

LA CAJA DE POLINOMIOS COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL  
FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL A TRAVÉS DE LA  
MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS EN OCTAVO GRADO



JOSÉ BELISARIO LEYTON OROZCO  
JORGE ELIÉCER OVIEDO ARTUNDUAGA  
CLELA ANITA TAPIERO MONROY

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
LINEA DE PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL  
FLORENCIA, JUNIO DE 2018

LA CAJA DE POLINOMIOS COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL  
FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL A TRAVÉS DE LA  
MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS EN OCTAVO GRADO

Trabajo para optar al título de  
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN

JOSÉ BELISARIO LEYTON OROZCO  
JORGE ELIÉCER OVIEDO ARTUNDUAGA  
CLELA ANITA TAPIERO MONROY

Director(a)

MG. SANTIAGO PEÑA ESCOBAR

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
LINEA DE PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA  
PROGRAMA DE BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL  
FLORENCIA, JUNIO DE 2018

## **Dedicatoria**

*Clela Anita Tapiero Monroy*

*A Dios Todopoderoso que me ha dado la vida y la capacidad para formarme y luchar ante las adversidades; Mis dos hijos, Víctor Manuel y Maily Xilena y a mi esposo quienes tuvieron que soportar mi ausencia para poder estudiar y alcanzar esta nueva meta en mi formación.*

*Jorge Eliecer Oviedo Artunduaga*

*A Dios, porque en él todo se puede. A mi familia, y en especial a mi esposa e hijos, por ser los motores que mueven mi vida.*

*José Belisario Leyton Orozco*

*A Dios, quien hizo posible cumplir este sueño. A mis padres, mis hermanos, esposa e hija, porque gracias a su apoyo incondicional encontré la motivación necesaria para culminar de la mejor manera este proceso formativo.*

## **Agradecimientos**

*Al Ministerio de Educación Nacional, por ofrecernos la oportunidad de actualizarnos y reflexionar sobre nuestro quehacer pedagógico a través del programa Becas para la Excelencia.*

*A la Universidad del Cauca, por su propuesta orientada hacia la reflexión de problemáticas de aula y del entorno institucional propio del maestro, originando el diseño e implementación de estrategias pedagógicas encaminadas hacia la promoción de la calidad educativa.*

*Al Magister Santiago Peña, asesor del trabajo de grado, por su esmero y apoyo incondicional en el proceso de realización de este trabajo.*

*A los demás profesores de la Maestría, por compartimos sus saberes y experiencias.*

## Tabla de Contenido

<b>1. Presentación</b> .....	10
1.1 Descripción del problema.....	13
1.2 Contexto .....	22
1.3 Justificación.....	25
1.4 Objetivo general .....	28
1.5 Objetivos específicos.....	28
<b>2. Referente conceptual</b> .....	29
2.1 Antecedentes .....	29
2.2 Pensamiento matemático.....	30
2.3 Didáctica de la matemática .....	31
2.4 Pensamiento variacional.....	33
2.5 Aprendizaje Significativo.....	34
2.6 Aprendizaje Cooperativo.....	35
2.7 Intervención pedagógica .....	37
2.8 Evaluación Formativa .....	38
2.9 Caja de Polinomios.....	40
2.9.1 Operaciones con polinomios usando la Caja de Polinomios.....	42
2.10 Parámetros Legales .....	46
2.10.1 Estándares Básicos de Competencias Matemáticas.....	46
2.10.2 Derechos Básicos de Aprendizajes.....	47
2.10.3 Matriz de Referencia. ....	47
<b>3. Referente metodológico</b> .....	48
3.1 Naturaleza de la intervención.....	48
3.1.1 Esquema del diseño metodológico. ....	48
3.2 Población.....	49
3.3 Muestra.....	50
3.4 Instrumentos Para la Recolección de Información.....	51
3.4.1 Cuestionario.....	51
3.4.2 Diario de campo.....	51
3.4.3 Taller de aprendizaje. ....	52

<b>4. Sistematización</b> .....	53
4.1 Contextualización.....	54
4.2 Exploración .....	61
4.3 Transferencia.....	64
4.3.1 Construcción de la herramienta Caja de Polinomios.....	64
4.3.2 Fundamentación teórica.....	66
4.3.3 Adición de polinomios.....	69
4.3.4 Resta de polinomios.....	71
4.3.5 Multiplicación de polinomios.....	74
4.3.6 Factorización de polinomios.....	76
4.4 Evaluación.....	79
<b>5. Conclusiones y Reflexiones</b> .....	85
5.1 Conclusiones .....	85
5.2 Reflexiones.....	87
<b>6. Bibliografía</b> .....	89
<b>7. Bibliografía complementaria</b> .....	94

## Lista de Figuras

Figura 1. Comparativo resultados prueba saber 9° de la I.E. Agroindustrial de la Amazonia.....	18
Figura 2. Comparativo resultado de la prueba saber 9° del 2016 de la I.E. Sagrados. ....	18
Figura 3. Comparativo resultados prueba saber 9° del 2016 de la I.E. Antonio Ricaurte .....	18
Figura 4. Ubicación IE Agroindustrial de la Amazonia.....	22
Figura 5. Ubicación IE Antonio Ricaurte. ....	23
Figura 6. Ubicación IE Sagrados Corazones. ....	23
Figura 7. Piezas que componen la caja de polinomios.....	42
Figura 8. Plano Cartesiano. ....	43
Figura 9. Paso uno: Ubicación de las piezas en el plano cartesiano. ....	43
Figura 10. Paso dos: Suma de términos semejantes en el plano. ....	43
Figura 11. Multiplicación: Ubicación de los polinomios en los ejes del plano cartesiano. ....	44
Figura 12. Multiplicación: Ubicación de piezas en la zona definida. ....	45
Figura 13. Multiplicación: se retiran las piezas semejantes del plano. ....	45
Figura 14. Esquema del diseño metodológico de la intervención pedagógica. ....	48
Figura 15. Cantidad de población por género. ....	49
Figura 16. Porcentaje de población por género.....	50
Figura 17. Muestra de la intervención por género. ....	50
Figura 18. Edades de estudiantes de la muestra. ....	55
Figura 19. Tipo de adulto responsable del estudiante. ....	55
Figura 20. Número de personas con las vive el estudiante. ....	56
Figura 21. Tipo de vivienda en la que vive el estudiante.....	56
Figura 22. Medio de transporte empleado por estudiantes para ir al colegio.....	57
Figura 23. Agrado por asistir a la Institución educativa. ....	57
Figura 24. Percepción por las clases de matemáticas. ....	58
Figura 25. Tiempo extracurricular dedicado al área de matemáticas.....	58
Figura 26. Dedicar tiempo para repasar temáticas, antes de un examen. ....	59
Figura 27. Apoyo de los padres en actividades académicas. Fuente.....	59
Figura 28. Le gustaría que las clases de matemáticas fuesen más dinámicas. ....	60
Figura 29. Aplicación del Taller No. 1 Exploración.....	62
Figura 30. Resultados taller No. 1.....	63
Figura 31. Aplicación del taller No. 2.....	65
Figura 32. Estudiantes durante taller No. 2.....	66
Figura 33. Aplicación del taller No. 3.....	67
Figura 34. Resultados taller No. 4.....	70
Figura 35. Estudiantes durante aplicación del taller No 4. ....	70
Figura 36. Estudiantes realizando el taller No. 5. ....	72
Figura 37. Resultados taller No. 5.....	73
Figura 38. Estudiantes durante taller No. 6.....	75
Figura 39. Resultados taller No. 6.....	76
Figura 40. Resultados taller No. 7.....	78
Figura 41. Estudiantes durante evaluación taller No. 8. ....	79
Figura 42. Resultados taller Evaluación No.8.....	80
Figura 43. Cuestionario de satisfacción. ....	84

## **Lista de Tablas**

Tabla 1. Resultados de Colombia en pruebas PISA (Fuente Icfes 2015) .....	17
Tabla 2. Análisis de Resultados pruebas Saber Sagrados Corazones .....	19
Tabla 3. Análisis de Resultados pruebas Saber Agroindustrial de la Amazonia .....	19
Tabla 4. Análisis de Resultados pruebas Saber Antonio Ricaurte.....	20

## Lista de Anexos

ANEXO A. ENCUESTA SOCIODEMOGRÁFICA .....	96
ANEXO B. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 1 EXPLORACIÓN.....	98
ANEXO C. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 2 CONSTRUCCIÓN DE LA HERRAM.....	100
ANEXO D. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 3 FUNDAMENTACIÓN.....	102
ANEXO E. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 4 SUMA DE POLINOMIOS .....	106
ANEXO F. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 5 RESTA DE POLINOMIOS.....	109
ANEXO G. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 6 MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS..	111
ANEXO H. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 7 FACTORIZACIÓN .....	116
ANEXO I. TALLER DE APRENDIZAJE NO. 8 EVALUACIÓN.....	121
ANEXO J. CATEGORÍAS DE OBSERVACIÓN.....	123
ANEXO K. REGISTRÓ DE DIARIO DE CAMPO EN TALLER NO 1 .....	124
ANEXO L. DESARROLLO DEL TALLER DE APRENDIZAJE NO. 1 EXPLORACIÓN....	126
ANEXO M. DESARROLLO DEL TALLER DE APRENDIZAJE NO. 8 EVALUACIÓN ....	127

## 1. Presentación

Las matemáticas permiten el desarrollo de habilidades necesarias para todos, pues son una herramienta importante con la que los seres humanos han podido comprender el mundo a su alrededor. Constituye uno de los conocimientos más antiguos que el ser humano ha estudiado e investigado y está presente en todos los ámbitos de nuestra vida cotidiana. Aprender matemáticas es importante porque es un lenguaje que permite comunicarnos. Es trascendental para otros campos del conocimiento que permite dar solución a diversas situaciones que se puedan presentar en diferentes contextos. Además, contribuyen junto con otras materias, al desarrollo de las diferentes formas de pensamiento, asimismo, suscitan un interés intrínseco en muchas personas.

Aunque es uno de los conocimientos más valorados en nuestra sociedad, también es uno de los más inaccesibles para los estudiantes, inaccesibles en el sentido de cómo se imparte tradicionalmente por los docentes al salón de clases, ya que generalmente no se realiza la trasposición didáctica necesaria para que los alumnos comprendan conceptos matemáticos adecuadamente, situación que queda evidenciada en los resultados de las pruebas externas a nivel internacional y nacional en donde se muestran bajos niveles de desempeño en esta área. Tal es el caso de las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment), llevadas a cabo cada tres años por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) y las pruebas SABER, realizadas cada año por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN). En la primera, de acuerdo con resultados del año 2015, Colombia ocupó el puesto 61 entre 72 países participantes, y en la prueba SABER, según resultados del año 2016 en el área de matemáticas los resultados muestran que el 70% obtuvo niveles mínimo o insuficiente.

Uno de los componentes importantes de la enseñanza de las matemáticas lo constituye el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos. Es de destacar que este pensamiento es uno de los cinco que se establecen en los lineamientos curriculares de matemáticas y se constituye en uno de los logros a alcanzar en la educación básica (MEN 1998), en el cual se evidencian bajos resultados por parte de los estudiantes debido a dificultades que se les presenta a estos, en la comprensión del álgebra y su respectivo análisis.

En correspondencia con las ideas anteriores, como producto de una serie de reflexiones realizadas, y teniendo como referentes los documentos expedidos por el MEN (Lineamientos Curriculares de matemáticas, Estándares Básicos de Competencias, Matrices de Referencia) y los resultados obtenidos por los estudiantes en las diferentes pruebas, surge una propuesta de intervención pedagógica apoyada en la Caja de Polinomios como herramienta didáctica para fortalecer algunos aspectos relevantes del Pensamiento Variacional en lo relacionado con los sistemas algebraicos y analíticos. Consiste en implementar una estrategia que permita mejorar aspectos relacionados al pensamiento variacional utilizando una herramienta construida por los estudiantes, manipulable, didáctica y de fácil comprensión, y de esta forma se concrete la transposición didáctica de los temas relacionados con la intervención, poniendo los conocimientos del álgebra en términos tangibles e inteligibles; que los motive a trabajar de una forma dinámica, en equipo, cooperativamente. Se pretende abordar la multiplicación de polinomios como operación básica, para que ayude a los estudiantes de grado octavo a estructurar nuevas formas de pensamiento y de solución de problemas ya que desde la práctica educativa se percibe que los procesos académicos asociados a esta operación son constitutivos de bajos niveles de desempeño.

La presente intervención tiene como objeto la implementación de la Caja de Polinomios como herramienta didáctica para fortalecer algunos aspectos relevantes del pensamiento variacional en lo relacionado con los sistemas algebraicos y analíticos, entre ellos están:

- Uso e interpretación de expresiones algebraicas equivalentes.
- Reconocimiento del lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.
- Formulación y resolución de problemas usando modelos geométricos.

En este sentido, la Caja de Polinomios toma gran importancia ya que permitirá alcanzar los objetivos propuestos para la intervención, la cual, se verá reflejada en un documento final que contendrá los aspectos más relevantes de la intervención. El documento está dividido en cinco partes.

En la primera parte, denominada presentación, se muestra un panorama general sobre la situación que dio origen a la intervención pedagógica, además; se da una descripción del problema de aprendizaje según reportes nacionales e internacionales. Así mismo, se plantea el contexto de los participantes en la intervención y es aquí donde surge la pregunta problema, se da la justificación y se establecen los objetivos a alcanzar durante esta.

En la segunda parte, denominada referente conceptual, se muestran los conceptos que dan soporte teórico al trabajo, aquí se incluyen los aspectos teóricos y legales; como la ley general de educación, los lineamientos curriculares, los derechos básicos de aprendizaje y matriz de referencia.

La tercera parte, denominada referente metodológico, traza la ruta a seguir en busca de los objetivos planteados, en esta, se define el estudio cualitativo como método de indagación y se establecen las técnicas de recolección de la información. En esta parte, también se exponen los

cuatro momentos de la intervención. Estos momentos son: contextualización, exploración, transferencia y evaluación.

Para la recolección de datos, se utilizaron: encuestas, talleres de aprendizaje, diarios de campo donde se registraron las observaciones realizadas en las actividades de la clase de matemáticas durante la intervención. En la etapa de transferencia, se realizaron diversos talleres de aprendizaje relacionados con la multiplicación de polinomios tendientes a fortalecer aspectos relacionados al pensamiento variacional. Posteriormente, se hace un cotejo de la información obtenida en cada una de las etapas de la intervención.

En la cuarta parte denominada sistematización, se hace la descripción, análisis e interpretación de los resultados obtenidos en cada una de las etapas de la intervención; por último, en la quinta parte, denominada conclusiones y reflexiones, se da respuesta a los interrogantes planteados al inicio de este trabajo, atendiendo a las categorías de observación manejadas en el estudio cualitativo.

## **1.1 Descripción del problema**

En la formación de Educación Matemática, el énfasis está en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenido que tiene que ver con ciertos sistemas matemáticos. Uno de los pensamientos planteados por el MEN en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas está relacionado con el desarrollo del pensamiento variacional, el cual se ha convertido en los últimos años en un ámbito de interés por parte de los investigadores en Educación Matemática.

En Colombia, el Ministerio de Educación Nacional MEN y sus Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) además de este pensamiento ha establecido otros como el

numérico, el espacial, el métrico y el aleatorio. Este tipo de pensamientos, según el MEN, hacen parte constitutiva de una estructura curricular en las matemáticas escolares. De acuerdo con el MEN (1998), el pensamiento variacional es uno de los logros para alcanzar en la educación básica y el desarrollo del mismo propende por desarrollar en el estudiante dos elementos interrelacionados como lo son el cambio y la variación. Al respecto, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) establece que el pensamiento variacional se propone para analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas, donde la variación se encuentra como sustrato de ellas. En esta forma se amplía la visión de variación por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes. Por otra parte en los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) se detalla:

Este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (...). Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas. (p. 66).

En ese orden de ideas, se propone el desarrollo del Pensamiento Variacional desde los primeros años de escolaridad, la finalidad de esta idea es “superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual que involucre conceptos y procedimientos

interestructurados y vinculados que le permitan a los estudiantes analizar, organizar y modelar situaciones cotidianas, de las ciencias y las matemáticas” (MEN, 1994,p 72). De igual forma, Posada & Obando (2006), señalan que este pensamiento se genera por medio del estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, están integrados a diferentes sistemas de representación - gráficos, tabulares, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, ejemplos particulares y generales – para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos. Además los mismos autores expresan que: “De esta manera se hacen significativas las situaciones que dependen del estudio sistemático de la variación, pues se obliga no sólo a manifestar actitudes de observación y registro, sino también, a procesos de tratamiento, coordinación y conversión”. (Posada & Obando, 2006, p. 16).

Al respecto Godino, Batanero, y Vicenç (2003) afirman:

Este se alcanzaría a través del desarrollo del razonamiento algebraico que implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se vaya desarrollando éste, el estudiante progresará en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar sus pensamientos.

Es de resaltar la importancia que tiene la generalización y modelación del lenguaje y el simbolismo algebraico en el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de ellas en la que formalizar y generalizar no sea un objetivo central. (Godino 2003; p. 8)

A la vez, Vasco (2002) presenta el Pensamiento Variacional como:

aquel que puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionan sus variables internas, de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidad de la misma o de distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. (p.70).

Se trata pues de dinamizar el pensamiento haciendo que las diferentes relaciones fluyan de manera coherente respetando los patrones de la variación. De igual forma, Vasco (2006) afirma:

El principal propósito del pensamiento variacional es pues la modelación matemática. No es propiamente la resolución de problemas ni de ejercicios; al contrario, los mejores problemas o ejercicios deberían ser desafíos o retos de modelar algún proceso. Para poder resolver un problema interesante tengo que armar primero un modelo de la situación en donde las variables covaríen en forma semejante a las de la situación problemática, y no puedo hacerlo sin activar mi pensamiento variacional”.

Al realizar un análisis de las pruebas estandarizadas como PISA y SABER, se observa que gran parte de éstas requieren de una comprensión de situaciones de variación y cambio y del uso de los sistemas de representación (verbal, icónicos, gráficos, simbólicos), propios del Pensamiento Variacional, que les permita reconocer patrones y regularidades a través de acciones como el ver, decir y registrar, Mason et al. (1999; p 17), y por tanto desarrollar procesos algebraicos Kaput (2002, p 5), que conlleven a procesos de generalización, haciendo evidente el momento en el que el estudiante valida y argumenta los procedimientos utilizados para dar cuenta de las estrategias que aplica en la solución de las situaciones planteadas.

Los resultados obtenidos en estas pruebas no han sido los mejores, como lo evidencian las pruebas PISA, a nivel internacional, y SABER, a nivel local. Al respecto, se establecen en la

primera, que en 2016 Colombia ocupó el puesto 61 entre los 72 países participantes. Es de resaltar que en esta prueba se ha mejorado ya que en el año 2012 se obtuvo en esta área un total de 376 puntos y en 2016 se lograron 390 puntos, lo que muestra un mejoramiento que aunque es leve, significa el primer paso para conseguir resultados superiores en el futuro. Esta prueba se realiza cada tres años.

**Tabla 1.** Resultados de Colombia en pruebas PISA (Fuente Icfes 2015)

<b>Matemáticas</b>				
<b>País</b>	<b>Año 2006</b>	<b>Año 2009</b>	<b>Año 2012</b>	<b>Año 2015</b>
Chile	411	421	423	423
Uruguay	427	427	409	418
Argentina	381	388	388	-
Costa Rica	-	409	407	400
<b>Colombia</b>	<b>370</b>	<b>381</b>	<b>376</b>	<b>390</b>
México	406	419	413	408
Brasil	370	386	391	377
Perú	-	365	368	387

En tabla 1 se observa como Colombia tiene resultados inferiores comparados a los obtenidos por otros países de Suramérica como Chile y Uruguay, que superan en el año 2015 los 400 puntos en lo que corresponde a lo evaluado en matemáticas, aunque se está un poco por encima de los puntajes obtenidos por países como Brasil y Perú .

A nivel local, las pruebas saber 2016 evidencian resultados poco favorables en el área de matemáticas en gran parte del país. En las instituciones donde se realizará la intervención no es la excepción, y en especial lo relacionado con el pensamiento variacional, el cual tiene gran importancia en el desarrollo de los demás pensamientos matemáticos.

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno

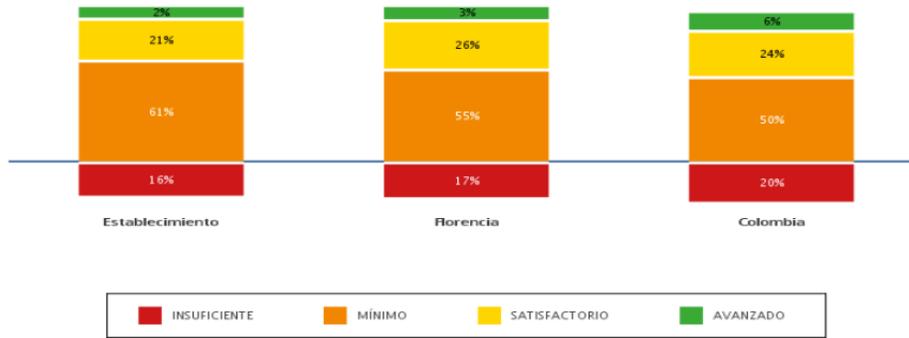


Figura 1. Comparativo resultados prueba saber 9° de la I.E. Agroindustrial de la Amazonia con instituciones educativas a nivel departamental y nacional, Fuente: Ministerio de Educación Nacional (MEN), pruebas Saber 2016.

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno

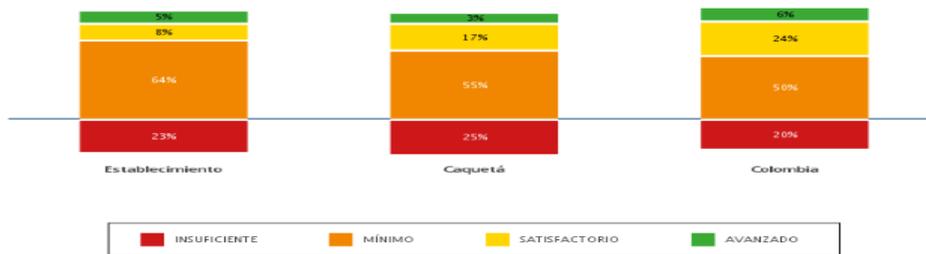


Figura 2. Comparativo de los resultado de la prueba saber 9° del 2016 de la I.E. Sagrados Corazones con promedios de las instituciones educativas a nivel departamental y nacional, Fuente: Ministerio de Educación Nacional (MEN), pruebas Saber 2016.

Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno

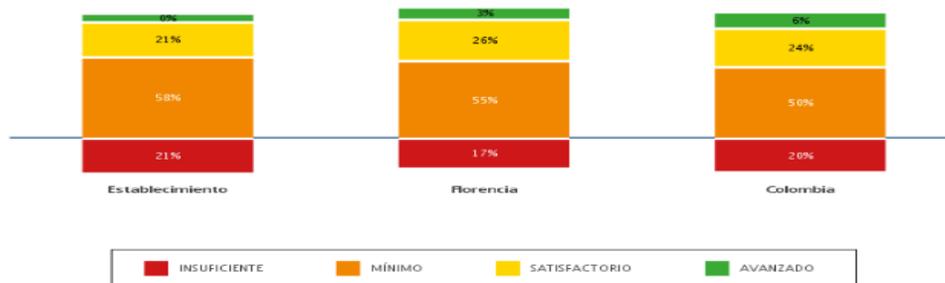


Figura 3. Comparativo resultados prueba saber 9° del 2016 de la I.E. Antonio Ricaurte con promedios de las instituciones educativas a nivel departamental y nacional, Fuente: Ministerio de Educación Nacional (MEN), pruebas Saber 2016.

Desde la práctica docente se observa una gran debilidad en el estudio de los procesos algebraicos en octavo grado, los cuales están asociados al pensamiento variacional. A continuación se presenta el análisis de los resultados obtenidos por las instituciones en donde se desarrollara la propuesta relacionados con los procesos algebraicos que a la vez están vinculados al pensamiento variacional:

**Tabla 2.**

*Análisis de Resultados pruebas Saber Sagrados Corazones, año 2016.*

<b>Competencia/ nivel</b>	<b>Porcentaje nivel</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Porcentaje dificultad</b>
Comunicación /insuficiente	50%	El <b>81%</b> de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.	81%
Comunicación /insuficiente	50%	El <b>79%</b> de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	79%
Razonamiento /insuficiente	21%	El <b>77%</b> de los estudiantes no verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.	77%

**Tabla 3**

*Análisis de Resultados pruebas Saber Agroindustrial de la Amazonia, año 2016.*

<b>Competencia/ nivel</b>	<b>Porcentaje nivel</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Porcentaje dificultad</b>
Comunicación /insuficiente	43%	El <b>86%</b> de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.	86%
Comunicación /insuficiente	43%	El <b>76%</b> de los estudiantes no identifica expresiones numéricas y algebraicas equivalentes.	76%
Razonamiento /insuficiente	31%	El <b>70%</b> de los estudiantes no interpreta ni usa expresiones algebraicas equivalentes.	70%

**Tabla 4***Análisis de Resultados pruebas Saber Antonio Ricaurte, año 2016.*

<b>Competencia/ nivel</b>	<b>Porcentaje nivel</b>	<b>Dificultad</b>	<b>Porcentaje dificultad</b>
Comunicación /insuficiente	50%	El <b>79%</b> de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.	79%
Comunicación /insuficiente	50%	El <b>76%</b> de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.	76%
Razonamiento /insuficiente	29%	El <b>73%</b> de los estudiantes no interpreta ni usa expresiones algebraicas equivalentes.	73%
Razonamiento /insuficiente	29%	El <b>72%</b> de los estudiantes no verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.	72%
Resolución/Mínimo	50%	El <b>58%</b> de los estudiantes no formula ni resuelve problemas usando modelos geométricos.	58%

Al examinar las diferentes tablas de los resultados obtenidos en las pruebas Saber se muestran unos porcentajes muy altos de estudiantes en los niveles mínimo e insuficiente que presentan dificultades en el manejo de competencias relacionadas con el pensamiento variacional en las tres instituciones. Estas pruebas externas suelen ser una guía para determinar en qué se debe profundizar para lograr el desarrollo adecuado de cada pensamiento matemático en los estudiantes, de esta forma, nos permiten entrever que los estudiantes de grado octavo de las instituciones educativas que hacen parte de la presente propuesta tienen muchas dificultades en ciertos aprendizajes relacionados con las expresiones algebraicas y sus operaciones. Tal es el caso de la multiplicación de polinomios, aspecto que está vinculado al pensamiento variacional. Desde la práctica educativa percibe que la multiplicación de polinomios se convierte en un proceso complejo para los alumnos y sus resultados académicos no son los mejores.

Al respecto Kaput y Blanton (2001) señalan este problema del algebra radica en que es vista como una herramienta para la manipulación de símbolos y para resolver problemas (Kieran, 2007) y desprovista de significado (Molina, 2007), motivo por el cual su enseñanza ha sido fuertemente criticada por el poco éxito que obtienen los aprendices al momento del estudio de esta materia (Molina, 2009).

En este sentido, se puede considerar que los resultados pueden tener su origen en el escaso interés de los estudiantes, lo cual, es a su vez una consecuencia del poco uso que hacen los docentes de medios de enseñanza atractivos e ilustrativos que permitan generar una motivación adecuada para el aprendizaje e interiorización de las acciones relacionadas con el pensamiento variacional. En concordancia con lo anterior, se hace necesario implementar una propuesta que genere interés en los estudiantes y que contribuya de esta forma a solucionar las dificultades que se evidencian en las pruebas saber y que vinculen un material novedoso y una estrategia adecuada para mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje.

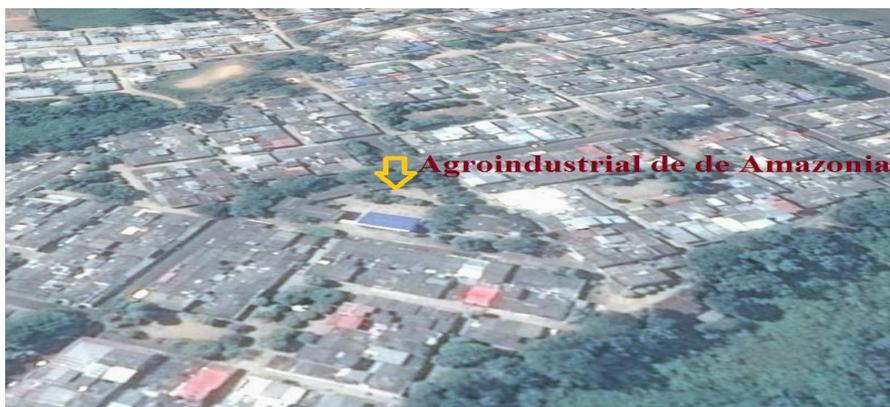
De acuerdo con lo expresado anteriormente, presentamos la propuesta que hace énfasis en implementar la herramienta didáctica caja de polinomios, ya que es un material que llama la atención de los estudiantes provocando en ellos un interés por las actividades que se desarrollen durante la clase, adicional a esto, el docente incorporará nuevas estrategias a su quehacer pedagógico que servirán de agentes motivadores para hacer la clase más agradable para los estudiantes, generando en el aula una dinámica proactiva.

Esta propuesta busca facilitar el desarrollo del pensamiento variacional mediante talleres de aprendizaje que faciliten los procesos de modelación y generalización a través de operaciones con polinomios de segundo grado en diferentes situaciones, haciendo uso de la herramienta didáctica caja de polinomios en estudiantes de grado octavo. Para así, dar solución a las

dificultades descritas anteriormente en los resultados de las pruebas saber, para aumentar el interés de los estudiantes por el álgebra y las matemáticas a través de la utilización de un material concreto. En consecuencia de lo anterior, se planifica una ruta metodológica donde la Caja de Polinomios será la herramienta que motivará en los estudiantes el interés por aprender, adicional a esta herramienta, se suma el Aprendizaje Cooperativo durante el desarrollo de las actividades; así, por medio de la cooperación los estudiantes procuran realizar actividades conjuntas, de manera tal, que puedan aprender unos de otros.

## 1.2 Contexto

Las instituciones donde se desarrollará la propuesta de intervención (Instituto Técnico Agroindustrial de la Amazonia del municipio de Florencia, Institución Educativa Antonio Ricaurte del municipio de Florencia y la Institución Educativa Instituto Técnico Comercial Sagrados Corazones del municipio de Puerto Rico), se caracterizan por ser Instituciones de carácter oficial, ubicadas en la zona urbana de estos municipios.



*Figura 4.* Ubicación IE Agroindustrial de la Amazonia, ubicada en la comuna sur del municipio de Florencia.



*Figura 5.* Ubicación IE Antonio Ricaurte, ubicada en la comuna oriental del municipio de Florencia.



*Figura 6.* Ubicación IE Sagrados Corazones, ubicada al sur del municipio de Puerto Rico.

Los estudiantes que se atienden generalmente son de estratos 1 y 2 que guardan alguna relación con el fenómeno de la violencia en calidad de víctimas, amenazados o desplazados, en su mayoría viven en familias disfuncionales o recompuestas y los padres o acudientes se encuentran en condiciones económicas difíciles ya que desarrollan actividades de tipo informal.

Los estudiantes que harán parte de activa de la intervención presentan diversas dificultades de tipo académico expresadas en bajos niveles de desempeño en el área de matemáticas, adicional a esto, se observa que el interés mostrado por los estudiantes durante las clases no es el ideal para lograr una comprensión de saberes y desarrollo del pensamiento

matemático. Sumado a lo anterior, Los resultados de las pruebas externas muestran que los estudiantes no están construyendo los saberes ni desarrollando las habilidades que conforman el desarrollo del pensamiento variacional, específicamente en cuanto a las operaciones con polinomios.

Las indagaciones realizadas por Pedro Cañal de León en su libro *la Innovación educativa* (2002) ha develado que. “los estudiantes que presentan poco interés, puede ser causado por factores que recaen en la poca innovación de los docentes en las practicas pedagógicas” (p. 76). Adicional a lo planteado, a partir de las prácticas de aula de cada uno de los docentes que desarrollan la intervención, se puede establecer que hay carencia de trabajo cooperativo, ausencia de aprendizajes significativos y poco seguimiento a los aprendizajes con la evaluación formativa. Los análisis realizados han permitido llegar a la conclusión de que el uso de la caja de polinomios es una opción adecuada dado que permite influir en las variables mencionadas favoreciendo así un aprendizaje más efectivo y motivando el interés de los estudiantes.

Es de resaltar, que la dificultad en la comprensión por parte de los estudiantes de la multiplicación de polinomios es notoria desde el quehacer pedagógico en las tres instituciones y motiva a encaminar la intervención hacia el desarrollo de actividades que permitan la comprensión de la multiplicación de polinomios, y de este modo, el fortalecimiento del pensamiento variacional, utilizando como herramienta didáctica la Caja de Polinomios, articulada con el aprendizaje cooperativo, con lo cual, se busca provocar en los estudiantes aprendizajes significativos. Para esto, se toma como referencia los lineamientos curriculares en matemáticas donde plantea como núcleo en el desarrollo del pensamiento variacional, así; “El álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo” (MEN, 1998, p.50). Se hace

evidente en los lineamientos, la importancia del álgebra en el desarrollo del pensamiento variacional. De esta manera, pretendemos fortalecer este pensamiento en las instituciones educativas en las que se desarrollará esta propuesta de intervención, con la utilización de la herramienta didáctica Caja de Polinomios como material potencialmente significativo. Este, es un material manipulable que puede captar la atención de los estudiantes con facilidad ayudando significativamente su comprensión, fundamentada en la teoría de aprendizaje significativo propuesta por Ausubel.

Por lo mencionado anteriormente, se propuso diseñar e implementar estrategias didácticas mediadas por la Caja de Polinomios dirigidas a fortalecer el pensamiento variacional en estudiantes de grado octavo. De acuerdo a lo mencionado, surge la siguiente pregunta problematizadora:

¿Cómo la herramienta didáctica Caja de Polinomios favorece los procesos de multiplicación, de generalización y modelación vinculados al pensamiento variacional, mediante la multiplicación de polinomios en estudiantes de grado octavo de las instituciones educativas Instituto Técnico Agroindustrial de la Amazonia y Antonio Ricaurte del municipio de Florencia e Instituto Técnico Comercial Sagrados Corazones del municipio de Puerto Rico?

### **1.3 Justificación**

La intervención se plantea desde el campo de la praxis pedagógica, desde lo cotidiano del quehacer docente; debido a que los estudiantes han obtenido bajos resultados en las pruebas externas en lo relacionado con el pensamiento variacional. En este orden de ideas, Al analizar los resultados de las pruebas Saber 2016 en las tres instituciones, se evidencia dificultades en

algunas competencias relacionadas con expresiones algebraicas y sus representaciones geométricas.

Teniendo en cuenta estos aspectos, se hace la recomendación de poner especial énfasis en los aprendizajes que se encuentran en los niveles insuficiente y mínimo, implementado acciones pedagógicas de mejoramiento y fortalecimiento. En este sentido, creemos importante la implementación de esta intervención pedagógica, donde a través de la herramienta didáctica caja de polinomios y trabajo cooperativo se pretende promover aprendizajes significativos. De este modo, se fortalecerán los procesos de aprendizaje de la multiplicación de polinomios y con ello mejorar las competencias del pensamiento variacional.

La debilidad presentada en los resultados de las prueba saber de las tres instituciones, no es ajena a los desempeños mostrados por otras instituciones a nivel nacional, por lo que podemos deducir que el fortalecimiento de este pensamiento hasta ahora es una tarea incompleta en la cual se deben hacer esfuerzos para superar las dificultades presentadas. En tal sentido, se han realizado trabajos de intervención con la utilización de la caja de polinomios, tal es el caso del trabajo realizado por el docente José Martín Villarroel Solís quien en su trabajo de grado de maestría desarrollo su propuesta con resultados satisfactorios en la institución Educativa María Cano de la ciudad de Medellín. Por esta razón, y en vista de que nuestra maestría es en profundización, podría decirse que en nuestro contexto no se ha probado su efectividad lo cual deja abierta la posibilidad de hacer el estudio para implementar la Caja de Polinomios como herramienta didáctica para fortalecer el pensamiento variacional mediante la multiplicación de polinomios. Además, esta herramienta se ha incorporado con el fin de resolver operaciones sin tener en cuenta aprendizajes específicos.

Adicional a la parte cognitiva, esta propuesta permea en lo social ya que se plantea dentro un marco del aprendizaje cooperativo lo que permite fortalecer las relaciones interpersonales entre estudiantes a si mismo con los docentes, ya los trabajos se realizaran en grupo donde los aportes de cada estudiante tendrá un valor preponderante, ganaran en confianza al momento de expresar sus ideas y por su puesto escuchar con respeto los aportes de sus compañeros.

En tal sentido, se hace pertinente la implementación de acciones que permitan dar solución a las dificultades antes mencionadas, involucrando a los diferentes actores que intervienen en el proceso educativo en el instituto técnico agroindustrial de la amazonia, la institución educativa Antonio Ricaurte y la institución educativa sagrados Corazones del municipio de puerto Rico. En concordancia con lo anterior, desde el punto de vista pedagógico, se deben implementar diversas estrategias y herramientas didácticas que permitan que los estudiantes estén más atentos, motivados e interesados por la clase, para que la encuentren divertida e interesante, posibilitando una mejor sinergia entre los actores del proceso educativo. Al respecto, Díaz Barriga (1992:23), afirma que “la didáctica es la encargada de articular la teoría con la práctica” y para ello utiliza diferentes herramientas que hacen del aprendizaje algo agradable, lo llena de vida y logra captar la atención de los estudiantes. Las estrategias también deben propender por el fortalecimiento del trabajo en equipo y del trabajo cooperativo que hacen parte del enfoque pedagógico institucional.

En concordancia con lo anterior, proponemos la implementación de la herramienta didáctica llamada caja de polinomios como material potencialmente significativo, siendo esta, una alternativa para la enseñanza de la multiplicación de polinomios en el grado octavo, y de esta manera potenciar en los estudiantes el pensamiento variacional.

#### **1.4 Objetivo general**

Fortalecer el pensamiento variacional y facilitar el desarrollo de procesos de generalización y modelación mediante la multiplicación de polinomios, haciendo uso de la herramienta didáctica caja de polinomios en estudiantes de grado octavo.

#### **1.5 Objetivos específicos**

- Desarrollar las etapas de intervención mediante la aplicación de talleres de aprendizaje que faciliten a los estudiantes mejorar procesos de generalización para fortalecer el pensamiento variacional.
- Formular y resolver problemas algebraicos de multiplicación y situaciones de variación con polinomios, promoviendo en el estudiante el proceso modelación mediante el uso de la Caja de Polinomios.
- Fomentar en los estudiantes el respeto por el las ideas del otro facilitando el trabajo cooperativo y la construcción de competencias a partir de la interacción entre ellos.

## **2. Referente conceptual**

Para el desarrollo de esta intervención pedagógica se hace necesario definir los referentes conceptuales que sirven como sustento teórico para cada uno los aspectos que van surgiendo. Para Briones (1997) el referente conceptual es un glosario con la definición de los conceptos más importantes de la investigación. Su objeto es indicar que en esta investigación esos conceptos solo se pueden interpretar de la manera en que se los ha definido aquí, aunque haya otras formas de definirlos. De acuerdo con lo enunciado anteriormente, en este referente abordaremos los antecedentes de la intervención y los conceptos que dan sustento teórico a la misma como son: Pensamiento matemático, didáctica en aprendizaje de la matemática, pensamiento variacional, aprendizaje significativo, aprendizaje cooperativo, intervención pedagógica, evaluación formativa, caja de polinomios y los parámetros legales.

### **2.1 Antecedentes**

Con relación a la Caja de Polinomios existen algunos trabajos que han sido desarrollados en nuestro país los cuales muestran resultados satisfactorios como el de Villarroel (2014) quien desarrollo su propuesta en la enseñanza de operaciones básicas y el proceso de factorización de polinomios en una institución educativa de la ciudad de Medellín mediante la implementación de guías de aprendizaje. Así mismo, Soto, Mosquera Y Gómez (2005) realizaron un trabajo en la ciudad de Cali donde muestran las diferentes operaciones que se pueden desarrollar con la caja de polinomios. De igual forma, en el campo internacional, Valdivé y Escobar (2011) realizaron un artículo llamado estudio de los polinomios en contexto en el cual plantearon la utilización de figuras cuadradas y rectangulares para la construcción del concepto de polinomio. De la misma forma Soto, F., Naranjo, C. & Lozano, J. (2009) realizaron el artículo denominado “Aprendizaje

del Álgebra en grupos con discapacidad auditiva utilizando la Caja de Polinomios”. De igual forma se han elaborado versiones digitales como es el caso de Saavedra (2012) quien desarrolló un demo digital de la caja de polinomios empleado para representar las operaciones básicas en el plano cartesiano. También se han desarrollado algunos trabajos que muestran cierta relación con la caja de polinomios como el de Jiménez y Salazar (2013) quienes elaboraron una tesis sobre tabletas algebraicas y el de Rubio (2014) relacionado con bloques para enseñar factorización de polinomios. A nivel internacional no se registran referencias al respecto. De igual forma sucede en el ámbito regional. Es de resaltar que en los trabajos mencionados anteriormente se concluye la importancia de vincular la práctica con el uso de material concreto, específicamente, con la Caja de Polinomios.

## **2.2 Pensamiento Matemático**

El pensamiento es aquello que existe a través de la actividad intelectual. Se trata del producto de la mente nacido de los procesos racionales del intelecto o de las abstracciones de la imaginación. El pensamiento matemático, consiste en la sistematización y la contextualización del conocimiento de las matemáticas. Este pensamiento se desarrolla a partir de conocer el origen y la evolución de los conceptos y las herramientas que pertenecen al ámbito matemático.

El pensamiento matemático está íntimamente relacionado con la capacidad de pensar y trabajar en términos numéricos empleando el razonamiento lógico, este tipo de inteligencia trasciende el ámbito de las matemáticas y colabora con nuestra habilidad para comprender conceptos de otra naturaleza y para relacionarlos tomando como base esquemas y técnicas ordenadas. Además, de acuerdo con Pérez y Gonçalves (2013) se reconoce que “el centro de atención de la educación matemática es el desarrollo del pensamiento matemático, entendiendo pensamiento como la unidad de procesos y contenidos”. Dentro de estos procesos generales de

pensamiento (razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, comunicación, modelación y elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos), se ha puesto de relieve el proceso de modelación. En el mismo sentido, Azcarate y Camacho (2003) ponen de manifiesto que este tipo de pensamiento por su naturaleza posee unos procesos característicos entre los que destaca: el nivel de abstracción, formalización del conocimiento, la representación, definición de los conceptos y la demostración.

El pensamiento matemático, esta subdividido de acuerdo al Ministerio de Educación Nacional de Colombia en cinco tipos de pensamiento: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. Los aspectos referidos a la expresión ser matemáticamente competente muestran la variedad y riqueza de este concepto para la organización de currículos centrados en el desarrollo de las competencias matemáticas de manera que éstas involucren los distintos procesos generales.

### **2.3 Didáctica de la Matemática**

Sin duda la humanidad ha evolucionado en los últimos sesenta años más de lo que había evolucionado antes, la didáctica y las Matemáticas no son ajenas a este fenómeno, es así como la enseñanza de las Matemáticas debe estar enmarcada por nuevas prácticas, que contemplen aspectos del orden social y real en el que se desarrolla la cátedra, y participativas en las que los alumnos y los grupos de trabajo jueguen el papel creador y capaces de descubrir las Matemáticas. Reevaluar esas viejas prácticas de enseñar las Matemáticas, se convierte en una necesidad imperiosa para jalonar el cambio, una revisión a la resolución de problemas, al teorema demostración, como herramientas hasta el momento tan cotidianas del quehacer docente en la enseñanza de las Matemáticas, deja una amarga experiencia, que invita a innovar y a

experimentar, prácticas como la lúdica hasta el momento tan menospreciadas comienzan a adquirir un papel fundamental en la práctica docente de los profesores de Matemáticas.

De esta manera, el aprendizaje de las matemáticas en el contexto de la solución de problemas es un proceso que requiere de maestros y estudiantes la adopción de formas de interacción que lleven por un lado a los estudiantes a comprender los problemas y explorar diferentes formas de solución, y por otro a los maestros a analizar y elegir los problemas que propone en clase tomando en cuenta el nivel de conocimientos de sus alumnos. Esto se plantea como alternativa a las prácticas de enseñanza meramente expositivas que enfatizan el aprendizaje de procedimientos matemáticos para su posterior aplicación a problemas. Flores (2005) afirma que se ha demostrado que los alumnos pueden realizar correctamente los algoritmos pero que este conocimiento no es suficiente para solucionar los problemas. A esta afirmación se puede agregar que los procesos de modelación y generalización son necesarios para solucionar problemas, así mismo, cuando el desarrollo de algoritmos no es suficiente para el desarrollo del pensamiento matemático debemos recurrir a la didáctica.

El uso de problemas matemáticos dentro del aula de clases se ha propuesto como medio para promover el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes, así como para ampliar y consolidar sus conocimientos, habilidades y capacidades que los lleven a aplicar sus conocimientos matemáticos en la solución de problemas de la cotidianidad.

Se pretende que la enseñanza de las matemáticas deje de ser solamente expositiva y que por el contrario de la oportunidad a los alumnos para que cooperativamente experimenten soluciones con la guía del maestro, quien por su parte elige y analiza los problemas que propone en su clase tomando en cuenta el nivel de conocimientos de los estudiantes.

Se puede describir el aprendizaje como la articulación progresiva de saberes, para tal fin se hace fundamental la transposición didáctica; según Godino y Batanero (2003) cuando queremos enseñar un cierto contenido matemático hay que adaptarlo a la edad y conocimiento de los alumnos, con lo cual hay que simplificarlo, buscar ejemplos asequibles..., usar un lenguaje y símbolos más sencillos que los habitualmente usado. Es decir la didáctica requiere de la transposición para llegar al objetivo final, el aprendizaje del alumno.

## **2.4 Pensamiento Variacional**

En los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas definen el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos como la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas (MEN, 1998, p.72).

EL Pensamiento Variacional se debe aplicar al contexto del estudiante, donde él pueda utilizar los elementos que éste le ofrece (procesos de cambio, conceptos de variable, el álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio, relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas, modelos matemáticos) en otras áreas del conocimiento, y lograr así, una interdisciplinariedad en su proceso de aprendizaje. Se debe combinar con los demás pensamientos de tal forma que permita a los estudiantes enfrentar situaciones cotidianas dándole explicación con contextos de variación y cambio.

De acuerdo con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998, p 72) Un primer acercamiento en la búsqueda de las interrelaciones permite identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación (...). (...) En los contextos de la vida práctica y en los científicos, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático.

El estudio de los conceptos, procedimientos y métodos que involucran la variación, están integrados a diferentes sistemas de representación las cuales pueden ser gráficas, tabulares, expresiones verbales, diagramas, expresiones simbólicas, ejemplos particulares y generales para permitir, a través de ellos, la comprensión de los conceptos matemáticos. Vasco (2002) aproxima una definición del pensamiento variacional en los siguientes términos: El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionan sus variables internas, de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. (Vasco, 2002, p 70).

## **2.5 Aprendizaje Significativo**

Como sustento importante dentro de la intervención destacamos el aprendizaje significativo, ya que le otorga un papel relevante a la herramienta didáctica caja de polinomios. Esta es una teoría cognitiva que explica el proceso que se lleva a cabo para que ocurra el aprendizaje de lo que se enseña en las personas. Ausubel (1983) señala. “El aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento (p. 58). El

concepto central de la teoría del aprendizaje significativo señala que este es un proceso a través del cual nuevas informaciones adquieren significado por interacción con aspectos relevantes preexistentes en la estructura cognitiva que, a su vez, son también modificados durante ese proceso. Así mismo, Moreira (1993) plantea:

La esencia del proceso de aprendizaje significativo está, por lo tanto, en la relación no arbitraria y sustantiva de ideas simbólicamente expresadas con algún aspecto relevante de la estructura de conocimiento del sujeto, esto es, con algún concepto o proposición que ya le es significativo y adecuado para interactuar con la nueva información. De esta interacción emergen, para el aprendiz, los significados de los materiales potencialmente significativos (...). En esta interacción es, también, en la que el conocimiento previo se modifica por la adquisición de nuevos significados. (p.2)

Es evidente la importancia que adquiere el material potencialmente significativo dentro de la teoría de Ausubel, importancia que en nuestra intervención es trasladada a la caja de polinomios, la cual jugará un papel muy importante en la consecución de los objetivos planteados en este trabajo. Así mismo, Moreira destaca la importancia del material potencialmente significativo como agente facilitador y activador de los subsumidores (conceptos existentes en la estructura cognitiva del aprendizaje) planteados dentro de la teoría de aprendizaje significativo, los cuales al ponerse en contacto darán origen a nuevos aprendizajes con fundamentos sólidos.

## **2.6 Aprendizaje Cooperativo**

La cooperación consiste en trabajar juntos para alcanzar objetivos comunes. En el quehacer docente la cooperación puede resultar un instrumento de grandes alcances en cuanto al

desempeño de los estudiantes se refiere, Johnson y Johnson (1999) lo describe cómo un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo de los estudiantes que incluye diversas y numerosas técnicas en las que los estudiantes trabajan conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que son responsables todos los miembros del equipo. Además destacan que el aprendizaje cooperativo es el uso instructivo de grupos pequeños para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje propio y el que se produce en la interrelación.

Los antecedentes del aprendizaje cooperativo, pueden remontarse a la misma historia social del hombre. Fue la cooperación entre los hombres primitivos la clave para su evolución, a través del intercambio, la socialización de experiencias y resultados como garantía para la subsistencia.

La historia de aprendizaje cooperativo se inicia realmente con la de la especie humana. El hombre es un ser social por naturaleza. La cultura, en todas sus facetas, es una producción colectiva. La producción y la transmisión del saber son la resultante de elementales procesos de socialización propios de la especie humana. (Arias, 2003, p 13).

De igual manera, Vygotsky manifiesta que el aprendizaje cooperativo requiere de grupos de estudios y trabajo. En primera instancia, porque es en el trabajo en grupo donde los docentes y los alumnos pueden cooperar con los menos favorecidos en su desarrollo cognitivo, tener acceso al conocimiento o mejorar sus aprendizajes. Puede agregarse que, la teoría de aprendizaje cooperativo define el ambiente como aquél en el que los estudiantes trabajan en grupos pequeños de manera conjunta, asegurando que todos lleguen a dominar el material asignado.

## **2.7 Intervención Pedagógica**

Es la acción intencional que desarrollamos en la tarea educativa en orden a realizar con, por y para el educando los fines y medios que se justifican con fundamento en el conocimiento de la educación. (Tourriñán, 1997). Alcanzar lo planeado en la educación es el objetivo de la tarea docente, para ello, planificamos de múltiples maneras como lograrlo, siempre llevando nuestras intenciones apunten al logro educativo. Wright (como se citó en Tourriñán, 1997) señala que la intencionalidad reside en la conducta; y ver una conducta como intencional es comprenderla como un conjunto de actuaciones implicadas, por lo que el propio agente cree, en la consecución de algo. En definitiva, la intervención pedagógica pretende generar hechos y decisiones pedagógicas. La condición de experto viene dada por estar en posesión de competencias desarrolladas con el conocimiento teórico, tecnológico y práctico de la educación, el dominio de la complejidad estructural de la toma de decisiones pedagógicas y el entrenamiento en la intervención como especialista de la educación (Tourriñán, 1997).

En el ámbito educativo el objetivo principal es potenciar las habilidades del niño para poder conseguir los objetivos académicos que se plantean en su desarrollo académico. Se trata de distinguir las capacidades que los sujetos pueden desarrollar sobre unos contenidos concretos. A partir de ahí, se ajusta la programación, la cual debe estar estructurada en torno a objetivos de aprendizaje, con un diseño de capacidades sobre contenidos, con el fin de poder hacerla flexible y adaptable en cada momento. Pero también hemos de tener en cuenta además del rendimiento académico, saber potenciar las habilidades intelectuales y no olvidarnos de lo emocional. Por este motivo, además de hablar de estrategias de comprensión y de aplicación, es preciso abordar estrategias de atención y de autorregulación y control.

## 2.8 Evaluación Formativa

El MEN asume la evaluación, como elemento regulador de la prestación del servicio educativo que permite valorar el avance y los resultados del proceso a partir de evidencias que garanticen una educación pertinente, significativa para el estudiante y relevante para la sociedad; esta, mejora la calidad educativa. Los establecimientos educativos pueden adelantar procesos de mejoramiento a partir de los diferentes tipos de evaluación existentes.

Jorba y Sanmartí (1996) le confieren a este proceso un lugar privilegiado al lado de la autorregulación de los aprendizajes y la interacción social en el aula como elementos en los cuales se sustenta la regulación continua de la enseñanza en la escuela. En el mismo orden de ideas, la Agencia de Calidad de la Educación (2017, p 1) argumenta que la evaluación es un proceso planificado para recoger y sintetizar información con el fin de descubrir y evidenciar la fortalezas y debilidades de los estudiantes. En el proceso de aprendizaje, que requiere de la participación activa y las sinergias de docentes y directivos docentes para una reflexión sobre la propia práctica pedagógica.

Se plantea que la evaluación formativa va de la mano con la planeación de metas y resultados y parte de lo que el docente conoce de sus estudiantes respecto al desarrollo de habilidades y del conocimiento. En esencia la idea de evaluación formativa se sustenta en “la evidencia de los logros de los estudiantes” (ACE, 2017, p.13). Los cuales son interpretados por el profesor y por ellos mismos, en una acción autocrítica frente a las metas de aprendizaje que se han planeado previamente.

El proceso de evaluación formativa lleva implícita la retroalimentación del aprendizaje por parte del docente mediante el análisis de las evidencias del mismo aprendizaje y la reflexión

crítica acerca de su práctica, en un proceso continuo de interacción con los estudiantes. De la misma manera la evaluación formativa contempla “cerrar la brecha” para saber en qué estado de aprendizaje se encuentran los estudiantes y que tan distantes se encuentran para alcanzar las metas de aprendizaje propuesta, en el marco de lo que Vygotsky llamó zona de desarrollo próximo.

Los resultados de la acción educativa en los estudiantes se evalúan a través de evaluaciones de aula internas, y evaluaciones externas. En consonancia con lo anterior, con la Evaluación Formativa se pueden lograr los aspectos que el MEN destaca de la evaluación, ya que esta, es una actividad sistemática y continua, que tiene por objeto proporcionar la información necesaria sobre el proceso educativo, para reajustar sus objetivos, revisar críticamente los planes, los programas, los métodos y recursos, orientar a los/las estudiantes y retroalimentar el proceso mismo. Los propósitos que destaca esta evaluación son:

- Informar tanto a los/as estudiantes como al docente acerca del progreso alcanzado por los primeros.
- Localizar las deficiencias observadas durante un tema o unidad del proceso enseñanza-aprendizaje, a fin de retroalimentar e introducir los correctivos de lugar.
- Valorar las conductas intermedias del estudiante para descubrir cómo se van alcanzando parcialmente los objetivos propuestos.
- Revisar y hacer los ajustes necesarios para propiciar el desarrollo de conocimientos, habilidades y destrezas de los estudiantes. Si la evaluación formativa señala que se van cumpliendo los objetivos, el docente y los alumnos tendrán un estímulo eficaz para seguir adelante.

## 2.9 Caja de Polinomios

La caja de polinomios surge como un proyecto diseñado por estudiantes y docentes de la Universidad de Nariño, quienes unieron esfuerzos para crear una herramienta que posibilite la enseñanza y aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios en una sola variable con coeficientes enteros. Al indagar más sobre los alcances de la herramienta encontraron que esta amplía la gama de posibilidades porque es posible trabajar temáticas tales como factorización, operaciones básicas pero con coeficientes racionales. Uno de sus mayores precursores y promotores es el doctor Oscar Fernando Soto, profesor adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad de Nariño, quien además, es director de la biblioteca central de dicha institución. Con la colaboración del profesor Edwin Insuasty, docente de la misma unidad académica diseñaron una versión digital que fue puesta a disposición de la comunidad educativa. Esta versión fue presentada en diferentes eventos de carácter local, regional y nacional, con gran acogida entre los interesados en innovar estrategias didácticas en el aula de matemáticas.

La existencia de la Caja de Polinomios como instrumento mediador del conocimiento algebraico y particularmente de su desarrollo operatorio se fundamenta en tres conceptos:

- Concepto de sustitución de variables: que tiene su raíz en el Teorema 43 del Libro I de los Elementos de Euclides, el cual permite la construcción de fichas rectangulares de diferentes dimensiones pero con igual área.
- Concepto de Homogeneización: originado en la preocupación de representar de manera coherente un polinomio, como la anexión de áreas rectangulares; problema que discute y soluciona el matemático árabe Tabit ben Qurra el Harani. En la página 57 del libro *Recorriendo el Álgebra* editado por Colciencias y escrito por las profesoras Myriam Acevedo de Manrique y Mary Falk de Losada, se expone brevemente sobre el uso de

unas tarjetas rectangulares que posibilitan la representación de polinomios de grado dos en una variable y con coeficientes enteros positivos.

- Concepto de Plano Cartesiano: Cimentado en las ideas de los franceses Pierre Fermat y René Descartes. La idea de situar un objeto de acuerdo a un sistema coordinado brinda el contexto adecuado para representar polinomios de una o más variables de manera tangible, sin importar que algunos o todos los coeficientes sean enteros negativos.

De esta manera, la Caja de Polinomios se convierte en un instrumento mediador del conocimiento que presenta una nueva forma de representar las expresiones algebraicas, representaciones que a su vez, en el desarrollo operatorio construyen algoritmos y procedimientos novedosos que se ejecutan a modo de un rompecabezas. De esta manera, incorpora lo lúdico a la aprehensión del conocimiento y es una de las razones por las que ese conocimiento es significativo y perdurable.

Ahora, ilustraremos de manera gráfica como se compone la caja de polinomios y las relaciones que deben tener los lados y áreas de la piezas que la conforman, resultando importante para el desarrollo del trabajo de intervención, tener claridad de cuando se debe trabajar con el valor de cada lado de las piezas y cuando se debe considerar el valor del área.

De este modo, Los rectángulos y cuadrados ilustrados a continuación en la figura 7 hacen parte de la caja de polinomios, con esta se desarrolla la propuesta de intervención, en estas, el valor del área de cada figura será el nombre que recibirá cada pieza que compone la caja de polinomios, éstas serán construidas por los estudiantes en material resistente como cartón paja.

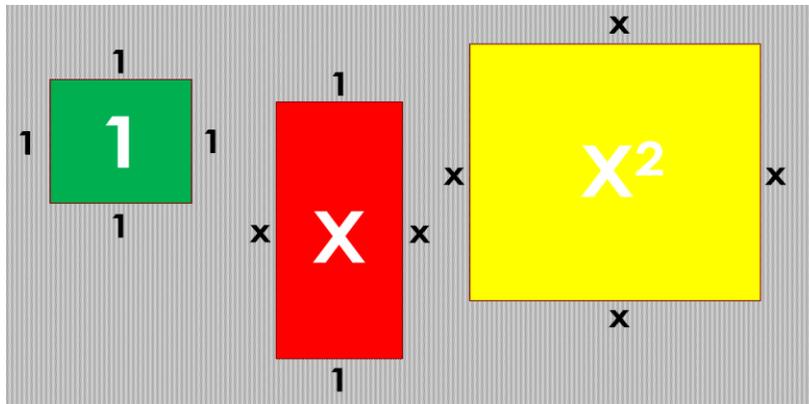


Figura 7. Piezas que componen la caja de polinomios. Fuente: Elaboración Propia.

### 2.9.1 Operaciones con polinomios usando la caja de polinomios.

Para sumar polinomios es necesario tener claro el concepto términos algebraicos semejantes, ya que estos se suman teniendo en cuenta su respectivo signo para generar el resultado de suma indicada. Como se observa en la siguiente operación:

$$(2x^2 + 4x - 3) + (x^2 - 3x + 2) = \text{operación planteada}$$

$$(2x^2 + x^2) + (4x - 3x) + (-3 + 2) = \text{se agrupan los términos semejantes}$$

$$= 3x^2 + x - 1 \quad \text{El resultado se obtiene sumando los términos semejantes}$$

Esto si se hace de manera tradicional, al utilizar la caja de polinomios el procedimiento tendría dos momentos, en un primer momento se deben ubicar las piezas de la caja de polinomios en el plano cartesiano utilizando los cuadrantes uno y tres como positivos, y los cuadrantes dos y cuatro como negativos ilustrado en la figura 8, y en un segundo momento se sustraen del plano cartesiano las piezas semejantes que se encuentren en cuadrantes con signos diferentes, una vez retiradas las piezas obtenemos el polinomio resultado.

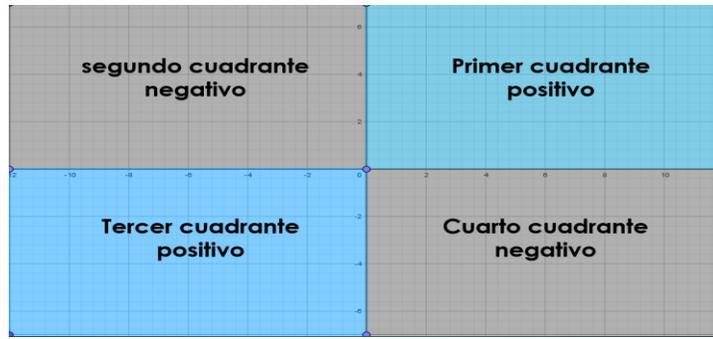


Figura 8. Plano Cartesiano. Fuente: Elaboración propia.

Primer paso: En los cuadrantes dos y cuatro ubicamos el primer polinomio ( $2x^2 + 4x - 3$ ), Y en los cuadrantes uno y tres el segundo polinomio ( $x^2 - 3x + 2$ ), como se ilustra a continuación en la figura 9:

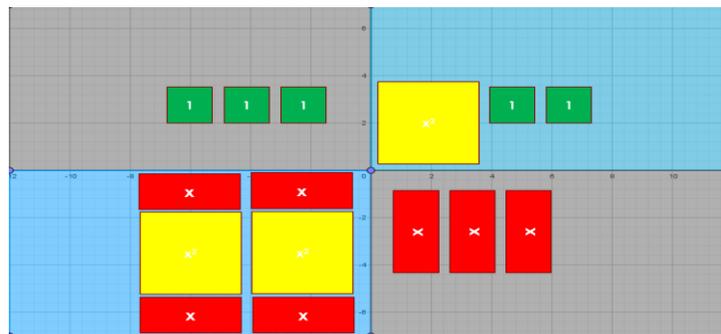


Figura 9. Paso uno: Ubicación de las piezas en el plano cartesiano. Fuente: Elaboración propia

Paso dos: para obtener el polinomio resultado  $3x^2 + x - 1$  procedemos a sustraer del plano las piezas semejantes que se encuentran en cuadrantes de signos opuestos, como se muestra a continuación en la figura 10:

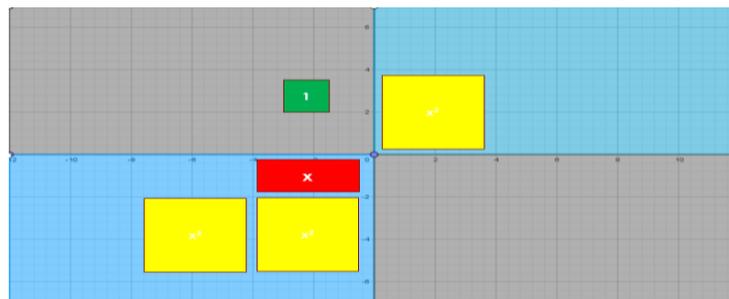


Figura 10. Paso dos: Suma de términos semejantes en el plano. Fuente: Elaboración propia.

Continuando con las operaciones de polinomios, ahora se analiza la multiplicación. Para multiplicar polinomios, se ubica cada polinomio sobre uno de los ejes del plano cartesiano, cada polinomio está conformado por los lados de las fichas que conforman la caja de polinomios. Una vez ubicados los polinomios en cada eje, nos disponemos a recubrir los espacios generados en el plano cartesiano con las fichas de la Caja de Polinomios, teniendo en cuenta que los lados de las fichas utilizadas en cualquier posición del plano deben corresponder con las medidas generadas durante el proceso de posicionamiento de cada polinomio sobre los ejes. Es de anotar, que las fichas que resulten ubicadas en los cuadrantes I y III serán de signo positivo y las ubicadas en los cuadrantes II y IV tendrán signo negativo, por lo cual, las fichas de igual valor que se encuentren con signos diferentes se deben sacar del plano. Una vez se haya cubierto la superficie correspondiente y retirado las fichas de igual valor con signos contrarios el resultado de la multiplicación será el total de fichas que al final queden en el plano cartesiano.

Con el ánimo de ilustrar de una forma clara, a modo de ejemplo, se resuelve la siguiente multiplicación de polinomios, con la caja de polinomios;  $(2x + 2)(3x - 1)$

Para iniciar a multiplicar se ubica cada polinomio sobre uno de los ejes del plano cartesiano, teniendo en cuenta las medidas de los lados de cada pieza de la caja de polinomios, como se muestra en la figura 11:

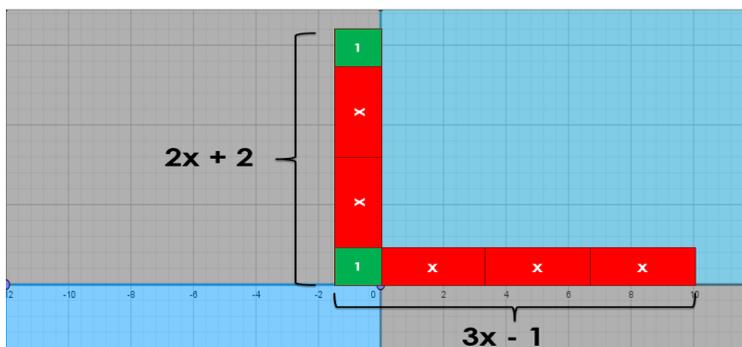
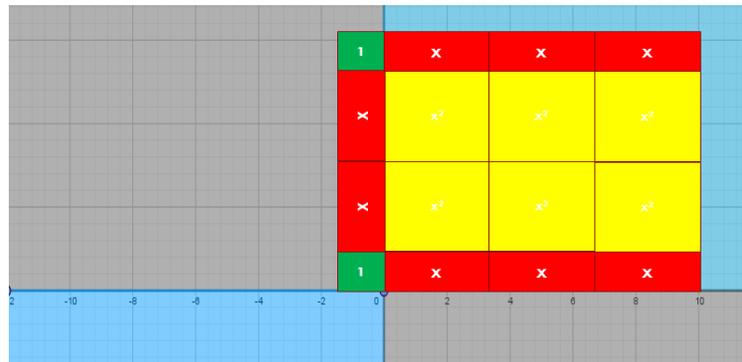


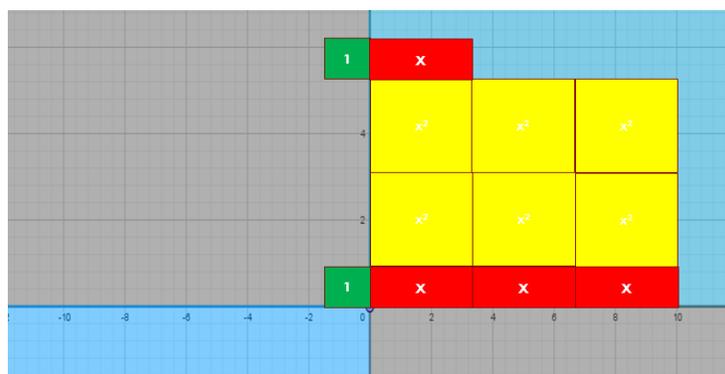
Figura 11. Multiplicación: Ubicación de los polinomios en los ejes del plano cartesiano. Fuente: Elaboración propia.

Seguidamente, se recubre con las piezas de la caja de polinomios el área del plano comprendido entre los polinomios representados en cada eje, se debe tener cuidado momento de poner las piezas, sus lados deben corresponder con las medidas de los polinomios representados en los ejes del plano, como se ilustra en la figura 12:



*Figura 12.* Multiplicación: Ubicación de piezas en la zona definida. Fuente: Elaboración propia

Ahora, una vez recubierta el área indicada, se revisa si en los cuadrantes positivos (I y III) y cuadrantes negativos (II y IV) coinciden piezas de igual valor (color), dado el caso de que esto suceda, se retiran las piezas necesarias en cantidades iguales en ambos cuadrantes, hasta que en uno o ambos cuadrantes el número de piezas coincidentes sea igual a cero. Para el caso del ejercicio que se tomó como ejemplo, procedemos como se observa en la figura 13.



*Figura 13.* Multiplicación: se retiran las piezas semejantes del plano. Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, después de retirar del plano las piezas, se obtiene el resultado de la multiplicación, para esto, es necesario tener en cuenta los valores asignados a cada pieza y el signo que le corresponde será igual a su respectiva ubicación en los cuadrantes del plano cartesiano, el resultado que se obtiene en el ejercicio es:  $(2x + 2)(3x - 1) = 6x^2 + 4x - 2$ .

## **2.10 Parámetros Legales**

Para alcanzar los objetivos de la educación colombiana, el Ministerio de Educación Nacional estableció a través de la ley 115 de 1994, en el artículo 23, a las matemáticas como una de las áreas obligatorias y fundamentales, posteriormente, implementó los Lineamientos y Estándares Curriculares en Matemáticas, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) y la Matriz de Referencia, que sirven como guía para determinar el progreso en el desarrollo de cada uno de los cinco pensamientos que allí se destacan. Se hará mención a algunos de ellos por su importancia en relación con el trabajo de intervención.

### **2.10.1 Estándares Básicos de Competencias Matemáticas.**

Los Estándares de Competencias Básicas son criterios claros y públicos que permiten establecer los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen derecho los niños y las niñas de todas las regiones del país, en todas las áreas que integran el conocimiento escolar. Para la propuesta de intervención en el grado octavo se tienen en cuenta los siguientes estándares relacionados con el pensamiento variacional:

- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas. (Pensamiento Espacial)
- Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada.  
(Pensamiento Variacional)

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. (Pensamiento Métrico)
- Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica. (Pensamiento Espacial)

### **2.10.2 Derechos Básicos de Aprendizajes.**

De acuerdo al MEN, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), se definen como una herramienta dirigida a toda la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar, de primero a once, y en las áreas de Lenguaje y Matemáticas. Algunos DBA relacionados con el pensamiento variacional en el grado octavo son:

- Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico. (DBA No. 4 grado Octavo)
- Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y variación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación. (DBA No. 8 grado Octavo)

### **2.10.3 Matriz de Referencia.**

Es un instrumento de consulta basado en los estándares de competencias, útil para que la comunidad educativa identifique con precisión los resultados de aprendizaje esperados para los estudiantes. Esta, presenta los aprendizajes que evalúa el ICFES en cada competencia, relacionándolos con las evidencias de los que debería hacer y manifestar un estudiante que haya logrado dichos aprendizajes en una competencia específica.

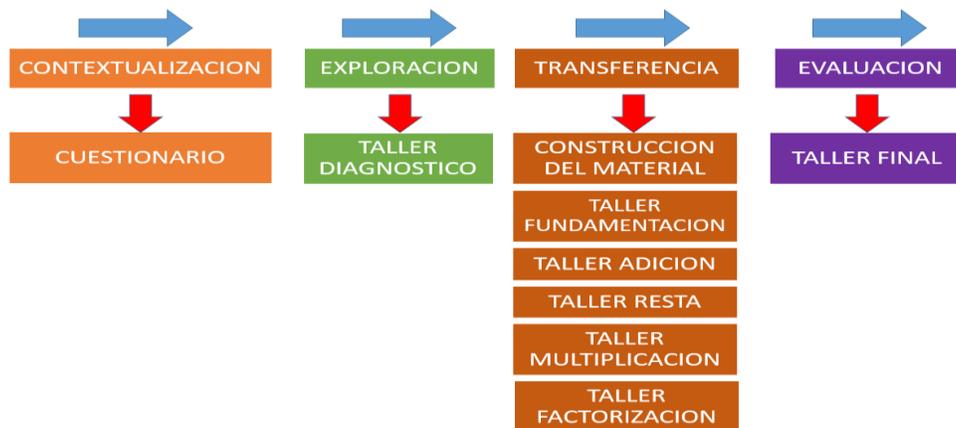
### 3. Referente metodológico

#### 3.1 Naturaleza de la intervención

La presente intervención pedagógica se sustenta con elementos del modelo cualitativo, donde se exponen datos con estadística descriptiva, esto facilita la interpretación del progreso en cada uno de los momentos de la etapa de transferencia, permitiendo fortalecer las debilidades evidenciadas. De acuerdo con Hernández (2014). “la investigación cualitativa se enfoca en comprender los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con su contexto” (p. 358). Las actividades desarrolladas durante la intervención fueron orientadas por cada uno de los docentes procurando la participación activa de los estudiantes mediante el trabajo cooperativo en la solución de actividades planteadas.

##### 3.1.1 Esquema del diseño metodológico.

Para el desarrollo de la intervención seleccionamos unas herramientas que nos permitirán recolectar información vital para el cumplimiento de los objetivos planteados, a continuación en la figura. 14 mostramos la ruta que seguiremos durante la intervención.



*Figura 14.* Esquema del diseño metodológico de la intervención pedagógica.  
Fuente: Elaboración propia.

### 3.2 Población

Las instituciones donde se desarrolló la intervención (Instituto Técnico Agroindustrial de la Amazonia del municipio de Florencia, Institución Educativa Antonio Ricaurte del municipio de Florencia y la Institución Educativa Instituto Técnico Comercial Sagrados Corazones del municipio de Puerto Rico) se caracterizan por ser Instituciones de carácter oficial, ubicadas en la zona urbana de estos municipios. Los estudiantes mayoritariamente son de estratos 1 y 2 que guardan alguna relación con el fenómeno de la violencia en calidad de víctimas, amenazados o desplazados, en su mayoría viven en familias disfuncionales o recompuestas y los padres o acudientes se encuentran en condiciones económicas difíciles ya que algunos desarrollan actividades de tipo informal.

La población es un conjunto de individuos de la misma clase, que presentan características comunes. Según Tamayo y Tamayo, (2004), “La población se define como la totalidad del fenómeno a estudiar donde las unidades de población posee una característica común la cual se estudia y da origen a los datos de la investigación” (P.114).

La población objeto de estudio está constituida por 154 estudiantes de grado octavo de las tres instituciones, son grupos heterogéneos constituidos por 99 mujeres y 55 hombres que oscilan entre 12 y 17 años, como se muestra en la figura 15 y 16.

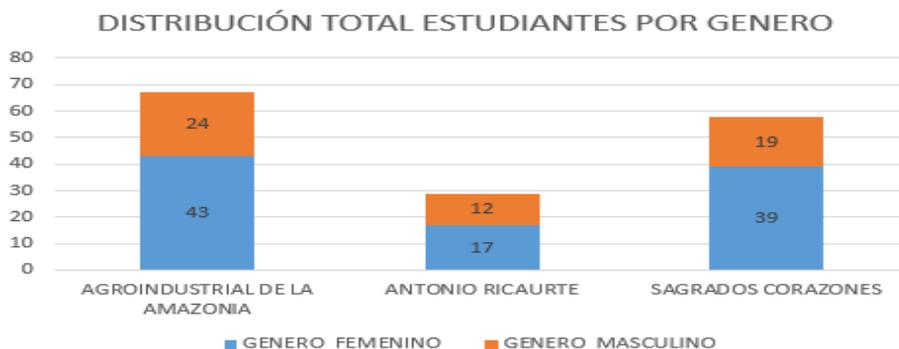


Figura 15. Cantidad de población por género. Fuente: Elaboración propia.

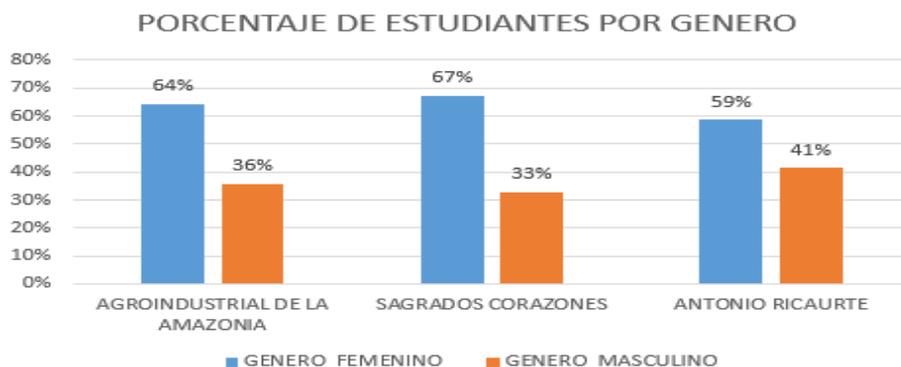


Figura 16. Porcentaje de población por género. Fuente: Elaboración propia.

### 3.3 Muestra

Según Tamayo (2004) afirman. “la muestra es el grupo de individuos que se toma de la población, para estudiar un fenómeno estadístico” (p.38). Para el desarrollo de la intervención se tuvo en cuenta a 60 estudiantes de las tres instituciones de las tres instituciones como muestra.

Lo anterior, es una muestra significativa de la población total, seleccionada con base a un tipo de muestreo no probabilístico, y en particular, a una muestra por conveniencia (Hernández, 2014), puesto que los tres docentes involucrados en la investigación se desempeñan en estos cursos y por tanto existe la disponibilidad para llevar a cabo el proyecto de intervención, a continuación en la figura 17 se evidencia la distribución por género de la muestra.

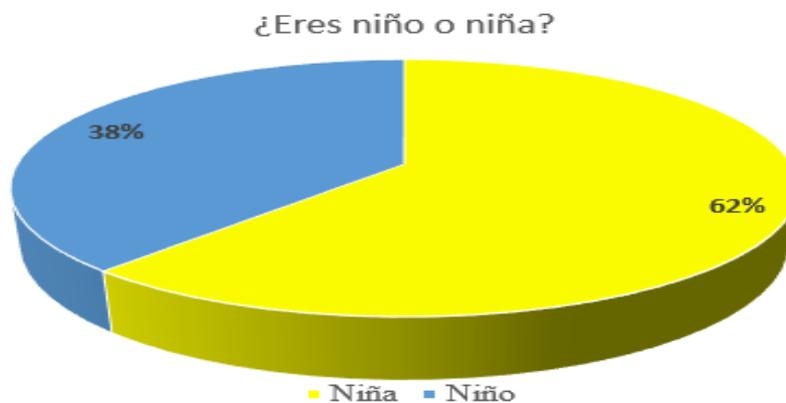


Figura 17. Muestra de la intervención por género. Fuente: Elaboración propia.

### **3.4 Instrumentos Para la Recolección de Información**

Se refieren a cualquier tipo de recurso que utiliza el investigador, para nuestro caso particular evidenciar la intervención pedagógica; para allegar la información y datos relacionados con el tema de estudio. Por medio de los instrumentos seleccionados, se obtiene información sintetizada que se podrá utilizar e interpretar en armonía con los referentes conceptuales. En este sentido, el cuestionario, el diario de campo y el taller, fueron los instrumentos empleados para la recolectar información de la intervención.

#### **3.4.1 Cuestionario.**

De acuerdo con Hernández (2014) en fenómenos sociales el instrumento más utilizado para recolectar los datos es el cuestionario. Un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir. Este debe ser congruente con el planteamiento del problema e hipótesis.

Los cuestionarios se emplean como documento básico para obtener información y se apoyan frecuentemente en encuestas que pueden ser de diversos tipos. Por ejemplo, conocer las necesidades de hábitat de futuros compradores de viviendas, evaluar la percepción ciudadana sobre ciertos problemas como la inseguridad etc. Esta, tiene como objeto conocer aspectos ajenos a simple vista al trabajo realizado por los estudiantes en el aula, pero que sin duda tiene sus repercusiones en el desarrollo del estudiante como persona.

#### **3.4.2 Diario de campo.**

El Diario de Campo es uno de los instrumentos que día a día nos permite sistematizar nuestras prácticas investigativas; además, nos permite mejorarlas, enriquecerlas y transformarlas (Martínez, 2009). Bonilla y Rodríguez (1997) Plantean:

El diario de campo debe permitirle al investigador un monitoreo permanente del proceso de observación. Puede ser especialmente útil [...] al investigador, en él se toma nota de aspectos que considere importantes para organizar, analizar e interpretar la información que está recogiendo” (p 129).

El diario de campo permite enriquecer la relación teoría–práctica. Durante la intervención cada docente elaboró diarios de campo como herramienta para la recolección de información en el aula de clase. El objetivo de esta práctica fue el de encontrar categorías básicas y emergentes (ANEXO J) para la caracterización de la población con relación al trabajo en el aula.

### **3.4.3 Taller de Aprendizaje.**

El taller puede concebirse como una metodología de trabajo en la cual se puede integrar la teoría con la práctica. Según Müller (2004) la técnica de taller propone un espacio y un tiempo de comunicación, reflexión y creatividad participativa, donde lo importante es el proceso y no el producto terminado. Así mismo, Nidia Aylwin (citado en Maya. 2016) expresa que:

El taller se constituye en la actividad más importante desde el punto de vista del proceso pedagógico, pues además de conocimientos aporta experiencias de vida que exigen la relación de lo intelectual con lo emocional y activo e implica una formación integral del alumno. (p. 113-136)

Para la intervención pedagógica se elaboran y aplican una serie de talleres de aprendizaje en los cuales se abordan diversas situaciones relacionadas con la variación y el cambio mediante la Caja de Polinomios.

#### 4. Sistematización

Durante este capítulo, se consolida la descripción, análisis e interpretación de cada una de las etapas metodológicas que hacen parte de la propuesta de intervención, a fin de consolidar un diálogo de saberes que permita identificar fortalezas, debilidades y oportunidades en beneficio del proceso docente educativo. En este orden de ideas, se contrastan aspectos del marco conceptual, la información recopilada a través de los instrumentos utilizados para recopilar información y las posturas que emergen de los autores a partir de la experiencia realizada.

La Intervención pedagógica realizada en las tres instituciones, se desarrolló en cuatro etapas (contextualización, exploración, transferencia y evaluación) configurando en cada una de ellas un proceso de reflexión sobre las diferentes fortalezas y dificultades que tienen los estudiantes en relación a las operaciones con expresiones algebraicas, especialmente con la multiplicación de polinomios; permitiendo así, proponer y desarrollar una propuesta didáctica de aprendizaje que favorezca el desarrollo de Pensamiento variacional en los estudiantes.

Para ello, se emplearon instrumentos (cuestionarios, talleres de aprendizaje para la aplicación de la intervención, diarios de campo y encuesta mediante escala Likert) como mecanismos de recolección de información, vital al momento de sistematizar la intervención.

En este orden de ideas, las etapas metodológicas que se desarrollaron durante esta intervención se ampliarán a continuación de forma cualitativa, subrayando que se hará una descripción, análisis e interpretación de cada momento.

Es importante recordar que el objetivo de la intervención es “Fortalecer el pensamiento variacional y facilitar el desarrollo de procesos de generalización y modelación mediante la multiplicación de polinomios haciendo uso de la herramienta didáctica caja de polinomios en

estudiantes de grado octavo”. A continuación se desarrollan cada una de las etapas, iniciando con la etapa de contextualización.

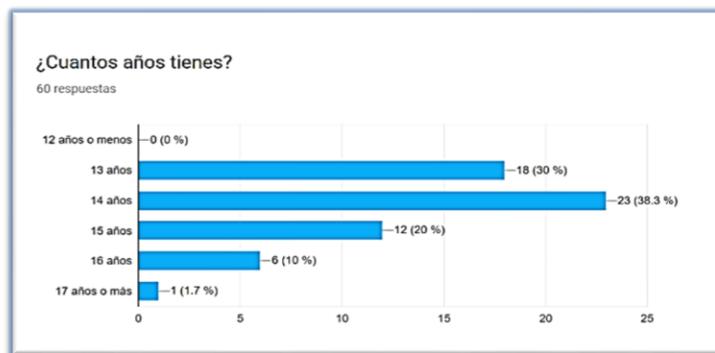
#### **4.1 Contextualización**

En esta etapa se proyectó realizar una contextualización sociodemográfica a través de un cuestionario (ANEXO A), cuya finalidad fue realizar una aproximación a las condiciones de vida de los estudiantes. Esta, se aplicó a través de preguntas que pretendían indagar en los estudiantes situaciones reales como; edad, género, aspectos de tipo familiar y transporte utilizado para llegar a la escuela. En lo relacionado con lo comportamental y académico específicamente vinculados con la enseñanza de las matemáticas se utilizó una escala Likert que nos permitió conocer que emoción causa en los estudiantes ciertas situaciones que suelen presentarse en el contexto escolar.

Ahora bien, en el análisis de esta etapa emergen sustancialmente algunos elementos que enriquecieron la propuesta. En un primer momento, los estudiantes tienen un acercamiento con la intervención, se dio a conocer los objetivos de la intervención y el papel fundamental que ellos desarrollan para cumplirlos, se motivaron para ser parte del proceso con la mejor disposición. Pasó seguido, se realizó la encuesta con la que se pretendía conocer aspectos de influencia en los procesos académicos que desarrollan los estudiantes en la escuela.

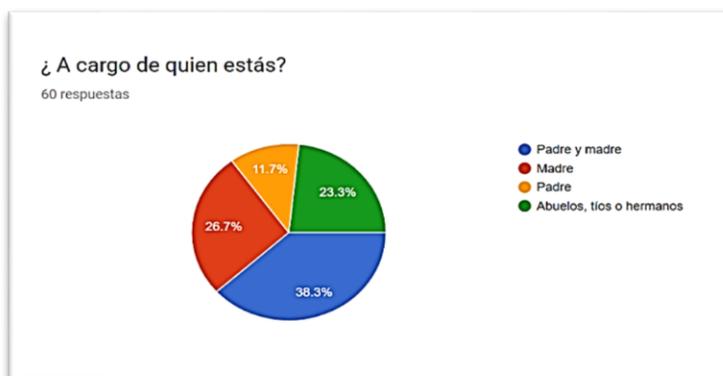
En efecto, se analizaron los resultados obtenidos por los estudiantes en los cuestionarios de contextualización, con relación a situaciones de vida de los estudiantes, reflejados a través de la escala Likert, relacionadas con aspectos académicos y comportamentales específicamente vinculados al área de matemáticas.

Los estudiantes respondieron a la edad que tienen, donde mayoritariamente las edades oscilan entre 13 y 15 años alcanzando un 88,3%, mientras el restante 11,7% corresponde a estudiantes con edades entre 16 y 17 años, como se observa en la figura 18:



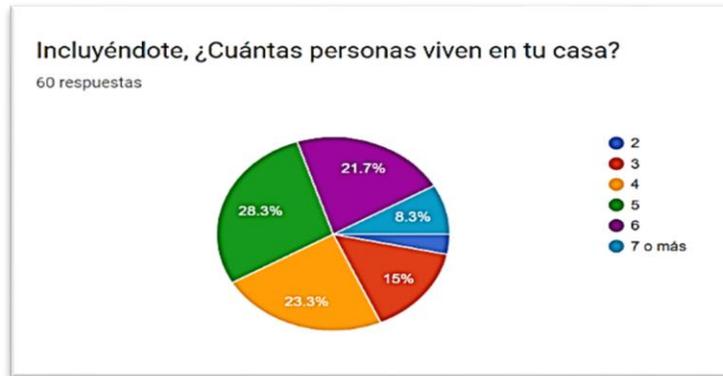
*Figura 18.* Edades de estudiantes de la muestra. Fuente: Elaboración propia.

Posteriormente, se indagó por el tipo de familia en el que viven, ante esta pregunta se puede afirmar que la mayoría de los estudiantes es decir el 61,7% viven en hogares monoparentales o recompuestos y solo el 38,3% viven en hogares nucleares como se observa en la figura 19:



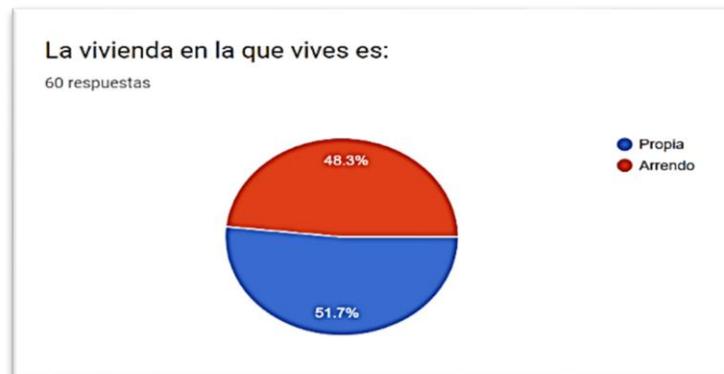
*Figura 19.* Tipo de adulto responsable del estudiante. Fuente: Elaboración propia.

Luego, los estudiantes respondieron acerca del número de personas con las cuales convive, al respecto se pudo evidenciar que en el 70% de los hogares habitan entre dos y cinco personas, y en el 30% restante habitan seis o más personas, que se evidencia en la figura 20.



*Figura 20.* Número de personas con las vive el estudiante.  
Fuente: Elaboración propia

En relación, a la pregunta “si la vivienda en la que viven es propia o no”, los estudiantes respondieron en un 51.7% que viven en casa propia y el 48.3% viven en arriendo como se observa en la figura 21.



*Figura 21.* Tipo de vivienda en la que vive el estudiante.  
Fuente: Elaboración propia.

Con respecto, a medio de transporte que utilizan para desplazarse a cada una de las instituciones, de la figura 22 se puede afirmar que la mayoría de los estudiantes llegan caminando, de los medios de desplazamiento tienen porcentajes muy similares y se destaca el uso del mototaxismo.

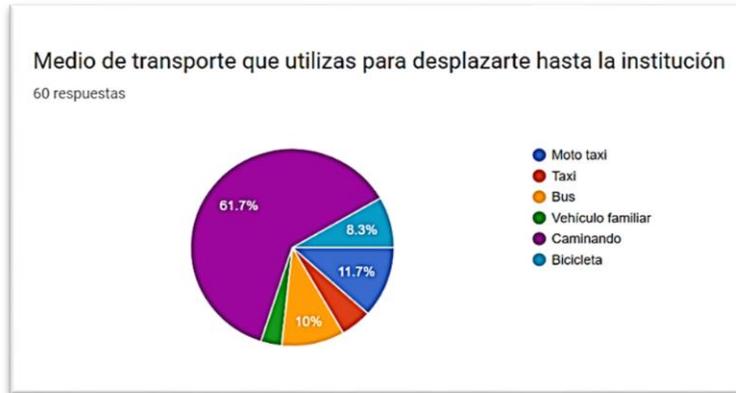


Figura 22. Medio de transporte empleado por estudiantes para ir al colegio. Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, la escala Likert se implementó para indagar por el gusto hacia las matemáticas y para determinar el nivel de aceptación o rechazo de esta área y comportamientos asociados a situaciones de tipo académico, a continuación se detallan uno a uno los ítems que se tuvieron en cuenta.

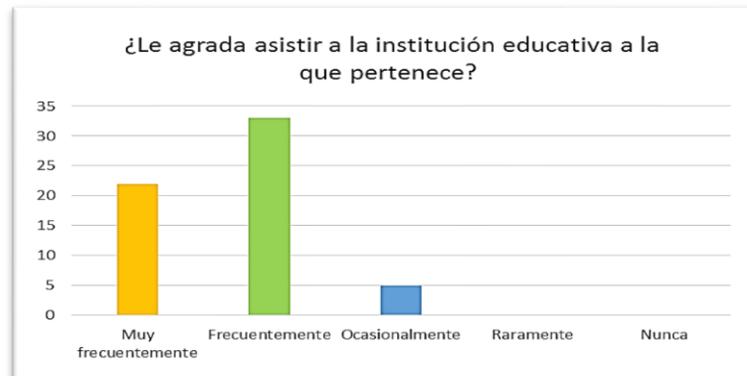


Figura 23. Agrado por asistir a la Institución educativa. Fuente: Elaboración propia.

Ante esta pregunta en la figura 23 se puede evidenciar que el 91.66% los estudiantes de las tres instituciones educativas sienten gusto o agrado por asistir a estas y solo el 8.34% expresan insatisfacción.

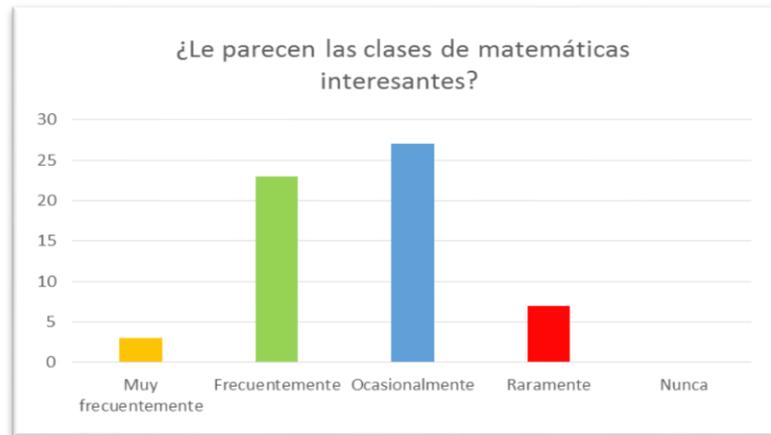


Figura 24. Percepción por las clases de matemáticas. Fuente: Elaboración propia.

Ante esta pregunta los estudiantes manifiestan mayoritariamente que faltan más estrategias didácticas para que las clases de matemáticas sean más dinámica e interesante como se muestra en la figura 24.

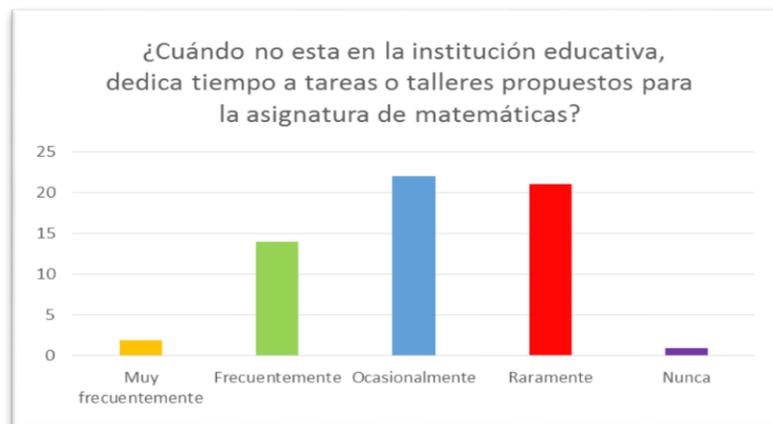
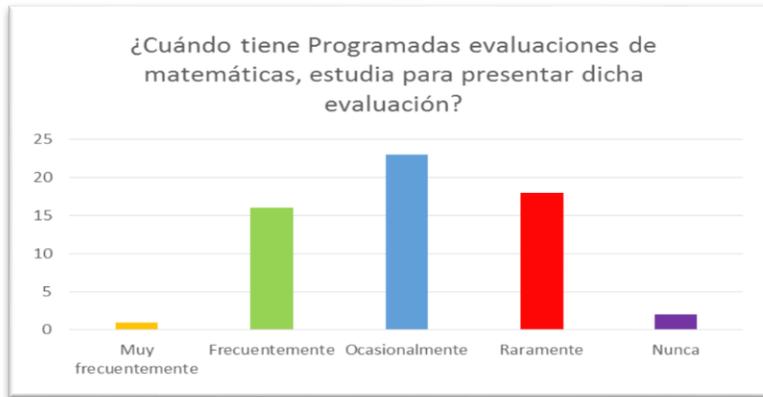


Figura 25. Tiempo extracurricular dedicado al área de matemáticas. Fuente: Elaboración propia

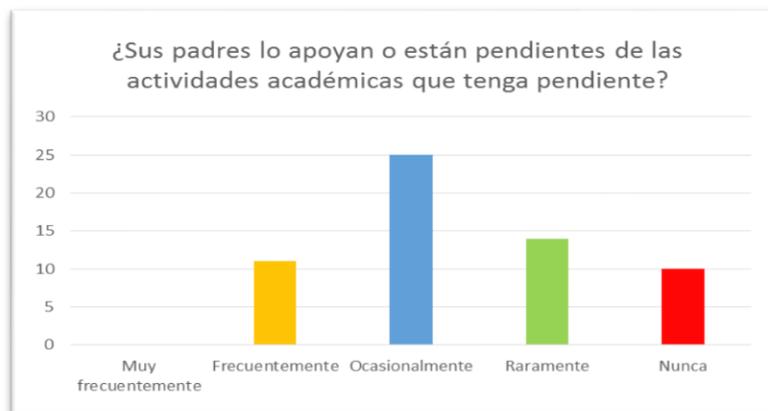
En cuanto al tiempo que dedican los estudiantes en realizar las tareas y trabajos extra clase en el área de matemáticas, se obtuvo que en su mayoría ocasionalmente realiza actividades propuestas y una mínima parte de ellos nunca realizan las tareas como se evidencia en la figura 25.



*Figura 26.* Dedicar tiempo para repasar temáticas, antes de un examen. Fuente: Elaboración propia.

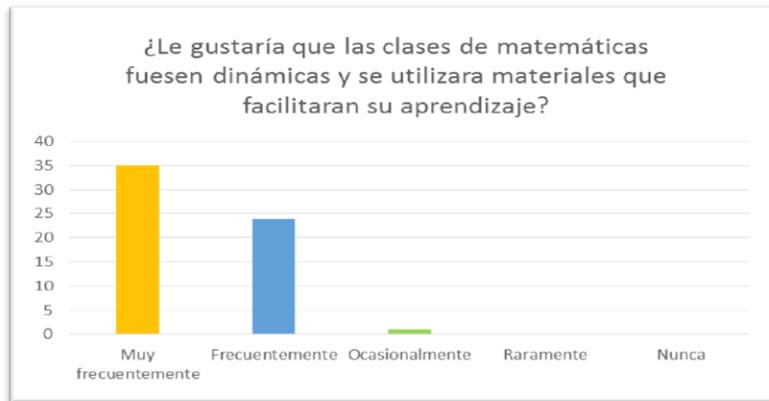
Frente a esta pregunta, la mayoría responde que ocasionalmente estudia para presentar las evaluaciones y la mínima parte dicen que no dedica tiempo para hacer las actividades

Escolares y académicas, ver figura 26.



*Figura 27.* Apoyo de los padres en actividades académicas. Fuente: Elaboración propia.

En cuanto a la colaboración de los padres de familia en el acompañamiento a los procesos académicos de los estudiantes, en la figura 27 se observa que casi el 50% de los estudiantes no tienen el apoyo de los padres de familia en las actividades académicas y otros ocasionalmente tienen el apoyo de sus padres.



*Figura 28.* Le gustaría que las clases de matemáticas fuesen más dinámicas. Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo a esta pregunta los estudiantes expresan que les gustaría que las clases sean más dinámicas, que se utilice material concreto para que estas sean más agradables y se alcance un aprendizaje significativo, ver figura 28.

Con esta encuesta se obtuvo datos muy importantes de los estudiantes que permiten conocer detalladamente algunos aspectos personales que pueden afectar su desempeño académico. Teniendo en cuenta los resultados de la encuesta sociodemográfica podemos inferir que los estudiantes se enfrentan a situaciones en sus contextos que pueden impactar de forma negativa en su proceso académico, situaciones como; un alto índice de familias que no tienen vivienda propia, muchos de ellos hacen parte de familias disfuncionales, en algunos casos conviven con seis o más personas, la mayor parte de ellos se desplazan hacia sus instituciones caminando y se evidencia escaso acompañamiento y apoyo por parte de sus padres en su procesos académico.

Por otra parte, se indagó a los estudiantes sobre aspectos académicos, donde podemos deducir que el gusto que sienten por asistir a la escuela es mayoritario, así mismo, dejaron entrever que les gustaría que las clases de matemáticas fuesen más dinámicas; estos aspectos

mencionados hacen relación directa a nuestra intervención debido a que pretendemos utilizar una herramienta que permita dinamizar los procesos académicos en las instituciones donde se realizará la intervención.

## **4.2 Exploración**

Con el objetivo puesto en conocer el dominio de los conceptos algebraicos y las operaciones con polinomios por parte de los estudiantes, la etapa exploratoria arrojó evidencia de los saberes previos, lo cual permitió establecer un punto de partida para el diseño de los talleres de aprendizaje de la etapa de transferencia que llevarán a alcanzar los objetivos planteados durante la planificación de la propuesta.

Esta etapa, se aplicó el taller de aprendizaje N°1 (ANEXO B), el cual tenía como objetivo “poner en evidencia los conocimientos relacionados con los conceptos y el dominio de las operaciones entre polinomios de los estudiantes participantes de la intervención”. Se centró en la indagación de saberes previos acerca de expresiones algebraicas; conceptos, operaciones básicas y resolución de problemas aplicados a los estudiantes de grado octavo. Por tanto, los hallazgos condujeron a reconocer los saberes de los estudiantes frente al pensamiento variacional; además, esta actividad sirvió como referente para iniciar la planificación y ejecución de los talleres aplicados en la etapa de transferencia como una oportunidad para enriquecer el proceso acorde a los intereses y necesidades de los educandos traducidos al alcance y cumplimiento de los objetivos planteados en la propuesta. Ligado a este objetivo se incluyó estándar básico de competencias “Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V)”, además se complementó con el DBA “Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en

situaciones de modelación”. Finalmente se incluyó la evidencia de aprendizaje “Opera con formas simbólicas y las interpreta”.

El taller de aprendizaje contenía ítems numerados de 1 a 10, los estudiantes mostraron incertidumbre ante su aplicación como se evidencia en la figura 29. El interés no fue muy notorio debido a que esta se realizó de forma individual y de manera escrita. Las preguntas estaban relacionadas con conceptos de expresiones algebraicas y sus operaciones relacionadas con los aprendizajes que se encuentran reportados en las pruebas saber 9 en los niveles mínimo e insuficiente, entre ellos “no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos” y “no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación”, aspectos relacionados con el pensamiento variacional.



*Figura 29.* Aplicación del Taller No. 1 Exploración. Fuente: Elaboración propia.

Con este primer taller se pudo evidenciar que los estudiantes tienen una gran falencia en el manejo de conceptos (ANEXO L), un gran número de ellos desconocen o no tienen claridad sobre expresiones algebraicas, de igual forma sucede con la solución de problemas, aspecto en el cual hay gran debilidad ya que no estructuran una forma de solución acorde a su nivel académico. Para realizar la valoración de esta prueba diagnóstica fue necesario acudir a elementos cuantitativos para darle mejor interpretación a sus resultados. Es de aclarar que en el proceso educativo prima la evaluación formativa en la que se tienen en cuenta diversos aspectos

como el comportamiento y la participación entre otros. A continuación se presenta la figura 30 que apoya cuantitativamente las aproximaciones y observaciones cualitativas halladas en los resultados de la prueba exploratoria presentada por los estudiantes de las tres instituciones.



Figura 30. Resultados taller No. 1. Fuente: Elaboración propia.

Las primeras seis preguntas indagaron sobre conceptos básicos referentes a expresiones algebraicas relacionadas con el proceso comunicación. En estas prevalecieron respuestas incorrectas, es decir; que los la mayoría de estudiantes no estructuran saberes previos acerca de estos temas. Las demás preguntas hacían referencia a las operaciones básicas con polinomios y estaban vinculadas a los procesos ejercitación, razonamiento y resolución en las cuales se notó que hay serias debilidades al respecto ya que en la totalidad de ellas predominaron las respuestas incorrectas. En las preguntas 7, 8, 9 y 10 se evidencian unos porcentajes de error bastantes elevados alcanzando porcentajes superiores al 75%, y están asociados a las operaciones adición, sustracción, multiplicación y factorización. Kieran (1992) ha reportado las dificultades de los niños en el tránsito desde la aritmética hasta el álgebra en la escuela secundaria, dificultades que se centran en la necesidad de manipular letras y dotar a esta actividad de significado, lo que supone un cambio notable en las convenciones usadas en la aritmética. En tal sentido, se infiere que gran parte de las dificultades presentadas en los procesos operativos entre polinomios están

relacionados con la carencia de significado de los elementos que componen los términos algebraicos (variables y coeficientes).

### **4.3 Transferencia**

Esta etapa se implementó con base en los resultados de la etapa exploratoria y consistió en la implementación de la Caja de Polinomios como herramienta para mejorar aspectos relacionados con el pensamiento variacional a través de la multiplicación de polinomios que permita a los estudiantes realizar procesos de generalización y modelación. Para su desarrollo se aplican diferentes talleres en forma secuencial los cuales fueron estructurados de menor a mayor complejidad. La estructura de cada taller se diseñó teniendo en cuenta los referentes de calidad del MEN abordados en los referentes conceptuales, en el capítulo 2. Cada uno constó del título de la actividad a desarrollar, los objetivos del taller, estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje y de evidencias de aprendizaje. Posterior a esta información se encuentra la argumentación teórica y finalmente las actividades de aprendizaje en la cual se incluyen ejercicios y problemas de aplicación.

#### **4.3.1 Construcción de la herramienta Caja de Polinomios.**

El taller de aprendizaje No. 2 (ANEXO C) consistió en la construcción del material didáctico (Caja de Polinomios) empleando como materia prima cartón paja, que es de fácil acceso y de bajo costo para los estudiantes. Algunos grupos optaron por emplear un material de mayor dureza (triplex). El objetivo del taller de aprendizaje fue Construir las piezas que componen la Caja de Polinomios siguiendo las indicaciones dadas, y el primer paso consistió en formar grupos de 4 estudiantes en los cuales se tuvieron diferentes roles, ya que surgieron tareas como la diagramación del material en los pliegos de cartón paja, el corte de las piezas y la

decoración de las mismas. Se planteó como estándar básico de competencia “utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. (P.M)”, el cual fue acompañado por el DBA “Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico”. Como evidencia de aprendizaje se incorporó “Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área cuando sus dimensiones varían”.



*Figura 31.* Aplicación del taller No. 2. Fuente: Elaboración propia.

Durante la aplicación de este taller de aprendizaje se encontró que la mayoría de estudiantes mostraron aceptación hacia el trabajo en equipo pues se integraron de buena forma en el aula como se evidencia en la figura 31, al respecto, Johnson y Johnson (1999) lo describen como un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo de los estudiantes que incluye diversas y numerosas técnicas en las que los estudiantes trabajan conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que son responsables todos los miembros del equipo. Situación que en nuestro caso queda refrendada debido al interés mostrado por los estudiantes en la construcción de la Caja de Polinomios y en la participación de todos en esta actividad. Por otra parte, se pudo evidenciar que varios de ellos presentaban dificultades en los procesos de medida, aspecto relacionado con el pensamiento métrico; ya que algunos grupos mostraron asimetrías en la elaboración del material, como se muestra en la figura 32.



*Figura 32.* Estudiantes durante taller No. 2. Fuente: Elaboración propia.

La construcción de la herramienta sirvió para realimentar algunos conceptos relacionados con los sistemas de medidas. Se detectaron como fortalezas las mejoras en el aspecto comportamental y la apropiación de valores como la solidaridad, la responsabilidad, el respeto y la tolerancia. De igual forma se encontraron debilidades como la poca habilidad en la diagramación y el corte de las piezas en el cartón paja y la distracción de algunos estudiantes con el uso del teléfono celular.

#### **4.3.2 Fundamentación teórica.**

Posteriormente se aplicó el taller de aprendizaje No. 3 (ANEXO D) cuya finalidad fue la de realizar la fundamentación teórica para conocer las piezas de la Caja de Polinomios, su valor, su posicionamiento dentro del plano cartesiano, su valor posicional, la relación entre las fichas y el plano y la composición de los polinomios. El objetivo planteado para este taller consistió en Conocer los elementos que componen la Caja de Polinomios (Piezas) y su relación con el plano cartesiano. El taller de aprendizaje contempló el estándar “Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas” y estuvo soportado por el DBA “describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico”. Para la verificación del mismo se planteó la evidencia de

aprendizaje establecida en la matriz de referencia “Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área cuando sus dimensiones varían”.

El taller de fundamentación teórica inició con una presentación de la caja de polinomios en la que se hizo una reseña histórica de misma, seguidamente se explicó el valor de cada pieza. En este punto, se presentaron varias inquietudes por parte de los estudiantes ya que un número considerable de ellos no entendían la relación entre las longitudes de sus lados y el área que representaban. Luego se trabajó la relación entre fichas, en donde se establecieron acuerdos para su manejo y ubicación. En este aspecto no hubo mayores contratiempos. Luego se abordó el plano cartesiano como elemento esencial en el uso de la Caja de Polinomios. Aquí se presentaron algunas dificultades de tipo conceptual porque la mayoría de los estudiantes desconocían ese concepto. Después, se explicó la relación entre las fichas y el tablero en el plano y la composición de polinomios en él. Es de resaltar que la mayoría de estudiantes tuvieron dudas pero fueron aclaradas en cada grupo de trabajo.



*Figura 33.* Aplicación del taller No. 3. Fuente: Elaboración propia.

La actividad permitió la integración de los estudiantes fortaleciendo el trabajo en equipo y sirvió para establecer el liderazgo de algunos de ellos en este proceso, ver figura 33. Es de destacar que se integraron varios pensamientos matemáticos como el variacional y el métrico y el numérico, en forma horizontal, con el objetivo de contribuir con la explicación de situaciones que surgieron a partir de la aplicación de la intervención ya que estos sirvieron de soporte para

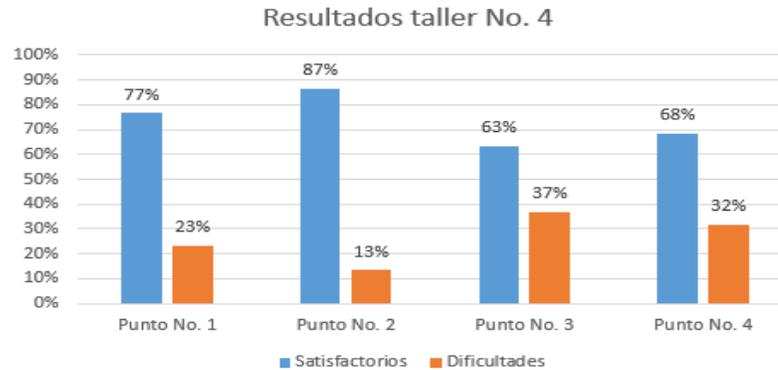
explicar algunas dudas que emergieron al respecto, entre las cuales estaban: ¿Por qué se asignan valores determinados a las piezas de la Caja de Polinomios?, ¿Por qué se relaciona cada pieza con el área de una figura plana?, ¿Qué significado tiene el cero en la caja de polinomios?, ¿Por qué el plano cartesiano tiene cuadrantes positivos y negativos?, entre otras.

Durante la fundamentación teórica de la Caja de Polinomios se generó un buen ambiente de clase ya que se trabajó dinámicamente, se distribuyeron roles dando participación a todos los miembros del grupo. Los estudiantes mostraron motivación hacia el desarrollo de la clase al interactuar entre ellos haciendo uso de material manipulable, el cual estaban aprendiendo a utilizar. Al respecto, Ausubel (1976) manifiesta que la adquisición de nuevos esquemas que se acomodan a unos ya existentes permiten un aprendizaje significativo porque lo aprendido se genera a partir de experiencias o saberes previos, mediados por la práctica, llevando a una mayor comprensión y asimilación de determinado aprendizaje. El aprendizaje cooperativo se fortaleció notablemente debido a la organización del trabajo en el aula, el cual fomentó la unión, el compañerismo y la solidaridad. Los estudiantes con mayor habilidad sirvieron de guía para que sus compañeros alcanzaran los desempeños establecidos para la clase. Al respecto, Fathman y Kessler (como se citó en Sáez, 2002) afirman que el aprendizaje cooperativo puede ser una forma de manejo de la clase muy efectiva para contribuir al desarrollo de destrezas sociales, adquirir un mejor conocimiento de los conceptos, mejorar la capacidad de resolución de problemas, y perfeccionar las destrezas comunicativas y lingüísticas. El desarrollo del taller de aprendizaje, permitió conocer las habilidades de los estudiantes con relación a otros pensamientos matemáticos, como el métrico y el espacial.

### **4.3.3 Adición de polinomios.**

Luego, se aplica el taller de aprendizaje No. 4 (ANEXO E), en el cual se inició el trabajo práctico con la Caja de Polinomios, abordando la operación adición de polinomios. Como actividad de clase se propuso la solución de operaciones y problemas relacionados con la operación adición propuestas al final del taller. El objetivo que se planteó fue el de Conocer el proceso de suma de polinomios con la caja de polinomios y realizar ejercicios mediante este. A este, se articuló un estándar básico de competencia relacionado con la construcción de expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada y posteriormente, se identificó un DBA asociado a este estándar el cual pretende identificar y analizar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación. A estos aspectos se le sumó la evidencia de aprendizaje “Opera con formas simbólicas y las interpreta”.

El taller se estructuró de tal forma que los estudiantes le dieran un manejo dinámico a la clase. Primero, se explicó la forma de ubicar las expresiones algebraicas en el plano cartesiano organizándolas en los cuadrantes, luego, se propuso el concepto de cero al que algunos relacionaron con términos semejantes, finalmente se desarrolló la actividad planteada. A continuación se muestra la figura 34 de los resultados obtenidos por los estudiantes en esta prueba, en esta se detallan los porcentajes de estudiantes que respondieron a las situaciones planteadas de forma satisfactoria y aquellos que presentaron algún tipo de dificultad.



*Figura 34.* Resultados taller No. 4. Fuente: Elaboración propia.

Estas preguntas se asocian a los procesos comunicación, razonamiento y resolución. El primer y segundo punto estaba integrado al proceso razonamiento, se pudo constatar como muestra la figura 34 que la operación adición con la Caja De Polinomios se les facilitó a los estudiantes porque el 77% obtuvieron desempeños satisfactorios y solo el 23% presentaron dificultades, y en el ítem de representación se observó que el 87% de los participantes mostraron buenos resultados. El punto 3 estaba ligado al proceso de resolución y se pudo constatar un buen resultado ya que el 63% resolvieron la actividad de forma satisfactoria. Algo para reflexionar fue el hecho de que el 37% de los participantes no respondieron correctamente el problema de aplicación. Durante el desarrollo del taller se presentaron diversos interrogantes sobre la forma de suprimir términos semejantes, relacionado con el concepto de cero en la Caja de Polinomios, el cual fue explicado de forma diferenciada a quienes requerían de este apoyo.



*Figura 35.* Estudiantes durante aplicación del taller No 4. Fuente: Elaboración propia.

Los estudiantes se mostraron motivados con el trabajo con la Caja de Polinomios como se observa en la figura 35, al iniciar la clase todos los grupos disponían del material en sus mesas. Participaron activamente en el desarrollo del taller de aprendizaje en el cual se abordó la operación adición de polinomios. Se continuó trabajando cooperativamente durante la aplicación, evidenciándose en los diferentes grupos compañerismo y responsabilidad en el manejo y cuidado del material didáctico.

Después del desarrollo de la actividad se hizo una contrastación entre el método tradicional y la solución mediante la Caja de Polinomios, en donde se llegó a la conclusión que la herramienta tiene gran ventaja ya que les facilitó este proceso. Como fortaleza en este taller se puede nombrar que se mejoró en el comportamiento en el aula de clase, ya que los estudiantes están en constante dialogo sobre la actividad. También se fortaleció el aprendizaje cooperativo. Además, se continuó mejorando en diferentes valores como la solidaridad, responsabilidad, respeto y la tolerancia. Como debilidad podemos plantear que hace falta mejorar en la solución de problemas ya que esto constituye un aspecto importante en la formulación de este trabajo y continua siendo evidente la distracción de algunos estudiantes debido a la manipulación de dispositivos electrónicos como celulares.

#### **4.3.4 Resta de polinomios.**

El taller de aprendizaje No. 5 (ANEXO F) tuvo como objetivo “Fortalecer el proceso eliminación de paréntesis asociándolo a la caja de polinomios y realizar ejercicios mediante esta”. A este, se articuló el estándar básico de competencia “Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos”. (P.N); de igual forma, se asignó el DBA asociado a este estándar el cual pretende reconocer los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no

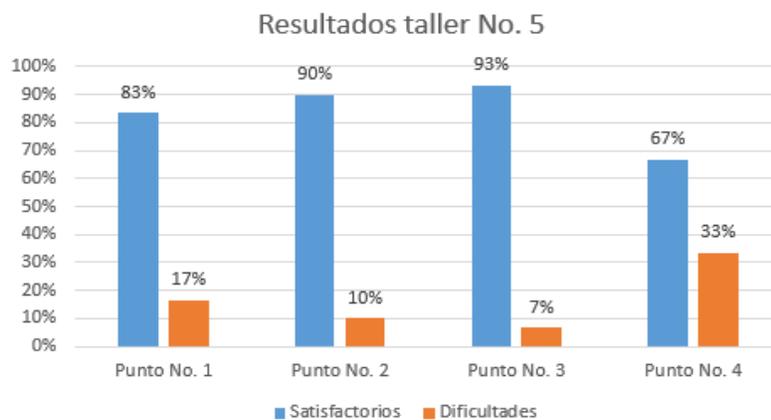
convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones. A estos aspectos se le sumó la evidencia de aprendizaje “Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales”. La escogencia de los referentes legales tiene como fin lograr el objetivo de la propuesta “Fortalecer el pensamiento variacional y facilitar el desarrollo de procesos de generalización y modelación mediante la multiplicación de polinomios haciendo uso de la herramienta didáctica caja de polinomios en estudiantes de grado octavo.”.

Este taller, está compuesto por dos partes; una de orientación y otra de actividad. Durante el desarrollo de la primera parte, cada grupo leyó las orientaciones, a medida que avanzaban en la lectura iban discutiendo y preguntaban al docente sobre las dudas encontradas; una vez aclaradas, iniciaron con la segunda parte del taller. Esta actividad, propuso al estudiante modelar situaciones desde el lenguaje algebraico a una representación geométrica y viceversa; finalmente, se planteó una situación en la cual el estudiante debía representar algebraicamente y luego con la utilización de la caja de polinomios darle solución.



*Figura 36.* Estudiantes realizando el taller No. 5. Fuente: Elaboración propia.

En la figura 36 se evidencia que el uso de la Caja de Polinomios despertó en los estudiantes interés por las actividades de la clase, favoreciendo el aprendizaje cooperativo, Johnson y Johnson (1999) lo mencionan como un método de aprendizaje basado en el trabajo en equipo de los estudiantes que incluye diversas y numerosas técnicas en las que los estudiantes trabajan conjuntamente para lograr determinados objetivos comunes de los que son responsables todos los miembros del equipo. Estos objetivos comunes, se centran en la realización de las actividades propuestas en el taller, apoyado por un material potencialmente significativo, como lo es la caja de polinomios. De este modo, se brinda coherencia a la estructura interna de la secuencia implícita en el proceso de las operaciones entre polinomios. Del proceso de observación de la intervención, se evidenció una participación activa de los estudiantes en los diferentes grupos de trabajo, teniendo como puntos en común en las tres instituciones; facilidad en los procesos de sustracción realizados con la caja de polinomios, un ambiente escolar armonioso y solidario en el aula que permitió el aprendizaje cooperativo en la resolución de la actividad. A pesar de los aspectos favorables, el desarrollo del último punto de la actividad relacionado con el proceso resolución de problemas, dejó entre ver que los estudiantes tuvieron dificultades para su desarrollo, como se evidencia en la figura 37 de resultados correspondiente al taller No. 5.



*Figura 37. Resultados taller No. 5. Fuente: Elaboración propia.*

En el primer punto relacionado con el proceso de ejercitación se observa que el 77% de los estudiantes tuvieron resultados satisfactorios, La dificultad en la interpretación de este punto, por parte de algunos grupos, se originó por que algunos estudiantes no lograron relacionar la información presente en la situación con la caja de polinomios; en estos casos, recurrieron al dialogo de saberes por parte de los integrantes del grupo guiada por la orientación del docente; así, se logró superar la dificultad presentada en desarrollo de la actividad.

#### **4.3.5 Multiplicación de polinomios.**

En el taller de aprendizaje No. 6 (ANEXO G) se hizo un acompañamiento especial para fortalecer el pensamiento variacional a través de la multiplicación de polinomios. A este, se articuló el estándar básico de competencia “Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada” (P.V.); de igual forma, se asignó el DBA asociado a este estándar el cual pretende “identificar y analizar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación”. A estos aspectos se le sumó la evidencia de aprendizaje “Opera con formas simbólicas y las interpreta”. El taller se planificó en dos momentos; la primera parte destinada a orientaciones ilustrativas sobre cómo utilizar la C.P. en el proceso multiplicativo, seguida por ejemplos que le sirvieron de apoyo a los diferentes grupos para lograr una mejor conceptualización del tema; en la segunda parte, el taller finaliza con una actividad donde se proponen diferentes situaciones que se solucionaron con la utilización de la Caja de Polinomios.

Durante la aplicación del taller los estudiantes se organizaron en grupos, luego realizaron las lecturas previas de la actividad, compartiendo cada una de las interpretaciones y apoyados con la orientación del docente aclarando las dudas que se generaban en esta, haciéndose evidente

el aprendizaje cooperativo a través del dialogo de saberes. Inmediatamente, concluida la lectura iniciaron con la segunda parte del taller, donde se notó una participación constante de los estudiantes en el proceso con evidente interés y disposición en el desarrollo de cada uno de los puntos planteados.



*Figura 38.* Estudiantes durante taller No. 6. Fuente: Elaboración propia.

Frente al desempeño en la actividad, algunos estudiantes a pesar de la participación activa como se muestra en la figura 38, mostraron inconvenientes en el desarrollo de algunos puntos. Así, el docente interviene para orientar la forma de emplear la Caja de Polinomios mediante ejemplos similares a los planteados en la actividad, como el armado del rectángulo que genera la solución de la multiplicación en los diferentes puntos. También, El docente se apoya en los estudiantes que muestran habilidad en el manejo e interpretación de la caja de polinomios para que lideren el proceso realizado en cada equipo de trabajo.

De este modo, se evidencia que los estudiantes trabajando cooperativamente, responden con mayor facilidad a las situaciones planteadas. Pues, a medida que la intervención se implementa favorecen los procesos de aprendizaje. En este sentido, Vigostky manifiesta que el aprendizaje cooperativo requiere de grupos de estudios y trabajo. En primera instancia, porque es en el trabajo en grupo donde los docentes y los alumnos pueden cooperar con los menos

favorecidos en su desarrollo cognitivo. De igual forma, los estudiantes disfrutaron de este tipo de actividades, se adaptan a los recursos disponibles y en la socialización grupal se genera el proceso de aprender y desaprender de la manera más natural posible.

En cuanto a los resultados de la actividad, en la figura 39 se evidencio que el proceso de identificación de factores de una multiplicación de polinomios correspondiente al punto uno, el 75% de los estudiantes respondieron de forma satisfactoria; el punto dos, muestra que el 80% de los estudiantes se apropiaron del proceso de multiplicación con la caja de polinomios.

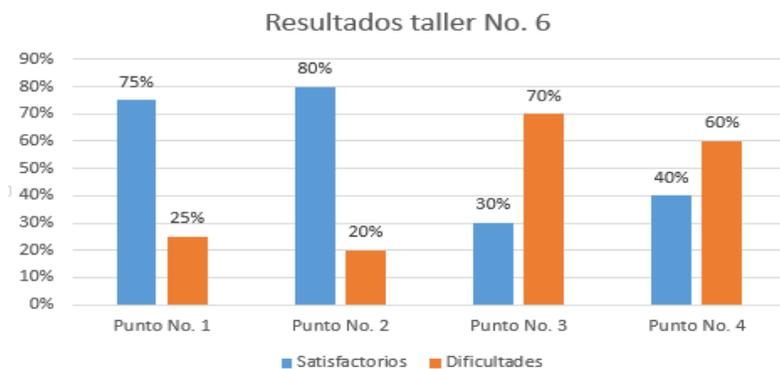


Figura 39. Resultados taller No. 6. Fuente: Elaboración propia.

En el punto tres, se indago sobre la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, en este punto el resultado de la actividad arrojó que el 70% de los estudiantes tienen dificultades para interpretar esta propiedad. Finalmente, En la situación planteada en el punto cuatro el 60% de los estudiantes mostraron dificultades para interpretar y modelar el enunciado.

#### 4.3.6 Factorización de polinomios.

Finalmente se aplica el taller de aprendizaje No. 7 (ANEXO H) con el que se concluye la etapa de transferencia de la intervención, en este, se trabajó sobre factorización de polinomios, ya que es una aplicación de los productos notables que están relacionados con la multiplicación

de polinomios y tienen gran utilidad en la geometría, la trigonometría y otras áreas del conocimiento. El objetivo del taller fue “Factorizar polinomios cuadráticos por medio de la construcción de rectángulos alrededor del origen del plano cartesiano utilizando la caja de polinomios”. A este, se articuló el estándar básico de competencia “Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada” (P.V.); de igual forma, se asignó el DBA asociado a este estándar el cual pretende “identificar y analizar relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación”. A estos aspectos se le sumó la evidencia de aprendizaje “Opera con formas simbólicas y las interpreta”.

En este, se plantearon las orientaciones necesarias para realizar la actividad compuesta de cuatro preguntas que permitieron observar el desempeño de los estudiantes en los procesos de modelación, ejercitación y razonamiento.

Las actividades de lectura se realizaron sin contratiempos, cada grupo realizó los primeros puntos de la actividad recurriendo los temas abordados en el taller de fundamentación No. 3, Los resultados obtenidos en la actividad propuesta en el taller mostrados en la figura 40, permiten constatar que en los puntos uno y dos los resultados fueron satisfactorios; el punto uno involucró el proceso modelación, alcanzando un porcentaje de satisfacción de 72%, mientras que el punto dos que estaba relacionado a la ejercitación se logró un porcentaje de satisfacción del 88%.

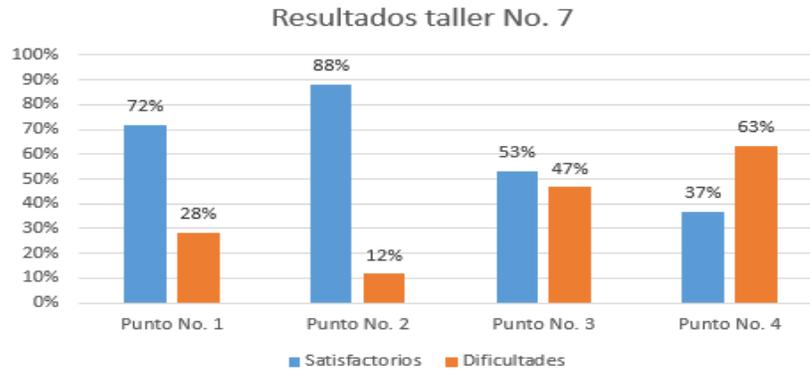


Figura 40. Resultados taller No. 7. Fuente: Elaboración propia.

En el puntos tres, el 43% de los estudiantes tuvo dificultades en interpretar la pregunta, en el punto cuatro se planteó una situación problémica, esto les exigía primero dilucidar un modelo geométrico y algebraico para luego con la ayuda de la caja de polinomios determinar la solución, en este caso el 63% de los estudiantes presentaron dificultades para solucionar el planteamiento. Por ser la factorización una operación estrechamente ligada con la multiplicación, se evidencia facilidad en el desarrollo de la misma por parte de los estudiantes que tuvieron buen desempeño en el taller 6. Hay interrogantes por parte de los alumnos que aclara el docente en compañía de algunos estudiantes del grupo de apoyo, en términos generales los resultados de la actividad fueron satisfactorios gracias a la aceptación de la caja de polinomios como herramienta significativa en el proceso de factorización.

Al hacer la comparación entre la forma tradicional de resolver un ejercicio de factorización y la solución por medio de la Caja de Polinomios, se generan expectativas hacia lo práctico porque el proceso se simplifica y eso motiva a los estudiantes a emplear el material didáctico. De igual forma, el dialogo y la comunicación entre los miembros del grupo para lograr la concertación y realizar de la mejor manera la solución de lo planteado en la actividad destacándose de esta manera el aprendizaje cooperativo, destacándose igualmente, el apoyo de los estudiantes que muestran más habilidad para ayudar a los jóvenes que tienen dificultades.

#### 4.4 Evaluación

Para realizar la evaluación de la etapa de transferencia se desarrolló el taller final No. 8 (ANEXO I), diseñado con el objetivo de evidenciar los logros de conceptualización y desarrollo de competencias alcanzados por parte de los estudiantes en los procesos de suma, resta y multiplicación y factorización de polinomios en variables hasta grado dos. Junto con este, se aplicó un cuestionario de satisfacción, el cual nos permitió apreciar que tan a gusto estuvieron los estudiantes durante el desarrollo de la intervención, y las percepciones que les causó la herramienta Caja de Polinomios y la intervención como tal. El objetivo del taller No.8 fue evidenciar los alcances de la intervención, el nivel de satisfacción de los estudiantes frente a la herramienta y el desarrollo de cada etapa. Como estándar básico se postuló: Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V), el estándar se apoyó en el DBA “Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación”, y se apoyó en la evidencia de aprendizaje “Opera con formas simbólicas y las interpreta”.



*Figura 41.* Estudiantes durante evaluación taller No. 8. Fuente: Elaboración propia.

Se formularon cuatro puntos relacionados con los talleres de aprendizaje aplicados en las sesiones anteriores, es decir con suma, resta, multiplicación y factorización de polinomios, con el fin de contrastar los resultados con los obtenidos en la etapa de exploración. Además, se incluyó una escala tipo Likert para medir la satisfacción que la herramienta Caja de Polinomios causó a los estudiantes durante la intervención. Es de resaltar que el objetivo de la intervención fue “Fortalecer el pensamiento variacional y facilitar el desarrollo de procesos de generalización y modelación mediante la multiplicación de polinomios haciendo uso de la herramienta didáctica caja de polinomios en estudiantes de grado octavo.”. En el primer ítem se integró la adición y la sustracción de polinomios por ser operaciones básicas y fundamentales para afrontar el proceso de multiplicación con la Caja de Polinomios, en el segundo se abordó la multiplicación y en el tercero se plantearon situaciones relacionadas con la factorización. En cada ítem se generaron problemas de aplicación para indagar por el proceso resolución de problemas. A continuación la figura 42 muestra los resultados obtenidos en las instituciones en las cuales se realizó la intervención pedagógica con la Caja de Polinomios.

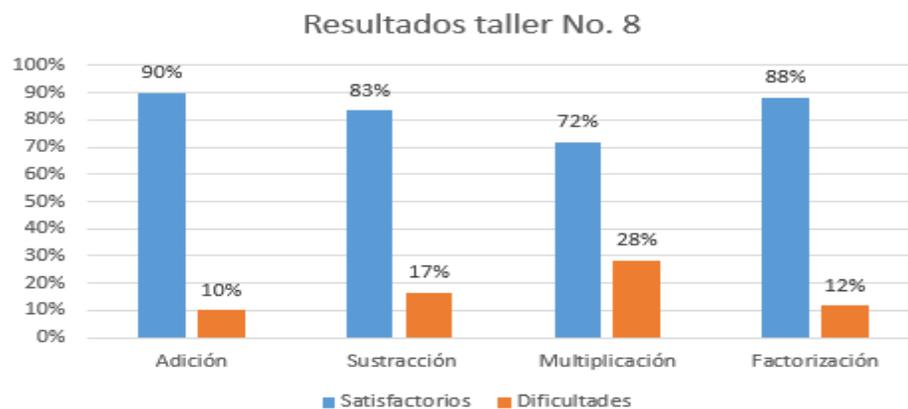


Figura 42. Resultados taller Evaluación No.8. Fuente: Elaboración propia.

Con respecto a la operación adición de polinomios se puede verificar que los estudiantes lograron un gran avance con la implementación de la Caja de Polinomios, se observa que el 90%

alcanzaron resultado satisfactorio y solo el 10% mostraron debilidades; situación similar se evidencia en la operación sustracción o resta en la cual el 83% lograron desempeños satisfactorios y el 17% continuó con alguna debilidad. Con relación a la operación multiplicación se pudo notar que el 72% de los estudiantes alcanzaron un nivel satisfactorio y el 28% persisten con dificultades. De acuerdo con la gráfica la operación factorización presentó buenos resultados ya que su porcentaje de aciertos es del 88% y solo el 12% debilidad en este aspecto.

Al contrastar los porcentajes de los resultados de obtenidos en el taller de exploración y el taller final se pueden establecer las siguientes comparaciones:

Situaciones ligadas a la adición de polinomios: en el taller No.1 se constató que el 83% de los estudiantes presentaron dificultades y el 17% acertaron a las preguntas formuladas, mientras que en el taller No. 8 se evidenció una ostensible mejora ya que el 90% de los participantes lograron desempeños satisfactorio. Esta comparación permite inferir que la intervención ha contribuido con fortalecer el pensamiento variacional. En este sentido Vasco (2006) afirma:

Que el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud en los subprocesos recortados de la realidad.  
(p. 138)

Asimismo, se observa un notorio mejoramiento en lo relacionado con la sustracción de polinomios ya que en el taller inicial se obtuvo que el 77% de los alumnos mostraban dificultad en esta operación y con la ayuda de la herramienta didáctica el porcentaje paso el 83% satisfactorio. Con relación a la operación multiplicación se observa una mejoría sustancial ya que

en el taller de exploración se halló que el 83% de los niños seleccionados presentaban dificultad en el desarrollo de estos procesos y solo el 17% mostraron resultados satisfactorios, mientras que en el taller final el porcentaje satisfactorio aumentó hasta el 72% y el porcentaje de dificultad se redujo en un 55%. De acuerdo con lo anterior se evidencia un notable mejoramiento con la implementación de la herramienta didáctica Caja de Polinomios. La operación factorización mostró el mismo comportamiento que las anteriores debido a que en el taller inicial se obtuvo un 75% de estudiantes con dificultades. Después de la intervención este porcentaje se redujo en un 63%, es decir solo el 12% de los participantes continuaron con debilidades. Por tanto, se puede afirmar que la manipulación con las piezas de la Caja de Polinomios bajo un diseño de tareas específicas, logró producir técnicas para factorizar un conjunto específico de polinomios de grado 2.

Si analizamos los resultados antes y después de la intervención podemos deducir que con el manejo de la Caja de Polinomios se ha mejorado en los diferentes procesos como son la comunicación, el razonamiento y la resolución de problemas (ANEXO M). De lo anterior se puede establecer que los estudiantes han logrado un alto grado de generalización, al respecto, Mason (Como se citó en Vergel, 2014) afirma que la generalización es la esencia, el corazón de las matemáticas. En el mismo orden de ideas el mismo autor plantea que los alumnos llegan al colegio con capacidades naturales de generalización y habilidades para expresar generalidad, y el desarrollo del razonamiento algebraico es, en gran parte, cuestión de explotar estas capacidades naturales de los alumnos (Mason, 1991, 1996a). Esta idea se refuerza por Lee (Como se citó en Posada, et al, 2006) cuando se afirma que el álgebra y quizá todo lo perteneciente al mundo de las matemáticas, se centra en la generalización de patrones; generalizar es una de sus actividades fundamentales.

También es notorio que la implementación de la herramienta didáctica ha contribuido para que los estudiantes mejoren en cuanto al razonamiento algebraico, que es uno de los factores que determinan los bajos resultados en las pruebas externas, en tal sentido, Godino expresa que el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar [...], especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones [...].

Las actividades planteadas en este taller generaron mucho interés en los estudiantes, ya que los temas de la actividad fueron los trabajados en los talleres anteriores, se sintieron empoderados para su desarrollo a pesar de que hicieron algunas preguntas al docente. Algunos estudiantes expresaron temor al inicio pero después realizan la actividad de forma dinámica. Este taller tuvo una participación significativa por parte de los estudiantes de los diferentes grupos, todos pendientes de quien estaba realizando la actividad para aportar o corregir. El desarrollo de las operaciones con la caja de polinomios fue un punto muy favorable en la aplicación del taller, pero en cuanto al planteamiento y la solución de situaciones problema fue necesario la asesoría y el constante acompañamiento por parte del docente.

Finalmente, se preguntó a los estudiantes por aspectos relacionados con el trabajo en el aula con la caja de polinomios en donde se valoró cada pregunta de 1 a 5, uno representaba poca satisfacción y 5 la mayor satisfacción. Los resultados de la encuesta se muestran en la siguiente gráfica:

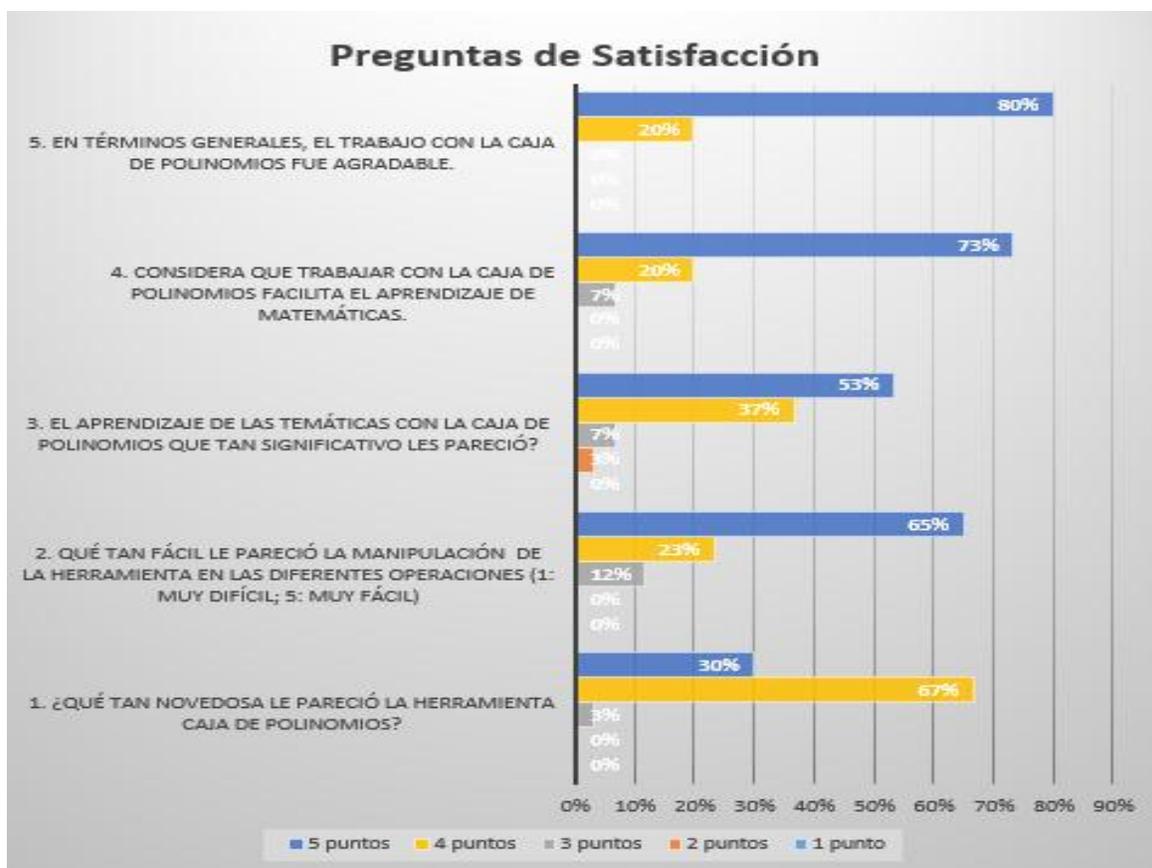


Figura 43. Cuestionario de satisfacción. Fuente: Elaboración propia.

Con relación a la figura 43 podemos establecer que la intervención con la Caja de Polinomios tuvo un gran impacto en los estudiantes porque a la mayoría les pareció una herramienta novedosa, al mismo tiempo, consideran que es de fácil manipulación para el desarrollo de las diversas operaciones con polinomios. Además, expresan que el aprendizaje utilizando la Caja de Polinomios ha sido significativo pues facilita los procesos mejorando el razonamiento algebraico. El desarrollo de ejercicios y problemas de forma tradicional se hace complejo, mientras que con la Caja de Polinomios se vuelve dinámico. También se puede afirmar que el trabajo con la herramienta didáctica les ha facilitado el aprendizaje ya que han logrado mejores desempeños en el área y puede ser utilizada en algunos temas como funciones y ecuaciones de primer grado.

## 5. Conclusiones y reflexiones

*“La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas, sino hacer las cosas complicadas simples”.*

*Stanley Gudder.*

### 5.1 Conclusiones

Teniendo en cuenta los objetivos trazados y los resultados obtenidos en las diferentes etapas de la intervención pedagógica se presentan a continuación las siguientes conclusiones:

- Aunque la intervención tenía como objetivo fortalecer el pensamiento variacional y facilitar el desarrollo de procesos de generalización y modelación mediante la multiplicación de polinomios haciendo uso de la herramienta didáctica caja de polinomios para en estudiantes de grado octavo, se hizo necesario abordar otras operaciones como la adición, sustracción y factorización las cuales los estudiantes lograron afianzar.
- Después de la intervención se evidencian a través de los diarios de campo y los talleres de aprendizaje desarrollados por estudiantes, avances significativos en el pensamiento variacional, en tal sentido, los estudiantes han logrado reconocer por medio de la caja de polinomios diferentes formas de representación del lenguaje algebraico, consiguiendo realizar operaciones con formas simbólicas, las cuales interpretaron de forma natural y tangible. De acuerdo con lo expresado anteriormente, se puede inferir que la operación multiplicación junto a las demás operaciones que se mencionan en

esta intervención han contribuido para alcanzar los objetivos trazados en la propuesta relacionados con situaciones variación.

- Es notorio en los talleres de aprendizaje resueltos por los estudiantes el avance que han alcanzado por los mismos respecto al proceso de modelación de situaciones de variación y resolución de problemas, en este aspecto la Caja de Polinomios ha sido un factor determinante ya que ha servido como agente dinamizador del trabajo en el aula. Otro aspecto relevante en la intervención lo constituye el hecho de que por medio de la implementación de caja de polinomios se ha mejorado sustancialmente en la relación de equivalencia entre expresiones algebraicas.
- La experiencia pudo sistematizarse con éxito gracias a la aplicación de instrumentos de recolección de información como los talleres de aprendizaje, cuestionario y diarios de campo, donde se pudo evidenciar mejor actitud e interés de los estudiantes por la clase, al comparar la estrategia tradicional del aprendizaje individual y la del aprendizaje cooperativo basado en el trabajo de equipo, estos aspectos contribuyeron positivamente en los resultados obtenidos en la intervención.
- La estrategia de aprendizaje cooperativo y la implementación de la caja de polinomios aplicado en la solución de problemas con la multiplicación de polinomios, mejora en los estudiantes los niveles de motivación, solidaridad y rendimiento académico en aspectos como; reconocimiento de términos semejantes y mayor facilidad al realizar operaciones con polinomios.

- Un valor agregado a la intervención pedagógica lo constituye el hecho de que los estudiantes a partir de los roles que desempeñan en el trabajo cooperativo, desarrollan liderazgo de grupo y sana competencia por aprender. Así, mejoran sus habilidades comunicativas, tal es el caso del lenguaje verbal y algebraico, la lectura inferencial y el análisis de conceptos, las cuales sirven para enfrentarse en la sustentación y la discusión con otros de manera asertiva, defendiendo sus puntos de vista sin agredir al otro.
- Es muy motivante poder decir que los estudiantes del grado octavo, con la estrategia de aprendizaje cooperativo y la implementación del uso de la caja de polinomios como herramienta didáctica, no solo han potenciado los valores necesarios para hacer de ellos mejores ciudadanos sino también que han adquirido habilidades comunicativas para expresar resultados y demostrar con argumentos el saber construido.
- Las herramientas didácticas mejoran ostensiblemente el ambiente de la clase, pasando de una clase tradicional y poco atractiva a una clase activa, participativa y ante todo dinámica, elementos fundamentales en cualquier clase, no solo de matemáticas.

## **5.2 Reflexiones**

- La caja de polinomios es una herramienta que dinamiza el proceso de enseñanza – aprendizaje de las operaciones básicas con polinomios facilitando el trabajo en el aula.
- Sugerimos continuar con esta propuesta de intervención pedagógica, donde las situaciones de variación y cambio, son fundamentales para que los

estudiantes fortalezcan los procesos de generalización, razonamiento, comunicación y resolución, para ello se requiere de un trabajo continuo, en el que tanto docentes como estudiantes sigan indagando y practicando para contribuir al mejoramiento de los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

- Incluir en nuestro proceso de enseñanza otras propuestas didácticas, que se puedan llevar al aula de clase para cambiar algunas de las metodologías que siguen presentes en nuestro quehacer docente. Se trata de dinamizar las prácticas educativas haciendo de las matemáticas un objetivo fácil de cumplir.
- Buscar espacios de socialización de estas propuestas innovadoras para el beneficio de docentes y estudiantes con el propósito de fortalecer las prácticas de aula, facilitar la interacción entre pares y mejorar la convivencia escolar.
- En el transitar formativo de la maestría en educación y la experiencia que representa esta intervención, el constante desaprender para aprender, ha dejado significativas huellas e inolvidables experiencias en la vida personal y profesional de los autores. Nuestro andar hoy es diferente, nuevas experiencias, nuevos propósitos, nuevas expectativas son el legado que nos dejan estos dos años de constante formación. Hemos logrado tener una visión diferente de cómo mejorar la enseñanza en este maravilloso mundo que se llama matemáticas.

## 6. Bibliografía

- Ministerio de Educación Nacional, (2017). *Guía de Uso: Evaluación Formativa*. Santiago, Chile: Agencia de Calidad de la Educación.
- Arias, J. D., Cárdenas, C. & Estupiñan, F. (2003). *Aprendizaje Cooperativo*. Bogota, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Ausubel, D., Novak, J. & Hanesian, H. (1976). *Significado y aprendizaje significativo*. Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo.
- Ausubel, D., Novak, J. & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa*. México: Trillas.
- Azcárate, C. & Camacho, M. (2003). *Sobre la investigación en didáctica del análisis matemático*. Caracas, Venezuela: Educación Matemática, 135.
- Bonilla, R. & Rodriguez, P. (2005). *Más allá del dilema de los métodos*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Norma.
- Briones, G. (1997). *Los procesos de construcción y de integración de paradigmas en las ciencias sociales: situación actual*. Santiago, Chile: Revista Tecnológica educativa, 2(4).
- Briones, G. (2000). *La investigación social y educativa*. Convenio Andrés Bello. Bogotá, Colombia: Tercer Mundo Editores.
- Cañal, P. (2002). *La Innovación Educativa*. Universidad Internacional de Andalucía. Madrid, España: Ediciones Akal.
- Díaz Barriga, A. (1992). *Didáctica y Curriculum*. México: Paidós.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenç, F. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (Sexta edición). México: Editorial Mc Graw Hill.
- Jorba, J. & Sanmartí, N. (1996). *Enseñar, aprender y evaluar: un proceso de regulación continua: Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemáticas*. Barcelona, España: Ministerio de Educación.
- Jhonson, D. W. & Jhonson, R. T. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. México: Paidós.
- Jiménez, S. M., Salazar, V. P., & Mora, L. C. (2013). *Tabletas algebraicas, una alternativa de enseñanza del proceso de factorización*. Colombia: Uniandes.
- Kaput, J. & Blanton, M. (2001). *Algebrafying the elementary mathematics experience*. In *The Future of the Teaching and Learning of Algebra*. Proceedings of the 12th ICMI study conference (Vol. 1, pp. 344-352)
- Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. Reston, Virginia: NCTM e IAP.
- Kieran, C. (2007). *Learning and Teaching Algebra at the Middle School Through College Levels*. En Lester, F. K. (Ed.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. (pp. 707-762). Reston, Virginia: NCTM e IAP.

- Maya, A. (2016). *El taller educativo y su fundamentación pedagógica*. Recuperado de:  
<https://www.magisterio.com.co/articulo/el-taller-educativo-y-su-fundamentacion-pedagogica>
- Martínez, A. M. (2009). *Innovación y competitividad en la sociedad del conocimiento*.  
México: Plaza y Valdés.
- Mason, J. (1991). *Supporting primary mathematics: Algebra*. Milton Keynes, UK: Open  
University Press.
- Mason, J. (1996a). *Expressing generality and roots of algebra*. En N. Bednarz, C. Kieran y  
L. Lee (Eds), *approaches to algebra. Perspectives for Research and teaching*.  
Londres, Reino Unido: Kluwer Academic Publishers.
- Mason, J. (1999). Referenciado por: POSADA, M. (2005). *Interpretación e  
implementación de los Estándares Básicos de Matemáticas*. Medellín, Colombia:  
Gobernación de Antioquia.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*.  
Bogotá, Colombia: Recuperado de [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en  
matemáticas*. Bogotá, Colombia: Recuperado de [https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Matriz de Referencia*. Bogotá, Colombia:  
Recuperado de [http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712\\_matriz\\_m.pdf](http://aprende.colombiaaprende.edu.co/ckfinder/userfiles/files/articles-352712_matriz_m.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Derechos básicos de aprendizaje V.2*. Bogotá,  
Colombia: Recuperado de <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/>

naspublic/DBA\_Matem%C3%A1ticas.pdf

- Molina González, M. (2007). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Granada, España: Tesis doctoral. Granada: Universidad de Granada.
- Molina, M. (2009). *Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria*. PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 3(3), 135-156.
- Moreira, M. A. (1993). *Teoría da Aprendizaje Significativa de David Ausubel*. Sao Paulo, Brasil: CIEF Universidad de Río Grande do Sul.
- Müller, M. (2004). *Descubrir el camino*. (Cuarta edición) Buenos Aires, Argentina: Editorial Bonum.
- Rubio Espinosa, G. (2014). *Proceso de estudio de la factorización de polinomios mediante el uso de algebloks desde la Tad*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.
- Pérez, M. & Gonçalves, S. (2013). *Formación del profesorado en competencias*. Editorial. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 17(3), 3-10.
- Posada, B. & Obando, G. (2006). *Módulo 2. Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico*. Medellín, Colombia: Ed. Artes y Letras.
- Saavedra, J. F. (2012). *Caja de Polinomios*. Ibagué, Colombia: Universidad del Tolima.
- Sáez, F. (2002). *Towards interculturality through language teaching: Argumentative discourse*. Granada, España: CAUCE, Revista de Filología y su Didáctica, 25, 103-119.

- Soto, F., Mosquera, S. & Gómez, C. (2005). *Caja de Polinomios*. Escuela Regional de matemáticas, 83-97. México: Trillas Editores.
- Soto, O., Naranjo, C. S., & Lozano, J. A. (2009). *Aprendizaje del Álgebra en grupos con discapacidad auditiva utilizando la Caja de Polinomios*. Pasto, Colombia: Sigma, 9(1), 38-60.
- Tamayo, M. (2004). *El proceso de la investigación científica*. México: Editorial Limusa.
- Touriñán, J. (1997). *La racionalización de la intervención pedagógica. Explicación y comprensión*. Revista de educación, ISSN 0034-8082, N° 314. págs. 157-186.
- Valdivé, C. & Escobar, H. (2011). *Estudio de los polinomios en contexto*. Maracaibo, Venezuela: Paradigma, 32(2), 085-106.
- Vasco, C. E. (2002). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías*. Bogotá, Colombia: Editorial Pontificia Universidad Javeriana.
- Vasco, C. E. (2006). *Didáctica de las matemáticas. Artículos selectos*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Vergel, R. (2014). *Formas de pensamiento algebraico temprano en alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)*. Bogotá, Colombia: Doctoral dissertation, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Villarroel, J. M. (2014). *Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios”, en estudiantes de grado octavo*

de la I.E María Cano del municipio de Medellín. Medellín, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.

## 7. Bibliografía complementaria

- Alderson, J. C., Clapham, C. & Wall, D. (1995). *Exámenes de idiomas. Elaboración y evaluación*. Madrid, España: Cambridge University Press.
- Bachman, L. (1990). *Language Testing Construction and Evaluation*. Oxford, Reino Unido: Oxford University Press.
- Booth, R. (1988). *Children's Difficulties in Beginning Algebra. The Ideas of Algebra*, k-12. Virginia, USA: Yearbook National Council of Teacher of Mathematics. Inc.
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada, España: Gami.
- Hughes, A. (2003). *Testing for Language Teachers*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press.
- Kaput, J. (2000). Referenciado por: BLAIR, Leslie (2005) “*Es elemental: Introducción al Pensamiento Algebraico antes de la Enseñanza Media*”. Educadormarista.
- Leal, A. (2000). *Efecto de la Estrategia Instruccional. Más allá de la Aritmética en el Proceso de Transición de la Aritmética al Álgebra en el 7º. Grado de la Escuela Básica*. Tesis de Grado no publicada. Postgrado Interinstitucional en Matemática, UCLA-UNEXPO-UPEL.

- Loreto, E. (1993). *Comparación de dos Estrategias Instruccionales en la Factorización de Polinomios de Coeficientes Racionales en el Octavo Grado de la Educación Básica*. Tesis de Grado no publicada. Caracas, Venezuela: Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas.
- Moreira, M. A. (2012). *Moreira, M. A. (2012). ¿Al final, qué es aprendizaje significativo?* *Curriculum: Revista de teoría, investigación y práctica educativa*, 29-56. España: La Laguna.
- República de Colombia. (1991). *Constitución política de Colombia*. Bogotá, Colombia: Recuperado de <http://www.corteconstitucional.gov.co/inicio/Constitucion%20politica%20de%20Colombia.pdf>
- Segura, M. & Chacón, I. (1996). *Competitividad en la educación superior*. México: *Umbral*, 11(5), 29-37.
- Vasco, C. E. (2004). *De la teoría a la práctica en la formación de maestros en ciencias y matemáticas en Colombia*. Bogotá, Colombia: Editorial Pontificia Universidad Javeriana.
- Villarreal, J. M. & Romero-Leiton, J. P. (2017). *La caja de polinomios y el método tradicional: dos alternativas didácticas para la enseñanza de la suma y la resta de polinomios*. Bogotá, Colombia: Editorial Politécnico Grancolombiano.

**ANEXOS**

**ANEXO A. ENCUESTA SOCIODEMOGRÁFICA**

# LA CAJA DE POLINOMIOS COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL A TRAVÉS DE LA MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS EN OCTAVO GRADO

El siguiente cuestionario tiene como propósito caracterizar algunos aspectos relevantes para el desarrollo de las siguientes clases de matemáticas relacionadas con la utilización de la caja de polinomios.

**\*Obligatorio**

1. Institución a la que perteneces \*

Marca solo un óvalo.

- Antonio Ricaurte
- Agroindustrial de la Amazonia
- Sagrados Corazones

2. ¿Eres niño o niña? \*

Marca solo un óvalo.

- Niño
- Niña

3. ¿Cuántos años tienes? \*

Selecciona todas las opciones que correspondan.

- 12 años o menos
- 13 años
- 14 años
- 15 años
- 16 años
- 17 años o más

4. ¿A cargo de quien estás? \*

Marca solo un óvalo.

- Padre y madre
- Madre
- Padre
- Abuelos, tíos o hermanos

5. Incluyéndote, ¿Cuántas personas viven en tu casa? \*

Marca solo un óvalo.

- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

6. La vivienda en la que vives es: \*

Marca solo un óvalo.

- Propia
- Arrendo

7. Medio de transporte que utilizas para desplazarte hasta la institución \*

Marca solo un óvalo.

- Moto taxi
- Taxi
- Bus
- Vehículo familiar
- Caminando
- Bicicleta

8. \*

Marca solo un óvalo por fila.

	Muy frecuentemente	Frecuentemente	Ocasionalmente	Raramente	Nunca
Le agrada asistir a la institución educativa a la que pertenece	<input type="radio"/>				
Le parecen las clases de matemáticas interesantes	<input type="radio"/>				
Cuando no está en la institución educativa, dedica tiempo a tareas o talleres propuestos para la asignatura de matemáticas.	<input type="radio"/>				
Cuando tiene Programadas evaluaciones de matemáticas, estudia para presentar dicha evaluación.	<input type="radio"/>				
Sus padres lo apoyan o están pendientes de las actividades académicas que tenga pendiente.	<input type="radio"/>				
Le gustaría que las clases de matemáticas fuesen dinámicas y se utilizara materiales que facilitaran su aprendizaje.	<input type="radio"/>				

## ANEXO B. TALLER DE APRENDIZAJE No. 1

<b>Título del taller</b>	Exploración de conocimientos previos
<b>Objetivos</b>	Poner en evidencia los conocimientos relacionados con el dominio de las operaciones entre polinomios de los estudiantes participantes de la intervención.
<b>Estándar Básico de Competencia</b>	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V)
<b>Derecho Básico de Aprendizaje</b>	Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
<b>Evidencias</b>	Opera con formas simbólicas y las interpreta.

### TALLER DE VERIFICACION DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

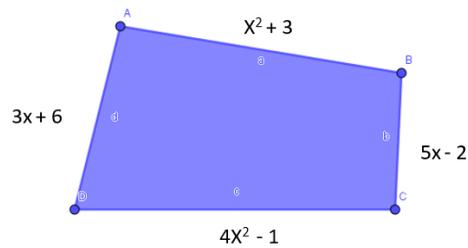
Con el objetivo puesto en conocer el dominio de los conceptos algebraicos y las operaciones con polinomios por parte de los estudiantes, realizamos el taller de verificación de conocimientos previos específicos asociados a las temáticas a trabajar en la intervención.

#### ACTIVIDAD

1. ¿Qué es un término algebraico?
2. ¿Qué es una expresión algebraica?
3. ¿Cómo se clasifican las expresiones algebraicas de acuerdo al número de términos?
4. ¿Cómo identifica el grado de una expresión algebraica?
5. ¿Qué se requiere para que dos o más términos sean semejantes?
6. En la siguiente expresión algebraica identifique términos semejantes y agrúpelos:

$$2x^2-12+7x^2+10x-3+12x^2+5-6x$$

7. Determine el perímetro de la figura dada:



8. la ganancia de una empresa se determina restando los costos de los gastos, de los ingresos obtenidos en las ventas. Los costos de los gastos se representan con la siguiente ecuación:  $C(x) = 2x^2 - 60x$  los ingresos de las ventas se representan por  $R(x) = 360 - 136x$ . Determina el polinomio que representa la ganancia de la empresa.

9. Un terreno tiene forma rectangular, de largo está definido por la expresión  $2x - 3$  y su ancho expresado por la expresión  $3x + 4$ , teniendo en cuenta las expresiones dadas, determine el área de terreno.

10. Determine el valor de cada lado **b** de un cuadrado, si su área está dada por la expresión  $4x^2 - 9$ .

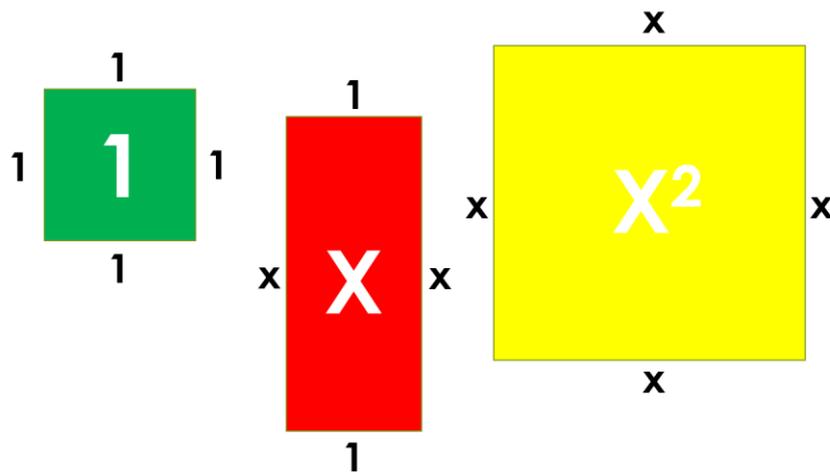
## ANEXO C. TALLER DE APRENDIZAJE No. 2

<b>Título del Actividad</b>	Construcción de la herramienta Caja de Polinomios
<b>Objetivos</b>	Construir las piezas que componen la Caja de Polinomios siguiendo las indicaciones
<b>Estándar Básico de Competencia</b>	Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. (P.M)
<b>Derecho Básico de Aprendizaje</b>	Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico.
<b>Evidencias</b>	Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área cuando sus dimensiones varían.

### La caja de polinomios

Es una herramienta que permite facilitar el aprendizaje de las operaciones entre expresiones algebraicas. Básicamente se constituye de dos elementos: Piezas y plano cartesiano.

Los rectángulos y cuadrados ilustrados a continuación conforman la caja de polinomios con la cual desarrollaremos algunos talleres más adelante.



### ORGANIZACIÓN DE LOS GRUPOS DE TRABAJO

Antes de iniciar la construcción de la herramienta es necesario organizar los equipos de cuatro (4) estudiantes, que desarrollarán las actividades durante esta intervención.

### MATERIALES PARA LA CONSTRUCCION

- Cartón paja
- Regla
- Vinilos (Amarillo, verde y rojo)
- Tijeras o Bisturí
- Lápiz
- Borrador
- Pincel

## PIEZAS VERDES

1

Esta pieza es un cuadrado, lo construiremos con las siguientes dimensiones: 3cm cada lado, a pesar que hemos cortado los cuadrados de lado 3cm, llamaremos esta distancia uno (1), porque su tamaño facilita la manipulación por parte de los estudiantes, aclarado este punto, esta pieza la llamaremos unidad o uno (1), ya que si multiplicamos sus lados uno (1) para hallar el área del cuadrado obtenemos  $1^2=1$ . Construir veinte (20) unidades.

## PIEZAS ROJAS

x

Esta pieza es un rectángulo, lo construiremos con las siguientes dimensiones: 3cm de ancho, recordemos que esto equivale a uno (1), y de largo 9cm que para efectos prácticos de la herramienta será una distancia desconocida que llamaremos  $x$ . Construir veinte (20) unidades. Esta pieza la llamaremos  $x$ , ya que si multiplicamos su lado uno (1) con su lado  $x$  obtenemos  $x$ . Construir quince (15) unidades.

## PIEZAS AMARILLAS

$x^2$

Esta pieza es un cuadrado, lo construiremos con las siguientes dimensiones: 9cm cada lado, a pesar que hemos cortado cuadrados de lado 9cm, llamaremos esta distancia  $x$ , ya que se requiere para efectos prácticos de la herramienta, esta pieza la llamaremos  $x^2$ , ya que si multiplicamos sus lados  $x$  para hallar el área del cuadrado obtenemos  $x^2$ . Construir quince (15) unidades.

### ANEXO D. TALLER DE APRENDIZAJE No. 3

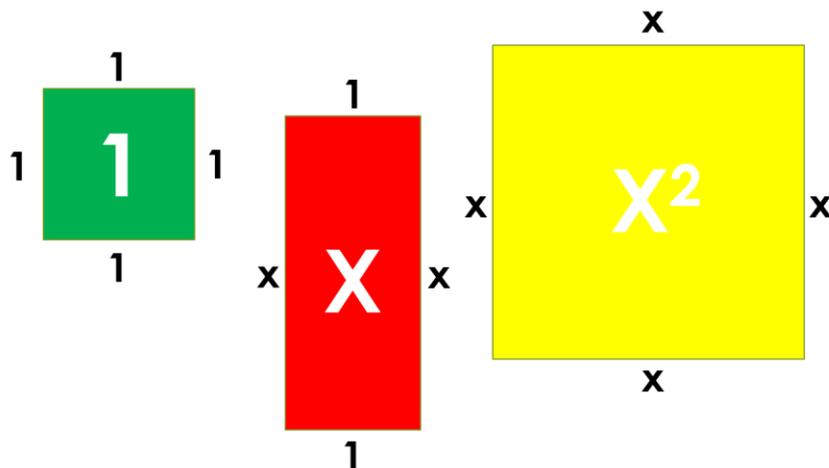
Título del taller	Fundamentación teórica
Objetivos	Conocer los elementos que componen la caja de polinomios (Piezas) y su relación con el plano cartesiano.
Estándar Básico de Competencia	Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas. (P.V)
Derecho Básico de Aprendizaje	Describe atributos medibles de diferentes sólidos y explica relaciones entre ellos por medio del lenguaje algebraico.
Evidencias	Interpreta las expresiones algebraicas que representan el volumen y el área cuando sus dimensiones varían.

#### La caja de polinomios

Es una herramienta que permite facilitar el aprendizaje de las operaciones entre expresiones algebraicas. Básicamente se constituye de dos elementos: Piezas y plano cartesiano.

#### Piezas

Inicialmente, las piezas que conforman la caja de polinomios son tres:

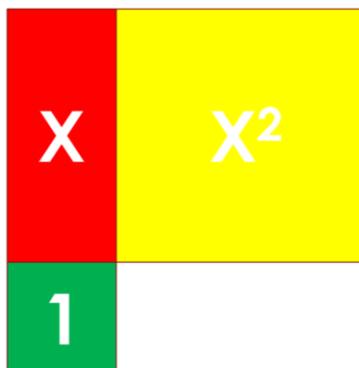


La primera pieza corresponde a un cuadrado de lado **1**, el cual tiene área **1**. La segunda pieza corresponde a un rectángulo de lados **x** y **1** que determinan el área **x**, y por último, a un cuadrado de lado **x**, cuya área será **x<sup>2</sup>**.

#### Relación entre fichas

Determinar las dimensiones de las fichas de la caja de polinomios, tiene la finalidad de poder unir las por alguno de sus lados de tal manera que estas coincidan perfectamente

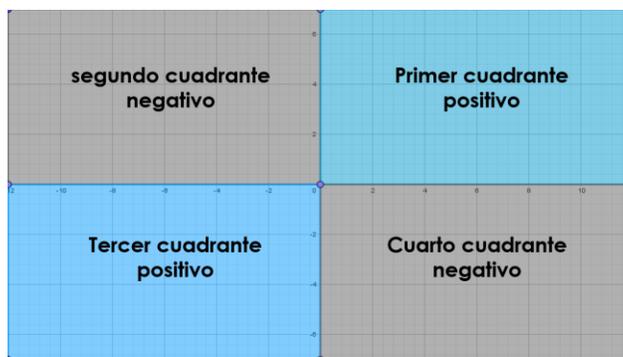
Una Pieza  $x^2$  se une solamente con una pieza  $x$ . De igual manera, una ficha  $x$  se une con una ficha  $1$ , por los lados de la misma dimensión. La figura muestra la forma en cómo deben coincidir las piezas.



### Plano Cartesiano

El plano cartesiano es el espacio donde se van a disponer las piezas de la caja de polinomios, corresponde a una región rectangular, la cual está dividida en cuatro cuadrantes formados por dos segmentos de recta perpendiculares, que unen los puntos medios de las mismas.

Recordemos que los cuadrantes pueden ser positivos o negativos, para evidenciarlo observe la siguiente figura:



### Relación fichas-tablero

Para ubicar las piezas en el plano cartesiano es importante tener presente dos aspectos fundamentales:

1. El área de todas las fichas debe estar totalmente contenida en una de las regiones del plano. Pues de la ubicación de la pieza en los diferentes cuadrantes depende el signo que esta adquiere.
2. Para el caso de la multiplicación, si uno o los dos lados de una pieza se ubican sobre los ejes, estos adquirirán el signo de dicho eje.

3. Para el caso de la suma o la resta, los cuadrantes 1 y 4 se utilizan para ubicar las piezas que representan el primer polinomio, y en los cuadrantes 2 y 3 las piezas del segundo polinomio.

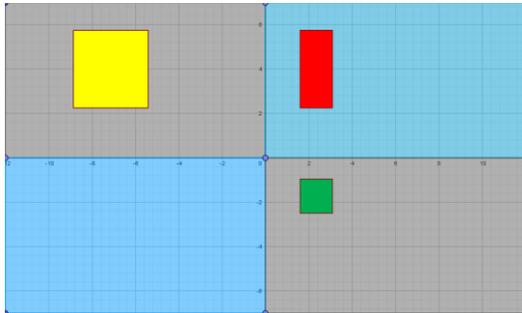


Ilustración 1

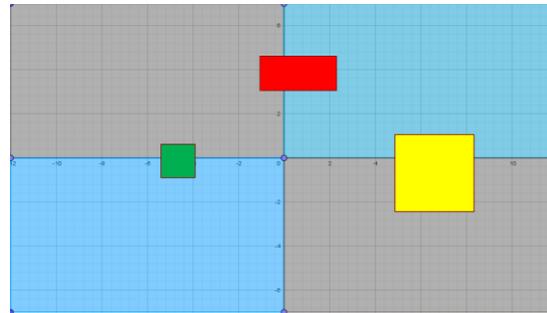


Ilustración 2

La ilustración 1 muestra la forma correcta de colocar las piezas en el plano, por cuanto que el total de cada pieza está contenida en un cuadrante. Por su parte la ilustración 2 muestra tres piezas colocadas de manera incorrecta porque, en los tres casos, el área de las fichas está sobre dos cuadrantes.

### Composición de polinomios

Recordemos que las expresiones algebraicas se pueden representar de diferentes maneras:

$$3x^2 = x^2 + x^2 + x^2 \quad 5x = x + x + x + x + x \quad 4 = 1 + 1 + 1 + 1$$

Estas expresiones también se pueden representar utilizando la caja de polinomios de la siguiente manera:

$$3x^2 = \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$5x = \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline x \\ \hline \end{array}$$

$$4 = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

Por tanto si quisiéramos representar el polinomio  $3x^2+5x+4$  mediante la caja de polinomios, se unen las anteriores piezas ilustradas.

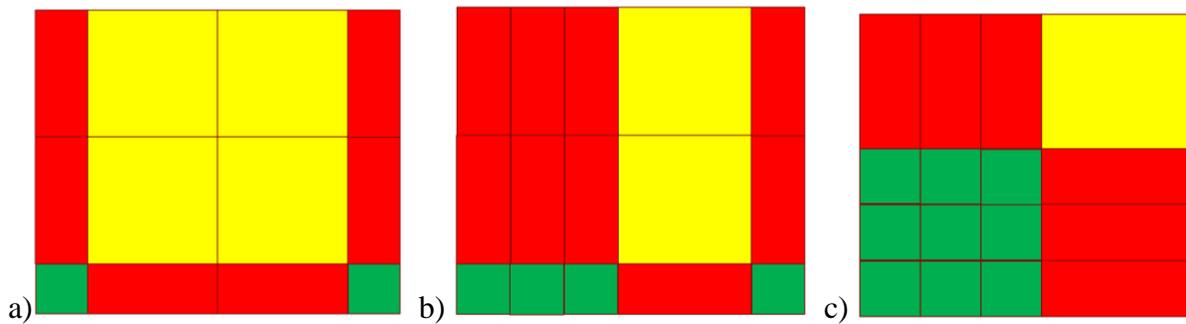
### Actividad

1. Con las fichas de la caja de polinomios armar cinco disposiciones correctas y cinco incorrectas y justificar el porqué de las disposiciones correctas y el porqué de las disposiciones incorrectas.

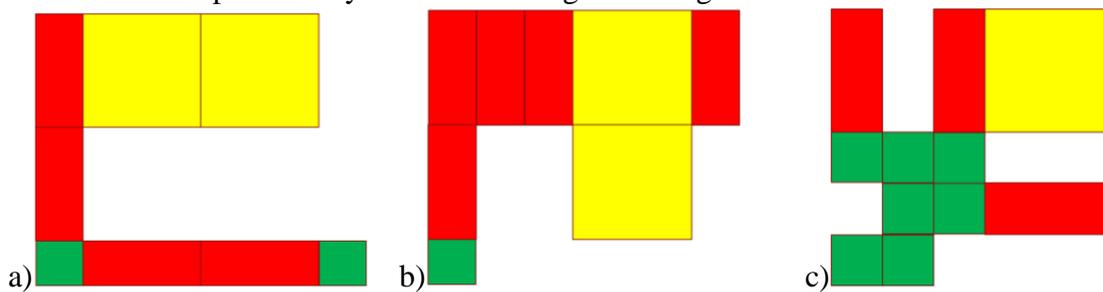
2. Construir los siguientes polinomios utilizando las fichas de la caja de polinomios.

• $5x^2+5x$	• $8x+4$	• $x^2+3x+1$
• $4x^2+7$	• $3x^2+2x+6$	• $2x^2+5x+9$

3. Observe las siguientes gráficas y escriba el polinomio que está representado.



4. Determine el perímetro y el área de las siguientes figuras.

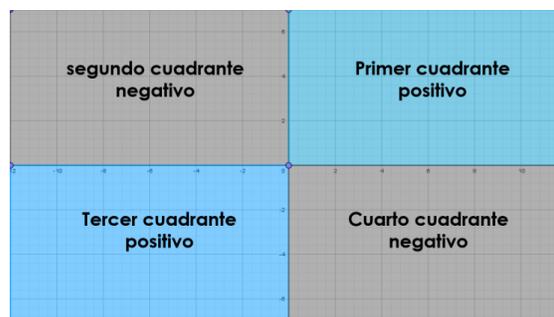


## ANEXO E. TALLER DE APRENDIZAJE No. 4

Título del taller	Adición de polinomios
Objetivos	Conocer el proceso de suma de polinomios con la caja de polinomios y realizar ejercicios mediante este.
Estándar Básico de Competencia	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V)
Derecho Básico de Aprendizaje	Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
Evidencias	Opera con formas simbólicas y las interpreta.

### Relación Piezas – Plano para la adición

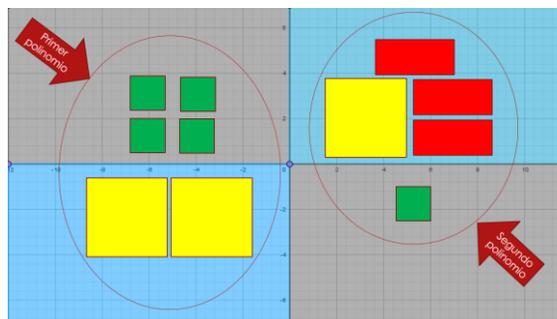
Al sumar polinomios se ubica el primer polinomio al lado izquierdo del plano (cuadrante 2 y 3) y el segundo polinomio al lado derecho del plano (cuadrantes 1 y 4).



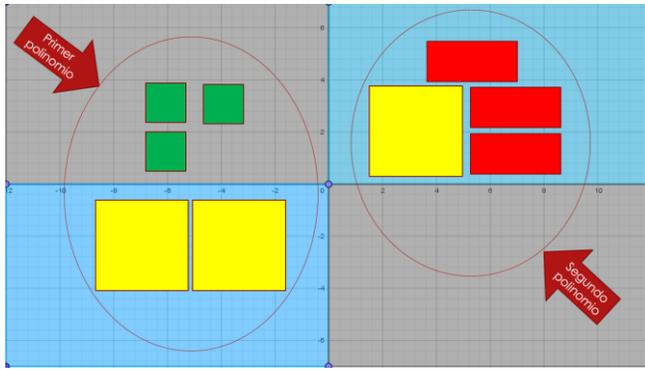
Los términos positivos y negativos de cada polinomio se ubican en los cuadrantes que tengan signos iguales a ellos. Como se indica a continuación: tenemos;

$$(2x^2 - 4) + (x^2 + 3x -$$

1)



Una vez ubicados los polinomios en cada lado del plano, debemos tener en cuenta que las piezas iguales (del mismo color) que están en cuadrantes positivos se suman, las que están en cuadrantes negativos se también se suman pero su resultado le antecede el menos (-) y si las piezas iguales se encuentran en cuadrantes contrarios (uno positivo y uno negativo) se restan en cantidades iguales hasta que en alguno de los cuadrantes desaparezcan las piezas.

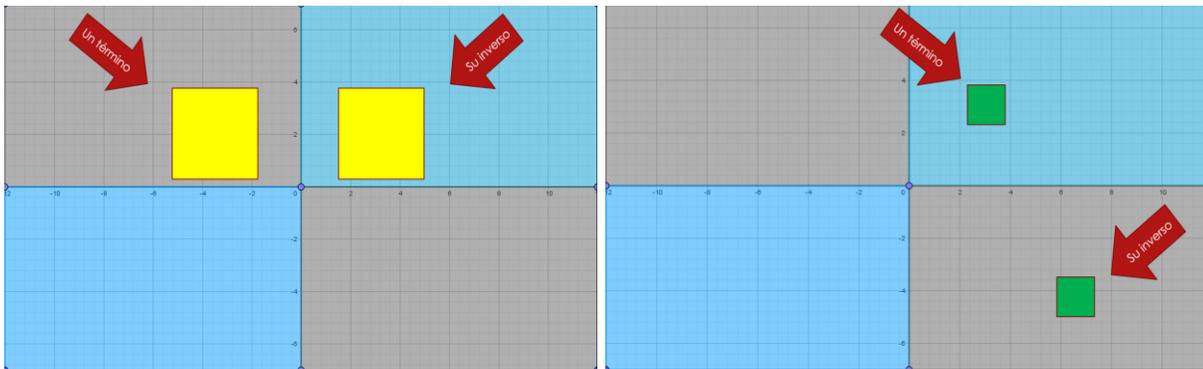


El resultado de la adición será la contabilización de las fichas que queden en el plano teniendo en cuenta los signos de los cuadrantes que las contengan, para el caso de la imagen dada que corresponde al ejemplo que dimos el resultado es: tres piezas amarillas ( $x^2$ ) en los cuadrantes positivos al igual que tres (3) piezas rojas ( $x$ ) y tres piezas verdes (1) en los cuadrantes negativos; de esta forma obtenemos:  $3x^2 + 3x - 3$ .

### Concepto Cero (0)

Este concepto es fundamental, matemáticamente hace referencia a la propiedad invertible de la adición de números reales. Significa que a todo número real le corresponde un único número real tal que su suma tiene como resultado el elemento neutro (cero). Cada uno de estos números se conoce como el inverso aditivo del otro o en ocasiones también es llamado el opuesto.

Desde la caja polinomios podemos representar y obtener el cero como se muestra a continuación;



### Actividad

1. Considere los siguientes polinomios:

$A(x) = 3x^2 + 2x - 5$	$C(x) = x^2 - 8x + 9$	$E(x) = -7x^2 + 3x + 8$
$B(x) = -4x^2 + 7x - 8$	$D(x) = 6x^2 - 5x + 4$	$F(x) = 2x^2 - 5x - 6$

Con ellos realiza las siguientes operaciones indicadas:

$$B(x) + E(x)$$

$$C(x) + F(x)$$

$$A(x) + D(x)$$

$$B(x) + D(x)$$

$$A(x) + F(x)$$

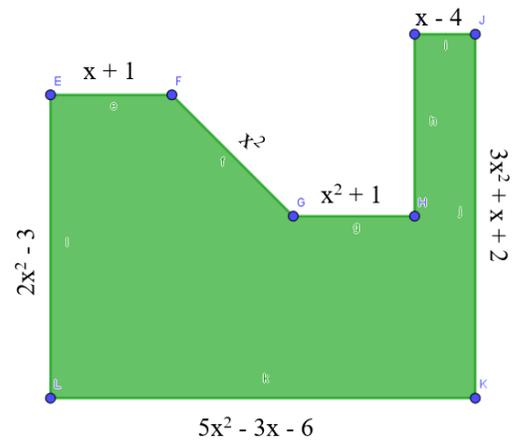
$$C(x) + E(x)$$

$$E(x) + F(x)$$

$$C(x) + A(x)$$

2. Ilustra los resultados obtenidos en cada operación realizada con la caja de polinomios.

3. Determine la expresión que determina el perímetro de la figura dada.



## ANEXO F. TALLER DE APRENDIZAJE No. 5

Título del taller	Resta de polinomios
Objetivos	Fortalecer el proceso eliminación de paréntesis asociándolo a la caja de polinomios y realizar ejercicios mediante esta.
Estándar Básico de Competencia	Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. (P.N)
Derecho Básico de Aprendizaje	Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones.
Evidencias	Reconoce el uso del signo igual como relación de equivalencia de expresiones algebraicas en los números reales

### Resta de Polinomios

Para restar polinomios con la herramienta C.P. es necesario tener en cuenta las reglas para la eliminación de paréntesis, de esta forma la resta se convertirá en una suma de todos los inversos aditivos de los términos que componen el polinomio que lo antecede el signo menos.

### Eliminación de Paréntesis

Es muy frecuente el uso de paréntesis en Álgebra. Los paréntesis se utilizan para separar expresiones, siendo necesario eliminarlos, para poder resolver una expresión algebraica que contenga términos semejantes. En necesario, entonces, tener en cuenta las siguientes reglas:

Si delante de un paréntesis hay un signo más (+) se eliminan los paréntesis sin hacer ningún cambio de signo.

Si delante de un paréntesis hay un signo menos (-) se eliminan los paréntesis y se cambian TODOS los signos de los términos que estaban en su interior. Al hacer esto, el signo menos (-) que estaba delante del paréntesis, se elimina. Para nuestro caso haremos el proceso pero mantendremos el paréntesis con el propósito de visualizar mejor el polinomio.

Ejemplo:

$$(3x^2 + 5x - 8) - (7x^2 - x - 6) \rightarrow \text{expresión dada}$$

$$(3x^2 + 5x - 8) + (7x^2 - x - 6) \rightarrow \text{cambiamos el signo menos (-) por el más (+).}$$

$(3x^2 + 5x - 8) + (-7x^2 + x + 6) \rightarrow$  cambiamos el signo de cada termino del polinomio.

$(3x^2 + 5x - 8) + (-7x^2 + x + 6) \rightarrow$  de esta forma, podemos realizar la suma como se realizó en el taller No. 4 y obtener el resultado de la resta dada inicialmente.

### ACTIVIDAD

1. Considere los siguientes polinomios:

$A(x) = 9x^2 - 2x - 7$	$C(x) = -3x^2 - 6x - 7$	$E(x) = -4x^2 - 6x + 1$
$B(x) = 4x^2 + 3x + 8$	$D(x) = 5x^2 - 2x + 3$	$F(x) = 7x^2 + 2x - 11$

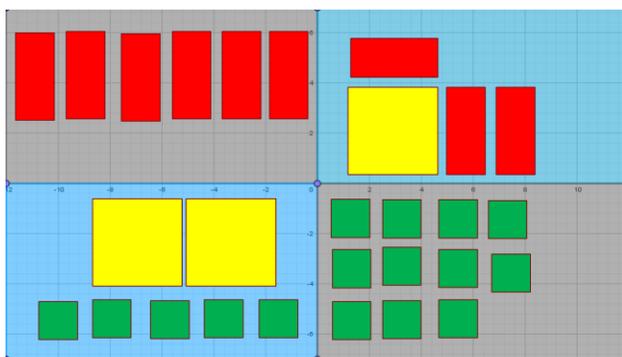
Con ellos realiza las siguientes operaciones indicadas:

$$B(x) - E(x) \qquad C(x) - F(x) \qquad A(x) - D(x) \qquad B(x) - D(x)$$

$$A(x) - F(x) \qquad C(x) - E(x) \qquad E(x) - F(x) \qquad C(x) - A(x)$$

2. Ilustra los resultados obtenidos en cada operación realizada con la caja de polinomios.

3. Observa la siguiente figura y con tu equipo de trabajo deducir cual es la expresión algebraica representada, e ilustre el resultado con la caja de polinomios y de forma algebraica.



4. Una empresa de seguros de vida durante el mes de abril tuvo ingresos brutos representados por la expresión  $C(x) = 6x^2 - 2x + 10$ , los gastos generados por la empresa durante el mismo mes los se expresan como  $G(x) = 2x^2 - 7x + 7$ . ¿Encuentre la expresión que representa las ganancias de la empresa?

## ANEXO G. TALLER DE APRENDIZAJE No. 6

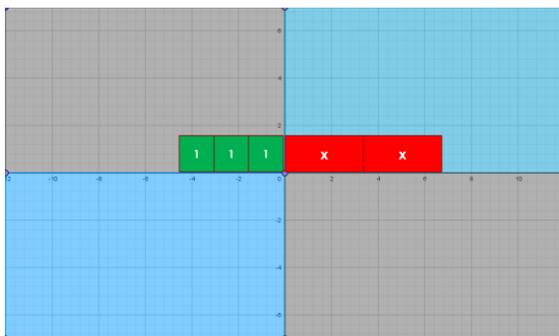
Título del taller	Multiplicación de polinomios
Objetivos	Conocer el proceso multiplicativo de polinomios asociado a la herramienta caja de polinomios y realizar actividades que requieran su uso.
Estándar Básico de Competencia	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V)
Derecho Básico de Aprendizaje	Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
Evidencias	Opera con formas simbólicas y las interpreta.

### Multiplicación de polinomios

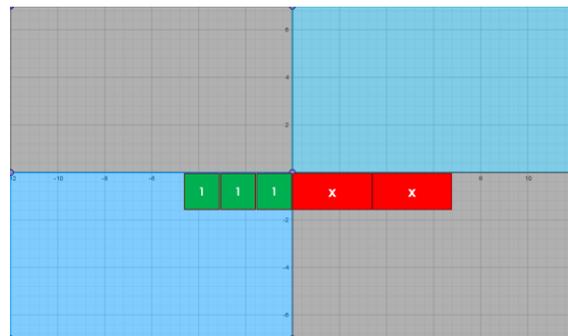
El proceso operativo para la multiplicación de polinomios con la herramienta consiste en construir rectángulos sobre el plano cartesiano cuya base es uno de los polinomios factores y la altura el otro polinomio que se pretende multiplicar. Hay que decir que la ubicación de los polinomios sobre los ejes del plano es el paso más importante para multiplicarlos ya que después de ello simplemente hay que completar el rectángulo que queda predeterminado.

### Ubicación de las piezas en el plano

Se sabe que para ubicar las piezas se debe escoger un eje coordenado y sobre él deben coincidir los lados de las piezas que representarán al polinomio, el hecho de representar un polinomio sobre el eje horizontal, de manera análoga queda escrito el otro polinomio sobre el eje vertical. Por ejemplo: Si se quiere ubicar los polinomios  $Q(x) = 2x - 3$  y  $P(x) = x - 3$  para la operación de multiplicación, sobre el eje horizontal ubicaremos el polinomio  $Q$ , entonces se tendrían las siguientes opciones:



*Ilustración 1*

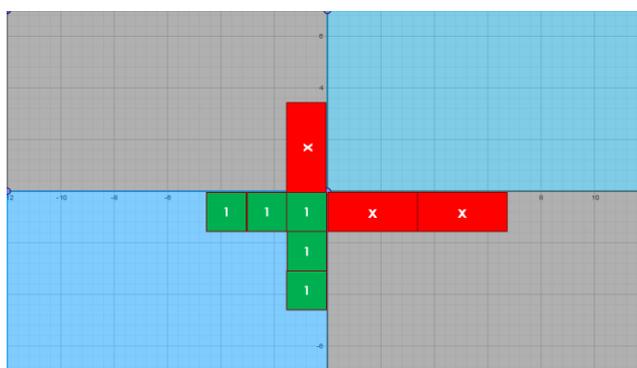


*Ilustración 2*

Observe que en la ilustración 1, se representa el polinomio **Q** sobre el eje horizontal de modo que sobre el eje vertical queda representado el polinomio  $\mathbf{P}(x)= 1$ . Mientras que en la ilustración 2 está representado el polinomio **Q** sobre el eje horizontal pero sobre el eje vertical queda determinado el polinomio  $\mathbf{P}(x)= -1$ .

El polinomio **P** tiene tres unidades negativas (-3), por lo tanto la ubicación de las piezas que representa el polinomio **Q** de la ilustración 2 es la más adecuada para completar la ubicación del polinomio **P** en el plano para continuar con el proceso de multiplicación.

Continuando con la representación de los polinomios, y teniendo presente que se debe adoptar la representación de la ilustración 2, se procede a ubicar a **P**, de la siguiente manera:



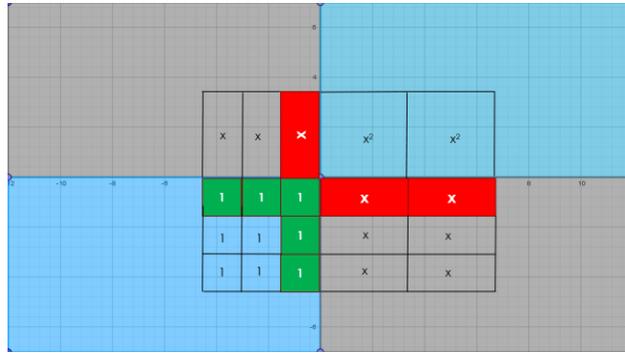
*Ilustración 3*

En la ilustración 3 están representados los polinomios  $\mathbf{Q}(x) = 2x - 3$ , por los lados de las piezas sobre el eje horizontal, y  $\mathbf{P}(x) = x - 3$  por los lados de las piezas sobre el eje vertical.

### **Construcción del rectángulo**

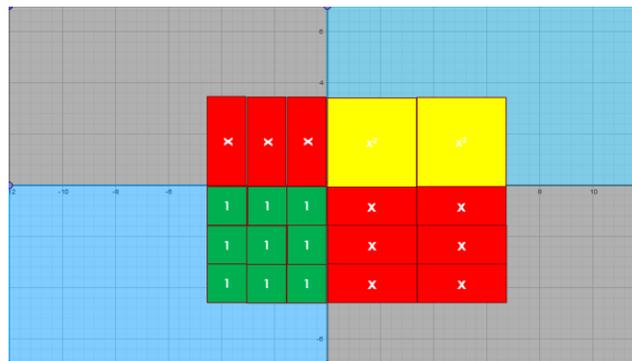
Una vez ubicadas correctamente las piezas que representan los polinomios que se pretende multiplicar se procede a construir el rectángulo que queda limitado por los lados de las piezas ubicadas en los cuatro extremos (superior, inferior, izquierdo y derecho).

Posteriormente ubicamos en el plano las piezas necesarias para formar el rectángulo orientado por las piezas puestas inicialmente, Retomando el anterior ejemplo se tiene lo siguiente:



*Ilustración 4*

La ilustración 4 muestra el rectángulo determinado por los extremos de las piezas y el tipo de pieza que tiene que colocarse en cada posición para completar el rectángulo. El siguiente paso es completar el rectángulo, la ilustración 5 muestra que los espacios determinados por la intersección de las fichas se han ocupado. El último paso del procedimiento consiste en determinar la mayor cantidad de ceros, levantar las fichas del tablero y finalmente hacer la lectura del polinomio que queda representado en el tablero, quien será el producto de los polinomios.

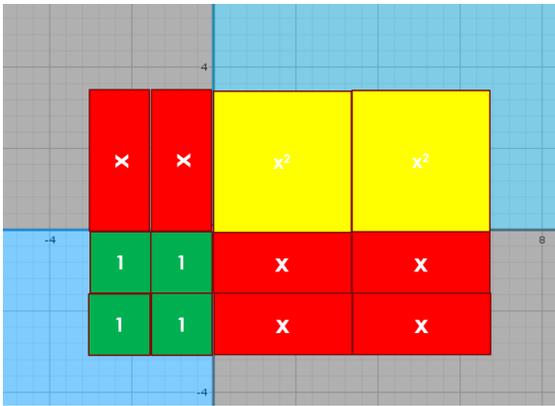


*Ilustración 5*

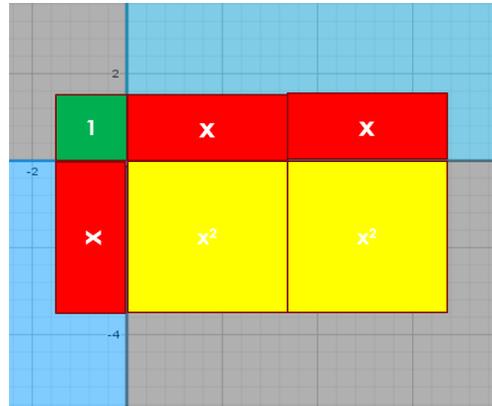
Para el ejemplo que estamos desarrollando no hubo ceros, por lo tanto, la ilustración 5 muestra el producto representado en el tablero: representa el polinomio  $2x^2 - 9x + 9$  que efectivamente es el producto de los polinomios  $Q(x) = 2x - 3$  y  $P(x) = x - 3$ .

### ACTIVIDAD

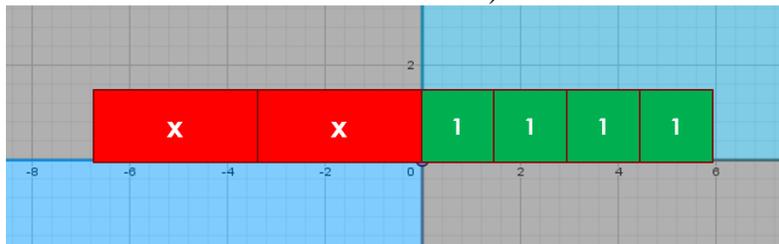
1. En cada región está determinada una multiplicación de polinomios. Identifique para cada uno de los factores:



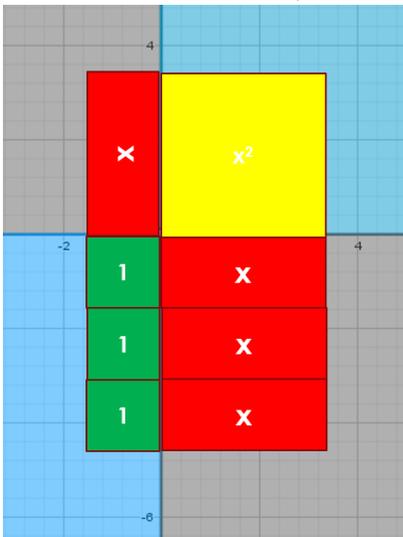
a)



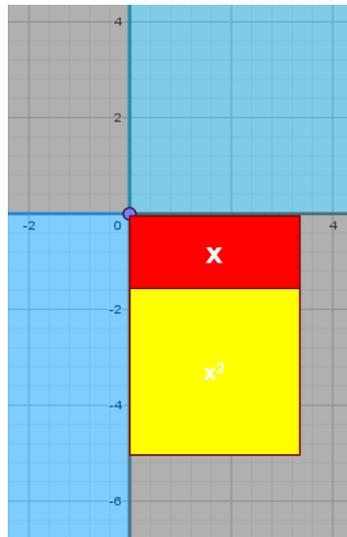
b)



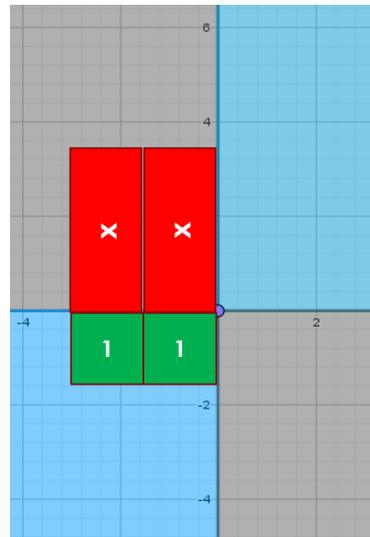
c)



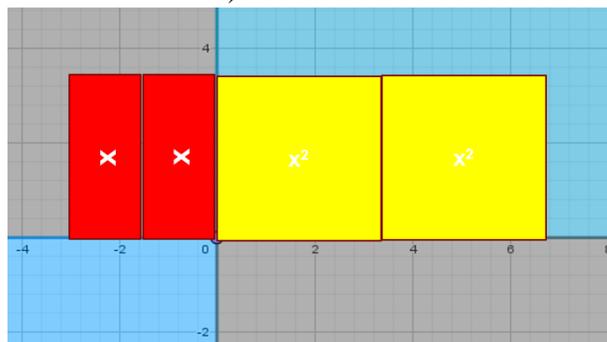
d)



e)



f)



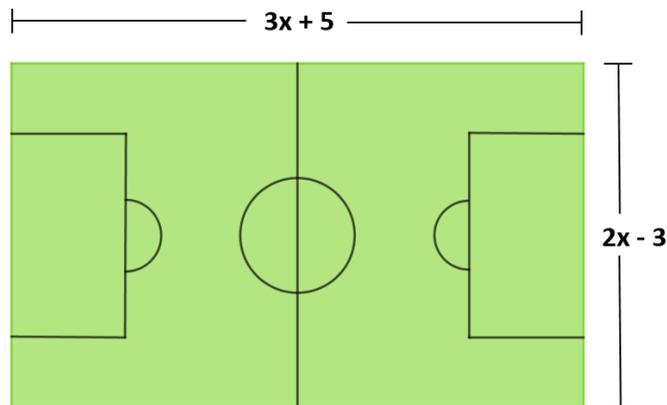
g)

2. Complete la tabla utilizando caja de polinomios:

<b>P(x)</b>	<b>Q(x)</b>	<b>P(x) * Q(x)</b>	<b>P(x) * P(x)</b>	<b>Q(x) * Q(x)</b>
$3x - 2$	$-x + 3$			
$-2x + 1$	$2x - 4$			
$-x - 3$	$3x - 2$			
$x + 4$	$-4x + 1$			

3. Con los polinomios de la tabla del punto anterior, ¿cómo mostraría que se cumple la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición?

4. la siguiente figura representa un terreno utilizado como cancha de futbol: ¿Cuál es la expresión que representa el área de la cancha? ¿Si el valor de  $x = 36m$ , cuál es el área de la cancha?



## ANEXO H. TALLER DE APRENDIZAJE No. 7

Título del taller	Factorización de polinomios cuadráticos
Objetivos	Factorizar polinomios cuadráticos por medio de la construcción de rectángulos alrededor del origen del plano cartesiano utilizando la caja de polinomios.
Estándar Básico de Competencia	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V)
Derecho Básico de Aprendizaje	Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
Evidencias	Opera con formas simbólicas y las interpreta.

### Factorización

Factorizar se fundamenta en la multiplicación, pues se sabe que los factores son los elementos que componen la multiplicación. Por lo cual factorizar es un proceso que busca reescribir una expresión algebraica como el producto de mínimo dos expresiones algebraicas diferentes de 1 (factores). Por ejemplo:

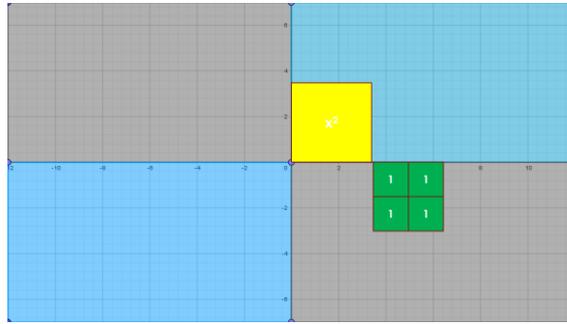
Pensemos en la expresión  $x^2 - 4$ , se entiende esta como la diferencia entre  $x^2$  y 4, es decir, no está expresada como un producto. Pero si se reescribe como, entonces se observa que ahora está escrita como  $(x - 2)(x + 2)$  el producto de una suma con una diferencia, es decir, ya está factorizada.

Factorizar en la caja de polinomios consiste en construir un rectángulo con la menor cantidad de piezas posible sobre el plano cartesiano. Generalmente este proceso no se puede llevar a cabo sin utilizar ceros que completan el rectángulo que se requiere.

### Factorización con la caja de polinomios

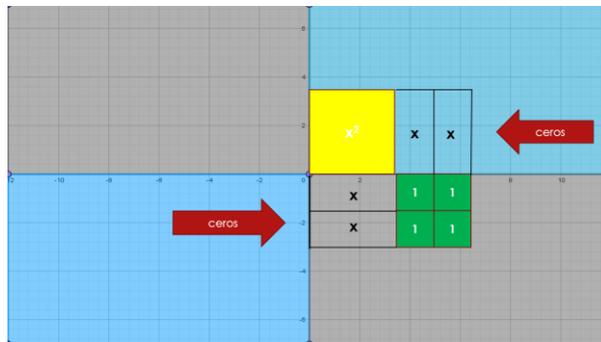
Para entender mejor el proceso que se desarrolla con la caja de polinomios utilizaremos algunos ejemplos. Para el caso de esta expresión  $x^2 - 4$ , realizaremos el siguiente proceso;

Primero se representa el polinomio, garantizando que las piezas se ubiquen alrededor del origen y, que estas se intersecten por uno de sus lados que correspondan o por un vértice como mínimo. La ilustración 1 muestra por una parte, que las piezas se ubican alrededor del origen y que se intersectan en este caso por uno de los vértices, asimismo, ilustra sobre la imposibilidad de construir un rectángulo solamente con las dos fichas que determinan el polinomio  $x^2 - 4$ .



*Ilustración 2*

El siguiente paso es identificar las posibles fichas que ocuparían los espacios determinados por la intersección de piezas que representan el polinomio que se pretende factorizar. Un aspecto que se debe tener muy presente es que los espacios deben ser ocupados por parejas de piezas que formen ceros. Para el ejemplo se observa que el rectángulo lo completan dos pares de piezas  $x$  que efectivamente forma un cero, como lo muestra la ilustración 2; puesto que una se ubica en el primer cuadrante y la otra en el cuarto, lo que las convierte en opuestas.



*Ilustración 3*

Una vez identificadas las piezas que determinan los ceros que forman el rectángulo, se ubican las piezas. La factorización del polinomio se consigue multiplicando los polinomios que representan los lados del rectángulo construido. Para el ejemplo, los lados corresponden a los polinomios  $(x + 2)$  y  $(x - 2)$ , ilustración 3. Es decir, la factorización del polinomio  $x^2 - 4$  corresponde a las expresiones  $(x + 2)$  y  $(x - 2)$ .

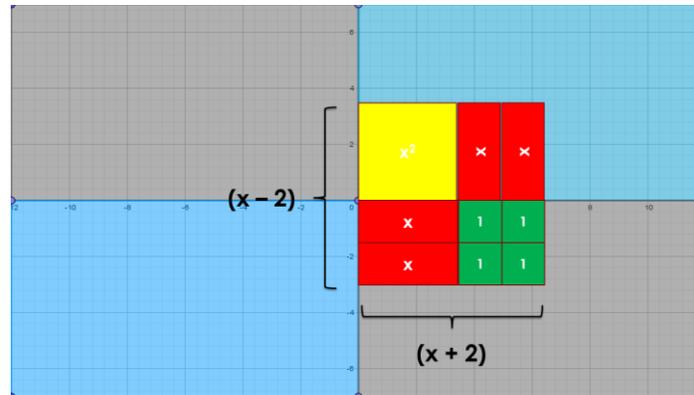


Ilustración 4

**Para tener en cuenta**

Un indicador importante para determinar la posibilidad de factorizar un polinomio es que el número final de fichas con que se construye el rectángulo que determina la factorización del polinomio debe ser un número compuesto (no primo). En el anterior ejemplo se tiene que el número de piezas que representan inicialmente al polinomio es 5, cuya descomposición no es posible, entonces se deben agregar parejas de piezas (ceros), hasta completar un rectángulo, para el ejemplo se agregaron dos parejas de piezas que determinan un cero, por lo cual el número de fichas que compone el arreglo rectangular es  $9=3 \times 3$  (3 filas, 3 columnas).

La anterior consideración posibilita mostrar la imposibilidad de factorizar el polinomio  $x^2+1$  en  $\mathbb{Z}$ . Debido a que ninguna representación de él permita agregar parejas de piezas que determinen ceros, para armar un rectángulo. La ilustraciones 4 y 5 muestran dos representaciones del polinomio, de igual manera, muestran la pareja de piezas que constituiría el rectángulo, pero al observar detalladamente estas parejas de piezas, se evidencia que no determinan ceros, lo cual contradice la regla fundamental de la caja de polinomios.

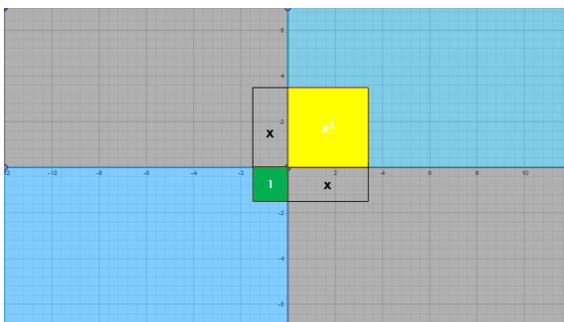


Ilustración 5

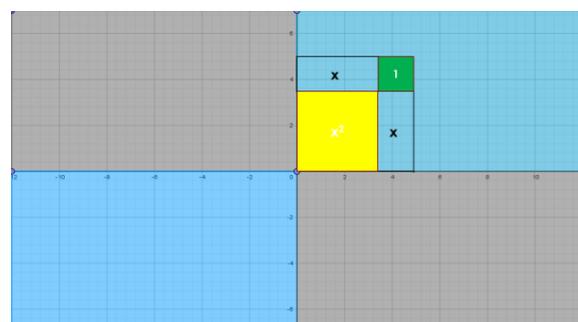
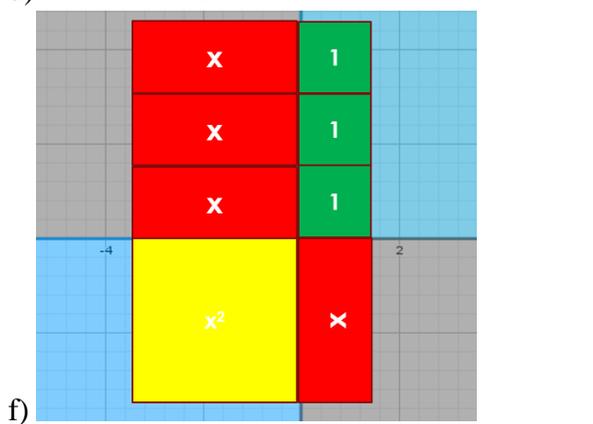
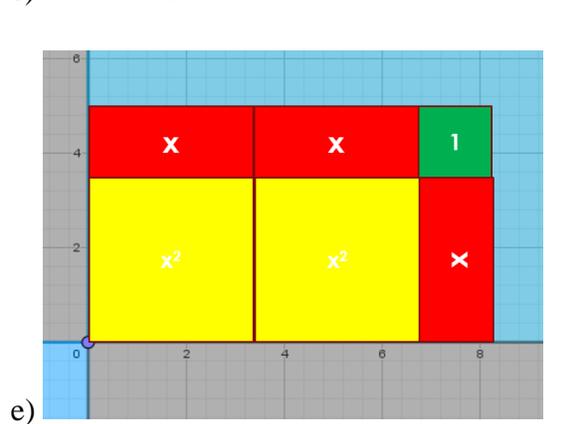
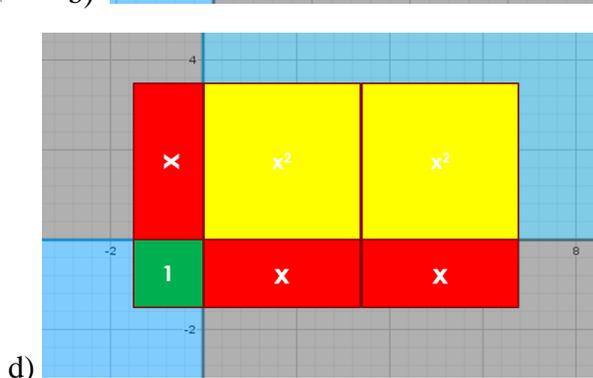
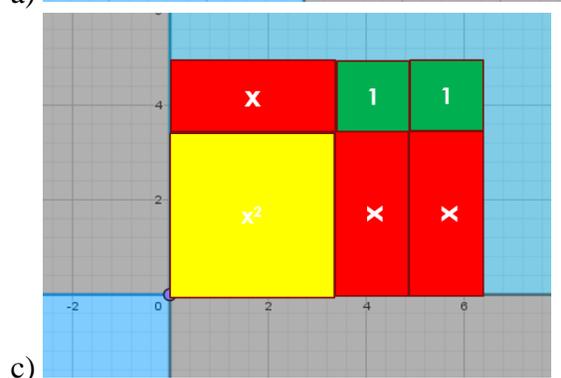
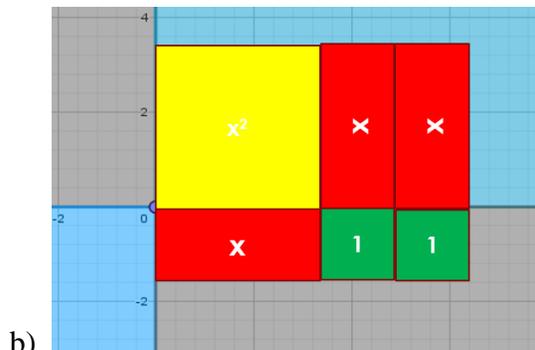
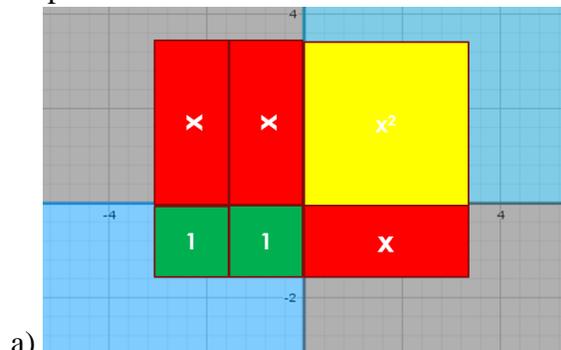
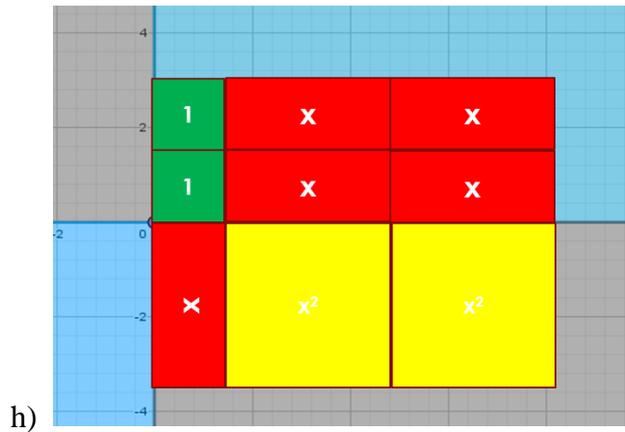
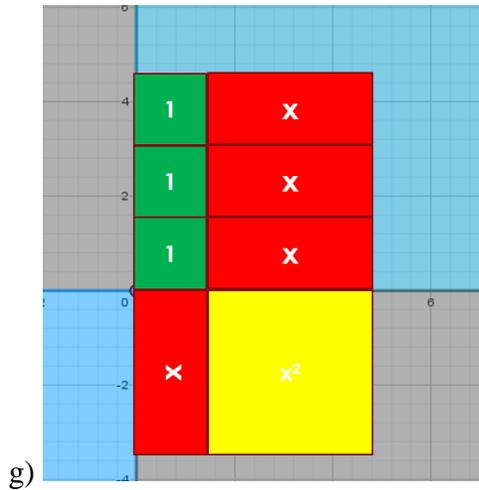


Ilustración 5

### Actividad

1. Las siguientes ilustraciones muestran rectángulos contruidos con las piezas de la caja de polinomios sobre el plano cartesiano. Enuncie el polinomio que se factorizó y su respectiva factorización.





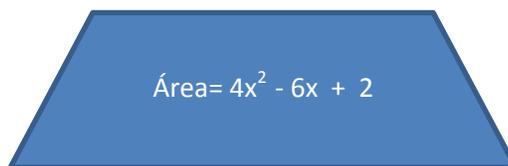
2. Con la caja de polinomios factorice los siguientes polinomios y describa simbólicamente el proceso que realizó.

$F(x) = 2x^2 - 3x + 1$	$H(x) = 4x^2 - 1$	$J(x) = 6x^2 + x - 1$	$L(x) = x^2 - 2x + 1$
$G(x) = 2x^2 - 3x - 1$	$I(x) = x^2 - 1$	$K(x) = 3x^2 + 2x - 1$	$M(x) = 3x^2 - 7x + 2$

3. Con caja de polinomios muestre la imposibilidad de factorizar los siguientes polinomios

- $A(x) = 3x^2 - 1$
- $B(x) = 2x^2 + 7x + 1$
- $C(x) = x^2 - 3x + 71$

4. Determine el valor del perímetro de una piscina de forma rectangular si su área está dada por la expresión  $4x^2 - 6x + 2$ , teniendo en cuenta que el valor  $x=4m$ :



## ANEXO I. TALLER DE APRENDIZAJE No. 8

Título del taller	Evaluación de la etapa de transferencia
Objetivos	Evidenciar los alcances de la intervención, el nivel de satisfacción de los estudiantes frente a la herramienta y el desarrollo de cada etapa.
Estándar Básico de Competencia	Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. (P.V)
Derecho Básico de Aprendizaje	Identifica y analiza relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de expresiones algebraicas y relaciona la variación y covariación con los comportamientos gráficos, numéricos y características de las expresiones algebraicas en situaciones de modelación.
Evidencias	Opera con formas simbólicas y las interpreta.

### EVALUACION DE APROPIACION DE CONOCIMIENTOS Y PERCEPCION DE SATISFACCION

Es importante conocer la percepción que tienen los estudiantes a quienes se les aplicó la propuesta didáctica, así como verificar la adquisición de conocimientos relacionados con los temas que se desarrollan en la intervención, esto, nos brindara elementos importantes para corregir las dificultades que se evidencien y seguir trabajando aquello beneficioso de la propuesta.

### SATISFACCIÓN

De acuerdo a su experiencia en el trabajo realizado con la caja de polinomios, califique los siguientes aspectos de 1 a 5, siendo 1 la calificación más baja y 5 la más alta:

ASPECTO	1	2	3	4	5
1. ¿Qué tan novedosa le pareció la herramienta caja de polinomios?					
2. Qué tan fácil le pareció la manipulación de la herramienta en las diferentes operaciones (1: muy difícil; 5: muy fácil)					
3. El aprendizaje de las temáticas con la caja de polinomios que tan significativo les pareció?					
4. Considera que trabajar con la caja de polinomios facilita el aprendizaje de matemáticas					
5. En términos generales, el trabajo con la caja de polinomios fue agradable.					

## APROPIACION DE CONOCIMIENTOS

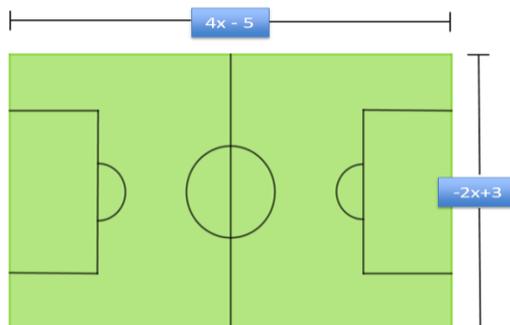
Resuelve las operaciones indicadas utilizando caja de polinomios:

ADICION Y SUSTRACCION			
$A(x) = 3x^2 - 2x + 1$	$B(x) = -4x^2 + x - 10$	$C(x) = 5x^2 - 2x - 6$	$D(x) = -2x^2 + 4x + 9$
Con los polinomios dados determine:			
$A(x) + D(x)$	$B(x) + C(x)$	$B(x) + D(x)$	
$C(x) - D(x)$	$A(x) - B(x)$	$C(x) - A(x)$	

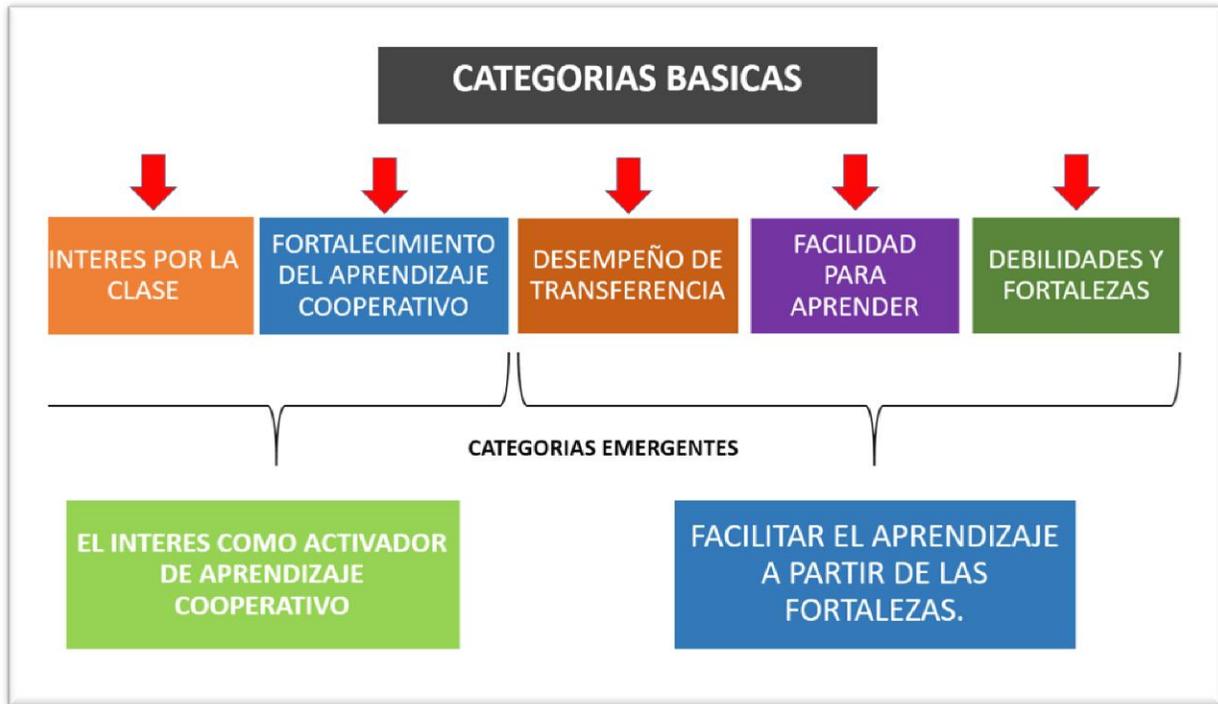
MULTIPLICACION				
P(x)	Q(x)	P(x) * Q(x)	P(x) * P(x)	Q(x) * Q(x)
$2x - 1$	$-x + 4$			
$-3x + 5$	$-2x - 2$			
$-x + 3$	$2x - 5$			
$-x + 4$	$-5x + 1$			

FACTORIZACION	
$6x^2 + 10x + 4$	$2x^2 - 9x + 9$

La siguiente figura representa un terreno utilizado como cancha de futbol: ¿Cuál es la expresión que representa el área de la cancha? ¿Si el valor de  $x = 14$  m, cuál es el área de la cancha?



## ANEXO J. CATEGORÍAS DE OBSERVACIÓN



**ANEXO K. REGISTRÓ DE DIARIO DE CAMPO EN TALLER No 1**

<b>ASPECTO</b>	<b>GRUPO No. 1</b>	<b>GRUPO No. 2</b>	<b>GRUPO No. 3</b>
<b>INTERES POR LA CLASE</b>	Los estudiantes muestran incertidumbre ante la aplicación de la intervención didáctica. El interés no es muy notorio debido a que se hace mediante la aplicación del taller de aprendizaje N 1 el cual se aplica de forma individual y en forma escrita.	Los estudiantes en el taller de exploración se observaron un poco preocupados ya que se estaba retomando los conceptos previos de la identificación y clasificación de expresiones algebraicas, sin embargo los estudiantes se interesaban por realizar las actividades de tal forma que los comprendieron y finalmente se sentían felices ya que los podían solucionar.	A pesar que socializó el objetivo del taller, los estudiantes empezaron a contestar con algo de temor por los posibles resultados, después de un rato se sintieron más cómodos y terminaron la actividad con mejor disposición.
<b>EVIDENCIA DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO</b>	Al respecto no se tiene evidencias ya que la actividad se desarrolla en forma individual.	En este aspecto no se evidencio el aprendizaje cooperativo ya que fue una actividad de forma individual para identificar el estado del avance de cada estudiante en cuanto a los saberes.	En este primer taller los estudiantes trabajaron solos ya que el objetivo fue hacer evidente en los resultados del taller las posibles dificultades que los estudiantes presentaron frente los temas indagados.
<b>DESEMPEÑO DE TRANSFERENCIA</b>	Se desarrolla el taller de aprendizaje No 1 relacionado con diferentes conceptos y operaciones relacionados con el pensamiento variacional. Se trata de indagar por saberes	Los estudiantes resolvieron el taller con los diferentes aspectos para ver los saberes previos en cuanto al pensamiento variacional con el fin de identificar las debilidades y fortalezas en cuanto a las operaciones con expresiones	Los vacíos conceptuales que presentaron de forma conjunta los estudiantes en este taller, se relacionaron con el reconocimiento de términos semejantes, la aplicación de la suma de polinomios a una situación planteada y la relación que tienen los lados de una figura regular

	<p>previos.</p> <p>Los estudiantes muestran debilidad en la apropiación de conceptos y en el desarrollo de las diferentes operaciones planteadas en el taller.</p>	<p>algebraicas, al relacionarlas con algunos polígonos y problemas cotidianos.</p>	<p>(cuadrado) con su área.</p>
<p><b>FACILIDAD PARA APRENDER</b></p>	<p>En realidad la aplicación del taller no muestra buenos resultados por parte de los estudiantes. La mayoría de estudiantes ha obtenido un desempeño bajo, es decir, desconocen los conceptos y operaciones con expresiones algebraicas.</p>	<p>En la mayoría de los estudiantes se les facilitó identificar las expresiones algebraicas para mejorar en el pensamiento variacional</p>	<p>El objetivo del taller no se centró propiamente en aprender, sino en conocer de los estudiantes los conocimientos relacionados con el dominio de expresiones algebraicas.</p>
<p><b>DEBILIDADES Y FORTALEZAS</b></p>	<p>Dificultad en la comprensión de conceptos.</p> <p>Dificultad en el desarrollo de operaciones básicas.</p> <p>Escasa interpretación en la solución de problemas.</p> <p>Respeto por sus compañeros.</p>	<p>Algunos estudiantes demuestran dificultad para comprender las operaciones algebraicas.(multiplicación de polinomios). En su mayoría sin embargo hicieron el esfuerzo para resolverlo.</p>	<p>Las debilidades evidenciadas se relacionan con el reconocimiento de términos semejantes, la aplicación de la suma de polinomios a una situación planteada y la relación que tienen los lados de una figura regular (cuadrado) con su área, estas debilidades nos sirven de insumo para planificar las actividades que se desarrollaran en la etapa de transferencia.</p>

# ANEXO L. DESARROLLO DEL TALLER DE APRENDIZAJE NO. 1

## EXPLORACIÓN

### ACTIVIDAD

1. ¿Qué es un término algebraico?

Es una variable desconocida.

2. ¿Qué es una expresión algebraica?

Es un conjunto de términos numéricos y alfabéticos que representan un sistema que tiene una o más incógnitas en otras palabras un valor desconocido.

3. ¿Cómo se clasifican las expresiones algebraicas de acuerdo al número de términos?

4. ¿Cómo identifica el grado de una expresión algebraica?

Identificamos el grado de la expresión algebraica al determinar que una o más variables asignadas están elevadas a un exponente (1, 2, 3, 4, ... n)

5. ¿Qué se requiere para que dos o más términos sean semejantes?

Los términos semejantes deben tener el mismo grado.

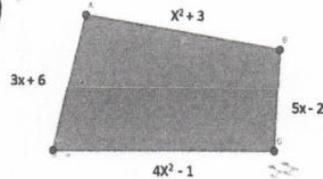
6. En la siguiente expresión algebraica identifique términos semejantes y agrúpelos:

$$2x^2 - 12 + 7x^2 + 10x - 3 + 12x^2 + 5 - 6x$$

~~$$(2x^2 + 7x^2 + 12x^2) + (10x - 6x) + (-3 + 5)$$~~

7. determine el perímetro de la figura dada:

$$3x + 6 + x^2 + 3 + 5x - 2 + 4x^2 - 9$$



# ANEXO M. DESARROLLO DEL TALLER DE APRENDIZAJE NO. 8

## EVALUACIÓN

### APROPIACION DE CONOCIMIENTOS

ADICION Y SUSTRACCION			
$A(x) = 3x^2 - 2x + 1$	$B(x) = -4x^2 + x - 10$	$C(x) = 5x^2 - 2x - 6$	$D(x) = -2x^2 + 4x + 9$
Con los polinomios dados determine:			
$A(x) + D(x)$	$B(x) + C(x)$	$B(x) + D(x)$	
$C(x) - D(x)$	$A(x) - B(x)$	$C(x) - A(x)$	

MULTIPLICACION	
Realiza las siguientes multiplicaciones:	
$(2x - 3) \cdot (3x + 3)$ $= 6x^2 + 6x - 9x - 9$ $= 6x^2 - 3x - 9$	$(3x + 5) \cdot (-3x - 2)$ $= -9x^2 - 6x - 15x - 10$ $= -9x^2 - 21x - 10$ $= -(9x^2 + 21x + 10)$

FACTORIZACION	
Factorice los siguientes polinomios:	
$6x^2 + 10x + 4$ $= (6x + 4)(x + 1)$	$2x^2 - 9x + 9$ $= (2x - 3)(x - 3)$

#### > ADICION Y SUSTRACCION

•  $A(x) + D(x)$   
 $= (3x^2 - 2x + 1) + (-2x^2 + 4x + 9)$   
 $= \boxed{x^2 + 2x + 10}$

•  $B(x) + C(x)$   
 $= -4x^2 + x - 10 + 5x^2 - 2x - 6$   
 $= \boxed{x^2 - x - 16}$

•  $B(x) + D(x)$   
 $= -4x^2 + x - 10 - 2x^2 + 4x + 9$   
 $= \boxed{-6x^2 + 5x - 1}$

•  $C(x) - D(x)$   
 $= (5x^2 - 2x - 6) - (-2x^2 + 4x + 9)$   
 $= 5x^2 - 2x - 6 + 2x^2 - 4x - 9$   
 $= \boxed{7x^2 - 6x - 15}$

•  $A(x) - B(x)$   
 $= (3x^2 - 2x + 1) - (-4x^2 + x - 10)$   
 $= 3x^2 - 2x + 1 + 4x^2 - x + 10$   
 $= \boxed{7x^2 - 3x + 11}$

•  $C(x) - A(x)$   
 $= (5x^2 - 2x - 6) - (3x^2 - 2x + 1)$   
 $= 5x^2 - 2x - 6 - 3x^2 + 2x - 1$   
 $= \boxed{2x^2 - 7}$