ERRORES EN LA ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS

LAURA AMPARO BOLAÑOS BRAVO

62062118

MARLEEN ASTRID MARTINEZ SOTELO

62072007

ERUIN ALONSO SÁNCHEZ ORDOÑEZ

ASESOR

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

POPAYÁN-CAUCA

2013

Contenido

FIGURAS

Nota de aceptación:

El presente trabajo de

Grado fue aprobado por el Asesor

y el respectivo Evaluador.

____

Vo.Bo YENY LEONOR ROSERO ROSERO
Coordinadora Licenciatura en Matemáticas

____

Vo.Bo. ERUIN ALONSO SÁNCHEZ ORDÓÑEZ
Asesor

____
Vo.Bo. WILLINGTON BENÍTEZ CHARÁ
Evaluador

Socialización realizada el día 15 de agosto de 2014.

AGRADECIMIENTOS

Primero que todo queremos agradecer a Dios por darnos la posibilidad de cumplir nuestras metas y permitirnos llevar a cabo este proceso de formación de una excelente manera, con buenos y malos ratos, pero sobre todo con excelentes personas a nuestro alrededor.

Al Magister **ERUIN ALONSO SÁNCHEZ ORDÓÑEZ,** gracias porque con su excelente labor como docente supo guiar nuestro trabajo con sabiduría y con mucha paciencia hasta llevarnos a culminar nuestra Práctica Pedagógica.

Al Magister **WILLINGTON BENÍTEZ CHARÁ,** gracias por formar parte activa de este proceso mediante la evaluación del mismo.

Al Especialista **JUAN CARLOS GUEVARA,** gracias por permitirnos llevar a cabo nuestro proceso de Práctica Pedagógica en el grado octavo de la Institución Educativa Los Comuneros, dándonos la autonomía del curso.

A la Magister **YENY LEONOR ROSERO ROSERO,** coordinadora del programa de Licenciatura en matemáticas**,** gracias por su colaboración y su atención.

A nuestros profesores, compañeros y amigos muchas gracias.

Marleen Astrid Martínez Sotelo, agradezco a mis abuelas Mariana Cerón y Rosa Narváez, a mi madre AZUCENA SOTELO CERÓN, mi tía ALICIA SOTELO CERÓN, mi padre GUILLERMO MARTÍNEZ NARVÁEZ, mis hermanos JHON, KELLY, MARCELO, LORENA, mi sobrina MARÍA FERNANDA, mi pareja OSCAR EDUARDO CERON y demás familiares; a ellos infinitas gracias les doy por tanto apoyo en este largo y difícil proceso de formación, por tanta paciencia y tantos sacrificios.

Laura Amparo Bolaños Bravo, agradezco a mi madre Amparo del Socorro Bravo Cruz, a mi abuela Marina Cruz, a mi abuelo Francisco Bravo, a mis tíos, amigos. Gracias por estar conmigo en este proceso tan largo de formación, por su colaboración incondicional, por tanta paciencia y confianza.

INTRODUCCIÓN

El artículo seis del capítulo tercero del reglamento de la Práctica Pedagógica referente a la *conceptualización,* menciona que la práctica pedagógica es un espacio curricular que pretende aproximar al estudiante del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca, a la realidad profesional que se manifiesta en los ámbitos socio-culturales y en el sistema educativo colombiano.

La práctica pedagógica está conformada por actividades teórico-prácticas que posibilitan una reflexión permanente tanto del hacer como del saber de la pedagogía, la didáctica y la investigación.

En este informe de práctica se hará la descripción de la intervención en el aula realizada en el grado octavo de la Institución Educativa “Los Comuneros” ubicada en la Comuna seis de la ciudad de Popayán. El documento se divide en dos partes; la primera se refiere a la práctica pedagógica como tal, es decir, a la experiencia adquirida en la intervención en el aula; y la segunda parte tiene que ver con la parte investigativa, la cual tiene como objetivo mostrar algunos errores de los estudiantes al realizar las operaciones de adición y sustracción de números fraccionarios.

En la primera parte se considerarán relaciones en el aula tales como la relación estudiante - practicante, estudiante - estudiante, titular – practicante y otros aspectos como la disciplina; el modelo pedagógico de la Institución; la Teoría del aprendizaje; la evaluación y el currículo.

En la segunda se toman aspectos como el contexto; el campo de la Educación matemática; los resultados; el marco teórico y los antecedentes.

Finalmente aparecen algunas conclusiones y recomendaciones surgidas de la intervención directa en el aula, del análisis de los resultados de la introducción a la investigación en Educación Matemática y del proceso completo de la práctica pedagógica.

1. COMPONENTE PEDAGÓGICA

JUSTIFICACIÓN

El programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca contempla en su plan de estudios la aprobación de la Práctica Pedagógica, la cual tiene como objetivo el acercamiento del estudiante a una realidad profesional; con la finalidad de que se apliquen los conocimientos adquiridos en el transcurso de su carrera a través de un proyecto de práctica pedagógica en matemáticas, mediante la experiencia directa del ejercicio docente la cual permite explorar y analizar problemáticas relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Resaltar las relaciones que surgen a partir de la intervención en el aula en este informe de Práctica Pedagógica es importante precisamente porque, como su nombre lo indica, es un proyecto que tiene que ver con el desempeño laboral como futuros docentes; profesión que requiere tener en cuenta entre otros, los anteriores aspectos.

RELACIONES EN EL AULA

El ingreso al aula de clase como practicante comienza con la curiosidad de los estudiantes por saber quién era esta nueva persona y que estaba haciendo allí; y el temor de tener que asumir la responsabilidad que requiere desempeñar el papel como docente.

En un principio se siente la angustia de no saber cómo expresarse frente a ellos; pues para las autoras era la primera vez que se tenía a cargo un grupo de más de 45 estudiantes.

Después de la presentación, se empieza con la ambición de conocerlos a todos o al menos a la gran mayoría; labor que fue más llevadera mediante el llamado a lista diario. Cabe mencionar que no se alcanzó el objetivo de aprenderse el nombre de todos los estudiantes porque eran demasiados, pero sí se pudo caracterizar a los que mostraban empeño y hacían lo que se les planteaba; a los que por otro lado querían llamar la atención mediante el desacato y el desorden en clase; a los que tenían la intención de aprender pero se distraían con mucha facilidad y a los que definitivamente no se les veía el más mínimo deseo de atender.

Con el transcurso de unos días se logró el acoplamiento con algunas de las diferentes personalidades de los estudiantes y viceversa, y así la labor como practicante tomó un rumbo agradable y enriquecedor. Se logró que los estudiantes identificaran en la nueva persona a cargo del curso un docente más y por tanto se obtuvo el trato con tal respeto.

Académicamente se hizo el mayor esfuerzo por hacerse entender; y que los estudiantes comprendieran los conceptos y supieran enfrentarse a las diferentes situaciones que se les planteaba en clase; hecho que se logró con algunos de ellos. De esta manera se pudo comprobar que la labor docente requiere de un gran esfuerzo, dedicación y sobretodo amor a la profesión para hacer de ella un hecho de retroalimentación entre estudiante y profesor.

Vale la pena resaltar que fue importante, en el transcurso de la práctica pedagógica, mencionar a los estudiantes que la clase de matemáticas no se limita a la enseñanza y aprendizaje de solo conceptos matemáticos, sino que además de la parte académica todos somos personas y nos estamos instruyendo para formar parte de una sociedad y por lo tanto en cualquier momento y en cualquier situación se deben mostrar valores, principalmente el respeto. Así se pudo observar que el trato entre compañeros era un trato de amigos con mucha solidaridad y colaboración de por medio.

Finalmente, la incursión al aula de clase se logró con la colaboración del profesor JUAN CARLOS GUEVARA, quien permitió llevar a cabo la práctica pedagógica en el grado octavo en donde él era el maestro titular, dando toda la autonomía de llevar a cabo las clases como se tenían preparadas y la toma de decisiones sobre el curso.

Ahora, por parte de algunos estudiantes se alcanzó a notar en un principio que el hecho de que un practicante fuera su nuevo profesor no merecía el respeto y el desempeño en clase requerido; en varias ocasiones se presentaron casos de desacato, desorden y hasta se mostró algo de grosería, aunque no se desconoce que la mayoría desde un comienzo aceptaron el cambio de profesor con mucho aprecio y dieron la bienvenida al nuevo docente sin ninguna prevención.

El orden, el cumplimiento con los talleres y la colaboración entre compañeros y practicante fueron aspectos importantes para el buen desarrollo de la práctica pedagógica, pues se logra perder el temor de dominio de grupo.
Así, se puede describir a los estudiantes del grado octavo de los comuneros como estudiantes disciplinados de acuerdo a los "acuerdos para la convivencia" de la institución educativa.

INTERVENCIÓN EN EL AULA

La práctica pedagógica, comienza con la difícil decisión de escoger los temas que se van a desarrollar, por ende el grado al que se va a dirigir y el modelo pedagógico que se va a adoptar; una vez resuelto lo anterior, se prosigue a realizar el documento de intenciones[1] que en un principio tuvo como objetivo la sistematización de la Incidencia del manejo de los signos en la resolución de operaciones con polinomios con coeficientes enteros y exponentes naturales, pero que más adelante por motivos de tiempo se optó por desarrollar con el título de "Errores en la Adición y Sustracción de números Fraccionarios", y en el que quedaron consignados aspectos importantes como la Institución Educativa, el grado, los contenidos temáticos, entre otros; en ese instante fue importante conocer la malla curricular de la Institución Educativa "Los Comuneros" (Ver Anexo 1), pues permite el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes que según el MEN (2006) se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos; y la planeación de las clases se basó en ella. Una vez aprobado el documento de intenciones, por parte del director de práctica, se continúa diseñando las actividades para desarrollar en el aula de clase, escrito en el que se plasma el paso a paso del desarrollo de los temas para un periodo académico. (Ver Anexos)

En los detalles anteriormente expuestos se puede percibir la presencia del modelo pedagógico conductista, pues según Flórez (2001) este modelo considera la necesidad de planificar la enseñanza, de prever la estructura del contenido y de la secuencia de los medios para lograr el aprendizaje. (p.42)

[1] El documento de intenciones es un documento que se elabora en la práctica I y en él se definen muchos de los aspectos que regularan el diseño de las clases y las actividades de aula para la posterior intervención directa en el aula en la práctica III.

Al tener todo listo para la incursión en el aula, llegó el momento de conocer a los estudiantes. Este instante fue importante, primero que todo porque la impresión inicial era fundamental en la relación estudiante profesor que se empezaba a entablar y segundo por determinar cuál era la expectativa que se generaba frente a ellos.

Se creía que por el hecho de tener todo preparado, en cuanto a los temas a desarrollar, para llegar a la Institución Educativa los hechos iban a transcurrir como se había establecido y en el tiempo estipulado, pero cuando se hace la presentación en el aula de clase es como caer de una fantasía a la realidad; aclarando que no es porque haya sido algo aterrador, sino porque ya es el mundo real y no lo que estaba plasmado en el papel. Era el momento de enfrentarse a un grupo de más de 45 estudiantes entre 14 y 17 años, todos con diferentes personalidades y la mayoría de ellos con la curiosidad por saber quién era esta nueva persona. El hecho de que el curso haya sido numeroso complica de cierta manera las cosas porque es difícil hacer que todos escuchen con claridad lo que se desea decir. Por lo tanto se vio la necesidad de subir el tono de voz.

Una vez enfrentado el inconveniente del tono de voz, viene la ansiedad de tener manejo de grupo, de comenzar a desarrollar temas y en general de tener la responsabilidad de ser un docente.

En seguida, se comienza a hacer acuerdos de clase[2] en cuanto a la metodología, la evaluación y en general del trabajo durante un periodo académico. De acuerdo a lo que menciona Flórez (2001) esto hace parte del modelo pedagógico conductista en el sentido de generar ambientes propicios de aprendizaje. En este momento se planteó que en cada clase se recibiría y se leería por grupos, entre tres y cinco estudiantes, un escrito denominado “el diario de clase”, el cual consiste en describir los aspectos importantes de los temas vistos, sus dudas y sus dificultades, con el fin de hacer un refuerzo en cada sesión.

En cuanto a la evaluación, el MEN (2009) menciona que este aspecto en el aula de clase es un elemento fundamental de los procesos de enseñanza y aprendizaje (p. 18), por esta razón se acordaron como actividades objeto de evaluación la resolución de talleres individuales; salidas al tablero; participación en clase; exámenes escritos y la realización de fichas, que consistió en que

[2] La Institución Educativa Los Comuneros no maneja el Manual de Convivencia Tradicional, sino que se ha construido los denominados Acuerdos para la Convivencia.

cada estudiante realizó un pequeño escrito de aspectos que le podían ser útiles en el desarrollo de las evaluaciones escritas, ver figura 1. Esto está relacionado con lo que Godino, Batanero y Font (2003) denominan contrato didáctico.

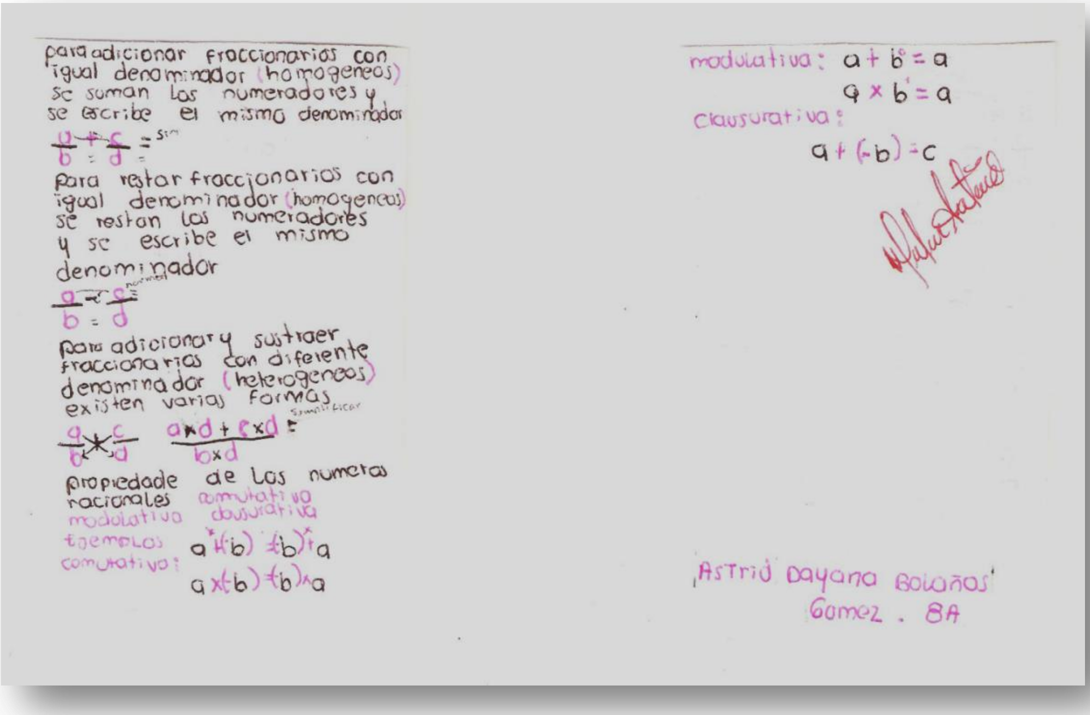


Figura 1: UNA FICHA

Teniendo definidos los acuerdos de clase se lleva a cabo la primera actividad, consistente en el desarrollo de un taller, denominado “taller diagnóstico”, el cual tuvo como objetivo que los estudiantes recordaran y reforzaran las características, operaciones y propiedades de los números enteros. Mediante este taller se pudo observar que para algunos estudiantes la actividad no se trataba de un repaso sino que por el contrario, parecía que era un tema nuevo. Según Flórez (2001) el modelo pedagógico constructivista se basa en las condiciones y necesidades particulares, de acuerdo a esto se generan ambientes estimulantes para el aprendizaje. En la resolución del taller se presentaron dificultades en la ubicación en la recta, en la identificación de los números negativos y por ende en las operaciones con los mismos. Por ejemplo un error[3] común fue que para la adición de enteros se operaban los signos como debe hacerse en la multiplicación; así para algunos podía darse lo que se observa en la figura 2. Por lo anterior, se toma la decisión de hacer un refuerzo con una intensidad de tiempo mayor, pues se considera que el manejo de enteros es fundamental para entender las operaciones aritméticas en otros conjuntos numéricos.

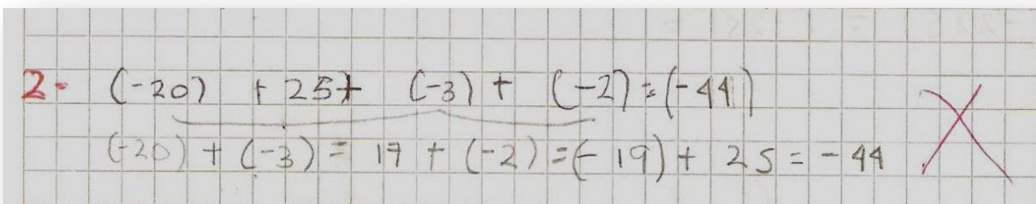


Figura 2: ALGUNOS ERRORES

Para realizar dicho refuerzo, se vio la necesidad de mostrar algunos ejemplos y dar algunas explicaciones adicionales, integrando la participación de los estudiantes mediante salidas al tablero. De este modo, se ve incorporado, de acuerdo a los planteamientos de Flórez (2001), en el aula de clase el modelo pedagógico conductista; pues éste muestra la preocupación por las condiciones de enseñanza y plantea que el refuerzo es precisamente el paso que afianza, asegura y garantiza el aprendizaje (p. 40).

Aun así, al realizar un examen corto, se puede observar que no se logra que los estudiantes apliquen correctamente todo lo expuesto en clase, ver figura 3.

[3] "Hablamos de *error* cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar" (Godino y otros. 2003. p. 69)

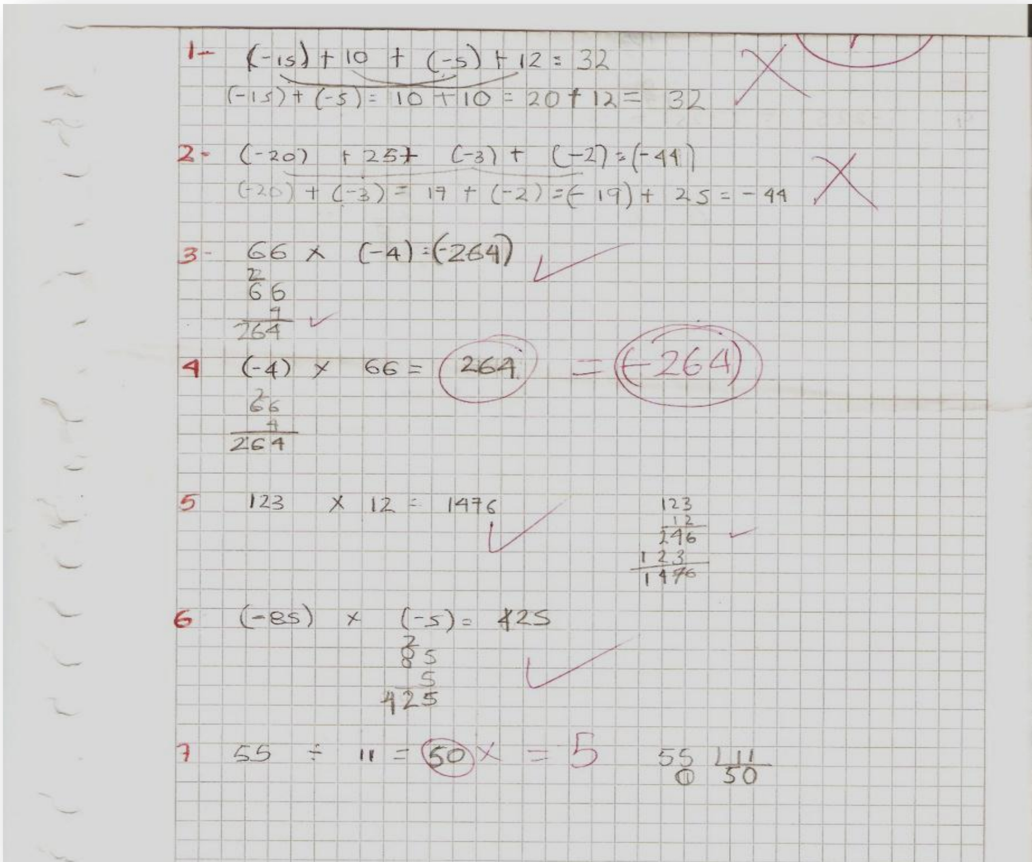


Figura 3: ALGUNAS RESPUESTAS EN EL EXAMEN CORTO

Ahora bien, teniendo en cuenta los planteamientos de Godino y otros (2003), con respecto al contrato didáctico, puede entreverse que es función del maestro desarrollar los contenidos estipulados en el plan de estudios; lo cual lleva a continuar y avanzar en los temas que se habían establecido. Por tanto, se comienza a introducir el conjunto de los números racionales; su definición, su representación en la recta, la relación de orden entre ellos y sus operaciones. En este momento, se nota que este conjunto numérico ya es conocido de forma intuitiva por los estudiantes y lo que se debe hacer es formalizar sus conceptos.

La primera dificultad que se observó fue la ubicación en la recta, ver figura 4, para lo que se realizaron prácticas dentro del aula, salidas al tablero y ejemplos prácticos; teniendo en cuenta el modelo pedagógico conductista.

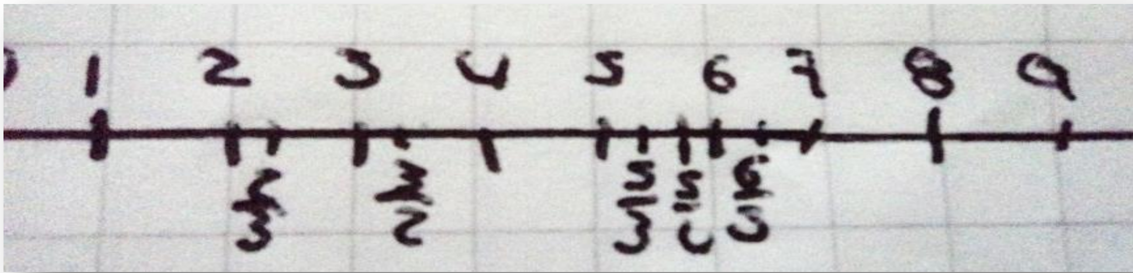


Figura 4: ERRORES EN LA UBICACION EN LA RECTA NUMERICA

Luego, mediante la propuesta para la realización de una actividad en casa, se intenta que los estudiantes conozcan las propiedades de los números racionales junto con sus operaciones. Esta actividad se evalúa en la siguiente clase pidiendo deducciones (por ejemplo, cuáles propiedades se heredan del conjunto de los números enteros) a los estudiantes y formalizando los conceptos. En cuanto a las deducciones, se pretende que los estudiantes logren construir conceptos e identifiquen algunos procedimientos; así se puede observar que una vez más el modelo pedagógico que se desarrolló, de acuerdo a los planteamientos de Flórez (2001), es el constructivista.

Además se hace una relación entre los números decimales y los números fraccionarios dando la libertad a los estudiantes de decidir cuál de ellos (decimales o fraccionarios) utilizar para realizar operaciones, ordenarlos y ubicarlos en la recta. Logrando con ello que los estudiantes tengan autonomía para un buen desempeño individual.

En esta etapa hubo más apropiación del curso por parte del practicante y la labor docente se realizaba con más confianza; los estudiantes ya eran conocidos y por tanto se podían plantear actividades en clase que permitieran reforzar algunos conceptos y solventar algunas dificultades. Además de manera grupal se permitió la colaboración entre ellos para reforzar conocimientos.

Así, se pide a los estudiantes que resuelvan una serie de ejercicios que permiten observar en qué condiciones se encuentran en ese momento de la práctica. Se obtuvo, en gran parte, resultados significativos los cuales se convierten en un elemento gratificante para la labor docente que se está iniciando; aunque infortunadamente no se puede desconocer que esto no se presentó en la totalidad de los estudiantes. Este hecho se transforma en una situación incómoda para un profesor, pues debe decidir sobre seguir la planeación de clase o detenerse un poco para que aquellos que no han adquirido todos los conceptos logren hacerlo.

Finalmente se realiza un examen escrito que permite hacer una valoración de cada estudiante, lo cual está permitido de acuerdo a lo planteado por el MEN (2009), y con el que se termina el periodo académico y por ende la práctica pedagógica. De acuerdo al sistema de evaluación de la Institución Educativa Los Comuneros y al documento referente al Decreto 1290 (MEN 2009), la evaluación debe ser cualitativa y cuantitativa, por esa razón la valoración tuvo en cuenta el desempeño actitudinal y procedimental de los estudiantes y el promedio de las notas de las actividades desarrolladas durante el periodo académico. Luego de este proceso se entregan notas a cada estudiante y se hace una coevaluación del desarrollo de las actividades en el aula.

Los resultados como practicantes fueron realmente satisfactorios, porque se lograron los objetivos, pero sobre todo se logró el respeto por parte de los estudiantes.

En esta última parte se puede observar cómo se hace presente el modelo pedagógico tradicional, pues de acuerdo a lo que menciona Flórez (2001) en la enseñanza tradicional se hace una evaluación al final de la unidad para detectar si el aprendizaje se produjo. Además permite hacerlo de forma cualitativa y cuantitativa.

En el desarrollo de este escrito se puede observar que dentro del aula de clase no se adoptó un solo modelo pedagógico; según los planteamientos de Flórez (2001) un modelo pedagógico es un paradigma que puede coexistir con otros y que sirve para organizar la búsqueda de nuevos conocimientos en el campo de la pedagogía (p. 32); así, se hicieron presente el modelo pedagógico tradicional, conductista y constructivista.

2. COMPONENTE INVESTIGATIVO

REFERENTES TEÓRICOS

DESDE LO MATEMÁTICO

Número fraccionario

Cabrera (2013) afirma que “Al conjunto de fracciones equivalentes a una fracción dada se le denomina número fraccionario”.

Por ejemplo: $\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \ldots\right\}$ es un fraccionario.

Fracción[4]

“El concepto matemático de fracción corresponde a la idea intuitiva de dividir una totalidad en partes iguales, como cuando se habla, por ejemplo, de un cuarto de hora, la mitad de un pastel”.
Se escribe utilizando dos números enteros, llamados numerador y denominador; en el que el numerador indica las partes que se han tomado de un entero y el denominador indica las partes iguales en que se divide un entero.

Quebrado[5]

Los quebrados, llamados también fracción se definen como el cociente de dos números llamados numerador y denominador. [1]

Razón

Sánchez (2013) menciona que de acuerdo al libro V de los Elementos de Euclides una Razón es una clase de relación con respecto al tamaño entre dos magnitudes (magnitud relativa) de la misma clase.

---

[4] Extraído de http://www.profesorenlinea.cl/matematica/FraccionConcepto.htm

[5] Extraído de http://www.profesorenlinea.cl/matematica/FraccionConcepto.htm

La razón de a a b puede entenderse como una especie de cuantificación de a con respecto a b y en general, puede decirse que la razón expresa una forma de comparación entre dos cantidades y puede actuar como operador.

Numero Racional

Se llama número racional a aquel que puede representarse de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números enteros y más exactamente b debe ser diferente de cero. Su nombre de racional hace referencia a fracción o parte de un todo.

$$\boldsymbol{Q} = \left\{ \frac{a}{b}\ a, b\ \in \boldsymbol{Z}, b \neq 0 \right\}$$

Ahora bien, la aritmética es la rama de las matemáticas cuyo objetivo de estudio son los números y las operaciones elementales hechas con ellos (suma, resta, multiplicación y división), en este sentido la aritmética de las fracciones se ocupa de las operaciones elementales hechas con ellos. Para este fin, se detallará principalmente lo relacionado con la adición y la sustracción.

La adición de números fracciones puede desarrollarse de las siguientes maneras:

Para operar fracciones con igual denominador (homogéneas) se suman o se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador. Así

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}\ ; b \neq 0$$

Dadas las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$; $b \neq 0;\ d \neq 0$ se pueden ver como fraccionarios equivalentes:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) \pm (b \times c)}{b \times d}$$

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(p \div b) \times a \pm (p \div d) \times c}{m.c.m.(b,d) = p}$$

DESDE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

El Octógono de Vasco en la investigación matemática

Según Vasco (1994) un investigador matemático necesita mantenerse informado en muchos frentes; utilizando a veces la visión del psicólogo, la del antropólogo, la del historiador, la del especialista en informática, etc. Pero sin que necesariamente él sea un especialista en algunas de estas disciplinas. Basta que tenga la información mínima suficiente para orientarse, y la curiosidad, la energía y la seriedad suficientes para aprender más y más de todo aquello que necesita para avanzar en su investigación.

En particular al detallar los errores que muestran los estudiantes, del grado octavo de la Institución Educativa Los Comuneros al sumar y restar números fraccionarios, el Octógono de Vasco permite al practicante hacer uso de sus facultades en disciplinas ajenas a las matemáticas, como por ejemplo algo de historia, de psicología o de sociología; para tratar de encontrar razones de algunos casos y poder lanzar hipótesis del por qué suceden estos hechos.

El Octógono De La Educación Matemática

Vasco (1994) intenta situar la educación matemática como disciplina, la cual se ubica dentro de un octógono de disciplinas que permiten pensarla como distinta de ellas, pero a su vez como impensable sin ellas.

Según éste autor las ocho disciplinas que conforman el octógono de la educación matemática no representan saberes en los cuales un practicante de la educación matemática debería ser experto o especialista; pero sí representan disciplinas sobre las que el practicante de la educación matemática, si quiere convertirse en investigador en educación matemática, debe tener suficiente información para poder calificar su mirada desde fuera y su mirada desde dentro de los procesos relacionados con la educación matemática.

En el sentido de la mirada desde dentro y fuera de las matemáticas, la Práctica Pedagógica se pudo desarrollar porque se cumplía con los requisitos, en cuanto a materias aprobadas, exigidos por la Universidad del Cauca considerando que se tenía el nivel apropiado para hacer la intervención en el aula de clase; lo que permitió vivir procesos de la educación matemática como los de enseñanza, evaluación y acompañamiento a los estudiantes.

El objetivo de esta intervención, fue desarrollar los contendido temáticos durante un periodo académico, para lo cual se planteó una variedad de situaciones (ver anexo) que permitieron una buena comunicación de las matemáticas y la transmisión de los conceptos de manera adecuada dentro del contexto.

Teoría de las Situaciones Didácticas

Brousseau (1982) plantea que las Situaciones Didácticas son

> "Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución."

En el caso del presente informe el medio está constituido por el material de apoyo (ver anexos) que permitieron el desarrollo de situaciones dentro del aula de clase que hicieron que el estudiante aprehendiera los conceptos.

ANTECEDENTES

Gómez (2012) en su trabajo tiene como objetivo general "Construir una propuesta didáctica fundamentada en el análisis disciplinar y didáctico del concepto de número racional y sus contextos de significación para los estudiantes de 3º y 4º grados de Educación Básica Primaria"; en el que se analizan algunas investigaciones acerca de los obstáculos epistemológicos y cognitivos relacionados con el concepto de número racional.

La propuesta se enmarca en los estándares del Ministerio de Educación Nacional vigentes y se apoya en el Modelo de la Pedagogía Dialogante propuesto en Colombia por Julián De Zubiría Samper. Se implementa el concepto a partir de la observación y de la experimentación desarrollada por los niños y niñas inmersos en la educación pública, atendiendo el objetivo general.

Mediante la participación de los estudiantes, el mediador, la propuesta misma y el modelo pedagógico se logró dar vida al desarrollo de las actividades y la comprensión de los conceptos.

Además, se consiguió que aquella puesta en escena de la propuesta, apoyada en el modelo pedagógico expuesto "Hacia una Pedagogía Dialogante", constituyera una estrategia metodológica válida en el proceso de conceptualización. Ya que es una propuesta didáctica fundamentada en el análisis disciplinar y didáctico del concepto de número racional y sus contextos de significación para los estudiantes de tercero y cuarto grados de educación básica primaria.

Se tomó este documento en consideración porque es un trabajo relacionado con los conceptos que se desarrollaron en el aula de clase, en el que se muestran algunas definiciones que son útiles en este informe. Sus conclusiones están más enfocadas a la creación de la propuesta didáctica que se menciona en el objetivo general, en vías de la construcción de una estrategia metodológica válido en el proceso de conceptualización.

Mendoza , Paez y Salamanca (2009), en su trabajo muestra algunas referencias bibliográficas y citas de algunos autores como Brousseau, que son relevantes en el tema que se está desarrollando. En sus conclusiones se muestra una categorización de los errores realizados en el algoritmo de la adición de fraccionarios aritméticos en una prueba diagnóstica y la cantidad de estudiantes que los comenten.

DESARROLLO INVESTIGATIVO

La práctica pedagógica se realizó en la Institución Educativa "Los Comuneros", la cual se encuentra ubicada en la comuna seis de la ciudad de Popayán conformada, entre otros, por los barrios Alfonso López, Los Comuneros, Primero de Mayo, el Limonar, El Pajonal, Loma de la Virgen. Además es importante resaltar que cuenta con dos grupos del grado Octavo (Octavo A y Octavo B) los cuales reúnen un total 85 estudiantes.

Las problemáticas más frecuentes son la violencia intrafamiliar y el consumo de drogas, para lo cual la Institución Educativa se pronuncia dentro de la sociedad permitiéndose ampliar su cobertura a padres de familia, creando una jornada nocturna y sabatina para su capacitación, lo cual es importante para el apoyo académico a sus hijos. Así, en este momento el Colegio presta sus servicios en las jornadas: mañana, tarde, noche y fin de semana.

Teniendo en cuenta que algunas de las características de la mayoría de los estudiantes de esta Institución son el poco acceso a la tecnología como el computador y el internet; sus padres son analfabetas o con bajos niveles de escolaridad; muestran poco interés por las actividades académicas; tienen un reducido manejo de conceptos básicos de matemáticas pero ante todo son personas colaboradoras; la planeación de las actividades para el aula de clase fue pensada con los objetivos de desarrollar los contenidos para un periodo académico y además con el fin de solventar estos aspectos; basada en la malla curricular de la misma Institución Educativa. De acuerdo a esta última, para la elaboración del plan de estudios es necesario tener en cuenta cómo se concibe el conocimiento matemático y uno de los propósitos generales de su enseñanza es la participación activa de los estudiantes y su comprensión de los conceptos.

Por lo anterior se dio inicio a la práctica pedagógica con un taller diagnóstico referente al conjunto de los números enteros que permitió tener un punto de partida. Brousseau (1986) plantea que:

> “El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

En este sentido esta caracterización de los estudiantes es importante porque permite diseñar una variedad de situaciones didácticas de acuerdo a sus condiciones de enseñanza y aprendizaje.

Otro de los aspectos de la malla curricular es que los estudiantes deben desarrollar gradualmente un verdadero aprendizaje de las matemáticas, lo cual permite avanzar en temas dentro del aula de clase; así se prosigue con la temática planeada llegando a la enseñanza del sistema de los números racionales.

En el trabajo con este sistema numérico, de acuerdo a lo que plantean Godino y otros (2003), en cuanto al error, se entiende como una acción que no es correcta desde lo matemático. En este sentido se puede decir que dentro del aula de clase se presentaron los siguientes errores:

1. Se hace un mal uso de la ley distributiva de la multiplicación con respecto a la suma o resta de números enteros.

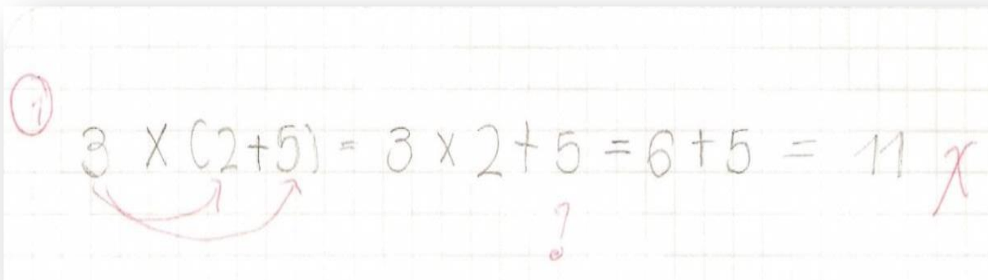


Figura 5: EJEMPLO 1

2. La suma y resta de números fraccionarios se resuelve como la suma o resta de numeradores sobre la suma o resta de denominadores.

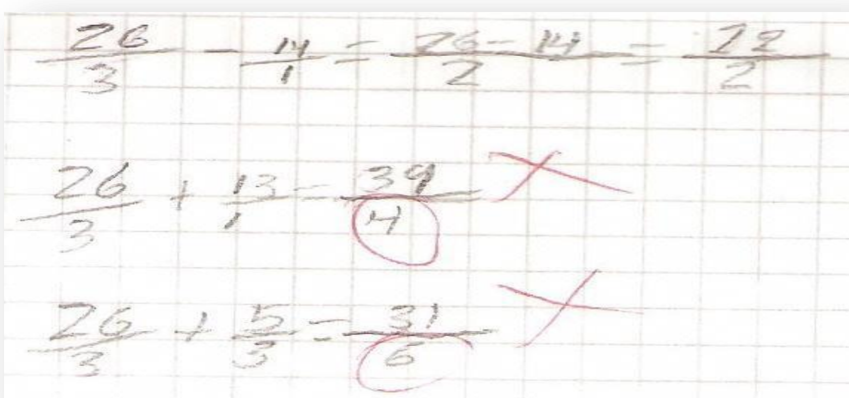


Figura 6: EJEMPLO 2

3. Se realiza bien el algoritmo de la suma y resta de números fraccionarios de igual denominador, pero no se operan bien los enteros.

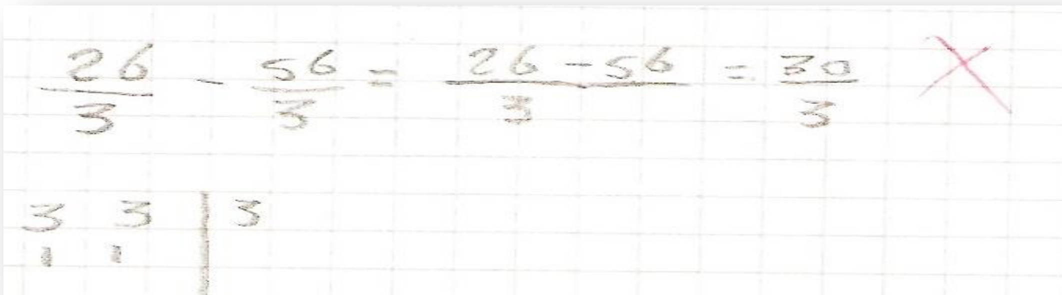


Figura 7: EJEMPLO 3

4. En el momento de aplicar el algoritmo de la suma de números fraccionarios en el que se deben multiplicar los denominadores, la operación que se realizó fue la suma.

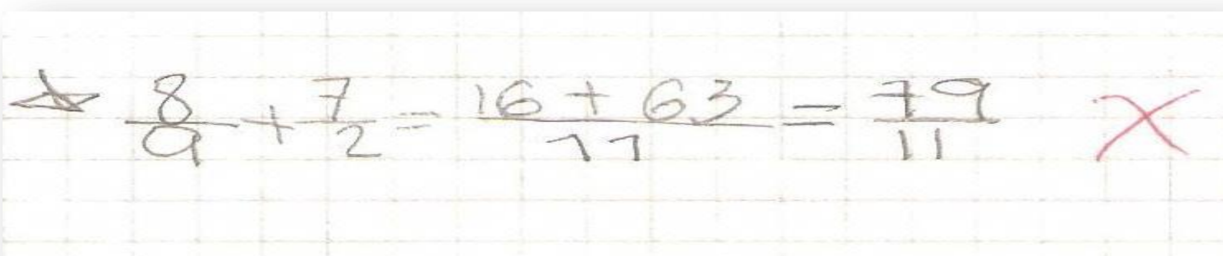


Figura 8: EJMEPLO 4

5. Cuando al aplicar el algoritmo de la multiplicación de números fraccionarios, el numerador de la fracción resultante se obtiene multiplicando numeradores por denominadores y multiplicando estos resultados. Además se muestra otro error en el momento de dividir dos fraccionarios, ya que multiplican numerador con numerador y denominador con denominador.

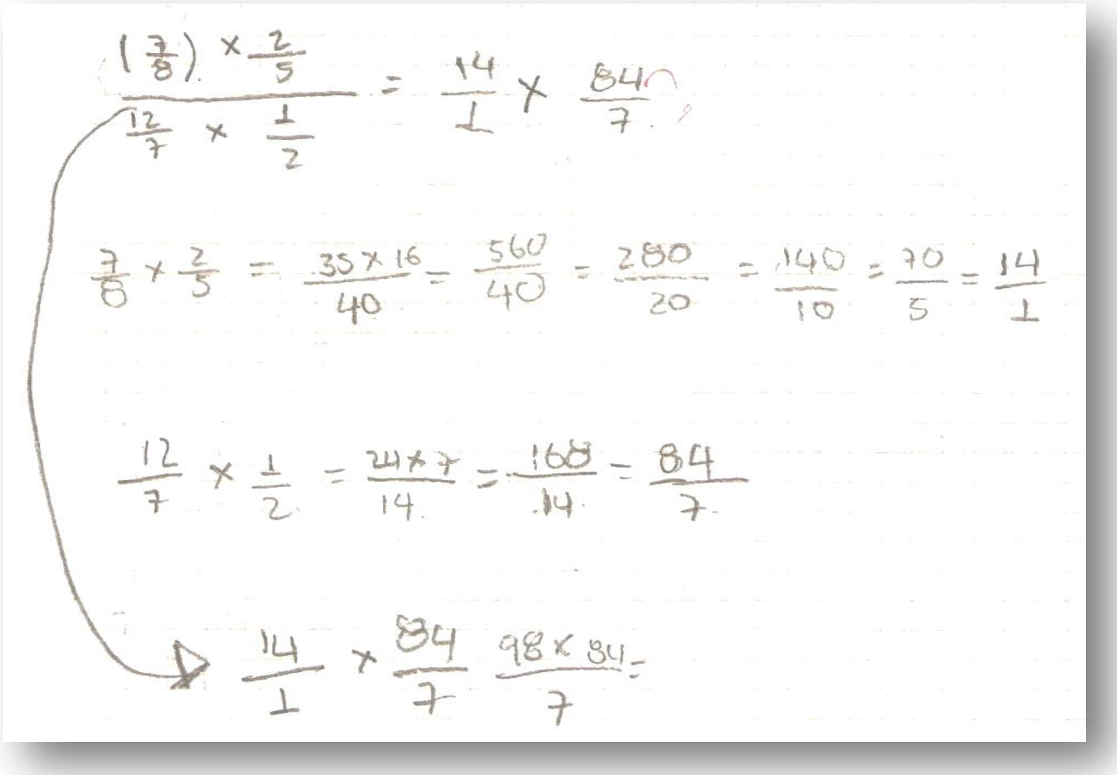


Figura 9: EJEMPLO 5

Sin embargo, en este documento se detallarán los errores descritos en los numerales dos y tres que son los que están relacionados con la adición y sustracción de números fraccionarios.

Es importante mencionar que en la Institución Educativa Los Comuneros hay dos grupos del grado Octavo (Octavo A y Octavo B) los cuales reúnen un total 85 estudiantes y los datos que se presentan en este informe son los que se evidencian en el examen final del primer periodo académico. De los 85 estudiantes 12 no asistieron al examen; 11 entregaron el examen en blanco; 16 hacen correctamente la adición y sustracción de fraccionarios y 21 tuvieron errores no significativos al adicionar o sustraer enteros los cuales no se tienen en cuenta en el análisis de este informe. De esta manera se tiene que el análisis de resultados se hace con un total de 25 estudiantes.

Los errores presentados se clasifican de la siguiente manera:

1. Se realiza bien el algoritmo de la adición para números fraccionarios pero se presenta una dificultad en el momento de adicionar enteros. Además cuando se hace la suma de un entero y un fraccionario el entero se toman como un número fraccionario y se suma con el numerador del fraccionario inicial sin tener en cuenta el denominador. Esta dificultad y este error los cometen 4 estudiantes de la siguiente manera.

    a. Se aplica bien el algoritmo de la adición para números fraccionarios en la que se deben multiplicar los denominadores, pero se muestra dificultad en la adición de enteros; pues cuando se deben sumar los números resultantes en el numerador no se tiene en cuenta el signo de éstos.

    b. Cuando se está sumando o restando un número fraccionario y un número entero, se deduce que el algoritmo que se realiza es sumar el numerador con el entero y dejar igual el denominador, olvidándose que el entero debe escribirse como fraccionario con un 1 como denominador.

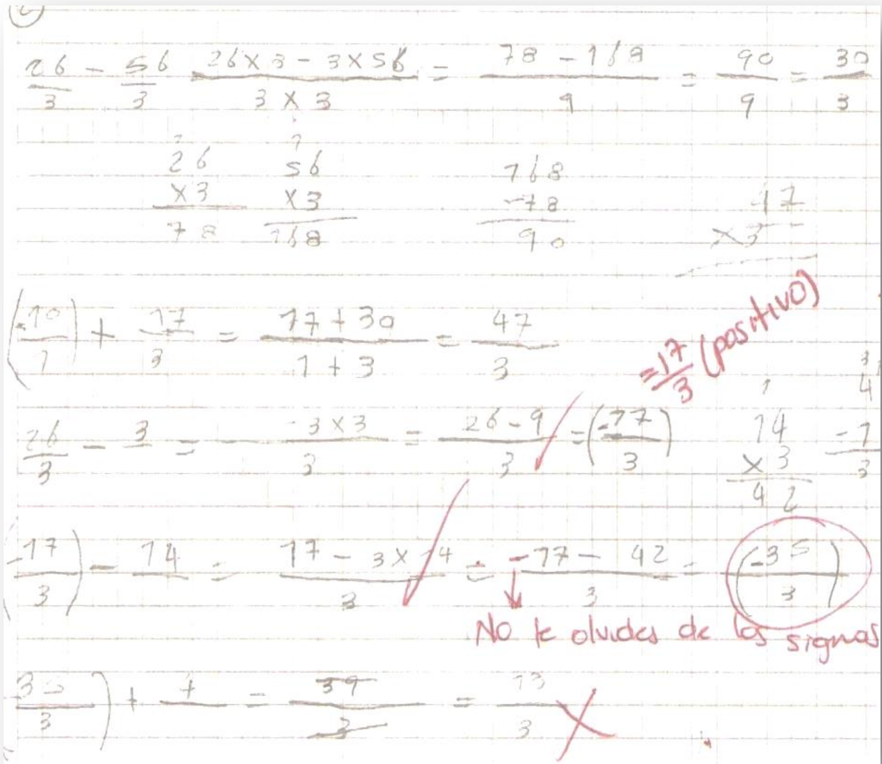


Figura 10: EVIDENCIA 1

2. El error se presenta en el momento de hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m.) al aplicar el algoritmo de la adición y sustracción de números fraccionarios y el error se muestra en el momento de hallar el numerador de la fracción resultante. Este obstáculo y error lo cometen 3 estudiantes como se muestra a continuación.

   a. El error se presenta en el momento de encontrar el m.c.m de los denominadores, puesto que cuando se toma un número entero de dos cifras se halla el m.c.m. de cada una de las cifras.

   b. El error se presenta cuando al sumar o restar números fraccionarios se debe multiplicar numerador con denominador la operación que se realiza es la suma.

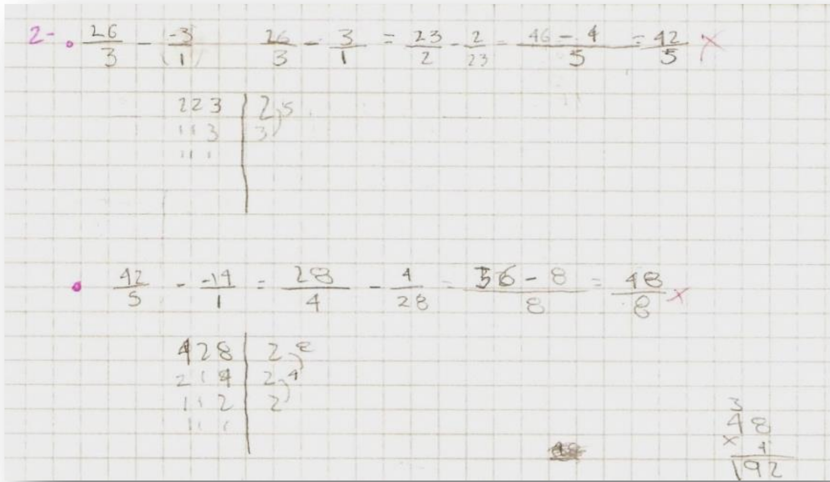


Figura 11: EVIDENCIA 2

3. Se realiza de manera correcta el algoritmo de la adición y sustracción de números fraccionarios pero se presenta una dificultad al operar enteros, ya que al adicionar dos números enteros con signos distintos la operación que aplica es la que indica el signo del segundo sumando y la fracción resultante tiene el signo del primer sumando; sin identificar si tienen signos iguales o diferentes. Este error lo cometen 7 estudiantes.

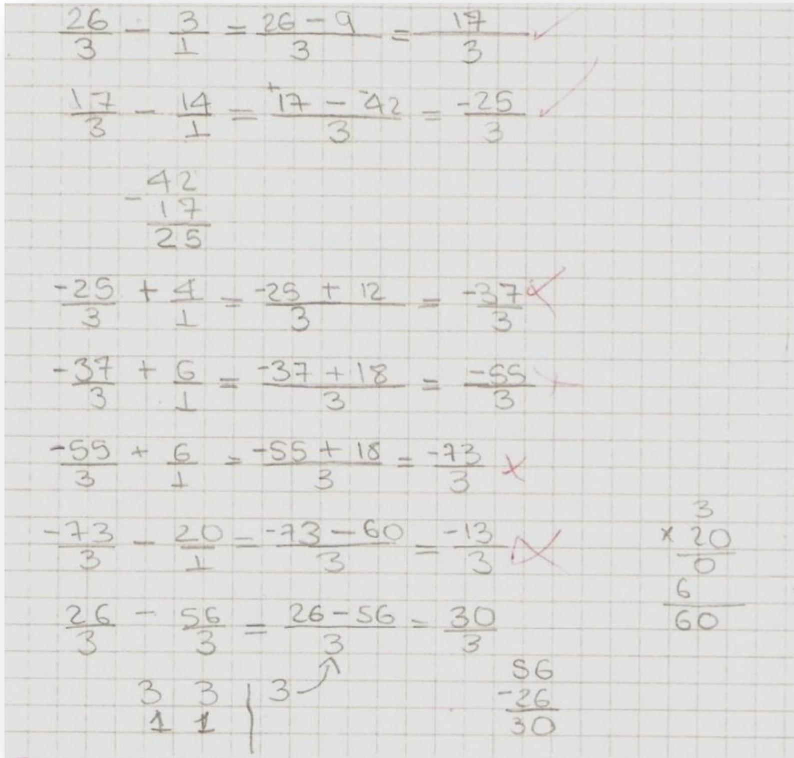


Figura 12: EVIDENCIA 3

4. Un obstáculo se presenta al adicionar números fraccionarios cuando suman numerador con numerador y denominador con denominador. Esté obstáculo se evidencia en 6 estudiantes.

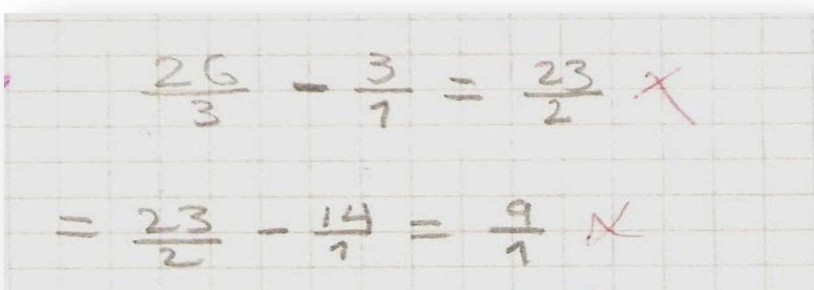


Figura 13: EVIDENCIA 4

5. En ocasiones se presenta un error cuando al sumar números fraccionarios el algoritmo que se aplica es sumar numeradores y multiplicar denominadores; y en otras hace el procedimiento correcto. Este hecho se evidencia en un estudiante.

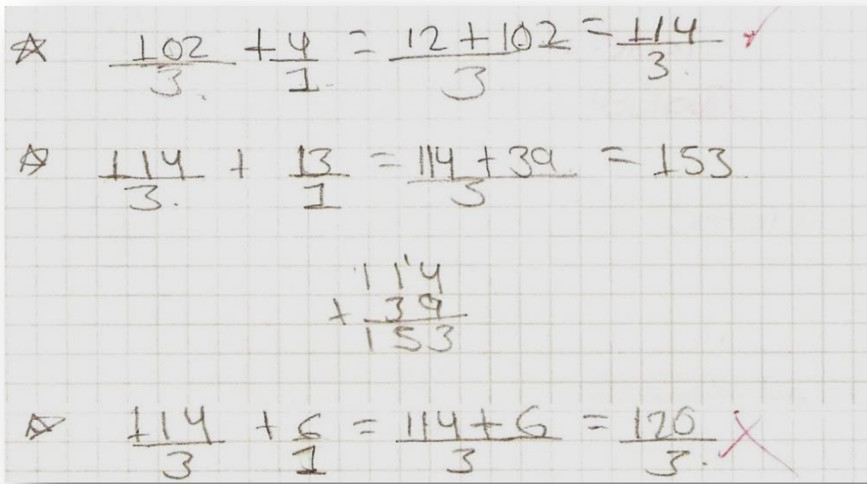


Figura 14: EVIDENCIA 5

6. El error se presenta cuando se hace la adición o sustracción de un número fraccionario y un número entero, puesto que para escribir el entero como fraccionario se utiliza el mismo denominador. Este error lo cometen 4 estudiantes.

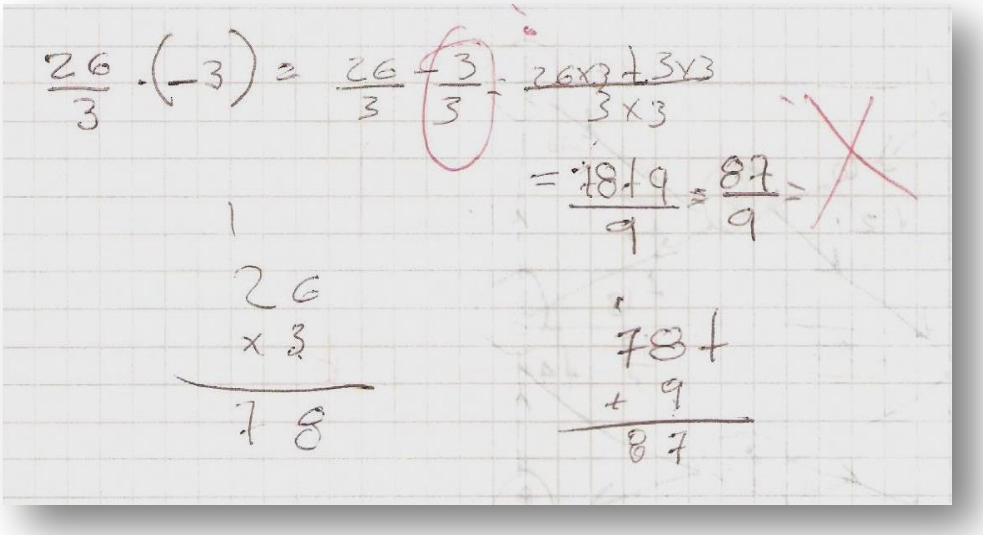


Figura 15: EVIDENCIA 6

En los numerales 1 a) y 3 presentan una dificultad en las operaciones aritméticas con números negativos, asumiendo el término dificultad como lo plantean Godino y otros (2003); pues los estudiantes tienen poco éxito al sumar y restar enteros negativos.

Según Godino, y otros (2003) plantean que las orientaciones curriculares consideran que el aprendizaje significativo supone comprender y ser capaz de aplicar los procedimientos, conceptos y procesos matemáticos, lo cual requiere de la comprensión conceptual. En el caso de los numerales 1 b), 2 y 6 al parecer no hay comprensión de los conceptos para llevar a cabo la suma de números fraccionarios.

En los numerales 1 b), 4 y 5 es posible mencionar a Godino, y otros (2003) quienes plantean que

> "A veces el error no se produce por una falta de conocimiento, sino porque el alumno usa un conocimiento que es válido en algunas circunstancias, pero no en otras en las cuales se aplica indebidamente. Decimos que existe un obstáculo" (P. 70).

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y RECOMENDACIONES

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede observar que:

1. Algunos estudiantes tienen poco interés por el estudio lo cual se evidencia en actitudes tales como entregar el examen en blanco y mostrar indiferencia por la nota obtenida.

2. Teniendo en cuenta el desempeño de los estudiantes con la participación en clase y las salidas al tablero, uno de los hechos que impedía el desarrollo de las actividades curriculares planeadas era la falta de disposición para desarrollar el algoritmo completo de la adición y sustracción de números fraccionarios; pues quizá este proceso les parecía muy largo y dispendioso.

3. Podría pensarse que cuando un estudiante realiza la adición y sustracción de números fraccionarios de manera lineal, es porque no ha identificado que está trabajando con otro conjunto numérico, es decir, el estudiante puede pensar que estas operaciones se realizan igual que con los enteros. Esto es a lo que Godino y otros llaman obstáculo.

4. Se puede pensar que la dificultad, de acuerdo a Godino y otros (2003) al operar enteros con diferente signo y al hallar mcm se debe a que los estudiantes no han logrado alcanzar en su totalidad los conceptos previos dado que en muchas ocasiones lo que se hace es memorizar procedimientos sin que haya comprensión de conceptos.

5. Hacer ejercicios con situaciones cotidianas ayudaría a mejorar el desarrollo de las operaciones con números enteros porque sería un acercamiento de las matemáticas con cosas que se le faciliten al estudiante. Además las manualidades ayudarían a que se entienda estas operaciones mediante objetos de gusto propio.

6. La elaboración de un material didáctico adecuado para introducir el conjunto de los números enteros mejora el proceso de enseñanza puesto que será de gran ayuda para recordar las reglas de adición y sustracción de números fraccionarios que se utilizan, como por ejemplo mirar videos y crear juegos. Algunas ideas se podrían obtener en.

http://www.youtube.com/watch?v=iako7sToB6A,
https://www.youtube.com/watch?v=hmngulqIwFs,
https://www.youtube.com/watch?v=XFP1Jln4mjo,
https://www.youtube.com/watch?v=b2qsDRlFyb0,

7. No es recomendable ocultar a los estudiantes la existencia de otras posibilidades de operaciones y procedimientos en otros contextos matemáticos, es decir, se hace necesario que el estudiante sepa que puede ampliar sus posibilidades de operar a medida que vaya avanzando en el desarrollo de los contenidos. Un ejemplo de lo anterior puede ser cuando se enseñan las operaciones con los números naturales, para realizar la sustracción, el minuendo debe ser mayor que el sustraendo, pero no se debe decir al estudiante que esto siempre debe ser así; pues en el contexto de los números enteros este hecho no se debe dar necesariamente.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- Se pudo observar que los sucesos dentro de un aula de clase son relativos, porque todo depende de cada situación; en el caso particular se tomaron decisiones teniendo en cuenta el desempeño de cada uno de los estudiantes.

- La experiencia como docente de un curso numeroso y con estudiantes de edades tan diversas, hace que la dedicación, el esfuerzo y el amor por la profesión, dé como resultado una retroalimentación entre estudiantes y profesor.

- El hecho de tener una planeación lista de los temas a desarrollar para llegar al aula, no garantiza que todo vaya a transcurrir con total éxito, ya que el tiempo, las bases de los estudiantes, y el acoplamiento del practicante-alumno; son situaciones que hacen variar cada actividad planeada.

- Una de las incomodidades como docente se señala es en el momento de avanzar en tema sin recibir una respuesta satisfactoria de todos los estudiantes, puesto que por tiempo y por el plan de estudio se deben continuar y avanzar en temas que ya estaban establecidos.

- Los errores más frecuentes que se encontraron en la investigación, se presentan al momento de operar con números enteros de diferente signo y en la adición de números fraccionarios.

- Se pudo observar que en el momento de ejecutar la práctica no se puede adoptar un solo modelo pedagógico dado que los tres modelos que se trabajan (modelo pedagógico tradicional, conductista y constructivista) son de ayuda para la organización de los conocimientos.

- El hecho de que la Institución Educativa Los Comuneros manejara los acuerdos para la convivencia fue importante porque permitió hacer acuerdos de clase dentro del aula y así contar con la participación de los estudiantes para desarrollar los contenidos académicos.

- Una de las conclusiones que deja este informe, a manera personal, es que antes de iniciar con la transmisión de conocimientos se debe verificar que todos los conceptos estén claros; pues en este caso después de realizar la intervención en el aula de clase y desarrollar contenidos referentes a números racionales, fraccionarios, fracción, quebrados se determinó que no se tenía total claridad en la diferencia de estos conceptos por parte de las practicantes.

- Una recomendación que se hace al Departamento de matemáticas de la Universidad del Cauca es que permita que los estudiantes de Licenciatura en matemáticas tengan mayor tiempo en el acercamiento a la realidad docente; es decir, se pretende a parte de la teoría en cuanto a las pedagogías haya más práctica docente como tal.

BIBLIOGRAFÍA

Cabrera, Celia (2013). *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. Recuperado de http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/Conferencia_paralela,_Rizo.pdf

Flórez, Rafael (2001). *Docentes del Siglo XXI: Cómo desarrollar una práctica docente competitiva.* Bogotá Colombia: McGraw-Hill Interamaericana S.A de C.V

Godino, Batanero y Font (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros.* Universidad de Granada: ReproDigital.

Sánchez, Eruin A. (2013). Razones, Proporciones y Proporcionalidad en situación de reparto: Una mirada desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa Vol. 16. p.p 65-97. Recuperado de http://www.clame.org.mx/relime/201303a.pdf

http://www.profesorenlinea.cl/matematica/FraccionConcepto.htm

http://espanol.answers.yahoo.com/question/index?qid=20071216153200AAiEIev

ANEXOS

Anexo 1: Malla Curricular del grado octavo de la Institución Educativa Los Comuneros

GRADO 8			
I PERIODO	**II PERIODO**	**IIIPERIODO**	**IV PERIODO**
UNIDAD 1 **NUMEROS REALES** • Sistemas numéricos • Conjunto de los números racionales • Decimales periódicos y no periódicos • El conjunto de los números irracionales • Ubicación de los irracionales en la recta numérica • El conjunto de los números reales • Orden en la recta real • Adición, sustracción, multiplicación y división de números reales • Potenciación de reales • Radicación de reales UNIDAD 2 FIGURAS PLANAS • Introducción • Clases de Polígonos • Diagonales de un Polígono • Ángulos externos e internos de un polígono • Cuadriláteros • Clasificación y características de los cuadriláteros • Perímetro y Áreas de figuras planas • Círculo y circunferencia • Área de polígonos regulares • Áreas sombreadas	**UNIDAD 3** **EXPRESIONES ALGEBRAICAS** • Lenguaje cotidiano • Expresiones algebraicas • Valor numérico • Términos semejantes • Polinomios • Operaciones entre polinomios • Productos notables • Teorema del binomio y triángulo de Pascal	**UNIDAD 4** **FACTORIZACION** • Descomposición factorial • Casos de factorización • Cocientes notables • Factorización y sus aplicaciones **UNIDAD 5** **CONSTRUCCIÓN DE GRÁFICAS ESTADÍSTICAS.** • Nociones elementales • Pasos claves para construir una gráfica • Uso de escalas • Gráficas de visualización • De barras no comparativas • De barras comparativas • De representación porcentual o de pastel • Gráficas de evaluación • Lineales • Histogramas • Poligonales • Problemas que se resuelven con el uso de gráficas estadísticas.	**UNIDAD 6** **FRACCIONES ALGEBRAICAS** • Fracciones Racionales • Simplificación de fracciones racionales • Operaciones con fracciones Racionales **UNIDAD 7** **ECUACIONES** • Ecuaciones lineales de coeficientes enteros • Ecuaciones lineales de coeficientes fraccionarios • Ecuaciones con fracciones algebraicas.

Anexo 2: Taller Diagnóstico Números Enteros

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LOS COMUNEROS" – UNIVERSIDAD DEL CAUCA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
NÚMEROS ENTEROS - GRADO OCTAVO
TALLER DE REPASO

OBJETIVO:

Este taller se realiza con el fin que los estudiantes recuerden y refuercen las características, operaciones y propiedades de los números enteros.

Recuerde que:

- Los **números enteros** se simbolizan con la letra **Z** y se representan en la recta numérica; ésta es dividida por el cero en dos semirrectas en donde los números enteros positivos se sitúan a su derecha y los números enteros negativos se sitúan a su izquierda.

- El **orden de los números enteros** se define como:
    - Todo número negativo es menor que un positivo.
    - Dados dos números enteros a y b, a es menor que b si y sólo si está a la izquierda de b.

RESUELVA:

1. Represente en la recta numérica los siguientes grupos de enteros y ordénelos de mayor a menor.

a. -3, 8, 0, -1, 1, -2.

b. 10, -3, 5, -7, -6, 1, 0.

c. 12, 4, -5, -7, -1, 2, -9.

2. Compare los siguientes números y escríbalo.

a. 0 _____ 10; significa que ____

b. 10 _____(-10); significa que ______________________________________

c. (-61) _____ 51; significa que ______________________________________

d. (-255) _____ (-380); significa que __________________________________

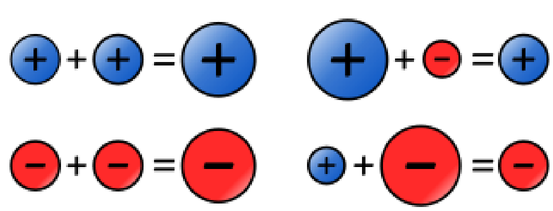
e. 785 _____ 783; significa que _____________________________________

Recuerde que:

❖ Para **sumar** dos números enteros

- Si ambos sumandos tienen el mismo signo, éstos se suman y ese es también el signo del resultado.

- Si ambos sumandos tienen distinto signo, para obtener el resultado se hace la diferencia entre el mayor valor absoluto y el menor valor absoluto de los dos sumandos y su signo es el signo del sumando con mayor valor absoluto.



❖ La adición de números enteros satisface las siguientes propiedades:

- **Propiedad asociativa.** Dados tres números enteros *a*, *b* y *c*, las sumas $(a + b) + c$ y $a + (b + c)$ son iguales.
- **Propiedad conmutativa.** Dados dos números enteros *a* y *b*, las sumas $a + b$ y $b + a$ son iguales.

- **Propiedad modulativa.** Todos los números enteros *a* quedan inalterados al sumarles 0: $a + 0 = a$.
- **Inverso aditivo**: Para todo entero a existe un entero –a tal que a+(-a)=0

RESUELVA:

1. Realice las siguientes sumas:
   a. (-6) + (-8) =
   b. 15 + (-20) + 30 =
   c. 50 + (-25) + (-25) =
   d. (-38) + (-55) + 58 + 10 + (-15) =
   e. 23 + (-81) + 91 + (-99) =

2. Qué propiedad se está aplicando?
   a. 18 + (-63) = (-63) + 18 ____________________
   b. 56 + 0 = 56 ____________________
   c. 0 + (-98) = (-98) ____________________
   d. (-87) + [(-91) + 45] = [(-87) + (-91)] + 45 ____________________
   e. (-95) + (-28) = (-28) + (-95) ____________________

Recuerde que:

- ❖ El signo de la multiplicación de números enteros se determina de la siguiente manera:
  - El signo es «+» si los signos de los factores son iguales, y «−» si son distintos.

Regla de los signos

- $(+) \times (+) = (+)$ *Más por más igual a más.*
- $(+) \times (-) = (-)$ *Más por menos igual a menos.*
- $(-) \times (+) = (-)$ *Menos por más igual a menos.*
- $(-) \times (-) = (+)$ *Menos por menos igual a más.*

❖ La multiplicación de números enteros cumple las siguientes propiedades:

- **Propiedad asociativa.** Dados tres números enteros a, b y c, los productos $(a \times b) \times c$ y $a \times (b \times c)$ son iguales.
- **Propiedad conmutativa.** Dados dos números enteros a y b, los productos $a \times b$ y $b \times a$ son iguales.
- **Elemento neutro.** Todos los números enteros a quedan inalterados al multiplicarlos por 1: $a \times 1 = a$.
- **Propiedad distributiva con respecto a la suma.** Dados tres números enteros a, b y c, el producto $a \times (b + c)$ y la suma de productos $(a \times b) + (a \times c)$ son idénticos.

RESUELVA

1. Realice las siguientes multiplicaciones:

a. (-5) x (-11) =
b. (-144) x 9 =
c. 12 x 6 =
d. 36 x (-6) =
e. 12 x (-48) =

2. Una con una flecha de acuerdo a la propiedad que se está aplicando

$[(-7) \times 4] \times 5$ (-58) x 96

$(-7) \times [(-2) + 5]$	(-28)
(-28) x 1	$[(-7) \times (-2)] + [(-7) \times 5]$
96 x (-58)	$(-7) \times [4 \times 5]$

Recuerde que:

- El signo de la división de números enteros se determina de la siguiente manera:
  - El signo del cociente es «+» si los signos del divisor y el dividendo son iguales, y es «−» si los signos del divisor y del dividendo son distintos.

Regla de los signos

- $(+) \div (+) = (+)$ *Más dividido más igual a más.*
- $(+) \div (-) = (-)$ *Más dividido menos igual a menos.*
- $(-) \div (+) = (-)$ *Menos dividido más igual a menos.*
- $(-) \div (-) = (+)$ *Menos dividido menos igual a más.*

RESUELVA

1. Determine el signo de las siguientes divisiones:

a. 12 ÷ 4 _______
b. (-20) ÷ (-5) _______
c. (-36) ÷ 6 _______
d. 81÷ (-9) _______
e. (-55) ÷ 11 _______

2. Realice las siguientes divisiones

a. $3555 \div 15 =$
b. $8976 \div (-22) =$
c. $(-10000) \div 40 =$
d. $(-12096) \div (-96) =$

Anexo 3.: Números Racionales

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LOS COMUNEROS" – UNIVERSIDAD DEL CAUCA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
NÚMEROS RACIONALES – GRADO OCTAVO

CLASE N°: 01 **TEMA**: Números Racionales.

OBJETIVOS:

Se pretende dar a los estudiantes la definición formal del conjunto de los números racionales; con sus características, su representación en la recta, la relación de orden y sus operaciones.

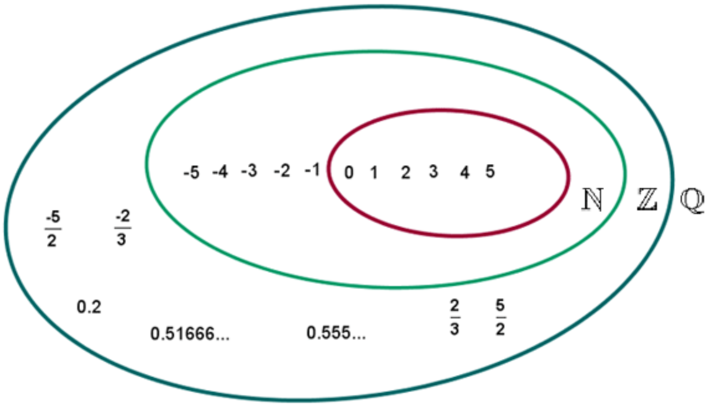
CONTENIDO TEMÁTICO:

- **Conjunto de los números racionales:**

El símbolo $\frac{a}{b}$ lo denominaremos fracción o número racional de numerador ***a*** y denominador ***b*,** donde a y b son enteros; es decir se llamará **número racional** a todo número que puede representarse como el cociente de dos números enteros. Se denota por $\mathbb{Q}$ y se define:

$$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \quad a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\}$$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$



EJEMPLO

Repartir de forma igualitaria 5 panes entre 11 personas. Exprese el resultado mediante una representación gráfica

❖ **Orden de los números racionales:**

Los números racionales se pueden representar como fracciones o como números decimales, los cuales a su vez pueden ser decimales finitos o infinitos periódicos.

Las relaciones de orden en los racionales se establecen por medio de los siguientes criterios:

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ si a x d > b x c

$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ si a x d < b x c

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si a x d = b x c

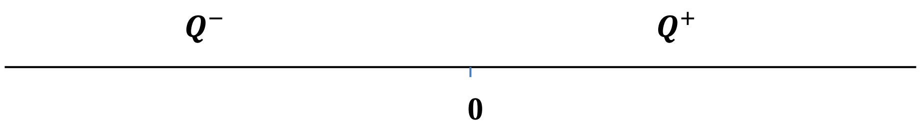
EJEMPLO

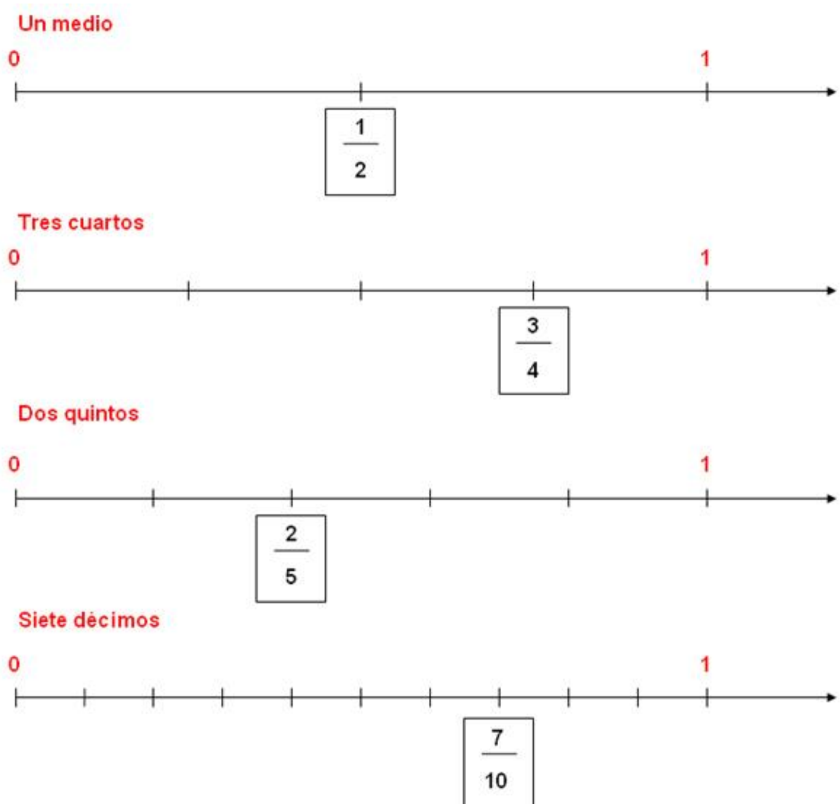
Comparar $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{11}$

Aplicando los criterios de las relaciones de orden para los racionales, se tiene que:

3 x 11 = 33 y 5 x 8 = 40, entonces $\frac{3}{8} < \frac{5}{11}$

❖ Representación en la recta de los números racionales





❖ Números Fraccionarios y Números Decimales

- **Expresión de los números racionales en forma decimal**

Cualquier número racional escrito en su forma fraccionaria puede representarse como un decimal, al efectuar la división entre el numerador y el denominador.

EJEMPLO:

Expresar el siguiente racional en forma decimal: $\frac{5}{22}$

```
5     | 22
      |______
50    0,22727...
 60
 160
    60
    160
```

- **Expresión de los números decimales en forma fraccionaria**

Dado un decimal cualquiera al que llamaremos *x*, es posible determinar la fracción que lo origina o que lo genera, multiplicando por una potencia adecuada de 10 y después restando para eliminar la parte que se repite.

EJEMPLO

x = 3,5474747...

1000x = 3547,474747...

10x = 35,474747...

990x = 3512,0

De este modo $x = \frac{3512}{990}$

- **Operaciones con los números racionales**

- **Adición y sustracción con fraccionarios**

Para adicionar fraccionarios con igual denominador (homogéneos) se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador.

EJEMPLO

$$\frac{2}{3}+\left(\frac{-5}{3}\right)+\left(\frac{-7}{3}\right)=\frac{2+(-5)+(-7)}{3}$$

$$=\frac{-10}{3}$$

Para restar números fraccionarios con igual denominador (homogéneos) se restan los numeradores y se escribe el mismo denominador.

EJEMPLO

$$\frac{11}{3}-\frac{7}{3}=\frac{11-7}{3}=\frac{4}{3}$$

Para adicionar y sustraer números fraccionarios con diferente denominador (heterogéneos) existen varias formas:

EJEMPLOS

1. $\frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5\times6+1\times4}{4\times6}=\frac{30+4}{24}=\frac{34}{24}=\frac{17}{12}$

2. $\frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{5\times6-1\times4}{4\times6}=\frac{30-4}{24}=\frac{26}{24}=\frac{13}{12}$

Se puede concluir que la suma de dos fracciones heterogéneas es otra fracción que tiene como numerador el producto del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda **más** el producto del numerador de la segunda fracción por el denominador de la primera; y como denominador el producto de los denominadores.

De igual manera para restar fracciones heterogéneas se sigue el mismo procedimiento cambiando la suma del numerador por una resta.

3.

$$\left(\frac{-6}{7}\right) + \left(\frac{-2}{3}\right)$$

$$= \frac{(21 \div 7) \times (-6) + (21 \div 3) \times (-2)}{m.c.m(7,3) = 21}$$

$$= \frac{3 \times (-6) + 7 \times (-2)}{21}$$

$$= \frac{(-18) + (-14)}{21}$$

$$= -\frac{32}{21}$$

4.

$$\mathbf{\frac{4}{3} - \frac{5}{2} = \frac{(6 \div 3) \times 4 - (6 \div 2) \times 5}{m.c.m.(2,3) = 6}}$$

$$\mathbf{= \frac{2 \times 4 - 3 \times 5}{6}}$$

$$\mathbf{= \frac{8 - 15}{6}}$$

$$\mathbf{= -\frac{7}{6}}$$

Se puede concluir que la suma fracciones heterogéneas es otra fracción que tiene como denominador el mínimo común múltiplo de los denominadores (m.c.m.) de los sumandos, y como numerador el resultado de dividir el m.c.m. de los denominadores de los sumandos entre el denominador del primer sumando, a ese resultado se lo multiplica por el numerador de dicho sumando; **más** el resultado de dividir el m.c.m. de los denominadores de los sumandos entre el denominador del segundo sumando, a ese resultado se lo multiplica por el numerador de dicho sumando.

De igual manera, para restar fracciones heterogéneas se sigue el procedimiento anterior cambiando la suma del numerador por una resta.

- **Adición y sustracción con decimales**

Para adicionar números decimales se escriben las cantidades de tal forma que las comas queden una debajo de la otra; los espacios vacíos se pueden completar con ceros.

EJEMPLO

15,3 + 85 + 0,24 + 43,675 =

$$\begin{array}{r} 15,300 \; + \\ 85,000 \\ 0,240 \\ \underline{43,675} \\ 144,215 \end{array}$$

Para restar números decimales, se procede de manera análoga a la suma.

EJEMPLO

207,3 – 95,654 =

$$\begin{array}{r} 207{,}300\ - \\ \underline{\ \ 95{,}654} \\ 111{,}646 \end{array}$$

- **Multiplicación de números fraccionarios**

Al multiplicar dos números fraccionarios se obtiene una nueva fracción, que tiene como numerador el producto de los numeradores y como denominador el producto de los denominadores.

EJEMPLO

$$\frac{8}{5} \times \left(-\frac{5}{12}\right) = \frac{8 \times (-5)}{5 \times 12} = \frac{(-40)}{60} = -\frac{2}{3}$$

- **Multiplicación con decimales**

Al multiplicar decimales se realiza la multiplicación como en los naturales, y el número de decimales del producto es la suma de decimales de los factores.

EJEMPLO

84,236 x (-7,4) =

$$\begin{array}{rcl} 84{,}236 & \longrightarrow & \text{3 cifras decimales} \\ \underline{\text{x } -7{,}4} & \longrightarrow & \text{1 cifra decimal.} \\ -623{,}3464 & \longrightarrow & \text{4 cifras decimales.} \end{array}$$

- **División con fraccionarios**

Existen varias formas para dividir fraccionarios

1. Para dividir dos números fraccionarios, se multiplica el dividendo por el recíproco del divisor (o inverso multiplicativo). Recuérdese que el recíproco de un número se obtiene al dividir 1 entre dicho número; por ejemplo, el recíproco de 2 es ½.

EJEMPLO

$$\frac{1}{4} \div \frac{2}{7} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{7}{2}\right) = \frac{7}{8}$$

2. La división de dos números fraccionarios es otro número fraccionario que tiene como numerador el producto del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda; y como denominador el producto del numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda.

   EJEMPLO

$$\frac{9}{4} \div \frac{6}{5} = \frac{9 \times 5}{6 \times 4} = \frac{45}{24} = \frac{15}{8}$$

- **División con decimales**
  1. División entre un decimal y un entero

En este caso, se realiza el algoritmo de la división de la misma manera que en los enteros, pero se debe tener en cuenta que cuando bajemos la primera cifra decimal, ponemos una coma en el cociente y continuamos dividiendo.

EJEMPLO

$526{,}6562 \div 7 =$

```
526,6562 |__7___
 36         75,2366
   16
     25
       46
         42
          0
```

2. División entre un entero y un decimal

Para este proceso, se multiplica el divisor y el dividendo por una potencia de dos hasta convertir el divisor en entero, y se procede a dividir.

EJEMPLO

5126 ÷ 62.37 = 512600÷6237; pues

5622 x 100=562200

62,37 x 100=6237

3. División entre dos decimales

Se multiplica el dividendo y el divisor por una potencia de 10 hasta que el divisor se convierta en un entero y se procede como en 1.

EJEMPLO

1,52 ÷ 4,5 = 15,2 ÷ 45

Porque 1,52 x 10 = 15,2 y 4,5 x 10 = 45.

EJEMPLO

Para preparar una taza de chocolate la receta es la siguiente: por cada $\frac{2}{4}$ de litro de leche se agregan $\frac{5}{3}$ de una pastilla de chocolate. Para acompañar el chocolate se usan $\frac{3}{5}$ de libra de queso.

Si se desea preparar 9 tazas de chocolate, ¿Cuántas pastillas de chocolate se usarán?, ¿Cuántos litros de leche se debe emplear?, ¿Cuánto queso se debe servir en la mesa?.

Sabemos que para una sola taza de chocolate la cantidad de leche, el número de pastillas de chocolate y la cantidad de queso son las siguientes:

$\frac{2}{4}$ de 1000 ml de leche; es decir 500 ml de leche

$\frac{5}{3}$ de pastillas de chocolate; es decir, 1 pastilla de chocolate y $\frac{2}{3}$ más.

$\frac{3}{5}$ de 500 g de queso; es decir, 300 g de queso.

Por lo tanto para 9 tazas de chocolate se necesitan las siguientes cantidades:

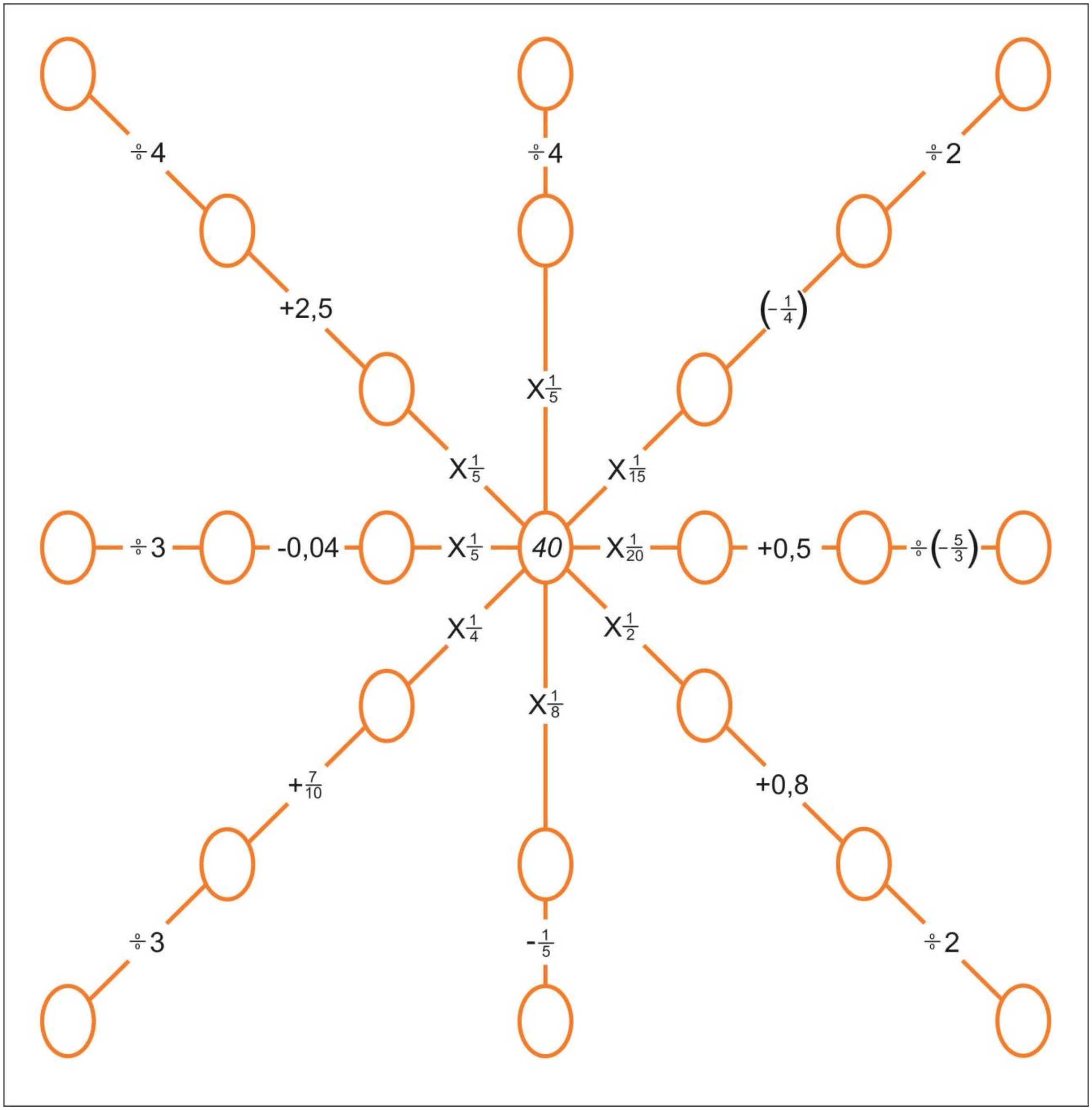
Leche: 500ml x 9 = 4500 ml

Pastillas de chocolate: $1\frac{2}{3}$ pastillas x 9 = 15 pastillas

Queso: 300g x 9 = 2700 g.

ACTIVIDAD EN CLASE

Complete la estrella colocando los resultados obtenidos en cada una de las casillas. Comienza desde la casilla del centro.



Anexo 4: Propiedades de los números racionales.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LOS COMUNEROS" – UNIVERSIDAD DEL CAUCA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
NÚMEROS RACIONALES – GRADO OCTAVO

CLASE N°: 02 **TEMA**: Números Racionales.

OBJETIVOS:

- Dar a conocer a los estudiantes las propiedades de los números racionales.
- Que los estudiantes determinen cuales propiedades se cumplen en los conjuntos numéricos conocidos (naturales, enteros y racionales) y cuales no.

CONTENIDO TEMÁTICO:

ACTIVIDAD EN CLASE. PROPIEDADES DE LOS NUMEROS ENTEROS.

1. **Verifique** la igualdad e identifique las propiedades que se utilizan.
   a. 2596 + (-8543) + (-2596) + 8543 = [2596 + (-2596)] + [(-8543) + 8543].
   b. (965 + 8547)+ (-851) = 965 + [(-851) + 8547].
   c. (-348) x 47 x 1 x 256 = {[47x (-348)]x256} x 1
2. Resuelva.
   a. (-8961) x [95 + (-28)]
   b. [(-56)x(31)] + [(-56) x (45)]

De esta manera los estudiantes deben recordar las propiedades de los números enteros.

REVISIÓN DE TRABAJO EN CASA

1. ¿Cuáles son las propiedades de los números racionales?

ACTIVIDAD EN CLASE. PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Llene la segunda columna de acuerdo a las propiedades que conoce de los números enteros. De acuerdo a la explicación llene la tercera columna.

Ejemplos	Deduzca la Propiedad	Escriba la Propiedad
$\frac{3}{7}+\frac{5}{8}= \frac{59}{56}$		
$\frac{11}{3}+\frac{2}{9}=\frac{2}{9}+\frac{11}{3}$		
$\frac{11}{3}+\left(-\frac{11}{3}\right)=0$		
$\left(\frac{9}{5}+ \frac{8}{7}\right)+\frac{3}{2}= \frac{9}{5}+ \left(\frac{8}{7}+ \frac{3}{2}\right)$		
$\frac{8}{5}\text{x}\left(-\frac{13}{5}\right)=\left(-\frac{13}{5}\right)\text{x}\frac{8}{5}$		
$\frac{8}{3}+0=\frac{8}{3}$		
$\frac{11}{19}\div 1=\frac{11}{19}$		
$\frac{26}{15}\text{x}\frac{15}{26}=1$		
$\frac{8}{3}\text{x}\frac{11}{6}=\frac{88}{18}=\frac{44}{9}$		
$\frac{19}{8}\text{x}\left(\frac{18}{3}+\frac{15}{4}\right)$ $=\left(\frac{19}{8}\text{x}\frac{18}{3}\right)+\left(\frac{19}{8}+\frac{15}{4}\right)$		
$\frac{26}{9}\div\frac{13}{6}=\frac{156}{117}$		
$\frac{2}{9}\text{x}\left(\frac{12}{9}\text{x}\frac{3}{7}\right)=\left(\frac{2}{9}\text{x}\frac{12}{9}\right)\text{x}\frac{3}{7}$		
$\frac{8}{3}+0=\frac{8}{3}$		
$\frac{24}{17}\text{x}1=\frac{24}{17}$		

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Existen para la suma, resta, la multiplicación y la división, distintas propiedades de los números racionales, estas son:

- **Propiedad clausurativa.**

La suma, la resta, la multiplicación y la división de números racionales es nuevamente un número racional.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{e}{f}\ ; \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{e}{f}\ ; \quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{e}{f}\ ; \quad \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$$

- **Propiedad conmutativa**.

El orden de los sumando no altera el resultado, de igual manera el orden de los factores no altera el producto.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}\ ; \quad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{c}{d}\times\frac{a}{b}$$

- **Propiedad asociativa.**

Si se agrupan los sumandos de diferentes maneras, el resultado no cambia; así mismo, si se agrupan los factores de diferentes maneras, el producto no cambia.

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)\ ; \ \left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)\times\frac{e}{f}=\frac{a}{b}\times\left(\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}\right)$$

- **Propiedad del elemento neutro.**

El elemento neutro para la suma es el cero porque todo número racional sumado con el 0 me da el mismo número. El elemento neutro de la multiplicación y la división es el 1 porque todo número racional multiplicado por 1 y dividido entre 1 da el mismo número.

$$\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b} \quad ; \quad \frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b} \quad ; \quad \frac{a}{b} \div 1 = \frac{a}{b}.$$

- **Propiedad del inverso**

Al suman un número racional con su inverso aditivo, el resultado debe ser cero**.** Al multiplicar un número racional por su inverso multiplicativo (o recíproco) el resultado debe ser 1.

$$\boldsymbol{\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0} \quad ; \quad \boldsymbol{\frac{a}{b} \times \left(\frac{b}{a}\right) = 1}$$

- **Propiedad distributiva**.

Al combinar sumas y multiplicaciones, el resultado es igual a la suma de los factores multiplicado por cada uno de los sumandos.

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{a}{b} \times \frac{e}{f}\right)$$

Anexo 5: Potenciación y Radicación de Números Racionales

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LOS COMUNEROS" – UNIVERSIDAD DEL CAUCA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
NÚMEROS RACIONALES – GRADO OCTAVO

CLASE N°: 03 **TEMA**: Potenciación y Radicación de Números Racionales.

OBJETIVO:

Dar a conocer a los estudiantes las propiedades de la potenciación y de radicación de los números racionales.

CONTENIDO TEMÁTICO.

Potenciación:

Recordemos que:

- $a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a$ (a n-veces).
- a^0 = 1, para todo a diferente de cero.
- $a^1 = a$, para todo a.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, para todo a diferente de cero.

De manera similar para los números racionales se tiene lo siguiente:

- Si $a,\ b\ y\ n$ son enteros se tiene que:

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ $n\ veces$).

En donde $\frac{a}{b}$ es la base y n es el exponente.

- $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^1 = \frac{a}{b}$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

Ejemplo 1.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

❖ Para elevar un cociente a un exponente, eleve tanto el numerador como el denominador al exponente dado.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo 2.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

❖ Para elevar una fracción a un exponente negativo, invierta la fracción y cambie el signo del exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$$

Ejemplo 3.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5} = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

- ❖ Para multiplicar dos potencias con una misma base, se escribe la misma base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{n} \times \left(\frac{a}{b}\right)^{m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n+m}$$

Ejemplo 4.

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{7}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{4} = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

- ❖ Para hallar el cociente de dos potencias con una misma base, se escribe la misma base y se resta el exponente del numerador menos el exponente del denominador.

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)^{n}}{\left(\frac{a}{b}\right)^{m}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n-m}$$

Ejemplo 5.

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{3}\right]^{2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{3 \times 2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{6}$$

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{3^{\mathrm{x}}2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^6 = (-1)^6\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

❖ Para elevar una potencia a una potencia se multiplican los exponentes.

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n^{\mathrm{x}}m}$$

Ejemplo 6.

$$\left[\left(\frac{3}{5}\right)\times\left(\frac{2}{7}\right)\right]^3 = \left(\frac{3}{5}\right)^3\times\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3}\times\frac{2^3}{7^3} = \frac{27}{125}\times\frac{8}{343} = \frac{216}{42875}$$

❖ Para elevar un producto a un exponente, eleve cada factor al exponente.

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)\times\left(\frac{c}{d}\right)\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n\times\left(\frac{c}{d}\right)^n$$

Ejemplo 7.

$$\left(\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{7}}\right)^3 = \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^3}{\left(\frac{2}{7}\right)^3} = \frac{\frac{3^3}{5^3}}{\frac{2^3}{7^3}} = \frac{\frac{27}{125}}{\frac{8}{343}} = \frac{9261}{1000}$$

❖ Para elevar un cociente a un exponente, eleve tanto el numerador como el denominador al exponente dado.

$$\left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\right)^n = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^n}{\left(\frac{c}{d}\right)^n}$$

Radicación:

Recordemos que:

- $\sqrt[n]{a} = b$ significa que $b^n = a$. si n es par tenemos que a ≥ 0 y b ≥ 0.

La radicación es en realidad otra forma de expresar una potenciación, de la siguiente manera

$$\sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}$$

Por lo tanto para la radicación se cumplen todas las propiedades de la potenciación.

EJEMPLOS

1. $\sqrt[2]{\frac{16}{9}} = \left(\frac{16}{9}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(16)^{\frac{1}{2}}}{(9)^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt[2]{16}}{\sqrt[2]{9}} = \frac{4}{3}$
2. $\sqrt[3]{\frac{x^3}{y^9}} = \frac{x^{\frac{3}{3}}}{y^{\frac{9}{3}}} = \frac{x^1}{y^3} = \frac{x}{y^3}$
3. $\sqrt[2]{\sqrt[3]{\frac{1}{64}}} = \sqrt[2]{\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}} = \left[\left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{1}{64}}$
4. $\sqrt[4]{\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}} = \left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{4}}\times\left(\frac{c}{d}\right)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{a}{b}}\times\sqrt[4]{\frac{c}{d}}$

Anexo 6: Actividad en Clase Números Racionales

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LOS COMUNEROS" – UNIVERSIDAD DEL CAUCA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
NÚMEROS RACIONALES – GRADO OCTAVO

EJERCICIOS: 01 **TEMA**: Números Racionales.

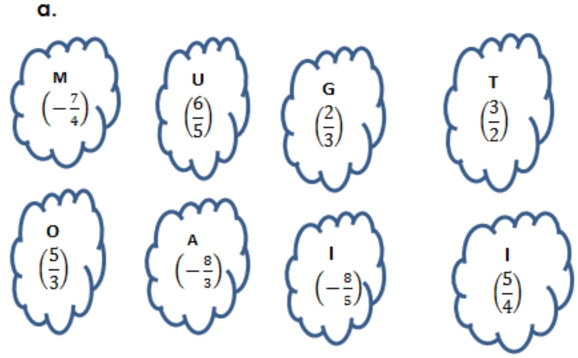
OBJETIVO:

Se pretende que los estudiantes refuercen los temas vistos en clase.

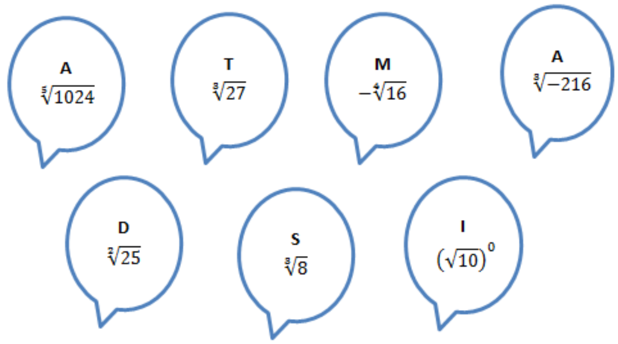
1. Expresar los siguientes racionales en forma decimal y los decimales en forma fraccionaria.
   a. $\frac{20}{3}$
   b. (-1,25)
   c. 0,5

2. Ordene los siguientes números de menor a mayor y encuentre la palabra.

a.



b.



3. En la semana cultural del colegio Los Comuneros se ha organizado una carrera de costales sobre una pista recta, desarrollándola en cinco etapas que comienzan desde el punto de salida en la primera etapa.
    - Primera etapa: avanza $\frac{4}{5}$ de metros.
    - Segunda etapa: devolverse $\frac{1}{2}$ de metro.
    - Tercera etapa: avanza $\frac{1}{4}$ de metro.
    - Cuarta etapa: avanza $\frac{5}{8}$ de metro.
    - Quinta etapa: se devuelve $\frac{4}{5}$ de metro.

¿Qué distancia debe recorrer cada competidor?

¿A qué distancia de la salida queda un competidor que hace todos los recorridos?. Traza una gráfica.

4. Resuelva.

a. $\frac{8}{10}+\frac{11}{8}-\frac{2}{5}-\frac{11}{8}=$

b. $\frac{\frac{3}{10}\times\left(\frac{5}{9}-\frac{7}{8}\right)}{\frac{1}{2}\times\left(11+\frac{2}{5}\right)}=$

c. 6.63 x (0.25 + 1.25) =

e. $\sqrt[3]{\sqrt[2]{\frac{64x^6}{729y^6}}}=$

f. $\sqrt[3]{\boldsymbol{x^3y^6}}=$

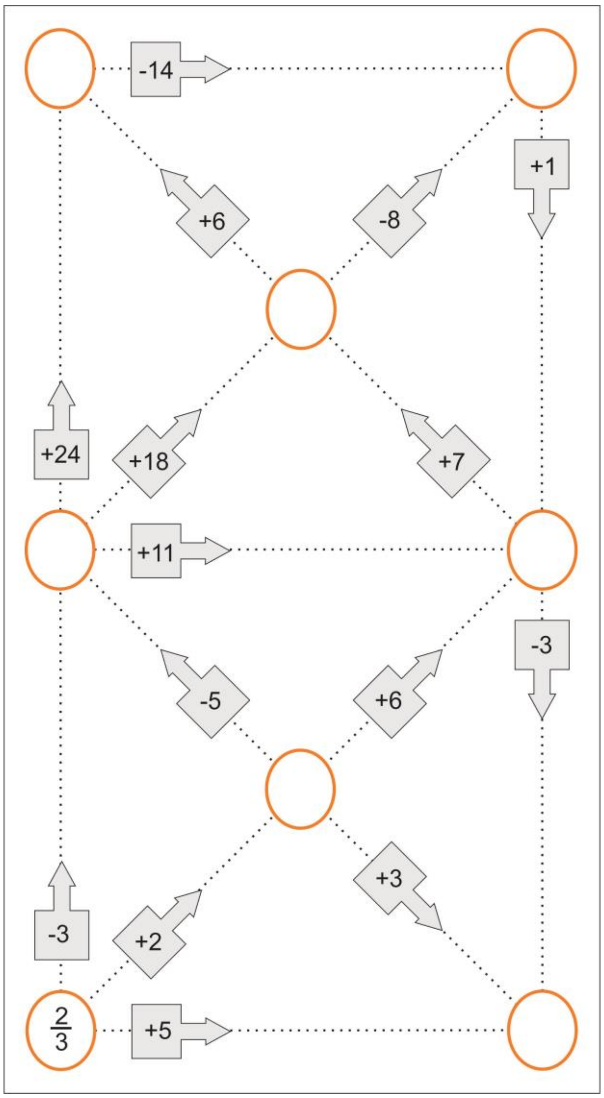
g. $(81)^{\frac{1}{4}}=$

d. $6.89 \div 4.3 =$

h. $\left[\frac{\left(-\frac{8}{3}\right)\times\left(\frac{5}{4}\right)}{\left(\frac{6}{5}\right)\times 6}\right]^{3} =$

e. $\left[\left(\frac{2597}{5214}\right)^{2}\right]^{0} =$

5. Completa en cada casilla el número que falta realizando la operación. La flecha indica el sentido de la operación.



6. Resuelva y encuentre el resultado en la sopa de letras.

2	4	0	3	8	2	0	1	2	7
1	8	4	5	7	2	3	4	1	5
0	5	7	5	9	8	4	7	3	8
8	9	8	6	7	7	0	2	9	1
3	2	0	3	1	6	2	4	6	0
2	1	9	4	5	1	1	9	1	0
7	5	1	6	7	9	8	8	2	3
2	7	5	8	1	5	9	6	7	5
9	9	0	2	3	0	6	3	6	1
3	1	2	7	5	7	1	4	2	0

1. $(121)^{\frac{1}{2}} =$

2. $(144)^{\frac{1}{2}} =$

3. $(125)^{\frac{1}{3}} =$

4. $(1296)^{\frac{1}{4}} =$

5. $(400)^{\frac{1}{2}} =$

6. $(10000)^{\frac{1}{2}} =$

Anexo 7. Examen escrito 1

INSTITUCIÓN EDUCATIVA "LOS COMUNEROS" – UNIVERSIDAD DEL CAUCA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

PRÁCTICA PEDAGÓGICA

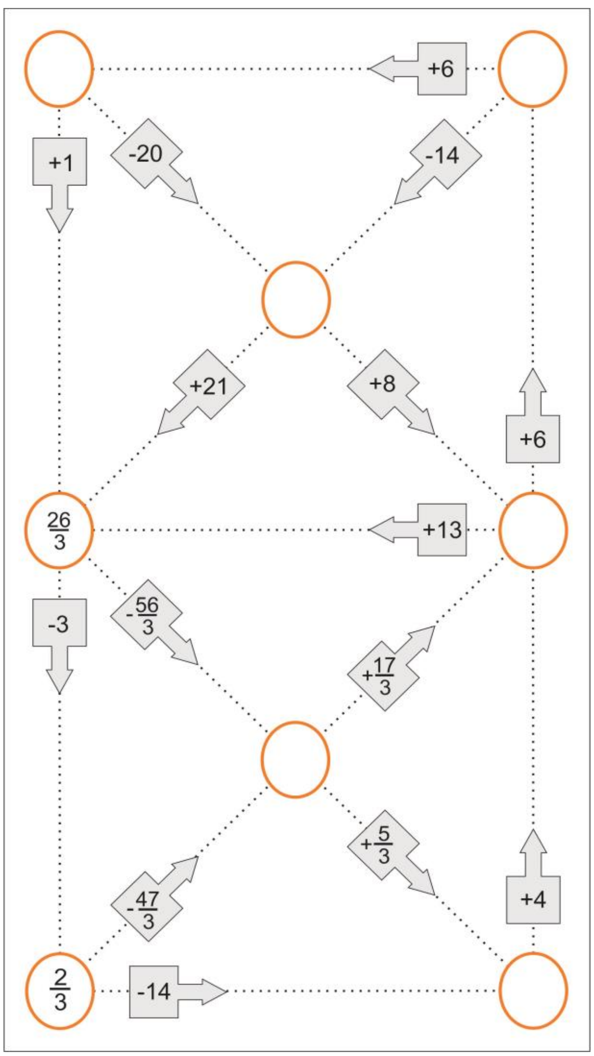
EXAMEN DE LOS NÚMEROS RACIONALES

GRADO OCTAVO

1. Para preparar una taza de chocolate la receta es la siguiente: por cada $\frac{2}{4}$ de litro de leche se agregan $\frac{5}{3}$ de una pastilla de chocolate. Para acompañar el chocolate se usan $\frac{3}{5}$ de libra de queso.

Si se desea preparar 9 tazas de chocolate, ¿Cuántas pastillas de chocolate se usarán?, ¿Cuántos litros de leche se debe emplear?, ¿Cuánto queso se debe servir en la mesa?.

2. Completa en cada casilla el número que falta realizando la operación. La flecha indica el sentido de la operación.



3. Resuelva.

a. $\dfrac{\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{8}\right)}{\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{5}{7}\right)} =$

b. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\dfrac{144x^{24}}{y^{12}}}} =$

Anexo 8: Examen escrito 2

INSTITUCIÓN EDUCATIVA “LOS COMUNEROS” – UNIVERSIDAD DEL CAUCA

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

PRÁCTICA PEDAGÓGICA

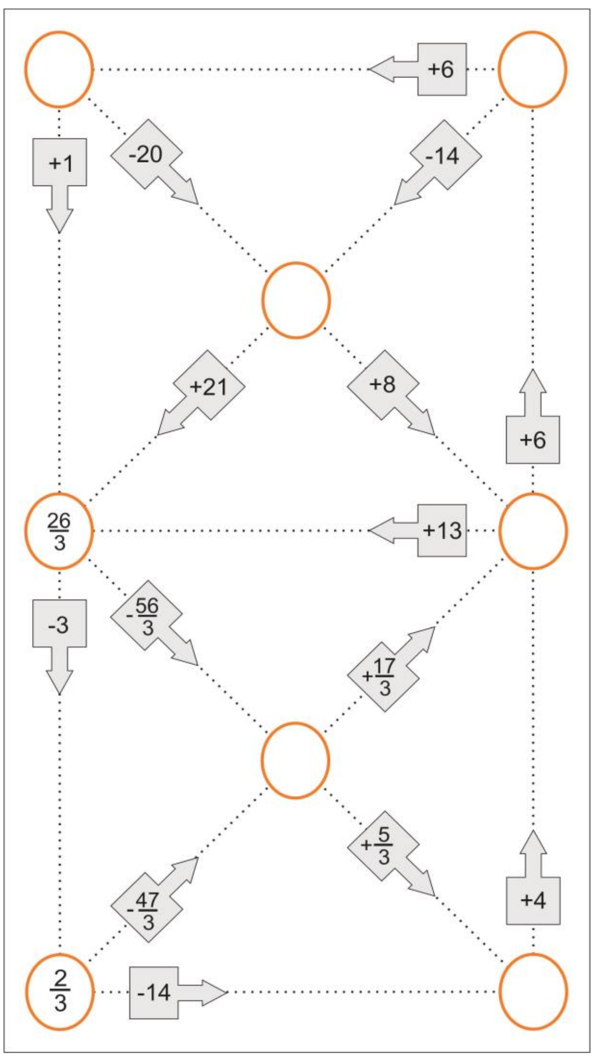
EXAMEN DE LOS NÚMEROS RACIONALES

GRADO OCTAVO

1. En la semana cultural del colegio Los Comuneros se ha organizado una carrera de costales sobre una pista recta, desarrollándola en cuatro etapas que comienzan desde el punto de salida en la primera etapa.
   - Primera etapa: avanza $\frac{7}{5}$ de metros.
   - Segunda etapa: devolverse $\frac{3}{4}$ de metro.
   - Tercera etapa: avanza $\frac{2}{7}$ de metro..
   - Cuarta etapa: se devuelve $\frac{4}{5}$ de metro.

¿Qué distancia debe recorrer cada competidor?; ¿A qué distancia de la salida queda un competidor que hace todos los recorridos?.

3. Completa en cada casilla el número que falta realizando la operación. La flecha indica el sentido de la operación.



3. Resuelva.

a. $\dfrac{\frac{2}{5}\times\left(\frac{3}{4}-\frac{7}{8}\right)}{\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{5}{7}\right)} =$

b. $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\dfrac{144x^{24}}{y^{12}}}} =$