

**Construcción de la Noción de Progresión Aritmética a Través de una Situación problema**



Universidad  
del Cauca

**Yeison Harrison Figueroa Ruiz**

**Universidad del Cauca**

**Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación**

**Licenciatura en Matemáticas**

**Popayán**

**2015**

**Construcción de la Noción de Progresión Aritmética a Través de una Situación  
Problema**

**Yeison Harrison Figueroa Ruiz**

**Informe Final de la Práctica Pedagógica.  
Requisito Parcial Para Obtener el Título de Lic. En Matemáticas**

**Director de práctica**

**Mag. Eruin Alonso Sánchez Ordoñez**

**Evaluador**

**Doc. Ángel Hernán Zúñiga**

**Universidad del Cauca**

**Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación**

**Licenciatura en Matemáticas**

**Popayán**

**2015**

## Tabla de contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Parte pedagógica</b>	<b>2</b>
2.1	Relación Estudiante – Maestro practicante	2
2.2	Relación Estudiante – Estudiante	4
2.3	Relación Maestro titular - Maestro practicante	5
2.4	La Disciplina	5
	Técnicas preventivas	6
	Técnicas de apoyo	6
	Técnicas correctivas	6
2.5	Modelo pedagógico	7
	Modelo pedagógico conductista	9
	Modelo pedagógico constructivista	9
2.6	La Evaluación	12
	Diagnóstica	14
	Formativa	14
	Sumativa	14
2.7	Currículo	14
<b>3</b>	<b>Parte investigativa</b>	<b>16</b>
3.1	Justificación	16
3.2	Objetivos	17
3.3	Situaciones Didácticas	19
	Situación didáctica	20
	Situación a-didáctica	21
	Devolución	21
	Contrato didáctico	22
3.4	Clasificación de las situaciones didácticas	23
	Situaciones de acción	24
	Situaciones de formulación	24
	Situaciones de validación	24
	Situaciones de institucionalización	25

3.5	Situación problema .....	25
3.6	Transposición didáctica .....	27
3.7	Origen de la situación problema “DON KING KONG Y LAS BANAS DEL AMAZONAS” 28	
	Selección de un motivo o problema inicial.....	29
	Organización básica de los contenidos temáticos .....	29
	La estructuración de los niveles de conceptualización .....	30
	La selección de preguntas y actividades fundamentales.....	30
	Posibilidad de motivación hacia otros aprendizajes .....	30
	La evaluación de los procesos de aprendizaje.....	31
3.8	Situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS” .....	31
3.9	Análisis A priori de la situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS” .....	31
3.10	Análisis a posteriori de la Situación problema – piloto.....	35
	Situación de acción:.....	35
	Situación de formulación.....	35
	Situación de validación .....	36
	Situación de institucionalización.....	37
3.11	Análisis a posteriori de la Situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS” en la práctica pedagógica .....	37
	Situación de acción.....	38
	Situación de formulación.....	38
	Situación de validación .....	40
	Situación de institucionalización.....	46
<b>4</b>	<b>Dimensión matemática .....</b>	<b>49</b>
4.1	Origen del concepto matemático (progresión aritmética) .....	49
4.2	Sucesiones y notación de sumatoria.....	54
	Sucesiones matemáticas .....	54
	Sumas parciales de una sucesión.....	55
	Notación sigma .....	55
	Sucesiones aritméticas .....	56
<b>5</b>	<b>Conclusiones .....</b>	<b>57</b>
<b>6</b>	<b>Bibliografía .....</b>	<b>61</b>

## Tabla de Graficas

<b>Figura 1:</b> semejanza a una matriz - posible respuesta a la situación.....	33
<b>Figura 2:</b> semejanza a la recta real - posible respuesta a la situación.....	34
<b>Figura 3:</b> Tabla de frecuencias - posible respuesta a la situación .....	34
<b>Figura 4:</b> cambio de lenguaje cotidiano a lenguaje grafico – matemático .....	39
<b>Figura 5:</b> Argumentos Textuales- lenguaje común .....	41
<b>Figura 6:</b> Argumentos Matemáticos Directos. ....	42
<b>Figura 7:</b> Argumento Textual - Matemático.....	43
<b>Figura 8:</b> Argumento Geométrico .....	44
<b>Figura 9:</b> Argumento o Representación Matricial (1).....	45
<b>Figura 10:</b> Argumento o Representación Matricial (2) .....	46
<b>Figura 11:</b> Formalización del objeto matemático progresión aritmética (1) .....	47
<b>Figura 12:</b> Formalización del objeto matemático progresión aritmética (2) .....	48
<b>Figura 13:</b> Superposición de Magnitudes.....	50

## 1 Introducción

La práctica pedagógica realizada en la Institución Educativa Los Comuneros aportó un conjunto de experiencias llenas de muchas riquezas para la formación del practicante, las cuales serán presentadas a lo largo del siguiente documento a través de las dos partes que lo conforman. En el documento se encontrará una parte pedagógica y una parte investigativa, en las que las experiencias recogidas a lo largo de la práctica serán asociadas con documentos de autores reconocidos. En la parte pedagógica se hace referencia a la relación de dichos documentos y el diario de campo del practicante. Seguidamente, en la investigativa se presenta una profundización en educación matemática realizada a una situación problema usando como referente teórico la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau.

El objetivo central del documento es mostrar la importancia que presentan las situaciones problema en los procesos de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes de la Institución Educativa Los Comuneros. Objetivo que es alcanzado como una realidad de buenos resultados durante el primer periodo del año lectivo 2013. Su intencionalidad da inicio con la búsqueda del título de “buen maestro” por parte del maestro practicante realizada con el uso de los distintos conceptos didácticos que conforman la secuencia pedagógica de su proceso de formación como licenciado en matemáticas de la Universidad Del Cauca (contrato didáctico, disciplina, trasposición didáctica, currículo, etc.) y terminada con un conjunto de aprendizajes que llevaron a la interiorización de tales conceptos.

En el documento se podrá encontrar no solo con las evidencias del cumplimiento de los requisitos presentados por la institución educativa para la práctica pedagógica, sino también con la investigación de la misma. Una investigación que cuenta con definiciones, pautas y finalidades con las que se construyó la situación problema “Don King Kong y Las Bananas Del Amazonas”, como también con el análisis realizado a la construcción de la noción de progresión aritmética a partir del estudio de los distintos resultados arrojados en la resolución de la situación y fundamentado en las situaciones didácticas de Brousseau.

## **2 Parte pedagógica**

La práctica pedagógica recoge un conjunto de experiencias definidas como procesos históricos y sociales dinámicos; procesos cambiantes en cualquier comunidad a la que sea aplicada (en igualdad o diferencia de condiciones sociales, económicas, culturales etc.). Dichas experiencias se convierten en procesos vitales y únicos, llenos de una enorme riqueza de elementos que son resultado del trabajo de una comunidad. Aspecto que las convierte en procesos inéditos e irrepetibles, y que por tanto comprenderlas, extraer sus enseñanzas y comunicarlas se convierte en una tarea bastante exigente (Jara, 2002).

En la práctica pedagógica realizada en la Institución Educativa “Los Comuneros” se obtuvieron a lo largo de su desarrollo grandes aportes para la formación como docente del practicante, así como para la investigación de la práctica. Aportes provenientes de los siguientes actores: estudiantes del grado noveno, maestro practicante, maestro titular y el director de la práctica. En cuanto a los tres primeros es necesario resaltar que desde sus distintos roles realizaron un trabajo relevante, convirtiéndolos en protagonistas de la práctica. Por tal razón se enfatizará sobre las relaciones de éstos protagonistas en la práctica pedagógica.

1. Relación estudiante – Maestro practicante.
2. Relación Estudiante – Estudiante.
3. Relación Maestro titular - Maestro practicante.

Antes de tratar las relaciones nombradas, es pertinente mencionar que entre ellas se destaca un punto de encuentro, el conocimiento matemático, el cual será visto desde distintas perspectivas según el actor que se esté considerando.

### **2.1 Relación Estudiante – Maestro practicante**

El conocimiento matemático desde tiempo atrás se ha venido construyendo en forma axiomática con el fin de poder construir unos sólidos fundamentos. Los resultados que hoy se presentan a toda la humanidad son el fruto de muchos años de esfuerzo y lucha de personas que se interesaron por dar razón a lo que se hace y dice en la humanidad. Son resultados que se presentan hoy en día en los textos matemáticos de manera limpia (sin algún tipo de error) hacen parte de una estructura bien fundamentada del saber humano, denominado matemáticas.

El maestro practicante debe adentrarse en un gran edificio, analizando y criticando en un proceso de reconstrucción, a una pequeña parte del fruto de varios siglos. En aquel proceso de reconstrucción el maestro practicante se ubica en la posición de maestro y estudiante con el fin de generar estrategias adecuadas de enseñanza con las que intenta llegar de manera “eficaz” al aprendizaje del educando. El saber matemático será tratado

por el maestro practicante como una actividad intelectual viva y cambiante (...) (D'Amore, 2002,p.231) que permite ser transformado con herramientas de enseñanza según el lugar, la comunidad y el interés del mismo. Éste estará descompuesto y recompuesto sin llegar a una simplificación. su trabajo será detallado, donde punto a punto se observará el ordenamiento de su composición y las adherencias o simplificaciones que se deban realizar, todo esto con el sentido de asegurar una cierta coherencia al conjunto de partes que lo conforman, para así poder llegar a una apropiada recontextualización y repersonalización del mismo.

El maestro practicante busca cumplir con un adecuado proceso de enseñanza y de aprendizaje en el estudiante, siendo consciente que éste solo se daría si parte desde un buen trato de su principal herramienta (el conocimiento matemático). Consecuentemente el conocimiento matemático sería el punto de conexión entre los actores, ya que es el encargado de establecer y dirigir las relaciones de éstos en la práctica, es por tanto, que para el maestro practicante ubicarlo en el centro de la relación con los demás actores será su guía para lograr resultados destacados, debido a que él será el iniciador de su desempeño en la práctica pedagógica. Al haber realizado un conjunto de transformaciones (al conocimiento matemático) y de haber atacado los posibles puntos de rechazo en los estudiantes al momento de presentarlo, es cuando al estudiante se le entrega un saber transpuesto, el cual va tratado con el mayor cuidado para no generar obstáculos<sup>1</sup> en su aprendizaje.

Sin embargo, a pesar de las transformaciones que el conocimiento presento, no fue suficiente para lograr una “apropiada” situación de enseñanza, fue necesario reestudiar las características sociales de la comunidad a la cual se iba a enseñar, analizando muy bien el espacio en el que se iba a compartir el conocimiento; comprendiendo, que a pesar de que con anterioridad se había estimado aspectos como costumbres sociales, culturales y económicas para el diseño de las clases, se era necesario entrar en realidad para poder entender que la teoría requiere de la práctica. Entender que los seres humanos somos seres complejos y que por tanto comprender que es lo que se desea es una tarea bastante difícil.

Cuando estaba totalmente planeado, las actividades preparadas con meses de anticipación fueron modificadas en unos cuantos minutos de clase. Fue necesario analizar en todos los aspectos a los estudiantes, desde su formación en matemáticas

---

<sup>1</sup> Un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Obstáculos ontogenéticos: se deben a las características del desarrollo del niño. obstáculos didácticos: que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza. Obstáculos epistemológicos: intrínsecamente relacionados con el propio concepto. Brousseau (1983).



hasta su conducta<sup>2</sup>, transformándose en un momento de crisis para el maestro practicante pero a la vez en una posibilidad para adquirir aprendizajes en su experiencia en este rol, ya que observó que las cosas planteadas en los textos pedagógicos no son del todo ciertas, pues los estudiantes al igual que los maestros presentan diversos tipos de estado, los cuales en conjunto a la formación personal de cada uno de ellos, forman un conjunto de aproximadamente treinta mundos distintos difíciles de interpretar según las teorías pedagógicas.

Esto lleva a que el maestro practicante deduzca que la labor de un maestro es una labor que demanda grandes retos y sacrificios, pero sin importar este tipo de exigencias, el maestro practicante se encuentra satisfecho por haber elegido el camino correcto para su vida; siente que es una profesión que le permite cumplir de cierta forma sus deseos de aportar a la sociedad, siendo la educación la principal herramienta para su objetivo. Para el novato, los jóvenes de estratos 1 y 2 son los más vulnerables a caer en las garras de esta sociedad, pueden ser atraídos a un mundo mezquino por poseer errados ideales, él siente que si se trata desde la escuela este tipo de ideales a través de mensajes educativos y desde el mismo saber, se podría aportar a un cambio en estos jóvenes, encaminándolos a una senda de sueños y deseos para un mejor futuro.

## **2.2 Relación Estudiante – Estudiante**

El estudiante por definición es aquel individuo que se dedica a la aprehensión de conocimientos de alguna ciencia, disciplina o arte. Existen diversas clasificaciones o tipos de estudiante, los cuales se establecen según el modelo de enseñanza, la dedicación temporal que implica el estudio, el plan académico en el que se inscribe y otras características (Venzor, 2007).

En el grado 9 de la institución educativa los comuneros se presentaron dos tipos de estudiante, los más visibles en el transcurso de la práctica fueron: el estudiante aplicado y sobresaliente, y el poco participativo. Modelos que se comportaron como imanes para los estudiantes, ya que llegaron al punto de dividir el grupo en dos subgrupos, uno de estos subgrupos estuvo caracterizado por ser más grande que el otro, ya que estaba compuesto por la mayoría de estudiantes del curso, estos permitían un buen desarrollo de la clase, generaban aportes pertinentes a los temas tratados y posibilitaban un buen espacio para el aprendizaje de los mismos. El otro subgrupo estaba compuesto por una pequeña cantidad de estudiantes, los cuales eran encargados de formar un ambiente de desorden en el aula educativa, dicho desorden en la mayoría de los casos era controlado separando a los estudiantes que lo provocaban. En ocasiones la acción de invitar a un alumno a salir al tablero a realizar un ejercicio permitía un aplacamiento de

---

<sup>2</sup> La conducta es el conjunto de actos exhibidos por el ser humano y determinados por la cultura, las actitudes, las emociones, los valores de la persona, los valores culturales, la ética, el ejercicio de la autoridad . etc.

dicha hiperactividad. Hay que agregar que aunque fueran muy pocos los estudiantes que conformaran este segundo subgrupo, su poder de contagiar al grupo mayor “el destacado”, era un poder amplio, llevando a que en ocasiones las actividades o el mismo desarrollo de la clase se tratara de desviar del propósito educativo. En resumen, la mayoría de las clases orientadas por el maestro practicante se desarrollaron de la manera deseada, arrojando buenos resultados de enseñanza y del aprendizaje.

Lo anterior manifiesta que el orden y el desempeño de los estudiantes fue mejorando cada día dejando ver una relación estudiante – estudiante llena de compañerismo y buen comportamiento de cada uno de ellos, los disgustos y falta de respeto fueron eliminados desde el primer momento de clase, dejando solo cabida a una armonía en el aula.

### **2.3 Relación Maestro titular - Maestro practicante.**

Desde el inicio del año lectivo el encargado de la materia de matemáticas para el curso 9 en la Institución Educativa Los Comuneros fue el maestro practicante, este acceso solo fue posible gracias a una aprobación otorgada por el maestro titular la cual estuvo basada en un previo análisis que se le realizó a la propuesta educativa planteada por el maestro practicante para el primer periodo del año lectivo. Para esta propuesta el maestro practicante hace un estudio de la malla curricular de la institución, en la cual estudia los temas que se desarrollan en el primer periodo para el grado noveno y los temas correspondientes al último periodo del grado octavo (ya cursado por los estudiantes). Su propuesta estaba encaminada a implementar innovadoras estrategias de enseñanza y poder mostrar a los estudiantes el encadenamiento que existe en los conocimientos que han hecho parte de su formación en matemáticas. Aspectos que sirven como introducción para una buena relación entre el maestro practicante y el maestro titular.

Desde aquel momento de aprobación, el maestro practicante siempre se encontró complacido por el espacio otorgado en el aula y agradecido por aquella autonomía concedida de dirigir el rumbo del grado noveno de la institución. Por otro lado, el maestro titular parecía sentirse satisfecho por el desempeño del maestro practicante, al parecer se sentía identificado con el novato en el momento de sus primeros pasos como maestro. Permitiendo concluir que la relación entre maestros, fue una relación llena de mucho respeto y cordialidad, fundamentada por la función que cada uno desempeñaba en la institución.

### **2.4 La Disciplina**

La escuela normalmente tiene un conjunto de normas implícitas y explícitas que rigen las actividades y las relaciones de los actores en el aula, promoviendo la posibilidad de establecer un ambiente favorable para el desempeño del maestro y de los estudiantes.

En tal sentido, existe un sistema disciplinario que garantiza seguridad, orden y respeto al maestro y a los estudiantes, en el cual se manifiestan los límites necesarios para que se tengan en cuenta las necesidades de los actores de la práctica.

Una disciplina adecuada es un aspecto requerido para lograr una organización favorable del aula, ya que un apropiado ambiente educativo permite que los procesos de enseñanza y aprendizaje puedan realizarse de la forma más eficaz posible. Convirtiéndose la disciplina en un agente influyente para el adecuado desarrollo de una clase. El espacio de enseñanza debe estar en condiciones aptas para aprender, no debe presentar algún tipo de distractor, la tranquilidad y el respeto deben ser los factores sobresalientes en el momento de compartir y recibir el conocimiento.

Por más de que existan ciertas normas de disciplina, el esfuerzo del profesor y la ayuda de la mayoría de los estudiantes, los problemas de disciplina se presentan en menor o mayor tamaño en el aula. Para este tipo de problemas existen unas estrategias que permiten al maestro retomar el control de la situación de enseñanza. Según Venegas (2004) existe una serie de técnicas a las cuales el docente puede recurrir al momento de presentarse indisciplina en el aula, las cuales clasifica así:

- Técnicas preventivas
- Técnicas de apoyo
- Técnicas correctivas

**Técnicas preventivas:** Las técnicas de prevención en el manejo de la disciplina, buscan minimizar o prevenir que se presenten problemas en el aula y en la escuela. Indican que hacer la lección atractiva, parece ser clave para prevenir la indisciplina, y mantener la atención del grupo el mayor tiempo posible, es uno de los mejores recursos para prevenir el mal comportamiento. (p.5)

**Técnicas de apoyo:** Las técnicas de apoyo son muy útiles, cuando se inician las conductas perturbadoras que los alumnos presentan, tales como: conversar, caminar por el aula cuando se requiere que estén en sus pupitres, cuando molestan a los compañeros, etc. Por tales razones, el maestro debe utilizar estrategias de apoyo para que aquellos se comporten, como se necesita en ese momento. El docente también puede aprender a captar las señales comunicativas que los alumnos envían por medio del lenguaje corporal y el uso de la voz. (p.5)

**Técnicas correctivas:** Las técnicas correctivas se aplican en situaciones en que resulta necesario utilizar recursos para que el alumno asuma las consecuencias por haber sobrepasado los límites que todo el grupo contribuyó a definir, algunas de las técnicas correctivas que funcionan muy bien con los estudiantes se relacionan con la atención del maestro; tal es el caso cuando se elogia y atiende al niño que cumple con la norma o,

cuando solicita la palabra levantando la mano, y se explica al que la transgrede por qué es necesario que aplique esta disposición. La técnica de eliminar privilegios, es también un modo de ayudar al alumno a reconocer su mala conducta, siempre y cuando el docente destine espacios de reflexión que ayuden a los estudiantes a comprender la situación y que no se lesione la autoestima de ninguna de las personas involucradas. (p.6)

En la práctica pedagógica la disciplina no fue un factor que causó dificultades al maestro practicante, conto con la posibilidad de enseñar a un grupo de veinte estudiantes lo cual hizo su trabajo un poco más llevadero y que las situaciones de indisciplina fueran controladas sin llegar a utilizar las **técnicas correctivas** que expresa (Venegas, 2004). Las otras dos técnicas (preventivas y de apoyo), fueron las más utilizadas en el aula, el maestro practicante preparaba sus clases con anterioridad con el fin de tener de forma “completa” la atención de los estudiantes, presentando los contenidos de forma atractiva para ellos. En situaciones, en que en el desarrollo de las clases se presentaban conductas perturbadoras, una salida tablero era señal suficiente para que comprendieran que era necesario volver al buen comportamiento. Generalmente los métodos o técnicas utilizadas por el maestro fueron suficientes para establecer un espacio idóneo para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

## **2.5 Modelo pedagógico**

El maestro practicante siempre ha tenido presente que en la responsabilidad de enseñar en el aula se encuentra una formación más que académica. Para él, es una formación general del individuo donde al estudiante se forma no solo en el conocimiento matemático, sino también en otros aspectos de gran importancia en la vida cotidiana (valores, principios, etc.). Es por tanto, que el constante crecimiento de sus intereses de ser un buen maestro se convierta en algo frecuente, los cuales, entre otras cosas están centrados en la pretensión de ser un guía que oriente y estimule la actividad intelectual de sus aprendices, buscando dejar a un lado aquel maestro tradicional que de forma dictadora impone el conocimiento como un objeto y no como una función de la mente humana; un maestro que no se limite a la sola transmisión de información a estudiantes pasivos sino que les permita comprender, analizar y conjeturar sobre los conceptos presentados; un maestro con la firme creencia que la educación es la única herramienta que impulsará a la formación de personas comprometidas con el futuro de sí mismos y con un fuerte sentido de responsabilidad social, personal y cultural, destacadas en la sociedad por tener “el saber hacer” y “el saber actuar” de una manera clara en su vida.

Para el maestro practicante propender por la formación de un grupo de estudiantes implica conocer las condiciones sociales, culturales y económicas que los definen y definen a la comunidad a la que pertenecen, es tratar, de alguna forma, con las necesidades que presentan y presentaran a lo largo de su vida, ya sea de índole económica, personal y especialmente académico. Por lo que encarrilarse hacia un

crecimiento personal en cada uno de ellos, permitiría que todo tipo de complicaciones se hagan a futuro más llevaderas. Un acercamiento del maestro practicante a los estudiantes resulta ser una adecuada estrategia inicial para poder conseguir lo anterior. Desde un principio el maestro practicante supo que el hecho de ser maestro no imposibilitaba la idea de ser amable con los estudiantes, lo que implicaría no ser parte del ambiente de “confianza” que rige entre ellos, sino más bien, de abrir la posibilidad de crear un entorno de “amistad” en el aula que apuntara hacia ese objetivo.

Ahora, adentrándose en una relación entre lo que busca el maestro practicante y las teorías pedagógicas, es conveniente detenerse en la definición de modelo pedagógico. En esta definición se tiene que, según Ochoa (2011), un modelo pedagógico es la representación de las relaciones que predominan en el acto de enseñar, es también un paradigma que puede coexistir con otros y que sirve para organizar la búsqueda de nuevos conocimientos en el campo de la pedagogía.

El maestro practicante ha estado apuntando a elementos de un modelo pedagógico, con el que se logre responder de manera sistemática y coherente al menos a las siguientes preguntas: ¿Qué tipo de ser humano se quiere formar?, ¿con qué experiencias crece y se desarrolla un ser humano?, ¿quién debe impulsar el proceso educativo? Y ¿con qué métodos y técnicas puede alcanzarse mayor eficacia? (Ochoa, 2001, p75). Por tal motivo, el practicante ha analizado algunos modelos pedagógicos con el fin de abordar tales preguntas, en su afán de generar una educación apropiada para los estudiantes del grado noveno. Encontrando que aunque desee implementar un único modelo pedagógico, existe la posibilidad de que se produzcan situaciones de enseñanza que demanden una “combinación” de dos o más modelos pedagógicos (eclecticismo)<sup>3</sup>, ya que para él, en la práctica pedagógica pueden hallarse situaciones en las cuales un modelo pedagógico no sea suficiente para suplir los requerimientos pedagógicos. Es por tanto, que la “combinación” de modelos se convierte en algo necesario para el progreso de su práctica.

En inicio para el maestro practicante los modelos pedagógicos a implementar fueron:

- El conductista.
- El constructivista.

---

<sup>3</sup>En Historia de la Filosofía se denomina eclecticismo a todo pensamiento cuyo carácter esencial consista en unir elementos conceptuales, pertenecientes a posturas diferentes o heterogéneas, que son elegidos en virtud de una actitud conciliadora de opiniones diversas.

## Modelo pedagógico conductista

Este modelo se desarrolló paralelamente con la creciente del racionalismo y planeación económica de los recursos en la fase superior del capitalismo, bajo la mirada del moldeamiento meticuloso de la conducta productiva de los individuos. El método es en esencia, el de fijación y control de los objetivos instruccionales formulados con precisión y reforzados en forma minuciosa. Adquirir conocimientos, códigos impersonales, destrezas y competencias bajo la forma de conductas observables, es equivalente al desarrollo intelectual de los niños. Se trata de una transmisión parcelada de saberes técnicos mediante un adiestramiento experimental que utiliza la tecnología educativa. (Ochoa, 2001, p.38)

## Modelo pedagógico constructivista

Según Ochoa (2001) en este modelo pedagógico se pueden diferenciar al menos cuatro corrientes, de las cuales el maestro practicante comparte las siguientes:

- El modelo constructivista establece que la meta educativa es que cada individuo acceda, progresiva y secuencialmente, a la etapa superior de su desarrollo intelectual de acuerdo con las necesidades y condiciones particulares. El maestro debe crear un ambiente estimulante de experiencias que faciliten en el niño su acceso a las estructuras cognoscitivas de la etapa inmediatamente superior. (p.42)
- Una segunda corriente del enfoque cognitivo se ocupa del contenido de la enseñanza y del aprendizaje, y privilegia los conceptos y estructuras básicas de las ciencias, por encontrar en ella un material de alta complejidad que brinda mejores oportunidades de desatar la capacidad intelectual del alumno y enseñarle como un aprendiz de científico.(p.44)

Luego de un par de intervenciones en el aula, el maestro practicante estudia las posibilidades de implementar su plan de enseñanza. Aunque algunos factores se encuentren a su favor (la facilidad de poder hablar con los estudiantes, que el grupo de 40 haya sido dividido a la mitad y que el curso sea completamente dirigido por él). El intento de cambiar algunos elementos del modelo pedagógico (el tradicional) con el que los estudiantes han sido formados hasta el momento se torna complicado. La primera manifestación de que un cambio repentino era una situación compleja se presentó al momento de modificar el tipo de evaluación. Aunque los estudiantes se encontraran familiarizados con un tipo de evaluación **formativa**<sup>4</sup> (quizzes y trabajos en clase),

---

<sup>4</sup> La función de esta evaluación es obtener información acerca del estado de aprendizaje de cada estudiante y, a partir de ello, tomar decisiones que ayuden a un mejor desarrollo de dicho proceso. Son factores de evaluación formativa, entre otros: los trabajos extra clase de investigación y consulta, los proyectos, los trabajos individuales y grupales en clase, los quizzes, las pasadas al tablero, las puestas en común, las exposiciones, las preguntas sueltas en clase, la asesoría extra clase, las prácticas de laboratorio y el trabajo de campo, los compromisos

expresaban no sentirse a gusto con algunos subtipos de esta evaluación (salidas al tablero, preguntas sueltas en clase, participación activa, entre otras). Por otro lado se encontraba la forma de compartir el conocimiento (a través de marcador y tablero), en esta situación los estudiantes aunque gustaban de “construir” el conocimiento, era un proceso que requería un tiempo considerable por lo que el factor tiempo se sumaba como factor de dificultad para la práctica, ya que la implementación de los planes del maestro practicante se veía un poco alejados de la realidad. Por tal motivo, el maestro practicante opta por dejar algunos componentes del modelo pedagógico tradicional e implementar algunas otras de los modelos pedagógicos conductista y constructivista.

Desde aquel momento, los anteriores tres modelos pedagógicos entran a hacer parte del desarrollo de la práctica pedagógica. Del modelo pedagógico tradicional se deja en principio el tipo de evaluación a ejecutar (formativa). Esta elección es debido a que se presentó un tipo de comportamiento desfavorable para la práctica por parte de los estudiantes, ya que al momento de verificar la aceptación y comprensión de los conceptos compartidos, se observó que los estudiantes perdían interés por aprender los conocimientos, puesto que no presentaban algún tipo de exigencia a cambio de una nota en las forma de evaluar que se habían adoptado en el inicio de la práctica. Es necesario aclarar, que al dotar a la práctica con este tipo de evaluación no se pretendía llegar a lo que indica el modelo pedagógico tradicional, según el cual, la responsabilidad total del aprendizaje se les otorga a los estudiantes. El maestro practicante comprendió que el aprendizaje no solo dependía del esfuerzo de sus estudiantes, sino también de su aporte en el aula y fuera de ella. De este modelo también se contó con las preguntas evaluativas espontáneas que son las mismas preguntas sueltas que manifiesta la evaluación formativa, las cuales eran aplicadas durante el desarrollo de la clase con el fin de poder mantener un orden y atención de los temas compartidos en el aula. También fueron útiles como evaluaciones diagnósticas que permitían entender la “preparación” de los estudiantes para afrontar los temas con los que se pretendía seguir en temática según la malla curricular de la institución, así como de correctores de estrategias de enseñanza para el maestro.

Del modelo pedagógico conductista el maestro practicante adapta una parte de la esencia del modelo, debido a que difiere en parte con su relación vertical de maestro – estudiante y comparte de alguna forma con su filosofía que al igual de la del tradicional, encierra la trasmisión del conocimiento como objeto de enseñanza de gran importancia. Aunque resalta que es más admisible para él, utilizar el término compartir, porque para el maestro practicante este término no solo se caracteriza por el desarrollo de una misma actividad con otro, sino de disfrutar tal actividad (Vergara, 2009). De este modelo pedagógico se simpatizó con en el hecho de que la trasmisión del conocimiento no es

---

académicos, la participación activa, la asistencia, la puntualidad, el interés, la motivación, la creatividad, la responsabilidad y la actitud investigativa.

de forma literaria de las fuentes bibliográficas sino que en esta misma existe una traducción del conocimiento en términos que sean aptos para una asimilación en los estudiantes. Un compartir que puede ir acompañado de conductas observables, algo realmente tentador a ser adherido a la práctica. Estas conductas observables fueron denominadas como “notas de apoyo”, las cuales eran el resultado de salidas voluntarias al tablero con el fin de dar solución a ejercicios relacionados con el tema en exposición y que estaban apoyados con un refuerzo instruccional dado con debida anticipación por el maestro practicante. El resultado obtenido por el estudiante se convertiría en un autoregulator y retroalimentador del aprendizaje, el cual permitía saber si el estudiante había logrado el “dominio” del tema con la calidad que se esperaba.

Desde lo mencionado hasta ahora, se comprende que la enseñanza en la práctica se tornó un tanto conductista- tradicionalista, ya que se pidió al estudiante alcanzar un conjunto de objetivos(o de adquirir unos conocimientos) los cuales eran expresados en formas observables y medibles. Conocimientos a los que el estudiante debía llegar desde punto de partida o conducta, mediante el impulso de ciertas actividades, medios, estímulos y refuerzos<sup>5</sup> secuenciados y otorgados por el maestro practicante (meticulosamente programados), convirtiendo su enseñanza en un proceso de evaluación y control permanente (Ochoa, 2001).

El estudiante en la práctica pedagógica pasa de ser un espectador pasivo a ser un espectador que emite respuestas o soluciones, donde el aprender haciendo se convierte en su principal forma de aprendizaje. Es muy probable que la repetición y la frecuencia con que se enfrente a la práctica se conviertan en factores importantes que permitan una mejor retención de aprendizajes técnicos y prácticos, como los algoritmos que se presentan constantemente en las matemáticas.

Sumado a lo anterior, se puede decir que del modelo pedagógico conductista se ha tomado la idea de planificar la enseñanza de los contenidos, para lo cual el maestro practicante ha dotado de una estructura a los contenidos correspondientes al grado noveno desde el inicio de su práctica. Partiendo para ello de una asignación “jerárquica” a cada tema a compartir en el aula, con el fin de poder aprovechar la implicación que existe de unos temas en otros. Todo con la intención de que los estudiantes perciban la familiarización que existen entre cada uno de ellos y la secuencia conveniente para un aprendizaje de los mismos.

---

<sup>5</sup> El refuerzo es precisamente el paso que afianza, asegura y garantiza el aprendizaje. dado un estímulo (o un problema) y presentado un modelo de respuesta adecuado, el estudiante debe recibir del profesor la aceptación, el premio(nota), es decir el refuerzo, cuando logre reproducir la solución correcta o la respuesta modelada para los problemas similares, bajo las condiciones observables y medibles previstas en el objetivo instruccional. (Ochoa,2001,p.40) (Ochoa, 2001)



Previamente se manifestó que el maestro practicante no compartía la relación vertical que presentan los modelos pedagógicos tratados hasta el momento (tradicional y conductista). Es por tal razón que se siente atraído por la relación que presenta el modelo constructivista, en la que a pesar de que el maestro sigue siendo el facilitador y el estimulador de experiencias, la experiencia del estudiante en la situación de enseñanza juega un papel vital para este modelo, ya que su finalidad es contribuir al desarrollo de la enseñanza y al desarrollo de nuevas experiencias de enseñanza.

Aunque en su práctica pedagógica el maestro practicante se ve conducido a emplear más los modelos pedagógicos conductista y tradicionalista, en sus aspiraciones se encuentra el modelo constructivista de una manera más latente. Pero la existencia de preocupaciones como la del alto desinterés de los educandos a realizar trabajos dejados para horarios fuera de clase, entre otros. Desencadenan la aplicación de estos modelos más que de tipo constructivista. Aunque aproximadamente un sesenta por ciento de los estudiantes presentaban los respectivos solucionarios de dichas actividades y mostraban gran interés por el desarrollo de la clase, el resto solo se conformaba con resultados poco favorables. Estos hechos llevaron a estudiar los objetivos de la práctica pedagógica y las metas del maestro practicante con sus educandos, analizando que la aplicabilidad de un modelo constructivista llevaría a un retardo en los objetivos de la práctica. Contando con tres meses para poder lograr su investigación, el facilitar los métodos de apoyo que permitieran que los estudiantes construyeran sus propios conocimientos tal y como lo establece el modelo constructivista, implicaría que los objetivos de la práctica no se logaran, pues estos podrían tardar más del tiempo proyectado. Es así, que la práctica pedagógica en su mayoría presentó un enfoque pedagógico tradicional – conductista. Aclarando que el interés de aplicar el modelo constructivista en la práctica pedagógica no se dejó a un lado, ya que en el momento de la investigación de la práctica se logra una conexión entre el desarrollo de la práctica y la corriente del constructivismo a través de una situación problema, en la cual la enseñanza estuvo basada en el descubrimiento, en la que los estudiantes lograron un aprendizaje a medida que experimentaban y consultaban la bibliografía disponible, analizando la nueva información y deduciendo sus propios conocimientos. El uso de una situación problema fue la herramienta pedagógica para lograr construir una noción del concepto de progresión aritmética, el cual será tema a tratar en la parte investigativa.

## **2.6 La Evaluación**

Aunque se evalúa para asignar una nota, esta debe ser la última razón por la que se debe realizar dicha acción, la evaluación debe estar presente para manifestar los problemas que presentan los estudiantes en relación con el aprendizaje, con las dificultades de comprensión y con las estrategias didácticas del maestro. Es decir que se

evalúa para diagnosticar, regular y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. (Fandiño, 2006)

La institución académica los comuneros permitió al maestro practicante compartir sus conocimientos usando sus métodos pedagógicos, nunca le obstaculizó la posibilidad de pensar en otras formas de enseñanza, aprobándole de alguna manera innovar en el campo pedagógico. A pesar del acceso tenido, existieron factores en los estudiantes que revelaron que la estrategia pedagógica planeada con anticipación se convertiría en una labor poco conveniente para el desarrollo de su práctica, ya que la estructura de formación que ha marcado a los estudiantes de grado noveno ha sido trazada durante varios años de educación, la cual “podría” ser modificada en un proceso que demandara igual o más tiempo del que llevó formarlos, es por tal motivo que el maestro practicante se vio encaminado a no realizar cambios de mayor tamaño en el tipo de evaluación.

Como lo expresa Fandiño (2006) aunque se realicen las pruebas tradicionales tales como: interrogaciones, tareas en clase y test de diverso tipo, las cuales se efectúan para medir y asignar una nota, también se evalúa para:

- Tomar decisiones acerca del contenido (transposición didáctica) y acerca de la metodología de trabajo en el aula.
- Para tomar decisiones acerca del ambiente de clase.
- Para comunicar a los estudiantes lo que es importante (el proceso y no el producto).(pp.88-89)

La forma de evaluación aplicada en el grado noveno fue en su mayoría una evaluación derivada de los modelos tradicional y conductista, la cual se centró en resultados observables y medibles del estudiante frente a los temas propuestos en la malla curricular de la institución. La evaluación se convirtió en un diagnóstico que permitió determinar si los estudiantes lograban satisfacer o alcanzar los conocimientos requeridos por la institución y que se encontraban plasmados en la malla curricular de la misma. Fue de gran utilidad para verificar las estrategias de enseñanza aplicadas por el maestro practicante. Aparte de la evaluación cuantitativa existió una evaluación cualitativa, esta fue implementada con el fin de influir en la actitud del estudiante frente a los procesos de aprendizaje. En este tipo de evaluación el maestro practicante da valor al nivel de aprovechamiento de los estudiantes frente al conocimiento, lo cual está enlazado al proceso de aprendizaje de los estudiantes y que en ocasiones los resultados de las pruebas tradicionales no demuestran, ya que estas no logran expresar la verdadera comprensión e interés de los estudiantes frente al conocimiento. Para este tipo de evaluación se recoge información sobre las actitudes, valores, personalidad, comportamiento, perseverancia, motivación, participación, creatividad, liderazgo y demás aspectos que sean de utilidad para poder intervenir (juicios de valor) en los resultados cuantitativos.

Un análisis del trabajo matemático realizado por los estudiantes permitió identificar los puntos fuertes y débiles de cada uno de ellos, esto se realizó a través de un estudio a cada tipo de prueba o actividades planteadas. A través de los resultados que se obtienen, es cuando se toman decisiones en cuanto a las estrategias del maestro y a las necesidades de aprendizaje y conocimiento que presenten los estudiantes.

De las pruebas tradicionales el maestro practicante dio privilegio al proceso de resolución sobre el resultado, en el cual logra detectar el grado de comprensión y razonamiento del estudiante sobre los temas matemáticos vistos, puesto que para el maestro el proceso revela las concepciones de cada uno de los estudiantes sobre el conocimiento y en un aspecto más general sobre las matemáticas. Otra forma de evaluar a los estudiantes fue analizando su desempeño en el aula mientras se encontraba realizando actividades matemáticas, en la que el maestro lo evalúa, observándolo y solicitándole explicaciones sobre lo que está realizando. A través de los datos que arrojaba su indagación, el maestro obtenía información sobre las habilidades y procesos mentales, sus actitudes e ideas.

El maestro practicante en la necesidad de dar una calificación a los resultados de sus estudiantes hace uso de un sistema de evaluación en el que se evaluó tanto el proceso como el producto, un sistema que se encuentra comprendido por tres tipos de evaluación:

**Diagnóstica:** La evaluación diagnóstica tiene como función orientar al docente para que desarrolle su clase de acuerdo con la información que se pueda obtener sobre los conocimientos y habilidades del alumno al iniciar la clase.

**Formativa:** La función de esta evaluación es obtener información acerca del estado de aprendizaje de cada estudiante y, a partir de ello, tomar decisiones que ayuden a un mejor desarrollo de dicho proceso.

**Sumativa:** Es la evaluación que se hace una vez identificadas las deficiencias de los alumnos y evaluados sus procesos. Es la evaluación final, que lejos de buscar medir con números o letras, se enfoca en la valoración de los logros de los estudiantes de acuerdo a los objetivos trazados por el curso. (Nacional)

## 2.7 Currículo

Ochoa (2011) afirma: *“El currículo es la manera de aplicar la teoría pedagógica en el aula a la enseñanza real. Un currículo es la mediación entre la teoría y la realidad de la enseñanza, es el plan de acción que desarrolla el profesor con sus alumnos en el aula; es una pauta ordenadora del proceso de enseñanza. Y cada perspectiva, cada modelo pedagógico puede generar una propuesta de currículo diferente. Por esto un plan de estudios es apenas un esquema para distribuir contenidos, temas, materias y cursos*

*según grados, niveles y prerrequisitos. Pero un currículo es mucho más, pues implica una concepción acerca de los contenidos, las experiencias y la actuación y secuencia para que los alumnos alcancen las metas de formación”. (p.82)*

En la sociedad se reconoce de manera clara que las matemáticas resultan esenciales para que los individuos tengan una vida productiva, es por ello que las matemáticas al igual que las otras disciplinas están presentes en la formación académica de los estudiantes para contribuir a la formación de personas competentes a los retos de una sociedad exigente como la actual. Por tal razón se busca otorgar una educación matemática más eficaz que la tradicional, que permita a los estudiantes un aprendizaje que no solo haga énfasis a un aprendizaje de conceptos y procedimientos, sino también a procesos de pensamiento aplicables y útiles para aprender, procesos que se conviertan en fuertes instrumentos para explorar la realidad, representarla, explicarla, y predecirla.

En forma amplia, en el currículo se presentan un conjunto de “estrategias” dadas por la institución y el maestro, en el cual se relacionan teorías pedagógicas y el conocimiento matemático con la finalidad de alcanzar competencias establecidas por lineamientos curriculares de la educación. En él se deja a libre escogencia las teorías pedagógicas con las que el maestro crea sean pertinentes para alcanzar lo requerido en una educación de competencia. Los intereses en común se expresan de una forma clara en el que el maestro, la institución y el país se encuentran encadenados hacia un mismo objetivo. Pero es el maestro el verdadero protagonista de esta labor, ya que en sus manos se encuentra la formación de sus educandos. Se busca que los estudiantes logren cumplir con unos conocimientos y habilidades en matemáticas planteadas en la malla curricular de la institución, con los cuales se espera que los estudiantes potencien sus conocimientos, destrezas y razonamientos que requieran para su vida diaria y para una educación superior.

### 3 Parte investigativa

#### 3.1 Justificación

El rol del maestro aparte de estar encaminado a la orientación de su área de conocimiento, también lo está hacia la formación de personas con capacidades de decisión y de proyección. Cualidades que se favorecerán a través de una investigación dirigida a una estrategia de enseñanza que no está encaminada a los contenidos, una enseñanza en la que la importancia no recae sobre el aprender conceptos y procesos repetitivos (algoritmos), en la que el profesor no es el encargado de **transmitir** el contenido y el estudiante siga siendo aquel receptor pasivo del conocimiento. La propuesta de investigación está desarrollada con el fin de poder encontrar resultados que apunten hacia una “educación de calidad”, resultados como: habilidades en comunicación, capacidad de juicio y conclusión, trabajo en grupo, competencia en el área, Entre otros. Capacidades que la enseñanza tradicional difícilmente permite desarrollar, dado que está se caracteriza por enseñar y ejercitar, haciendo referencia a la utilidad del conocimiento a través de un conjunto de ejercicios que vuelven específico al conocimiento, ejercicios con los que no se propician las informaciones necesarias para que los estudiantes logren saberes más generales.

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas afirma:

Se hace necesario pasar de una enseñanza orientada solo hacia el logro de objetivos específicos relacionados con los contenidos del área y hacia la retención de dichos contenidos , a una enseñanza que se oriente a apoyar a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas , científicas , tecnológicas , lingüísticas y ciudadanas(...). (p.48)

Los propósitos de la formación matemática requieren ir más allá de una retención de contenidos, una formación que se convierta en algo necesario para cada individuo con fines de una mejor educación. Para ello, Estándares establece que para lograr una formación matemática de competencia, es necesario considerar los cinco procesos generales establecidos en los lineamientos curriculares de matemáticas (formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos). Para ser matemáticamente competente se requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de estos procesos generales, así como de complementarlos o concretarlos de manera específica con el pensamiento lógico y el pensamiento matemático. Este último, se subdivide en cinco pensamientos (el numérico. El espacial, el métrico, el aleatorio o probabilístico y el variacional).

Se encuentra pertinente la utilización de la estrategia de formulación y resolución de problemas como proceso adecuado para una formación matemática de competencia, ya que como lo manifiesta Estándares, dentro de los anteriores procesos generales de la actividad matemática, este proceso general de la actividad matemática (formular y resolver problemas) involucra a los otros restantes con distintita intensidad en sus diferentes momentos. Para Estándares la formulación, tratamiento y resolución de problemas es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas, el cual podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, debido a que proporcionan el contexto inmediato en el que hacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas logrando ser más significativas para los estudiantes. (p.52) .Apoyado en lo anterior es como a este proceso general de la actividad matemática se le toma de apoyo para el desarrollo en la estrategia de enseñanza propuesta para la práctica pedagógica, dado que se busca a través de una situación problema promover el desarrollo del pensamiento matemático en sus diversas formas así como de las capacidades ya mencionadas.

### **3.2 Objetivos**

En la educación tradicional se considera al maestro como el protagonista de los procesos de enseñanza y aprendizaje, procesos en los cuales el estudiante solo se limita a aceptar de manera pasiva aquello que es propuesto por el maestro sin presentar participación alguna en la construcción de lo que aprende. Posiblemente la mayoría de estudiantes educados con este modelo pedagógico llegan a la memorización de los conocimientos antes de que verdaderamente puedan formar parte de su conocimiento matemático. Tal vez este resultado es ocasionado por la dificultad que presentan los estudiantes para asimilar la compleja estructura de las matemáticas. Estas prácticas de memorización llevan a la pérdida de una visión de lo que está detrás de las definiciones, conceptos y procedimientos matemáticos. Cantoral et al (2000) afirma:

Hoy sabemos que los conocimientos así adquiridos se olvidan fácilmente y no quedan integrados en las estructuras lógicas de los alumnos ni parecen fortalecer su pensamiento matemático. Como consecuencia, estos conocimientos, solo pueden utilizarse en condiciones muy similares a las que fueron recibidos. Actualmente, se propone, como una forma de aprender significativamente, que el alumno construya los conceptos. (p.35)

En la investigación a través de una situación problema la noción de progresión aritmética será obtenida a partir de las distintas formas en que el estudiante dé solución a la situación. A través de una actividad creadora y de descubrimiento se espera que en el proceso de resolución el estudiante llegue a un aprendizaje significativo, dado que se propone una actividad en la que la función del maestro no es totalmente una función

protagonista. Su rol será la de guiar el aprendizaje de los estudiantes a través de propuestas con corriente constructivista. Propuestas que llevan al estudiante a enfrentarse a dificultades producidas por el nuevo concepto. El maestro estará en el deber de proporcionar las herramientas para que el estudiante logre superarlas (aunque en algunos casos ya se posean). También se encargara de incentivar el proceso del pensamiento del estudiante de tal manera que les permita enfrentarse a nuevas situaciones y con ello proponer soluciones, permitiéndole a través de estas ocupar un papel más destacado en su proceso de aprendizaje, ya que se le posibilita un proceso de apropiación del concepto utilizando conocimientos previos.

Refiriéndose al planteamiento de noción matemática dada por Cantoral et al (2000), en la que una noción matemática ejerce un papel dual: el de proceso y el de objeto, en función de la situación y en función de la conceptualización. La noción de progresión aritmética desempeñara en la investigación uno de estos dos papeles (como proceso). Esta dualidad proceso – objeto se encuentra en la base de la construcción de los conceptos matemáticos y con la que se espera llegar a la construcción concepto de progresión aritmética (en un futuro con esta investigación). Un ejemplo que permite detallar lo anterior se da en la educación básica media, en la que toda función Matemática puede considerarse como un proceso que opera sobre números transformándolos en otros números. Luego a esto, pasa a ser considerada como un objeto en sí misma, dado a que se convierte en un objeto susceptible de transformaciones, puesto que mediante otro proceso (graficar) será tratada como objeto. Con la situación problema se espera que el estudiante relacione conocimientos matemáticos ya adquiridos para la resolución de la situación. En la situación las progresiones aritméticas de manera implícita son tratadas en su esencia, como una función Matemática, dado que los estudiantes realizaran una correspondencia entre los números naturales con los mismos números naturales, aplicando al conjunto de llegada (codominio) unas ciertas condiciones que brinda la misma situación. Es decir la noción de progresión aritmética en la situación será tratada como proceso. Hasta este punto se obtiene una primera instancia de la noción de este concepto, la cual será tomada a futuro como objeto matemático ya que en pasos posteriores el estudiante en temas más avanzados usara a las progresiones aritméticas para la construcción de conceptos como las series matemáticas (Con la anterior práctica se estaría finalizando con la dualidad expresada por cantoral). Aunque la noción de progresión aritmética en la situación problema sea de proceso, no limita a la idea de que el estudiante tenga un principio la noción como objeto, debido a que la situación problema se culmina con una fase de formalización conocida en las situaciones didácticas como situación de institucionalización, en la cual de manera conjunta maestro y estudiantes llegan a la “formalización del concepto”, permitiendo utilizarlo a futuro según cantoral como objeto.

Refiriéndose al aprendizaje de un concepto se puede presentar que a lo largo de él, se den varias etapas, etapas con las que seguramente los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa los Comuneros se puedan encontrar. Los estudiantes deben iniciar con el desarrollo de un **proceso** haciendo uso de términos concretos (sistemas numéricos, operaciones básicas de la aritmética variables), luego en la medida que el estudiante se familiarice con los procesos (nociones), ellos van tomando forma en operaciones que pueden ser desarrolladas y coordinadas en su pensamiento. Seguido a esto, el estudiante habrá adquirido un pensamiento operacional con respecto a ese concepto. En una etapa posterior, la imagen mental de este concepto se cristaliza en una nueva y única entidad, en algo como un nuevo **objeto**. Una vez este ha sido adquirido, el estudiante ha desarrollado cierta habilidad para pensar dicha noción, ya sea en el nivel dinámico (como un proceso) o en el nivel estático (como un objeto). En estos términos, se busca encontrar que la “construcción” de objetos matemáticos (hacer un objeto de un proceso) sea uno de los pasos esenciales en el aprendizaje de las matemáticas (Cantoral, 2000). Lograr construir a través de una situación problema la noción de progresión aritmética, es pretender que el pensamiento matemático<sup>6</sup> sea tratado en casi todas sus formas a partir de relaciones entre conocimientos previos, sin dejar a un lado la visión de lo que está detrás de las definiciones y procedimientos asociados a los conceptos, ni a las técnicas de resolución utilizadas por los estudiantes. Esta estrategia usada como herramienta pedagógica será aplicada a los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa los Comuneros en el primer periodo del año lectivo 2013. En la que la noción del objeto matemático (progresión aritmética) será una construcción que requiere de conocimientos matemáticos tales como: los sistemas numéricos, operaciones básicas de la aritmética, representaciones gráficas, entre otros. Los cuales han sido parte de su formación académica

### 3.3 Situaciones Didácticas

Antes de sumergirse en la definición formal de situación problema que se adopta en la investigación, es necesario detenerse en el concepto de situación didáctica. Ya que será útil en el análisis de la construcción de la noción del concepto. A continuación se harán las definiciones formales de situación didáctica y situación problema. Referencias importantes para el desarrollo de la investigación.

---

<sup>6</sup> El pensamiento matemático no está enraizado ni en los fundamentos de la matemática ni en la práctica exclusiva de los matemáticos, sino que trata de todas las formas posibles de construir ideas matemáticas, incluidas aquellas que provienen de la vida cotidiana. por tanto, se asume que la construcción del conocimiento tiene mucho niveles y profundidades. El pensamiento matemático, entonces, debe operar sobre una red compleja de conceptos, unos avanzados y otros más elementales. (Cantoral, 2000,p.20)



## Situación didáctica

Brousseau afirma que: “una “situación” es una interacción entre un sujeto y el medio determinado, este medio funciona como el recurso que determina el conocimiento y al que dispone el sujeto para alcanzarlo y preservarlo en un estado favorable”.

Esta investigación considero como “referencia base” hacer uso del concepto de situación problema como argumento para la construcción de la noción de progresión aritmética la cual será analizada a través de las situaciones didácticas de Brousseau.

Brousseau define a una situación didáctica como un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución. Estas relaciones se establecen a través de una negociación entre maestro y alumnos cuyo resultado ha sido designado como contrato didáctico. Este contrato, con componentes explícitos e implícitos, define las reglas de funcionamiento dentro de la situación: distribución de responsabilidades, asignación de plazos temporales a diferentes actividades, permiso o prohibición del uso de determinados recursos de acción, etc. (Gálvez, 1994, p.22). Esta situación elegida por el maestro lo involucra a él en un conjunto de interacciones en las que se encuentra el estudiante y el medio, dirigidas a un mismo objetivo: el que el estudiante aprenda un nuevo conocimiento a través de su construcción.

D'Amore entiende a una situación didáctica como: Un conjunto de relaciones establecidas en modo explícito o implícito entre el maestro, el estudiante(o un grupo de estudiantes ) y los elementos del contorno (instrumentos o materiales), teniendo como objetivo el hacer que los estudiantes aprendan , es decir construyan un cierto conocimiento establecido precedentemente. Por lo tanto, las situaciones didácticas son específicas del conocimiento que se quiere lograr.

D'Amore afirma que para que el estudiante construya su propio conocimiento dentro de una situación didáctica, el debe ocuparse personalmente de la resolución del problema que se le propuso en la situación, es decir , debe implicarse en tal actividad. Solo en tal caso es cuando se usa decir que el estudiante ha logrado la devolución<sup>7</sup> de la situación (D'Amore, 2006,p.95) .

---

<sup>7</sup> La Devolución es el proceso o la actividad responsable a través de la cual el maestro obtiene que el estudiante empeñe su propia responsabilidad personal en la resolución de un problema (más en general: en una actividad cognitiva) que se convierte entonces en problema del estudiante, aceptando las consecuencias de esta transferencia momentánea de responsabilidad, en particular en lo que concierne a la incertidumbre que esta asunción genera en la situación (D'Amore, 2006,p.95).

Una situación didáctica sobre un cierto tema relativo al saber posee tres componentes:

- Una situación a-didáctica.
- Devolución.
- Un contrato didáctico.

### **Situación a-didáctica**

una situación a-didáctica es una idea que adquiere importancia al interior de la teoría de las situaciones didácticas. Este tipo de situación se presenta sí en un ambiente organizado para el aprendizaje de un cierto argumento hace falta la intención didáctica explícita. “La situación a-didáctica se define como aquella situación en que se hallan en juego los estudiantes y el objeto de conocimiento, pero no el maestro en calidad de oferente del conocimiento que se quiera construir” (D’Amore, 2006, p.243). La situación sugiere exigencias y los estudiantes dan respuestas a ellas. De alguna manera lo que se hace o construye se halla ligado a estímulos por parte del maestro de manera indirecta, pues es necesario recordar que él es que propone y construye la situación (función intencional). El maestro a través de situaciones previamente planeadas debe provocar en el estudiante una aceptación de las mismas las cuales por su propio contenido deben generar un movimiento en estos, es decir, los estudiantes deben actuar, hablar, reflexionar, conjeturar, etc.

Entre el espacio que existe desde el momento de la aceptación de la situación como suya, hasta el momento en que el estudiante produce su respuesta. El maestro se encuentra en una posición casi de “inexistencia” frente a la intervención en la situación en la que solo el estudiante y el medio son los protagonistas. el estudiante sabe de manera implícita que la situación fue elaborada con la intención de que aprenda un nuevo conocimiento y el cual está completamente justificado por la lógica interna de la situación. (Brousseau, 2007)

### **Devolución**

“La devolución es el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje o de un problema y acepta el mismo las consecuencias de esta transferencia” (Brousseau, 2007, p.87).

La situación didáctica está planeada con anterioridad, de modo que se ha previsto que exista en ella momentos en que los estudiantes interactúan con el medio (situaciones a-didácticas), en esa interacción se presentan problemas o conflictos cognitivos, se originan discusiones, debates, preguntas por parte del estudiante. Se da proceso de

---

Para Brousseau la devolución es definida como el acto por medio del cual el maestro hace aceptar al estudiante la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctica) o de un problema y acepta el mismo las consecuencias de esta transferencia.

devolucion cuando el docente para ayudar al estudiante con este tipo de “problemas” guia con intervecciones o respondiendo a las preguntas de los estudiantes con interrogantes o señales que no develan la respuesta de la situacion pero si dan un impulso al estudiante..

### **Contrato didáctico**

A partir de los años 70 ingreso en el mundo de la investigación matemática la idea de contrato didáctico, la cual fue propuesta por Guy Brousseau para estudiar las causas del fracaso electivo en matemáticas, aquel tipo de fracaso de estudiantes en el área de matemáticas y no en otras materias. La idea de puro espíritu francés, no era completamente nueva, ya que en 1973 y en 1974, Jeanine Filloux había propuesto le idea de contrato pedagógico para definir algunos tipos de relaciones entre docente y estudiante. Esté fue un contrato general, un contrato más social que cognitivo, mientras que el contrato didáctico de Brousseau toma en cuenta también tanto los conocimientos en juego(es esencial para el concepto mismo de contrato didáctico) como la situación escolar.

Lo anterior se puede ejemplificar de la siguiente manera: “en una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene como tarea resolver el problema matemático que se le presenta, pero el acceso a esta tarea se hace por medio de una interpretación de las preguntas dadas, de las informaciones proporcionadas y de las obligaciones impuestas que son constantes del modo de enseñar del maestro. Estos hábitos (específicos) del maestro esperados por los estudiantes y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico”. Lo anterior otorga un claro esquema de lo que representa el contrato didáctico en el aula, en el que las relaciones entre el estudiante, el maestro y el saber están detalladas por unas reglas que rigen a cada uno de los anteriores en torno a un saber establecido.

Siguiendo con la idea de “contrato didáctico”, Brousseau la define : Conjunto de comportamientos (específicos) del maestro que son esperados por el alumno, y conjunto de comportamientos del alumno que son esperados por el maestro, y que regulan el funcionamiento de la clase y las relaciones maestro-alumnos-saber, definiendo así los roles de cada uno y la repartición de las tareas: ¿quién puede hacer qué?, ¿quién debe hacer qué?, ¿cuáles son los fines y los objetivos?... (Charnay, 1994,p.52).

Así mismo, D’Amore (2006) afirma: “se puede pensar al contrato didáctico como a un conjunto de reglas, con verdaderas y propias clausulas, la mayoría de las veces no explicitas(muchas veces incluso no realmente existentes, sino creadas por las mentes de los personajes involucrados en la acción didáctica, para volver coherente un modelo de escuela o de vida escolar o de saber ) que organizan las relaciones entre el contenido

enseñado, los estudiantes, el maestro y las expectativas(generales o específicas) al interior del grupo de matemáticas ” (p.129).

Hasta el momento se puede contemplar que la situación didáctica proporciona el medio en el que el estudiante construye su conocimiento, así como que dentro de ella se da vida a la situación a-didáctica y a las devoluciones. Las anteriores son dadas como relaciones del estudiante, el maestro y el medio. Las relaciones entre el estudiante y el maestro sobre el medio (haciendo alusión a la situación didáctica) llevan a que el estudiante sin la participación del docente afronte aquellos problemas presentes en este proceso (haciendo alusión a situación a-didáctica). Todo esto sucede en un ambiente ya declarado. El estudiante sabe que está aprendiendo y que el maestro está enseñando, siendo consciente de su papel y de cómo la situación está desarrollada. Lo anterior evidencia una clara contención del contrato didáctico, mostrando su existencia como un controlador de funciones encargado de darle el dinamismo a la situación.

### **3.4 Clasificación de las situaciones didácticas**

Averiguar cómo funcionan las situaciones didácticas, es observar cuáles de las características de cada situación resultan determinantes para la evolución del comportamiento de los estudiantes y de sus conocimientos. Esto no significa que interese analizar las situaciones didácticas exitosas. Incluso si una situación didáctica fracasa en su propósito de enseñar, su análisis puede constituir un aporte a la didáctica, ya que con ella se permite identificar los aspectos de la situación que resultaron determinantes de su fracaso, implicando una corrección a tales aspectos y posteriormente a una posible situación de aprendizaje exitosa.

Siendo las situaciones didácticas el objeto de estudio de la Didáctica de las Matemáticas ha sido necesario desarrollar una metodología para analizarlas. Para Brousseau, un momento fundamental de la investigación en Didáctica lo constituye el análisis **a priori** de la situación. Para él, el investigador en Didáctica debe ser capaz de prever los efectos de la situación que ha elaborado antes de llevarla a prueba en el aula; sólo posteriormente podrá contrastar sus previsiones con los comportamientos observados. Para analizar las situaciones didácticas, Brousseau las modeliza. Para una situación didáctica se identifica un estado inicial y el conjunto de los diversos estados posibles, entre los que se encuentra el estado final. Se hacen explícitas las reglas que permiten pasar de un estado a otro, describiendo a la situación en términos de las decisiones que los estudiantes pueden tomar en cada momento así como de las diferentes estrategias que pueden adoptar para llegar al estado final.

Es así que para el análisis de las situaciones didácticas se determina una clasificación. Brousseau distingue entre las situaciones que él produce para su estudio experimental,

cuatro tipos los cuales serán mencionados unos párrafos más adelante. (Gálvez, 1994, p.40).

Desde Brousseau la teoría de situaciones didácticas es una teoría de aprendizaje de clara matriz constructivista, en la que el aprendizaje se produce mediante la resolución de problemas y la importancia del resolutor en el proceso de aprendizaje es bastante relevante. Brousseau afirma, que el estudiante construye su propio conocimiento solo si se interesa personalmente del problema de la solución de lo que está propuesto en la situación. Menciona que en la situación didáctica la presencia de un contexto escolar no es algo esencial, para él algo realmente relevante es el carácter intencional de la situación, es decir, haber sido elaborada con el propósito explícito que alguien aprenda algo.

Cuando se habla de conocimiento en la teoría de las situaciones didácticas se entiende que se está hablando de conocimiento matemático. Conocimiento que no solo incluye conceptos, sino también sistemas de representación simbólica, procesos de desarrollo y validación de nuevas ideas. Por tanto no se hace referencia a una única situación, sino a varios tipos de situación, unas para el estudiante (acción, formulación y validación) y otras para el docente (institucionalización). Desde la definición de situación a-didáctica se podrá encontrar que estas estas tres primeras situaciones son situaciones a-didácticas.

### **Situaciones de acción**

Funcionan sobre el ambiente y favorecen el nacimiento de teorías implícitas que funcionaran en el grupo como modelos matemáticos prioritarios. En este tipo de situaciones se genera una interacción entre los estudiantes y el medio físico. Los estudiantes deben tomar las decisiones que hagan falta para organizar su actividad de resolución del problemas planteado. Por lo tanto en este tipo de actividad se promueve la experimentación y el descubrimiento.

### **Situaciones de formulación**

Cuyo objetivo es la comunicación en informaciones entre los estudiantes favoreciendo la adquisición de modelos y leguajes explícitos. Para esto deben modificar el lenguaje que utilizan habitualmente, precisándolo y adecuándolo a las informaciones que deben comunicar.

### **Situaciones de validación**

A los estudiantes se les piden pruebas y por lo tanto explicaciones sobre las teorías utilizadas y también explicitación de los medios que subyacen en los procesos demostrativos. En este tipo de situaciones se trata de convencer a uno

o varios interlocutores de la validez de las afirmaciones que se hacen. En este caso, los estudiantes deben elaborar pruebas para demostrar sus afirmaciones. No basta la comprobación empírica de que lo que dicen es cierta; hay que explicar que necesariamente debe ser así.

### **Situaciones de institucionalización**

Tienen el objetivo de establecer y dar un status oficial a conocimientos aparecidos durante las actividades en el salón. Normalmente tienen relación con conocimientos, símbolos etc. que se deben tener en vista de su utilización en un trabajo sucesivo. En estas situaciones se intenta que el conjunto de estudiantes asuma el significado social establecido de un saber que ha sido elaborado por ellos en situaciones de acción, de formulación y de validación. (D'Amore ,2006)

### **3.5 Situación problema**

Antes de iniciar en la definición de situación problema es indispensable mencionar la diferencia entre un problema y una situación problema. Para poder argumentar lo anterior se toma la descripción dada por D'Amore (2006). Menciona que un problema se presenta cuando una o más reglas o uno o más procedimientos no son todavía bagaje cognitivo del resolutor; algunas de ellas, en esa ocasión podrían estar precisamente en vías de explicitación; a veces es la misma sucesión de operaciones por utilizar la que requiere un acto creativo por parte del resolutor. (p.294). Es necesario precisar que en esta descripción no se establece una relación entre estudiante, maestro y conocimiento, ni un espacio específico en la que se pueda presentar el problema, dando a la posibilidad que el problema se puede dar tanto en un espacio cotidiano como en uno científico. Siendo así, que un problema se presenta cuando el individuo no tiene las herramientas cognitivas<sup>8</sup> para dar respuesta a la situación que se le muestra, independientemente del contexto en el que se le presente. Por otro lado, el mismo autor define a una situación problema como algo más global, como una situación en la que se involucran al conocimiento, estudiante y maestro hacia un desarrollo de las capacidades individuales de los estudiantes. El autor la sitúa como una situación de aprendizaje concebida de manera tal que los estudiantes no pueden resolver a la cuestión implícita en ella por simple repetición o aplicación de conocimientos o competencias adquiridas sino que se necesita la formulación de nuevas hipótesis (relación entre ellas). En esta situación de aprendizaje, se motiva al estudiante con alguna pregunta, enigma o problema. El

---

<sup>8</sup> una herramienta cognitiva refiere a las tecnologías, tangibles o intangibles, que mejoran la potencia cognitiva del ser humano durante el pensamiento, la resolución de problemas y el aprendizaje. Las herramientas cognitivas representan formalismos que permiten pensar acerca de ideas. Ellas condicionan las formas en que se pueden organizar y representar ideas.

estudiante sabe que se encuentra en una situación de aprendizaje, prediciendo la construcción de conocimiento, la estructura de la situación le permite al estudiante efectuar operaciones mentales pedidas para lograr el objetivo de aprendizaje. (p.295). Aquí se evidencia la necesidad de la interacción entre los protagonistas de los procesos de enseñanza y aprendizaje con el conocimiento, haciendo clara la presencia del contrato didáctico así como de la existencia de herramientas cognitivas en el estudiante para enfrentar la situación.

Seguidamente, se presenta la definición de situación problema dada por Múnera y Obando (2003) que se asume en la investigación. Una situación problema se puede interpretar como un espacio dotado de actividad matemática, en la cual, los estudiantes al intentar resolver los interrogantes interactúan con los conocimientos implícitos y dinamizan la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión conducentes a la adquisición de nuevos conceptos. En el caso de las matemáticas, una situación problema se puede entender, como un espacio para generar y movilizar procesos de pensamiento que permitan la construcción sistemática de conceptos matemáticos. (p.1)

Respecto a lo que es una situación problema, Moreno y Waldegg, citados por Múnera y Obando (2003) mencionan que una situación problema debe:

- involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
- representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.
- permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.

Siendo así, la situación problema es un detonante de la actividad cognitiva del estudiante, ya que al poseer estas características, la situación problema se dota de medios para que el estudiante construya su conocimiento como producto de relaciones de dichos conceptos, los cuales al estar presentes con un enfoque problema, están marcados por un polo opuesto con la que se presentan los conceptos normalmente. Permiten que a través de la resolución que no es evidente, los estudiantes de manera autónoma, construyan procesos de exploración, formulen hipótesis, luego las validen y si es necesaria la reformulen.

En esta investigación se hizo uso de la situación problema como estrategia pedagógica que dinamizara la construcción del conocimiento, partiendo de aquellos espacios que se propician en el desarrollo de la situación, en que los estudiantes conjeturan, verifican y argumentan resultados, desencadenando un aprendizaje. Consecuentemente se busca generar un camino a la generalidad de los conceptos como objetivo principal de la actividad matemática del estudiante, cumpliendo con el caso de ir de lo particular a lo general (ya que la construcción del conocimiento es contextualizado, llegar a la

generalidad no es inmediato), mencionando, que para Múnera y Obando la generalización también recorre el camino contrario.

### **3.6 Transposición didáctica**

... la escuela nunca jamás ha enseñado saberes puros sino contenidos de enseñanza, algo que tiene existencia solo al interior de la escuela y que no tiene, por lo regular, una inmediata correspondencia ni con la esfera de la producción ni con la de la cultura... (D'Amore, 2006, p.236). Lo que se busca con la aplicación de la situación problema es que los estudiantes construyan un significado al concepto que se está tratando.

En párrafos anteriores se ha mencionado de manera rápida el concepto de transposición didáctica, comprendida como aquella labor de adaptación, de transformación del conocimiento en un objeto de enseñanza, teniendo siempre en cuenta al público, el lugar y su finalidad. A continuación se dará la definición formal de este concepto dado por D'Amore (2006) desde el punto de vista del maestro; la trasposición didáctica consistirá en el construir sus propias clases recabando de las fuentes de los saberes, tomando en cuenta las orientaciones proporcionados por las instituciones y los programas, para adaptarlos en su propia clase: nivel de los estudiantes, objetivos perseguidos. Consiste en extraer un elemento del saber (universitario, social...) de su contexto para recontextualizarlo en el contexto siempre singular, siempre único, de su propia clase. Es de notar, que con la transposición didáctica se producen ciertos efectos como: Una simplificación del conocimiento (sin llegar a uno arcaico) y una abertura a aquel candado de veracidad indiscutible de las matemáticas (cuando son dictadas por los maestros), las cuales son herramientas de gran apoyo para la búsqueda de una buena enseñanza y un buen aprendizaje de las matemáticas.

Las matemáticas por su estructura axiomática poseen la virtud de estar diseñada para la enseñanza. Virtud a la cual los maestros demandan habitualmente, ya que en la búsqueda de la adquisición de un nuevo concepto para los estudiantes, se cuenta con el apoyo de recurrir a adquisiciones anteriores, es decir a conocimientos previos. Bien se sabe que normalmente en los textos matemáticos se encuentra al conocimiento matemático despojado de toda clase de errores, dificultades, preguntas y demás. Problemas por los cuales su autor (el matemático) afronto para llegar al conocimiento como tal. Comúnmente se le conoce a esta función como despersonalización o descontextualización del conocimiento. Para facilitar su enseñanza el conocimiento se aísla de todo tipo de nociones que llevaron a su origen, su sentido, motivación y empleo. Transponiéndolo al contexto escolar, es a esta acción que comúnmente se conoce como transposición didáctica. En esta acción de transponer se encuentran involucrados el matemático, el maestro y el estudiante. Cada uno debe realizando su respectivo trabajó. El matemático antes de comunicar lo que piensa haber hallado, él debe primero determinarlo. Debe emprender un reordenamiento de todos los conocimientos vecinos,



anteriores o nuevos, ya que puede caer en algo ya descubierto. Debe buscar la teoría más general en que los sus resultados sean valederos, dado que es de esta manera que el producto de su conocimiento se despersonaliza, se descontextualiza y destemporaliza. El maestro debe de producir una recontextualización y repersonalización, debido a que estos conocimientos van a convertirse en el conocimiento de los estudiantes, es decir el maestro debe de llevar a este conocimiento a condiciones ciertamente particulares para que sea de sentido para los estudiantes, puesto que cada conocimiento debe nacer de la adaptación de situaciones específicas. Se espera que el estudiante actúe, formule, pruebe, comparta, construya modelos, lenguajes y demás. A partir de propuestas planteadas por el maestro, en las cuales los conocimientos aparezcan como la solución óptima y descubrible de los problemas planteados en las situaciones. (Brousseau, fundamentos y metodos de las didáctica de las matemáticas, 1986)

Para el diseño de cualquier situación problema se requiere el dominio del saber específico. En esta búsqueda de la enseñanza y del aprendizaje de tal concepto, se requiere recontextualizarlo de acuerdo a los saberes previos y a las condiciones cognitivas de los estudiantes, para luego, decidir las actividades que posibilitan la interacción del estudiante, el profesor y el nuevo concepto.

### **3.7 Origen de la situación problema “DON KING KONG Y LAS BANAS DEL AMAZONAS”**

“Crear situaciones problema requiere de tiempo y energía: es necesario estar plenamente convencidos, Se necesita tener un objetivo bien preciso por lograr al interior de un proyecto bien delineado y claro. Además el maestro debe conocer muy bien a sus estudiantes, no solo en cuanto a las capacidades reales de cada uno de ellos, sino también en cuanto a sus posibilidades creativas, como motivarlos, cuáles son sus reales exigencias. En el momento de aventurarse en una situación problema, el maestro debe tener claras las operaciones mentales que la situación requiera para poderlas reconocer en las actividades de los estudiantes y poder guiarlos. Serán diferentes de sujeto a sujeto y no será fácil administrarlas en una relación personalizada” (D’Amore ,2006, p.296).

Recordando párrafos anteriores, se tiene la afirmación de Brousseau: un momento fundamental de la investigación en Didáctica lo constituye el análisis **a priori** de la situación didáctica. Para él, el investigador en Didáctica debe ser capaz de prever los efectos de la situación que ha elaborado, antes de ponerla a prueba en el aula; sólo **posteriormente** podrá contrastar sus previsiones con los comportamientos observados.

Para llegar al análisis a priori que manifiesta Brousseau dentro de la investigación, se ha tenido en consideración las pautas para el diseño de situaciones problema propuesto por Múniera (). En el proceso de construcción de la situación, se tomó la perspectiva de Múniera de una situación problema<sup>9</sup>. Lo cual implica, conocer el saber específico que se desea enseñar y recontextualizarlo de acuerdo a las condiciones de los estudiantes, dando importancia al hecho de que se debe tener conocimiento de las competencias mentales y los saberes previos del estudiante. Para ello, se realizó un estudio a la malla curricular de la Institución Educativa los Comuneros teniendo como referente los planteamientos del documento Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (pensamientos matemáticos), a partir de dicho estudio se analizó lo requerido por la Nación y la Institución en cada grado cursado por el estudiante.

Múniera propone abordar el diseño de las situaciones problema de acuerdo al siguiente orden: Selección de un motivo o problema inicial, organización básica de los contenidos temáticos, la estructuración de los niveles de conceptualización, la selección de preguntas y actividades fundamentales, posibilidad de motivación hacia otros aprendizajes y la evaluación de los procesos de aprendizaje.

**Selección de un motivo o problema inicial:** se entiende como “motivo” como todo aquel “medio” que se convierte en mediador para facilitar una situación de aprendizaje. Un motivo, no necesariamente se reduce a un objeto físico. En un sentido más amplio, es todo material concreto (que se manipulan físicamente) o abstracto (comprende a los objetos de la mente, ideas) que posibilite desencadenar conceptos matemáticos acordes con las competencias del individuo y los contenidos curriculares.

La construcción de unas adecuadas bases matemáticas llevó a la elaboración de la situación problema, bases que se encuentran determinadas por el desarrollo de un aprendizaje significativo que está precisado por la enseñanza de un objeto matemático (progresión aritmética). Se pretende que el estudiante relacione la nueva información con la que ya posee. Las concepciones, errores, conjeturas y demás aspectos que aparezcan a lo largo de la resolución de la situación, llevarán a la construcción de **significado** para el conocimiento matemático del estudiante.

**Organización básica de los contenidos temáticos:** se debe consultar cada área del conocimiento específico, con el fin de seleccionar el tema que se desea dar a conocer y los contenidos que subyacen. Específicamente corresponde consultar la matemática para comprender en ella su carácter jerárquico y formal, y escoger los contenidos propuestos por el currículo escolar, para su posterior organización al interior de la

---

<sup>9</sup> Perspectiva dada en párrafos anteriores

situación; es decir, se trata de establecer niveles de conceptualización y simbolización que permitan un acercamiento progresivo a la significación matemática.

Para el diseño de la situación problema, se estudió la sucesión matemática como objeto matemático general. De ahí se eligió a las progresiones matemáticas como objeto matemático particular dado que es el caso más sencillo de una sucesión y podría ser ingresado al primer periodo académico del año lectivo del grado noveno sin algún inconveniente.

**La estructuración de los niveles de conceptualización:** se trata de diseñar redes conceptuales entre las concepciones que el motivo genera en los estudiantes y los conceptos formales de la matemática. Redes que se caracterizan por aceptar aproximaciones empíricas, tanteos, búsqueda de algoritmos, verificaciones, confrontaciones e intuiciones de conjeturas.

En la elaboración de la situación problema se pretende que el conocimiento matemático (progresión aritmética) sea estructurado respecto al conocimiento que ya posee el estudiante (sistemas numéricos, operaciones básicas de la aritmética, graficas).

**La selección de preguntas y actividades fundamentales:** las preguntas deben constituirse como una alternativa de iniciar la movilización de conceptos básicos que giran en torno a un determinado tema, es decir, no son más que otra manera de dinamizar la enseñanza, vinculando la actividad del estudiante a su propio aprendizaje. Los interrogantes deben de planearse desde las pretensiones curriculares, de tal manera que permita alcanzar los logros propuestos.

A través de las preguntas formuladas en la situación se espera la existencia de un conflicto de ideas frente al objeto matemático y los conocimientos previos del estudiante, estos llevaran a que se originen lazos como solución a lo anterior, llenando de significado a la noción que se desea construir en la situación.

**Posibilidad de motivación hacia otros aprendizajes:** las preguntas planteadas durante la intervención deben de ser de dos clases (cerradas y abiertas). Las cerradas, con el fin de registrar los logros alcanzados alrededor de los aprendizajes básicos. Las abiertas, para promover la reflexión, la creatividad y la investigación. Estas pueden estar relacionadas con la motivación hacia otros conceptos que se derivan de los contenidos básicos. Es decir, producir interés por la búsqueda de otros aprendizajes no planeados desde la situación problema.

En la situación problema se plantean de los dos tipos de preguntas. Para la "construcción" del objeto matemático (progresión aritmética) las preguntas fueron de tipo cerrada, en las cuales se dio relación con conocimientos previos del estudiante, y

abiertas para la “construcción” de conceptos que se deriven de propiedades del objeto matemático (motivación).

**La evaluación de los procesos de aprendizaje:** el profesor debe estar atento a las concepciones de los estudiantes, no solo antes de que comience el proceso de aprendizaje, sino también a las que se van generando durante el mismo. Es decir, que es importante conocer lo que está en la mente de los estudiantes durante todo el proceso de enseñanza. En oposición a como se evalúa en la mayoría de los casos, donde todo el proceso se reduce a sacar notas a través de un examen.

Para la evaluación de los procesos de aprendizaje en la situación problema se tomara una aproximación a la comprensión de cada estudiante en la situación, cualificando los niveles de comprensión a lo largo de su resolución, comprendiendo el estado inicial así como su resultado final.

### **3.8 Situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS”**

Cada tarde don King Kong sale a recorrer los arboles de la selva del amazonas. Como es un mico muy comelón, en cada árbol que trepa, excepto en el primero se come una banana, pero después de haber trepado 10 árboles don King Kong se prometerá que descansará y en el siguiente árbol no comerá banana.

- ¿Sí los arboles de la selva son 111 y van en línea recta entonces cuantas bananas se comió Don King Kong?
- ¿Enumere los árboles en que trepó don King Kong y no comió bananas?
- ¿Cuál es el resultado de sumar los anteriores números que representan los arboles donde don King Kong no comió bananas?

### **3.9 Análisis A priori de la situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS”**

La situación problema “Don King Kong y las bananas del Amazonas” se desarrolló en el grado noveno de la Institución Educativa “Los Comuneros” con el propósito de explorar lo que expresan las teorías pedagógicas frente a lo que es y genera una situación problema y la resolución de problemas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes. Es por ello, que con su incorporación a la práctica pedagógica se espera encontrar resultados favorables para estos procesos, los cuales estarán basados en la estrategia de cambio con corriente constructivista (otorgada por la situación problema) aplicada a la continuidad en el modelo de enseñanza presentando en la formación académica de los estudiantes de esta institución.

Se espera con esta situación problema que los estudiantes de grado noveno de la institución educativa los comuneros construyan un conocimiento duradero y significativo

a partir de recursos metodológicos que vayan en contra posición a las constantes herramientas específicas que se les plantean en la clase tradicional. Un tipo de conocimiento que no sea una repetición de un esquema del tablero, sino, uno rico en un aspecto procedimental y conceptual, que vaya más allá de los hechos y los algoritmos, y que apunte hacia las estructuras del concepto.

Se busca que los estudiantes descubran que los “problemas” en matemáticas no necesariamente presenten una única respuesta, ni tampoco una única estrategia de resolución; que deduzcan que las matemáticas también pueden ser escritas en el lenguaje cotidiano; que de cosas comunes como un video juego (Don King Kong) se puede llegar a un lenguaje matemático; que desarrollen la capacidad de enfrentarse a lo desconocido (actividades distintas a las que se conocen en clase) y en un aspecto más general, que desarrollen su capacidad de resolver “problemas”.

A continuación se presentan en forma conjunta unas posibles respuestas y estrategias de resolución dadas por los estudiantes en su solucionario a la situación problema “Don King Kong y las Bananas del Amazonas”.

Datos iniciales:

- El estudiante sabe que don King Kong no come banana en el primer árbol.
- El estudiante sabe que los 111 árboles van en línea recta.
- El estudiante sabe que en los primeros 10 árboles, el mico se ha comido nueve bananas, ya que en el primer árbol no comió banana.

De este último dato, se pueden desprender dos cosas:

- el estudiante por la frase “después de haber trepado 10 árboles Don King Kong se prometerá que descansará y en el siguiente árbol no comerá banana” Pueda pensar :

Que solo en los diez primeros árboles que se trepa el mico, es cuando se cumple el enunciado (que al siguiente no comerá banana), sin percatarse de que las palabras **prometerá** y **descansará** se encuentra en tiempo **futuro**, lo cual implica, que el estudiante no estimaría que la condición (el siguiente árbol no comerá banana) se cumple para cada 10 árboles que trepe el mico incluyendo el árbol que no comerá banana.

De aquí, al presentarse este tipo de deducción, el estudiante puede dar una respuesta que no es la deseada en los tres interrogantes que se le plantea, como por ejemplo:

del primer interrogante, el estudiante puede decir que el mico se comió 109 bananas; del segundo interrogante, el estudiante puede decir que los árboles en que don King Kong trepó y no comió banana fueron el 1 y el

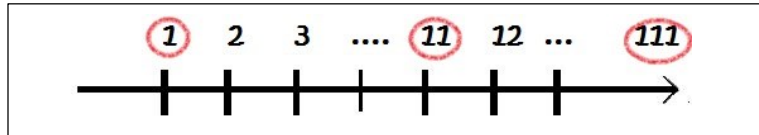
árbol número 11, aclarando aquí, que con la palabra **enumere**, se le pide al estudiante de una manera implícita que genere una estrategia, ya sea gráfica o mental (abstracta), de que esta enumeración le permita una correspondencia de conjuntos, el conjunto de los árboles (los primeros 111 números de la recta real) y los primeros 111 números naturales (implícitamente se encuentra el concepto de función matemática); del tercer interrogante, el estudiante puede decir que el resultado es 22 y corresponde a la suma del número 1 y el número 11, que son los números que corresponden a los árboles en que Don King Kong no comió banana.

- el estudiante “comprenda” el tiempo de la palabra **prometerá y descansara**. esto implicaría que él aplique bien la condición (de que al siguiente no comerá banana), lo cual desencadenara el resultado deseado de los tres interrogantes.
- El estudiante puede representar cada árbol con un punto o raya vertical agrupándolas en conjuntos de diez (semejándose a una matriz Matemática). Seguidamente puede enumerarlos y posteriormente identificarlos con la ayuda de un círculo, recta o cruz, a los números correspondientes a los árboles donde el mico comelón no comió bananas. Para finalizar el estudiante realizará las operaciones necesarias que le permitan dar respuesta a los interrogantes, apoyándose en los números previamente seleccionados. (Ver Figura 1)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 10 \\ 11 & 12 & 13 & \dots & 20 \\ 21 & 22 & 23 & \dots & 30 \\ & & & \vdots & \\ 91 & 92 & 93 & \dots & 100 \\ 101 & 102 & 103 & \dots & 110 \\ 111 & & & & \end{bmatrix}$$

Figura 1: semejanza a una matriz - posible respuesta a la situación

- El estudiante puede representar cada árbol con un punto o con una raya vertical, de tal forma que estén organizados de manera consecutiva, semejándose a la recta real. Seguidamente enumerarlos y posteriormente identificarlos con una cruz, línea o círculo, a los números correspondientes donde el mico comelón no comió bananas. Con este apoyo gráfico y realizando las debidas operaciones, apoyándose en los números previamente seleccionados, el estudiante puede dar respuesta a cada interrogante. (Ver Figura 2)



**Figura 2: semejanza a la recta real - posible respuesta a la situación**

- El estudiante puede hacer uso de una tabla de frecuencias, en la que divida el total de árboles en grupos de 10 como intervalos y sean representados en filas, luego en otra columna a cada grupo hacerle corresponder la cantidad de bananas que no comió don King Kong en relación a al grupo que se esté trabajando. Seguidamente en otra columna, tratar la posición del árbol en que don King Kong no comió banana (igualmente en relación al a grupo que se está trabajando). Donde tal columna arrojara la progresión aritmética de la situación problema. Siempre en esta estrategia será un trabajo de grupos de 10 árboles tratados en filas, donde cada resultado en relación a dicho grupo será acomodado a lo largo de la fila, los cuales agrupados fila a fila y frecuencia a frecuencia (total de bananas que come por grupo, posición de árboles en que no come banana) irán construyendo las columnas con las cuales se dará respuesta a los otros interrogantes a partir de una suma de los valores de cada una de ellas. Lo anterior se puede representar de la siguiente manera: (Ver Figura 3)

Arboles	Total de bananas que come por grupo	Posición de árboles en que no come banana
1-10	9	1
11-20	9	11
21-30	9	21
31-40	9	31
41-50	9	41
51-60	9	51
61-70	9	61
71-80	9	71
81-90	9	81
91-100	9	91
101-110	9	101
111	0	111
Total	99	672

### 3.10 Análisis a posteriori de la Situación problema – piloto

Se desea agregar como objeto de apoyo a la investigación una aplicación piloto de la situación problema “Don King Kong y las Bananas de Amazonas” realizada en la institución educativa los comuneros a un mismo grado (novenio) de aproximadamente 40 estudiantes, pero en distinto tiempo. Es decir, la situación problema fue aplicada un semestre atrás a la práctica pedagógica por convenio del maestro director de la práctica y el maestro practicante, como estrategia para un “adecuado” desarrollo de la situación problema en la práctica pedagógica que se realizaría un semestre después de dicha aplicación. Con esta prueba se pretendía mirar resultados, comportamientos, desempeño y de más factores que permitieran unas mejoras a futuro para la situación problema.

El enunciado de la situación problema que se aplicó en aquel tiempo fue el siguiente:

- Cada tarde don King Kong sale a trepar los arboles de la selva del amazonas. como es un mico muy comelón en cada árbol que trepa sé cómo une banana. Con la condición de que en el primer árbol no comerá banana y que en cada 10 árboles descansara y prometerá que al siguiente árbol no comerá banana.
  - ¿Si los arboles de las selva son 111 y van en línea recta entonces cuantas bananas comió don King Kong?
  - ¿Enumere los árboles en que trepo don King Kong y no comió bananas?
  - ¿Cuál es el resultado de sumar los anteriores números que me representa los arboles donde don King Kong no comió bananas?

A continuación se presentara un análisis de la situación problema basada en el análisis que expresa Brousseau de una situación didáctica, análisis que se denominara como clasificación de la situación:

**Situación de acción:** los estudiantes se enfrentaron a un nuevo tipo de “evaluación” en la que como primera instancia se promovió la experimentación y el descubrimiento a través de la lectura detenida del enunciado que se les presentaba en forma animada. En esta fase, surge la utilización del conocimiento previo en la que el número cardinal (en función de cantidad) y ordinal (en función de posición) aparecen como sus primeros redescubrimientos. Sus primeros bosquejos mentales y gráficos se hacen presentes como ayuda a dar un nuevo paso en la resolución.

**Situación de formulación:** Los estudiantes se presentan animados y frecuentemente conjeturan en vos alta sus resultados con la intención de que el maestro practicante manifieste su punto de vista. En esta etapa de la situación, los estudiantes promueven



la comunicación y la formulación de hipótesis, trasladándose de un lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático. En el que el sistema numérico de los naturales se convierte en su principal herramienta para la resolución de la situación y su correspondencia con la recta real evoca sus conocimientos previos, relación que permite enlazarlos y llevarlos al concepto de función matemática en sus primeros intentos a planteamientos de sus hipótesis (aunque ellos no se conscienten de su existencia). Es notorio en esta fase, que la esencia del concepto de progresión aritmética se hace presente como instrumento de control de la resolución de la situación.

**Situación de validación:** cuando ya en su mente parece estar claro los conocimientos previos a utilizar y relacionarlos entre sí, de tal forma que la red conceptual está conformada (las cuales se caracterizan por aceptar aproximaciones empíricas, tanteos, búsqueda de algoritmos, verificaciones, confrontaciones e intuiciones de conjeturas). Es cuando se plasman en su resolución las distintas explicaciones o argumentos que hagan validas sus afirmaciones frente a los interrogantes de la situación problema. Aparecen tres formas de plantear sus argumentos ellas se dividen en:

- **Forma directa:** esta forma de argumentación parece dar de forma reducida una representación a los esquemas mentales que requieren los estudiantes para dar inicio al proceso de resolución de la situación. Solo se presentaron cortas argumentaciones escritas, en las que la respuesta llega de forma inmediata. Este tipo de argumento aparte de ser muy corto y preciso está lleno de vacíos que llevan a concluir que puede no haberse generado la construcción del concepto o simplemente fue muy sencillo para ellos.
- **representaciones gráficas:** fue la estrategia de argumentación más utilizada por los estudiantes, en la que con bosquejos de puntos, rayas verticales y árboles, se conformó una recta horizontal (representando el eje x del plano cartesiano) la cual fue pieza fundamental para el desarrollo de los interrogantes. A través de esta recta, se encerraba en un círculo, se tachaba o se subrayaba el bosquejo que correspondía al árbol donde don King Kong no comía banana. Tales marcaciones, en conjunto y en vínculo con el proceso de enumeración arrojaban lo pedido en el primer interrogante de la situación problema (progresión aritmética). seguidamente, del dibujo se podía deducir de manera directa el resultado de la suma pedida del número total de banas que fueron comidas por el mico comelón, al igual que la cantidad resultado de sumar los números naturales que conformaban la progresión aritmética de la situación. Esta estrategia resulto ser una estrategia bastante común entre los estudiantes y bastante efectiva (dicho por los resultados obtenidos) para los resultados de la situación.
- **Agrupamiento:** nuevamente los bosquejos fueron protagonistas de esta forma de argumentación, aunque en este caso aparecieron en una forma organizada en la

que los grupos de 10 bosquejos, ya fuesen puntos, rayas verticales y árboles, permitieron una mejor representación de la cantidad de los 111 árboles de la selva; solo que los estudiantes que realizaron este tipo de agrupamiento, no acertaron en el hecho de que como hipótesis se tenía que los arboles de la selva estaban en línea recta. Aunque este dato en contra no fue impedimento para que se llegara a buenos resultados para los interrogantes. Fue una estrategia poco vista en los resultados recogidos, pero una estrategia que muestra que son pocos los estudiantes que se escapan de aquella linealidad que marca la educación tradicional.

**Situación de institucionalización:** se plantea en el tablero la situación problema y con ayuda de los estudiantes, se comprendía todo lo plasmado en la hoja. La interacción estudiante - maestro practicante, se mostraba muy productiva a pesar de ser la primera y única interacción entre ellos, se observaba un ambiente de confianza y entusiasmo por aprender, lo cual facilitó los procesos de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes. El anunciado e interrogantes fueron tratados en conjunto, donde en algunos casos la certeza en la resolución de la situación se manifestaba con una buena y certera participación. Todo fue resuelto y explicitado en el tablero, donde al parecer la gran mayoría de los estudiantes lograron construir concepto de progresión aritmética.

Con esta situación de institucionalización se buscó precisar de alguna forma el concepto de progresión aritmética que ha sido elaborado por los estudiantes en situaciones de acción, de formulación y de validación, para ello se expresó a los educandos la historia, definición y algunas propiedades del concepto matemático que se deseó “construir”, también los conocimientos previos que ellos requerían para su construcción, así como el tiempo que se requería para poder dar solución a la situación. Con esta corta formalización del concepto, se dio por terminada la prueba piloto de la situación problema, la cual fue realizada en solo dos horas académicas de institución.

### **3.11 Análisis a posteriori de la Situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS” en la práctica pedagógica**

La situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS” fue propuesta a 21 estudiantes del grado noveno de la institución educativa los comuneros; aplicada en la culminación de la práctica pedagógica y complementada en algunas clases.

A la anterior, se realizará un análisis a posteriori el cual estará basado en el conjunto de datos recolectados a lo largo de su experimentación. Las observaciones realizadas a esta situación problema fueron tomadas desde el primer momento en que se le presento al estudiante, pasando por sus producciones, demostraciones o

argumentaciones de las mismas, hasta la socialización del concepto científico en el aula. En esta fase se realiza una especie de validación de las hipótesis que se mencionaron en el análisis a priori, en el que se percibe el contraste del análisis que se realizó previamente a la experimentación y lo que sucedió en la realidad durante la experiencia. Este análisis se encontrara argumentado en la clasificación de las situaciones didácticas que expresa Brousseau, En la que para una situación didáctica determinada, se distingue un estado inicial y un estado final como estados relevantes de la situación (por la importancia que juegan para la construcción del nuevo conocimiento). Entre estos estados se encuentran otros dos más, en los cuales prima el entorno de sucesivos procesos de solución determinados por imágenes, estrategias, decisiones y demás factores que hacen parte de adopciones de los estudiantes para llegar al estado final. A este conjunto de estados de una situación didáctica se les conoce como situaciones de acción, formulación, validación e institucionalización, a los cuales la situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS” será sometida.

**Situación de acción:** A cada paso dado en la resolución se puede percibir que el estudiante toma decisiones apoyadas en una adecuada apreciación del medio, se puede notar que a medida que el estudiante analiza con mayor detenimiento el enunciado, desarrolla unas primeras estrategias y conjeturas frente a la solución de la situación, empiezan a florecer los primeros bosquejos (algunos plasmados en sus hojas de desarrollo y otros solo mentales), a medida que sus ideas aparecen su proceso inicial de resolución se va construyendo y fortaleciendo, todo empieza a ser más claro y más preciso, permitiendo desde ese momento un inicio a la elaboración a un camino de resolución para la situación. El estudiante maneja intuitivamente el “teorema” que les permitía su “buen” desempeño frente a los interrogantes de la situación, el cual fue obtenido sin el requerimiento de situaciones similares a la presentada, con el que logro formular la estrategia de resolución (noción de función matemática), justificarla, sacar conclusiones y tomar decisiones.

Es así, que por los resultados obtenidos se puede deducir que en esta situación de acción se logró provocar en el estudiante una verdadera motivación para reflexionar, proponer, decidir, conjeturar y lograr el aprendizaje.

**Situación de formulación:** el estudiante pasa de un lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático, habituándolo, precisándolo y adecuándolo, de tal manera que lo expresado en el enunciado se vea representado como una relación de conceptos matemáticos (sistema numérico de los números naturales, operaciones básicas de la aritmética, representación gráfica de la recta real, entre otros). A través de su hoja solucionario deja pistas que expresan el manejo y rechazo de estrategias para llegar a la utilizada, imágenes al borde de la hoja de solución, borradores que mostraban una hoja desgastada, y otro tipo de factores, daban muestra de lo mencionado. Fueron pistas que develaban

el hecho de que una nueva estrategia era sometida a la experimentación para llegar a una aceptación, en la que el carácter decisivo del estudiante frente a sus ideas era relevante en tal elección y en todos los casos estaba argumentado en conocimientos adquiridos a lo largo de su formación académica (ver Figura 4).

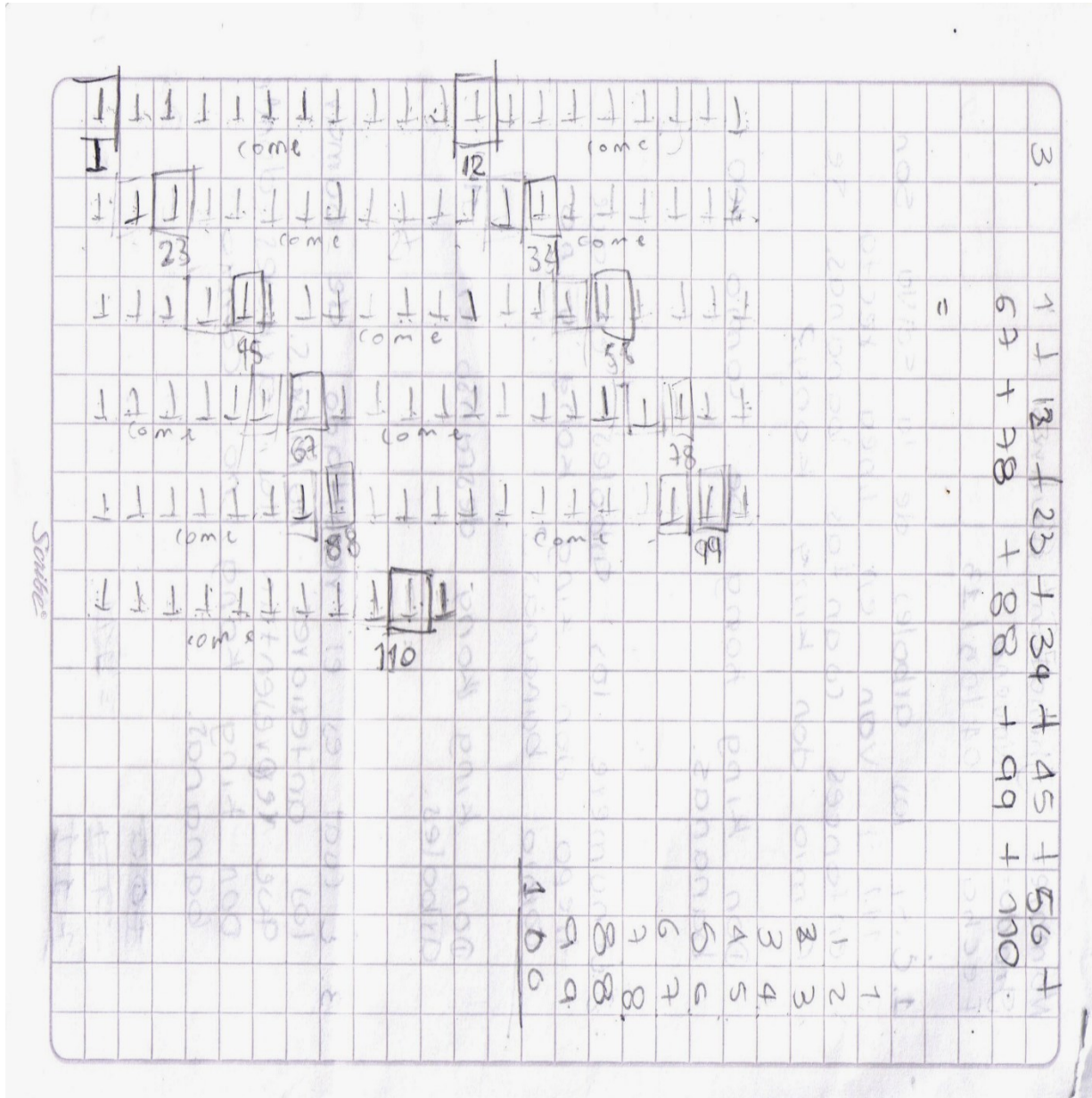


Figura 4: cambio de lenguaje cotidiano a lenguaje grafico – matemático

**Situación de validación:** en este tipo de situación, los estudiantes no solo comunicaron su resultado, sino también lo sostuvieron y demostraron. Organizaron los enunciados en demostraciones, construyeron su propia teoría y aprendieron a convencer a las personas a través de argumentos teóricos (en este caso matemáticos) y gráficos de que el conocimiento que ellos manejaron era verdadero. Sus argumentos para ello fueron contruidos progresivamente con la ayuda de sus conocimientos previos (sistema numérico de los números naturales, operaciones básicas de la aritmética, representación gráfica de la recta real, entre otros). En esta experimentación, al igual que en la situación piloto se presenta que los estudiantes tomaron estrategias distintas para la resolución de la situación. Dentro de ellas se encuentran:

- **Directa:** una pequeña parte de la población estudiantil hizo uso de esta modalidad, sus respuestas fueron certeras, inmediatas y estuvieron acompañadas de un argumento textual y poco numérico. Fueron argumentos que abrieron la posibilidad a preguntas frente al objetivo de la situación, ya que a pesar de que los estudiantes en confrontación con el medio se encontraron en momento de desequilibrio, se tomaron el tiempo estimado para la resolución de la situación y construyeron lo deseado en ella, no se expuso en su argumentación estrategias más que textuales para llegar a sus resultados. Por tal motivo el proceso de aprendizaje del concepto de progresión aritmética, puede estar en tela de juicio, a pesar de que la situación problema tanto en forma teórica como en forma práctica (por parte de los estudiantes), haya cumplido con lo estimado para que sí se diera.

Las respuestas dadas se pueden comprender de las siguientes maneras:

- Al parecer la situación fue sencilla, hecho que se evidencia en el tipo de respuesta dada por los estudiantes, la cual se da sin acudir a conceptos y procedimientos matemáticos demasiado elaborados. Hay presencia de un aprendizaje en ellos (ver Figura 5).

Solución:

1- Don King Kong se comió 99 por. que se trepaba 10 Arboles Pero solo en uno no comió

2- Los arboles que trepo don King Kong y no comió bananas fueron: el 1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, y 101, III

3- el resultado de sumar los numeros anteriores que se representan los arboles que King Kong no comió fue: 642.

كامل الوعد  
الحل

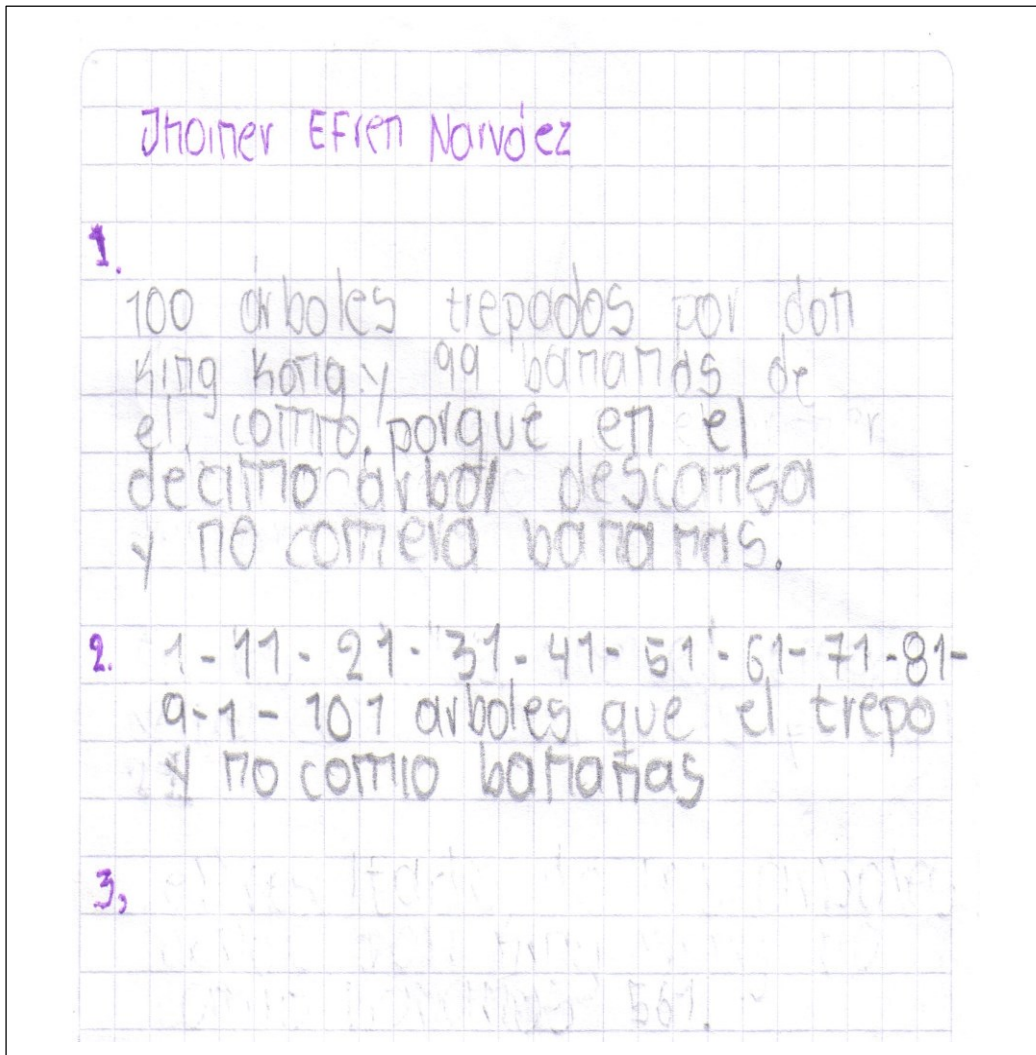
1- Don King Kong se comió 99 bananas porque se trepaba 10 arboles pero en el primer no comió y después haber comido 99 bananas en el siguiente no comió.

2- En 12 arboles no comió bananas  
1-11-21-31-41-51-61-71-81-91-101-111

3- Resultado de sumar los numeros anteriores que se representan los arboles que King Kong no comió fue: 642.  
 $1+11+21+31+41+51+61+71+81+91+101+111=642$

Figura 5: Argumentos Textuales- lenguaje común

- Manejan de manera clara los conocimientos requeridos para la construcción del concepto y por tanto no sintieron la necesidad de argumentar matemáticamente lo estimado (ver Figura 6).



**Figura 6: Argumentos Matemáticos Directos.**

- Manejan de manera clara los conocimientos requerido para la construcción del concepto. La situación no fue tan sencilla como parece, ya que entraron en momento de inestabilidad y requirieron de tiempo para su resolución, su respuesta aunque precisa no expresa claramente lo reflexionado y creado, dado que es solo un resultado que no logra argumentar matemáticamente lo esperado, aunque si matemáticamente textual (ver figura 7).

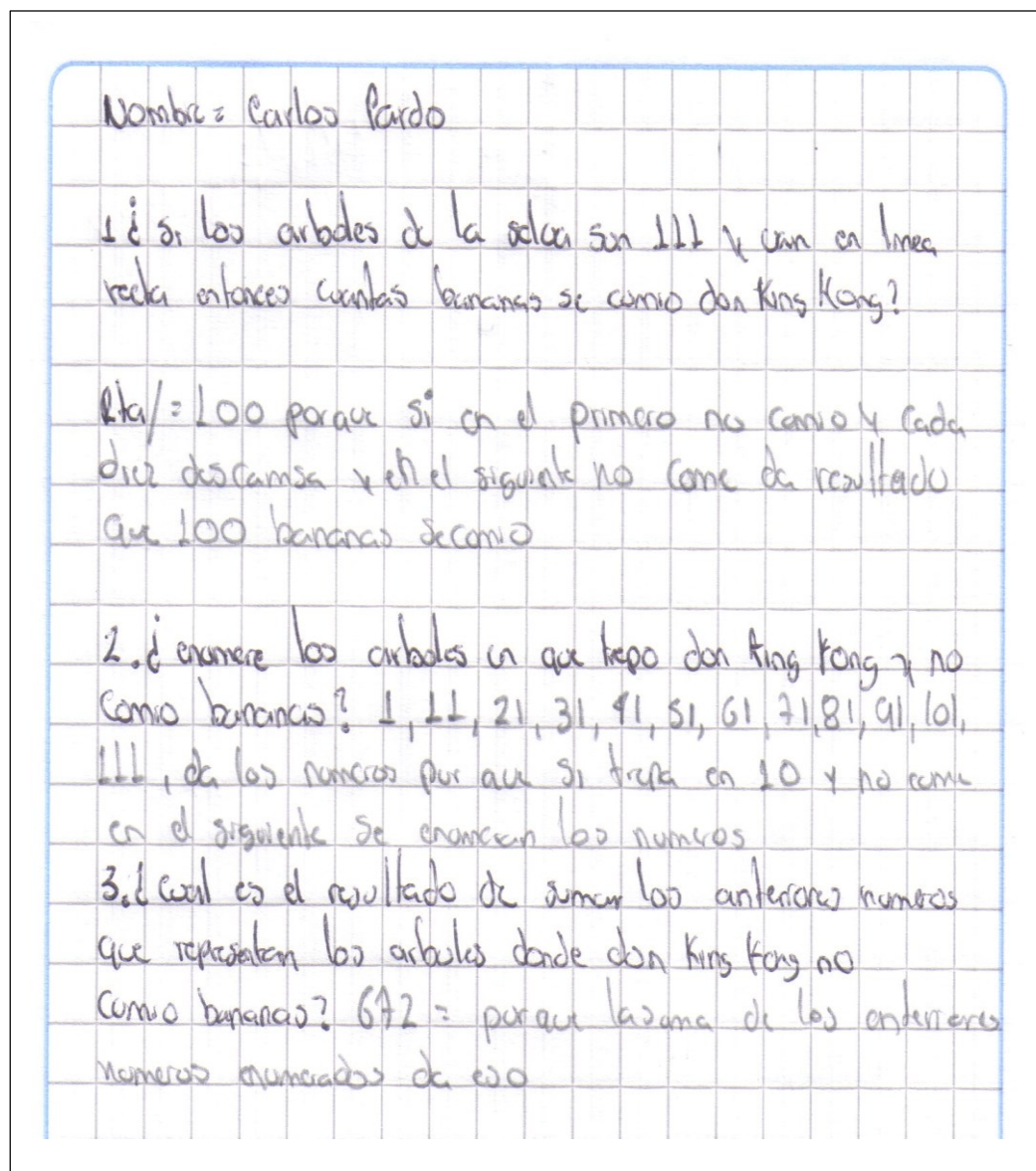


Figura 7: Argumento Textual - Matemático

- **Representación gráfica:** este tipo de desarrollo fue el más utilizado por los estudiantes, a través de él, aparecieron representaciones gráficas tales como: puntos, bananas, árboles y demás, en el que una correspondencia uno a uno con la recta real (la cual constaba de 111 gráficos de este tipo). A medida que los estudiantes iban dando respuesta a los interrogantes de la situación, encontraban de manera gráfica el concepto de progresión aritmética, ya que en todos los casos, los estudiantes marcaban el dibujo (banana, árbol, punto) de tal manera que a lo largo de la recta se veía claramente la sucesión de dibujos diferenciados con una propiedad (una distancia de 10 bananas, arboles, puntos etc. Entre ellos) (ver



Figura 8). Seguidamente, al hacer uso del concepto de función matemática aplicado a la progresión dibujada y en correspondencia con los primeros 111 números naturales, aparece numéricamente la progresión aritmética de la situación, la cual era el resultado de una correcta interpretación de sus ayudas gráficas. Demostrando, que los estudiantes manejan de manera intuitiva el concepto de función matemática, proporcionando una mejor accesibilidad al concepto formal de progresión aritmética, que sería presentado unas clases más adelante por el maestro practicante en la fase de institucionalización.

En todos los casos los estudiantes dieron respuestas correctas a cada uno de los interrogantes, apoyados en la ventaja de una buena interpretación de la situación en forma gráfica, traducido como un manejo claro de los conocimientos previos (representación gráfica de recta real, sistemas numéricos, propiedades básicas de la aritmética) y una buena relación de los mismos.

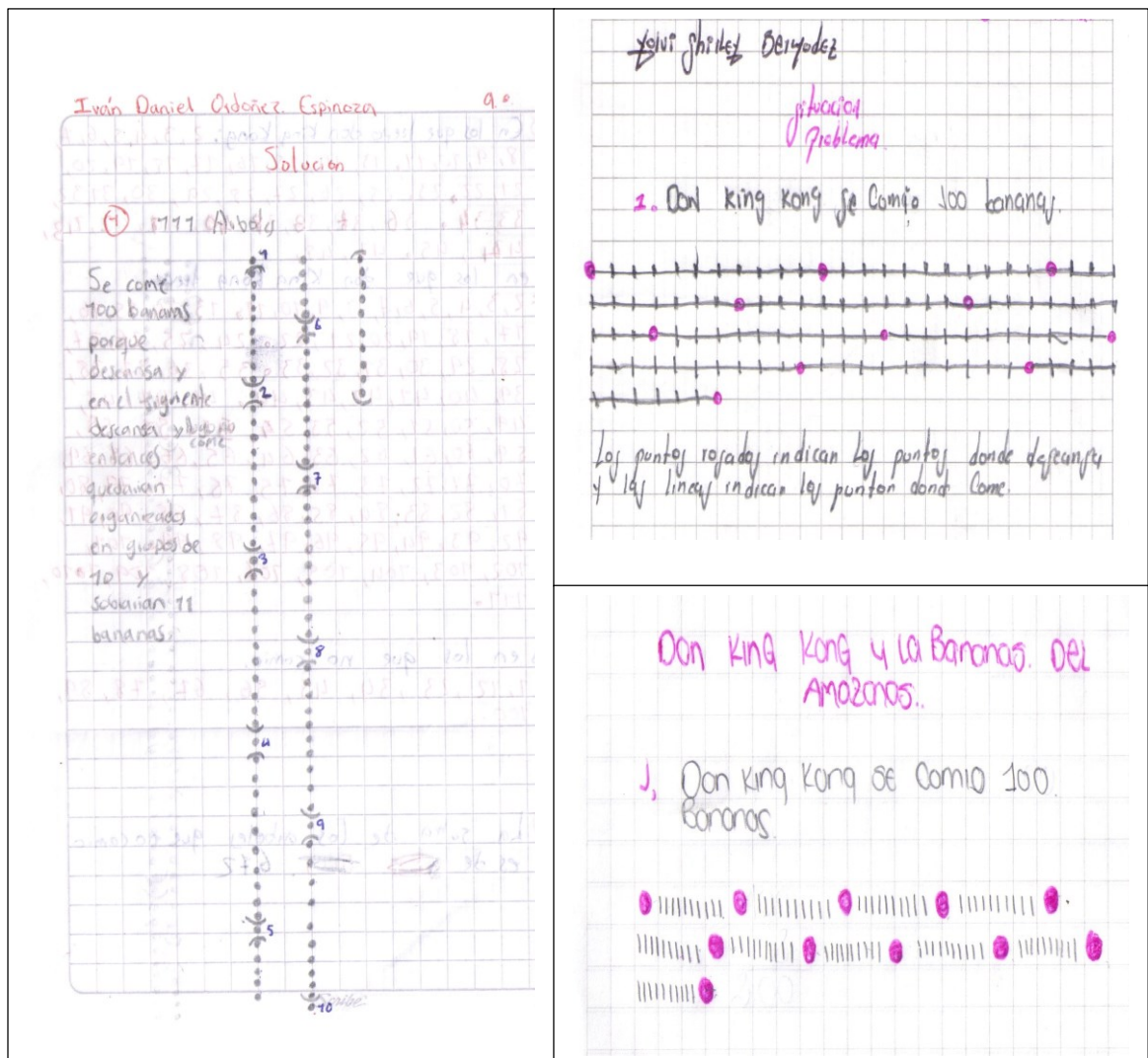


Figura 8: Argumento Geométrico

- **Agrupamiento:** al igual que en la forma directa, en este tipo de argumentación una poca población de estudiantes hizo uso de ella. Aquí, los estudiantes utilizaron grupos de 10 puntos, rayas verticales, bananas. etc., acomodados de manera similar a la forma antigua de las tablas de multiplicar (escritas en filas y columnas en un mismo cuadro), en este esquema los estudiantes organizaron los 111 árboles de la situación; seguidamente, marcaban con una equis o encerrando con un círculo al punto, raya vertical, banana, etc. que correspondía al árbol donde DON KING KONG no comía banana (ver figura 9 y 10). Su paso a seguir correspondía a deducir de aquella traducción de la situación, una estrategia que fuese útil para el desarrollo de los interrogantes, estrategia que fue la herramienta principal (concepto de función matemática) que desencadenó un correcto desarrollo de todos los interrogantes de la situación.

➤ Su estrategia de resolución en este caso fue una combinación de arreglos numéricos y escritura, sus argumentos estuvieron acompañados de oraciones precisas y de escritura matemática, aquí hubo una mejor combinación de las formas de argumentación encontradas en los anteriores casos (aplicación del concepto de función matemática que va del conjunto de los puntos que representaban las bananas, a la posición que ocupaba el punto en aquel “orden” matricial de la gráfica).

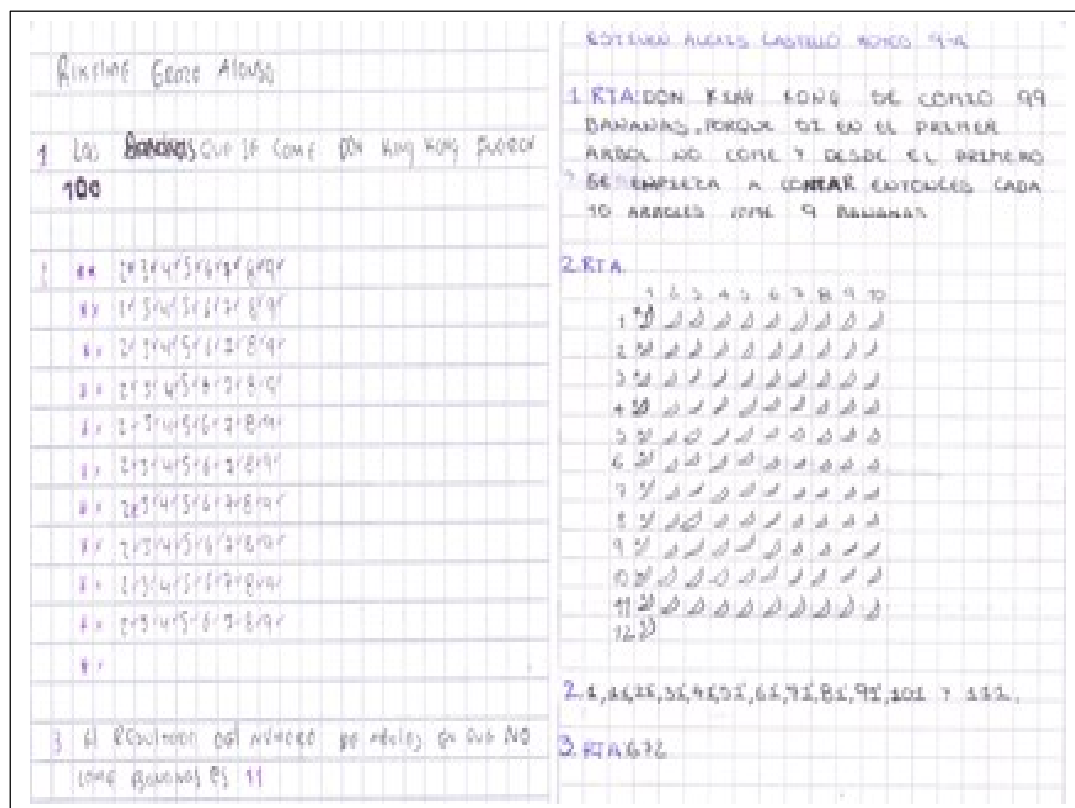


Figura 9: Argumento o Representación Matricial (1)



Figura 10: Argumento o Representación Matricial (2)

**Situación de institucionalización:** en esta etapa de la situación, el estudiante ha pasado por unos procesos (enfrentamiento con el medio, construcción y demostración de hipótesis) que le otorgaron la posibilidad de conocer de forma constructiva el concepto de progresión aritmética. Esta etapa es de suma importancia para el cierre de la situación didáctica, ya que es necesario ahondar en el concepto de progresión aritmética a pesar de que se dé por asumido que el estudiante lo haya “construido” en el proceso de resolución.

Se requiere profundizar en el concepto, ya que en el análisis que se realizó a los resultados de la situación, se pudo encontrar que con la situación problema se estaba tratando un caso particular del concepto (buscando darle contexto al concepto). Además de que se requiere clarificar conceptos que en algunos casos se presentaron como problemas; Así, es que el maestro practicante retoma todo lo tratado hasta el momento en relación con el concepto, requiriendo ordenar un espacio en el cual se observaran los resultados de lo que se había hecho con los estudiantes, se pudiera describir en conjunto con los estudiantes los resultados de la situación, describirles lo que había sucedido y lo que se requería para un “completo” conocimiento de este concepto. Para lograr esto, se dieron unas cuantas clases en las que se les presentaron ejemplos específicos de una progresión aritmética, se les introdujo a la definición formal del concepto, a sus propiedades y a la construcción de su fórmula general. Con estos refuerzos, se pudo lograr un trabajo más detallado del concepto de progresión aritmética.

A continuación se presentan algunos resultados de una prueba Quiz (ver figura 11 y 12) realizada a los estudiantes luego de haber culminado las clases. Los resultados garantizan la afirmación acerca del buen desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje del concepto de progresión aritmética a través de la situación problema “DON KING KONG Y LAS BANANAS DEL AMAZONAS”.

**Carlos Parido**

= Escribir en forma de tabla y los resultados de las reglas en forma de igualdad la sucesión encontrada en don King Kong y las bananas del Amazonas

n	$a_n$	termino	Regla
1	$a_1$	1	$10 + 0$
2	$a_2$	11	$10 + 1$
3	$a_3$	21	$10 + 2$
4	$a_4$	31	$10 + 3$
5	$a_5$	41	$10 + 4$
6	$a_6$	51	$10 + 5$

$a_1 = 1 = 10 + 0 (10)$   
 $a_2 = 11 = 10 + 1 (10)$   
 $a_3 = 21 = 10 + 2 (10)$   
 $a_4 = 31 = 10 + 3 (10)$   
 $a_5 = 41 = 10 + 4 (10)$   
 $a_6 = 51 = 10 + 5 (10)$

$a_1 = 1 = a_1 + (1-1)d$   
 $a_2 = 11 = a_1 + (2-1)d$   
 $a_3 = 21 = a_1 + (3-1)d$   
 $a_4 = 31 = a_1 + (4-1)d$   
 $a_5 = 41 = a_1 + (5-1)d$   
 $a_6 = 51 = a_1 + (6-1)d$

**Iván Daniel Odeñez Espinoza**

Escribir en forma de tabla y las reglas de las reglas que faltan en forma de Igualdad. La sucesión encontrada en Don King Kong y las bananas.

Solución

n	$a_n$	Termino	Regla
1	$a_1$	1	$7 + 0(10)$
2	$a_2$	11	$7 + 1(10)$
3	$a_3$	21	$7 + 2(10)$
4	$a_4$	31	$7 + 3(10)$
5	$a_5$	41	$7 + 4(10)$
6	$a_6$	51	$7 + 5(10)$

Igualdades

$a_1 = 1 = 7 + 0(10)$      $a_1 = 1 = a_1 + (1-1)d$   
 $a_2 = 11 = 7 + 1(10)$      $a_2 = 11 = a_1 + (2-1)d$   
 $a_3 = 21 = 7 + 2(10)$      $a_3 = 21 = a_1 + (3-1)d$   
 $a_4 = 31 = 7 + 3(10)$      $a_4 = 31 = a_1 + (4-1)d$   
 $a_5 = 41 = 7 + 4(10)$      $a_5 = 41 = a_1 + (5-1)d$   
 $a_6 = 51 = 7 + 5(10)$      $a_6 = 51 = a_1 + (6-1)d$

Figura 11: Formalización del objeto matemático progresión aritmética (1)

Nombre = Jhonatan Navarro  
 fecha = 10/04/2013  
 Grado = Noveno

Escribir en forma de tabla y las casillas de la reglas que faltan en forma de igualdad la sucesión encontrada en donk king kon y laj bananas de la amazona.

n	$a_n$	termino	Regla=
1	$a_1$	1	$1 + 0(10) = 1$
2	$a_2$	11	$1 + 1(10) = 11$
3	$a_3$	21	$1 + 2(10) = 21$
4	$a_4$	31	$1 + 3(10) = 31$
5	$a_5$	41	$1 + 4(10) = 41$
6	$a_6$	51	$1 + 5(10) = 51$

$a_1 = 1 = 1 + 0(10)$   
 $a_2 = 11 = 1 + 1(10)$   
 $a_3 = 21 = 1 + 2(10)$   
 $a_4 = 31 = 1 + 3(10)$   
 $a_5 = 41 = 1 + 4(10)$   
 $a_6 = 51 = 1 + 5(10)$

$a_1 = 1 = a_1 + (1-1)d$   
 $a_2 = 11 = a_1 + (2-1)d$   
 $a_3 = 21 = a_1 + (3-1)d$   
 $a_4 = 31 = a_1 + (4-1)d$   
 $a_5 = 41 = a_1 + (5-1)d$   
 $a_6 = 51 = a_1 + (6-1)d$

Figura 12: Formalización del objeto matemático progresión aritmética (2)

## 4 Dimensión matemática

### 4.1 Origen del concepto matemático (progresión aritmética)

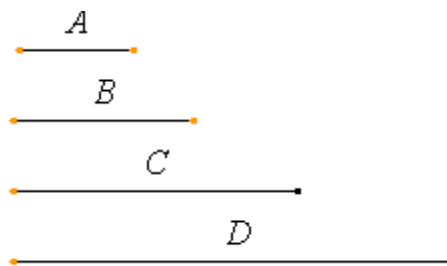
“Las progresiones constituyen el ejemplo más sencillo del concepto de sucesión. Al igual que otros tantos conceptos de la matemática, el origen de las progresiones es incierto. Sin embargo, se conservan algunos documentos que atestiguan la presencia de progresiones varios siglos antes de nuestra era, por lo que no se puede atribuir su paternidad a ningún matemático concreto. Lo cierto es que se han estudiado sus propiedades y sus aplicaciones, sobre todo, en aritmética comercial. ” (Torres, 2009)

Desde la historia de las matemáticas se puede afirmar que los egipcios y babilonios comprendían bien la progresión aritmética y geométrica las cuales pudieron ser objeto de sus preocupaciones matemáticas. Siglos más tarde por los viajes que realizaron a Egipto y Babilonia, algunos personajes importantes de la matemática griega proporcionaron a su cultura las bases necesarias para una mejor matemática, una matemática elaborada para la búsqueda de la verdad de las cosas en todas sus formas, con un sentido de investigar no solo el ¿cómo? sino sobre todo el ¿por qué?, del conocimiento humano. En el año 3332 a.C Alejandro Magno construye la ciudad de Alejandría cerca a la desembocadura del río Nilo, ingresa a esta ciudad el pensamiento griego creando escuelas griegas, es así como aparece la escuela de Alejandría. En esta escuela se manejaba la idea de que el texto escrito era más concreto, más perfecto y más constante que el texto hablado, el cual permitía que a través del tiempo existiera alguna constancia del saber humano. Por tanto aquí se dan los primeros grandes registros o testimonios de la matemática antigua.

Aparece Euclides uno de los máximos representantes de la escuela de Alejandría (fue el fundador de la escuela de matemáticas de Alejandría). De Euclides se sabe que a la edad de 40 años escribió el libro Los Elementos que consta de trece libros en los que plasma los conocimientos matemáticos griegos de la época. El tema progresiones aritméticas que se trabaja en la investigación se encuentra en sus “orígenes” en el libro VIII de los elementos de Euclides. (Collete, 1994)

El libro VIII de los elementos de Euclides está compuesto por 27 proposiciones de las cuales la proposición número 7 hace referencia al tema de progresiones aritméticas por medio de magnitudes de segmentos. En esta proposición se dice que “Si tantos números como se quiera son continuamente proporcionales y el primero mide al último, entonces también medirá al segundo.” (Euclides.org, 2012)

El anterior enunciado de Los Elementos de Euclides se representa en la siguiente figura (Ver figura 13):



**Figura 13: Superposición de Magnitudes.**

Aquí se muestra la forma en que los griegos superponían magnitudes. En este caso existe una transitividad de superposición que empieza por la magnitud A hacia todas las otras magnitudes, seguida de la magnitud B hacia todas las otras magnitudes hasta llegar así a la antepenúltima magnitud, que en este caso corresponde a la magnitud C y que es superpuesta hacia las otras magnitudes, es decir, la última que es la magnitud D. por tanto, si a es proporcional a D, también lo será a B.

Aquí se observa la sucesión como una contención de una magnitud en la otra, la cual actualmente se entiende como un conjunto de términos ordenados. En esta transitividad de superposiciones se encuentra la proporcionalidad de magnitudes, la cual permite entender que existe una cantidad constante entre magnitudes, que al ser sumada desde el primer término permite llegar a encontrar a esta secuencia de términos (progresión aritmética).

Para la anterior definición es necesario aclarar el concepto de razón y proporción.

### **Razón y proporción numérica**

Para comprender el concepto de proporcionalidad, directa o inversa, es pertinente adentrarse en el concepto de razón.

### **Razón**

En matemáticas la razón es una relación binaria entre magnitudes (es decir, objetos, personas, estudiantes, cucharadas, unidades del SI, etc.), generalmente se expresa como "*a es a b*" o  $a:b$ . En el caso de números, toda razón se puede expresar como una fracción y eventualmente como un decimal. Cuando se comparan dos números a y b, siendo  $b \neq 0$  a través de una división y en cualquiera de sus formas se tiene:

$$\frac{a}{b}; a \div b; a:b.$$

Por ejemplo: En el salón 3b hay 40 alumnos, de ellos 25 son mujeres y 15 son hombres, entonces la razón de mujeres a hombres es:

$$\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

La razón es  $\frac{5}{3}$  es decir, 25 mujeres son cinco tercios de 15 hombres en el grupo.

O bien ¿Cuál es la razón 6 milímetros y 4 centímetros?, para esto se debe comparar ambas cantidades en la misma medida, milímetros, y tenemos lo siguiente:

$$\frac{6mm}{40mm} = \frac{3}{20}$$

La razón es  $\frac{3}{20}$ , es decir, 6 milímetros son tres veinteavos de 4 centímetros.

Como dato de observación, se tiene que en ocasiones se habla de **razón aritmética** y **razón geométrica** en el contexto de las progresiones aritméticas y progresiones geométricas, respectivamente. En los dos casos, la razón se entiende como la relación entre dos términos consecutivos de la sucesión, denominados antecedente y consecuente, siendo esta relación la diferencia en el caso de las progresiones aritméticas y el cociente en el caso de las progresiones geométricas. Tradicionalmente se ha denominado exponente o exponente de la razón al número resultado de esta diferencia o cociente (Estos resultados serán tratados más adelante).

## Proporción

Cuando se comparan por igualdad dos razones se tiene una proporción, la cual se puede representar de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}; a:b = c:d \quad (\text{se lee } \mathbf{a} \text{ es a } \mathbf{b} \text{ como } \mathbf{c} \text{ es a } \mathbf{d}).$$

Una proporción está formada por cuatro números llamados términos

- a y b Se llaman extremos y b y c se llaman medios.

Luego, la proporción será **numérica** Cuando se presentan dos razones numéricas para ser comparadas entre sí, es decir, una proporción numérica es una igualdad entre dos razones numéricas.

Ejemplo: Los números 2, 5 y 8, 20 forman una proporción, ya que la razón entre 2 y 5 es la misma que la razón entre 8 y 20.

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$$



En la proporción,  $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$  hay cuatro términos, en la cual A y B se llaman extremos, C y D se llaman medios. En cualquier proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios. (Jimenez Hernandez, 2005).

El libro Los Elementos ha sido el libro más influyente de todos los tiempos, fue traducido y editado para satisfacer intereses culturales de varias civilizaciones. Su proceso de reconstrucción no ha sido posible en su forma original, debido a que en actualidad solo han llegado fragmentos originales de su época.

Pasando por las matemáticas de Alejandría, es necesario tocar las matemáticas de la cultura china. Estas matemáticas fueron diferentes a las griegas, ya que en ellas no existió un desarrollo axiomático y su desarrollo fue de forma independiente a las conocidas, dada por la particularidad geográfica que presenta china, puesto que el país se encontraba aislado de las otras culturas por mares y montañas que hacen parte de sus fronteras naturales.

China se levantó en las riveras del Yang Tse<sup>10</sup> y del río amarillo durante el legendario reinado Xia<sup>11</sup> en el segundo milenio antes de Cristo, la dinastía Shang<sup>12</sup> (1520 -1030 a.C.), empezó a perder su influencia al ser derrocada, esto llevó a que a partir del año 400 hasta el año 200 a.C. el imperio empezara a desintegrarse para convertirse en estados feudales. Luego en la reunificación de China se llevó a la reconstrucción de la muralla china como a la quema arbitraria de libros durante la siguiente dinastía Han, a partir de esto los estudiosos desde el año 200 a.C. hasta el año 200d.C. se dedicaron a buscar los escritos que se salvaron de la destrucción de esa época y a transcribir los textos de memoria. Es aquí donde aparece un influyente texto matemático llamado Jiuzhang Suanshu o también llamado nueve capítulos del arte matemático. Ocupa un lugar importante en la matemática china, el cual tiene la forma de pergaminos independientes que están dedicados a diferentes temas de carácter práctico, formulados en 246 problema, los cuales son muy parecidos en su estructura inductiva a los planteados en su tiempo por los egipcios y babilónicos, a diferencia de los griegos cuyos planteamientos eran expositivos, sistemáticos y ordenados de manera lógica. El libro contiene matemáticas añadidas de las prácticas por lo general laborales que durante un largo periodo, dominó el desarrollo matemático chino y su estilo durante 1500 años (en estos problemas aparecen los temas de progresiones aritméticas y geométricas).

---

<sup>10</sup> El río Yangtsé, literalmente «río largo»; en tibetano, Bri-chu) es el río más largo de China, el más largo de Asia y el tercero del mundo, tras el Amazonas y el Nilo, y discurre íntegramente por territorio de la República Popular de China.

<sup>11</sup> La dinastía Xia, según las crónicas chinas habría durado del siglo XXI a. C. al siglo XVI a. C., está considerada la primera dinastía en la historia china. Las memorias históricas de Sima Qian recogen los nombres de los 17 reyes de esta dinastía. Fue seguida por la dinastía Shang y, según el relato de Sima Qian, precedida por el periodo legendario de los tres dioses y cinco emperadores.

<sup>12</sup> La Dinastía Shang (1766-1046 a. C.), también conocida como Dinastía Yin, es la segunda dinastía en la historia de China y la primera cuya existencia histórica está documentada. Su extensión territorial abarcaba el valle del río Amarillo.

Este libro ha permitido muchos desarrollos posteriores por grandes matemáticos chinos, los cuales se hicieron mediante comentarios a este texto y uno de esos grandes avances respecto al libro fue en la época medieval desarrollado por Huo (Siglo XI) y Yang Hui (Siglo XIII) los cuales proponen la suma de progresiones. (De La Guardia)

Luego al escrito Jiuzhang Suanshu planteado por los chinos cerca del año 200 a.C. aparece la cultura hindú 700 años después con avances en los temas de sucesiones, progresiones aritméticas y series. De la matemática hindú es necesario decir que se desarrolló más en un plano de cálculo que en el rigor deductivo, y que igual que en las otras civilizaciones existieron grandes matemáticos de su época los cuales brindaron buenos aportes para su cultura.

Rentería (2007) afirma que uno de los grandes matemáticos hindúes fue Aryabhata (476 -550 d.C.), fue el primer matemático y astrónomo de la época clásica india; a diferencia de muchos matemáticos hindúes de la época a Aryabhata se le conoce un escrito matemático, llamado Aryabhatiya, escrito hacia el 499 d.C. Es un delgado volumen escrito en verso que cubre diversos temas de astronomía y matemáticas. La posición de Aryabhatiya es bastante análoga para el caso de la India a Los Elementos de Euclides en Grecia, las dos obras son recopilaciones de desarrollo copilado por un único autor en la cual existen ciertas diferencias y semejanzas, puesto que Los Elementos constituyen una síntesis bien ordenada lógicamente de la matemática pura, expuesta con un alto grado de abstracción, mientras que Aryabhatiya es una breve obra descriptiva escrita con el objeto de suplementar las reglas del cálculo utilizadas en astronomía y en las técnicas de medición matemática, sin ninguna relación con la lógica o la metodología deductiva.

En el texto Aryabhatiya se presenta el tema de progresiones aritméticas, en el que se exponen las reglas para calcular la suma de los términos de una progresión y también para hallar el número de términos de ésta, conociendo el primer término, la diferencia y la suma de todos los términos. Se especula que estas reglas ya habían sido conocidas por otros escritores. (Rentería, 2006)

Luego a esto, solo hasta el siglo XVII se ven la gran influencia de las progresiones aritméticas y las progresiones geométricas para la invención de los logaritmos, todo con el fin de facilitar el trabajo de computación que se hacía por medio de las complicadas tablas trigonométricas en esa época.

El matemático escocés John Napier<sup>13</sup> (Neper 1550 -1617) definió los logaritmos simplificando los cálculos trigonométricos, reconsideró la vieja idea de comparar las

---

<sup>13</sup> John Napier (Neper), barón de Merchiston (Edimburgo, 1550 - 4 de abril de 1617) fue un matemático escocés, reconocido por ser el primero en definir los logaritmos. También hizo común el uso del punto decimal en las operaciones aritméticas.

progresiones aritméticas y geométricas, en la cual desarrolló y logró presentar y traducir en cálculos efectivos. (Perez, 2006)

En los párrafos anteriores se realizó un breve recuento histórico del trabajo desarrollado a través de los siglos en el tema de progresiones aritméticas por parte de civilizaciones, personajes etc. En el cual no es posible precisar en su definición puesto que en la mayoría de los casos fue utilizado solo en el aspecto comercial y no en el aspecto científico, donde fue muy escasa la necesidad de profundizar en el ¿por qué? De este conocimiento. Antes adentrar en el tema, es necesario por la definición que se ha dado en la actualidad por muchos textos a las progresiones aritméticas, hacer una selección que permita una adecuada relación de su significado, propiedades, y demás, con la investigación. A continuación se presentara la definición utilizada como referencia para la elaboración de la situación.

## 4.2 Sucesiones y notación de sumatoria

### Sucesiones matemáticas

Una sucesión es un conjunto de números escritos en un orden específico:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$$

El número  $a_1$  es llamado primer término,  $a_2$  es el segundo término y en general  $a_n$  es el  $n$ -ésimo término. Ya que a todo número natural  $n$  le corresponde un número  $a_n$ , se puede definir una sucesión o progresión como una función.

#### Definición de sucesión

Una sucesión es una función  $f$  cuyo dominio es el conjunto de los números naturales. Los valores  $f(1), f(2), f(3), \dots$ , se llaman términos de la sucesión.

Se suele escribir  $a_n$  en lugar de la notación de función  $f(n)$  para indicar el valor de la función en el número  $n$ .

A continuación un ejemplo de una sucesión:

$$2, 4, 6, 8, 10, \dots$$

Los puntos indican que la sucesión continúa en forma indefinida. Una sucesión se puede escribir en esta forma cuando son claro cuáles son los términos sucesivos de la sucesión, ésta está formada por números pares. Sin embargo, para mayor exactitud se

necesita especificar un procedimiento para calcular todos sus términos. Esto se hace citando una fórmula del  $n$  –ésimo término,  $a_n$ , de la sucesión. En este caso

$$a_n = 2n.$$

Y la sucesión se escribe como sigue:

$$\begin{array}{ccccccccc} 2 & , & 4 & , & 6 & , & 8 & , & \dots & , & 2n & , & \dots \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \downarrow & & \\ \text{1er} & & \text{2do} & & \text{3er} & & \text{4to} & & & & \text{n-ésimo} & & \\ \text{Término} & & \text{Término} & & \text{Término} & & \text{Término} & & & & \text{Término} & & \end{array}$$

Observe como la fórmula  $a_n = 2n$  permite obtener todos los términos de la sucesión.

### Sumas parciales de una sucesión

En cálculo suele interesar la suma de los términos de una sucesión. Esto nos conduce a la siguiente definición.

Para la sucesión

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$$

Las sumas parciales son

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4$$

.

.

.

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$$

$S_1$  Se llama la primera suma parcial,  $S_2$  es la segunda suma parcial, etc. Y  $S_n$  se llama la  $n$  –ésima suma parcial. La sucesión  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$  se llama sucesión de sumas parciales.

### Notación sigma

Dada una sucesión

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$$

Se puede representar la suma de los  $n$  primeros términos con la notación de sumatoria o notación de sigma. El nombre de esta notación se origina de la letra griega  $\Sigma$ . La notación sigma es como sigue:

$$\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_n$$

El lado izquierdo de esta ecuación se lee “suma de  $a_k$  desde  $k = 1$  hasta  $k = n$ ”. La letra  $k$  es el índice de la suma o variable de la sumatoria, y se reemplaza  $k$  en la ecuación después de sigma, por los enteros  $1, 2, 3, \dots, n$ , y se suman las expresiones que resulten, con lo que se llega al lado derecho de la ecuación.

### Sucesiones aritméticas

Quizá la forma más sencilla de generar una sucesión es comenzar con un número  $a$  y sumarle una constante  $d$ , una y otra vez.

#### Definición de una sucesión aritmética

Una sucesión aritmética es de la forma

$$a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d, \dots$$

El número  $a$  es el primer término, y  $d$  es la diferencia común de la sucesión. El  $n$ -ésimo término de una sucesión aritmética está determinado por

$$a_n = a + (n - 1)d$$

El nombre de diferencia común con el que se indica a  $d$  se debe a que dos términos consecutivos cualesquiera de la sucesión aritmética difieren por  $d$ . (Stewart, 2001, p.684)

#### Sumas parciales de una sucesión aritmética

La  $n$ -ésima suma parcial

$$s_n = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots + [a + (n - 1)d]$$

De los  $n$  primeros términos de una sucesión aritmética se calcula con cualquiera de las dos formulas

- $s_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$
- $s_n = n \left( \frac{a + a_n}{2} \right)$

## 5 Conclusiones

Tradicionalmente las matemáticas han sido enseñadas con el juicio de ser una disciplina casi inasequible para las personas de inteligencia promedio, algo que está directamente asociado a la poca comprensión que ha existido de la misma durante mucho tiempo. Normalmente se enseña en las escuelas usando programas educativos que presentan una desatención en desarrollar en los estudiantes un pensamiento matemático propio. En rechazo a lo anterior, el conjunto de párrafos que hacen parte del documento muestran una clara evidencia de que es posible combatir a tal situación. Las situaciones didácticas de Brousseau en conjunto con las situaciones problema conforman un par de teorías que envuelven al maestro, estudiante y conocimiento con el objetivo principal de encontrar una enseñanza de mayor significado en el aprendizaje del estudiante. Son teorías que al ser relacionadas permiten afrontar el desafío de reflexionar sobre aquella enseñanza en la que el contenido matemático sea presentado de manera diferente y atractiva para el educando. Una enseñanza en la que la presencia de la corriente constructivista es latente, con la que se vincula directamente al estudiante en una construcción propia del conocimiento. Con la aplicación de la situación problema “Don King Kong y las Bananas del Amazonas” realizada en la institución educativa los Comuneros se rompe con los esquemas de aquella enseñanza tradicional, dejando buenos resultados en el aprendizaje de los estudiantes durante su desarrollo, tal como lo muestran los resultados de la resolución de la situación que se encuentran respaldados en la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau.

A continuación se encontrara con un conjunto de conclusiones producto de la práctica pedagógica realizada en la institución educativa los comuneros durante el primer periodo del año lectivo 2013.

### **Desde la práctica:**

- se encuentra que para un desempeño apropiado del rol como maestro no solo se requiere de la formación pedagógica otorgada por la universidad, sino también de la vocación como ser. El ser maestro es una labor que va más allá de la acción de compartir un saber específico, es una labor que requiere de compromiso con el estudiante para su formación no solo en un campo científico sino también en el campo social, cultural etc. Es un compromiso que nace en el maestro como producto de sensaciones que se originan a lo largo del momento de enseñanza y que solo las experiencias al interior del aula las permiten.
- Se halla la necesidad de preguntarse diariamente sobre la labor en el aula, dado que es de vital importancia tener una visión crítica-constructiva con posición de cambio, que apunten al mejoramiento de las actividades y al bienestar de los educandos. Así como también es pertinente que el maestro practicante continúe

preocupándose por las nuevas formas de enseñanza, dado que es imperativo no caer en la monotonía de las clases, puesto que la regularidad en las actividades puede implicar en los estudiantes un bajo rendimiento y poco interés a querer aprender en las clases.

- La experiencia en el aula otorga conocimientos que son de gran relevancia en la labor docente y que la formación como licenciados de la universidad del Cauca no brinda. La actitud, el compromiso, el dominio de grupo, el aprovechamiento de los espacios, la relación con los educandos etc. son conocimientos que se tejieron a lo largo de esta función educativa.
- El tiempo es un factor de gran relevancia en el desarrollo de la clase, una estimación bastante aproximada para la aplicación y desarrollo de cada actividad imposibilita un aplazamiento de los objetivos de la clase, del maestro y de la institución.
- el modelo ecléctico formado por el tradicional- conductista y constructivista , funciono como una gran herramienta pedagógica que permitió alejarse de la visión de enseñanza tradicional y encontrar alternativas más amplias y flexibles que solucionaron distintas situaciones de enseñanza que requerían aportes pedagógicos que un solo modelo no podía brindar.
- La práctica pedagógica fue una experiencia llena de ricas enseñanzas para el practicante, mostraron un futuro satisfactorio para su vida profesional. Demostraron que no existe equivocación alguna al elegir como destino laboral para su vida el ser maestro, dado que para el practicante no hay alguna otra ocupación que lo haga más feliz, el ayudar a la comunidad desde la educación.

#### **Desde la investigación:**

- La aplicación de la situación problema como estrategia de enseñanza permitió que los estudiantes iniciaran un camino de participación en el aula, de interacción con un conocimiento previo, de creatividad e ingenio, de manejo de lenguaje (cotidiano y matemático) en harás a la construcción de un significado propio para un nuevo concepto matemático. Demostrando que todo objeto matemático puede ser encontrado en las más sencillas cotidianidades, cotidianidades que relacionan en su interior a otros objetos matemáticos más sencillos (conjuntos numéricos, operaciones básicas de la aritmética, representaciones graficas). Conjunto de conocimientos que al estar bien ordenados en una misma situación, permiten establecer una estructura matemática más general (progresión aritmética).

- La situación problema por ser una forma atractiva de aprender matemáticas que permite una amplia pluralidad de procesos de resolución, ayudo a dejar a un lado la visión de imposición del conocimiento, desechando la idea de repetición y acumulación de conocimiento, brindando la posibilidad al estudiante de aprender produciendo, haciendo funcionar y evolucionar sus conocimientos hacia la construcción de un nuevo conocimiento.
- El trabajar con situaciones problema requiere de una labor dedicada del maestro, en el campo de las matemáticas y en el estudio de sus estudiantes. Se requiere más que una estructura Matemática atrayente, se necesita de un estudio detallado del trabajo de los estudiantes, así como de ser apoyo en el desarrollo de esta. En este sentido, la labor del maestro pasa a ser de una persona que enseña, a una persona que propone y conduce situaciones de aprendizaje.
- Se logra en la situación problema evidenciar el trabajo del docente de manera más clara. En la clasificación de la situación se confirma cómo su labor radica principalmente en situar al estudiante en situación de aprendizaje constructivo. Su trabajo de encargarse de la generación de conocimientos a través de devoluciones en la situación se hace efectivo, se consigue que el estudiante de respuesta a las exigencias que se plantean en el medio (situación problema) haciendo uso del concepto.
- La teoría de las situaciones didácticas utilizada como referente teórico para el seguimiento procedimental de la construcción de la noción de un conocimiento matemático, permitió comprender las interacciones educativas entre los estudiantes y docente en función del aprendizaje. Un aprendizaje condicionado a la actitud, compromiso y comprensión del estudiante frente a la actividad propuesta por el docente (la situación problema). Las pruebas del aprendizaje en esta situación estuvieron expresadas por respuestas innovadoras fuera de lo tradicional. Un momento fundamental de la investigación en didáctica lo constituye el análisis a-priori de la situación dado que con él se prevén los efectos de la situación antes de llevarlos al aula. Análisis que posteriormente es complementado con el análisis a-posteriori de la situación (ya que este permite verificar y corregir aspectos de la situación). En los análisis de la situación se pudo encontrar una gran semejanza entre ellos, en ambos casos a lo largo de la construcción del objeto matemático se encuentra una gran similitud entre lo considerado y lo arrojado en la práctica. Las etapas de clasificación de la situación demuestran que en la construcción del conocimiento, lo anticipado y lo demostrado por los estudiantes y el maestro, van muy de la mano en cada una de las clasificaciones que se le hace a la situación. Se admite conjeturar que los



resultados lograron estas características debido a la estimación del diseñador de la situación en las acciones y situaciones que revelarían los estudiantes en su resolución.

- La definición de devolución y situación a-didáctica hacen presencia en las etapas de la clasificación de la situación didáctica realizada en el documento (situación de acción, validación, argumentación) en las cuales los elementos de la triada didáctica: un conocimiento(a enseñar), el maestro (que desea enseñar) y el estudiante (que desea aprender) son los principales protagonistas de la construcción de la noción de progresión aritmética. Esta construcción es dada a través de frecuentes implicaciones entre las situaciones a-didácticas y devoluciones. La construcción da inicio desde el momento en que el estudiante realiza una acción para alcanzar un propósito, esta a su vez es recibida por el medio (la situación problema) con una respuesta. La retroacción es interpretada por el estudiante mediante el uso conocimientos previos (conjuntos numéricos, operaciones básicas de la aritmética y variables algebraicas). La interpretación en todos los casos, aunque variada en alguno de ellos, es validada a través de procesos o argumentos matemáticos que son resultados de una asociación de sus conocimientos previos. Hasta este punto, el análisis arroja un alcance parcial del objetivo de la situación problema (un aprendizaje por adaptación al medio). Es aquí cuando se requiere que la situación demande de un paso más (que brinde una devolución más). La finalización de la construcción se da en el caso de la institucionalización, la noción de progresión aritmética que posee el estudiante como una relación de procesos, es llevado a objeto matemático por medio de la interacción del maestro con el estudiante. El maestro expone con claridad la intención didáctica de la actividad, llevando a la movilización del conocimiento matemático que se encuentra en la secuencia realizada a “convertirlo” en objeto matemático (aclarando que no se alcanza la noción como objeto según Cantoral, dado que se requiere de más situaciones que permitan la utilización de las progresiones matemáticas en las cuales ellas sean susceptibles a transformaciones).

## 6 Bibliografía

- Amore, B. D. (2006). Hacia una teoría didáctica de la matemática. En B. D. Amore, *DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA* (pág. 95). Bogota - Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- AULA, 3. (s.f.). *Aula 365 Telefonica Telecom*. Recuperado el 07 de 06 de 2012, de <http://colombia.aula365.com/post/proporcionalidad/>
- Brousseau, G. (1986). *fundamentos y metodos de las didáctica de las matemáticas*. M.C.
- Brousseau, G. (2007). *iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Zoral.
- Cantoral, R. F. (2000). pensamiento matemático y enseñanza de la matemática. En R. F. Cantoral, *DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMATICO* (pág. 34). México, D.F.: TRILLAS, S.A.
- carolina, T. M. (s.f.). *slideboom*. Obtenido de <http://www.slideboom.com/presentations/92023/UNAD>
- Charnay, R. (1994). Aprender (por medio de) la resolución de problemas. En C. & Parra, *Didáctica de matemáticas- Aportes y reflexiones* (págs. 51-64). Editorial Paidós Educador.
- CHAVARRIA, J. (2006). *Teoría de las Situaciones Didácticas*.
- Collete, J. P. (1994). *HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS V1*. España: SIGLO XXI.
- COLLETE, J. P. (s.f.). *Historia de las Matemáticas* (Vol. 1).
- Cordoba, J. J. (2004). *construcción de aprendizajes matemáticos desde el enfoque de situaciones problema*.
- D'Amore, B. (2002). EL triángulo: maestro , estudiante,saber. En B. D'Amore, *Didáctica de la matemática* (págs. 231-232).
- De La Guardia, J. (s.f.). *Astroseti.Org*. Recuperado el 07 de 06 de 2012, de <http://www.astroseti.org/articulo/4032/>
- DE LA GUARDIA, J. (s.f.). *Astroseti.Org*. Recuperado el 07 de 06 de 2012, de <http://www.astroseti.org/articulo/4032/>
- DOMÍNGUEZ NAVARRO, J. A. (2008). *Comparativa entre el Aprendizaje Basado en Proyectos y el Aprendizaje Basado en Problemas*.
- Educación, A. C. (1998). *ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS*. Bogota: MEN.
- Euclides.org. (28 de 05 de 2012). *Euclides.org*. Obtenido de [http://www.euclides.org/menu/elements\\_esp/indiceeuclides.htm](http://www.euclides.org/menu/elements_esp/indiceeuclides.htm)

- FANDIÑO, m. (2006). La evaluación en el aprendizaje de la matemática. En F. P. J, *currículo, evaluación y formación docente en matemática* (págs. 77-104). bogota: Didácticas cooperativa editorial magisterio.
- Gálvez, G. (1994). LA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS. En C. &. Parra, *Didáctica de matemáticas- Aportes y reflexiones* (págs. 21-38). Editor ial Paidós Educador.
- GONZÁLEZ, M. d. (s.f.). *Las Dificultades en el aprendizaje de las Matematicas*.
- Guanajuato., S. d. (2011). proporcionalidad. En S. d. Guanajuato, *Desarrollo de Actividades Matemáticas 2 Grado*. (págs. 28 -30). México.
- Gutiérrez Rodríguez, n. (2009). *Una secuencia didáctica para generar los conceptos de sucesión y serie en el nivel medio superior*. Mexico.
- Holliday, O. J. (2002). *Orientaciones teórico-prácticas paa la sistematización de experiencias*. san josé, costarica: Alforja.
- J.d, J. H. (2005). *Matemática 1 sep*.
- Jimenez Hernandez, J. (2005). *Matemáticas 1*.
- JIMENEZ HERNÁNDEZ, J. d. (2005). *matemáticas 1 sep*. umbral editorial.
- JIMENEZ HERNÁNDEZ, J. d. (2005). *Matemáticas 1 Sep*. umbral editorial.
- KIERAN, C. F. (1989). El Aprendizaje del Álgebra Escolar desde una Perspectiva Psicologica. En D. PEREZ GIL, *Enseñanza De Las Ciencias Y La Matemática*. (págs. 229-240).
- MANCERA MARTINEZ, E. (2006). *Matemáticas 1*. México: Santillana.
- miwikidemates. (s.f.). <http://miwikidemates.wikispaces.com/file/view/Teor%C3%ADa.pdf>.
- modelos pedagogicos*. (s.f.). Recuperado el 09 de 09 de 2013, de <http://modelospedagogicos.webnode.com.co/modelo-constructivista/>
- Nacional, M. d. (s.f.). *Colombia aprende*. Recuperado el 29 de 09 de 2013, de Colombia aprende: [http://www.colombiaprende.edu.co/html/docentes/1596/article-85878.html#h2\\_1](http://www.colombiaprende.edu.co/html/docentes/1596/article-85878.html#h2_1)
- Ochoa, R. F. (2001). *Docente del Siglo XXI*. Bogota: McGRAW-HILL INTERAMERICANA S.A deC.V.
- PATAGONICO, g. d. (s.f.). patrones numéricos. 1-3.
- PÉREZ DELGADO, J. M. (2006). PARTE II:LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVII. En J. M. PÉREZ DELGADO, *EL QUE HACER MATEMÁTICO .UN RECORRIDO POR LA HISTORIA* (págs. 5 -6).
- PÉREZ DELGADO, J. M. (s.f.). PARTE II:LA MATEMÁTICA EN EL SIGLO XVII. En J. M. PÉREZ DELGADO, *EL QUE HACER MATEMÁTICO .UN RECORRIDO POR LA HISTORIA* (págs. 5 -6).

Renteria, H. F. (s.f.). Recuperado el 08 de 06 de 2012, de  
<http://www.tecnotopia.com.mx/antecedentes/hindues.htm>

Renteria, H. F. (s.f.). Recuperado el 08 de 06 de 2012, de  
<http://www.tecnotopia.com.mx/antecedentes/hindues.htm>

RENTERÍA, H. F. (s.f.). Recuperado el 08 de 06 de 2012, de  
<http://www.tecnotopia.com.mx/antecedentes/hindues.htm>

Stewart, J. (2001). *PRECÁLCULO*. Colombia: Interntional Thomson Editores.

venegas, c. M. (2004). LA DISCIPLINA EN EL AULA: REFLEXIONES EN TORNO A LOS PROCESOS DE COMUNICACION. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 5-7.

Venzor, I. (2007). *TELESECUNDARIA.DURANGO*. Recuperado el 13 de 08 de 2013, de  
TELESECUNDARIA.DURANGO:  
[http://www.telesecundaria.gob.mx/anterior\\_semanas/RAGGDE\\_DIES\\_29\\_may.html](http://www.telesecundaria.gob.mx/anterior_semanas/RAGGDE_DIES_29_may.html)

Vergara, L. J. (s.f.). *EnCuentos*. Recuperado el 08 de 09 de 2013, de  
<http://www.encuentos.com/psicologia-positiva/que-es-compartir/>