ESTUDIANDO CON EL GEOPLANO EL ÁREA DE POLÍGONOS IRREGULARES

ANDRÉS FELIPE VELASCO MUÑOZ

ASESORA:

GABRIELA INÉS ARBELÁEZ ROJAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2016

ESTUDIANDO CON EL GEOPLANO EL ÁREA DE POLÍGONOS IRREGULARES

ANDRÉS FELIPE VELASCO MUÑOZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2016

NOTA DE ACEPTACIÓN

El presente trabajo

Fue aprobado por:

____

Vo. Bo. Alex Manuel Montes

Coordinador Licenciatura en Matemáticas

____

Vo. Bo. Gabriela Arbeláez Rojas

Directora

____

Vo. Bo. Yenny Leonor Rosero R.

Evaluadora

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por poner en mi camino una carrera tan especial como la Licenciatura en Matemáticas, además de haberme dado la sabiduría y la paciencia necesaria para no desistir.

A mi madre, María Uvaldina Muñoz; a mi padre, Jaime Ordoñez Flor; a mi hermano Gustavo Adolfo Ordoñez, por haberme apoyado en todo este proceso y brindarme lo necesario para finalizar este trabajo.

A la profesora Gabriela Arbeláez, por su acompañamiento en este importante momento de mi formación académica; por su entrega al momento de orientar cada hora de clase que hoy concluye con este documento.

A mis compañeros de proyecto y a la profesora Idalí Collazos, pues sus recomendaciones fueron oportunas para tornar este trabajo más ameno.

A los estudiantes de la institución educativa Francisco José Chaux Ferrer, por abrir un espacio de su tiempo y permitirme obtener mi primera experiencia en el rol docente dentro de un aula de clase.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

La profesión docente trae consigo un sinnúmero de responsabilidades y compromisos para quien desea ejercerla, incluso desde el proceso de formación. Los licenciados en matemáticas de la Universidad del Cauca, deben cursar y aprobar diferentes unidades temáticas que fortalecen cada una de las capacidades necesarias para desempeñar nuestro papel de maestros. Dentro de las áreas que son impartidas para dicha formación, se encuentra una línea secuencial dirigida a la formación docente, conocida como **Práctica Pedagógica**; la cual es ejecutada en un periodo de cuatro semestres; descritos brevemente de la siguiente manera:

- En la PP I se realiza un acercamiento al marco teórico y metodología del proyecto de aula, dándonos una idea del trabajo que se iniciará en el salón de clase.
- En la PP II se inicia la elaboración del documento escrito y por consiguiente delimita el marco teórico, metodología y finalmente se idean y optimizan las actividades para llevar al aula de clases.
- En la PP III terminamos de pulir las actividades y realizamos la propuesta de intervención en el aula.
- En la PP IV se realiza la sistematización de la experiencia estableciendo su respectiva estructura para presentar el documento escrito al evaluador(a).

Así, tras la búsqueda de una experiencia afín con los objetivos de la práctica pedagógica, que llenara mis expectativas como docente en formación, se optó por tomar, como tema principal, la geometría en la educación básica secundaria. Teniendo en cuenta que Bishop (Bressan,

2000) plantea que "la geometría modela el espacio que percibimos, es decir, la geometría es la matemática del espacio."; se considera que es muy pertinente trabajar con este tema puesto que contiene elementos que no son ajenos a los estudiantes y por el contrario puede llegar a ser incluido en su vida cotidiana. Los conceptos que están inmersos en la geometría se pueden observar en todo el entorno, como por ejemplo: las casas que dejan entrever polígonos; las calles mostrando rectas y puntos; e incluso, las mejores estructuras arquitectónicas alrededor del mundo cuentan con combinaciones complejas de los componentes inmersos en la geometría.

Esta experiencia fue desarrollada con estudiantes del grado octavo y noveno de la Institución Educativa Comercial del Norte, sede Francisco José Chaux Ferrer de la localidad de La Rejoya, ubicada al noroccidente de la ciudad de Popayán.

Es oportuno decir que, la enseñanza de la geometría en educación básica se le ha restado importancia, en ocasiones porque es un área orientada con rapidez; en otras, no se tienen en cuenta los medios, recursos ni estrategias adecuadas para lograr una óptima enseñanza de esta. En este caso, limitaremos este trabajo exclusivamente al cálculo de áreas de polígonos irregulares con características específicas, las cuales se darán a conocer posteriormente.

Para esta experiencia, en primer lugar, se realizó una prueba diagnóstica para hacer un reconocimiento de los conceptos de área y los conocimientos previos que los jóvenes han obtenido con anterioridad. Posteriormente, se observan errores cometidos por los estudiantes en esta prueba y se intenta dar una posible explicación, pues Godino, Batanero y Front, (2003) afirman que:

> El aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los alumnos tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores. Esta es la posición de las teorías psicológicas constructivistas sobre el aprendizaje de las matemáticas. (p.20)

Durante el desarrollo de esta experiencia, los estudiantes llevaron a cabo actividades en las que contaron con el apoyo del docente en formación y como recurso material el geoplano, que en palabras de Godino (2004), es considerado un “recurso manipulativo tangible”, sobre el cual se profundizará más adelante.

La presente sistematización de la experiencia pedagógica muestra, por un lado, la forma en que los estudiantes hacen la construcción de un conocimiento geométrico, estructurado y formalizado con la fórmula o teorema de Pick; y por el otro, cómo se da a conocer a los estudiantes que la descomposición de figuras geométricas se podría convertir en una herramienta de gran utilidad para resolver problemas.

Finalmente, como evidencia del trabajo realizado durante la práctica pedagógica en la institución educativa, encontraremos algunos problemas matemáticos presentados a los estudiantes, estos problemas están enmarcados en el cálculo de áreas y la forma como algunos de ellos les dieron solución. Los resultan obtenidos se muestran en una serie de conclusiones que sintetizan los avances logrados con esta experiencia.

1. JUSTIFICACION

El papel de la geometría y en particular el concepto de Área, que será ampliado más adelante, ha sido de gran importancia en el desarrollo de la sociedad. Así pues, nuestro entorno se encuentra permeado de dicho concepto en múltiples formas, como por ejemplo: las medidas de terrenos, la optimización de espacios, o su aplicación en construcciones, por mencionar algunos.

Por otro lado, es importante recordar que en la educación colombiana, específicamente en el nivel de básica secundaria, el "Área" es un concepto difícil de asimilar por parte de los estudiantes, posiblemente debido a que las herramientas matemáticas que posibilitan el desarrollo de este no son suficientes; además de que la intensidad horaria asignada para estudiar nociones geométricas no es la adecuada. Dichas dificultades pueden estar asociadas al conflicto que los estudiantes tienen con el lenguaje matemático, dando como resultado que los jóvenes terminan utilizando fórmulas sin entender su verdadero significado, obteniendo conocimientos sólo para el momento y no de forma significativa.

Muchas de las limitaciones en la comprensión, que los jóvenes manifiestan sobre temas de Geometría se deben al tipo de enseñanza que han recibido. Asimismo, ésta depende, en gran medida, de las concepciones que el docente tiene sobre lo que es Geometría, cómo se aprende, qué significa conocer esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña. Se puede afirmar que, muchos educadores identifican a la Geometría, principalmente, con temas como perímetros, superficies y volúmenes, limitándola sólo a las cuestiones métricas; mientras que, para otros, la principal preocupación es dar a conocer a los estudiantes las figuras o relaciones geométricas con dibujos, su nombre y su definición, reduciendo las clases a una especie de glosario geométrico ilustrado (García y López, 2008).

Dado que la geometría es de importancia en todo el ciclo de educación básica, este trabajo es relevante pues pretende recuperar algo del terreno perdido en la repercusión de estos conocimientos en el aula de clase. Teniendo en cuenta que actualmente se ha relegado el papel de la geometría a un pequeño rincón del programa de la educación básica, donde a decir verdad, esta asignatura es poco estudiada y en ocasiones dejada para el final del año escolar; esta experiencia pretendió resaltar la importancia de ésta a los estudiantes de la institución educativa Francisco Chaux Ferrel.

Con el propósito de favorecer a los estudiantes, este trabajo se encaminó a cambiar la percepción de que “saber geometría es solo reconocer figuras y aprender algunas fórmulas”. En otras palabras, los estudiantes tuvieron un mayor acercamiento a la noción de geometría basada en el estudio del conocimiento del espacio, pues es importante que identifiquen las formas, posición, cambios de posición y de forma, como geometría.(Pastells, 2015)

Al realizar un estudio de lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional en sus Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (MEN, 2006), podemos observar que los grados octavo y noveno comparten objetivos similares en el campo de la geometría. En general, según estos estándares, los estudiantes deberán lograr conjeturar o visualizar propiedades relacionadas con la noción de área en figuras planas. Esta propuesta pretende ser implementada en ambos grados y contribuir en alguna medida al aprendizaje de la geometría sin alejarnos de los objetivos planteados por el MEN. Teniendo en cuenta dichos estándares, esta experiencia pretendió poner en práctica un aprendizaje participativo en el que los estudiantes jugaron un papel activo al intervenir propositivamente en la planeación, realización y evaluación del proceso de aprendizaje. Con lo cual, los jóvenes lograron llevar a cabo los procedimientos de conjeturar, visualizar y argumentar. En este sentido, se hizo un acompañamiento a los educandos para el alcance de un aprendizaje significativo del concepto de área y el desarrollo de las habilidades matemáticas en general.

Es importante mencionar que, una dificultad para los estudiantes que inician el aprendizaje de la geometría, es reconocer las propiedades de las figuras geométricas y el cálculo de su área, además de los problemas para la memorización de las fórmulas, que son usadas generalmente de forma mecánica, sin lograr entenderlas, empleándolas de forma errónea al momento de resolver un problema, e incluso los estudiantes pueden conocer la fórmula para el área de una figura simple como el triángulo pero no logran reconocer cual es la base o la altura en dicha figura.

Esta experiencia docente está relacionada con la geometría, enfocada en el estudio de las formas y enfatizada en el cálculo del área de polígonos inscritos en el geoplano, con lo cual, los estudiantes lograron adquirir nuevos conocimientos con respecto al área de polígonos. Para llevar a cabo el estudio planteado se utilizó la resolución de problemas propuesta por G. Polya, por otro involucró el recurso didáctico del geoplano que ayudó a visualizar propiedades geométricas de una manera sencilla e interactiva.

2. REFERENTES TEORICOS

> "Para nuestro alumnado de clases elementales lo concreto empieza por ser el mundo de lo observable, lo que impresiona directamente sus sentidos, y al mismo tiempo el que te invita a actuar"
>
> Pedro Puig Adam (Alsina y Otros, 1997:117).

Este trabajo se enfoca en el cálculo de áreas de polígonos irregulares y se lleva a cabo bajo la metodología de resolución de problemas. Dado que desde la posición de Godino, Batanero y Font (2004):

> Resolver problemas es esencial si queremos conseguir un aprendizaje significativo de las matemáticas. No debemos pensar en esta actividad sólo como un contenido más del currículo matemático, sino como uno de los vehículos principales del aprendizaje de las matemáticas, y una fuente de motivación para los alumnos ya que permite contextualizar y personalizar los conocimientos. Al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad. (p.60)

Teniendo en cuenta el punto de vista de las orientaciones curriculares, estas consideran que "el aprendizaje significativo supone comprender y ser capaz de aplicar los procedimientos, conceptos y procesos matemáticos, y para ello deben coordinarse el conocimiento de hechos, la eficacia procedimental y la comprensión conceptual" (Godino et al. 2004, p.66).

Para ello tomaremos como referentes por un lado, lo que plantea Polya (1989) en su libro "Como Plantear y Resolver Problemas"; por el otro, lo escrito por Verdugo, Briseño, Vázquez, Palmas, (2000) en su trabajo "Área de Figuras en el Geoplano".

2.1 REFERENTES CONCEPTUALES.

Antes de dar paso a los referentes en los cuales se apoya este trabajo es necesario dejar claro algunos términos utilizados a lo largo de esta sistematización, así pues, esta sección se plantea para estudiar el significado de los conceptos utilizados, para de esta manera, entender lo aquí planteado.

Para empezar, debemos ilustrar lo que es la geometría: "medida de la tierra" seria su significado etimológico y esto nos muestra de alguna manera su nacimiento de tipo práctico en la medición de terrenos en el pueblo egipcio. Sin embargo, desde la posición de Godino y Ruiz (2002):

> La Geometría dejó hace ya hace mucho tiempo de ocuparse de la medida de la tierra. Con los griegos la geometría se interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus componentes más elementales y de las relaciones y combinaciones entre dichos componentes (p.456).

Por su parte, Alsina (2012) argumenta que es casi un error identificar la geometría con el conocimiento del espacio. Dicho concepto es bastante amplio, en él se encuentran otras ciencias diferentes además de la geometría. A juicio de Canals (citado por Alsina, 2012) "pertenecen a la geometría los conocimientos del espacio que se refieren a los tres aspectos siguientes: la posición, las formas y los cambios de posición y formas" (p.148).

Dicho con palabras de Godino y Ruiz (2002) “La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triangulo, polígono, poliedro, etc.” (p.456).

Un objeto designado de la geometría que utilizaremos es el polígono, para lo cual se requiere, previamente, comprender qué es una línea recta. Intuitivamente “una línea recta es la figura geométrica en el plano formada por una sucesión de puntos que tienen la misma dirección. Dados dos puntos diferentes, sólo una recta pasa por esos dos puntos” (Ángel, 2007-2008, p.3).

Para continuar, se tuvo en cuenta la definición de polígono, para ello debemos plantearnos primero que es una línea poligonal y como se forma un polígono. Los conceptos anteriores los aclara Alsina (2012) diciendo que:

> La noción de polígono implica un trabajo en el espacio bidimensional y va muy ligado a la idea de línea poligonal, que es una línea formada por distintos trozos o segmentos de líneas rectas. Esta línea poligonal puede ser abierta o cerrada.
>
> Si la línea poligonal es cerrada, entonces obtenemos un polígono. Un polígono es una figura plana formada por una línea poligonal cerrada y la superficie interior. Tiene tantos vértices como lados (p.151).

Al respecto conviene decir que un polígono de tres lados se conoce como un triángulo. De acuerdo a lo anterior, el polígono más simple y el conocimiento de sus características y propiedades ayudan a conocer los polígonos de más lados. De tal manera tenemos que “Sean A, B, C, tres puntos distintos no colineales. La unión de los segmentos AB, BC, CA determinan el triángulo de vértices A, B y C que denotaremos: $\triangle ABC$ ó $\triangle$ ABC” (Escobar, 2014, p.30).

Con una idea de lo que son los polígonos, dar un vistazo al concepto de área es importante. Para Batanero, Godino y Roa (2002) el área es considerado como: "El rasgo o característica de los cuerpos que se mide cuantitativamente" (p.623) algo similar ocurre cuando Fandiño y D´Amore (como se citó en Gonzales, 2014) describe el área como "la medida bidimensional, es decir, un número real acompañado de una oportuna unidad de medida". En otras palabras podemos decir que el área es una cualidad de magnitud que da información acerca del tamaño de la superficie de un determinado cuerpo.

Cabe aclarar que hay diferencia entre área y superficie.

> Con frecuencia estas palabras se usan de manera indistinta, pero es necesario distinguir dos conceptos diferentes, aunque relacionados. … La palabra superficie se debería reservar para designar la forma del cuerpo o figura (superficie plana, alabeada, triangular), mientras que la palabra área debería designar la extensión de la superficie (Batanero et al, 2002, p.623)

Otras nociones importantes en esta sistematización serán expuestas a continuación:
En esta experiencia se consideró conveniente conocer algunos los errores de los alumnos en el transcurso del proceso encontrando algunas de las causas. Por lo anterior, en el desarrollo de esta experiencia cuando se habla de errores en los estudiantes se está teniendo en cuenta el planeamiento de Batanero et al (2003) quien hace alusión que se produce un "error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar" (p.73).

Por otro lado, en este contexto es preciso aclarar el término dificultad.

> El termino dificultad indica el mayor o menor grado de éxito de los alumnos ante una tarea o tema de estudio. Si el porcentaje de respuestas incorrectas (índice de dificultad) es elevado se dice que la dificultad es alta, mientras que si dicho porcentaje es bajo, la dificultad es baja (Batanero et al, 2003, p.73).

A lo largo de la experiencia en el aula una tarea importante del profesor fue escuchar los razonamientos y pensamientos de sus estudiantes a través de actividades en clase en la que interactúe con ellos. A juicio de Pugna y Jaramillo (2015)

> El conocimiento matemático utiliza al profesor para la planeación de secuencias didácticas de estudio, diseñadas especialmente para desarrollar las habilidades y necesidades cognitivas de sus estudiantes y que pueden ser modificadas de acuerdo con el progreso y dificultades que vaya observando en ellos. (p.295)

Por otro lado, el tema geométrico de esta experiencia exploró de alguna forma el aprendizaje participativo, dicho aprendizaje es aquel en el que la persona que aprende juega un papel activo al intervenir propositivamente en la planeación, realización y evaluación del proceso de aprendizaje.(campus virtual, 2009)

En consecuencia al aprendizaje participativo tenemos que; por un lado, surge el proceso de conjeturar. Teniendo en cuenta en este tema a Álvarez, Bautista, Carranza, y soler, (2014)

> El proceso de conjeturar en matemáticas se constituye en el mecanismo por medio del cual se formulan afirmaciones acerca de las propiedades de determinados objetos o las relaciones que se dan entre éstos, a partir de ciertas observaciones, exploraciones, ensayos

> o experimentos sobre dichos objetos, que permiten identificar información para plantear conjeturas a través de tales afirmaciones (p.76).

Por otro lado encontramos el proceso de visualización el cual hace referencia a la observación del objeto matemático con lo cual se pretende identificar características de este objeto y las correspondencias existentes entre ellas, basándose en los esquemas cognitivos previos que tiene dicho observador sobre los objetos (Álvarez et al, 2014)

Finalmente el proceso de argumentar está presente en la actividad matemática en los que se consolida algo, o cuando se desea respaldar la verdad o falsedad de alguna afirmación. Por otro lado argumentar, ayuda al desarrollo de otros procesos generales presentes en toda actividad matemática como la resolución y planteamiento de problemas (Álvarez et al, 2014).

2.2 COMO PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS

Polya (1989) se enfoca en la resolución de problemas y nos invita a hacer un alto en el camino antes de emprender dicha tarea, este alto se debe hacer para pensar y planear de un modo u otro la forma de llegar a dar una respuesta. Afirma que antes de resolver el problema llegan a surgir planteamientos diferentes, unos más brillantes que otros. El mismo autor, deja entrever la importancia que representa los descubrimientos en la resolución de problemas; de hecho, para sumergir a sus lectores en la resolución de problemas; plantea que si no es posible resolver el problema planteado, siempre existirá un problema más sencillo que podremos resolver para poder dar respuesta al problema original. El autor resume su estrategia en cuatro pasos, los cuales serán descritos más adelante.

Ahora bien, Polya en su libro acuña el término “heurística” y muestra un diccionario heurístico donde enseña las posibles manera para resolver problemas, trabajo recopilado en sus años de experiencia. Se resaltan los siguientes planteamientos:

- Buena ilustración de los ejemplos, considerando que en ocasiones los gráficos dan una mejor idea de cómo resolver el problema dado. de otro lado, muestra un paso a paso sin omitir detalle del proceso que está ejecutando para resolver el problema.
- Adicional a lo anterior hay que resaltar la forma en que induce al lector a seguir pensando en el problema, pues no da la repuesta sino, muestra posibles caminos para llegar a la solución.
- El planteamiento de preguntas, son útiles en el trascurso de la lectura pues con ellas se amplía el campo de trabajo al momento de abordar cada problema.
- La insistencia en que cada problema es parecido o está relacionado con algún otro

problema resuelto con anterioridad por tanto entre más problemas resueltos tengamos mayores son las posibilidades de abordar y solucionar exitosamente otro problema nuevo.

De otro lado, también es importante rescatar las acciones que se deben llevar a cabo antes, durante y después de la solución de un problema. En cada una de estas etapas el autor presenta pautas a través de preguntas para que sean pensadas antes de abordar el problema y así poder definir un claro horizonte. Con lo anterior se logra que nuestro cerebro empiece a mover un gran número de conocimientos previos o acciones que anteriormente ya fueron realizadas.

Otro aspecto interesante del texto es insistir en el hecho de lograr reconocer entre muchas ideas, aquella que nos inducirá a la solución del problema, ya sea por su relación con el enunciado de otro problema o por una teoría conocida con anterioridad. Así mismo rescatamos lo que se plantea como heurística, entendiendo la heurística como los procesos o intuiciones que se llevan a cabo en nuestro pensamiento para resolver un problema (Polya, 1989). Este proceso nos ayuda a mirar diversas formas de dar solución para cada problema y así poder concluir nuestro propósito.

Desde la posición de Polya (1989) “La heurística moderna trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso, Son diversas sus fuentes de información y no se debe descuidar ninguna.”(p.102). Algunas de las herramientas heurísticas presentadas en el libro son las siguientes:

- Particularización: es donde tomamos el problemas planteado en forma general e iniciamos a elegir algunos casos para obtener ideas de los resultados que estamos buscando o dejen entrever un camino que con anterioridad no observamos, el cual sirva para dar solución al problema, es decir considerar un conjunto pequeño el cual también cumple con las características dadas en el problema, de esta forma es cómo podemos obtener los datos y su comportamiento a medida que adicionamos un nuevo resultado..
- Aumentar o quitar condiciones al problema: este proceso genera facilidades en el momento en que no sabemos cómo continuar con el trabajo propuesto.
- Visión retrospectiva: volver nuevamente al problema ya finalizado. Una mirada al problema resuelto para encontrar otra forma de darle solución es un punto en el cual nos convierte en críticos de nuestras heurísticas y nos hace pensar en la existencia de formas más fáciles para resolver el problema.
- Generalización: Esta es importante pues sus resultados pueden ser utilizados en los problemas con una estructura similar. Hacer una generalización del resultado obtenido es importante para el trabajo en matemáticas.

De esta manera, podemos interpretar de Polya (1989) que resolver problemas no consiste únicamente en obtener una respuesta al problema planteado por el contrario, resolver problemas es un proceso en donde podemos encontrar avances, adversidades, retrocesos que provocan un análisis mental de cada situación en la cual se encuentre. Por consiguiente, para mejorar en la resolución de problemas Polya sugiere cuatro etapas o pasos los cuales se exponen a continuación

- Familiarizarnos con el problema: Para esta etapa se sugieren preguntas como ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuáles son las condiciones?, ¿Es posible satisfacerlas? En otras palabras esta etapa es en donde podemos decidir que tanto comprendimos el enunciado del problema, como podríamos aplicar los resultados obtenidos en otro problema que queramos resolver más adelante y cuál es el objetivo de dicho problema que se está planteando.
- Trabajar para una mejor comprensión: en el momento en que tratamos de dejar claro los conceptos necesarios para trabajar en el problema propuesto.
- En busca de una idea útil y ejecución de un plan: estos dos elementos están ligados, púes se hace un trabajo en el cual se encuentra inmerso un proceso acumulativo. En otras palabras el problema original es descompuesto por uno de menor complejidad. Cada vez que hay una idea para dar solución a este problema esta debe ser ejecutada hasta llegar a la generalización final.

2.3 ÁREA DE FIGURAS EN EL GEOPLANO

Para el cumplimiento de esta experiencia también fue importante el trabajo denominado "Área de figuras en el geoplano" (Verdugo et al 2000), cuyo eje central es el cálculo de áreas de polígonos inscritos en un recurso manipulativo tangible conocido con el nombre de **Geoplano**. Antes de proseguir, vale la pena mencionar que, dentro de este tipo de materiales, se distinguen dos clases: primero, los manipulativos tangibles de los cuales hace parte el llamado Geoplano; y el segundo, los manipulativos gráfico-textuales-verbales que cuales no serán considerados en esta sistematización.

Frente a lo referido a materiales manipulativos que apoyan y potencian el razonamiento matemático, Godino (2004) afirma que existen "Objetos físicos tomados del entorno o específicamente preparados, así como gráficos, palabras específicas, sistemas de signos etc., que funcionan como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático" (p.128).

Por su parte, Batanero (et al, 2004), expone:

> "Manipulativos tangibles" –que ponen en juego la percepción táctil: regletas, ábacos, piedrecillas u objetos, balanzas, compás, instrumentos de medida, etc. Es importante resaltar que los materiales tangibles también desempeñan funciones simbólicas. Por ejemplo, un niño puede usar conjuntos de piedrecillas para representar los números naturales (p.131).

En cuanto a lo que se refiere al Geoplano se puede describir brevemente como un tablero con un entramado o malla de clavos, con el cual se pueden formar figuras utilizando gomas elásticas o hilos. Generalmente, es empleado para que el estudiante fabrique figuras geométricas, establezca semejanzas, diferencias y emplee un lenguaje grafico-algebraico (Alcaraz, 2011). Como recurso manipulativo tangible, éste facilita la visualización de cada polígono, además de permitir realizar la descomposición de cada uno de estos polígonos en otros más simples. Desde la posición de Morfin, Gutiérrez y Dueñez, (2002) "El geoplano proporciona desde la base de la geometría, un cimiento lógico de la estructura matemática. Su influencia se ubica primordialmente en el lado espacial del cerebro". Por otra parte, este puede ser realizado en el aula con ayuda de los estudiantes, además que su manejo es sencillo, al utilizarlo como herramienta se convierte en una ayuda práctica que impide que los estudiantes se desanimen en cada actividad.

García (2005) refiere que, el Geoplano da oportunidad para que el alumno estudie y descubra …, profundice y comprenda los conceptos de áreas, asocie contenidos de la geometría con el álgebra y el cálculo. Al mismo tiempo es una herramienta eficiente para atender al alumnado con dificultades en el aprendizaje.

> Con el geoplano se trabaja la geometría plana (de dos dimensiones) los conceptos de unidad y de fracción, de igualdad y diferencia; la obtención de áreas y perímetros de cuadrado, rectángulo, triángulos, polígonos regulares e irregulares, el círculo, los ángulos y la trigonometría. Es un material "espacial" que favorece la visión del lado derecho del cerebro, las habilidades de aproximación, estimación, síntesis, así como la intuición y el acercamiento emocional. (Silva Laya & Saldaña, 2008, p.30)

Es de resaltar que existen diferentes tipos de geoplano como lo son: el ortométrico, que consta de una trama cuadriculada; el circular que es una colección de puntos de una circunferencia, los cuales están separados por una misma distancia; y el isométrico en donde los puntos se sitúan en los vértices de triángulos equiláteros.

El geoplano permite observar lo que está sucediendo en cada situación planteada. Cuando el estudiante puede manipular los objetos de estudio, este se convierte en un agente activo pues modifica, analiza, compara y arroja respuestas de lo que está sucediendo en cada caso. El geoplano y la metodología de resolución de problemas pueden trabajarse simultáneamente en armonía, dado que al trabajar con el geoplano se puede llamar la atención en los estudiantes sobre qué tipo de pasos están ejecutando y si estos en realidad son los propuestos por Polya (verdugo et al, 2000).

Ahora bien, volviendo al documento “área de figuras en el geoplano”, el propósito planteado por los autores es mostrar que el calcular el área de una figura se logra haciendo una descomposición del polígono en otros de menor número de lados, los cuales tienen área conocida. Otro aspecto importante dentro de este documento revela una forma práctica para llevar al estudiante a la construcción de un conocimiento; en él se muestra algunos pasos, los cuales al avanzar tanto en la lectura de estos como en el trabajo práctico, también se avanza en la adquisición de conocimientos, en la forma de solucionar problemas, de calcular áreas y en la interactividad de los estudiantes para encontrar una respuesta basada en un proceso que ellos llevan a cabo en el aula.

Desde un punto de vista pedagógico, Verdugo (et al 2000) hace notar que se debe dar posibilidad a los profesores de hacerle las modificaciones necesarias en su trabajo para llevar a cabo sus propósitos de aula, En el aula se debe hacer un trabajo de razonamiento inductivo, llevando al estudiante paso a paso, avanzando cada que se tenga la certeza de que hayan entendido los pasos anteriores.

Neubert y Binko (como se citó en Álvarez, Bautista, Carranza y Soler, 2014) considera que:

> El razonamiento inductivo corresponde al paso de casos particulares a leyes generales. Las etapas en este proceso son: trabajo con casos particulares; organización de casos particulares; identificación de un patrón; formulación de conjetura; justificación de conjetura (basada en casos particulares); generalización; y demostración.

Finalmente el trabajo de Verdugo (2000) culmina en una fórmula o un proceso el cual puede ser de utilidad para los estudiantes y es conocida como fórmula o teorema de Pick. Es de resaltar que en el proceso descrito por Verdugo no llegamos a la demostración formal de dicho resultado pues este no era el objetivo principal, pero debido al papel que jugó durante esta experiencia, será ampliado a continuación.

2.4 GEORG ALEXANDER PICK

Georg Alexander Pick (1859 - 1942) nació en Viena, Austria con ascendencia judío. En la Universidad de Viena estudio matemáticas y física. Aproximadamente 67 fueron los escritos dejados por este personaje entre los que se destaca temas como: algebra lineal y calculo integral, así que su legado fue amplio. Su popularidad se debe al teorema que lleva su nombre, dicho teorema se utiliza para calcular el área de polígonos simples (esto es, sus lados no se cortan entre sí) y apareció en el año de 1899, en un artículo llamado “Geometrisches zur Zahlenlehre" publicado en Praga, (Ramírez, 2010).

El área de los polígonos simples, se obtiene en función de los nodos o puntos de la cuadrícula que están tanto en el interior y perímetro del polígono. Es necesario definir una unidad de medida para poder enunciar el teorema de Pick. Elduque (2011) sugiere:

> La unidad de medida del área que tomaremos es el área de los cuadrados que forman la cuadrícula. Denotaremos por I el número de nodos interiores, y por B el número de nodos del perímetro…
>
> Teorema de Pick (1899): El área de todo polígono simple cuyos vértices son nodos de la cuadrícula es $A = I + \frac{1}{2}B - 1$ (p.2)

De manera similar es enunciado el teorema de pick por Ramírez (2010)

> Teorema 1 (Teorema de Pick). El área P de toda red poligonal es

$$P = I + \frac{1}{2}B - 1$$

Donde I es el número de puntos enteros interiores y B es el número de puntos enteros sobre la frontera del polígono.

La unidad de medida del área que se tomará es el área de los cuadrados que forman la red (p.3)

3. METODOLOGÍA

El geoplano es una herramienta didáctica con el cual se pueden enseñar conceptos geométricos de forma interactiva. En este se pueden formar figuras geométricas y trabajar sus propiedades, además ayuda a resolver problemas como: "calcular el perímetro" o "encontrar el valor del área". Al ser un elemento que nos brinda múltiples posibilidades en el aula de clase, el trabajo de los estudiantes fue encontrar solución a una serie de problemas en la búsqueda de los valores de las áreas de diferentes figuras inscritas en el geoplano.

Como fue expuesto en el marco teórico, existen diversos tipos de geoplano, el geoplano de trama cuadriculada llamado geoplano ortométrico fue el escogido en esta experiencia de aula. Este instrumento fue utilizado como recurso tangible de fácil acceso y manipulación el cual se muestra como un objeto interesante ante los estudiantes.

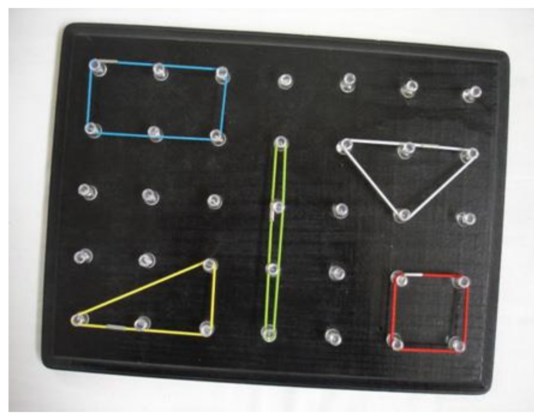


Figura 1. Geoplano ortométrico

Permite que se adquieran nuevos conocimientos en forma creativa y significativa para que el estudiante los aplique en situaciones sencillas, que conlleven a calcular el área de los polígonos irregulares, permitiendo la composición y descomposición de figuras a través de la superposición de polígonos; además de desarrollar la creatividad y el gusto por la solución de problemas geométricos, puesto que permite la creación libre de una gran cantidad de figuras.

Aunque el geoplano ortométrico se puede emplear para el alcance de varios objetivos como exponer propiedades de figuras geométricas o teoremas, es así como esta herramienta aclarará el concepto de área en los estudiantes, ayudando a redescubrir el teorema de pick a través de una generalización de datos obtenidos en el geoplano; datos que corresponderán al área de polígonos construidos en este recurso pedagógico.

Para la elaboración del material didáctico son necesarios elementos sencillos como: icopor, palillos de madera y bandas elásticas. Los palillos serán introducidos en el icopor de forma ordenada, dejando la misma distancia horizontal y vertical entre uno y otro, sobresaliendo sobre el icopor. Las bandas de caucho o elásticos, deben ser enganchados en los palillos teniendo como condición especial enganchar mínimo tres palillos, los cuales no deben ser colineales, formando una línea cerrada.

Es necesario mencionar que familiarizados con este proceso se deberán encerrar figuras cada vez más específicas (Figura 2), con un número mayor de condiciones, aumentando de esta manera los grados de dificultad de los ejercicios mientras se desarrollan y colocan a prueba las habilidades de solución de problemas de los estudiantes.

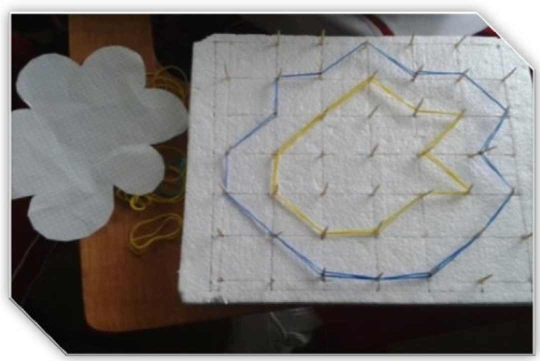


Figura 2

Continuando con el trabajo en el aula, los jóvenes en busca de generalidades de los problemas resueltos consignaron los datos de los problemas junto con su solución en tablas como las que se proponen en "área de figuras en el geoplano". Dichas tablas propuestas en el documento, fueron de utilidad puesto que facilitan al estudiante la observación de los fenómenos que se están repitiendo con cada avance.

Esta propuesta de trabajo considera que la descomposición de figuras es utilizada como un argumento importante, por otro lado propone tomar una figura que inscriba la figura del problema inicial para encontrar lo pedido, facilitando el trabajo para los estudiantes. Lo que se busca, es explorar un problema basado en el área de una figura plana, buscando que los estudiantes logren visualizar características comunes entre algunas figuras.

Con lo planteado hasta ahora, se espera concluir el esfuerzo de los educandos con la generalización de los resultados obtenidos por ellos. De esta manera, se pretende que los estudiantes llegaran a concluir con una fórmula la cual es atribuida a George Alexander Pick y es conocida como "la fórmula o teorema de Pick" tal como fue descrita en el marco teórico.

En pocas palabras la fórmula de Pick es adaptada en esta práctica de la siguiente forma: el área A de cualquier polígono con vértices en el geoplano y además, con n palillos en el perímetro y m palillos al interior se puede calcular de la siguiente manera:

$$A = m + \frac{1}{2}n - 1$$

La fórmula de Pick proporcionará el área de un polígono irregular, el cual tendrá los vértices ubicados en palillos del geoplano. Esta fórmula depende de los palillos que el polígono inscrito en el geoplano tiene tanto en el perímetro como en su interior. Ahora si queremos encontrar el área de un polígono cualquiera, el cual no tenga lugares vacíos en su interior, únicamente deberemos sustituir los valores del número de los palillos tanto en el interior como en la frontera del polígono en la fórmula y fácilmente obtenemos el resultado del área.

Por último, considerando a Polya (1989), la resolución de problemas se facilita al hacer preguntas en cada una de las fases expuestas en su libro. Vale la pena decir que en el momento de trabajar y resolver problemas en el geoplano se interrogará constantemente a los estudiantes con preguntas como:

¿Por dónde debo empezar?, ¿Qué puedo hacer?, ¿Qué gano haciendo esto?, ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuáles son las condiciones?, ¿Es posible satisfacer las condiciones dadas?, etc.

Las preguntas planteadas anteriormente se realizan con el fin de aumentar y aclarar la mayor cantidad de ideas que logren concebir los estudiantes en dicho momento. En otras palabras, la resolución de este tipo de incógnitas ayudará que los estudiantes lleguen más lejos en la resolución de un problema.

4. ACTIVIDADES.

El objetivo general de estas actividades es enseñar a los estudiantes una forma apropiada de resolver problemas, teniendo en cuenta lo propuesto por Polya, quien plantea cuatro pasos para lograr dicho objetivo, mencionadas anteriormente. Se pretende que al final de esta experiencia de aula los estudiantes logren resolver problemas adecuadamente, permitiéndose, analizar por un lado el problema planteado y por el otro, la respuesta obtenida con los procesos ejecutados para resolver dicho problema.

✓ ROMPIENDO EL HIELO.

El rompe hielo tiene como objetivo consolidar los lazos de confianza entre los estudiantes y el docente para llevar a cabo una práctica pedagógica amena y significativa para todos los involucrados; pretende recopilar información acerca de los conocimientos previos de los estudiantes y finalmente mostrar el camino para resolver problemas planteados por Polya en el libro “como plantear y resolver problemas”

El desarrollo de la actividad está determinado por el siguiente orden: primero, la presentación del practicante junto a una descripción y motivación para hacer dicha experiencia en la institución educativa; segundo, conocer a los estudiantes y sus percepciones de la matemática y la geometría; tercero, explorar los conocimientos de los estudiantes mediante una prueba diagnóstica (ver anexo 2) relacionada con área de figuras planas; cuarto, lectura en el aula del capítulo llamado “Cómo resolver un problema: Un diálogo” del libro escrito por Polya (1989) en donde resaltan las preguntas: ¿por dónde debo empezar?, ¿Qué puedo hacer?, ¿Qué gano haciendo esto? las cuales son importantes en cada uno de los pasos del capítulo en mención

✓ CONSTRUYO Y APRENDO CON EL GEOPLANO.

Con esta actividad se pretende desarrollar la creatividad de los estudiantes, dirigiendo su atención hacia el trabajo geométrico. Así mismo, motivar a los estudiantes al estudio de la geometría, presentándola de forma dinámica y entretenida en el aula de clase. Finalmente, sumergir a cada estudiante en la construcción de figuras geométricas generando otra perspectiva del proceso de aprendizaje, donde puedan observar y reconocer algunas de las propiedades de dichas figuras geométricas entre las que destacamos: mantener sus propiedades físicas al cambio de posición y rotación.

Esta actividad inició con la construcción de geoplano por parte de los estudiantes con la materia prima apropiada como lo son: lápiz, regla, icopor y palillos de madera. Al concluir este punto se plantea una interactividad de los estudiantes con dicho objeto es decir, construir figuras en el geoplano a gusto de cada estudiante. Cabe resaltar que dichas figuras deben cumplir las siguientes condiciones:

- Configurar polígonos los que no se dividan o intercepten a sí mismos.
- Los únicos vértices de las figuras serán palillos del geoplano.

Finalmente se pedirá a los estudiantes construir figuras de gran tamaño en el geoplano con ayuda de gomas elásticas, para que posteriormente calculen el área de la figura enmarcada.

- ✓ **EN BÚSQUEDA DEL LEGADO DE GEORG ALEXANDER PICK (1899).**

La intención en esta actividad consiste en "descubrir" o "encontrar" una fórmula matemática, originalmente descubierta y planteada por Pick en 1891, usada para calcular el área de polígonos simples (esto es, cuando sus lados no se cortan entre sí) cuyos vértices son palillos del geoplano. Por otro lado, se pretende que los estudiantes hagan un recorrido por casos particulares para concluir en la formula, además se quiere que los estudiantes aprendan a recolectar información para hacer generalizaciones si es posible.

Para este ejercicio, los estudiantes deben hacer figuras geométricas que cumplan la condición de no tener palillos en su interior encontrando el área respectiva; los datos obtenidos por los estudiantes con respecto al área de cada figura deberán ser apuntados en tablas de datos junto a la descripción de dicha figura. Una vez concluido el trabajo anterior la actividad continuara con un trabajo similar; en esta ocasión las figuras enmarcadas deberán contener palillos en su interior.

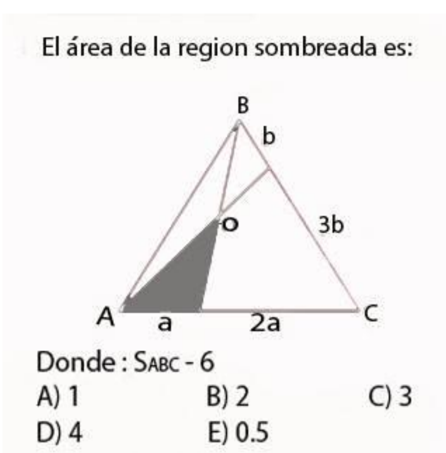
Para finalizar la actividad, los estudiantes deberán intentar encontrar una fórmula que indique el área de cualquier polígono delimitado por el geoplano, y de esta manera, la formula resumirá el trabajo hecho hasta el momento en el aula de clase.

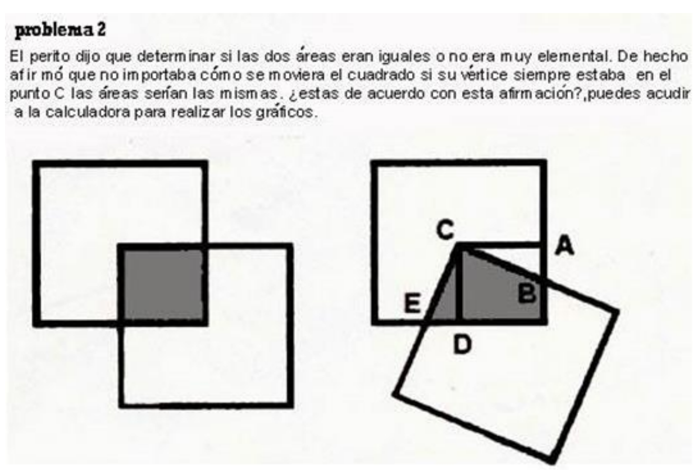
✓ UTILIZANDO LO APRENDIDO.

Como propósito en esta actividad tenemos: recolectar evidencias del aprendizaje de los estudiantes durante esta práctica; realizar un análisis a las respuestas dadas para identificar cómo los estudiantes están abordando problemas en el final de esta experiencia ya que cuentan con un trabajo especial con figuras geométricas en el geoplano.

La actividad está dividida en dos partes: en la primera, los estudiantes deben encontrar el área de algunas figuras especificas las cuales no estarán enmarcadas en el geoplano, vale la pena aclarar que dichas figuras contaran con algunos datos suficientes para encontrar el área y poder hacer una generalización si es posible. En segundo lugar, deberán desarrollar un taller en parejas, en el que deberán dar respuesta a problemas que se caracterizan por pedir un área determinada. Los estudiantes podrán hacer uso de los recursos que crean convenientes anexando las ideas y procesos concebidos para dar respuesta a cada problema.

- Tipos de problemas geométricos: calcular el área sombreada.





5. BITACORAS

5.1 ROMPIENDO EL HIELO

En este día, me encontré frente a frente con el inicio de mi experiencia de práctica pedagógica y rápidamente, sin pensar, no había marcha atrás; este era el inicio de un largo camino que guardaba para mí muchas experiencias. Tenía en mí la mentalidad de desempeñar un buen papel y me había preparado para ello. Luego de que la profesora de matemáticas Idalí Collazos hiciera una pequeña presentación a los estudiantes, explicando las actividades que realizaríamos en los próximos días, quede a merced de los casi 20 estudiantes de octavo y noveno, que esperaban expectantes que empezase mi trabajo.

Esta sesión inicia con la presentación del curso y una corta introducción histórica a la importancia de calcular áreas y la forma en que dicha actividad ha ido evolucionando desde la antigüedad hasta hoy. El ejercicio anterior estuvo acompañado de un sin número de sensaciones que intentar describir se torna en una actividad dispendiosa, por cierto complicada; sólo podría asegurar que la ansiedad, pánico escénico y la confianza fueron algunas de ellas.

Se tenía el objetivo de hacer la clase participativa, escuchando las apatías y afinidades que los estudiantes tienen con la matemática. Puede decirse que se logró el objetivo y por decirlo de alguna manera, a través de esta sencilla actividad es posible romper ese "muro de Berlín" que se levanta en el aula de clase, ubicando, como seres ajenos, a los estudiantes en un lado y al nuevo maestro en el otro, cada uno en su propio rol, evitando la cercanía entre educador y educando e impide el alcance de adecuados procesos de enseñanza y aprendizaje en la escuela.

5.1.1 Prueba diagnóstica.

Finalizada la presentación, continúa la segunda parte de esta sesión, la cual consistía en resolver una prueba. Dicha prueba fue diseñada con el fin de hacer una exploración de los conocimientos relacionados con el cálculo del área de distintas figuras y la forma en que los estudiantes enfrentan los problemas de carácter matemático. (Ver Prueba Anexo 2)

5.1.2 ¿Qué se evaluó con la prueba?

La prueba resuelta por los estudiantes buscaba información acerca de los conocimientos previos que los jóvenes han adquirido, además se pretendía reconocer dificultades y dudas existentes con los conceptos básicos, conceptos necesarios para los ejercicios siguientes y en general para el trabajo que realizaremos en los próximos días.

- El primer punto, trató de indagar las concepciones que tenían los estudiantes sobre el área de una figura geométrica. La pregunta fue directa pues pretendíamos ver como ellos exponían, de manera escrita, las ideas que habían logrado concebir sobre este tema.
- El segundo punto, busca saber si los estudiantes lograban asociar las dimensiones de una figura geométrica con la fórmula de área correspondiente.

- el tercer punto, buscó saber si los estudiantes percibían la igualdad de áreas entre figuras a partir de ciertas características.
- El punto final, pretendía tener evidencia de la forma en que los estudiantes enfrentan un problema geométrico. este punto involucra varios conceptos que generalmente los estudiantes no logran percatarse de estarlos utilizando. Ejemplo de ello son: área de un cuadrado, área de un triángulo, comparación y descomposición de problemas.

5.1.3 Analizando la prueba diagnóstica

En el transcurso de la prueba se permitió que los estudiantes trabajaran en parejas. El desarrollo de las actividades en equipo fue permitido con el propósito de hacer preguntas acerca de los diálogos grupales y las apreciaciones de la actividad realizada. Dado que las parejas se encontraban conformadas por un estudiante de octavo y uno de noveno, fue evidente que el conocimiento se concretó de forma más rápida.

Aunque los estudiantes de grado noveno tenían mayor cantidad de conocimientos, ellos debían recordar aquellos saberes que adquirieron en el grado octavo; proceso que no es fácil de llevar a cabo pues, los estudiantes por lo regular, estudian para un examen pensando que no volverán a necesitar dichos conocimientos y el aprendizaje se convierten en algo pasajero nada significativo. Por otra parte, los estudiantes de octavo, tenían dichos conceptos más presentes ya que se encuentran en el proceso de aprendizaje de dichos conceptos de la geometría.

Al finalizar, se resolvió la prueba con la participación de todos los estudiantes, dando la solución a cada uno de los puntos con su respectiva justificación. Esta sesión deja una buena impresión pues, algunos de los estudiantes lograron realizar con éxito las actividades logrando abordar cada uno de los puntos e incluso dieron respuestas que tal vez no se esperaban.

A continuación se rescatan algunos de los hallazgos obtenidos en la prueba. Es importante resaltar que tomaremos en cuenta las respuestas más destacadas y algunas de las más comunes. Lo anterior quiere decir que se tendrán respuestas correctas e incorrectas en cada uno de los puntos de la prueba.

El primer punto obtuvo respuestas que dejan entrever las dificultades que los estudiantes tienen para apropiarse del concepto de área. Recordemos un poco que el objetivo de calcular una determinada área es asignarle un valor numérico a una superficie plana dada, el cual viene acompañado de unas unidades apropiadas; por ejemplo: metro cuadrado (m^2), centímetro cuadrado (cm^2), entre otras. Con el ejercicio se evidenció: por un lado, algunos de los estudiantes dieron una idea de área; por el otro, los estudiantes tienden a confundir el área de una superficie plana con distancia de un segmento o el perímetro de la figura.

Al respecto conviene decir, algunos estudiantes plantearon la idea de área a través de fórmulas. Dichas formulas fueron mezcladas y confundidas con fórmulas utilizadas para encontrar el perímetro de algunas figuras. En otras palabras, podemos decir que los estudiantes tienden a memorizar formulas sin preocuparse de donde salieron. Por este motivo, con el paso del tiempo los estudiantes no las recuerdan con facilidad, presentándose en este caso la confusión.

A continuación, expongo textualmente algunas de las ideas expresadas por los estudiantes: "el área es el lugar que ocupa ejemplo: triangulo base por altura sobre dos" o en otro caso uno de los estudiantes dio a entender por área a lo encerrado por una línea.

En el segundo punto, el cual fue de selección múltiple con única respuesta. Los estudiantes; algunos, acertaron con la solución del ejercicio; los otros nuevamente confundieron el concepto de área (este caso particular del rectángulo). En cuanto a los argumentos realizados en forma verbal del porqué marcaron la respuesta escogida tenemos:

- Cinco estudiantes marcaron la respuesta A. Tomaron el área del rectángulo dividida entre dos, argumentando este hecho en el número de lados diferentes que esta figura posee. Los estudiantes no lograron percatarse que dicha fórmula de área de la que hablaron era la fórmula para el área del triángulo.
- Dos estudiantes marcaron la opción B, que es la correcta. A diferencia de sus compañeros estos estudiantes no logran una argumentación para seleccionar esta opción. En un principio podemos decir que estos estudiantes dieron con la respuesta por azar, o simplemente lograron memorizar muy bien esta fórmula. Posteriormente se logra evidenciar que dar un argumento fuerte, en este caso para los estudiantes de colegio es difícil e incluso para personas con un mayor grado de estudio.
- Ocho estudiantes marcaron C como respuesta, argumentando que toman la suma de los lados de la figura. Una nueva y fuerte evidencia de la confusión del concepto de área con el concepto de perímetro. Este problema se convierte en el más común entre los estudiantes del curso.

- Dos estudiantes marcaron la opción D, argumentando sumar los lados de la figura, aunque solo realizaron la suma con la mitad de los lados de este, tal vez porque en la figura solo aparecían dos valores. En este caso podríamos decir que ocurrió por distracción o desconocimiento completo de la fórmula que corresponde al área para dicha figura. En la expectativa se tenía esta opción como la que no tendría respuestas a favor.

El tercer punto de la prueba nuevamente deja entrever las dificultades de los estudiantes, pues no lograron identificar las figuras que poseen igual área. Para algunos les fue fácil escoger los triángulos por tener la misma fórmula de área, además de compartir los datos de base y altura.

A diferencia de los estudiantes que acertaron en la respuesta tenemos que: algunos estudiantes no tienen en cuenta los detalles de la primera gráfica, pues esta tiene una base de menor tamaño y por esto está designada con una letra diferente a las demás bases. El efecto de esta falla podría atribuirse a la desatención del estudiante en el análisis de la pregunta; Por el otro lado, algunos compañeros argumentan que ninguna de las figuras tiene la misma área porque cada figura es diferente a las demás.

Aquí podría concluirse que: los estudiantes logran memorizar formulas sin entender lo que está implícito en ella pues solo asocian el mismo valor de área a las figuras que son idénticas.

Para finalizar el análisis de la prueba, se puede observar en el último punto un proceso común para dar la respuesta. Este proceso está encaminado en dividir la figura en otras más pequeñas, dejando rectángulos o cuadrados tal como lo muestran las evidencias. Este hecho fue algo inesperado en la prueba. No obstante, el problema tenía esa intencionalidad; pretendía que los estudiantes llegaran a hacer la descomposición de la figura, aunque en la expectativa no se esperaba que los estudiantes lo realizaran por si solos, se pensaba que esta respuesta se diera en el tablero con la participación de todo el grupo.

En resumen, esta sesión deja buenas ideas para el trabajo del resto de las sesiones. Se debe profundizar o recordar las diferencias existentes entre los conceptos de área y perímetro que en este caso presentan mayor confusión, además, posteriormente es necesario seguir reforzando los procesos de descomposición de problemas algo importante en este curso.

5.1.4 Una lectura en el aula

Continuando con las actividades de este "rompe hielo", se abre el espacio a la lectura colectiva de algunos apartes de como "Plantear y resolver problemas" de G. Polya (1989). Esta lectura hace referencia a la forma de resolver problemas, dejando una invitación para analizar cómo estamos llevando a cabo este proceso. Se podría decir que las lecturas logran capturar el sentido y la esencia del arte de resolver un problema a conciencia.

La lectura sumergió en una serie de preguntas repetitivas a los estudiantes, quienes en principio la tomaron como difícil y hasta "fastidiosa", pero con el paso del tiempo le concedieron la importancia y la necesidad que merecen en el contexto adecuado.

La primera lectura presentaba cinco niveles para resolver problemas que podemos resumir de la siguiente manera:

- Familiarizarse con los problemas.
- Trabajar para una mejor comprensión.
- En busca de una idea útil.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

La lectura final de esta sesión estaba enfocada en cómo utilizar los pasos planteados en el texto anterior. Para ello se realiza la ejecución paso a paso, dando una pauta a seguir en problemas posteriores. El problema planteado cuenta con un gráfico que muestra las partes del problema y también cada uno de los avances realizados en él. Para la culminación de la actividad se organizaron grupos de estudiantes con el fin de formar un debate entre ellos, y así, plasmar en un pequeño escrito lo más importante de la lectura.

Durante la lectura sucedió encontramos lo siguiente:

Antes de empezar con esta actividad los estudiantes manifiestan; solucionar un problema solo se basa en leerlo y empezar a buscar la respuesta. Vale la pena decir que al inicio de la lectura no hubo participación, podría decirse que se debió a la falta de argumentos e ideas sobre el tema los cuales diesen seguridad para participar. Entrados en confianza, los estudiantes empezaron a dialogar sobre el tema, en busca de un por qué y un paraqué se debe llevar a cabo algunos procesos para resolver los problemas.

De lo anterior resultó una búsqueda, por parte de los estudiantes, de argumentos que pueden llegar a justificar el trabajo a desarrollar durante el resto de la sesión de clase. En el trascurso de la actividad una minoría de estudiantes muestra un mayor interés en conocer los procesos o pautas para resolver problemas matemáticos, buscando cuáles serán las cosas que pueden llegar a ser de utilidad en su aprendizaje durante las demás áreas del conocimiento.

Al hacer la exploración de los escritos de los grupos, se aprecia una participación limitada, en su mayoría, en rescatar los fragmentos más llamativos de la lectura. En algunos casos presentaron escritos que se tornan repetitivos y hacen alusión al mismo enfoque de la lectura. Los textos fueron de mucha importancia debido a que indican la atención prestada a la lectura y reflejan el compromiso adquirido por los estudiantes. Además, reflejar la participación activa en la actividad. Finalmente se puede rescatar de los escritos, lo puntuales que fueron los estudiantes en las preguntas planteadas por el autor:
¿Por dónde puedo empezar?, ¿Qué puedo hacer?, ¿Qué gano haciendo esto?

Es satisfactorio escuchar a los estudiantes cuando expresan los argumentos que comparten o no con el autor del texto. Los estudiantes se identifican con estas intervenciones, pues con ellas, se percatan de errores cometidos al dar respuestas a un problema, pues desconocían la forma apropiada de abordarlo por tanto, no lograban identificar las partes importantes del mismo.

El último grupo de intervenciones se encamina en la utilización de estas lecturas en otro tipo de disciplinas. Estas intervenciones muestran el interés de algunos alumnos por las lecturas, siendo posible afirmar que para ellos puede convertirse en un conocimiento que podrán utilizar en cualquier momento de la actividad académica.

5.2 CONSTRUYO Y APRENDO CON EL GEOPLANO

Durante esta sesión, los estudiantes tuvieron la oportunidad de utilizar las bandas elásticas para hacer líneas poligonales cerradas obteniendo figuras en el geoplano, por consiguiente en el transcurso de esta clase los estudiantes participaron de manera activa dando la posibilidades de comprender algunos conceptos geométricos, conceptos que se busca dar a conocer en la sesión.

Los estudiantes enmarcaron rápidamente su geoplano con diversas figuras; en un principio, figuras muy conocidas como triángulos, cuadrados y rectángulos; posteriormente empezaron a crear otro tipo de figuras un poco más complejas y menos comunes. De esta manera, los jóvenes evidenciaron que el geoplano es una herramienta que les permite enmarcar muchas figuras y contribuye a aumentar su creatividad.

5.2.1 Manipulando el geoplano

Al inicio de la sesión, tome algunos minutos para dar a conocer las reglas que iban a ser tenidas en cuenta para realizar este trabajo. Dichas reglas son las expuestas anteriormente en las actividades, asimismo se aclaró a los estudiantes que las unidades en este geoplano serían las distancias entre los palillos sucesivos en forma horizontal o vertical, además de concertar el tipo de figuras válidas para trabajar. Las reglas fueron aceptadas y entendidas correctamente por algunos estudiantes que estuvieron concentrados durante las explicaciones.

Teniendo en cuenta las reglas, la actividad se desarrolló según lo planeado. Primero, iniciando con la construcción de figuras con un número específico de lados, durante dicha construcción los estudiantes se mostraron activos y logra evidenciar la facilidad para realizar polígonos irregulares de 5,6 y 7 lados. Es importante anotar: los estudiantes en el momento en que sentían dudas acerca de la correcta elaboración de su figura, se dirigían al practicante para que hiciese una revisión o diera su aprobación.

En forma general, durante el acompañamiento y revisión de los trabajos de cada grupo se logró observar algunas dificultades, que presentaremos a continuación, con su respectiva evidencia fotográfica:

a) Realizaron figuras que se intersecaban fuera de los vértices establecidos (Figura 3), lo anterior debido a: primero, los estudiantes superponen varios figuras geometrica; segundo, los estudiantes despues de utilizar cierto numero de bandas elasticas tratan de unir los extremos de las lineas poligonales de la forma mas rapida posible.

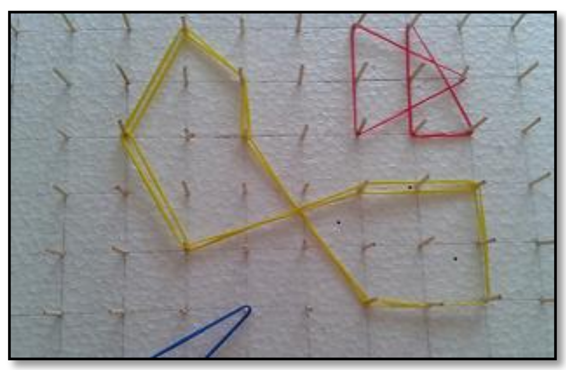


Figura 3

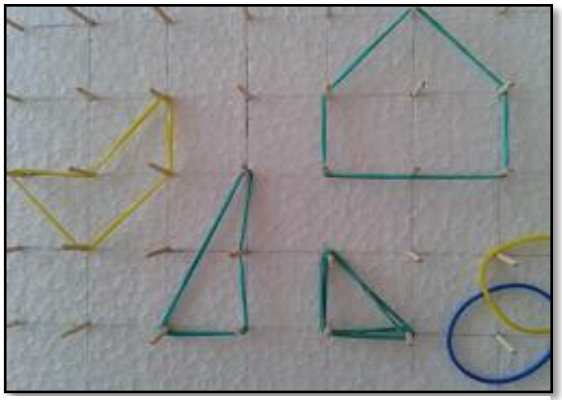


Figura 4

b) Las figuras limitadas por un perímetro pequeño dado por la elongación máxima de cada caucho (Figura 4), complica el trabajo de los estudiantes, pues les restaba alternativas para aumentar lados a la figura.

c) Los estudiantes, debido a que parte de su trabajo era enmarcar figuras y calcular el área de la misma, mostraron resistencia a ampliar el tamaño de las figura (Figura 5). Dicho de otro modo, entre más pequeña la figura, su área sería menor y por tanto calcular el área de dicha figura se realizaría en menor tiempo. Por otro lado, se debe a que las figuras pequeñas tenían formas que para ellos era más fácil calcular el área como la del cuadrado rectángulo y triangulo.

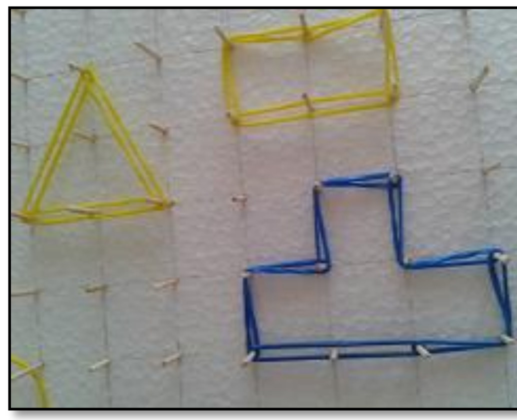


Figura 5

Para continuar con la actividad y captar la atención para las actividades posteriores, se tomó tres de las figuras realizadas por los estudiantes para encontrar y dar la respectiva área a cada una de estas figuras. Como profesor ya conocía la fórmula de pick para esta parte de la actividad, con este conocimiento me fue fácil dar el área de cada figura con solo observarla un par de segundos y sin acudir al lápiz y papel, hecho que motivó a los estudiantes después de verificar el resultado, en el final de la sesión.

Durante este momento de la clase, algunos de los estudiantes se mostraron confundidos, siendo evidente que algunos de ellos no recordaban como se calcula el área de una figura. Teniendo en cuenta esto, fue necesario hacer un breve recuento del tema, y posteriormente se continuó la sesión como estaba planeada, los estudiantes debían crear una figura grande para dar el área de la misma, tarea en la cual, la mayoría de los estudiantes no lograron completar la actividad ya que no pudieron encontrar el área de su figura.

Se pidió a los estudiantes dividir la figura en dos partes para que fuese fácil encontrar el área de cada subdivisión, la división de la figura debería cumplir con condiciones especiales; por tanto, esta tendría como punto de inicio y final un palillo del perímetro. En esta ocasión para algunos estudiantes fue fácil realizar este procedimiento (Figura 6), mientras que a otros les costó un poco más de esfuerzo. Los estudiantes partían de puntos externos del perímetro de la figura por consiguiente, no lograban obtener el área pedida (Figura7).

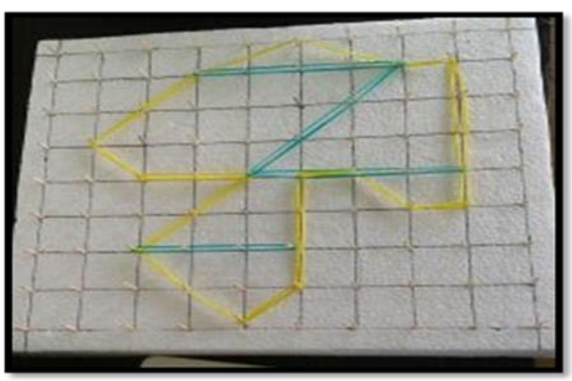


Figura 6

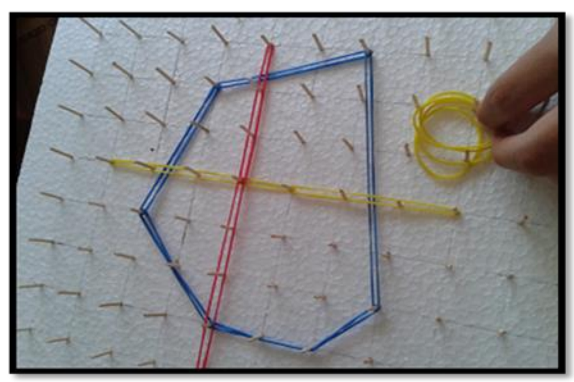


Figura 7

En esta sección se destacó a un estudiante por ser el único en lograr encontrar el área de su figura por sí solo; los demás estudiantes necesitaron ayuda puesto que no sabían cómo empezar. Algunos estudiantes sólo cumplían con una parte de la condición y se les dificultaba obtener lo pedido.

La actividad presentó un percance el cual se convirtió en una posibilidad apropiada para trabajar la resolución de problemas. Un par de estudiantes enmarcaron en su material didáctico un triángulo el cual no tenía ninguno de sus lados en alguna línea horizontal o vertical del geoplano (figura 8): Este evento se tomó como problema, pues la idea del trabajo era calcular el área de la figura utilizando sólo las unidades conocidas del geoplano; así con un trabajo colectivo se llegó a la solución del problema, siendo muy importantes para este proceso las ideas de los estudiantes que integraron el grupo de trabajo y en general de todos los estudiantes del curso.

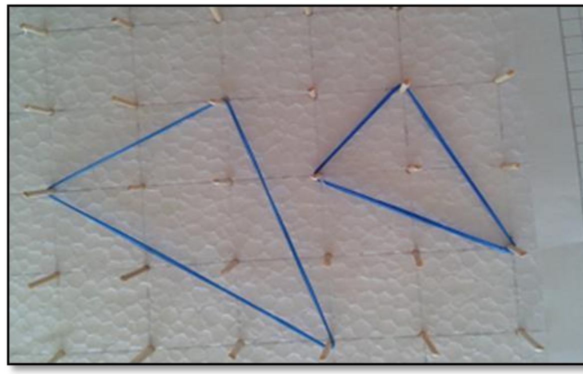


Figura 8

La solución consistió en realizar un cuadrado el cual inscribiera a dicho triangulo; seguidamente se le resto las partes conocidas de este, dejando únicamente el área del triángulo inicial como se muestra (Figura 9).

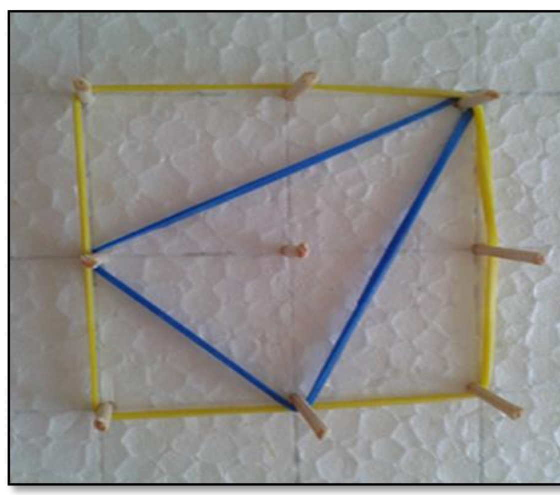


Figura 9

Continuando con la actividad uno de los estudiantes realizó una figura en el tablero y le encontró el área aplicando los conocimientos adquiridos durante la clase (figura 10). Luego un nuevo estudiante realizó su figura en el tablero y sus demás compañeros de clase complementaron su trabajo dividiendo el polígono y encontrando el valor de las áreas contenidas en él para hallar el área total de la figura.

Figura 10

Para concluir la actividad, se abrió un espacio para compartir las experiencias de la clase, donde los estudiantes hicieron una serie de comentarios acerca de esta, por ejemplo: haber encontrado gusto en la actividad, sentirse parte activa de la clase por ser esta interactiva y no percibir el tiempo en las tres horas de clase.

Podría afirmar que el trabajar con el geoplano hace que los estudiantes despierten el interés y la creatividad en las clases. Por otro lado cuando los estudiantes realizan las figuras en el geoplano observan mejor algunas de las propiedades que estudia la geometría, como el cambio de posición por rotación y traslación, además el hacer este tipo de cambios no afecta el área de la figura. Para finalizar la autonomía que da el geoplano en los estudiantes para que estos desarrollen las actividades en las clases contribuye a que los estudiantes construyan sus propios conocimientos y adquieran aprendizajes significativos.

5.3 EN BÚSQUEDA DEL LEGADO DE GEORG ALEXANDER PICK (1899).

El propósito en esta sesión es dar a conocer la fórmula para encontrar el área de polígonos en el geoplano. Se realizó un trabajo en el cual se buscaba empezar de cero mediante la experimentación; de esta manera, con diferentes ejercicios, los estudiantes construyeron y analizaron diferentes polígonos en el geoplano y poco a poco encontraron generalidades en el área de los mismos. Fue así como llegaron a encontrar una fórmula que relaciona el área del polígono en el geoplano con el número de palillos del interior y del perímetro de este. La fórmula encontrada es la conocida por formula de Pick.

5.3.1 Calculando el área de polígonos inscritos en el geoplano, sin palillos en el interior.

Para esta actividad, algunos estudiantes no estuvieron presentes, razón por la cual se facilitó el trabajo fuera del salón, con el ánimo de explorar otros espacios distintos al aula para dar una clase.

En el inicio se plantea encontrar el área de figuras que únicamente tuviesen tres palillos en su perímetro; en consecuencia, los estudiantes únicamente pudieron enmarcar triángulos. El triángulo es importante en esta sesión así, llamaremos triangulo básico al que únicamente tiene tres palillos en el perímetro y ningún palillo en su interior; su área es la menor área que podríamos encerrar en el geoplano.

Con el fin de avanzar en el cumplimiento de los objetivos de la clase, los jóvenes realizaron el mismo proceso de calcular el área de una figura adicionando un palillo más al perímetro. Fue interesante encontrar que calcular el área de algunas figuras en ocasiones no era un proceso inmediato por ende, procedieron a descomponer la figura grande en otras de menor tamaño, para las cuales fuese fácil encontrar su área.

Con toda la actividad realizada durante la sesión, los estudiantes encontraron algunos patrones y realizaron las siguientes conclusiones:

- Cada vez que se aumenta un pallito aumenta 0.5 cm.
- Para encontrar el área de una figura, podemos dividirla en triángulos,luego sumamos los resultados obtenidos y asi encontramos el área total de la figura.
- La figura que tenga el mismo numero de palillitos tienen misma área.

  No debemos olvidar que los estudiantes en esta actividad solo trabajaron con figuras sin palillos en su interior.

La figura 11 muestra una idea de lo que los estudiantes persivieron cuando trabajaron con el geoplano:

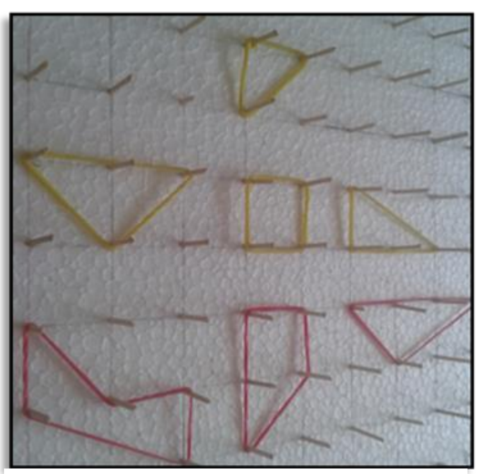


Figura 11

En otras palabras, los estudiantes quisieron decir:

- Cada vez que se aumentaron un palillo al perímetro de la figura su área aumenta ½ de la unidad con la cual se está trabajando.
- La descomposición en triángulos fue la forma más fácil de encontrar el área total de cada figura.
- Lograron percibir que las figuras con igual número de palillos en el perímetro poseen igual área, sin importar la forma que estas tengan.

Para concluir el trabajo, los estudiantes buscaron estrategias para determinar una fórmula para el área de una figura determinada en el geoplano, sin necesidad de recurrir al material didáctico.

Se puede destacar que un estudiante trató de calcular el área sin utilizar el lápiz, realizando sólo procesos mentales, como resultado a esta estrategia el joven falló en muchas ocasiones. Después de hacer muchos ensayos con resultados errados el estudiante se decidió a tomar el lápiz para resolver el ejercicio, finalmente estuvo cerca de lograr el objetivo, llegando a la siguiente formula $A_n = \frac{(n-3)*b*h}{2}$ para una figura de n-palillos en el perímetro y ninguno en su interior. En este caso n es el número de palillos en el interior de la figura, b es la base del "triángulo básico" y h su respectiva altura.

Algunas estudiantes lograron abordar el tema por si solas, partieron de la idea propuesta en el inicio de clase, dicha idea consistía en empezar con el triángulo de menor área (triangulo básico), posteriormente utilizaron el trabajo plasmado en sus hojas. La estrategia desarrollada por las estudiantes fue exhibida al resto del grupo como ejemplo para abordar este problema.

El trabajo de las estudiantes antes mencionado fue interesante. Ellas tomaron como referencia la fórmula para el área del triangulo $A_3 = \frac{\mathrm{b}*\mathrm{h}}{2}$ como referencia. Posteriormente agregaron un triángulo por cada palillo aumentado en el perímetro. Finalmente ellas concluyeron lo siguiente:

> Un polígono inscrito en el geoplano con *n*-palillos en el perímetro se puede dividir en *n*-2 “triángulos básicos”. El área de dicho polígono está dada por: el número de triángulos básicos en los que se puede dividir (*n*-2) multiplicado por el área de dicho triangulo ($\frac{\mathrm{b}*\mathrm{h}}{2}$). Finalmente obtuvieron la formula $A_n = (\mathrm{n}-2) * \frac{\mathrm{b}*\mathrm{h}}{2}$ parael área de polígonos en el geoplano sin palillos en el interior.en la formula *n* corresponde al número de palillos en el perímetro y *b*, *h* corresponden a la base y altura del triángulo básico.
>
> .

En la forma que estas estudiantes han planteado la ecuación es posible observar la cantidad máxima de triángulos básicos en los que el polígono inscrito en el geoplano se puede dividir junto con su área respectiva. Por otro lado la fórmula a la que se preveía llegaran era $A_n = \frac{n}{2} - 1$que no deja entrever fácilmente esta relación.

Es necesario aclarar que los demás estudiantes trabajaron hasta el final de la sesión sin lograr concretar una fórmula para el área de las figuras trabajadas en clase; En estos casos se realizó un acompañamiento más directo hasta convenir una formula la cual brindara dicha información. El acompañamiento consistía en: hacer que los estudiantes entendieran los procedimientos que se debían realizar, además de demostrarles que lo único que se utiliza en este caso es lo visto en clase y los aportes que anteriormente ellos realizaron.

5.3.2 Calculando el área de cualquier polígono inscritos en el geoplano.

Esta actividad es la continuación del trabajo realizado en la sesión anterior; por tanto los estudiantes tomaron los procedimientos y resultados obtenidos en dicha sesión; así pues, de esta manera lograron concluir que el área del polígono irregular aumenta en una unidad cuando al interior de este se le aumenta un palillo (Véase Anexo 5: Apuntes realizados por los estudiantes).

En esta ocasión, dos grupos trabajaron de la forma esperada: el primero, estuvo cerca de encontrar una forma para describir el área de un polígono inscrito en el geoplano; el segundo, llegó a la fórmula para dar dicha información. Los grupos restantes estuvieron rezagados en la ejecución del trabajo, A pesar del trabajo pasivo realizado por los estudiantes, estos cumplieron con hacer todo lo pedido para esta sesión.

Para culminar la clase se recopiló la información más significativa brindada por parte de los estudiantes. Con esta información se dio la fórmula general a través de los argumentos realizados por ellos, dando oportunidad a los estudiantes que no entendieron exhibir sus dudas, además se explicó la forma de cómo se debía aplicar dicha fórmula, por otro parte se realizó un recuento del proceso ejecutado por los compañeros los cuales partieron de casos particulares planteados por si mismos para encontrar una generalidad y concluir con una formula.

Citando a los estudiantes estas fueron unas de las conclusiones expuestas:

- Cada vez que aumentamos un palillo en el interior el área sube uno.

- Cada vez que aumenta un palillo en el interior aumenta dos triángulos elementales.

Podría interpretar las conclusiones hechas por los estudiantes de la siguiente manera:

- Los estudiantes logran observar la relación que hay entre el área de la figura con el número de palillos que se le aumentan en su interior.
- Logran darse cuenta del fenómeno que está ocurriendo al adicionar un palillo al interior de la figura.

Finalmente los estudiantes que llegaron a la formula $A = (n - 2) * 0.5 + m$ para el área de polígonos inscritos en el geoplano realizando el siguiente argumento:

- Al perímetro que es el número de palillos le restamos 2.Luego, al resultado lo multiplicamos por 0.5 y sumamos uno cada vez que aumenta un palillo
  (La fórmula planteada por los estudiantes es una variación de la fórmula de pick planteada en la metodología)

Es pertinente aclarar que para los estudiantes *n* representa los palillos en el perímetro, por otro lado *m* representa los palillos que hay en el interior de la figura. En esta fórmula los estudiantes muestran la manera como el área del polígono depende tanto de los palillos en el perímetro "n" y los palillos en su interior "m".

Es importante rescatar la capacidad que tienen los estudiantes para realizar un trabajo secuencial, el cual en este trabajo los llevo a redescubrir un teorema útil cuando se trabaja con el geoplano. Los estudiantes son capaces de reconocer características y similitudes en las actividades que ellos están ejecutando. Aunque las matemáticas no son del gusto o afinidad de todos los estudiantes, este trabajo deja entrever que desde un punto más interactivo los estudiantes logran aprenderla sin ponerle barreras, es decir dejando a un lado la imagen de una materia difícil.

5.4 LO APRENDIDO EN EJECUCIÓN.

Para finalizar la experiencia de aula con los estudiantes, se realizaron actividades en donde ellos por un lado, exhibieron sus conocimientos en forma participativa; por el otro, con ayuda del docente en formación se enfrentaron a un problema de áreas, esto dio apertura a diferentes problemas, de los cuales los estudiantes seleccionaron los que para ellos se le facilitaba para resolver, cabe notar que por cuestiones de tiempo no fue posible resolverlos todos.

5.4.1 El área de un trapecio.

Para esta ocasión requería que los estudiantes recordaran como se puede obtener el área del trapecio. Algunos de ellos conocían la fórmula para encontrar el área de dicha figura; la mayoría, ignoraba dicha fórmula.

En esta sesión se decidió entender la fórmula del trapecio entre todos los presentes así, en su geoplano enmarcaron cada uno un trapecio intentando relacionar la figura con la fórmula de área dada. Cuando los estudiantes miraron detenidamente la fórmula intuyeron que deberían adicionar otro trapecio como el que tenían pues, en la formula se presentaba un 2 como denominador(Figura.12).

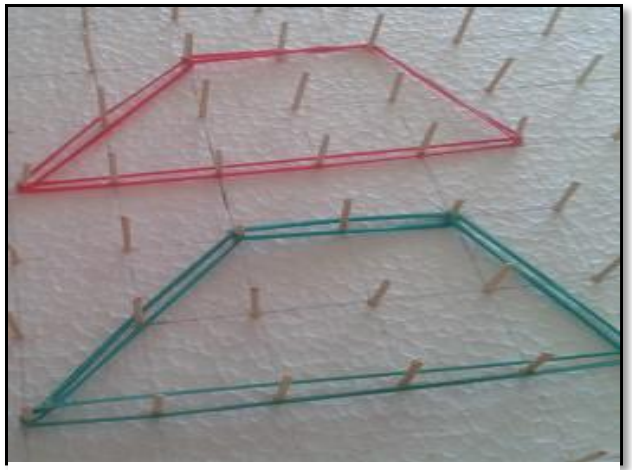


Figura 12

Con la apreciación anterior, los estudiantes trataron de unir en diferentes formas las dos figuras para encontrar la relación entre el numerador y el área de los dos trapecios. Finalmente unieron este par de trapecios (Figura13), de tal manera que, el resultado fue un paralelogramo en donde encontraron la altura h y su base la suma de los lados paralelos del trapecio, así:

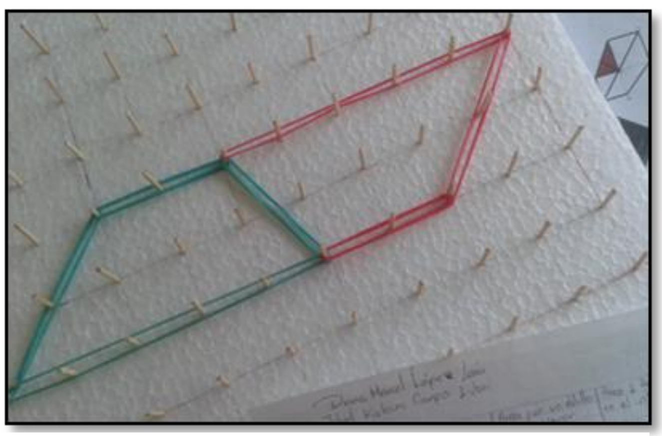


Figura 13

De esta manera, los estudiantes hicieron la relación de esta fórmula $\frac{(a+b)h}{2}$; donde:$\boldsymbol{a}$=base mayor, $\boldsymbol{b}$=base menor y $\boldsymbol{h}$=altura de un trapecio.

5.4.2 El área del polígono regular.

Esta sección brindó la posibilidad de calcular el área de un polígono regular como por ejemplo: el pentágono o el hexágono entre otros. En la actividad, a cada polígono regular se le dio su apotema es decir: la menor distancia entre el centro y cualquiera de lados de un polígono regular. Dicha apotema en este caso fue notada con una letra mientras, el lado de polígono regular se le denotó con una letra diferente a la escogida para notar la apotema.

Como el polígono regular de menor número de lados es el triángulo equilátero, los estudiantes trataron de encontrar una forma para poder utilizar la fórmula del área de un triángulo (base por altura, sobre dos). Este ejercicio no brinda la altura del triángulo, por ende, no les fue posible acudir a la fórmula.

Los estudiantes con el pasar del tiempo empezaron a analizar el problema, teniendo en cuenta las lecturas de las primeras clases y los trabajos hechos con anterioridad. De esta forma empezaron a utilizar los datos, dividieron el triángulo en tres triángulos los cuales comparten como vértice el extremo de la apotema se encuentra en el centro del triángulo equilátero.

Como resultado a lo planteado por ellos, les fue fácil encontrar el área de un triángulo cuya base estaba dada por el lado del polígono regular y la altura la medida de la apotema. Para culminar, multiplicaron el área obtenida para el triángulo pequeño, por el número de triángulos iguales que formaban el triángulo equilátero inicial, de esta manera obtuvieron el área total para dicho triángulo equilátero.

De otro lado, con el cuadrado sucedió lo esperado. Los estudiantes encontraron el área de este con ayuda de la fórmula pues, contaban con la medida del lado de este. Posteriormente pasaron a calcular el área de los demás polígonos regulares; decidieron realizar la descomposición de cada uno de estos en triángulos, los cuales tenían: base dada por el lado y altura dada por la apotema.

En el momento de realizar la generalización para el área de los polígonos regulares, los estudiantes no tuvieron mayor inconveniente, regresaron nuevamente al cuadrado para encontrar el área realizando la descomposición en triángulos como con las demás figuras. Finalmente los jóvenes concluyeron que el área de los polígonos regulares es: $A = \frac{b*a}{2} * n$ donde para ellos, b representa la base de un triángulo, a la altura del triangulo (apotema dada) y n el número de triángulos en que se descompone el polígono regular. Fue así como se concluyó con la fórmula general para el área de cada polígono regular.

Es de notar que, en la fórmula de área de los polígonos regulares tenemos que: b representaría el valor del lado del polígono regular, a representa la apotema de dicho polígono regular y n es el número de lados del polígono.

En la figura 14 podemos ver el trabajo realizado por un estudiante:

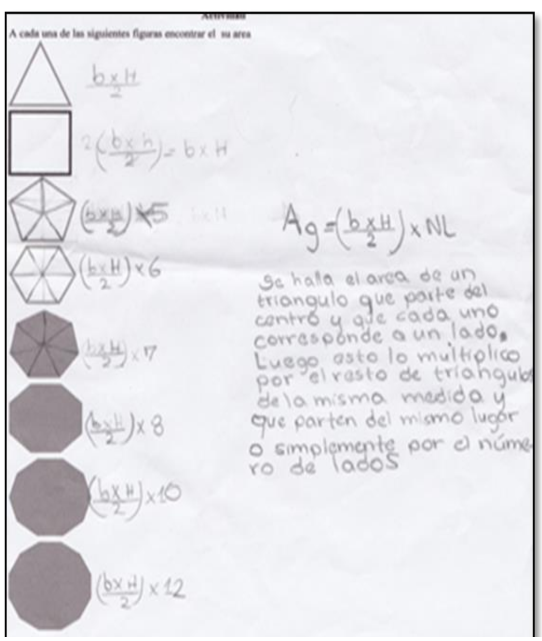


Figura 9

5.4.3 Resolviendo problemas.

Con esta actividad culmina la experiencia de aula. Los estudiantes fueron puestos a prueba en esta sesión pues, debían exponer lo aprendido en las sesiones anteriores además, fueron libres de resolver cada problema como creían conveniente. Por otro lado, podían tener diferentes perspectivas del problema porque estos ejercicios se realizaron en grupo. Este último espacio dio la oportunidad de observar los aprendizajes de los estudiantes, fue posible también realizar una reflexión de las actividades realizadas por ellos durante el transcurso de este trabajo de práctica pedagógica.

5.4.4 Algunos problemas abordados.

Uno de los problemas planteados, consistió en calcular el área de cualquier figura cuyos lados no fuesen rectos y no cumplieran con las condiciones planteadas para trabajar en el geoplano. Aquí los grupos de estudiantes manifestaron que esta tarea era algo difícil de llevar a cabo. Respecto a esto, se debe decir que: algunos grupos, se atrevieron a plantear que el área pedida debiese ser menor a la de un polígono irregular el cual encerrara la figura dada; otros, al mirar la posición de sus compañeros decidieron expresar que el área debía ser mayor que un polígono irregular contenido en la figura propuesta (Figura 15).

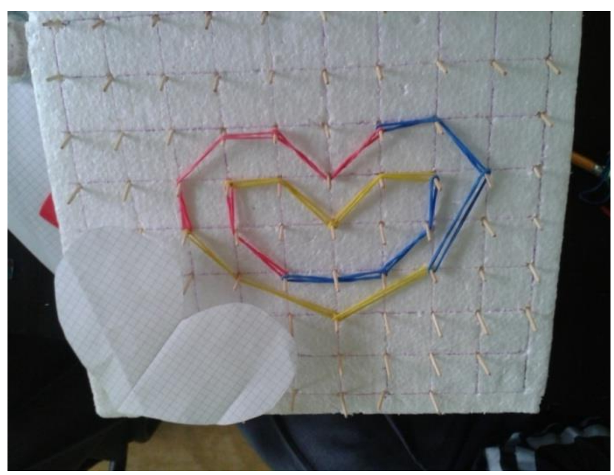
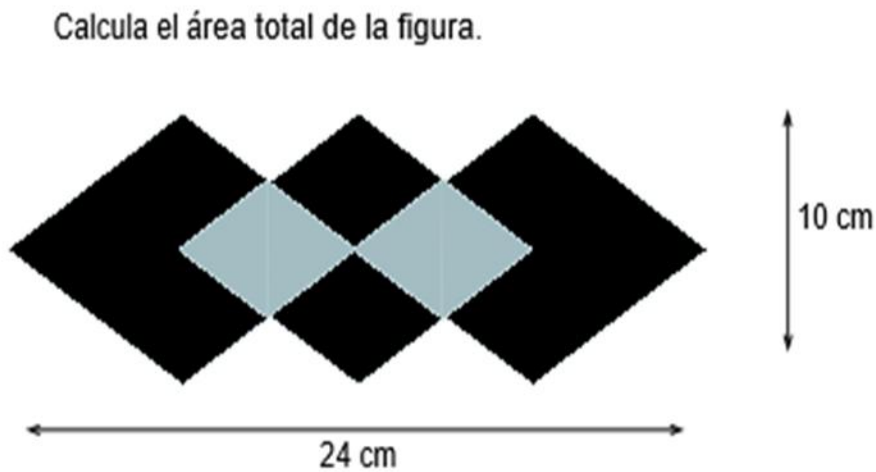


Figura 9

Como resultado de combinar las dos posiciones los estudiantes encontraron una utilidad al geoplano diferente a la dada en todo el curso; resaltaron no poder encontrar el área precisa de cada figura, solo podrían tener una aproximación de un par de valores en que se encuentra esa área.

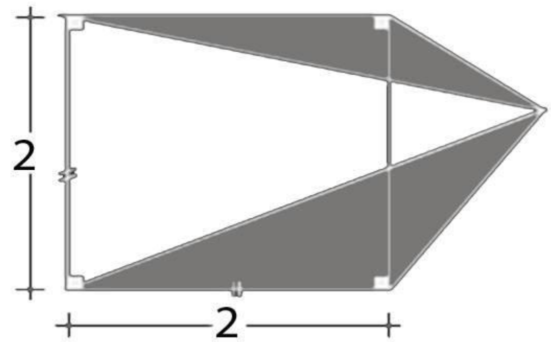
Los problemas expuestos a continuación fueron abordados por los estudiantes en la siguiente forma:



- Dividieron la figura en 10partes como las sombreadas en color gris, finalmente calcularon el área de uno de los paralelos en gris. El resultado, valor del área en gris, fue multiplicado por 10.
- Dividieron la figura en tres paralelogramos y les calcularen el área de cada uno de ellos, posteriormente sumaron estas tres áreas para concluir restando las partes grises que eran el exceso de área y así encontrar el área total.
- Dividieron la figura en dos partes a la altura de los 5cm y realizaron la descomposición de cada lado en triángulos.

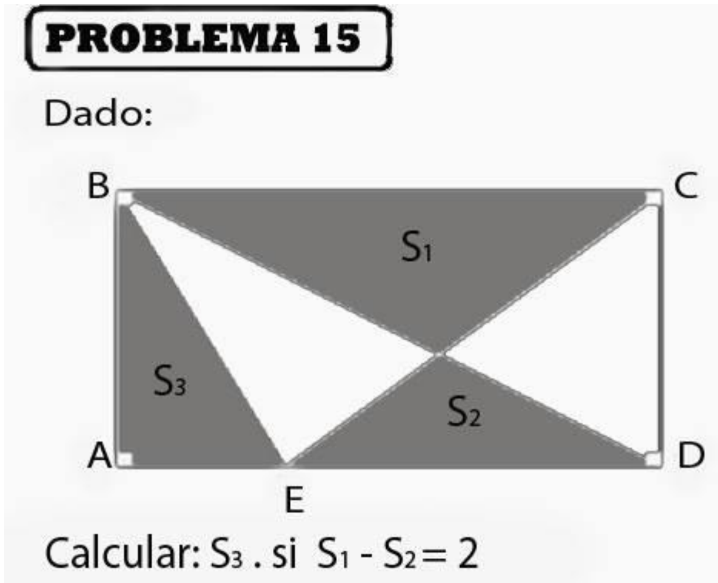
PROBLEMA 18

El área de la region sombreada es:



A)4 B) 2 C) 1

- Inicialmente los estudiantes quisieron realizar una descomposición del problema, con este plan no llegaron a una respuesta concreta puesto que el planteamiento no era el adecuado.
- Los estudiantes trataron de encontrar el área de cada triangulo pero al no contar con la altura de ellos no fue posible ejecutar dicho plan.
- Finalmente, los estudiantes pensaron en encerrar la figura completa en un rectángulo cuyo lado tocase el vértice que tienen en común los triángulos. llamaron con H al segmento que era la altura de un triángulo y con M la altura del otro. los segmentos H y M conformaron el lado del rectángulo que los estudiantes realizaron para dar solución al problema. Con la anterior idea observaron que 2=H+M, posteriormente ejecutaron su plan encontrando así la solución del problema propuesto.

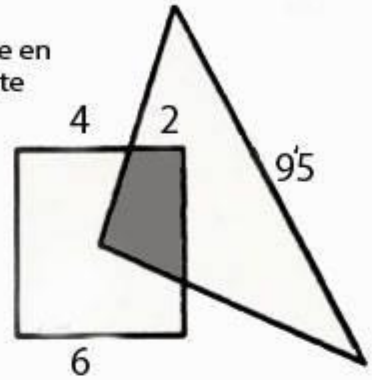


- Los estudiantes en este problema decidieron dividir la figura en dos áreas iguales mediante la diagonal BD, luego plantearon sumar las áreas para encontrar el área de cada mitad. Finalmente igualaron estas ecuaciones para despejar S3; La solución encontrada por los estudiantes no es la requerida en el ejercicio puesto que S3 queda en término de variables. La forma de abordar el problema por los estudiantes fue adecuada, para dar la solución numérica les faltó tomar como referencia los triángulos BED y EDC, con esta referencia podrían concluir que las áreas en negro son iguales y la respuesta seria inmediata.

Problema 1

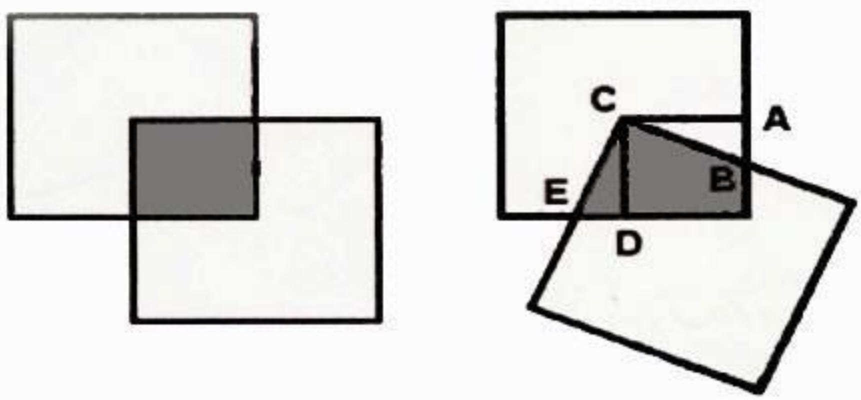
LA SOMBRA DESCONOCIDA. En la figura adjunta el triángulo rectangulo tiene el vértice en centro del cuadrado.¿cúal es el área de la parte sombreada?

En este caso el perito dijo que la respuesta es 9 metros y aseguro que era importante tener en cuenta que cada vez que se moviera el triángulo se obtendria un área de la zona sombreada de valor distinto. ¿Estas de acuerdo con esta afirmación? Explica tu respuesta, utiliza la calculadora para construir la figura que se presenta en este caso

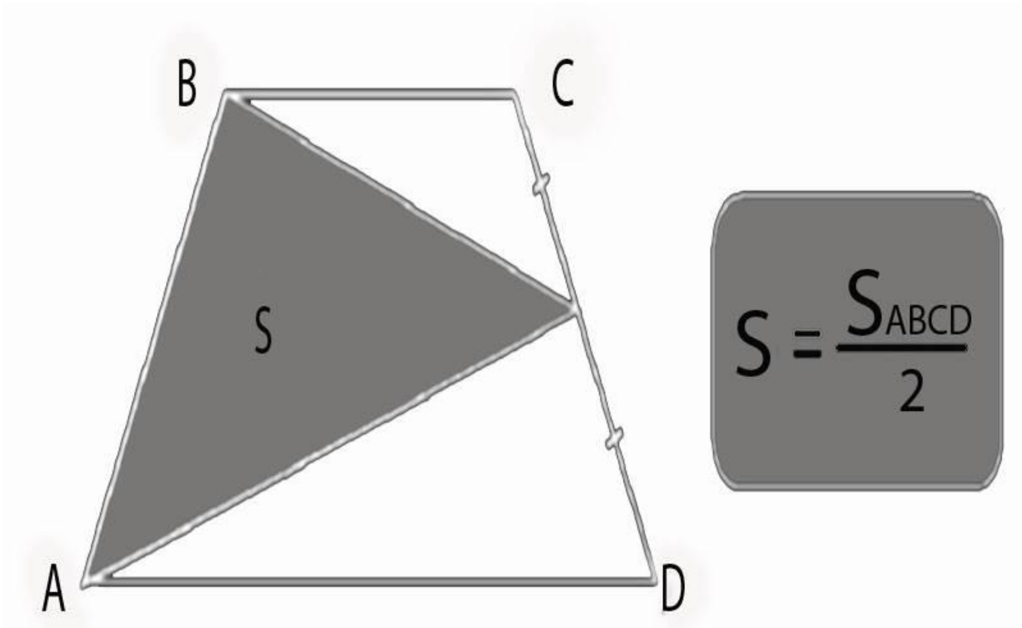


Problema 2

El perito dijo que determinar si las dos áreas eran iguales o no eran muy elemental. De hecho afirmó que no importaba como se moviera el cuadrado si su vértice siempre estaba en el punto C las áreas serían las mismas. ¿Estan de acuerdo con esta afirmación?, puedes acudir a la calculadora para realizar los gráficos.



- en este problema los estudiantes dieron uso al geoplano para encontrar el área del polígono irregular sombreado.
- Otros estudiantes realizaron un análisis de la figura, encontrando algunos datos realizando cálculos de áreas. finalmente resolvieron la pregunta a partir de los datos obtenidos. Es de destacar que realizaron la descomposición de la figura sombreada en triángulos para hacer más fácil el encontrar el área requerida.
- En el problema dos de los estudiantes recurrieron al geoplano y hacer casos particulares, derivaron esta respuesta del problema uno.



- En este problema los estudiantes tuvieron dificultad en encontrar el área de S, pues no encontraron de manera inmediata la relación con la fórmula.
- Para resolver el problema los estudiantes dividieron la figura trazando una recta paralela al segmento AD por el punto medio del segmento CD. A partir de esta construcción, los estudiantes pudieron observar que en la parte superior e inferior la zona en gris posee la misma área que la zona en negro. La observación que los estudiantes realizaron está fundamentada en el sentido de dividir el trapecio $A, \frac{AB}{2}, \frac{CD}{2}, D$ por su diagonal y el trapecio $B \frac{AB}{2} \frac{CD}{2} C$ también por su diagonal. Con esto los estudiantes concluyeron: la zona en gris como la zona en negro tienen un área igual pero no concluyeron en la fórmula para S.

Entre lo sucedido y observado en clase se puede rescatar:

- El trabajo fue satisfactorio dado que los estudiantes lograron abordar algunos de los problemas propuestos en el taller.
- En otros casos, se logra percibir ideas buenas las cuales, en forma colectiva se moldean mejor para una posterior ejecución.
- Cuando los estudiantes realizan un trabajo colectivo algunos de ellos se tornan un poco tímidos para expresar sus ideas, les genera algo de inseguridad darlas a conocer a sus compañeros de clase.
- De esta actividad se puede concluir: los estudiantes utilizaron algunos de los temas o sugerencia vistas en clase como por ejemplo: utilizar en su mayoría de actividades de aula el área de triángulos, hacer descomposición de una figura en otras más simples las cuales facilitan el trabajo. Lo anterior genera que se perciban con más facilidad la solución de cada problema.
- Con esta última sesión pude observar que los estudiantes comprendieron algunas de las actividades propuestas en clase y como practicante es algo satisfactorio.

Para culminar se resaltar que los estudiantes contaban únicamente con dos horas para resolver los problemas propuestos, por tal motivo no fueron resueltos todos los problemas planteados. De este modo los estudiantes abordaron problemas los cuales podían entender el enunciado y a los cuales les podían concebir un abordaje y por tanto su resolución.

6. CONCLUSIONES

Comenzar la práctica parece algo normal por todo lo preparado. Llegar al aula de clase y estar frente a los estudiantes te hace cambiar lo planeado. Cambian los papeles de estudiante a profesor en un momento y esta actividad causa una sensación de inexplicable ansiedad. No estar acostumbrados al rol docente produce pensamientos confusos como por ejemplo: creer que no es suficiente el trabajo ya realizado y cuando aceptas tu papel no hay marcha atrás, te das cuenta con el trascurso de la actividad que estás en la capacidad de trabajar con los estudiantes y aportar un poco a su formación.

Lo difícil en la experiencia de aula es empezar, pues aún no se tiene la confianza suficiente con los estudiantes. Al respecto puede decirse que la actividad de rompe hielo es apropiada para interactuar con los estudiantes, para de esta manera, disipar una gran tensión que se maneja en los primeros minutos de clase, formando un ambiente de amistad en el aula que permita dialogar de forma amena y de esta forma realizar buenas jornadas de trabajo. De otro lado se puede concluir que la recolección de información acerca de los conocimientos en los estudiantes propuesta en el rompe hielo, llevada a cabo por medio de una prueba diagnóstica, diálogos cortos con los estudiantes y observación; permite hacer un análisis adecuado para obtener y realizar las modificaciones pertinentes para lograr las metas y objetivos planteados en las actividades.

Los instrumentos usados permiten un registro adecuado de la información recolectada y facilitan la toma de decisiones y cálculos de tiempo para las actividades. Se pudo inferir que el proceso de recolección de información es pertinente con el fin de dar respuestas a la cantidad y calidad de conocimientos previos en los estudiantes. Esta experiencia se encontró a fin con una idea de cómo resolver problemas planteada por Polya, para que fuera utilizada por los estudiantes y que estos la utilizasen de forma efectiva. Inicialmente, a partir del ejercicio de lectura se pudo deducir que se necesita de la ayuda de ejemplos en cada uno de los pasos para que los alumnos puedan comprender como proponer la resolución de problemas. Con base en esta experiencia, lo mejor en el aprendizaje de dichos pasos para resolver problemas es no imponer soluciones sino que sean los propios estudiantes quienes piensen y construyan sus propias soluciones eficaces para fortalecer su experiencia.

Los estudiantes lograron comprender con la lectura, que resolver un problema implica realizar actividades que demandan procesos de razonamientos y no es una actividad asociativa o rutinaria; además se apropian con facilidad a la idea que los problemas son situaciones nuevas que se deben responder con nuevas ideas. La actividad de lectura y la idea de los pasos para resolver problemas, que perduro e toda esta experiencia con los estudiantes, permite concluir que el docente puede valerse de la resolución de problemas para enseñar geometría, como lo vimos en este trabajo de aula; de esta forma, el docente puede dejar atrás la enseñanza con ejercicios rutinarios y mecánicos que no estimulan los procesos de aprendizaje en los estudiantes.

De acuerdo al proceso educativo que se llevó a cabo en la Institución Educativa Francisco José Chaux Ferrer se llegó a las siguientes conclusiones:

Por medio de la sesión: "El rompe hielo" se identificó la actitud de los estudiantes en clase, logrando captar la atención de ellos y así incidiendo en un mayor aprendizaje.

En la segunda sesión "Construyo y aprendo con el geoplano": Cumplir con el objetivo propuesto no fue fácil, pues los estudiantes ya tenían ideas sobre la geometría adquiridas con anterioridad. Este hecho hizo que la geometría fuese presentada desde otro punto de vista, para lo cual se utilizó un recurso manipulativo tangible conocido como geoplano; este recurso fue productivo en las sesiones, brindando libertad a los estudiantes para crear figuras en él, evitando que fuesen imitadas las acciones del docente y con ello se motivó a la construcción propia del conocimiento, explorando de forma activa la geometría.

El geoplano fue un material que permitió a los estudiantes reconocer a la geometría como algo más que formulas además, permitió que los estudiantes reconocieran de forma interactiva propiedades de figuras geométricas como por ejemplo: mantener invariable su área al realizar cambios cumpliendo con unas reglas establecidas, manteniendo sus propiedades físicas al ser movida de su posición original mediante translación o rotación.

En la sesión "En búsqueda del legado de Georg Alexander Pick", se buscaba la generalización del área de los polígonos, donde se pudo notar el buen desempeño; por medio de la lectura "como plantear y resolver problemas" los estudiantes lograron hacer un buen análisis utilizando los pasos planteados por el autor, logrando conservar entre sus conocimientos proceso repetitivos, siendo estos más fáciles de recordar, en este caso los pasos expuestos por Polya.

Con una orientación apropiada los estudiantes lograron hacer un recorrido por casos particulares del área de polígonos inscritas en el geoplano, también llegaron a la construcción de una buena base de datos. Con todo lo anterior los estudiantes lograron encontrar una generalidad respecto a cómo dar respuesta al área de polígonos inscritos en el geoplano. Con todo el trabajo realizado en esta sesión se demostró que el acompañamiento en los procesos de enseñanza y aprendizaje es importante pues hace que los estudiantes asimilen los conocimientos de mejor forma.

En la última sesión “Lo aprendido en ejecución”, se observó que los estudiantes llegaron a ser críticos en su trabajo, pues algunos estudiantes buscaron soluciones con aproximaciones visuales, percatándose en el momento de generalizar que los resultados encontrados no podían ser aplicados en todos los casos de esta manera, acudieron a las pasos para resolver problemas de Polya; llegando aprender, tomando como base a la lectura, la cual mejoró las habilidades existentes en los estudiantes para resolver problemas matemáticos y geométricos.

En el aula los estudiantes lograron hacer análisis y llegar a determinar que diferentes figuras en el geoplano poseen igual área, además que estas áreas pueden ser encontradas de diversas formas, llevando a cabo diferentes proceso, encontrando la misma solución, siempre y cuando las figuras cumplan las condiciones establecidas en la sesión 3, determinando así como los estudiantes le dan resolución a problemas, pues de esta manera se generan ideas acerca de lo que quieren realizar, dando la posibilidad de orientarles acerca del camino a seguir y los posibles puntos de llegada para que ellos realicen análisis del mismo, escogiendo el mejor camino a la solución.

Después de terminadas las sesiones se identificó que estas habían perdurado obteniéndose una sesión final en donde los estudiantes dieron a conocer las estrategias aprendidas, resolviendo múltiples problemas; logrando expresar ante los demás las ideas que tienen para afrontar el problema, como se puede llevar a ejecución y que otras posibles rutas hay para llegar a la solución. Realizando discusiones con los estudiantes queda como resultado una idea que es apoyada hasta lograr su objetivo ó hasta encontrar un obstáculo al cual no encuentren solución, haciendo que se busque otra alternativa para lograr finalmente dar la respuesta correcta.

En esta formación como docente de matemáticas, logré percibir que este trabajo no es fácil, no es como algunas personas piensan; el trabajo del docente es árduo, pues ejercer esta profesión implica sacrificios y vocación; se requiere emplear mucho tiempo en planear una clase de matemáticas, ya que las sesiones deben ser preparadas para que el conocimiento sea comprendido y lo más importante que sea perdurable para los estudiantes, la cual considero es una tarea nada fácil de realizar, además dicha actividad se debe ejecutar con responsabilidad.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez Alfonso, I., Ángel Bautista, L., Carranza Vargas, E., & Soler Alvarez, M. N. (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *NÚMEROS*, 75-90.

Álvarez Alfonso, I., Ángel Bautista, L., Carranza Vargas, E., & Soler-Alvarez, M. N. (2014). Actividades Matemáticas: Conjeturar y Argumentar. *Números*, 75-90.

Briseño, L., Verdugo, J., Palmas, O., & Vazquez, R. (2000). Área de figuras en el geoplano. *Departamento de Matemáticas,Facultad de Ciencias, UNAM*, 30.

Escobar Acosta, J. (26 de 9 de 2014). *ELEMENTOS DE GEOMETRÍA*. antioquia, colombia.

Morfin H., P., Gutiérrez E, F. J., & Dueñez, E. (2002). *Bloques de Información.* Mexico: Didacta Ayder.

Puga Peña, L. A., & Jaramillo Naranjo, L. M. (2015). Metodología activa en la construcción del conocimiento matematico. *Sophia: colección de Filosofía de la*, 291-314.

Alcaraz Bastida, A. V. (2011). Investigación e Innovación en Educación Infantil y Educación Primaria. *NOS DIVERTIMOS CON LAS MATEMÁTICAS: EL TANGRAM Y EL*.

Alcaraz, A. B. (2007). Matemáticas en el Antiguo Egipto. *Universidad del País Vasco-Euskal HerrikoUnibertsitatea*, 129-133.

Alegría, P. (s.f.). *Las Demostraciones Geométricas.*

Angel, J. d. (2007-2008). *MathCon.* Recuperado el 16 de noviembre de 2015, de http://www.math.com.mx/

Aprendiendo Matematicas. (s.f.). Recuperado el 20 de 2 de 2014, de http://aprendiendomatematicas.com/entre-6-9-anos/el-geoplano/#

campus virtual. (10 de septiembre de 2009). Recuperado el 10 de noviembre de 2014, de http://www.uovirtual.com.mx/moodle/lecturas/gesapren/13/13.pdf

Dias Godino, J., & Ruiz, F. (2002). *GEOMETRÍA Y SU DIDÁCTICA.* Granada: ReproDigital. C/ Baza, 6.

Diaz Godino, J. (2004). *Didáctica de las Matemáticas para Maestros.* Granada: GAMI, S. L. Fotocopias.

Diaz Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros.* Granada: ReproDigital. C/ Baza, 6.

Elduque, A. (2011). *el teorema de pick.* Departamento De Matemáticas. Universidad de Zaragoza.

Euclides. (s.f.). *Elementos de Euclides.*

García Peña, S., & López Escudero, O. L. (2008). *La enseñanza de la Geometría.* Mexico D.F: INSTITUTO NACIONAL PARA LA EVALUACIÓN DE LA EDUCACIÓN.

GARCÍA SOLANO, R. (2005). *Geometría divertida: Algunas ideas para trabajar la geometría plana elemental de manera intuitiva con el geoplano rectilíneo ideado por Gattegno*. Madrid.

Godino, J., Batanero, C., & Roa, R. (2002). *Medida De magnitudes y Su Didáctica Para Maestros.*

González Molina, J. D. (29 de julio de 2014). Recuperado el 24 de septiembre de 2015, de http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/52/1/JC0874.pdf

Jara, P., & Ruiz, C. (2008). *Eel teorema de Pick.* Andalucía: ESTALMAT.

López, F., & fernández, F. (s.f.). *Matemáticas con mucho arte: antigüedad*. Recuperado el 10 de Enero de 2015, de http://wordpress.colegio-arcangel.com/matematicas/2-egipto-3/

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (2006). *Estandares Básicos de Competencias en Matemáticas.*

Pastells, Á. A. (2015). *COMO DESARROLLAR EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE NIÑOS DE 0 A 6 AÑOS* . Barcelona: Ediciones OCTAEDRO, S.L. cap. 5 “la geometría” .

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas.* Mexico D.F.: Trillas.

Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas.* Mexico: Trillas.

Ramírez Ramírez, J. L. (2010). El Teorema de Pick y Redes de Puntos. *MAT^2*.

Silva Laya, M., & Saldaña, G. (septiembre de 2008). *CIMEAC.* Recuperado el 15 de septiembre de 2014, de LA INNOVACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN PRIMARIA: EL MODELO DE MATEMÁTICAS CONSTRUCTIVAS: http://www.cimeac.com/images/documento_inide.pdf

ANEXOS.

Anexo 1. Lectura capitulo dos del libro como plantear y resolver problemas.

Familiarizarse con el problema

¿Por dónde debo empezar? Empiece por el enunciado del problema.

¿Qué puedo hacer? Trate de visualizar el problema como un todo, tan claramente como pueda. No se ocupe de los detalles por el momento.

¿Qué gano haciendo esto? Comprenderá el problema, se familiarizará con él, grabando su propósito en su mente. La atención dedicada al problema puede también estimular su memoria y prepararla para recoger los puntos importantes.

Trabajar para una mejor comprensión

¿Por dónde debo empezar? Empiece de nuevo por el enunciado del problema. Empiece cuando dicho enunciado resulte tan claro y lo tenga tan bien grabado en su mente que pueda usted perderlo de vista por un momento sin temor de perderlo por completo.

¿Qué puedo hacer? Aislar las principales partes del problema. La hipótesis y la conclusión son las principales partes de un "problema por demostrar"; la incógnita, los datos y las condiciones son las principales partes de un "problema por resolver". Ocúpese de las partes principales del problema, considérelas una por una, reconsidérelas, considérelas después combinándolas entre sí, estableciendo las relaciones que puedan existir entre cada detalle y los otros y entre cada detalle y el conjunto del problema.

¿Qué gano haciendo esto? Está usted preparando y aclarando detalles que probablemente entrarán en juego más tarde.

En busca de una idea útil

¿Por dónde debo empezar? Empiece por considerar las partes principales del problema. Empiece cuando dichas partes estén, por usted, claramente dispuestas y concebidas, gracias a su trabajo previo, y cuando considere que su memoria "responde".

¿Qué puedo hacer? Considere el problema desde varios puntos de vista y busque puntos de contacto con sus conocimientos previamente adquiridos.

Considere el problema desde varios puntos de vista. Subraye las dife-

rentes partes, examine los diferentes detalles, examine los mismos detalles repetidamente, pero de modo diferente, combine entre sí los detalles de diversos modos, abórdelos por diferentes lados. Trate de ver algún nuevo significado en cada detalle, alguna nueva interpretación del conjunto.

Busque puntos de contacto con sus conocimientos previamente adquiridos. Trate de acordarse de lo que le ayudó en el pasado ante circunstancias análogas. Trate de reconocer algo familiar en lo que examina y de encontrar algo útil en lo que reconoce.

¿Qué puedo encontrar? Una idea que le sea útil, quizá una idea decisiva que le muestre de golpe cómo llegar a la solución misma del problema.

¿Cómo puede ser útil una idea? Haciéndole ver el conjunto del razonamiento o una parte de él. Le sugiere más o menos claramente cómo puede proceder. Las ideas son más o menos terminantes. Es ya una suerte tener una idea sea cual fuere ésta.

¿Qué puedo hacer con una idea incompleta? La debe considerar. Si parece ventajosa, la debe considerar más a fondo. Si parece digna de confianza, usted debe averiguar hasta dónde le puede llevar y debe reconsiderar la situación. La situación ha cambiado gracias a su idea útil. Considere la nueva situación desde varios puntos de vista y busque puntos de contacto con sus conocimientos adquiridos anteriormente.

¿Qué gano haciendo esto nuevamente? Puede usted tener la suerte de encontrar alguna otra idea. Quizá su nueva idea lo conduzca directamente al camino de la solución. Quizá requiera usted alguna idea más. Quizá, incluso, alguna de estas ideas le desvía a usted del camino correcto. No obstante, usted debe de alegrarse por toda nueva idea que surja, también por las de poca importancia o confusas, y también por las ideas suplementarias que añadan alguna precisión a una idea confusa o permitan la corrección de una idea menos afortunada. Incluso si, por un cierto tiempo, no se le presenta una nueva idea verdaderamente buena; considérese afortunado si su concepción del problema se torna más completa o más coherente, más homogénea o mejor equilibrada.

Ejecución del plan

¿Por dónde debo empezar? Empiece por la feliz idea que le conduce a la solución. Empiece cuando esté seguro de tener el correcto punto de partida y esté seguro de poder suplir los detalles menores que pueden necesitarse.

¿Qué puedo hacer? Asegúrese de que tiene la plena comprensión del problema. Efectúe en detalle todas las operaciones algebraicas o geométricas que previamente ha reconocido como factibles. Adquiera la convic-

ción de la exactitud de cada paso mediante un razonamiento formal o por discernimiento intuitivo o por ambos medios, si es posible. Si su problema es muy complejo, usted puede distinguir "grandes" pasos y "pequeños" pasos, estando compuesto cada gran paso de varios pequeños. Compruebe primero los grandes pasos y después considere los menores.

¿Qué gano haciendo esto? Una presentación de la solución para la cual la exactitud y corrección de cada paso no ofrece duda alguna.

Visión retrospectiva

¿Por dónde debo empezar? Por la solución, completa y correcta en todos sus detalles.

¿Qué puedo hacer? Considerar la solución desde varios puntos de vista y buscar los puntos de contacto con sus conocimientos previamente adquiridos.

Considere los detalles de la solución y trate de hacerlos tan sencillos como pueda; reconsidérelos más extensamente y trate de condensarlos; trate de abarcar de un vistazo la solución completa. Trate de modificar, en beneficio de ellas, tanto las partes principales como las secundarias; trate de mejorar la solución en su conjunto de tal modo que se adivine por sí misma y que quede grabada, en forma natural, en el cuadro de sus conocimientos previos. Examine atentamente el método que le ha llevado a la solución, trate de captar su razón de ser y trate de aplicarlo a otros problemas. Examine atentamente el resultado y trate igualmente de aplicarlo a otros problemas.

¿Qué gano haciendo esto? Puede encontrar una solución mejor y diferente, descubrir nuevos hechos interesantes. En todo caso, si toma el hábito de reconsiderar las soluciones y examinarlas muy atentamente, adquiere usted una serie de conocimientos correctamente ordenados, utilizables en cualquier momento, a la vez que desarrolla su aptitud en la resolución de problemas.

Anexo 2. Prueba diagnóstica.

Prueba diagnóstica:

Colegio: Francisco Jose Chaux curso octavo fecha 10/04/2014

Nombre: Juliana Maily Jela

1 Intente escribir con sus propias palabras que entiende usted por el área de una figura geométrica.

entiendo q" el area es lugar q" ocupa = ej triangulo base x altura sobre 2 $= \frac{x \cdot y}{2}$

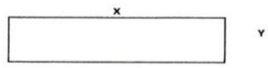
2 En la siguiente figura exprese el área del rectángulo en términos de las letras que allí aparecen

a: $\frac{xy}{2}$

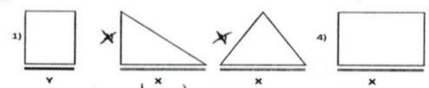
b: xy

c: $2(x+y)$

d: $x+y$

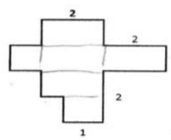


3 a) Dadas las siguientes figuras las cuales tienen igual altura determine cuales de ellas tienen igual área.



b) Justifica tu respuesta los dos triangulos por q" base x Altura sobre 2 es la area del triangulo y como tienen la misma base y altura su area seria igual.

4 a) si cada línea corta mide 1 unidad y las líneas largas miden 2 unidades cuál es el área de la siguiente figura



$A^{\square} = l + l$

$A^{\square} = 2 \times 1$

$A^{\square} = 2$

$\square = 2+2+2+2 = 8$

$\square = 1+1 = 2$] $10 =$ Rta 10^2

b) explica como llegaste a la respuesta anterior

le saq" el area a un rectangulo y como todos miden lo mismo el resultado lo sume y con los cuadrados les saq" el area y el resultado es uno lo sume dos veces y la suma de los dos resultados es el area Final.

Prueba diagnóstica:

Colegio: Francisco Jose Chaux curso Noveno fecha 10-04-2014

Nombre: Diana Marcela López

1 Intente escribir con sus propias palabras que entiende usted por el área de una figura geométrica.

El area de una figura geometrica es la suma de sus lados sobre 2 $\frac{b \cdot h}{2}$

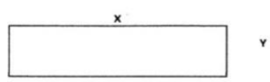
2 En la siguiente figura exprese el área del rectángulo en términos de las letras que allí aparecen

a: $\frac{xy}{2}$

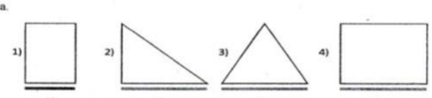
b: xy

c: $2(x+y)$

d: $x+y$

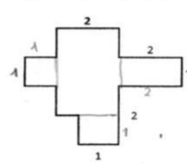


3 a) Dadas las siguientes figuras las cuales tienen igual altura determine cuales de ellas tienen igual área.



b) Justifica tu respuesta La 2 y la 3 tienen igual área Porque para ambas se hace el mismo Proceso

4 a) si cada línea corta mide 1 unidad y las líneas largas miden 2 unidades cuál es el área de la siguiente figura



6+9+8 = 23

$A = \frac{25}{2}$

b) explica como llegaste a la respuesta anterior

Partimos la figura en 2 cuadrados y en 2 Rectangulos y luego sumamos sus lados sobre 2

Anexo 3. Resumen de la lectura de como plantear y resolver problemas realizada por los estudiantes.

Nombres: Anyeili Sanchez y Neida Sanchez

Principalmente tenemos que plantearnos las preguntas:

Por donde debo empezar? Que puedo hacer?, y que gano haciendo esto?, También tenemos que pensar en otro problema que tenga algo parecido o que me ayude a encontrar una solución para el problema dado; este problema que obiamente ya lo emos resuelto, nos ayudara a encontrar una solución. Introducir una notacion apropiada es decir dibujar una Figura que me ayude a interpretar una Figura También se pueden Construir varios triangulos dando o teniendo el perimetro.

mientras se analiza el problema van saliendo varias ideas las cuales nos ayudan a resolver mejor el problema, sabiendo que ninguna idea es mala y que al final tenemos que argumentar la solución.

alumnos: Monica Alexandra, Dallana Serna, Yuliana Maily

Solución:

lo primero q" uno tenia q" mirar para resolver un problema es el titulo. Tener una idea para solucionar el problema, Verificar cada paso al llevar a cabo el plan, Tener en cuenta cual es la incognita y cuales son los datos.

comprender el problema, tener varias ideas, ocuparse principalmente de las partes del problema.

Proporcionar otra posibilidad de introducir elementos auxiliares en el problema, tener en cuenta el resultado para compararlo con otras soluciones.

JOHN KENEDY, JAVIER SAUCA

RESUMEN:

*Vimos las tres preguntas principales, para resolver un problema, como resolverlo, resolvimos un problema en el qual nos hablaba de encontrar la diagonal de un paralelepípedo, en el transcurso de la lectura, nos explicaban unos pasos muy útiles para poder encontrar la diagonal, esta diagonal era la incognita para resolver el problema.

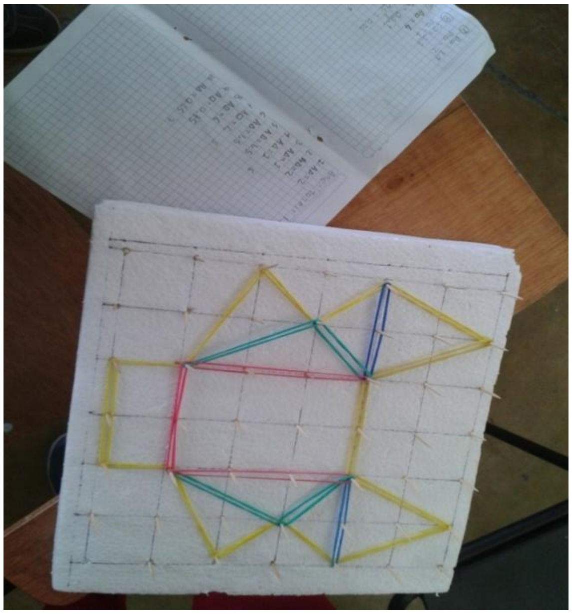
HOY ENTENDIMOS QUE UNO DEBE REALIZAR BIEN EL EJERCICIO NO QUEDARSE EN UNA SOLA COSA SEGUIR HASTA TERMINARLO HACI ESTE MAL.

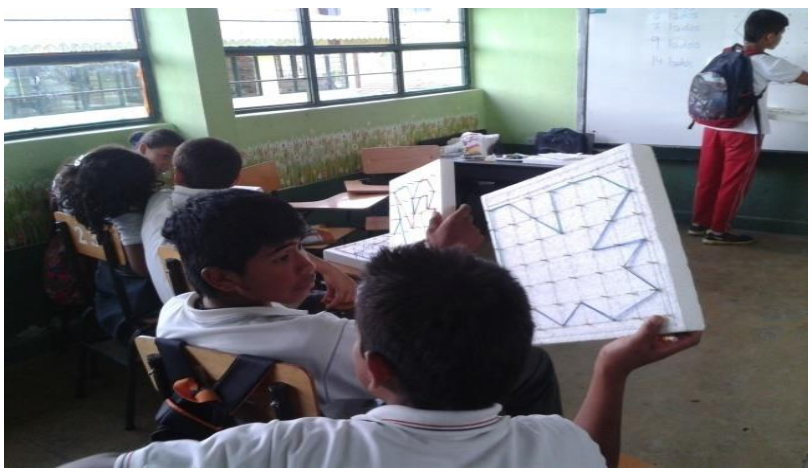
TAMBIEN LEERLO COMPRENDERLO BIEN.

HAY CONSIDERAR EL EJERCICIO EL AUXILIAR.

LOS RECURSO DE DIFINICIONES NOS PROPORCIONA OTRA POSIBILIDAD DE LOS INTRODUCIR ELEMENTOS AUXILIARES.

Anexo 4. Geoplano y estudiantes resolviendo problemas.





Anexo 5. Apuntes de los estudiantes durante la sesión llamada “En búsqueda del legado de Georg Alexander Pick”.

Conclusión: Cada vez que se aumenta un Palillito aumenta 0.5, La Figura que tenga el mismo número de Palillitos tienen misma A'rea.

Para encontrar el área de una Figura La Podemos Dividir en triángulos, luego sumamos los resultados obtenidos y así encontramos el área de la Figura.

Al comparar una figura de 5 Palillos Con una de 6. Al dividir la figura de 5 nos damos cuenta que resultan 3 triángulos y la Figura de 6 resultan 4 triángulos, es decir que aumento un triangulo mas

si nos dan el número de palillitos para formar una figura y debemos encontrar el numero de triángulos. Al numero de Palillitos le restamos 2 y el resultado es el número de triángulos. y si nos Piden su área como cada triángulo tiene área 0.5 entonces multiplicamos 0.5 al numero de triangulo que tenga la Figura y el resultado es el área de la Figura.

conclución: Cuando se aumenta un palillo aumenta el area a 0.5.

Cuando dividimos una figura en triangulos Tenemos la misma área de la que obtenimos con la de 3 palillos.

Con la Figuras de 5 y 6 palillos podimos observar que si dividimos en triangulos la Figura de 5 palillos tiene 3 triangulos y la de 6 aumenta 1 triangulo osea = 4 triangulos.

$A3 = \frac{B.A}{2}$

$A4 = \frac{B.A}{2} + \frac{B.A}{2} = 2\left(\frac{B.A}{2}\right)$

$A5 = \frac{B.A}{2} + \frac{B.A}{2} + \frac{B.A}{2} = 3\left(\frac{B.A}{2}\right)$

$A6 = 3\left(\frac{B.A}{2}\right) + \frac{B.A}{2} = 4\left(\frac{B.A}{2}\right)$

$A10 = 8\left(\frac{B.A}{2}\right)$

$AP = (P-2)\cdot\left(\frac{B.A}{2}\right) = (P-2)\cdot 0.5$

Mónica Sanchez Bonilla maily Yela.

# palillos en el perímetro	Área con 0 palillos en el interior	Área con 1 palillo en el interior	Área con 2 palillos en el interior	con 3 palillos en el interior
3	$(3-2)\frac{1}{2}=0{,}5$	1,5	2,5	3.5
4	$(4-2)\frac{1}{2}=1$	2	3	4
5	$\frac{3}{2}=1{,}5$	2,5	3,5	4,5
6	$2=2$	3	4	5
7	$\frac{5}{2}=2.5$	3,5	4,5	5,5
10	$8.0{,}5=4$	5	6	7

Conclusión

Cada vez que aumentamos un palillo en el interior el Area sube uno.

Cada vez que se aumenta un palillo en el interior aumentan 2 triangulos elementales

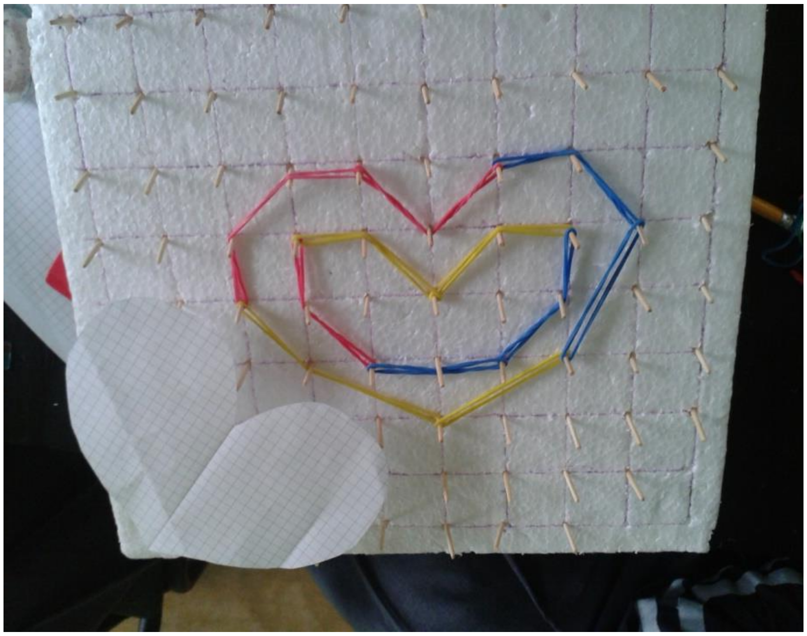
cada vez que se aumenta un palillo en el exterior aumenta un triangulo elemental

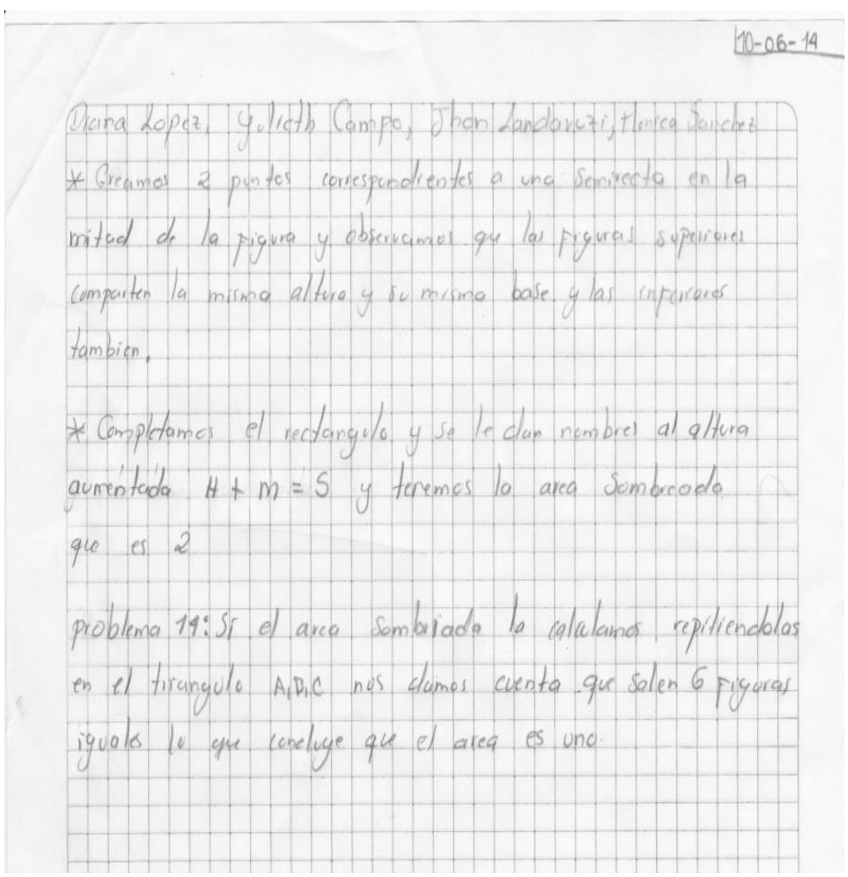
y cada vez que aumentamos un palillo le sumamos uno

Al perimetro que es el número de palitos le restamos 2 y luego el resultado lo multiplicamos por 0,5 y sumamos uno cada vez que aumentamos un palillo.

$A=(m-2).0{,}5+n.$

Anexo 6.Trabajos prueba final.





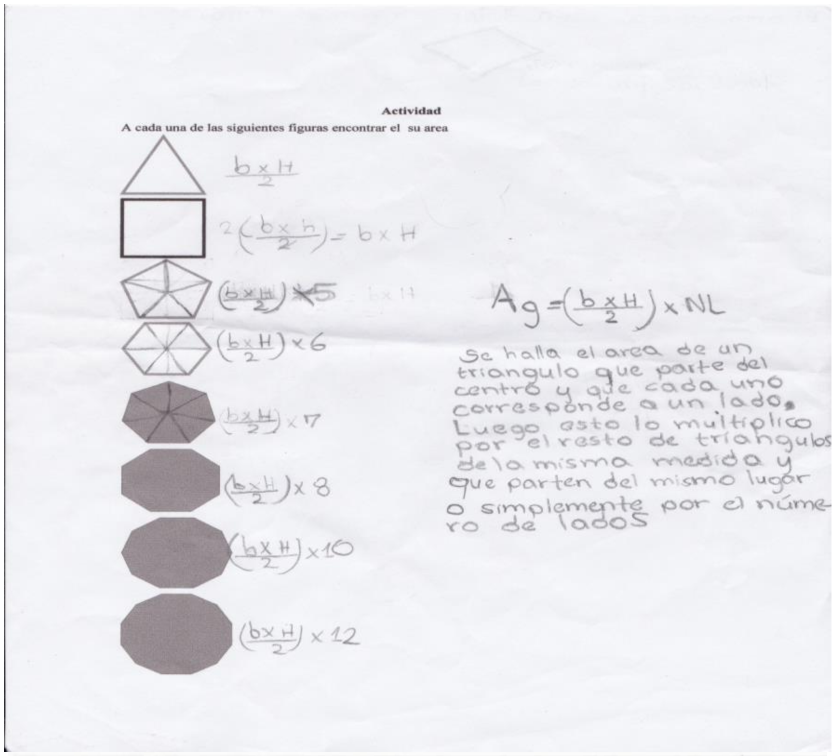
10-06-14

Diana Lopez, Yulieth Campo, Jhon Landazuri, Monica Sanchez

* Creamos 2 puntos correspondientes a una Semirecta en la mitad de la figura y observamos que las figuras superiores comparten la misma altura y su mismo base y las inferiores tambien.

* Completamos el rectangulo y se le dan nombres al altura aumentada H + m = S y tenemos la area Sombreada que es 2

problema 14: Si el area Sombriada la calculamos repitiendolas en el tirangulo A,D,C nos damos cuenta que salen 6 figuras iguales lo que concluye que el area es una.



Actividad

A cada una de las siguientes figuras encontrar el su area

$\frac{b \times H}{2}$

$2\left(\frac{b \times h}{2}\right) = b \times H$

$\left(\frac{b \times H}{2}\right) \cancel{\times 5}$ $b \times H$

$\left(\frac{b \times H}{2}\right) \times 6$

$\left(\frac{b \times H}{2}\right) \times 7$

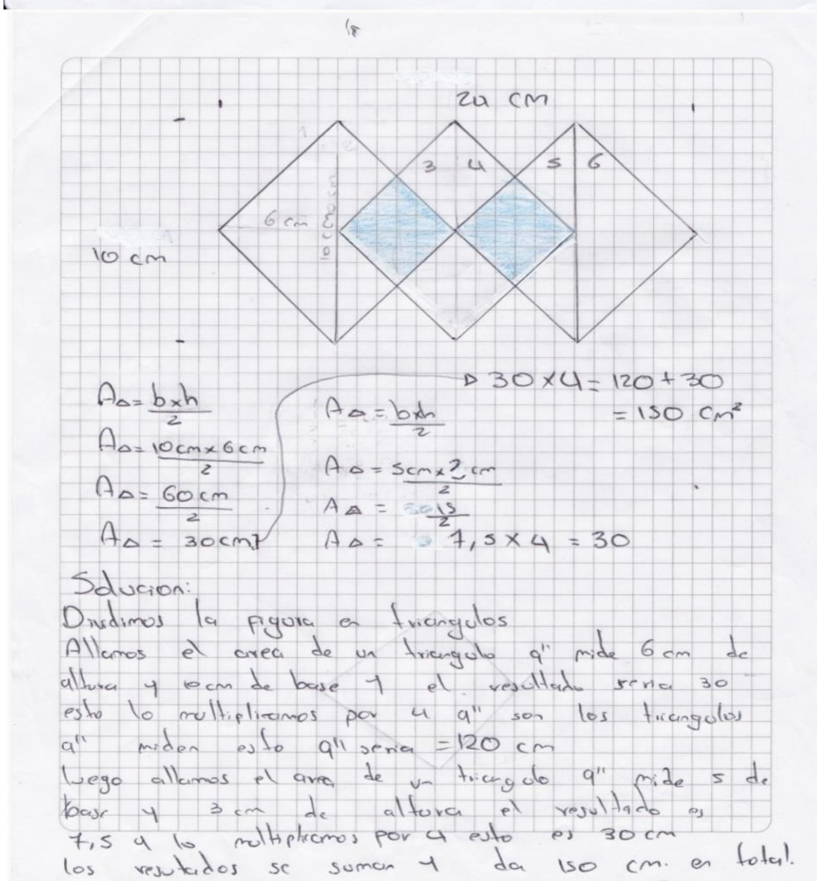
$\left(\frac{b \times H}{2}\right) \times 8$

$\left(\frac{b \times H}{2}\right) \times 10$

$\left(\frac{b \times H}{2}\right) \times 12$

$A_g = \left(\frac{b \times H}{2}\right) \times NL$

Se halla el area de un triangulo que parte del centro y que cada uno corresponde a un lado. Luego esto lo multiplico por el resto de triangulos de la misma medida y que parten del mismo lugar o simplemente por el número de lados



$A_\triangle = \frac{b \times h}{2}$

$A_\triangle = \frac{10cm \times 6cm}{2}$

$A_\triangle = \frac{60cm}{2}$

$A_\triangle = 30cm^2$

$A_\triangle = \frac{b \times h}{2}$

$A_\triangle = \frac{5cm \times 3cm}{2}$

$A_\triangle = \frac{15}{2}$

$A_\triangle = 7{,}5 \times 4 = 30$

$30 \times 4 = 120 + 30$

$= 150\ cm^2$

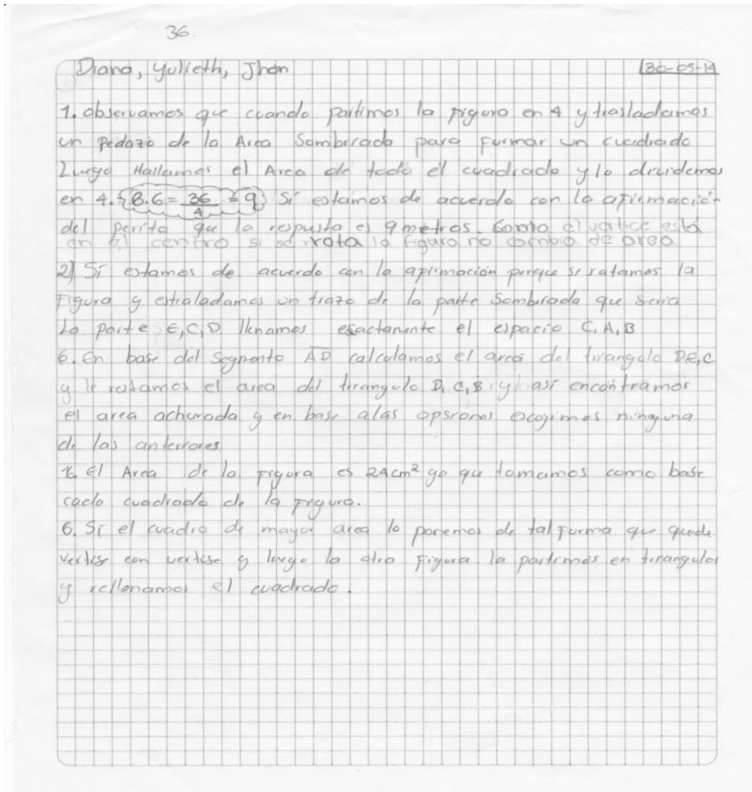
Solucion:

Dividimos la figura en triangulos

Allamos el area de un triangulo q'' mide 6 cm de altura y 10 cm de base y el resultado seria 30 esto lo multiplicamos por 4 q'' son los triangulos q'' miden esto q'' seria = 120 cm

Luego allamos el area de un triangulo q'' mide 5 de base y 3 cm de altura el resultado es 7,5 y lo multiplicamos por 4 esto es 30 cm

los resultados se suman y da 150 cm. en total.



36.

Diana, Yulieth, Jhon 30-05-14

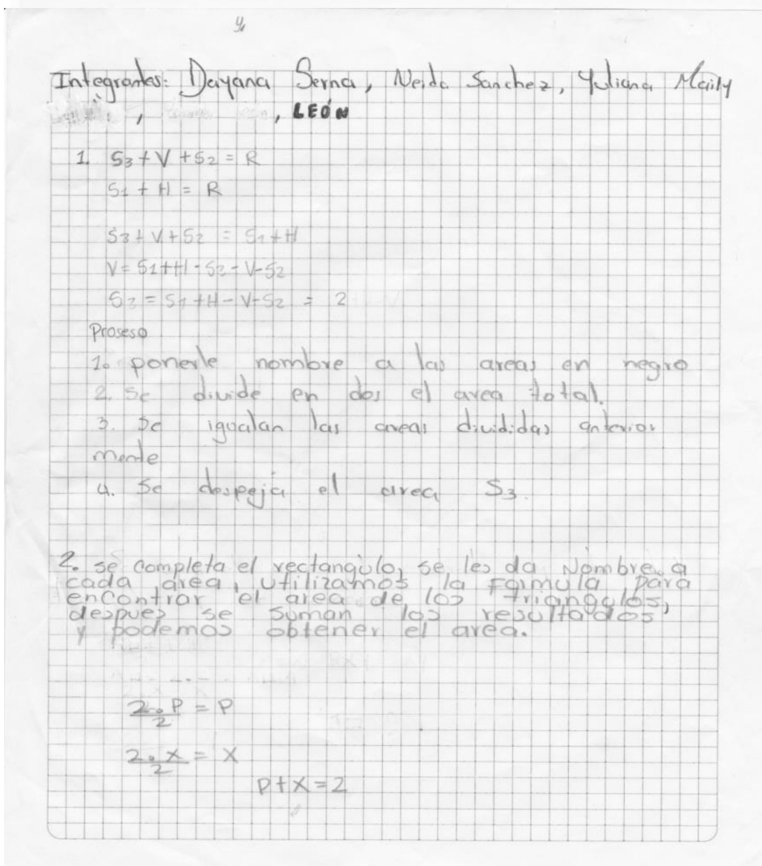
1. observamos que cuando partimos la figura en 4 y trasladamos un pedazo de la Area Sombrada para formar un cuadrado Luego Hallamos el Area de todo el cuadrado y lo dividimos en 4. {6.6 = $\frac{36}{4}$ = 9} Si estamos de acuerdo con la afirmación del perito que la respuesta es 9 metros. Como el vértice está en el centro si se rota la figura no cambia de area

2) Si estamos de acuerdo con la afirmación porque si rotamos la figura y estraladamos un trazo de la parte Sombreada que sería La parte E, C, D llenamos esactamente el espacio C, A, B

6. En base del Segmento $\overline{AD}$ calculamos el area del triangulo D, E, C y le restamos el area del triangulo D, C, B y así encontramos el area achurada y en base a las opsiones escojimos ninguna de las anteriores.

7. El Area de la figura es $24cm^2$ ya que tomamos como base cada cuadrado de la figura.

6. Si el cuadro de mayor area lo ponemos de tal forma que quede vertise con vertise y luego la otra figura la partimos en triangulos y rellenamos el cuadrado.



4

Integrantes: Dayana Serna, Neida Sanchez, Yuliana Maily , , LEÓN

1. $S_3 + V + S_2 = R$

$S_1 + H = R$

$S_3 + V + S_2 = S_1 + H$

$V = S_1 + H - S_2 - V - S_2$

$S_3 = S_1 + H - V - S_2 = 2$

Proseso

1. ponerle nombre a las areas en negro
2. Se divide en dos el area total.
3. Se igualan las areas divididas anterior mente
4. Se despeja el area S_3.

2. se completa el rectangulo, se les da Nombre a cada area, utilizamos la formula para encontrar el area de los triangulos, despues se suman los resultados y podemos obtener el area.

$\frac{2 \cdot P}{2} = P$

$\frac{2 \cdot X}{2} = X$

$P + X = 2$

Anexo 7: Institución Educativa Francisco José Chaux Ferrer.

Anexo 8. Estudiantes profesor.

Un problema se define como una situación en la cual un individuo desea hacer algo, pero desconoce el curso de la acción necesaria para lograr lo que quiere (Newell y Simón, 1972), o como una situación en la cual un individuo actúa con el propósito de alcanzar una meta utilizando para ello alguna estrategia en particular (Chi y Glaser, 1983). O también un problema es una situación, cuantitativa o no, de la que se pide una solución, para la cual los individuos implicados no conocen medios o caminos evidentes para obtenerla

(Krulik y Rudnik, 1980)