REFORZANDO LA NOCIÓN DE FRACCIÓN A TRAVÉS DE LA LÚDICA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ELIZABETH RIVERA INCHIMA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYAN
2015

REFORZANDO LA NOCIÓN DE FRACCIÓN A TRAVÉS DE LA LÚDICA Y LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ELIZABETH RIVERA INCHIMA

Trabajo de grado para optar al título de Licenciada en Matemáticas

Directora:
Gabriela Inés Arbeláez Rojas

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYAN
2015

Nota de Aceptación

Vo.Bo. Yeny Leonor Rocero
Coordinadora Licenciatura en Matemáticas

Vo.Bo. Gabriela Inés Arbeláez Rojas
Asesora

Vo.Bo. Eruin Sánchez
Evaluador

AGRADECIMIENTOS

A Dios quien todo me lo da.

A los seres que amo con todo mi ser; Luciano y Luz Marina, mis padres quienes me encaminaron hacia esta bonita profesión, a ellos miles de gracias por su infinito amor, su esfuerzo y su constante apoyo.

A mi hermana Ingrid, por su compañía, consejos y por ser un ejemplo para mí.

A mi hermanito Miguel por ser uno de los principales motivos para culminar mi carrera.

A Johan por ser mi compañero fiel, por sus consejos de ánimo y por su amor.

A todos mis compañeros y profesores con quienes compartí estos inolvidables 5 años.

¡A todos ellos, miles de gracias por hacer posible que este sueño se hiciera realidad!

Bendiciones.

Contenido

INDICE DE FIGURAS

INTRODUCCIÓN

Los educadores matemáticos y docentes en formación somos conscientes de que el tema de fracciones presenta dificultades de aprendizaje para los estudiantes de los diferentes grados de la educación básica y media e incluso primeros semestres de pregrado. Estas dificultades provienen de la complejidad que implica para un estudiante habituado a un sistema discreto como el de los números naturales a dar el salto a un sistema con características como la densidad y las nuevas propiedades que ello involucra. Pero quizás esto se deba también, a los métodos mecánicos con los que se enseñan estos conceptos, pues el estudiante en muchos casos no tiene posibilidad de visualizar las diversas formas de representación de nociones como la de fracción propia e impropia, fracciones equivalentes y la suma de fracciones cuando ellas son heterogéneas.

El presente documento es la sistematización de la Práctica Pedagógica, una asignatura cursada durante cuatro semestres consecutivos en el programa de Licenciatura en Matemáticas, la cual nos permite tener una primera aproximación al ejercicio de la docencia. De manera breve diremos que en la Práctica I nos dedicamos a estudiar y reflexionar sobre la metodología de resolución de problemas; metodología que se convirtió en la guía y referente de nuestra experiencia docente, a través de la lectura del libro de Gerg Polya, “como plantear y resolver problemas”. En la Práctica Pedagógica II, realizamos el anteproyecto, discutiendo la metodología, la temática y el tipo de actividades que llevaríamos cabo en el proyecto de aula. En la Práctica III ejecutamos el proyecto y finalmente en la práctica pedagógica IV sistematizamos la experiencia en el documento presente.

En el primer capítulo, presentamos la justificación, que intenta dar cuenta de la pertinencia del tema para llevarlo al aula, y se hace una breve reflexión sobre el libro: "como plantear y resolver problemas" el cual nos permitió integrar la teoría con la práctica. Al final de este capítulo se presenta la metodología y los propósitos generales de las actividades que se desarrollaron en el aula de clase.

En el segundo capítulo haremos una presentación de la Institución educativa Julumito, lugar donde desarrollamos el proyecto de aula con estudiantes de grado séptimo en contra- jornada y presentamos las bitácoras de las diez actividades desarrolladas. La bitácora se convirtió en la herramienta para reflexionar sobre lo sucedido en las sesiones y los resultados obtenidos por los estudiantes.

Finalmente el último capítulo es una reflexión personal de todo este proceso incluyendo las valoraciones y evaluación del proyecto por parte de los estudiantes involucrados.

1. LO PLANEADO

1.1 Justificación

El juego hoy y siempre ha ocupado un lugar fundamental en la vida de los niños, tanto así que personajes como Piaget, Vygotsky y Garvey lo consideran como la herramienta que les permite satisfacer su curiosidad. También podemos decir que el juego es el medio que permite desarrollar habilidades y adquirir conocimientos gracias al interés que los estudiantes sienten por ellos. Es así como el juego organizado y colectivo[1] permite potenciar en los niños el diálogo, la disciplina, la expresión oral y el razonamiento grupal compartiendo pensamientos e ideas.

Por otro lado, no hay que desconocer las falencias que se presentan en el área de matemáticas, en especial trataremos en este proyecto el tema de las fracciones y sus operaciones. Los principales problemas que presentan los estudiantes se dan al momento de visualizar que significa una determinada fracción como parte de un todo y el aprendizaje mecánico de sus operaciones.

Recordemos que en esta temática aparecen conceptos que, aparentemente se usan como sinónimos, pero que tienen diferencias sustanciales que es menester que el docente tenga claros, estamos hablando del concepto de fracción y el de número fraccionario

definidos en el siguiente apartado. Es importante aclarar que este proyecto no tiene como objetivo mostrar a los estudiantes dichas diferencias conceptuales, sin embargo es significativo que quien enseña tenga claridad sobre ello.

Por las anteriores razones, la metodología bajo la cual pretendemos desarrollar

[1] Juego organizado y colectivo se refiere a actividades en grupo y que tengan una organización preestablecida por parte del docente para no interrumpir el objetivo a conseguir con la actividad.

este proyecto es la resolución de problemas acompañado de ciertas actividades lúdicas que permitan distensionar el ambiente de clase.

Es sustancial recordar que en el tema de la resolución de problemas, un problema no es algo objetivo sino que depende de la persona que se enfrenta a él y está dispuesta a resolverlo. Como las actividades aquí presentadas tienen una dificultad considerable para los estudiantes de séptimo, podemos enmarcarlas dentro de esta amplia temática de la resolución de problemas.

Por otro lado, el grado séptimo es el escogido para aplicar este proyecto puesto que estos estudiantes, según los estándares básicos de competencias en matemáticas al terminar este grado deberían cumplir con el siguiente estándar: "*Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida"*[2], dentro del cual está incluido el manejo de las fracciones.

Es así, como esta propuesta busca dar una segunda presentación de este contenido en pro de brindar a los estudiantes la oportunidad de aclarar dudas y reforzar conceptos.

En esta misma perspectiva, el compromiso como futuros docentes es contribuir a la disminución de las clases tradicionales, de dejar de ser simples transmisores de conocimientos sin ningún tipo de interacción con nuestros educandos y de acabar con aquella convicción de que las clases de matemáticas son aburridas. Y es aquí donde la lúdica, junto con la resolución de problemas, se presenta como una solución generadora de aprendizaje y diversión.

[2] Ministerio de educación Nacional. Estándares básicos de competencias en matemáticas.

1.2 Marco Referencial

George Polya[3] fue un matemático húngaro que dedico parte de su vida a su excepcional trabajo sobre la enseñanza de las matemáticas, como fruto de su labor el mejor legado que nos deja es su obra: "como plantear y resolver problemas" libro que no solamente trae consigo los pasos para resolver un problema matemático, sino que implícitamente da los posibles pasos para resolver problemas de la vida diaria, así que lo consideramos tan fructífero para la labor como docentes de matemáticas como para nuestra cotidianidad.

Esta obra muestra de una u otra forma que su principal intención es la de potenciar en los estudiantes de matemáticas el desarrollo de pensamiento analítico, la capacidad para generar ideas de solución, la estimación de posibles resultados, la comprensión de lectura y la habilidad para resolver problemas a los que se enfrentan. De acuerdo a esto será provechoso que los docentes implementemos la metodología de resolución de problemas en nuestros planes de clase siguiendo la idea de Polya que expresa: "sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento" (pág. 54). Lo que esperamos entonces es que cada estudiante tenga una idea brillante, un descubrimiento que le permita solucionar el problema.

De esta misma manera y enfocándonos en la práctica pedagógica, la lúdica de la mano con la resolución de problemas nos permite llevar un proceso de enseñanza que mezcla retos, desarrollo de pensamientos, comunicación, lúdica grupal,

[3]George Polya nació en Hungría en 1887 y murió en California en el año de 1985. Obtiene el doctorado en la Universidad de Budapest y en la disertación para obtener el grado aborda temas de probabilidad. Durante su larga vida, académica y profesional recibió numerosos premios y galardones por su excepcional trabajo sobre la enseñanza de las matemáticas y su importantísima obra investigativa.

habilidad para generar heurísticas, comprensión, curiosidad, etc.

Los pasos sugeridos para solucionar un problema según Polya son:

1. ENTENDER EL PROBLEMA

   A muchas personas les parecerá innecesaria esta primera etapa, pero en realidad es de mucha importancia, ya que muchos de los problemas son enunciados en lenguaje natural y por tanto es necesario comprender qué es lo que me pide el problema, cuál es la incógnita y cuáles son los datos que nos brinda. Además de todo lo anterior es adecuado hacer un gráfico de la situación.

2. CONCEBIR UN PLAN

   Tener una idea de cómo resolver el problema es el fin de esta etapa, así lo que debemos hacer es encontrar la relación entre las incógnitas y los datos, pensar en un problema más sencillo o uno más general pero que esté relacionado con el planteado, redactar el problema de una forma más sencilla, estudiar si es posible resolver una parte del problema, usar parte de las condiciones, entre otras sugerencias que nos da el autor por medio de una serie de preguntas.

3. EJECUCIÓN DEL PLAN

   En esta atapa ponemos a prueba el plan de solución, y si funciona comprobamos cada paso y corroboramos que es correcta la idea.

4. VISIÓN RETROSPECTIVA

   Sugerimos en esta etapa comprobar el resultado y el razonamiento, en general lo que pretende este paso es tomarnos un tiempo para reflexionar sobre lo realizado a lo largo del problema, es decir que encontrar la respuesta no significa haber terminado del todo, es necesario observar si la respuesta es coherente con la situación y que otras cosas podemos utilizar del problema para generalizarlo.

La idea de plantear actividades relacionadas con resolución de problemas trae consigo la intención de que los estudiantes utilicen las pautas sugeridas, pues en cualquier tipo de actividad habrá una incógnita, unos datos y unas condiciones, y en este sentido se puede abordar la propuesta de Polya.

Como habíamos dicho antes, es menester para el docente tener claro términos como:

NÚMERO FRACCIONARIO: es el conjunto que contiene todas las fracciones equivalentes a una dada.[4]

FRACCIÓN: corresponde a la idea intuitiva de dividir una totalidad en partes iguales. Una fracción se representa matemáticamente por números que están escritos uno sobre otro y que se hallan separados por una línea recta horizontal llamada raya fraccionaria.

De otro lado es importante que aclaremos que aunque en este proyecto utilizamos la lúdica, ésta no la manejamos como una herramienta de aprendizaje, sino como una herramienta lúdica para distensionar el grupo, para motivar a los estudiantes, para crear un ambiente participativo e interesante, donde el conocimiento sea bienvenido. El termino Lúdica en este proyecto lo entendemos como: *"una forma de estar en la vida y de relacionarse con ella en espacios cotidianos en que se produce disfrute, goce, acompañado de la distensión que producen actividades simbólicas e imaginarias como el juego, la chanza, el arte y otra serie de actividades."*[5]

---

[4] Definición basada en la lectura del documento "Fracciones y números fraccionarios en la escuela elemental: el caso de la escuela primaria cubana".

[5]. Jiménez, C.A. "Hacía la construcción del concepto de lúdica" pág. 34

1.3 Metodología

En este proyecto de aula, esperamos que las actividades sean un reto para los estudiantes, en las que deberán reconocer de una u otra forma lo que pide el problema, sus datos, y condiciones. Estas actividades traen consigo un toque de ludica, como por ejemplo rompecabezas, adivinanzas, coloreado y actividades de recorte.

Plantearemos a los estudiantes, actividades individuales y colectivas que les permitirán tener un espacio para confrontarse con sus conocimientos previos y así daremos respuesta a cada una de las actividades, en el caso de las tareas grupales los estudiantes discutirán, darán sus opiniones, aclararán conceptos errados y finalmente se pondrán de acuerdo para dar una respuesta como grupo. En cualquiera de los dos tipos de actividad, como practicante estaré en constante interacción con los estudiantes, bien sea lanzando interrogantes o reflexiones para ayudarles a construir aquel conocimiento que se fijo como objetivo.

Cada actividad tendrá por supuesto un propósito, el cual esperamos,contribuya a culminar con éxito cada una de las etapas en las que se ha dividido este proyecto:

Primera etapa: constituida por 3 actividades, las cuales buscan dotar al estudiante de la noción de fracción como parte de un todo, además ejercitaremos la representación de fracciones propias e impropias, haciendo énfasis en que el denominador representa el numero de partes en que esta dividida la unidad y el numerador el numero de partes que se toman. El toque ludico en esta etapa es coloreado y resolución de un sudoku de fracciones por equipos.

Segunda etapa: consta de 2 actividades con las que pretendemos que los estudiantes reconozcan fracciones equivalentes, así como también que descubran cuales pueden ser los métodos para obtener equivalencias entre fracciones y sepan corroborar si un número determinado de fracciones son o no equivalentes.

Esta etapa trae con sigo recorte de titillas de papel que les permitira a los estudiantes comparar fracciones por medio de un objeto tangente.

Tercera etapa: el estudio de fracciones equivalentes es un requisito indispensable para esta etapa, ya que las dos actividades que la conforman pretenden obtener un aprendizaje significativo en cuanto a las operaciones de suma y resta de fracciones, donde las equivalencias jugaran un papel importante en la interiorización de los procedimientos utilizados para operar. El toque lúdico se verá en la construcción de un rompecabezas y una adivinanza, ambas ligadas a la acción de operar con fracciones.

Cuarta etapa: consta de 3 actividades, de las cuales dos de ellas buscan reforzar y ejercitar las operaciones de multiplicación y división de fraccionarios. Y la última actividad es un taller de problemas que recopila las dos ultimas etapas, es decir problemas en los cuales entran en juego las cuatro operaciones vistas. Coloreado de figuras será lo que motivará a los estudiantes en esta etapa y un toque de resolucion de problemas para finalizar.

Como habiamos enunciado anteriormente este proyecto utiliza el juego como una herramienta motivadora y distensionante y para ello es importante que el docente o practicante prepare las actividades ludicas muy enlazadas con el tema en cuestion. En particular estas actividades que presentamos a los estudiantes debian ser realizadas a la par con las actividades ludicas, por ejemplo el rompecabezas nombrado en la etapa cuatro solo se puede armar si el estudiante realiza una a una las sumas entre fracciones, propuestas en la actividad, de esta manera no estariamos desenfocando el objetivo principal del proyecto el cual es reforzar la nocion de fracción.

2. LO ACONTECIDO

2.1 Marco contextual

La Práctica Pedagógica la desarrollamos en la INSTITUCIÓN EDUCATIVA JULUMITO localizada en el corregimiento JULUMITO, ubicado a 8 km al occidente de la ciudad de Popayán sobre la cuenca del rio Cauca. Esta institución es una entidad de naturaleza oficial, que presta sus servicios educativos de carácter mixto, en los niveles de preescolar, básica y media académica.

Figura 1. Institución Educativa Julumito

A continuación la misión y visión de esta institución[6]:

- ✓ MISIÓN:
  Formar un ser humano con sensibilidad social, íntegro, ético y solidario con vocación para liderar alternativas de solución y construir una sociedad más

[6] Tomado de la página oficial de la institución https://institucioneducativajulumito.wordpress.com/

justa, además de creativo y permanente investigador del saber científico, tecnológico y artístico.

- ✓ VISIÓN:

  Ser una Institución Educativa que fomenta la vivencia de valores y la formación del conocimiento; que estructura un ser íntegro, propiciando el desarrollo de sus facultades humanas, espirituales, intelectuales, éticas, morales, políticas, culturales, deportivas y sociales que le permitirán comprometerse en la construcción del Estado y en la organización de una nueva sociedad colombiana.

El proyecto se llevó a cabo con un número de estudiantes entre 31 y 12, pertenecientes al grado 7°A Y 7°B, la asistencia a estas sesiones realizadas los días sábados de 8 a.m. a 10 a.m. se dió de forma voluntaria por parte de los estudiantes. Una de las razones por la que decidimos realizar este proyecto con una asistencia opcional, fue los bajos recursos económicos con los que cuenta esta población y los inconvenientes de transporte para muchos de los niños que viven en zonas más alejadas.

Teníamos la equivocada idea de que los estudiantes serian tímidos por tratarse de una zona rural, por el contrario ellos estuvieron muy participativos, puntuales, e interesados en superarse conceptualmente.

2.2 Bitácoras

Para analizar y reflexionar sobre lo sucedido en el desarrollo de las actividades, presentamos a continuación 10 bitácoras, que mostrarán a grandes rasgos la intervención en el aula, las soluciones de los estudiantes y las posibles justificaciones que doy como practicante de los procederes de los educandos.

2.2.1 Bitácora 1

Por ser esta la primera actividad, era la que mayor expectativa me causaba, pues pretendía que su desarrollo me permitiera percibir información sobre los conocimientos previos, comportamiento, capacidad de análisis, e interés por aprender de los estudiantes. Así fue, estando frente a ellos, realice un dialogo de introducción a esta actividad en la que lance preguntas como: ¿Qué es una fracción?, ¿podrían dar ejemplos de fracciones?, ¿podrían hacer una representación de la fracción 1/3 en el tablero?, ellos se mostraron tímidos y apenas balbuceaban, pude rescatar de sus pocas palabras que no recordaban el tema con seguridad.

Por lo anterior procedí a explicarles con palabras muy sencillas el concepto de fracción por medio del ejemplo de una torta, parecía entonces que empezaban a recordar el tema que habían estudiado en sus años escolares pasados, habiendo dado el ejemplo de la partición de una torta, los conduje a hacer la partición de una barra, pretendiendo que comenzaran a construir el muro de fracciones (ver anexo 1) así:

Vamos a tomar esta barra como la unidad, así que me representara el numero 1

1

Pensemos ahora en dividirla en dos partes iguales, ¿Qué fracción representa cada una de las partes?,

½	½

… y si ahora dividimos la barra en 3 partes iguales, ¿Qué fracción representa cada parte.

Esta fue la indicación que les exprese a los estudiantes los cuales tenían como tarea seguir el proceso hasta construir el muro de fracciones que finalizaba partiendo la barra en 10 partes, para luego hacer uso del muro y responder el cuestionario perteneciente a esta actividad (ver anexo 1).

En el desarrollo de esta actividad ocurrió un percance ya que no era posible para los estudiantes dividir su barra en partes exactamente iguales, aun con la ayuda de la regla, pero por la inexactitud que puede tener cualquier ente humano y más aún los niños, no era posible tener una medida exacta para cada fracción, lo que repercutiría quizá en la solución de las preguntas 1, 2, 3 y 5.

Los estudiantes para dar respuesta a la pregunta 1, tomaron el trozo de barra que representaba ½ y marcaron en ella la mitad observando con que otro trozo de barra coincidía su marca, en este caso coincidía con el trozo ¼, esta era la respuesta. De la misma forma respondieron las preguntas 2 y 5.

La mayor dificultad creo que los estudiantes la presentaron en el momento de identificar en el muro de fracciones el trozo de barra que representaba 2/3, 3/5, 7/8, 5/6 y 9/10, números fraccionarios que estaban involucrados en el resto de preguntas, pero que por no observarlos explícitamente en sus muros, no sabían dar cuenta de ellos. Así que procedí a inducirlos para que identificaran, por ejemplo dos tercios haciéndoles énfasis una y otra vez en la pronunciación de las palabras *“dos tercios*” y su estrecha relación con *“un tercio*”, es decir que mi explicación no fue por vía operaciones, les expresé que un tercio es igual a la suma de un tercio con un tercio o que 2 veces un tercio es dos tercios. A pesar de que en estas palabras está inmersa la operación de suma o bien de producto las cuales veríamos más adelante, no entré en detalle, más aun les exprese que unas clases más tarde podríamos verificar las igualdades a las que me estaba refiriendo; $1/3 + 1/3 \; = \; 2/3 \;\; o \;\; 2(1/3) \; = 2/3$.

Las siguientes imágenes son evidencias del trabajo realizado en la mencionada actividad.

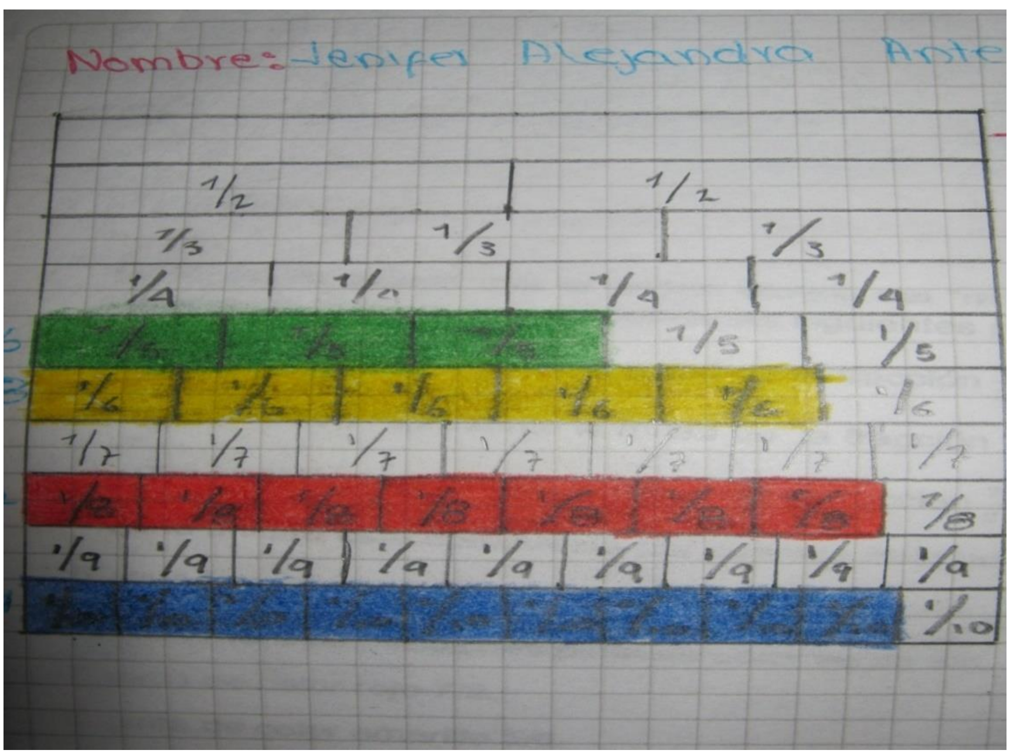


Figura 2.   Muro de fracciones construido por una estudiante

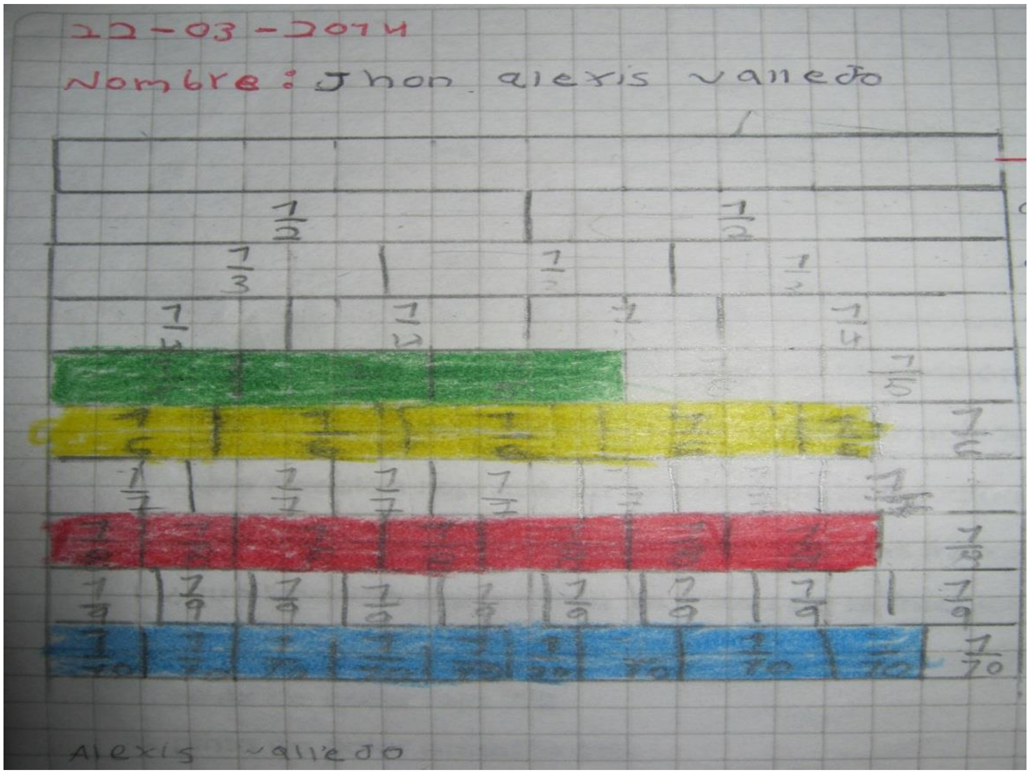


Figura 3. Muro de fracciones construido por un segundo estudiantes

Centrándonos ahora en la pregunta 10, estas fueron algunas de las repuestas de los estudiantes:

- *Una fracción son partes iguales de algo.*
- *Una fracción es la división de algo.*
- *Fracción es una porción o muchas porciones que son iguales y salen de una unidad.*
- *Es la que representa en cuantas partes está repartida una unidad*
- *Una fracción es la que se da de dividir alguna cosa.*
- *Una fracción es la mitad de algo o la división de algo.*
- *Una fracción es un pedazo de una cosa.*

Estas repuestas aunque en lenguaje muy cotidiano de los niños, guardan en su interior una buena definición de lo que es una fracción, estos enunciados me permiten intuir que han comprendido la noción a estudiar.

Por otra parte, encontré respuestas de otro grupo de estudiantes, las cuales llevan todas la siguiente idea *"una fracción es una unidad que la podemos partir en varias partes iguales".* Ante estas afirmaciones puedo decir que pudieron haber ocurrido dos casos; un primer caso sería el de la no comprensión de la definición, pues bien sabemos que la fracción no es la unidad, o como segundo caso está la mala comunicación escrita, puede haber ocurrido que los estudiantes llevaran en sus cabezas la idea correcta de fracción mas no supieron describirla.

Al final de esta primera sesión, tuvimos una larga charla con los estudiantes, en la que hablamos de lo que significa un problema matemático, así mismo les comente sobre la propuesta de Polya y sus cuatro pasos en la resolución de problemas, descritos en el apartado 1.2 de este documento.

Para finalizar puedo decir que particularmente esta actividad produjo en mí una reflexión acerca de mí papel como docente, pues entendí lo importante que es la preparación de clase, la preparación de actividades, y elección de las mismas de forma que lleves al aula las más fructíferas de acuerdo a tus intereses. Pues a pesar de haber hecho una selección de actividades y emplear bastante tiempo en este proyecto, apresuradamente tome la decisión de hacer un cambio en la actividad 1, en la cual dejaría de llevarles a los estudiantes el muro elaborado y los pondría a ellos mismos a realizarlo, además no reflexione como podrían los niños afrontar las preguntas que involucraban fracciones no explícitas en el muro.

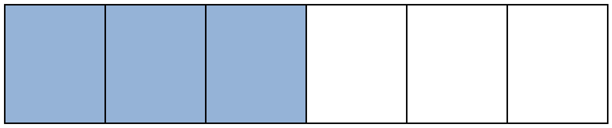
2.2.2 Bitácora 2

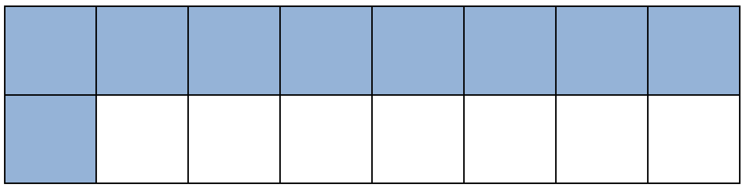
Esta actividad fue realizada el sábado 29 de marzo de 2014, con la presencia de 35 estudiantes, los cuales aprenderían o recordarían esta vez, el tema de fracciones propias e impropias. Antes de proponer la actividad sería necesario que yo desarrollara parte de la sesión en el tablero, pues era importante recordarles las definiciones involucradas, así como también los dos términos de una fracción; numerador y denominador.

Luego de mi indicación les propuse a los estudiantes salir a representar distintas fracciones, ellos voluntariamente pasaban al tablero para indicar si las fracciones planteadas correspondían a una fracción propia o impropia, igualmente para esbozar su representación.

Figura 4.   Estudiante representando fracciones en el tablero.

En la parte de las representaciones de las fracciones les insistí mucho en que el denominador indica el número de partes en que se divide la unidad y el numerador el número de partes que se toman. Sin embargo note que muchos de los estudiantes siguen teniendo problemas en la representación de fracciones sobre todo con las fracciones impropias, por ejemplo la representación de $6/3$ y $16/9$ lo hacen de la siguiente forma:





Bien sabemos que la representación de 6/3 y 16/9 no son las anteriores, pero los niños tienden a hacer esto y es evidente que la causa de esta falencia es el no percatarse de que dichas fracciones son mayores que 1 es decir que sus respectivas representaciones deben tener más de una unidad.

La dificultad anteriormente mencionada fue corregida a medida de que los estudiantes pasaban al tablero, sin embargo la actividad 2 ayudaría a reforzar el proceso inverso, es decir de la representación de una fracción impropia extraer el fraccionario correspondiente. (Ver anexo 2)

En general puedo decir que todos los estudiantes dieron buenos resultados en la actividad, quizá por el preliminar y exhaustivo trabajo en el tablero y por mi insistencia en cuanto a los papeles que toma el denominador y el numerador en la representación de fracciones. Exceptuando algunos casos, muy pocos estudiantes cometieron errores, pero considero que fueron dados por distracciones mas no por no comprensión del tema, pues en gran medida el resto de la actividad fue bien desarrollada. Por ejemplo observamos en los resultados de un estudiante que en el numeral 1, los ítems a, c y d son correctos al igual que el numeral 2, 3 y 4, las respuestas erróneas son solo el ítem b del numeral 1. Intuyo que el estudiante tuvo una confusión en el momento de ubicar el numerador y el denominador, pues debió identificar que el fraccionario que representa la figura es 11/8 y no 8/11.

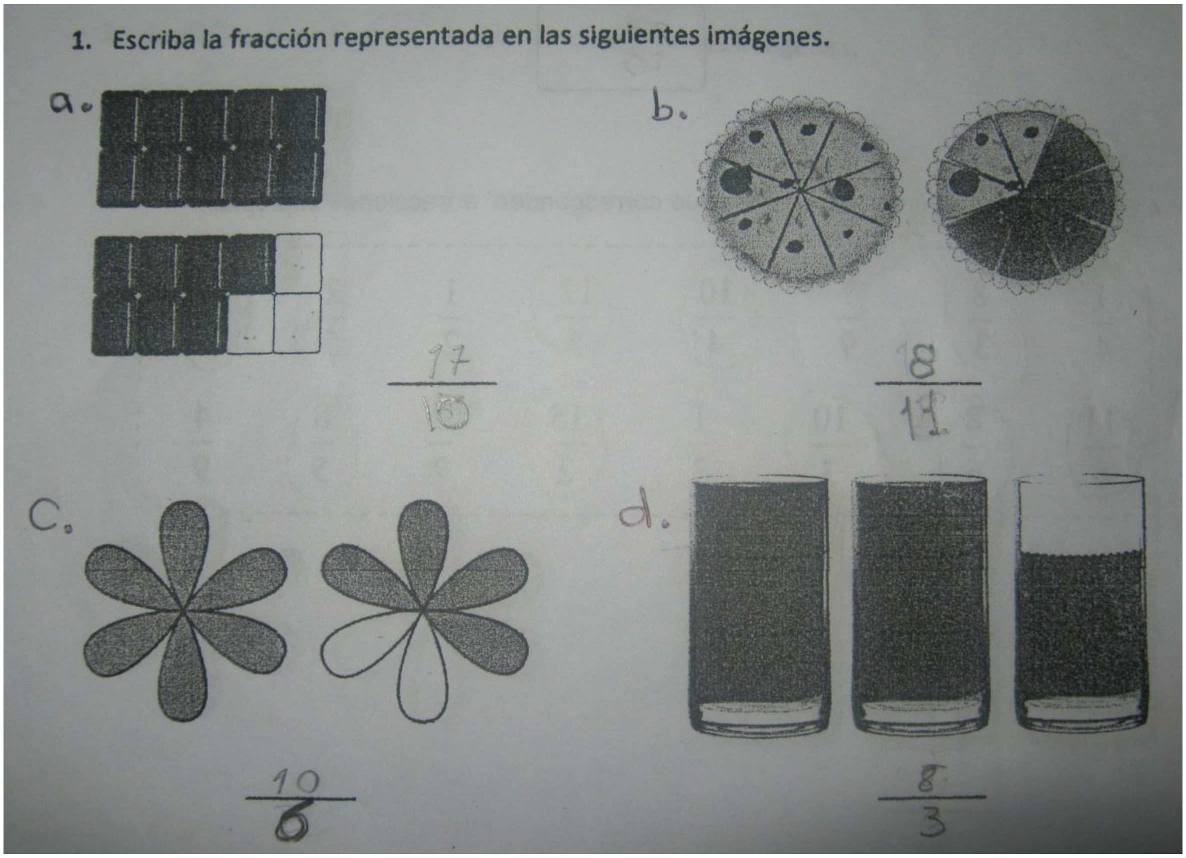


Figura 5. Resultado del punto 1, actividad 2.

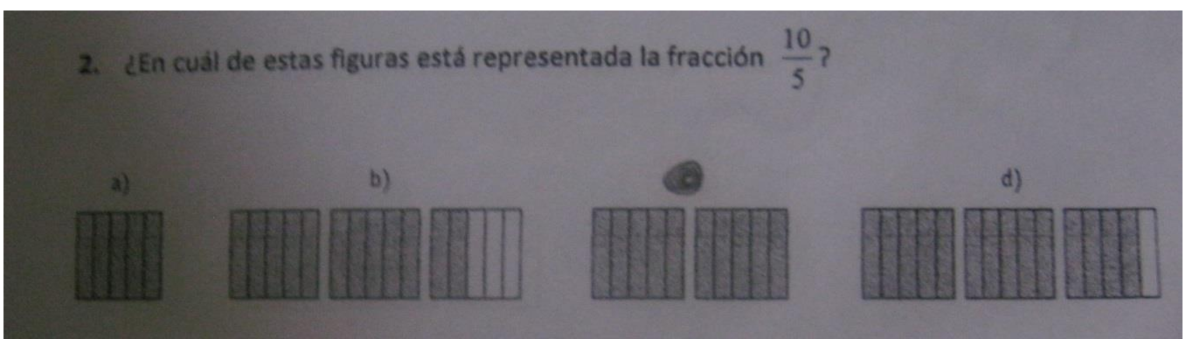


Figura 6. Resultado del punto 2, actividad 2.

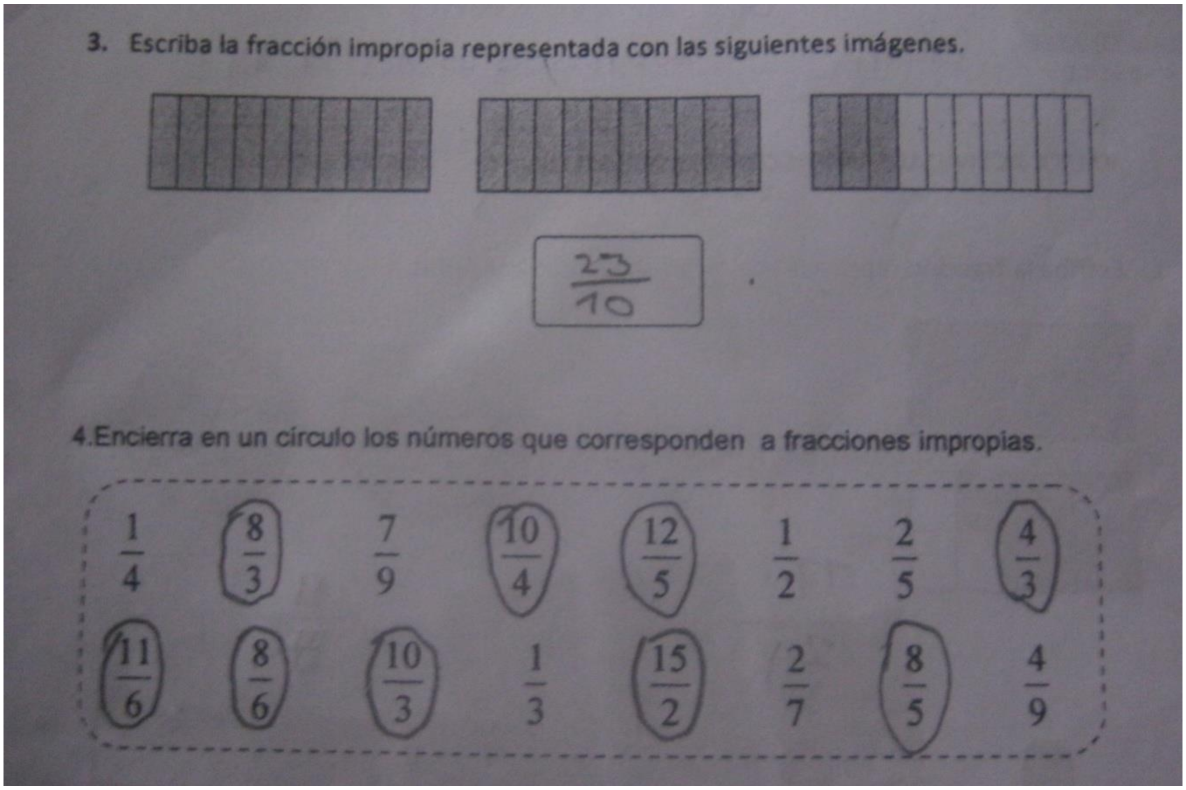


Figura 7. Resultado de los puntos 3 y 4, actividad 2.

De las evidencias puedo concluir en general que los estudiantes comprendieron la distinción entre fracciones propias e impropias, ya que rápidamente pueden realizar esta clasificación, y la representación de fracciones es el aspecto que más se les dificulta.

Puesto que los educandos estuvieron muy activos e interesados, el tiempo alcanzó para realizar una corta actividad en grupos, la cual estaba pronosticada puesto que se preveía que la actividad 2 era corta para el tiempo de sesión. Así que para finalizar la clase los niños se organizaron en grupos de cuatro integrantes para resolver un sudoku de fracciones (ver anexo 3) el cual, además de ser un problema matemático para ellos, era un juego grupal ya que se les dijo que el primer grupo que entregara la respuesta correcta ganaría una recompensa. Esta última actividad complementaria traía consigo uno de los dos procesos estudiados en esta sesión; el proceso de extraer de una representación el fraccionario correspondiente.

Los cinco grupos de estudiantes entregaron sus sudokus terminados, he aquí los resultados del grupo ganador

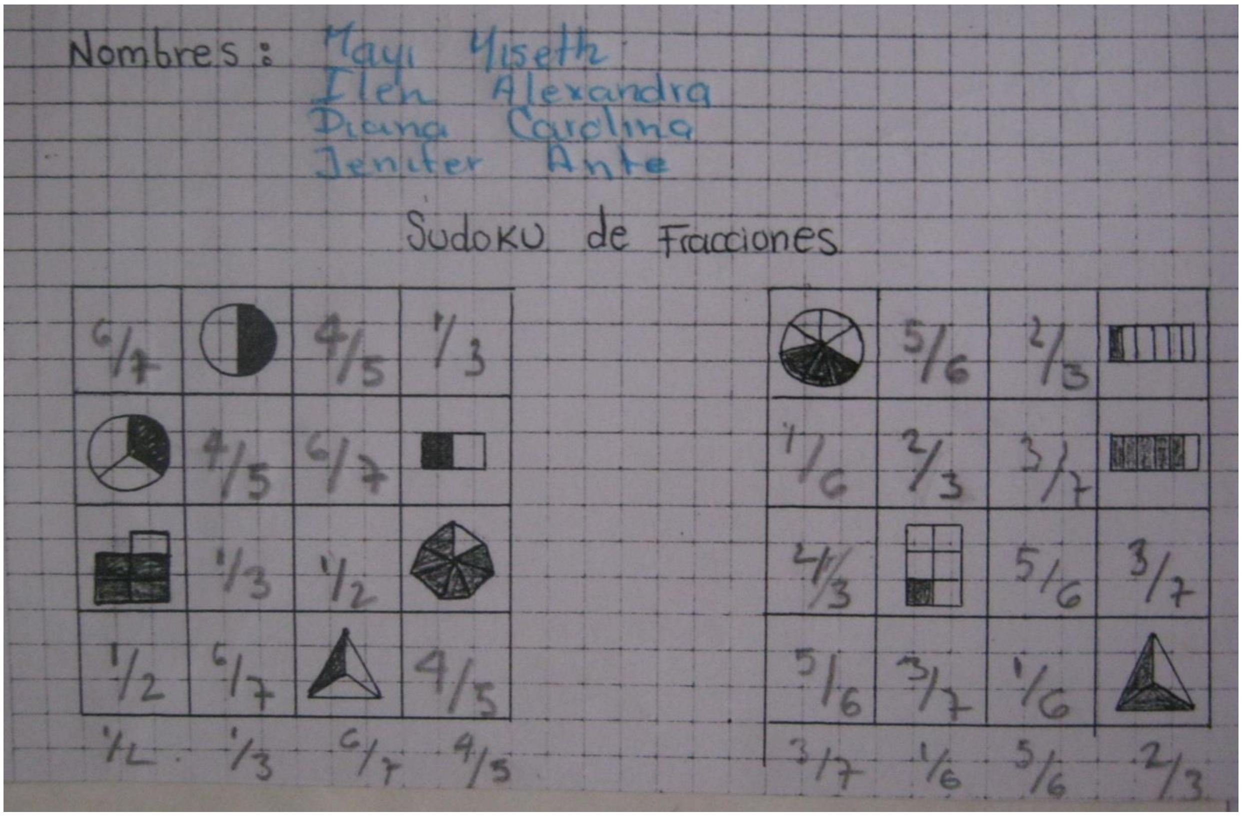


Figura 8. Sudoku de fracciones resuelto.

Para finalizar puedo comentar que los partícipes en la sesión (estudiantes y practicante) nos tomamos por primera vez el tiempo de charlar sobre los cuatro pasos de Polya aplicados particularmente a esta actividad, por ejemplo para el numeral 1 de la actividad, el razonamiento que hicimos grupalmente fue:

-¿Qué me pide la actividad?

-un número fraccionario

-¿Qué datos me dan?

- una representación gráfica.

-¿Qué condiciones debo cumplir?

-tanto el numerador como el denominador de la fracción que me piden deben estar acorde con la representación gráfica.

Las dos siguientes etapas en las que debíamos pensar en un plan y ejecutarlo, se realizaron por parte de los chicos muy rápidamente, llegando a la conclusión de que la idea a seguir era observar la representación gráfica, contar el número de partes en que se estaba dividida cada unidad y este número ubicarlo en el espacio correspondiente al denominador, así mismo contar el número de partes que se tomaban y ubicarlo en el lugar del numerador.

En el último paso les pedí a los estudiantes reflexionar sobre sus respuestas y volver a verificar si correspondían a las representaciones dadas.

2.2.3 Bitácora 3

Para continuar reforzando la noción de fracción y la representación de las mismas, plantee resolver la actividad de la que hablaremos a continuación (ver anexo 4).

Antes de que los estudiantes se enfrentaran a este trabajo, se hizo nuevamente al igual que en la sesión pasada una pequeña actividad en el tablero en la cual 10 estudiantes al azar fueron elegidos para representar fracciones propias e impropias. Consideré necesario volver a realizar este ejercicio para cerciorarme con más certeza de que los estudiantes estaban preparados en este tema, nueve de los 10 realizaron bien la representación que les correspondió y con el estudiante que aún no tenía claro el tema se hizo un refuerzo con ayuda de sus propios compañeros.

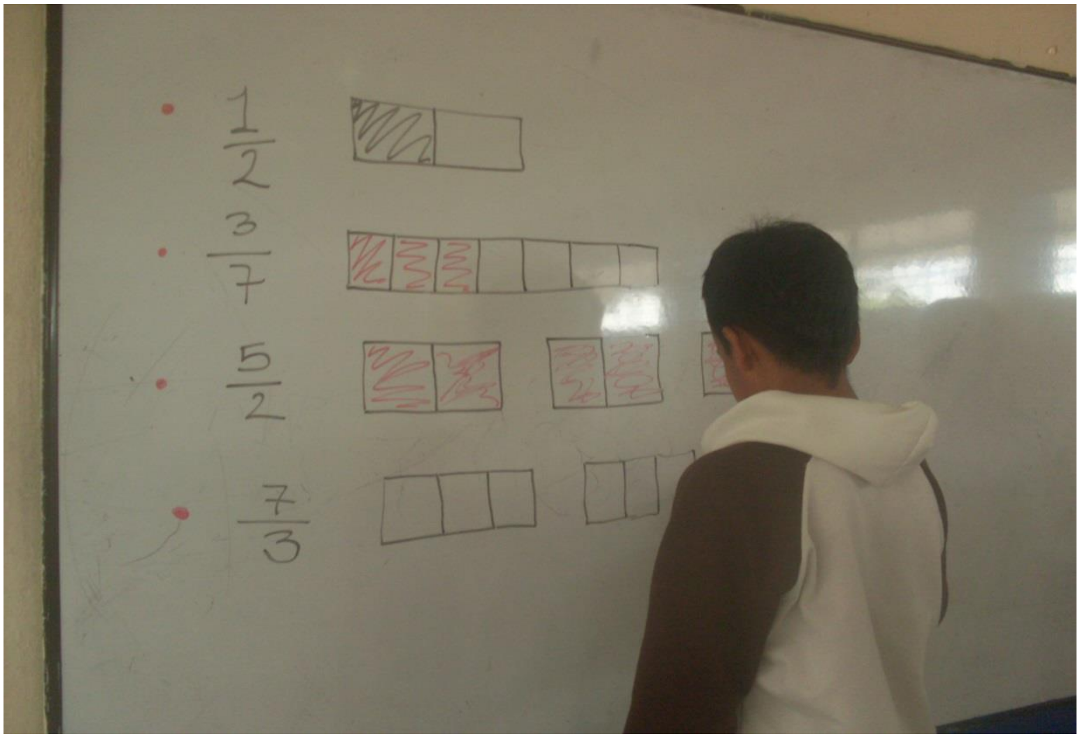


Figura 9. Estudiante participando en el tablero.

Con esta actividad 3 culminaría la primera etapa de este proyecto, así que esta me permitirá sacar conclusiones acerca de cómo los estudiantes están asimilando la noción de fracción.

En el desarrollo de esta actividad los estudiantes se mostraron confundidos en el momento de leer las preguntas, quizá no comprendían su redacción, no sabían cómo proceder, pues es muy común que ellos no se tomen un tiempo para reflexionar y releer. Por ejemplo la pregunta 2: ¿Qué fracción del rectángulo EFGH es el triángulo ABC?, quizá no tenían clara su respuesta porque la gráfica ofrecida por la actividad tenía distintas divisiones de varios tamaños, lo esperado era que los estudiantes reconocieran que debían terminar de dividir toda la unidad EFGH en partes iguales al triángulo ABC.

En vista de la anterior dificultad, fue propicio aplicar los pasos de Polya, así que nuevamente lo hicimos en conjunto para la pregunta 2, tomando nota en el tablero. El análisis construido con la participación de todos los estudiantes fue:

Etapa 1:

-¿Qué me pide la actividad?

-un número fraccionario.

-¿Cuáles son los datos?

-una grafica

- la unidad es el rectángulo EFGH y la parte es el triángulo ABC.

-¿Cuáles son la condiciones?

-el numero fraccionario debe representar, el triángulo ABC que parte del rectángulo EFGH es.

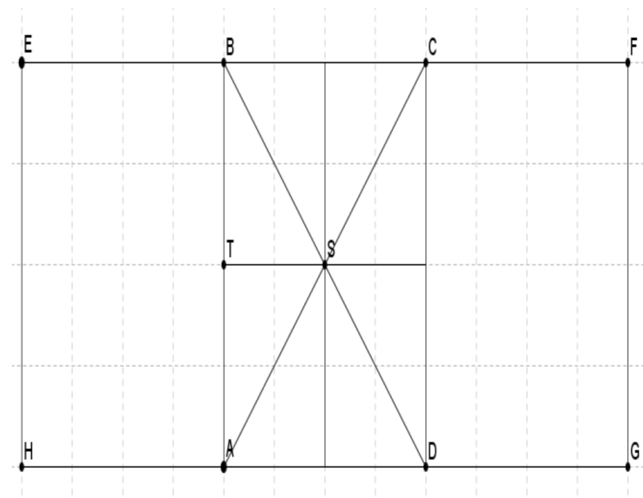
Etapa 2 y 3:

Puesto que el número fraccionario que se debe encontrar debe representar que parte del rectángulo EFGH es el triángulo ABC, los pasos que se deben realizar son:

1. *Terminar de dividir la unidad en partes iguales al triángulo ABC.*
2. *Contar el número de partes de tamaño igual al triángulo ABC que me resultaron de dividir la unidad y este número será el denominador de la fracción buscada.*
3. *El numerador será 1.*

Después de ejecutada la idea de solución, les pedí a los estudiantes que individualmente realizaran la etapa 4, en la cual debían reflexionar si la respuesta era coherente, puesto que el fraccionario hallado fue 1/6, la mayoría de estudiantes lo que hizo fue realizar la representación de este número tomando como unidad un rectángulo, y dividiéndolo en 6 triángulos, al colorear un triángulo, supieron que era la misma grafica que la actividad brindaba. Esto me permite decir que los estudiantes hicieron un tipo de proceso de retrospección, en el que dieron por dada la respuesta.

Algo para resaltar, que pude notar en la aplicación de los cuatro pasos de Polya es que a los estudiantes no se les ocurrió ninguna otra idea de solución, y si la hay, puesto que el rectángulo EFGH pudo haber sido dividido en partes iguales al triangulo ATS, para finalmente decir que el triángulo ABC representa 4/24 del rectángulo EFGH.



Estaríamos hablando de fracciones equivalentes, tema que veremos a continuación de esta actividad y que servirá para ampliarles la mirada a los estudiantes.

Después de la reflexión hecha para la pregunta 2, los estudiantes entendieron que debían saber reconocer en el resto de las preguntas cual era el “todo” y cuál era la “parte” sin dejarse agobiar por el resto de divisiones que presentaba la gráfica. Ellos continuaron respondiendo las 5 preguntas restantes, haciendo de igual forma los pasos correspondientes.

2.2.4 Bitácora 4

A continuación hare la reflexión concerniente a fracciones equivalentes. Esta es la primera actividad de la etapa 2 del proyecto.

Para comenzar, en compañía de los estudiantes discutimos sobre la palabra “equivalente”, que muchos de ellos expresaron no haber escuchado en su vida habitual, tan solo dos estudiantes pudieron dar respuesta, uno expresó: “*fracciones equivalentes es un tema que vimos el año pasado y trata sobre fracciones parecidas*” y el segundo expresó: “*equivalente es que se parecen o que son lo mismo*”. En vista de que no hubo una respuesta satisfactoria la definición de la palabra “equivalente” para luego construir entre todos, el significado de la expresión: “fracciones equivalentes”.

Luego de dicha aclaración les pedí que hicieran grupos de dos o de tres integrantes para comenzar la actividad, resultando once grupos, ya estando organizados a cada uno se le entregaron nueve tirillas de cartulina de distintos colores y de igual longitud, los estudiantes escuchando mi voz seguían mis directrices:

“*la primera tirilla la dejaremos como unidad, así que marquémosla con el número correspondiente, ahora tomemos una tirilla más y cortémosla en 2 partes iguales, cada una de estas partes debe de estar marcada por el fraccionario correspondiente, ahora tomemos otra tirilla y dividámosla en tres partes iguales...”.*

Realizar estas divisiones nos tomó bastante tiempo, para que al final cada grupo quedar con una tira unidad, dos tiras de ½, tres de $1/3$, cuatro de $1/4$, cinco de $1/5$, seis de $1/6$, siete de $1/7$ y ocho tiras de $1/8$. Con estas partes procederían a responder las preguntas propuestas en la actividad (ver anexo 5). Una última sugerencia que les haría a los estudiantes seria que en caso de creer que alguna de las preguntas era difícil, pensaran en las recomendaciones de los cuatro pasos de Polya.

Figura 10. Estudiantes desarrollando la actividad 4.

Con respecto a la primera pregunta, los estudiantes expresaron haberla comprendido y saber cómo proceder, fue interesante ver como ellos comparaban la unidad con otras partes de colores, encontrando de esta manera diversas representaciones para la unidad como las que a continuación se mencionan

- $1/2 + 1/3 + 1/6$
- $1/4 + 1/4 + 1/6 + 1/3$
- 2 partes de $1/8$, una de $1/4$ y una de $1/2$
- 3 partes de $1/4$ y dos de $1/8$.
- $1/2 + 1/8 + 1/4 + 1/8$
- 7 regletas de $1/7$
- 2 regletas de $1/2$
- 5 regletas de $1/5$.

Me parece interesante el hecho de que los estudiantes buscaran aproximarse a la unidad, puesto que las divisiones de las tirillas quizá no se hicieron en partes exactamente iguales, por razones de mala medición y puesto que las divisiones no siempre daban números enteros, estudiantes establecieron también respuestas como:

- $1/3 + 1/3 + 1/4 + 1/6$
- $1/5 + 1/7 + 1/3 + 1/3$
- 2 partes de $1/4$, una de $1/6$, una de $1/5$ y una de $1/8$

Luego socializamos en el tablero sus respuestas, para hacerles ver con más claridad que lo que habían hecho era encontrar fracciones equivalentes a 1, además de comprobar con la calculadora (puesto que aún no habíamos visto el tema de suma de fracciones) que estas últimas respuestas no eran igual a la unidad.

La segunda pregunta del taller también fue comprendida sin dificultad por los estudiantes y desarrollada de forma óptima, pues se les hizo muy fácil encontrar coincidencias como: “la regleta de $1/4$ es igual a dos regletas de $1/8$” es decir $1/4 = 1/8 + 1/8 = 2/8$.

En la pregunta 3, la mayor dificultad se presentó cuando debían encontrar fracciones equivalentes a fracciones impropias (ítems e,f y g) pues en el caso de las fracciones propias sabían que debían tomar la parte de tirilla a la cual iban a encontrar equivalencias, por ejemplo el ítem c daba la fracción 2/3 así que los estudiantes unieron dos partes de 1/3 y entonces buscarían coincidencias a esa parte total. Con el caso de fracciones impropias ellos se preguntaban ¿Cómo sé cuál es la tira que representa 10/8, 3/2 y 4/3, si solo tengo ocho parte de 1/8, dos de ½ y tres de 1/3?, ellos aún no se percataban de que 8 partes de 1/8 eran la unidad, y me faltarían 2 partes de 1/8 para completar los 10/8 que necesitaba. Así podría utilizar la tirilla que dejamos como unidad (a la cual no se le hicieron divisiones) uniéndole además dos partes de 1/8, esta era una de las posibles formas de solucionar el problema.

Mi directriz en este sentido fue inducirlos nuevamente a repensar en la propuesta de Polya para generar ideas de solución. Después de tomarse un buen tiempo para pensar en el paso 2; concebir un plan, tres grupos de estudiantes estuvieron de acuerdo en decir que la solución era buscar una fracción equivalente a 8/8 para remplazarla y que así me quedaran libres tirillas de 1/8, al menos dos que son las que necesito para completar los 10/8. En vista de que los 8 grupos restantes no presentaron un plan, entonces los induje a pensar de aquella forma, pues demasiado tiempo en esta parte de la actividad estaba generando desorden y desinterés.

Después de establecer el paso 2 de Polya, continuaron los estudiantes con el paso 3 y 4. Al observa las respuestas, supe que ellos habían entendido que para representar 10/8 existen muchas formas de hacerlo, pues podían encontrar fracciones equivalentes a 8/8 o bien a 2/8, además pudieron observan con un objeto tangible (tirillas de cartulina) porque 10/8 es mayor que uno, es decir una fracción impropia.

Pasando a la pregunta 4 y 5 las cuales pedían encontrar una fracción equivalente a 2/5 cuyo denominador fuera 20 y una fracción equivalente 8/12 con denominador 3. Todos los grupos de estudiantes resolvieron este punto, vía representaciones así:

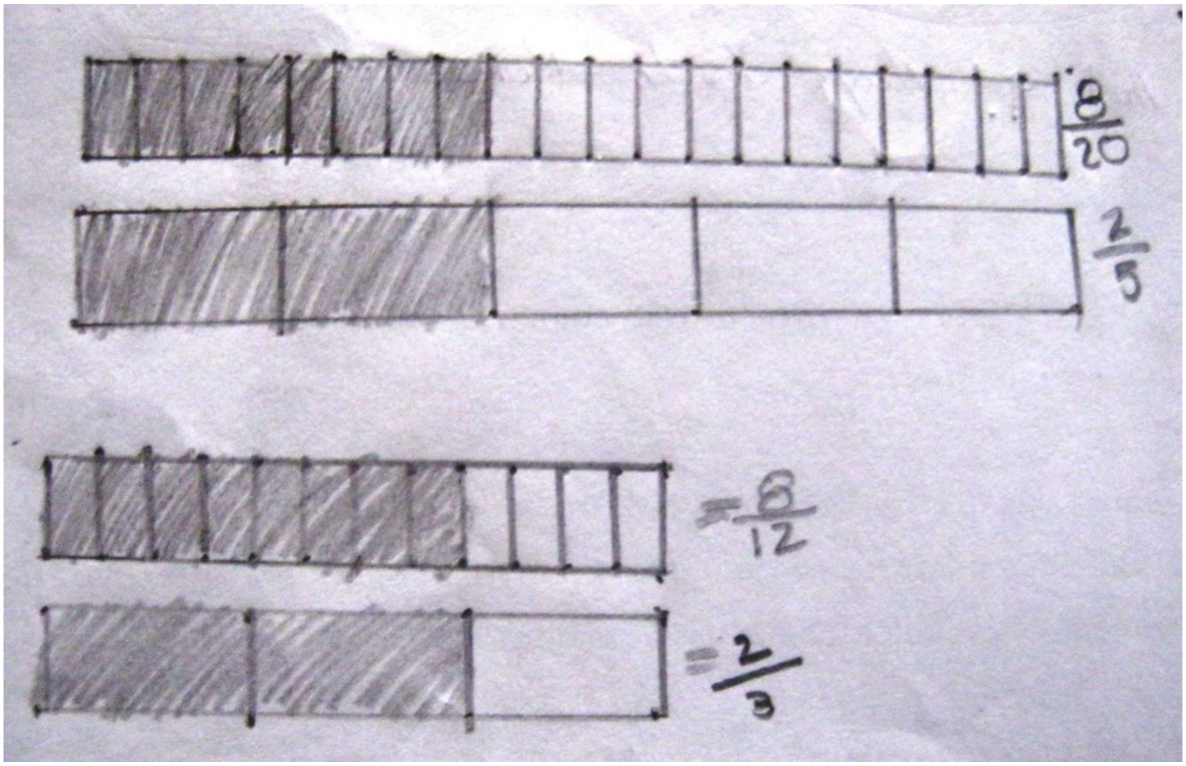


Figura 11. Resultado del punto 4 y 5 de la actividad 4.

La foto evidencia que, el plan fue representar $8/12$ (en el caso de la pregunta 5) y puesto que el problema daba como condición que el denominador de la fracción equivalente era 3, entonces tomaron la misma unidad y esta vez la dividieron en tres partes, observando que la parte coloreada en 8/12 debía ser la misma coloreada en la fracción por encontrar, de esta forma el estudiante hallo la incógnita, es decir el numerador.

Estas dos preguntas traían consigo la intención de inducir a los estudiantes en el tema de amplificación y simplificación de fracciones, aunque lo que realmente se quería era que ellos mismos descubrieran el procedimiento para encontrar fracciones equivalentes a una dada. Para ellos les pedí que observaran muy bien que ocurría con los numeradores y denominadores de las fracciones equivalentes, que relación había entre ellos.

Las respuestas de a la pregunta 6 de esta actividad: ¿Cuál puede ser un procedimiento para obtener fracciones equivalentes?, eran las que esperaba con más expectativa pues ésta daría indicios de qué tanto se aproximaron al tema.

Estas fueron algunas de las respuestas:

- *“hacer una unidad, en ella representar la fracción y después pintar los mismos espacios que se pintaron en la fracción anterior o también multiplicando el numerador y el denominador por 2”*
- *“multiplicando el numerador y el denominador”*
- *“para obtener fracciones equivalentes dividimos o multiplicamos”*
- *“por medio de gráficas”*

Este fue uno de los análisis de un grupo de estudiantes:

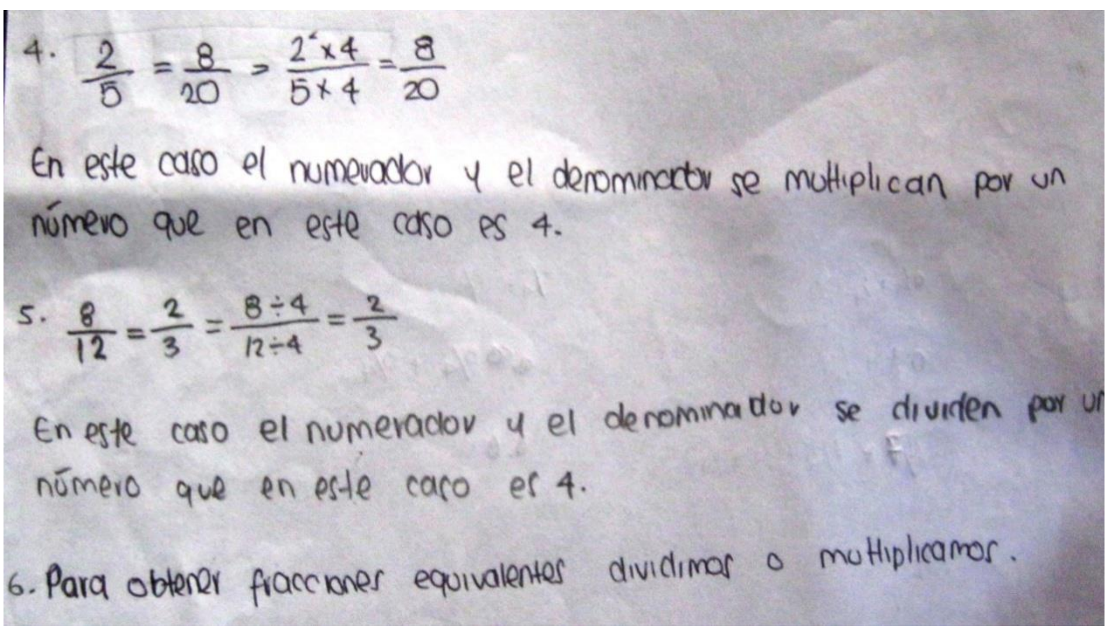


Figura 12. Resultado de Los puntos 4,5 y 6 de la actividad 4 hecha por un grupo de estudiantes.

Para finalizar, los felicité por su gran esfuerzo con esta actividad y les aclaré que las respuestas a la pregunta 6 estuvieron relativamente aproximadas a lo que se debe hacer para encontrar fracciones equivalentes a una dada.

Junto a los estudiantes procedimos a realizar muchos más ejemplos en el tablero, para que ellos pudieran deducir que no solo puedo multiplicar o dividir por 2, sino por cualquier número.

Para concluir puedo decir que esta actividad les permitió a los estudiantes observar la equivalencia entre fracciones por medio de un objeto tangible como las tiras de papel lo que los lleva a comprender y hacer procesos mentales en favorecimiento del aprendizaje de este tema.

2.2.5 Bitácora 5

La siguiente actividad (ver anexo 6) reforzó el tema de fracciones equivalentes, en especial el anuncio que se hizo al final de la actividad anterior sobre cómo encontrar fracciones equivalentes a una dada.

En el primer punto los estudiantes debían encontrar fracciones equivalentes a $3/4$ y $5/2$ para lo cual no tuvieron problema en multiplicar el numerador y el denominador por un natural determinado, ya teniendo una fracción equivalente por ejemplo a $3/4$ lo importante viene cuando hacen la representación de esta nueva fracción encontrada sobre la misma unidad en la que se representó 3/4 , puesto que les permite constatar a ellos mismos que en realidad las dos fracciones son la misma parte de la unidad, pues colorean el mismo espacio del “todo”, es decir son equivalentes.

El ítem dos fue el que causó un poco de dificultad, los estudiantes debían completar los espacios para obtener fracciones equivalentes. Considero que en esta parte la dificultad no fue no comprender el tema, sino más bien errores de tipo operacional. Por ejemplo: $\frac{\quad}{30} = \frac{3}{\quad} = \frac{9}{15}$

Algunos estudiantes rellenaron el espacio de la fracción del medio con un número distinto de 5, así que procedí a preguntarles verbalmente la justificación y ellos daban la respuesta esperada, expresando el procedimiento correcto, lo que me permitió concluir que el error era operatorio. En estas ocasiones les pedía que verificaran sus respuestas mediante gráficas, para que observaran que no eran correctas debían reconocer, que el numerador 9 de la tercera fracción debió ser dividido entre 3 para obtener el numerador de la segunda fracción por tanto el proceder era dividir el denominador 15 entre 3 también, para obtener el denominador de la segunda fracción.

El ítem tres fue justificado por algunos estudiantes buscando el número por el cual fue multiplicado o dividido el numerador y el denominador para obtener la segunda fracción, aunque también me tome el tiempo para hacerles saber que otra de las formas de verificar que dos fracciones son equivalentes es si los productos cruzados son iguales, sus justificaciones parecen indicar que superaron la etapa de verificación de equivalencias por medio de gráficas o quizá lo dejaron de lado por ser más dispendioso, algunos otros estudiantes utilizaron el ultimo método enunciado como se verá a continuación.

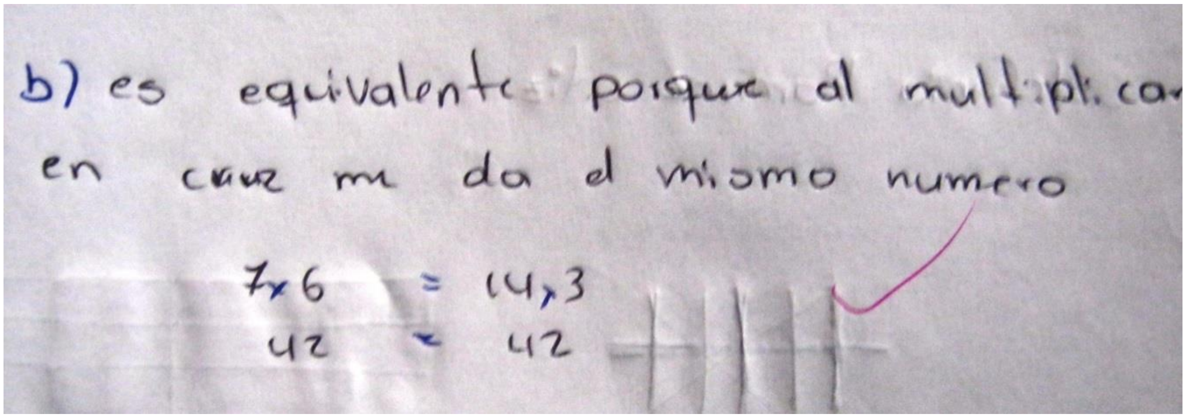


Figura 13. Solución de un estudiante al punto 3, actividad 5.

En general puedo concluir al final de esta etapa que los estudiantes saben dar cuenta de lo siguiente:

- ✓ Encontrar fracciones equivalentes a una dada
- ✓ Comprobar que dos o más fracciones son equivalentes, de tres maneras distintas.

2.2.6 Bitácora 6

La suma y resta de fracciones es algo que sigue generando dificultades de aprendizaje, como lo muestran algunas investigaciones[7]. Esto quizá por el algoritmo con el que fueron presentadas por el docente dichas operaciones. Es por esto que esperaba con expectativa que llegara este momento en el que debía preparar mi clase, pensar e ingeniarme una forma de que mis estudiantes no aprendieran un algoritmo sin sentido y poco recordable, o por lo menos desde mi experiencia como estudiante lo percibía así, porque así lo aprendí, de memoria, hasta lograr recordarlo y usarlo sin saber que hay en el trasfondo de él.

[7] Tesis de maestría. *Concepciones matemáticas en los estudiantes de séptimo grado de la escuela Normal Mixta "Pedro Nufio" acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones*.
Tesis de maestría. *Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la institución educativa San Andres de Girardota*.

Por supuesto no dejaría que mis estudiantes más adelante, cargaran con las preguntas que hasta hace unos días yo llevaba en mi cabeza, preguntas como ¿ porqué para sumar hago este procedimiento?.

Cuando preparé la clase y leí lo concerniente a la suma y resta de fracciones entendí y lo digo sin timidez, lo que en realidad se hace cuando resuelvo este algoritmo que ahora tiene sentido para mí.

Llevaba claro a la sesión que debía insistirles en que para sumar fracciones heterogéneas debo convertirlas en homogéneas por medio de fracciones equivalentes y esto es lo que hacen precisamente los algoritmos, encontrar dichas fracciones de igual valor pero homogéneas para finalmente sumar los numeradores y mantener el denominador.

La actividad se realizó en dos sesiones los días sábados 17 y 24 de mayo con la asistencia de 14 estudiantes. Antes de comenzar la actividad se hizo uso del tablero para explicar la suma de fracciones homogéneas utilizando las tirillas de cartulina de la actividad 4. Así:

1/8 + 1/8 2/8 = 1/4

De esta forma se hicieron varios ejemplos que permitieron deducir que para sumar fracciones homogéneas basta con sumar los numeradores y mantener el denominador, así mismo siempre que era posible mostrarles las simplificaciones del resultado con tirillas se los expuse.

Lo más difícil para los estudiantes sería llegar al caso donde se debía sumar fracciones heterogéneas, aquí no tuve más remedio que hacerles conocer dos formas de sumar pero insistirles en que las dos, lo que hacen es convertir las fracciones heterogéneas en fracciones homogéneas. Para ello lo primero que hay que hacer es buscar un denominador común a todas ellas y Luego sustituir las fracciones originales por fracciones equivalentes con este denominador común.

Forma 1: para este caso el denominador común seria el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los denominadores. He aquí los pasos:

1. Encontrar el m.c.m de los denominadores
2. El m.c.m será el denominador de cada fracción equivalente que vamos a hallar
3. Para encontrar el numerador de cada fracción se debe dividir el m.c.m entre cada denominador original y multiplicarlo por el numerador correspondiente

Forma 2: este algoritmo es aplicable solo cuando se suman dos fracciones en caso de que sean más se hará uso de la propiedad asociativa.

En este caso el denominador común será la multiplicación de los denominadores. Así que las fracciones equivalentes a las originales se obtienen multiplicando “arriba y abajo” por el denominador de la otra fracción. Esto se expresa así:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.d} + \frac{c.b}{d.b} = \frac{a.d+b.c}{b.d}$$

A continuación los chicos tendrían la libertad de escoger cual método querían adoptar para realizar la actividad # 6 propuesta (ver anexo 7), la cual me permitiría ver su reacción frente al proceso de sumar fracciones, su capacidad de escucha, sus conocimientos previos, pero sobre todo me permitiría reforzar una vez más de forma individual dicho algoritmo.

Los resultados obtenidos me sorprendieron puesto que era la sesión que pensé sería la más difícil para ellos o que se iban a mostrar muy confundidos, pero realmente los noté muy motivados por resolver el rompecabezas que traía consigo la actividad, quizá fue por esto que se esmeraron por entender y preguntar acerca del tema visto.

Del grupo total de estudiantes, 13 escogieron la forma 1 para resolver las operaciones y un solo estudiante eligió la forma dos.

La siguiente imagen muestra como el estudiante realiza sin dificultades la suma de fracciones, de forma ordenada, así como también da cuenta del mínimo común múltiplo.

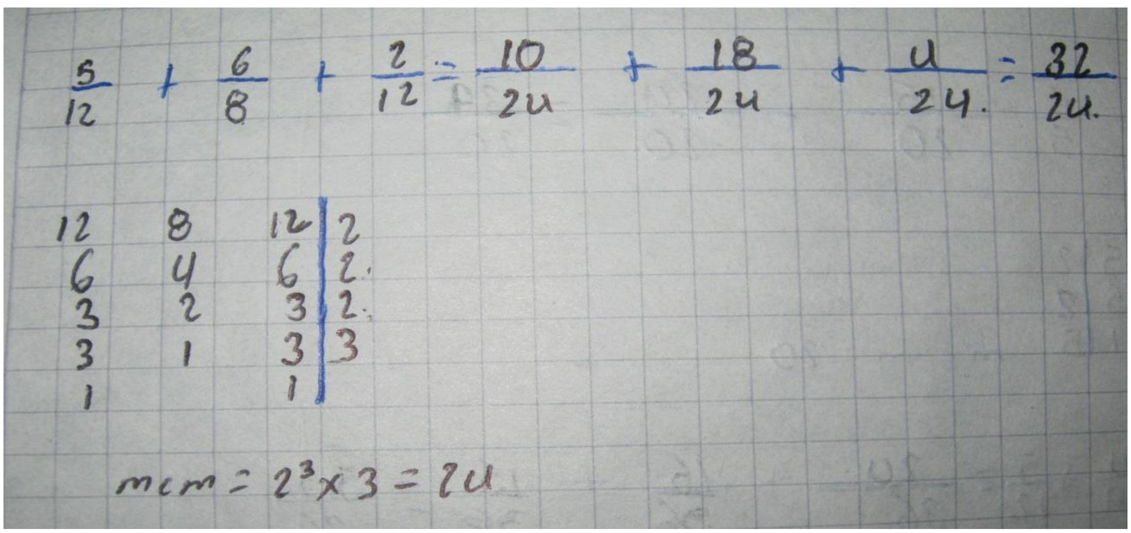


Figura 14. Suma de fracciones hecha por un estudiante.

La imagen a continuación es la evidencia del estudiante que escogió la forma dos para realizar su actividad. Podemos observar que en esta operación es necesario utilizar la propiedad asociativa, sin embargo no usa los signos de agrupación más la evidencia muestra que sí lo lleva claro en su cabeza, puesto que realiza la operación de los dos primeros fraccionarios y el resultado lo suma con el tercer, sin perder el hilo de la operación. También se evidencia que el estudiante presenta falencias en cuanto a la utilización del signo igual (=), pues en varias ocasiones lo utiliza sin percatarse de que la expresión de la derecha no es en realidad igual a la de la izquierda, este se ha vuelto un problema muy común, pues considero que el signo igual siempre ha sido utilizado por los estudiantes como un signo de consecuencia o simplemente para separar expresiones matemáticas, sin embargo siendo estrictos y por la formalización del conocimiento matemático pienso que es prudente resaltar y corregir dicho problema. Y por último podemos decir que el proceso de simplificar fracciones está claro para el estudiante.

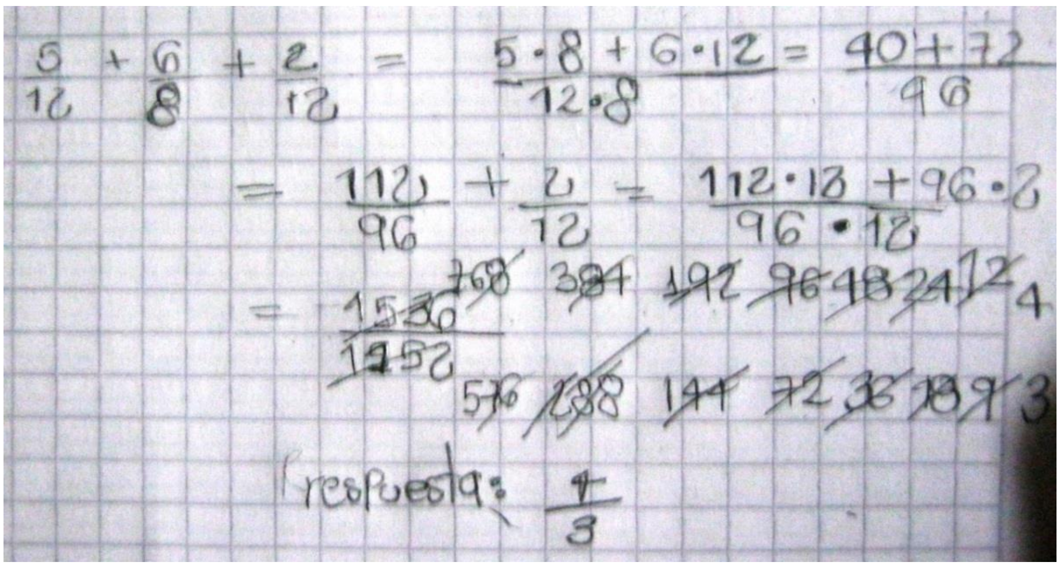


Figura 15. Suma de fracciones hecha por un estudiante.

El resultado final de la actividad fue el siguiente rompecabezas que dio un toque de lúdica a la sesión.

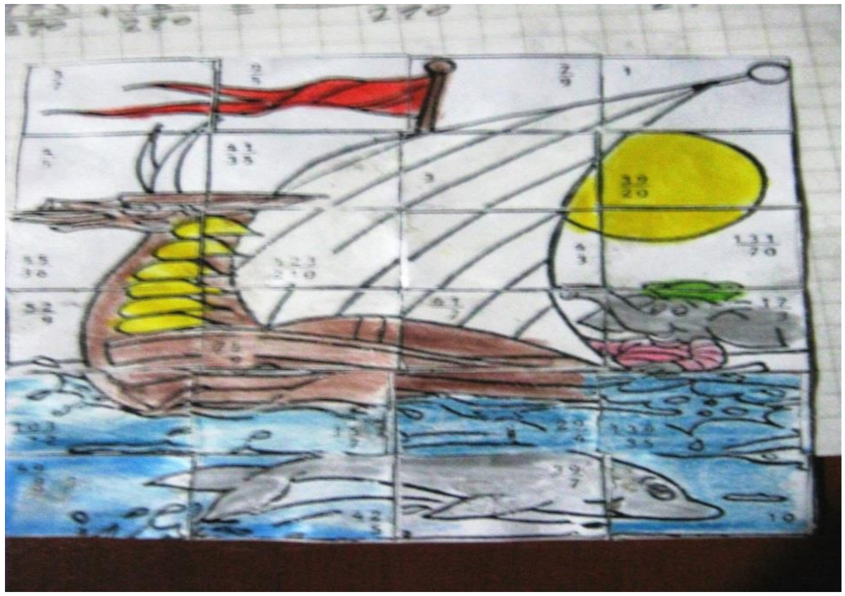


Figura 16. Rompecabezas de la actividad 6.

Al comenzar la sesión los estudiantes expresaron que no recordaban como encontrar el m.c.m de determinados números y tampoco recordaban como sumar fraccionarios, así que considero que esta sesión de refuerzo fue provechosa tanto para ellos como para mí, porque es cierto cuando dicen que como profesor también aprendes.

Según los resultados intuyo que los objetivos propuestos para esta actividad se lograron con efectividad, sin embargo hubo presencia de falencias operatorias y factores externos a la matemática como distracciones e impuntualidad que espero puedan ser superadas a lo largo del proyecto.

2.2.7 Bitácora 7

Mientras expliqué el tema anterior concerniente a la operación de suma siempre se recalcó que las dos formas de sumar vistas eran las mismas formas de proceder para restar, con la excepción de que el numerador se obtiene restando y no sumando cantidades. Sin embargo fue necesario hacer un ejemplo en el tablero con ayuda también de los estudiantes.

Esta vez los educandos también tenían claro que para restar fracciones heterogéneas debían convertirlas en fracciones homogéneas por medio de fracciones equivalentes, sería importante ejercitar una vez más estos procesos operatorios, así que para ello se propuso la actividad #7 (ver anexo 8) la cual traería consigo la formulación de una adivinanza, pues a medida que el estudiante obtenía el resultado de una resta obtenía también una palabra que conformaría el siguiente enunciado: "tengo capa sobre capa si me la quieren quitar nadie de llorar se escapa".

Observamos en la siguiente imagen, en la última línea donde el estudiante debe restar $3/2$ menos $5/6$, parece ser que es consciente de que solo debe buscar una fracción equivalente a $3/2$ con denominador 6 y que de esta forma obtendrá fracciones homogéneas, también puedo observar que al resultado $4/6$ obtenido en esta operación le encuentra también una fracción equivalente la cual es $2/3$ o en otras palabras simplificó de forma correcta. Lo anterior me permite decir que los estudiantes más que hacer un procedimiento sin sentido para restar, saben que el objetivo de dicho procedimiento es dejar las dos fracciones dadas como fracciones homogéneas, así como también evidencian claridad en el tema de equivalencias.

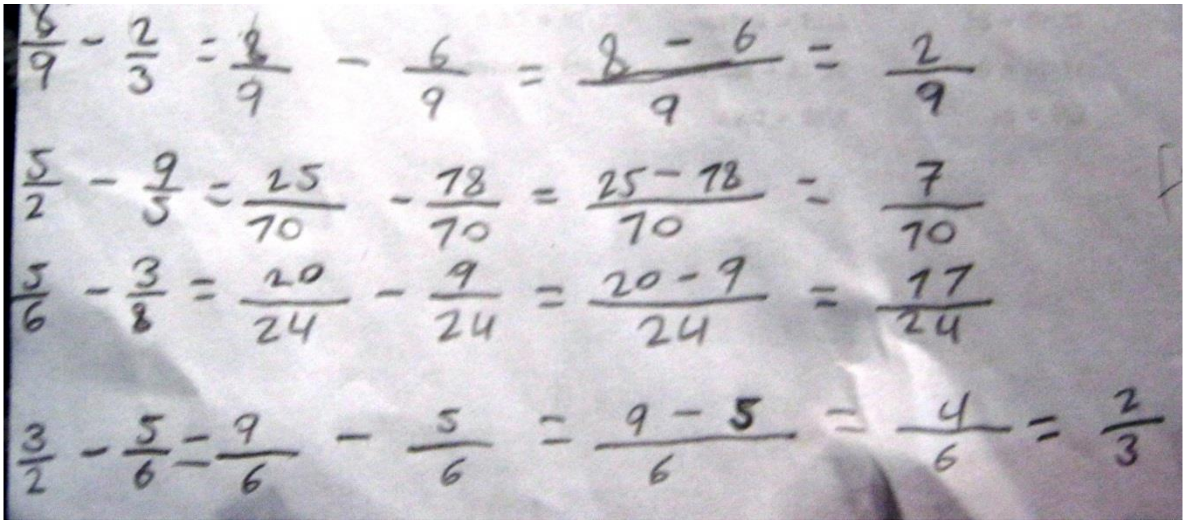


Figura 17. Restas hechas por un estudiante.

El hecho de que la actividad trajera consigo una adivinanza produjo en los estudiantes motivación y en el aula un ambiente de trabajo agradable, lo que permitió una gran disposición para aprender, finalmente los estudiantes pensaban en la respuesta de la adivinanza, aunque en realidad no tardaron en exclamar: “es la cebolleta”.

2.2.8 Bitácora 8

La consigna que llevamos muchas personas de mi generación y de generaciones anteriores es que para multiplicar dos fracciones se realiza el producto de numeradores, y el producto de los denominadores, incluso muchos de nosotros nos referimos con la expresión: “la multiplicación de fracciones es derecha” haciendo alusión al procedimiento, además para generar distinción con la operación de división que es “en cruz”. Sin embargo por ser una consigna aprendida de memoria puede olvidarse fácilmente.

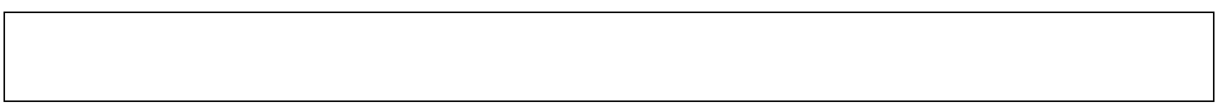
Sería importante no solo dotar a los estudiantes del procedimiento para multiplicar:

1. *Multiplicar los numeradores*
2. *Multiplicar los denominadores*
3. *Simplificar, si es posible*.

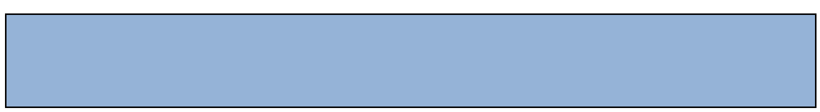
Sino permitirles verificar por medio de representaciones graficas que dicho procedimiento es verídico.

La primera multiplicación que realizaríamos sería la de $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ en la cual los estudiantes no tuvieron inconveniente para entregar la respuesta $2/6$ o equivalentemente $1/3$. A continuación les exprese que $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ podía ser leído como "$1/2$ de $2/3$" o "la mitad de $2/3$", con esta última ellos se sintieron más familiarizados y comprendieron un poco más la expresión. Utilizando las tiras de cartulina de la actividad 4 procedí a explicarles así:

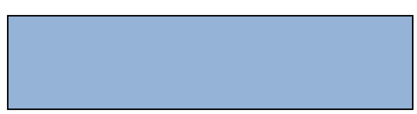
Recuerden que esta tirilla es la unidad



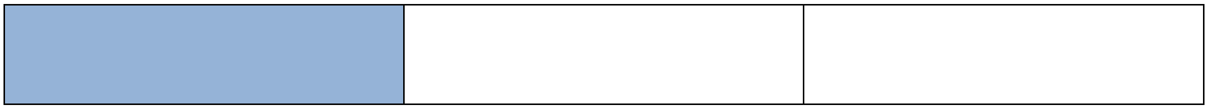
Y estos son 2/3 de ella



Puesto que la expresión es "la mitad de 2/3", debo dividir en dos partes iguales la anterior tirilla,



Esta última tirilla es en la unidad 1/3



Por tanto el resultado de 2/3 × ½ es 1/3.

De igual forma realizamos otros dos ejemplos en el tablero, uno de ellos involucraba fracciones impropias que siguen también el mismo análisis.

A continuación les presente a los estudiantes la actividad # 8 (ver anexo 9) en la cual, el toque divertido para ellos sería colorear hasta descubrir una imagen oculta, que se formaría a medida de que se realizaran las multiplicaciones de fracciones.

En cada una de las multiplicaciones los estudiantes debían realizar primero la operación por medio de representaciones y luego ver que sus repuestas coincidían con el procedimiento algorítmico. Considero que este ejercicio les da la posibilidad de analizar expresiones como:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \quad \text{y} \quad \frac{a}{b} \times c$$

Con $a, b, c\ y\ d$ números enteros, $d \neq 0$ y $b \neq 0$ pues al observarlas no solo tendrán la idea de que es una multiplicación sino que sabrán que si uno de sus factores es un numero fraccionario, dicha expresión lo que significa es que debo averiguar que parte de uno de los factores es el factor fraccionario con respecto a la unidad.

La siguiente imagen muestra uno de los análisis de un estudiante resolviendo una multiplicación por los dos caminos.

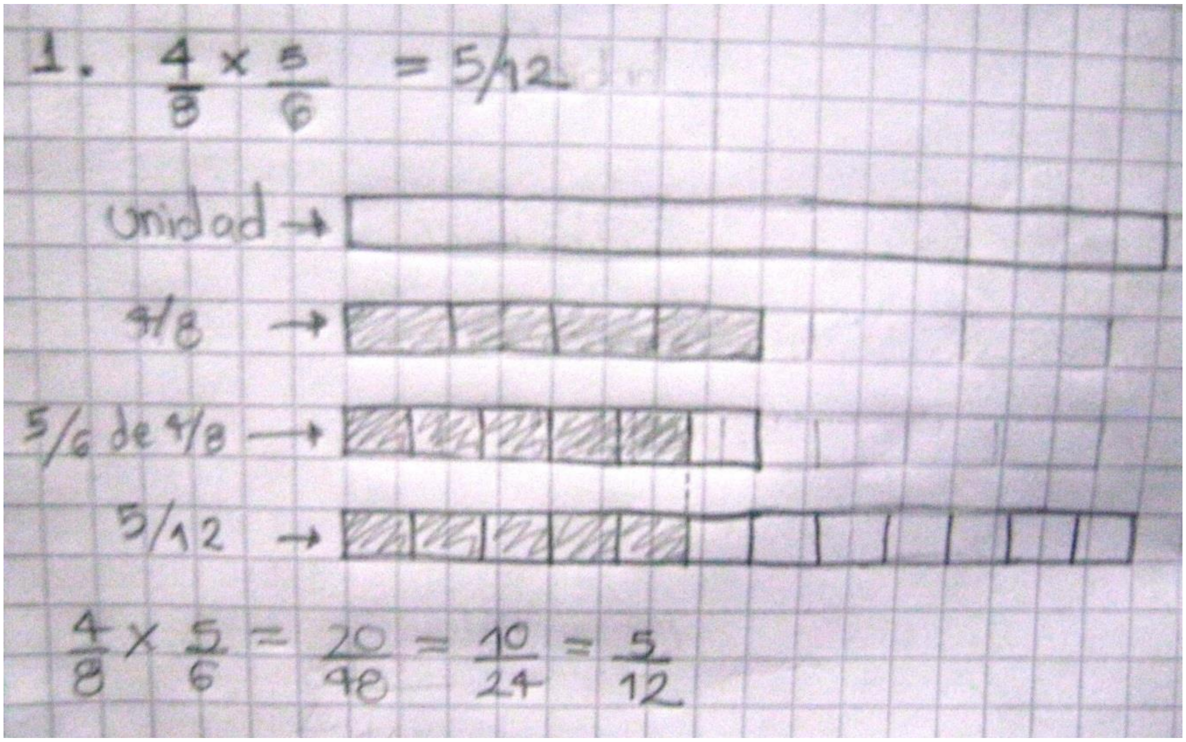


Figura 18. Multiplicación de fracciones hecha por un estudiante.

Con esta actividad pude volver a constatar que cuando hay de por medio cosas que le llamen la atención a los estudiantes, ellos estarán dispuestos a aprender, no se sentirán aburridos y realizarán los trabajos con ánimo, aprovechando muy bien el tiempo, así que vuelvo a estar segura que es una metodología fructífera para nuestro que hacer como docentes de un área poco pretendida.

Figura 19. Estudiantes realizando la actividad 8.

2.2.9 Bitácora 9

“En los libros de texto actuales se suele presentar el algoritmo de la división de fracciones sin ningún modelo físico y en términos estrictamente algebraicos, la mayoría de las veces sin ninguna justificación”[8]

Parece ser que a muchos autores de textos escolares no les parece importante responder la pregunta ¿Por qué la división de fraccionarios se realiza con una multiplicación en cruz, o porqué se invierte la segunda fracción?, siendo de suma importancia mostrar a los estudiantes qué significa en realidad un cociente de fracciones.

Era difícil pensar cómo abordaría este nuevo tema, cómo ir más allá de lo que enseñan los libros, cómo mostraría por medio de representaciones gráficas los algoritmos presentados, como se hizo con la multiplicación. Al leer el artículo: “la

---

[8] Mauricio Contreras. La división de fracciones: un algoritmo misterioso. http://www.mauriciocontreras.es/UN%20ALGORITMO%20MISTERIOSO.pdf

división de fracciones: un algoritmo misterioso" conozco que se sabe poco de estos análisis, y la historia de la matemática revela, por ejemplo, que los algoritmos que hoy conocemos fueron deducidos a partir de lo que ocurre con una división entre enteros, ya que $a \div b = a.\frac{1}{b}$, es decir que el divisor b es reemplazado por su reciproco en un producto con a. Lo mismo debería ocurrir cuando los términos de la división involucren fracciones.

En esta nueva sesión los estudiantes aprenderían a dividir fracciones, así que para comenzar y seguir con la misma idea que ellos traen de lo que significa dividir números enteros, es decir que para ser coherente con que la expresión: $16 \div 2$ significa averiguar cuantas veces cabe 2 en 16, ahora averiguaríamos cuantas veces cabe un número fraccionario en otro, utilizando los segmentos separadores que se usan tradicionalmente para dividir números enteros. Lo anterior para no entrar presentándole a los estudiantes un algoritmo sin significado.

Lo dicho en el párrafo anterior fue dialogado y expresado en el tablero, haciendo primero una división de enteros e interactuando sobre lo que significa, pues los estudiantes recordaron que: dividendo = (divisor × cociente)+ resto. Así plasme en el tablero con ayuda de las ideas de los estudiantes lo siguiente:

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = ?$ ⟹

$$\begin{array}{c|c} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \hline & ? \end{array}$$

⟹ Significa que debemos buscar un numero tal que $1/3$ multiplicado por dicho número me resulte $1/2$

Ellos comenzaron a buscar dicho número, escribiendo en sus apuntes:

$$\frac{1}{3} \times \text{—} = \frac{1}{2}$$

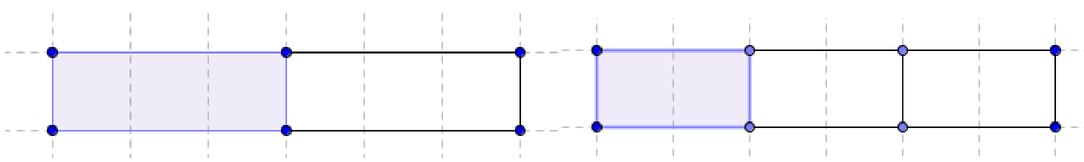
Nuevamente aquí fue de importancia el tema sobre fracciones equivalentes, pues $\frac{1}{2}$ es equivalente a $\frac{3}{6}$ así que después de un largo tiempo los estudiantes cambiaron la anterior expresión por la siguiente:

$$\frac{1}{3} \times \frac{}{} = \frac{3}{6}$$

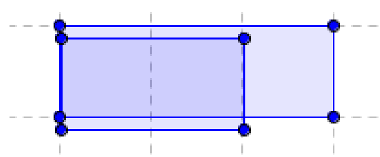
En esta última se les hizo más fácil encontrar por tanteo la incógnita que tenía como respuesta $\frac{3}{2}$.

A continuación pasaríamos a lo que considero importante, el momento en el que los estudiantes observaran que sus respuestas coincidían con lo representado gráficamente, así procedimos de la siguiente manera:

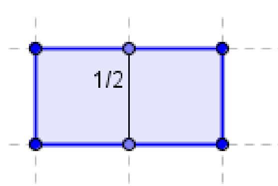
Tenemos representadas aquí, $\frac{1}{2}$ *y* $\frac{1}{3}$ *:*



Tomaremos la parte de $\frac{1}{3}$ *y veremos cuantas veces cabe en la parte* $\frac{1}{2}$*, observamos lo siguiente:*



Hasta ahora 1/3 cabe 1 vez en la parte 1/2, pero sobra un pequeño trozo, que corresponde a $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{3}$



Así concluimos que $\frac{1}{2}$ *cabe 1 +* $\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ *veces en* $\frac{1}{2}$*, esto es:* $\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$

Después de esta explicación por medio de representaciones, hable con los estudiantes para explicarles que en este caso el divisor es más pequeño que el dividendo y por esto la fracción cociente es una fracción impropia, aunque en este proyecto no se estudió el orden de fracciones, los estudiantes reconocían que 1/2 > 1/3 por la diferencia de longitudes de las tirillas de la actividad 4, es decir por la comparación de tamaños de las representaciones de dichas fracciones. Cuando se da lo contrario, es decir que el divisor es más grande que el dividendo lo que nos resultara como cociente es una fracción propia, pues del divisor cabra solo una parte en el dividendo, esto último fue explicado también por medio de representaciones, con el caso particular $\frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$.

Pasaríamos ahora a resolver la actividad # 9 (ver nexo 10), sin aun presentarles a los estudiantes el algoritmo para resolver divisiones de fracciones, esto con el fin de que hicieran el análisis hecho anteriormente. Esta actividad al igual que la actividad anterior concerniente a la multiplicación traía consigo el descubrimiento de un dibujo que los estudiantes lograrían ver medida que colorearan, encontrando las respuestas de las divisiones planteadas.

La siguiente imagen evidencia como la estudiante procede a representar las fracciones puestas en juego en la división y luego superpone la cantidad que representa el divisor en la cantidad que representa el dividendo, esto para ver que tanto cabe $5/6$ en $5/12$, dando como repuesta que cabe $5/10$. Observamos que también encuentra un número que multiplicado por $5/6$ le dé $5/12$. Finalmente se percata de que $5/10$ es equivalente a $1/2$. El orden como lo resuelve no fue una sugerencia mía, fueron menos de la mitad de estudiantes que siguieron esta misma idea.

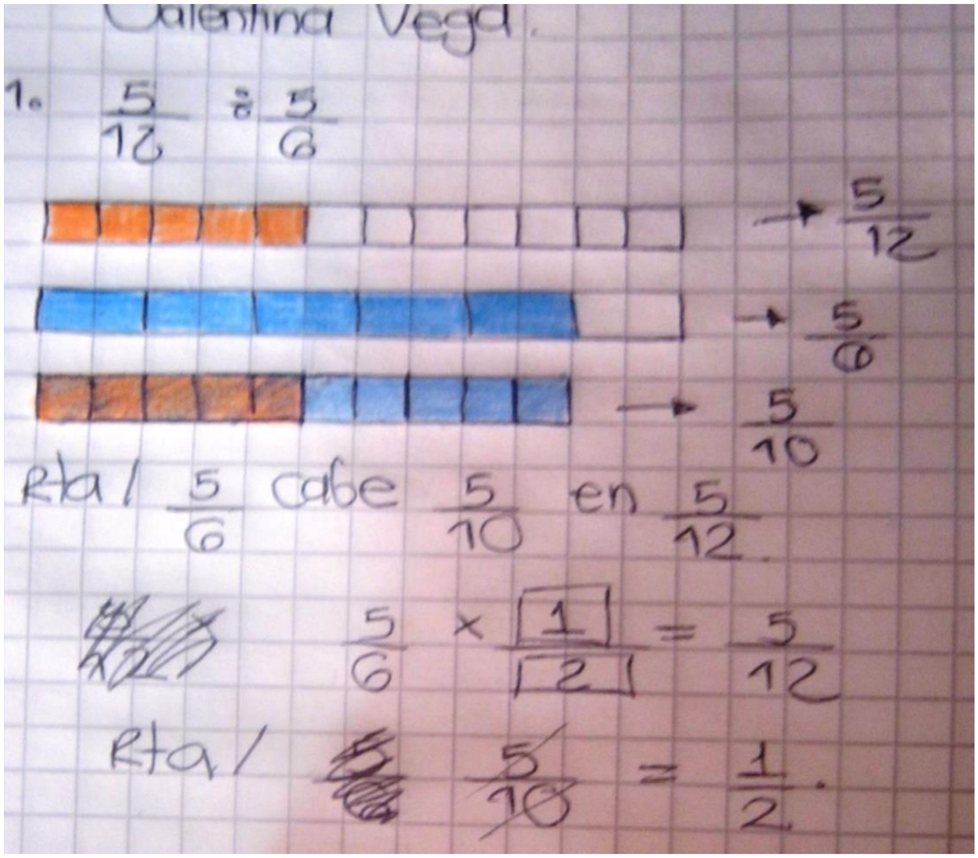


Figura 20. División de fracciones hecha por una estudiante.

De los 14 estudiantes que asistieron, más de la mitad presentaron dificultades en la parte donde se debe observar cuantas veces cabe el divisor en el dividendo, así que necesitaron de mi constante ayuda, para poder identificar dicha fracción. Uno de los casos particulares en los que todos los estudiantes presentaron inquietudes fue en numeral 5 que planteaba dividir $21/10$ entre $3/2$, pues sabemos que ambas son fracciones impropias, y esto los llevo a confundirse a la hora de identificar cuantas veces cabía uno en el otro. Aunque hallaron con facilidad la fracción que multiplicada por $3/2$ me daba $21/10$. Lo dificultoso estaba en ver este resultado por medio de representaciones. Así que necesitaron nuevamente de mi explicación y de mi continua asesoría individual, para finalmente obtener lo siguiente:

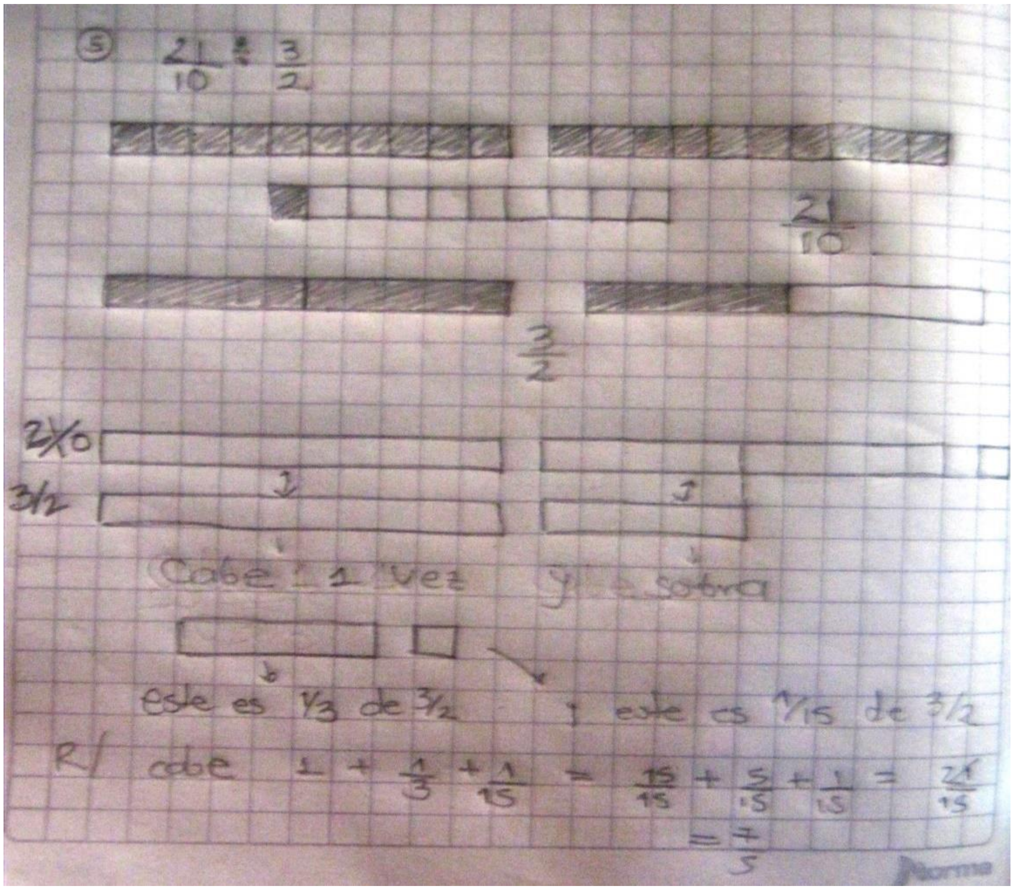


Figura 21. División entre fracciones hecha por un estudiante.

La dificultad más latente estaba en identificar que fracción de 3/2 representan cada una de las partes que sobraron, es decir esto:

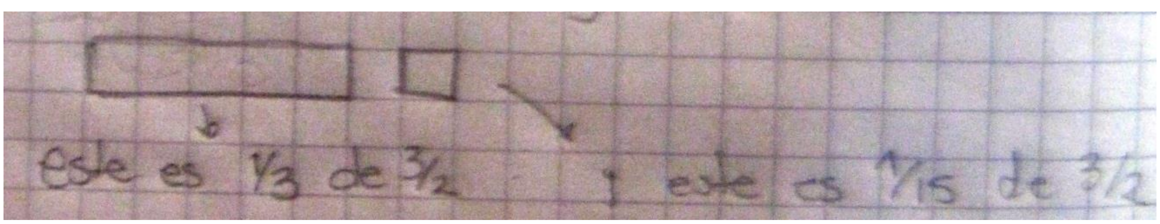


Figura 22. Dificultad para dividir por medio del proceso analítico.

Al finalizar cada uno de los análisis de las divisiones planteadas en la actividad, exceptuando los numerales 2, 8 y 11, puesto que involucraban fracciones con denominadores muy grandes, en estos casos encontraron el número fraccionario que multiplicado por el divisor daba como resultado el dividendo.

Ahora llegaría el momento de presentarles los algoritmos, pues sería importante también que los conocieran, así que les presente las tres formas posibles para dividir fracciones: la llamada ley de la oreja, la multiplicación en cruz y el multiplicar la primera fracción por el reciproco de la segunda. Les pedí que escogieran una de estas formas y con ellas verificaran nuevamente las divisiones de la actividad.

Considero que esta forma de proceder, es decir primero enseñarles a los estudiantes a ver que significa una división de fracciones y luego darles el algoritmo, les permite al menos saber proceder si dicho algoritmo es olvidado en algún momento. Este es el resultado final:

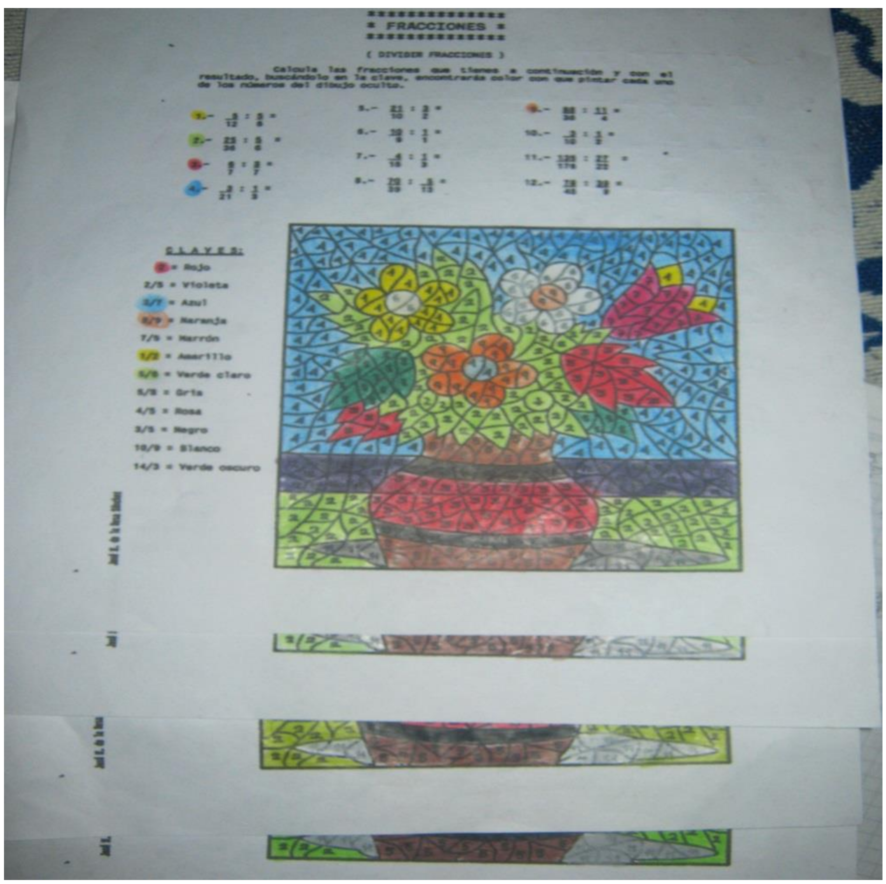


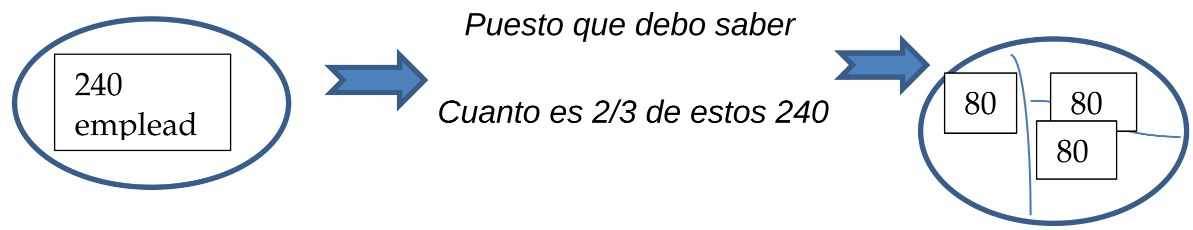
Figura 23. Actividad 9 culminada.

2.2.10 Bitácora 10

Esta era la última actividad del presente proyecto de práctica (ver anexo 11), la cual pondría a prueba a los estudiantes en cuanto a la comprensión de lectura y el reconocimiento de la operación correcta a aplicar. Esta actividad consta de 4 problemas que combinan las cuatro operaciones entre fraccionarios vistas anteriormente. Teniendo en cuenta que los estudiantes saben operar pretendo determinar si logran aplicar dichos conocimientos en un contexto dado.

En el primer problema, tres estudiantes aseguraron que la frase "una empresa tiene 240 empleados. Dos tercios trabajan en el turno de la mañana…" se refería a una división de 240 entre $2/3$. Me percate que los otros nueve estudiantes no pensaban igual y reconocieron de manera correcta que la operación involucrada para saber cuántos empleados trabajaban en la mañana era una multiplicación, pues necesitaban saber cuánto eran dos tercios de 240. Procedí a hacerles caer en cuenta de su error a los tres estudiantes, pues no era coherente la respuesta ya que: $\frac{240}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{720}{2} = 360$, y es imposible que trabajen 360 empleados en el turno de la mañana, si el total de empleados de la empresa eran solo 240. Además analizamos por qué la frase no expresaba una división

Fui consciente de que a través de este proceso de práctica pedagógica siempre los estudiantes estuvieron acostumbrados a trabajar y a representar fracciones en una unidad, mas no en un conjunto. Era frecuente para ellos escuchar "un tercio de la unidad", "dos quintos de ocho novenos" por ejemplo pero, nunca escucharon "dos tercios de 240 empleados". Para esto les presenté una representación similar a la representación de fracciones en una unidad para que pudieran comprender dicha frase:



Lo que hemos hecho es dividir el conjunto con 240 personas, en 3 (denominador) subconjuntos con igual número de elementos, es decir cada subconjunto tiene 80 personas, y debo tomar 2 (numerador) de ellos, en total tendría 160 personas.

Esto llevó a algunos estudiantes a recordar, pues en grados anteriores habían escuchado algo sobre esto.

Lo siguiente fue en general lo que presentaron los estudiantes:

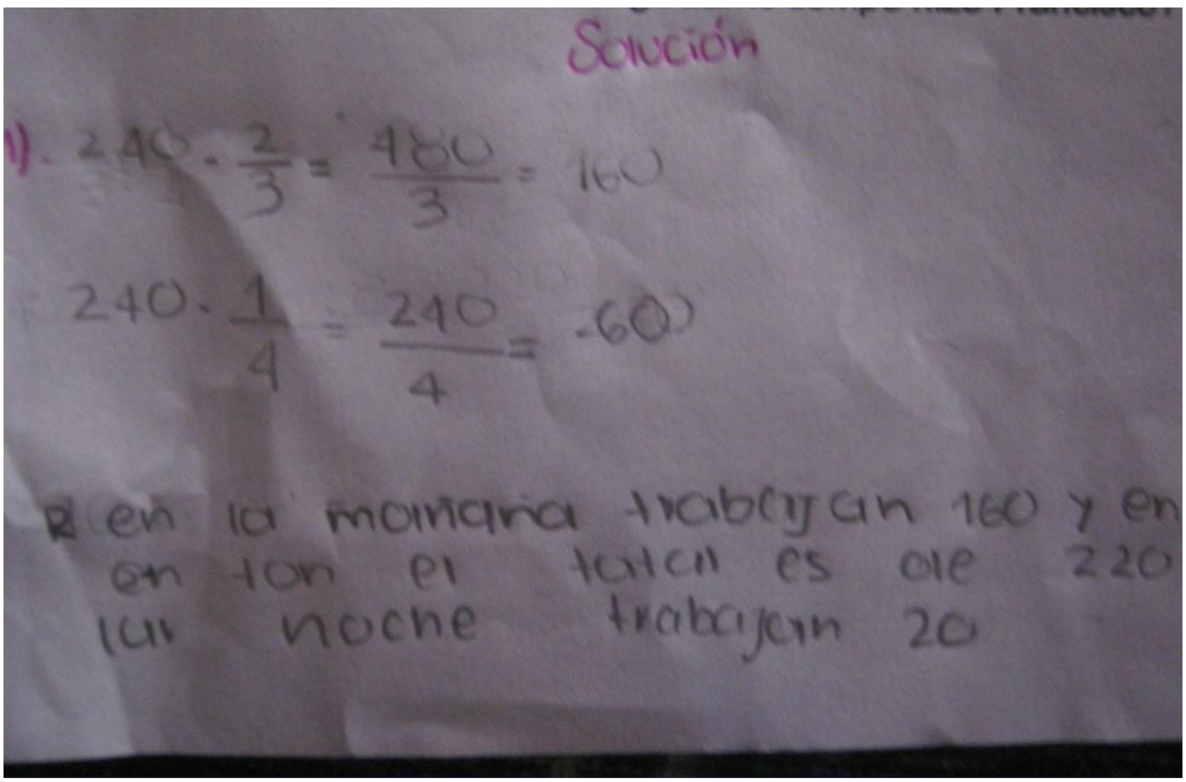


Figura 24. Solución al problema 1, actividad 10.

Para el problema 2 planteado, menos de la mitad de estudiantes me expresaron haber aplicado los pasos de Polya mentalmente para poder solucionar el problema, a continuación se presentaran dos de las soluciones:

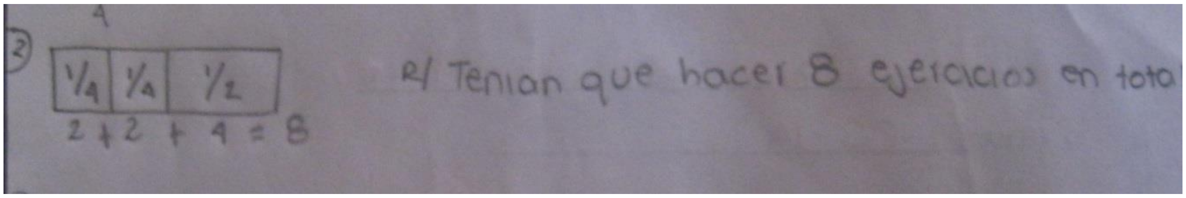


Figura 25. Solución al problema 2, actividad 10.

En esta primera imagen, observamos como el estudiante, recurre a dibujar una unidad, en ella representa $1/2$ que fue la parte de ejercicios que realizó Martha, tambien representa $1/4$ que fue la parte que realizó Andres, y para saber que parte realizó Enrrique, observa que fraccion es la que completa la unidad, dandose cuenta solamente en la gráfica que lo que falta es $1/4$, en ningun momento realiza operaciones. Sabiendo ya que Enrique realizó $1/4$ de la tarea y sabiendo que uno de los datos del problema es que él realizó 2 ejercicios, concluye que Andres tambien hizo 2 y puesto que Martha realizó la mitad de la tarea osea $2/4$, el estudiante parece ser que sin dificultad se percata de que ella realizo 4 ejercicios, para finalmente dar respuesta que fueron 8 los ejercicios que entre los tres debieron resolver.

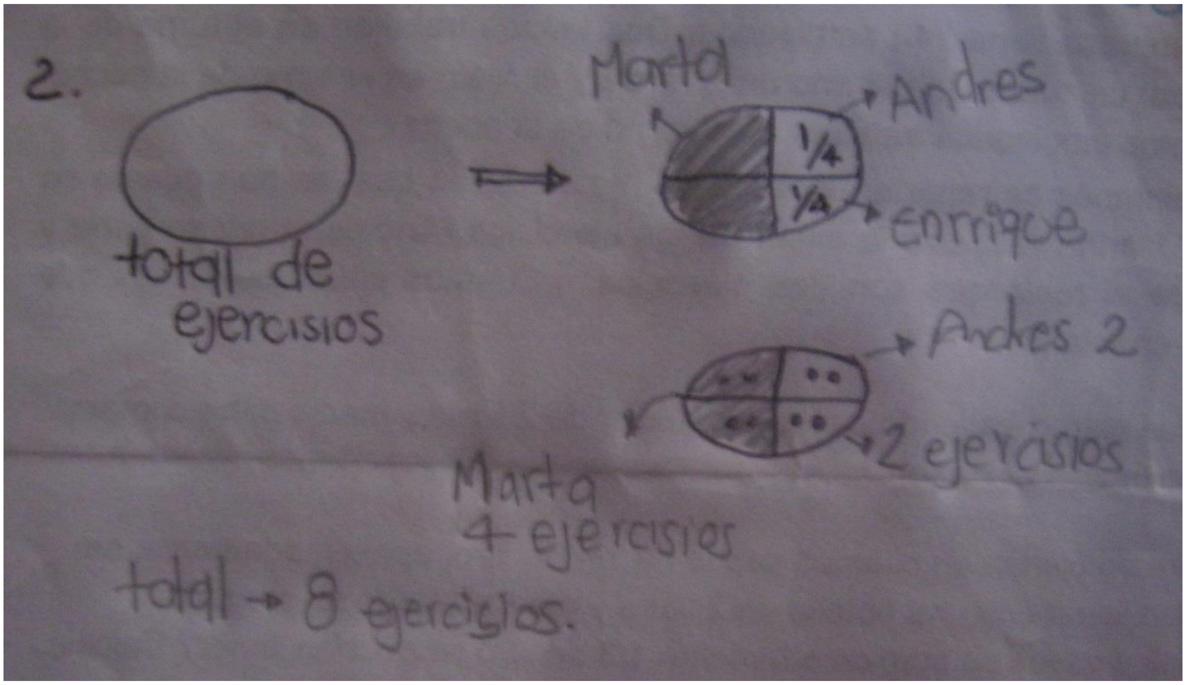


Figura 26. Solución del problema 2, Actividad 10.

En esta segunda imagen el estudiante parece ser que basa su análisis sobre un conjunto, al final vemos que representa con puntos los elementos de él, como si hubiera establecido que la incógnita por encontrar era el número de elementos. Este razonamiento al igual que el anterior está bien, solo considero que al estudiante de la primera imagen le falta visualizar que su unidad es un conjunto y sus partes son conjuntos de un conjunto.

Revisando las evidencias, puedo afirmar que los estudiantes supieron plantear las operaciones correctas para resolver el problema 3 del taller, por ejemplo supieron reconocer que la pregunta: ¿Cuántos vasos de $1/8$ de litro se podrían llenar con una botella de dos litros y medio? Hacía referencia a una división de $5/2$ entre $1/8$. Así mismo sabían que si a la fiesta asistían 50 personas y cada una tomaba ½ litro de bebida, debía resolver una multiplicación para conocer el total de bebida consumida. En fin fueron 3 operaciones las involucradas en el este problema: suma, multiplicación y división.

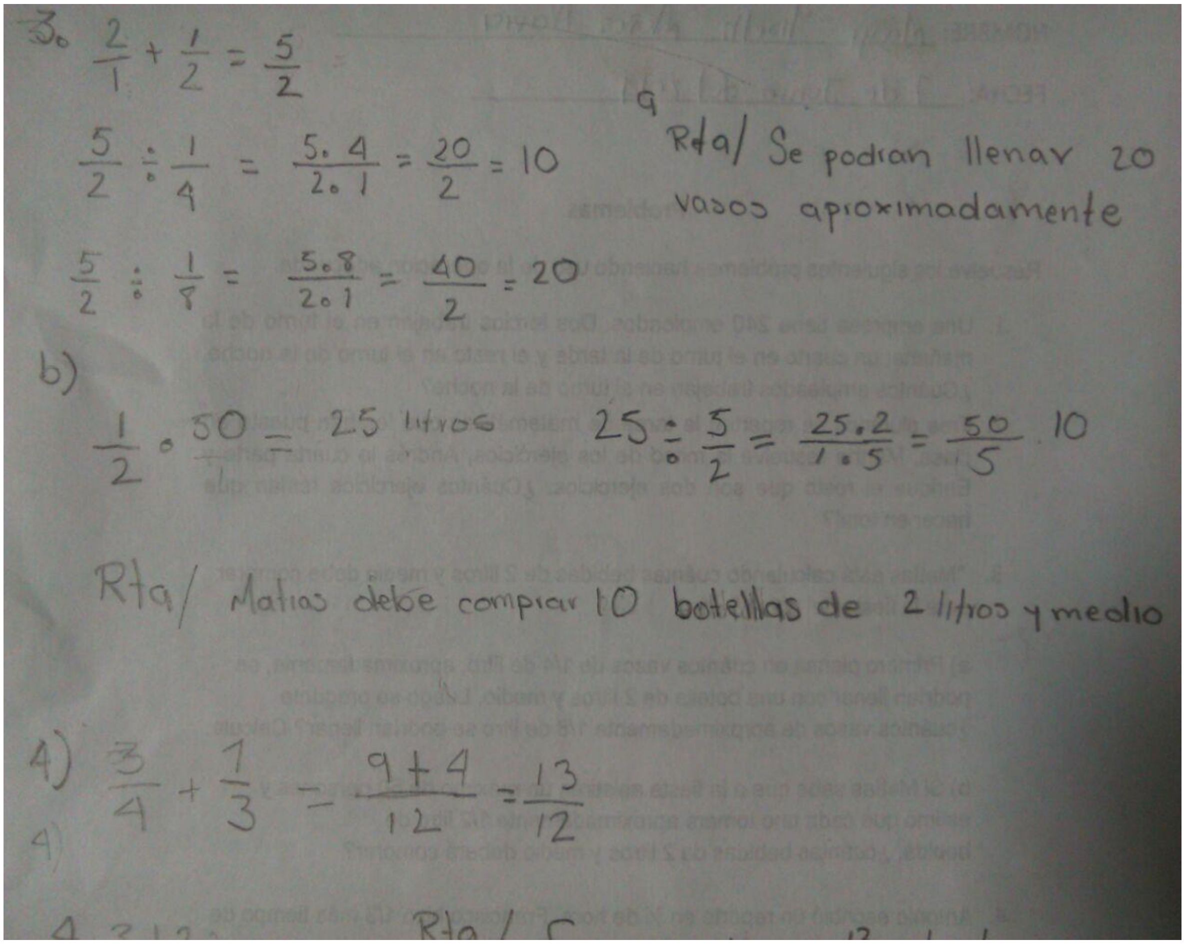


Figura 27. Solución del punto 3, Actividad 10.

El problema 4 que planteaba: Antonio escribió un reporte en $3/4$ de hora. Francisco hizo $1/3$ más de tiempo de lo que Antonio hizo. ¿Cuánto tiempo hizo francisco? Todos los estudiantes interpretaron que lo que debían realizar era la suma $3/4 + 1/3$ y esto les daba $13/12$ de hora, que finalmente era 1 hora y 5 minutos. Cuando reflexionaron sobre el paso 4 sugerido por Polya, la visión retrospectiva, no encontraron ninguna incoherencia, por lo que supusieron que su respuesta estaba bien. Los estudiantes realizaron una mala interpretación del enunciado del problema lo cual no les permitió reconocer de forma acertada los datos que brindaba este, pues la frase “Francisco hizo 1/3 más de tiempo de lo que Antonio hizo” es diferente de la frase “Francisco hizo 1/3 de hora más de lo que Antonio hizo” así que comenzamos a discutir sobre las distintas interpretaciones haciéndoles caer en cuenta a los estudiantes que la operación para resolver este problema no era sencillamente una suma, sino que debían encontrar quien era 1/3 de 45 minutos (3/4 de hora) y esto era lo adicional que hacia Francisco respecto a Antonio, les reconocí a los estudiantes su esfuerzo, además porque la redacción del problema llevaba a pensar fácilmente lo que los estudiantes llegaron a razonar.

Para concluir, puedo decir que esta última actividad puso a prueba los temas vistos a lo largo del proyecto. Así mismo, desarrolló en los estudiantes la capacidad para analizar frases determinadas en una situación y poder de ella extraer la operación correcta.

3. REFLEXION GENERAL DE MI PRIMERA EXPERIENCIA

La práctica pedagógica sería la primera vez en la que me enfrentaría a varios estudiantes, en la que pondría a prueba mis conocimientos, mi actitud frente a ellos, pero sobre todo pondría a prueba qué tanto soy capaz de comunicar, qué tan claras son mis palabras cuando les intento trasmitir un conocimiento. Esto es importante para mí porque considero que el vocabulario utilizado por el profesor debe ir acorde con el nivel escolar de quienes recibirán el conocimiento, con esto estoy diciendo que la comunicación debe ser lo más sencilla con tal de que los estudiantes logren hacerse una idea de la definición o el saber que se les imparte, pues de que serviría darles un enunciado con palabras rigurosas si ellos escasamente sabrán el significado de dichos términos. Siendo coherente con lo que pienso fue como actué en el aula, además el tema de este proyecto: fracciones se presta mucho para hacerles entender por medio de ejemplos y con lenguaje cotidiano.

Hablemos ahora de la parte matemática en la cual como profesor encuentras falencias en conocimientos previos que suponías debían estar claros, sin embargo mi manera de enfrentar esta situación fue emplear tiempo para reparar dichas dificultades, fue esta una buena salida pues no sería sensato pasar por encima de deficiencias que no ayudaran al estudiante a tener bases sólidas en matemáticas.

El hecho de ser quien dirige la clase te hace tomar rápidamente decisiones en busca de formar en lo posible un ambiente propicio para aprender, quizá una actitud muy autoritaria no sea lo mejor, sin embargo una actitud condescendiente tampoco lo es, un punto medio entre las dos considero sería perfecta para actuar en el aula, así que manifiesto que esta fue una buena decisión tomada antes de empezar con mi práctica, pues estaría segura que la relación estudiante- profesora estaría muy bien marcada, lo que conllevaría a culminar las sesiones de forma amena.

Los errores por mi parte también se vieron en esta primera experiencia, un improvisto en una de las actividades me hizo reflexionar y reconocer cuán importante es preparar la clase, más aun estar segura de que las actividades a proponer están al alcance de los niños y no habrá inconvenientes en su desarrollo que impidan alcanzar el objetivo de dicha actividad.

Es innegable el temor que se siente por la primera vez, el temor de tener tantas miradas sobre ti y tanta responsabilidad, hoy al haber culminado con esta experiencia solo sé que ese temor no venció mis deseos, ese temor fue pasajero y sobre todo ese temor se convirtió en satisfacción, satisfacción de hacer las cosas bien, de hacer un buen trabajo y de aprender de los errores.

Cuando tomé el reto de ser docente no alcancé a imaginar las diversas dificultades por las que pasa la educación en nuestro país, pero sé que los frutos y la satisfacción de esta profesión están muy por encima de esas dificultades, así que me siento feliz de prepárame para ser una futura docente aún más cuando estoy segura de que si cada colega colombiano, o por lo menos la mayoría, pone su grano de arena, es decir transforma sus clases tradicionales en clases didácticas, innovadoras, creativas y acorde con la globalización, podremos mejorar la educación en Colombia.

En cuanto a la metodología usada siento que fue fructífera, pues nuestro ejercicio docente necesita de constantes cambios en las prácticas de aula, para no mostrar nuestra matemática como algo pesado para nuestros estudiantes. Así que considero que a futuro la mezcla: resolución de problemas- lúdica invadirá algunas de mis clases.

Es satisfactorio encontrar opiniones de los estudiantes como las siguientes:

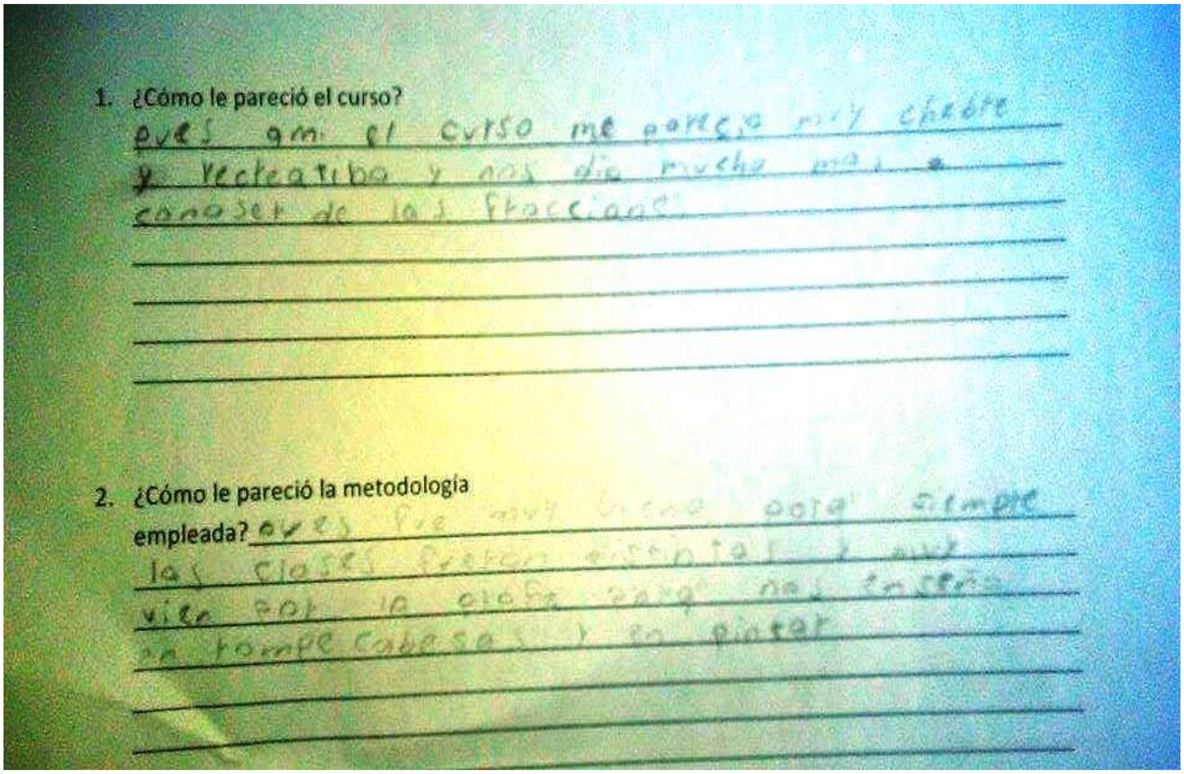


Figura 28. Opinión de una estudiante sobre el curso[9]

[9] ¿Cómo le pareció el curso? R/ “pues a mí el curso me pareció muy chévere y recreativo y nos dio mucho más a conocer de las fracciones”
¿Cómo le pareció la metodología empleada? R/ “pues fue muy bueno, porque siempre las clases fueron distintas y muy bien por la profe porque nos enseña con rompecabezas y en pintar”

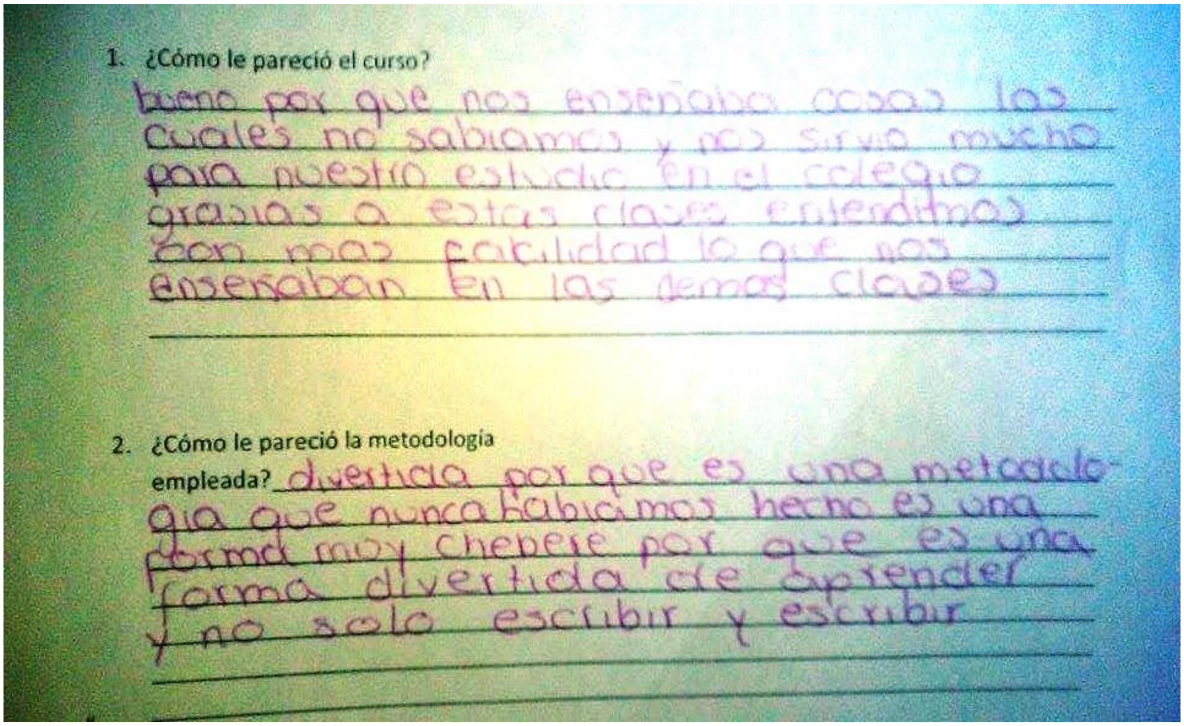


Figura 29. Opinión de un estudiante sobre el curso[10]

Este proyecto represento para mí la primera y más grandiosa experiencia que viví como lo que quiero ser por muchos años de mi vida, como mi vocación, como lo que un día decidí ser, y por la meta que cada año veo más cerca.

Siento que aún falta reflexionar sobre situaciones educativas de las que seremos responsables, sobre todo porque seremos formadores de chicos no solamente para transmitirles un conocimiento matemático sino para formarlos como personas integras.

Por último solo me queda expresar que espero y deseo contribuir al cambio que necesita la educación escolar.

[10] ¿Cómo le pareció el curso? R/ " Bueno porque nos enseñaba cosas las cuales no sabíamos y nos sirvió mucho para nuestro estudio en el colegio, gracias a estas clases entendimos con más facilidad lo que nos enseñaban en las demás clases"
¿Cómo le pareció la metodología empleada? R/ "divertida porque es una metodología que nunca habíamos hecho, es una forma muy chévere porque es una forma divertida de aprender y no solo escribir y escribir"

CONCLUSIONES

- La metodología de resolución de problemas y la implementación de la propuesta sugerida por Polya, permitió que los estudiantes se tomaran un tiempo para pensar en posibles soluciones. Es decir, se trató de potencializar en ellos su capacidad de razonamiento y no dar relevancia sólo a los aspectos mecánicos y algorítmicos. De igual forma esta metodología acompañada de la herramienta motivadora como es la lúdica permitió que la actitud de cada estudiante fuera positiva frente a las actividades. Por tanto, se podría concluir que la combinación entre resolución de problemas y lúdica es una estrategia que merece tenerse en cuenta para el desarrollo de una clase de matemáticas.

- Cada actividad en este proyecto estuvo mediada por una estrategia lúdica que lograra motivar al estudiante en la temática propuesta. Consideramos importante que se pudiera establecer esta relación sin olvidar que lo lúdico cumple no solo un papel de motivación, sino que ante todo es una herramienta cuyo propósito está ligado al aprendizaje de una temática sobre fracciones.

- Es importante aprender de los errores y estos también tuvieron lugar en mi practica pedagógica, más específicamente en la escogencia de las actividades, que aunque no fueron inapropiadas tuvieron percances cuando fueron desarrolladas por los estudiantes, así como también la descripción o formulación de ellas, por ejemplo en el taller (actividad 10) les pedí a los estudiantes identificar la operación correspondiente para resolver un problema, en el cual no era necesario utilizar algoritmos para resolverlo. Es por ello que la preparación de clase es una fase que los docentes debemos realizar con responsabilidad además de procurar que la comunicación tanto escrita como verbal con nuestros estudiantes sea lo más clara posible y sin ambigüedades.

BIBLIOGRAFIA

Pólya, George (1965): Cómo plantear y resolver problemas. México, Editorial Trillas.

Rizo, Celia; Campistrous, Luis (2013). *Fracciones y números fraccionarios en la escuela elemental: el caso de la escuela primaria cubana*, Memorias I CEMACYC (01-09). Santo Domingo, República Dominicana: CEMACYC.

Contreras, Mauricio (2004). *La división de fracciones: un algoritmo misterioso*. Valencia, VI Jornadas de educación matemática de la comunidad valenciana.

Jiménez, Carlos Alberto (2013). *Hacia la construcción del concepto de lúdica*. Bogotá, Colección: Aula Abierta. Cooperativa Editorial Magisterio.

Becerra, Dilcia; Rodríguez, Cecilia; Suarez, Jose; Becerra, Aura; Nocua, Blanca. *Fracciones, juego y aprendizaje*. Colombia.

Mutute, Karla Valesca (2010).*Concepciones matemáticas en estudiantes de séptimo grado de la escuela Normal Mixta "Pedro Nufio" acerca de las fracciones y sus diferentes interpretaciones.* Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazan. Honduras

Hincapie, Claudia Patricia (2011*). Construyendo el concepto de fracción y sus diferentes significados, con los docentes de primaria de la Institución Educativa San Andrés de Girardota.* Universidad Nacional de Colombia.

Ajoy, Daniel (2000). *Neoparaiso*. Recuperado de http://neoparaiso imprimir.com//sudoku-de-fracciones.html

Grupo de profesores del IES "Cardenal Cisneros" de Madrid (25 de octubre de 2010). *Aprender y enseñar matemáticas*. Recuperado de http://aprender-ensenyar-matematicas.blogspot.com/2010/10/el-muro-de-las-fracciones.html

ANEXOS

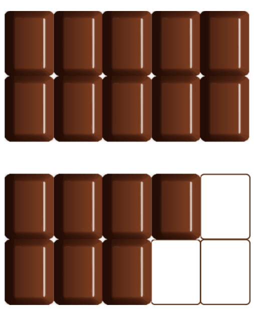
Anexo 1. Actividad 1

Observa el muro de fracciones construido por ti mismo(a) y luego responde.
1.¿qué fraccion es la mitad de $\frac{1}{2}$?
2.¿qué fraccion es la mitad de $\frac{1}{3}$?
3.¿qué fraccion es la mitad de $\frac{2}{3}$?
4.¿una unidad está compuesta por cuantos octavos?
5.¿qué fracción es la mitad de $\frac{1}{4}$?
6. en el muro de fracciones pinta de color verde 3/5 de la unidad
7. pinta de color rojo 7/8 de la unidad.
8. pinta de color amarillo 5/6 de la unidad.
9.pinta de color azul 9/10 de la unidad.
10. con tus propias palabras escribe que es una fracción.

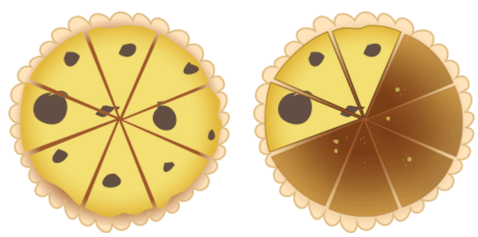
Muro de fracciones

Anexo 2. Actividad 2

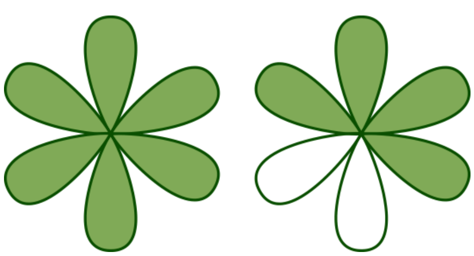
1. Escriba la fracción representada en las siguientes imágenes.



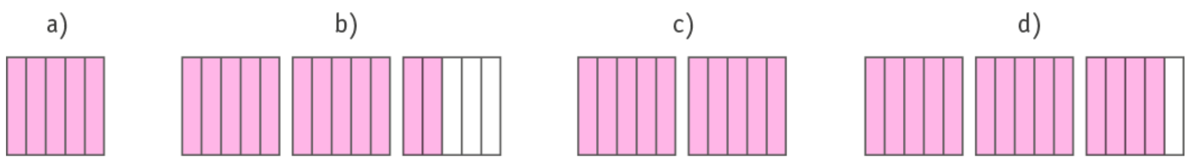
____



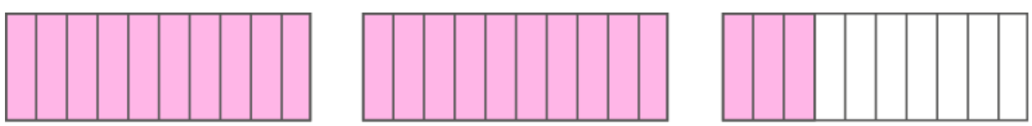
____



2. ¿En cuál de estas figuras está representada la fracción $\frac{10}{5}$?



3. Escriba la fracción impropia representada con las siguientes imágenes.

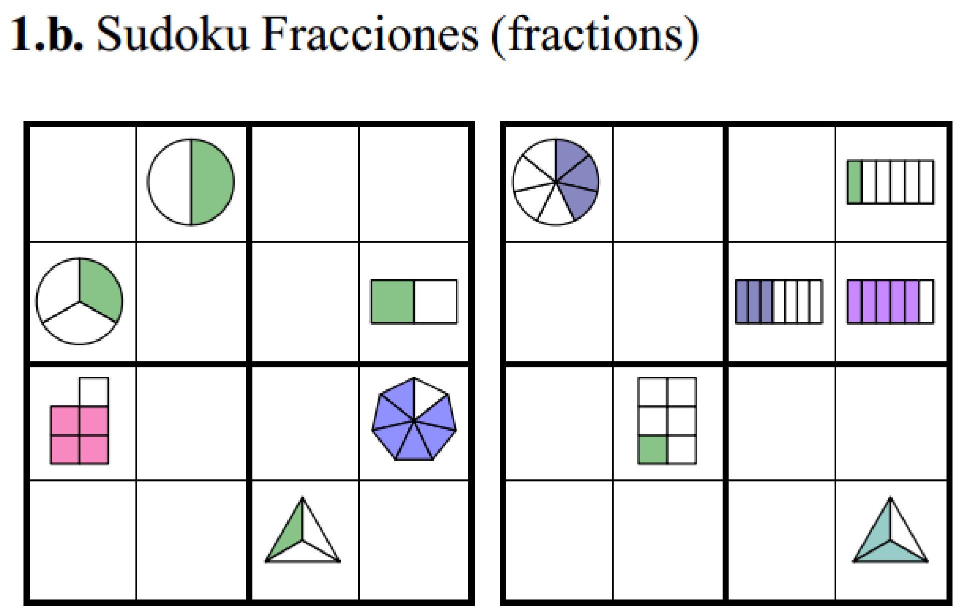


4. Encierra en un círculo los números que corresponden a fracciones impropias.

$\frac{1}{4}$ $\frac{8}{3}$ $\frac{7}{9}$ $\frac{10}{4}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{3}$

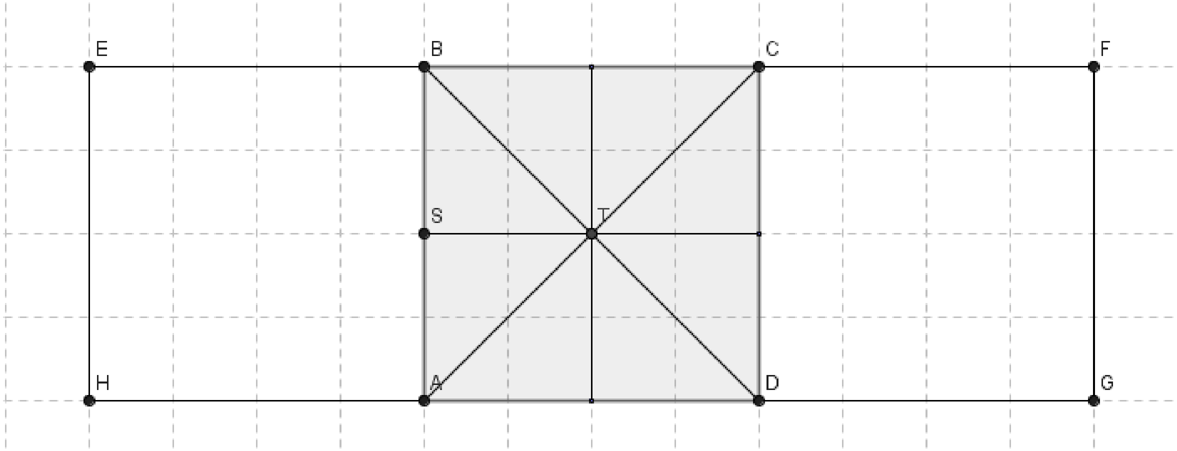
$\frac{11}{6}$ $\frac{8}{6}$ $\frac{10}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{15}{2}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{4}{9}$

Anexo 3. Sudoku



Anexo 4. Actividad 3

Observe el gráfico y responde las preguntas.



1. ¿Qué fracción del rectángulo EFGH es el cuadrado ABCD?

2. ¿Qué fracción del rectángulo EFGH es el triángulo ABC?

3. ¿la parte no sombreada que fracción representa del rectángulo EFGH?

4. ¿Qué fracción del triángulo ABC es el triángulo TSA?

5. ¿Qué fracción del cuadrado ABCD es el triángulo TSA?

6. ¿Qué fracción del rectángulo EFGH es el triángulo TSA?

Anexo 5. Actividad 4

Utilice las regletas debidamente marcadas con la fracción que representan para responder las siguientes preguntas

1. ¿Es posible formar la unidad con partes de diferentes colores? Si es así, construya mínimo cinco unidades diferentes.

2. Organice las regletas y observe las partes que coinciden en longitud. Por ejemplo la regleta de longitud un medio, tiene la misma longitud que dos regletas de un cuarto. Escriba todas las coincidencias que encuentre. (En este punto será pertinente darles a conocer a los estudiantes la noción de fracciones equivalentes)

3. Utilice las tiras para hallar fracciones equivalentes a:

a. $\frac{1}{2}$ =

b. $\frac{1}{3}$ =

c. $\frac{2}{3}$ =

d. $\frac{6}{8}$ =

e. $\frac{10}{8}$ =

f. $\frac{3}{2}$ =

g. $\frac{4}{3}$=

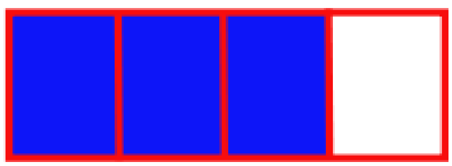
4. En el caso de $\frac{2}{5}$ cuando una de sus fracciones equivalentes tiene denominador 20, ¿Cuál es su numerador?

5. En el caso de $\frac{8}{12}$ cuando una de sus fracciones equivalente tiene denominador 3, ¿Cuál es su denominador?

6. ¿Cuál puede ser un procedimiento para obtener fracciones equivalentes?

Anexo 6. Actividad 5

1. A) En el rectangulo estan representados $\frac{3}{4}$. en el mismo rectangulo representa dos fracciones equivalentes a esta. Escribelas.



3/4

B) En este dibujo, la parte oscura representa la fracción impropia $\frac{5}{2}$. encuentra dos fracciones equivalentes a esta. Escribelas

2. Escriba el término que falta para obtener fracciones equivalentes.

a. $\frac{}{30} = \frac{3}{} = \frac{9}{15}$

b. $\frac{4}{9} = \frac{}{18}$

C. $\frac{2}{3} = \frac{6}{} = \frac{10}{}$

d. $\frac{5}{6} = \frac{15}{}$

3. Explica porque:
   a. 2/4 = 6/12
   b. 7/3 = 14/6
   c. 18/6 = 6/2
   d. 21/18=7/6

Anexo 7. Actividad 6

****

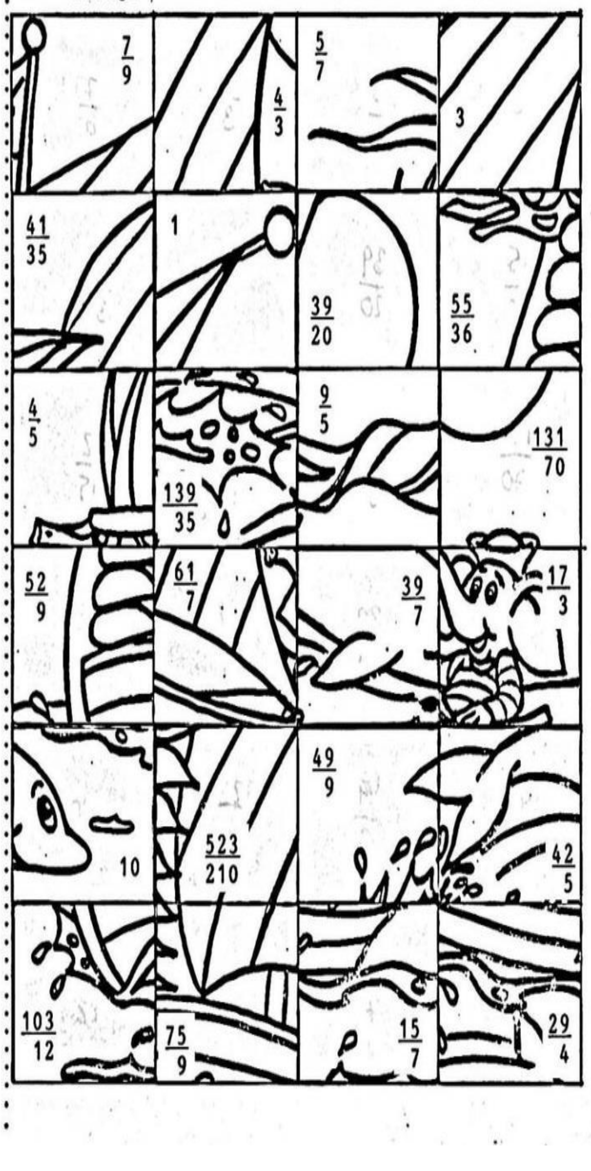
* SUMA DE FRACCIONES *

****

$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=$	$\frac{4}{5}+\frac{5}{5}=$	$\frac{4}{9}+\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=$	$\frac{2}{11}+\frac{4}{11}+\frac{5}{11}=$
$\frac{4}{15}+\frac{1}{15}+\frac{7}{15}=$	$\frac{4}{7}+\frac{3}{5}=$	$\frac{8}{8}+\frac{8}{4}=$	$\frac{3}{4}+\frac{6}{5}=$
$\frac{2}{3}+\frac{4}{9}+\frac{5}{12}=$	$\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}=$	$\frac{5}{12}+\frac{6}{8}+\frac{2}{12}=$	$\frac{4}{8}+\frac{4}{7}+\frac{4}{5}=$
$5+\frac{7}{9}=$	$8+\frac{3}{9}=$	$\frac{5}{7}+8=$	$\frac{4}{6}+5=$
$7+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=$	$\frac{4}{7}+3+\frac{2}{5}=$	$\frac{2}{3}+\frac{7}{12}+6=$	$\frac{6}{7}+1+\frac{2}{7}=$
$\frac{1}{9}+\frac{3}{9}+5=$	$5+\frac{4}{10}+3=$	$\frac{6}{7}+4+\frac{5}{7}=$	$8+\frac{8}{8}+\frac{8}{8}=$

José M. de la Rosa Sánchez

Resuelve las operaciones de los cuadros y busca detrás de la hoja el resultado para pegarlo en el lugar que corresponda. Al final tendrás dibujo



Anexo 8. Actividad 7

****
* FRACCIONES *
****

(RESTA DE FRACCIONES DE DISTINTO DENOMINADOR)

Resuelve las siguientes operaciones y con el resultado busca en la clave la palabra que corresponde a cada una. Al final tendrás una adivinanza que podrás resolver fácilmente.

______	______	______	______
$\frac{5}{7} - \frac{3}{8}$	$\frac{6}{8} - \frac{3}{5}$	$\frac{8}{9} - \frac{3}{8}$	$\frac{2}{5} - \frac{1}{4}$
______	______	______	______
$\frac{4}{7} - \frac{2}{9}$	$\frac{5}{6} - \frac{4}{9}$	$\frac{3}{4} - \frac{5}{7}$	$\frac{1}{5} - \frac{1}{9}$
______	______	______	______
$\frac{14}{27} - \frac{2}{9}$	$\frac{3}{4} - \frac{5}{8}$	$\frac{8}{9} - \frac{2}{3}$	$\frac{5}{2} - \frac{9}{5}$
	______	______	
	$\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$	$\frac{3}{2} - \frac{5}{6}$	

C L A V E S :

2/3 = Escapa	7/18 = Me	19/56 = Tengo	7/10 = Llorar
1/8 = Nadie	22/63 = Si	8/27 = Quitar	3/20 = Capa
1/28 = La	11/24 = Se	37/72 = Sobre	4/45 = Quieren
	2/9 = De	3/20 = Capa	

José M. de la Rosa Sánchez

Anexo 9. Actividad 8

****
*** FRACCIONES ***
****

(MULTIPLICAR FRACCIONES)

Calcula el producto de las siguientes fracciones y con el resultado busca en la clave el color con que pintar el número de cada operación.

1.- $\frac{4}{8} \times \frac{5}{6} =$

2.- $\frac{3}{6} \times \frac{3}{7} =$

3.- $\frac{5}{6} \times \frac{5}{6} =$

4.- $\frac{3}{7} \times \frac{1}{3} =$

5.- $\frac{5}{7} \times \frac{2}{3} =$

6.- $\frac{9}{10} \times \frac{1}{1} =$

7.- $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} =$

8.- $\frac{3}{5} \times \frac{5}{13} =$

9.- $\frac{8}{9} \times \frac{4}{11} =$

10.- $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} =$

11.- $\frac{5}{8} \times \frac{3}{11} \times \frac{2}{9} =$

12.- $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{11} =$

C L A V E S:

$\frac{25}{36}$ = Rojo

$\frac{32}{99}$ = Negro

$\frac{15}{65}$ = Naranja

$\frac{12}{385}$ = Gris

$\frac{10}{21}$ = Marrón

$\frac{5}{12}$ = Azul claro

$\frac{4}{15}$ = Azul oscuro

$\frac{30}{792}$ = Rosa

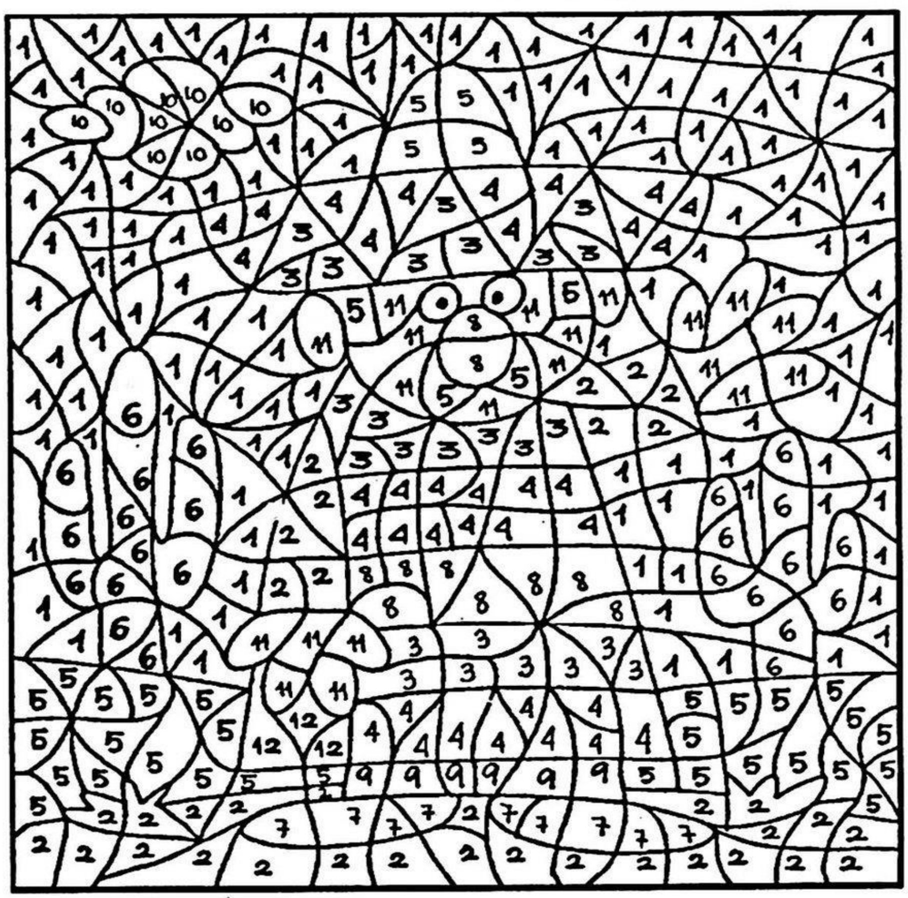
$\frac{9}{10}$ = Verde oscuro

$\frac{1}{7}$ = Amarillo

$\frac{9}{40}$ = Blanco

$\frac{9}{42}$ = Verde claro

José M. de la Rosa Sánchez



Anexo 10. Actividad 9

****
*** FRACCIONES ***
****

(DIVIDIR FRACCIONES)

Calcula las fracciones que tienes a continuación y con el resultado, buscándolo en la clave, encontrarás color con que pintar cada uno de los números del dibujo oculto.

1.- $\frac{5}{12} : \frac{5}{6} =$

2.- $\frac{25}{36} : \frac{5}{6} =$

3.- $\frac{6}{7} : \frac{3}{7} =$

4.- $\frac{3}{21} : \frac{1}{3} =$

5.- $\frac{21}{10} : \frac{3}{2} =$

6.- $\frac{10}{9} : \frac{1}{1} =$

7.- $\frac{4}{15} : \frac{1}{3} =$

8.- $\frac{70}{39} : \frac{5}{13} =$

9.- $\frac{88}{36} : \frac{11}{4} =$

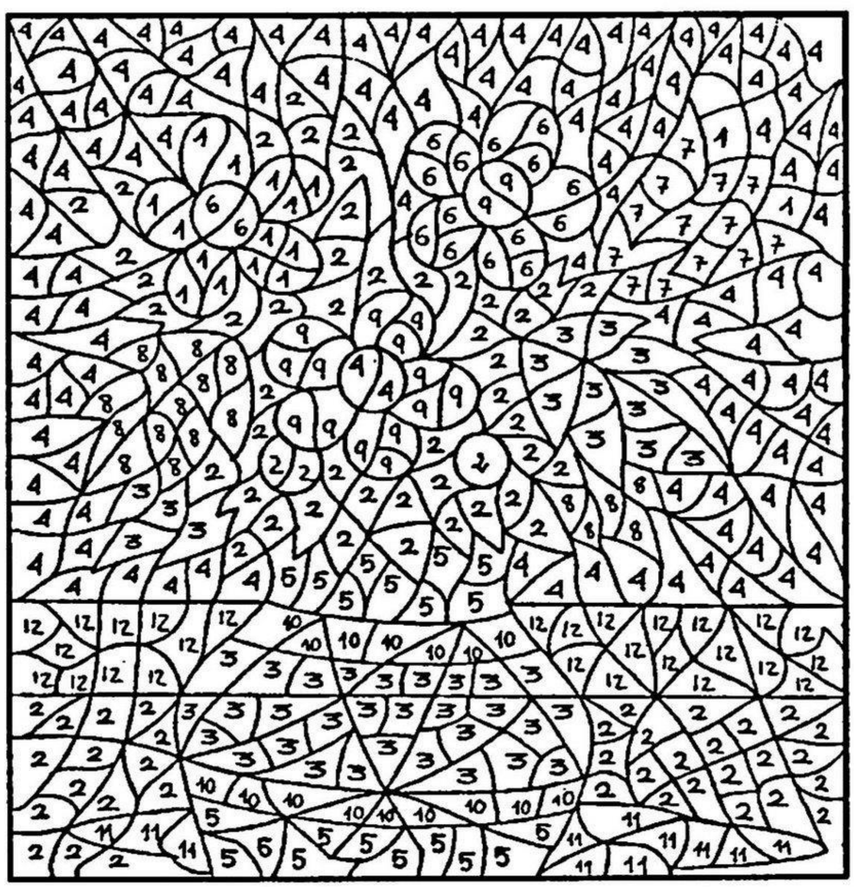
10.- $\frac{3}{10} : \frac{1}{2} =$

11.- $\frac{135}{176} : \frac{27}{22} =$

12.- $\frac{78}{45} : \frac{39}{9} =$

C L A V E S:

2 = Rojo
2/5 = Violeta
3/7 = Azul
8/9 = Naranja
7/5 = Marrón
1/2 = Amarillo
5/6 = Verde claro
5/8 = Gris
4/5 = Rosa
3/5 = Negro
10/9 = Blanco
14/3 = Verde oscuro



José M. de la Rosa Sánchez

Anexo 11. Actividad 10

Problemas

Resuelve los siguientes problemas haciendo uso de la operación adecuada.

1. Una empresa tiene 240 empleados. Dos tercios trabajan en el turno de la mañana; un cuarto en el turno de la tarde y el resto en el turno de la noche. ¿Cuántos empleados trabajan en el turno de la noche?
2. Tres alumnos se reparten la tarea de matemáticas que les han puesto en clase. Martha resuelve la mitad de los ejercicios, Andrés la cuarta parte y Enrique el resto que son dos ejercicios. ¿Cuántos ejercicios tenían que hacer en total?

3. "Matías está calculando cuántas bebidas de 2 litros y medio debe comprar para la fiesta del curso."

   a) Primero piensa en cuántos vasos de 1/4 de litro, aproximadamente, se podrían llenar con una botella de 2 litros y medio. Luego se pregunta ¿cuántos vasos de aproximadamente 1/8 de litro se podrían llenar? Calcula.

   b) Si Matías sabe que a la fiesta asistirán un máximo de 50 personas y estimó que cada uno tomará aproximadamente 1/2 litro de bebida, ¿cuántas bebidas de 2 litros y medio deberá comprar?

4. Antonio escribió un reporte en ¾ de hora. Francisco tardó 1/3 más de tiempo de lo que Antonio hizo. ¿Cuánto tiempo tardó Francisco?