Interpretación Geométrica de la Función Cuadrática Realizada por Estudiantes de Grado Noveno de la Escuela Normal Superior de Popayán

Universidad del Cauca

Enid Consuelo Daza Dorado

Jenny Rocio Palta Angulo

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2014

Interpretación Geométrica de la Función Cuadrática Realizada por Estudiantes de Grado Noveno de la Escuela Normal Superior de Popayán

Enid Consuelo Daza Dorado

Jenny Rocio Palta Angulo

Sistematización de la Práctica Pedagógica

Requisito para Optar al Título de Licenciadas en Matemáticas

Director de la Práctica Pedagógica

Mg. Ángel Hernán Zúñiga

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2014

Nota de Aceptación

Mg. Jenny Leonor Rosero

Coordinadora de Licenciatura en Matemáticas

Mg. Ángel Hernán Zúniga Solarte

Director de la Práctica Pedagógica

Dra. Grabriela Arbeláez Rojas

Evaluadora

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios, quien guió siempre todo nuestro proceso. Un agradecimiento muy especial a nuestro director de la práctica pedagógica Ángel Hernán Zúñiga, por el tiempo que dedicó a orientar nuestro proyecto y; por compartirnos un poco de sus saberes que sin lugar a duda contribuyó en el mejoramiento de nuestro trabajo y a la vez, en nuestra formación integral.; a nuestra Evaluadora Grabriela Arbeláez Rojas, por su disponibilidad y por sus observaciones pertinentes. También, a todas las personas, profesores, compañeros y amigos que permitieron de alguna u otra manera hacer posible esta meta.

(Enid Daza, Jenny Palta)

Agradezco enormemente el apoyo brindado por toda mi familia, especialmente, el de mis padres, Elvia María Dorado López y Miguel Adolfo Daza Zemanate; mis hermanas y hermano. Es a ellos, por su esfuerzo, acompañamiento, motivación, dedicación, colaboración; que debo en gran medida, este nuevo logro obtenido en mi formación personal y profesional.

(Enid Daza)

A mis padres que son parte de este sueño quiero agradecerles por apoyarme en todo lo que me he propuesto.

A mi madre Rosa Edilma Angulo por ser el apoyo más grande durante mi educación universitaria pues con su gran ayuda he podido culminar este objetivo en mi vida. Por enseñarme a seguir aprendiendo todos los días sin importar las circunstancia y el tiempo.

A mi padre Carlos Palta por impulsarme cada día a ser mejor y enseñarme a nunca desistir de mis sueños

A mis hermanos, a mi pareja y a mi hija que es el principal motor que me impulsa a ser mejor cada día para que siempre se sienta orgullosa de mí.

A mis primos, mis amigos por ser parte de mi vida, de mis momentos tristes y alegres, por apoyarme y animarme a lograr este sueño que se está haciendo realidad. A Cesar, Giovanni y Diana.

(Jenny Palta)

Resumen

En el presente trabajo se realiza un análisis sobre las estrategias de aprendizaje llevadas a cabo por estudiantes de grado noveno de la Escuela Normal Superior de Popayán, que están relacionadas a la interpretación geométrica de la función cuadrática. Análisis que surgió a partir de diferentes actividades matemáticas desarrolladas durante las dos prácticas docentes (a cargo de Enid Consuelo Daza y Jenny Roció Palta) en la mencionada institución educativa.

Abstract

An analysis of the learning strategies implemented by freshmen in the Superior Normal School of Popayan, which are related to the geometric interpretation of the quadratic function is presented in this paper grade. Analysis came from different math activities during the two teaching practices (by Jenny Rocio Palta and Enid Consuelo Daza) in said school.

Tabla de contenido

Tabla de ilustraciones

INTRODUCCIÓN

En este proyecto de grado se pretende analizar a partir de ciertos registros que se tomaron de diferentes actividades matemáticas durante las prácticas pedagógicas realizadas por Jenny Rocio Palta y Enid Consuelo Daza, una problemática sobre cuáles son las estrategias utilizadas por los estudiantes de grado noveno de la Escuela Normal Superior de Popayán (E.N.S.P.) en la interpretación geométrica de la función cuadrática.

Para el desarrollo de este trabajo se presenta entre otros items, un acercamiento a la institución educativa donde se realizó las prácticas pedagógicas, seguido por el objeto de enseñanza, el objeto de estudio, referentes teóricos del objeto de estudio, análisis de los registros y finalmente, las conclusiones.

Dentro del capítulo sobre el acercamiento a la institución educativa se habla sobre su plan de estudio, se describe su funcionamiento y sus respectivas condiciones curriculares. Como objeto de enseñanza se elige el tema de función cuadrática, por lo cual, el objeto de estudio de este proyecto pedagógico se toma como "estrategias utilizadas por los estudiantes de grado noveno en la interpretación geométrica de la función cuadrática". Los referentes teóricos o las unidades de análisis del objeto de estudio, tienen que ver con nociones y conceptos relacionados a Estrategias de aprendizaje, Función Cuadrática y Pensamiento variacional.

En el análisis de los registros, se tiene en cuenta los planteamientos realizados por varios estudiantes frente a la solución de las actividades propuestas por las practicantes, con la finalidad de captar ciertos patrones o acciones en tal solución que permitan seleccionarlas y clasificarlas como diferentes tipos de estrategias, logrando así, concluir y alcanzar el propósito mencionado.

CAPITULO I
AMBIENTE INSTITUCIONAL

La práctica pedagógica es el lugar donde interactúa el docente en formación, los alumnos, el asesor, la institución educativa y, por supuesto, la universidad, quien define las directrices para llevarla a cabo en su plenitud, acercándose al campo de acción específico, donde se confronta la teoría con la práctica, que en muchos casos está separada.

Es de reconocer que toda práctica educativa no es para nada una tarea fácil de llevar a cabo y más cuando se espera de ella magníficos resultados en todas sus direcciones posibles. De esta manera, y centrándose en el campo de la matemática, se pretende dar una aproximación a los retos que debe enfrentarse un profesional en calidad de docente y el llegar a superarlos, contribuye de manera indiscutible en la construcción del conocimiento a desarrollar.

Desde que el hombre tomó conciencia de que era diferente a las otras especies, y al empezar a razonar sobre lo que lo rodea, el conocimiento se constituyó en una pieza fundamental para él, el cual se iría construyendo a lo largo del tiempo en bases que le permitieran conceptualizarlo. De ahí, la necesidad de reflexionar cada vez más sobre los factores que intervienen en todo acto educativo. Pues, hacer que ese conocimiento permanezca en las generaciones futuras es una preocupación mayor para la pedagogía y en particular para la didáctica que se interesa en cómo modelos pasados y futuros permitan construir mentes que generen interés en un conocimiento que ha sido reconstruido a lo largo de muchas décadas.

Según Ibarra:

El lugar social y cultural del maestro representa una conquista frente a la sociedad y frente al estado, dado por el reconocimiento progresivo de una autoridad y de una práctica también reconocida, que a través de la historia han reportado dignidad a las comunidades y satisfacción de las aspiraciones culturales de sus nuevas generaciones. (Ibarra, 2010)

Siendo ésta una afirmación que de cierto modo inicia reflejando esa gran responsabilidad que tienen los educadores.

Por otro lado, ¿en qué consiste el oficio del maestro? El oficio del maestro es enseñar. Enseñar es señalar, mostrar, indicar la ruta. Hay que dar a los alumnos la oportunidad de transitar su propio camino y encontrar las cosas por sí mismos. Cada vez que entregamos a un alumno un conocimiento ya elaborado y decantado, le estamos quitando la oportunidad de descubrirlo. Lo importante es enseñar a aprender. En ello entra en juego la memoria y también el olvido. A menudo el maestro debe olvidar lo que sabe para que el alumno lo descubra. (Takahashi, 1991).

De esta forma, podría decirse que se está contribuyendo en esa apropiación de conocimientos por parte del estudiantado. En otras palabras, siempre que se esté en contacto con el sujeto psicológico, es decir ensenándole de forma adecuada y pendiente de que él aprenda, sin caer en el error de sólo recitar conocimientos, se tendría la certeza de que el funcionamiento de los diferentes procesos de enseñanza y de aprendizaje es paralelo.

Cabe destacar que los procesos de enseñanza no necesariamente conducen a procesos de aprendizaje. Puesto que, existen los casos donde la forma de llegarles a los estudiantes no son las mejores, no van con su nivel de preparación, etc.; y estos son los casos que solicitan ser analizados más detalladamente; con el propósito de que el papel de maestro o docente al enfrentarse a la práctica se vea reflejado en algo que amerite la asignación de trabajo de calidad que no sólo lo beneficiará como profesional sino también como persona.

Seguidamente, teniendo en cuenta que existen varios tipos de maestros, unos más entregados a su trabajo que otros, aquí se desea que el docente sin importar la denominación (maestro, enseñante, profesor, docente, etc.), evidencie el interés por su labor, se piense como maestro, es decir, sea él en todas sus direcciones posibles, disfrute de su labor, no se salga de los parámetros establecidos, etc. pues de lo contrario el ser maestro se reduciría a un simple método.

En este sentido, el docente pasaría a ser alguien excepcional, alguien que va dejando huellas valiosísimas entre sus estudiantes. Pero al igual que todo lo bueno, esto es algo que requiere de un gran esfuerzo y dedicación, algo que no se consigue de la noche a la mañana y más cuando se trata de matemáticas, que como lo indica (Takahashi, 1991) es una materia que además de ser lo suficientemente compleja, utiliza un lenguaje bastante preciso que no es enteramente reducible al idioma corriente.

De esta manera, el docente además de estar bien formado intelectualmente, con un buen dominio de lo que le corresponde, debe tener las conductas y las formas necesarias no solo para orientar, conducir, acompañar de una buena manera al sujeto educando sino también para comprometerse con él y ayudarlo a entrar en el camino que es. ¿Qué pasaría con una persona que no domine el tema y que quizá tenga buenas formas para enseñar? Pues, sencillamente no puede ser el modelo de docente esperado para una práctica pedagógica. En primer lugar, es cierto que no puede alguien enseñar algo que no sabe o desconoce. Y en segundo lugar, lo que caracteriza la práctica pedagógica es que el saber a enseñar debe ir de la mano de esas formas adecuadas de enseñar y no por separado.

Por lo tanto, la competitividad o la calidad de la persona con profesión docente depende en que tan dispuesta esté en pensarse como tal y actuar como tal. Es decir, asumiendo las diversas responsabilidades que se derivan de tal profesión y realizarlas lo mejor posible.

Definitivamente, el buen maestro se caracteriza por ser esa persona que siempre reflexiona sobre su oficio, su naturaleza, su epistemología y; está atento a las posibles innovaciones constructivas de los modelos de enseñanza ya sean por parte de él o de los que estén en condiciones de hacerlas.

Detrás de lo anterior, de todo lo concerniente al papel docente en una práctica pedagógica, también pueden describirse aproximaciones de las condiciones que deben presentar o asumir el resto de los actores que intervienen en estas prácticas pedagógicas. Donde al igual que la descrita anteriormente se espera que se lleven a cabo de una manera responsable y con toda la coherencia requerida en tales casos; con el fin de responder al verdadero funcionamiento del sistema educativo.

De manera que, las prácticas pedagógicas también pasan a ser consideradas como prácticas culturales que consisten en ese conjunto de acciones que son regularizadas por la sociedad, las cuales se constituyen en cultura y como tal hacen parte de la vida cotidiana y por ende de una formación integral.

Teniendo en cuenta lo anterior, y en el momento de optar por un ambiente escolarizado para realizar la práctica docente se eligió la institución educativa Escuela Normal Superior de Popayán (ENSP). La Escuela Normal Superior de Popayán (ENSP) (Antes Normal Nacional de Señoritas de Popayán) ubicada en el barrio la Ladera (Salida Vía al Sur), es una Institución formadora de Educadores, fundamenta la formación integral en una educación centrada en el estudiante, orientada a partir de la Pedagogía como enfoque y como objeto de conocimiento, pretendiendo formar un individuo participante, crítico, responsable, cuestionador de la realidad que lo circunda e investigador del Saber Pedagógico, Científico, Técnico y Artístico. Esta es una institución que cuenta con el Programa de Formación Complementaria de carácter mixto y cuatro semestres de educación superior, además, para darle continuidad a este proceso de formación superior, se tienen convenios firmados con la Universidad del Cauca y la Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD.

Ilustración 1 foto ESNP

Ilustración 2 foto ESNP

La ENSP es una institución dedicada fundamentalmente a formar Maestros para el nivel de educación preescolar y básica primaria con énfasis en el área de Humanidades (Lenguaje y Comunicación); en jornada única y calendario A.

Los grados de básica secundaria y media tienen un promedio de 35 estudiantes, son grupos heterogéneos, mixtos y con distintos niveles de aprendizaje, varios de ellos han cursado los grados anteriores en la institución, algunos vienen de otros instituciones educativas y aún de otras regiones, son jóvenes con deseos de superación, la mayoría proviene de los barrios de la comuna 6, sur oriental de Popayán, sector con grandes problemas sociales.

De igual forma, la institución presenta un gobierno escolar que según la ley 115/94, Art.142 y Decreto 1860/94, Arts.19 y 20, estará conformado por: el consejo directivo, el rector y el consejo académico. Donde además, el gobierno escolar cuenta con organismos como: el comité de convivencia, el consejo del programa de formación complementaria, la comisión de admisiones, y otros que pueden crearse posteriormente. Ahora, en cuanto a los estudiantes está, el consejo de estudiantes (Decreto 1860/94, Art29), el representante de los estudiantes al Consejo Directivo (Ley 115/94, Art.93), el personero o personera de los estudiantes (Ley 115/94, Art.94 y Decreto 1860. Art.28), y otros que puedan crearse posteriormente, como la Asociación de egresados (Decreto 1860, art.21, numeral 5). Y, en cuanto a los padres de familia se tiene, la asociación de Padres de familia (Código de la infancia y la adolescencia ó Ley 1098 del 8 de Noviembre de 2006; Corte Constitucional Sentencia 041 de Febrero 31/94; Decreto 1625 de 1.972, art. 1; Ley 115/94, arts. 4 Y 7; Decreto 1860/94, art.30; Decreto No. 1286 del 27 Abril de 2005), el consejo de padres de familia (Decreto 1860 art. 31, Decreto 1286 de 2006, Art. 5º), y otras instancias, comités u organismos que en el futuro se puedan crear.

Se menciona desde el proyecto educativo institucional que sus objetivos como institución giran en torno a los siguientes:

I. Contribuir a la formación integral de los ciudadanos.
II. Construir un Proyecto Educativo Institucional que integre el servicio educativo de preescolar, básica, media y Ciclo Complementario de Formación Docente.
III. Formar docentes para el nivel de preescolar y ciclo de primaria, acorde con los nuevos requerimientos del sistema educativo colombiano, y en especial para que se desempeñen con un alto sentido humano y profesional en contextos multiculturales y lingüísticamente diferenciados.
IV. Fortalecer la identidad profesional del educador, su valoración y proyección en el contexto social como un dinamizador de la cultura.

V. Articular, académicamente el Ciclo Complementario, con programas de Educación Superior con el propósito de garantizar la continuidad en la formación y perfeccionamiento docente.

VI. Incentivar y consolidar las comunidades pedagógicas regionales, de profesores, estudiantes, y egresados, y promover su integraci6n nacional con otras comunidades homologas, para confrontar saberes y experiencias.

VII. Desarrollar conjuntamente con Instituciones de Educación Superior, programas de actualización y perfeccionamiento de docentes, especialmente de preescolar y básica primaria.

VIII. Producir, recrear y difundir materiales de apoyo a la labor educativa, preferiblemente para los niveles de preescolar y básica primaria.

IX. Promover y fomentar eventos pedagógicos encaminados a socializar los avances en su proceso de investigación y formación didáctico-pedagógica.

Específicamente el trabajo pedagógico en matemáticas de la institución se articula con los proyectos pedagógicos de grado, mediante las siguientes estrategias:

I. El diseño y edición de guías y módulos: para los grados de básica secundaria y educación media, cuyos propósitos centrales son:

a) Fortalecer los logros de la propuesta de guías de trabajo

b) Mejorar las situaciones que configuraron dificultades.

c) Generar interés por la activa participación en el aprendizaje, con el estudio, consulta y desarrollo de cada bloque temático, para ir creando una cultura autodidacta.

d) Crear espacios escolares y extraescolares que faciliten los procesos de enseñanza-aprendizaje y se asuman con motivación y credibilidad en sí mismos.

e) Contar con mayores herramientas de evaluación de los logros propuestos.

f) Identificar aptitudes y actitudes hacia niveles superiores de estudio de las matemáticas.

II. Elaboración de evaluaciones

La concepción de evaluación de los aprendizajes está estrechamente ligada a las concepciones mismas de evaluación y aprendizaje. En educación, no se concibe abordar su discusión por separado, puesto que el objeto de estudio de la evaluación es precisamente el aprendizaje. Si se parte de la concepción de aprendizaje como el proceso de internalización de pautas de comportamiento como resultado de un proceso intencionado de enseñanza-aprendizaje, se tendrán entonces distintas teorías desde el conductismo, el constructivismo, y para nuestro caso en la ENSP, especialmente Piaget, Vygotsky, Ausbel, entre otras. Cada una con diferentes paradigmas, el conductismo con su estimulo–repuesta, el constructivismo con la manipulación de objetos y la experimentación, Piaget con los procesos de asimilación-acomodación y el equilibrio cognitivo, Vygotsky con la sociabilidad y la zona de desarrollo próximo, Ausbel con los preconceptos y el aprendizaje significativo. La concepción que se tenga de aprendizaje determina la selección de las estrategias para cualquier acción evaluativa.

De acuerdo con la experiencia, la evaluación es un proceso continuo que permite determinar en qué grado se ha producido integralmente modificaciones conceptuales y actitudinales en el estudiante en términos de los objetivos propuestos para el aprendizaje. El aprendizaje se consolida en el estudiante a través de los procesos de asimilación-acomodación, articulando el nuevo conocimiento con los que ya posee, reajustando y reconstruyendo ambos conocimientos en este proceso de desequilibrio y equilibrio cognitivo, procesos que se consolidan desde los preconceptos y el compartir social.

Este complejo proceso de evaluación requiere no sólo de una seria reflexión sino de espacios para diseñar y trabajar evaluaciones de acuerdo con los criterios y la nueva concepción de las pruebas icfes y la prueba interna de la Universidad del Cauca, articulando las competencias, los estándares y la resolución de problemas.

Para ganar habilidades en el manejo de este tipo de pruebas la institución cuenta con un banco de evaluaciones tipo icfes con similitud a las pruebas internas de la Universidad del Cauca para trabajarlas en los espacios formales y en contra jornada en consenso con los estudiantes.

III. Continuidad de proyectos colaborativos: cuyo objetivo es el reconocimiento del contexto de la cuidad, su arquitectura, urbanismo, arte y comercio desde la óptica de las matemáticas, para desarrollar un trabajo interdisciplinario que incluya un proceso de lectura y escritura sobre los edificios y lugares históricos de la ciudad y realizar una reflexión de su arquitectura con la formulación de problemas matemáticos que tenga en cuenta su estructura específica.

IV. Trabajo de recuperación y fortalecimiento de principios y valores: para contribuir a la formación del estudiante como persona que permita rescatar un conjunto de cualidades positivas, fortaleciendo sus valores e interiorice pautas de comportamiento que consolide sus principios. Este trabajo se hará en forma permanente en cada clase y en cada trabajo individual y grupal que se desarrollen en el marco de articulación con el proyecto pedagógico de grado.

V. Cultura general de las matemáticas: en el propósito de desarrollar una cultura general de las matemáticas, masificando el interés por el estudio y el conocimiento de las matemáticas como ciencia, una meta es impulsar en la institución, desde los diferentes niveles –preescolar, básica, media- al menos una actividad o evento de difusión de las matemáticas con la participación de toda la comunidad educativa y a partir de temas llamativos para todas las áreas del conocimiento.

El escoger la Escuela Normal Superior de Popayán para realizar la práctica pedagógica, fue en gran medida, por la ubicación geográfica y por otra parte, porque los directivos de esta institución facilitaron el acceso al aula.

CAPITULO II
OBJETO DE ENSEÑANZA

Una vez escogida la institución educativa Escuela Normal Superior de Popayán (ENSP) para realizar la práctica docente, es necesario mencionar ciertos aspectos que se tuvieron en cuanta antes, durante y después de la docencia directa como tal en dicha institución.

Para llevar a cabo la práctica docente, en un principio, hubo un acercamiento a la institución esto fue, por medio de reuniones realizadas entre profesores (de matemáticas) de la institución y el director de la práctica, se conoció además del plan de estudios de matemáticas, de algunas condiciones curriculares; el tiempo o momento en el que se empezaría la intervención en el aula. Paralelamente a este acercamiento se hizo una planeación sobre el tema que se pretendía desarrollar en el aula con los estudiantes, el cual corresponde a la representación gráfica de la función cuadrática y que se implementó con estudiantes del grado noveno según lo establece el plan de estudios de la institución.

Antes de continuar con los otros aspectos, es de mencionar que en este trabajo se tendrá en cuenta dos prácticas pedagógicas que se realizaron en el mismo periodo de tiempo, en la misma institución educativa, en el mismo grado pero en grupos diferentes. El acceso a las instalaciones de aula fue por medio de dirigentes académicos, entre ellos, el profesor titular de matemáticas Gerardo Ruiz. Los dos grupos de estudiantes con los que se trabajó fueron, el grado Noveno-D (9-D) a cargo de Jenny Rocío Palta, y el grado Noveno-B (9-B) dirigido por Enid Consuelo Daza.

Ahora bien, otro aspecto sobre la práctica es que antes de su realización se efectuó un proceso de observación, con el propósito de familiarizarse con la metodología utilizada por el profesor titular, con la forma de trabajo de los estudiantes, para luego, tomar una decisión sobre la forma de trabajo que conlleve a mejor desempeño académico.

Durante la docencia directa, dentro de las actividades matemáticas realizadas están: Tareas, talleres experimentos relacionados con el tema, una situación problema y clases magistrales con participación de los estudiantes. Actividades realizadas en tiempos determinados. Después de dichas actividades y de ciertos inconvenientes que casi nunca faltan, como por ejemplo, actividades culturales de toda la institución, reuniones, día de pruebas Saber para el grado noveno, etc., se logró abarcar en gran medida lo planeado.

Todas las actividades propuestas a los estudiantes eran calificables, por tanto, se hizo un consenso de notas que daría fe de todo el proceso de desempeño académico del estudiante. De esta manera, las actividades presentadas no sólo permitieron que los estudiantes tuvieran la calificación respectiva al periodo en el que se hizo la intervención pedagógica, sino también, dejar registros de las diferentes actividades que serían necesarios para la construcción del proyecto.

CAPITULO III
OBJETO DE ESTUDIO

De la práctica docente se analizará la problemática sobre ¿Cuáles son las estrategias utilizadas por estudiantes de grado noveno de la Escuela Normal Superior de Popayán, en la interpretación geométrica de la función cuadrática?. Ésta, se abordará desde distintos referentes teóricos relacionados a nociones y conceptos tales como, las estrategias utilizadas por los estudiantes que a su vez están relacionadas con el aprendizaje significativo y la función cuadrática. Adicionando además referentes teóricos acerca del pensamiento variacional, puesto que algunas evidencias recopiladas en la práctica docente presentan indicios de este pensamiento.

Estrategias de Aprendizaje

La investigación en estrategias de aprendizaje se ha enfocado en el campo del denominado aprendizaje estratégico, a través del diseño de modelos de intervención cuyo propósito es dotar a los alumnos de estrategias efectivas para el mejoramiento en áreas v dominios determinados. (Díaz & Hernández, 1999, p.2)Para aproximarse a la definición de lo que es una estrategia de aprendizaje es preciso hacer una reflexión sobre este concepto como los procesos que sirven de base a la realización de tareas intelectuales.

Refiriéndose a las estrategias utilizadas por los estudiantes, cabe en primer lugar presentar la definición de estrategia adoptada en este proyecto. Es casi un tópico recordar que el término “estrategia” procede del ámbito militar, en el que se entendía como “el arte de proyectar y dirigir grandes movimientos militares” (Gran Enciclopedia Catalana, 1978) y, en este sentido, la actividad del estratega consistía en proyectar, ordenar y dirigir las operaciones militares de tal manera que se consiguiera la victoria. También en ese entorno militar los pasos o peldaños que forman una estrategia son llamados “técnicas” o “tácticas”.

Son muchos los autores que han explicado qué es y qué supone la utilización de estrategias a partir de esta primera distinción entre una técnica y una estrategia. Las técnicas pueden ser utilizadas de forma más o menos mecánica, sin que sea necesario para su aplicación que exista un propósito de aprendizaje por parte de quien las utiliza; las estrategias, en cambio, son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje.

Así pues, “las estrategias de aprendizaje son procesos de toma de decisiones (conscientes e intencionales) en los cuales el estudiante elige y recupera, de manera coordinada, los conocimientos que necesita para satisfacer una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción” (Monereo 1994)

Las estrategias de aprendizaje son clasificadas en estrategias de recirculación de la información que son consideradas las más primitivas y básicas, estrategias cognitivas, estrategias metacognitivas y estrategias de manejo de recursos, descritas a continuación.

Las estrategias de recirculación de la información suponen un procesamiento de carácter superficial y son utilizadas para conseguir un aprendizaje "al pie de la letra" de la información. La estrategia básica es un repaso, el cual consiste en repetir una y otra vez (recircular) la información que se ha de aprender en la memoria de trabajo, hasta lograr establecer una asociación para luego integrarla en la memoria a largo plazo. Las estrategias de repaso simple y complejo son útiles especialmente cuando los materiales que se ha de aprender no poseen o tienen escasa significatividad lógica, o cuando tienen poca significatividad psicológica para el aprendiz; de hecho puede decirse que son (en especial el repaso simple) las estrategias básicas para el logro de aprendizajes repetitivos o memorísticos (Alonso, 1991; Pozo, 1989).

Las estrategias cognitivas, hacen referencia a la integración del nuevo material con el conocimiento previo. La mayor parte de las estrategias incluidas dentro de esta categoría; en concreto, las estrategias de selección, organización y elaboración de la información, constituyen las condiciones cognitivas del aprendizaje significativo (Mayer, 1992). Este autor define el aprendizaje significativo como un proceso en el que el aprendiz se implica en seleccionar información relevante, organizar esa información en un todo coherente, e integrar dicha información en la estructura de conocimientos ya existente.

En cuanto a las estrategias metacognitivas ellas se refieren a la planificación, control y evaluación por parte de los estudiantes de su propia cognición. Son un conjunto de estrategias que permiten el conocimiento de los procesos mentales, así como el control y regulación de los mismos con el objetivo de lograr determinadas metas de aprendizaje (González y Tourón, 1992).

Las estrategias metacognitivas equivalen a lo que Weinstein y Mayer (1986) denominan como estrategias de control de la comprensión. Según Monereo y Clariana (1993), estas estrategias están formadas por procedimientos de autorregulación que hacen posible el acceso consciente a las habilidades cognitivas empleadas para procesar la información. Para estos autores, un estudiante que emplea estrategias de control es también un estudiante metacognitivo, ya que es capaz de regular el propio pensamiento en el proceso de aprendizaje.

Las estrategias de manejo de recursos, en cambio son una serie de estrategias de apoyo que incluyen diferentes tipos de recursos que contribuyen a que la resolución de la tarea se lleve a buen término (González y Tourón, 1992). Tienen como finalidad sensibilizar al estudiante con lo que va a aprender; y esta sensibilización hacia el aprendizaje integra tres ámbitos: la motivación, las actitudes y el afecto (Beltrán, 1996; Justicia, 1996).

La importancia de los componentes afectivo-motivacionales en la conducta estratégica es puesta de manifiesta por la mayor parte de los autores que trabajan en este campo. Todos coinciden en manifestar que los motivos, intenciones y metas de los estudiantes determinan en gran medida las estrategias específicas que utilizan en tareas de aprendizaje particulares. Por eso, entienden que la motivación es un componente necesario de la conducta estratégica y un requisito previo para utilizar estrategias.

Todo esto indica que los estudiantes suelen disponer de una serie de estrategias para mejorar el aprendizaje, aunque la puesta en marcha de éstas depende, entre otros factores, de las metas que persigue el alumno, referidas tanto al tipo de metas académicas (p.ej., metas de aprendizaje, metas de rendimiento) como a los propósitos e intenciones que guían su conducta ante una tarea de aprendizaje en particular. De este modo, parece que no es suficiente con disponer de las estrategias de aprendizaje adecuadas; es necesario también saber cómo, cuándo y porqué utilizarlas, controlar su mayor o menor eficacia, así como modificarlas en función de las demandas de la tarea. Por tanto, el conocimiento estratégico requiere saber qué estrategias son necesarias para realizar una tarea, saber cómo y cuándo utilizarlas. Además, es preciso que los estudiantes tengan una disposición favorable y estén motivados, tanto para ponerlas en marcha como para regular, controlar y reflexionar sobre las diferentes decisiones que deben tomar en el momento de enfrentarse a la resolución de esa tarea. Symons, Snyder, Cariglia- Bull y Pressley expresan con bastante nitidez estas ideas al afirmar lo siguiente: “Un pensador competente analiza la situación de la tarea para determinar las estrategias que serían apropiadas. A continuación, se va formando un plan para ejecutar las estrategias y para controlar el progreso durante la ejecución. En el caso de dificultades, las estrategias ineficaces son abandonadas en favor de otras más adecuadas. Estos procesos son apoyados por creencias motivacionales apropiadas y por una tendencia general a pensar estratégicamente" (Symons).

Por consiguiente, cuando se aborda el tema de las estrategias de aprendizaje no puede quedar sólo reducido al análisis y puesta en marcha de determinados recursos cognitivos que favorecen el aprendizaje; es preciso, además, recurrir a los aspectos motivacionales y disposicionales que son los que, en último término, condicionan la puesta en marcha de dichas estrategias. Aunque para realizar un óptimo aprendizaje sea necesario saber cómo hacerlo, poder hacerlo, lo que requiere ciertas capacidades, conocimientos, estrategias, etc.; también se precisa de una disposición favorable por parte del estudiante para poner en funcionamiento todos los recursos mentales disponibles que contribuyan a un aprendizaje eficaz.

Función Cuadrática

Hablando un poco sobre la historia de las matemáticas y refiriéndose a las matemáticas griegas se dice que la historia más antigua de estas matemáticas griegas fue escrita en el siglo IV a.C por un discípulo de Aristóteles, Eudemo. Un breve extracto de esta obra aparece en el comentario sobre el libro I de los elementos de Euclides, escrito por Proclo en el siglo VI d.C. Gracias a él, podemos saber entre otras cosas, que el fundador de las matemáticas griegas, y más exactamente el fundador de la geometría griega, fue Tales de Mileto quien al parecer adquirió sus conocimientos en el curso de viajes efectuados a Egipto y los introdujo en Grecia durante el siglo VI. Eudemo habla de Tales como de alguien que inventó varias cosas y mostró a sus sucesores la vía para establecer los principios de algunas de ellas, unas universales y otras referidas a algo concreto. En este fragmento conservado por Proclo, se menciona también el nombre de Pitágoras, que vivió en el siglo VI, como el de aquél que transformó, estudiando sus principios de una manera más atractiva y examinando sus teoremas bajo el prisma de la inteligencia, la filosofía (geometría) en una doctrina liberal, accesible a todos. (Enciclopedia Encarta, 2007)

Fue, según Eudemo, el inventor de la teoría de los números irracionales y el que construyó los cinco sólidos regulares. En base a este breve testimonio, se menciona que es de admitir la influencia egipcia e incluso babilónica en el origen de las matemáticas griegas; si bien los griegos, al mismo tiempo que tomaron prestados de las civilizaciones anteriores ciertos conocimientos matemáticos y astronómicos, transformaron esta herencia cultural en una ciencia deductiva (al menos a partir de Pitágoras) en la que las nociones de demostración, teorema definición y axioma sustituyeron al carácter empírico y particular de las matemáticas prehelénicas. (Enciclopedia Encarta, 2007).

Ahora, para abordar una historia de la función cuadrática se tendrá en cuenta los planteamientos realizados por Mesa Yadira y Villa Jhony (2008), en el documento Reflexión Histórica, Epistemológica y Didáctica del Concepto de Función Cuadrática. De dicho documento se conservará contenido y en parte, la forma que ellos usan para hacer su presentación.

Así, centrándose en la historia sobre algunos elementos de tipo epistemológico y que a su vez, son herramientas para la construcción didáctica del concepto de función cuadrática al interior del aula de clase se puede determinar que las nociones asociadas a lo "cuadrático" atravesaron por al menos cuatro momentos, a saber: Las ecuaciones, las cónicas, la cinemática y las funciones.

Ecuaciones

El concepto de ecuación es uno de los más importantes del análisis matemático actual, y ha estado presente a través de la historia en diversas culturas. Por ejemplo:

Babilonia: En esta cultura las "nociones cuadráticas" se encontraron asociadas a situaciones en donde el concepto de cuadrado tenía una concepción aritmética con ciertos niveles básicos de generalización tal como se observa en la siguiente situación:

"Hallar un número tal que sumado a su inverso dé un número dado" que conduce a una ecuación cuadrática Kline (1972, 26). La geometría no tuvo un lugar trascendental en el desarrollo de la matemática babilónica, sin que ello no quiera decir que no se recurría a representaciones geométricas. Estas representaciones no fueron trabajadas con la rigurosidad que caracterizó más adelante a la cultura griega como se verá a continuación. (Kline 1972, p 29)

Grecia: Sin lugar a duda los griegos marcaron un hito aún más especial en la construcción de las nociones cuadráticas. Se puede hablar en la cultura griega dos aspectos: uno de carácter aritmético y el otro geométrico. Con respecto a lo aritmético, la escuela pitagórica establece razonamientos numéricos para sucesiones y progresiones, haciendo un empalme con la geometría en relación con los números figurados. Se observa también en sus trabajos cierta captación de algunas variaciones y predicciones a través de pequeños incrementos.

Por su parte lo geométrico, tiene como representante a Euclides quien en los Elementos ofrece una noción más estructurada del concepto de cuadrado desde una perspectiva geométrica. El cuadrado se da a conocer en los siguientes términos: "…de entre las figuras cuadriláteras, cuadrado es la que es equilátera y rectangular…". Según Puertas (1999, p.96), "… para dibujar un cuadrado [Euclides] a partir de un lado la expresión dada es anagrápsaiapó (…) que indica la acción de dibujar repetidamente a partir de una recta dada (un lado) las demás rectas (lados) que cierran un cuadrado". Exactamente la misma definición la retoma en su libro sobre áreas en donde se evidencia los vínculos entre la aritmética y la geometría dado que la noción de cuadrado aparece como figura y área a la vez. Cabe destacar la manera en que los segmentos no correspondían necesariamente a valores particulares, de lo que se desprende cierto grado de generalización.

Árabe: Como anota Boyer (1969 p.112,) "…había que construir un álgebra geométrica que generalizase y ocupase el lugar de la vieja álgebra aritmética", aunque ésto lo cita en relación con los griegos, aplica también para los árabes en tanto se valieron de los trabajos de Euclides para el desarrollo del álgebra, por ello la concepción cuadrática remite a su representación geométrica, como la propuesta en los Elementos. En este sentido los árabes logran darle generalidad a sus procedimientos aritméticos recurriendo a la geometría para demostrar la validez de sus razonamientos. Esto supone un avance en tanto el paso a la generalidad, y permite evidenciar un obstáculo en la concepción de las raíces de una ecuación, ya que éstas eran referidas a segmentos y las cantidades negativas carecen de representación, aunque conocían por influencias hindúes el trabajo con los negativos.

Es necesario precisar que las ecuaciones para esta época se presentaban de manera retórica.

Cónicas

En el rastreo histórico se puede determinar otro momento que cumplió un papel muy importante en la conceptualización de “lo cuadrático”. Se resaltan principalmente en las siguientes culturas:

Griega: Llama particularmente la atención la formulación de las secciones cónicas por Apolonio quien a la vez las estudia aproximándose de una forma sorprendente al estudio de coordenadas. En la literatura revisada se puede inferir que de no ser por los pocos recursos conceptuales de los que disponía Apolonio hubiese dado un paso importante a la creación de la geometría analítica. Es importante además el significado de “parábola” como equiparación, similar al concepto de paralelogramo de Euclides en los que por supuesto se encuentra la figura cuadrilátera, cabe inferir como la concepción cuadrática se refiere a un proceso también de conversión de áreas.

En relación con la búsqueda de solución a alguno de los tres problemas típicos de la Grecia Clásica, Hipócrates de Chíos afirma que el problema de la duplicación del cubo “…puede reducirse a encontrar dos medias proporcionales entre la arista dada y su doble (…) En nuestra notación algebraica, sean x e y tales que a/x=x/y=y/2a . Entonces x^2=ay e y^2=2ax”. Kline (1972, p. 70) esta afirmación conduce a una ecuación cuadrática de lo que puede deducirse que cuadrado es el producto que se desprende de la media proporcional, pero a su vez ésta se evidencia como un segmento que es nombrada como raíz, por lo tanto también como una solución.

Siglo XVII: Esta época se caracteriza por tratar de definir las cónicas como curvas correspondientes a ecuaciones de segundo grado, en x e y, así se establece el estudio de los lugares geométricos estableciendo un puente para transitar entre la Geometría y el Álgebra, lo que permite asociar curvas y ecuaciones. Es importante recalcar además la importancia aritmética en esta transición.

Las cónicas y en particular la parábola se consideran en la actualidad como referentes importantes de relaciones cuadráticas, sin embargo se observa que históricamente surgieron de forma independiente a las nociones de variación y cambio relativas al concepto de función. Vale la pena generar las reflexiones pertinentes sobre las implicaciones que tendría en el aula de clase continuar replicando esta parte de la historia abordando dichos conceptos de manera independiente o por el contrario, evaluar las implicaciones que tendría para la comprensión de ambos conceptos de manera conjunta.

Cinemática

Sin lugar a duda el movimiento es tan antiguo como la existencia misma, con Aristóteles y posteriormente con Oresme se observa un primer trabajo del movimiento pero hubo de esperar hasta el siglo XVII para un conocimiento físico – matemático más sólido del comportamiento de éste, pero este desarrollo no puede verse como algo lento, ya que la historia ha mostrado hasta este apartado como fue necesaria la construcción de algunos cimientos para ser concebida. Una reflexión importante es el continuo vínculo que existió entre las matemáticas y la física en la cual se puede visualizar procesos de modelización asociados a la explicación de fenómenos de la naturaleza que se convierten en motivo para generar actividad matemática.

Galileo Galilei

En este apartado se presenta un énfasis en Galileo, por sus aportes a la construcción epistemológica del concepto de “función cuadrática” la cual se encuentra vinculada de manera explícita a los procesos de modelización de los fenómenos de variación. En Galileo se observa el uso de algunas representaciones como de gráficas rectangulares, lo cual refuerza una comprensión geométrica del gnómon definida por Euclides en relación al concepto de perpendicular y ángulo recto, como distancia, altura, etc.

Un elemento importante en el trabajo de Galileo es la instauración del método experimental, que puede entenderse como una forma de modelización con lo pretendía dar explicaciones a fenómenos de variación en la naturaleza.

En la siguiente situación se observarán algunos aspectos del razonamiento de Galileo que dan cuenta de la evolución en la construcción de una noción de la función cuadrática.

" […] si en tiempos iguales tomados sucesivamente desde el primer instante o comienzo del movimiento, tales como AD, DE, EF, FG, se recorrieren los espacios HL,LM,MN,NI, estos espacios estarán entre sí como los números impares a partir de la unidad; es decir, como 1, 3, 5, 7; porque ésta es la razón de los excesos de los cuadrados de las líneas que van excediendo una de otras, y cuyo exceso es igual a la menor de ellas; vale decir, es la razón de los excesos de los cuadrados consecutivos a partir de la unidad. Por consiguiente, mientras la velocidad se acrece, durante tiempos iguales, según la sucesión simple de los números, los espacios recorridos, durante estos tiempos, reciben incrementos según la sucesión de los números impares, a contar de la unidad". Galileo (1638, p336) Corolario del teorema II Libro IV.

Se observa en su demostración un carácter deductivo heredado de los Elementos de Euclides. En el trabajo con las cantidades continuas se encuentra un procedimiento para la toma de datos y se realiza un proceso de discretización. En su trabajo argumenta como "lo cuadrático" está vinculado a un proceso de variación de cantidades analizadas desde un punto de vista aritmético. Por otro lado, Galileo afirma que la parábola es un punto en movimiento con lo que deja entrever las cónicas como objetos matemáticos que, en relación con el movimiento, permite identificarlas como el producto de la trayectoria de un cuerpo que se mueve de acuerdo a una ley, patrón o causas, por ello surgen lo modelos que pretenden explicar los fenómenos presentados.

Esta afirmación acerca de la parábola deja ver una representación del movimiento en la que queda claro que la gráfica se construye de acuerdo con la relación de la variación entre las cantidades. Así por ejemplo, una gráfica de caída libre no puede comprenderse como la vertical respecto a la horizontal, sino que ésta debe considerar las variables en juego en una relación de dependencia que las determina siendo para este caso importante en la medida en que da cuenta de la variación (o razón de cambio) de la variación.

Funciones

En la revisión de la literatura se puede observar que el concepto de función como tal, es un concepto con unas raíces muy antiguas pero con una consolidación muy reciente.

Uno de los primeros en cimentar formalmente al concepto de función es Newton. Este matemático y físico utiliza el álgebra simbólica y la geometría analítica para construir el cálculo diferencial. En su obra Los Principia se observa “lo cuadrático” asociadas a fenómenos naturales con un carácter más funcional aunque no se hiciera explícito, pues esta obra es una muestra de quien concibe y formula expresiones cuadráticas y a la vez formula expresiones que son sometidas a un estudio en esta nueva rama de las matemáticas, a saber El Cálculo.

En la Proposición XXX Problema XXII. Newton (1687, p.345) se observa una relación entre “lo cuadrático” y la geometríaanalítica: “Descubrir en cualquier tiempo asignado el lugar de un cuerpo que se mueve en una parábola dada”. Para la demostración de esta proposición ubica un plano cartesiano muy primitivo, que solo consta de la intersección de dos rectas en ángulo recto, los ejes no están segmentados por cantidades numéricas. Sobre dicho plano traza curvas que permiten ver claramente la proposición en el sentido en que para cualquier tiempo, éste adopta una cualidad variable, y para ésta le corresponde un lugar geométrico (un punto en el plano). En este momento se presenta un paso al concepto de función en tanto es posible hallar una relación para cualquier instante (variable) y un punto de la parábola (variable), y el estudio analítico de la parábola está dado por una ecuación de segundo grado.

En el trabajo de Newton se observa que las situaciones cuadráticas son estudiadas en el plano, se representan mediante una expresión algebraica para después interpretarse como unos puntos que relacionan dos magnitudes en una determinada cantidad. Una vez analizado el comportamiento de la curva construida por medio de una ecuación cuadrática, se puede distinguir un tipo de relación unívoca entre cantidades que posteriormente fue llamada función cuadrática. (Mesa & Villa, 2008)

Pues bien, una vez terminada la reflexión histórica y antes de mencionar algunos de los conceptos que se deben tener en cuenta para una interpretación geométrica de la función cuadrática, es necesario notar que esta interpretación no es sólo una representación gráfica de dicha función, va más allá, tiene que ver entre otras cosas con la representación algebraica e interpretación algebraica.

Entonces, entre los conceptos a considerar para tal interpretación de la función cuadrática serían:

Función: la definición general de función hace referencia a la dependencia entre los elementos de dos conjuntos dados.Dados dos conjuntos A y B, una función (también aplicación o mapeo) entre ellos es una asociación f que a cada elemento de A le asigna un único elemento de B. (Wikipedia, 2013)

Función (matemática), en matemáticas, término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades. Una función f de un conjunto A en un conjunto B es una regla que hace corresponder a cada elemento *x* perteneciente al conjunto A, uno y solo un elemento *y* del conjunto B, llamado imagen de *x* por f, que se denota *y*=f (*x*).En símbolos, se expresa f: A→ B, siendo el conjunto A el dominio de f, y el conjunto B el codominio. Dada f: A→ B. La notación y = f(x) señala que y es una función de x. La variable *x* es la variable independiente, el valor *y* se llama variable dependiente y f es el nombre de la función. (Contreras & del Pino)

El término función fue usado por primera vez en 1637 por el matemático francés René Descartes para designar una potencia x^n de la variable *x*. Cabe destacar que Descartes utilizó la ciencia y las matemáticas para explicar y pronosticar acontecimientos del mundo físico. Su famosa frase "*Cogito ergo sum*" "Pienso, luego existo" fue el punto de partida que le llevó a investigar las bases del conocimiento. La contribución más notable que hizo Descartes a las matemáticas fue la sistematización de la geometría analítica. Fue el primer matemático que intento clasificar las curvas conforme al tipo de ecuaciones que las producen, y contribuyó también a la elaboración de la teoría de las ecuaciones. (230 René Descartes - Matemática para todos)

En 1694 el matemático alemán Gottfried Wilhelm Leibniz utilizó el término para referirse a varios aspectos de una curva, como su pendiente. Hasta recientemente, su uso más generalizado ha sido el definido en 1829 por el matemático alemán Peter Dirichlet. Dirichlet entendió la función como una variable y, llamada variable dependiente, cuyos valores son fijados o determinados de una forma definida según los valores que se asignen a la variable independiente x, o a varias variables independientes x1, x2, ..., xk.

El concepto moderno de función está relacionado con la idea de Dirichlet. Dirichlet consideró que y = x2 - 3x + 5 era una función; hoy en día, se considera que y = x2 - 3x + 5 es la relación que determina la y correspondiente a una x dada para un par ordenado de la función; así, la relación anterior determina que (3, 5), (-4, 33) son dos de los infinitos elementos de la función. Aunque y = f(x) se usa hoy todavía, es más correcto si se lee "y está funcionalmente relacionado con x". (Enciclopedia Encarta, 2007).

Plano cartesiano: en primer lugar el plano, al igual que el punto o la recta, es un concepto primitivo que no se puede definir si no es recurriendo a otros conceptos que, a su vez, para ser definidos requieren del plano.

El sistema cartesiano parte de un punto de origen para determinar la posición de otro punto en el plano. Este punto-origen se toma aleatoriamente, pero siempre estará situado en la intersección de dos ejes perpendiculares convenientemente localizados (sistema cartesiano). De este modo, y gracias a la superposición de la retícula o cuadrícula creada, es posible conocer la posición de cualquier punto en relación con el de origen conocido, obteniendo una distancia horizontal (coordenada X), hacia el este u oeste, y otra vertical (coordenada Y), hacia el norte o sur. En las coordenadas cartográficas se indica primero el valor X. Cada dígito que se añade hacia el este u oeste y hacia el norte o sur aumenta la resolución de la coordenada por un factor de diez. (Enciclopedia Encarta, 2007).

Ecuación: una ecuación es una igualdad en la que intervienen una o más letras, llamadas incógnitas. Es decir, es una igualdad entre expresiones algebraicas.

Ecuación cuadrática: la expresión general de una ecuación cuadrática (polinomio de segundo grado) es: $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$. Para resolverla se aplica la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Por ejemplo, la ecuación $2x^2 + 5x - 3 = 0$ de coeficientes a = 2, b = 5, c = -3, se resuelve así:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

Hay dos soluciones: x1 = 1/2; x2 = -3.

Luego, en matemáticas una función cuadrática o función de segundo grado es una función polinómica definida como aquella que puede escribirse de la forma: f(x) = $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b y c son números reales cualquiera y a distinto de cero, ya que si es cero su gráfica nunca será una parábola.

Pensamiento Variacional

El pensamiento matemático es aquella capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el mundo circundante y la que nos posibilita cuantificarlas y formalizarlas para entenderlas mejor y poder comunicarlas. Consecuentemente, esta forma de pensamiento se traduce en el uso y manejo de procesos cognitivos tales como: razonar, demostrar, argumentar, interpretar, identificar, relacionar, graficar, calcular, inferir, efectuar algoritmos y modelizar en general y, al igual que cualquier otra forma de desarrollo de pensamiento, es susceptible de aprendizaje. Nadie nace, por ejemplo, con la capacidad de razonar y demostrar, de comunicarse matemáticamente o de resolver problemas. Todo eso se aprende. Sin embargo, este aprendizaje puede ser un proceso fácil o difícil, en la medida del uso que se haga de ciertas herramientas cognitivas. (Requejo, 2009). Una de las herramientas para el desarrollo de este pensamiento matemático en el individuo, es el pensamiento lógico que según Jean Piaget actúa por medio de operaciones sobre las proposiciones.

Desde Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) el pensamiento matemático se divide en cinco tipos de pensamientos: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional. También, plantea como propósito central de la educación matemática de los niveles de básica y media contribuir al desarrollo del pensamiento matemático a partir del trabajo con situaciones problemáticas provenientes del contexto sociocultural, de otras ciencias o de las mismas matemáticas.

Dentro de los pensamientos mencionados se hará alusión directa al "Pensamiento variacional", el cual se puede definir como la capacidad para darle sentido a las funciones numéricas y manejarlas en forma flexible y creativa, para entender, explicar y modelar situaciones de cambio, con el propósito de analizarlas y transformarlas. Según Estándares Básicos en Competencias Matemáticas se tiene que uno de los propósitos de cultivar dicho pensamiento, es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. El pensamiento variacional cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

"El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Además, en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico. Esto se logra a través de la elaboración e interpretación de ciertas representaciones matemáticas – gráficas, tablas, ecuaciones, inecuaciones o desigualdades, etc. – que permiten tratar con situaciones de variación y dependencia en la resolución de problemas." (MEN, 1998)

Teniendo presente los planteamientos de estrategias de aprendizaje, función cuadrática y reconociendo que el significado y el sentido acerca de la variación se establecen a partir de situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación, se desarrollan en la práctica docente diferentes actividades enfocadas en el tema de "función cuadrática" provisto en el plan de estudios de matemáticas. Actividades que están descritas detalladamente en lo que constituye el Plan de Acción.

CAPITULO IV
ANÁLISIS DE LOS REGISTROS

Partiendo de la docencia directa llevada a cabo en la Escuela Normal Superior de Popayán (E.N.S.P) con los estudiantes de grado noveno, y con el propósito de analizar cuáles fueron las diferentes estrategias que los educandos utilizaron para interpretar geométricamente la función cuadrática, se creó este capítulo. Capítulo que además de mostrar un estudio con detalle de los registros que dieron fe de la práctica docente, permite revelar al lector la manera en que se efectuó el propósito.

En el desarrollo de la práctica docente que se guió de acuerdo al *Plan de Acción* (Ver Anexo 1), se propusieron diferentes actividades matemáticas para ser realizadas por los estudiantes. Una vez, terminada la práctica docente se observaron en los registros obtenidos distintos patrones en la manera de dar solución a dichas actividades, lo cual permitió un análisis detallado de dichas evidencias como a continuación se desarrolla.

Se dará inicio, con el análisis de registros sobre actividades matemáticas que presentan procesos y procedimientos algebraicos. Para los estudiantes de grado noveno B se les solicitó desarrollar individualmente en sus hogares, la primera tarea, que se denominó como *Tarea 1 – noveno B* (Ver Anexo 2.2). En los puntos 1) y 2) de esta tarea que corresponden a dos ejercicios sobre funciones cuadráticas, se pedía trazar la gráfica de las funciones dadas (con vértice en el origen) en un mismo plano cartesiano. Para ello, un estudiante inicia elaborando una tabla de valores en forma horizontal, en una de sus filas coloca la variable x y en la otra a f(x) luego, tomando siete (7) valores diferentes (números enteros entre -3 y 3) para asignarle a la variable x, encuentra los valores correspondientes en la variable y (f(x)). Una vez obtenidos los siete puntos para cada función, el estudiante construye un plano cartesiano para cada punto de esta tarea.

Para la *Tarea 2 – noveno B* (Ver Anexo 2.4), en los puntos 1) y 2) que tienen que ver de igual forma con graficar dos funciones cuadráticas (con vértice diferente al origen), cierto estudiante elabora una tabla de valores en forma vertical para cada ejercicio y asignándole a la variable x números enteros que van desde el -3 hasta el 3, empieza a encontrar los valores de y con el remplazo de los valores de x en la función determinada. Posteriormente, el estudiante muestra un plano cartesiano en el cual construye las dos gráficas de las parábolas pedidas.

En el grado noveno D, se desarrolló una actividad matemática que la practicante denominó *Tarea 1 – noveno D* (Ver punto 1 del Anexo 2.1). En la cual se observó, que en su totalidad de estudiantes procedieron de igual manera, como a continuación se ejemplifica con el estudiante X, quien procede a dibujar dos tablas de tabulación horizontales para resolver los punto a) y b), designando los mismo valores para la incógnita *x* en ambas tablas pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior, donde escribe el valor de la función evaluada en cada número escogido para la variable *x*.

Presentando así, para la función a) para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a -9, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a -1, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -1 , para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a -9.

Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 27, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -3, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 27.

A continuación, el estudiante X dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

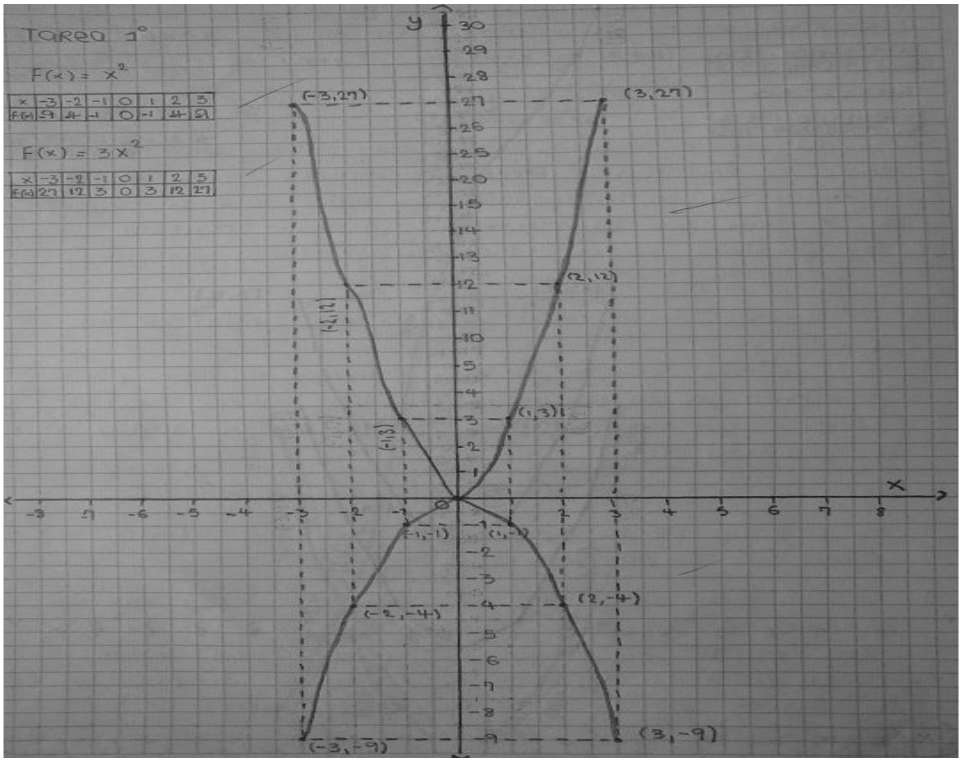


Ilustración 3

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente une los puntos con “una línea suave” obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).

Cabe destacar aquí, que en su mayoría los estudiantes no trazaron “una línea suave”, por el contrario unieron los puntos por medio de líneas rectas obteniendo como resultado no un dibujo cercano al de una parábola si no que en cambio obtuvieron un gráfico de varios segmentos de rectas unidos entre sí. Éste no fue un tema a tratar profunda y esencialmente durante la práctica docente por lo cual, simplemente se instruyó la forma en que se unían los puntos de la parábola, por medio de “líneas suaves” y no líneas rectas.

Una actividad matemática más, donde se hacen evidentes procesos y procedimientos algebraicos, es la actividad propuesta al grupo noveno D, denominada *Actividad En Clase 1– noveno D*(Punto 1) (Ver Anexo 2.5), la cual se propone desarrollar en grupo, por lo que los estudiantes A, B y C dan inicio dibujando un tabla de tabulación, donde hacen corresponder al valor de x igual a -1 la función evaluada en ese número $f(x) = f(-1) =20$, y así seguidamente encuentran que para x igual a 0 y es igual a 5, luego para x igual a 1 y es igual a 0, después para x igual a 2 y es igual a 5 y finalmente para x igual a 3 y es igual a 20.

Los estudiantes A, B y C basándose en la tabla de tabulación proceden a graficar el plano cartesiano representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje x) y el eje de las ordenadas (eje y), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje x y 0 en el eje y.

Donde posteriormente ubican los puntos: (-1,0), (0,5), (1,0), (2,5) y (3,20), los cuales unen mediante un trazo suave que une todos los puntos, obteniendo así una parábola.

Así, se observa que los estudiantes en el desarrollo tanto de la *Tarea 1 – noveno B, Tarea 1 – noveno D (*Punto 1), *Tarea 2 – noveno B* como de la *Actividad En Clase 1– noveno D* (Punto 1), propuestas por las practicantes, muestran una tendencia referente a la asignación de valores a la variable independiente y reemplazan estos mismos en la función, obteniendo las coordenadas de ciertos puntos para trazar la gráfica correspondiente a la función determinada. Es decir, se observa en este proceso del estudiante un patrón natural en la representación en forma de tabla que pone de manifiesto aspectos cuantitativos donde se relaciona la variable dependiente y la variable independiente mediante la aplicación de una función cuadrática. Acción que corresponde a un conjunto de estrategias cognitivas dado que, los alumnos conocían con anterioridad únicamente esa manera de representar por medio de tabla de valores la función lineal. Donde diferenciaban las variables dependiente e independiente y procedían a organizar en una tabla, en primer lugar los valores escogidos para la variable independiente ubicándolosen la parte superior o izquierda de la tabla y en segundo lugar, mediante un proceso algebraico calculaban el valor de la función en dichos números seleccionados para colocarlos en la parte inferior o derecha de la tabla.

Otra actividad cuyo desarrollo tiene que ver con procesos y procedimientos algebraicos es el *Taller General* (Ver Anexo 2.8), en el cual se notó un patrón referente a la manera en que los estudiantes deducen y resuelven ecuaciones de segundo grado. Ante la resolución de dicho taller que consistía en cuatro ejercicios relacionados a las siguientes funciones cuadráticas:

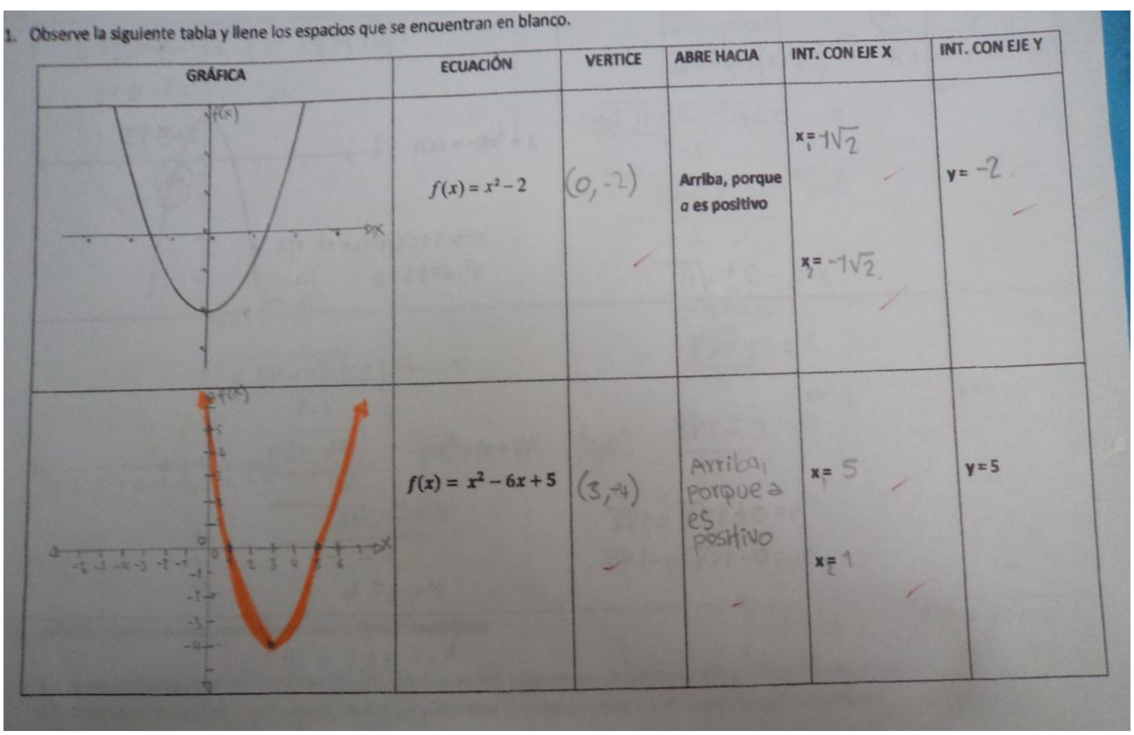
1) $f(x)= X^2 -2$

2) $f(x)= X^2 -6X+5$

3) $f(x)= -3X^2 +1$

4) $f(x)= (X+2)^2$,

y en las cuales se requería que el estudiante rellenara los espacios en blanco que presentaba la tabla elaborada para tal fin, ya sea con la gráfica de la función, el vértice de la parábola, hacia donde abre, intercepto con el eje X, o intercepto con el eje Y; el trabajo hecho por un estudiante A es el siguiente:



1. Observe la siguiente tabla y llene los espacios que se encuentran en blanco.

GRÁFICA	ECUACIÓN	VERTICE	ABRE HACIA	INT. CON EJE X	INT. CON EJE Y
	$f(x)=x^2-2$	(0,-2)	Arriba, porque a es positivo	$x_1=1\sqrt{2}$ $x_2=-1\sqrt{2}$	y= -2
	$f(x)=x^2-6x+5$	(3,-4)	Arriba, porque a es positivo	$x_1=5$ $x_2=1$	y=5

Ilustración 4

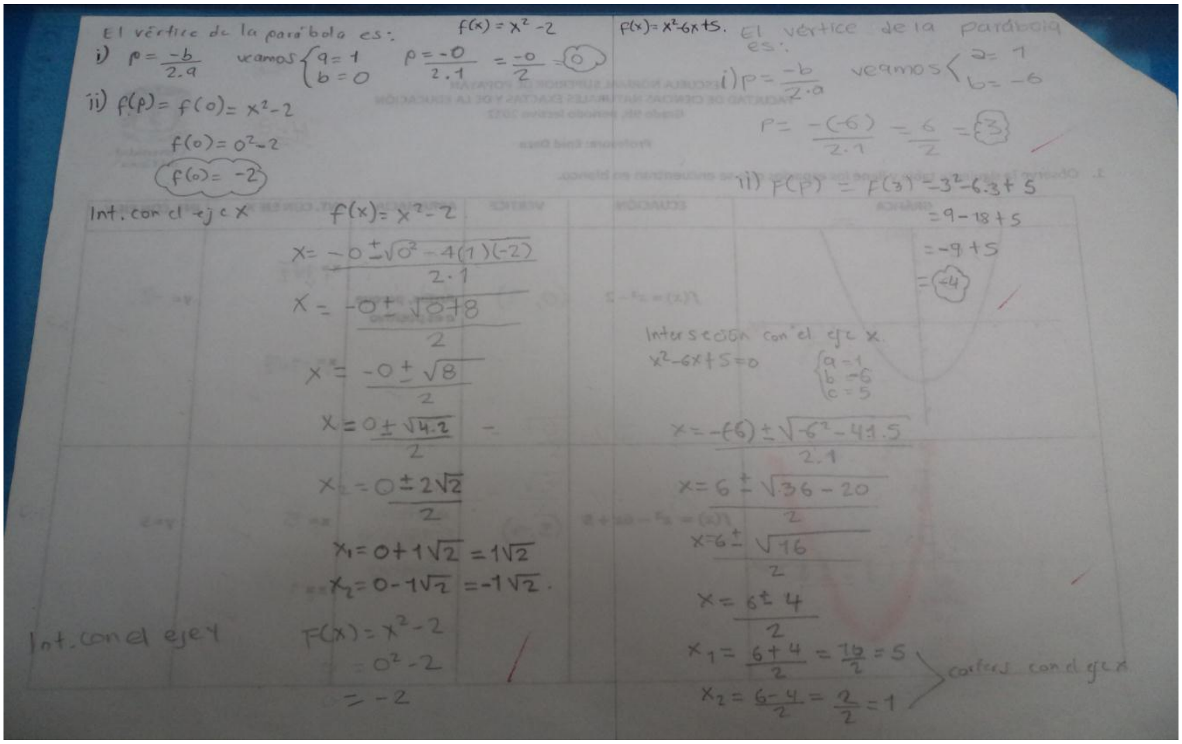


Ilustración 5

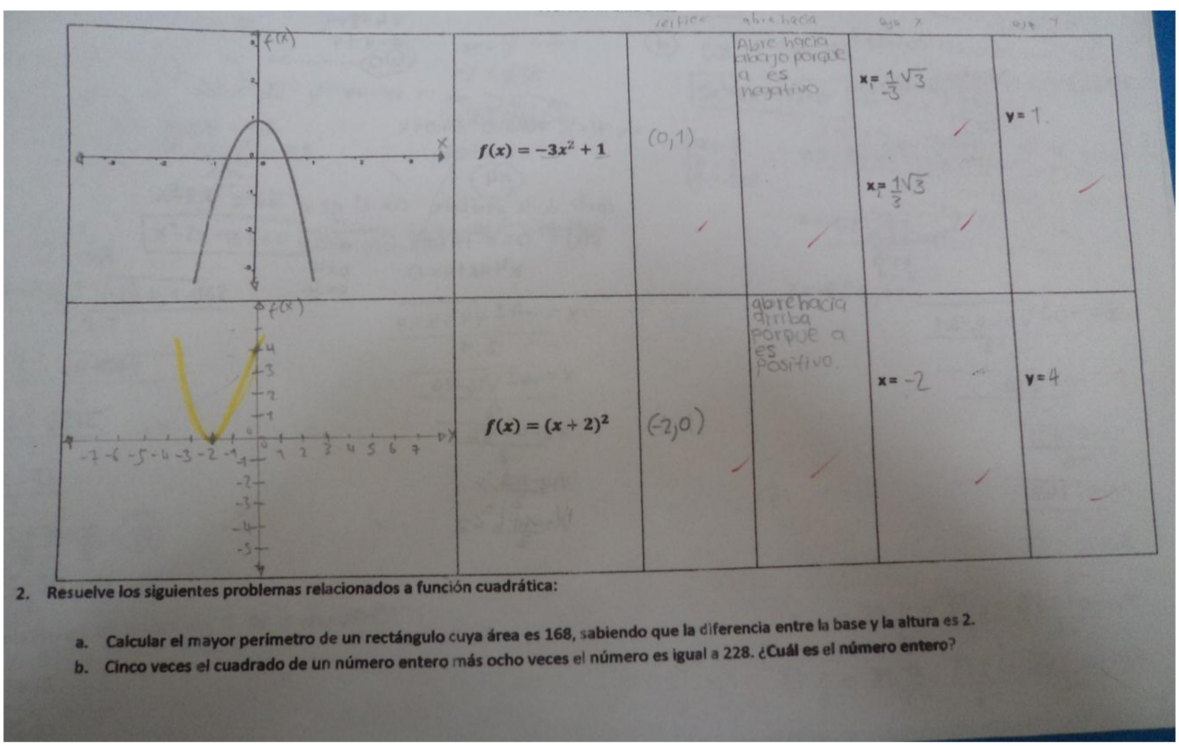


Ilustración 6

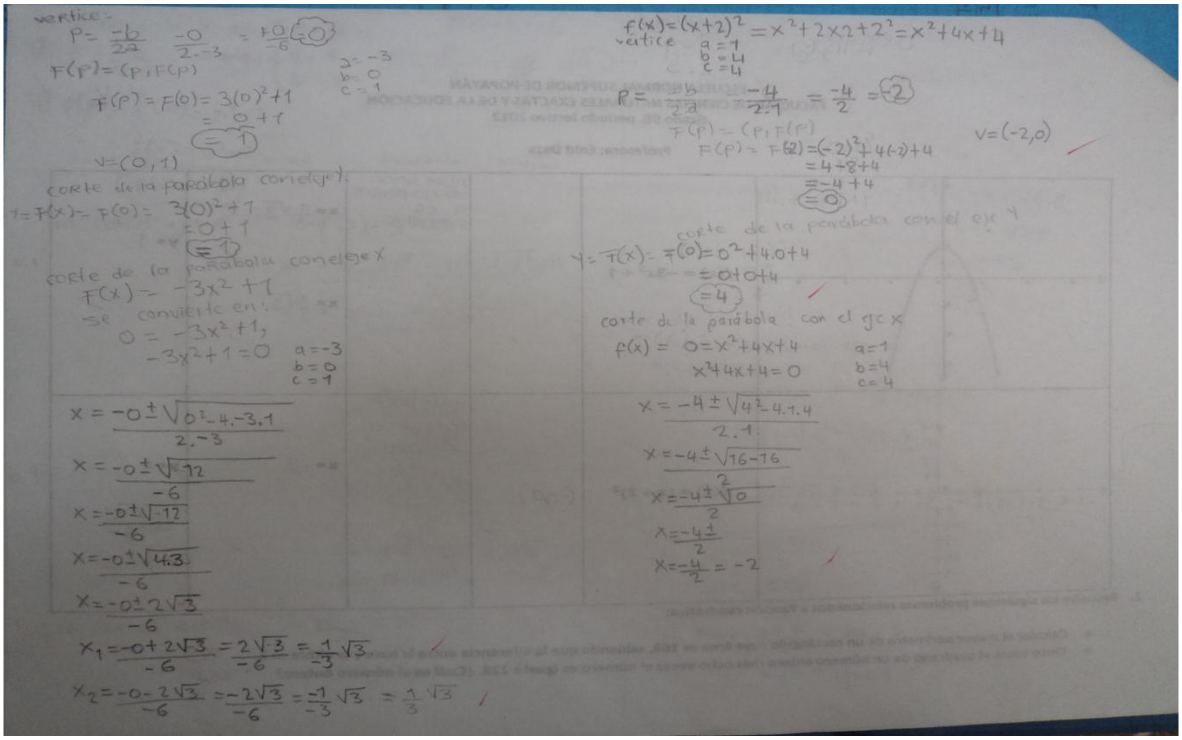


Ilustración 7

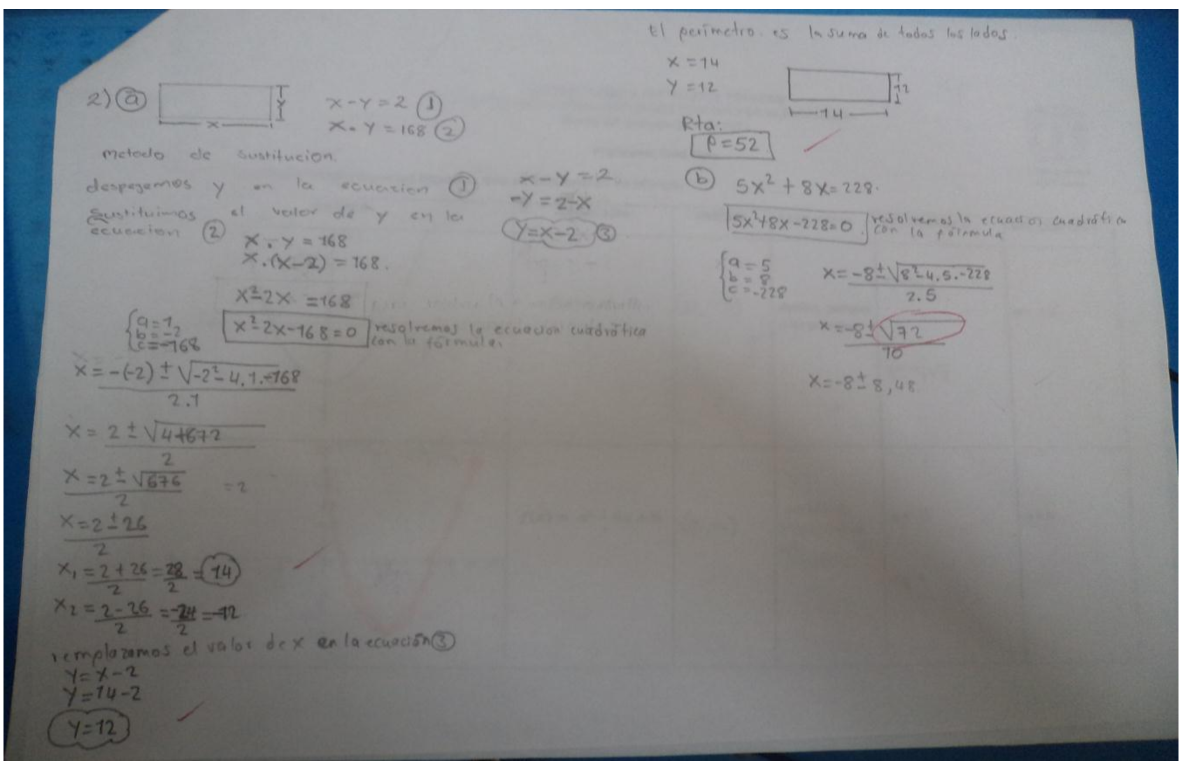


Ilustración 8

Para el caso 1) se pedía determinar el vértice de la parábola, el intercepto con el eje X y el intercepto con el eje Y. Para esto, el estudiante en primer lugar, halló el vértice (p, f(p)) de la parábola, haciendo uso de que la componente en X del vértice es $p =(-b/2*a)$ y la componente en Y es f(p). El estudiante antes de aplicar estas fórmulas, identifica cuales son los coeficientes a, b y c de la ecuación cuadrática, logrando obtener así, que el vértice de la parábola es (0,-2).

Luego prosigue a hallar el corte con el eje X, tomando la función y haciendo $f(x)=0$, quedándole así una ecuación cuadrática, la cual la empieza a resolver usando la fórmula general, con la que logra obtener que los cortes con el eje X son $x=\sqrt{2}$ y $x=-\sqrt{2}$.

Para el corte con el eje Y, toma la función, hace $x=0$ y obtiene que el corte con el eje Y es $y=-2$.

De forma análoga el estudiante A procede para los casos siguientes. Para el caso 2) que se le pide la gráfica, el vértice de la parábola, hacia donde se abre, y cortes con el eje X, el estudiante encuentra que el vértice de la parábola es (3,-4), describe que la parábola abre hacia arriba, y encuentra después de un procedimiento similar al utilizado en el caso anterior que los cortes con el eje X son $x=1$ y $x=5$. Para la gráfica de la parábola el estudiante construye un plano, ubica los puntos de corte con el eje X que halló, el corte con el eje Y que se muestra en la tabla ($y=5$, pues es uno de los datos que se dan a conocer al estudiante), el vértice y prosigue con el trazo de la curva que corresponde a la parábola de la determinada función.

Para el caso 3) y 4) se pedía en común tanto el vértice, los cortes con los ejes como también hacia dónde abre la parábola, el estudiante usando procedimientos similares a los realizados en el caso 1) encuentra que:

Para el caso 3) el vértice de la parábola es (0,1), que esta parábola abre hacia abajo, los cortes con el eje X son $x=(1/3)\sqrt{3}$ y $x=(-1/3)\sqrt{3}$; y el corte con el eje Y es $y=1$.

Para el caso 4) el vértice de la parábola es (-2,0), que esta parábola abre hacia arriba, el corte con el eje X es $x=-2$ y el corte con el eje Y es $y=4$.

Otro aspecto que se pedía en el caso 4) era graficar la función, para lo cual el estudiante A crea un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes, continuando con la ubicación de todos los puntos hallados, y mostrando finalmente la gráfica solicitada.

En cuanto a la segunda parte o al punto 2) del *Taller General*, en el que se presentaban dos problemas para resolver, el estudiante A en el caso a) parte con la construcción de un dibujo correspondiente a un rectángulo, luego hace una asignación de variables a la medida de sus lados, tomando a x como la longitud de la base del rectángulo y como y la longitud de su altura.

Posterior a esto, el estudiante expresó del problema dos ecuaciones

1) $x-y=2$

2) $x*y=168$

Una vez enumeradas estas ecuaciones el estudiante usa el método de sustitución de variables para encontrar el valor de x y de y. Este estudiante despejando y de la primera ecuación obtiene una tercera ecuación 3) $y=x-2$ y reemplazándola en la segunda ecuación obtiene la ecuación cuadrática $X^2 -2X-168=0$, para la que aplica la formula general después de identificar en la misma los coeficientes a, b y c; logrando así que las soluciones de la ecuación es $x=14$ y $x= -12$. El estudiante descarta el valor de x negativo y trabaja con el positivo, reemplaza el valor de $x = 14$ en la ecuación 3) y obtiene que $y=12$.

Posteriormente, el estudiante vuelve a dibujar el rectángulo colocándole las medidas encontradas en sus lados y continúa con el cálculo de su perímetro obteniendo como resultado que el perímetro es igual a 52.Para el problema b) el estudiante expresa del problema la ecuación cuadrática $5 X^2 + 8X=228$, y aplica la fórmula general después de identificar y describir los coeficientes de la ecuación, sin lograr obtener con éxito la respuesta (pues hubo una operación mal calculada).

La acción detallada dentro del registro expuesto anteriormente por una parte, enseña el uso de conocimientos previos sobre la forma en que los estudiantes encontraban:

1. La intersección de los ejes coordenados con la gráfica de la función cuadrática
2. El vértice de la parábola, mediante un proceso algebraico
3. La grafica de una función cuadrática

Conocimientos que les fueron adquiridos a través de las clases bajo la orientación de las respectivas practicantes. Hecho por el cual, dicha actividad matemática forma parte de estrategias cognitivas. Y por otra parte, se observa una planificación del estudiante en el momento de comprender un problema matemático relacionado a la función cuadrática escrito en un lenguaje natural y expresarlo en un lenguaje matemático. Por lo cual evidencia una estrategia de tipo metacognitivo.

Un último aspecto presentado en otra actividad pero que al igual que los anteriores hace parte de procesos y procedimientos algebraicos desarrollados por los estudiantes tiene que ver con la resolución de la actividad denominada *Experimento* la cual, hace alusión a que la función cuadrática es interpretada mediante diferentes fenómenos físicos. Para una mayor aproximación a este aspecto se muestra lo elaborado por un estudiante B:

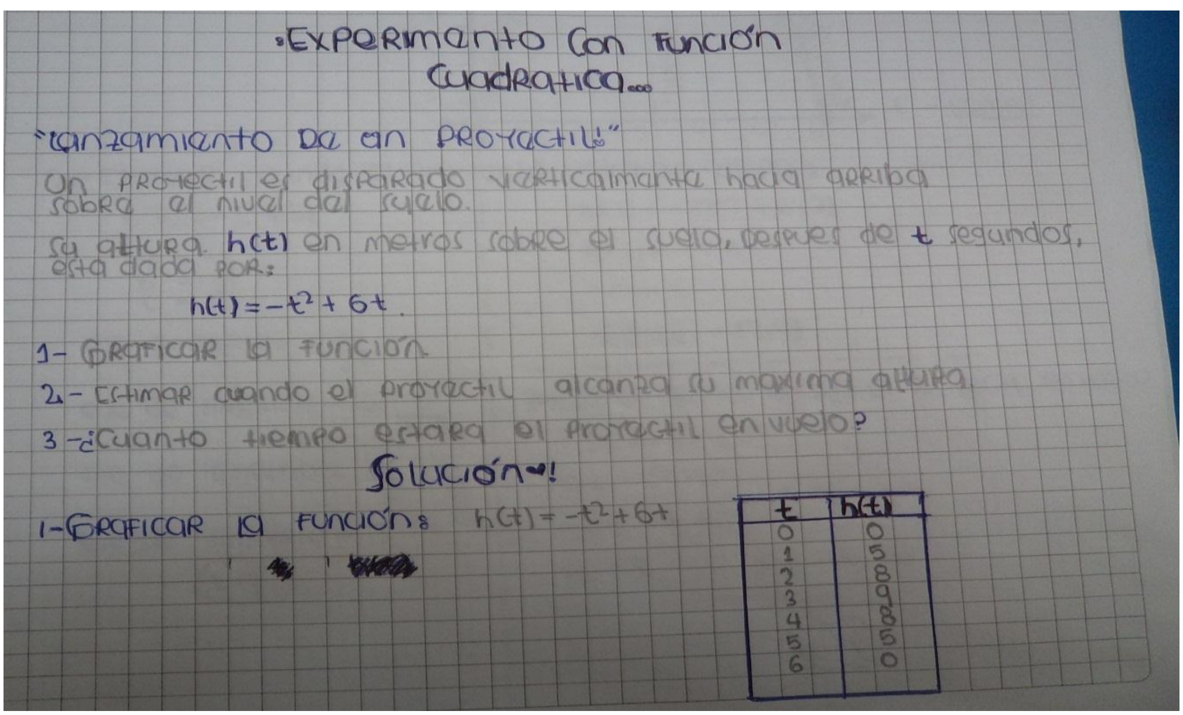


Ilustración 9

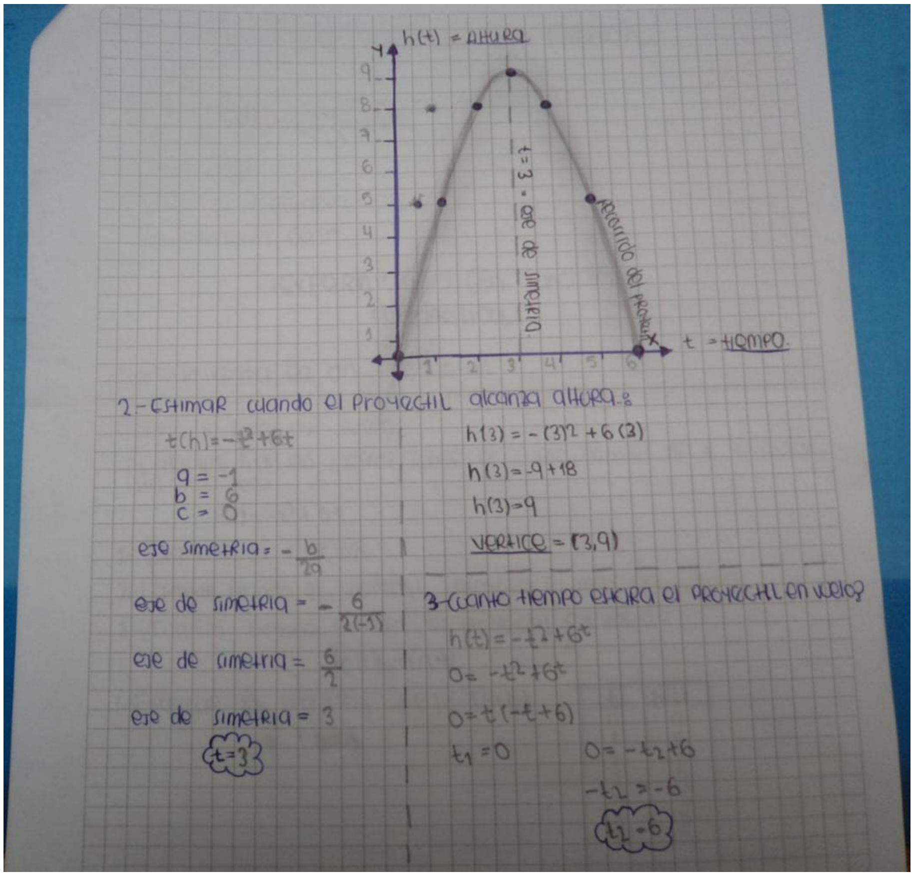


Ilustración 10

El experimento que presentó el estudiante B, tenía que ver con el lanzamiento de un proyectil. El estudiante describe y comenta que para un proyectil que es disparado verticalmente hacia arriba sobre el nivel del suelo, su altura que la describe como h(t) en metros sobre el suelo, después de t segundos está dada por $h(t) = -t^2 + 6t$.

El estudiante para abordar este experimento, desarrolla tres aspectos:

1) Graficar la función

2) Estimar cuando el proyectil alcanza su máxima altura.

3) ¿Cuánto tiempo estará el proyectil en vuelo?

Para realizar la gráfica pedida en el punto 1) el estudiante elabora una tabla de valores, en la cual, en una columna coloca la variable t y en la otra a h(t). Encuentra siete puntos, asignándole valores a t correspondientes a los números enteros que van desde 0 (cero) hasta 6. Los valores h(t) los consigue reemplazando los valores de la variable t en la función determinada.

El estudiante una vez encontrados estos puntos, primero elabora un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes, luego ubica los puntos en dicho plano y traza la parábola descrita por la función mencionada. Para estimar cuando el proyectil alcanza su máxima altura, el estudiante toma la función, identifica los coeficientes de la ecuación, halla el eje de simetría, obteniendo que éste es t=3, luego reemplaza este valor en la función y obtiene que h(3)=9. Y termina mencionando que el vértice es igual a (3, 9) y que éste corresponde a la altura máxima que alcanza el proyectil.

Para el caso 3), el estudiante toma la función, hace h(t)=0 y obtiene que t= 0 y t=6, descartando t=0, el estudiante menciona que t=6 es el tiempo que estará el proyectil en vuelo.

Pues bien, con las descripciones que se han mencionado anteriormente se puede destacar que en ciertos ejercicios y en ciertos momentos, los planteamientos realizados por la mayoría de los estudiantes tienden a seguir o a mantener parámetros similares de resolución. Parámetros que van cambiando a medida que el docente intervenga o sugiera nuevas técnicas de desarrollo o, simplemente porque el estudiante domina diferentes formas de razonamiento y opta por alguna de ellas para dar con lo solicitado. En un principio se encontraba con que ciertos estudiantes, a la hora de resolver un ejercicio particular que estuviera relacionado con la gráfica de una función cuadrática, ellos, ya sea por costumbre o porque no conocían más que tal forma de desarrollo, procedían ante tal fin con la elaboración de una tabla de valores. Procesos que posteriormente a la intervención del docente, fueron reemplazados con el hallazgo de ciertos puntos de la parábola, como es el caso del vértice, los cortes de la misma con los ejes coordenados, y con el análisis del coeficiente principal de la ecuación cuadrática (que dependiendo del signo que le preceda indica hacia donde abre).

Ahora, conociendo la apropiación de estándares básicos de competencias en matemáticas sobre el pensamiento variacional el cual "*tiene que ver con el reconocimiento,* *la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos*", existe en algunos registros de las actividades desarrolladas en clases, ciertas particularidades referentes a la interpretación que los estudiantes hacen sobre la manera en que varían y cambian las gráficas de parábolas según fueron dadas las funciones cuadráticas. Los estudiantes x, y presentan los siguientes razonamientos indicadores de la presencia de desarrollo de pensamiento variacional:

Se propone interpretar la gráfica de la *Tarea 1 – noveno D*, a lo que ellos dan respuestas, como por ejemplo el estudiante X: "en la función a) los valores de y en la tabla son negativos por lo tanto se ubican en la parte inferior, donde van los números negativos y en la segunda los valores de y son positivos por tanto van arriba." El estudiante Y afirma que las diferencias se deben a que el número que acompaña a la x en la ecuación a) es negativo lo cual indica que la parábola va hacia abajo con los números negativos, mientras que en la ecuación b) es el 3 quien acompaña a la x y ya que es positivo entonces la parábola va hacia arriba.

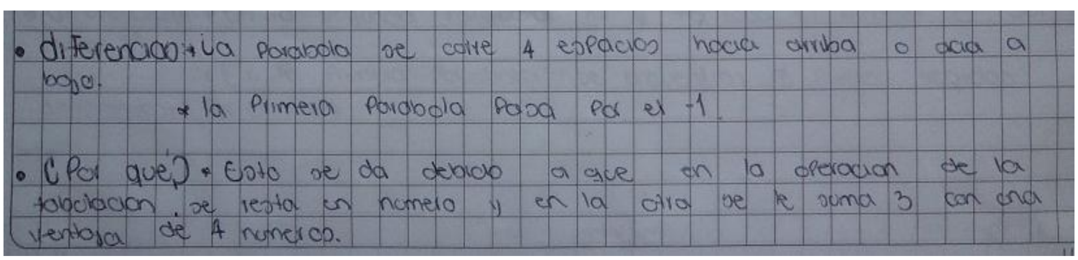


Ilustración 11

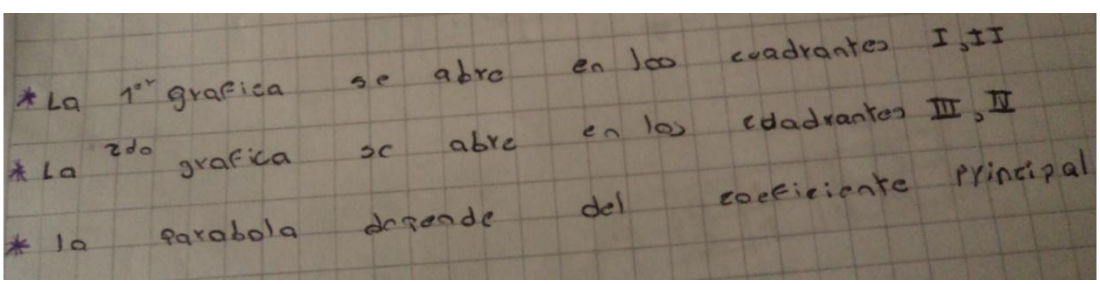


Ilustración 12

Los alumnos identifican y caracterizan a través del cambio de valores de cada una de las variables y del reconocimiento del coeficiente principal de la ecuación cuadrática, cómo se obtienen diferentes graficas con características particulares.

Siguiendo con el estudio de los registros, se analizará aquellos pertenecientes a la interpretación geométrica.

En primer lugar y teniendo en cuenta lo que se ha planteado en la *Tarea 1 – noveno B* puntos a) y b), *Tarea 1 - noveno D(* Punto 2), *Tarea 2– noveno B* puntos a) y b), se mencionará lo que los estudiantes realizan al intentar dar fe sobre el patrón o aspecto relacionado a la posición de la gráfica de la función cuadrática en el plano cartesiano. Para resolver algunos de los puntos propuestos en estas actividades mencionadas y que a la vez, tienen que ver con funciones cuadráticas, los estudiantes hacen un análisis ya sea a partir de las ecuaciones cuadráticas dadas o de la gráfica de la función ya elabora. Entonces, algunos de los casos son:

Un estudiante A responde en la *Tarea 1 - noveno D (*Punto 2), las parábolas se ubican en lados opuestos, además "una es más ancha que la otra".

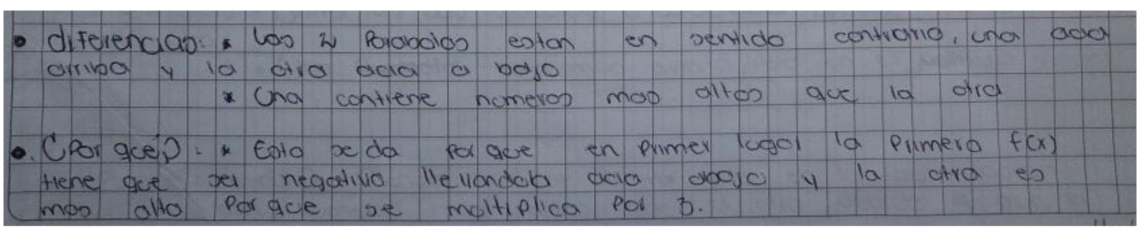
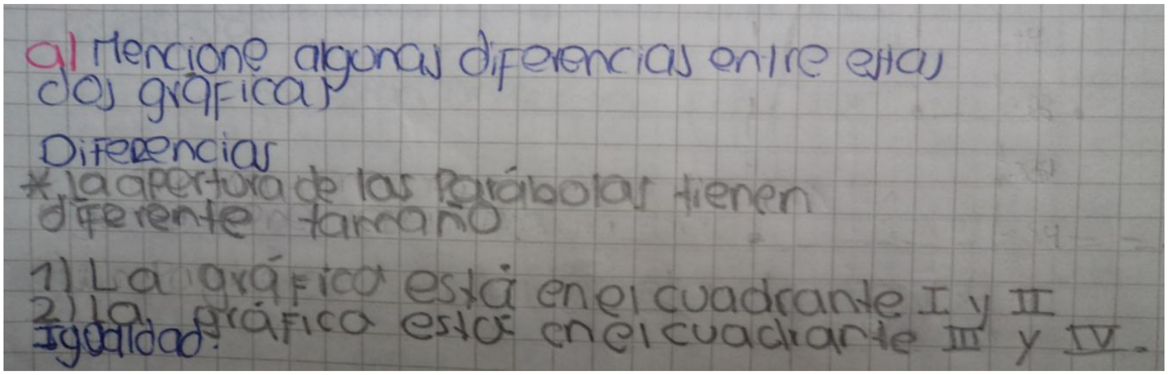


Ilustración 13

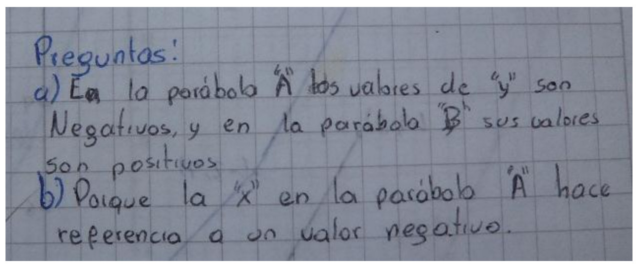
Un Estudiante B nota que la diferencia entre las dos parábolas descritas por las ecuaciones cuadráticas 1) y 2) de la *Tarea 2– noveno B* radica en que la primera está ubicada en los cuadrantes I y II, mientras que la otra se encuentra en los cuadrantes III y IV.



a) Mencione algunas diferencias entre estas dos graficas
Diferencias
* la apertura de las parábolas tienen diferente tamaño
1) La gráfica está en el cuadrante I y II
2) la gráfica está en el cuadrante III y IV.
Igualdad:

Ilustración 14

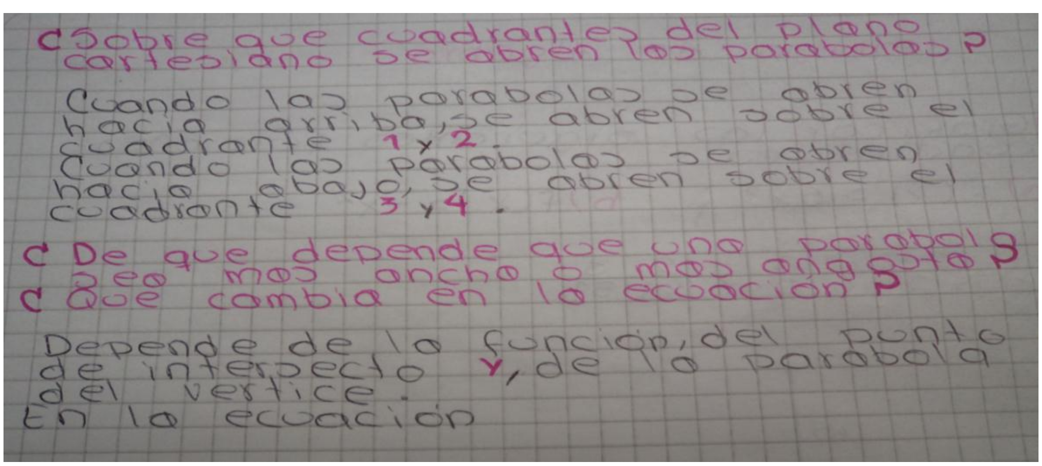
Un estudiante C en la *Tarea 1 - noveno D (* Punto 2) explica que aunque el vértice de las parábolas es el mismo una se encuentra en el lado positivo y la otra al lado negativo del plano cartesiano



Preguntas:
a) En la parábola "A" los valores de "y" son Negativos, y en la parábola "B" sus valores son positivos
b) Porque la "x" en la parábola "A" hace referencia a un valor negativo.

Ilustración 15

Un estudiante D menciona que la parábola del primer punto de la *Tarea 1 – noveno B*se abre hacia arriba, y añade que cuando las parábolas abren hacia arriba, se abren sobre el I y II cuadrante. Y para el segundo punto, menciona que la parábola abre hacia abajo, y dice además que cuando esto ocurre, éstas se abren sobre los cuadrantes III y IV.



¿Sobre que cuadrantes del plano cartesiano se abren las parabolas?
Cuando las parabolas se abren hacia arriba, se abren sobre el cuadrante 1 y 2.
Cuando las parabolas se abren hacia abajo, se abren sobre el cuadrante 3 y 4.
¿De que depende que una parabola sea mas ancha o mas angosta?
¿Que cambia en la ecuacion?
Depende de la funcion, del punto de intersecto Y, de la parabola del vertice.
En la ecuacion

Ilustración 16

De este modo y a partir de la organización de registros, se desarrolló un análisis que permitió dar cuenta de estrategias como: estrategias cognitivas, metacognitivas y de manejo de recursos utilizadas por los estudiantes de grado noveno en la interpretación geométrica de la función cuadrática. Presentando así, un conjunto de estrategias de aprendizaje observadas en:

1. La manera cómo proceden a encontrar los valores de determinada función cuadrática en ciertos números enteros asignados a la variable independiente.
2. Dadas ciertas pautas por las practicantes, los estudiantes encuentran una nueva forma de graficar, encontrando las intersecciones de la parábola con los ejes coordenados, el vértice y el eje de simetría
3. Resolución de ecuaciones de segundo grado
4. La aplicación de conocimientos sobre función cuadrática en fenómenos físicos
5. La representación gráfica y algebraica de la ecuación cuadrática

Con las cuales, se puede evidenciar que se alcanzó el propósito mencionado al inicio de este capítulo.

CAPÍTULO V
RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES

Contar con un tiempo determinado (suficiente) para el proceso de observación favorece a quien dirige la práctica pedagógica, en el propósito de asumir o transformar las estrategias metodológicas en mira de un mejoramiento de la docencia.

Los estudiantes de los grupos con los que se realizó la práctica pedagógica fueron personas que por lo general como es sabido, presentan diferentes formas de pensamiento, rendimiento académico, actitud, formación personal, etc.; condiciones que le dieron dinámica a toda la actividad pedagógica desarrollada en busca de los fines ya establecidos.

En el proceso pedagógico como tal, se notó el funcionamiento de esa “micro-sociedad” que se pretende promover en todo acto educativo, donde se contó con un manejo disciplinario, distintos ritmos de trabajo, en fin, diferentes situaciones o variables controladas. Variables que en muchas ocasiones en la teoría se omiten, pero que en la realidad o vivencia física salen a relucir.

Durante el proceso de observación se concluyó que organizar a los estudiantes para desarrollar actividades matemáticas en grupo mostraba un mejor desempeño académico. Debido a que, en primer lugar, los educandos en grupo compartían sus dudas y saberes para intentar resolver los problemas planteados en clase y como una segunda opción, recurrían a consultar al docente a cargo. Esta forma de trabajo, permitió al estudiante una mayor aproximación al conocimiento del tema determinado.

La clasificación de registros en categorías inductivas y deductivas proporcionó o facilitó una guía para el análisis sobre los registros obtenidos en el aula.

La implementación de una herramienta tecnológica en el aula de clases permitió expresar un mayor interés o motivación por aprender por parte del estudiante. Puesto que, no era una clase magistral como a la que solían estar acostumbrados sino, que en cambio se organizó y presentó una forma de trabajo con mayor participación de los estudiantes (realizando y presentado instantáneamente diferentes gráficas de funciones cuadráticas, para observar semejanzas y diferencias entre ellas).

A partir de la organización de los registros se evidenciaron estrategias de tipo cognitivo, metacognitivo y de manejo de recursos.

El análisis de los registros mostró entre otras estrategias de aprendizaje, las observadas en:

1. La manera cómo proceden a encontrar los valores de determinada función cuadrática en ciertos números enteros asignados a la variable independiente.

2. Dadas ciertas pautas por las practicantes, los estudiantes encuentran una nueva forma de graficar, encontrando las intersecciones de la parábola con los ejes coordenados, el vértice y el eje de simetría

3. Resolución de ecuaciones de segundo grado

4. La aplicación de conocimientos sobre función cuadrática en fenómenos físicos
5. La representación gráfica y algebraica de la ecuación cuadrática

El realizar el análisis de los registros tomados durante las prácticas pedagógicas llevó su tiempo, pero ese proceso permitió el logro del propósito establecido en el proyecto.

Un docente debe tener siempre presente que formar personas es una gran responsabilidad, pues son seres pensantes, con capacidades, destrezas, habilidades, entre otras características propias de cada individuo y no seres estáticos, con los que se pueda hacer lo que se quiera.

Dado que en la práctica pedagógica se vivieron distintos ritmos de trabajo, varios comportamientos disciplinarios, diferentes intereses en los estudiantes; es necesario que estas situaciones sean pensadas y analizadas constantemente en busca del mejor y adecuado modelo de enseñanza, con el fin de garantizar un buen aprendizaje.

Existió en el aula de clase la tendencia a volver al método tradicional de enseñanza a pasar de que el interés o la intención no era esa. Por ejemplo, en el momento de sugerir que los estudiantes fueran más participativos en las clases, saliendo al tablero, haciendo y respondiendo preguntas acordes al tema, hubo casi siempre resistencia. Pues, mostraban preferencia en que el profesor se encargara de todo.

Los estudiantes ya acostumbrados a que el profesor dictara las clases de forma magistral, se presentaron renuentes a admitir y desarrollar la metodología establecida en el Plan de Acción. Siendo uno de los motivos que llevó a modificar o reformar algunas actividades matemáticas.

Se recomienda que a los practicantes se les apoye con algunos recursos necesarios para la realización de la práctica pedagógica, como fotocopias y papel para que los estudiantes desarrollen las diferentes actividades.

Siendo la práctica pedagógica todo un proceso, es de reconocer que entre más compromiso haya en las partes del sistema educativo mejores serán los resultados.

Bibliografía

Consejo academico ENSP. (2010). Manual de convivencia de la Escuela Normal Superior de Popayan. Popayan.

Mesa, Y., & Villa, J. (14 de julio de 2008). *reflexión histórica, epistemológica y didática del concepto de función cuadrática .* Recuperado el 12 de junio de 2013, de http://funes.uniandes.edu.co/977/1/1-20Mesa%26VillaText.pdf

Enciclopedia Encarta. (2007).

Wikipedia. (2013).

230 René Descartes - Matemática para todos. (s.f.). Obtenido de http://www.matematicaparatodos.com

Contreras, J., & del Pino, C. (s.f.). *Funciones y gráficas (1).* Obtenido de http://fcqi.tij.uabc.mx/usuarios/giovana/2_1_Funciones-es.pdf

Diaz, B., & Hernandez, R. (1999). *Estrategias docentes para un aprendizaje.* Mexico: McGraw Hill.

Ibarra, O. (2010). Ser de maestro en Colombia: de oficio a profesión. Bogota: U. Pedagógica Nacional.

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares. Bogota.

Profesores de matematicas ENSP. (2011). Plan de estudios de matematicas. Popayan.

Requejo, C. A. (8 de Mayo de 2009). *APUNTES ACERCA DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO*. Recuperado el 9 de Mayo de 2012, de http://carlosyampufe.blogspot.com/2009/05/apuntes-acerca-del-pensamiento.html

Takahashi, A. (1991). *EL MAESTRO Y SU OFICIO.* Recuperado el 15 de Noviembre de 2013, de http://sistemas.uniandes.edu.co/~rcardoso/docs/MaestroYSuOficio.pdf

CAPITULO VII

ANEXOS

Anexo 1: Plan de Acción

Universidad del Cauca

PLAN DE ACCIÓN DE LA DOCENCIA EN EL AULA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA II Primer Periodo 2012

En el grado noveno de la Escuela Normal superior de Popayán y según su plan de estudios se sugiere desarrollar entre otros, los temas de representación gráfica de la función cuadrática y la resolución de problemas, sobre los cuales se busca analizar desde un enfoque del pensamiento variacional las diferentes estrategias que los estudiantes utilizan.

Para este trabajo, se ha tomado como referente la propuesta: REFLEXIÓN HISTÓRICA, EPISTEMOLÓGICA Y DIDÁTICA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA de Yadira M. MESA, Jhony A. VILLA. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Donde, se menciona que la idea de esta propuesta es mostrar cómo desde la historia se pueden esgrimir algunos elementos de tipo epistemológico que se convierten en herramientas para la construcción didáctica del concepto de función cuadrática al interior del aula de clase.

Se tiene que las nociones asociadas a lo “cuadrático” según rastreos históricos, atraviesan por al menos cuatro momentos: las ecuaciones, las cónicas, la cinemática y las funciones. De las cuales, presentan los hallazgos relativos a estas situaciones de manera tal que evidencien la presencia de posibles obstáculos y fases importantes en su construcción, de modo que posibiliten una comprensión de la actividad educativa.

Después de estos estudios, se destaca que vale la pena reflexionar sobre el papel que estos elementos tienen a la hora de pensar una didáctica del concepto de función cuadrática. Y además, que en el desarrollo histórico se ha observado que el concepto de función y en particular la función cuadrática estuvo vinculado a la modelización de fenómenos de variación y cambio, lo cual soporta la idea muy generalizada de incluir este proceso en los currículos escolares en todo el mundo. De esta manera, los autores plantean que en la construcción epistemológica del concepto de función cuadrática se pueden esgrimir obstáculos, algunos de los cuales fueron necesarios superar para su ulterior desarrollo. Algunos de ellos son:

• Concepción de cuadrado meramente como área.

• No concepción de los números negativos.

• Matemática concreta que dificulta la abstracción para ser representada.

• No trascender del álgebra geométrica.

• Instrumentos de medición de fenómenos naturales ineficientes.(Galileo).

De este modo afirman que, la reflexión histórica sobre dichos obstáculos, permiten al maestro comprender parte de la realidad del aula de clase; y que "lo cuadrático" según la revisión histórica se puede ver como una sinergia entre geometría euclidiana, las cónicas y la geometría analítica, teniendo como objeto de estudio el movimiento. Razón por la cual, vale la pena rescatar parte de esta sinergia en el aula de clase, de tal manera que se presente una concepción de lo cuadrático desde diversas interpretaciones y contextos.

De manera particular, para la obtención del objetivo del presente trabajo, se tomará como guía la siguiente matriz:

Tema	Objetos de enseñanza	Demandas cognitivas	Metodología			Observaciones
			Actividades	Tiempo	Recursos	
REPRESENTACION GRAFICA DE LA FUNCION CUADRÁTICA Y RESOLUCION DE PROBLEMAS	Función cuadrática	1. Concepto de función 2. Concepto de Ecuación 3. Métodos de solución para ecuaciones enteras y fraccionarias de segundo grado con una incógnita: Por formula general y por factorización 4. Ubicación de puntos en el plano 5. Propiedades de la potenciación 6. Operaciones con números negativos	1. Diseño e implementación de una evaluación escrita sobre las demandas cognitivas de los estudiantes. 2. Según el resultado de la actividad 1 la segunda acción será realizar un refuerzo o nivelación en horas no académicas respecto a la dificultad que presente cada estudiante. 3. Implementación de una herramienta TIC en la cual se pueda reflejar un experimento relacionado a nuestro objeto de enseñanza. 4. Construcción del concepto de función cuadrática. 5. Estudio de los diferentes tipos de representación grafica de la función cuadrática. 6. Análisis de situaciones problemas sobre función cuadrática. 7. Elaboración y desarrollo de la evaluación final	1. Cincuenta minutos (50 min) 2. Cien minutos (100 min) 3. Cien minutos (100 min) 4. Cien minutos (100 min) 5. Cien minutos (100 min) 6. Cien minutos (100 min) 7. Cien minutos (100 min)	1. Cuestionario 2. Talleres y desarrollo de alguna situación problemas por grupos de estudiantes. 3. Experimentos 4. 5. Lugares geométricos de algunas funciones cuadráticas. 6. Situaciones problema. 7. Evaluación	

En cuanto a la metodología que se llevará a cabo en la realización del Plan de acción, es en primera instancia un acercamiento al concepto o definición de ciertos objetos matemáticos utilizando una herramienta TIC, que resulta en la mayoría de casos una mejor aproximación a la conceptualización de los objetos matemáticos que si se hiciera por medio de la simple presentación de las definiciones de los mismos.

El tema de representación gráfica de la función cuadrática y resolución de problemas, presenta como único objeto de enseñanza la función cuadrática que tendrá demandas cognitivas tanto en conceptos de función, ecuación, sobre los métodos de solución de ecuaciones, la ubicación de puntos en el plano, propiedades de la potenciación y desde luego saber operar con los números racionales. Para este plan de acción se ha implementado una metodología que se basa en la construcción de conceptos, como se ha mencionado, primeramente se desea conocer sobre las nociones previas con las que cuenta el estudiante para lograr desarrollar junto con él este plan de acción y de acuerdo al resultado que se presente, se organizará y desarrollará un plan de refuerzo. En segundo lugar, como bien nuestro épico Gali leo Galilei menciona: "las matemáticas constituyen el lenguaje de la física", se pretende implementar una herramienta TIC relacionada con el tema, para luego estudiar las diferentes relaciones entre la representación algebraica y la representación geométrica, contribuyendo al análisis de las diferentes situaciones problemas que se le presentarán al estudiante. Finalmente, se concluirá con una valoración que reflejará todo el proceso desarrollado por el estudiante en las diferentes actividades, más una última evolución cognitiva.

Anexo 2: Actividades Matemáticas

Anexo 2.1 Tarea 1 - noveno D

1. Desarrolle las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas en el mismo plano cartesiano:
   a) $f(x) = -x^2$
   b) $f(x) = 3x^2$
2. Responde ¿Qué diferencias encuentras entre las dos parábolas?
3. ¿Por qué crees que se dan esas diferencias?

Anexo 2.2 Tarea 1 – noveno B

Graficar las siguientes funciones cuadráticas. (Pueden usar un mismo plano).

1. $f(x)= 6X^2$
2. $f(x)= -X^2$

Y responder

a) ¿sobre qué cuadrantes del plano cartesiano se abren las parábolas?

b) ¿De qué depende que una parábola sea más “ancha” o más “angosta”? ¿Qué cambia en la ecuación?

Anexo 2.3 Tarea 2– noveno D

1. Desarrolle las graficas de las siguientes funciones cuadráticas en el mismo plano cartesiano:

   a) $f(x) = x^2 - 1$

   b) $f(x) = x^2 + 3$

2. Responde ¿Qué diferencias encuentras entre las dos parábolas?
3. ¿Por qué crees que se dan esas diferencias?

Anexo 2.4 Tarea 2 – noveno B

Graficar las siguientes funciones:

1. $f(x)= 6X^2 + 3$
2. $f(x)= -X^2 - 4$

Responder

a) ¿Hacia dónde abren las parábolas?

b) Mencione algunas diferencias entre estas gráficas y las de la tarea I. ¿Qué paso con el vértice de las parábolas?

Anexo 2.5 Actividad en clase 1– noveno D

1. Realiza la gráfica de la siguiente función cuadrática:

   a) $f(x) = 5x^2 - 10x + 5$

2. Responde ¿En qué punto se intercepta la parábola con el eje *y*?
3. ¿Existirán más puntos de intersección entre la parábola y el eje *y*?
4. ¿Cuál es el punto o son los puntos de intersección entre la gráfica y el eje *x*?
5. ¿Cuál es el vértice de la parábola según la gráfica?
6. Encuentra el vértice de la parábola, utilizando el método algebraico visto en clase

Anexo 2.6 Actividad en clase 2 – noveno D

1. Suponga la función cuadrática:

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

   Encuentre el vértice

2. Encuentre las intersecciones de la parábola con el eje *x*
3. Basándose en los dos puntos anteriores grafique la función

Anexo 2.7 Actividad – noveno B

Situación:

Una manzana es lanzada desde el piso hacia arriba y después de 4 segundos llega de nuevo al piso. Esta situación presenta la gráfica de la parábola descrita por el recorrido y una tabla de valores en la que en una de sus columnas esta la variable t (tiempo) tomando valores de 0.5 en 0.5, desde 0.0 hasta 4.0; y en la otra columna está la variable *y*(altura), tomando los valores (0.0, 15.8,27.0,33.8,36.0, 33.8,27.0,15.8, y 0.0) en el mismo orden que se tomaron los valores para t. a partir de esta información se pide al estudiante:

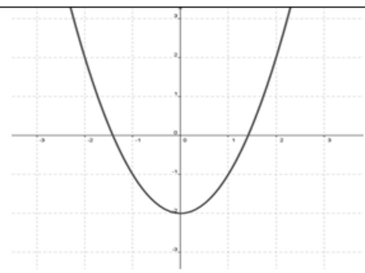
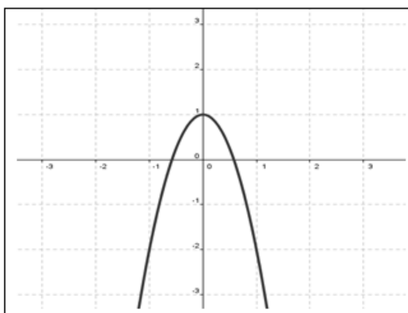
1) ¿A qué altura se encuentra la manzana del piso cuando han transcurrido 2 segundos?
2. ¿En qué tiempo se puede decir que la manzana estuvo a 27 metros del piso?
3. ¿Cuál fue la máxima altura que alcanzó la manzana?
4. ¿A qué altura se encuentra la manzana del piso cuando han transcurrido 4 segundos?
5. ¿En qué tiempo se puede decir que la manzana estuvo a 15.8 metros del piso?

Anexo 2.8: Taller General

ESCUELA NORMAL SUPERIOR DE POPAYÁN
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
Grado 9, periodo lectivo 2012
Profesoras: Enid Daza y Jenny Palta

Universidad del Cauca

1. Observe la siguiente tabla y llene los espacios que se encuentran en blanco.

GRÁFICA	ECUACIÓN	VERTICE	ABRE HACIA	INT. CON EJE X	INT. CON EJE Y
	$f(x) = x^2 - 2$		**Arriba, porque** ***a*** **es positivo**	**x =** **x =**	**y =**
	$f(x) = x^2 - 6x + 5$			**x =** **x =**	**y = 5**
	$f(x) = -3x^2 + 1$			**x =** **x =**	**y =**
	$f(x) = (x+2)^2$			**x =**	**y =**

2. Resuelve los siguientes problemas relacionados a función cuadrática:

    a. Calcular el mayor perímetro de un rectángulo cuya área es 168, sabiendo que la diferencia entre la base y la altura es 2.
    b. Cinco veces el cuadrado de un número entero más ocho veces el número es igual a 228. ¿**Cuál es el número entero**?

Anexo 3: Matrices

Anexo 3.1: Matriz para la Organización de Registros

FUENTE	PROCESOS Y PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS	INTERPRETACIÓN ALGEBRAICA	REPRESENTACIÓN GRAFICA	INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA
TAREA 1 (JENNY)				
Tarea 1 - noveno D (Punto 1) Desarrolle las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas en el mismo plano cartesiano: a) $f(x) = -x^2$ b) $f(x) = 3x^2$	El estudiante A procede a dibujar dos tablas de tabulación horizontales para resolver los puntos a) y b) de la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1), designa los mismos valores para la incógnita *x* en ambas tablas pero obtiene diferentes valores en la parte inferior, donde escribe el valor de la función evaluada en cada número escogido para la variable *x*. Presentando así, para la función a) para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a -9, para *x*		El estudiante A en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así	

igual a -2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a -1, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -1 , para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a -9. Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 27, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -3, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 27.	pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).
El estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja dos tablas de tabulación horizontales para resolver los puntos a) y b) asignando en la parte superior valores para la incógnita *x*, los mismos en ambas tablas, pero obteniendo diferentes resultados que escribe en la parte inferior	El estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0

donde se localizan los valores de la función evaluada en cada número escogido para la variable *x*. Presentando así, para la función a) para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a -9, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a -1, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -1 , para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a -9. Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 27, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -3, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 27.	en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).
El estudiante C ante la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja	El estudiante C ante la *Tarea 1 - noveno D* (Punto

dos tablas de tabulación horizontales para resolver los puntos a) y b) asignando en la parte superior valores para la incógnita *x*, los mismos en ambas tablas, pero obteniendo diferentes resultados que escribe en la parte inferior donde se localizan los valores de la función evaluada en cada número escogido para la variable *x*.

Presentando así, para la función a) para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a -9, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a -1, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -1 , para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a -9.

Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 27, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a

1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente

	0, para x igual a 1 entonces y es igual a -3, para x igual a 2 entonces y es igual a 12, para x igual a 3 entonces y es igual a 27.		une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).	
Tarea 1 - noveno D (Punto 2) Responde ¿Qué diferencias encuentras entre las dos parábolas?				El estudiante A en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 2) responde, las parábolas se ubican en lados opuestos, además “una es más ancha que la otra”.
				El Estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 2) nota que la diferencia entre las dos parábolas descritas por las ecuaciones cuadráticas a) y b) radica en que la primera está ubicada en los cuadrantes I y II, mientras que la otra se encuentra en los cuadrantes III y IV.
				El estudiante C ante la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 2) explica que aunque el vértice de las parábolas es el mismo una se encuentra en el lado

			positivo y la otra al lado negativo del plano cartesiano
Tarea 1 - noveno D (Punto 3) ¿Por qué crees que se dan esas diferencias?		El estudiante A en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 3) responde que en la función a) los valores de *y* en la tabla son negativos por lo tanto se ubican en la parte inferior, donde van los números negativos y en la segunda los valores de *y* son positivos por tanto van arriba.	
		El estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 3) responde que las diferencias se deben a los resultados que arrojaron las tablas de tabulación, ya que "si el resultado es negativo la figura se ve al revés o para abajo. Mientras que si los resultados son positivos la figura se va para arriba".	
		El estudiante C ante la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 3) afirma que las diferencias se deben a que el número que acompaña a	

		la *x* en la ecuación a) es negativo lo cual indica que la parábola va hacia abajo con los números negativos, mientras que en la ecuación b) es el 3 quien acompaña a la *x* y ya que es positivo entonces la parábola va hacia arriba		
TAREA 1 (ENID)				
Tarea 1 – noveno B Graficar las siguientes funciones cuadráticas. (Pueden usar un mismo plano). 1. $f(x)= 6X^2$ 2. $f(x)= -X^2$ Y responder a) ¿sobre qué cuadrantes del plano cartesiano se abren las parábolas? b) ¿De qué depende que una parábola sea más “ancha” o más “angosta”? ¿Qué cambia en la ecuación?	El estudiante A, para trabajar con la función cuadrática $f(x)= 6X^2$ presentada en el primer punto de la *Tarea 1 – noveno B*, empieza elaborando una tabla de valores en forma horizontal. En la cual, toma siete (7) valores diferentes para asignarle a la variable X y encontrar los valores correspondientes en la variable Y (f(x)). Los números enteros que le asigna a la variable X van desde el número -3 hasta el 3. El estudiante A, para encontrar los valores f(x), lo hace reemplazando cada valor de X en la función cuadrática dada. Para la gráfica correspondiente a la función cuadrática mencionada anteriormente, el	En la parte b) de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante A describe que cambia según los signos y alguno que otro número, y en el caso de que las ecuaciones sean las mismas pero una con signo negativo y otra positivo entonces las parábolas quedan en cuadrantes opuestos. Este estudiante menciona que dependiendo de los signos en la ecuación cuadrática la parábola se ubica en cuadrantes opuestos.	Para realizar las gráficas de las funciones cuadráticas del ejercicio 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante A, empieza trazando un plano cartesiano, en donde la recta horizontal es el eje X y la recta vertical es el eje Y. Los diferentes puntos para ubicarlos en el plano los consigue dándole valores a la variable x y posteriormente remplazándolos en la función dada, para encontrar los valores correspondientes en el eje Y. La escala que usa en el eje Y es de cinco en cinco y en el eje X es de uno en uno. Para el trazo de la curva tanto de la primera parábola	En el inciso a), el estudiante A para el punto 1 de la *Tarea 1 – noveno B* menciona que la parábola se abre entre los cuadrantes I y II; y para el punto 2 que la parábola se abre entre los cuadrantes III y IV. En la parte b), el estudiante A menciona que la dependencia de que una parábola sea más “ancha” o más “angosta” es porque los resultados de la tabla de valores van cambiando según la ecuación. El estudiante describe que cambia según los signos y alguno que otro número, y en el caso de que las

estudiante elabora un plano cartesiano, donde a la recta horizontal la toma como el eje X y a la vertical como el eje Y. Las escalas que utiliza para estos ejes son diferentes, pues para el eje X toma una escala de uno en uno, mientras que para el eje Y es de cinco en cinco.

Para realizar el segundo punto de la misma tarea el estudiante A, nuevamente elabora una tabla de valores, colocando en una columna a X y en la otra a f(x). De forma análoga al ejercicio anterior, el estudiante toma siete puntos para ubicar en el plano. Asignando números enteros a la variable x desde el -3 hasta 3 y evaluándolos en la función determinada.

El estudiante A, tanto la gráfica de la parábola descrita por la función cuadrática $f(x)= 6X^2$ como la descrita por la función $f(x)= -X^2$ las trazó en el mismo plano cartesiano.

como de la segunda, el estudiante parte de la ubicación de siete puntos en el plano. En algunos de estos puntos, escribe sus correspondientes coordenadas y en otros no. Después de esto, el estudiante A describe una curva suave sobre los puntos obtenidos en el primer ejercicio de la *Tarea 1 – noveno B* para obtener la primera gráfica y del mismo modo, une mediante una curva suave los puntos obtenidos el segundo ejercicio de la misma tarea para describir la gráfica de la parábola requerida por tal ejercicio.

ecuaciones sean las mismas pero una con signo negativo y otra positivo entonces las parábolas quedan en cuadrantes opuestos.

	El estudiante B, para realizar las parábolas que describe las funciones presentadas en la *Tarea 1 – noveno B*, empieza construyendo para cada función una taba de valores en forma vertical, en la que en una columna coloca la variable X y en otra la variable Y. A la variable x le asigna números enteros que van desde el número -3 hasta el 3. Este rango de números enteros los utiliza para ambas funciones. Los distintos valores de la variable Y los consigue remplazando los valores de x en la respectiva función cuadrática. La cantidad de valores que el estudiante B, le asigna a X son siete en ambos ejercicios y una vez ha obtenido estos puntos, el estudiante utiliza en el plano cartesiano una escala de la siguiente manera: *para el ejercicio 1 de la *Tarea 1 – noveno B*, la escala es de uno en uno en el eje X y de diez en diez en el eje Y. *para el ejercicio 2 de la misma tarea, es de uno en uno en el eje X y de dos en dos en el eje Y.	En la parte a) de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante B logra notar a partir de la ecuación, hacia donde abren las parábolas. En la parte b) menciona que la parábola depende del coeficiente principal.	El estudiante B, para trazar las gráficas de las funciones cuadráticas del ejercicio 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, construye para cada ejercicio un plano cartesiano, para el primer ejercicio el estudiante toma una escala diferente al del segundo, mientras que para el primero toma una escala de uno en uno para el eje X y de diez en diez para el eje Y, en el segundo ejercicio toma una de uno en uno para el eje X y de dos en dos para el eje Y. El estudiante toma siete puntos por cada plano, para trazar la gráfica pedida. Los diferentes puntos los obtiene dándole valores a la variable X y remplazándolos en las funciones respectivas para obtener los valores en la variable Y. El rango que utiliza de valores para x tanto en el ejercicio 1 y 2 es los números enteros desde -3 hasta 3. Después de obtenidos estos puntos el estudiante	El estudiante B, en la parte a) del punto 1 de la *Tarea 1 – noveno B* describe que la parábola se ubica en los primeros cuadrantes del plano cartesiano y que la correspondiente al punto 2 de esta misma tarea se ubica entre los últimos cuadrantes. Para la parte b), el estudiante B menciona que la “amplitud” de una parábola depende de la función, del punto de intercepto, del vértice, de la parábola en sí,

	Este estudiante por consiguiente realizó las gráficas de las parábolas en planos cartesianos diferentes.		B, los ubica en el plano, dejando ver además de los puntos, los rectángulos que se forman con dos de estos puntos y el eje horizontal. Posterior a esto, el estudiante, une los puntos ubicados en cada plano con el trazo de una curva suave, que representa las parábolas pedidas en estos ejercicios. En algunos de los puntos que se ubicaron para realizar las gráficas de las parábolas el estudiante escribe sus coordenadas.	
	En el desarrollo de los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante C, hace uso de una tabla de valores para graficar las parábolas. Este estudiante, construye una tabla de valores en forma horizontal y en una de sus columnas coloca la variable X y en la otra a f(x), los valores que le asigna a la variable x, en cada uno de los ejercicios está entre los números enteros que van del -3 hasta el 3. Los valores de f(x) los consigue reemplazando los valores de X en la función determinada. Una vez		Para la construcción de las gráficas de las funciones de los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante C, elabora además de una tabla de valores para cada ejercicio, un plano cartesiano diferente. El estudiante toma siete puntos para ubicar en cada plano, y los valores que le da a la variable X, son números enteros que van desde el -3 hasta el 3. Los valores de Y los encuentra reemplazando los valores de x en las funciones dadas. Teniendo	Para el estudiante C en el inciso a), la parábola del primer punto de la *Tarea 1 – noveno B* se abre hacia arriba, y añade que cuando las parábolas abren hacia arriba, se abren sobre el I y II cuadrante. Y para el segundo punto, menciona que la parábola abre hacia abajo, y dice además que cuando esto ocurre, éstas se abren sobre los cuadrantes III y IV. Para la parte b), sobre la “amplitud” de una

	obtenidos los siete puntos para cada función, el estudiante construye un plano cartesiano para cada punto de la *Tarea 1 – noveno B*. En el plano cartesiano para la primera gráfica usa una escala de uno en uno en el eje X (eje horizontal) y de diez en diez en el eje Y; en el plano para la segunda parábola, la escala es de uno en uno en el eje X y de dos en dos en el eje Y. De este modo, el estudiante C, para cada parábola elabora un plano cartesiano. A ninguno de los siete puntos que ubica en cada plano para hacer la parábola les coloca sus coordenadas respectivas		estos siete puntos para cada función el estudiante los ubica en su correspondiente plano, sin colocarles al lado las relativas coordenadas. Seguido a esto, y mencionando que el estudiante para el primer plano cartesiano utiliza una escala de uno en uno en el eje X (eje horizontal) y de diez en diez en el eje Y; y para el segundo plano una escala de uno en uno en el eje X y de dos en dos en el eje Y, traza la curva que une los puntos en los distintos planos dando lugar a la parábola solicitada.	parábola, el estudiante C describe que depende de la función, de la ecuación.

TAREA 2 (JENNY)

Tarea 2 - noveno D (Punto 1) Desarrolle las gráficas de las siguientes funciones cuadráticas en el mismo plano cartesiano: a) $f(x) = x^2 - 1$	El estudiante A ante la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) procede a dibujar una tabla de tabulación horizontal para resolver el punto a) y el punto b), donde designa en la parte superior valores para *x*, tomando los mismo valores para la incógnita *x* en ambas tablas, pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior donde escribe el valor		El estudiante A frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.	

b) $f(x) = x^2 + 3$	de la función evaluada en cada número que le asignaba a la incógnita *x*. Presentando así los siguientes resultados para la función a) cuando *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 8, cuando *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 0 entonces *y* es igual a -1, cuando *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 8. Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 12.	Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3), (3,8) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,12), (-2,7), (-1,4), (0,3), (1,4), (2,7), (3,12) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).
	El estudiante B frente a la	El estudiante B frente a la

Tarea 2 - noveno D (Punto 1) dibuja una tabla de tabulación horizontal para resolver el punto a) y el punto b), donde designa en la parte superior valores para *x*, tomando los mismo valores para la incógnita *x* en ambas tablas, pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior donde escribe el valor de la función evaluada en cada número que le asignaba a la incógnita *x*. Presentando así los siguientes resultados para la función a) cuando *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 8, cuando *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 0 entonces *y* es igual a -1, cuando *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 8. Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 12,	*Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3), (3,8) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,12), (-2,7), (-1,4), (0,3), (1,4), (2,7), (3,12) y finalmente

para x igual a -2 entonces y es igual a 7, para x igual a -1 entonces y es igual a 4, para x igual a 0 entonces y es igual a 3, para x igual a 1 entonces y es igual a 4, para x igual a 2 entonces y es igual a 7, para x igual a 3 entonces y es igual a 12.	une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).
El estudiante C en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja una tabla de tabulación horizontal para resolver el punto a) y el punto b), donde designa en la parte superior valores para x, tomando los mismo valores para la incógnita x en ambas tablas, pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior donde escribe el valor de la función evaluada en cada número que le asignaba a la incógnita x. Presentando así los siguientes resultados para la función a) cuando x igual a -3 entonces y es igual a 8, cuando x igual a -2 entonces y es igual a 3, cuando x igual a -1 entonces y	El estudiante C frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje x) y el eje de las ordenadas (eje y), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje x y 0 en el eje y. Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3), (3,8) en seguida traza

	es igual a 0, cuando *x* igual a 0 entonces *y* es igual a -1, cuando *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 8. Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 12.	una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,12), (-2,7), (-1,4), (0,3), (1,4), (2,7), (3,12) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).	
Tarea 2 - noveno D (Punto 2) Responde ¿Qué diferencias encuentras entre las dos parábolas?			El estudiante A en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 2) refiere a la posición de las parábolas, donde una se presenta "más arriba que la otra porque en anchura son iguales"
			El estudiante B frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 2) responde que

		las parábolas “parecen las mismas” solo que se separan 4 unidades una de la otra, es decir, “las parábola se corre 4 espacios hacia arriba o hacia abajo”, además nota que la parábola a) tiene vértice en el punto (0,-1) mientras la parábola b) tiene vértice en (0,3).
		El estudiante C frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 2) afirma que una de las diferencias radica en que la segunda parábola descrita por la ecuación b) tiene el vértice positivo y en cambio la descrita por a) su vértice es negativo. Además, “la parábola a) se encuentra más abajo que la parábola b)”

Tarea 2 - noveno D (Punto 3) ¿Por qué crees que se dan esas diferencias?	El estudiante A frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 3) explica que aunque los valores que se le asigna a la variable *x* en la tabla de tabulación de ambas funciones son los mismos, las gráficas presentan diferencias debido a que en cada ecuación *f(x),* los valores que se obtienen de *y* cambian, haciendo que la parábola descrita por la ecuación b) "quede más arriba que la parábola" a).	
	El estudiante B en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 3) responde que las diferencias se deben "a que en las operaciones que se hace a la hora de tabular, mientras que en una tabla se resta un número, en la otra se le suma 3 con una ventaja de 4 números".	
	El estudiante C en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 3) Considera que la diferencia de que una parábola se encuentre "más abajo" o "más	

arriba" a comparación con la otra se debe a que "en la parábola a) el cuadrado de "*x*" es restado por 1, y en la parábola b) el cuadrado de "*x*" es sumado por 3".

TAREA 2 (ENID)

Tarea 2 – noveno B Graficar las siguientes funciones: 1. $f(x)= 6X^2 + 3$ 2. $f(x)= -X^2 - 4$ Responder a) ¿Hacia dónde abren las parábolas? b) Mencione algunas diferencias entre estas gráficas y las de la tarea I. ¿Qué paso con el vértice de las parábolas?	Este estudiante A, para responder a los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 2- noveno B*, correspondientes a las funciones $f(x)= 6X^2+3$ y $f(x)= -X^2 -4$, el estudiante elabora una tabla de valores para cada ejercicio, asignándole a la variable x números enteros que van desde el -3 hasta el 3, y encontrando los valores de Y con el remplazo de los valores de X en la función determinada. Una vez obtenidos los puntos buscados en cada ejercicio, el estudiante muestra un plano cartesiano en el cual construye las dos parábolas. Las características de este plano es que tiene como eje X a la recta horizontal y como eje Y a la recta vertical, la escala usada es de uno en uno en el eje X y de diez en diez en el eje Y. Ubica los puntos en el plano, colocándoles a unos de ellos sus correspondientes coordenadas.		El trazo de las parábolas tanto para el ejercicio 1 como para el 2. de la *Tarea 2- noveno B*, el estudiante A construye un plano cartesiano, donde la escala utilizada en el eje Y es de diez en diez y en el eje X de uno en uno. Los puntos a ubicar en el plano para el trazo de estas parábolas, los consiguió con la elaboración de una tabla de valores (en cada caso) en la que dio a la variable X valores correspondientes a números enteros entre -3 y 3. Los valores de Y los obtuvo al hacer el reemplazo de dichos valores en las respectivas funciones. Una vez colocadas a algunos puntos de estos sus relativas coordenadas, muestra la parábola correspondiente a cada función, después de unir mediante una curva suave los distintos puntos de cada ecuación.	Para el caso a), el estudiante A afirma que la parábola del ejercicio 1 de la *Tarea 2- noveno B*, abre entre los cuadrantes I y II; y la parábola del ejercicio 2 abre entre el III y IV cuadrante. Para el caso b), este estudiante A menciona que algunas diferencias entre las gráficas es que unas son más angostas y otras más anchas. Unas parábolas tienen forma más curveada que otras. Describe que la primera parábola es más angosta y la segunda más abierta.

	Este estudiante B tanto para la función cuadrática del ejercicio 1 de la *Tarea 2- noveno B* como para la del ejercicio 2 que tiene que ver con la función f(x)= $-X^2$ -4, elabora una tabla de valores, para la cual asigna valores a la variable X, correspondiente a los números enteros que están entre -3 y 3. Al remplazar estos valores en las funciones dadas empieza a encontrar los valores de la variable Y, y por consiguiente puntos de las respectivas gráficas. El estudiante B cuando ya tiene los siete puntos de cada gráfica, continua con la elaboración de un plano, en él utiliza una escala de uno en uno para el eje X, y de quince en quince para el eje Y. Continúa con la ubicación de los siete puntos de cada ejercicio en el plano, para posteriormente realizar las parábolas requeridas. Los puntos que ubica el estudiante en el plano no les coloca sus correspondientes coordenadas.	En la parte b), El estudiante B menciona que en las ecuaciones de la *Tarea 2- noveno B*, se añadieron números ya sean aumentando o disminuyendo el resultado, causando una translación de la parábola.	En la realización de las gráficas de estas funciones cuadráticas, el estudiante B como en la *Tarea 1- noveno B*, crea un plano cartesiano, pero en este caso con una escala de uno en uno para el eje X y de quince en quince para el eje Y. En este plano una vez obtenidos los siete puntos para cada ecuación por medio de una tabla de valores como se mencionó en la parte de procesos y procedimientos algebraicos, el estudiante ubica los puntos en el plano y traza la curva correspondiente a la parábola de cada función, haciendo notar la translación que cada una de ellas presenta. Para la primera muestra la parábola trasladada hacia arriba del origen y la segunda trasladada hacia abajo del origen.	En el inciso a), el estudiante B, sobre los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 2- noveno B*, menciona que la parábola descrita por el primero se hace sobre el I y II cuadrante; y en el otro caso, sobre el III y IV. En el caso b) y para el estudiante B, las diferencias entre las gráficas de la *Tarea 1- noveno B*, y las de ésta, dice que está en que, en las ecuaciones de la *Tarea 2- noveno B*, se añadieron números ya sean aumentando o disminuyendo el resultado, causando una translación de la parábola.
ACTIVIDAD EN				

CLASE 1 (JENNY)				
Actividad en clase 1–noveno D (punto1) Realiza la gráfica de la siguiente función cuadrática: $f(x) = 5x^2 - 10x + 5$	Esta *Actividad en clase 1–noveno D (punto1)* se propone desarrollar en grupo, por lo que los estudiantes A, B y C dan inicio dibujando un tabla de tabulación, donde hacen corresponder al valor de *x* igual a -1 la función evaluada en ese número *f(x) = f(-1) =20,* y así seguidamente encuentran que para *x* igual a 0 *y* es igual a 5, luego para *x* igual a 1 *y* es igual a 0, después para *x* igual a 2 *y* es igual a 5 y finalmente para *x* igual a 3 *y* es igual a 20.		Los estudiantes A, B y C en la *Actividad en clase 1–noveno D (punto1)* basándose en la tabla de tabulación proceden a graficar el plano cartesiano representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Donde posteriormente ubican los puntos: (-1,0), (0,5), (1,0), (2,5) y (3,20), los cuales unen mediante un trazo suave que une todos los puntos, obteniendo así una parábola.	
Actividad en clase 1–noveno D (punto2) Responde ¿En qué punto se intercepta la parábola con el eje *y*?				Los estudiantes A,B y C en la *Actividad en clase 1–noveno D (punto2)* guiados por la representación gráfica afirman que la parábola intercepta al eje *y* en un punto, con

			coordenadas (0,5)
Actividad en clase 1–noveno D (punto3) ¿Existirán más puntos de intersección entre la parábola y el eje *y*?			Los estudiantes A,B,C en la *Actividad en clase 1–noveno D (punto3)* afirman que no podrían existir más puntos donde la parábola intercepte al eje *y*, puesto que la parábola no parece cerrarse, si no que al contrario intuyen que puede abrirse mucho más hacia arriba
Actividad en clase 1–noveno D (punto4) ¿Cuál es el punto o son los puntos de intersección entre la gráfica y el eje *x*?		Mediante la gráfica elaborada por los estudiantes A, B y C de la *Actividad en clase 1–noveno D (punto4),* ellos responden que solo existe un punto de intersección entre la parábola y el eje de las *x*, el cual tiene coordenadas (1,0). Ellos también afirman que puede existir tal vez otro punto donde se intercepte la parábola con el eje *x*, pero en caso de que la gráfica “estuviera corrida un poco hacia abajo”	
Actividad en clase 1–		Según la gráfica, los estudiantes A, B y C en la	

noveno D (punto5) ¿Cuál es el vértice de la parábola según la gráfica?			*Actividad en clase 1– noveno D (punto5)* responden que el vértice de la parábola es: (1,0),	
Actividad en clase 1– noveno D (punto6) Encuentra el vértice de la parábola, utilizando el método algebraico visto en clase	Para dar solución a este punto los estudiantes A, B y C de la *Actividad en clase 1– noveno D (punto6)* organizados en grupo proceden a distinguir los coeficientes a, b y c caracterizados en la formula general de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.De tal manera designan los valores de a igual a 5, b igual a -10 y c igual a 5, para seguidamente hallar una constante, que es utilizada para encontrar el vértice y que su manera de buscarla fue expuesta en clase $\frac{-b}{2a}$ Proceden pues a reemplazar los valores de b y de a, de tal manera que obtienen $\frac{-(-10)}{2(5)}$ y eso igual a $\frac{10}{10}$ para encontrar que la contante buscada es igual a 1. Posteriormente evalúan la constante encontrada en la función	Los estudiantes A, B y C de la *Actividad en clase 1– noveno D (punto6)* verifican que las coordenadas del punto vértice encontrado utilizando el método algebraico corresponden al grafico del punto localizado en el plano cartesiano y que afirmaron es el vértice, según *Actividad en clase 1– noveno D (punto5)*.		Los estudiantes A, B y C en la *Actividad en clase 1– noveno D (punto5)* corroboran así que la gráfica describe propiamente la ubicación del vértice, pues las coordenadas encontradas por el método algebraico corresponden a la localización del punto vértice de la parábola.

	cuadrática $$f(x) = 5x^2 - 10x + 5$$ $$f(1) = 5(1)^2 - 10(1) + 5$$ $$f(1) = 5 * 1 - 10 + 5$$ $$f(1) = 5 - 10 + 5$$ $$f(1) = 10 - 10$$ $$f(1) = 0$$ Y así finalmente afirman que el vértice tiene coordenadas (1,0)	
ACTIVIDAD EN CLASE 2 (JENNY)		
Actividad en clase 2– noveno D (punto1) Suponga la función cuadrática: $f(x) = x^2 + 4x - 5$ Encuentre el vértice	Para encontrar el vértice el estudiante A en la *Actividad en clase 2– noveno D (punto1)* distingue y denota los coeficientes a, b y c caracterizados en la formula general de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.De tal manera designan los valores de a igual a 1, b igual a 4 y c igual a -5, para seguidamente hallar una constante, que es utilizada para encontrar el vértice y que su manera de buscarla fue expuesta en clase $\frac{-b}{2a}$. Proceden pues a reemplazar	

	los valores de b y de a, de tal manera que obtienen $\frac{-(4)}{2(1)}$ y eso igual a $\frac{-4}{2}$ para encontrar que la contante buscada es igual a -2. Posteriormente evalúa la constante encontrada en la función cuadrática $f(x) = x^2 + 4x - 5$ $f(-2) = (-2)^2 + 4(-2) - 5$ $f(-2) = 4 - 8 - 5$ $f(-2) = -9$ Concluye que el vértice tiene coordenadas (-2,-9)	
Actividad en clase 2– noveno D (punto2) Encuentre las intersecciones de la parábola con el eje *x*	El estudiante A en la *Actividad en clase 2– noveno D (punto2)* procede a desarrollar este punto utilizando la resolución de ecuaciones cuadráticas por formula general visto y practicado en clase. Por ende, comienza escribiendo la formula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, ya teniendo caracterizado los coeficientes a, b y c en este caso como a igual a 1, b igual a 4 y c igual a -5 se sigue a reemplazarlos en la formula general, así:	

	$$x=\frac{-(4)\pm\sqrt{4^2-4(1)(-5)}}{2(1)}$$ $$x=\frac{-4\pm\sqrt{16+20}}{2}$$ $$x=\frac{-4\pm\sqrt{36}}{2}$$ $$x=\frac{-4\pm 6}{2}$$ Seguidamente parte esta ecuación de la siguiente manera: $x_1= \frac{-4+6}{2} = \frac{2}{2} = 1$ $x_2= \frac{-4-6}{2} = \frac{-10}{2} = -5$ Finalizando este punto		
Actividad en clase 2– noveno D (punto3) Basándose en los dos puntos anteriores grafique la función		Encontrados los valores para *x* en la ecuación cuadrática, el estudiante A de la *Actividad en clase 2– noveno D (punto3)* da cuenta de que los números hallados corresponden a las coordenadas del eje *x* por donde corta la parábola a esté eje y donde la coordenada del eje *y* vale cero.	El estudiante A de la *Actividad en clase 2– noveno D (punto3)* dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Posteriormente dibuja el

			punto vértice con coordenadas (-2,-9) para seguidamente dibujar los puntos con coordenadas (1,0) y (-5,0) los cuales se encuentran sobre el eje *x*, correspondientes a los puntos por donde la parábola debe cortar al eje *x*. Dibujados los puntos proceden a trazar una línea suave que une los puntos desde (-5,0) hasta (-2,-9) y siguiendo el trazo desde aquí hasta el punto (1,0). Además, la línea suave se prolongada abriéndose más hacia arriba.	
ACTIVIDAD (ENID)				
Actividad – noveno B Situación: Una manzana es lanzada desde el piso hacia arriba y después de 4 segundos llega de nuevo al piso. Esta situación presenta la gráfica de la parábola descrita por el	El estudiante A, ante la *Actividad – noveno B*, procede mirando los valores presentados en la tabla que se les muestra, y respondiendo a las preguntas solicitadas en los distintos puntos. El estudiante, para el punto 1), describe que la manzana se encuentra a 36 metros del piso cuando han transcurrido 2 segundos. Para el punto 2)			El estudiante A, en los puntos 2) y 5) de la *Actividad – noveno B* notó que la altura que indicaba el ejercicio, la manzana la alcanzó en dos tiempos diferentes.

recorrido y una tabla de valores en la que en una de sus columnas esta la variable t (tiempo) tomando valores de 0.5 en 0.5, desde 0.0 hasta 4.0; y en la otra columna está la variable *y*(altura), tomando los valores (0.0, 15.8,27.0,33.8,36.0, 33.8,27.0,15.8, y 0.0) en el mismo orden que se tomaron los valores para t. a partir de esta información se pide al estudiante: 1) ¿A qué altura se encuentra la manzana del piso cuando han transcurrido 2 segundos? 2. ¿En qué tiempo se puede decir que la manzana estuvo a 27 metros del piso? 3. ¿Cuál fue la máxima altura que alcanzó la manzana? 4. ¿A qué altura se encuentra la manzana del piso cuando han transcurrido 4 segundos?	describe que la manzana estuvo a 27 metros del piso cuando ha transcurrido un (1) segundo y 3 segundos. Para el punto 3) la máxima altura que alcanzó fue 36 metros. Para el caso 4), la manzana se encuentra 0.0 metros. Para el punto 5) menciona que estuvo a los 0.5 y 3.5 segundos.

5. ¿En qué tiempo se puede decir que la manzana estuvo a 15.8 metros del piso?				

TALLER (ENID)

Taller General- noveno B El taller consta de dos partes: En la primera, se muestra una tabla de seis columnas de aspectos relacionados a una parábola correspondientes a: gráfica, ecuación, vértice, abre hacia donde, intercepto con el eje X, e intercepto con el eje Y. Se presenta a los estudiantes cuatro ejercicios de funciones cuadráticas para que desarrollen los mencionados aspectos. Las funciones son: 1) $f(x)= X^2 -2$ 2) $f(x)= X^2 -6X+5$ 3) $f(x)= -3X^2 +1$ 4) $f(x)= (X+2)^2$	El estudiante A, para el desarrollo del punto 1 del *Taller General- noveno B*, empieza con el caso 1) en el que se pedía determinar el vértice de la parábola, el intercepto con el eje X y el intercepto con el eje Y. Para esto, el estudiante en primer lugar, halló el vértice (p, f(p)) de la parábola, haciendo uso de que la componente en X del vértice es $p =(-b/2*a)$ y la componente en Y es f(p). El estudiante antes de aplicar estas fórmulas, identifica cuales son los coeficientes a, b y c de la ecuación cuadrática, logrando obtener así, que el vértice de la parábola es (0,-2). Luego prosigue a hallar el corte con el eje X, tomando la función y haciendo $f(x) =0$, quedándole así una ecuación cuadrática, la cual la empieza a resolver usando la formula general, con la que logra obtener que los cortes con el	El estudiante A, a partir del coeficiente principal de la ecuación, menciona hacia donde abre la parábola. Para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) menciona que la parábola abre hacia abajo porque *a* es negativo. El estudiante, a partir de los problemas a) y b) y mediante una asignación de variables describe las ecuaciones que representan los problemas planteados.	En el primer punto del *Taller General- noveno B*, el estudiante A para realizar las gráficas pedidas construye para cada una de ellas un plano cartesiano. Para la gráfica tanto del caso 2) como del caso 4), el estudiante construye un plano cartesiano, en los cuales utiliza una escala de uno en uno en ambo ejes. En ambos casos el estudiante ubica los puntos encontrados y mencionados en la parte de procesos y procedimientos algebraicos correspondientes a estos mismos casos, para terminar con el trazo de las parábolas pedidas mediante la unión de los puntos ubicados en el plano de cada caso. El estudiante A, para el caso del problema a) construye un dibujo correspondiente a un rectángulo (que sugiere	El estudiante A, a partir del coeficiente principal de la ecuación, menciona hacia donde abre la parábola. Para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) que abre hacia abajo porque *a* es negativo. Para el caso del problema a), el estudiante partió haciendo un dibujo de la situación problema que se le presentó.

Funciones para las cuales la respuesta de algunos de dichos aspectos se muestra en la tabla y para los restantes, se pide a los estudiantes rellenar los espacios en blanco con las respectivas respuestas acompañadas por aparte de sus correspondientes procedimientos. La segunda parte del taller consiste en: Resuelve los siguientes problemas relacionados a función cuadrática; a) Calcular el perímetro de un rectángulo cuya área es 168, sabiendo que la diferencia entre la base y la altura es 2. b) Cinco veces el cuadrado de un número entero más ocho veces el número es igual a 228. ¿Cuál es el número entero?	eje X son $x=\sqrt{2}$ y $x=-\sqrt{2}$. Para el corte con el eje Y, toma la función, hace x=0 y obtiene que el corte con el eje Y es y=-2. De forma análoga el estudiante A procede para los casos siguientes. Para el caso 2) el estudiante encuentra que el vértice es (3,-4), describe que la parábola abre hacia arriba, y encuentra después de un procedimiento similar al utilizado en el caso anterior que los cortes con el eje X son x=1 y x=5. Para la gráfica de la parábola el estudiante construye un plano, ubica los puntos de corte con el eje X que halló, el corte con el eje Y que se muestra en la tabla (y=5, pues es uno de los datos que se dan a conocer al estudiante), el vértice y prosigue con el trazo de la curva que corresponde a la parábola de la determinada función. Para el caso 3) y 4) se pedía en común tanto el vértice, los cortes con los ejes como también hacia dónde abre la parábola, el estudiante usando procedimientos similares a los realizados en el caso 1) encuentra que: Para el caso 3) el vértice de la		el problema) colocándole en sus lados la medida mediante una asignación de variables, finalizando elaborando otro rectángulo pero ya con sus medidas numéricas.

parábola es (0,1), que esta parábola abre hacia abajo, los cortes con el eje X son $x=(1/3)\sqrt{3}$ y $x=(-1/3)\sqrt{3}$; y el corte con el eje Y es $y=1$.

Para el caso 4) el vértice de la parábola es (-2,0), que esta parábola abre hacia arriba, el corte con el eje X es $x=-2$ y el corte con el eje Y es $y=4$.

Otro aspecto que se pedía en el caso 4) era la gráfica de la función, para lo cual el estudiante A crea un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes, continuando con la ubicación de todos los puntos hallados, y mostrando finalmente la gráfica solicitada.

En cuanto a la segunda parte del *Taller General- noveno B*, el estudiante A en el caso a) parte con la construcción de un dibujo correspondiente a un rectángulo, luego hace una asignación de variables a la medida de sus lados, tomando a *x* como la longitud de la base del rectángulo y como *y* la longitud de su altura.

Posterior a esto, el estudiante expresó del problema dos ecuaciones

1) $x-y=2$
2) $x*y=168$

Una vez enumeradas estas

ecuaciones el estudiante usa el método de sustitución de variables para encontrar el valor de *x* y de *y*. Este estudiante despejando *y* de la primera ecuación obtiene una tercera ecuación 3) y=x-2 y reemplazándola en la segunda ecuación obtiene la ecuación cuadrática $X^2 -2X-168=0$, para la que aplica la formula general después de identificar en la misma los coeficientes a, b y c; logrando así que las soluciones de la ecuación es x=14 y x= -12. El estudiante descarta el valor de x negativo y trabaja con el positivo, reemplaza el valor de x = 14 en la ecuación 3) y obtiene que y=12.

Posteriormente el estudiante vuelve a dibujar el rectángulo colocándole las medidas encontradas en sus lados y continúa con el cálculo de su perímetro obteniendo como resultado que el perímetro es igual a 52.

Para el problema b) el estudiante expresa del problema la ecuación cuadrática $5X^2 + 8X=228$, y aplica la formula general después de identificar y describir los coeficientes de la ecuación, sin lograr obtener

	con éxito la respuesta (pues hubo una operación mal calculada).			
	El estudiante B, ante el primer punto del *Taller General-noveno B* y ante el caso 1), que se solicita hallar el vértice de la parábola, y los cortes con los ejes; prosigue de la siguiente manera. El estudiante para hallar el vértice (p, f(p)), hace uso del hecho de que la componente en X del vértice está dada por p= -b/(2*a) y la componente en Y por f(p). Logrando así, que el vértice de la parábola es (0,-2). Para hallar los puntos de corte con el eje X, toma la función y hace y=0, obteniendo mediante la aplicación de la formula general que los cortes con el eje X son x=√2 y x=-√2. Para hallar el corte con el eje Y hace X=0 y obtiene que el corte con este eje es y=-2. El estudiante desarrolla de forma análoga en los otros casos. Pues para el caso 2), obtiene que el vértice de la parábola es (3,-4), los cortes con el eje X son x=1 y x=5, que la parábola se abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Después de hallar los	Este estudiante B para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General-noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) menciona que la parábola abre hacia abajo porque *a* es negativo (*a*<0). El estudiante B, a partir del problema a) hace una asignación de variables para la medida de los lados del rectándolo y expresa el problema en dos ecuaciones.	En la realización de las gráficas solicitadas en el caso 2) y 4) del *Taller General- noveno B* el estudiante B, elabora un plano cartesiano para cada caso, en los cuales utiliza una misma escala de uno en uno en ambos ejes. Después de hallados los puntos pedidos en estos casos de la forma como se mencionó en la parte de los procesos y procedimientos algebraicos, este estudiante en cada plano ubica los puntos que corresponden tanto al vértice de la parábola, los cortes con los diferentes ejes, para continuar uniéndolos y formando así la gráfica de las funciones dadas. Para el problema a) el estudiante construye también un dibujo que, en el que le asigna una variable a la medida de su base y de su altura.	El estudiante B, a partir del coeficiente principal de la ecuación, menciona hacia donde abre la parábola. Para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) que abre hacia abajo porque *a* es negativo (a<0) Este estudiante para el problema a) construye un rectángulo que representa la situación del problema, en el que coloca la medida de sus lados mediante una asignación de variables.

puntos pedidos el estudiante construye un plano cartesiano, con una escala de uno en uno en ambos ejes coordenados, para terminar con el trazo de la parábola pedida.

Para el caso 3) y el caso 4) encuentra que el vértice de la primera parábola es (0,1) y de la segunda (-2,0). Que la parábola primera abre hacia abajo y que los puntos de corte con el eje X son X son $x=(1/3)\sqrt{3}$ y $x=(-1/3)\sqrt{3}$ y el corte con el eje Y es y= 1. Que la segunda parábola abre hacia arriba, el punto de corte con el eje X es x=-2, y el corte con el eje Y es y= 4.

El estudiante para realizar la gráfica pedida en el caso 4) construye nuevamente un plano en el que utiliza una escala de uno en uno en ambos ejes, ubica los puntos encontrados para este caso y traza la curva solicitada.

Para el punto 2 del *Taller General- noveno B*, el estudiante en el caso a) empieza por construir un dibujo correspondiente a un rectángulo, hace una asignación de variables para la medida de sus lados. A la base del rectángulo le asigna la letra B y a la altura la letra A,

	dentro del rectángulo le coloca que el área es igual a 168. Posterior a esto, describe dos ecuaciones: 1) B*A = 168 2) B-A =2 Después, nuevamente hace una asignación de variables haciendo x=B, y= A, y continua usando el método de sustitución despejando *y* de la primera ecuación y reemplazándola en la segunda ecuación, obteniendo finalmente la ecuación cuadrática $X^2 - 2X = 168$. Para la cual, el estudiante identifica los coeficientes de esta ecuación, aplica la formula general, obtiene las soluciones de esta ecuación pero no logra terminar el problema.	
TALLER (JENNY)		
Taller General- noveno D *(Punto 1 sub-punto A)* Supongamos la función cuadrática: $f(x) = x^2 - 2$ 1. Encuentre el	Los estudiantes A y B del *Taller General- noveno D* *(Punto 1 sub-punto A)* agrupados proceden a distinguir y denotar los coeficientes a, b y c caracterizados en la formula general de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$. De tal manera designan los valores de a igual a 1, b igual	

vértice	a 0 y c igual a -2, para seguidamente hallar una constante, que es utilizada para encontrar el vértice y que su manera de buscarla fue expuesta en clase $\frac{-b}{2a}$. Proceden pues a reemplazar los valores de b y de a, de tal manera que obtienen $\frac{-(0)}{2(1)}$ y eso igual a $\frac{0}{2}$ para encontrar que la contante buscada es igual a 0. Posteriormente evalúa la constante encontrada en la función cuadrática $f(x) = x^2 - 2$ $f(0) = (0)^2 - 2$ $f(0) = 0 - 2$ $f(0) = -2$ Concluyen así que el vértice tiene coordenadas (0,-2)			
EXPERIMENTO (ENID)				
Experimento- noveno B Consultar un experimento relacionado con la función cuadrática (entregarlo por escrito y hacer una pequeña	Ante la actividad *Experimento- noveno B,* un trabajo que presentó el estudiante A, tenía que ver con el lanzamiento de un proyectil. El estudiante describe y comenta que para un proyectil que es disparado verticalmente hacia arriba sobre el nivel del suelo, su altura que la describe como	El estudiante A (*Experimento- noveno B*), a partir de reemplazar t=3 (correspondiente al eje de simetría de la parábola) en la función, obtiene el vértice de la parábola que en este caso corresponde a la altura máxima que el proyectil alcanza.	En el momento de realizar la gráfica de la parábola que describe el lanzamiento de un proyectil, el estudiante A, elabora un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes. Tomando en el eje X el tiempo y en el eje Y la altura. Halla ciertos puntos	El estudiante A, para este experimento traza una parábola que asocia con el recorrido del proyectil. El estudiante menciona que el vértice de la parábola descrita por esta función representa la altura máxima que alcanza el proyectil. Del mismo

socialización del mismo)	$h(t)$ en metros sobre el suelo, después de t segundos está dada por $h(t)= -t^2 +6t$. El estudiante para abordar este experimento, desarrolla tres aspectos: 1) Graficar la función 2) Estimar cuando el proyectil alcanza su máxima altura. 3) ¿Cuánto tiempo estará el proyectil en vuelo? Para realizar la gráfica pedida en el punto 1) el estudiante A, elabora una tabla de valores, en la cual, en una columna coloca la variable t y en la otra a h(t). Encuentra siete puntos, asignándole valores a t correspondientes a los números enteros que van desde 0 (cero) hasta 6. Los valores h(t) los consigue reemplazando los valores de la variable t en la función determinada. El estudiante una vez encontrados estos puntos, primero elabora un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes, luego ubica los puntos en dicho plano y traza la parábola descrita por la función mencionada. Para estimar cuando el proyectil alcanza su máxima altura, el estudiante toma la función, identifica los		mediante la elaboración de una tabla de valores como se menciona en la parte de procesos y procedimientos para este caso, el estudiante prosigue ubicando los puntos en el plano, el eje de simetría y termina con el trazo de la parábola, en la cual describe que es el recorrido del proyectil.	modo, menciona que el tiempo que estará en vuelo el proyectil es de 6 segundos.

	coeficientes de la ecuación, halla el eje de simetría, obteniendo que éste es t=3, luego reemplaza este valor en la función y obtiene que h(3)=9. Y termina mencionando que el vértice es igual a (3, 9) y que éste corresponde a la altura máxima que alcanza el proyectil. Para el caso 3), el estudiante toma la función, hace h(t)=0 y obtiene que t= 0 y t=6, descartando t=0, el estudiante menciona que t=6 es el tiempo que estará el proyectil en vuelo.			
	El estudiante B, para la actividad denominada *Experimento - noveno B*, presentó un experimento relacionado al juego de voleibol. Este estudiante menciona y describe que el juego consiste en lanzar un balón de voleibol desde un extremo, que ese lanzamiento forma una parábola, y que al alcanzar el vértice cae hasta el otro extremo. Describe además, que este lanzamiento forma una parábola por encima de la red, donde el vértice se nota con la máxima altura del balón.		Este estudiante B (*Experimento- noveno B*), para realizar la gráfica de la función construye un plano, con una escala de uno en uno para el eje X y de diez en diez en el eje Y. En el eje X describe el tiempo y en el eje Y la altura. Para hallar ciertos puntos, el estudiante hace uso de una tabla de valores. Los valores que le asigna a la variable x son enteros desde -3 hasta 3. Una vez encontrados estos puntos el estudiante los ubica en el plano y termina mostrando la respectiva	El estudiante B, asocia el recorrido del lanzamiento del balón con la descripción de una parábola. Menciona que la máxima altura que alcanza el balón es el vértice de la parábola descrita por la función.

	La función para este juego, el estudiante la denota por $y = -5x^2$. El estudiante muestra la gráfica de la función, obtenida con la ayuda de una tabla de valores.	gráfica.

Anexo 3.2: Matriz para la Clasificación de Registros

CATEGORÍA DEDUCTIVA	LECTURA DE REGISTROS	CATEGORÍA INDUCTIVA
PROCESOS Y PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS	El estudiante A procede a dibujar dos tablas de tabulación horizontales para resolver los punto a) y b) de la de la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1), designa los mismos valores para la incógnita *x* en ambas tablas pero obtiene diferentes valores en la parte inferior, donde escribe el valor de la función evaluada en cada número escogido para la variable *x*. Presentando así, para la función a) para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a -9, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a -1, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -1 , para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a -9. Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 27, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -3, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 27.	Asignación de valores a la variable independiente y reemplazo de estos mismos en la función, obteniendo las coordenadas de ciertos puntos para trazar la grafica correspondiente a la función determinada.
	El estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja dos tablas de tabulación horizontales para resolver los puntos a) y b) asignando en la parte superior valores para la incógnita *x*, los mismos en ambas tablas, pero obteniendo diferentes resultados que escribe en la parte inferior donde se localizan los valores de la función evaluada en cada número escogido para la variable *x*.	

Presentando así, para la función a) para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a -9, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a -1, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -1 , para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a -4, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a -9.

Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 27, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 0, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a -3, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 27.

El estudiante A, para trabajar con la función cuadrática $f(x)= 6X^2$ presentada en el primer punto de la de la *Tarea 1 – noveno B*, empieza elaborando una tabla de valores en forma horizontal. En la cual, toma siete (7) valores diferentes para asignarle a la variable X y encontrar los valores correspondientes en la variable Y (f(x)).
Los números enteros que le asigna a la variable X van desde el número -3 hasta el 3.
El estudiante A, para encontrar los valores f(x), lo hace reemplazando cada valor de X en la función cuadrática dada.
Para la gráfica correspondiente a la función cuadrática mencionada anteriormente, el estudiante elabora un plano cartesiano, donde a la recta horizontal la toma como el eje X y a la vertical como el eje Y. Las escalas que utiliza para estos ejes son diferentes, pues para el eje X toma una escala de uno en uno, mientras que para el eje Y es de cinco en cinco.
Para realizar el segundo punto de la misma tarea, el estudiante A, nuevamente elabora una tabla de valores, colocando en una columna a X y en la otra a f(x). De forma análoga al ejercicio anterior, el estudiante toma siete puntos para ubicar en el plano. Asignando números enteros a la variable x desde el -3 hasta 3 y evaluándolos en la función determinada.
El estudiante A, tanto la gráfica de la parábola descrita por la función cuadrática $f(x)= 6X^2$ como la descrita por la función $f(x)= -X^2$ las trazó en el mismo plano cartesiano.

El estudiante B, para realizar las parábolas que describe las funciones presentadas en la *Tarea 1 – noveno B*, empieza construyendo para cada función una tabla de valores en forma vertical, en la que en una columna coloca la variable X y en otra la variable Y. A la variable x le asigna números enteros que van desde el número -3 hasta el 3. Este rango de números enteros los utiliza para ambas funciones. Los distintos valores de la variable Y los consigue remplazando los valores de x en la respectiva función cuadrática.
La cantidad de valores que el estudiante B, le asigna a X son siete en ambos ejercicios y una vez a obtenido estos puntos, el estudiante utiliza en el plano cartesiano una escala de la siguiente manera:

*para el ejercicio 1 de la *Tarea 1 – noveno B*, la escala es de uno en uno en el eje X y de diez en diez en el eje Y.
*para el ejercicio 2 de la misma tarea, es de uno en uno en el eje X y de dos en dos en el eje Y.

Este estudiante por consiguiente realizó las gráficas de las parábolas en planos cartesianos diferentes.

En el desarrollo de los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante C, hace uso de una tabla de valores para graficar las parábolas. Este estudiante, construye una tabla de valores en forma horizontal y en una de sus columnas coloca la variable X y en la otra a f(x), los valores que le asigna a la variable x, en cada uno de los ejercicios está entre los números enteros que van del -3 hasta el 3. Los valores de f(x) los consigue reemplazando los valores de X en la función determinada. Una vez obtenidos los siete puntos para cada función, el estudiante construye un plano cartesiano para cada punto de la *Tarea 1 – noveno B*. En el plano cartesiano para la primera gráfica usa una escala de uno en uno en el eje X (eje horizontal) y de diez en diez en el eje Y; en el plano para la segunda parábola, la escala es de uno en uno en el eje X y de dos en dos en el eje Y.
De este modo, el estudiante C, para cada parábola elabora un plano cartesiano. A ninguno de los siete puntos que ubica en cada plano para hacer la parábola les coloca sus coordenadas respectivas

El estudiante A ante la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1), procede a dibujar una tabla de tabulación horizontal para resolver el punto a) y el punto b), donde designa en la parte superior valores para *x*, tomando los mismo valores para la incógnita *x* en ambas tablas, pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior donde escribe el valor de la función evaluada en cada numero que le asignaba a la incógnita *x*.

Presentando así los siguientes resultados para la función a) cuando *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 8, cuando *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 0 entonces *y* es igual a -1, cuando *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 8.

Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 12.

El estudiante B frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja una tabla de tabulación horizontal para resolver el punto a) y el punto b), donde designa en la parte superior valores para *x*, tomando los mismo valores para la incógnita *x* en ambas tablas, pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior donde escribe el valor de la función evaluada en cada numero que le asignaba a la incógnita *x*.

Presentando así los siguientes resultados para la función a) cuando *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 8, cuando *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 0 entonces *y* es igual a -1, cuando *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 8.

Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 12.

El estudiante C en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1), dibuja una tabla de tabulación horizontal para resolver el punto a) y el punto b), donde designa en la parte superior valores para *x*, tomando los mismo valores para la incógnita *x* en ambas tablas, pero obteniendo diferentes valores en la parte inferior donde escribe el valor de la función evaluada en cada numero que le asignaba a la incógnita *x*.

Presentando así los siguientes resultados para la función a) cuando *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 8, cuando *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 0 entonces *y* es igual a -1, cuando *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 0, cuando *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 3, cuando *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 8.

Aparte presenta la tabla para la función b) donde para *x* igual a -3 entonces *y* es igual a 12, para *x* igual a -2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a -1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 0 entonces *y* es igual a 3, para *x* igual a 1 entonces *y* es igual a 4, para *x* igual a 2 entonces *y* es igual a 7, para *x* igual a 3 entonces *y* es igual a 12.

Este estudiante A, para responder a los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 2- noveno B*, correspondientes a las funciones $f(x)= 6X^2+3$ y $f(x)= -X^2 -4$, el estudiante elabora una tabla de valores para cada ejercicio, asignándole a la variable x números enteros que van desde el -3 hasta el 3, y encontrando los valores de Y con el remplazo de los valores de X en la función determinada. Una vez obtenidos los puntos buscados en cada ejercicio, el estudiante muestra un plano cartesiano en el cual construye las dos parábolas. Las características de este plano es que tiene como eje X a la recta horizontal y como eje Y a la recta vertical, la escala usada es de uno en uno en el eje X y de diez en diez en el eje Y.
Ubica los puntos en el plano, colocándoles a unos de ellos sus correspondientes coordenadas.

Este estudiante B tanto para la función cuadrática del ejercicio 1 de la *Tarea 2- noveno B* correspondiente a $f(x)= 6X^2+3$ como para la del ejercicio 2 que tiene que ver con la función $f(x)= -X^2 -4$, elabora una tabla de valores, para la cual asigna valores a la variable X, correspondiente a los números enteros que están entre -3 y 3. Al remplazar estos valores en las funciones dadas empieza a encontrar los valores de la variable Y, y por consiguiente puntos de las respectivas gráficas.

El estudiante cuando ya tiene los siete puntos de cada gráfica, continua con la elaboración de un plano, en él utiliza una escala de uno en uno para el eje X, y de quince en quince para el eje Y. Continúa con la ubicación de los siete puntos de cada ejercicio en el plano, para posteriormente realizar las parábolas requeridas.
Los puntos que ubica el estudiante en el plano no les coloca sus correspondientes coordenadas.

Esta *Actividad en clase 1– noveno D (punto1)* se propone desarrollar en grupo, por lo que los estudiantes A, B y C dan inicio dibujando un tabla de tabulación, donde hacen corresponder al valor de *x* igual a -1 la función evaluada en ese numero *f(x) = f(-1) =20*, y así seguidamente encuentran que para *x* igual a 0 *y* es igual a 5, luego para *x* igual a 1 *y* es igual a 0, después para *x* igual a 2 *y* es igual a 5 y finalmente para *x* igual a 3 *y* es igual a 20.

El estudiante A, para el desarrollo del punto 1 del *Taller General-noveno B*, empieza con el caso 1) en el que se pedía determinar el vértice de la parábola, el intercepto con el eje X y el intercepto con el eje Y. Para esto, el estudiante en primer lugar, halló el vértice (p, f(p)) de la parábola, haciendo uso de que la componente en X del vértice es p =(-b/2*a) y la componente en Y es f(p). El estudiante antes de aplicar estas formulas, identifica cuales son los coeficientes a, b y c de la ecuación cuadrática, logrando obtener así, que el vértice de la parábola es (0,-2).
Luego prosigue ha hallar el corte con el eje X, tomando la función y haciendo f(x) =0, quedándole así una ecuación cuadrática, la cual la empieza a resolver usando la formula general, con la que logra obtener que los cortes con el eje X son $x=\sqrt{2}$ y $x=-\sqrt{2}$.
Para el corte con el eje Y, toma la función, hace x=0 y obtiene que el corte con el eje Y es y=-2.
De forma análoga el estudiante A procede para los casos siguientes. Para el caso 2) el estudiante encuentra que el vértice de la parábola es (3,-4), describe que la parábola abre hacia arriba, y encuentra después de un procedimiento similar al utilizado en el caso anterior que los cortes con el eje X son x=1 y x=5. Para la gráfica de la parábola el estudiante construye un plano, ubica los puntos de corte con el eje X que halló, el corte con el eje Y que se muestra en la tabla (y=5, pues es uno de los datos que se dan a conocer al estudiante), el vértice y prosigue con el trazo de la curva que corresponde a la parábola de la determinada función.
Para el caso 3) y 4) se pedía en común tanto el vértice, los cortes con los ejes como también hacia dónde abre la parábola, el estudiante usando procedimientos similares a los realizados en el caso 1) encuentra que:
Para el caso 3) el vértice de la parábola es (0,1), que esta parábola abre hacia abajo, los cortes con el eje X son $x=(1/3)\sqrt{3}$ y $x=(-1/3)\sqrt{3}$; y el

corte con el eje Y es y=1.

Para el caso 4) el vértice de la parábola es (-2,0), que esta parábola abre hacia arriba, el corte con el eje X es x=-2 y el corte con el eje Y es y=4.

Otro aspecto que se pedía en el caso 4) era la gráfica de la función, para lo cual el estudiante A crea un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes, continuando con la ubicación de todos los puntos hallados, y mostrando finalmente la gráfica solicitada.

En cuanto a la segunda parte del *Taller General- noveno B*, el estudiante A en el caso a) parte con la construcción de un dibujo correspondiente a un rectángulo, luego hace una asignación de variables a la medida de sus lados, tomando a *x* como la longitud de la base del rectángulo y como *y* la longitud de su altura.

Posterior a esto, el estudiante expresó del problema dos ecuaciones

1) x-y=2
2) x*y=168

Una vez enumeradas estas ecuaciones el estudiante usa el método de sustitución de variables para encontrar el valor de *x* y de *y*. Este estudiante despejando *y* de la primera ecuación obtiene una tercera ecuación 3) y=x-2 y reemplazándola en la segunda ecuación obtiene la ecuación cuadrática X^2 -2X-168=0, para la que aplica la formula general después de identificar en la misma los coeficientes a, b y c; logrando así que las soluciones de la ecuación es x=14 y x= -12. El estudiante descarta el valor de x negativo y trabaja con el positivo, reemplaza el valor de x = 14 en la ecuación 3) y obtiene que y=12.

Posteriormente el estudiante vuelve a dibujar el rectángulo colocándole las medidas encontradas en sus lados y continúa con el cálculo de su perímetro obteniendo como resultado que el perímetro es igual a 52.

Para el problema b) el estudiante expresa del problema la ecuación cuadrática 5 X^2 + 8X=228, y aplica la formula general después de identificar y describir los coeficientes de la ecuación, sin lograr obtener con éxito la respuesta (pues hubo una operación mal calculada).

El estudiante B, ante el primer punto del *Taller General- noveno B* y ante el caso 1), que se solicita hallar el vértice de la parábola, y los cortes con los ejes; prosigue de la siguiente manera. El estudiante para hallar el vértice (p, f(p)), hace uso del hecho de que la componente en X del vértice está dada por p= -b/(2*a) y la componente en Y por f(p). Logrando así, que el vértice de la parábola es (0,-2). Para hallar los puntos de corte con el eje X, toma la función y hace $y=0$, obteniendo mediante la aplicación de la formula general que los cortes con el eje X son $x=\sqrt{2}$ y $x=-\sqrt{2}$. Para hallar el corte con el eje Y hace $X=0$ y obtiene que el corte con este eje es $y=-2$.

El estudiante procede de forma análoga en los otros casos. Pues para el caso 2), obtiene que el vértice de la parábola es (3,-4), los cortes con el eje X son $x=1$ y $x=5$, que la parábola se abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Después de hallar los puntos pedidos el estudiante construye un plano cartesiano, con una escala de uno en uno en ambos ejes coordenados, para terminar con el trazo de la parábola pedida.

Para el caso 3) y el caso 4) encuentra que el vértice de la primera parábola es (0,1) y de la segunda (-2,0). Que la parábola primera abre hacia abajo y que los puntos de corte con el eje X son X son $x=(1/3)\sqrt{3}$ y $x=(-1/3)\sqrt{3}$ y el corte con el eje Y es $y= 1$. Que la segunda parábola abre hacia arriba, el punto de corte con el eje X es $x=-2$, y el corte con el eje Y es $y= 4$.

El estudiante para realizar la gráfica pedida en el caso 4) construye nuevamente un plano en el que utiliza una escala de uno en uno en ambos ejes, ubica los puntos encontrados para este caso y traza la curva solicitada.

Para el punto 2 del *Taller General- noveno B*, el estudiante en el caso a) empieza por construir un dibujo correspondiente a un rectángulo, hace una asignación de variables para la medida de sus lados. A la base del rectángulo le asigna la letra B y a la altura la letra A, dentro del rectángulo le coloca que el área es igual a 168. Posterior a esto, describe dos ecuaciones:

1) $B*A = 168$
2) $B-A =2$

Después, nuevamente hace una asignación de variables haciendo $x=B$, $y= A$, y continua usando el método de sustitución despejando *y* de la primera ecuación y reemplazándola en la segunda ecuación, obteniendo finalmente la ecuación cuadrática $X^2 -2X=168$. Para la cual, el estudiante identifica los coeficientes de esta ecuación, aplica la formula general, obtiene las soluciones de esta ecuación pero no logra terminar el problema.

Ante la actividad *Experimento- noveno B,* un trabajo que presentó el estudiante A, tenía que ver con el lanzamiento de un proyectil. El estudiante describe y comenta que para un proyectil que es disparado verticalmente hacia arriba sobre el nivel del suelo, su altura que la describe como h(t) en metros sobre el suelo, después de t segundos está dada por $h(t)= -t^2 +6t$.

El estudiante para abordar este experimento, desarrolla tres aspectos:

1) Graficar la función
2) Estimar cuando el proyectil alcanza su máxima altura.
3) ¿Cuánto tiempo estará el proyectil en vuelo?

Para realizar la gráfica pedida en el punto 1) el estudiante A, elabora una tabla de valores, en la cual, en una columna coloca la variable t y en la otra a h(t). Encuentra siete puntos, asignándole valores a t correspondientes a los números enteros que van desde 0 (cero) hasta 6. Los valores h(t) los consigue reemplazando los valores de la variable t en la función determinada.

El estudiante una vez encontrados estos puntos, primero elabora un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes, luego ubica los puntos en dicho plano y traza la parábola descrita por la función mencionada.

Para estimar cuando el proyectil alcanza su máxima altura, el estudiante toma la función, identifica los coeficientes de la ecuación, halla el eje de simetría, obteniendo que éste es $t=3$, luego reemplaza este valor en la función y obtiene que $h(3)=9$. Y termina mencionando que el vértice es igual a (3, 9) y que éste corresponde a la altura máxima que alcanza el proyectil.

Para el caso 3), el estudiante toma la función, hace $h(t)=0$ y obtiene que $t= 0$ y $t=6$, descartando $t=0$, el estudiante menciona que $t=6$ es el tiempo que estará el proyectil en vuelo.

La función cuadrática interpretada mediante diferentes fenómenos físicos

El estudiante B, para la actividad denominada *Experimento - noveno B* presentó un experimento relacionado al juego de voleibol. Este estudiante menciona y describe que el juego consiste en lanzar un balón de voleibol desde un extremo, que ese lanzamiento forma una parábola, y que al alcanzar el vértice cae hasta el otro extremo. Describe además, que este lanzamiento forma una parábola por encima de la red, donde el

	vértice se nota con la máxima altura del balón. La función para este juego, el estudiante la denota por $y= -5x^2$. El estudiante muestra la gráfica de la función, obtenida con la ayuda de una tabla de valores.	
INTERPRETACIÓN ALGEBRAICA	El estudiante A en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 3) responde que en la función a) los valores de *y* en la tabla son negativos por lo tanto se ubican en la parte inferior, donde van los números negativos y en la segunda los valores de *y* son positivos por tanto van arriba.	Interpretaciones sobre las variaciones en las graficas según fueron dadas las funciones cuadráticas.
	El estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 3) responde que las diferencias se deben a los resultados que arrojaron las tablas de tabulación, ya que "si el resultado es negativo la figura se ve al revés o para abajo. Mientras que si los resultados son positivos la figura se va para arriba".	
	El estudiante C en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 3) afirma que las diferencias se deben a que el numero que acompaña a la *x* en la ecuación a) es negativo lo cual indica que la parábola va hacia abajo con los números negativos, mientras que en la ecuación b) es el 3 quien acompaña a la *x* y ya que es positivo entonces la parábola va hacia arriba	
	En la parte b) de la *Tarea 1 – noveno B,* el estudiante A describe que cambia según los signos y alguno que otro número, y en el caso de que las ecuaciones sean las mismas pero una con signo negativo y otra positivo entonces las parábolas quedan en cuadrantes opuestos. Este estudiante menciona que dependiendo de los signos en la ecuación cuadrática la parábola se ubica en cuadrantes opuestos.	
	En la parte a) de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante B logra notar a partir de la ecuación, hacia donde abren las parábolas.	

En la parte b) menciona que la parábola depende del coeficiente principal.

El estudiante A frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 3) explica que aunque los valores que se le asigna a la variable *x* en la tabla de tabulación de ambas funciones son los mismos, las graficas presentan diferencias debido a que en cada ecuación *f(x)*, los valores que se obtienen de *y* cambian, haciendo que la parábola descrita por la ecuación b) "quede mas arriba que la parábola" a).

El estudiante B en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 3) responde que las diferencias se deben "a que en las operaciones que se hace a la hora de tabular, mientras que en una tabla se resta un número, en la otra se le suma 3 con una ventaja de 4 números".

El estudiante C en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 3) Considera que la diferencia de que una parábola se encuentre "más abajo" o "más arriba" a comparación con la otra se debe a que "en la parábola a) el cuadrado de "*x*" es restado por 1, y en la parábola b) el cuadrado de "*x*" es sumado por 3".

En la parte b), el estudiante B menciona que en las ecuaciones de la *Tarea 2- noveno B*, se añadieron números ya sean aumentando o disminuyendo el resultado, causando una translación de la parábola.

Los estudiantes A, B y C de la *Actividad en clase 1– noveno D (punto6)* verifican que las coordenadas del punto vértice encontrado utilizando el método algebraico corresponden al grafico del punto localizado en el plano cartesiano y que afirmaron es el vértice, según *Actividad en clase 1– noveno D (punto5)*.

El estudiante A, a partir del coeficiente principal de la ecuación, menciona hacia donde abre la parábola. Para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) menciona que la parábola abre hacia abajo porque *a* es negativo.

	El estudiante, a partir de los problemas a) y b) y mediante una asignación de variables describe las ecuaciones que representan los problemas planteados.	
	Este estudiante B para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) menciona que la parábola abre hacia abajo porque *a* es negativo ($a<0$). El estudiante B, a partir del problema a) hace una asignación de variables para la medida de los lados del rectándolo y expresa el problema en dos ecuaciones.	
	El estudiante A (*Experimento- noveno B*), a partir de reemplazar t=3 (correspondiente al eje de simetría de la parábola) en la función, obtiene el vértice de la parábola que en este caso corresponde a la altura máxima que el proyectil alcanza.	Asignación a ciertos puntos en la función cuadrática a puntos ubicados en la trayectoria dada por el movimiento de algún objeto físico
	Encontrados los valores para *x* en la ecuación cuadrática, el estudiante A de la *Actividad en clase 2– noveno D (punto3)* da cuenta de que los números hallados corresponden a las coordenadas del eje *x* por donde corta la parábola a este eje y donde la coordenada del eje *y* vale cero.	Interpretaciones sobre los ejes coordenados
REPRESENTACIÓN GRAFICA	El estudiante A en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-	Ubicación de puntos, asignación de escalas y trazo de la gráfica

2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).

El estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).

El estudiante C ante la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,9), (-2,-4), (-1,-1), (0,0), (1,-1), (2,-4), (3,-9) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,27), (-2,12), (-1,3), (0,0), (1,3), (2,12), (3,27) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).

Para realizar las gráficas de las funciones cuadráticas del ejercicio 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante A, empieza trazando un plano cartesiano, en donde la recta horizontal es el eje X y la recta vertical es el eje Y. Los diferentes puntos para ubicarlos en el plano los consigue dándole valores a la variable x y posteriormente remplazándolos en la función dada, para encontrar los valores correspondientes en el eje Y. La escala que usa en el eje Y es de cinco en cinco y en el eje X es de uno en uno.
Para el trazo de la curva tanto de la primera parábola como de la segunda, el estudiante parte de la ubicación de siete puntos en el plano. En algunos de estos puntos, escribe sus correspondientes coordenadas y en otros no. Después de esto, el estudiante A describe una curva suave sobre los puntos obtenidos en el primer ejercicio de la *Tarea 1 – noveno B* para obtener la primera gráfica y del mismo modo, une mediante una curva suave los puntos obtenidos el segundo ejercicio de la misma tarea para describir la gráfica de la parábola requerida por tal ejercicio.

El estudiante B, para trazar las gráficas de las funciones cuadráticas del ejercicio 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, construye para cada ejercicio un plano cartesiano, para el primer ejercicio el estudiante toma una escala diferente al del segundo, mientras que para el primero toma una escala de uno en uno para el eje X y de diez en diez para el eje Y, en el segundo ejercicio toma una de uno en uno para el eje X y de dos en dos para el eje Y.

El estudiante toma siete puntos por cada plano, para trazar la gráfica pedida. Los diferentes puntos los obtiene dándole valores a la variable X y remplazándolos en las funciones respectivas para obtener los valores en la variable Y. El rango que utiliza de valores para x tanto en el ejercicio 1 y 2 es los números enteros desde -3 hasta 3.

Después de obtenidos estos puntos el estudiante B, los ubica en el plano, dejando ver además de los puntos, los rectángulos que se forman con dos de estos puntos y el eje horizontal.
Posterior a esto, el estudiante, une los puntos ubicados en cada plano con el trazo de una curva suave, que representa las parábolas pedidas en

estos ejercicios.
En algunos de los puntos que se ubicaron para realizar las gráficas de las parábolas el estudiante escribe sus coordenadas.

Para la construcción de las gráficas de las funciones de los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 1 – noveno B*, el estudiante C, elabora además de una tabla de valores para cada ejercicio, un plano cartesiano diferente. El estudiante toma siete puntos para ubicar en cada plano, y los valores que le da a la variable X, son números enteros que van desde el -3 hasta el 3. Los valores de Y los encuentra reemplazando los valores de x en las funciones dadas. Teniendo estos siete puntos para cada función el estudiante los ubica en su correspondiente plano, sin colocarles al lado las relativas coordenadas. Seguido a esto, y mencionando que el estudiante para el primer plano cartesiano utiliza una escala de uno en uno en el eje X (eje horizontal) y de diez en diez en el eje Y; y para el segundo plano una escala de uno en uno en el eje X y de dos en dos en el eje Y, traza la curva que une los puntos en los distintos planos dando lugar a la parábola solicitada.

El estudiante A frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3), (3,8) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,12), (-2,7), (-1,4), (0,3), (1,4), (2,7), (3,12) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).

El estudiante B frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3), (3,8) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,12), (-2,7), (-1,4), (0,3), (1,4), (2,7), (3,12) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).

El estudiante C en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 1) dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente, ubica los puntos encontrados mediante las tablas de tabulación que empleo para cada función cuadrática, así pues para la función a) dibuja los puntos: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3), (3,8) en seguida traza una línea suave que une todos los puntos, obteniendo la parábola descrita por la ecuación cuadrática a). En el mismo plano cartesiano procede de igual manera para graficar la ecuación b) donde los puntos que dibuja tienen coordenadas: (-3,12), (-

2,7), (-1,4), (0,3), (1,4), (2,7), (3,12) y finalmente une los puntos con una línea suave obteniendo como resultado la parábola descrita por la ecuación cuadrática de b).
El trazo de las parábolas tanto para el ejercicio 1 como para el 2 de la *Tarea 2- noveno B*, el estudiante A construye un plano cartesiano, donde la escala utilizada en el eje Y es de diez en diez y en el eje X de uno en uno. Los puntos a ubicar en el plano para el trazo de estas parábolas, los consiguió con la elaboración de una tabla de valores (en cada caso) en la que dio a la variable X valores correspondientes a números enteros entre -3 y 3. Los valores de Y los obtuvo al hacer el reemplazo de dichos valores en las respectivas funciones. Una vez colocadas a algunos puntos de estos sus relativas coordenadas, muestra la parábola correspondiente a cada función, después de unir mediante una curva suave los distintos puntos de cada ecuación.
En la realización de las gráficas de estas funciones cuadráticas, el estudiante B como en la *Tarea 1- noveno B*, crea un plano cartesiano, pero en este caso con una escala de uno en uno para el eje X y de quince en quince para el eje Y. En este plano una vez obtenidos los siete puntos para cada ecuación por medio de una tabla de valores como se mencionó en la parte de procesos y procedimientos algebraicos, el estudiante ubica los puntos en el plano y traza la curva correspondiente a la parábola de cada función, haciendo notar la translación que cada una de ellas presenta. Para la primera muestra la parábola trasladada hacia arriba del origen y la segunda trasladada hacia abajo del origen.
Los estudiantes A, B y C en la *Actividad en clase 1– noveno D (punto1)* basándose en la tabla de tabulación proceden a graficar el plano cartesiano representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*. Donde posteriormente ubican los puntos: (-1,0), (0,5), (1,0), (2,5) y (3,20), los cuales unen mediante un trazo suave que une todos los puntos, obteniendo así una parábola.

Mediante la grafica elaborada por los estudiantes A, B y C de la *Actividad en clase 1– noveno D (punto4)*, ellos responden que solo existe un punto de intersección entre la parábola y el eje de las *x*, el cual tiene coordenadas (1,0).

Ellos también afirman que puede existir tal vez otro punto donde se intercepte la parábola con el eje *x*, pero en caso de que la grafica "estuviera corrida un poco hacia abajo"

Según la grafica, los estudiantes A,B y C en la *Actividad en clase 1– noveno D (punto5)* responden que el vértice de la parábola es: (1,0),

El estudiante A de la *Actividad en clase 2– noveno D (punto3)* dibuja el plano cartesiano, representado por dos rectas numéricas perpendiculares una a la otra, denominadas ejes, el eje de las abscisas (eje *x*) y el eje de las ordenadas (eje *y*), las cuales se interceptan en el punto 0 en el eje *x* y 0 en el eje *y*.

Posteriormente dibuja el punto vértice con coordenadas (-2,-9) para seguidamente dibujar los puntos con coordenadas (1,0) y (-5,0) los cuales se encuentran sobre el eje *x*, correspondientes a los puntos por donde la parábola debe cortar al eje *x*. Dibujados los puntos proceden a trazar una línea suave que une los puntos desde (-5,0) hasta (-2,-9) y siguiendo el trazo desde aquí hasta el punto (1,0). Además, la línea suave se prolongada abriéndose más hacia arriba.

En el primer punto del *Taller General- noveno B*, el estudiante A para realizar las gráficas pedidas construye para cada una de ellas un plano cartesiano. Para la gráfica tanto del caso 2) como del caso 4), el estudiante construye un plano cartesiano, en los cuales utiliza una escala de uno en uno en ambo ejes. En ambos casos el estudiante ubica los puntos encontrados y mencionados en la parte de procesos y procedimientos algebraicos correspondientes a estos mismos casos, para terminar con el trazo de las parábolas pedidas mediante la unión de los puntos ubicados en el plano de cada caso.

El estudiante A, para el caso del problema a) construye un dibujo correspondiente a un rectángulo (que sugiere el problema) colocándole en sus lados la medida mediante una asignación de variables, finalizando elaborando otro rectángulo pero ya con sus medidas numéricas.

	En la realización de las gráficas solicitadas en el caso 2) y 4) del *Taller General- noveno B,* el estudiante B elabora un plano cartesiano para cada caso, en los cuales utiliza una misma escala de uno en uno en ambos ejes. Después de hallados los puntos pedidos en estos casos de la forma como se mencionó en la parte de los procesos y procedimientos algebraicos, este estudiante en cada plano ubica los puntos que corresponden tanto al vértice de la parábola, los cortes con los diferentes ejes, para continuar uniéndolos y formando así la gráfica de las funciones dadas. Para el problema a) el estudiante construye también un dibujo, en el que le asigna una variable a la medida de su base y de su altura.	
	En el momento de realizar la grafica de la parábola que describe el lanzamiento de un proyectil, el estudiante A (*Experimento- noveno B*), elabora un plano cartesiano con una escala de uno en uno en ambos ejes. Tomando en el eje X el tiempo y en el eje Y la altura. Halla ciertos puntos mediante la elaboración de una tabla de valores como se menciona en la parte de procesos y procedimientos para este caso, el estudiante prosigue ubicando los puntos en el plano, el eje de simetría y termina con el trazo de la parábola, en la cual describe que es el recorrido del proyectil.	
	El estudiante B (*Experimento- noveno B*), para realizar la gráfica de la función construye un plano, con una escala de uno en uno para el eje X y de diez en diez en el eje Y. En el eje X describe el tiempo y en el eje Y la altura. Para hallar ciertos puntos, el estudiante hace uso de una tabla de valores. Los valores que le asigna a la variable x son enteros desde -3 hasta 3. Una vez encontrados estos puntos el estudiante los ubica en el plano y termina mostrando la respectiva gráfica.	
INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA	El estudiante A en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 2) responde, las parábolas se ubican en lados opuestos, además “una es mas ancha que la otra”.	Posición de la gráfica de la función cuadrática en el plano
	El Estudiante B en la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 2) nota que la diferencia entre las dos parábolas descritas por las ecuaciones cuadráticas a) y b) radica en que la primera está ubicada en los	

cuadrantes I y II, mientras que la otra se encuentra en los cuadrantes III y IV.	
El estudiante C ante la *Tarea 1 - noveno D* (Punto 2) explica que aunque el vértice de las parábolas es el mismo una se encuentra en el lado positivo y la otra al lado negativo del plano cartesiano	
En la parte a), el estudiante D para el punto 1 de la *Tarea 1 – noveno B*, la parábola se abre hacia arriba, y añade que cuando las parábolas abren hacia arriba, se abren sobre el I y II cuadrante. Y para el segundo punto, menciona que la parábola abre hacia abajo, y dice además que cuando esto ocurre, éstas se abren sobre los cuadrantes III y IV. En la parte b) sobre la "amplitud" de una parábola, el estudiante describe que depende de la función, de la ecuación.	
En el inciso a), el estudiante A, para el punto 1 de la *Tarea 1 – noveno B* menciona que la parábola se abre entre los cuadrantes I y II; y para el punto 2 que la parábola se abre entre los cuadrantes III y IV. En el inciso b) menciona que la dependencia de que una parábola sea más "ancha" o mas "angosta" es porque los resultados de la tabla de valores van cambiando según la ecuación. El estudiante describe que cambia según los signos y alguno que otro número, y en el caso de que las ecuaciones sean las mismas pero una con signo negativo y otra positivo entonces las parábolas quedan en cuadrantes opuestos.	Forma o amplitud de la gráfica de la función cuadrática
En la parte a), el estudiante B para el punto 1 de la *Tarea 1 – noveno B* describe que la parábola se ubica en los primeros cuadrantes del plano cartesiano y que la correspondiente al punto 2 de esta misma tarea se ubica entre los últimos cuadrantes. Y en la parte b) , este estudiante B menciona que la "amplitud" de una parábola depende de la función, del punto de intercepto, del vértice, de la parábola en sí,	

En el caso a), un estudiante C comenta que la parábola del primer punto de la *Tarea 1 – noveno B* se abre hacia arriba, y añade que cuando las parábolas abren hacia arriba, se abren sobre el I y II cuadrante. Y para el segundo punto, menciona que la parábola abre hacia abajo, y dice además que cuando esto ocurre, éstas se abren sobre los cuadrantes III y IV.

En el caso b) sobre la "amplitud" de una parábola, el estudiante describe que depende de la función, de la ecuación.

El estudiante A en la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 2) refiere a la posición de las parábolas, donde una se presenta "mas arriba que la otra porque en anchura son iguales"

El estudiante B frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 2) responde que las parábolas "parasen las mismas" solo que se separan 4 unidades una de la otra, es decir, "las parábola se corre 4 espacios hacia arriba o hacia abajo", además nota que la parábola a) tiene vértice en el punto (0,-1) mientras la parábola b) tiene vértice en (0,3).

El estudiante C frente a la *Tarea 2 - noveno D* (Punto 2) afirma que una de las diferencias radica en que la segunda parábola descrita por la ecuación b) tiene el vértice positivo y en cambio la descrita por a) su vértice es negativo. Además, "la parábola a) se encuentra mas abajo que la parábola b)"

Para el caso a), el estudiante A afirma que la parábola del ejercicio 1 de la *Tarea 2- noveno B,* abre entre los cuadrantes I y II; y la parábola del ejercicio 2 abre entre el III y IV cuadrante.

Para el caso b) este estudiante A menciona que algunas diferencias entre las gráficas es que unas son más angostas y otras más anchas.

Unas parábolas tienen forma más curveada que otras.

Describe que la primera parábola es más angosta y la segunda más abierta.

En el inciso a), el estudiante B, sobre los ejercicios 1 y 2 de la *Tarea 2-noveno B* menciona para que la parábola descrita por el primero se hace sobre el I y II cuadrante; y en el otro caso, sobre el III y IV. En el caso b) y para el estudiante B, las diferencias entre las gráficas de la *Tarea 1- noveno B*, y las de ésta, dice que está en que, en las ecuaciones de la *Tarea 2- noveno B*, se añadieron números ya sean aumentando o disminuyendo el resultado, causando una translación de la parábola.
Los estudiantes A,B y C en la *Actividad en clase 1– noveno D (punto2)* guiados por la representación grafica afirman que la parábola intercepta al eje *y* en un punto, con coordenadas (0,5)
Los estudiantes A,B,C en la *Actividad en clase 1– noveno D (punto3)* afirman que no podrían existir mas puntos donde la parábola intercepte al eje *y*, puesto que la parábola no parece cerrarse, si no que al contrario intuyen que puede abrirse mucho mas hacia arriba
Los estudiantes A, B y C en la *Actividad en clase 1– noveno D (punto5)* corroboran así que la grafica describe propiamente la ubicación del vértice, pues las coordenadas encontradas por el método algebraico corresponden a la localización del punto vértice de la parábola.
El estudiante A, en el los puntos 2) y 5) de la *Actividad – noveno B* notó que la altura que indicaba el ejercicio, la manzana la alcanzó en dos tiempos diferentes.
El estudiante A, a partir del coeficiente principal de la ecuación, menciona hacia donde abre la parábola. Para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) que abre hacia abajo porque *a* es negativo. Para el caso del problema a), el estudiante partió haciendo un dibujo de la situación problema que se le presentó.
El estudiante B, a partir del coeficiente principal de la ecuación, menciona hacia donde abre la parábola. Para el caso 2) como para el caso 4) del *Taller General- noveno B* menciona que la parábola abre hacia arriba porque *a* (el coeficiente principal de la ecuación) es positivo. Para el caso 3) que abre hacia abajo porque *a* es negativo

	(a<0) Este estudiante para el problema a) construye un rectángulo que representa la situación del problema, en el que coloca la medida de sus lados mediante una asignación de variables.	
	El estudiante A para este *Experimento- noveno B* traza una parábola que asocia con el recorrido del proyectil. El estudiante menciona que el vértice de la parábola descrita por esta función representa la altura máxima que alcanza el proyectil. Del mismo modo, menciona que el tiempo que estará en vuelo el proyectil es de 6 segundos.	La función cuadrática asociada a distintos fenómenos físicos
	El estudiante B (*Experimento- noveno B*), asocia el recorrido del lanzamiento del balón con la descripción de una parábola. Menciona que la máxima altura que alcanza el balón es el vértice de la parábola descrita por la función.	