWM es de 5.67% con el motor trabajando bajo las mismas condiciones en que se obtuvieron los resultados indicados en la Figura 5.6. Es decir que el sistema en lazo cerrado para el modulador permite disminuir el contenido armónico en las corrientes, esto se observa al comparar el resultado de la Figura 5.10 con los mostrados en la Figura 5.6. La Figura 5.11 indica la corriente de la fase a de estator cuando el modulador está en lazo abierto, así como con el modulador siendo realimentado, en esta figura se puede apreciar el efecto que tiene la realimentación del modulador en la forma de la señal.

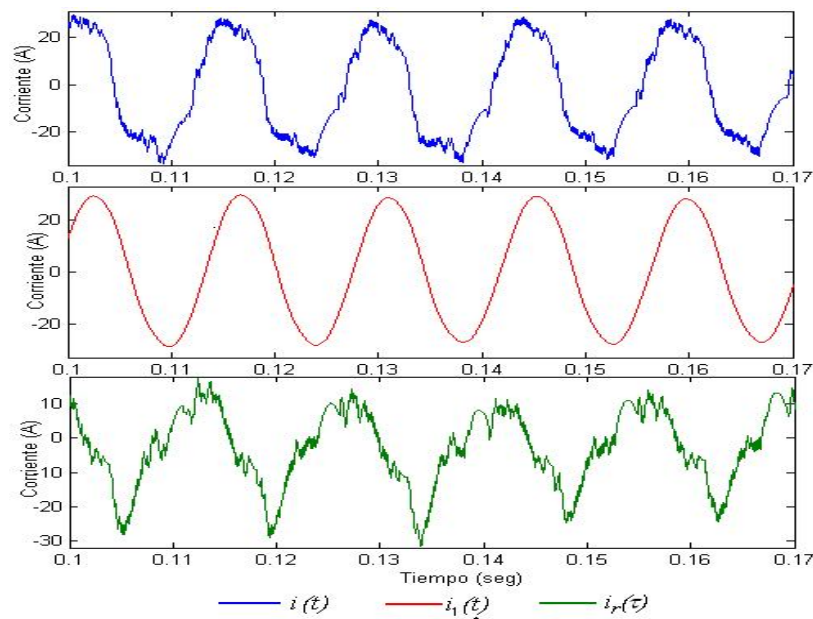


Figura 5.8 Señal original, fundamental y remanente de i_{sa}

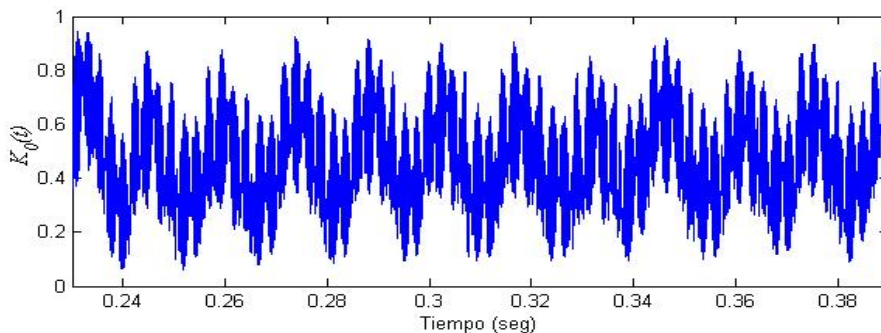


Figura 5.9 Comportamiento del distribuidor de estados cero

Una última prueba a efectuar sobre el esquema de la Figura 5.1 es verificar que la realimentación para el modulador no afecta la tarea de control, para lo cual se aplica un cambio en el par de carga de manera que se observe la acción de control. En la Figura 5.12 se muestra el comportamiento de la velocidad mecánica tanto en el arranque como en estado estable, así como su respuesta ante un cambio en el par de carga, por los resultados presentados en la Figura 5.12 se puede decir que la

realimentación en lazo cerrado del distribuidor de estados cero no afecta el desempeño del controlador.

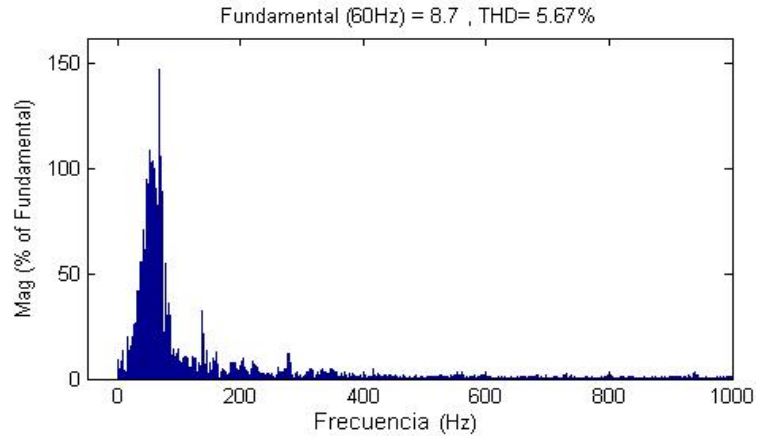


Figura 5.10 Distorsión armónica total en las corrientes de estator con el modulador siendo realimentado.

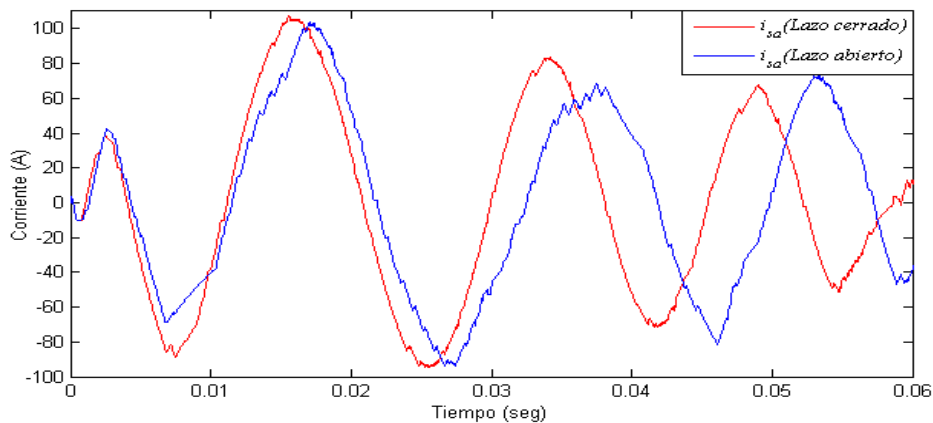


Figura 5.11 Corrientes de estator tanto en lazo abierto como en lazo cerrado

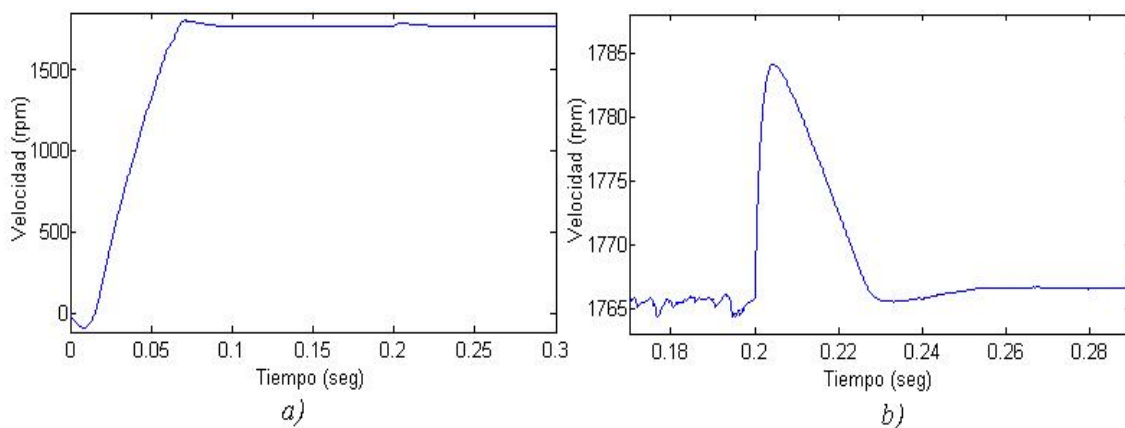


Figura 5.12 Comportamiento de la velocidad mecánica, *a)* Comportamiento con velocidad inicial cero, *b)* Respuesta ante un cambio en el par de carga T_L

6. Conclusiones

En este proyecto se presentó un control robusto de velocidad para motores de inducción trifásicos con rotor tipo jaula de ardilla considerando el inversor en el esquema de control. En el esquema de control para la velocidad se desarrolló una ley de control adicional que permitió disminuir el contenido armónico generado en las corrientes de estator por efecto del inversor en la alimentación de la máquina asíncrona.

Un aporte importante del proyecto es que se ha obtenido formalmente un filtro digital eficiente para el cálculo de la TDFT de una señal y se ha mostrado la relación de ésta con el modelado GSSA y la transformación de Clarke en sistemas trifásicos. De los resultados en simulación se tiene que es posible sacar ventaja de las propiedades del filtro para obtener la fundamental de las corrientes de estator midiendo la corriente en una sola fase del estator, aun en presencia de ruido del sensor y cambios en la carga. Podría argumentarse la dificultad de emplear esta herramienta en sistemas desbalanceados, pero debe advertirse que esta misma dificultad existe en el control vectorial convencional.

Las pruebas en simulación muestran la robustez del control *Sliding* para la velocidad ante variaciones en los parámetros o cambios en las señales, pues su respuesta fue igualmente buena tanto al trabajar con un observador de estados lineal como con uno no lineal. Una ventaja adicional del controlador que es su tarea de control no se ve afectada por variaciones en los tiempos de aplicación de los vectores nulos en el modulador SV-PWM para el inversor.

La validez de la relación entre la modulación SV-PWM y la modulación CB-PWM permitió bajo el criterio de que la adición de una señal de secuencia cero no tiene efecto en un sistema trifásico balanceado, diseñar un control para la disminución del contenido armónico en las corrientes de estator realimentando el distribuidor de estados cero el cual ajusta los tiempos de los vectores nulos en la modulación vectorial. Por los resultados obtenidos se vio una clara mejoría en la disminución de armónicos en las corrientes, en comparación al modulador en lazo abierto con un valor de K_0 fijo que a su vez es indiferente a cambios en el par de carga y a la dinámica del sistema. Es decir que el esquema realimentado pretende optimizar el modulador para que la distorsión armónica generada por el inversor sobre las

corrientes y tensiones del motor sea menor teniendo en cuenta el comportamiento dinámico del sistema.

Una posible continuación del proyecto sería implementar el esquema de control de velocidad que considera los efectos del inversor sobre un sistema hardware que permita corroborar y acentuar los conceptos de diseño, esta implementación debe hacerse en dispositivos programables de alta velocidad por los periodos de muestreo que se manejan. Desarrollarlo en una FPGA presentaría mayor desempeño que en un DSP puesto que la FPGA permite hacer procesos concurrentes y cada proceso en si es secuencial, es decir que permite hacer tareas en paralelo a la misma velocidad, por lo que es posible tener los bloques del esquema de control trabajando simultáneamente, mientras que en un DSP todo el proceso es secuencial teniendo que los datos entregados por cada bloque deben esperar a que los demás realicen sus cálculos.

Referencias Bibliográficas

- [1] KERKMAN, J., SCHLEGEL, W., SKIBINSKI, L.; "Effect of PWM inverters on AC motor bearing currents and shaft voltages", *IEEE Trans. Industry Applications*, vol. 32, no. 2, Mar. 1996, pp. 250- 259
- [2] ACERO, H.; "Electrónica Industrial: Componentes, Circuitos y Sistemas de Potencia", *Servicio de Publicidad ETSI, Madrid, España*, 1993.
- [3] ROBBINS, M. y TORE M.; "Power Electronics, Converters, Applications and Design", *John Wiley and Sons, Inc., New York*, 1995.
- [4] FLORES, G.; "Modelado y simulación del control vectorial por campo orientado del motor de inducción basado en el método directo". Tesis para optar al título de ingeniero electrónico, Universidad de Pamplona, Departamento de Ingenierías, 2006.
- [5] BRIZ, F.; "Control Vectorial del motor de inducción con identificación y adaptación a los parámetros de la carga". Tesis doctoral, universidad de Oviedo, 1995.
- [6] LEIDHOLD, R., GARCIA, G.; "Parallel capacitive and electronics excited stand-alone induction generator", IEMDC 99, Seattle Washington, 1999.
- [7] BERGAS, J.; "Control del motor de inducción considerando los límites del convertidor y del motor". 54-58. Tesis doctoral, 2000.
- [8] CHIASSON, J.; "Modeling and High performance control of electric Machines", Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Incorporated, 2005.
- [9] COSTA, A., CIUMBUELEA, G., FERNANDEZ, X.; "Calculo de los parámetros del motor de inducción a partir de datos de catalogo", revista Energía y computación, Cali, Colombia, 2004.

- [10] CHUNG, D., SUL, S.; "Unified voltage modulation technique for real-time three-phase power conversion". IEEE Trans. Indus. Applicat., vol. 34, pp. 374-380, 1998.
- [11] SCHONUNG, A., STEMMLER, H.; "Static frequency changers with subharmonic control in conjunction with reversible variable speed AC drives". Brown Boveri Review, pp. 555-577, 1964.
- [12] HOULDSWORTH, J., GRANT, D.; "The use of harmonic distortion to increase the output voltage of a three-phase PWM inverter". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. IA-20, pp. 1224-1228, 1984.
- [13] BOWES, S., MIDOUN, A.; "Suboptimal switching strategies for microprocessor controlled PWM inverter drives". In proc. IEEE part B, vol. 132, pp. 133-148, 1985.
- [14] JENNI, F., WUEEST, D.; "The optimization parameters of space vector modulation". In proc. Eur. Conf. Power. Electron. And applicat., Vol. 4, pp. 376-381, 1993.
- [15] VAN DER BROECK, H.; "Analysis and realization of pulse width modulator based on voltage space vector". IEEE Trans. Ind. Applicat., Vol. 24, pp. 142-150, 1988.
- [16] HOLMES, D.; "The significance of zero space vector placement for carrier-based PWM schemes". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 32, pp. 1122-1129, 1996.
- [17] HAVA, A., KERKMAN, R., LIPO, T.; "Simple analytical and graphical methods for carrier-based PWM-VSI drives". IEEE Trans. Power Electron, vol. 14, pp. 49-61, 1999.
- [18] DEPENBROCK, M.; "Pulse width control of a 3-phase inverter with nonsinusoidal phase voltages". In Proc. IEEE Int. Semicond. Power conv. Conf., pp. 399-403, 1991.
- [19] KOLAR, J., ERTL, H., ZACH, F.; "Influence of the modulation method on the conduction and switching losses of a PWM converter system". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 27, pp. 1063-1075, 1991.
- [20] OGASAWARA, S., AKAGI, H., NABAE, A.; "A novel PWM scheme of voltage source inverter based on space vector theory". In Proc. Eur. Conf. Power. Electron. And applicat. (EPE'89), pp. 1197-1202, 1989.
- [21] KENJO, T.; "Power Electronics for the Microprocessor Age". Oxford: Oxford University Press, 1990.
- [22] KOLAR, J., ERTL, H., ZACH, F.; "Minimization of the harmonic RMS content of the mains current of a PWM converter system based on the solution of an

- extreme value problem". In proc. IEEE Int. Conf. Harm. Quality Power (ICHQP'90), pp. 234-243, 1990.
- [23] TANIGUCHI, K., OGINO, Y., IRIE, H.; "PWM technique for power MOSFET inverter". IEEE Trans. Power Electron., vol. 3, pp. 328-334, 1988.
- [24] KOLAR, J., ERTL, H., ZACH, F.; "Minimizing the current harmonics RMS value of three-phase PWM converter systems by optimal and sub optimal transition between continuous and discontinuous modulation". In IEEE Power Electron. Spec. Conf. (PESC'91), pp. 372-381, 1991.
- [25] HAVA, A., KERKMAN, R., LIPO, T.; "A high performance generalized discontinuous PWM algorithm". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 34, pp. 1059-1071, 1998.
- [26] MORPHY, J., EGAN, M., MOYNIHAN, J.; "Theoretical spectra of space-vector-modulated waveforms". IEEE proceedings on line., No 19981564, vol. 145, pp. 17-24, 1998.
- [27] NARAYANAN, G.; "Synchronised Pulsewidth Modulation Strategies based on Space Vector Approach for Induction Motor Drives". Tesis presentada al instituto de ciencia de la India, para optar al título de Doctor en Filosofía, 1999.
- [28] ZHOU, K., WANG, D.; "Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based PWM: A comprehensive analysis". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 49, 2002, pp. 186-196, 2002.
- [29] CAMACHO, G., LOPEZ, D.; "Evaluación experimental del contenido armónico de los algoritmos de modulación PWM de inversores trifásicos". Tesis presentada a la Universidad del Cauca, para optar al título de Ingenieros en Automática Industrial, 2008.
- [30] HOLTZ, J.; "Pulse width modulation-A survey". *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 99:410-420, 1992.
- [31] CHOI, N., CHO, J., CHO G.; "A general circuit topology of multilevel inverter". *Power Electronics Specialists Conference*, 1991.
- [32] ABREU, J., EMANUEL, A.; "Induction motor thermal aging caused by voltage distortion and imbalance: Loss of useful life and estimated cost", IEEE trans. On Industry Applications, Vol. 38, No. 1, 2002.
- [33] ABREU, J., EMANUEL, A.; "Induction motor loss of life due to voltage imbalance and harmonics: A preliminary study". En: *Harmonics and Quality of Power, Proceedings. Ninth International Conference*. Vol. 1, 2000.

- [34] HOLTZ, J., LOTZKAT, W., KHAMBADKONE, A.; "On continuous control of PWM inverters in the overmodulation range with transition to six-step". *IEEE Power Electronics Specialists Conf.*, 1992.
- [35] BERTOLUZZO, M., BUJA, G., MENIS, R.; "Analytical formulation of the direct control of induction motor drives". In *IEEE-Int. Symp. Industrial Electronics*, pages Ps14–Ps20, Bled, Slovenia. 1999.
- [36] "IEEE recommended practices and requirements for harmonics control in electrical power system". ANSI/IEEE Standard 519, 1992.
- [37] OPPENHEIM, A., SCHAFER, R.; "*Discrete-Time Signal Processing*". Prentice Hall International. Inc., 1999.
- [38] GAVIRIA, C.; "Utilización de GSSA en el diseño de controladores para rectificadores AC/DC", Universidad politécnica de Cataluña, Tesis doctoral pp 19 – 31, 2004.
- [39] CHEN, W., GRISWOLD, N.; "An efficient recursive time-varying Fourier transform by using a half-sine wave window", Time-Frequency and time-scale analysis, Proceedings of the IEEE-SP international Symposium on pp.284-286, 1994.
- [40] ARCOS, L., CALDERON, J.; "Implementación de filtros digitales tipo FIR en FPGA's con coeficientes configurables on-line", Universidad Santo Tomas, 2002.
- [41] SANDERS, S., NOWOROLSKI, J., LIU, X., VERGHESE, G.; 'Generalized averaging method for power conversion system', *IEEE Trans. On Power Electronics* 6, 251-259, 1991.
- [42] MOHAN, N.; "Advanced Electric Drives", Mnpera, Vol. 1, Minnesota, 2001.
- [43] FRANCO, F., GAVIRIA, C.; "Filtro para extracción de componentes q-d-0 mediante series de Fourier", Memorias del VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática, <http://congresos.unitecnologica.edu.co/aca2009/>, 2009.
- [44] MESSAOUDI, M., SBITA, L., KRAIEM, H.; "MRAS and Luenberger Observer Based Sensorless Indirect Vector Control of Induction Motors", *Asian Journal of information Technology*. ISSN: 1682-3915, Medwell Journals, 2008.
- [45] STANKOVIC, A. SANDERS, S., AYDIN, T.; "Dynamic phasors in modeling and analysis of unbalanced polyphase ac machines". *IEEE Trans. On Energy Conversion*, 17, 107-113, 2002.

- [46] VAS, P.; "Sensorless vectos and direct Torque Control". Oxford University Press, pp. 729, 1998.
- [47] UTKIN, V.; "Sliding Modes in Control Optimization". Springer-Verlag Moscow, 1992.
- [48] KARAGIANNIS, D., ASTOLFI, A., ORTEGA, R.; " Two results for adaptive output feedback stabilization of nonlinear systems", *Automatica*, 39, 857-866, 2003.
- [49] AUDREZET, E., TADJINE, M.; "Real-Time Sliding-Mode Observer and Control of an Induction Motor". *IEEE transaction on industrial electronics*, Vol. 46, No 1, 1999.
- [50] UTKIN, V.; "Sliding mode control desing principles and applications to electric drives". *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, pp. 23-36, 1993.
- [51] DIAZ, J., PARDO, A.; "El motor de inducción en campo orientado y el motor de CD, una comparación dinámica". *Revista colombiana de Tecnologías de Avanzada*, ISSN: 1692-7257, vol. 2, No. 8, 2006.
- [52] MORALES, D., VANEGAS, J.; "Diseño de un controlador de velocidad para un motor de inducción utilizando control vectorial". Tesis para optar al título de ingeniero electrónico, Facultad de Ingeniería Electrónica, Universidad del Cauca, 2005.
- [53] QUIROGA, A., RIVAROSSA, C., KUCHEN, B.; "Control de motores de inducción". *Cuadernos profesionales, AADECA*, parte I, vol. 3, No. 8, 1995.
- [54] IDROBO, J., GAMBOA, B.; "Modelado y control de in inversor trifásico para seguimiento de corriente y eliminación selectiva de armónicos". Tesis para optar al título de ingeniero electrónico, Facultad de Ingeniería Electrónica, Universidad del Cauca, 2007.
- [55] BLASKO, V.; "Analysis of a hybrid PWM base don modified space-vector and triangle-comparison method", *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 33, pp. 756-764, 1997.