LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL JUEGO, EN ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

JOHN FREDY MEDINA TENORIO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2013

LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DEL JUEGO, EN ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

JOHN FREDY MEDINA TENORIO

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

DIRECTORA:

Dra. Gabriela Arbeláez

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2013

Nota de aceptación:

El presente trabajo de la práctica pedagógica fue asesorado y aprobado por

Vo. Bo. Freddy William Bustos
Mag. En Matemáticas
Evaluador

Vo. Bo. Gabriela Arbeláez
Dra. Historia de las Matemáticas
Directora

Vo. Bo. Yenny Leonor Rosero
Coordinadora Licenciatura en Matemáticas

Fecha de sustentación: Popayán 26 de noviembre de 2013

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

En el transcurso de las prácticas pedagógicas, se detectan grandes necesidades que requiere la educación matemática para ejercer un aprendizaje significativo en el ámbito escolar, el cual es un paso previo que nos permite reflexionar acerca de los desafíos que la realidad lanza a la educación y que presupone una responsabilidad para quienes estamos invitados a promulgar una transformación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En matemáticas es bien sabido o al menos no es un secreto, el desencanto que siente la comunidad estudiantil por esta disciplina. De acuerdo a esta situación se origina este proyecto, en donde la idea consiste en proponer una alternativa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el grado octavo de educación básica secundaria a través de la matemática recreativa.

En este sentido, lo que se pretende es acercar a los estudiantes al conocimiento matemático por medio de actividades recreativas, de juegos matemáticos y promoviendo un ambiente lúdico, en búsqueda de una mayor aceptación hacia la matemática.

Para lograr el propósito planteado, resulta necesario realizar un diseño metodológico que relaciona dos etapas:

Una etapa es de tipo experimental, en la cual se diseñan actividades de juegos matemáticos, que serán propuestos a los estudiantes y que constituyen el eje fundamental en el desarrollo del proyecto de aula. Mientras que la segunda etapa es de tipo descriptivo, en donde se extraen los elementos del juego que movilizan en los estudiantes alguna motivación, estrategia o conocimiento matemático, y que formaran parte importante para la posterior reflexión. Para ello, los instrumentos de recolección de información a utilizar son: registros escritos, de observación y entrevistas no formales.

Desde esta perspectiva, el proyecto de aula “La Enseñanza de las Matemáticas a través del Juego”, en su desarrollo sistemático se compone de las siguientes fases:

En el primer capítulo se presenta el tratamiento teórico respecto al juego y la simbiosis que sostiene con las matemáticas.

En el segundo capítulo se detalla la metodología utilizada para la realización del proyecto, en donde se exponen los mecanismos metodológicos que dan forma al proyecto y los aspectos particulares que lo caracterizan.

En el tercer capítulo se describe el escenario contextual, que da cuenta de la relación que se establece con los estudiantes y algunos de los aspectos que la institución educativa Champagnat cobija dentro de su propia escala de valores en torno al horizonte social y educativo al que pertenece.

En el cuarto capítulo se lleva a cabo la interpretación y el análisis de la información obtenida en cada una de las sesiones de trabajo con los estudiantes, reflejadas en una bitácora, en donde gravitan las reflexiones originadas por cada actividad.

A partir de este panorama, el proyecto recoge finalmente desde su forma de expresión, las reflexiones y conclusiones motivadas por el desarrollo del mismo.

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO

El juego y la belleza están en el origen de una gran parte de las matemáticas. Si los matemáticos de todos los tiempos se lo han pasado tan bien jugando y contemplando su juego y su ciencia, ¿por qué no tratar de aprenderla y comunicarla a través del juego y de la belleza?

Miguel de Guzmán

En la historia de la matemática podemos encontrar múltiples ejemplos en que se puede ver el impacto que la matemática recreativa ha tenido en el desarrollo de la teoría de esta ciencia como tal. Al respecto, Guzmán (1984)[1] cita varios ejemplos:

Leibniz (1646-1716), matemático sobresaliente por el desarrollo de la teoría del cálculo infinitesimal, se dice que fue un animador de la teoría lúdica como actividad mediadora para ejercitar el intelecto. En una ocasión, a través de una carta escrita en 1715, dijo: "*Nunca son los hombres más ingeniosos que en la invención de juegos… Sería deseable que se hiciese un curso entero de juegos tratados matemáticamente".*

Asimismo, Euler (1707-1783) se enteró por fortuna del problema de los siete puentes de Königsberg, el cual trataba de la posibilidad de hacer un recorrido que pasara por todos los puentes, pero pasando por cada uno una sola vez (este tipo de recorrido es llamado "camino euleriano"). Al tratar el problema y darle solución se dio inicio a la hoy tan utilizada teoría de grafos y la topología general.

Igualmente, Hamilton (1805-1865) estableció un juego llamado "Viaje por el Mundo", que consistía en hacer un recorrido por los vértices de un dodecaedro

[1]Guzmán, M. (1984). *Juegos Matemáticos en la Enseñanza*. Actas de la IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas. Pág. 4-5.

(llamado “camino hamiltoniano”) de manera que cada vértice era una ciudad importante del mundo; el recorrido debía hacerse sin pasar dos veces por una misma ciudad. Esto también ayudó a desarrollar la teoría de grafos.

Del mismo modo, es importante mencionar a Gauss (1777-1855) como un gran aficionado a los juegos de cartas los cuales hacía de una manera muy analítica. A Hilbert (1862-1943) quien crea los llamados juegos de disección. A John Von Neumann (1903-1957) quien escribe con Oskar Morgestern en 1944 un libro llamado “Teoría de juegos y conducta económica”, citado como un libro en donde se estudian los juegos de estrategia y se crea un teorema de importancia en el análisis de temas económicos llamado “teorema de minimax”. De la misma forma, Martín Gardner reseña que el mismo Albert Einstein (1879-1955) contaba con una amplia biblioteca dedicada a los juegos matemáticos.

Históricamente, la sociedad le ha otorgado un significado al juego, conforme a su ideología, religión, costumbres, educación e influencias de acuerdo a la época. El uso variado de este concepto ha contribuido al desarrollo de innumerables acepciones y manifestaciones de esta actividad, que se han ido planteando a lo largo de la historia. Para comprender la importancia del juego en el ser humano hagamos referencia a su etimología y algunas de sus diversas definiciones.

En el Diccionario Español de la Real Academia[2], el vocablo juego, que proviene del latín *iocus*, es definido como la acción y efecto de jugar, pasatiempo o diversión. Es un ejercicio recreativo sometido a reglas, y en el cual se gana o se pierde.

El significado de juego presenta algunas diferencias entre los distintos pueblos de la época antigua. Para los griegos, el juego significaba todas aquellas

[2]Diccionario de la Lengua Española. En línea: http://lema.rae.es/drae/

acciones propias de los niños. Los hebreos, utilizaban la palabra juego para referirse a las bromas y a la risa. Mientras que para los romanos, juego significaba alegría, jolgorio.

Fue en la época antigua (427 a.c), cuando se comenzó a construir el concepto de juego, asociándolo a los distintos ámbitos de la vida. Uno de los primeros filósofos en mencionar y reconocer el valor práctico del juego es Platón, quien consideraba que la educación se basaba en el juego y estimaba que se debía comenzar por la música para la formación del alma y, posteriormente, con la educación física para el cuerpo.

Los juegos considerados como una actividad humana lúdica, han tenido una estrecha relación con las matemáticas a lo largo de toda la historia. Por un lado, muchos juegos, tanto tradicionales como modernos, utilizan las matemáticas en su desarrollo, ya sea por sus relaciones numéricas (por ejemplo, el dominó o muchos juegos de cartas), o por sus relaciones geométricas (en juegos donde las fichas se colocan y se mueven sobre un tablero). Además, en muchos juegos se usan variadas estrategias para llegar al objetivo, lo cual tiene una gran similitud con algunas de las más importantes estrategias utilizadas en la resolución de problemas de matemáticas.

De esta manera, según Winter y Ziegler (1983)[3], se puede establecer una correspondencia entre los juegos matemáticos y el pensamiento matemático a través del siguiente esquema:

---

[3] Winter y Ziegler. (1983). *Introducción al juego de los conjuntos.* Interduc-Schroedel. Madrid.

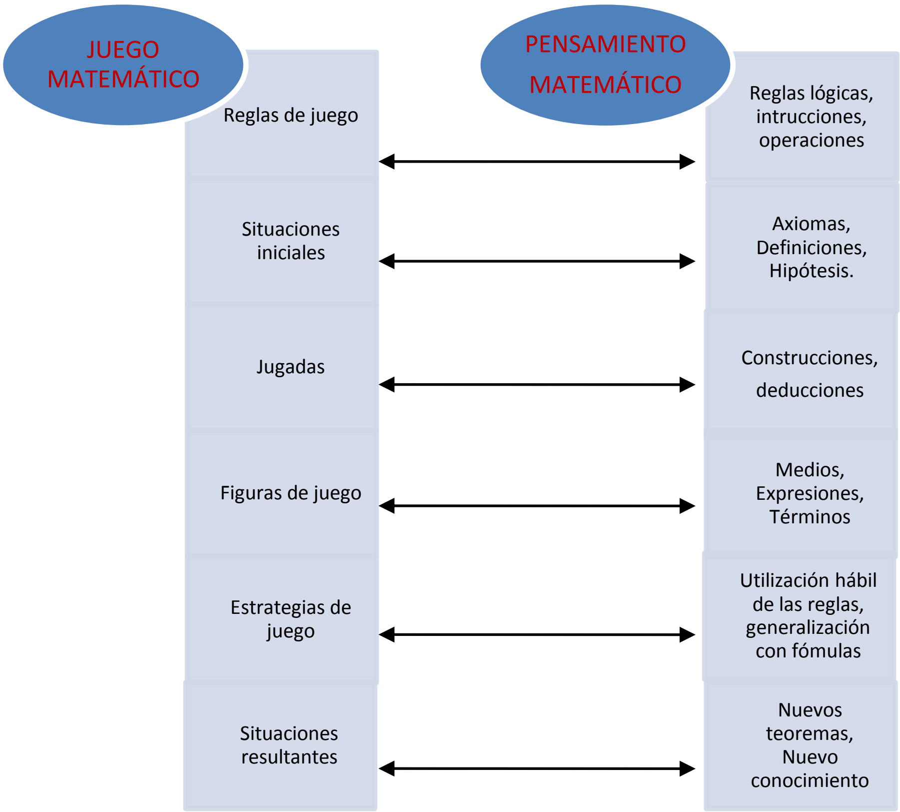


Figura 1. Correspondencia entre los juegos matemáticos y el pensamiento matemático.

Aunque no podemos afirmar que las matemáticas sean un juego, esencialmente porque su finalidad y sus aplicaciones van mucho más allá del carácter estrictamente lúdico de la mayoría de los juegos, si podemos decir que cuando hacemos matemáticas y, en particular, cuando tratamos de resolver un problema, tenemos un objetivo comparable al de la mayoría de los juegos (hallar la solución o lograr ganar una partida), y disponemos también unas reglas claramente definidas, sobre aquello que podemos y aquello que no podemos hacer para lograr el objetivo. De esta forma, el carácter lúdico de los juegos, y lo que es más importante el reto intelectual que nos plantea su práctica, tiene una gran similitud con las matemáticas, puesto que hacer matemáticas puede convertirse en una actividad realmente lúdica y, sobre todo, intelectualmente estimulante.

De esta manera el juego ha sido utilizado como un recurso educativo desde la antigüedad, aunque infortunadamente la pedagogía tradicional lo ha mantenido alejado de la educación formal. Sin embargo, los grandes pedagogos como Juan Amós Comenio (1592-1670), Giovanni Pestalozzi (1746-1827) siempre han afirmado que el juego, para el niño, es el método más eficaz de aprendizaje.

Según la literatura moderna sobre juegos, es en la segunda mitad del siglo XIX donde empiezan a aparecer los grandes clásicos del género de matemáticas recreativas, destacándose Eduard Lucas (1842-1891), autor de *Récréations mathématiques*, en el cual aparece por primera vez, entre muchos otros, el conocido problema de las torres de Hanoi y Henry E. Dudeney (1857-1930) con la obra *Amusements in Mathematics*, referenciado como un libro que contiene una de las mejores y más variadas colecciones de recreaciones matemáticas de toda la historia. Precisamente los métodos de aprendizaje despertaron el interés por las posibilidades del juego en el ámbito escolar. Pero, en nuestros días, aún no se reconoce el verdadero valor educativo de jugar y las virtudes que lo caracterizan. Sin embargo, la antropología se ha encargado de hacer ver que aspectos muy sofisticados del saber humano se adquieren a través de relaciones lúdicas e informales.

En esta medida la postura de juego en la cual se suscribe la presente propuesta, es tomada de Ferrero (1991)[4] quien nos señala que "*Los juegos enseñan a los escolares a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales"*. En consecuencia, constituyen una herramienta de gran utilidad para iniciar la enseñanza de la matemática de forma atractiva, al mismo tiempo que se formaliza el pensamiento matemático.

De esta forma se parte de la idea de plantear en el aula situaciones en las que los alumnos "hagan matemática", es decir elaboren estrategias propias, utilicen las representaciones que consideren adecuadas, discutan con sus compañeros, expliquen sus ideas, den razones de sus procedimientos y resultados, confronten sus producciones con las de otros, acepten sugerencias y otros puntos de vista.

[4] Ferrero, L. (1991). *El juego y la matemática*. Madrid. La Muralla. Pág. 12-13.

Así cuando se propone el aprendizaje a través de juegos matemáticos, se está pensando en el juego a disposición del aprendizaje y no en la mera acción lúdica, puesto que el uso de juegos tiene como finalidad la comprensión de conceptos y el desarrollo de razonamiento matemático.
Entre tanto de entre las posibles clasificaciones de los juegos, nos centraremos en juegos de conocimiento y juegos de estrategia, el primero hace referencia a una o varias temáticas habituales del área de matemáticas. Y los juegos de estrategia son aquellos en donde se ponen en marcha uno o varios procedimientos propios de la resolución de problemas o los modos habituales de pensamiento matemático.

Intentando mirar en perspectiva el valor de los juegos matemáticos para despertar el interés de los estudiantes, notemos como se ha expresado muy certeramente Martin Gardner, el gran experto en nuestros tiempos en la presentación lúdica, interesante y profunda de multitud de juegos matemáticos por muchos años en sus columnas de la revista americana Scientific American: *"Con seguridad el mejor camino para despertar a un estudiante consiste en ofrecerle un interesante juego,...,de entre una veintena de cosas que los profesores aburridos tienden a evitar porque parecen frívolas"*

Finalmente es importante hacer referencia sobre algunos autores de recreaciones matemáticas del siglo XX. Entre ellos, es obligado destacar a Martin Gardner, Yakov Perelman, Miguel de Guzmán y Fernando Corbalán. Todos ellos autores y recopiladores de una obra enorme que sumada a la de nuestros antepasados, constituye una fuente inagotable de problemas, juegos y recreaciones matemáticas.

CAPÍTULO 2: METODOLOGÍA

"Dime algo y lo olvidaré, enséñame algo y lo recordaré, pero hazme partícipe de algo y lo aprenderé"

(Proverbio chino)

La enseñanza debería tratar de reflejar el carácter profundamente humano de la matemática, haciéndola con ello más asequible, dinámica, interesante y atractiva. La recreación, el juego, la lúdica, los saberes, el conocimiento, son en su conjunto e interrelación el tema que ocupa la atención y el interés del proyecto de aula, con el fin de buscarle salidas a la escuela formal, haciendo énfasis que "*el campo de la pedagogía debe ser congruente con el mundo de la vida y que si se desconoce ese mundo se está ignorando la esencia misma del ser humano*"[5]. Por eso se intentará, a través de la matemática recreativa, que los estudiantes perciban, el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos en ella de un modo un poco más personal y humano.

Son precisamente las recreaciones y los juegos los que pueden constituir un elemento de gran valor para potenciar las capacidades de los estudiantes, muchas veces reprimidas por la mecanicidad que ocasiona lo académico. En este caso, se hizo una formulación de actividades donde se pone de manifiesto la idea de reto, de sorpresa, de descubrimiento, de razonamiento lógico, de juego, que facilitara la conexión y el acercamiento indirecto de los alumnos hacia la matemática.

En este sentido las actividades tendrán dos componentes: la acción y la reflexión. Es decir, cada actividad propuesta deberá contener una parte de trabajo hecho por los alumnos, donde estos, individualmente o en pequeños grupos, construirán algún bosquejo o esquema del desarrollo de la actividad y

---

[5]Duque, G. (1989). *Teología de la praxis educativa liberadora.* Pontificia Universidad Javeriana. Módulo Único. Bogotá.

otra parte donde se reflexionará y se discutirá sobre lo que se ha hecho (o se está haciendo) y especialmente sobre su significado.

En esta dirección, en primera instancia se expondrán de manera explícita los pasos a seguir en cada sesión de trabajo, las cuales estarán enmarcadas en torno a juegos matemáticos, en donde se pone de manifiesto la parte lógica, aritmética, algebraica y geométrica. Cada actividad deberá permitir gran flexibilidad al estudiante, ya que cada uno hará su propia heurística, bosquejo o diseño de lo que pudiese hacer, para que de esta manera el alumno se convierta en el ejecutor y autor principal de la construcción y reconstrucción de sus conocimientos. Al final se propiciará la participación de los estudiantes en torno a la discusión y reflexión para encontrar el sentido de lo que se está haciendo.

Se utilizará en algunas oportunidades la entrevista como el instrumento de recolección de datos, debido a su flexibilidad y dinamismo, características que, al momento de indagar las percepciones que los alumnos tienen sobre las actividades desarrolladas, se transforman en un gran aporte para el análisis y reflexión de los resultados.

Las entrevistas son realizadas a cada alumno, en un tiempo aproximado de 30 minutos antes de terminar cada sesión. En cuanto a los tópicos que guían las entrevistas, podemos mencionar los siguientes:

- Gustos y preferencias respecto a los juegos que desarrollan los estudiantes.
- Argumentaciones, motivaciones y opiniones respecto a las actividades.
- Identificación de elementos y características del juego.
- Identificación de conceptos matemáticos.

Se toma información de cada sesión a través de registros escritos por los alumnos, además de registros de seguimiento y observación, lo que permite obtener información, tanto del proceso como de los productos logrados.

La metodología en el aula se desarrollará a través de 10 actividades basadas en juegos matemáticos diseñados con el objetivo de privilegiar el desarrollo de razonamiento lógico, el pensamiento numérico, aritmético, geométrico y algebraico.

CAPÍTULO 3: MARCO CONTEXTUAL

La actividad matemática históricamente ha sido enriquecida por diferentes matices, y más específicamente a través de alguna dinámica que comporta un componente lúdico, lo que ha proporcionado una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido. Desde esta perspectiva, la propuesta pedagógica se sostiene bajo la alternativa de promover en los estudiantes una motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas, en la cual se suscribe como estrategia dinamizadora la Matemática Recreativa. Este escenario pedagógico se desprende un poco de los esquemas tradicionales de enseñanza de la matemática, porque eligiendo el juego como elemento principal en las estrategias para facilitar el aprendizaje, se logran experiencias participativas y vivenciales donde la mediación de la matemática de manera lúdica se aprecia como fundamental para lograr, no sólo que los alumnos aprendan matemática y gusten de ella, sino que le atribuyan el papel que le corresponde como herramienta desarrolladora de pensamiento.

El Colegio Champagnat de Popayán abrió las puertas al desarrollo de la propuesta, siendo una institución educativa de los Hermanos Maristas de la Enseñanza, que a través de la pedagogía marista caracterizada por el espíritu de familia, el amor al trabajo, la sencillez de vida y la presencia, pretende que los niños y jóvenes sean buenos cristianos y buenos ciudadanos, haciendo así realidad, el sueño de San Marcelino Champagnat (1789-1840), quien era un apasionado por Dios y quien se entrega con entusiasmo a favor de los niños y jóvenes, especialmente los más necesitados. El colegio tiene como filosofía propiciar un ambiente que promueva los ejes inspiradores de la Misión Educativa Marista, que aproxime la educación a la formación del hombre ideal.

Asimismo inculcan en todos los miembros de la comunidad educativa el amor, el respeto a la tierra como a nuestra propia casa y a todos los que en ella vivimos: hombre, animales y seres inanimados. Promueven un proceso de reflexión crítica que posibilite fundamentar las prácticas pedagógicas en comprensiones teóricas y en un amplio y profundo conocimiento del pensamiento y obras de San Marcelino Champagnat. Igualmente integran los procesos educativos del Colegio al mundo social y cultural de tal forma que los estudiantes se comprometan en la construcción y desarrollo de la sociedad, de manera solidaria. Implementan estrategias pedagógicas que promueven en los estudiantes sentimientos de solidaridad, capacidades y actitudes para la organización y participación democrática y, especialmente, respeto al medio ambiente.

En torno al ambiente en el aula, lo que se pretendió fue promover una participación activa de los estudiantes, en donde se pudiera visualizar y caracterizar un cambio en la forma habitual de sus clases. Con esta visión, se implementan en cada sesión las actividades que componen: una lectura que permita la comprensión para el desarrollo de la misma, una comprensión de los parámetros establecidos a través de las reglas que nacen dependiendo el tipo de juego y que señalan las acciones que es indispensable cumplir, y finalmente una discusión de los razonamientos que suscita cada dinámica.

En la realización de las diferentes actividades, los alumnos empiezan por hablar entre ellos, expresando sus ideas sobre los objetos, fenómenos y situaciones descritos en la problemática del juego. Con frecuencia estas conversaciones los llevaban a confrontar perspectivas para dar sentido a los aspectos de los que trataba la actividad. En esta medida los alumnos tuvieron siempre la oportunidad de realizar debates entre ellos, definir una estrategia, ayudándose mutuamente en la comprensión de las condiciones de la situación y de las estrategias a seguir, generando imágenes mentales y razonamientos de la situación presentada, los cuales se plasmaron en diagramas esquemáticos, registros escritos y verbales, que muestran aspectos fundamentales en la forma de proceder en la búsqueda de las soluciones.

El grupo se puede considerar con buena participación. En general, los alumnos tienen una actitud de curiosidad y están interesados por lo que pasa

en el aula, trabajan bien en las actividades propuestas que habitualmente se realizaron en grupos de dos o máximo tres estudiantes, y funcionan de una forma natural con sus compañeros.
Se presenta además una comunicación escrita, en donde los estudiantes registran sus formas de razonar, reflexionar y dirimir las diferentes estrategias, conducentes a la solución de las dinámicas propuestas, lo que proporciona también una oportunidad importante de expresarse, lo que muchas veces es decisivo en las actividades de aprendizaje. En la práctica, la producción escrita de los alumnos tiende a ser muy limitada, reduciéndose muchas veces a la realización simplemente de cálculos necesarios que conducen a una respuesta apresurada a los problemas. Sin embargo no se demerita este proceso, ya que constituye una entrada hacia exploraciones más detalladas y rigurosas. Por ello se comienza a pedir a los alumnos que redacten con mayor profundidad sus argumentaciones y que sean más analíticos, justificando y explicando sus razonamientos. Lo interesante de este proceso está en que las ideas expresadas simbólicamente y de manera argumentativa fueron relacionadas con los conocimientos previos que el estudiante posee, es decir, que las ideas que provocaban las actividades, provenían de algún aspecto existente específicamente en la estructura de sus conocimientos, lo que hacía que se produjeran en los alumnos ideas, argumentos, razonamientos que sopesaran en estrategias más elaboradas en procura de interiorizar los conocimientos de una manera más significativa.

En la relación con los estudiantes, existió siempre un flujo continuo de comunicación, garantizando que esa comunicación se estableciera en ambas direcciones (Profesor $\longleftrightarrow$ Alumnos). Además se facilitó a los alumnos la diversidad de los soportes para el desarrollo de las actividades (Hojas cuadriculadas, la actividad a desarrollar y materiales como: fichas, dados y tarjetas) lo que constituyó un factor decisivo en la dinámica del desarrollo de las mismas y en donde el aula se convirtió en un posible laboratorio donde jugar es aprender.

La organización y el funcionamiento de la institución, los recursos existentes y las expectativas de los padres y la comunidad educativa, siempre fueron inmejorables, lo que es un buen ejemplo de las características que la educación debe asumir, para sacar adelante proyectos educativos que enriquezcan potencialmente los caminos hacia una educación influyente.

CAPÍTULO 4: BITÁCORAS

4.1 Bitácora 1: Juegos: Nim y El zorro y el ganso.

Las actividades denominadas como “Nim” y “El Zorro y el Ganso” se suscriben como propuestas para establecer un escenario mediado por la motivación y el razonamiento lógico en el primer acercamiento con los alumnos. El Zorro y el Ganso es un juego que se desarrolla en un tablero como el que se muestra en la figura 2.

Figura 2. Tablero de juego para el “Zorro y el Ganso”.

Para iniciar el juego hay que poner dos fichas distintas en el tablero; una en el lugar donde está el retrato del zorro y la otra donde está el retrato del ganso.

“*Un jugador mueve el zorro, el otro mueve el ganso. Una "movida" consiste en deslizar la ficha desde un punto hasta otro adyacente, siguiendo la línea negra. El zorro trata de capturar al ganso desplazándose hacia el punto ocupado por el ganso. Eso es lo que el ganso debe tratar de impedir que suceda. Si el zorro captura al ganso en diez movimientos o menos (es decir, en diez movimientos del zorro), gana. Si no logra capturarlo en diez movimientos, gana el ganso*.

Ahora bien, si el ganso tuviera el primer turno, al zorro le resultaría muy fácil atraparlo en la esquina inferior izquierda del tablero. Pero en este juego el zorro siempre debe mover primero. Eso parece dar al ganso una buena oportunidad de escapar.

¿Puede el zorro capturar siempre al ganso en diez movimientos, si juega correctamente, o el ganso puede escapar en todos los casos?”[6]

La estrategia que resulta exitosa para esta dinámica es cuando el zorro hace sus tres primeros movimientos rodeando uno de los dos triángulos que se hallan en el centro del tablero (esto le da oportunidad al ganso para que justamente se dirija horizontal o verticalmente hacia una esquina). Tras completar este circuito, el zorro atrapará al ganso en un cuadrado de la esquina (inferior o superior) antes de acabar con sus diez movimientos.

Por otro lado para el juego Nim se deben distribuir nueve fichas en tres filas como se ve en la figura 3. “*Los jugadores, por turnos, deben sacar una o más fichas siempre que todas pertenezcan a la misma fila. Por ejemplo, un jugador podría sacar una ficha de la fila superior, o todas las fichas de la fila inferior. La persona que se ve obligada a tomar la última ficha, pierde.*

Si el primer jugador hace un primer movimiento correcto, y si sigue racionalmente, puede ganar siempre. Si no hace ese primer movimiento

[6] (Gardner, Matemática para Divertirse, 1986)

correcto, su oponente, jugando racionalmente, puede ganar en todos los casos"[7].

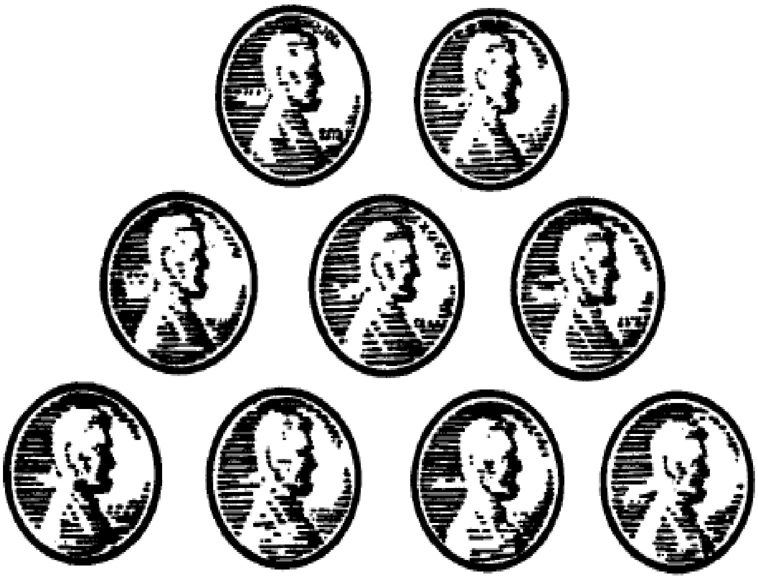


Figura 3. Tablero de juego para "Nim".

¿Puedes descubrir cuál es ese primer movimiento?

¿Qué otras estrategias puedes encontrar para ganar siempre?

Una de las estrategias que resulta ganadora en este juego es cuando el primer jugador saca tres fichas de la fila inferior en su primer movimiento.

Cualquier partida que deje uno de los siguientes esquemas de fichas, será también ganadora: Una ficha en cada una de las tres filas. Dos fichas en cada una de dos filas. Tres fichas en cada una de dos filas. Una ficha en una fila, dos en otra, tres en una tercera.

[7] (Gardner, Matemática para Divertirse, 1986)

El desarrollo de la sesión giró en torno a la propuesta singular de involucrar al estudiante en actividades lúdicas, que permitieran proyectar una experiencia distinta a su rutina escolar, pero sobre todo cómplice del conocimiento y del aprendizaje académico y cultural. En el transcurso de la actividad se esperaba que los alumnos se expresaran libremente y de la manera que más les gustaba: participando activamente en la construcción del sentido de la actividad con sus comentarios, con sus ideas y lo que era más importante estimulando el desafío intelectual de manera recreativa. Para ello el mediador que sostuvo el dinamismo en la sesión fue el juego, el cual de alguna manera, ofrecía ventaja como herramienta didáctica, y por sus cualidades estructurales influyó a que su realización fuese más atractiva.

Dentro de la presentación inicial, por ser el primer encuentro con los estudiantes, la principal misión era la de generar disposición en los alumnos por aprender una disciplina que por años ha tenido rechazo dentro del currículo escolar y la que más disgustos ha generado en los estudiantes que, al no poseer esta disposición, más difícil encuentran el camino del aprendizaje. De esta manera se intentó exponer que el conocimiento de las matemáticas básicas es un instrumento indispensable en nuestra sociedad, puesto que el desarrollo del pensamiento matemático es transversal en todos los aspectos de la vida misma.

Antes de entrar en actividad, se solicitó al estudiante exponer sus concepciones acerca de la labor matemática sostenida en el transcurrir de su escolaridad, a través de una entrevista “abierta” donde se le permitiera expresar libremente sus preocupaciones y alternativas frente al trabajo matemático que se realiza en el aula de clase. El objetivo era establecer un diagnóstico de las impresiones que tienen los estudiantes en el ámbito matemático y constituir un marco referencial para la apertura del proyecto. Este ejercicio dejó ver en los estudiantes la incomodidad, el rechazo, su disgusto y desaliento frente al aprendizaje de las matemáticas, y la acuciosa necesidad de un dinamismo y una motivación alternativa en donde se sientan involucrados de manera más solícita. Así las expresiones como: "*las matemáticas son complicadas, no las entiendo, me aburren, me estresan"* o "*las matemáticas son para personas inteligentes y buenas para resolver ejercicios*". Estas respuestas evidencian el escenario repetitivo de que las matemáticas provocan más reacciones negativas que positivas, lo cual es un hecho cultural que se ha arraigado en los ambientes escolares y que impone siempre el reto de superar aquellos mitos recalcitrantes en los estudiantes.

En la implementación de la actividad del juego, podemos decir que se observó una disposición positiva, en donde se involucraron momentos de distensión y de expresiones libres, como si estuviesen en un ambiente normal de entretenimiento. En el transcurrir de la actividad se pudo notar que algunos alumnos tuvieron dificultades de comprensión e ingreso de manera formal a la dinámica, mientras otros asimilaron de manera asertiva la incorporación a la misma lo cual provocó resultados de algunas estrategias apresuradas y otras más acordes al planteamiento propuesto. En la búsqueda de encontrar el desenvolvimiento al cuestionamiento diseñado, se dieron a la tarea de examinar caminos potenciales de resolución, a través de ensayos repetitivos y suposiciones explorando sobre el tablero de juego cuáles eran las respuestas más oportunas.

Dentro de los resultados obtenidos, debemos decir en un principio, que la interpretación de algunos estudiantes acerca de la sugerencia "…*si el ganso tuviera el primer turno, al zorro le resultaría muy fácil atraparlo en la esquina inferior izquierda del tablero. Pero en este juego el zorro siempre debe mover primero…"* proporcionada por el juego "El Zorro y El Ganso" no fue tenida en cuenta por 11 de los 15 estudiantes que realizaron la actividad, concluyendo apresuradamente que el Zorro fácilmente capturaba al Ganso en menos de diez movimientos, sin usar ninguna estrategia, lo cual no es cierto si se tiene en cuenta la condición del juego antes mencionada. Por lo tanto eso presupone una lectura superficial o una comprensión muy regular de una las reglas que soportaban la secuencia del juego, de esta manera se hizo necesario enfatizar en los estudiantes, que era indispensable una buena comprensión de lectura de cada uno de los parámetros que exigía la dinámica.

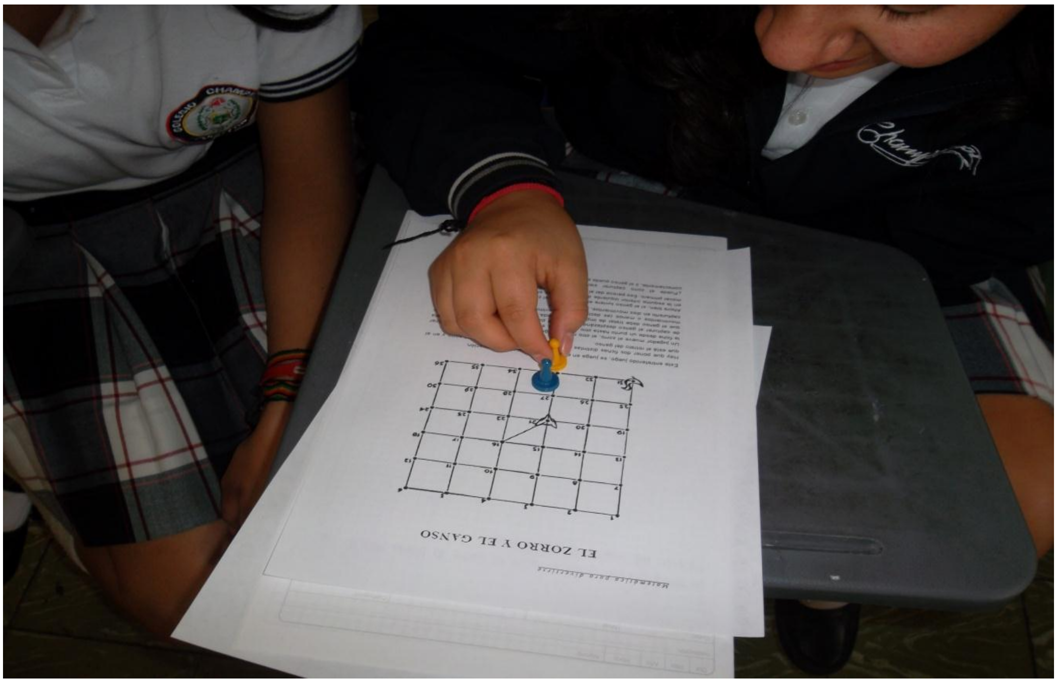


Figura 4. Desarrollo del juego el "Zorro y el Ganso".

Así, en el momento en que se toma en cuenta la sugerencia del juego, este se tornó mucho más interesante para los estudiantes, provocando así un estimulo en su razonamiento lógico en búsqueda de encontrar una solución pertinente al problema. De esta manera surgieron en los alumnos algunas perspectivas tales como: "*Si el zorro comienza el ganso escapa, ya que el ganso puede hacer que se completen los diez movimientos*". "*La estrategia es arrinconar al ganso en una esquina del cuadrado, puesto que el ganso está limitado a permanecer en esas zonas".* "*Por la posición del Zorro con respecto al Ganso y al ser el primero que se mueve, tiene ventaja, o sea es posible atraparlo en 10 movimientos".* "*La estrategia del juego es que el zorro encierre al ganso en los 4 cuadros pequeños de su posición (ganso)"*. Estas apreciaciones constituyen el acercamiento hacia la estrategia óptima de solución tal como lo afirma un estudiante: "*El zorro atrapa al ganso (gana), pero siempre es cuando sube por la línea diagonal".* Después de buscar de manera insistente la estrategia ganadora, entre risas, diversión y compromiso, los estudiantes implícitamente y de manera natural se veían involucrados en razonamientos lógicos, pasando ahora a un proceso donde el aprender y el divertirse no eran universos excluyentes.

En lo correspondiente a la actividad planteada como "Nim", se consideraron aspectos estratégicos posicionales, numéricos y de ensayo y error. En esa medida cuando se empieza con ensayo y error sus argumentos son: "*Siempre gano* cuando *cojo dos fichas de la 3ra fila". "Siempre gano cuando cojo 2 fichas de la misma fila".* "*En ocasiones gana el jugador 1 y en ocasiones gana el segundo jugador"*. Desde esta perspectiva se les pide a los estudiantes que busquen estrategias que garanticen el éxito del ganador, con lo cual aparecen aspectos posicionales como por ejemplo: *"Siempre gano, cuando logro dejar 3 fichas, una ficha en cada fila, puesto que el jugador 2 solo tiene una opción de coger una ficha en el siguiente paso"*. "*Siempre gano si llego a dejar 4 fichas, dos en una fila y dos en otra, luego el jugador 2, toma una o dos de una fila y yo tomo una o dos de una fila"*. Con respecto al aspecto numérico el argumento es: *"Siempre gano si dejo para el jugador 2 tres fichas, una en cada fila o seis fichas*", para lo cual se puede inferir que tiene éxito siempre que el jugador 2 tenga que jugar con un número de fichas múltiplo de tres.

Figura 5. Desarrollo del Juego "Nim".

Desde esta perspectiva, se puede decir que la lúdica originada por la actividad logró involucrar de forma implícita y sutil a los estudiantes, de tal manera que se vieron en la necesidad de ejercer un razonamiento lógico que les permitiera un desenvolvimiento acorde a la problemática para lo cual se puede indicar, que este tipo de situaciones influyen en el razonamiento matemático en la medida en que se genera un espacio para interpretar, analizar y argumentar, lo que promueve una forma de interactuar en un proceso de pensamiento.

Por otro lado al trabajar con esta metodología de enseñanza se debe considerar un factor que surge durante su implementación, y es el manejo de grupo, puesto que en la primera presentación con los estudiantes, el ambiente característico de este tipo de actividades provocó un dinamismo a veces inmanejable. Es allí cuando uno comprueba que ninguna teoría supera la realidad, y que es fundamental aprender a sortear las adversidades inherentes que se pueden presentar en un aula de clase. Sin embargo se logró introducir a la actividad y se puso en juego de alguna u otra forma el pensamiento, que es el valor fundamental a rescatar.

Figura 6. Explicación de la dinámica del Juego "Nim".

4.2 Bitácora 2: Dinámicas: Nueve Círculos y Cuadrado Perfecto.

“Nueve Círculos y Cuadrado Perfecto” son actividades que buscan enriquecer el proceso hacia el desarrollo del pensamiento aritmético en donde se estudian números curiosos como los números perfectos, y se afianzan operaciones básicas (suma, multiplicación, división, potenciación) al expresar un número determinado en función de otros dos. Para comprender en qué consisten las dinámicas veamos su descripción:

“En “Nueve Círculos” se deben colocar los números del 1 al 9 en los círculos de la Figura 7 de tal manera que el número que se haya colocado en cualquier círculo de la fila de arriba sea igual a la suma de los dos números de los círculos que tiene inmediatamente debajo.

(Es decir, el número A debe ser igual a B+C).

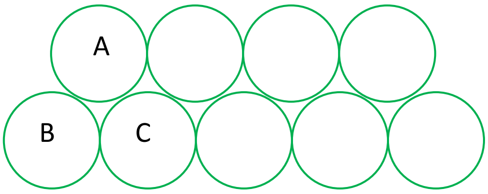


Figura 7. Tablero para el desarrollo de la dinámica Nueve Círculos.

Para el tratamiento de "Cuadrado Perfecto" es necesario conocer la definición de cuadrado perfecto; así, un número entero se dice que es un <u>*cuadrado perfecto*</u> *si es igual al producto de algún entero por sí mismo. Por ejemplo, son cuadrados perfectos los siguientes números:*

25= 5×5   9= 3×3   144= 12×12

Entonces en las quince casillas de la Figura 8 se deben colocar los números del uno al quince (sin repetir ninguno) de tal manera que la suma de los números de dos casillas consecutivas sea siempre un cuadrado perfecto."[8]

Figura 8. Tablero para el desarrollo de la dinámica Cuadrado Perfecto

Las estrategias de solución para las actividades están enmarcadas básicamente en el estudio de casos y a través del ensayo y error, pero no de manera inconsciente sino por medio de procesos analíticos en donde se vean involucrados los conceptos que intervienen en la dinámica.

La actividad provocó una participación espontánea de los alumnos y una inmersión en el juego, lo cual nos muestra las expectativas que los estudiantes tienen en un ambiente de clase. De esta manera es válido pensar que el

[8] (Recamán, A Jugar con Números, 2000)

aprendizaje no necesariamente está constituido de fórmulas rígidas, normativas y tediosas, sino que existen posibilidades que logran que el conocimiento y el aprendizaje sean divertidos y atractivos.

De la puesta en marcha de la situación propuesta para los estudiantes, surgió la confrontación de ideas, es decir, los alumnos compiten por encontrar la respuesta correcta en el menor tiempo, lo cual parece ser característico de la naturaleza de este tipo de actividades. Cabe mencionar que se observa, que no solo existe entretención, sino que la actividad misma se convierte en un incentivo para la curiosidad, logra despertar y desarrollar habilidades en el proceso de indagar y adentrarse en lo desconocido. En la evolución del desarrollo de la situación, los alumnos utilizaron sus conocimientos previos y construyeron esquemas racionales y lógicos, exigiendo cada vez más su imaginación y desarrollando estrategias que ofrecieron respuestas inesperadas totalmente acertadas. En la mecánica de solución de las proposiciones planteadas los alumnos hacían interpretaciones, preguntas, comentarios. Esto muestra que aspiraban entender lo que el contenido les planteaba; de esta manera estaban contagiados y totalmente sumergidos, lo que posibilitó la comprensión en su completa y compleja extensión. El desarrollo de la actividad implicaba hacer conexiones con su cultura matemática en relación a conocimientos previos referentes al pensamiento numérico; al momento de interpretar y comprender se hizo uso de la diversidad de conocimientos que habían acumulado, por ello como requerimiento didáctico se utilizaron algunos conceptos plasmados en el esquema del taller y ciertas explicaciones alternas de acuerdo a las necesidades de los estudiantes en el desarrollo de la actividad (*número natural, número entero, número perfecto*).

Con respecto a la actividad “Nueve Círculos”, se observa que en el sorpresivo afán de introducir los números del 1 al 9 en los nueve círculos, algunos estudiantes usan el ensayo y error como una de sus primeras estrategias metodológicas de solución, pero en esa etapa lúdica en la que estaban inmersos, los estudiantes tardan un tiempo prudencial en encontrar una posible respuesta, observando que no era inmediato el procedimiento que los conducía a ella. Entretanto examinando las posibles soluciones a la problemática, nos encontramos con una estrategia de “estudio de casos” en donde algunos alumnos exploran las diferentes posibilidades de ubicar los dígitos en los respectivos círculos de la siguiente manera: “*Primero pensé que el 1 no puede estar arriba, ya que no hay dos números que sumados me den 1, y también que el 9 no puede estar abajo, ya que sumado con cualquier otro, me da mayor que el rango”* y así en esta misma dirección, tomando las diferentes opciones, los estudiantes empleando un razonamiento inductivo descubrían la solución del problema.

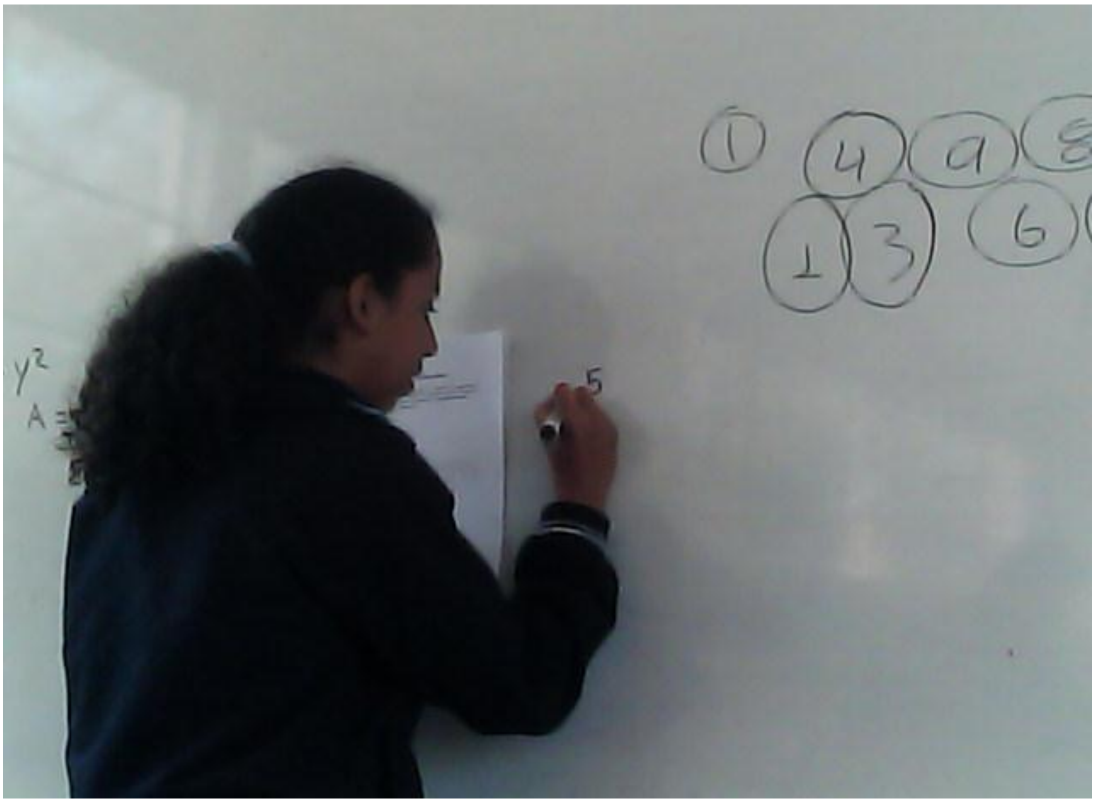


Figura 9. Estudiante resolviendo la dinámica Nueve Círculos.

En relación a la dinámica “Cuadrado Perfecto”, los alumnos tuvieron mayor dificultad, a causa de la definición de cuadrado perfecto, para ello fue necesario discutir la definición a través de ejemplos (estableciendo cuáles eran y cuáles no eran cuadrados perfectos) para familiarizar un poco más una definición que han usado de manera implícita a través de su escolaridad y de la cual no han tenido un aprendizaje significativo. De esta manera haciendo acopio a sus apreciaciones los estudiantes argumentan sus estrategias así: *“Primero hice todos los productos 2x2, 3x3 y así sucesivamente para ver los cuadrados perfectos, luego sume 15 + 14=29 y me di cuenta de que el mayor cuadrado perfecto era 25, de esa manera solo era posible los cuadrados perfectos 4, 9,16 y 25”. “La estrategia que use, es que el 9 y el 8 deben ir en las esquinas, porque solo tienen una posibilidad de formar un cuadrado perfecto que es con el 7 y con el 1”*. *“Hice las posibles sumas de los cuadrados perfectos 4, 9, 16, 25 y fui descartando posibilidades”*

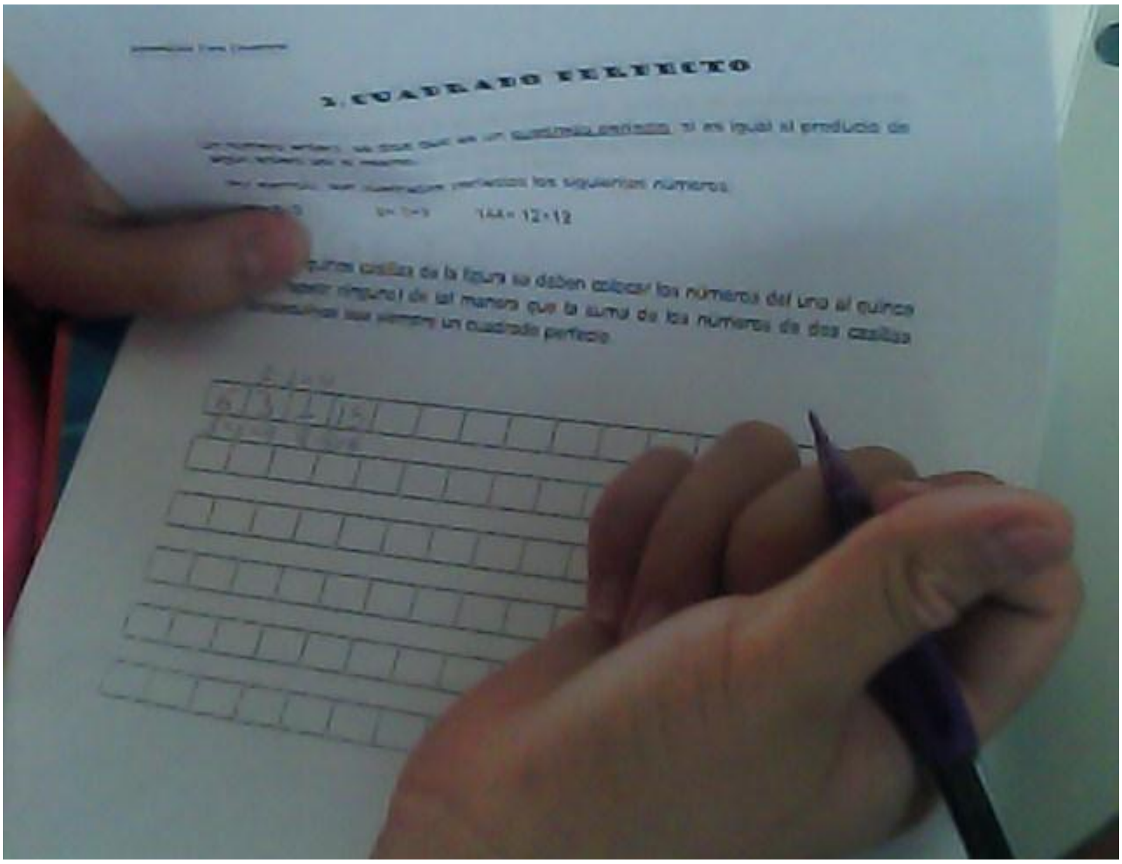


Figura 10. Estudiante resolviendo la dinámica Cuadrado Perfecto.

Durante el proceso de resolución de la problemática se conjugaron experiencias de razonamiento lógico e inductivo y se establecieron relaciones entre ellas. Por ello, la dinámica lúdica expuesta de esta manera representó un plausible recurso didáctico para que el alumno desarrollara su habilidad de razonamiento y ganara mayor destreza y competencia; además, el relacionar algunos conceptos con otros que ya han trabajado les permitió comprender un poco más su sentido y ayudó a estructurar mejor sus conocimientos, como el de número natural, número entero, número perfecto. Como testimonio podemos mencionar una observación hecha por un estudiante: "*Me pareció que fue una manera muy divertida de ver la matemática ya que las actividades practicadas me hicieron ver las diferentes formas que se puede hacer un proceso matemático"*. Y así varios de los alumnos empezaban a desenvolverse de una manera distinta: a la hora de exponer sus argumentos en el tablero se mostraban desinhibidos, y empezaron a establecer una relación entre sus conocimientos previos y los conocimientos necesarios para lograr resultados más significativos, sin desconocer que para algunos estudiantes la situación resultó ser de un grado mayor de dificultad.

De esta manera, al menos en la práctica, se consigue que el alumno se resista a aprender de memoria algunas nociones como número entero y número perfecto, desarrollando así habilidades y destrezas numéricas a través de comparaciones, estimaciones y manipulaciones a lápiz y papel que la actividad les iba exigiendo, ampliando de esta manera los conceptos y la comprensión general sobre los números y las operaciones (potenciación, multiplicación, suma), junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para alcanzar los objetivos propuestos por la dinámica.

En consecuencia el pensamiento numérico se va enriqueciendo gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos (ambientes lúdicos), y se manifiesta en ellos el empeño y la motivación con que actúan en el momento de verse enfrentados a situaciones que les resultan interesantes y en donde implícitamente están desarrollando pensamiento matemático. Entre tanto la actividad enriqueció la experiencia en la perspectiva de que no solo hubo placer por la realización sino que además hubo interpretación, lo que empieza a constituirse en los primeros pasos de un acto de aprendizaje y conocimiento.

Figura 11. Estudiantes concluyendo las dinámicas: Nueve Círculos y Cuadrado Perfecto.

4.3 Bitácora 3: Dinámicas: Sopa Polinómica y Tic-Tálgebra

La dinámica de la sesión estaba estructurada bajo el desafío que se impone de manera permanente al estudiante en grado octavo en lo que se refiere a la factorización de polinomios y al manejo de expresiones algebraicas. Desde esta perspectiva el diseño de la actividad está enmarcado bajo el direccionamiento lúdico en procura de encontrar mediaciones y formas de hacer más asequible la temática en cuestión.

Para ingresar a las actividades diseñadas para esta sesión conozcamos sus características.

La Sopa Polinómica está supeditada a las siguientes reglas:

- *“Se barajan las 10 tarjetas (Figura 13), se colocan boca abajo sobre la mesa y cada jugador, por turno, elige una tarjeta hasta totalizar cinco de ellas.*

- Los jugadores factorizan sus polinomios, y buscan, en la sopa de factores que aparece en el tablero (Figura 12) los factores de cada factorización y los marcan.

- Gana el jugador que consigue marcar primero las descomposiciones de sus cinco polinomios, en un tiempo fijado de antemano. Si nadie lo ha conseguido será ganador el que más polinomios haya descompuesto."[9]*

$x-1$	$x+1$	$x-2$	$2x+3$	$1-x$
$x-1$	x	$x-7$	$x-2$	$x+4$
$x+2$	$5x+2$	$x+3$	$x+1$	$x-2$
$x+6$	x	x^2+1	$3x-2$	$2x^2+1$
$3x^2+2$	x	$-2x-1$	$x+1$	$-x^2-1$
$x-3$	$4x-1$	$x+2$	$x-2$	$3-x$

Figura 12. Tablero sopa de factores.

[9] Víquez, H. *Una mirada reflexiva, hacia diferentes aspectos de la educación matemática.* Recuperado de: *http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/juegos-matematicos/juegos-matematicos.pdf* .Pag.4-5.

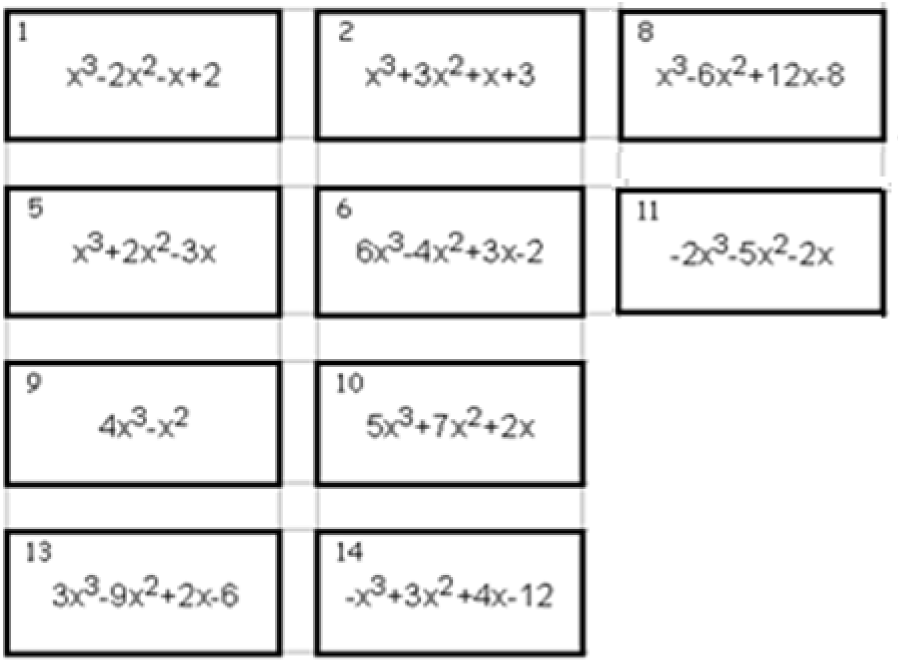


Figura 13. Tarjetas para el desarrollo del juego Sopa Polinómica.

En la dinámica del tic-tálgebra se necesitan dos tableros (Figura 14): uno de juego y otro con los factores, además 5 fichas de un color diferente para cada jugador. Es un juego para dos jugadores y cada uno de ellos usa fichas de un color. Una ficha la utilizan para marcar en el tablero de factores y las otras para el tablero de juego. Entre tanto para involucrarnos en el juego debemos tener en cuenta las siguientes pautas:

- *"El objetivo del juego es lograr una fila de cuatro fichas, en horizontal, vertical o diagonal*

- *El jugador que comienza el juego coloca una de sus fichas y otra del oponente en el tablero de factores, en la misma o diferentes casillas, a su elección. Multiplica las expresiones que hay en ellos y pone una ficha de su color en la casilla del tablero del juego en que esté el producto.*

Por ejemplo, si coloca su ficha en (x−1) y la de su oponente en (x), colocará su ficha en ($x^2 - x$).

- *El segundo jugador (y así serán las jugadas siguientes) mueve su ficha del tablero de factores a la casilla que quiera (incluida la que está ocupada por la ficha de su adversario), y multiplica la expresión que haya en ella por la que hay en la casilla donde está la ficha de su contrario, y coloca, en el tablero del juego, una ficha en la casilla del producto.*

- *Si uno de los jugadores realiza mal el producto u obtiene un producto que ya está ocupado en el tablero de juego, pierde su turno. El otro jugador podrá, si quiere, mover en su turno las dos fichas del tablero de factores (es decir, como si empezara de nuevo el juego).*

- *Gana el primer jugador que consigue hacer una línea de cuatro fichas de su color (en horizontal, vertical o diagonal).”*[10]

[10] (Contreras, Las matemáticas de ESO y bachillerato a través de los juegos.)

TABLERO DE JUEGO DEL TIC-TALGEBRA

$x^2-7x+12$	x^2-3x+2	x^2-16	$x^2+8x+16$	x^2-x
x^2+5x+4	x^2-4x	x^2+2x-3	x^2+x	x^2+1
$x^2-8x+16$	x^2-5x+6	x^2-4x+4	$x^2+7x+12$	x^2-2x-8
x^2-4	x^2+2x	x^2-6x+9	x^2-9	x^2+3x-4
x^2-2x+1	x^2-2x-3	x^2-2x	x^2	x^2+5x+6
x^2-6x+8	x^2+4x+4	x^2+2x-8	x^2+3x	x^2-4x+3
x^2+6x+9	x^2+x-2	x^2+4x+3	x^2-x-2	x^2-3x
x^2-3x-4	x^2+x-12	x^2-x-6	x^2+4x	x^2+6x+8
x^2+3x+2	x^2+2x+1	x^2-5x+4	x^2-x-12	x^2+x-6

TABLERO DE FACTORES DEL TIC-TALGEBRA

$x-4$	$x-3$	$x-2$
$x-1$	x	$x+1$
$x+2$	$x+3$	$x+4$

Figura 14. Tablero de Juego del Tic-Tálgebra

El objetivo de la dinámica era elevar los niveles de motivación a través de un componente lúdico procurando un giro en los esquemas tradicionales que se sostienen en la enseñanza y aprendizaje del álgebra y particularmente en lo que se refiere a la factorización dentro del ambiente de la básica secundaria. Las estrategias implicadas en la solución del juego están enmarcadas en los conocimientos que deben tener los alumnos acerca de este tema del álgebra.

El esquema de la tarea fue planeado para poder determinar la incidencia de la metodología en el aspecto motivacional para el aprendizaje del álgebra y por la necesidad que se presenta en el aula de dar una percepción diferente, comprensible y motivante a los estudiantes en este ámbito. Además de ir rompiendo con los paradigmas tradicionales de la enseñanza del álgebra en el contexto de básica secundaria, se buscaba proporcionar herramientas y momentos de acercamiento más acorde a sus necesidades de aprendizaje y apartarse de la simple transmisión catedrática de resultados quizá incomprensibles, procurando un poco más la participación y protagonismo de los estudiantes en el desarrollo de pensamiento algebraico.

El escenario que suscitó la dinámica de LA SOPA POLINÓMICA y el TIC-TALGEBRA, que constituían un juego de estrategia y conocimiento, refleja que la factorización es uno de los aspectos del álgebra que más se dificulta en los estudiantes: en primer instancia, porque en el tratamiento de expresiones algebraicas, los estudiantes presentan problemas asociados con la utilización de números, letras y signos de operación para conformarlas, y segundo, porque aún conociendo los diferentes métodos no saben cuál de ellos utilizar en un determinado momento. El objetivo de la propuesta era que los estudiantes lograran construir ideas algebraicas a partir de la interacción entre grupos, en la "manipulación" de las tarjetas polinómicas y el tablero algebraico, haciendo uso de sus competencias y habilidades para interpretar de forma matemática el contexto y adquirir un buen dominio de las nociones algebraicas (términos semejantes, factor común, polinomio, factorizar) con el cual puedan dar solución a situaciones concretas que se les puedan presentar en los diversos problemas de factorización. Asimismo que consigan desprenderse de lo meramente lúdico de la actividad y que condensen estrategias metodológicas que les permitan acercarse a los métodos de factorización propuestos en la tarea. Los estudiantes regularmente manifestaron dificultades de aprendizaje en el álgebra; el nivel de competencia alcanzado por muchos de ellos les impide resolver satisfactoriamente los problemas algebraicos que se les presentan. Por ejemplo a la pregunta ¿Qué es un polinomio?, algunos estudiantes responden: *"Es un conjunto de números" o "Un conjunto de términos abreviados"*, lo cual muestra una definición que parece ser visual, solo reconocen lo que pueden observar, pero no logran interiorizar su significado; asimismo varios estudiantes manifiestan que un polinomio es: *"Una expresión* *algebraica con más de tres términos"*, en donde se puede notar una definición calcada y memorística, ya que al mostrarles ejemplos de expresiones algebraicas con más de tres términos que no eran polinomios, aseveraban que tales expresiones seguían siendo polinomios, no logrando identificar que en los términos de la forma ax^n, a debía ser un número real y n un entero positivo. Mientras tanto, al tratar de discutir el concepto de factorización los estudiantes tienen ideas favorables, así para ellos factorizar es: "*Descomponer una expresión en factores", "Factorizar es descomponer o sintetizar una expresión algebraica en dos o más factores"*, pero en el momento de convertir una expresión algebraica en el producto indicado de sus factores, presentan problemas de reconocimiento de los términos, de los factores, a la hora de representar las expresiones. Sin embargo la dinámica fue una alternativa que sirvió de mediador para proporcionar ideas en la interrelación metodológica entre visualización y manipulación de los elementos didácticos que fueron explorados, lo cual les permitió contribuir a un mejor entendimiento de los procedimientos algebraicos de factorización.

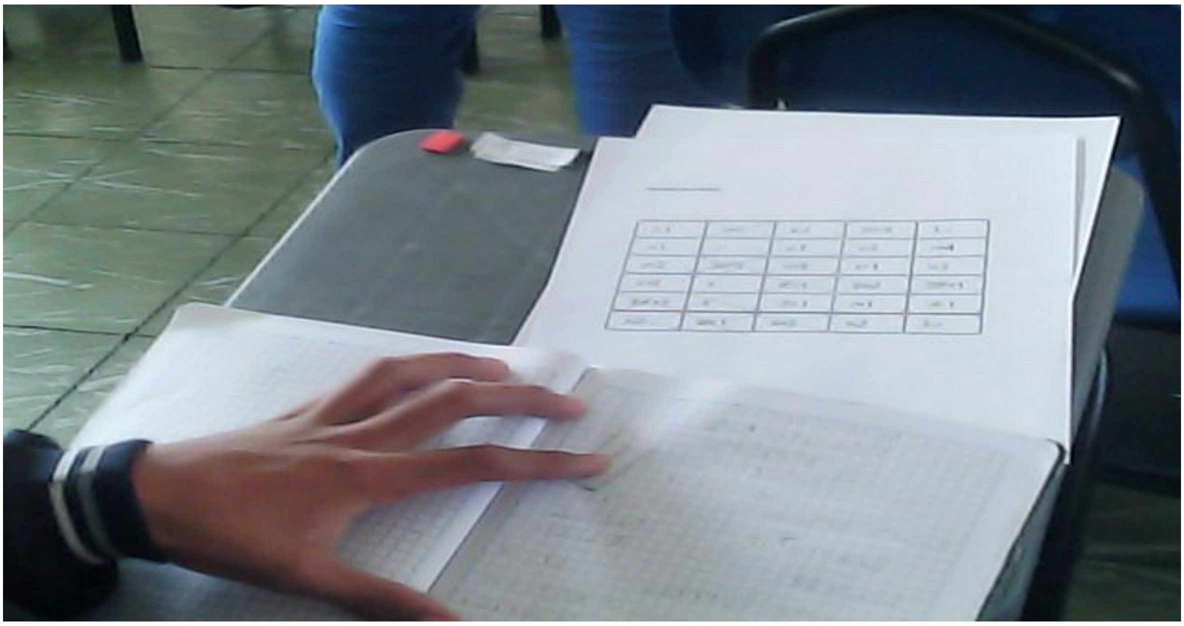


Figura 15. Estudiante desarrollando el Juego Tic-Talgebra.

Por otro lado, se notó en los alumnos la tendencia a repetir reglas que permitían realizar manipulaciones algebraicas de las cuales no se tenía una clara distinción de su utilidad, sin la interpretación y sin la compresión significativa de lo que efectuaban, presentando una desconexión de los conocimientos previos, como el de término semejante, factor común, polinomio, factorización, los cuales son factores importantes a interiorizar en el transcurso de su grado octavo. Son pocos los estudiantes que conectan sus conocimientos anteriores con los nuevos, unos distinguiendo las características de las expresiones polinómicas a factorizar, mientras algunos solo logran aplicar el simple caso de factorización, sin tener un discernimiento claro que le permita justificar el proceso llevado a cabo. De esta manera el manejo exclusivo de reglas algorítmicas para la factorización de expresiones polinómicas deja ver en los estudiantes la separación entre el concepto de factorización y sus procedimientos. La desconexión entre las diferentes nociones y procedimientos también se refuerza en la presentación de los contenidos de los textos escolares, que reducen la presentación de la factorización a una serie de casos algorítmicos, lo que va en detrimento de la comprensión de los conceptos.

Figura 16. Estudiante justificando las estrategias del juego.

4.4 Bitácora 4: Juegos: Jokan y Rayita

El escenario inscrito en esta sesión circuló bajo la proyección de estrechar una relación con el pensamiento geométrico, la perspectiva de la dinámica se sostuvo bajo un par de actividades constructivas, sensibles y lúdicas, con el fin de fomentar la movilización de procesos de pensamiento matemático.

Para el juego de “Jokan” se necesita un tablero como el que se muestra en la Figura 17, fichas de tres colores y dados en cuyas caras estén las inscripciones 2A, 2O, 2R, 3A, 3O y 3R (Las letras A, O y R son las iníciales de agudo, obtuso y rectángulo)

Reglas del juego:

“Es un juego para tres jugadores, pero pueden jugar también dos.

- *Se sortea el orden de salida. El primer jugador coloca su ficha en la casilla A, el segundo en la B y el tercero en la C.*
- *Cada jugador tira el dado, y según el resultado, mueve su ficha a otro vértice (entendiendo por vértice la intersección de dos o más rectas sobre el tablero, incluido el contorno), que no esté ocupado por ninguna ficha, de la siguiente forma:*
- *Dos segmentos a su elección, a partir del vértice en que está situado, que formen un ángulo agudo, recto u obtuso, según que el dado marque 2A, 2R, ó 2O, respectivamente.*
- *Tres segmentos a su elección, a partir del vértice en que está situado, que formen un ángulo agudo, recto u obtuso, según que el dado marque 3A, 3R, ó 3O, respectivamente.*

✓ *Gana el primer jugador que llega a la casilla F.”*[11]

[11] (Víquez H.) Recuperado de: *http://www.monografias.com/trabajos-pdf2/juegos-matematicos/juegos-matematicos.pdf.* Pág. 30-31.

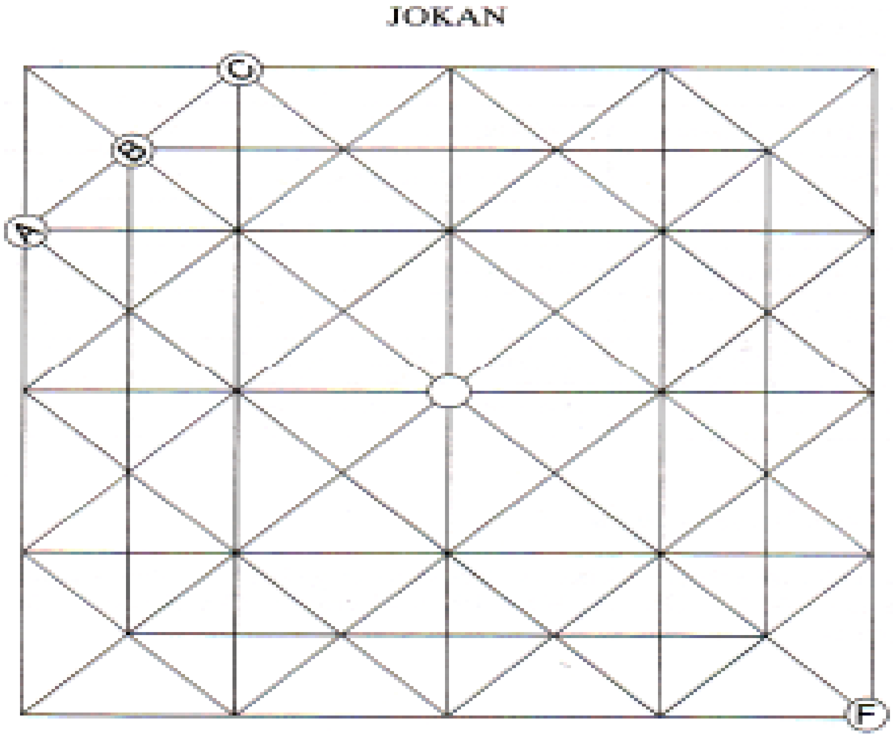


Figura 17. Tablero para el desarrollo del juego "Jokan"

Los parámetros descriptivos de Rayita se describen de la siguiente manera:

“En una hoja se colocan 6 puntos formando los vértices de un hexágono y se enumeran del 1 al 6, tal y como se muestra en la Fig. 18. Dos jugadores se turnan en unir, mediante línea recta, dos de los puntos. Para ello, cada jugador utiliza un lápiz de color diferente. Pierde aquel jugador que sea el primero en formar un triángulo cuyos vértices sean 3 de los 6 puntos originales, y cuyos lados sean de su propio color.

En la Fig. 19 se ve que el perdedor es el jugador de las rectas de color rojo, pues en su tercera jugada completó el triángulo con los vértices 1,2 y 6."[12]

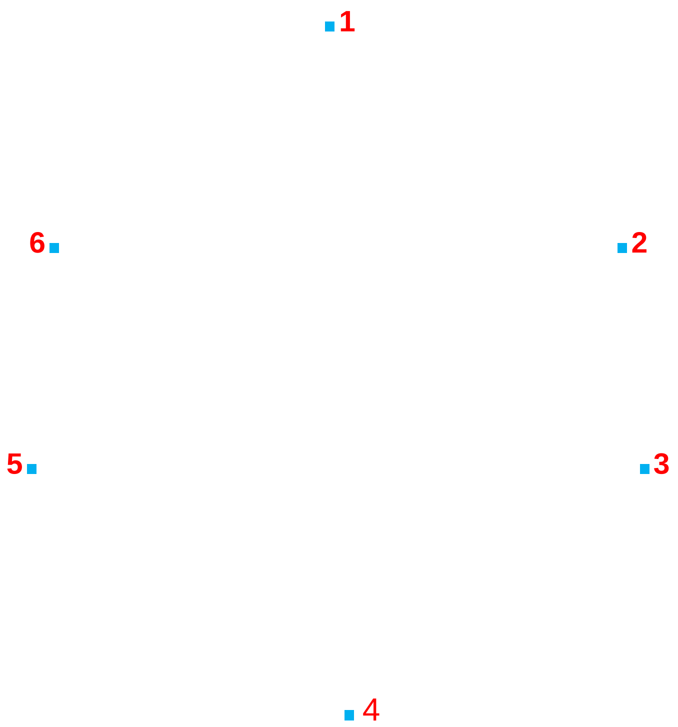


Figura 18. Hexágono para el desarrollo del Juego "Rayita"

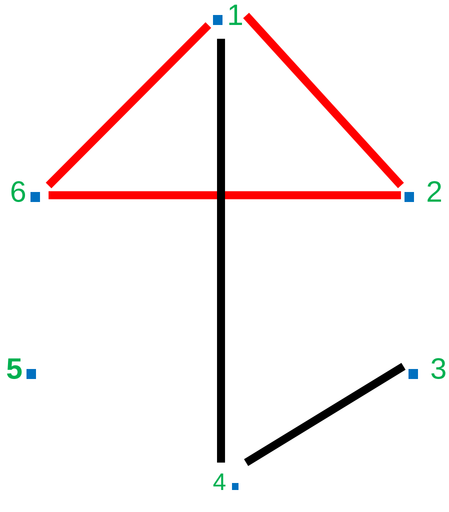


Figura 19. Ejemplo de un jugador que completó el triángulo

[12] (Recamán, A Jugar con Números, 2000)

Jokan es un juego de conocimiento en donde se intenta potenciar el reconocimiento de los tres tipos de ángulos (Agudo, Obtuso y Rectángulo); la estrategia para el desarrollo del juego es buscar los caminos más ventajosos que permitan llegar al objetivo. Aquí el estudiante se ve en la necesidad de desarrollar la capacidad para relacionar aspectos geométricos como diagonal, vértice, cuadrado, triángulo, relacionados con los movimientos en el plano lo cual le permite estimular el pensamiento lógico.

Rayita es una versión del Teorema de Ramsey para seis vértices, es un juego que no puede terminar empatado, no importa cómo conecten los dos jugadores los vértices del hexágono, alguno de los dos se verá forzado a completar un triángulo con rectas de su propio color, la explicación a esto nos la da una de las versiones más sencillas del teorema que mostraremos a continuación: Si suponemos que la partida queda empatada, tomando cualquiera de los seis vértices del hexágono. A ese vértice llegan cinco rectas de dos colores. Al menos tres de ellas deben ser del mismo color, por ejemplo rojas. Considerando ahora los tres vértices donde tienen origen esas tres rectas rojas. Como la partida terminó empatada al no ocurrir un triángulo de un solo color, ninguna de las rectas que unen estos a tres vértices entre sí pueden ser rojas. Pero si no fueran rojas, fueron del otro color, por ejemplo amarillo y contrario a lo supuesto forman un triángulo amarillo.

La estrategia del juego involucra el análisis a través del razonamiento lógico que le permita al alumno hacer una interpretación de lo característico de un triángulo como un invariante y especialmente usar el hecho de que un triángulo se genera necesariamente uniendo tres vértices entre sí.

La implementación de la dinámica en su funcionamiento, intentaba ejercer una manera activa de recrear el conocimiento de algunos aspectos de la geometría, mediante la lúdica y las implicaciones del juego, que se caracterizaban por la problematización del aprendizaje a través de exigir estrategias que ayudaran a estructurar los conceptos y generaran en los estudiantes nuevas maneras de expresión frente a las relaciones matemáticas.

Por fortuna, la Geometría es una disciplina que brinda enormes posibilidades a la hora de experimentar mediante diversas actividades, las propiedades de las figuras geométricas, las construcciones, el método axiomático deductivo; estas actividades matemáticas le permiten al estudiante adquirir un criterio para sustentar sus ideas y dejar de aceptar a ciegas proposiciones e ideas abstractas. De esta manera la enseñanza de la geometría no debería someterse simplemente a las limitaciones formales, simbólicas y algebraicas de los conocimientos matemáticos, pues precisamente en estos primeros acercamientos, es donde se debería familiarizar al alumno con todo un mundo de formas, figuras y movimientos, sobre el cual pueda ir interiorizando conceptos que le permitan ascender hacia un grado de mayor abstracción (el espacio, etc).

En el desarrollo de la actividad, en primera instancia, se promovió en los estudiantes la comprensión de las condiciones que el juego requería, en procura de un mayor aprovechamiento de las herramientas necesarias para su realización. Hay que destacar las grandes dificultades de los alumnos para entender algunos lineamientos del juego, y quizá fue comprensible a la luz de las variadas reglas que conformaban las actividades. De esta manera fue necesario precisar y entender los diferentes tópicos con los alumnos, más aún cuando estas situaciones eran fundamentales para los objetivos que se querían alcanzar en la dinámica.

Situándonos en los aportes motivados por la actividad etiquetada como “Jokan”, se observa como los conceptos de ángulo agudo, ángulo recto y ángulo obtuso ejercieron una influencia al momento de recurrir a las estrategias ganadoras, así algunos estudiantes encontraron que una de las formas de alcanzar el éxito es: “*Cuando tengo un ángulo obtuso 3O, y dos rectos 2R”. “Se gana cuando los lados y el ángulo del dado suman más que el de mi* *oponente". "Buscando en lo mejor posible ángulos obtusos". "Siempre gano cuando en cada tirada, el ángulo que obtengo es mayor que el de mi compañera".* Mientras que ciertos estudiantes dedicaron su atención a la forma estructural del tablero de juego, tomando como estrategias que: "*Recorriendo las diagonales de los cuadrados más grandes, logro ganar, ya que me permiten mayor recorrido con cualquier ángulo"*, *"Teniendo en cuenta los segmentos de los cuadrados medianos, puesto que estos me ayudan a avanzar más rápido"*, lo que deja ver la sensibilidad que despierta las formas geométricas, para construir esquemas de pensamiento lógico.

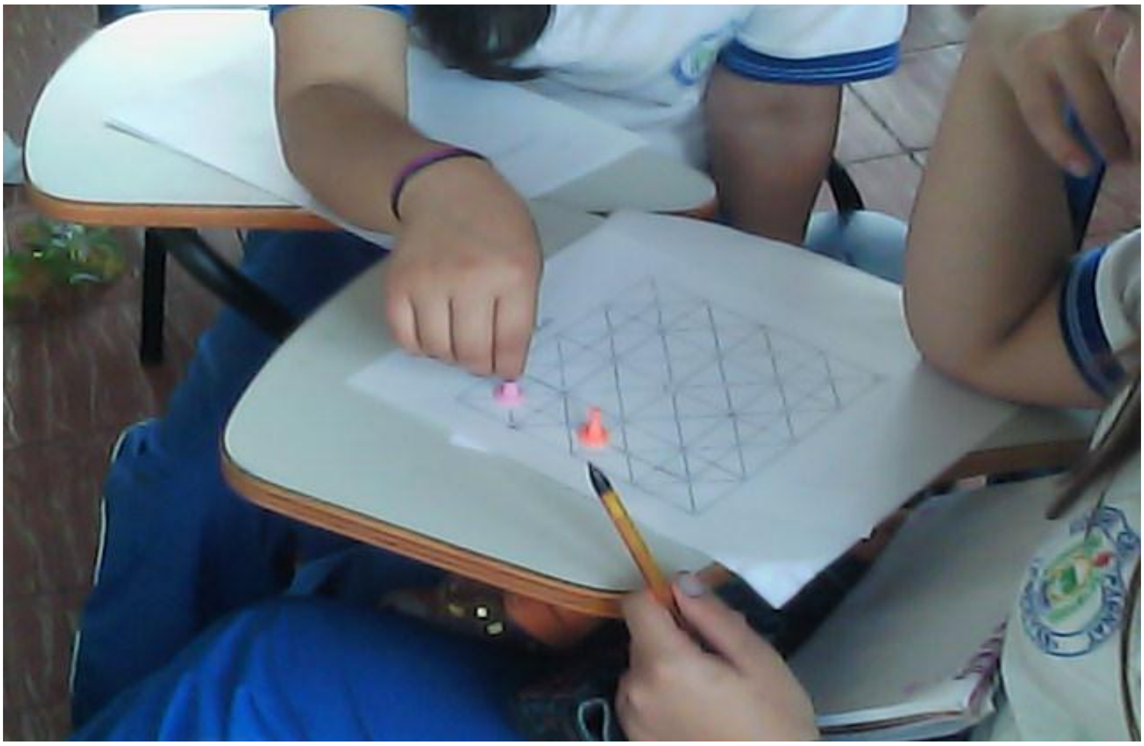


Figura 20. Estudiantes desarrollando el Juego "Jokan"

Por otro lado, en la actividad designada como "Rayita", algunos alumnos establecen sus afirmaciones a partir de explicaciones con bases intuitivas, así por ejemplo argumentan que: "*Trazar las líneas más grandes del hexágono da una gran ventaja"*. "*Trazando figuras de cuatro lados hay posibilidades de perder".* Del mismo modo los estudiantes buscan la explicación y la argumentación como una forma de construcción de conjeturas por medio de procedimientos heurísticos tales como "*Empezar primero es una estrategia ganadora, porque el número de lados a trazar es treinta". "Trazar en lo posible ángulos obtusos, de tal manera que el otro jugador le sea difícil trazar las líneas sin perder".*

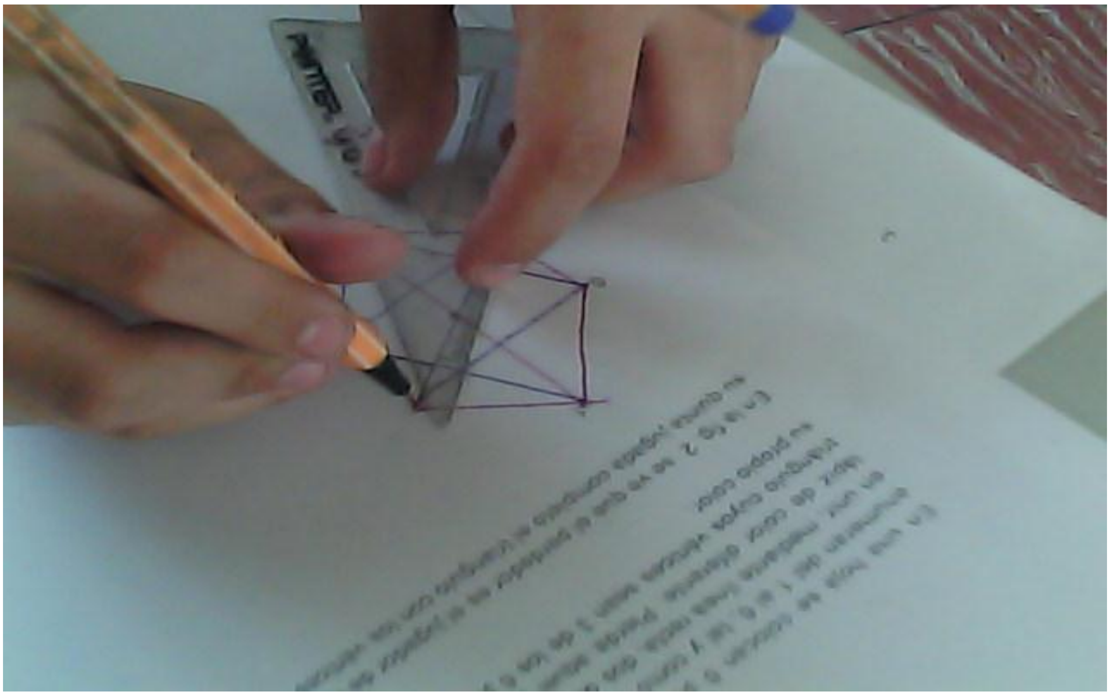


Figura 21. Estudiante completando una jugada del Juego "Rayita"

Por lo demás es de señalar que la mayoría de los alumnos no dominaban las propiedades básicas de ángulos y triángulos (ángulo agudo, ángulo obtuso, ángulo recto, triángulo escaleno, isósceles, equilátero), haciendo afirmaciones de estas propiedades de las que no estaban seguros si fuesen verdaderas. Sin embargo, la dinámica les deja a los estudiantes la reflexión de tales conceptos, con los cuales pudieron interactuar, relacionar y visualizar en un contexto que les planteaba un desafío a resolver.

4.5 Bitácora 5: Dinámicas: Las estrellas de ocho puntas y seis puntas

Las ecuaciones de primer grado constituyen uno de los primeros contenidos abstractos con el que se encuentran los estudiantes en básica secundaria, esto representa un aspecto complicado para los chicos que se encuentran en pleno periodo de transición del pensamiento concreto al abstracto, por lo que resulta de gran beneficio para los mismos iniciarse en esta etapa de una manera amena, agradable y atractiva, de forma tal que el aprendizaje de las nuevas estructuras matemáticas no se convierta para ellos en un calvario que les desarrolle aversiones por la asignatura que podrían arrastrar durante su vida estudiantil.

Teniendo en cuenta que el álgebra es un lenguaje fundamental de las matemáticas, y que de su correcto aprendizaje dependerán muchos de los conocimientos matemáticos aplicables a otras disciplinas, se tomó como directriz principal la dinámica que permitiera el desarrollo de pensamiento aritmético y algebraico, a través de resolución de ecuaciones de primer grado, usando actividades lúdicas. Entretanto para conocer las actividades que se pusieron en consideración observemos en detalle en qué consiste cada una de ellas:

LA ESTRELLA DE OCHO PUNTAS

"La estrella de ocho puntas (ver Fig. 22) está formada por dos cuadrados que tienen la siguiente propiedad: la suma de los números que hay en cualquiera de los lados de cada cuadrado es la misma y, además, la suma de los que hay en los vértices de cada cuadrado también es igual a las otras sumas.

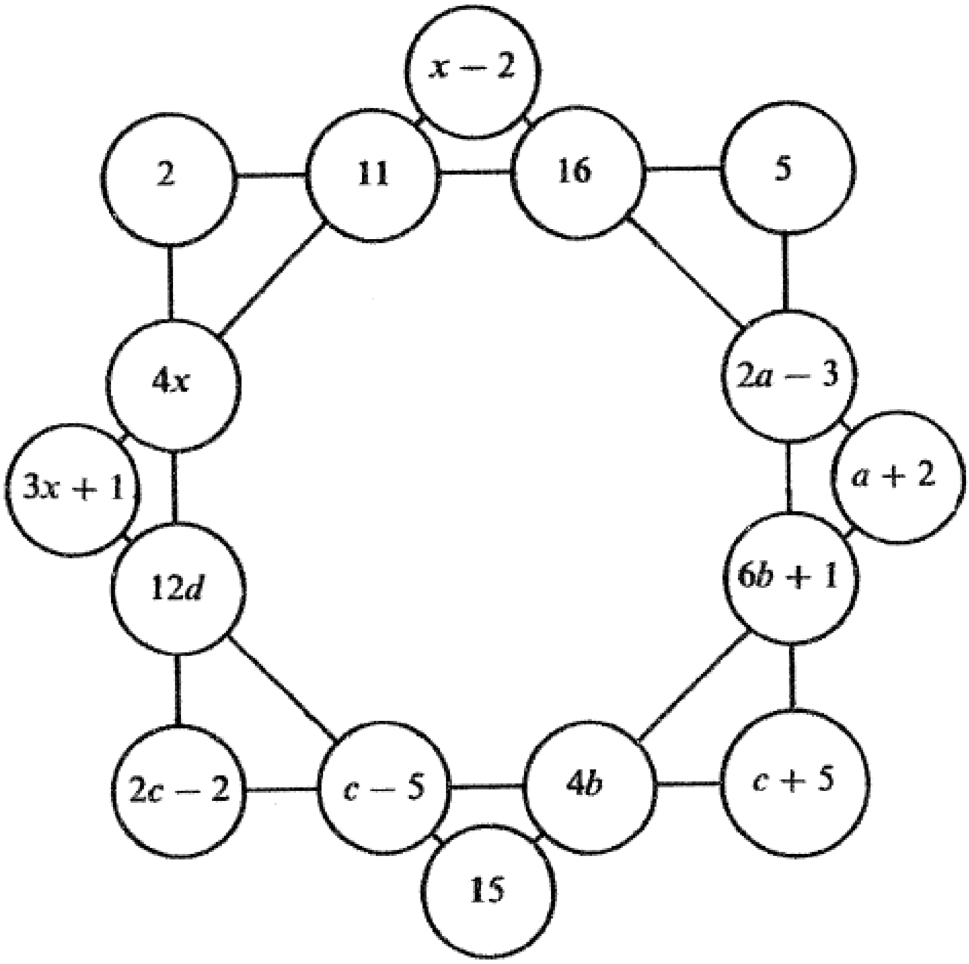


Figura 22. Estrella de Ocho Puntas

1. *Calcula el valor de cada una de las letras. Describe el proceso de solución*
2. *Comprueba que la suma de los números de los vértices de cada cuadrado es igual a la suma de cada uno de sus lados."* [13]

[13] Contreras, M. *Las matemáticas de ESO y bachillerato a través de los juegos.* Recuperado de: http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOS4.pdf. Pág. 23-24.

LA ESTRELLA DE SEIS PUNTAS

Esta estrella tiene la siguiente propiedad: las seis filas de cuatro números suman lo mismo y, también suman lo mismo, los números situados en las puntas.

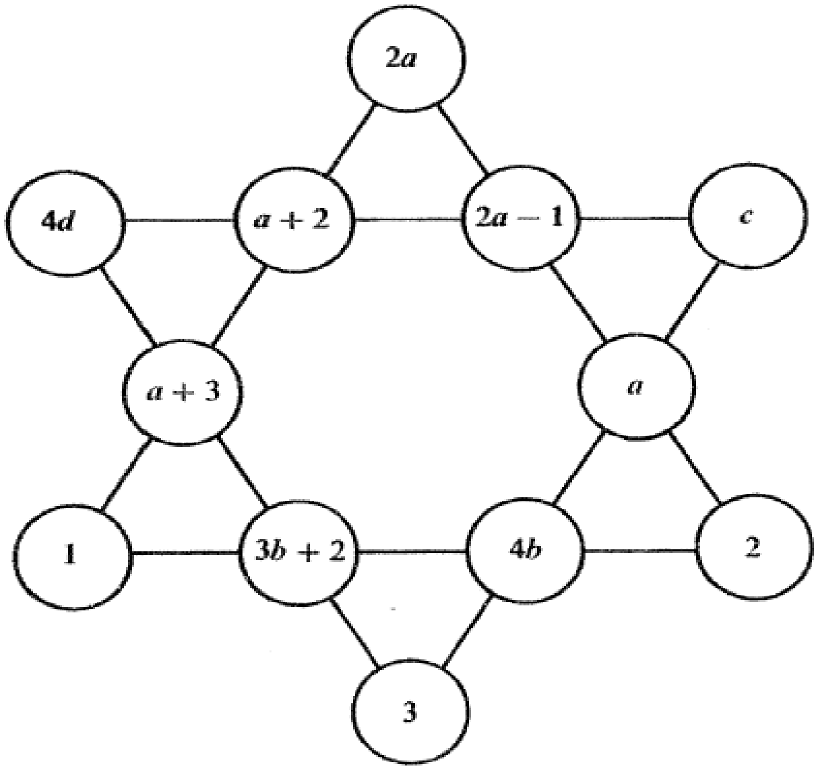


Figura 23. Estrella de Seis Puntas

1. *En esta estrella todas las filas suman lo mismo. Calcula el valor de todas las letras.*
2. *¿Cuánto suma cada fila?*
3. *Comprueba que los vértices de la estrella también suman lo mismo"[14].*

[14] Contreras, M. *Las matemáticas de Eso y bachillerato a través de los juegos.* Recuperado de: http://www.mauriciocontreras.es/JUEGOS4.pdf. Pág. 23-24.

Considerando que los estudiantes de educación básica se encuentran en un momento de transición, en donde requieren un cambio en el pensamiento que va de trabajar con operaciones numéricas concretas a trabajar con proposiciones más generales, y que en la mayoría de los casos les resulta difícil de comprender, se propone esta actividad con el objetivo de aportarles un itinerario que estimule esa transformación entre pensamiento concreto y pensamiento abstracto.

Dentro del desenlace de la actividad algunos alumnos no tienen en cuenta el signo igual dentro de la estructura de la ecuación, por ejemplo para encontrar el número mágico en la estrella de ocho puntas plantean la "ecuación"“$2+2c+2+c+5+5$”. Mientras que en otras oportunidades solo lo ven como un simple operador, y no lo conciben como aquel que representa la igualdad entre los miembros de la ecuación. Así mismo, varios de los estudiantes cometen los frecuentes errores que se presentan al trabajar con este tipo de problemáticas, con frecuencia un número que multiplica a la incógnita en uno de los lados de la ecuación, lo pasan a restar al otro lado así: *“*$4d=4$*, luego* $d=4-4$”, esto se podría atribuir a que no diferencian el inverso aditivo del inverso multiplicativo, igualmente se presenta el mismo problema en la transposición de términos ($4a+6=5a+1$, *entonces* $5a+4a=1+6$) para lo cual fue fundamental presentarles un variado conjunto de ejemplos algunos de los cuales correspondían a situaciones concretas donde no era válido hacer ese tipo de procedimientos.

Del mismo modo, se encontró que algunos chicos no eran conscientes del valor encontrado en la solución de la ecuación cuando afirmaban: *“y qué hacemos con este valor”*, de esta manera fue necesario cuestionarlos, acerca del significado de encontrar una incógnita, dejándoles ver que calcular un valor desconocido no significaba comprenderlo.

En relación con las dificultades enfrentadas por los alumnos, se puede interpretar que de acuerdo a sus afirmaciones: *“No sé, para que se tienen que meter con letras*”, se les introduce a los alumnos a un simbolismo desprovisto de significado y de sentido, siendo que ellos vienen de trabajar con la aritmética durante mucho tiempo, donde los símbolos allá tienen referentes que les son significativos y los contextos de los problemas determinan mucho la manera de resolverlos.

De esta manera se intentó poner en el escenario de clase una actividad que ayudaba un poco a fomentar los hábitos mentales algebraicos entre los alumnos en ese largo tránsito del álgebra que les espera en su escolaridad, a través de un ambiente que no tenía ninguna tentativa de ser flagelante en el laborioso y complejo trasegar del pensamiento aritmético y pensamiento algebraico.

CAPITULO 5: CONCLUSIONES

El proyecto de aula motivado por la estrategia de la enseñanza de las matemáticas a través del juego sostuvo una nueva forma de presentar las matemáticas en el aula, en donde se proporcionaron actividades matemáticas estimulantes que provocaron en los estudiantes una actitud positiva hacia las matemáticas y permitieron el desarrollo de pensamiento matemático desde otros enfoques y procedimientos suministrados a través de la actividad lúdica.

Aunque existe mucha reticencia a abordar la enseñanza de la matemática desde esta perspectiva dentro de la educación tradicional en donde predomina el protagonismo del profesor en el acto educativo, se impulsó el proyecto justamente para promover la matemática involucrando una estrategia no tradicional intentando una “enseñanza diferente”. Ya no se trataba de la enseñanza entendida como aquella que “muestra” el conocimiento como producto normalmente acabado, sino de la enseñanza entendida como proceso que favorece el aprendizaje significativo, que se realiza a través de juegos matemáticos, y en el que se participa haciendo las veces de mediador y guía en una retroalimentación activa con los estudiantes.

Gracias a que las matemáticas no son un cuerpo fijo e inmutable de conocimientos, hechos y procedimientos que se aprenden a recitar, y que hacer matemáticas no consiste simplemente en calcular las respuestas a problemas propuestos usando un repertorio específico de técnicas probadas; se observa que los juegos matemáticos actuaron como herramienta que permiten generar de alguna manera lo que es característico del aprendizaje significativo de las matemáticas, porque se induce a los estudiantes a promover la capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de las problemáticas que involucran el juego, haciendo análisis de situaciones concretas que implicaban un componente matemático e incorporando formas que son frecuentes de la actividad matemática tales como la exploración de alternativas, la aplicación de conocimientos previos, la precisión en el lenguaje y la perseverancia en la búsqueda de caminos y soluciones.

La experiencia en el desarrollo del proyecto deja ver en los estudiantes una necesidad de ser tenidos en cuenta a la hora de diseñar una actividad de clase, puesto que muchos de los alumnos a pesar de “conocer” algunas temáticas vistas en una clase tradicional, reconocen que fue mucho más significativo el tratamiento de esos tópicos orientado desde una dinámica de juego matemático. Lo anterior muestra la importancia de empezar a reconocer el Modelo Constructivista en el diseño de una actividad de aula, pues a pesar de que se aborda en nuestra formación como docentes, este cambio no es muy visible dentro de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que aún se sigue enseñando matemática desde una concepción mecanicista y centrada en el docente.

Sin embargo, es válido hacer énfasis en que no se puede basar la enseñanza de las matemáticas en la exclusiva utilización de juegos. Tampoco se llegan a aprender matemáticas significativas utilizando solamente las matemáticas recreativas. Lo que sí parece conveniente es mantener un equilibrio entre la matemática lúdica y la matemática formal dentro de la enseñanza de las mismas.

Dentro de los análisis particulares hay que destacar las grandes dificultades de los alumnos para realizar lecturas comprensivas, y más en el caso de los juegos, en donde las reglas resultan fundamentales para poder intervenir en el desarrollo de la actividad.

En la valoración de los conocimientos previos para la realización de algunas dinámicas, como la Sopa Polinómica y el Tic-Tálgebra las principales deficiencias que se presentaron estuvieron marcadas por la noción de polinomio y lo que significaba la factorización; aquí solo tres de los quince estudiantes que participaron en las actividades mostraron un suficiente dominio conceptual. Del mismo modo, en la actividad “Cuadrado Perfecto” varios alumnos se vieron sorprendidos al no identificar muy bien los números enteros, el 60% no tienen claro cuáles son los números enteros. En tanto que en relación a la parte geométrica hubo necesidad de hacer mucho énfasis para que reconocieran lo que es un vértice y para establecer los conceptos de los tres ángulos básicos (Agudo, Obtuso y Rectángulo). Asimismo deficiencias importantes se presentaron en la actividad que involucraba el concepto de ecuación, donde sólo el 40% de los estudiantes mostraron conocimientos suficientes acerca de lo que es una ecuación, mientras que uno de los errores más significativos surgió en un grupo de estudiantes que aplicaban el tanteo como mecanismo para encontrar las soluciones de las ecuaciones.

De esta manera las dificultades para resolver las actividades se ubicaron en el ámbito de los conocimientos previos, sin embargo es válido anotar que en el desarrollo de cada sesión los estudiantes gradualmente iban fortaleciendo los conceptos lo cual se vio reflejado en un mejor desempeño en las actividades.

Por otro lado es importante mencionar que la comprensión de las dinámicas requería el manejo de algunos conceptos (Número Entero, Cuadrado Perfecto, Hexágono, Vértice, Ser Adyacente, Triángulo, Ángulo Agudo, Obtuso, Rectángulo, Ecuación, etc.) y que la sola identificación de las condiciones de las problemáticas no garantizaba la satisfactoria solución. Así entre el 40% y 50% de los alumnos que entendieron las reglas de juego, pero no conocían los conceptos ni las operaciones que debían realizar, tuvieron dificultades en el óptimo desarrollo en algunas actividades, particularmente en los juegos de conocimiento (Tic-Tálgebra, La Estrella de Ocho Puntas, Cuadrado Perfecto, Jokan). Por lo tanto vale la pena hacer notar que fue necesario para los alumnos establecer una interrelación entre los conocimientos y la compresión de las condiciones de los juegos para provocar estrategias que les permitiera obtener éxito en las dinámicas.

A pesar de ser un aspecto importante, se encuentra que alrededor de un 46.6% de los estudiantes no cuentan con los conocimientos previos (concepto, nociones y sus relaciones) suficientes para resolver situaciones matemáticas y que las carencias se agudizan en las áreas de geometría y álgebra donde confluyen, al menos, tres limitaciones: falta en el manejo de conceptos y las relaciones entre ellos, uso indiscriminado de algoritmos y una muy poca actitud exploradora de las situaciones problemáticas y sus condiciones. Así los estudiantes manifiestan la necesidad de ambientes más dinámicos (“ojalá *las clases de matemáticas siempre fueran así”)* como aquellos en los que fueron partícipes en estas actividades. Por tanto, vale la pena llamar la atención en promover trabajos pedagógicos que estén dirigidos a lograr que los alumnos enriquezcan sus marcos conceptuales, pasando necesariamente por el establecimiento de vínculos claros entre ellos.

En el desarrollo de las actividades que implicaban el razonamiento lógico los estudiantes hicieron acopio de sus conocimientos acerca de lo que es un número par o impar a través de estrategias de conteo como por ejemplo: “*si el zorro busca al ganso de manera horizontal o vertical no podrá atraparlo porque queda a un número impar de pasos de él”* ; aquí establecían de manera lógica comparaciones con los números impares o pares lo cual potenciaba de manera significativa la obtención de resultados ganadores frente a lo propuesto.

Algunos de los alumnos utilizan la estrategia *ensayo y error* para el tratamiento del juego, pero lo hacen de forma consciente porque llegan de manera estructurada al resultado. Así mismo algunos estudiantes presentan gran índice de análisis, lo que confluye a resultados de estrategias más elaboradas y sorpresivas, pero que resultan válidas y dejan ver el impacto creativo y analítico generado por la actividad.

Se utilizó en múltiples situaciones la estrategia de *estudio de casos,* que resulta muy importante a la hora de resolver un problema que comporta varias componentes.

El estudio de los registros revela que las técnicas utilizadas por los estudiantes en aritmética, y en particular en el manejo de números, están más interiorizadas que las técnicas que se requieren para desarrollar problemas relacionados con la geometría.

Por otro lado, las dificultades que se presentan al abordar la enseñanza de las matemáticas a través del juego, están dadas en torno al ambiente que se genera en el desarrollo natural de este tipo de actividades, pero cuyas dificultades se pueden subsanar con un buen manejo de grupo; es también importante señalar que el tiempo debe ser bien administrado para alcanzar los objetivos pretendidos por la sesión de trabajo, asimismo es necesario ser cuidadoso en el diseño de la actividad en cuanto al juego, puesto que debe ser del dominio curricular de los estudiantes o debe ser adaptado para ponerlo en funcionamiento de acuerdo a sus conocimientos.

Para finalizar, las matemáticas vistas desde una perspectiva lúdica ayudan a promover un cambio en la educación tradicional, siendo claros en que no se trata de excluir el esfuerzo, ni la abnegación, y ni siquiera el sacrificio, que suele ser inevitable, pero sí la pesadez de hacer cosas sin convicción o por sujeción a un plan de estudios. La educación requiere que se le devuelva o se le confiera a los procesos educativos su condición de aventura apasionada, de expedición excitante, de juego y de fiesta.

BIBLIOGRAFÍA

Contreras, M. En *Las matemáticas de ESO y bachillerato a través de los juegos.* (págs. 16-17).

Contreras, M. En *Las matemáticas de ESO y bachillerato a través de los juegos.* (págs. 23-24).

Duque, G. (1989). *Teología de la praxis educativa liberadora.* Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana. Módulo Único.

Ferrero, L. (1991). El juego y la matemática. Madrid: La Muralla.

Gardner, M. (1986). En *Matemática para Divertirse* (pág. 52). New York: Granica.

Gardner, M. (1986). En *Matemática para Divertirse* (pág. 56). New York: Granica.

Guzmán, M. (1984). Juegos Matemáticos en la Enseñanza. *Actas de la IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas*, (págs. 4-5).

Recamán, B. (2000). En *A Jugar con Números* (págs. 31-35). México: Selector.

Recamán, B. (2000). En *A Jugar con Números.* México: Selector.

Víquez, H. En *Una mirada reflexiva, hacia diferentes aspectos de la educación matemática* (págs. 4-5).

Víquez, H. En *Una mirada reflexiva, hacia diferentes aspectos de la educación matemática.* (págs. 30-31).

Winter, Z. (1983). *Introducción al juego de los conjuntos.* Madrid: Interduc-Schroedel.

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona:Paidos Ibérica,.

Diccionario de la lengua española - Real Academia Española. En línea: http://lema.rae.es/drae/

ANEXOS

Se presentan aquí las entrevistas hechas a los alumnos y algunos registros fotográficos de las actividades desarrolladas en el aula.

Anexos 1.

Entrevista

Alumno (a):
Grado:

1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?

2. ¿Consideras que las matemáticas son útiles para ti?

3. ¿Qué rendimiento tienes en el área de Matemáticas?

4. ¿Te es más difícil entender el área de Matemáticas en comparación con los demás áreas?

5. ¿Cómo te gustaría que te enseñara matemáticas tu profesor o profesora?

6. ¿Qué actividades realiza tu profesor (a) en las clases de matemáticas?

Entrevista

Alumno (a):
Grado:

1. ¿Qué comentarios tienes acerca de la actividad desarrollada?

2. ¿La actividad te ayudó a comprender algo acerca de las matemáticas o simplemente te divertiste?

3. ¿Cómo te gustaría que te enseñaran matemáticas?

Entrevista

Nombre:

1.- ¿Te gustó trabajar en matemáticas con juegos educativos? ¿Por qué?

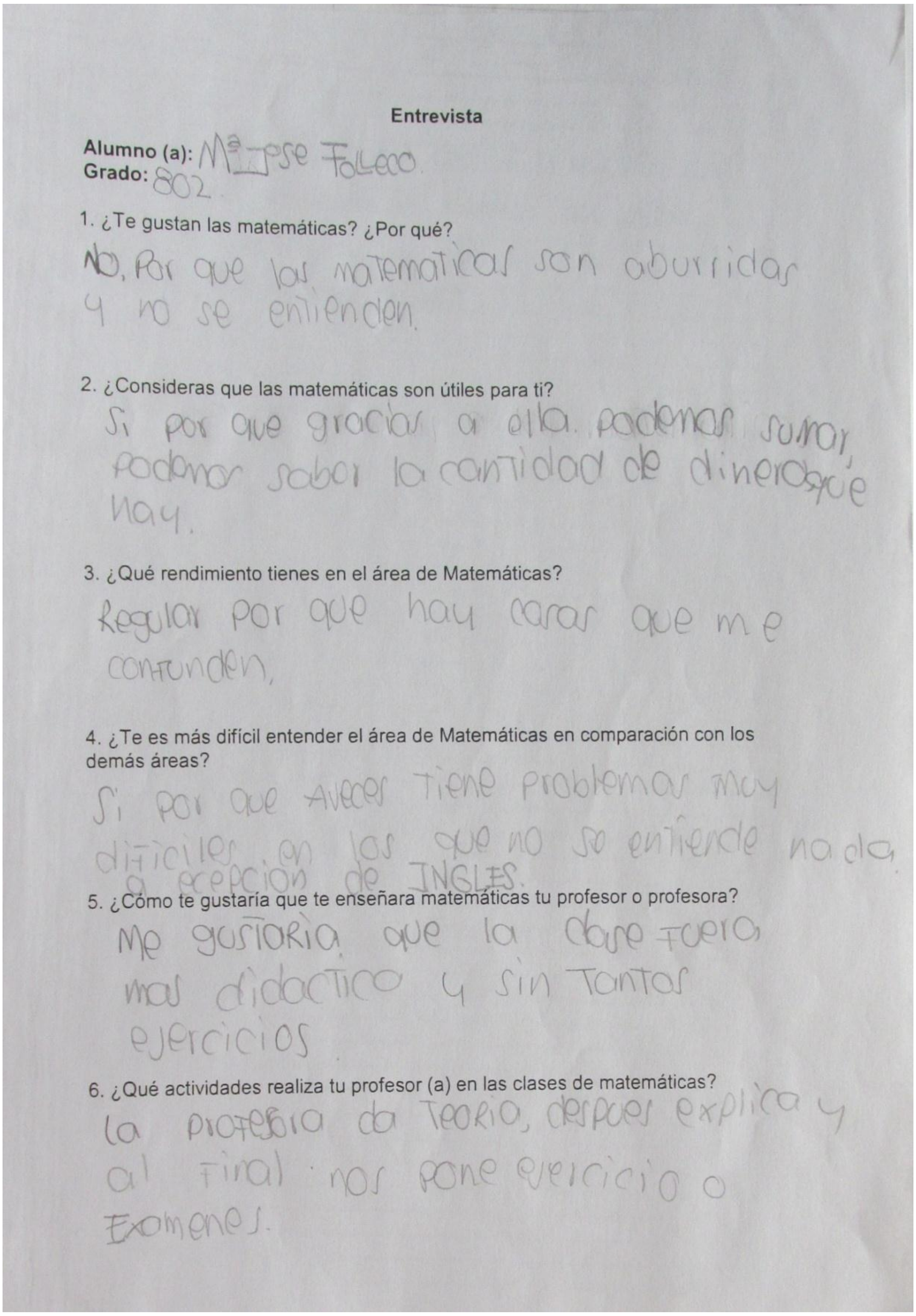
2. ¿Aprendes más con esta forma de trabajo? ¿Por qué?

3. - ¿Los juegos educativos te ayudaron a entender mejor las matemáticas o solo te divertiste con ellos? ¿Por qué?

4.- ¿Le recomendarías a otros compañeros que aprendieran matemáticas como lo has hecho tú? ¿Por qué?

5.- ¿Prefieres la enseñanza tradicional o la que has trabajado en este taller? ¿Por qué?

6.-Tú opinión acerca de las matemáticas a cambiado, luego de asistir a este taller. ¿Cuál era tu opinión antes y cuál es ahora?



Entrevista

Alumno (a): Mª Jose Folleco

Grado: 802

1. ¿Te gustan las matemáticas? ¿Por qué?

No, Por que las matematicas son aburridas y no se entienden.

2. ¿Consideras que las matemáticas son útiles para ti?

Si por que gracias a ella podemos sumar, podemos saber la cantidad de dinero que hay.

3. ¿Qué rendimiento tienes en el área de Matemáticas?

Regular por que hay cosas que me confunden,

4. ¿Te es más difícil entender el área de Matemáticas en comparación con los demás áreas?

Si por que Aveces Tiene problemas muy dificiles en los que no se entiende nada a ecepcion de INGLES.

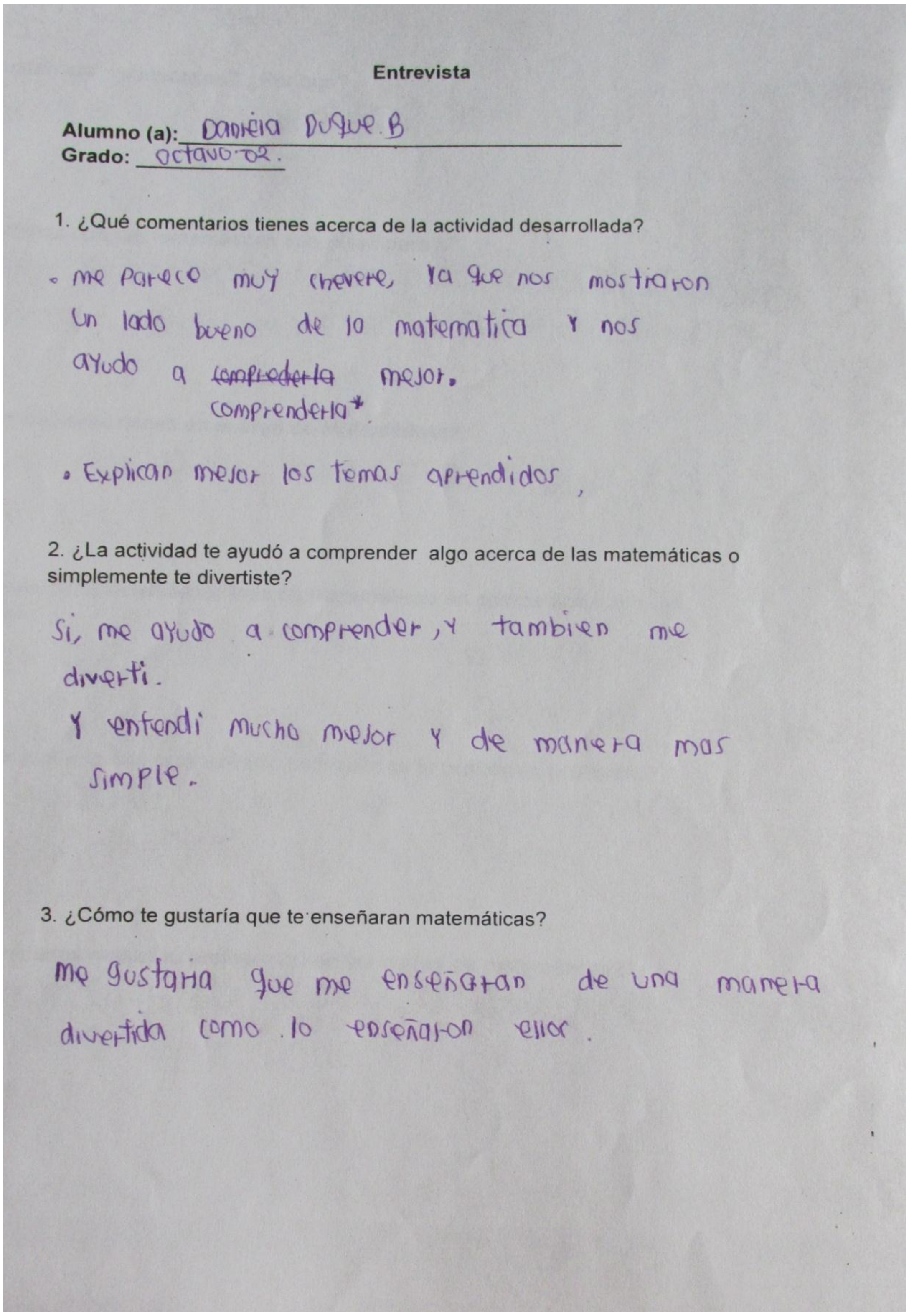
5. ¿Cómo te gustaría que te enseñara matemáticas tu profesor o profesora?

Me gustaria que la clase fuera mas didactico y sin Tantos ejercicios.

6. ¿Qué actividades realiza tu profesor (a) en las clases de matemáticas?

la profesora da Teoria, despues explica y al final nos pone ejercicio o Examenes.

Figura 24. Apreciaciones de un estudiante a la entrevista de diagnóstico.



Entrevista

Alumno (a): Daniela Duque B

Grado: octavo 02.

1. ¿Qué comentarios tienes acerca de la actividad desarrollada?

- me parece muy chevere, ya que nos mostraron un lado bueno de la matematica y nos ayudo a ~~comprederla~~ mejor. comprenderla*.
- Explican mejor los temas aprendidos,

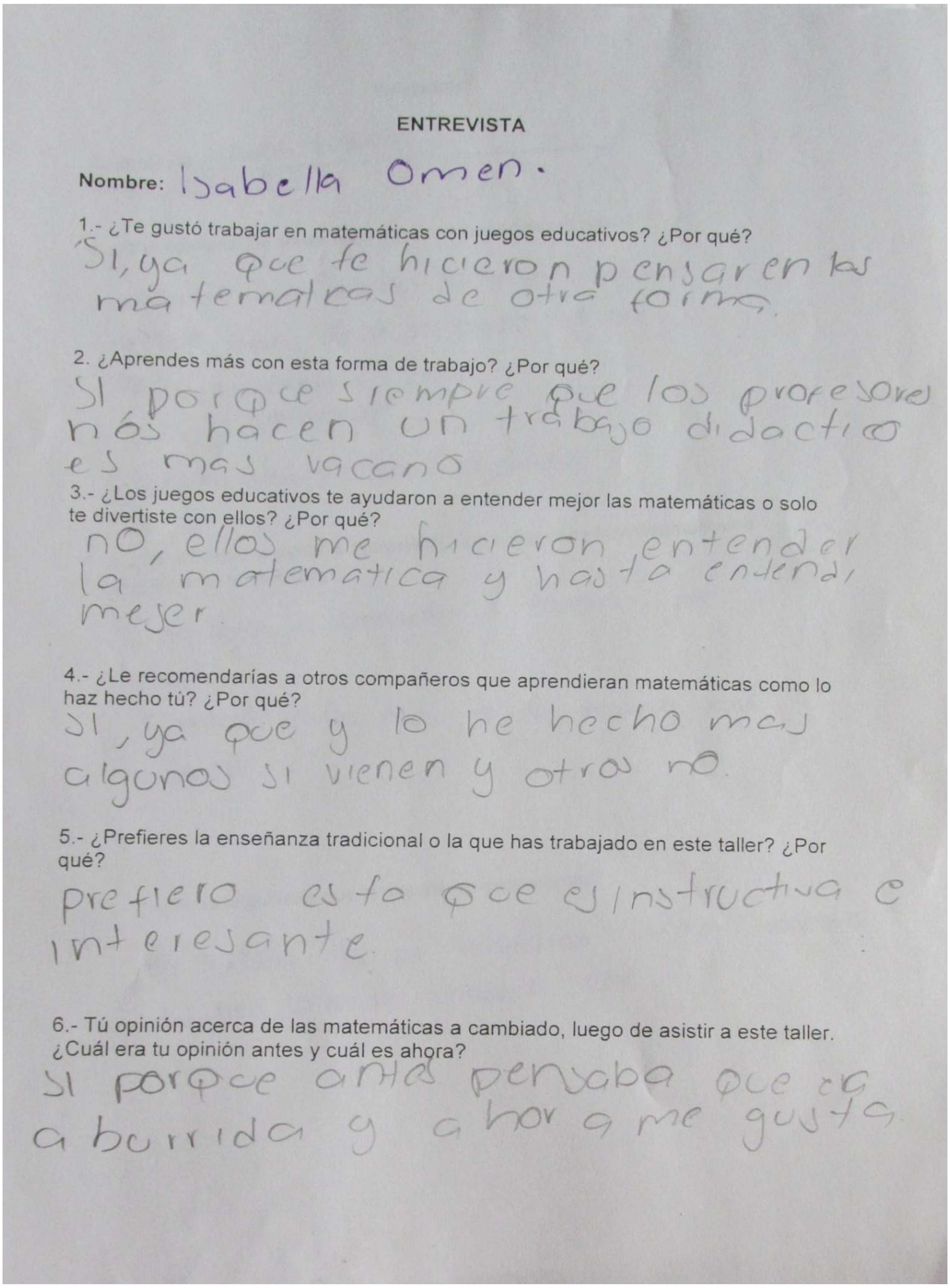
2. ¿La actividad te ayudó a comprender algo acerca de las matemáticas o simplemente te divertiste?

Si, me ayudo a comprender, y tambien me diverti.
Y entendi mucho mejor y de manera mas simple.

3. ¿Cómo te gustaría que te enseñaran matemáticas?

me gustaria que me enseñaran de una manera divertida como lo enseñaron ellos.

Figura 25. Apreciaciones de un estudiante acerca de los Juegos Sopa Polinómica y Tic-Tálgebra.



ENTREVISTA

Nombre: Isabella Omen.

1.- ¿Te gustó trabajar en matemáticas con juegos educativos? ¿Por qué?

Si, ya que te hicieron pensar en las matematicas de otra forma.

2. ¿Aprendes más con esta forma de trabajo? ¿Por qué?

Si porque siempre que los profesores nós hacen un trabajo didactico es mas vacano

3.- ¿Los juegos educativos te ayudaron a entender mejor las matemáticas o solo te divertiste con ellos? ¿Por qué?

no, ellos me hicieron entender la matematica y hasta entendi mejor.

4.- ¿Le recomendarías a otros compañeros que aprendieran matemáticas como lo haz hecho tú? ¿Por qué?

si, ya que y lo he hecho mas algunos si vienen y otros no.

5.- ¿Prefieres la enseñanza tradicional o la que has trabajado en este taller? ¿Por qué?

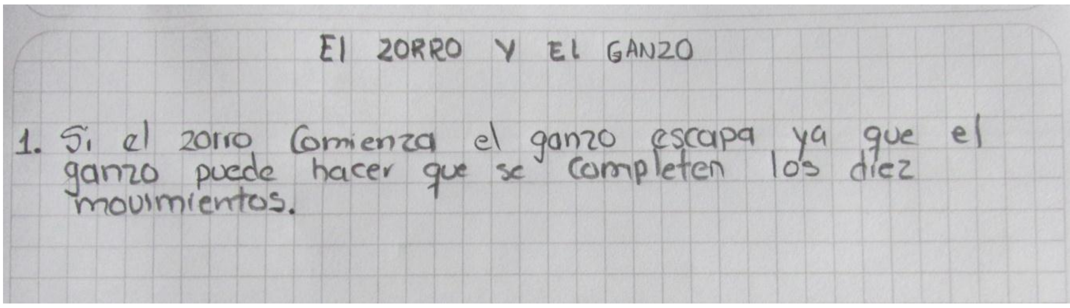
prefiero esta que es instructiva e interesante.

6.- Tú opinión acerca de las matemáticas a cambiado, luego de asistir a este taller. ¿Cuál era tu opinión antes y cuál es ahora?

si porque antes pensaba que era aburrida y ahora me gusta.

Figura 26. Apreciaciones de un estudiante acerca de las actividades desarrolladas en el proyecto de aula.

EL ZORRO Y EL GANSO



EL ZORRO Y EL GANZO

1. Si el zorro comienza el ganzo escapa ya que el ganzo puede hacer que se completen los diez movimientos.

Figura 27. Estrategia de un estudiante en el desarrollo del Juego "El Zorro y el Ganso"

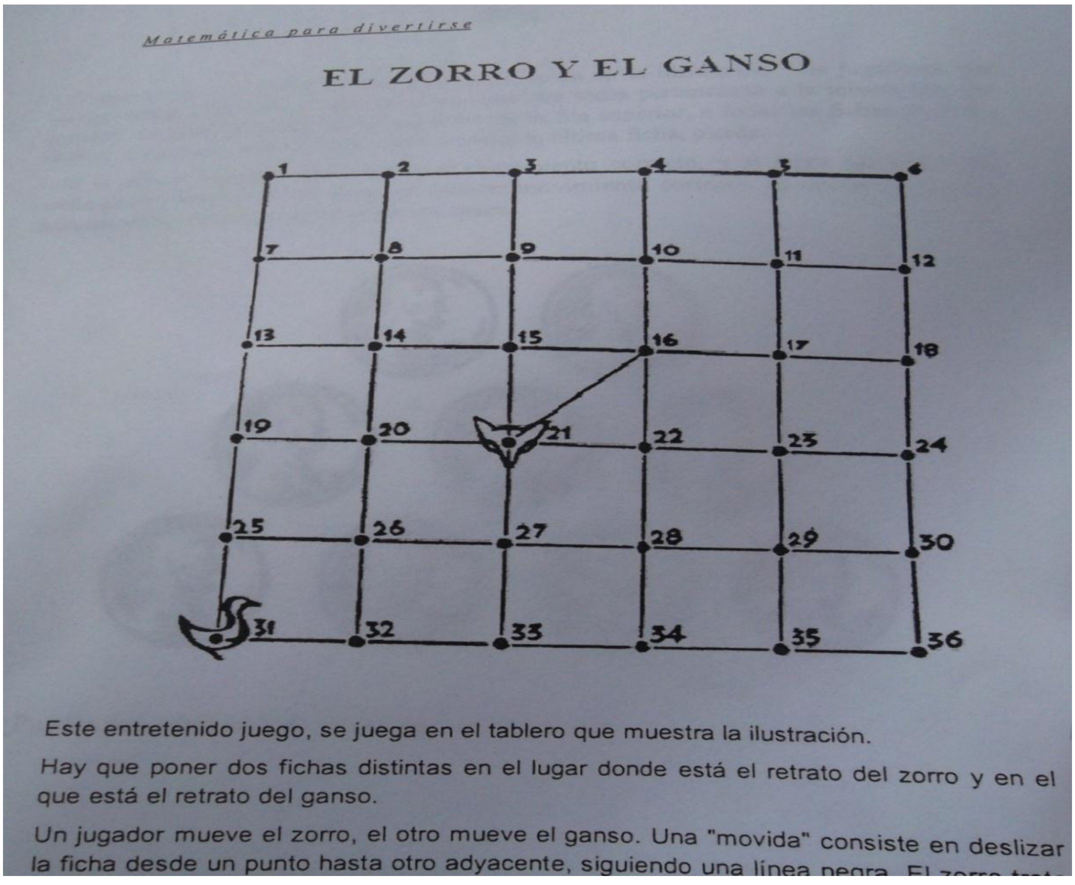


Figura 28. Tablero usado por los estudiantes en la dinámica de Juego "El Zorro y el Ganso".

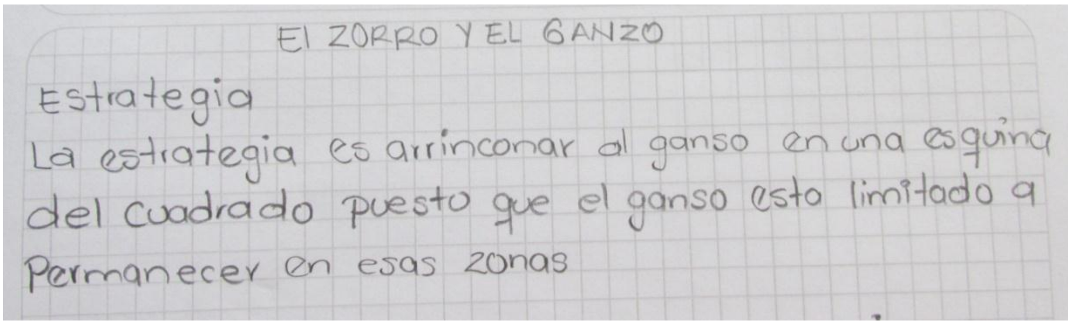


Figura 29. Estrategia de un estudiante en el desarrollo del Juego "El Zorro y el Ganso"

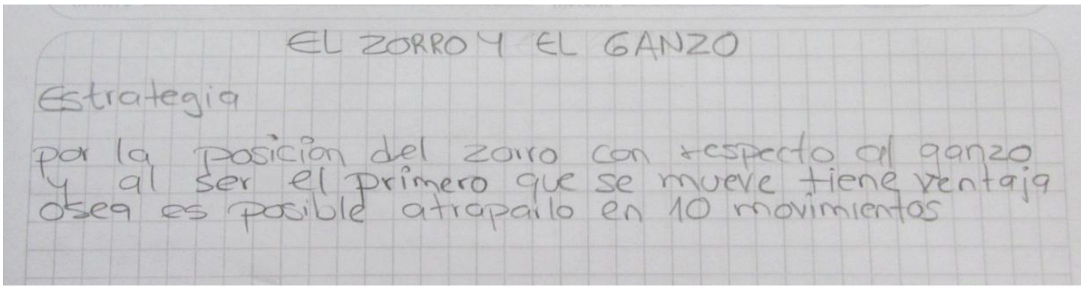


Figura 30. Estrategia de un estudiante en el desarrollo del Juego "El Zorro y el Ganso"

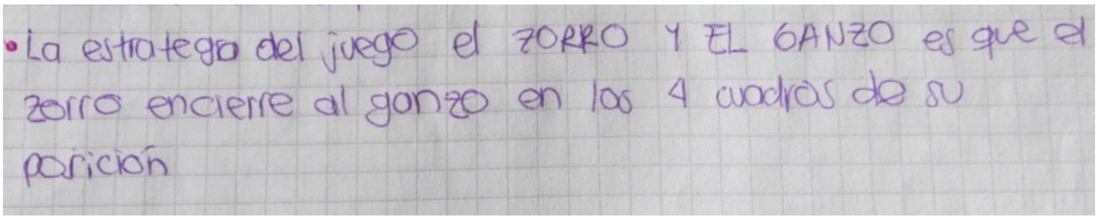


Figura 31. Estrategia de un estudiante en el desarrollo del Juego "El Zorro y el Ganso"

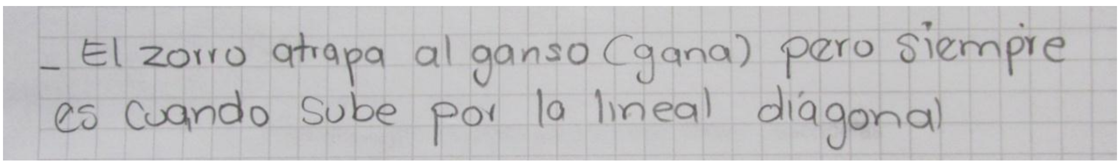


Figura 32. Estrategia de un estudiante en el desarrollo del Juego "El Zorro y el Ganso"

NIM

Figura 33. Ambiente en el desarrollo de la dinámica del Juego "Nim"

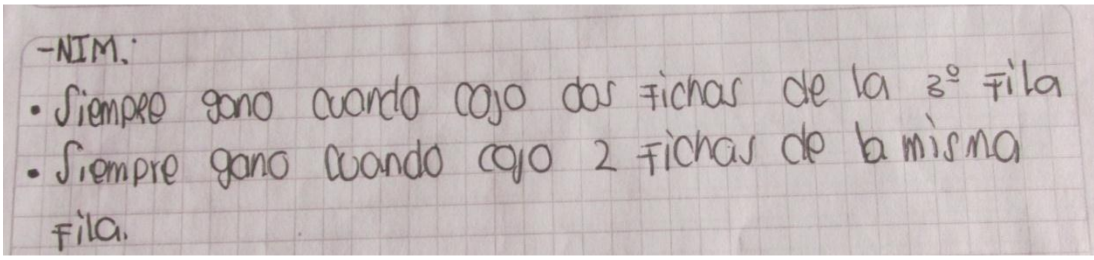

-NIM.
- Siempre gano cuando cojo dos fichas de la 3º fila
- Siempre gano cuando cojo 2 fichas de la misma fila.

Figura 34. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Nim"

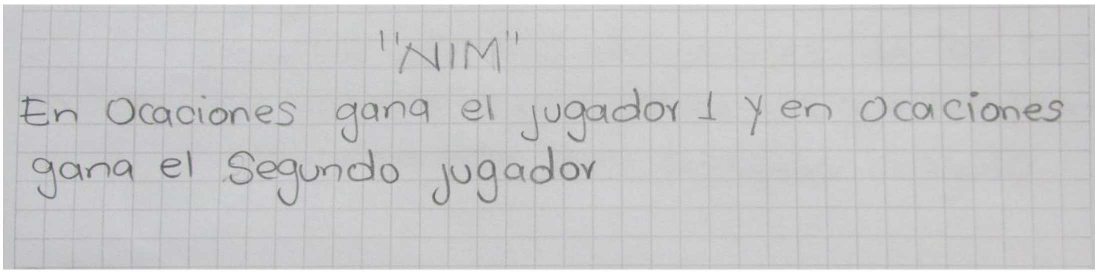

"NIM"
En Ocaciones gana el jugador 1 y en ocaciones gana el Segundo jugador

Figura 35. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Nim"

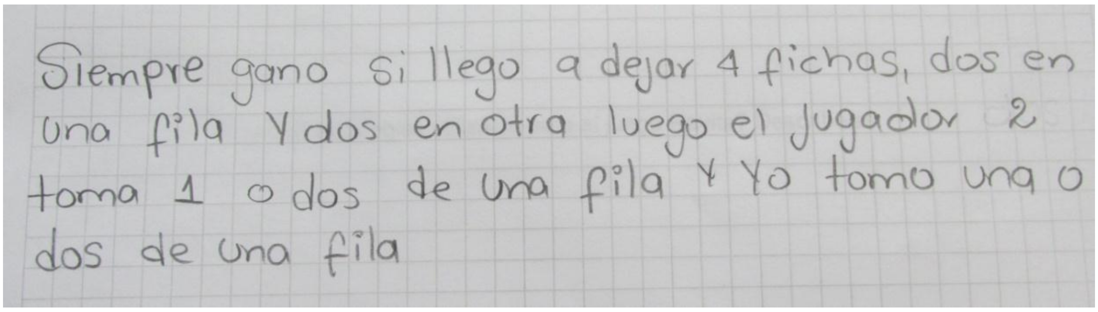

Siempre gano si llego a dejar 4 fichas, dos en una fila Y dos en otra luego el Jugador 2 toma 1 o dos de una fila Y Yo tomo una o dos de una fila

Figura 36. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Nim"

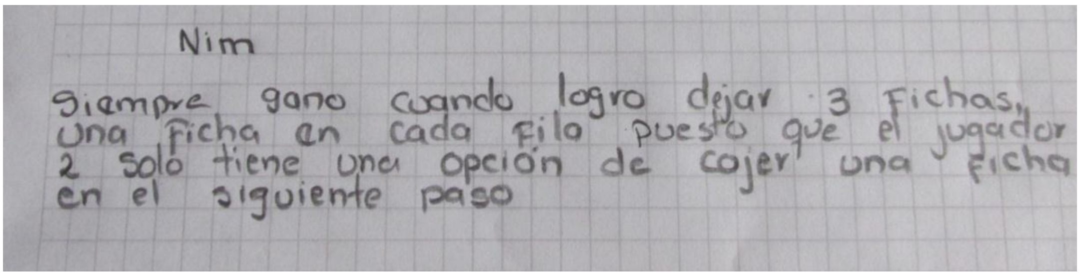
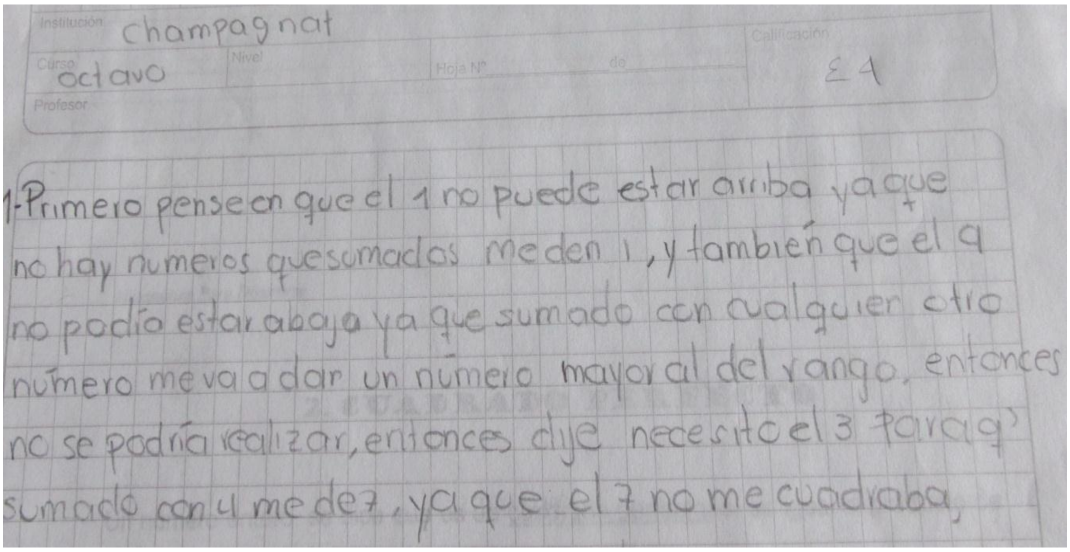

Nim
Siempre gano cuando logro dejar 3 Fichas, una ficha en cada filo puesto que el jugador 2 solo tiene una opción de cojer una ficha en el siguiente paso

Figura 37. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Nim"

Anexos 2

NUEVE CIRCULOS



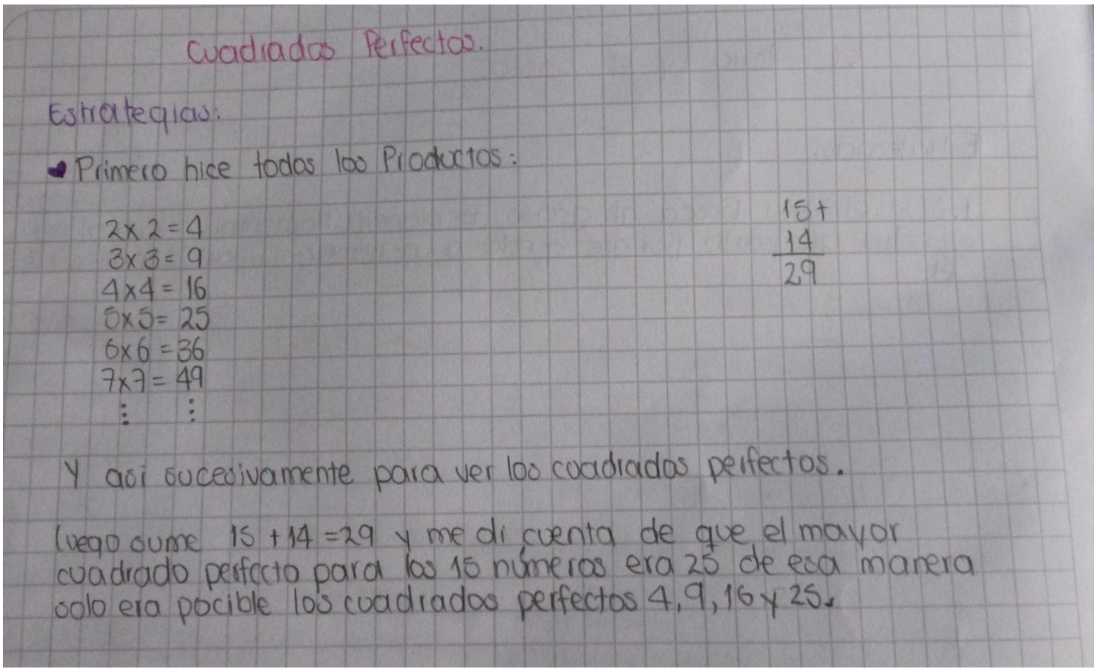
Institución Champagnat
Curso octavo Nivel Hoja N° de
Calificación E4
Profesor

1-Primero pense en que el 1 no puede estar arriba ya que no hay numeros que sumados me den 1, y también que el 9 no podía estar abajo ya que sumado con cualquier otro número me va a dar un número mayor al del rango, entonces no se podría realizar, entonces dije necesito el 3 para q' sumado con 4 me de 7, ya que el 7 no me cuadraba,

Figura 38. Estrategia de un estudiante para el desarrollo de la dinámica "Nueve Círculos".

Las matemáticas son una gimnasia del espíritu y una preparación para la filosofía.

CUADRADO PERFECTO



Cuadrados Perfectos.

Estrategias:

• Primero hice todos los Productos:

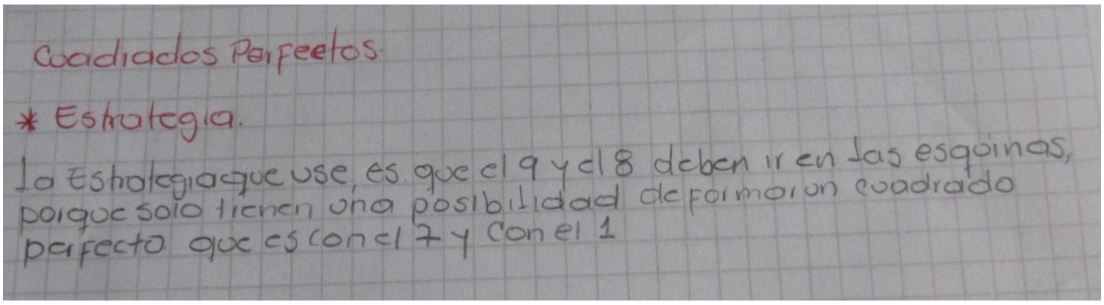
2x2 = 4
3x3 = 9
4x4 = 16
5x5 = 25
6x6 = 36
7x7 = 49
⋮ ⋮

15 + 14 = 29

Y así sucesivamente para ver los cuadrados perfectos.

Luego sume 15 + 14 = 29 y me di cuenta de que el mayor cuadrado perfecto para los 15 números era 25 de esa manera solo era posible los cuadrados perfectos 4, 9, 16 y 25.

Figura 39. Estrategia de un estudiante para el desarrollo de la dinámica "Cuadrado Perfecto"

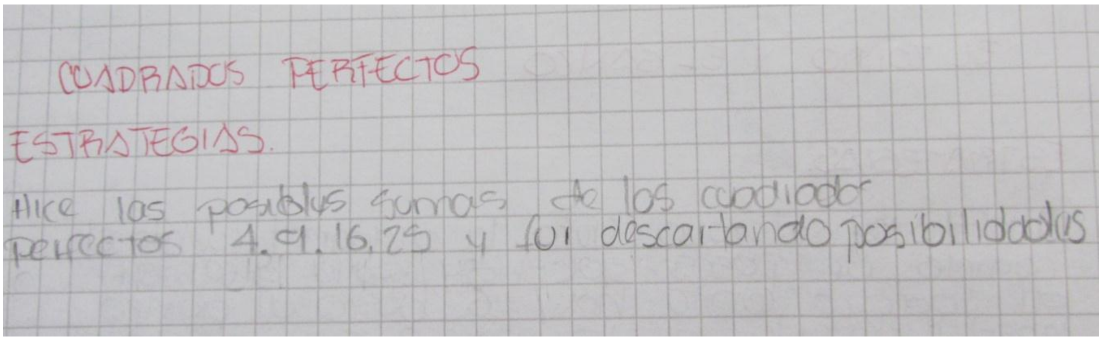


Cuadrados Perfeetos.

* Estrategia.

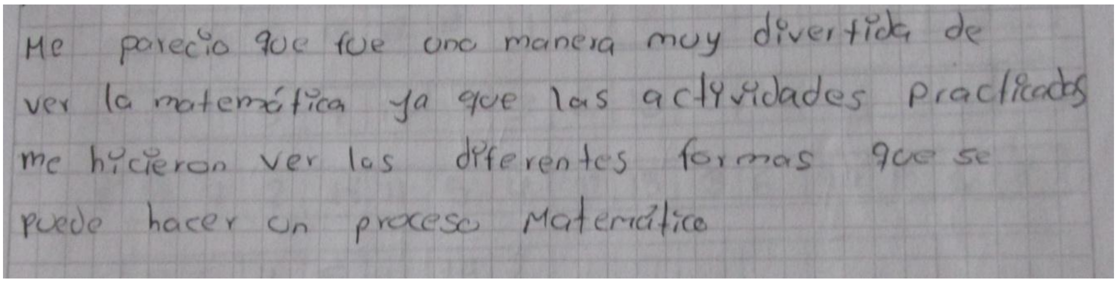
la Estrategia que use, es que el 9 y el 8 deben ir en las esquinas, porque solo tienen una posibilidad de formar un cuadrado perfecto que es con el 7 y con el 1

Figura 40. Estrategia de un estudiante para el desarrollo de la dinámica "Cuadrado Perfecto"



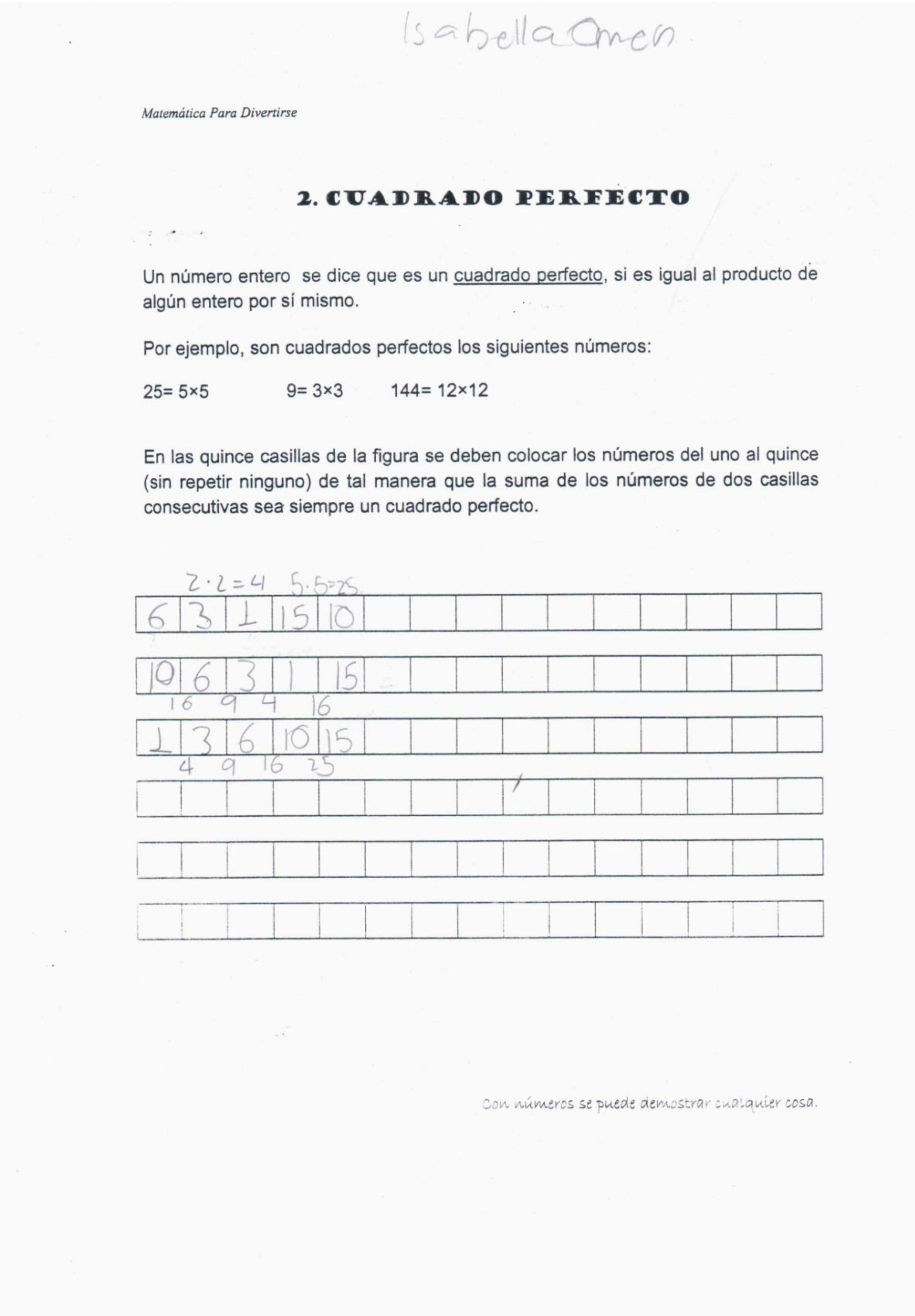
CUADRADOS PERFECTOS
ESTRATEGIAS.
Hice los posibles formas de los cuadrados
perfectos 4.9.16.25 y fui descartando posibilidades

Figura 41. Estrategia de un estudiante para el desarrollo de la dinámica "Cuadrado Perfecto"



Me pareció que fue una manera muy divertida de
ver la matemática ya que las actividades practicadas
me hicieron ver los diferentes formas que se
puede hacer un proceso Matemático

Figura 42. Estrategia de un estudiante para el desarrollo de la dinámica "Cuadrado Perfecto"



Isabella Omen

Matemática Para Divertirse

2. CUADRADO PERFECTO

Un número entero se dice que es un cuadrado perfecto, si es igual al producto de algún entero por sí mismo.

Por ejemplo, son cuadrados perfectos los siguientes números:

25= 5×5 9= 3×3 144= 12×12

En las quince casillas de la figura se deben colocar los números del uno al quince (sin repetir ninguno) de tal manera que la suma de los números de dos casillas consecutivas sea siempre un cuadrado perfecto.

2·2=4 5·5=25

6	3	1	15	10										

10	6	3	1	15										

16 9 4 16

1	3	6	10	15										

4 9 16 25

Con números se puede demostrar cualquier cosa.

Figura 43. Desarrollo de la dinámica "Cuadrado Perfecto"

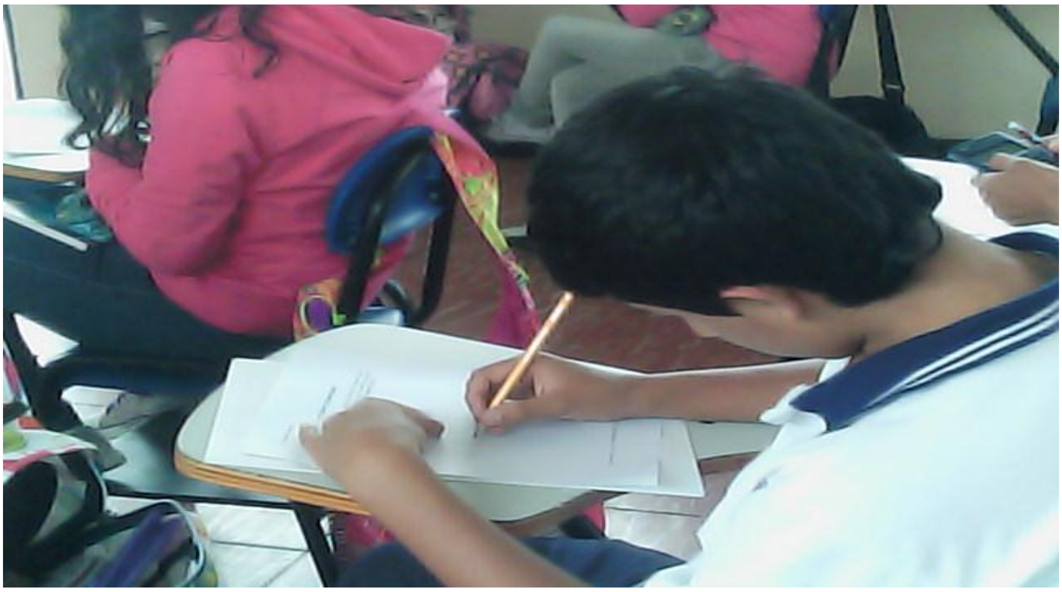


Figura 44. Justificación de las estrategias del desarrollo de las dinámicas “Nueve Círculos” y “Cuadrado Perfecto”

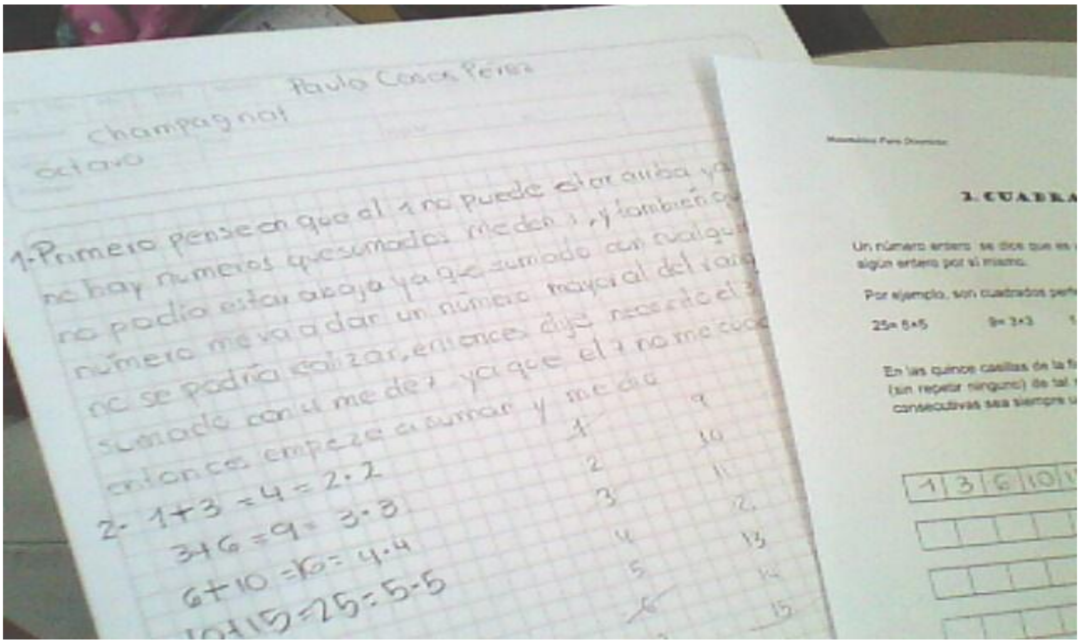


Figura 45. Desarrollo de las dinámicas “Nueve Círculos” y “Cuadrado Perfecto”

Anexos 3

Matemática Para Divertirse

SOPA POLINÓMICA

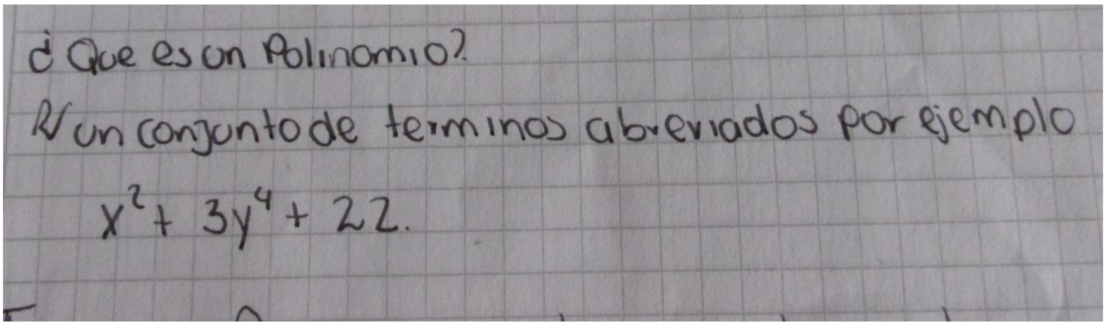


Figura 46. Definición de Polinomio por parte de un estudiante.

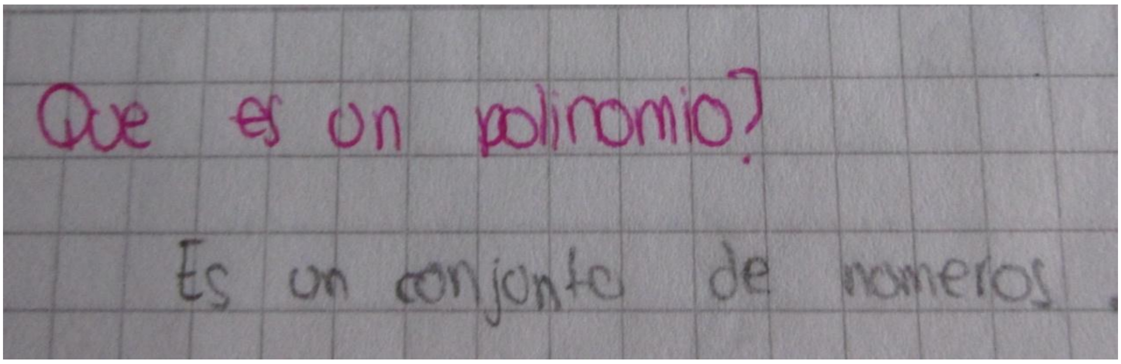


Figura 47. Definición de Polinomio por parte de un estudiante.

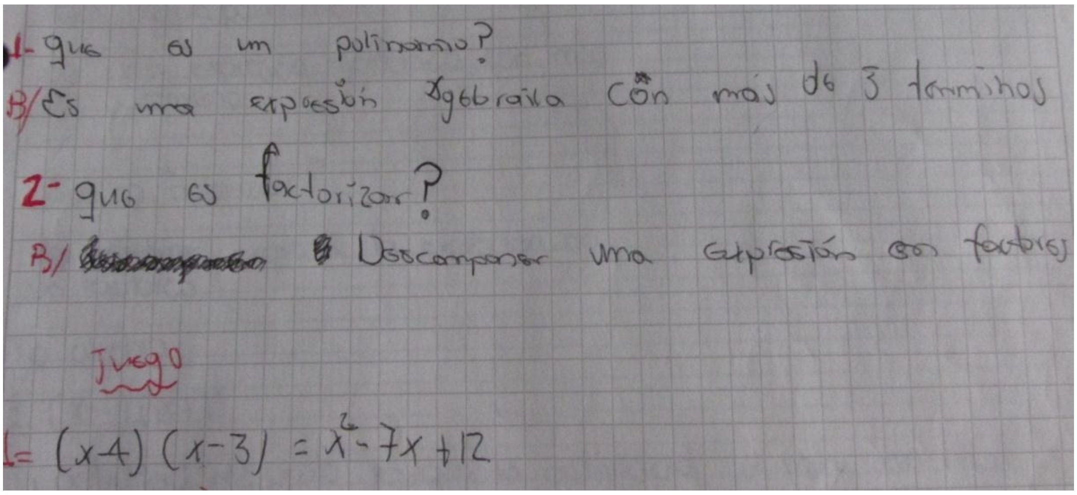


Figura 48. Definición de Polinomio y Factorización por parte de un estudiante.

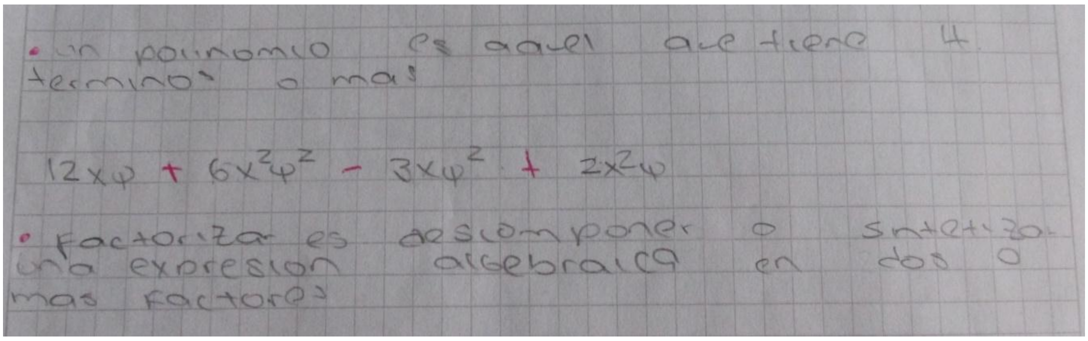


Figura 49. Definición de Polinomio por parte de un estudiante.

TIC-TÁLGEBRA

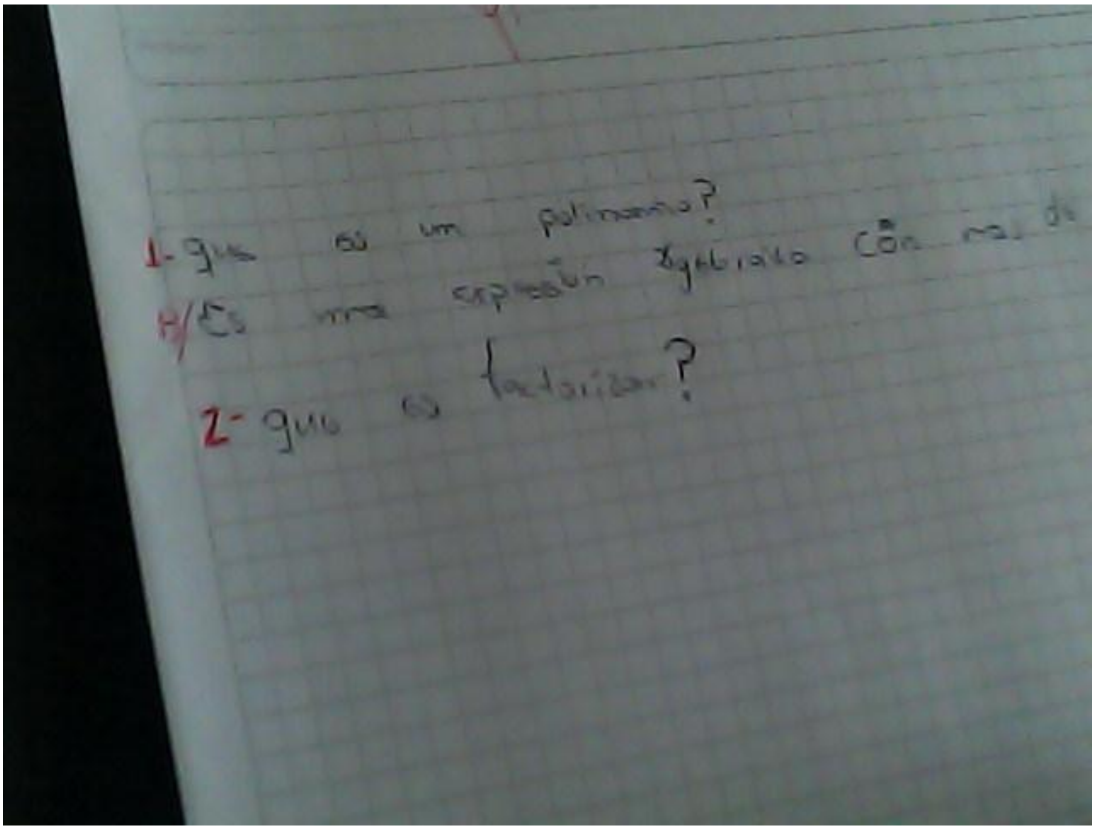


Figura 50. Definición de Polinomio y Factorización por parte de un estudiante.

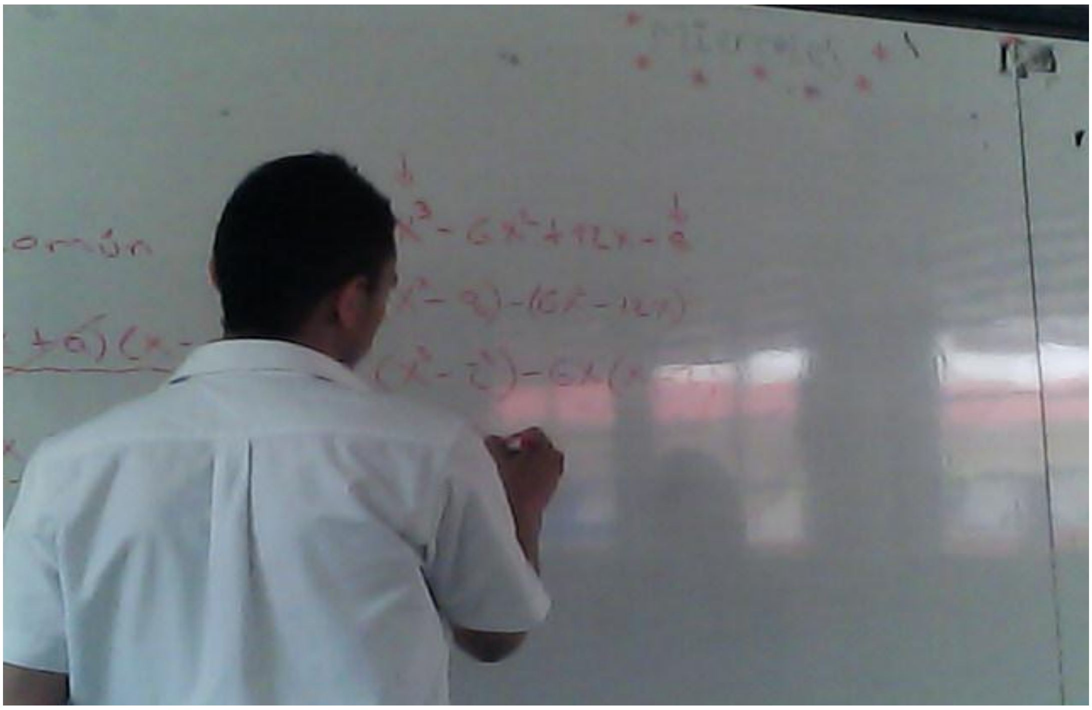


Figura 51. Explicación acerca de la Factorización de un polinomio.

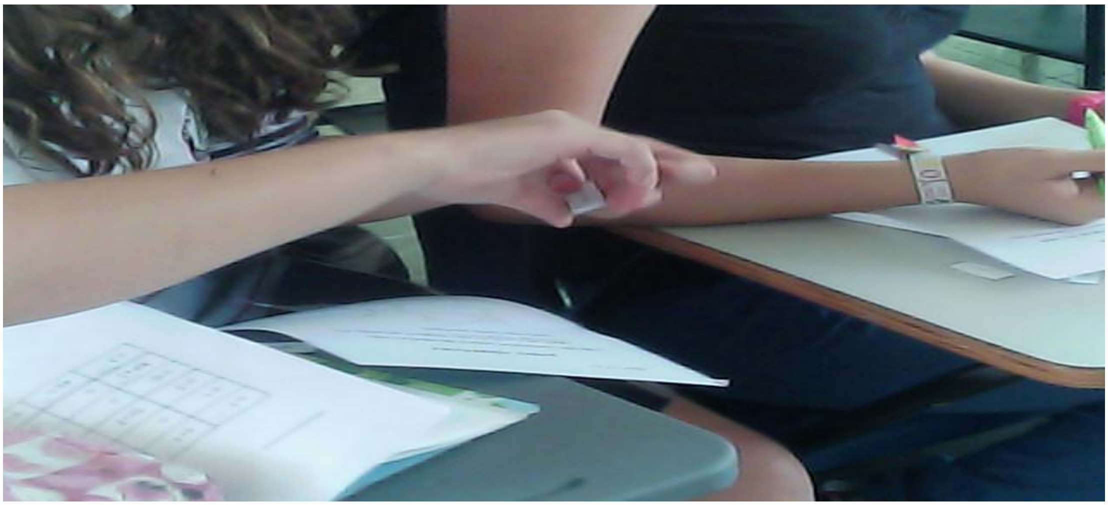


Figura 52. Desarrollo de la dinámica “Sopa Polinómica”

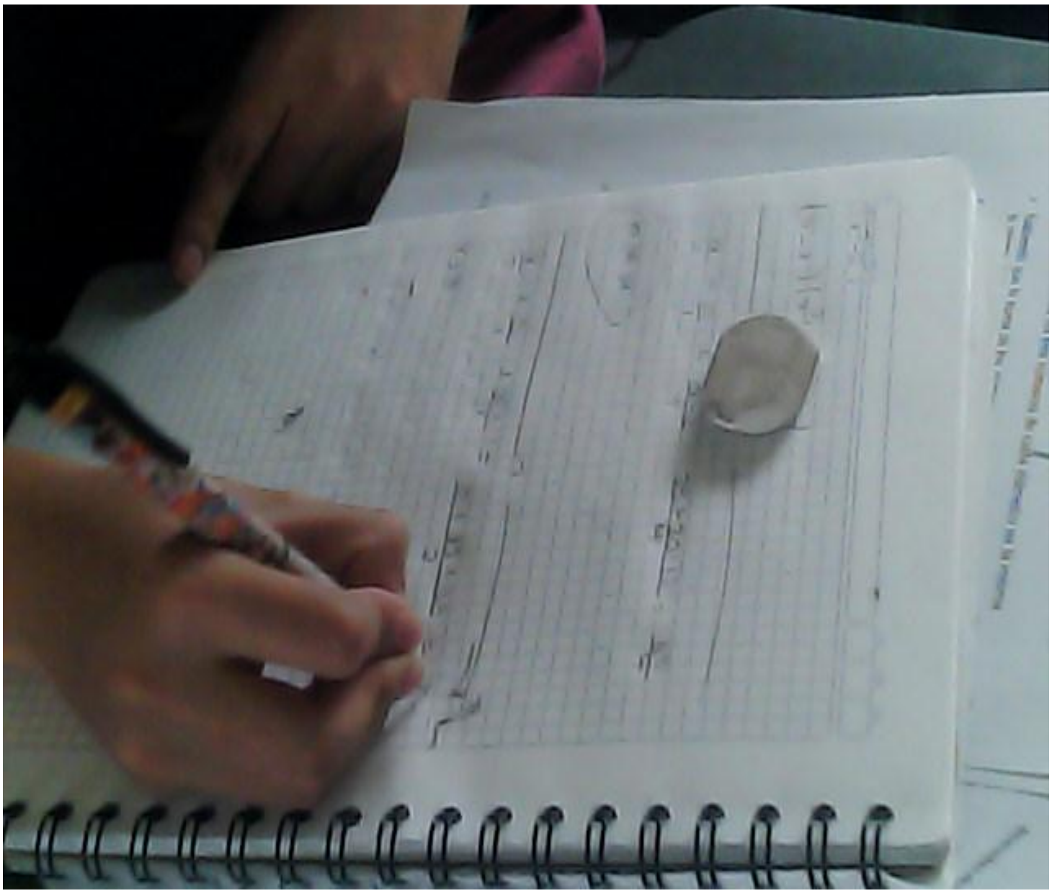


Figura 53. Factorización por parte de un estudiante.

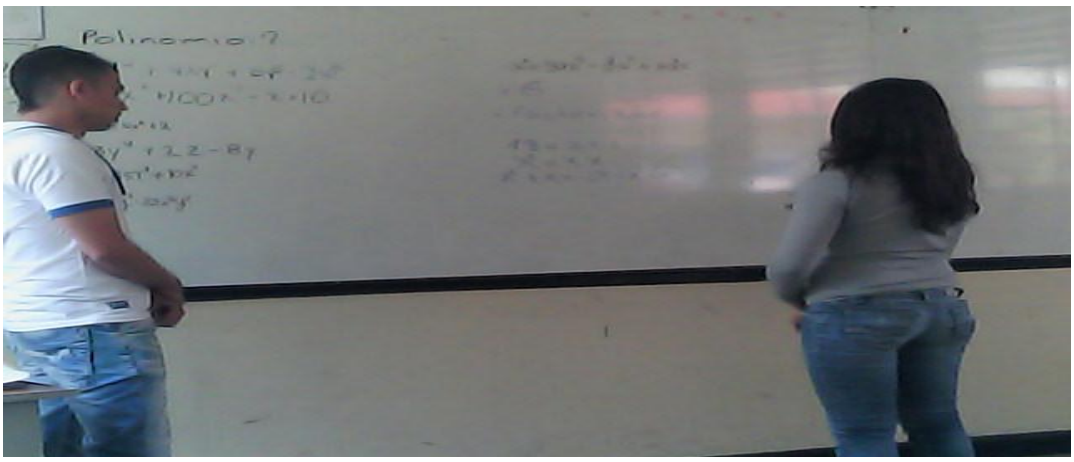


Figura 54. Factorización por parte de un estudiante.

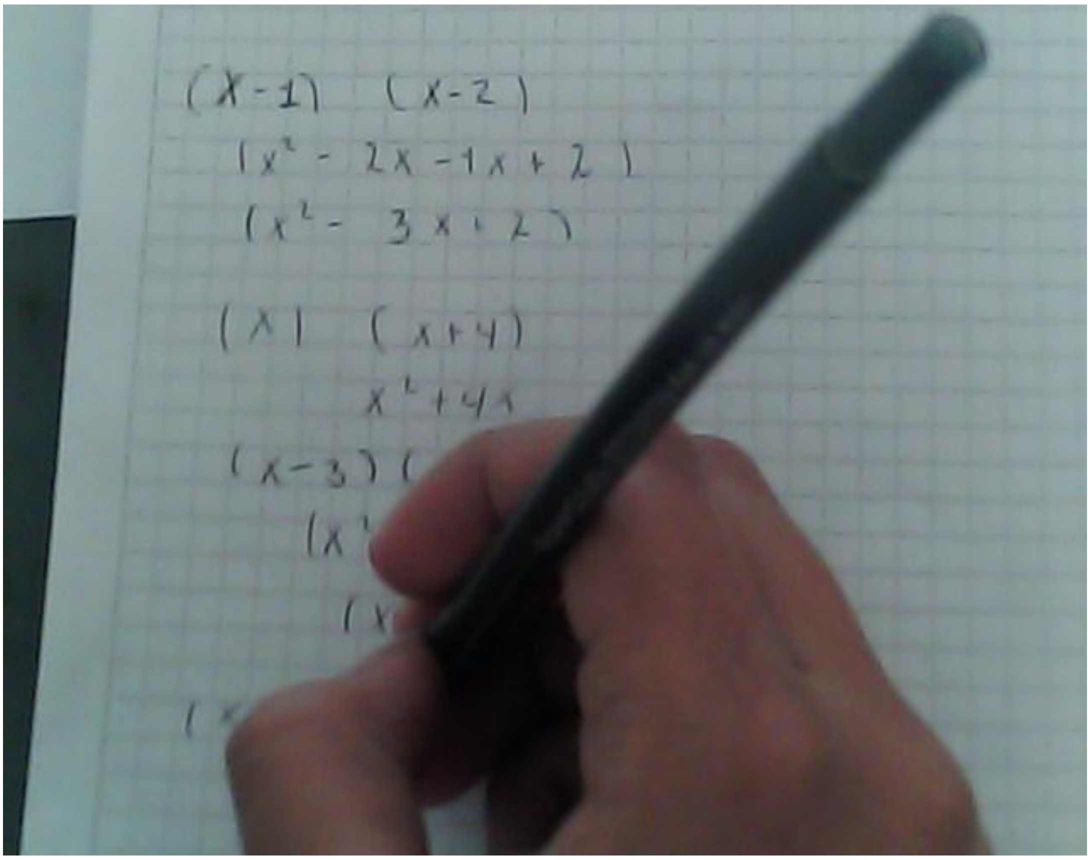


Figura 55. Factorización por parte de un estudiante.

Figura 56. Desarrollo de la dinámica "Tic-Talgebra"

Figura 57. Participación de los estudiantes en la dinámica "Tic-Talgebra"

Anexos 4

Matemática Para Divertirse

Jokan

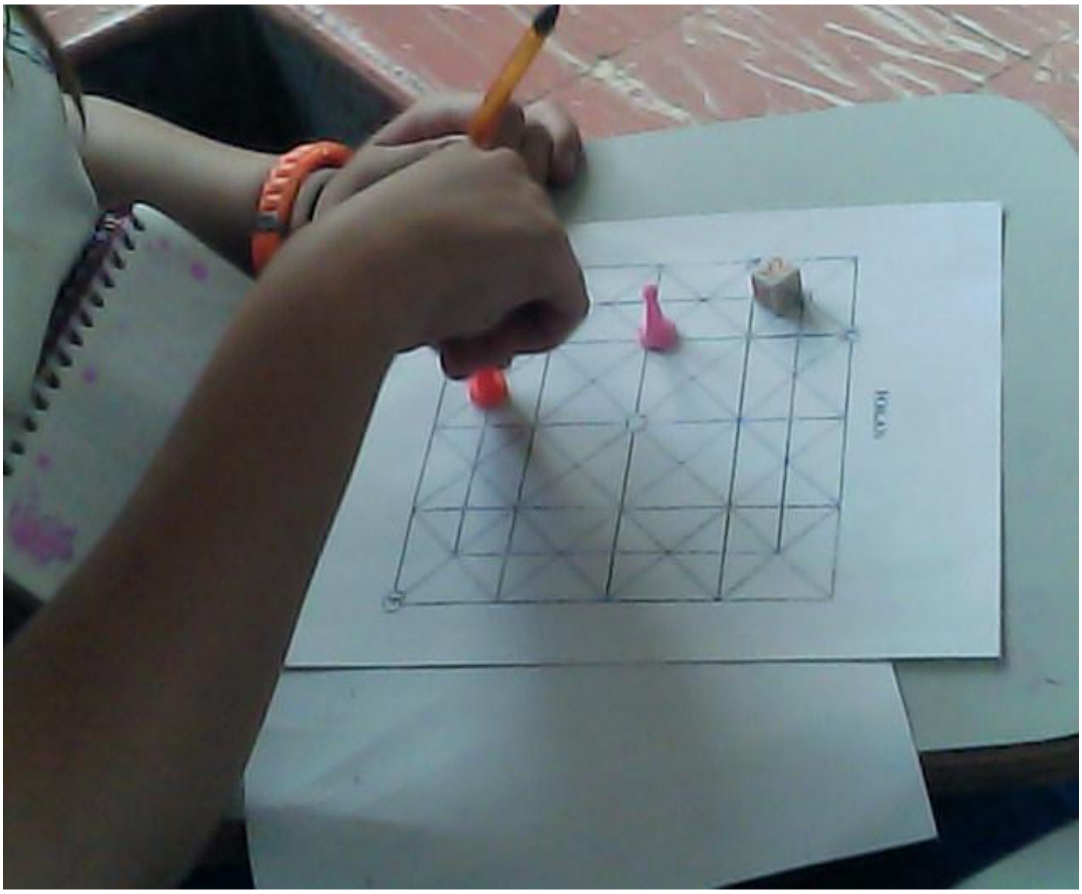


Figura 58. Desarrollo del Juego "Jokan"

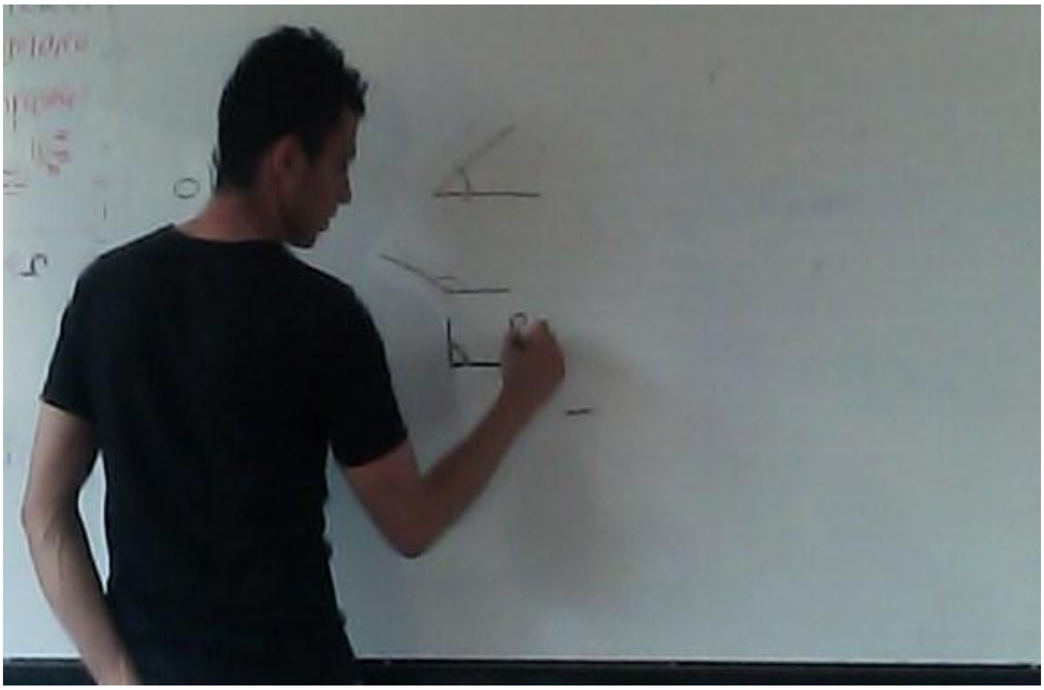


Figura 59. Explicación acerca de los ángulos notables

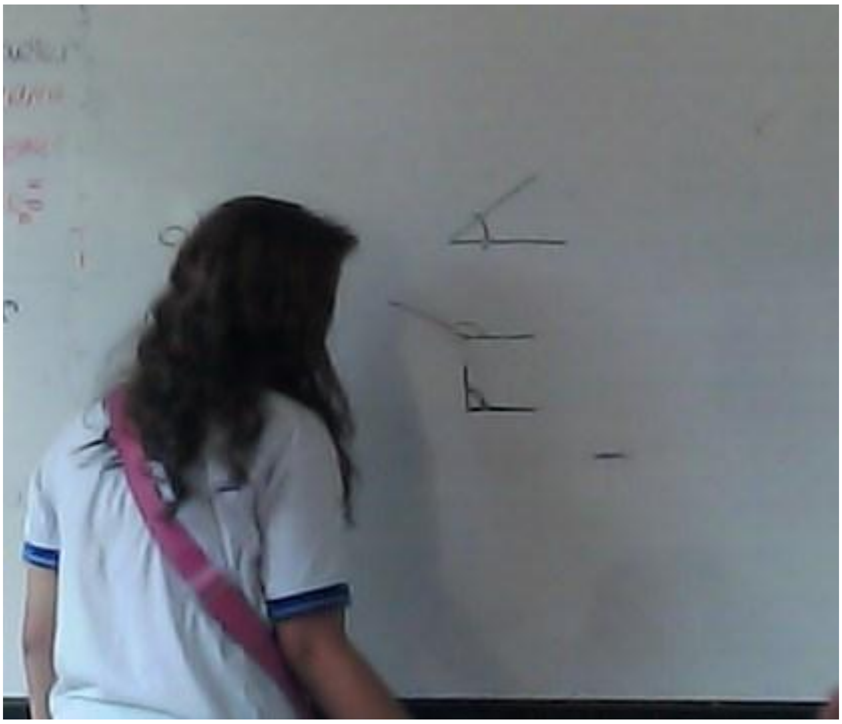


Figura 60. Estudiante interpretando los ángulos notables

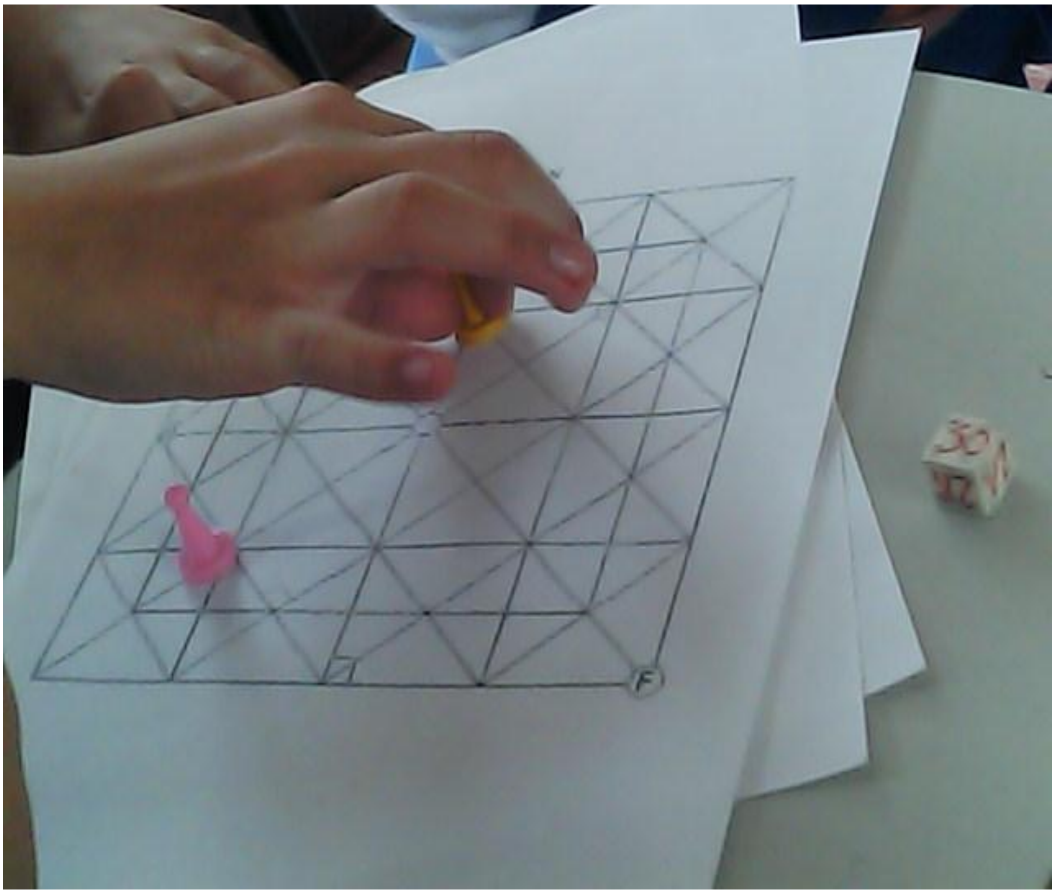
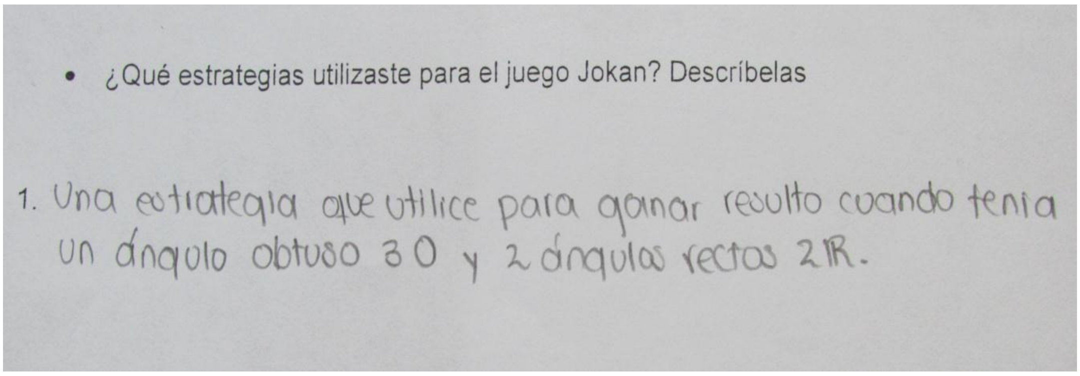


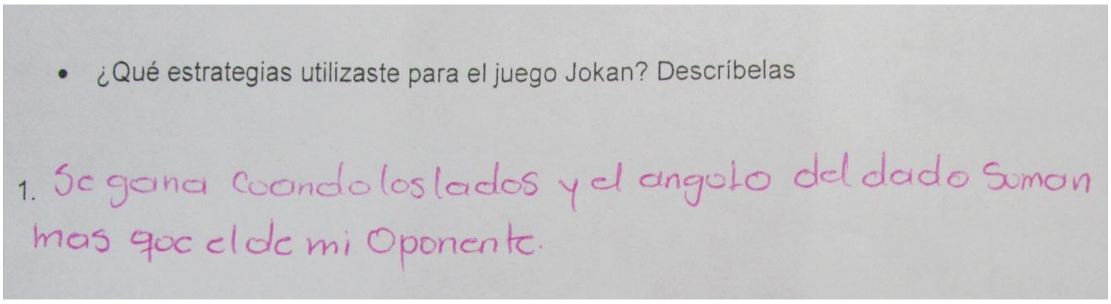
Figura 61. Desarrollo del Juego "Jokan"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Jokan? Descríbelas

1. Una estrategia que utilice para ganar resulto cuando tenia un ángulo obtuso 3 0 y 2 ángulos rectos 2R.

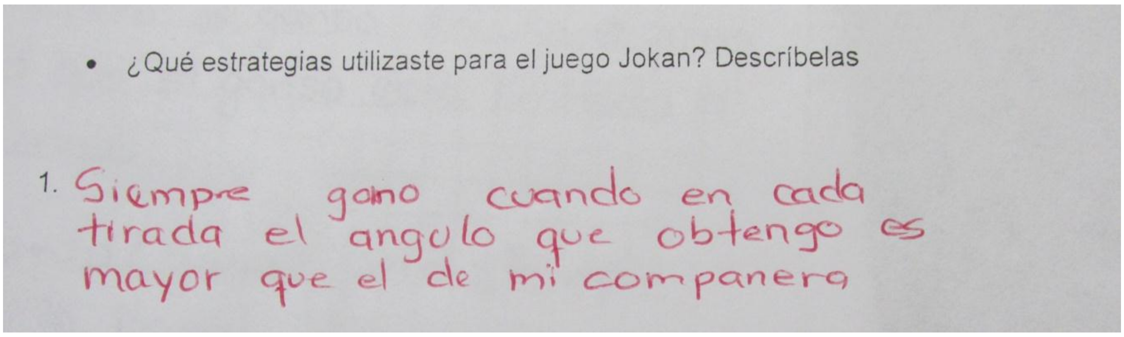
Figura 62. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Jokan"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Jokan? Descríbelas

1. Se gana cuando los lados y el angulo del dado suman mas que el de mi Oponente.

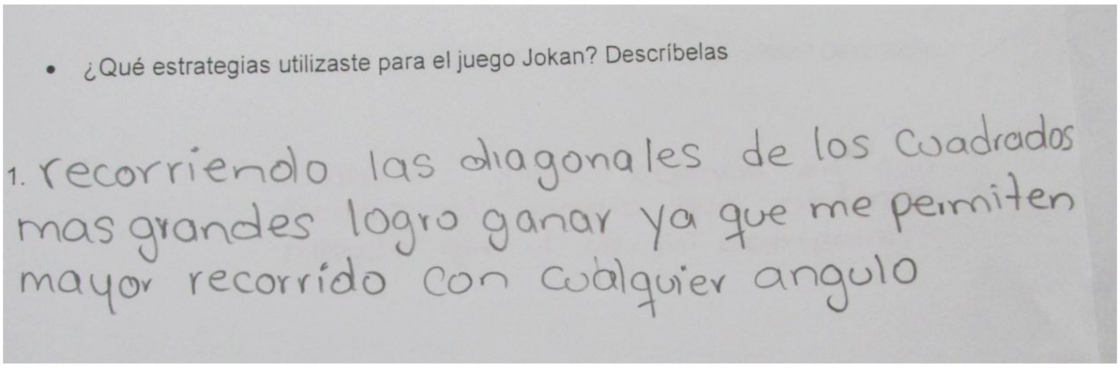
Figura 63. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Jokan"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Jokan? Descríbelas

1. Siempre gano cuando en cada tirada el angulo que obtengo es mayor que el de mi companero

Figura 64. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Jokan"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Jokan? Descríbelas

1. recorriendo las diagonales de los cuadrados mas grandes logro ganar ya que me permiten mayor recorrido con cualquier angulo

Figura 65. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Jokan"

RAYITA

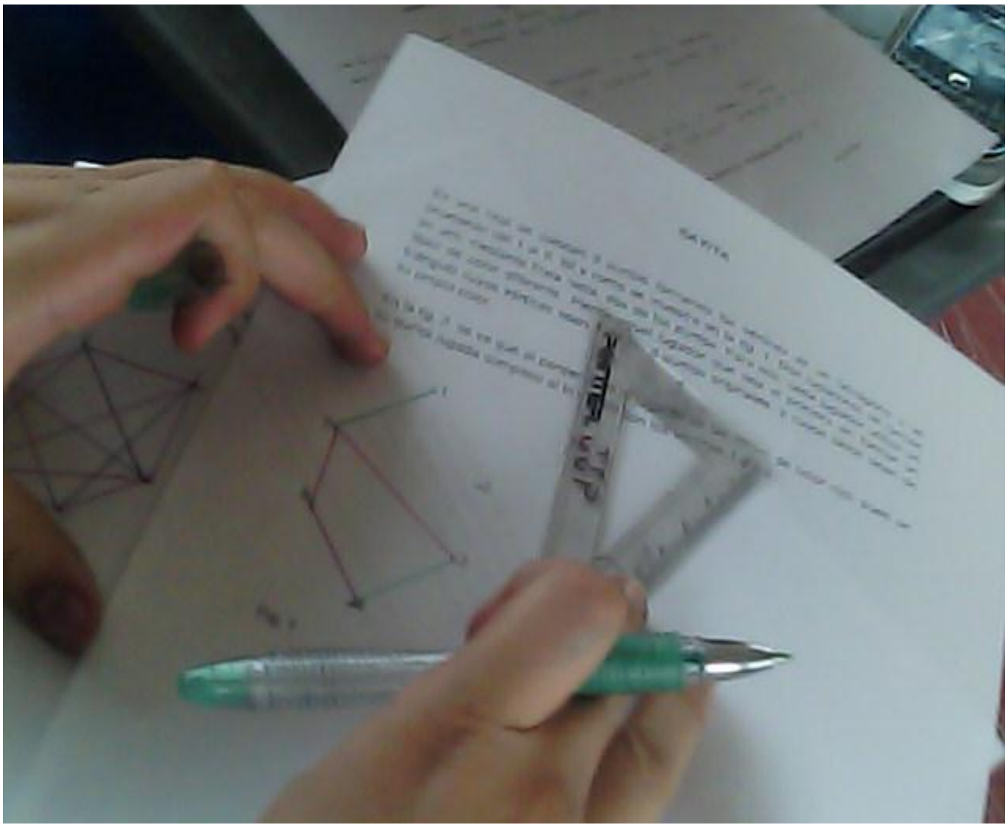
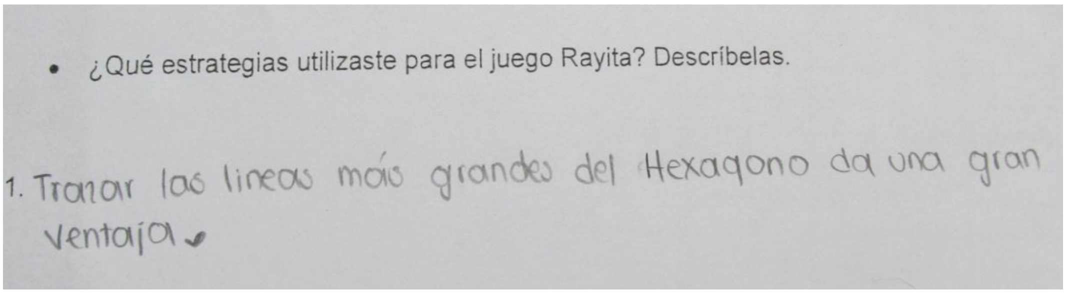


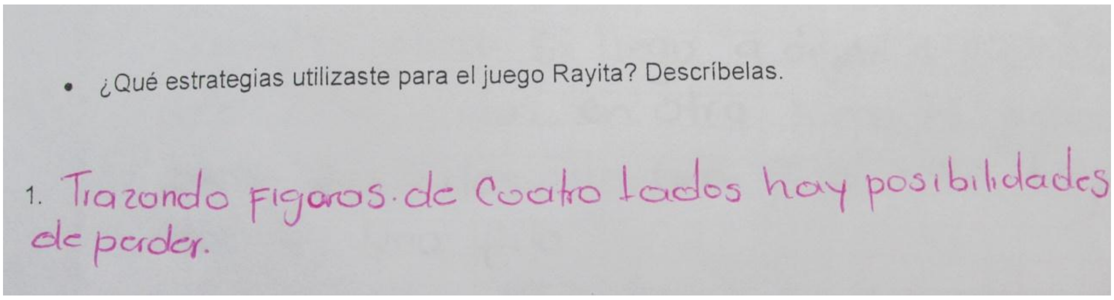
Figura 66. Desarrollo del Juego "Rayita"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Rayita? Descríbelas.

1. Trazar las lineas más grandes del Hexagono da una gran ventaja

Figura 67. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Rayita"


- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Rayita? Descríbelas.

1. Trazando Figuras. de Cuatro lados hay posibilidades de perder.

Figura 68. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Rayita"

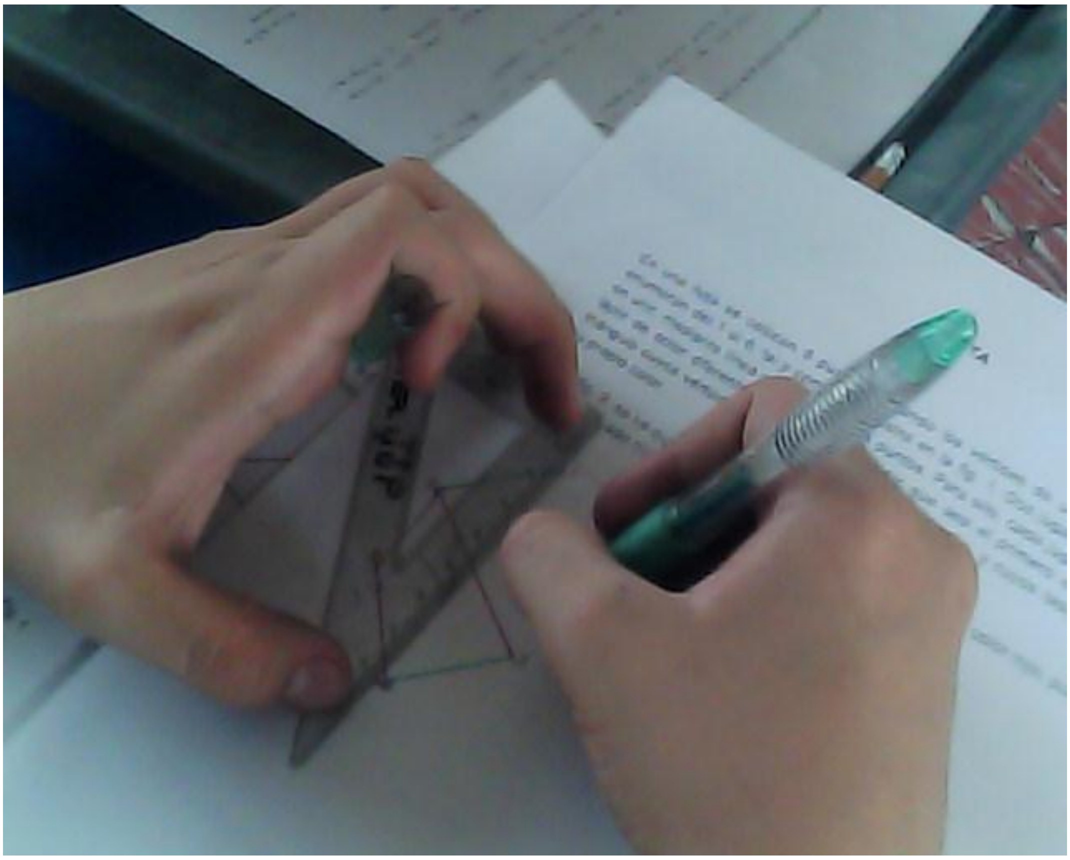
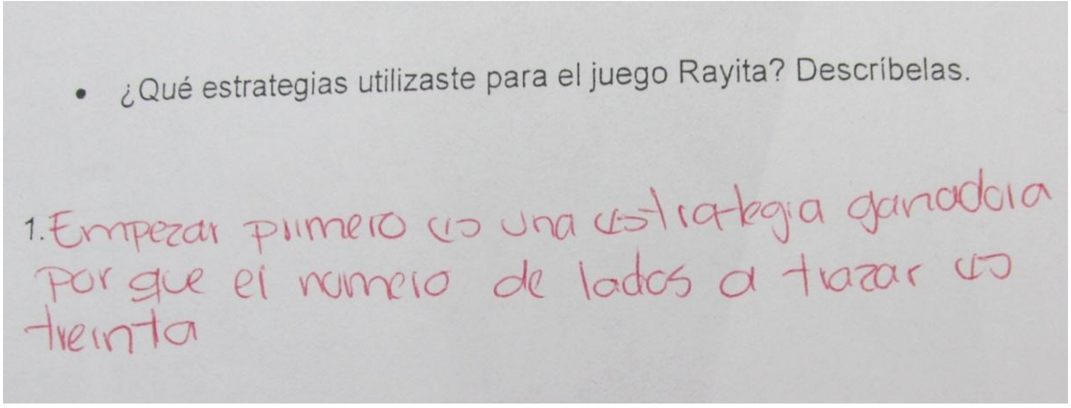


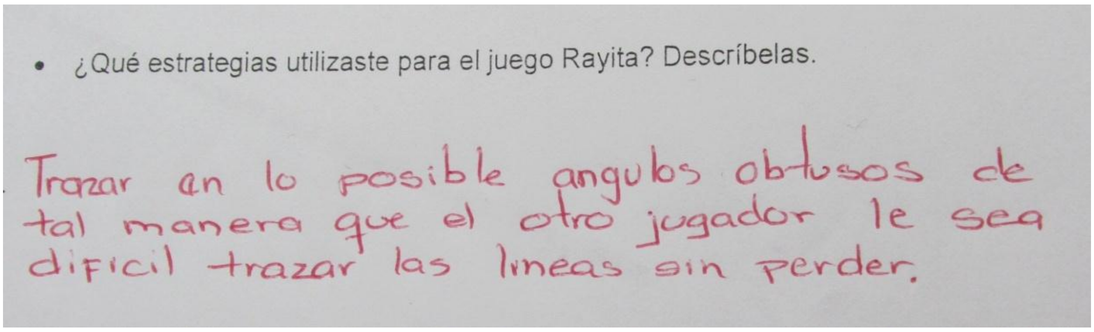
Figura 69. Desarrollo del Juego "Rayita"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Rayita? Descríbelas.

1. Empezar primero es una estrategia ganadora por que el numero de lados a trazar es treinta

Figura 70. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Rayita"



- ¿Qué estrategias utilizaste para el juego Rayita? Descríbelas.

Trazar en lo posible angulos obtusos de tal manera que el otro jugador le sea dificil trazar las lineas sin perder.

Figura 71. Estrategia de un estudiante para el desarrollo del Juego "Rayita"

Anexos 5

LA ESTRELLA DE OCHO PUNTAS Y SEIS PUNTAS

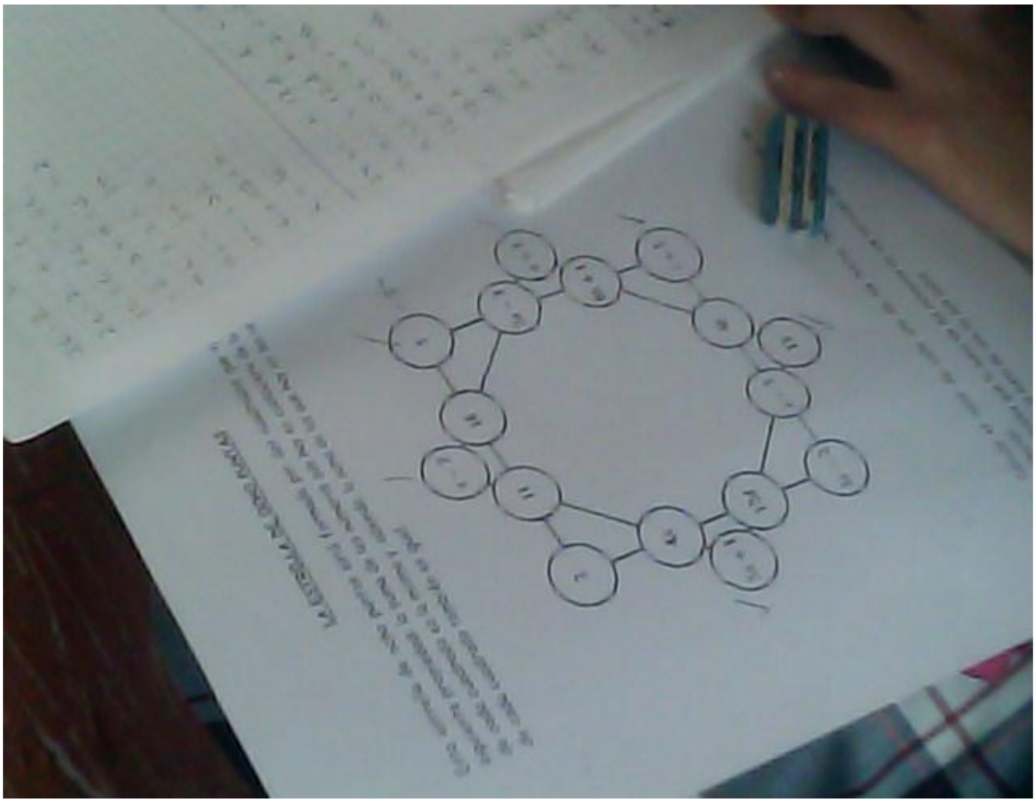


Figura 72 . Desarrollo de la dinámica “Estrella de ocho puntas”

Figura 73 . Desarrollo de la dinámica “Seis Puntas”

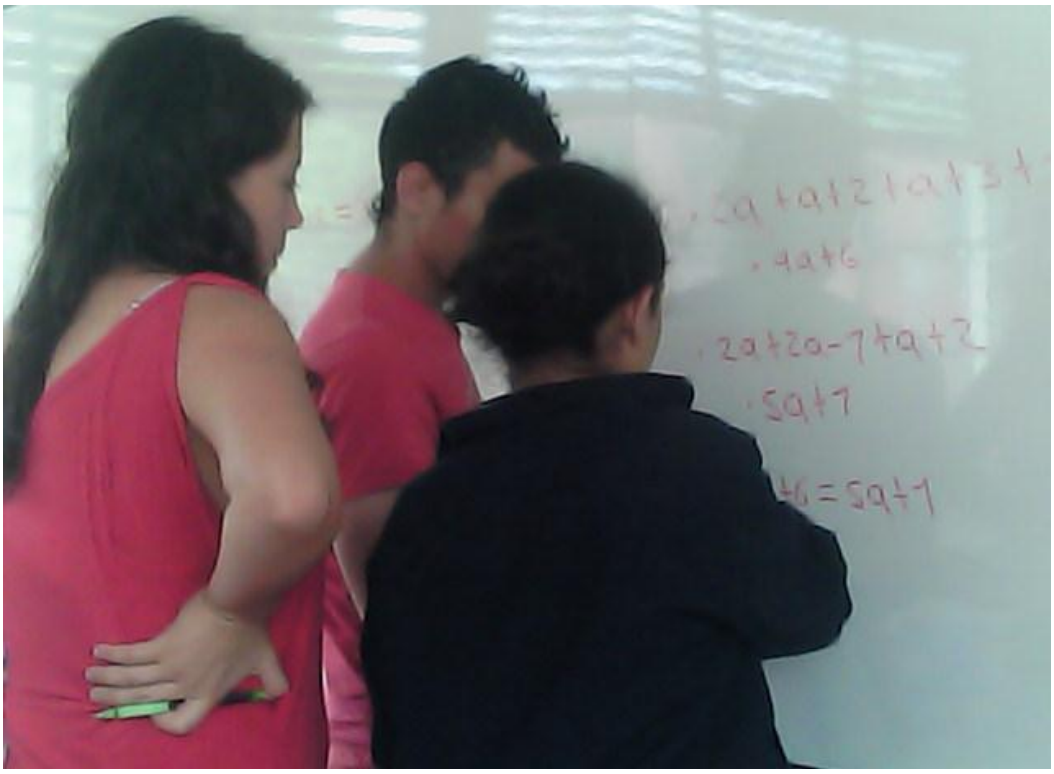


Figura 74. Explicación acerca de la solución de una ecuación de primer grado