UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

DESARROLLANDO LA CAPACIDAD HEURÍSTICA TRAVÉS DE PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO LÓGICO.

Estudiante del programa de Licenciatura en Matemáticas:

Wilson Enrique Murillo Cantero.

Directora de trabajo:

Gabriela Inés Arbeláez Rojas

Profesora Departamento de Matemáticas

Julio de 2015

DESARROLLANDO LA CAPACIDAD HEURÍSTICA TRAVÉS DE PROBLEMAS DE RAZONAMIENTO LÓGICO.

Wilson Enrique Murillo Cantero.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN.

DEPARTAMENTO DE MATEMÀTICAS.

POPAYÀN CAUCA

2015

Nota de aceptación

____

____

____

____

Director________________________________

Gabriela Inés Arbeláez Ph.D

Jurado ________________________________

Freddy William Bustos M.Sc

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 3 de agosto 2015.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.

1 LO PLANTEADO
1.1 Justificación. 8
1.2 Objetivos 10
1.3 Referentes teóricos. 11
1.4 Metodología. 18
1.5 Actividades. 20
2 LO ACONTECIDO. 21
2.1 Marco Contextual. 21
2.2 Bitácoras 22
2.2.1 Actividad 0 y Actividad 1. 22
2.2.2 Actividad 2 y Actividad 3. 33
2.2.3 Actividad 4 y Actividad 5. 51
3 Reflexión General de la Práctica. 69
4 Conclusiones. 73
5 Bibliografía. 75
6 Anexos. 76
6.1 ANEXO N.0 76
6.2 Anexo N 1. 78

6.3 Anexo N.2 81

6.4 Anexo N.3 83

6.5 Anexo N.4. 85

6.6 Anexo N.5. 86

Introducción

La Práctica Pedagógica del Programa de Licenciatura en Matemáticas es un espacio que permite a los estudiantes de este programa un primer acercamiento a la realidad de nuestro sistema educativo, a la cual se enfrentará en su práctica profesional, empezando a reconocer aquellas facetas y roles que intervienen en el aula de clase.

El siguiente documento presenta la sistematización de este proceso y recoge los aspectos más relevantes del proyecto de aula denominado "*desarrollando la capacidad heurística a través de problemas de razonamiento lógico*" llevado a cabo en la Escuela Normal Superior de Popayán, en el grado 11, en los meses de marzo y abril del 2014.

Este proyecto surge como una herramienta que pretende desarrollar las destrezas de los estudiantes en solucionar problemas de matemáticas. Para tal caso, planteamos una estrategia metodológica de carácter heurístico la cual se divide en dos partes, problemas análogos y problemas de generalización, con base en los planteamientos de Pòlya en su texto "*como plantear y resolver problemas*".

Este trabajo se plantea como una manera de incentivar a los futuros docentes en la utilización de los recursos heurísticos en el aula de clase. Desde mi experiencia como alumno de la educación básica, puedo decir que en este tramo los estudiantes se acostumbran a la mecanización y los procesos algorítmicos y ello hace que no se generen ideas originales y creativas. Igualmente no hay lugar para conjeturar y deducir hipótesis; es decir no hay posibilidad de que ellos, de alguna manera, sean capaces de descubrir resultados matemáticos.

El documento está divido en tres partes. En el primer capítulo hacemos una recopilación de los elementos teóricos que nos permitieron elaborar el proyecto de aula, en el segundo capítulo relatamos lo acontecido en el aula, después de poner a prueba con los estudiantes el proyecto. Finalmente, en el tercer capítulo hacemos una reflexión general sobre proceso de la práctica pedagógica. En la sección 1.1 presentamos los referentes teóricos los cuales nos permitieron plantear la estrategia de carácter heurístico en la resolución de problemas. En este sentido, retomamos al autor George Pòlya y su obra "*Cómo plantear y resolver problemas (1965)"* debido que tendremos en cuenta su planteamiento de los 4 pasos para resolver problemas, además de lo concerniente a las herramientas heurísticas de analogía y generalización que definiremos más adelante. Así, trabajando con la estrategia, las analogías y la generalización en la resolución de problemas de razonamiento lógico, se espera que se cambie la tradición de resolver problemas de forma algorítmica y en consecuencia los estudiantes desarrollen sus capacidades heurísticas. En la sección 1.4 y 1.5 presentamos la metodología y las actividades propuestas en el aula.

En la sección 2.1 presentamos la institución y los estudiantes con los que realizamos el proyecto. En la sección 2.2 presentamos las bitácoras correspondientes a cada una de las actividades, que constituyen la herramienta que nos permite reflexionar y analizar cada una de las actividades propuestas.

Finalmente, la última parte del documento presentamos las respectivas reflexiones generales y además las conclusiones del proyecto.

LO PLANTEADO

1.1 Justificación.

Cuando en los cursos de la educación básica y media se da sólo relevancia a los ejercicios mecánicos y algorítmicos, se lleva a los estudiantes a unas actitudes hacia las matemáticas que denotan apatía y desdén. Ello implica que los estudiantes no sean capaces de generar ideas creativas e ingeniosas, que no puedan generar hipótesis o conjeturas y sobre todo que no razonen sobre lo que están haciendo, sino que actúen de manera mecánica. De esta manera, se les estaría negando a estos jóvenes la oportunidad de que desarrollen aptitudes matemáticas y además, de conocer ese mundo tan fructífero que se encuentra detrás de la resolución de cada problema matemático.

En las matemáticas de la educación básica desde mi concepción considero que los procedimientos intuitivos que llevan al ser humano a enfrentarse a un problema y tratar de resolverlo son aspectos que son ignorados por docentes. Estos aspectos mencionados anteriormente es lo que se conoce como la **heurística**. En este proyecto queremos dedicarnos a explorar y desarrollar estos procesos heurísticos en la resolución de problemas de razonamiento lógico con los estudiantes del grado 11.

El propósito de los problemas planteados en este proyecto es fortalecer de alguna manera la heurística de cada estudiante. En ellos, los estudiantes estarán expuestos a razonar sobre lo que se está haciendo, a interpretar el planteamiento de cada problema, a establecer relaciones entre los datos del problema, la incógnita y las condiciones, a buscar ideas brillantes para solucionar cada problema, etc. Es así, como se espera que los estudiantes poco a poco desarrollen sus habilidades heurísticas y además se deleiten aprendiendo a resolver problemas.

La metodología de resolución de problemas, basada en problemas de razonamiento lógico, tiene mucho sentido por lo mencionado anteriormente, y aún más si esta va de la mano con los cuatro pasos planteados por el matemático húngaro G. Pòlya. Este gran matemático es considerado un pionero en la resolución de problemas como estrategia metodológica para aprender matemáticas. Cabe resaltar que en aquellas estrategias mencionadas por Pòlya, se exponen varios aspectos los cuales conducen a desarrollar la heurística. En este proyecto tomaremos en cuenta dos de sus herramientas heurísticas como lo son la analogía y la generalización las cuales expondremos en detalle en los referentes teóricos.

Este proyecto está pensado para el último grado escolar, y un valor agregado radica en el hecho de que muchos de estos alumnos van a presentar una prueba de ingreso a la universidad del Cauca y este tipo de problemas es usual en ellas.

Finalmente, este proyecto de aula surge con la idea de brindar una herramienta práctica en la cual prevalece la importancia de desarrollar la heurística, y de pronto desde esta perspectiva podemos tener ciudadanos más competentes desde el punto de vista matemático.

1.2 Objetivos

Objetivo general:

Desarrollar en los estudiantes de la INSTITUCION EDUCATIVA NORMAL SUPERIOR del grado 11 la capacidad heurística a través de problemas de razonamiento.

Objetivos específicos:

- Contribuir en el aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas.

- Motivar a los estudiantes a que generen ideas creativas y conjeturen.

1.3 Referentes teóricos.

El distinguido matemático húngaro George Pólya (1887-1985), durante su vida como educador, siempre se preocupó por el proceso de enseñanza –aprendizaje de las matemáticas. Su filosofía y metodología se encuentran en varios textos; entre los más influyentes podemos resaltar: *cómo plantear y resolver problemas, matemáticas y razonamiento plausible I, II* y finalmente *el descubrimiento matemático I*. En particular, el libro "*cómo plantear y resolver problemas*" publicado en 1945 ha tenido una gran influencia alrededor de todo el mundo, tanto así que se han vendido más de un millón de copias, ha sido traducido al menos a 17 lenguas (en 1965 fue la primera traducción al castellano) y además ha sido referente de matemáticos, psicólogos, pedagogos, filósofos y didactas. En aquel texto, Pólya expone sus ideas como matemático y profesor para ayudar a los alumnos a pensar por sí mismos y a resolver problemas, es decir, aquel texto contiene toda una clase de *heurísticas* [1] que servirán para tal fin. Estas herramientas conllevarán a los estudiantes a que desarrollen diversas habilidades como por ejemplo potencializar su comprensión lectora, ampliar su capacidad de pensamiento analítico, buscar planteamientos adecuados que conlleven a la solución de cada problema, desarrollar destrezas matemáticas, entre otras. En el texto estas herramientas heurísticas son presentadas a través de una lista de preguntas y sugerencias, las cuales van de la mano con una estrategia que consta de 4 pasos:

1. Uno de los mayores errores que se presentan al tratar de resolver un problema, es empezar a resolverlo sin tener claridad sobre los aspectos matemáticos allí involucrados y sobre algunos términos que aparecen en su enunciado de los cuales no se conoce su definición, de tal suerte que al no considerarlos, podríamos desviarnos del planteamiento original del

[1] La heurística trata de comprender el método que conduce a la solución de un problema, en las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso. El concepto de heurística ha existido desde los griegos, pero es gracias a G. Pólya que este toma relevancia en las matemáticas.

problema. Así, la primera sugerencia que se plantea es "*comprender el problema*" antes de buscar formas de resolverlo.

2. Después de tener claro el problema, el siguiente paso consiste en "*concebir un plan".* Para ello y si aún no se nos ha ocurrido ninguna idea brillante, como generalmente ocurre, acudiremos al listado de preguntas y sugerencias que hace Pólya, entre las cuales destacaremos:

   ¿Podría deducir de los datos algún elemento útil?, ¿Cómo están relacionados los datos del problema con la condición? , ¿Qué puedo deducir de esta relación? , ¿Cómo están correspondidos la incógnita con la condición? ¿Conoce algún problema relacionado con este?, ¿Qué puede deducir de esta relación? , ¿Es posible generalizar el problema? , ¿Es posible presentar los datos mediante alguna gráfica?

   Debido a que son demasiadas preguntas que nos plantea Pòlya, con la experiencia que se vaya adquiriendo en el tema, esta nos permitirá tener mayor convicción en cuanto a las preguntas útiles. Por ende, la utilización de cada una de ellas es sumamente importante para los objetivos que se esperan alcanzar.

3. Una vez tengamos claridad en la manera de enfrentar el problema, el siguiente paso es poner a prueba nuestro plan, es decir en palabras de Pólya *"ejecutar el plan".* Esto se debe hacer mediante razonamientos claros y que nos den alguna certeza de que nos vamos acercando a la solución del problema. Puede suceder que en este trayecto, el plan que teníamos inicialmente no nos lleve a resolver el problema; en este caso, volveremos a considerar la lista con la finalidad de que nos proporcione nuevas ideas o alternativas para buscar otro plan.

4. Cuando resolvemos por fin el problema planteado, no nos debemos conformar simplemente con la mera satisfacción de resolverlo, es importante que después de este acontecimiento hagamos varios análisis los cuales nos permitan corroborar lo propuesto por el problema, y

además proporcionar reflexiones sobre lo sucedido en el transcurso de su solución. Todo esto con el fin de lograr un buen aprendizaje, tanto en el método empleado como del mismo resultado. De esta manera se espera que podamos hacer uso de ello en otro problema futuro en caso de ser posible. En consecuencia a este tramo lo podríamos denominar como *“mirar hacia atrás”* después de resolver el problema propuesto.

Por lo anterior, podemos decir que esta estrategia es muy útil para aquellas personas a quienes les sea difícil o quieran aprender a resolver problemas. En cuanto a la lista de preguntas y sugerencias, se puede evidenciar que estas preguntas y sugerencias son muy comunes o frecuentes, además la mayoría son fáciles de llevar a cabo. De esta manera, una vez puestas en práctica, recordarlas va a ser sencillo y nos van a servir para llevar a cabo la estrategia de los 4 pasos.

Pero la propuesta de Pólya se hace más interesante cuando involucra esa herramienta denominada *heurística,* la cual nos permite tener algunas estrategias adicionales para abordar problemas matemáticos.

Cuando resolvemos problemas de acuerdo a los cuatro pasos planteados por Pólya, el último tramo, en el cual hacemos un análisis de lo realizado en el transcurso de la solución del problema, lo hacemos con la finalidad de aprender nuevos métodos para resolver problemas y además para utilizar los nuevos resultados en problemas a futuro como ya lo mencionamos anteriormente; pero para que esto se lleve a cabo, es necesario que consideremos aquellos problemas en donde los métodos o resultados jueguen un papel primordial, es decir, problemas en los cuales estén de alguna manera “relacionados” para que de esta forma se puedan utilizar los métodos o estrategias ya aprendidas. Estas relaciones entre cada par de problemas diferentes se pueden presentar de diversas formas, por ejemplo entre sus datos, la condición, la incógnita, o también se puede presentar el caso en donde existan relaciones entre los objetos matemáticos allí presentes en cada problema(por ejemplo si se nos llegará a presentar dos problemas los cuales los objetos matemáticos son cuadrados y rectángulos respectivamente, entonces, entre un cuadrado y un rectángulo, una relación podría ser la de sus cuatro ángulos rectos). Este proceso denominado en el libro de Pólya como las *“analogías”* puede ser un aspecto primordial si lo establecemos de entrada para aprender a resolver problemas, no solo porque los problemas a enfrentarse estarán relacionados, sino que además esta relación les permitirá apropiarse de la estrategia de los cuatro pasos. Para vislumbrar la utilidad de esta herramienta adicional *“analogías”,* consideremos un ejemplo en el cual queremos que nuestros estudiantes las utilicen, haciendo énfasis en cuanto al **método** de un problema ya resuelto, ya que las analogías se pueden presentar de diversas formas:

Supongamos que nuestro problema inicial es encontrar la suma de los primeros cien números naturales. Este problema tiene diferentes maneras de solucionarse debido a las propiedades que posee la adición de números naturales, como la propiedad asociativa o la propiedad conmutativa. Haciendo uso de las analogías se espera que el método utilizado para encontrar la suma de los primeros cien números naturales también sirva para resolver otro problema. Supongamos que ya conocemos un método de cómo resolver este problema y además queremos resolver el siguiente problema: *el primer día de clases de un salón con 40 estudiantes, se saludan con la mano derecha cada par sin que se repitan saludos ¿Cuántos saludos se dieron en total?*

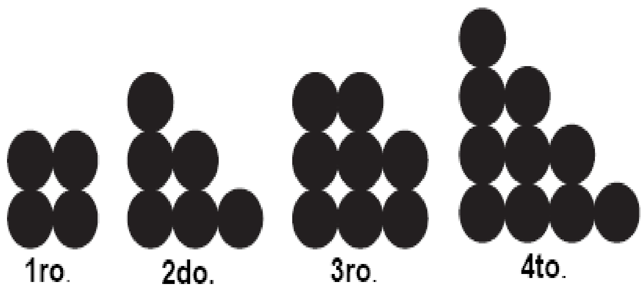
A simple vista pareciera que el problema inicial de encontrar la suma de los primeros cien números naturales y nuestro segundo problema de encontrar el total de saludos que se hicieron en el salón de clases no tienen ninguna relación, excepto de encontrar una cierta cantidad, excepción que nos da indicios de que se podría presentar otras similitudes. Ahora bien, si deseamos resolver el segundo problema y somos fieles a nuestra estrategia, debemos acudir primero a la ejecución de los cuatro pasos. De esta manera tendremos en cuenta todas las preguntas o sugerencias para encontrar un plan que resuelva el problema. Utilizando la pregunta ¿es posible considerar casos particulares? Y la pregunta ¿es posible graficar los datos, condición o incógnita? Se llega a la siguiente tabla:

N. Estudiantes	**N. Saludos**
3	3 = 1 + 2
4	6 = 1 + 2 + 3
5	10 = 1 + 2 + 3 + 4
6	15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5
…	… …
40	X = 1 + 2 + 3 + … + 40

Figura. N1

La cual evidencia que nuestro nuevo problema por resolver no es más que la suma de los primeros cuarenta números naturales. Así, podremos utilizar el mismo método que utilizamos para encontrar la suma de cien números naturales y además decimos que estos dos problemas son análogos.

Por otro lado, en el momento en que hacemos uso de las analogías puede ocurrir que al buscar las relaciones de objetos matemáticos, estas relaciones nos conlleven a pasar al estudio de otro nuevo objeto y así sucesivamente, es decir que pasamos del estudio de un objeto al estudio de un conjunto de objetos relacionados. Si consideramos el ejemplo anterior, podríamos pensar en encontrar el total de saludos para un salón con “m” estudiantes. Este procedimiento, de pasar del estudio de un objeto al estudio de un conjunto de objetos es denominado por Pòlya *“generalización”* y en la resolución de problemas apunta a que nuestro nuevo problema a resolver (el que tiene un conjunto de objetos relacionados) sea más fácil que el problema inicial (considerando nuevamente el segundo problema anterior, suponga que inicialmente ya sabe cómo encontrar la suma total de cualquier conjunto de números naturales, el segundo problema solo sería un caso en particular). Este proceso es muy importante, no solo porque de él se han obtenido resultados en matemáticas, físicas y ciencias naturales griegas sino que además a partir de este es posible establecer un puente con los conceptos matemáticos, debido a que estos en su mayoría se presentan de forma general. Veamos cómo utilizar la generalización mediante en siguiente ejemplo:



¿Cuál es el número de puntos negros que tiene la figura 36? ¿Y si considero una figura M cualquiera?

En este sentido, de igual forma que el ejemplo anterior se obtiene el siguiente arreglo:

N. figura	N. puntos
1	4 = 2 x 2 = 2 x (1 + 1)
2	6 = 2 x 3 = 2 x (2 + 1)
3	8 = 2 x4 = 2 x (3 + 1)
4	10 = 2 x 5 = 2 x (4 + 1)
…	…
M	X = 2 x (m + 1)

Figura. N2

Las analogías y la generalización junto con la resolución de problemas, por lo observado anteriormente, brindan espacios que conllevan a desarrollar habilidades en matemáticas, espacios que permiten que los estudiantes hagan nuevos descubrimientos y de esta manera aprendan a solucionar problemas. Así, como lo afirma el autor George Pólya "*hacer matemáticas es resolver problemas*" podríamos concluir además que una metodología que incluya la resolución de problemas, los cuatro pasos, las analogías y la generalización pueden incidir en el aprendizaje de las matemáticas.

1.4 Metodología.

Para llevar al aula lo planteado anteriormente es importante recalcar que el eje central de este proyecto es la resolución de problemas enfocándonos en la heurística, y además para llevar a cabo estos aspectos, nos centraremos en la estrategia de los 4 pasos de G.Pólya haciendo énfasis en las analogías y la generalización. En este sentido, la dirección metodológica a trabajar es la siguiente:

1. Seleccionar los problemas lógicos a trabajar. Estos problemas deben estar en relación directa con las habilidades heurísticas a desarrollar, esto es, las analogías y la generalización. Además, estos problemas deben estar acorde con los intereses de los estudiantes, con el fin de que sea significativo para ellos y además estimulen su interés[2].

2. Concebir una prueba diagnóstica. Debemos ser conscientes de las debilidades y fortalezas de nuestros estudiantes antes de llevar a cabo el proyecto de aula. Por tanto, debemos concebir una prueba previa que nos permita mostrar estos aspectos.

3. Estrategias heurísticas a través de algunos ejemplos típicos. Es importante que los estudiantes observen la estrategia a aprender y en particular, que consideremos algunos ejemplos típicos en los intervengan las analogías y la generalización. Además, estos ejemplos deben lograr evidenciar la utilidad de la estrategia e incitarlos a apropiarse de ella.

[2] Para estimular el interés de los estudiantes en la resolución de problemas lógicos, hemos considerado problemas del examen de admisión a la Universidad del Cauca.

4. Resolución de problemas como actividad grupal. En un primer encuentro de los estudiantes con la estrategia, los problemas análogos y problemas de generalización, es importante poder establecer criterios de flexibilidad para que este encuentro sea de alguna manera productivo. En este sentido, plantearemos unas actividades grupales, tratando de evitar las dificultades de este primer encuentro.

5. Resolución de problemas como actividad individual. Es importante poder establecer criterios de evolución de las capacidades heurísticas de cada uno de nuestros alumnos, tanto en resolución de problemas análogos y resolución de problemas de generalización como en el uso de la estrategia de los 4 pasos. En este sentido, estableceremos actividades individuales las cuales de una cierta forma nos permitan evidenciar estos aspectos.

1.5 Actividades.

Para llevar a cabo los objetivos propuestos nos hemos planteado las siguientes actividades:

Actividad 0. Prueba diagnóstica.

-Prueba diagnóstica. (Ver anexo N.0).

-Socialización de la prueba diagnóstica.

Actividad 1. Estrategias heurísticas a través de ejemplos.

- Divulgación de la estrategia de los 4 pasos de G. Pólya.
- Ejemplos de aplicación de la estrategia. (Ver anexo N.1).

Actividad 2. Problemas análogos, actividad en grupo.

- Taller grupal sobre las analogías. (Ver anexo N.2).
- Socialización del taller grupal sobre las analogías.

Actividad 3. Problemas análogos, actividad individual.

- Taller individual sobre problemas análogos. (Ver anexo N.3).
- Socialización del taller individual sobre los problemas análogos.

Actividad 4. Problemas de generalización, actividad en grupo.

- Taller grupal sobre los problemas de generalización. (Ver anexo N.4).
- Socialización del taller grupal sobre los problemas de generalización.

Actividad 5. Problemas de generalización, actividad individual.

- Taller individual sobre problemas de generalización. (Ver anexo N.5).
- Socialización del taller individual sobre los problemas de generalización.

2 LO ACONTECIDO.

2.1 Marco Contextual.

La Práctica Pedagógica se realizó en la Escuela Normal Superior de Popayán (ENSP) en el grado 11D. La ENSP es una institución educativa pública que brinda sus servicios formativos en los niveles de preescolar, básica primaria, básica media y ciclo complementario. Se encuentra ubicada en la comuna No. 6 de la zona urbana del municipio de Popayán.

La Escuela Normal Superior de Popayán se fundó en 1934 con el nombre de Normal Nacional de Señoritas. Inicialmente funcionó en el Valle del Cauca, bajo la dirección de la señorita Ester Aranda, quien propuso al Ministerio de Educación Nacional trasladar esta institución Educativa a Popayán. El 27 de septiembre de 1935 se logró dicho traslado.

La ENSP desde su instauración se ha caracterizado por llevar a cabo varios proyectos comunitarios y proyectos internos dedicados a la enseñanza y la proyección. De esta manera, esta institución propicia y fomenta alternativas y propuestas de innovación en el proceso de enseñanza y aprendizaje, las cuales conllevan a contribuir al mejoramiento de la calidad educativa de la ENSP y de las instituciones formadoras.

El proyecto se llevó a cabo con un grupo de 32 estudiantes del último grado escolar. En su mayoría, los estudiantes involucrados fueron participativos y se evidenciaron sus deseos de aprender nuevas estrategias metodológicas.

2.2 Bitácoras

A continuación describiremos las bitácoras con las actividades propuestas en el proyecto de aula denominado *“desarrollando la capacidad heurística a través de problemas de razonamiento lógico*”. Además, cada bitácora contiene una introducción y los objetivos propuestos de las actividades correspondientes.

2.2.1 Actividad 0 y Actividad 1.

2.2.1.1 Introducción:

Cuando queremos enseñar un nuevo concepto de matemáticas, no está por demás considerar algunas estrategias adicionales que nos permitan mostrar de alguna forma las habilidades y dificultades de nuestros estudiantes. Con estas estrategias adicionales esperamos que a la hora de introducir el nuevo concepto matemático, los conocimientos previos por parte de nuestros estudiantes no sean un obstáculo para el aprendizaje.

En ese sentido, cuando consideramos la resolución de problemas, estas estrategias adicionales también podríamos tenerlas en cuenta, pues la resolución de problemas no es una actividad muy frecuente en el ciclo escolar, y esto hace que sea más complicado para los estudiantes. Por ende, en este proyecto, nos hemos propuesto una prueba diagnóstica (Actividad 0) la cual nos permita evidenciar en qué nivel se encuentran nuestros estudiantes.

Otro aspecto importante que debemos tener en cuenta para enseñar y aprender matemáticas, es acudir a ejemplos pertinentes que ayuden a nuestros estudiantes a corroborar sus primeras nociones y posiblemente contribuyan en sus aprendizajes. Desde este punto de vista, y teniendo en cuenta que nuestra metodología se centra en la resolución de problemas, consideraremos unos ejemplos que permitan evidenciar la estrategia de resolución de problemas.

2.2.1.2 Objetivos:

- Determinar de alguna manera en qué nivel se encuentran nuestros estudiantes del grado 11D en la resolución de problemas.

- Mostrar la estrategia heurística de resolución de problemas.

A continuación, describiré lo acontecido en las actividades 0 y 1.

La actividad 0 se llevó a cabo el 27 de marzo en la institución, y en horas de la tarde. En aquella sesión se pudo evidenciar que los estudiantes estaban muy interesados por aprender a resolver los problemas, ya que hacían bastantes preguntas en cuanto a la estrategia. En aquella sesión contaba con la asistencia de todo el curso, además en el transcurso de la sesión debemos resaltar que la actividad fue como una evaluación, y por ello hubo muy poca interacción grupal, de esta manera las intervenciones que se presentaron fueron muy pocas y con intenciones de orientar a los alumnos en cuanto a la prueba.

Uno de los sucesos destacados del primer encuentro ocurrió cuando se puso en marcha la ejecución de la prueba (ver anexo N.0), pues aquel suceso fue clave para entrar en confianza con el grupo. Además, de esta forma pude observar las habilidades y fortalezas de los estudiantes cuando se enfrentaban a cada problema.

En ese sentido, pude evidenciar que algunos estudiantes estaban bastante consternados, pues afirmaban que nunca se habían enfrentado a este tipo de problemas. De esta manera daban la impresión de no entenderlos; por ejemplo para el primer problema:

Problema 0.1. *Ayer tenía 16 años y el próximo año tendré 17 años. Si el día de mañana cumplo años, ¿en qué día y mes nací?*

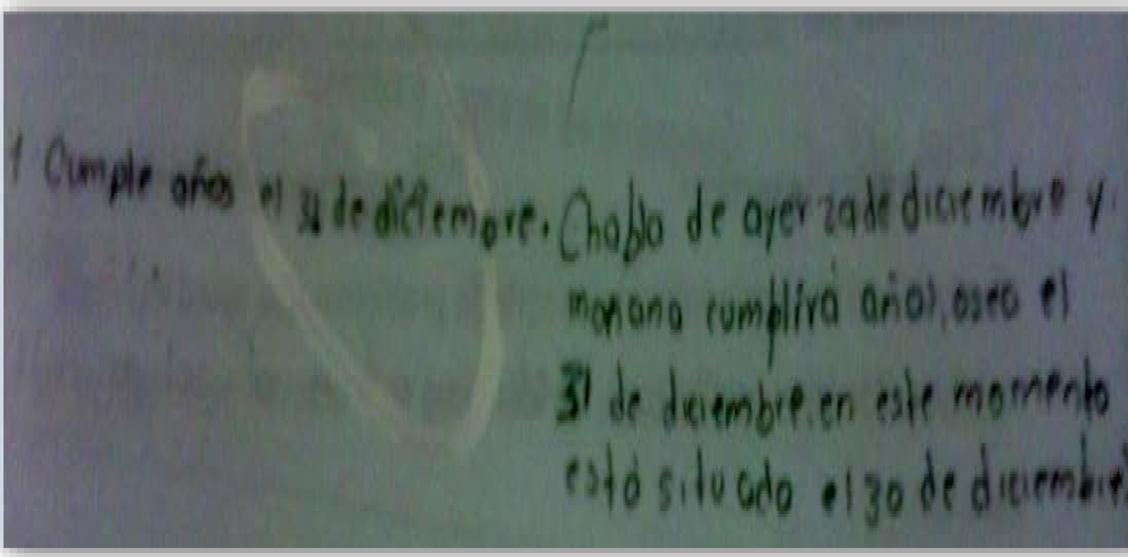
Como aquel curso contaba con estudiantes que tenían 16 años, entonces la coincidencia entre sus edades y el planteamiento del problema los llevó a creer que la respuesta de dicho problema era su fecha de nacimiento, confirmando de este modo que no habían comprendido el problema. A partir de aquí, traté de guiarlos un poco a través de sugerencias pertinentes que poco a poco ayudaran al alumnado a comprender el problema. Hay que resaltar que en este tramo, la participación de algunos estudiantes (de las pocas participaciones) fue muy adecuada para que el resto del grupo pudiera superar sus dificultades de comprensión.

Algo similar ocurrió para el siguiente problema (ver anexo 0); algunos estudiantes no lograron comprenderlo y esto conllevó a respuestas erróneas. En ese sentido, la respuesta incorrecta más frecuente fue decir que el día en que Inés y Juan dijeron "mañana es día de mentir" era el día sábado. Analizando un poco sus justificaciones o planteamientos de esta respuesta, pude observar que los alumnos la justificaban diciendo que Inés y Juan dicen la verdad para el día sábado, por ende, este día era el indicado para que dicha afirmación fuera la respuesta correcta. A partir de esta justificación, es evidente que los estudiantes no han tenido en cuenta los datos ni las condiciones del problema además si acudimos a la estrategia el último tramo evidenciaría que no es posible que la respuesta fuera el día sábado. Así estas respuestas dejan entrever que algunos estudiantes del grado 11D no tienen mucha experiencia resolviendo problemas, pues para alguien con habilidades en el tema, lo primero que considera son los datos, condiciones e incógnita.

En general, la mayoría de respuestas incorrectas alude a la mala comprensión del problema, pues para el siguiente punto propuesto en esa actividad (Ver anexo 0) también se presenta este aspecto, mostrando una respuesta incorrecta y mal justificada por fuera de los planteamientos propuestos en el problema. El tercer problema tampoco mostró una situación diferente, pues en los resultados pudo evidenciarse que los estudiantes no sabían cómo resolverlo, no se evidenció ninguna estrategia o método que les permitiera deducir cuál era el vestido correspondiente de cada una de las amigas que nos habla el problema. Aunque esta sea una de las dificultades encontradas, se convierte en una ventaja para este proyecto de aula debido a que se partirá casi desde cero con un grupo numeroso de este curso. En consecuencia, este suceso nos permitirá establecer si se alcanzaron o no los objetivos de este proyecto de aula.

De esta forma se confirma de alguna manera lo que se esperaba, los estudiantes no tienen estrategias ni modelos de resolución de resolución de problemas, además también se evidencia sus dificultades de compresión lectora, mostrando de cierta forma que están acostumbrados a resolver ejercicios mediante procesos mecánicos dando una idea de métodos algorítmicos.

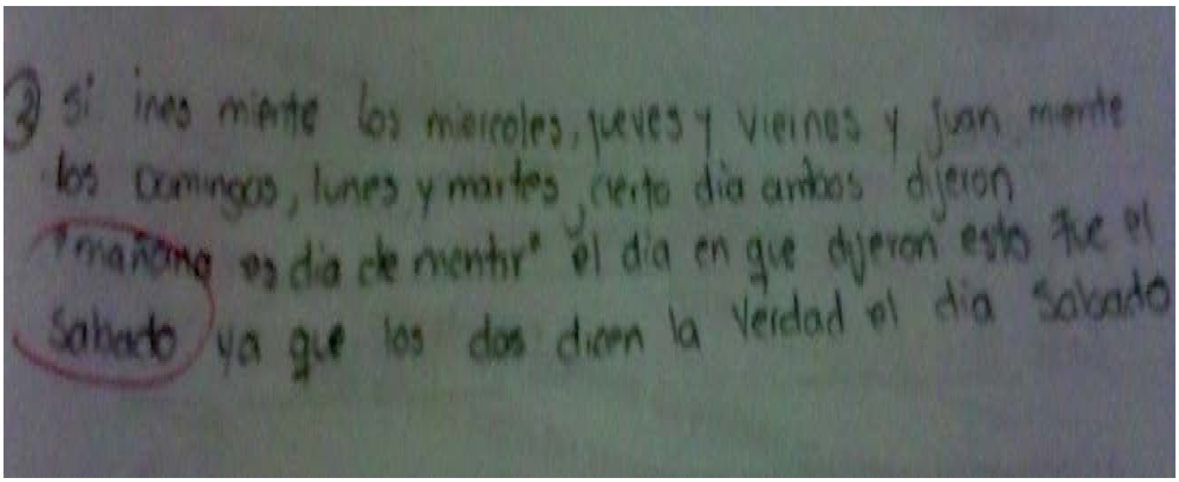
A continuación mostraremos algunos resultados de las respuestas incorrectas de los estudiantes



Respuesta del problema 0.1.

“cumple años el 31 de diciembre. Habla de ayer 29 de diciembre y mañana cumplirá años, ósea el 31 de diciembre, en este momento está situado el 30 de diciembre”

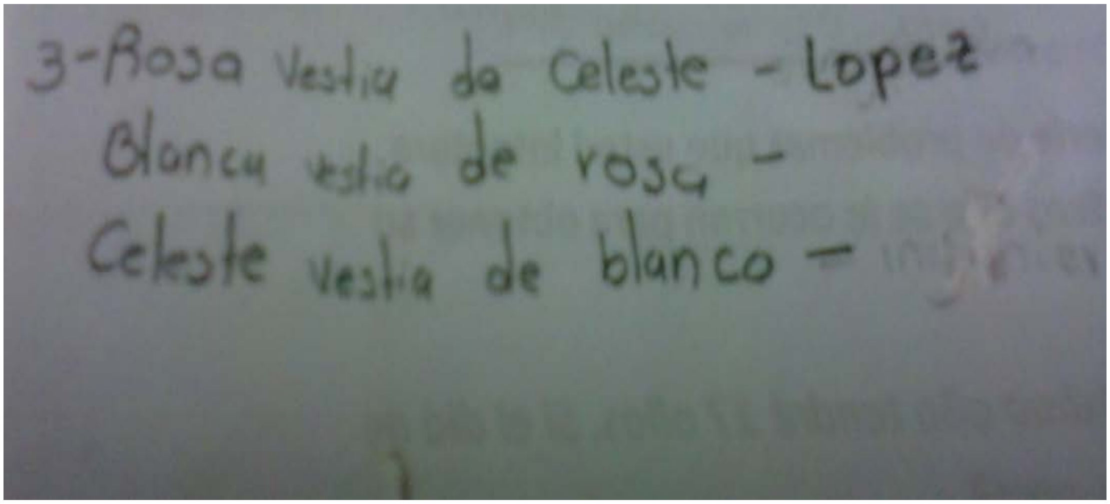
En esta respuesta del problema 1, se observa que el planteamiento expuesto por el estudiante no es correcto ya que el estudiante en ningún momento tiene en cuenta el nuevo año del cual nos habla el problema.



Respuesta del problema 0.2.

RESPUESTA: “Si Inés miente los miércoles, jueves y viernes y Juan miente los domingos, lunes y martes, cierto día ambos dijeron “mañana es día de mentir” el día en que dijeron esto fue el sábado ya que los dos dicen la verdad el día sábado”

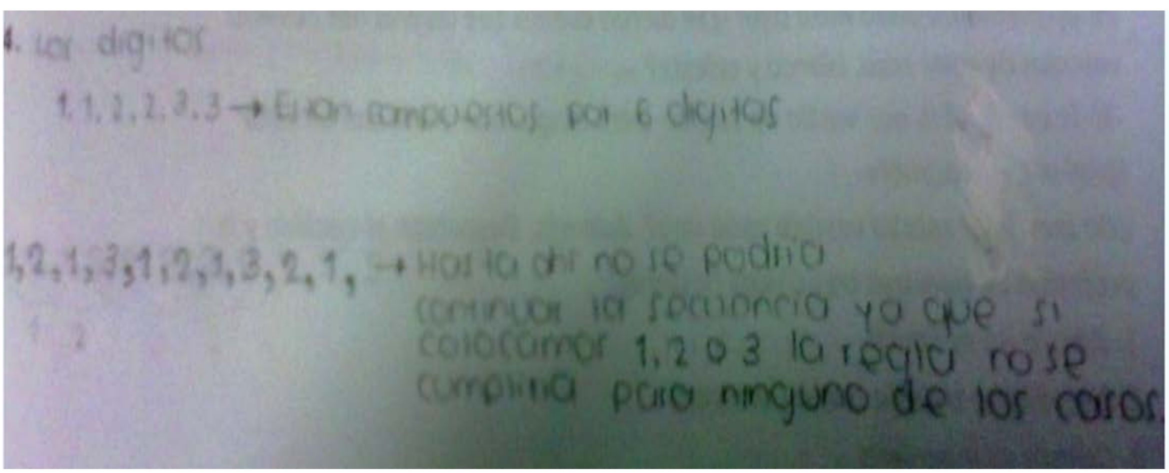
Esta respuesta evidencia que el estudiante no ha establecido una estrategia para verificar que el sábado fue el día en que ambos dijeron la afirmación. De haberlo hecho, hubiera podido concluir que el sábado no era el día en que se hizo aquella afirmación, como lo mencionamos anteriormente.



3-Rosa Vestia do Celeste - Lopez
Blanca vestio de rosa -
Celeste vestia de blanco -

Respuesta del problema 0.3.

No muestra estrategia o método que le permita llegar a la solución. Además, no nos muestra su heurística que lo lleva a concluir que Rosa esta vestida de celeste y su apellido es López, dejando entrever que el alumno posiblemente está adivinando o procediendo mentalmente para encontrar la respuesta.



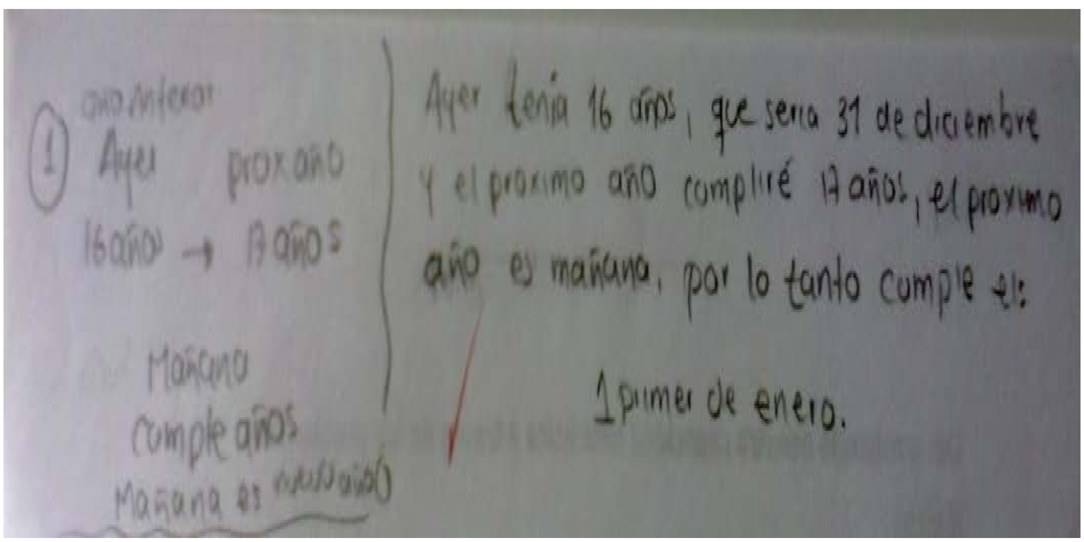
4. Los digitos
1,1,2,2,3,3 → Estan compuestos por 6 digitos
1,2,1,3,1,2,1,3,2,1, → Hasta ahi no se podria continuar la secuencia ya que si colocamos 1,2 o 3 la regla no se cumpliria para ninguno de los casos.

Respuesta del problema 0.4.

RESPUESTA: “1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 3, 2,1. Hasta ahí se podría continuar la secuencia, ya que si colocamos 1,2 o 3 la regla no se cumpliría para ninguno de los casos.”

Está imagen evidencia que el estudiante no ha comprendido el problema, conllevándolo a unas conclusiones incorrectas. En este sentido, el estudiante trata de formar una secuencia de números con las condiciones y los dígitos que impone el problema, es decir, entre los dígitos 1 hay otro digito, entre los dígitos 2 hay 2 dígitos y entre los dígitos 3 hay tres dígitos.

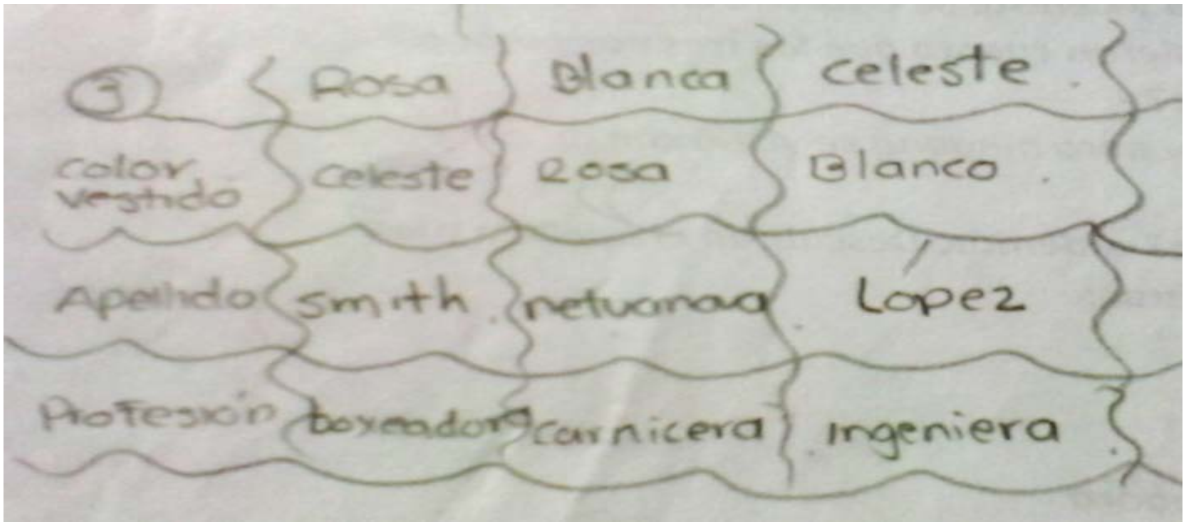
Aunque fueron algunos pocos los que cometieron este tipo de errores, otros mostraron sus destrezas en la resolución de problemas. Todo esto ocurrió casi al finalizar la sesión. Esto dejó entrever a los estudiantes más hábiles del curso. A continuación, mostraremos algunas de sus respuestas.



Respuesta del problema 0.1.

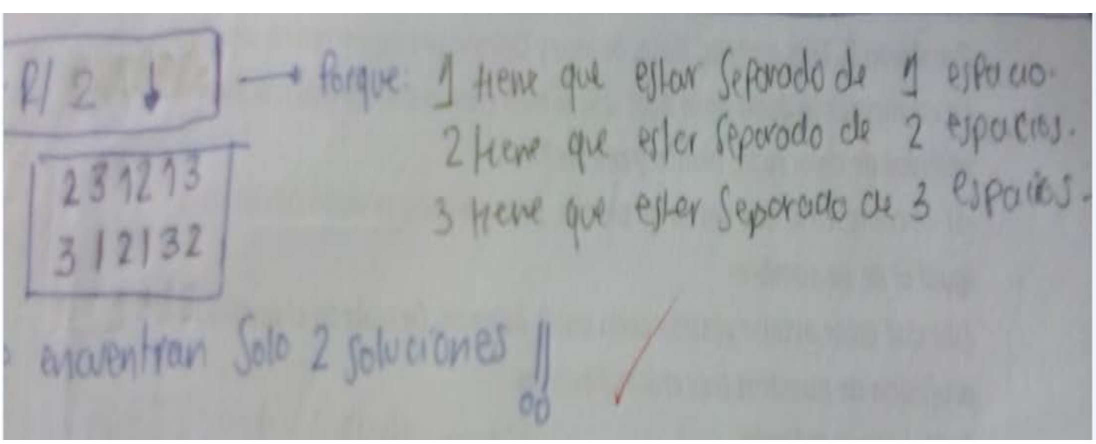
RESPUESTA: Ayer tenía 16 años, que sería 31 de diciembre y el próximo año cumpliré 17 años, el próximo año es mañana, por lo tanto cumple es el primer día de enero.

En esta respuesta se puede evidenciar el planteamiento que fue realizado por el estudiante para mostrar que efectivamente la respuesta era el primero de enero. Esta fue la mejor justificación para este problema.



Respuesta del problema 0.3

Aunque el estudiante no justificó como encontró las respuestas de este problema 3, se puede evidenciar cómo organizo los datos, método que es muy útil y adecuado cuando se tienen tantos datos en el problema. Posteriormente cuando trabajemos las analogías veremos que esta es la mejor forma de resolver este tipo de problemas.



Respuesta del problema 0.4.

Este alumno nos muestra las dos soluciones que tiene el problema, además lo justifica teniendo en cuenta las condiciones propuestas por el problema. Aunque en la imagen no se pueda evidenciar cómo las encontró, en el reverso de la hoja se puede observar que acudió a ensayo y error hasta agotar todos los casos posibles.

La sesión finalizó con la entrega de la prueba diagnóstica la cual mostró un grupo de estudiantes muy buenos además de un grupo de estudiantes con otras cualidades, como lo mencionamos anteriormente. Por otra parte, también se observar que hubo estudiantes que no respondieron a todos los cuatro problemas propuestos, dejando bastantes especulaciones al respecto, como por ejemplo: dificultades de comprensión lectora o falta de herramientas para diseñar una estrategia que logre resolver los problemas. En consecuencia, para la siguiente actividad a realizar (Actividad1), hice una restructuración en los ejemplos planteados al inicio de este proyecto. Restructuración que consistió en considerar unos problemas triviales para que de esta manera sea más fácil su apropiación de la estrategia por parte de los alumnos (Ver anexo N.1). Además, en dicha actividad, he propuesto unos problemas análogos, para que la apatía por resolver los problemas no sea un inconveniente a la hora de enfrentarse a los problemas de esta actividad.

En conclusión, podríamos decir que los objetivos de la prueba diagnóstica se cumplieron, pues puedo identificar a los estudiantes más talentosos y además las principales dificultades que tiene este grupo de estudiantes.

Para la siguiente actividad, iniciamos con un recuento sobre la prueba diagnóstica, además de mencionarles a los alumnos lo ocurrido con sus resultados. En este sentido, los estudiantes reconocieron que los problemas estaban muy complicados pues nunca se habían enfrentado a este tipo de problemas. Igualmente, estaban muy motivados, pues los problemas planteados aparecen en la prueba de admisión y por ende, aprender a resolverlos les iba a ser de mucha utilidad.

A partir de este momento era consciente que había llegado la hora de mostrarles la estrategia que permitirá de alguna manera resolver los problemas, y en esta dirección, lo haría considerando los problemas de la prueba diagnóstica. Así fue como ocurrió, expliqué la estrategia de los cuatro pasos y mencioné la existencia de unas preguntas o sugerencias que servirán de ayuda para ejecutar los pasos. Empecé a resolver los problemas de la prueba diagnóstica teniendo en cuenta el método y utilizando frecuentemente las preguntas para que se lograra evidenciar su utilidad. En este momento los estudiantes estaban algo “desconcertados”, pues afirmaban que este método consistía de muchos pasos o había que tener en cuenta demasiados aspectos del problema; esperaban como una “receta mágica” que les permitiera resolver los problemas de manera rápida y efectiva. En este sentido, fui muy claro y explícito al afirmar que dicha receta no existe y que el método con la experiencia nos permitiría resolver los problemas de manera muy rápida. Después de este pequeño percance y una vez que motive a los estudiantes de nuevo, procedí a resolver los problemas (Ver anexo 1).

En cuanto al problema 1, este era muy similar al problema 3 de la prueba diagnóstica, por ende se podría pensar en el mismo método de solución. En efecto, los estudiantes no dudaron en proponerlo y así fue como se resolvió este problema. El problema 1 estaba propuesto pensando en las analogías, pues no está de más que los estudiantes se empiecen a familiarizar con esta herramienta desde un inicio.

Para los problemas 3 y 4, se presenta el mismo suceso anterior, por tanto, al resolver cualquiera de los dos problemas, es posible resolver el otro, en cierta forma. En este sentido, resolví el problema 4, acudiendo a la estrategia y además haciendo partícipe al grupo. Una vez que se comprendió el problema (acudimos a clasificar los datos, condición e incógnita), se llevó a cabo la estrategia siguiente:

como el adivinador sabe que solo uno de los letreros está mal, entonces suponemos que el letrero incorrecto está en el primer tesoro. Así, si este es el letrero incorrecto, entonces los demás letreros deben ser correctos y por ende se puede encontrar el tesoro. En caso contrario, debe haber alguna contradicción con respecto a los enunciados de cada uno de los letreros restantes. De esta manera, *se repite el procedimiento con los demás letreros, hasta descartar todos los casos posibles.*

Aunque los estudiantes estaban conformes con el método que resolvió el problema, hubo un grupo de estudiantes que utilizaron otros métodos para resolver este problema, como por ejemplo suponer que el tesoro está en uno de los cofres y a partir de aquí, deducir el enunciado incorrecto del letrero.

El método que emplearon para resolver el problema 3 fue el expuesto inicialmente, esto es, suponer que el letrero incorrecto está en el primer tesoro. Hasta este momento de la sesión, puede evidenciar en los alumnos su entusiasmo al resolver los problemas que de alguna manera, gracias a las *analogías*, han podido resolver, evidenciando de esta forma que la actividad de resolver problemas es agradable y es posible llevar al aula, si se tienen las consideraciones pertinentes.

En cuanto a los problemas 5 y 6, pasó algo muy particular. Consideré nuevamente estos dos problemas similares y la metodología pensada era la misma, es decir; resolver el problema 5 y proponer el problema 6 en clase. Cuando llevé a cabo lo planeado, en el transcurso de la solución del problema 5 (ver anexo1), en vista de que estaba considerando los 4 pasos de G. Pòlya, entonces había que hacer todas las consideraciones posibles para ejecutarlos correctamente. En este sentido, cuando me encontraba ejecutando los pasos, hubo estudiantes que resolvieron el problema primero y sin necesidad de considerar la estrategia, conllevando a distracciones y desorden en el aula.

Una vez superado este percance, reflexionando un poco sobre este suceso, reconozco que subestimé un poco a mis estudiantes, aunque la intención era mostrar la estrategia, este tipo de problemas no son muy útiles para tal fin, pues al ser problemas tan triviales, deja de ser una dificultad para el que se está enfrentando a dicho problema.

En conclusión, las dos actividades propuestas cumplieron de alguna manera con los objetivos propuestos. Como lo mencionamos anteriormente, la prueba diagnóstica pudo ratificar nuestro supuesto de que hay estudiantes que no se han enfrentado a este tipo de problemas y logró evidenciar a los estudiantes con mayores dificultades en cuanto a la resolución de problemas, estudiantes en los cuales este proyecto de aula se pondrá a prueba. En cuanto a la segunda actividad, se logró mostrar la estrategia pese a los percances que se dieron en clases.

2.2.2 Actividad 2 y Actividad 3.

2.2.2.1 Introducción:

Cuando les enseñamos a nuestros estudiantes las estrategias que les permitirán resolver problemas, podría suceder que en aquel momento en que ellos están desarrollando la estrategia, en ese tramo las preguntas y sugerencias no sean del todo útiles para encontrar un buen plan que solucione el problema. En esta dirección hemos considerado una estrategia adicional que de pronto sirva de ayuda, estrategia adicional que se ha denominado *analogías*. Con las *analogías* no queremos limitar las habilidades de nuestros estudiantes para encontrar un plan, sino que vean esta como una herramienta adicional de tal forma que les sea de utilidad siempre y cuando sea posible.

2.2.2.2 Objetivos:

- Mostrar la estrategia de las *analogías*.

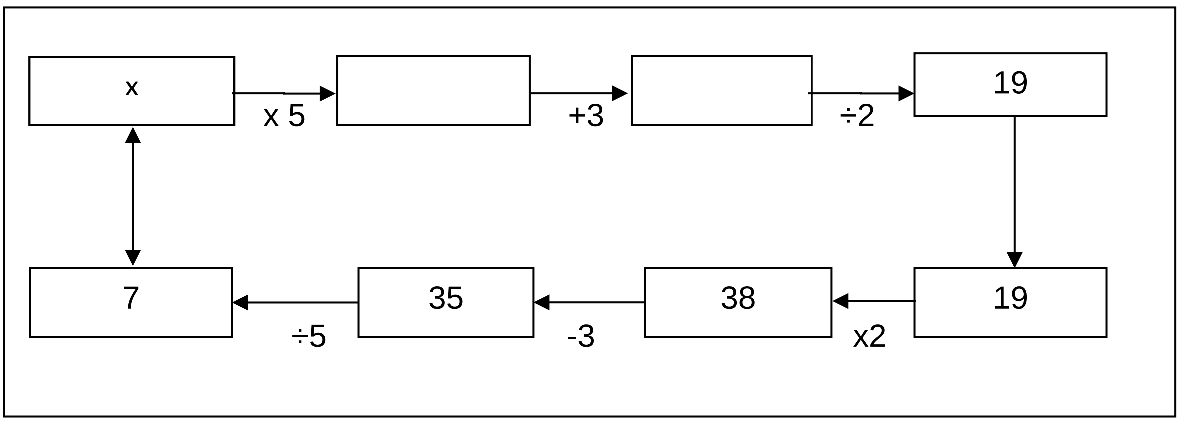
Para el inicio de la actividad 2 contaba con la participación de 30 estudiantes los cuales estaban muy ansiosos por conocer la nueva herramienta que les permitiría concebir un plan, pues en las sesiones anteriores ya habíamos hablado un poco de esta.

Cuando inicié mi discurso sobre las analogías pude observar que los estudiantes estaban algo perplejos lo cual se evidencio en sus rostros, y además en el aula predominaba un silencio notorio, más aún cuando hacía preguntas para que participaran. Para dar salida a este percance, recordé que en las sesiones anteriores había considerado problemas análogos para que los estudiantes pudieran apropiarse de la estrategia de G. Pólya, entonces fue así como a través de estos ejemplos que ya habíamos resuelto empecé a mostrarles como intervenían las analogías. Por ejemplo la analogía que se presenta en el problema 3 de la prueba diagnóstica y el problema 1 de la actividad 1, es en cuanto al método que resuelve a ambos problemas. De igual forma, el problema 2 de la prueba diagnóstica y el problema 3 de la actividad 1, la similitud que se da en los datos y las condiciones de ambos problemas nos dan pie a pensar que se pueden utilizar las analogías en este caso.

Para complementar un poco la estrategia de las analogías consideré problemas que se resuelven con la estrategia denominada *"el método del cangrejo",* pues estos problemas dan lugar a utilizar las analogías en cuanto al método. Por ejemplo: *A la edad que tiene Francisco se le multiplica por 5, y a este resultado se le agrega 3. Si al dividir esta última suma entre 2 se obtiene 19. ¿Cuál es la edad de Francisco?*

Entonces para aplicar el método del cangrejo es necesario que no se conozca el valor inicial, debe haber una secuencia de operaciones y se debe conocer el dato final. Así, se puede resolver este problema a través de dicho método:

Si X representa la edad de Francisco,



"El valor correspondiente del rectángulo que está a la derecha del rectángulo que contiene la incógnita x, va el valor correspondiente de multiplicar a x, por el número cinco. El rectángulo siguiente tendrá el valor que aparece en el rectángulo de la izquierda, pero adicionándole el número tres. Así, sucesivamente con los siguientes rectángulos hasta llegar al dato final. Cuando se llega a este, el método consiste en devolvernos con los rectángulos correspondientes pero intercambiando las operaciones elementales"

Para este tipo de problemas no se presentaron mayores inconvenientes, si consideramos a los estudiantes que optaron por seguir el método. El inconveniente en este tramo de la sesión se presentó fue en aquel momento cuando consideramos aquellos problemas en los cuales intervienen en los datos números fraccionarios. Por ejemplo:

Juan gasta de su sueldo: los 2/3 en un par de zapatos, los 2/7 de lo que le queda en un pantalón y, por último, gasta los 3/5 del nuevo resto en alimento quedándole aún 300 nuevos pesos. ¿Cuál es el sueldo de Juan?

Estos problemas pudieron evidenciar las dificultades que tenían los alumnos en cuanto a operaciones elementales que involucren números fraccionarios. En este sentido, los estudiantes argumentaron que había transcurrido mucho tiempo en la escuela sin tener la necesidad de considerar estos números, pues en el año anterior habían trabajado fuertemente la trigonometría y actualmente estaban trabajando con el concepto de función.

Los problemas en los cuales se puede aplicar el método del cangrejo son aquellos problemas que se pueden resolver planteando una ecuación de primer grado. De esta manera, hubo estudiantes que optaron por resolver estos problemas acudiendo a la ecuación la cual los condujo a muchas equivocaciones.

Por ejemplo para el primer problema, la solución se encuentra resolviendo:

$$\frac{5x+3}{2} = 19 \quad ; \quad x := \ edad\ de\ Francisco.$$

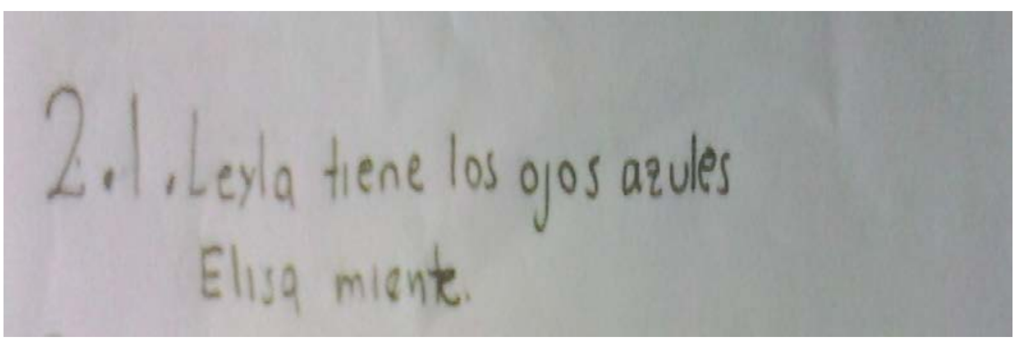
Entre los resultados más frecuentes, tenemos

$$5x + 3x + \frac{x}{2} = 19 \quad ; \ x := \ edad\ de\ Francisco$$

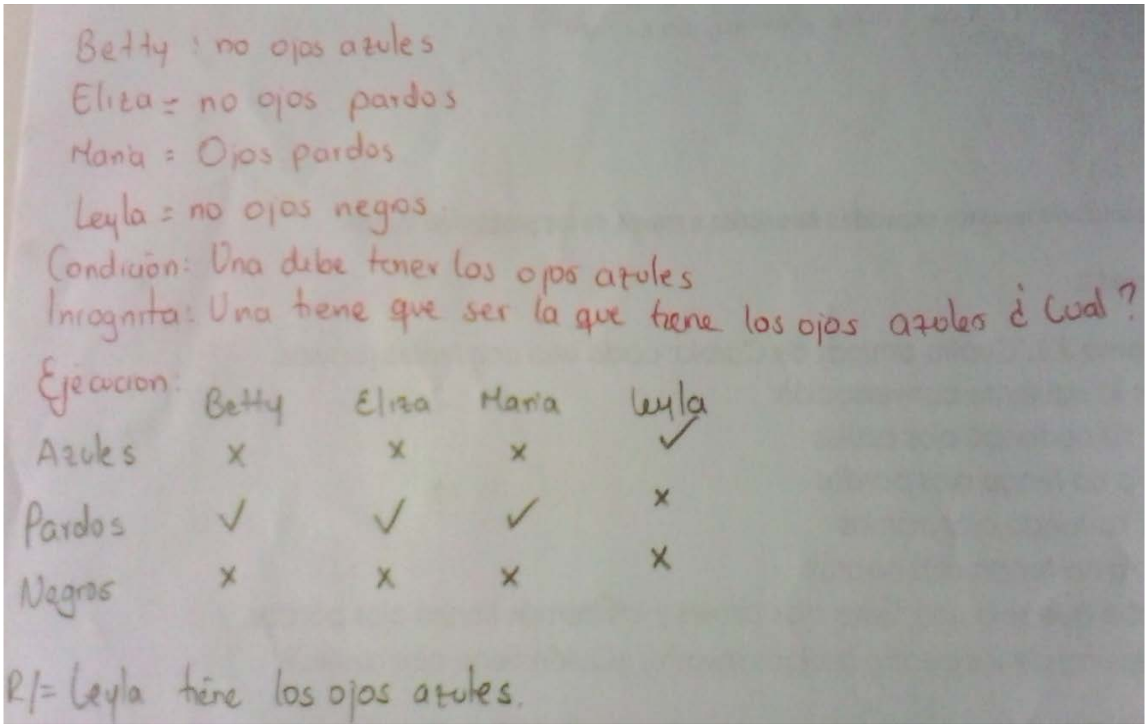
Realmente es muy difícil tratar de comprender el porqué de esta respuesta, pero lo que sí se pudo intuir es que los estudiantes después de las dificultades presentadas en las ecuaciones optaron por utilizar el método del cangrejo en aquella sesión.

Para la actividad 2, esta estaba propuesta para resolver problemas análogos en grupo, para que de esta manera fuera un poco más lúdica la sesión, y además les permitiría a los estudiantes controvertir y reflexionar sobre las distintas posturas que se presentaran en cada problema. Claramente, la clase estuvo acompañada de muchas intervenciones por parte de los estudiantes. En este lapso el tiempo transcurrió muy rápido. En este lapso también alcanzamos a socializar las respuestas y de alguna manera conllevó a una reflexión sobre estas.

En cuanto al primer problema, observando las soluciones presentadas, la mejor estrategia para resolver el problema consistió en acudir a los arreglos, estrategia que se presentaba de forma regular en los problemas anteriores. También hubo respuestas las cuales no estaban justificadas, es decir, no mostraron sus planteamientos para encontrar la respuesta dando lugar a muchos supuestos, resaltando entre ellos la ayuda por alguno de sus compañeros, debido a la interacción entre compañeros que se presentó en la sesión. Hay que resaltar además que no hubo ninguna respuesta incorrecta para este punto.



Respuesta del problema 2.1.



Betty : no ojos azules
Eliza = no ojos pardos
Maria = Ojos pardos
Leyla = no ojos negros
Condicion: Una debe tener los ojos azules
Incognita: Una tiene que ser la que tiene los ojos azules ¿Cual?
Ejecucion:

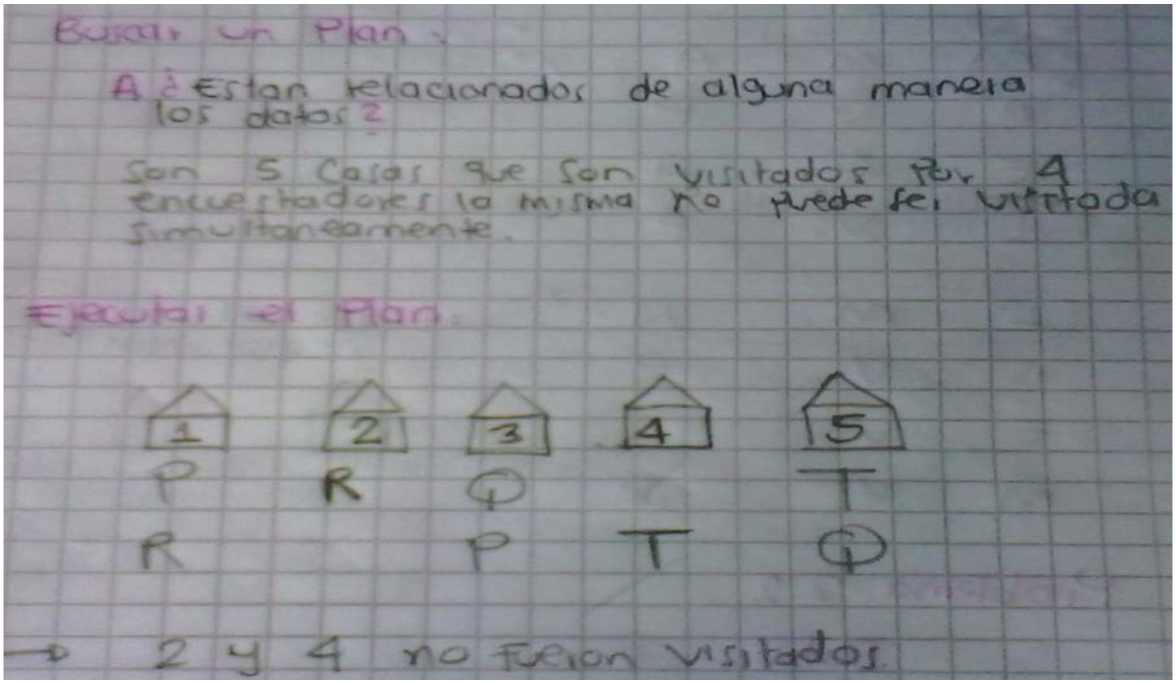
	Betty	Eliza	Maria	Leyla
Azules	x	x	x	✓
Pardos	✓	✓	✓	x
Negros	x	x	x	x

R/= Leyla tiene los ojos azules.

Respuesta del problema 2.1.

Esta estrategia fue la misma empleada para resolver el problema 3 de la actividad 1(ver anexo), evidenciando que los estudiantes están utilizando las analogías. Para llenar el arreglo los estudiantes suponían que una de las cuatro amigas era la que estaba mintiendo y de esta manera según las afirmaciones hechas por el planteamiento del problema, se llegaba a una contradicción o no. Así se descartan todos los casos posibles hasta obtener la respuesta correcta.

Para el segundo problema, ocurrió algo similar, los estudiantes realizaron una figura que de alguna manera pudiera modelar el problema. Hicieron dibujos de las 5 casas y en la parte inferior de estas colocaron a los encuestadores, teniendo en cuenta las condiciones. Por ejemplo, cada uno de los encuestadores podía visitar solo una de las casas o por ejemplo los encuestadores P y Q estuvieron separados por una casa.



Respuesta del problema 2.2.

RESPUESTA: Son 5 casas que no son visitadas por 4 encuestadores, la misma no puede ser visitada simultáneamente.

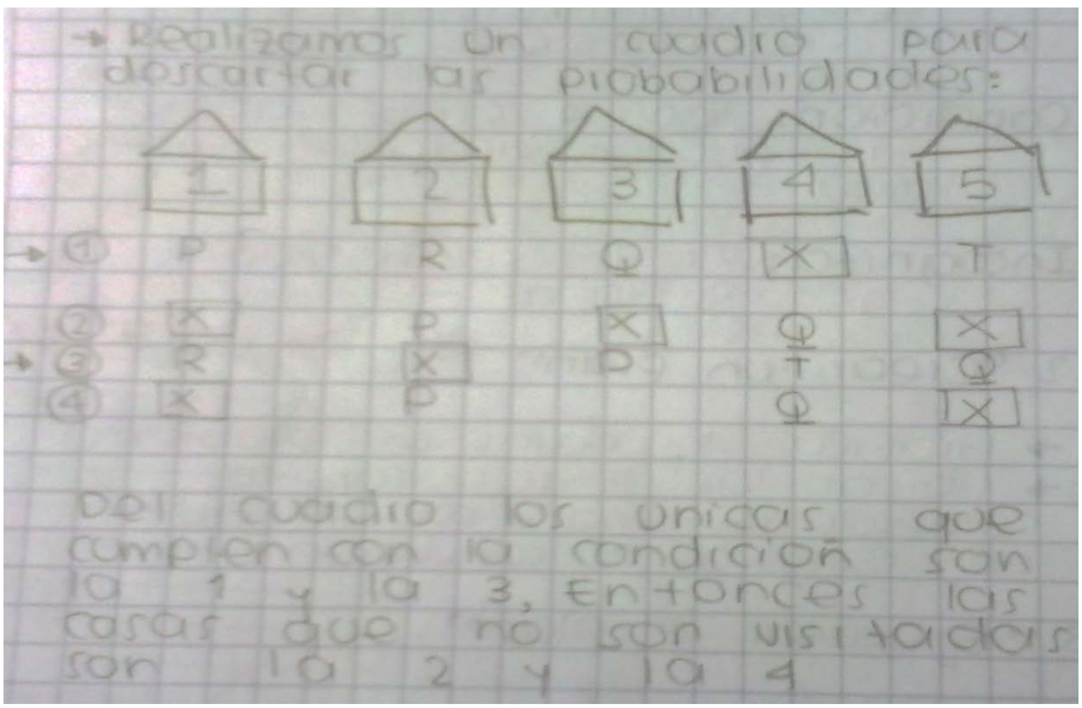
En esta imagen también se pudo observar una de las preguntas que propone G. Pólya para buscar un plan.

Otro grupo de estudiantes mostró una estrategia más general, aunque el planteamiento fue exactamente el mismo. Lo que hicieron fue lo siguiente: como los encuestadores P y Q están separados por una casa, entonces se preguntaron: ¿cuáles casas pudieron visitar estos dos encuestadores? De igual forma para los encuestadores R y T. Así llegaron a lo siguiente:

Para P y Q	Para R y T
1 y 3	1 y 4
3 y 5	2 y 5
2 y 4	

Tabla No 1.

Seguidamente realizaron el arreglo mencionado anteriormente y consideraron todos los casos posibles teniendo en cuenta la tabla No 1 y la hipótesis que nos dice que cada encuestador puede visitar solo una de las casas. Así descartaron los casos que no cumplían con esta condición hasta encontrar la respuesta del problema.



Respuesta del problema 2.2.

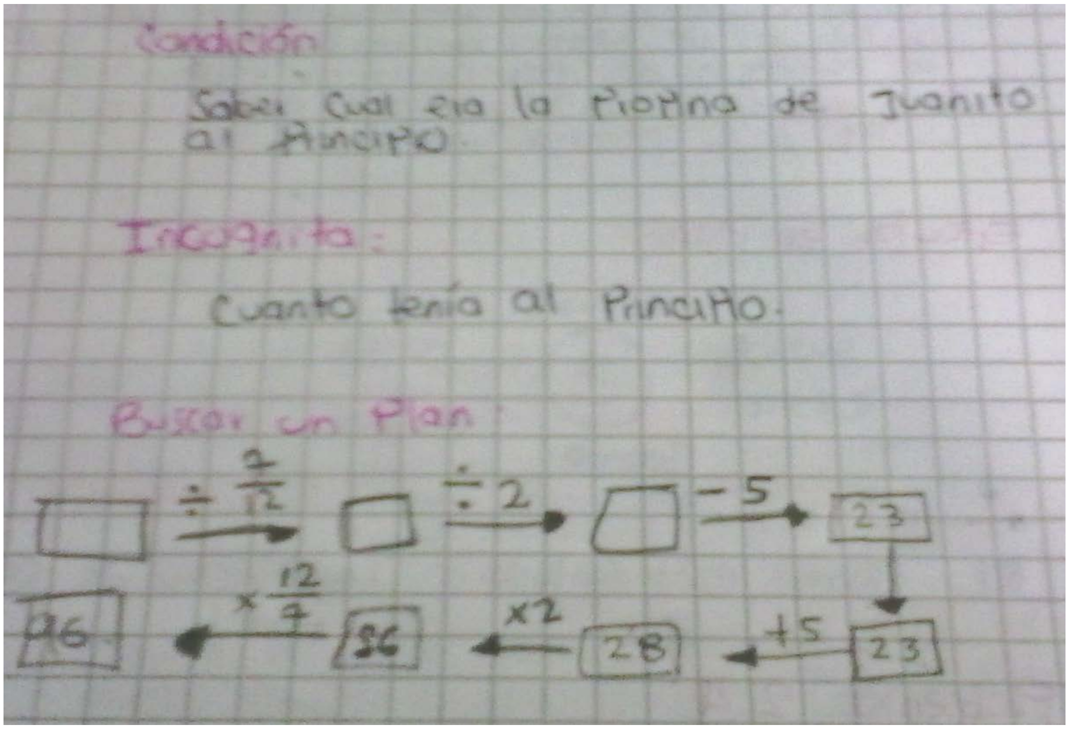
RESPUESTA: “Del cuadro las únicas que cumplen con la condición son la 1 y la 3, entonces las casas que no son visitadas son la 2 y la 4”

Puede verse en este planteamiento que si P y Q están en las casas 2 y 4 respectivamente, entonces no es posible que R y T cumplan con la condición de estar separados por dos casas, por ende no pueden ser una solución del problema. También puede evidenciarse que los estudiantes no han considerado el caso en que Q y P están en las casas 2 y 4 respectivamente, el cual es el caso contrario al mencionado anteriormente, pues han reconocido implícitamente que para este caso ocurriría el mismo suceso y obtendrían la misma inconsistencia. Así, los cuatro casos considerados por los estudiantes son el total de casos a considerar, lo cual evidencia que los estudiantes han comprendido totalmente el problema.

El último problema (ver anexo 2), estaba propuesto para poder evidenciar si los estudiantes utilizarían las analogías para resolverlo, más precisamente para ver si utilizarían el método del cangrejo. En este sentido, pude evidenciar que hubo varios grupos los cuales decidieron resolverlo a través de la otra forma, a través del planteamiento de la ecuación; la respuesta se encuentra al resolver:

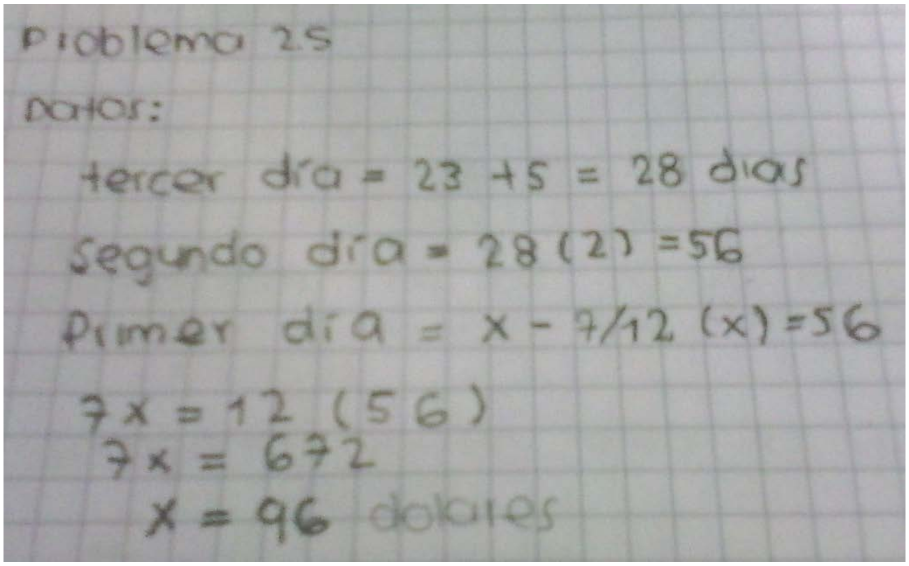
$$\frac{1}{2}\left[\frac{7}{12}\,x\right] - 5 = 23$$

En esta dirección hubo dos grupos que pudieron responder correctamente el problema. Uno de ellos acudió a utilizar el método del cangrejo y otro a través de ecuaciones, aunque este último método no muy claro. A continuación mostraremos estos resultados.



Respuesta del problema 2.5.

Una de las ventajas de este grupo en particular es que estaba compuesto por los estudiantes más hábiles del curso, por ello los resultados en general fueron muy buenos. La intención principal de separar a este grupo fue que no afectara los aprendizajes del resto del curso, pues la idea era que todos los estudiantes avanzaran poco a poco de acuerdo a sus capacidades de aprendizaje.



Respuesta del problema 2.5.

Este método presentado por este grupo evidencia los pasos que realizaron hasta llegar a la respuesta, dividiéndolos en días. Así:

Para el ultimo día, el cual era el cuarto día, a Juanito le quedaban 23 dólares, entonces como en el día anterior había gastado 5 dólares, para este día (tercer día) Juanito tendría 23 + 5 = 28. Ahora bien, como en el segundo día, Juanito había gastado la mitad de lo que tenía, entonces para este día tendría un valor en dólares de 28(2) = 56 que es el doble del valor que gastó y de igual forma con el primer día. De esta forma podemos evidenciar que este grupo ha resuelto el problema sin acudir a la ecuación como tal, pues se evidencia que están resolviendo la ecuación por partes; primero suman 5, después despejan ½ , y finalmente a $^{7}/_{12}$. También se puede evidenciar en la imagen que la ecuación planteada para el primer día está mal, pues de esta forma no se obtiene la respuesta que es 96.

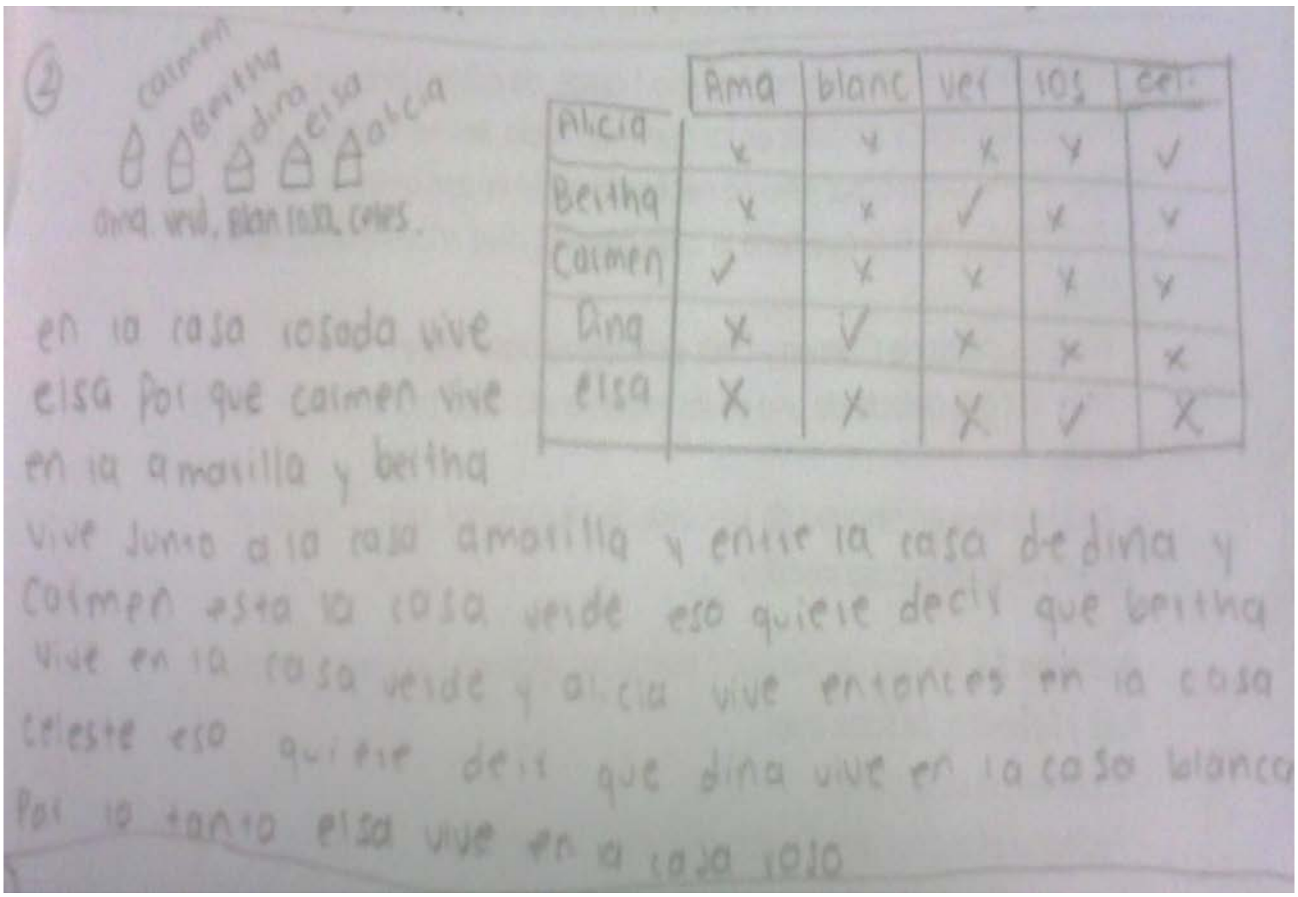
En conclusión, los resultados obtenidos por esta actividad grupal fueron en general buenos. Para los dos problemas restantes no se presentaron inconvenientes puesto que se habían resuelto problemas similares anteriormente, por ello la utilización de las analogías les sirvió para resolver los problemas. En cuanto a nuestro grupo selecto de estudiantes, los cuales van poner a prueba este proyecto, los resultados obtenidos no dejan evidenciar mucho su avance en la resolución de problemas, pues al ser una actividad en grupo es muy difícil particularizar lo contribuido por cada uno. Lo que sí se pudo evidenciar es que han avanzado en cuanto a comprender el problema y describir correctamente cada uno de los 4 pasos planteados por la estrategia. La siguiente actividad nos permitirá establecer de alguna manera el avance de cada uno de los estudiantes, pues es una actividad individual.

Para el inicio de la siguiente actividad, los estudiantes estaban bastante ansiosos ya que de alguna manera se iba a evaluar sus aprendizajes hasta ese momento. En esta actividad 3, planteé cuatro problemas los cuales estaban directamente relacionados con los expuestos anteriormente con la idea de evidenciar sus avances en cuanto a problemas análogos**. A continuación, analizaremos lo expuesto por algunos de los estudiantes que en anteriores sesiones han demostrado tener mayores dificultades en resolución de problemas. En cuanto a los estudiantes más hábiles no hay mucho por mencionar, pues se han apropiado con facilidad de las analogías y justamente han utilizado estas para resolver los problemas de esta actividad sin inconvenientes.**

Para el primer problema los estudiantes no tuvieron ningún inconveniente en plantear los arreglos que permiten resolver el problema. Resulta obvio debido a que en la mayoría de las sesiones anteriores se han propuesto este tipo de problemas y se han socializado su respuesta, por ello su solución es casi evidente.

Para el siguiente problema hubo gran variedad de estrategias por parte del alumnado para tratar de resolverlo, aunque no todos llegaron a la respuesta correcta.

Hubo un estudiante que acudió a los arreglos para tratar de solucionar el problema. En este arreglo ubicó la información de los *nombres vs colores* de cada una de las casas. Aunque era una buena idea (alude a lo que más se utiliza en las analogías), no consiguió llegar a la respuesta correcta. Quizá el error que cometió el alumno fue hacer un arreglo que no involucra el orden en que estas casas de colores deben estar ubicadas como lo exige el problema. De esta manera, la forma de administrar la información del problema pudo llevarlo a confusiones y conclusiones desatinadas.

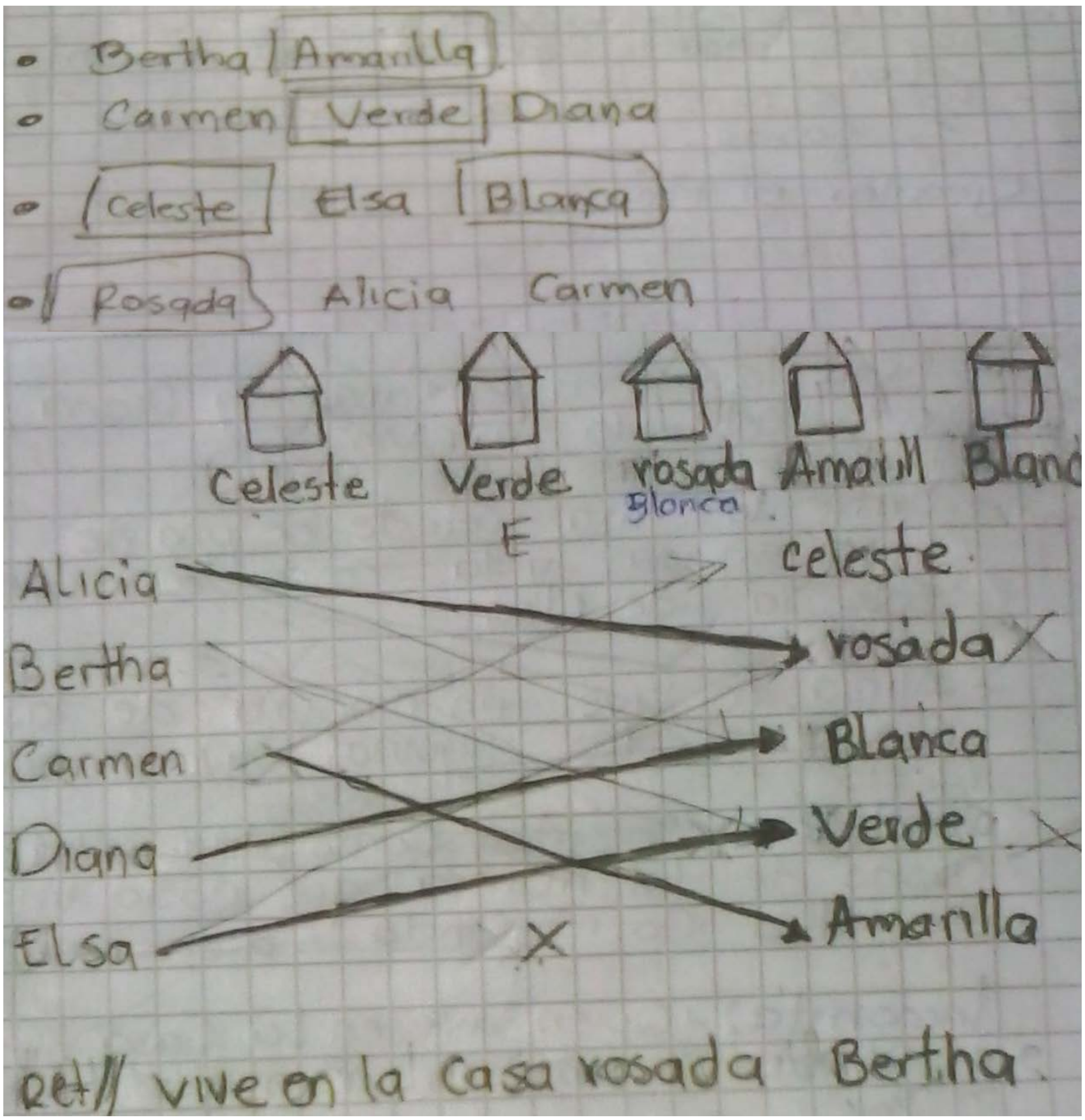


Respuesta del problema 3.2.

RESPUESTA: “En la casa rosada vive Elsa por que Carmen vive en la amarilla y Bertha vive junto a la casa amarilla y entre la casa de Dina y Carmen esta la casa verde, eso quiere decir que Bertha vive en la casa verde y Alicia vive entonces en la casa celeste, eso quiere decir que Dina vive en la casa blanca. Por lo tanto Elsa vive en la casa rosa”

Algo que me llamó la atención de este estudiante fue su manera de tratar de resolver todos los problemas, pues en todos utilizó la misma herramienta, más específicamente, utilizó los arreglos para todos los problemas propuestos de esta actividad. Esto me lleva a inferir que este alumno se está apropiando de la única estrategia que se le ha mostrado posiblemente en todo su ciclo escolar. Se trabajó para que durante el transcurso de las sesiones el alumno se torne más recursivo.

Otro estudiante utilizó varias figuras o representaciones para interpretar el problema y así buscar una estrategia que pudiera resolverlo.

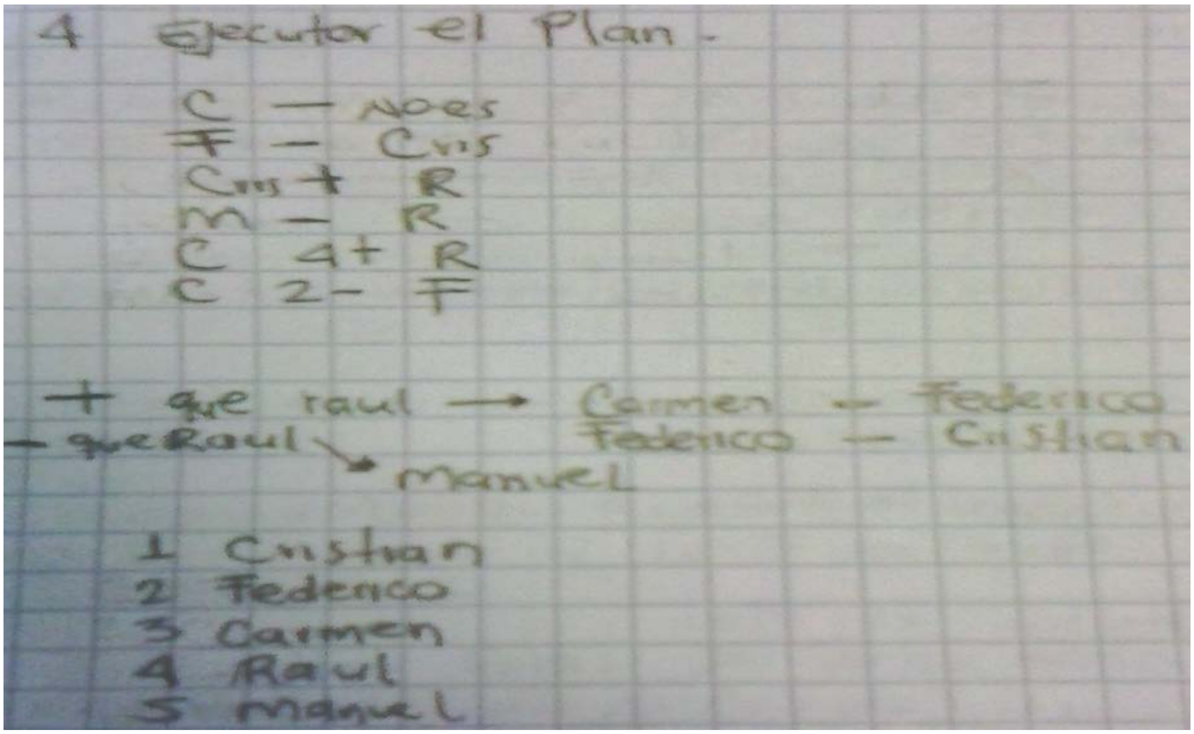


Respuesta del problema 3.2.

La parte superior de la imagen es la representación de las condiciones del problema. Las palabras que están encerradas por los cuadros son los colores de las casas. Por ejemplo la segunda fila significa que: Carmen y Dina están separadas por la Casa verde, o como lo dice el problema, entre las casas de Carmen y Dina está solo la casa Verde.

La parte inferior de la imagen evidencia las cinco casas con sus respectivos colores. Además, muestra la correspondencia de cada color de la casa con su respectivo dueño. Esta imagen refleja la cantidad de veces que el estudiante ha confrontado sus respuestas, dejando entrever que el estudiante está aludiendo al ensayo y error. Si analizamos más detalladamente el resultado del alumno, vemos que hay muchos errores los cuales posiblemente el alumno no consideró. Por ejemplo, si tenemos en cuenta nuevamente la segunda condición, en la parte superior de la imagen vemos que Carmen debe estar al lado de la casa verde, sin embargo, en la parte inferior de la imagen afirma que Carmen vive en la casa amarilla la cual no está al lado de la casa verde. De igual forma se pueden observar varias inconsistencias adicionales. Aunque la respuesta no es correcta, podríamos resaltar de este estudiante el procedimiento que utilizó para tratar de resolver el problema, pues se pueden evidenciar varios recursos, resaltando entre ellos que ha representado las condiciones así como lo dice una de las preguntas o sugerencias de nuestra lista (¿Es posible escribir la condición de otra forma?, ¿Es posible representar la condición?). En este sentido, vemos que este alumno ha podido avanzar un poco en cuanto a sus capacidades para resolver problemas, pues lo anterior evidencia que está despertando su creatividad aspecto que no se evidenció en las sesiones iníciales de este proyecto de aula.

Para el tercer problema la intención principal era aplicar la misma estrategia que resolvió el problema cuatro de la actividad 2 (ver anexo 2). En esta dirección hubo solo un estudiante de los selectos[3] el cual realizó algo diferente. Consideró algo semejante al alumno mencionado anteriormente. Esto es, replanteo las condiciones del problema, de tal manera que fuera más sencillo para él entenderlas.



Respuesta del problema 3.3.

En este caso C representa el nombre de Carmen, F el nombre de Federico, R el de Raúl, M el de Manuel y Cris, el nombre de Cristian. De este modo el primer renglón significa que Carmen no es. Según el texto Carmen no es la menor. El segundo renglón significa que Federico es menor que Cristian y así sucesivamente con las demás filas. En cuanto al siguiente párrafo, la primera línea o fila significa que más años que Raúl tiene Carmen, pero Carmen es menor que Federico, la cual es la última de las condiciones propuestas por el problema.

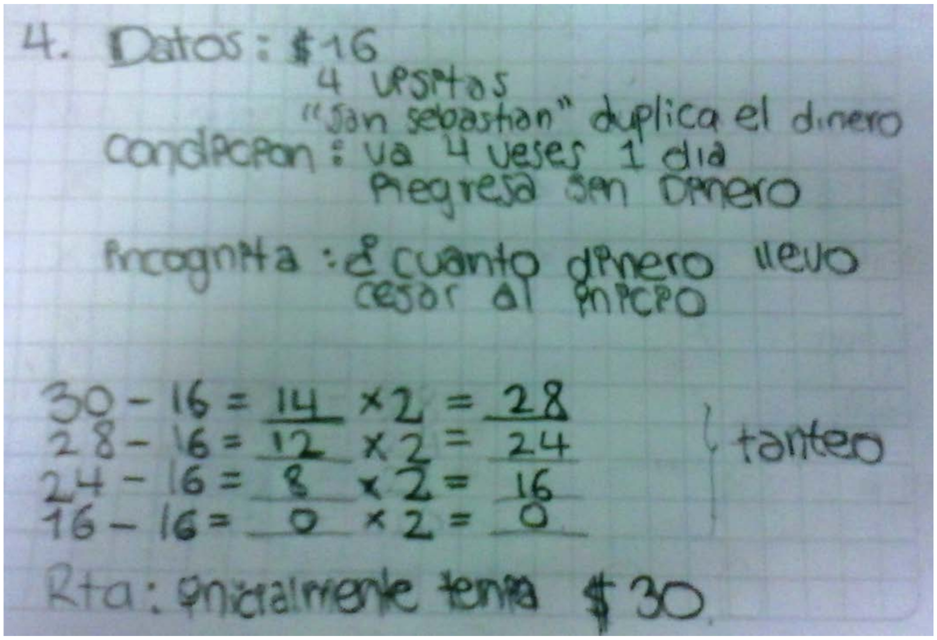
3 **Los estudiantes selectos** son aquellos que presentan mayor dificultad a la hora de resolver problemas de razonamiento lógico.

De esta forma, podríamos suponer que el alumno logró organizar el orden de los cinco hermanos pues no se precisa nada más. En cuanto al método más común, este consistió en organizar los nombres de los hermanos verticalmente. Además, para organizar el orden de estos, se tenían en cuenta las condiciones. Por ejemplo, en la segunda condición la cual afirma que Federico es menor que Cristian pero mayor que Raúl, concluiríamos que:

Cristian	+
Federico	
Raúl	-

Seguidamente se hace lo mismo con las demás condiciones. Luego tenemos en cuenta como se relacionan las condiciones para completar el orden de todos los hermanos. Por ejemplo de la condición: Manuel es menor que Raúl, relacionándolo con las condiciones anteriores o la que acabamos de exponer, obtenemos que   Manuel también es menor que Federico y Cristian. La diferencia entre los dos métodos expuestos es que el alumno utiliza una herramienta adicional la cual es posible que pueda incidir en la comprensión de las condiciones. De esta manera se logra que sea más fácil establecer relaciones entre las condiciones. Por ello pensamos que nuestro alumno va por buen camino.

El último problema logró constatar que el método del cangrejo no es la única herramienta útil para los estudiantes para resolver este tipo de problemas. Hubo un estudiante que resolvió el problema a través del tanteo. A pesar de que éste no es un método muy conveniente para resolver problemas para este problema en particular el estudiante encontró la respuesta.



Respuesta del problema 3.4.

El problema consistía en encontrar el valor inicial obtenido por Cesar, el cual se quedó sin dinero después de visitar al "santo" especificado en el problema 4 veces, es decir, el santo duplicaba tu dinero inicial después de darle una limosna de $ 16. Por ello el estudiante comprendió que en cada visita al valor inicial se le resta dieciséis y al resultado se le multiplica por dos. Pese a que en la imagen no se evidencia el número de intentos que realizo el estudiante para encontrar la respuesta, podemos afirmar que buscó dicho número de tal suerte que cumpliera con las condiciones. Considerando los demás resultados fueron pocos los que pudieron resolver el problema. Aquellos que sí encontraron la respuesta acudieron al método del cangrejo, a excepción del estudiante mencionado anteriormente.

En general los resultados obtenidos por esta actividad individual dan pie a pensar que vamos por buen camino. Aunque mi inquietud se presenta por aquellos estudiantes que no han venido con frecuencia a las sesiones anteriores pues como es de esperarse, los resultados no fueron muy buenos. En fin, con esta actividad anterior, damos por terminado lo concerniente a las *analogías.* Quedará entonces por realizar la socialización de esta prueba y además la indagación en cuanto a esta estrategia.

2.2.3 Actividad 4 y Actividad 5.

2.2.3.1 Introducción:

Como lo hemos mencionado anteriormente, la generalización es muy importante en matemáticas, no solo porque la mayoría de los conceptos de esta disciplina están expresados de esta forma, sino que además la generalización tiene muchas aplicaciones, resaltando entre estas la de resolver problemas matemáticos. Para ello, debemos lograr un aprendizaje significativo en el alumnado para que de esta manera logren utilizarla. En este sentido, nos hemos propuesto dos actividades las cuales apuntan para tal fin. La primera de estas es una actividad grupal para que los estudiantes puedan confrontar sus distintas posturas y además socialicen sus resultados. La segunda será una actividad individual para que de alguna manera, logre evidenciar estos aprendizajes.

2.2.3.2 Objetivos:

- Enseñar la estrategia de generalización.
- Evaluar la estrategia de generalización.

Para dar inicio a las actividades propuestas, consideré necesaria una sesión previa con la intención de mostrar los nuevos problemas a trabajar, debido a que son muy diferentes a los problemas que hemos considerado anteriormente. Además, también se buscó mostrar con estos problemas la estrategia que de alguna forma guíe a los estudiantes para resolver este tipo de problemas. En este sentido, consideré problemas de sumatorias, sucesiones aritméticas y sucesiones geométricas.

Esta sesión inició con la socialización de la actividad anterior, mostrando algunas posibles formas de resolver cada uno de los problemas además de los resultados obtenidos por cada estudiante. En esta dirección, el alumnado reconoció los errores y aciertos en dicha prueba. Algunos estudiantes afirmaron no haberse preparado para la prueba, así como hubo otros que sí lo hicieron, teniendo en cuenta los problemas que hasta ese momento se habían resuelto. Posteriormente en dicha sesión procedimos a indagarlos por la estrategia de las *analogías*, pues desde la pedagogía sabemos que la apreciación de los alumnos en cuanto a la metodología es muy importante, no solo porque nos pueden sugerir cambios a futuro en cuanto a esta, sino que además nos permite establecer de cierta forma si los alumnos le han sacado provecho a ello. Con respecto a esto, los estudiantes planteaban que la estrategia era muy buena, pues no solo ayuda a comprender el problema, sino que además las preguntas o sugerencias que se habían enseñado eran muy pertinentes para tratar de encontrar un plan que solucione dicha problemática. Por otra parte, sobre el cuarto paso de la estrategia que se ha denominado como *mirar hacia atrás*, afirmaban que era uno de los más importantes debido a que en ese tramo se daba espacio para reflexionar sobre lo que se había hecho, logrando de esta manera aprehender lo que acontece en esta parte donde se observó también que a pesar de que se pudo trabajar con *analogías,* el estudiante se limitó exclusivamente a resolver el problema.

Con respecto a los planteamientos expuestos por los estudiantes observamos que estas apreciaciones no contribuyen mucho para cambiar la metodología para un futuro, pues de cierta forma, los estudiantes están ratificando lo que hemos propuesto o lo que se planteó desde un inicio. En consecuencia, creo que los estudiantes no han sido consecuentes en estas apreciaciones, pues de cierta manera en las sesiones anteriores afirmaban que la estrategia era poco útil cuando se presentaban problemas tan triviales. Por otra parte, están reconociendo la importancia del cuarto punto de la metodología, pero en los trabajos en grupo e individuales que hemos realizado, nunca han plasmado algo que evidencie que se está teniendo en cuenta ese cuarto punto.

Luego, dando por terminado las intervenciones de los estudiantes, se procedió a introducir la nueva estrategia metodológica que les permitirá resolver problemas de generalización. Para ello, empecé con los problemas de sumatorias. El primer problema consistió en encontrar la suma de los primeros 100 números naturales. La idea era resolver este problema y a partir de aquí tratar de generalizar su resultado; seguidamente proponer problemas donde interviniera el resultado, para que de esta manera se lograra un buen aprendizaje.

Para resolver el problema de la suma de los primeros 100 números naturales, a los estudiantes se les ocurrieron muy buenas ideas. Problema que realmente tenían estas ideas consistió en encontrar una táctica en la cual no se realizaran tantas sumas por separado. Una de las mejores tácticas consistió en agrupar los sumandos de diez en diez:

1	11	21	…
2	12	22	…
3	13	23	…
4	14	24	…
5	15	25	…
6	16	26	…
7	17	27	…
8	18	28	…
9	19	29	…
10	20	30	…
55	155	255	355**?**

Así, al sumar dichas agrupaciones, pudo evidenciar que se estaba presentando una recurrencia y se llegó a cuestionar si dicha recurrencia era verdadera. A partir de aquí, mi sugerencia consistió en recalcar la importancia de que fuese verdadera dicha secuencia, pues de serlo debería cumplirse para cualquier agrupación de números de diez en diez. El estudiante sin mucho vacilar, escogió la última agrupación y comprobó que dicho resultado coincidía con el supuesto. De este modo fue como él pudo concluir que al menos hasta los primeros 100 números naturales cumplen dicha recurrencia lo que permitió resolver el problema. Después de ello le recalque la importancia de justificar lo acontecido matemáticamente, pues ese fenómeno que él estaba observando tenía una justificación lógica. Después de pensarlo un poco, el estudiante observó que lo que realmente estaba ocurriendo es que para una columna cualquiera, a cada número de una fila de esta columna se le estaba sumando el número diez, luego como son diez filas, entonces estamos sumando de 100 por columna. Por ejemplo para la columna 2, observo:

11	1 + 10
12	2 + 10
13	3 + 10
14	4 + 10
15	5 + 10
16	6 + 10
17	7 + 10
18	8 + 10
19	9 + 10
20	10 + 10
155	55 + 100

Después de un largo trajín con el problema en dicha sesión, los estudiantes ya eran conscientes de que dicha suma era 5050. A partir de aquí procedí a establecer la importancia que tiene dicho valor, pues de alguna forma este valor debía estar relacionado con los cien números que queríamos sumar. Por ello llegamos a que

$$5050 = \frac{(100) * (101)}{2}$$

Realmente lo que hicimos es buscar un número que multiplicado por 100 nos diera el resultado de la suma.

Posteriormente procedí a explicarles cómo se resolvió el problema tal como lo hizo el príncipe de las matemáticas *Carl Friedrich Gauss* (considero que dicha prueba es la mejor forma de observar de donde proviene el número 101); el método consiste en agrupar los primeros números de la suma con los últimos números de la suma respectivamente, es decir, el primer número de la suma con el último número de la suma, el segundo número de la suma con el penúltimo número de la suma y así sucesivamente. Entonces dichas sumas dan siempre el valor de 101. Además, como estoy agrupando parejas de una lista de 100 números, entonces en total tendremos una suma de 100/2 números.

101

101

1 + 2 + 3 + … + 98 + 99 + 100.

Esta estrategia de resolver el problema a los estudiantes les llamo mucho la atención, pues argumentaban que era más sencillo calcular la suma. Seguidamente realizamos unos casos particulares tratando de conjeturar la fórmula que se había encontrado, como por ejemplo: ¿la suma de los primeros cincuenta números naturales es $\frac{(50)*(51)}{2}$?

Todo lo corroboramos teniendo en cuenta las estrategias que cada uno de los estudiantes había empleado o la estrategia expuesta anteriormente. También, resaltamos el hecho de que si no se tienen en cuenta los primeros números naturales la fórmula no es correcta.

En este momento creí que ya era pertinente introducir los problemas que de cierta forma el alumnado iba a aplicar lo aprendido. En este sentido establecí los siguientes problemas:

Problema 1.
Hoy Ernesto compra 15 paquetes de galletas y ordena que cada día que transcurra se compre un paquete más que día anterior. En el penúltimo día se compraron 52 paquetes. ¿Cuántos paquetes se compraron en total?

Problema2.
Con 153 canicas se forma un triángulo mediante filas. Si en la primera fila hay 1, en la segunda 2, en la tercera 3 y así sucesivamente, ¿cuál es el número de filas del triángulo?

Para el primer problema ocurrió un suceso muy particular debido a que los estudiantes pudieron resolver el problema acudieron a los arreglos, mostrando que no hicieron uso de lo que supuestamente acababan de aprender.

Días.	1	2	3	4	…	
N. Paquetes	15	16	17	18	…	53
Total de Paquetes.	15	31	48	66	…	?

Respuesta del problema 1.

El total de paquetes lo iban calculando día por día, posiblemente sin caer en cuenta que lo que realmente se debía hacer era calcular la suma de los números naturales del 15 hasta el 53. La respuesta por parte de los estudiantes fue totalmente verbal ya que nunca se recibieron las tablas completas con la información. Realmente lo que esperaba era que calcularan las sumas de 1 a 53 y de 1 a 15, por cualquier estrategia y restar los resultados, de esta forma se aplicaría lo que se estaba aprendiendo.

Este hecho despertó mi curiosidad, pues estos problemas de sumatorias al tener tantas formas de soluciones hacen que sea muy complicado desarrollar la generalización como lo evidencia el problema anterior. Cuando me percaté de lo que habían hecho, lo único que hice fue aclararles que esa estrategia era poco eficiente cuando consideramos sumas que involucren más números como por ejemplo en vez de 53 paquetes hubiéramos tenido 160 o más. Tal vez si me hubiera percatado de ello podría haber modificado el problema de tal manera que se vieran forzados a utilizar lo que se estaba aprendiendo y habría evitado lo sucedido.

El segundo problema no lo alcanzaron a resolver, pues si acaso unos pocos resolvieron el primer problema. Dándome a sospechar que posiblemente no se ha alcanzado un buen aprendizaje en cuanto a sumar números naturales, tal vez porque nunca se habían enfrentado a este tipo de problemas o tal vez porque a través de un ejemplo es muy difícil enseñar esta noción matemática. En fin, pudieron haber sido muchos factores que aún no he alcanzado a prever, pero lo que sí puedo asegurar es que lo acontecido en esta sesión logró evidenciar lo difícil que es enseñar en la educación media. Aunque el encuentro humano es imposible de prever, tener presente unas posibles situaciones es indispensable para lograr lo que se espera. En este caso no me percaté de esta forma de resolver el problema y en consecuencia no se logró lo que se esperaba.

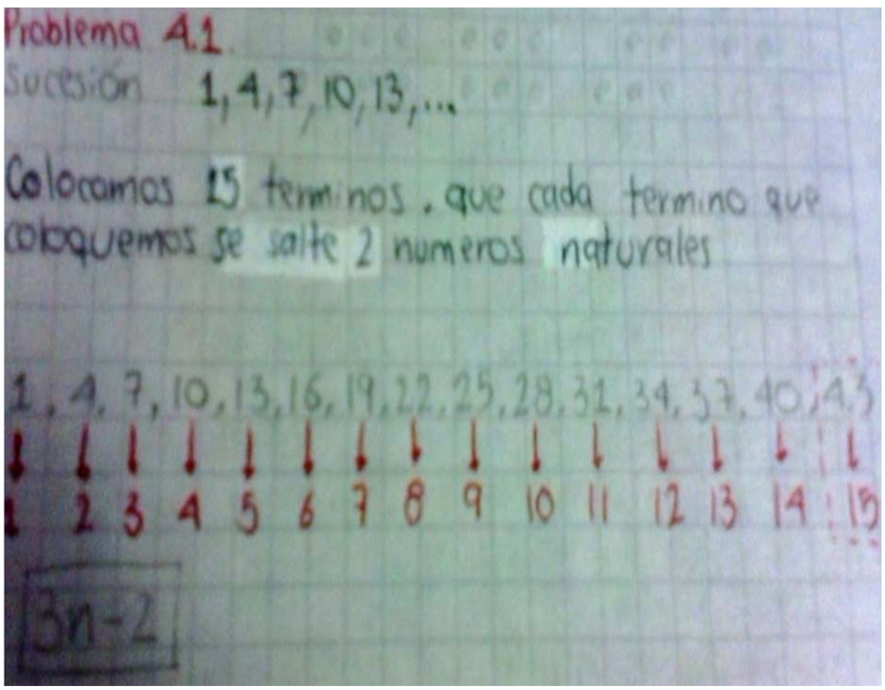
Una vez se socializaron los resultados de estos dos problemas, procedí a considerar los otros problemas que hacen referencia a sucesiones. Para estos, las expectativas planteaban un panorama más favorable debido a que los estudiantes tenían nociones previas de estos conceptos. En consecuencia, solo fue necesario recordar unas definiciones y ejemplos muy sencillos para poder dar inicio a la actividad 4. Para esta, por lo observado anteriormente en cuanto a los problemas de sumas, modifiqué un poco esta actividad.

La actividad 4 consta de 4 problemas los cuales involucran sucesiones (ver Anexo N4), la idea es hacer una actividad grupal para que los estudiantes confronten sus distintas posturas como lo hemos mencionado anteriormente. Los dos primeros problemas están propuestos para corroborar sus aprendizajes en cuanto al tema; el resto son problemas que involucran mayor abstracción para poder ser resueltos.

Para esta actividad contaba con 21 alumnos los cuales estaban divididos en 4 grupos. Para el inicio de la actividad, consideré pertinente dar la libertad de salir del aula y ocupar cualquier lugar de la institución pues los estudiantes habían tenido una jornada muy pesada en la mañana, y de cierta forma estaban algo reprimidos por seguir aun en el aula. Además, las condiciones climáticas eran muy favorables para disponer de varios espacios en la institución.

Para los dos primeros problemas observé que los alumnos no tuvieron muchos inconvenientes dado que las respuestas eran correctas. Posiblemente el punto que les trajo mayor inconveniente fue la sucesión: (8, 3, -2, -7, -12,…)

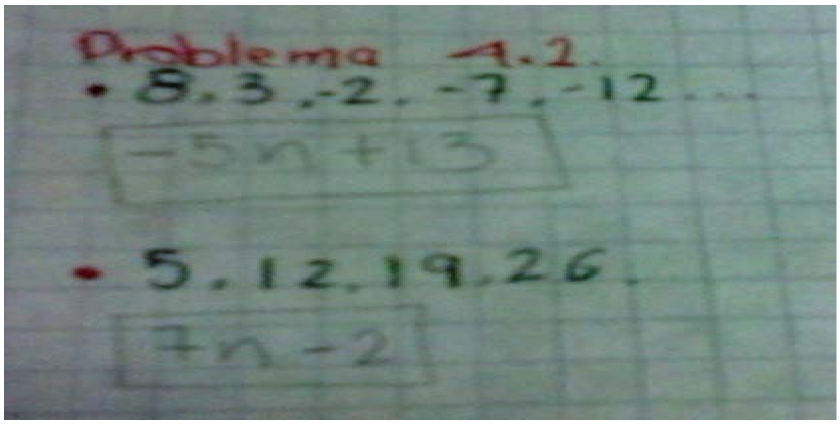
debido a que en este aparecen números enteros negativos. Este es un problema de una sucesión aritmética donde la diferencia común es el número negativo -5, por ello, para encontrar su término general se deben operar multiplicando y sumando expresiones que involucren este número. En este sentido, si un estudiante tiene dificultades con operaciones con números enteros, encontrar el término general de la sucesión se torna compleja. En efecto, esto fue lo que manifestaron los estudiantes cuando me pidieron que les recordara estas operaciones elementales con números enteros. No todos los grupos tenían problemas con sus nociones previas, hubo otros grupos que mostraron muy buenos resultados.



Respuesta del problema 4.1.

RESPUESTA: “Colocamos 15 términos, que cada término que coloquemos se salte 2 números naturales”

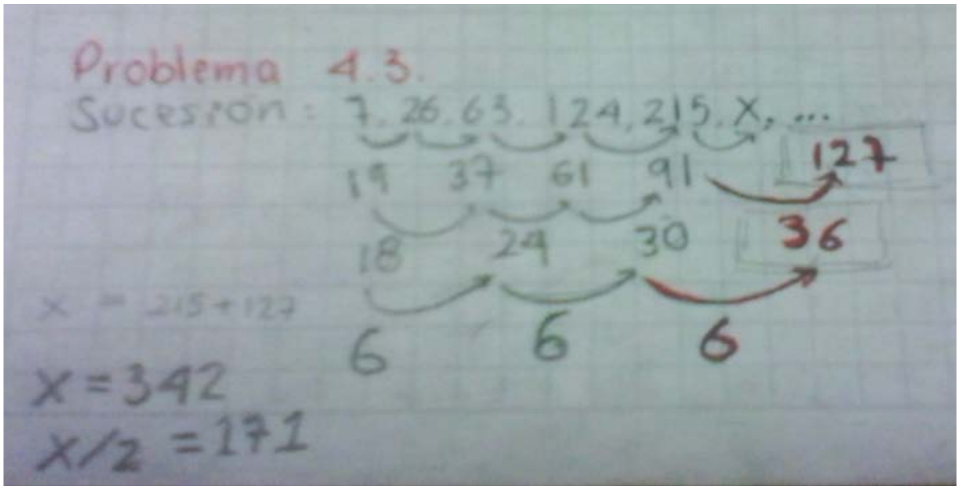
Realmente lo que los estudiantes quieren justificar es que es una sucesión aritmética y la diferencia común entre los términos es 2. Como se les pide el número que está en el término 15, entonces escriben todos los términos hasta llegar al pedido. Lo que da indicios de que primero encontraron el término número 15 que la fórmula general de la sucesión.



Respuesta del problema 4.2.

Todavía se observa que hay estudiantes que no justifican sus respuestas lo cual deja entrever muchas supuestos como lo hemos mencionado anteriormente.

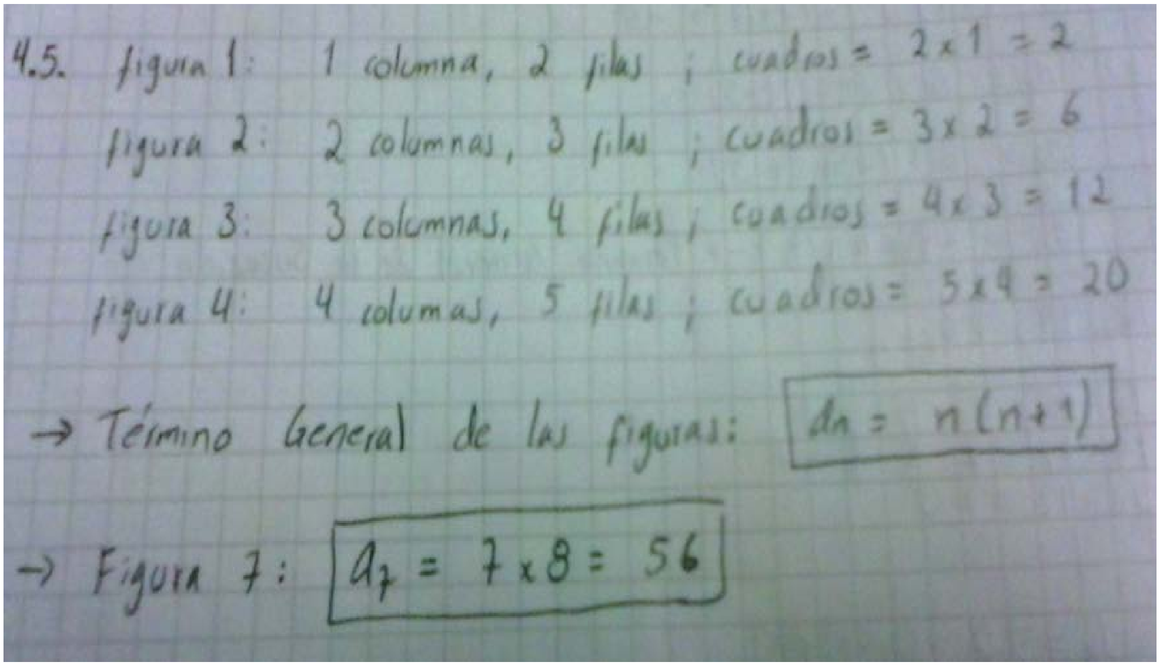
Para el problema 3 hubo solo un grupo que no recurrió a la forma general de la sucesión para resolver el problema. El método empleado es muy similar al que usa una persona que sabe de sucesiones, para encontrar el término general de una sucesión cuadrática. Esto es, encontrando la diferencia de la diferencia de los términos.



Respuesta del problema 4.3.

De la sucesión original: 7, 26, 63, 124, 215,… se obtiene una sucesión A(n), la cual es la diferencia de los términos de la sucesión original. Así, A(n) es la sucesión: 19, 37, 61, 91,…; de igual forma se obtiene la sucesión C(n), que es la diferencia de los términos de la sucesión A(n). Esto es, C(n): 18, 24, 30,… es una sucesión aritmética en donde la diferencia común entre los términos es el número 6. Así, el siguiente término de la sucesión C(n) es 36, lo cual implica que el siguiente término de la sucesión A(n) es 91 + 36 = 127 y por tanto el siguiente término de la sucesión original es 215 + 127 = X. Lo que esta expresado en rojo, según la imagen, corresponde a los términos encontrados por este grupo.

Hubo un último grupo en el cual se pudo evidenciar el manejo de las sucesiones aritméticas e geométricas,



Respuesta del problema 4.5.

En general podemos concluir que a los estudiantes les han ido muy bien en esta actividad pues los resultados han podido ratificarlo. Esperamos que en la actividad final, estos aspectos se evidencien nuevamente.

La última sesión se llevó a cabo el día 17 de junio de 2015 en horas de tarde. En aquella sesión pude evidenciar la ansiedad del grupo la cual se manifestó de diversas maneras, además los alumnos eran conscientes que esta era la última sesión y en consecuencia se evaluaría la estrategia de generalización.

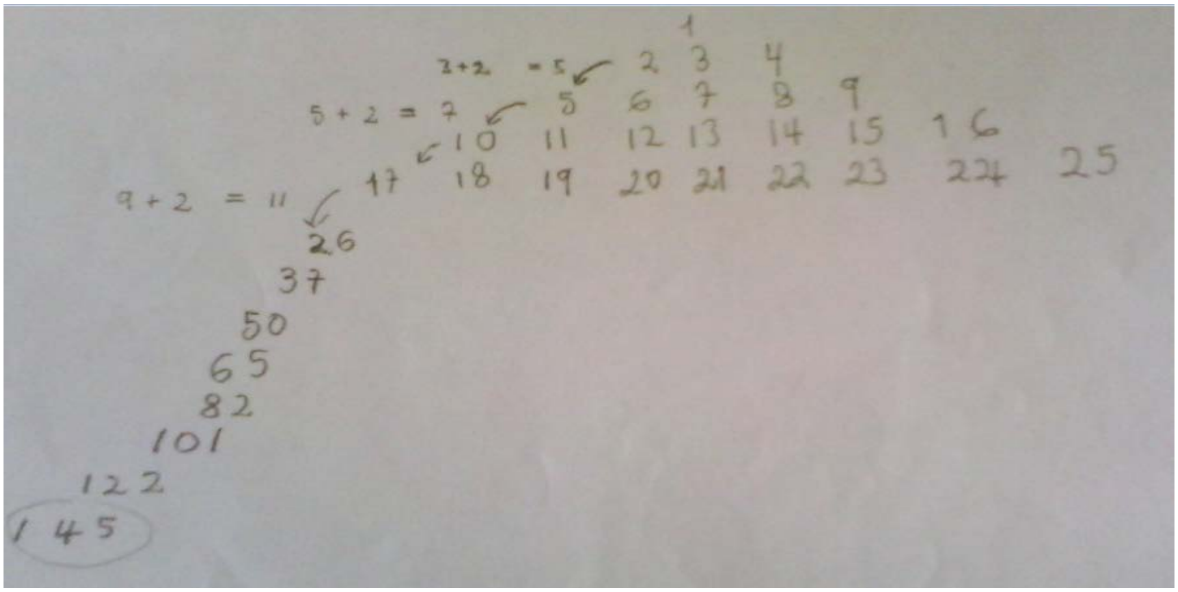
Para esta última sesión consideré cuatro problemas de sucesiones los cuales desde mi concepción son más rigurosos que los propuestos en la actividad grupal. Con ello esperaba se pudiera manifestar de alguna manera, hasta qué punto los estudiantes se han apropiado de la estrategia. El primer punto hace referencia a los conceptos matemáticos involucrados y los demás son problemas en los cuales se espera que los estudiantes establezcan generalizaciones pertinentes. Además de los cuatro problemas, para finalizar con la práctica pedagógica consideré pertinente que los estudiantes dieran sus apreciaciones del curso evaluando la metodología, el practicante y posturas personales de cada uno.

Para el primer punto no se presentó mayor inconveniente, pues gran parte del curso lo resolvió sin dificultades. Los pocos estudiantes que no solucionaron el problema habían presentado dificultades en operaciones elementales de números enteros y de fraccionarios. Este aspecto Evidencia que este grupo de alumnos no se ha preparado lo suficiente para la prueba debido a que este tipo de dificultades ya fueron identificadas con anterioridad.

La idea brillante para resolver el segundo problema consistía en identificar la secuencia de números que aparece en el lado derecho del triángulo que se forma de acuerdo con el arreglo triangular, es decir:

1
2 3 4
5 6 7 8 9
10 11 12 13 14 15 16…

En este sentido fueron muy pocos los que se percataron de este método llegando a la respuesta correcta. Otros sin embargo trataron de encontrar una secuencia en el lado opuesto del arreglo triangular pero sin mucho éxito.



Respuesta del problema 5.2

El método consistía en lo siguiente: el primer término de la sucesión es 2 y el segundo término es 5. Esto es:

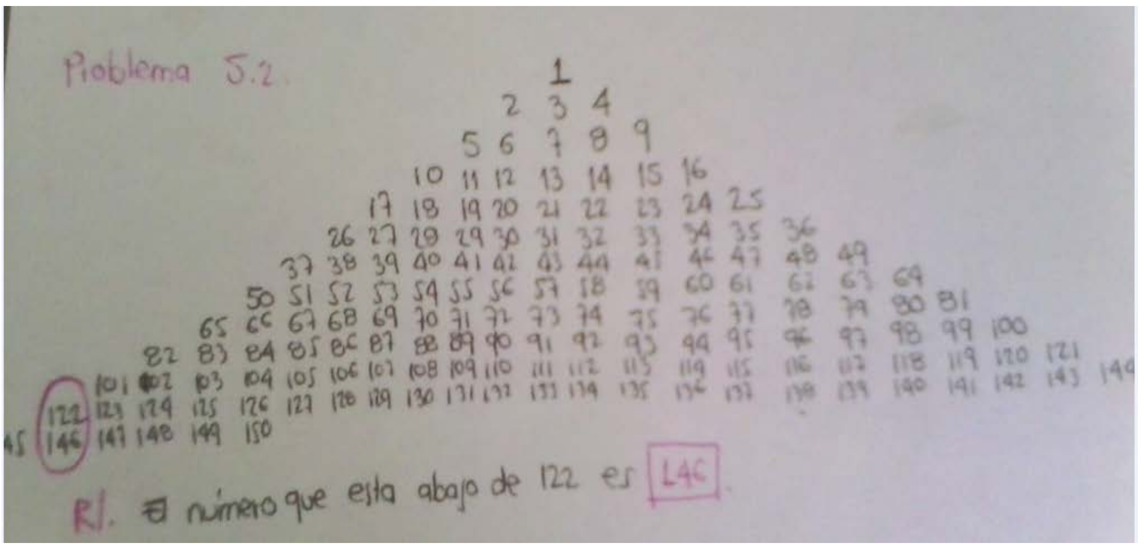
,

y la formula general a partir de n =3 es:

= .

Aunque no la justificaban en esos términos, establecían que para encontrar el término siguiente primero se debía tener en cuenta la diferencia de los dos últimos términos, seguidamente a este último término se le adicionaba esta diferencia más el número dos. De esta manera se encontrará el término siguiente.

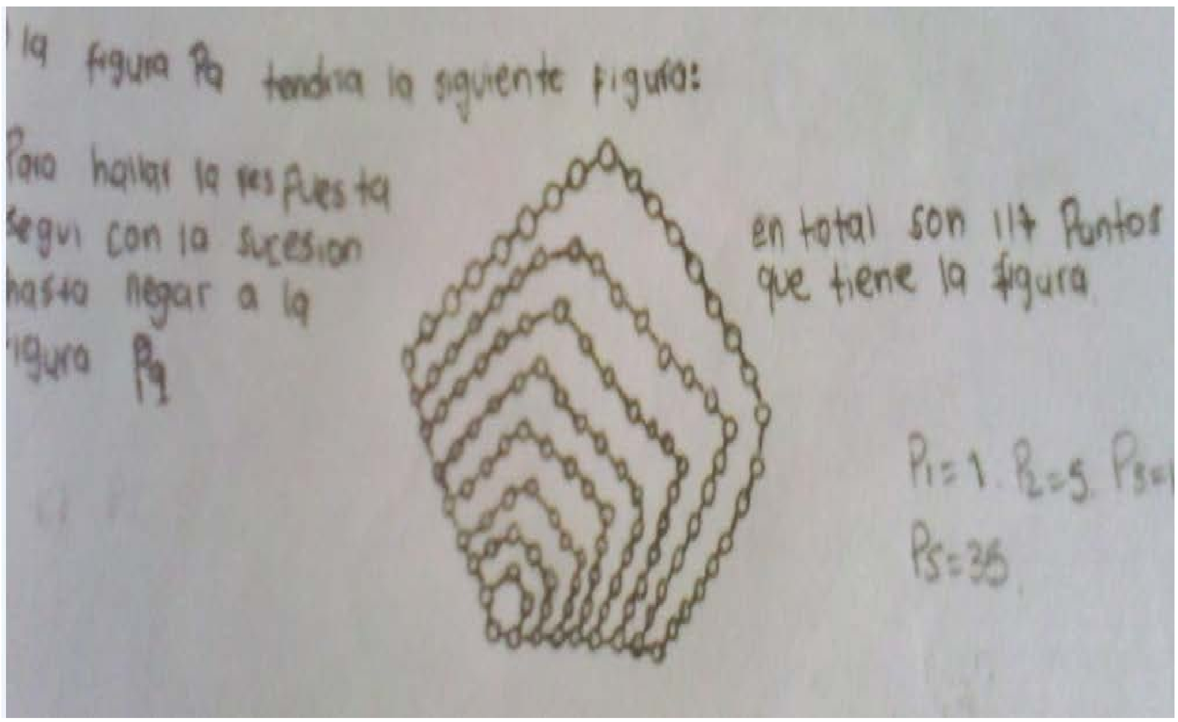
El grupo anterior de estudiantes mostró una estrategia que resultó más complicada si consideramos el lado opuesto del arreglo triangular. En la imagen anterior podemos observar que este aspecto en particular, conlleva al alumno a equivocarse en la respuesta final, pues la solución es 146.



Respuesta del problema 5.2

Esta respuesta fue común en varios de los estudiantes, mostrando de esta forma que no lograron observar ninguna regularidad en el arreglo triangular, y por ello acudieron a llenar el triángulo hasta llegar a lo que pedía el problema. De esta misma manera, también se evidenció que muchos de estos estudiantes no lograron terminar el arreglo correctamente, lo cual los condujo a una respuesta desatinada.

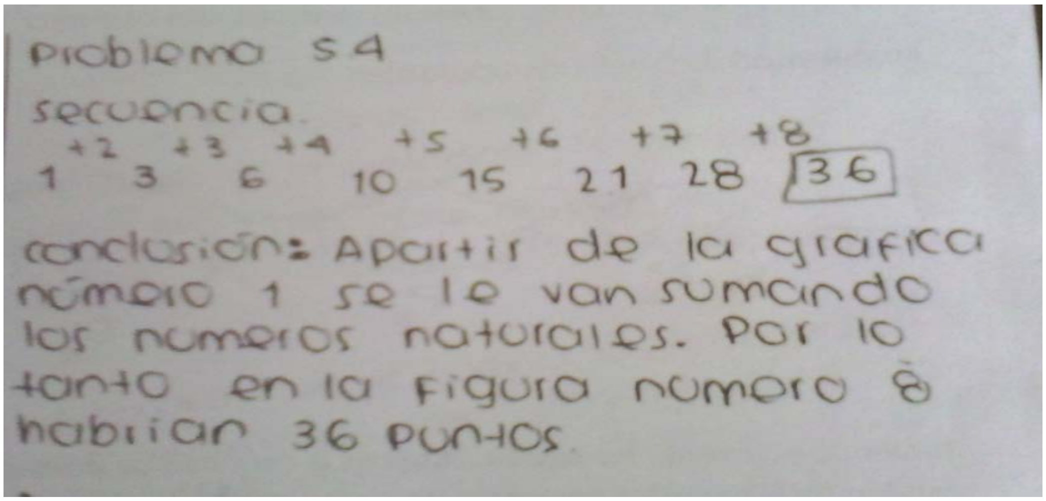
Para los siguientes dos problemas ocurrió algo muy controversial, pues ninguno de los estudiantes que se encontraba presentando la prueba logró resolverlo correctamente. En este sentido reconozco que la sucesión triangular (punto 4 de la prueba) requiere de mayor destreza para encontrar su expresión general, pero esto no justifica que ninguno de los alumnos presentes en aquella sesión lograra resolverla, pues si consideramos los resultados de la actividad anterior, estos evidenciaban de una cierta forma que estaban preparados para enfrentarse a un problema de este tipo. A continuación presentaremos las respuestas más comunes de los estudiantes para estos dos últimos puntos.



Respuesta del problema 5.3

RESPUESTA: Para hallar la respuesta seguí con la sucesión hasta llegar a , en total son 117 puntos que tiene la figura.

Muchos de los estudiantes acudieron a continuar con la sucesión hasta llegar a la figura , que era lo que pedía el problema, tal como lo evidencia la imagen. Aunque el alumno no logró establecer la fórmula general para esta sucesión, en la parte inferior derecha de la imagen se pueden observar los términos de la misma, mostrando de alguna manera que la dificultad recae sobre lo complicado de encontrar la fórmula general para esta sucesión en particular. Además, dialogando un poco con cada estudiante mientras presentaban la prueba, pude corroborar la afirmación anterior pero también pude evidenciar que gran parte de estos estudiantes no se habían preparado para la misma.



Problema 5.4

secuencia.

+2 +3 +4 +5 +6 +7 +8

1 3 6 10 15 21 28 $\boxed{36}$

conclusión: Apartir de la grafica número 1 se le van sumando los numeros naturales. Por lo tanto en la figura numero 8 habrian 36 puntos.

Respuesta del problema 5.4

RESPUESTA: a partir de la gráfica número 1 se le van sumando los números naturales. Por tanto en la figura número 8 habrían 36 puntos.

En esta imagen se puede observar la estrategia utilizada por el alumno para encontrar el término número ocho de la secuencia. Aunque la respuesta es correcta, es un poco desconcertante el hecho de que aun así no hubiera podido encontrar el término general de la sucesión, pues de cierta forma tenía el problema resuelto.

Finalmente, las posturas personales de cada estudiante en cuanto al proyecto de aula y su practicante, dejaron bastantes aspectos para reflexionar y evaluar. A continuación mencionare algunas de estas respuestas que ocurrieron al final de esta actividad:

- Esta estrategia de los cuatro pasos junto con las analogías y generalización es bastante útil para comprender y analizar cada problema. Creo que la mejor manera de sacarle provecho a esta estrategia, es hacer bastantes problemas para ir apropiándose de la misma. En cuanto al profesor, creo que lo hizo muy bien, pero debe aprender a escribir en el tablero, en ocasiones escribe muy despacio.

- La estrategia es buena pero debo practicar mucho más para sacarle provecho. Sería muy bueno que los profesores de matemáticas nos enseñaran estas estrategias y no se preocuparan tanto por la teoría.

- La estrategia sirve mucho para resolver problemas, he visto como mis compañeros han aprendido, pero creo que las matemáticas no son lo mío. Trato de sacarle provecho pero es para presentar la prueba interna de la universidad del cauca. Por otro lado, el profesor ha explicado muy bien pero debe aprender a dar los resultados de las notas antes publicarlos. Además que deje de ser tan bravo.

En conclusión, aunque los estudiantes en la actividad anterior hayan obtenido buenos resultados, estos no garantizan que en la siguiente actividad sea todo un éxito, pues en esta última sesión intervinieron factores como los mencionados anteriormente los cuales condujeron al fracaso de la misma.

Los objetivos de la actividad 5 se cumplieron de cierta forma, debido a que logramos evaluar los aspectos de generalización y además estos resultados nos permitieron observar la apropiación de la estrategia. Aunque estos resultados no fueron muy buenos en general, podemos observar la evolución de los estudiantes en cuanto a estrategias para resolver este tipo de problemas, estrategias que no se observaron en las sesiones anteriores.

3 Reflexión General de la Práctica.

Cuando se enfrentan a nuevos retos la mayoría de personas cuando llega aquel reto tan esperado empieza a concebir una serie de sensaciones que se manifiesta de múltiples formas que invaden el cuerpo, se nublan los pensamientos, las ideas, nos quedamos sin aliento llegando hasta el punto de temblar, esa sensación fue la que sentí en el momento que ingrese al aula de clases y me paré en la parte de al frente del salón que contaba con más de 30 personas esperando escuchar mi discurso. Recuerdo también sus miradas perplejas de cada uno de los presentes por mi presencia, miradas de caníbales hambrientos que hubieran deseado que no ingresara al salón de clases para ofrecer mi producto el cual les podía traer complicaciones o en su defecto carga académica, ese aquel producto que entre mis dientes no podía ofrecer aun debido a mi estado. Fue entonces cuando vino a mi mente aquella afirmación que me decía que todo lo que estaba pasando a mi alrededor, era nada más que una consecuencia de mi estado y que lo que realmente estaba ocurriendo era mi inseguridad por trasmitir mis pensamientos de la mejor manera. Es así como empecé a encarrilarme con mis ideas, a recordar aquel discurso preparado por tanto tiempo y que con ayuda de mis compañeros de la Universidad había logrado recitar; aquel discurso que empecé a relatar en aquella oportunidad estaba volviendo a fluir en aquel salón de clases, salón de clases que entre mi estado de inseguridad parecía muy hostil, con el tiempo les empezaba a gustar lo que les estaba proponiendo, sus rostros empezaban a cambiar hasta tal punto de hacer preguntas relacionadas con la estrategia para aprender a solucionar problemas. Fue en este instante donde todo se empezó a aclarar, mi estado confuso y de sensaciones extrañas empezó a desaparecer, mi mejor estado de confort empezó a florecer. Esas son aquellas sensaciones que me han estado acompañando cada vez que he tenido situaciones nuevas y en particular cuando tenía clases con los estudiantes de la Escuela Normal Superior de Popayán, sensaciones que trato de afrontar de la mejor manera, dejando a un lado las dificultades emocionales y personales. También recuerdo muy bien que desde aquel día de la presentación, la relación con los estudiantes fue muy buena y se fortalecía con el transcurso de las sesiones y actividades, sesiones y actividades que permitían interacción entre docente y estudiante, trayendo beneficios para ambas partes. Es así como pude identificar estudiantes con destrezas y habilidades, tanto en matemáticas como en resolución de problemas, pude identificar a estudiantes los cuales iban a necesitar más de mi ayuda y además en los cuales el proyecto se iba a poner en prueba. Con respecto a la relación que tenía con los estudiantes, tengo que reconocer que cometí muchos errores, en algunas ocasiones pasando la barrera entre profesor y estudiante; tanta confianza con los estudiantes generaba desorden en el aula, falta de respeto entre compañeros y de esta manera se desviaban los objetivos de cada actividad. Para las últimas sesiones, cuando me percate de lo que estaba ocurriendo, trate de ser más estricto e inculcar el respeto entre ellos. En este sentido fui corrigiendo poco a poco este detalle, detalle que tendré en cuenta para un próximo acercamiento con estudiantes a futuro. También hay que reconocer que los estudiantes se comportaron a la altura con su nuevo tutor, recibiéndolo de la mejor manera y además comprometiéndose con los trabajos y la puntualidad en cada una de las sesiones, aspectos que facilitaron las actividades en cada una de las sesiones. Además, esta postura llevada a cabo por cada uno de los estudiantes demuestra la calidad y compromiso de la Escuela Normal Superior de Popayán para formar futuros bachilleres de Colombia.

En cuanto a las actividades hay que resaltar varios aspectos, entre ellos que en la mayoría de las actividades y sesiones no siempre salen las cosas como uno las prevé, el encuentro humano es casi imposible de predecir, y en este sentido una mejor preparación, mayor compromiso y responsabilidad por parte del tutor es una obligación para tratar de prevenir cualquier acontecimiento que se manifieste en el aula. Es así como fui asumiendo el rol del docente y poco a poco fui adquiriendo mayor compromiso para que los objetivos planteados por cada actividad no se desviaran y se cumplieran de la mejor manera. Esto implicó una mejor elección de los problemas y además replantear en muchas ocasiones las actividades previstas. Este aspecto me servirá a futuro para asumir con mayor compromiso la labor y además para entender un poco más la complejidad que concierne la educación matemática.

Considerando la estrategia heurística planteada en el proyecto, puedo garantizar que esta fue bien acogida por los alumnos, pero en algunas ocasiones se presentaron inconvenientes que nuevamente no había podido prever. Existieron casos en donde los estudiantes se enfrentaron a problemas básicos (problemas con grado de dificultad menor) propuestos para que se apropiaran de la estrategia, en esta dirección los estudiantes resolvían primero el problema mentalmente debido a que era un problema trivial y luego describían los pasos hasta llegar a la solución ya encontrada, manifestando la poca utilidad de la estrategia para estos problemas. En este sentido, como reflexión considero que la estrategia es útil siempre y cuando el problema lo amerite, es decir, el proceso para resolver problemas es útil pero dependiendo de la dificultad de este, las capacidades heurísticas de los estudiantes en problemas básicos actúan de manera automática y por ende no es necesario escribir todo el proceso; este factor también me trajo inconvenientes puesto que no podía identificar la evolución de las capacidades heurísticas de algunos estudiantes debido a que escribían solo la solución del problema y no el procedimiento para encontrarla, situación que se entiende por lo mencionado anteriormente. Así llegue a la conclusión de que para poder establecer la evolución de los estudiantes con relación a sus capacidades heurísticas es necesario hacer un seguimiento detallado con cada uno de ellos, aspecto que se dificulta considerando la cantidad de estudiantes y el tiempo empleado para cada sesión.

En fin, esta práctica pedagógica no solo me permitió un primer acercamiento con la realidad de la labor docente y las dificultades que se presentan en la educación matemática, sino que también me permitió conocer errores que se cometen más frecuentemente por falta de experiencia, errores que tendré en cuenta para seguir creciendo como persona y profesional, para así poder transmitir mis conocimientos de la mejor manera y lograr un aprendizaje significativo en el curso. Además, esta práctica también me permitió conocer un grupo de estudiantes con sueños, aspiraciones y ganas de salir adelante. En este sentido, considero que fui afortunado al tener un grupo muy participativo y con muchas ganas de aprender. Reflexionando un poco sobre este aspecto y considerando las falencias que tuve en un par de sesiones, si tuviera la oportunidad de ejecutar de nuevo el proyecto de aula, lo haría sin ninguna apelación, tratando de considerar todos los inconvenientes que se presentaron en el aula para contribuir en el aprendizaje de cada uno de los participantes.

4 Conclusiones.

La resolución de problemas de razonamiento lógico es una estrategia acertada si se desea desarrollar la heurística de cada estudiante. En esta estrategia, se dio el espacio para que cada estudiante se enfrentara a resolver problemas y se apropiara de herramientas que apunten para tal fin.

La realización de algunos talleres en grupo fue una estrategia que de cierta forma fue acertada ya que permitió al estudiante socializar sus dudas y además transmitir libremente sus ideas para contribuir con la solución de problemas. Por otra parte, también permitió fortalecer los procesos de aprendizaje de los estudiantes cuando se consideraron problemas en los cuales fueron indispensables los conocimientos matemáticos como fueron los problemas de sucesiones aritméticas. También permitió fortalecer vínculos entre compañeros, debido a que en estas actividades los grupos de estudiantes por lo general variaban de una sesión a otra.

En cuanto a las actividades propuestas de manera individual, estas lograron evidenciar varios aspectos, como lo fue la prueba diagnóstica mostrando todas las dificultades que tienen los estudiantes a la hora de resolver problemas y la falta de estrategias que apunten para tal fin. También permitió identificar los alumnos con más dificultades para resolver problemas y además dificultades en el área de las matemáticas.

La resolución de problemas utilizando la estrategia de las analogías fue muy bien acogida por parte del curso. Se apropiaron fácilmente de esta y lograron utilizarla de la mejor manera. El problema radicó en que los estudiantes se limitaron a esta estrategia buscando relacionar semejanzas con problemas ya resueltos y en este sentido, limitó la exploración de nuevas herramientas que pudieran contribuir a solucionar los problemas.

Para la generalización ocurrieron otros hechos muy distintos en relación con las analogías. Los estudiantes lograron identificar la estrategia pero está fue más complicada de llevar a cabo, posiblemente porque estos problemas están muy ligados a los conceptos previos de cada uno de los estudiantes o posiblemente porque en este tramo de la educación básica no se posee la madurez cognitiva para hacer estos procesos de generalización.

Las analogías junto con la generalización son aspectos que contribuyeron a desarrollar la heurística de los estudiantes del grado 11 de la Escuela Normal Superior de Popayán como se pudo evidenciar anteriormente (ver bitácoras). El problema estriba en determinar qué tanto han evolucionado cada uno de los estudiantes. Además, para llevar a cabo estas dos estrategias como finalidad para desarrollar la habilidad de cada estudiante, se debe hacer una elección muy cuidadosa de los problemas que apunten para tal fin, tratando de prever todas las posibles soluciones.

5 Bibliografía.

Pólya, George (1965): Cómo plantear y resolver problemas. México, Editorial Trillas.

Examen de admisión. I período de 2013. Jornada 2: Tarde. Universidad del Cauca

Examen de admisión. II periodo de 2013. Jornada 1: Mañana. Universidad del Cauca.

Examen de admisión. II periodo de 2013. Jornada 1: Tarde. Universidad del Cauca.

El blog del Profe Alex. Problemas de razonamiento Lógico, Método del Cangrejo. **http://profe-alexz.blogspot.com**

Metodología para el tratamiento de los problemas matemáticos. J. M. Sigarreta, Edgardo Locia, S. Bermudo. Universidad Autónoma de Guerrero, México. Universidad pablo de Olavide, España.

6 Anexos.

6.1 ANEXO N.0

Prueba diagnóstica.

Presentado por: ____

A continuación se presentarán una serie de problemas que usted intentará resolver. Por favor escriba todas las ideas que se le ocurran para obtener su solución.

Problema 1. *Ayer tenía 16 años y el próximo año tendré 17 años. Si el día de mañana cumplo años, ¿en qué día y mes nací?*

Problema 2. *Inés y Juan hicieron un extraño acuerdo. Inés miente los miércoles, jueves y viernes, pero dice la verdad el resto de los días. Juan miente los domingos lunes y martes pero dice la verdad el resto de los días. Cierto día ambos dijeron "mañana es día de mentir" ¿en qué día dijeron esto?*

Problema 3.*Tres amigas, Rosa, Blanca y Celeste se encuentran en una fiesta. En un momento dado Rosa dijo: -¿Se dieron cuenta que las tres nos pusimos vestidos de color rosa, blanco y celeste? -*
-Si -le contestó la que vestía de blanco- pero ninguna se vistió con un color igual al de su nombre-
¿De qué color estaba vestida cada una? Además, Descubran el apellido y la profesión de nuestras tres chicas fiesteras:
1. Blanca no es Smith.
2. Netvanova trabaja como Carnicera
3. Celeste es ingeniera
4. Quien se apellida López no es boxeadora

Problema 4.

Los dígitos 1,1, 2, 2, 3, 3 se arreglan formando un numero de 6 dígitos de tal manera que entre los dígitos 1 hay otro digito, entre los dígitos 2 hay 2 números y entre los dígitos 3 hay tres dígitos. ¿Cuál es la cantidad de números de 6 dígitos que se pueden construir bajo estas condiciones?

6.2 Anexo N 1.

Estrategias heurísticas a través de ejemplos.

Problema1.1*Arturo, Beto, Carlos y Darío viven en: Envigado, Medellín, Ibagué y Copacabana, aunque no necesariamente en ese orden. Además cada uno tiene una profesión diferente: Carpintero, electricista, profesor y vendedor. Se sabe que:*

-
- *Arturo no es vendedor ni vive en Medellín.*
- *El profesor vive en Envigado.*
- *Carlos es carpintero.*
- *El electricista vive en Medellín y es amigo de Darío. ¿Quién es el que vive en Envigado?*

Problema1.2*Siete automóviles están estacionados en fila y cada uno de ellos tiene un color diferente. Se sabe que:*

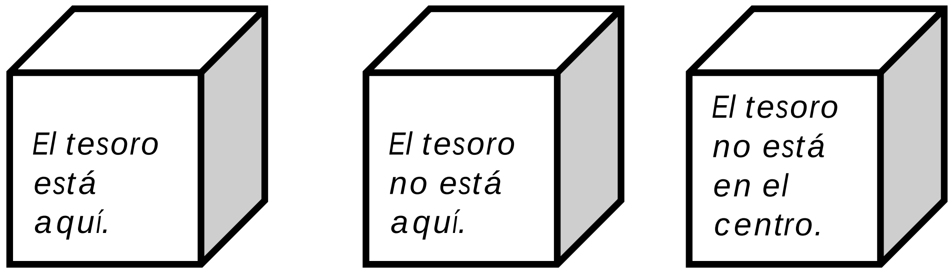
- *El habano está entre y junto al negro y al gris.*
- *El verde está entre y junto al azul y rojo.*
- *El rojo está entre y junto al verde y lila.*
- *El negro está detrás del habano.*
- *El gris está entre y junto al lila y el habano.*

¿Cuál es automóvil que está de segundo lugar?

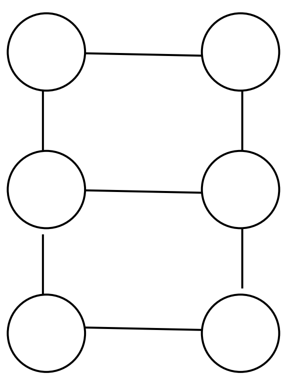
Problema1.3*De Karla, Betty y Jessica se sabe que solo una de ellas miente, y que la que miente es la menor de las tres. Si Betty dice Karla y Jessica son mentirosas, se puede afirmar que:*

A. Betty es mayor que Karla.
B. Karla y Betty son mayores que Jessica.
C. Karla y Jessica son mayores que Betty.
D. Jessica y Betty son mayores que Karla.

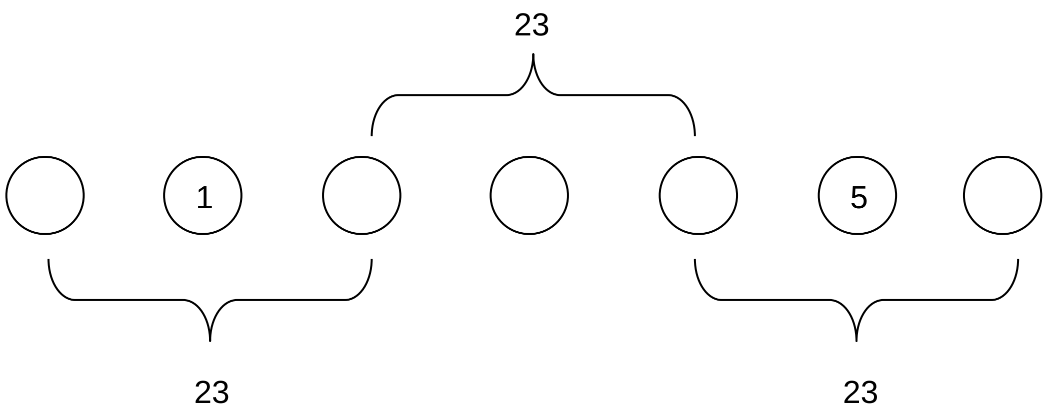
Problema1.4*En una de las tres cajas hay un tesoro, la única ayuda que dispone el adivinador es que sabe que solo uno de los tres letreros que tiene cada una de las cajas está mal. ¿Dónde está el tesoro?*



Problema1.5*Ubica los números 3, 2, 2, 6, 9,1, cada uno en un círculo de tal manera que la suma de los números ubicados en cada cuadro sea 19.*



Problema1.6*En esta cadena aparecen los números 1,3,5,7,9,11 y 13. Ubica los números que faltan, de tal forma que las sumas sean las indicadas.*



Problema1.7*Andrés, Beto, Camilo, Diego y Enrique se turnan para trabajar en un almacén, una solo persona cada día de lunes a viernes. Andrés solo puede trabajar a partir del jueves; Camilo trabaja un día después de Beto; Enrique solo puede trabajar el miércoles o viernes; Ni Enrique, ni Camilo ni Beto, trabajan los miércoles. ¿Quién trabaja el día martes?*

Problema1.8*La suma de los términos del tercero y cuarto de una secuencia de enteros es 47. ¿Cuál es la suma de los tres primeros términos de la secuencia?*

6.3 Anexo N.2

Problemas análogos, actividad en grupo.

Problema 2.1. *Cuatro amigas de Carola, cada una con lentes oscuros, tienen la siguiente conversación:*
Betty: Yo no tengo ojos azules
Elisa: Yo no tengo ojos pardos
María: Yo tengo ojos pardos
Leyla: Yo no tengo ojos negros
Si se sabe que solo una tiene ojos azules y las demás tienen ojos pardos, y que solo una de las cuatro amigas miente, ¿Quién tiene ojos azules?

Problema 2.2. *En la avenida I hay cinco casas (1, 2, 3, 4, 5) que están en línea recta. Cuatro encuestadores (P, Q, R, T) deben visitar, cada uno, solo una de las cinco casas.*
Analice la siguiente información:
- Los encuestadores P y Q estuvieron separados por una casa.
- Los encuestadores R y T estuvieron separados por dos casas.
- La misma casa no pudo haber sido visitada simultáneamente por dos encuestadores.
De acuerdo con la información dada ¿Cuáles casas no pudieron ser visitadas?

Problema 2.3. *Seis amigos se sientan alrededor de una caja de cerveza. Jaime no está sentado al lado de Willy ni de Héber. César no está sentado al lado de Rubén ni de Héber. Willy no está al lado de Rubén ni de César. Manuel está junto a Willy, a su derecha. ¿Quién está sentado a la derecha de César?*

Problema 2.4. *En cierto examen Rosa obtuvo menos puntos que María, Laura menos puntos que Lucía, Noemí el mismo puntaje que Sara; Rosa más que Sofía; Laura el mismo puntaje que María y Noemí más que Lucía. ¿Quién obtuvo menos puntaje?*

Problema 2.5. *Juanito gasta el primer día los 5/12 de su propina. El segundo día la mitad de lo que le queda y el tercer día gasta 5 dólares, quedándole aun 23 dólares de propina. ¿Cuánto tenía al principio? RTA/ 96 dólares.*

6.4 Anexo N.3

. Problemas análogos, actividad individual.

Problema 3.1.*En una reunión se encuentra un médico, un escritor, un abogado y un ingeniero. Ellos se llaman Bruno, Franco, Luis y Erick aunque no necesariamente en ese orden. Se sabe que:*
- Bruno y el médico estudiaron en el mismo colegio con Erick.
- Franco es primo del ingeniero.
- El escritor es vecino de Erick.
- El abogado es amigo de Luis y del ingeniero.
- Bruno es escritor. ¿Quién es el abogado y qué profesión tiene Erick?

Problema 3.2.*En una cuadra, hay solo 5 casas, de colores blancos, verdes, rosados, celestes y amarillos en las que viven Alicia, Bertha, Carmen, Dina y Elsa, una en cada casa; pero no necesariamente en ese orden.*
- Berta vive junto a la que tiene la casa amarilla, pero no junto a la casa de Alicia.
- Entre las casas de Carmen y Dina, está solo la casa verde.
- Entre la casa celeste de una de las esquinas y la casa blanca, está solo la de Elsa.
- Alicia no vive en ninguna de las casas de las esquinas, pero Carmen sí.
¿Quien vive en la casa rosada?

Problema 3.3. *En una familia hay 5 hermanos: Manuel, Carmen, Cristian, Raúl y Federico. Se sabe que:*
- Carmen no es la menor.
- Federico es menor que Cristian pero mayor que Raúl.
- Manuel es menor que Raúl.
- Carmen le lleva 4 años a Raúl, pero es menor en 2 años que Federico.
¿Quién es mayor de todos?

Problema 3.4. *En una iglesia de Huaraz está el patrono "San Sebastián", un Santo que hace el milagro de duplicar tu dinero, luego de darle una limosna de $16. César, que es muy avariento, le hace 4 visitas en un día con el fin de volverse rico; pero para sorpresa de él, al final se quedó sin dinero. ¿Cuánto dinero llevo César al inicio?*

Problema 3.5 *Un camión reparte cajas de leche a distintos depósitos; en el primer depósito deja 2/3 de la carga, en el segundo depósito deja 2/5 de lo que quedaba y en el tercer depósito deja 250 cajas. Si aún queda 1/10 de la carga. ¿Cuántas cajas de leche tenía inicialmente el camión?*

6.5 Anexo N.4.

. Problemas de Generalización, actividad en grupo.

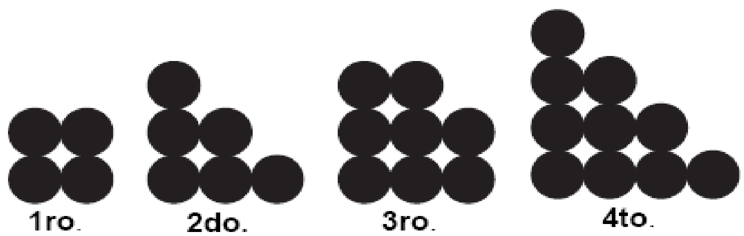
Problema 4.1. De la sucesión: 1, 4, 7, 10, 13,…
¿Cuál es el número que está en el término numero 15? Encuentre el término general de la sucesión.

Problema 4.2. Encuentre el término general de las 2 siguientes sucesiones:

- 8, 3, -2, -7, -12, …
- 5, 12, 19, 26, …

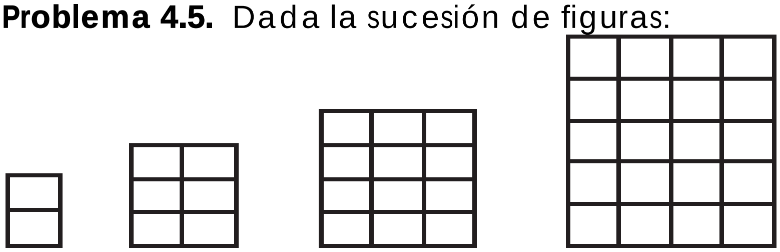
Problema 4.3. Hallar X/2 del número que continua de la siguiente Sucesión: 7, 26, 63, 124, 215, X,…

Problema 4.4. Considere la siguiente sucesión de figuras:



Teniendo en cuenta las figuras. ¿Cuál es el número de puntos negros que tiene la figura numero 6? Encuentre el término general de las figuras.

Problema 4.5. Dada la sucesión de figuras:



¿Cuál es el número de cuadros de la figura numero 7? Encuentre el término general de las figuras.

6.6 Anexo N.5.

Problemas de Generalización, actividad Individual.

Actividad 5. Resuelva cada uno de los siguientes problemas justificando su respuesta:

Problema5.1. Euentre el término general de las siguientes sucesiones:

- 15, 8, 1, -6, …
- 5/7, 1, 9/7, …

Problema 5.2. Considere:

1

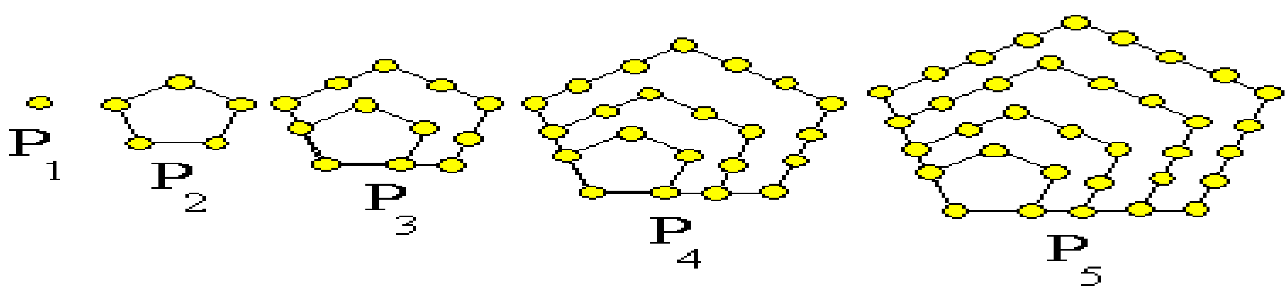
2 3 4

5 6 7 8 9

10 11 12 13 14 15 16 …

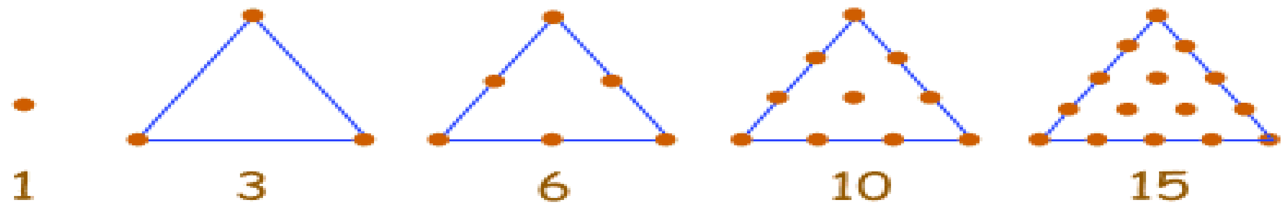
Si se continúa con el arreglo triangular de números mostrado en la figura, ¿cuál es el número que está directamente debajo del número 122?

Problema5.3. Dada las siguientes figuras:



Teniendo en cuenta las figuras, ¿Cuál es la cantidad de puntos que tiene la figura P_9 ? ¿Cuál es el término general de la cantidad de puntos de las figuras?

Problema 5.4. Considere la siguiente secuencia de figuras:



¿Cuál es la cantidad de puntos de la figura número 8? Encuentre el término general.