

INTERVENCIÓN EN EL AULA CON ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO: EN
BUSCA DE LA CONSTRUCCIÓN DE NUEVOS CAMINOS EN LA RESOLUCIÓN
DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ANA MARÍA VIDAL ORTEGA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN

2017

INTERVENCIÓN EN EL AULA CON ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO: EN
BUSCA DE LA CONSTRUCCIÓN DE NUEVOS CAMINOS EN LA RESOLUCIÓN
DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ANA MARÍA VIDAL ORTEGA

INFORME DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADA EN MATEMÁTICAS

MG. ERUIN ALONSO SÁNCHEZ ORDOÑEZ
DIRECTOR DE PRÁCTICA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN

2017

NOTA DE ACEPTACIÓN

Vo.Bo. Mg.Eruin Alonso Sánchez Ordoñez
Director de la Práctica Pedagógica

Vo.Bo.Mg. Ángel Hernan Zuñiga Solarte
Evaluador de la Práctica Pedagógica

Vo.Bo. Mg.Wilmer Molina Yepes
Coordinador Licenciatura en Matemáticas

Fecha de socialización: 13 de Marzo de 2017

Índice general

DEDICATORIA	6
AGRADECIMIENTOS	7
1. INTRODUCCIÓN	8
2. PRAXIS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA	10
2.1. INTERACCIÓN EN EL AULA	10
2.1.1. RELACIÓN ESTUDIANTE-PRACTICANTE	10
2.1.2. RELACIÓN ESTUDIANTE-ESTUDIANTE	12
2.1.3. RELACIÓN TITULAR-PRACTICANTE	12
2.2. LA DISCIPLINA	13
2.3. EL MODELO PEDAGÓGICO	14
2.4. LA TEORÍA DE APRENDIZAJE	16
2.5. LA EVALUACIÓN	17
2.6. CURRÍCULO	18
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	21
3.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	21
3.2. TEORÍA GENERAL DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	22
3.3. TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO	30
3.3.1. DEFINICIÓN DE DIDÁCTICA	31

3.3.2.	MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERENCIA (MER)	31
3.3.3.	ORGANIZACIONES MATEMÁTICAS (OM)	32
3.3.4.	LA PRAXIS	32
3.3.5.	EL LOGOS	33
3.3.6.	PRAXEOLOGÍAS	34
4.	METODOLOGÍA	35
4.1.	POBLACIÓN	35
4.2.	INVESTIGACIÓN DE INTERVENCIÓN	36
4.2.1.	ANÁLISIS DE LOS DATOS	38
4.3.	RESULTADOS	41
4.3.1.	TAREA	41
4.3.2.	TÉCNICAS	42
4.3.3.	TECNOLOGÍAS	43
4.3.4.	TEORÍAS	43
4.4.	CONCLUSIONES	44
	Bibliografía	45

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a todas aquellas personas que me han acompañado en este proceso y han apoyado e impulsado, dándome ánimo y fortaleza, a mi familia por darme aliento cada día, a mis amigos por acompañarme en este camino, a mis maestros que con su sabiduría me hicieron esforzarme cada vez más. De igual manera, lo dedico a todos los jóvenes, en especial, a aquellos que estén cursando el grado noveno de Educación Básica.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco inmensamente a Dios por darme apoyo espiritual, y acompañarme en el camino, siempre guiándome hacia la meta. También doy gracias a mi familia, en especial a mis padres por haberme brindado la oportunidad, apoyo emocional y económico para lograr formarme, y especialmente a mi director de la práctica pedagógica Eruin Alonso Sánchez quien desde los inicios de mi formación estuvo presente y ha sido un ejemplo a seguir.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Este informe es elaborado con el fin de dar a conocer los aspectos más importantes la intervención en el aula de clase con estudiantes de grado noveno de Educación Básica secundaria, dichos aspectos se relacionan en general con el Álgebra Lineal y específicamente con la Teoría de las Funciones Lineales.

Uno de esos aspectos es de tipo pedagógico, en el cual las relaciones entre los actores de los procesos de enseñanza y de aprendizaje se integran para lograr llegar a los estudiantes, mostrando que las matemáticas se pueden presentar de una forma divertida, sin que pierda su rigor. Por otro lado, los estudiantes narran sus preferencias, que no incluyen a la matemática, pero que se esmeran por entender y aprender, así el maestro practicante haciendo uso del modelo pedagógico constructivista, motiva a los estudiantes a realizar las actividades. Como en toda institución educativa es necesario realizar una evaluación que implica dar una valoración de carácter cuantitativo, pero en la práctica pedagógica se pretende valorar a los estudiantes de forma cualitativa, destacando sus actitudes en el aula de clase, y reconociendo sus avances.

Un segundo aspecto se relaciona con la teoría de los Sistemas de Ecuaciones Lineales, en primer lugar los estudiantes antes de llegar a este tema, abordan los conocimientos previos necesarios para avanzar, es decir, su comienzo esta dado por recordar que es un

polinomio, luego pasan del lenguaje natural al lenguaje matemático, proceso muy importante para el desarrollo del “problema” principal, y así continúan con las operaciones fundamentales entre polinomios, hasta llegar a la función lineal y afín, pasando por el plano cartesiano y ecuaciones de la recta.

En la situación analizada, análisis hecho desde la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD), que aunque no es la más adecuada para presentarse a los estudiantes como primera opción, se muestra que los estudiantes agotan sus recursos, es decir toman sus conocimientos previos y tratan de extraer de ellos, lo que les permita resolver el “problema”.

Capítulo 2

PRAXIS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA

2.1. INTERACCIÓN EN EL AULA

Durante el desarrollo de la práctica pedagógica en el aula se identificaron diferentes actores que participaron en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y diferentes relaciones que se dan entre los actores. Estas relaciones son:

2.1.1. RELACIÓN ESTUDIANTE-PRACTICANTE

Al enfrentarse a una nueva experiencia en la cual se tiene a cargo el manejo y el trabajo con un grupo de estudiantes, se presentan diferentes circunstancias, tales como la reacción y expectativas de los estudiantes al saber que tendrán un profesor diferente al acostumbrado en años anteriores; identificar a cada estudiante por su nombre y conocer un poco acerca de sus intereses y propósitos futuros, es decir saber lo que cada uno quiere ser cuando haya terminado la educación media y finalmente, determinar la influencia que tienen las matemáticas para tomar esta decisión. Algunos estudiantes manifestaron que las matemáticas no son de su agrado y que prefieren carreras u oficios (administradores de empresa, chef, policía, enfermeras, etc.) que según ellos, no requieren del estudio de las matemáticas y que además les garantizan mejores oportunidades económicas.

El proceso de recordar los nombres, se reafirma en el momento del llamado a lista y permite reconocer por parte del maestro practicante a cada estudiante como individuo diferente en el aspecto educativo y personal; además a medida que se presenta la interacción en el aula, los estudiantes participativos resaltan, al igual que aquellos que son callados o tímidos pero, que a la hora de las actividades sobresalen por el conocimiento de conceptos matemáticos y/o por su habilidad para manipularlos. En consecuencia en el aula, donde se llevan a cabo los procesos de enseñanza y de aprendizaje, se presentan diferentes perspectivas dado que cada individuo tiene algo que aportar a dichos procesos, en palabras de Zambrano (2002): “La pedagogía es un espacio donde se piensa antes de actuar, circulan encuentros y se gestan polifonías sobre el otro, y, en este sentido, está estrechamente unida con la educación” (p. 1). [1]

La cual según Zambrano (2002): “Es vista como el proceso de socialización y la actividad que le permite al estudiante interactuar de manera voluntaria, y en cada acción educativa se perfecciona con la práctica constante”(pp. 1,2)[1].

En este sentido el éxito de una buena educación está en la relación que el maestro y el estudiante asuman, de acuerdo con esto, el proceso de adquirir nuevos conocimientos se pone en marcha desarrollando en el individuo habilidades que más tarde serán su apoyo para seguir en la búsqueda en el universo de ideas.

Desde otro punto de vista se tiene la perspectiva de los estudiantes hacia el practicante y su relación con el mismo, inicialmente se mostraron interesados por saber la forma de trabajo o metodología que se pretendía seguir, e hicieron sugerencias acerca del manejo de tareas, manifestando que era difícil realizar tareas en casa, ya que algunos no disponían del tiempo y otros porque necesitaban de una asesoría mientras la realizaban. Durante las clases se mostraron atentos y preocupados por aprender y entender. Manifestaron respeto por las clases y por el maestro practicante.

2.1.2. RELACIÓN ESTUDIANTE-ESTUDIANTE

En los procesos de enseñanza y aprendizaje las relaciones entre estudiantes se ven marcadas por el hecho de haber compartido años anteriores, intereses intelectuales. Estas relaciones se reafirman en el momento de realizar trabajos en el aula de clase ya sea en grupos o individualmente, cada estudiante busca organizarse con compañeros que le brinden un apoyo intelectual, o sencillamente su compañía. El respeto por el otro estuvo presente en el aula y la solidaridad entre ellos se evidenciaba. Los estudiantes que se destacaban por su trabajo en clase, es decir, dominio de los conceptos matemáticos, interés por aprehender ¹, entrega de tareas y participaciones, se mostraban solidarios con sus compañeros y les explicaban, tratando de transmitir sus conocimientos y que aquellos que presentaban dificultades los superaran. Particularmente, en el grupo hubo un estudiante que se manifestaba inquieto por aprehender y resolver cualquier ejercicio o problema que se le presentará en clase.

2.1.3. RELACIÓN TITULAR-PRACTICANTE

Desde un inicio el maestro titular manifestó respeto y apoyo a la propuesta de trabajo del maestro practicante; comunicó a sus estudiantes que iniciarían el año lectivo trabajando en el área de matemáticas con un maestro practicante de la Universidad del Cauca. Durante las primeras clases el maestro titular estuvo presente acompañando el proceso del maestro practicante, sin interrumpir de algún modo, la forma de orientar las clases del maestro practicante. La intervención del maestro titular solo se hizo presente en momentos en los cuales los estudiantes no respondían a las preguntas realizadas por el maestro practicante y en este caso les recordaba lo visto en años anteriores, y otros casos cuando algunos estudiantes no se presentaron a clase.

¹Los conceptos de aprender y aprehender se diferencian en el hecho que el primero se refiere a memorizar, recordar o adquirir un conocimiento mediante las enseñanzas de alguien o por uno mismo, mientras que la segunda se refiere al proceso de asimilación de algo

2.2. LA DISCIPLINA

La disciplina es un elemento del proceso educativo que le permite tanto al maestro como a los estudiantes establecer una relación que incluya el respeto del uno por el otro, y cuyo fin es la aprehensión de los saberes que involucra la matemática y el desarrollo personal.

En el desarrollo de las actividades escolares se necesita que haya una buena comunicación entre saberes, maestro y estudiantes, para que la disciplina no se vea afectada, ya que en caso contrario lo que se lograría sería que los estudiantes se dispersen y pierdan el interés.

Esta relación entre saberes, profesor y estudiantes desencadena una serie de situaciones en las que cada factor toma un significado en la medida en cómo cada individuo intérprete su rol. Así por ejemplo, el profesor junto con su modelo pedagógico adopta características propias del modelo y se acompaña de sus actitudes personales para desarrollar las actividades escolares, que no solo involucran los saberes, sino el acompañamiento y relación con los estudiantes.

De la interpretación del modelo depende el desarrollo de la relación profesor- estudiante y el desempeño de cada uno. Según el manual de convivencia de la Institución Educativa “Los Comuneros”, lugar donde se llevó a cabo la práctica pedagógica, la disciplina, es un comportamiento o forma de actuar de cada individuo considerando sus principios y valores los cuales son primigenios de sus hogares y medio donde se desenvuelven. La Institución trata desde sus principios y fines, formar a personas antes que llenarlos de conocimientos. Es decir que los estudiantes respondan a la sociedad en general como personas de bien, en particular la institución tiene como principio la “EDUCACIÓN COMO UNA APUESTA ETICA” para así generar en los estudiantes actitudes y aptitudes de compromiso con las actividades no solo académicas sino sociales. [2]

La conservación de la disciplina también depende de los acuerdos internos que se realicen en el aula, entre maestro y estudiantes; esto está relacionado con lo que en Educación

Matemática se conoce como contrato didáctico. El contrato didáctico es la regla del juego y la estrategia de la situación didáctica. Es el medio que tiene el maestro para ponerla en la escena. Pero la evolución de la situación modifica el contrato que permite entonces la obtención de situaciones nuevas. Situación didáctica vista desde el punto de vista de Brousseau (1986) quien afirma que

Una situación didáctica es un conjunto de relaciones establecidas explícitamente y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, en un cierto medio, comprendido, eventualmente, instrumentos y objetos y, un sistema educativo (el profesor) con la finalidad de posibilitar a estos alumnos un saber constituido o en vías de constitución... el trabajo del alumno debería, al menos en parte, reproducir las características del trabajo científico propiamente dicho como garantía de una construcción efectiva de conocimientos pertinentes.(p.4)[3]

2.3. EL MODELO PEDAGÓGICO

En la pluralidad de pensamientos surgen distintos modelos pedagógicos como el tradicional, conductista, cognitivo, entre otros, que junto con sus características permiten desarrollar un aprendizaje.

En este caso se centrará la atención en el modelo pedagógico cognitivo que fue el modelo a desarrollar en la práctica pedagógica, ya que el propósito es deshacer las marcas que ha dejado con el paso del tiempo el modelo pedagógico tradicional con sus clases netamente expositivas, y la imposición de la voluntad del maestro, además de infundir miedo antes que respeto, también se pretende acabar con la idea que los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas solo se puede dar mediante clases donde el estudiante es receptor y su aprendizaje está dado por la repetición y resolución de ejercicios. Cabe resaltar que el modelo pedagógico tradicional tiene aspectos positivos y ha formado a muchas personas, obteniendo buenos resultados, además no se puede negar que en la enseñanza de las matemáticas se necesita de este modelo, pues en ella encontramos conceptos, que por más que se tratan de exponer de forma didáctica, su complejidad no lo permite y es allí

cuando se hace necesario hacer uso del tradicionalismo, teniendo una clase magistral que posteriormente será transformada (como se pretende) en una clase participativa, donde el estudiante sea estimulado por su maestro y se convierta en su orientador.

El modelo cognitivo se enfoca en los procesos mentales de los estudiantes y en las capacidades de avanzar hacia las habilidades cognitivas y llegar a los conocimientos que cada vez se vuelven más complejos, este proceso de adquirir estas habilidades se puede realizar con ayuda o sin la misma de otra persona. Además pretende desarrollar en los estudiantes la capacidad de pensar, antes de que aprenda cierto conocimiento, la idea central aquí es que cuando se vean enfrentados a cualquier situación ya sea del ámbito escolar o social puedan encontrar la mejor manera de resolverla, haciendo uso de sus habilidades que con el estímulo adecuado se irán fortaleciendo. En este orden de ideas ya no solo hablemos de conceptos matemáticos, sino que se consideran las capacidades de cada individuo.

Por otra parte, una de las cualidades importantes del modelo pedagógico cognitivo es considerar el contexto de los estudiantes, por ello para llevar a cabo el objetivo de la práctica pedagógica se pretende adquirir una visión de lo que pasa en el aula con estudiantes de básica secundaria, considerando su contexto real, por tanto, es necesario conocer el medio donde se desenvuelven, en este caso los estudiantes de la Institución Educativa los Comuneros, se ven enfrentados a factores que inciden en su formación académica, tales como situaciones de desplazamiento, trabajo en edades muy tempranas para ayudar con el sostenimiento de sus familias, además que dentro de sus intereses se encuentran las actividades relacionadas con las manualidades o aspectos artísticos, dejando a las matemáticas como poco atractivas ya que no pueden dejar de ser rigurosas, continuando así con la clase tradicional tablero-marcador, donde el profesor es la autoridad, pero es preciso insistir en que los maestros en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca, están adquiriendo conocimientos acerca de pedagogía, sobre lo que se ha hecho y lo que se puede hacer en cuanto a la Educación Matemática para estudiantes de la básica secundaria.

Por otra parte es decisión de cada uno, el modelo pedagógico que quiera apropiarse y poner en práctica durante el desarrollo de su vida profesional, no obstante a medida que va recorriendo su camino, es posible que cambie de visión acerca de lo que está poniendo en práctica pero seguramente va a ser causa de la praxis que ha hecho durante su labor docente.

2.4. LA TEORÍA DE APRENDIZAJE

Con la idea de que los estudiantes aprehendan los conceptos matemáticos se hace uso de la teoría de aprendizaje significativo de David Ausubel, que es una teoría que les permite como su nombre lo indica tener un aprendizaje potencialmente significativo. Esto significa que el aprendizaje significativo tiene como principio los conocimientos previos que trae el estudiante de sus estudios anteriores. Cuando sus conocimientos previos revivan en la actividad y desarrollo de un nuevo aprendizaje, y además se relacionen entre sí, este será un aprendizaje significativo. El aprendizaje significativo realza la importancia de tener en cuenta los conocimientos previos de cada individuo, Según Ausubel (1986)

Los conocimientos no se encuentran ubicados arbitrariamente en el intelecto humano. En la mente del hombre hay una red orgánica de ideas, conceptos, relaciones, informaciones, vinculadas entre sí. Cuando llega una nueva información, ésta puede ser asimilada en la medida que se ajuste bien a la estructura conceptual preexistente, la cual, sin embargo, resultará modificada como resultado del proceso de asimilación.” [4]

El concepto de asimilación proviene de la teoría piagetiana en la cual uno de sus conceptos centrales es el de equilibración, definido como la interacción entre la asimilación y adaptación; la asimilación se define como el modo que tiene el individuo para enfrentarse a una situación, y la adaptación requiere un cambio cognitivo en las respuestas a lo que demanda el medio.

2.5. LA EVALUACIÓN

El trabajo de la práctica pedagógica intenta poner en uso el modelo constructivista que plantea en su proceso de evaluación, resaltar los avances individuales en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y realizar una evaluación cualitativa e integral, es decir, destacar aspectos no solo en el ámbito conceptual (conceptos matemáticos), sino además valorar a cada individuo respetando su proceso de aprendizaje.

La evaluación en el modelo pedagógico constructivista trata de ser constante, es decir que siempre se esté evaluando cualitativamente los aprendizajes que obtengan los estudiantes, en contraste con el modelo tradicional que busca en su evaluación ver si el estudiante aprendió lo enseñado y tiene en cuenta el desempeño general de un grupo de estudiantes para designar una valoración cuantitativa a cada individuo.

En los procesos de enseñanza y de aprendizaje, la evaluación es un aspecto complejo que maestros e instituciones, manejan de acuerdo con el modelo pedagógico y sus acuerdos internos. En el caso de cada maestro la evaluación es un tema primordial para definir si un estudiante ha comprendido sus enseñanzas, y además ésta contribuye al proceso de aprendizaje. De acuerdo con cada modelo pedagógico este proceso de evaluación será diferente para cada maestro. Pero antes de realizar una evaluación se debería considerar que el objetivo fundamental es que todos los estudiantes logren llegar al final del proceso que involucra el aprendizaje de ciertos conceptos, es decir logren alcanzar las metas propuestas.

Sin desligar los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación, el Decreto 1290 de 2009 propone citando a Álvarez, (2001), que

La evaluación educativa, en los niveles de enseñanza básica y media, tenga única y exclusivamente propósitos formativos, es decir, de aprendizaje para todos los sujetos que intervienen en ella. La evaluación es aprendizaje, en la medida que es un medio a través del cual se adquieren conocimientos. Los profesores aprenden para conocer y mejorar la práctica docente en su complejidad, y para colaborar en el aprendizaje de sus educandos conociendo las dificultades que tienen que superar, el modo de resolverlas y las estrategias que ponen en funcionamiento en tal actividad. Los estudiantes aprenden de y a partir

de la propia evaluación, de su corrección y de la información contrastada que le ofrece el profesor, que será siempre y argumentada.(p.12) [5]

En particular, en la evaluación durante la práctica pedagógica, el maestro practicante trata de que el estudiante se sienta seguro de lo que sabe y pueda aplicar sus conocimientos en una prueba escrita e individual. Por otro lado se busca que por medio de talleres en clase y formando pequeños grupos los estudiantes se colaboren entre sí, compartan conocimientos y resuelvan ejercicios relacionados con los temas tratados en clase. También el maestro practicante aprecia la participación y la responsabilidad con la que los estudiantes asumen las actividades en clase, dándole así una valoración. En resumen, la evaluación para los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Los Comuneros, fue realizada de manera integral, teniendo en cuenta aspectos de tipo cognitivo, social, que hacen parte de su aprendizaje como seres pensantes.

2.6. CURRÍCULO

El currículo es considerado unos de los aspectos con mayor diversidad en su definición, teniendo en cuenta distintas relaciones con el medio, la cultura, la escuela, etc. De acuerdo con esto, el currículo tomará forma dentro de la práctica docente haciéndose participe de los procesos de enseñanza, aprendizaje, evaluación, contexto y demás factores que se involucran en la educación. A continuación algunas de las definiciones que distintos autores ofrecen para este concepto tan complejo.

El currículo hace referencia a la práctica, la cual según Sacristán (1998)

Es una realidad previa muy bien asentada a través de comportamientos didácticos, políticos, administrativos, económicos, etc. detrás de los que se encubren muchos supuestos, teorías parciales, esquemas de racionalidad, creencias, valores, etc. que condicionan la teorización sobre el currículum. De ahí una cierta prudencia inicial ante cualquier planteamiento ingenuo de índole pedagógico que se presente como capaz de regir la práctica curricular o, simplemente, de racionalizarla.(p. 1)[6]

Asegura Grundy (1987) que:

El currículum, no es un concepto, sino una construcción cultural. Esto es, no se trata de un concepto abstracto que tenga algún tipo de existencia fuera y previamente a la experiencia humana. Más bien es un modo de organizar una serie de prácticas educativas.

(p,5).[6]

Siendo una construcción cultural el currículo se convierte en una herramienta educativa que contribuye a la formación integral de los estudiantes y demás individuos que se encuentran inmersos en el proceso educativo, dando lugar a que este sea explorado y explotado por los participantes de la actividad académica para el beneficio propio y común.

Rule (1973), realiza un recorrido histórico por la literatura en busca de definiciones sobre el currículo y después de hallar cientos, selecciona las que más se destacan, la primera de ellas señala al currículo como experiencia:

El currículo como guía de la experiencia que el alumno obtiene en la escuela, como conjunto de responsabilidades de la escuela para promover una serie de experiencias, sean éstas las que proporciona consciente e intencionalmente, o experiencias de aprendizaje planificadas, dirigidas o bajo supervisión de la escuela, ideadas y ejecutadas u ofrecidas por la escuela para lograr determinados cambios en los alumnos, o bien experiencias que la escuela utiliza con la finalidad de alcanzar determinados objetivos.(p.2) [6]

Otras concepciones: el currículum como definición de contenidos de la educación, como planes o propuestas, especificación de objetivos, reflejo de la herencia cultural, como cambio de conducta, programa de la escuela que contiene contenidos y actividades, suma de aprendizajes o resultados, o todas las experiencias que el niño puede obtener. Según lo anterior se observa que el currículo tiene diferentes formas de definirse, pero en cada una de ellas este es parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, que resalta como sujeto más importante al estudiante y su desarrollo intelectual, social y la experiencia que tiene en cada proceso educativo.

En la práctica pedagógica el maestro practicante asume al currículo como parte importante de los procesos de enseñanza y aprendizaje que sirve para guiar las experiencias de los estudiantes durante su proceso de formación, como lo dice Rule (1973).

Capítulo 3

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1. ANTECEDENTES HISTÓRICOS DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Desde la antigüedad el ser humano se ha interesado por darle solución y una explicación lógica a distintos problemas, haciendo uso de las matemáticas, ya sean estos problemas de tipo algebraico, geométrico, físico, etc. En su mayoría los problemas requieren de encontrar “algo” que es desconocido, esto es en términos algebraicos buscar el valor de una incógnita, este tipo de problemas según Luzardo y Peña (2006)

Son de carácter lineal, es decir, pueden plantearse mediante algunas ecuaciones lineales con coeficientes en algún campo de números y con unas pocas variables o incógnitas.

Recordemos que la palabra ecuación proviene del Latín *aequatio* que significa igualdad.

Así, una ecuación es una igualdad que contiene algunas cantidades desconocidas. (p.154)

[7]

Para hablar de un sistema de ecuaciones lineales es necesario conocer de antemano, lo que es y cómo se representa una ecuación lineal. Generalmente las ecuaciones lineales son expresadas de la siguiente forma:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots + a_{n-1}x_{n-1} + a_nx_n \tag{3.1.1}$$

De donde los números $a_1, a_2, a_3 \dots$ son llamados coeficientes, y $x_1, x_2, x_3 \dots$ son llamadas variables o incógnitas y de término constante.

Se puede pensar que una ecuación lineal es aquella expresión constituida por coeficientes, variables y constantes, que al ser operados términos semejantes entre si se logra encontrar la solución buscada. Ahora, para definir lo que es un sistema de ecuaciones lineales se utiliza la definición de ecuación lineal, puesto que un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto finito de ecuaciones lineales.[2]

3.2. TEORÍA GENERAL DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

La teoría de los sistemas de ecuaciones lineales tiene su procedencia general en el álgebra lineal, en el desarrollo de este tema y teniendo en cuenta el modelo pedagógico a desarrollar se ve la necesidad de abordar conceptos (que serán los conocimientos previos que les servirán a los estudiantes) que dan origen a la teoría de los sistemas de ecuaciones lineales.

Tomando en consideración algunos aspectos importantes de la línea recta se comienza el trabajo de la práctica pedagógica, ya que servirán en su bagaje de conocimientos previos a los estudiantes en el desarrollo de actividades posteriores.

Inicialmente se trata de exponer los elementos básicos que fortalezcan los conceptos previos o los revivan, tratando de evitar los obstáculos. Siguiendo el orden respectivo o más bien tradicional que se realiza para la introducción al tema central, que son los sistemas de ecuaciones lineales, se darán las definiciones siguientes. Uno de los elementos es el plano cartesiano, luego se definen aspectos relevantes sobre la línea recta como se sigue, estas definiciones tomadas del texto Álgebra y Trigonometría de Dennis G. Zill Segunda Edición. (1992). [8]

Pendiente: Cualquier par de puntos en el plano determina una recta única. Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son dos puntos tales que $x_1 \neq x_2$, entonces al número

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} \quad (3.2.1)$$

Se llama **pendiente** de la recta determinada por estos dos puntos. Es común llamar a $y_2 - y_1$ **incremento en y** y a $x_2 - x_1$ **incremento en x**. Luego, la pendiente de una recta es:

$$m = \frac{\text{Incremento en } y}{\text{Incremento en } x} \quad (3.2.2)$$

Pendientes positivas: Las rectas con pendientes positivas ($m > 0$) crecen a medida que x aumenta.

Pendientes negativas: Las rectas con pendientes negativas ($m < 0$) decrecen a medida que x aumenta.

Observación: Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son dos puntos en una recta vertical, entonces, $x_1 = x_2$ y se tiene $x_1 - x_2 = 0$. Por tanto, la pendiente de esta recta es definida.

En general, puesto que

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-y_1 - y_2}{-x_1 - x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

No importa a cuál de los dos puntos se llame $P_1(x_1, y_1)$ y a cuál se llame $P_2(x_2, y_2)$.

Importante: cualquier par de puntos distintos de una recta determinará la misma pendiente. Para probar esto, considere los triángulos semejantes $P_1Q_1P_2$ y $P_3Q_2P_4$. Puesto que se sabe qué razones de los lados correspondientes son iguales, tenemos

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}$$

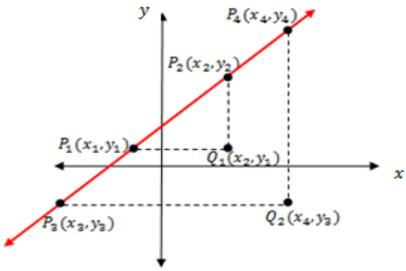


Figura 3.1: La pendiente de una recta es independiente de los puntos que se elijan

Por tanto, la pendiente de la recta es independiente de la escogencia de puntos en la recta. A pesar de que este argumento se basó en la colocación de P_1 , P_2 , P_3 y P_4 sobre la recta, la discusión sigue siendo válida para cualquier colocación de estos 4 puntos.

Ecuaciones de rectas:

Ahora se está en condiciones de encontrar una ecuación de una recta L . Para comenzar, suponga que la recta L mostrada en la figura siguiente tiene pendiente m y pasa por un punto $P_1(x_1, y_1)$. Si $P(x, y)$ denota cualquier punto sobre L con $x \neq x_1$, entonces podemos escribir según (3.2).

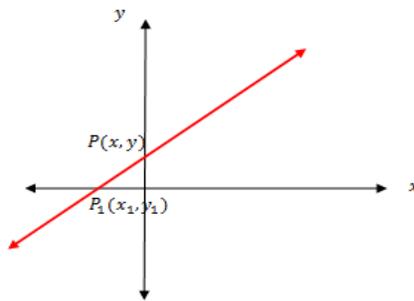


Figura 3.2: Ecuación de la recta L

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m \tag{3.2.3}$$

Esta ecuación puede reescribirse de la forma

$$y - y_1 = m(x - x_1) \tag{3.2.4}$$

Note que las coordenadas de todos los puntos sobre L, incluyendo $P_1(x_1, y_1)$, satisfacen (3.5). Al contrario, si las coordenadas de un punto satisfacen (3.5), entonces el punto debe localizarse sobre L. Puesto que (3.5) se determinó conociendo la pendiente y un punto, decimos que es la forma **punto-pendiente** para la ecuación de una recta o, simplemente:

Ecuación de la recta punto-pendiente

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (3.2.5)$$

Cualquier recta no vertical debe cortar el eje y . Si este punto de intersección es $(0, b)$, entonces b es el intersección en y de la recta. Se puede obtener una ecuación de la recta con pendiente m e intersección y en b según (3.6). Sustituyendo $x_1 = 0$ y $y_1 = b$ da

$$y - b = m(x - 0) \quad (3.2.6)$$

Esta ecuación se simplifica en lo siguiente:

Forma pendiente-intersección de la ecuación de una recta

$$y = mx + b \quad (3.2.7)$$

Rectas horizontales y verticales:

Una recta horizontal tiene pendiente $m = 0$. Por lo tanto, se puede obtener de (3.6), la ecuación de la recta horizontal que pasa por un punto (a, b) :

$$y - b = 0(x - a) \quad (3.2.8)$$

esto es

$$y = b \quad (3.2.9)$$

Ecuación de una recta horizontal

$$y = b \quad (3.2.10)$$

Una recta vertical que pasa por (a, b) tiene pendiente indefinida, pero todos los puntos de la recta tienen la misma coordenada en x . Esta observación lleva al siguiente resultado.

Ecuación de una recta vertical

$$x = a \tag{3.2.11}$$

Ecuación lineal: Las ecuaciones (3.8),(3.11),(3.12) y (3.13) son casos especiales de la ecuación lineal general

$$ax + by + c = 0, \tag{3.2.12}$$

donde a y b no son ambos cero. Y, viceversa, cuando a y b no son ambos cero la gráfica de (3.13) da la ecuación pendiente intersepto $y = \frac{-ab}{x} + \frac{-c}{a}$. Sin embargo, si $b = 0$ y $a \neq 0$, la ecuación resultante $x = \frac{-c}{a}$ representa una recta vertical.

Rectas paralelas:

Pendientes para rectas paralelas

Dos rectas no verticales con pendiente m_1 y m_2 son paralelas si solo si $m_1 = m_2$.

Rectas perpendiculares:

Pendientes de rectas perpendiculares

Dos rectas con pendientes m_1 y m_2 son perpendiculares si y solo si $m_2 = -1/m_1$, esto es $m_1 = \frac{-1}{m_2}$ y $m_2 = \frac{-1}{m_1}$

Función afín

Se dice que una función afín es de la forma $f(x) = mx + n$, su gráfica es una recta de pendiente m que pasa por el punto $(0, n)$.

Función lineal

Se dice que una función lineal es de la forma $f(x) = mx$. Su representación gráfica es siempre una línea recta que pasa por el origen. Siguiendo el orden establecido tradicionalmente se toman las definiciones siguientes del libro de texto de Stanley Grossman de Álgebra Lineal Sexta Edición.(1). En la introducción el libro relata que una gran parte de la teoría del álgebra lineal, es una generalización de las propiedades de la línea recta.

Antes de introducir las definiciones particulares, se dará la definición general de un sistema de ecuaciones lineales dada para n incógnitas y m ecuaciones.

Definición: Un sistema de ecuaciones lineales está conformado por m ecuaciones lineales y n incógnitas. Un sistema de m ecuaciones lineales con n incógnitas se representa como:

$$\left[\begin{array}{ccc} a_{11}x_1 & +a_{12}x_2 & \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 & +a_{22}x_2 & \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{(m-1)1}x_{m-1} & +a_{(m-1)2}x_2 & \cdots + a_{(m-1)n}x_n = b_{m-1} \\ a_{m1}x_1 & +a_{m2}x_2 & \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right]$$

Definición (Conjunto solución): Dado un sistema con incógnitas $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ su conjunto solución es el conjunto en \mathbb{R}^n tal que satisfaga cada ecuación del sistema. Se denotará por C.S.

Definición (Dos ecuaciones con dos incógnitas): Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas x e y :

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases} \quad (3.2.13)$$

Donde $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ y b_1 y b_2 son números dados. Cada una de estas ecuaciones corresponde a una línea recta. Una solución al sistema (1) es un par de números, denotados por (x, y) , que satisface (3.14). Las preguntas que surgen en forma natural son: ¿tiene este sistema varias soluciones y, de ser así, cuántas? Se responderán estas preguntas después de ver algunos ejemplos, en los cuales se usarán dos hechos importantes del álgebra elemental:

Hecho A: Si $a = b$ y $c = d$, entonces $a + c = b + d$

Hecho B: Si $a = b$ y c es cualquier número real, entonces $ca = cb$

El hecho A establece que si se suman dos ecuaciones se obtiene una tercera ecuación correcta. El hecho B establece que si se multiplican ambos lados de una ecuación por una constante se obtiene una segunda ecuación válida. Se debe suponer que $c \neq 0$ ya que aunque la ecuación $0 = 0$ es correcta, no es muy útil.

EJEMPLO 1: Sistema con solución única.

Considere el sistema

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \quad (3.2.14)$$

Si se suman las dos ecuaciones se tiene, por el hecho A, la siguiente ecuación: $2x = 12$ (es decir, $x = 6$). Entonces, si se despeja de la segunda ecuación, $y = 5 - x = 5 - 6$ entonces $y = -1$. Así, el par $(6, -1)$ satisface el sistema (3.15) y la forma en que se encontró la solución muestra que es el único par de números que lo hace. Es decir, el sistema (3.15) tiene una solución única.

EJEMPLO 2: Sistema con un número infinito de soluciones.

Considere el sistema

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x - 2y = 14 \end{cases} \quad (3.2.15)$$

Se puede ver que estas dos ecuaciones son equivalentes. Esto es, cualesquiera dos números, x y y , que satisfacen la primera ecuación también satisfacen la segunda, y viceversa.

Para comprobar esto se multiplica la primera ecuación por 2. Esto está permitido por el hecho B. Entonces $x - y = 7$ o $y = x - 7$. Así, el par $(x, x - 7)$ es una solución al sistema (3.16) para cualquier número real x . Es decir, el sistema (3.16) tiene un número infinito de soluciones. Para este ejemplo, los siguientes pares son soluciones: $(7, 0)$, $(0, -7)$, $(8, 1)$, $(1, -6)$, $(3, -4)$ y $(-2, -9)$.

EJEMPLO 3: Sistema sin solución.

Considere el sistema

$$\begin{cases} x - y = 7 \\ 2x - 2y = 13 \end{cases} \quad (3.2.16)$$

Si se multiplica la primera ecuación por 2 (que de nuevo está permitido por el hecho B) se obtiene $2x - 2y = 14$. Esto contradice la segunda ecuación. Por lo tanto, el sistema (3.17) no tiene solución.

Métodos de resolución para Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas

Método gráfico

Se basa en la representación gráfica en el plano de los conjuntos de soluciones S_1 y S_2 de cada una de las ecuaciones que componen el sistema, para después buscar los puntos comunes a ellos, es decir $S_1 \cap S_2$. En el caso de que $S_1 \cap S_2 = \phi$, el sistema no tiene solución.

Método de igualación

Consiste en despejar de las dos ecuaciones del sistema la misma incógnita e igualar las expresiones obtenidas. Como resultado de ello se obtiene una ecuación con una incógnita para resolver.

Método de sustitución

Consiste en despejar una de las incógnitas en una ecuación y sustituir la expresión obtenida en la otra, De esta manera se obtiene una ecuación con una incógnita que una vez resuelta nos proporciona los valores de dicha incógnita. Sustituyendo estos valores en la expresión obtenida al despejar la otra incógnita, permite encontrar la solución buscada.

Método de reducción

Consiste en multiplicar una o ambas ecuaciones por algún número de forma que obtenemos un sistema equivalente al inicial en el que los coeficientes de las x o de las y sean iguales pero con signo contrario. A continuación se suman las ecuaciones del sistema para obtener una sola ecuación de primer grado con una incógnita. Una vez resuelta esta, resuelta esta, hay dos opciones para hallar la otra incógnita: una consiste en volver a aplicar el mismo método; la otra es sustituir la incógnita hallada en una de las ecuaciones de sistema y despejar la otra.

3.3. TEORÍA ANTROPOLÓGICA DE LO DIDÁCTICO

El objetivo que se pretende en este informe es analizar a partir de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) las experiencias ganadas con los estudiantes, con el fin de destacar los procesos de enseñanza y aprendizaje dados en el transcurso de la práctica pedagógica y teniendo en cuenta el desarrollo cognitivo de los estudiantes apoyándose en sus conocimientos previos, los cuales son el fundamento del aprendizaje significativo.

Antes de dar un paso hacia lo que es la TAD, se hará una descripción de lo que es la didáctica y a lo que refiere conceptos que conforman la TAD con el ánimo de dejar claras las ideas fundamentales de esta teoría, y utilizarla como base para la investigación de la práctica pedagógica.

3.3.1. DEFINICIÓN DE DIDÁCTICA

Bosch, Gascón, Chevallard (2006),

Definen la didáctica de las matemáticas como la ciencia del estudio y de la ayuda al estudio de las matemáticas, donde su objetivo es llegar a describir y caracterizar los procesos de estudio para proponer explicaciones y respuestas sólidas a las dificultades con las que se encuentran todas aquellas personas que se encargan de estudiar y de ayudar al estudio de las matemáticas”.(p. 60)[10]

Por otro lado Brousseau (1993) establece que:

- “La didáctica de la matemática estudia las actividades que tienen por objeto la enseñanza de las matemáticas.
- Los resultados tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos.
- Los tipos de situaciones empleados para enseñarles.
- La producción o el mejoramiento de instrumentos de enseñanza.” [9]

3.3.2. MODELO EPISTEMOLÓGICO DE REFERENCIA (MER)

La TAD le da el nombre de Modelo Epistemológico de Referencia (MER), a la manera de organizar el saber matemático antes de transformarlo en saber enseñar. El MER representa una base firme para analizar las organizaciones matemáticas y didácticas así como para proponer una organización alternativa (Navarro, 2007,p.2).[11]

La TAD propone modelar toda actividad humana mediante una herramienta fundamental llamada praxeología, y considera a la matemática como una actividad humana que puede describirse en términos de Organizaciones Matemáticas (OM) o praxeologías y vínculos entre ellas.

3.3.3. ORGANIZACIONES MATEMÁTICAS (OM)

“La OM está conformada por tareas, técnicas, tecnologías y teorías que surgen como respuesta a un cuestionamiento matemático previo y que se han denominado es su conjunto como Praxeología Matemática”. [11]

En el término praxeología se distinguen dos aspectos que no es posible separar, el primero de ellos es la Praxis, y el otro es el Logos.

3.3.4. LA PRAXIS

Es el nivel de la práctica compuesta por tareas y técnicas, que se refiere generalmente al Saber Hacer.

Para definir el Saber Hacer, es necesario conocer los tres saberes que son:

Saber: Es la parte cognitiva ,encargada de los conocimientos que el alumno adquiere en toda su formación.

Saber Hacer: Es la parte de la aplicación, encargada de la practica que el alumno realiza una vez tenga lo cognitivo (Saber).

Saber Ser: Es la parte de las emociones, encargada del desarrollo humano que el alumno adquiere durante su formación.

TAREAS

Son construcciones institucionales que competen a problemas completos (objetos mismos de la didáctica), se pueden agrupar en tipos y géneros según el grado de extensión de las mismas.

Una tarea es la acción sobre un objeto particular, un tipo de tareas es la acción que puede recaer sobre un diverso tipo de objetos y por último, los géneros de tareas son aquellas en las que se menciona la acción pero no se especifica el objeto sobre el que ésta recae.

Por ejemplo, Un género de tareas no existe más que bajo la forma de diferentes tipos de tareas, cuyo contenido está estrechamente especificado. Calcular es, un género de tareas; pero calcular el valor (exacto) de una expresión numérica conteniendo un radical es un tipo de tareas, lo mismo que calcular el valor de una expresión conteniendo la letra x cuando se da a x un valor determinado.

TÉCNICAS

El segundo elemento que forma la praxis está representado por técnicas las cuales son la forma de llevar a cabo las tareas, en algunas ocasiones la técnica es sinónimo de algoritmo. Además, se refieren a la relación existente entre un tipo de tareas y la manera de realizarlas. Éstas pueden funcionar para ciertas tareas de ese tipo, esto es, tiene un alcance determinado, siendo necesario para su resolución crear otra más compleja, o sea, hacerla evolucionar.

3.3.5. EL LOGOS

El logos es el discurso razonado de la práctica, conformado por las tecnologías y las teorías.

TECNOLOGÍA

En el nivel del logos, se encuentra el tercer elemento que forma a la praxeología, la tecnología, la cual permite describir, explicar y justificar a partir de fundamentos formales de la matemática el por qué una técnica funciona. Además, si se maneja adecuadamente,

puede dar lugar a nuevas técnicas.

TEORÍAS

El cuarto elemento que forma a la praxeología es la teoría, explica la tecnología, como la tecnología explica la técnica. Es un nivel más profundo de explicación, más cerca del saber sabio. El saber sabio se refiere al conocimiento científico, este elabora su propio discurso, que suele comunicarse mediante un lenguaje científico. González y Díaz, 2008, p 84.[12]

Las praxeologías se clasifican en cuatro categorías de acuerdo con el grado de complejidad de sus componentes.

3.3.6. PRAXEOLOGÍAS

PRAXEOLOGÍAS PUNTUALES

Es donde se observa un único tipo de tareas soportadas por una técnica o por una tecnología y por una teoría.

PRAXEOLOGÍAS LOCALES

Son varias praxeologías puntuales es decir diferentes tipos de tareas que se centran en una tecnología determinada.

PRAXEOLOGÍAS REGIONALES

Organizaciones varias que ahora se conforman alrededor de una teoría.

PRAXEOLOGÍAS GLOBALES

Se da por la agregación de varias organizaciones regionales de diversas teorías.

Capítulo 4

METODOLOGÍA

4.1. POBLACIÓN

Antes de analizar el lugar donde se llevará a cabo la práctica pedagógica, se tiene en cuenta qué conocimiento se pretende enseñar, con qué objetivo y bajo qué condiciones, es decir que metodología se utilizará, en este último aspecto está inmerso el contexto, el cual es muy importante para los procesos de enseñanza y de aprendizaje, ya que relaciona el entorno social, familiar y escolar en donde se desenvuelven los estudiantes.

Tomando como eje central el tema de los *Sistemas de Ecuaciones Lineales*, surge el interés de realizar la práctica pedagógica con estudiantes que estén cursando el grado noveno, puesto que el tema que se pretende desarrollar está establecido por estándares, además en este grado se supone que los estudiantes cuentan con los conocimientos previos con los cuales pueden llegar a introducirse en el tema. Con el tema de Sistemas de Ecuaciones Lineales, se concentrará la atención en los métodos que los estudiantes utilizan para solucionar dichos sistemas sin conocer los métodos de solución que se enseñan.

El objetivo fundamental de la práctica pedagógica es contribuir al desarrollo del pensamiento de los estudiantes y fortalecer sus conocimientos previos, haciendo uso del constructivismo y el aprendizaje significativo. En este sentido los estudiantes tendrán que

descubrir o crear a partir de sus conocimientos previos formas de resolver lo que para ellos inicialmente es un problema, pero que si tuvieran toda la teoría, este se convertiría en un ejercicio.

Las condiciones de trabajo se definen de acuerdo con el resultado del taller diagnóstico y se llega a un acuerdo interno que se hace con los estudiantes, a lo que se denomina *contrato didáctico*, con el fin de que las actividades y todos los procesos a desarrollar se efectúen de la mejor forma, respetando los espacios entre estudiantes y maestro.

El contrato didáctico es parte de todos los procesos de enseñanza y aprendizaje, que se conoce como el resultado de un acuerdo entre profesor y estudiantes para regular los comportamientos entre los actores del proceso en el aula.

En el desarrollo de la práctica intervienen los aspectos culturales y sociales que rodean a los estudiantes, los cuales son jóvenes pertenecientes a la Institución Educativa Los Comuneros, ubicada en la Comuna 6 de la ciudad de Popayán, capital del Departamento del Cauca, entre los Barrios: Los Comuneros, Primero de Mayo y Alfonso López.

Esta institución tiene como propósito desarrollar actitudes y aptitudes matemáticas en los estudiantes que les permitan utilizar las diferentes herramientas para formular y resolver problemas que requieran de algoritmos y aquellos que se salen de lo tradicional, para incluir un contexto. (LOS COMUNEROS, 2010)[3]

4.2. INVESTIGACIÓN DE INTERVENCIÓN

La intervención en el aula permitió investigar los desarrollos cognitivos de los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa los Comuneros, partiendo de un taller diagnóstico con el cual se intenta encontrar fortalezas y debilidades en los temas abordados en grados anteriores (grado octavo), con el fin de estimular habilidades y subsanar

obstáculos del grupo en general. Una vez fue aplicado éste, se reflexionó acerca de los resultados obtenidos por los estudiantes. Dentro de lo obtenido se hallan dificultades para realizar problemas algebraicos, es decir los estudiantes no comprendían y no asimilaban los conocimientos que se hallaban presentes, entonces se procede a formalizar los conceptos que fueron un obstáculo para realizar la actividad, cabe destacar aquí que una de las razones para no resolver en su totalidad el taller, fue que iniciaban el año escolar, es decir los estudiantes llegaban de una etapa de vacaciones, así que es normal el olvido de algunos conceptos.

Cuando aquí se habla de obstáculos, se refiere a limitaciones que tienen las personas para construir el conocimiento. Se observan errores como los siguientes en la **tabla 1**. Los errores son entendidos como fallan a la hora de la aplicación de los conocimientos cuando se suponen ya comprendidos.

Tema	Dificultad	Ejemplo
Divisibilidad	Sacarle mitad a un número impar	243 mitad 122
Propiedades de potencia	Se logró la descomposición pero no se llegaba a $a^{n+m} = a^n + a^m$	243^{3^5}

Cuadro 4.1: Tabla 1.

Después de retomar los temas visto en años anteriores, y practicar sobre ellos, se inicia la introducción a los temas anteriores a los Sistemas de Ecuaciones Lineales, en principio, el Plano Cartesiano y las Ecuaciones de la recta, con el objetivo de recordar como ubicar puntos, e identificar las ecuaciones de las rectas y sus características.

El tema introductorio a la función lineal, como lo es el plano cartesiano se trabajó con un juego en el que se necesita la ubicación horizontal y vertical, este juego se llama Código, consiste en llenar las casillas vacías y encontrar el criterio con que se deben colocar los números, posteriormente se halla el valor de las letras A,B,C, que se encuentran en las casillas del Código. Véase tabla 2.

	12			
A		B		25
			34	
		43		
51				C

Cuadro 4.2: Tabla 2.

El tema del Plano cartesiano se trabajo además con una actividad llamada Batalla Naval, la cual fue de agrado para los estudiantes ya que les implico trabajo manual para llevarla a cabo. Esta actividad tuvo como fin fortalecer la ubicación de puntos en el plano, y a su vez la presentación de un ejercicio de una forma diferente.

4.2.1. ANÁLISIS DE LOS DATOS

El objetivo del informe de la práctica pedagógica es analizar los procesos que realizaron los estudiantes en busca de la solución de un problema que se les planteó, sin contar con la teoría necesaria para resolverla pero, contaban con los conocimientos suficientes, es decir los conocimientos previos que les permiten deducir aspectos importantes.

Dicho problema es el siguiente:

“María y su hija Sara tienen en la actualidad 56 años entre las dos. Si dentro de 18 años Sara tendrá 5 años más que la mitad de la edad de su madre, ¿Qué edad tiene actualmente cada una?”.

Antes de presentar este problema los estudiantes ya habían trabajado temas como Ecuaciones de la recta, Función lineal, Función afín, Sistemas de Ecuaciones Lineales y el Método de solución gráfico. A continuación se analizarán los procedimientos que llevaron a cabo los estudiantes de grado noveno; para ello primero se consideran las condiciones de trabajo para esta actividad:

- Los estudiantes se organizan en grupos de trabajo de manera libre, es decir pueden elegir de acuerdo a sus convicciones. Algunos de los estudiantes deciden trabajar solos, ya que esto, según su criterio, les permite pensar mejor las estrategias de resolución del “problema” ¹
- Los estudiantes transcriben el “problema” del tablero a una hoja de cuaderno.
- Se observa que los estudiantes no se preocupan por entender el problema, sino en encontrar una respuesta rápida y que se ajuste a los datos o información que les brinda el problema.
- Pasados unos minutos los estudiantes manifiestan no entender el ejercicio planteado, convirtiéndose en un problema para ellos. Así que entre el maestro practicante y estudiantes se realiza una lectura lenta y detallada, que les proporciona a los estudiantes ideas.
- Una de las observaciones que tienen es que la suma de las edades de María y su hija Sara debe ser 56. En lenguaje matemático esto sería M:Edad de María y S:Edad de Sara $M + S = 56$. A pesar de que los estudiantes anteriormente han pasado de lenguaje natural a lenguaje algebraico, no le dan un nombre a las variables en juego ni plantean una ecuación que cumplan con la condición. En contraste con esto, los estudiantes buscan dos números que su total sea 56.

¹Se dice que es un “Problema”, ya que los estudiantes no cuentan con otros métodos para solucionar Sistemas de Ecuaciones Lineales, más que el método gráfico. Si contaran con ellos lo que es llamado “problema” se convierte en un ejercicio.

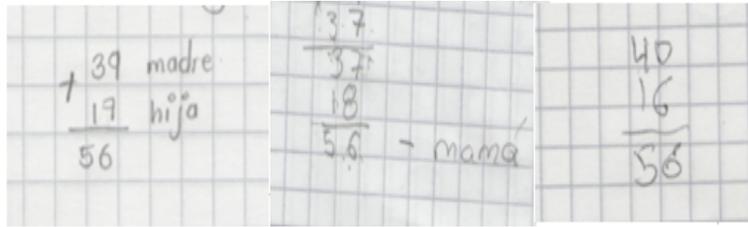


Figura 4.1: Algunas sumas con resultado 56

- En consecuencia de esta observación, una estudiante cae en cuenta de que los dos números buscados no pueden ser los mismos, es decir no se puede dividir 56 entre dos, ya que esto implicaría que María y Sara tienen la misma edad.
- En el momento de incluir las otras condiciones, se observa que la principal dificultad para poder avanzar sigue siendo la comprensión de lectura. Se encuentra que los estudiantes interpretan de diferentes formas la proposición **“Si dentro de 18 años Sara tendrá 5 años más que la mitad de la edad de su madre”**.
- Por ejemplo los estudiantes olvidan que Sara tiene una edad inicial, y solo tiene en cuenta los 18 años que transcurren, y los 5 años más que la mitad de la madre, interpretando en su mayoría que la mitad significa sumar o multiplicar por 2.

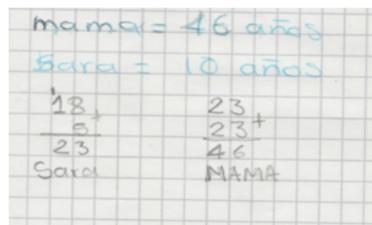


Figura 4.2: Interpretación de la segunda condición del problema

- En la siguiente imagen se observa la claridad que hay en que la suma de las edades debe ser 56, a partir de esto se adicionan 5 años a este resultado, es decir $56 + 5 = 61$, pero esto ocurrirá en 18 años luego se tiene $61 - 18 = 43$. En adelante el análisis que hace la estudiante presenta errores repetidos, dado que utiliza el dato de los 5 años en diferentes ocasiones, para llegar al resultado final que coincide con el dato inicial, en otras palabras, obtiene que María tiene 43 años y Sara 13.

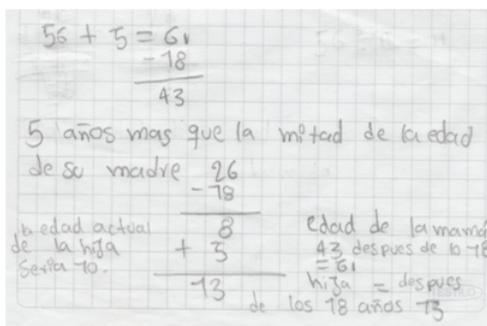


Figura 4.3: Interpretación general del problema

- Este grupo de estudiantes realizan varios intentos por resolver el “problema” planteado, en el primer caso lo intentan resolver por ensayo y error.
- Posteriormente, usan una técnica en la que utilizando la solución correcta, encuentran otra supuesta solución, claro está que no se comprende el hecho de que se utiliza la respuesta como parte de la solución, es decir siguen procediendo por ensayo y error.

4.3. RESULTADOS

El desarrollo de la investigación fue dado por una única tarea, y en torno de esta se encontraron las técnicas, tecnologías, y teorías que le dieron el sustento teórico a lo que realizaron los estudiantes.

A continuación se presenta ordenadamente el análisis del “problema”, las técnicas, las tecnologías y las teorías, las cuales contribuyen a la formación de un conocimiento importante en el álgebra y que además lo es para los estudiantes de grado noveno.

4.3.1. TAREA

La tarea se basa en encontrar la solución al problema ya conocido anteriormente, bajo las condiciones que se han mencionado antes, lo interesante de intentar resolver el problema son las herramientas con las que cuentan los estudiantes y que se esperaba que con eso y

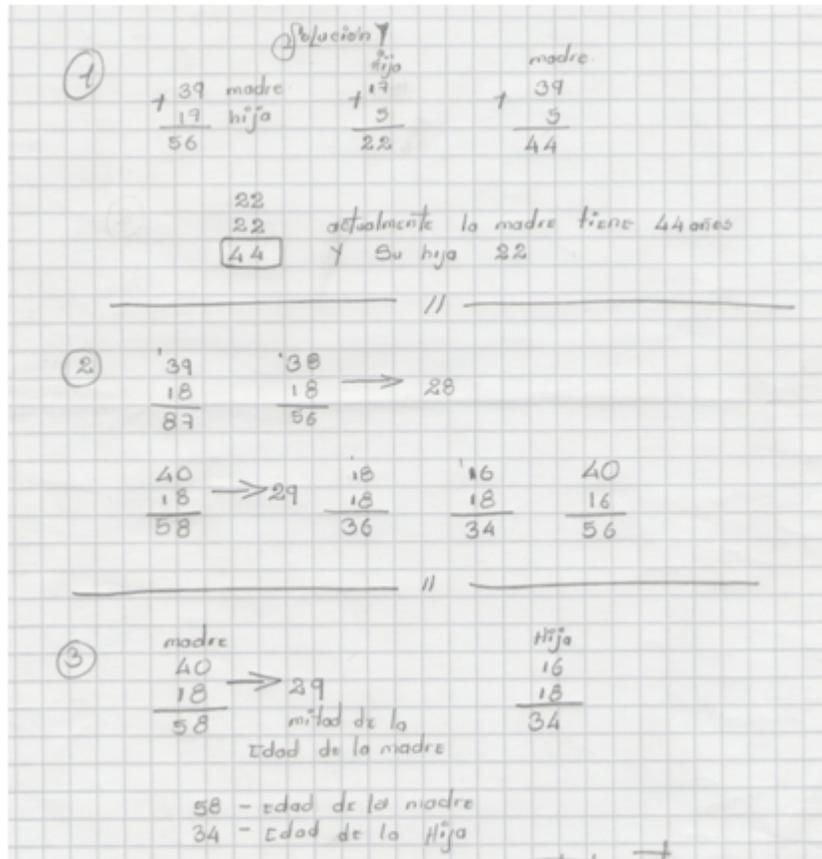


Figura 4.4: Aplicación de la respuesta en la solución del problema

utilizando su creatividad llegaron a acercarse a los métodos de resolución que se conocen para los Sistemas de Ecuaciones Lineales, con excepción del método gráfico, que ya lo conocían. O que también se lograra encontrar una técnica no tradicional, que los llevará a la solución del problema.

4.3.2. TÉCNICAS

Técnica 1: El ensayo y error fue la principal estrategia utilizada por los estudiantes, para resolver el problema planteado. Los intentos por encontrar la solución los llevó a considerar una serie de números que satisficieran la condición establecida al inicio del problema. Está técnica tiene como fondo la evaluación de un polinomio de grado uno.

Técnica 2: Al igual que la técnica anterior se encuentra que a los estudiantes les interesa la primera condición del enunciado del problema, más que las otras. Además una estudiante a diferencia de los demás intenta dar otra perspectiva planteando una ecuación.

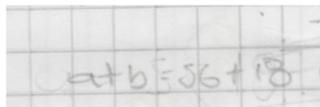
A photograph of a student's handwritten work on a grid background. The equation $a+b=56+18$ is written in black ink.

Figura 4.5: Planteamiento de la ecuación que representa la suma de las edades en la actualidad

4.3.3. TECNOLOGÍAS

Las tecnologías aquí presentes son dos cada una de ellas relacionada a una técnica.

Tecnología 1: Se basa en la teoría de las funciones polinómicas. Las funciones polinómicas son aquellas cuya expresión es un polinomio, como por ejemplo $f(x) = 3x^4 - 5x + 6$. Se trata de funciones continuas cuyo dominio es el conjunto de los números reales.

Tecnología 2: Esta tecnología se basa en la teoría de las ecuaciones de primer grado, la representación del lenguaje natural a lenguaje matemático.

4.3.4. TEORÍAS

Finalmente el proceso de las praxeologías termina encerrado en la teoría general del álgebra lineal. Una vez analizados los datos obtenidos con la intervención en el aula se encuentran dos técnicas importantes desarrolladas por los estudiantes durante el proceso de resolución del “problema planteado”.

Las técnicas se refieren al proceso de relacionar el tipo de tareas y la forma de realizarlas, en este caso a los estudiantes se les dificultó la comprensión de la tarea, así que las técnicas obtenidas no condujeron a la resolución de la tarea. En esta ocasión las técnicas encon-

tradas están asociadas a algoritmos comunes, conocidos por los estudiantes tales como sumas y productos que se sustentan en la evaluación de polinomios, y planteamiento de ecuaciones.

4.4. CONCLUSIONES

Uno de los logros de la intervención en el aula fue la adquisición de una experiencia significativa en aspectos cognitivos relevantes del álgebra y, socioculturales tales como la relación del entorno y la influencia que ha tenido éste para la formación de los estudiantes, tanto el maestro practicante como los estudiantes, se vieron beneficiados durante los procesos de enseñanza y aprendizaje dado por la comunicación horizontal entre los individuos.

Durante el proceso de formación del maestro practicante se ha destacado la importancia de cambiar las marcas del tradicionalismo, intentando formar maestros que implementen nuevas estrategias, sin despreciar el trabajo que ha realizado el modelo tradicional.

Los estudiantes de la Institución Educativa los Comuneros, se ven enfrentados a factores que inciden en su formación académica, tales como situaciones de desplazamiento, trabajo en edades muy tempranas para ayudar con el sostenimiento de sus familias. Además que dentro de sus intereses se encuentran las actividades relacionadas con las manualidades o aspectos artísticos, dejando a las matemáticas como poco atractivas.

Potenciar el desarrollo cognitivo de los estudiantes teniendo como principales actores a los conocimientos previos, refleja en la teoría de aprendizaje significativo, el interés por el progreso en la educación de los individuos y relacionar sus experiencias anteriores con la que están por venir, haciendo una combinación y una unión entre lo que ya conocen y los que están por conocer.

La evaluación se transforma en una forma de más aprehender, dejando de ser únicamente el medio para medir los conocimientos de los estudiantes.

A pesar de no llegar al resultado que se esperaba se encuentra que los estudiantes hacen uso de sus conocimientos previos de manera arbitraria sin darse cuenta que en el fondo de esto se encuentra toda una teoría que encierra estos conocimientos, por otra parte se analiza que para lograr el propósito, los estudiantes deben contar con una estimulación constante que les permita hacer uso de su creatividad como bien dice Ausubel.

La situación propuesta no fue la más indicada para la investigación, ya que requería de analizar varias operaciones e incluir datos que pueden variar según la lógica que le dé cada persona. La situación les permitía en su primera condición hacer combinaciones de números que cumplieran con ésta, teniendo en cuenta que sus respuestas coincidieran con lo que ocurre en la vida real de tal forma que solo consideran las opciones que les parecen más apropiadas.

Lamentablemente no se puede pasar de la primera condición, los estudiantes no logran entender las otras, debido a su complejidad.

Bibliografía

- [1] Zambrano,A.(2002). Definición y pretensión de la pedagogía, Pedagogía, educabilidad y formación de docentes. Grupo Editorial Nueva Biblioteca Pedagógica. S.en C. Cali. Pp.35-38
- [2] Institución Educativa Los Comuneros en la Comuna Seis de Popayán.(2013). Educación para Nutrir la Vida. Acuerdos para la Convivencia. Popayán, Colombia. UNICEF-Colombia.
- [3] Recuperado 17 de Octubre de 2014, de <http://www.slideshare.net/mariobarra/teora-de-las-situaciones>.
- [4] Salazar, Edwin. (2003). Aprendizaje significativo y Organización de la enseñanza. Un modelo basado en la teoría de Ausubel.
- [5] Ministerio de Educación Nacional. (2009). Fundamentaciones y orientaciones para la implementación del Decreto 1290 del 16 de abril de 2009. República de Colombia.
- [6] Gimeno, (1998). “Aproximación al concepto de currículo”. El curriculum en acción. 7 ed. Morata.
- [7] Luzardo, Deivi., y Peña, Alirio.(2006). Historia del Álgebra Lineal hasta los Albores del siglo XX. Maracaibo, Venezuela.
- [8] Zill, Dennis G., y Dewar, Jacqueline M. (1992), Álgebra y Trigonometría, Segunda Edición. Santafé de Bogotá, Colombia: McGraw-Hill.

- [9] https://cdn.educ.ar/dinamico/UnidadHtml_get_6d5b352a-fe08-4185-806e-d918a8da04db/index.html, visitado el 09/06/2014.
- [10] Chevallard Y., Bosch M., y Gascón J. (2006). ESTUDIAR MATEMÁTICAS, El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Ed. Horsori. Barcelona, España.
- [11] <http://tesis.uson.mx/digital/tesis/docs/21209/Capitulo1.pdf>, visitado el 10/06/2014.
- [12] Gonzáles Agudelo, EM., y Díaz Hernández, DP.(2008) Desde el currículo hasta la didáctica o sobre la circulación de los saberes y sus controles en la universidad: un ejemplo en la enseñanza de la medicina. Iatreia.