

RELACIONES QUE EMERGEN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS AI IMPLEMENTAR  
SITUACIONES TIPO LABORATORIO CON ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA DE  
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CARLOS M. SIMMONDS.



Universidad  
del Cauca®

CRISTIAN CAMILO MENESES GAVIRIA  
CESAR AGUSTO SIERRA MAYORGA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
POPAYÁN  
2019

RELACIONES QUE EMERGEN EN EL AULA DE MATEMÁTICAS AI IMPLEMENTAR  
SITUACIONES TIPO LABORATORIO CON ESTUDIANTES DE EDUCACIÓN MEDIA DE  
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CARLOS M. SIMMONDS.

Trabajo de Grado para optar al título de  
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

CRISTIAN CAMILO MENESES GAVIRIA  
CESAR AGUSTO SIERRA MAYORGA

Director

Mg. DUMAS MANZANO FRANCO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
POPAYÁN

2019

Nota de aprobación.

---

---

---

---

---

Director. \_\_\_\_\_

Mg. Dumas Manzano Franco.

Jurado. \_\_\_\_\_

Mg. Sandra Marcela Chito Cerón.

Jurado. \_\_\_\_\_

Mg. Ángel Hernán Zúñiga.

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 2 de mayo del 2019

## Tabla de contenido

|   |    |
|---|----|
| <b>1. Resumen</b> .....   | 8  |
| <b>2. Introducción</b> .....  | 8  |
| <b>3. Planteamiento del problema</b> .....  | 9  |
| <b>4. Referente contextual</b> .....  | 13 |
| <b>4.1. Especificidades de la institución</b> .....   | 13 |
| <b>5. Referente conceptual</b> .....  | 16 |
| <b>5.1. Situaciones tipo laboratorio</b> .....  | 16 |
| <b>5.1.1. Situación</b> .....   | 16 |
| <b>5.1.2. Laboratorio</b> .....   | 20 |
| <b>5.2. Secuencia didáctica</b> .....   | 26 |
| <b>6. Antecedentes</b> .....  | 28 |
| <b>7. Referente metodológico</b> .....  | 33 |
| <b>7.1. Actividades realizadas a lo largo del diseño, implementación y categorización</b> ..... | 35 |
| <b>7.1.1. Indagación</b> .....  | 35 |
| <b>7.1.2. Gestión de espacio</b> .....  | 35 |
| <b>7.1.3. Elaboración de herramientas</b> .....   | 36 |
| <b>7.1.4. Ejecución</b> .....   | 36 |
| <b>7.1.5. Recolección de información</b> .....  | 36 |
| <b>7.1.6. Análisis de información</b> .....   | 37 |
| <b>8. Hacia la construcción de relaciones</b> .....   | 37 |
| <b>8.1. Primera etapa: diseño</b> .....   | 37 |
| <b>8.1.1. Secuencia didáctica</b> .....   | 39 |
| <b>8.1.2. Guía #1</b> .....   | 42 |
| <b>8.1.3. Guía #2</b> .....   | 49 |
| <b>8.1.4. Guía #3</b> .....   | 52 |
| <b>8.1.5. Guía #4</b> .....   | 55 |
| <b>8.2. Segunda etapa: implementación</b> .....   | 56 |
| <b>8.3. Tercera etapa: categorización</b> .....   | 64 |
| <b>8.3.1. Empatía</b> .....   | 67 |
| <b>8.3.2. Motivación</b> .....  | 68 |

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| 8.3.3. Dependencia.....     | 69 |
| 8.3.4. Razonamiento .....   | 70 |
| 9. Reflexiones finales..... | 71 |
| 9.1. Conclusiones .....     | 73 |
| 9.2. Recomendaciones .....  | 74 |
| 10. Bibliografía.....       | 75 |
| 11. Anexos .....            | 78 |

## Lista de tablas

|   |     |
|---|-----|
| Tabla 1: Concepción de las prácticas experimentales, tomado de (Rua y Tamayo, 2012. p.150)                | 23  |
| Tabla 2: Clasificación de Caballer y Oñorbe (1999), tomado de (Rua y Tamayo, 2012. p.151)                 | 23  |
| Tabla 3: Clasificación de Herron (citado por Tamir y García, 1992), tomado de (Rua y Tamayo, 2012. p.151) | 23  |
| Tabla 4: Clasificación de las prácticas de laboratorio  | 24  |
| Tabla 5: objetivos, competencias y contenidos de la secuencia didáctica.                                  | 39  |
| Tabla 6: metodología de la secuencia didáctica.   | 40  |
| Tabla 8: categorización diario de campo 1   | 92  |
| Tabla 9: categorización diario de campo 2   | 99  |
| Tabla 10: diario de campo 3   | 104 |
| Tabla 11: diario de campo 6   | 108 |
| Tabla 12: relaciones  | 111 |
| Tabla 13: matriz de marco lógico  | 115 |

## Lista de imágenes

|   |    |
|---|----|
| Imagen 1: organización de los grupos.                                       | 57 |
| Imagen 2: desarrollo de la actividad.                                       | 58 |
| Imagen 3: explicación de la actividad.                                      | 59 |
| Imagen 4: respuestas de los estudiantes.                                    | 61 |
| Imagen 5: desarrollo de actividad de la segunda guía.                       | 62 |
| Imagen 6: datos tomados por los estudiantes.                                | 62 |
| Imagen 7: respuestas de los estudiantes a las preguntas de la segunda guía. | 63 |
| Imagen 8: desarrollo de la última guía.                                     | 64 |
| Imagen 9: ejemplo del proceso de caracterización:                           | 66 |

### **Agradecimientos.**

Nos queda difícil escribir cada cosa por la cual debemos retribuir a nuestros padres, pues hay tanto por agradecerles que no nos resta más que dar nuestra infinita gratitud

Agradecemos a la institución por abrirnos sus puertas, a los profesores de la institución, en particular a la profesora Liliana por brindarnos un espacio en sus clases, a los estudiantes por su disposición y participación

Agradecemos a los profesores de la universidad del Cauca que nos compartieron sus conocimientos y nos motivaron en transcurso de la carrera.

Agradecemos a nuestros compañeros de la carrera, quienes hicieron agradable esta etapa de nuestras vidas, por apoyarnos en momentos no eran los mejores, las colaboraciones grupales y muchas otras cosas.

Un agradecimiento especial a nuestro director de practica Dumas Manzano Franco por guiarnos en este proceso, Pues nos aportó sus conocimientos, su tiempo, siempre estuvo dispuesto para aclarar nuestras inquietudes y dar sus sabias sugerencias y por estar siempre presente en este proceso de práctica.

Finalmente agradecemos a cada una de las personas que directa o indirectamente contribuyeron para que en la actualidad estemos escribiendo esto, pues a pesar de que es difícil mencionar a todos, quienes nos aconsejaron, brindaron su apoyo tanto profesionales como personales. De todo corazón les damos las gracias.

## 1. Resumen

En un proceso de acercamiento a la realidad institucional conocido como proceso de inmersión, llevado a cabo en la institución Carlos M. Simmonds se comprobó que en el aula de matemáticas se sigue un esquema similar al expuesto por Cotton (1998); fruto de la inmersión se plantea un proyecto de investigación, el cual mediante la construcción de un tipo de situaciones se logre tener un efecto directo sobre el esquema observado. El tipo de situaciones que se plantean; nombradas como “situaciones tipo laboratorio” han sido diseñadas a partir de especificidades del ministerio de educación nacional y de la institución educativa con el objetivo de describir las relaciones que emergen al ser implementadas con los estudiantes.

**Palabras clave:** situaciones tipo laboratorio, relaciones.

## 2. Introducción

En observaciones realizadas en aulas de clase de Inglaterra, Cotton (1998) distinguió que una clase de matemáticas comúnmente tiene un esquema que consta de dos partes, la primera donde el profesor presenta las ideas matemáticas, y la segunda donde los estudiantes ejercitan las ideas mediante la resolución de ejercicios, lo cual conlleva a que las clases sean esquemáticas; en cuanto a esto, actualmente existen diferentes herramientas que precisamente buscan una menor esquematización de las aulas de matemáticas, una de estas son los laboratorios de matemáticas; no obstante, los trabajos que hacen referencia a estas herramientas, se han realizado en grados de escolaridad de primaria; en este sentido, este trabajo se plantea describir las relaciones que emergen en el aula de matemáticas al implementar situaciones tipo laboratorio con estudiantes de educación media de la institución educativa Carlos M. Simmonds; en relación con lo anterior, este trabajo se constituye de la siguiente manera:



en primer lugar, se encuentra el planteamiento del problema en el que se despliegan los objetivos específicos y objetivo general; en segundo lugar, el referente contextual, en el cual se exponen las características relevantes de la institución educativa Carlos M. Simmonds; en tercer lugar, se presenta el referente conceptual, en el que se delimita cada unidad de análisis que y así definir “situación tipo laboratorio”; en cuarto lugar, se muestra cada componente del referente metodológico, describiendo cada actividad que hizo parte del trabajo; en séptimo lugar, se exhibe el desarrollo y progreso de cada una de las etapas del trabajo concluyendo con las relaciones encontradas y finalmente se presenta el capítulo de reflexiones, que consta de conclusiones acerca de la experiencia de la práctica y del trabajo en sí mismo y se dan algunas recomendaciones.

### **3. Planteamiento del problema**

En el transcurso del tiempo, el Ministerio de Educación Nacional, en adelante MEN se ha preocupado por alcanzar una educación de calidad, causa de esta preocupación, ha construido herramientas para que las entidades territoriales diseñen estrategias con el fin de apoyar a las instituciones en la búsqueda de la calidad. Una de estas herramientas son los estándares básicos de competencias que son referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida escolar. Se comprende estándar “como un criterio claro y público que permite juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto cumplen con unas expectativas comunes de calidad” (MEN, 2006, p49); estos estándares fueron creados para todos los niveles de primaria y secundaria y comprenden áreas importantes del conocimiento entre las cuales se encuentran las matemáticas.

Según el MEN la calidad de la educación matemática está relacionada con la expresión “ser matemáticamente competente”, es decir, que para la búsqueda de la calidad se deben alcanzar competencias matemáticas, comprendiendo competencia “como conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, 2006, p49). En cuanto a esta premisa es claro que para el MEN (2006) “las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos” (p.9).

Por otro lado, el MEN ha creado una nueva herramienta denominada “derechos básicos de aprendizaje” (DBA) que a partir del 2015 se dirigieron a la comunidad educativa, teniendo una segunda versión en el 2017, cuya implementación se hace a través de las mallas de aprendizaje planteadas en el mismo año. Los DBA son un conjunto de saberes fundamentales (DBA, 2015) que explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular, además, de guardar una coherencia con los estándares básicos, dado que estos se materializan con los DBA. En esta medida, el MEN establece que los DBA son “una estrategia para promover la flexibilidad curricular, puesto que definen aprendizajes amplios que requieren de procesos a lo largo del año y no son alcanzables con una o unas actividades” (p.6).

Las herramientas suministradas por el MEN no se deben tomar como una guía estricta, sino que se debe articular con los enfoques, metodologías, estrategias y contextos definidos en cada establecimiento educativo, en el ámbito de los proyectos educativos institucionales y los planes de mejoramiento. Si bien estas herramientas se estructuran para cada grado, el maestro puede

ajustarlas de acuerdo a las necesidades que se presenten en los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Si bien, la comunidad docente dispone de herramientas brindadas por instituciones formadoras y el MEN que pretenden contribuir con el quehacer docente; la realidad muestra una estructura en los procesos de enseñanza y aprendizaje similar a la identificada por Cotton (1998) quien en observaciones realizadas en salones de clase en Inglaterra, distinguió que una clase de matemáticas comúnmente se divide en dos partes, la primera donde el profesor presenta las ideas matemáticas, y la segunda donde los estudiantes ejercitan las ideas mediante la resolución de ejercicios (como se cita en Skovsmose, 2000), estas distinciones de Cotton no son lejanas a la realidad educativa de las instituciones colombianas; muestra de ello son las observaciones realizadas en la institución educativa Carlos M Simmonds; estas observaciones que fueron posibles gracias a un proceso de inmersión<sup>1</sup>, permitieron identificar un esquema inmerso en el aula de matemáticas, el cual, posiblemente se presenta por querer cumplir contenidos y optimizar los tiempos. Este esquema, similar al expuesto por Cotton consiste en que el profesor exhibe el tema matemático, ilustra unos ejemplos, propone ejercicios similares, deja un taller y por último se evalúa (generalmente) de forma escrita.

En relación a los problemas que se encuentran en el aula matemáticas y al tratar de buscar alternativas, han surgido diversos investigadores en educación matemática que han aportado herramientas y propiciado la generación de diversos ambientes que posibilitan el aprendizaje, entre estos podemos encontrar a: Brosseau (1998) con la teoría de las situaciones didácticas,

---

<sup>1</sup> La inmersión es un proceso en el cual se permite tener un acercamiento a la realidad educativa, una etapa de observación donde se buscan problemáticas de la institución o más específicas dentro del aula para desarrollar un ejercicio investigativo respecto a estas.

Skovsmose (2000) con los escenarios de investigación, Nielse, Patronis y Skovsmose (1999) con el trabajo por proyectos, entre otros.

De lo anterior, se consideran importantes las herramientas aportadas, pues, son estrategias distintas a las tradicionales y ayudan en el proceso de aprendizaje del estudiante; en esta medida, el trabajo se arriesgó a plantear una estrategia que vaya en dirección a las herramientas aportadas; esta estrategia consiste en la creación de unas situaciones que se denominaran situaciones tipo laboratorio, las cuales se detallaran más adelante.

Respecto al esquema tema-ejercicio-evaluación observado en la institución educativa Carlos M. Simmonds, se considera necesario tener en cuenta las herramientas que se han aportado y examinar otro tipo de estrategias que permitan generar dinámicas distintas en el aula. Por lo anterior, desde lo observado y teniendo en cuenta las posibilidades de acercamiento directo a las aulas de clase que permite la práctica pedagógica, se reflexionó en torno a:

*¿Qué relaciones emergen en el aula de matemáticas al implementar situaciones tipo laboratorio con estudiantes de educación media de la institución educativa Carlos M. Simmonds?*

En el sentido anterior el trabajo pretende describir las relaciones que emergen en el aula cuando los estudiantes interactúan con ese tipo de situaciones, y mostrar posibles bondades con esta manera de construir conocimiento; en este orden de ideas se planteó como objetivo *Describir las relaciones que emergen en el aula de matemáticas al implementar situaciones tipo laboratorio con estudiantes de educación media de la institución educativa Carlos M. Simmonds*. Para lograrlo es necesario cumplir las siguientes etapas que se materializaron en los siguientes objetivos específicos:

1. Diseñar situaciones tipo laboratorio.
2. Implementar las situaciones diseñadas, con los estudiantes de la institución educativa Carlos M Simmons.
3. Caracterizar las relaciones que emergen en la implementación de las situaciones.

#### **4. Referente contextual**

##### **4.1. Especificidades de la institución**

La Institución educativa Carlos M. Simmonds está ubicada en la carrera 9°No. 73N-2 - 27, EL Placer, comuna 2, Popayán; limitada al norte con el colegio Técnico COMFACAUCA , al sur con la estación de gasolina Calibío, al sur con el asentamiento humano la Primavera y al oriente cruzando Vía Panamericana, actualmente se ubica el centro comercial terraplaza.

la mayoría de los estudiantes provienen de barrios cercanos tales como: El Placer, Bello Horizonte, La Aldea, La Paz, Cruz Roja, El Uvo, Matamoros, La Arboleda, san Ignacio, asentamientos Humanos: Rinconcito Primavera; la Primavera; veredas: las Guacas, El Cabuyo, lame, Florencia, La Cabuyera, Rio Blanco, la Rejoya, Gonzales entre otras.

Por otro lado, el estrato socioeconómico de los estudiantes esta entre 1, 2 y 3, siendo la mayor población de estrato 1, siguiendo el estrato dos y pocos de estrato 3, en cuanto a los padres de familia, una mayoría se dedican a labores como la agricultura, vigilancia, conducción de vehículos de transporte, construcción entre otros y las madres se dedican a oficios domésticos, el denominado rebusque, entre otros.

En relación con la historia de la institución, se encuentra que fue fundada el 13 de octubre de 1959 y funcionaba en el salón comunal, bajo la dirección de la Señora: BLANCA GARCES. Es así como después de algunos años y gracias a la donación de un lote por el Señor Edgar

Simmonds Prado, se comenzó construir la escuela con el apoyo de varias entidades para en 1970 iniciar su funcionamiento en la sede actual.

Actualmente la planta física cuenta con 38 salones, una sala para dirección, biblioteca, auditorio, sala de computo, cancha de básquetbol y zonas verdes que permiten una vista confortante.

En cuanto a recursos humanos, cuenta con 63 profesores especializados en las diferentes áreas del conocimiento, cuatro Directivos, pagadora, secretaria y una portera que satisface en parte las necesidades de la institución. Los docentes se caracterizan por tener vocación, generar expectativas en cuanto al aprendizaje en los estudiantes, por ser potenciadores de dinámicas diferentes. Los estudiantes según los objetivos de la institución, se deben caracterizar por su trabajo constante, su participación, su vocación, sus actitudes positivas y finalmente por su compromiso y sentido de pertenencia.

A cerca del horizonte institucional, la comunidad educativa concerniente a esta institución, lo define en el proyecto educativo institucional de la siguiente manera:

**Misión:** La institución educativa Carlos M. Simmonds trabaja en la formación integral de sus educandos a través de la calidad académica, inculcando los valores humanos y la capacidad de construir un proyecto de vida que redunde en la transformación positiva de su comunidad.

**Visión:** En el año 2020, Carlos M. Simmonds será una institución educativa incluyente, de alta calidad y pertinencia que trabajará siempre por la formación integral de sus estudiantes y el desarrollo social de su comunidad a través de su labor pedagógica, cultural, ambiental, social, deportiva y tecnológica.

Cabe resaltar que, en la institución, se ha establecido las funciones de los funcionarios que la constituyen, de tal manera que cada integrante aporte a la construcción de una institución que contribuya a una educación de calidad.

Es en este sentido que, teniendo en cuenta el proyecto educativo institucional, la institución ha construido planes de asignatura que contribuyen al cumplimiento del horizonte de la I.E. Es en este mismo plan de asignatura que se establecen estrategias metodológicas para abordar las orientaciones pedagógicas, Estas estrategias se describen de la siguiente manera:

- Desarrollo de talleres dirigidos de cada uno de los temas.
- Revisión y corrección de talleres.
- Salidas al tablero.
- Trabajo individual y por grupos.
- Explicación individual de fallas en el conocimiento detectadas en la realización de talleres y exámenes.
- Realización y desarrollo de talleres de refuerzo.
- Mini proyectos basados en situaciones reales

Teniendo en cuenta las pautas que competen a la institución, en la etapa de diseño del trabajo, se tuvieron en cuenta el plan de asignatura, las orientaciones pedagógicas<sup>2</sup> y las estrategias metodológicas, en este sentido, se hizo una revisión de las orientaciones pedagógicas para grado once, se determinó las temáticas del periodo en el que se haría la inmersión, las cuales estaban centradas en la competencia “Analiza algebraicamente funciones lineales, cuadráticas, radicales, racionales, definidas a trozos, exponenciales y logarítmicas, encuentra su dominio y su rango”

---

<sup>2</sup> Son referentes para guiar con calidad la actividad pedagógica en una determinada área fundamental y obligatoria.

## **5. Referente conceptual**

### **5.1. Situaciones tipo laboratorio**

trabajo se fundamenta en el diseño de situaciones tipo laboratorio, con las cuales se construyen relaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula de matemáticas, por tanto, es importante definir que es una situación tipo laboratorio. Inicialmente se realizó una búsqueda sin éxito, se trató de encontrar su definición y trabajos desarrollados con estas situaciones; la búsqueda únicamente arrojó trabajos relacionados con laboratorios en matemáticas. Por esta razón, en el trabajo se arriesga una definición que se deriva de sus partes constituyentes; en este caso: “situación” y “laboratorio”.

#### **5.1.1. Situación**

Dependiendo del contexto, la palabra situación puede tomar diversos sentidos; por ejemplo, esta palabra sirve para indicar un lugar o espacio, el estado de algo o alguien, posición social o económica, o se puede entender como un conjunto de factores o circunstancias que afectan a alguien o algo en un determinado momento<sup>3</sup>; por otro lado, la teoría de la comunicación la define como el momento o espacio en el que tiene lugar la comunicación. Sin embargo, dado el ámbito educativo en el que se encuentra este trabajo, se abordara interpretaciones desde este campo.

En primera instancia se puede mencionar a Jonnaert (1996), quien comenta que “los pedagogos definían con frecuencia situación, como una categoría de actividades propuestas a los estudiantes al mismo título que los ejercicios sistemáticos, los problemas propuestos y

---

<sup>3</sup>Estas acepciones de la palabra situación fueron tomadas del diccionario de la Real Academia Española.



sus soluciones, las actividades de síntesis o de estructuración, las situaciones de creatividad” (p.234).

Según Jonnaert, Barrette, Masciorta y Yaya (2008) las situaciones son uno de los pilares para el desarrollo de las competencias, pues estas constituyen la base y el criterio de la competencia; y de acuerdo a esto Jonnaert (2002) expresa que:

Las competencias no pueden definirse sino en función de situaciones, están tan situadas como los conocimientos en un contexto social y físico. El concepto de situación se vuelve el elemento central del aprendizaje: es en situación que el alumno se construye, modifica o refuta los conocimientos contextualizados y desarrolla competencias a la vez situadas. Se trata de un proceso determinante para el aprendizaje escolar. (p.76)

En relación con esto, para Jonnaert se está en situación cuando la persona desarrolla la competencia, y según él si esta situación se trata eficazmente, una persona puede declararse competente.

En segunda instancia se puede encontrar a Gerard Vergnaud, quién destaca las situaciones, pues es un concepto clave en su teoría de campos conceptuales. Para Vergnaud, citado por Moreira (2002), el concepto de situación tiene el carácter de tarea y toda situación compleja puede ser analizada como una combinación de tareas, para las cuales es importante conocer su naturaleza y sus obstáculos. Pues una tarea, desarrolla o moviliza procesos cognitivos y estos a su vez dirigen acciones, es decir respuesta de los sujetos.

Según Vergnaud los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto son función de las situaciones, además, destaca dos ideas principales con relación al sentido de situación:

variedad e historia, Esto es, en un cierto campo conceptual existe variedad de situaciones y los conocimientos de los alumnos son moldeados por las situaciones que encuentran y progresivamente dominan, particularmente por las primeras situaciones susceptibles de dar sentido a los conceptos y procedimientos que queremos que aprendan (como se cita en Moreira, 2002). De acuerdo con Vergnaud (1996) “muchas de nuestras concepciones vienen de las primeras situaciones que fuimos capaces de dominar o de nuestra experiencia al intentar modificarlas” (p.117).

En tercera instancia, se puede mencionar a Brousseau (1999) ya que en su libro *Iniciación a la Teoría de las Situaciones Didácticas* expresa:

Hemos llamado “situación” a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición “anterior” de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial<sup>4</sup>. (p.16)

De acuerdo a esto Brousseau hace la observación de que la palabra situación sirve para describir tanto el conjunto de condiciones que enmarcan una acción, como uno de los modelos que sirven para estudiarla.

---

<sup>4</sup>Pérez (1982) caracteriza esta génesis artificial de la siguiente manera (citado por Gálvez, 1994): El camino que hemos seguido consiste en construir un proceso de aprendizaje en el que el conocimiento no es ni directa ni indirectamente enseñado por el maestro, sino que debe aparecer progresivamente en el niño a partir de múltiples condicionantes estructurales: es el resultado de confrontaciones con cierto tipo de obstáculos encontrados durante la actividad. Son las múltiples interacciones en el seno de la situación las que deben provocar las modificaciones en el alumno y favorecer la aparición de los conceptos deseados... Si el conocimiento que se quiere que los alumnos aprendan debe aparecer en la exacta medida en que llega a ser un instrumento necesario para adaptarse a una situación problemática (las estrategias utilizadas espontáneamente se revelan ineficaces), todo el esfuerzo del análisis en didáctica debe concentrarse en esta situación.

Para Brousseau una situación es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado, donde el sujeto dispone de sus conocimientos para tomar decisiones que le permitan alcanzar un estado favorable en este medio, y donde el medio es considerado un subsistema autónomo, antagonista al sujeto; y solamente el funcionamiento y el desarrollo efectivo de la situación pueden producir un efecto de enseñanza

Brousseau postula que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación de un medio con el cual interactúa pues “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, y desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana” Brousseau (1986); el medio ya sea físico, social, cultural, u otro juega un papel importante, ya que como lo dice Brousseau es determinante en la obtención de conocimientos. Sin embargo, aunque el funcionamiento y el desarrollo efectivo de la situación pueden producir un efecto de enseñanza, Brousseau señala como un supuesto el aprendizaje que se logra con la adaptación al medio, por lo cual es necesario hacer un estudio de la evolución de la situación dado que según él los conocimientos se manifiestan esencialmente como instrumentos de control de las situaciones.

En cuarta instancia, sobre el concepto situación encontramos a Ole Skovsmose quien no precisamente habla como tal de situación, pero si de un concepto que deriva de este. Skovsmose (2000) habla de escenarios de investigación y los define como “una situación particular que tiene potencialidad de promover un trabajo investigativo y de indagación” (p.5), adicionalmente Manzano (2016) menciona que:

Los escenarios de investigación parten de un contraste que establece Skovsmose (2000) entre la clase de matemáticas desde el paradigma del ejercicio, la cual se basa según Cotton (1998) en una presentación de ideas y técnicas para posteriormente trabajar ejercicios seleccionados

por una autoridad externa que puede ser el profesor, el libro de texto o algún ambiente dinámico mediado por computador; por otro lado, un enfoque investigativo en donde se rompen las autoridades del aula, pues, el tipo de respuestas dadas por los estudiantes no están premeditadas, por el contrario, son variadas; las autoridades no son el texto ni el profesor sino el estudiante que hace parte de un proceso de indagación desde su decisión en la participación del proceso. (Manzano, 2016, p.34)

Los escenarios de investigación “invitan<sup>5</sup> al estudiante a formular preguntas y a buscar explicaciones” (Skovsmose, 2000, p.6) y “solo se constituye como tal si los estudiantes aceptan la invitación” (p.8).

En relación con lo anterior; según Manzano (2016) una situación no es suficiente para constituir un escenario de investigación, pues esta además de promover un trabajo investigativo y de indagación, debe ser aceptada por el estudiante, es decir; el estudiante debe aceptar la invitación a participar de una determinada situación.

### **5.1.2. Laboratorio**

Por lo general, se hace mención de laboratorios o situaciones experimentales cuando se trabaja con ciencias tales como la física, la biología o la química entre otras; pero en el ámbito de la investigación, el concepto de laboratorio tiene diversas connotaciones como afirman Espinosa, González, Hernández (2010) “La práctica en el laboratorio toma diferentes nombres sin necesidad de cambiar su concepción, estos significados dependen del contexto en el cual se esté inmerso” (p.268). es así como algunas de las concepciones de laboratorios se presentan a continuación:

---

<sup>5</sup> La invitación está representada en la expresión de la profesora ¿qué sucede si...? Y la aceptación de la invitación por parte de los estudiantes se puede reconocer por las expresiones ¡sí! y ¿qué puede suceder si...?

Para la RAE, define laboratorio como “Lugar dotado de los medios necesarios para realizar investigaciones, experimentos y trabajos de carácter científico o técnico”, Así como también lo define como “Realidad en la cual se experimenta o se elabora algo”.

Otras acepciones que se pueden encontrar en la internet conllevan características como las mencionadas en el sitio web de la universidad politécnica de San Luis Potosí en donde se afirma que un laboratorio consiste en Establecer un espacio apropiado en donde se desarrolle y compruebe la técnica y la ciencia para que con todos los recursos necesarios se revise lo planteado por la teoría, la comprobación de conceptos y la simulación de fenómenos naturales.

Por otro lado, en el ámbito de la educación se consideran acepciones de laboratorio para su uso didáctico en la enseñanza de diferentes ciencias. En este sentido, para Espinosa et al. (2010) “se debe tener presente que referirse al laboratorio no debe limitarse únicamente a un espacio físico”, ya que para ellos, citando a Marín (2008) “la gran mayoría de los docentes se reducen a pensar en la realización de actividades experimentales, limitándose a la existencia de un lugar físico establecido y a los materiales, que en ese lugar se ubican” (p.268), es decir se siguen estrictamente pautas de lo que es un laboratorio, tales como limitarse a un espacio con herramientas y procedimientos dados. “lo cual refleja una visión reduccionista del trabajo práctico que asocia prioritariamente la actividad experimental a espacios materialmente físicos con una ubicación claramente definida” (Espinosa et al. 2010, p.268). Por esta razón, se considera que

La implementación de las prácticas de laboratorio implica un proceso de enseñanza-aprendizaje facilitado y regulado por el docente, el cual debe organizar temporal y espacialmente ambientes de aprendizaje para ejecutar etapas estrechamente relacionadas que le permitan a los estudiantes, realizar acciones psicomotoras y sociales a través del trabajo

colaborativo, establecer comunicación entre las diversas fuentes de información, interactuar con equipos e instrumentos y abordar la solución de los problemas desde un enfoque interdisciplinar-profesional [...], las prácticas de laboratorio concebidas como estrategias didácticas, deben permitirles a los estudiantes comprender la forma en que se construye el conocimiento en una comunidad científica. (Espinosa et al. 2010, p.268)

En este mismo sentido, Arce (2011) afirma que “Experimentar con las Matemáticas representa, entre otras cosas, inventar, crear a partir de los propios medios para hallar caminos de solución a problemas que se han planteado, generado la opción de realizar descubrimientos” (p.4). puesto que “Es en el desarrollo del experimento cuando se ponen de manifiesto las propiedades que serán las notas del concepto” (Arce, 2011, p.4).

Por otro lado, López y Tamayo (2012) presentan diferentes clasificaciones en las siguientes tablas.

Tabla 1: Concepción de las prácticas experimentales, tomado de (Rúa y Tamayo, 2012. p.150)

| <b>Perspectiva instrumental</b>  | <b>perspectiva constructivista</b>  |
|--|---|
| Confirmar algo ya visto en una lección de tipo expositivo  | El profesor debe actuar como guía, facilitando el proceso de aprendizaje.   |
| Las prácticas son el único criterio de validez del conocimiento científico y la prueba definitiva de las hipótesis y teorías.        | La experiencia tiene un rol importante, pero por si sola no puede rechazar o verificar las hipótesis. Entre la teoría y el experimento no se establecen jerarquías. |
| Exigir que los estudiantes sigan una receta para llegar a una conclusión predeterminada.   | El profesor debe informarse sobre las ideas previas, habilidades y dificultades que tienen los estudiantes.   |
| Percibir el laboratorio como el lugar donde se hacen cosas, pero no se comunica a los estudiantes del significado de lo que se hace. | El profesor debe centrar su atención en aspectos sociales y el aprendizaje (entender la ciencia como una construcción social).                                      |
| Proceder ciegamente a tomar apuntes o a manipular aparatos sin tener un propósito claro.   | Elección de experiencias científicas apropiadas para el aula.   |

Incluso López y Tamayo (2012) consideran a las prácticas de laboratorio como una forma de comprender y organizar la enseñanza de las ciencias de tal manera que aporte a los estudiantes en cuanto a: la construcción de conocimientos, la adquisición de formas de trabajo científico y al desarrollo de actitudes, habilidades y destrezas propias del trabajo experimental. (p.150).

De este modo, se pueden clasificar las prácticas de laboratorio y distinguir los niveles que un estudiante debe realizar durante una práctica de laboratorio como se muestran en las siguientes tablas:

Tabla 2: Clasificación de Caballer y Oñorbe (1999), tomado de (Rúa y Tamayo, 2012. p.151)

|                                  |  |
|----------------------------------|--|
| <b>“ problemas-cuestiones”</b>   | Su finalidad no es más que reforzar y aplicar la teoría.   |
| <b>“problemas-ejercicio”</b>     | Generalmente útiles para lograr el aprendizaje de técnicas de resolución ya establecidas (usar la balanza o pipetear). |
| <b>“problemas-investigación”</b> | Los alumnos resuelven con metodología de investigación.  |

Tabla 3: Clasificación de Herron (citado por Tamir y García, 1992), tomado de (Rúa y Tamayo, 2012. p.151)

|                   |   |
|-------------------|---|
| <b>Nivel cero</b> | Se les da la pregunta, el método y la respuesta.  |
| <b>Nivel uno</b>  | Se da la pregunta y el método, y el estudiante tiene que hallar la respuesta.   |
| <b>Nivel dos</b>  | Se da la pregunta y el estudiante tiene que encontrar un método y una respuesta.  |
| <b>Nivel tres</b> | Se le indica un fenómeno y tiene que formular una pregunta adecuada y encontrar un método y una respuesta a la pregunta |

*Tabla 4: Clasificación de las prácticas de laboratorio*

|  |   |
|--|---|
| <b>Por su carácter metodológico</b>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Abiertos: se le plantea un problema al estudiante, el cual debe conducirlo a la experimentación, en la que le sirven sus conocimientos, hábitos y habilidades, pero no le son suficientes para resolverla.</li> <li>• Cerrados (tipo receta): se ofrecen a los estudiantes todos los conocimientos bien elaborados y estructurados.</li> <li>• Semiabiertos o semicerrados: no se les facilitan a los estudiantes todos los conocimientos elaborados y con el empleo de situaciones problemáticas se les motiva a indagar, suponer y hasta emitir alguna hipótesis.</li> <li>• De verificación: dirigido a la verificación o comprobación experimental de los contenidos teóricos de la asignatura, de leyes y principios.</li> <li>• De predicción: se dirige la atención del estudiante hacia un hecho, manifestación u ocurrencia en un montaje experimental dado.</li> </ul> |
| <b>Por sus objetivos didácticos</b>                | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Inductivos: a través de tareas bien estructuradas se le orienta al estudiante paso a paso el desarrollo de un experimento hasta la obtención de un resultado que desconoce.</li> <li>• De investigación (integraría los anteriores): a través de tareas bien estructuradas, se le orienta al estudiante paso a paso el desarrollo de un experimento hasta la obtención de un resultado que desconoce.</li> </ul>   |
| <b>Dentro de una estrategia general de trabajo</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Frontales: en las que todos los estudiantes realizan la práctica de laboratorio con el mismo diseño experimental e instrucciones para su desarrollo. Casi siempre se realizan al concluir un ciclo de conferencias de un contenido teórico de determinado tema, y se utiliza como complemento de la teoría para desarrollar habilidades manipulativas.</li> <li>• Por ciclos: el sistema de P.L. Se fracciona en subsistemas según la estructura didáctica de curso,</li> </ul>  |



|   |  |
|---|--|
|   | siguiendo como criterio las dimensiones del contenido, ósea, unidades conceptuales, procedimentales o actitudinales.   |
| <b>Por su carácter de realización</b>       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Personalizadas: los estudiantes van rotando por diferentes diseños experimentales relacionados con determinados contenidos de la asignatura, que recibirán durante todo el curso y que puede ser que aún no lo hayan recibido en las clases teóricas.</li> <li>• Temporales: se planifican en el horario docente y que el profesor ubica, con el tiempo de duración correspondiente, para que sea de estricto cumplimiento por parte de los estudiantes.</li> <li>• Semitemporales / semiespaciales: se establece un límite espacio-temporal, en su planificación docente, para que los alumnos puedan y deban realizar las prácticas de laboratorios correspondientes a determinado ciclo de los contenidos teóricos.</li> </ul> |
| <b>Por su carácter organizativo docente</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Espaciales: se le informa a los estudiantes, al inicio del curso escolar e sistema de prácticas de laboratorio que deben vencer en la asignatura para darle cumplimiento a los objetivos de su programa de estudio, y se les facilitan las orientaciones para su realización.</li> </ul>  |

Es así como se hace evidente la diversidad concepciones de laboratorio, tanto de la parte científica como de la parte educativa, Pues los laboratorios se hacen indispensables en el desarrollo de ambas partes.

De esta manera, tomando como referencia partes de cada uno de los autores que mencionan las unidades de análisis anteriores, de forma arriesgada se puede afirmar que: Una situación tipo laboratorio es un conjunto de circunstancias donde el estudiante indague, reflexione, se pregunte y se cuestione para que de esta manera pueda comprender conceptos desde un espacio dotado de herramientas, donde se plantean actividades estructuradas en forma de guías de laboratorio.

Las guías de laboratorio que permiten que surjan las circunstancias en el aula se estructuran mediante una secuencia didáctica, que bien puede abordarse una por guía o una secuencia que

involucre más de una guía, dependiendo de la temática que se quiere abordar. Es así como siguiendo a Rúa y Tamayo (2012), las actividades conjuntamente con las guías de laboratorio emergen desde la perspectiva constructivista de la tabla 1, cayendo de esta manera en el nivel 2 de la tabla 3 y de esta manera se sigue un diseño teniendo en cuenta tanto problemas-cuestiones y problemas-investigación mencionados en la tabla. En cuanto a la tabla 4, las actividades se caracterizan por que su carácter metodológico es semi-abierto, sus objetivos didácticos son tanto inductivos como investigativos y se realiza dentro de una estrategia de trabajo por ciclos; en cuanto a las últimas dos características pueden ser opcionales en caso de que se establezca un horario como tal para este tipo de actividades.

De acuerdo a lo anterior, las guías se construyen teniendo en cuenta una introducción, en seguida se incluyen conceptos básicos que se trabajaran en la sesión correspondiente a la guía, luego se proponen los pasos a seguir conjuntamente con las instrucciones de anotación de los resultados obtenidos, y por último se hacen preguntas relacionadas con los resultados y los procedimientos que se proponen en la guía.

## **5.2. Secuencia didáctica**

Al tratar de entender que es una secuencia didáctica se puede encontrar cantidad de autores en el ámbito educativo que proporcionan una explicación sobre lo que es o sobre lo que trata una secuencia didáctica. Por ejemplo, Rubio (2009) considera que una secuencia didáctica “Es la serie de actividades que, articuladas entre sí en una situación didáctica, desarrollan la competencia del estudiante. Se caracterizan porque tienen un principio y un fin, son antecedentes con consecuentes” (p.11). De acuerdo con esta perspectiva las secuencias didácticas establecen

una organización articulada de actividades en busca del desarrollo competencias y no de contenidos.

En el mismo sentido se encuentra Vidiella (2008) quien señala que las secuencias didácticas “son un conjunto de actividades ordenadas, estructuradas, y articuladas para la consecución de unos objetivos educativos que tienen un principio y un final conocidos tanto por el profesorado como por el alumnado” (p.16). Lo que se resalta de esta interpretación es el hecho de que las secuencias además de ser conocidas por el profesor, también deben ser conocidas por el estudiante; ya que de esta manera se “permite que los actores educativos conozcan el que hacer durante su permanencia en la escuela” (Carmona, 2017, p.22).

La secuencia didáctica según Pérez (2005) es “una estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales, que se organizan para alcanzar un aprendizaje” (p.52). De esta manera las secuencias se plantean con la intención de adquirir un conocimiento, es decir, las secuencias se elaboran con un objetivo, en donde se establecen actividades articuladas que permitan alcanzarlo.

Por último, se puede mencionar a Tobón, Pimienta y García (2010) quien expresa que “Las secuencias didácticas son, sencillamente, conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos” (p.20). De esta concepción que recoge la mayoría elementos expuestos por los otros autores, se resalta la palabra evaluación pues “las secuencias didácticas son una metodología relevante para mediar los procesos de aprendizaje en el marco del aprendizaje o refuerzo de competencias” (Tobón, Pimienta y García, 2010, p.20).

De las anteriores definiciones se puede aclarar y resumir que las secuencias didácticas son un conjunto de actividades que se organizan de una manera estructurada para alcanzar un objetivo específico. En el caso particular de este trabajo esas actividades corresponderán a situaciones tipo laboratorio, las cuales, se plasmarán en forma de guías con el objetivo de construir un conocimiento.

La importancia de la secuencia didáctica radica en su organización y su claridad, refiriéndose a establecer objetivos, es decir, dado que se plantea un objetivo este permite tener claridad sobre la dirección de la secuencia de actividades. Debido a las razones de su importancia es que se decide usar la secuencia didáctica en este trabajo, pues ayudan a planear y a estructurar las situaciones tipo laboratorio. Siguiendo este orden de ideas, se establece un objetivo, el cual es llegar al concepto de función, después se plantea una secuencia de situaciones tipo laboratorio que permitan alcanzar el objetivo, esta secuencia se distribuye en tres partes, la primera de apertura, la segunda de desarrollo, y la tercera de cierre

## **6. Antecedentes**

En la actualidad se puede encontrar trabajos que implementan laboratorios de matemáticas exponiendo, la importancia de la enseñanza de éstas desde la creación de nuevas metodologías, con la pretensión de crear mejores prácticas académicas.

En primer lugar, un referente local que se encuentra es el trabajo de Escobar y Martínez (s. f.) quienes resaltan que “el conocimiento no está en la mente como categoría estática y pétrea, por el contrario, es significado fluido y dinámico. La ciencia, el arte y la religión se aprenden más por el ejemplo que por el precepto” y que “estudiar matemáticas va mucho más allá de memorizar reglas, algoritmos y procedimientos lógicos” y además que las competencias en

comunicación y lenguaje son necesarias para el análisis y comprensión del contenido matemático. Teniendo en cuenta estas consideraciones, Escobar y Martínez (s.f.) se propusieron:

Configurar un laboratorio de matemáticas mediante la construcción de objetos concretos que estimulen el interés hacia el estudio de los elementos y procesos matemáticos a través del desarrollo de las competencias comunicativas y las herramientas que aportan las tecnologías de la información y la comunicación – TIC, como parte de una estrategia de desarrollo progresivo de los distintos tipos de pensamiento matemático. (p.1)

Y para ello se construyeron objetos que ayudaran a la comprensión de los procesos matemáticos y que estimularan interés por el estudio de dichos procesos.

Por otro lado, para Arce (2011) es claro que cuando se pone de manifiesto la palabra experimento, no es habitual que ésta se asocie con las matemáticas pues lo experimental se relaciona comúnmente con ciencias como la física o la biología o al conocimiento del medio en la etapa de educación primaria. Una dificultad que se presenta para la consideración del laboratorio de matemáticas reside en que “las experiencias no intervienen en la validación de los resultados matemáticos” por ejemplo: “La experimentación jamás dilucidará la verdad del axioma de las paralelas, la existencia de los números negativos o del valor de la afirmación de que la suma de los ángulos de un triángulo es un ángulo llano” (p.4). puesto que en el mundo físico no hay paralelas ni hay números; pero Arce (2011) da pie a la perspectiva de (Battle, 1996), pues para él, experimentar con las Matemáticas representa inventar y crear a partir de los propios medios para hallar caminos de solución a problemas que se han planteado, generando la opción de realizar descubrimientos y también tiene en cuenta que es “en el desarrollo del experimento cuando se ponen de manifiesto las propiedades que serán las notas del concepto; de

ahí que convenga variar el contexto y los materiales utilizados para favorecer una abstracción más completa y más estable”. (Hernán & Carrillo, 1991).

Teniendo estas distintas perspectivas acerca de lo que es la experimentación, se sigue que en el ámbito de la educación matemática

Es necesario establecer diferencias entre construir Matemáticas en el ámbito de la investigación y hacer Matemáticas en los procesos de aprendizaje en los niveles escolares; porque los conceptos no se adquieren en un instante, se forman en procesos en los que el conflicto cognitivo y las experiencias son agentes mentales imprescindibles. (Arce, 2011, p.5)

Es así como Arce (2010) considera que un laboratorio de Matemáticas es una estrategia pedagógica de utilización del material, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variados materiales. Con todas estas consideraciones, Arce (2010) realiza su trabajo en cursos de matemáticas para primaria.

También, se encuentra el trabajo de Tobón (2018) “diseño de un laboratorio de matemáticas para el fortalecimiento de la enseñanza y el aprendizaje en el grado quinto: pensamiento numérico y variacional”, el cual tiene en cuenta que “es indispensable romper con los modelos educativos tradicionales, a través de prácticas innovadoras que vinculen las competencias actitudinales de los estudiantes y fortalezcan su capacidad crítica en la construcción de su conocimiento, donde se aprovechen sus aprendizajes” (p.10). Ya que en gran medida la comprensión matemática se ha limitado a sistemas de algoritmos y fórmulas complementadas con clases magistrales, por consiguiente, Tobón (2018) considera lo dicho por Guzmán (2007) pues éste afirma que “es necesario romper, con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iniciales en

la niñez de muchos, que la matemática es aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil” (p.4). Y se propone a diseñar un laboratorio de matemáticas con el fin de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemáticas. Para su propósito, Tobón (2018) considera a Arce (2004) ya que:

La utilización de materiales produce una actividad manipulativa en quienes los usan y, a su vez, se convierten en elementos generadores de actividad mental, dinámicas que se contraponen con la pasividad externa que manifiestan los estudiantes que escuchan la explicación de un profesor. (p.14)

Teniendo en cuenta estas consideraciones, Tobón (2018) estructura su propuesta en base a los lineamientos de educación nacional, los estándares básicos de competencias y los derechos básicos de aprendizaje.

Pero en cuanto al espacio de los laboratorios, no solo se consideran los que se desenvuelven con objetos concretos, para el desarrollo de este trabajo se ha encontrado que los laboratorios también pueden complementarse con las TIC's, tal es el caso de Calderón, Núñez, Iannelli y Laccio (2015) quienes presentan una propuesta orientada a promover el desarrollo de un pensamiento crítico y un mayor interés por las ciencias experimentales, planteando un aula laboratorio sin que tengan que estar presentes los implementos de un laboratorio clásico para realizar experimentos, ya que “Para lograr una alfabetización científica adecuada es deseable que los estudiantes logren comprender los procesos y métodos que la ciencia usa para validar sus leyes y principios” (p.217). La idea de Calderón et al. (2015) es “utilizar las posibilidades que brindan las TIC's para mejorar los laboratorios tradicionales o bien utilizando estas herramientas generar nuevos laboratorios” (p.2016). Para este trabajo, Calderón et al. (2015) usaron una

estrategia de un enfoque constructivista, resaltando algunas de sus características distintivas

Quiroz (2007):

1. El nuevo conocimiento es construido sobre los conocimientos relevantes que tiene el alumno y no por simple transmisión;
2. la construcción del nuevo conocimiento es el resultado de una actividad, el nuevo conocimiento está incluido en la actividad y se le presenta al alumno o lo descubre en el proceso;
3. Quien enseña debe tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes. Para que haya aprendizaje significativo debe existir una interacción entre los conocimientos que posee el alumno y los conocimientos nuevos. En esta dinámica, los nuevos conocimientos adquieren significado para los estudiantes y se cambian los conocimientos previos logrando un aprendizaje. (Quiroz, 2007, p.207)

Desde este ámbito, es claro que el estudiante ya no es solamente un receptor pasivo, sino un constructor activo de conocimiento.

Es evidente que, en los últimos años, la tecnología ha tenido un auge enorme, y el uso de la internet es común en casi todas partes, es por esto que se pueden encontrar guías para crear un laboratorio de matemáticas en el buscador que dan pautas para realizar actividades divertidas y pintorescas que permitan abordar temas en matemáticas.

Respecto a los trabajos relacionados con laboratorio en matemáticas, se encontraron que estos se enfocan en el uso de materiales concretos o tecnológicos con el fin de que los estudiantes construyan conocimiento de manera autónoma, y así tengan más protagonismo en el aula de matemáticas, cambiando de esta manera el tradicionalismo y los esquemas que se presentan en el aula. Una característica de los trabajos de Arce (2010), Tobón (2018), Escobar, Martínez (s.f.) es



que estos se realizan entre los primeros cursos de primaria. Por otro lado, el trabajo de Calderón et al. (2015) se enfoca en elaborar un laboratorio a partir de las TIC's para cualquier ciencia experimental.

Es así que este informe, busca describir las relaciones que surgen a partir de la implementación de situaciones “tipo laboratorio” en el grado once, conformando estas situaciones tipo laboratorio con una composición entre el uso de guías, materiales concretos, talleres y las TIC's.

## **7. Referente metodológico**

Según la representación de la UNESCO en Perú, La sistematización como concepto y metodología no tiene un significado único, “gran parte de su riqueza radica en la diversidad de enfoques que se utilizan” (Martinic, 1998). En esta medida el enfoque que se toma en este trabajo es uno de los mencionados por Mejía (2008): “la sistematización como comprensión e interpretación de la práctica” (p.22). Donde indica que la sistematización desde este enfoque considera que

La sociedad es un todo y la experiencia un elemento ligado a ella. Lo que logra la sistematización es hacer explícito ese nudo de relaciones en todas las direcciones en la cuales la experiencia está ligada a la totalidad mediante un proceso de interacción y negociación de sentidos. (p.22)

La sistematización la realiza un grupo que ha ejecutado la práctica. Se parte de un relato, en el cual han reconstruido la historia de la experiencia, luego realizan un esfuerzo para ver la unidad de proceso, a la cual se le agrega una relación más amplia al contexto. “El análisis y las

categorías van a lo largo de la experiencia, en cuanto surgen de un proceso de conceptualización y re conceptualización de la práctica” (Mejía, 2008, p.22).

En el transcurso de la práctica pedagógica, en la etapa de inmersión se realizó una caracterización que permitió observar la realidad institucional y los escenarios que la rodean, uno de estos escenarios que se evidenciaron fue un esquema similar al de Cotton mencionado anteriormente, en esta medida se examinaron distintas estrategias que tuvieran un efecto sobre este esquema, entre estas estrategias se planteó: una estrategia desde un punto artístico para abordar la geometría, la modelación de funciones por medio un programa, y abordar un laboratorio en matemáticas. Dándole una mayor relevancia a la última estrategia planteada, permitió concebir la idea de situaciones tipo laboratorio en el aula.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente sobre el problema identificado y la estrategia pensada para abordarlo, se formuló una pregunta y se planteó un objetivo, de acuerdo con esto se estableció una serie de etapas. Una primera etapa de diseño, una segunda de implementación y una última de caracterización.

En la etapa de diseño se lleva a cabo todo lo relacionado con la planeación y con búsqueda de información, en esta etapa se construye el concepto de situación tipo laboratorio, se revisa los documentos del ministerio y los de la institución, para escoger un tema de trabajo y el grado a realizarlo; se lleva a cabo el diseño de las guías en las cuales están plasmadas las situaciones tipo laboratorio y la elaboración de la secuencia didáctica, también, en esta etapa se elabora las herramientas e instrumentos a utilizar por cada guía.

En la etapa de implementación se hace un proceso de gestión, en donde, en consenso con la docente a cargo del curso se establece un espacio y horarios para la intervención, llegado a un

acuerdo se ponen en práctica las situaciones tipo laboratorio. Puesto que la observación es de suma importancia en esta etapa se hará uso del enfoque cualitativo para recolectar información y posteriormente interpretarla para observar relaciones.

En la etapa final denominada categorización, se examina la información recolectada mediante diarios de campo, fotografías y trabajos entregados por los estudiantes, para construir categorías que permitan visualizar las relaciones.

### **7.1. Actividades realizadas a lo largo del diseño, implementación y categorización**

Llevar a cabo este trabajo requirió un arduo esfuerzo, para destacar esto se especifican las actividades que enmarcan el esfuerzo realizado.

#### **7.1.1. Indagación**

Esta actividad consta de una lectura detenida con el fin de dar forma al trabajo, para este trabajo en particular, se realizó una inspección de los estándares básicos de competencias, los DBA y el plan de estudios de la institución educativa Carlos M. Simmonds para tener un contraste entre el trabajo que se realiza desde la práctica y las prácticas institucionales. En segundo lugar, se hace una consulta de las unidades de análisis que le darán estructura al trabajo que se realiza. En este caso se consulta, laboratorios, situaciones y secuencia didáctica, además de la metodología de investigación que es la cualitativa.

#### **7.1.2. Gestión de espacio**

Para poder llevar a cabo las actividades planeadas, hay que contar con espacios en los cuales se pueda llevar a cabo lo organizado, es así que esta actividad se realiza en conjunto con los compañeros de práctica y con las respectivas directivas de la institución, con el fin de llegar a un

acuerdo con los profesores de brindar unos espacios con los alumnos de la I.E para que se pueda realizar cada uno de los trabajos planeados por los practicantes.

### **7.1.3. Elaboración de herramientas**

Es aquí donde se construye y se recolecta todo lo necesario para llevar a cabo las actividades, en particular para esta actividad se construye rectángulos y unidades de medida, así como también se elaborará guías de laboratorio que hacen parte de una secuencia didáctica.

### **7.1.4. Ejecución**

Es el espacio en el cual se implementan cada una de las componentes planeadas en las actividades, esta puede durar varias sesiones. En este espacio participan los estudiantes, los practicantes y el docente a cargo del curso.

### **7.1.5. Recolección de información**

Es una actividad que se debe realizar después de cada sesión, en la que se anota con detalle cada suceso, con ayuda de herramientas de recolección de información tales como diarios de campo, fotografías y talleres de los estudiantes.

#### **7.1.5.1. Diario de campo**

Como lo afirma Mejia (2008) este diario se puede considerar como notas campo, con la diferencia de que se hace una reconstrucción de los hechos vivenciados y con una primera reflexión de estos, en este se relata todo lo que acontece en el desarrollo de las actividades y que se consideran importantes, además, se agregan las impresiones personales y las experiencias subjetivas que se tienen durante el proceso.

### **7.1.5.2. Fotografía**

Como afirma Mejía (2008) la imagen permite visualizar los escenarios y la manera como se interrelacionan agregando elementos a la sistematización, pues, las fotografías permiten visualizar algunos procesos que por falta de tiempo se puedan escapar de nuestra memoria.

### **7.1.5.3. Talleres de los estudiantes**

Los talleres realizados a partir de las guías de laboratorio son importantes en la recolección de información, pues desde estos se puede analizar las respuestas dadas por los estudiantes a las preguntas relacionadas con las situaciones tipo laboratorio.

### **7.1.6. Análisis de información**

Cuando se ha hecho una recolección de la información, se toma cada uno de los datos y se recurre a construir categorías, para que a partir de estas se pueda cumplir con el objetivo de Describir las relaciones que emergen en el aula de matemáticas al implementar situaciones tipo laboratorio con estudiantes de educación media de la institución educativa Carlos M. Simmonds.

## **8. Hacia la construcción de relaciones**

### **8.1. Primera etapa: diseño**

El camino recorrido está compuesto por distintas actividades que se mencionaron en el apartado anterior. Las actividades se enmarcan en tres etapas: la primera etapa se ha denominado diseño, en esta etapa se gestionó el espacio teniendo en cuenta los integrantes de la comunidad educativa, en esta gestión se realizó una reunión con los profesores y el rector del colegio, llegando a un acuerdo acerca de los espacios tanto para un acercamiento al aula como para el

desarrollo de la propuesta, también el rector del colegio expresó sus expectativas en cuanto al trabajo que los practicantes. La reunión concluyó con un pendiente: la elección del curso en el que cada uno de los practicantes realizaría la inmersión, para esto el director de práctica recolectó los horarios de los profesores de matemáticas y convocó para elegir un curso cuyo horario no se cruzara con los compromisos de los practicantes y que compartiera nuestros intereses, de esta pequeña reunión se escogió el grado décimo.

A continuación, se realizó un primer acercamiento al aula de clases, en el que se observaron distintos componentes del aula, tales como las diferentes falencias de los estudiantes, sus actitudes, los procedimientos en las clases entre otras. Todas estas observaciones permitieron encapsular el trabajo tal y como se menciona en el apartado del planteamiento del problema. Hay que anotar que, para la siguiente parte del proceso, se siguió con los mismos estudiantes, es decir que la implementación se hizo en el grado once.

Teniendo en cuenta esto se plantearon distintas propuestas, no sin antes hacer una Indagación de las herramientas que brinda el MEN tales como los Estándares Básicos de Competencias y los DBA, también se hizo una lectura del Plan de Asignatura de la Institución, con la lectura de estos documentos y Dado que la institución se encontraba en su segundo periodo académico, se decidió escoger como tema de trabajo “funciones”

De aquí, surgió la pregunta ¿Cómo abordar el tema de funciones sin que se cambie nuestro planteamiento de problema? Es así como se pensó en el hecho de que en otras asignaturas como química, biología y física se realizaban laboratorios y se empezó a indagar acerca de laboratorios de matemáticas, además se presentó la inquietud al director, pues al indagar sobre estos laboratorios no se tenía una acepción como se planteaba, pues se consideraba inicialmente modelar funciones a partir de la observación de fenómenos, físico o de cualquier otro tipo como

social, pero para esto faltaría tiempo, así que se decidió tomar una acepción que se construyó tal y como se muestra en el marco teórico.

Posteriormente se siguió con la planeación de la secuencia didáctica, la cual se estructura con las guías, lo único que faltaba para pasar a la implementación era construir las guías y recolectar las herramientas a usar en cada una de las sesiones. Se hizo una consulta de definiciones, problemas y la elaboración de los instrumentos.

### 8.1.1. Secuencia didáctica

La secuencia se elabora teniendo en cuenta tres fases: fase de apertura, desarrollo y cierre, especificando un objetivo para dar sentido a las guías construidas además de otros aspectos como se muestra en la tabla 5.

*Tabla 5: objetivos, competencias y contenidos de la secuencia didáctica.*

| <b>Objetivos, competencias y contenidos.</b>  |  |
|---|--|
| Objetivos de aprendizaje:   |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• A través del concepto de área llegar al concepto de función.</li> </ul>    |  |
| Contenidos a desarrollar:   |  |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculo de áreas, funciones lineales, cuadráticas y racionales.</li> </ul> |  |
| Competencias del MEN  | Estándar de competencia del MEN: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.</li> <li>• Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.</li> <li>• Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.</li> <li>• Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la</li> </ul> |

|  |   |
|--|---|
|  | <p>representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Análisis en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones</li> </ul> |
| <p>Que se necesita para trabajar con los estudiantes:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cartulina.</li> <li>• Tijeras.</li> <li>• Regla.</li> <li>• Televisor.</li> <li>• Computador.</li> <li>• Tablero.</li> <li>• Marcadores.</li> <li>• Lapiceros.</li> <li>• Cuadernos.</li> <li>• recurso humano</li> </ul> |   |

Tabla 6: metodología de la secuencia didáctica.

| <b>Metodología</b> |  |
|--------------------|--|
| <b>Fases</b>       | <b>Actividades</b>   |
| Fase de apertura   | Para el desarrollo de esta fase se pondrá en acción Guía de laboratorio #1 en donde se discute el concepto de área y la manera de calcularla. En esta guía se desarrollan actividades donde permite al estudiante medir directamente un rectángulo y calcular su área, también se plantean preguntas que permiten cuestionar lo realizado en la actividad. |
| Fase de desarrollo | En esta fase se desarrollan las guías de laboratorio #2 y #3 las cuales en relación con la primera guía se fundamenta el concepto de función mediante el cálculo de áreas. También se fundamentan los conceptos vistos en el desarrollo de las actividades   |
| Fase de cierre     | En esta última fase se pone en práctica la Guía de laboratorio #4 se hace uso de la tecnología para observar en pantalla el  |



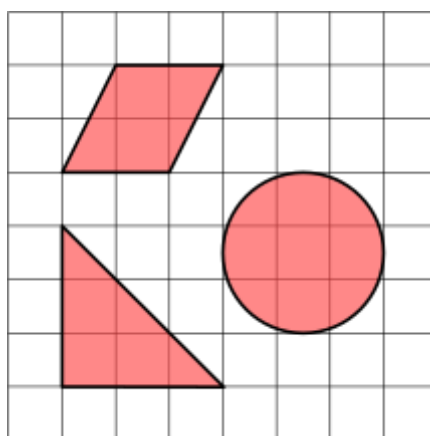
|  |   |
|--|---|
|  | comportamiento de las funciones encontradas por cada ejercicio. |
|--|---|

### 8.1.2. Guía #1

La primera guía está direccionada hacia al cálculo de áreas por unidades y la verificación empírica de la fórmula del área del rectángulo.

#### Introducción:

La *magnitud* es una propiedad de los objetos que se puede ser medida, como por ejemplo el tamaño el peso o la extensión. La *superficie* es una magnitud que expresa la extensión de un cuerpo, en otras palabras, se podría decir que la superficie es la región que está encerrada por una figura cerrada, así como se puede observar en la imagen.



*Superficie delimitada por figuras geométricas.*

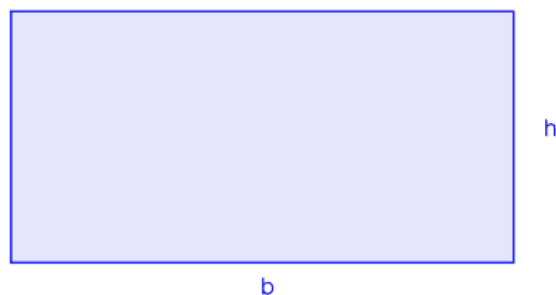
Se considera la medida como una comparación entre un objeto y el tomado como unidad; en este sentido la medida de superficies consistiría pues en la comparación entre una unidad de medida fijada como unitaria y la cantidad que se quiere medir. A esta medida de la superficie se le llama *área*.

Para calcular el área hay que situar la unidad tantas veces sobre la superficie como haga falta para rellenarla. En particular para calcular el área de un polígono  $p$  es asignar un número a la cantidad de superficie de este polígono, para ello se fija una superficie unidad  $u$ , la cual suele ser la del cuadrado y se busca el número  $m$  que permite obtener  $p$  a partir de  $u$ ; (es decir, el número  $m$  tal que  $p = mu$ ); a ese número  $m$  se le llama el área del polígono  $p$ .

Medir directamente la superficie de un polígono no siempre es sencillo de hacer, por lo que se recurre a métodos indirectos que me permitan determinar el área con mayor facilidad, las formulas es uno de estos métodos pues permiten determinar el área de un polígono simplemente conociendo unos de sus datos, como su altura o la longitud de sus lados.

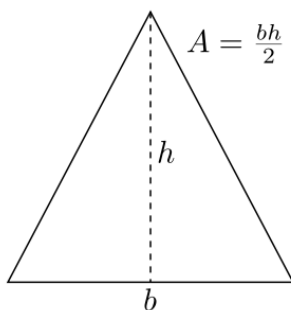
Entre esas fórmulas podemos encontrar las siguientes:

- $A = bh.$



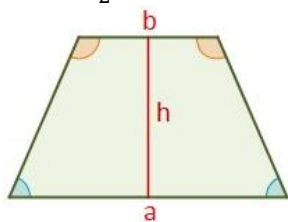
Esta fórmula nos dice que la medida de la superficie determinada por un cuadrado es igual al producto de su base ( $b$ ) por su altura ( $h$ ).

- $A = \frac{bh}{2}$



La medida de la superficie de un triángulo es igual a la mitad del producto de su base por su altura.

- $A = \frac{(b+a)h}{2}$



El área de un trapecio es igual a la mitad de la multiplicación de su altura por la suma de su base mayor y su base menor.

Si se observan estas fórmulas con atención se puede dar cuenta que estas relacionan el área de la superficie con las medidas de su base y altura, es decir el área depende de la base y la altura.

### Objetivos:

- Calcular el área midiendo directamente la superficie.
- Construir graficas en el plano cartesiano.

**Materiales:**

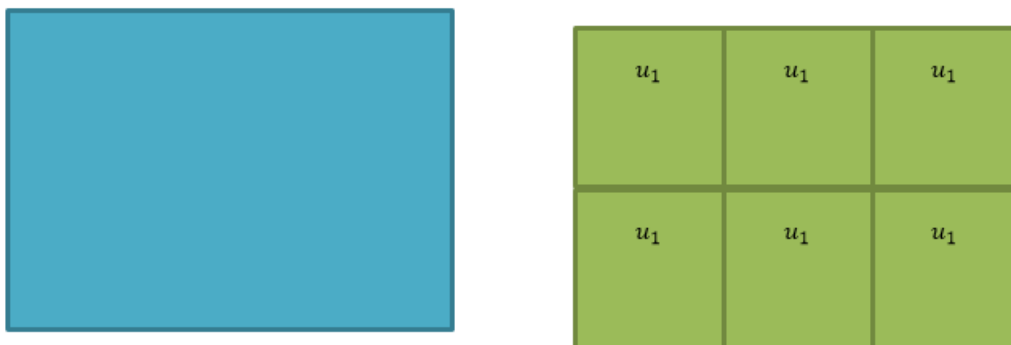
- Cartulina o cartón paja.
- Tijeras.
- Lápiz.
- Cuaderno.

**Procedimientos:**

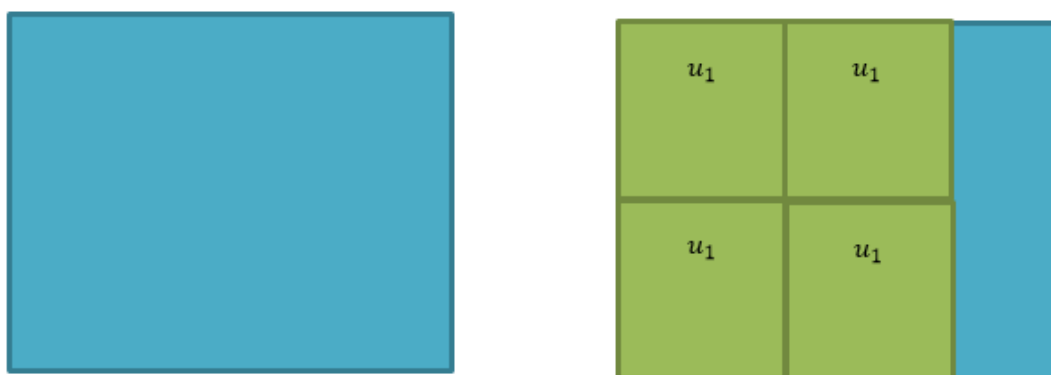
- 4 En primer lugar, se toma un rectángulo ya construido en cartulina o cartón paja, la actividad consta de asignar el área a partir de una unidad cuadrada de medida.



Para calcular el área, se llena el rectángulo dado con la unidad dada de tal modo que este quede lleno completamente y se cuenta el número de cuadros que llenan el rectángulo dado.

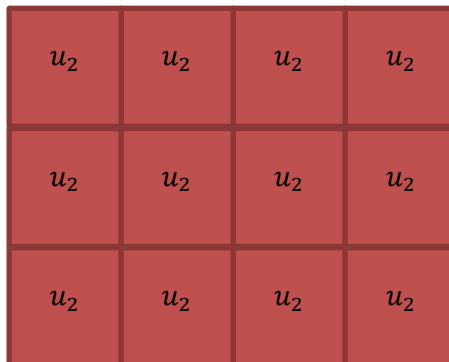
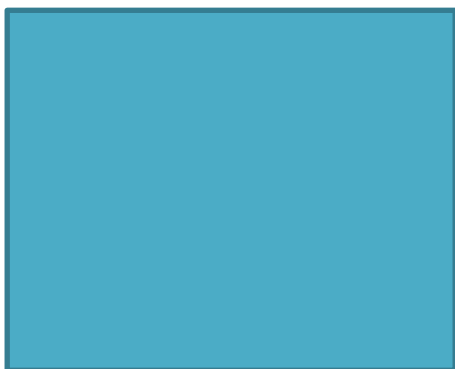


Ahora se toma un rectángulo diferente, y se mide de la misma manera.

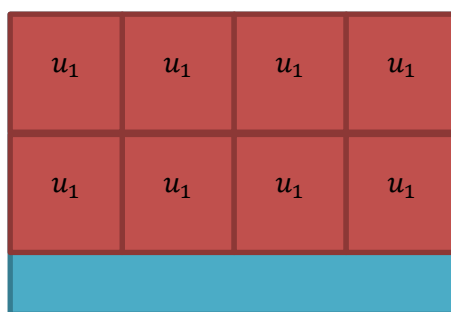
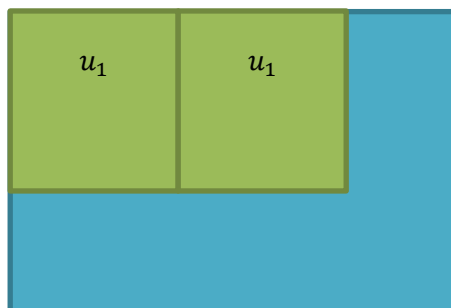
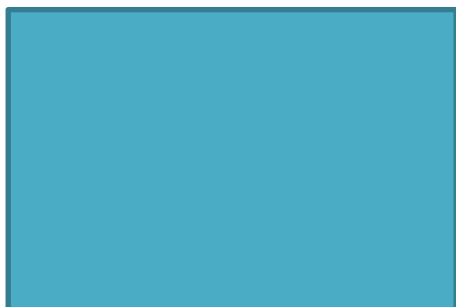


A continuación, hallar el área del rectángulo, con unidades de área iguales.

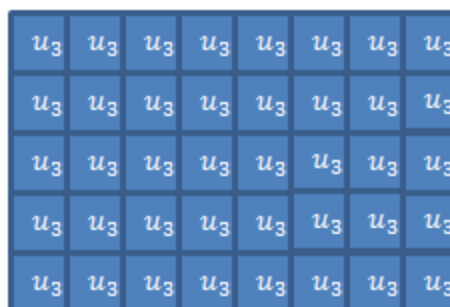
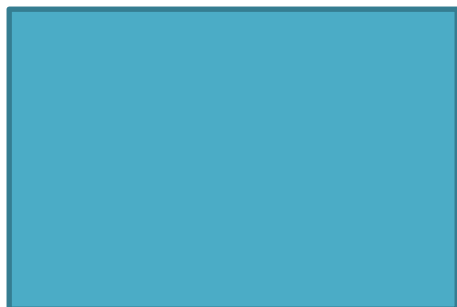
En seguida se propone dividir la unidad dada en partes iguales de tal manera que, las partes divididas llenen el rectángulo nuevo y el anterior de la siguiente manera:



Luego se mide un tercer rectángulo con algunas medidas que ya se tienen y no llenan el rectángulo.



Se recurre al paso anterior para medirlo, así se podrá llenar de la siguiente manera



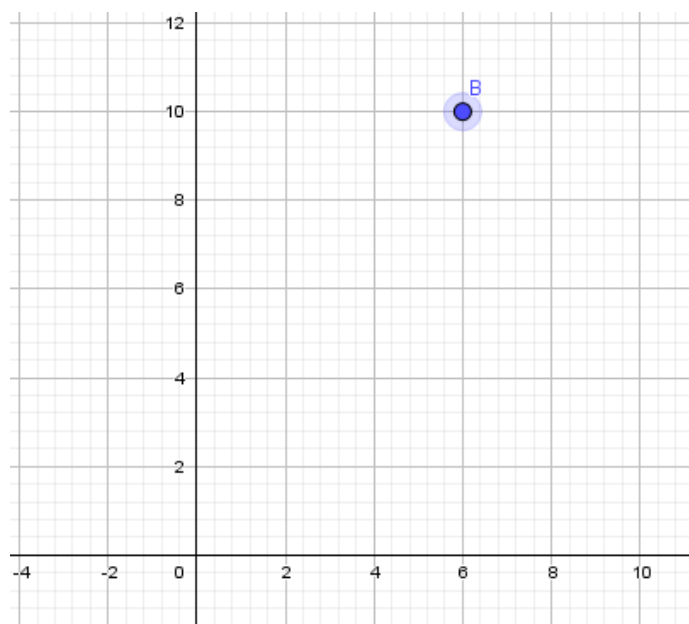
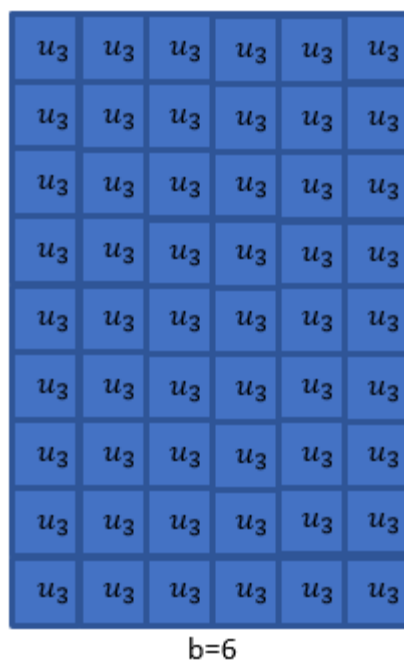
### Preguntas.

1. ¿Cómo se puede medir el área de cualquier rectángulo?
  2. ¿Que pasa si se divide la unidad en partes iguales tantas veces como se quiera?
  3. ¿Cual es la relacion entre el metodo usado en la actividad para medir el área del rectángulo y la cinta métrica?
  4. ¿Que pasa si la base y la altura del rectángulo miden la misma cantidad de unidades?
2. Acontinuacion, por medio de un arreglo de las unidades, busque el valor de la base de un rectángulo que permite que el área del rectángulo sea  $60u^2$ , dados los siguientes valores para la altura de dicho rectángulo y llene la tabla que se muestra a continuación.

| Altura | Base |
|--------|------|
| 1      |      |
| 6      |      |
| 20     |      |
| 12     |      |
| 2      |      |
| 4      |      |
| 0      |      |

Luego en el plano cartesiano, ubica los puntos, como se muestra en el siguiente ejemplo en el que la altura del rectángulo de área  $60u^2$  es 10.

Para hallar lo que se pide; se hace un arreglo de las unidades con los datos que ya están dados en el enunciado, por ejemplo: se ubican las 6 unidades y se buscan la altura de tal modo que el rectángulo que se construya quede de área 60.



### Preguntas

1. Hallar el área del rectángulo cuya base es 28, para diferentes valores de la altura.
2. Hacer una tabla para los valores hallados como en la actividad anterior.
3. ¿Qué pasa si la base no tiene como medida un número exacto de unidades?  
¿Se puede hallar? ¿Cómo se haría?
4. ¿De qué manera puedes representar todos los puntos que satisfagan el área?
5. ¿Qué pasa si la base del rectángulo es cero?

**Taller en clase.**

1. En sus palabras, diga cómo se asigna el área a una superficie.
2. ¿Es importante el concepto de área?
3. ¿Es fácil calcular el área con el método usado en las actividades realizadas?



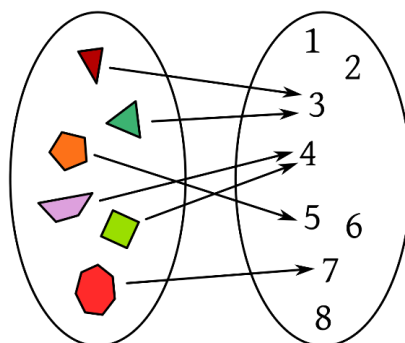
### 8.1.3. Guía #2

La segunda guía, mediante el cálculo de áreas de rectángulos de manera práctica con las unidades de mediada, se aborda el concepto de función y muy superficialmente el concepto de dominio y rango

#### Introducción:

Una relación es un vínculo o una correspondencia. En el caso de relación matemática, se trata de la correspondencia que existe entre dos conjuntos: a cada elemento del primer conjunto le corresponde al menos un elemento del segundo conjunto. Cuando a cada elemento del primer conjunto le corresponde un único elemento del segundo, se habla de función. Es decir:

Una función es una relación A llamado dominio y un conjunto B llamado rango en donde a cada elemento de A le corresponde un único elemento en B.



#### Objetivos.

- Abordar problemas relacionados con el cálculo de áreas
- comprender intuitivamente el concepto de función por medio de los problemas planeados.

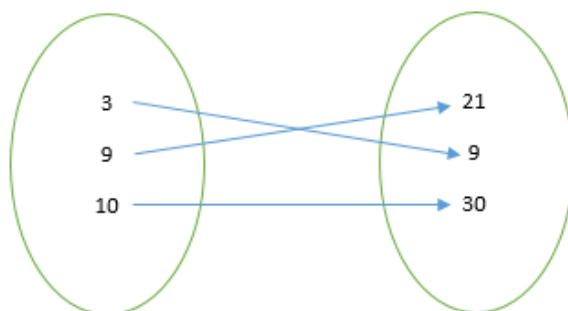
#### Procedimiento:

Pensemos el siguiente problema:

Calcular el área de un rectángulo cuya altura sea tres veces su base. Para ello asigna el valor que tú quieras y por obligación su altura será tres veces el valor que elegiste para su base. Un ejemplo se muestra en la siguiente figura.

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |
| $u_3$ | $u_3$ | $u_3$ |

De tal modo que registra los valores en conjuntos de la siguiente manera.

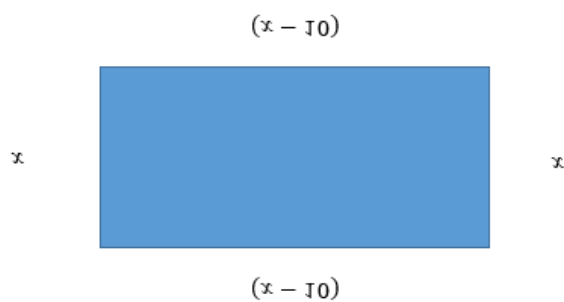


Preguntas:

- ¿De qué depende el valor del área?
- ¿Cuáles son las variables en este problema? ¿Depende una de otra?
- ¿Existen diferentes bases que me den la misma área?
- Grafique la representación de este problema.

Problema dos:

Un rectángulo tiene perímetro 20 determinar el área que puede tomar ese rectángulo. Ese rectángulo tiene las siguientes características:



Has rectángulos de distintas medidas para sus lados pero que su perímetro sea siempre 20 y calcula sus áreas, anota los datos obtenidos en una tabla.

**Preguntas:**

- ¿Cuáles son los valores que puede tomar los lados del rectángulo?
- ¿Cuáles son los valores que toma el área?
- ¿hay un valor del área que corresponda a dos rectángulos distintos?

**Taller:**

- realiza los anteriores problemas matemáticamente.
- Analiza porque la relación del área con los lados del rectángulo que se presentó en los ejercicios es una función.

### 8.1.4. Guía #3

La tercera guía se concreta todos los conceptos vistos en la anterior guía, como lo son: función, imagen, pre-imagen, dominio, rango, se muestran y categorizan las funciones encontradas al resolver los ejercicios.

#### Introducción

En las guías anteriores se buscaba la solución de problemas que involucraban áreas, de tal modo que se pudiera encontrar una función que me describiera todas las posibles soluciones, sin embargo, dicha expresión hallada en cada problema se observaba que no se podía asignar cualquier valor, pues muchos de ellos no tendrían sentido en el problema.

Si formamos un conjunto donde se encuentren todos los valores que puede tomar la función hallada a este conjunto de valores que se pueden asignar se denomina dominio, y los valores que arroja la expresión es llamado el rango

#### Definiciones:

**Función:** Llamamos función  $f$  que va del conjunto  $A$  a el conjunto  $B$  a una relación de dependencia en la cual a cada elemento  $x$  del conjunto  $A$  le corresponde un único elemento  $y$  del conjunto  $B$ .

Se representa mediante la notación:

$$f: A \longrightarrow B$$

$$x \longrightarrow y = f(x)$$

Al conjunto  $A$  se le llama conjunto de salida y al conjunto  $B$  conjunto de llegada que también se denomina codominio.

Si un elemento  $x$  del conjunto  $A$  se corresponde con un elemento  $y$  del conjunto  $B$ , se dice que  $y$  es **imagen** de  $x$  por la función  $f$ , o que  $x$  es **preimagen** de  $y$  por la función  $f$ .

Si tanto  $A$  como  $B$  son conjuntos de números reales, hablamos de una función real.

**Dominio:** se llama dominio de una función a el conjunto de todos los valores para los cuales la función está definida y se denota como  $Dom_f$

**Condominio:** se denomina codominio de la función al conjunto de todos os posibles resultados de la función.

**Rango:** se denomina rango de una función al conjunto de todas las imágenes de la función.

### Ejemplos de funciones

- $f(x) = ax + b$ , Donde  $a$  y  $b$  son números reales cualesquiera; esta función es llamada función lineal. Además  $b$  es el corte con el eje y  $a$  se denomina la pendiente de la línea recta que representa. Por ejemplo:

$$f(x) = 2x - 1$$

$f(x) = ax^2 + bx + c$ , donde  $a, b$  y  $c$  son números reales. Esta función es denominada función parabólica. Donde el vértice es el punto más alto o más bajo de la gráfica de la función parabólica. El vértice se halla reemplazando los valores en la siguiente fórmula  $v = -b/2a$ . Por ejemplo, para

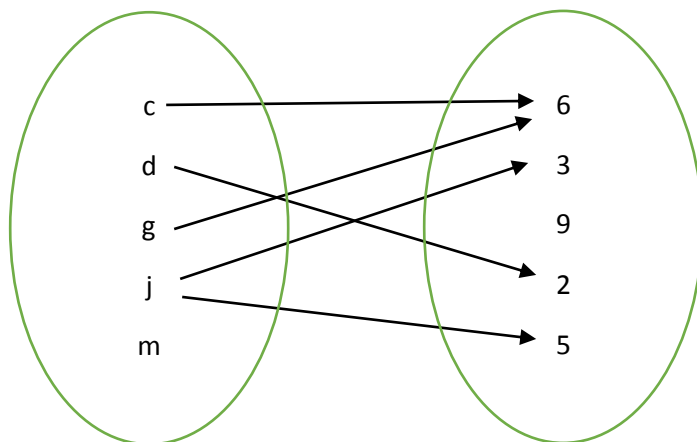
$$f(x) = 2x^2 - 3$$

- $f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$ , donde  $h(x)$  puede ser cualquier número real y  $g(x)$  tiene que ser distinta de cero. Por ejemplo:

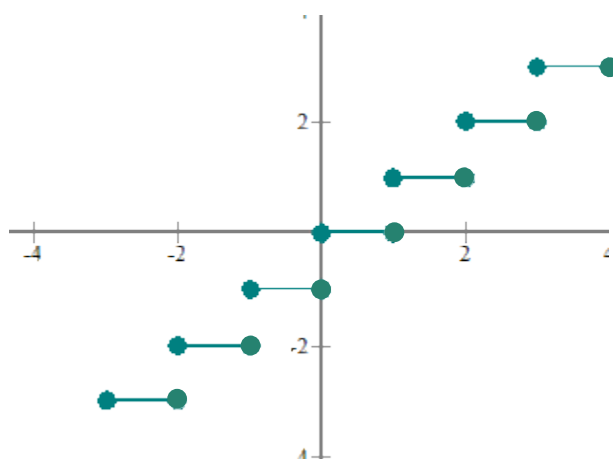
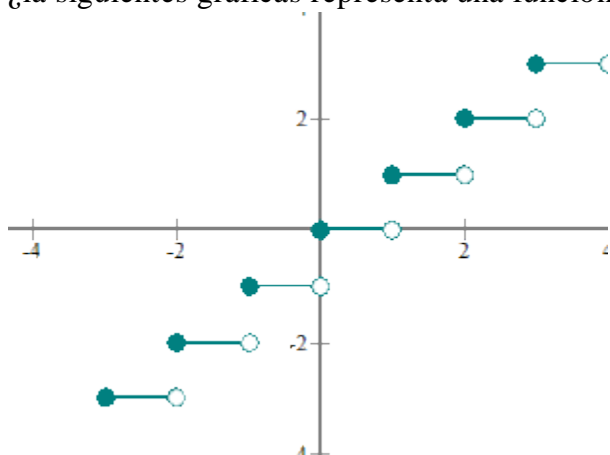
$$f(x) = \frac{1}{x - 2}$$

### Ejercicios:

- ¿Es válido el concepto de función solamente para números? Analice y justifique su respuesta.
- reordene las flechas para que la siguiente relación entre los dos conjuntos sea una función.



- ¿las siguientes graficas representa una función?



Graficar, encontrar dominio, codominio y rango de las siguientes funciones:

- $f(x) = 2 - x$
- $f(x) = x^2 + 3x + 2$
- $f(x) = \frac{11}{x^2 - 9}$

### 8.1.5. Guía #4

La cuarta guía consistió en mirar el comportamiento de las funciones encontradas mediante el programa GeoGebra.

#### Introducción:

En guías anteriores encontramos funciones que moldeaban un ejercicio a resolver, estas funciones encontradas se presentaron en forma general y se clasificaron; éstas tienen una representación gráfica que varían según sus parámetros y/o argumentos. Respecto a eso en la presente guía observaremos como varían las gráficas variando sus parámetros y/o argumentos y para ello se usará el programa GeoGebra.

#### Objetivo:

- Que los estudiantes observen y analicen el comportamiento de las funciones.

#### Materiales:

- Computador
- Televisor
- Programa GeoGebra.

#### Procedimiento:

Primero analizamos la función lineal  $f(x) = ax + b$ . En GeoGebra colocamos dos puntos deslizantes que representen a  $a$  que representa la pendiente y  $b$  que representa el corte con el eje y

#### Preguntas:

¿Qué pasa si  $a < 0$  o  $a > 0$ ? ¿Qué pasa si  $a$  crece o decrece mucho?

¿Qué sucede si aumenta o disminuye el valor de  $b$ ?

Sigue analizar la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + b$  y la función racional  $f(x) = \frac{a}{x} + b$  se ponen en cuestión las preguntas anteriores.

## **8.2. Segunda etapa: implementación**

Culminando la primera etapa, se comunica con la profesora a cargo del área de matemáticas del grado once de la institución educativa para exponer la propuesta que se planteó, y así acordar con ella los espacios y tiempos requeridos. El acuerdo al que se llegó con la profesora fue que se facilitaría el horario de miércoles y viernes de 10:15-12:00 hasta que se finalice la secuencia didáctica.

Antes de empezar el relato cabe resaltar que aquí se expondrán los hechos más destacados que se evidenciaron en la implementación de las situaciones tipo laboratorio. Para un mayor detalle de lo sucedido se puede dirigir a los diarios de campo que se encuentran en la sección de anexos.

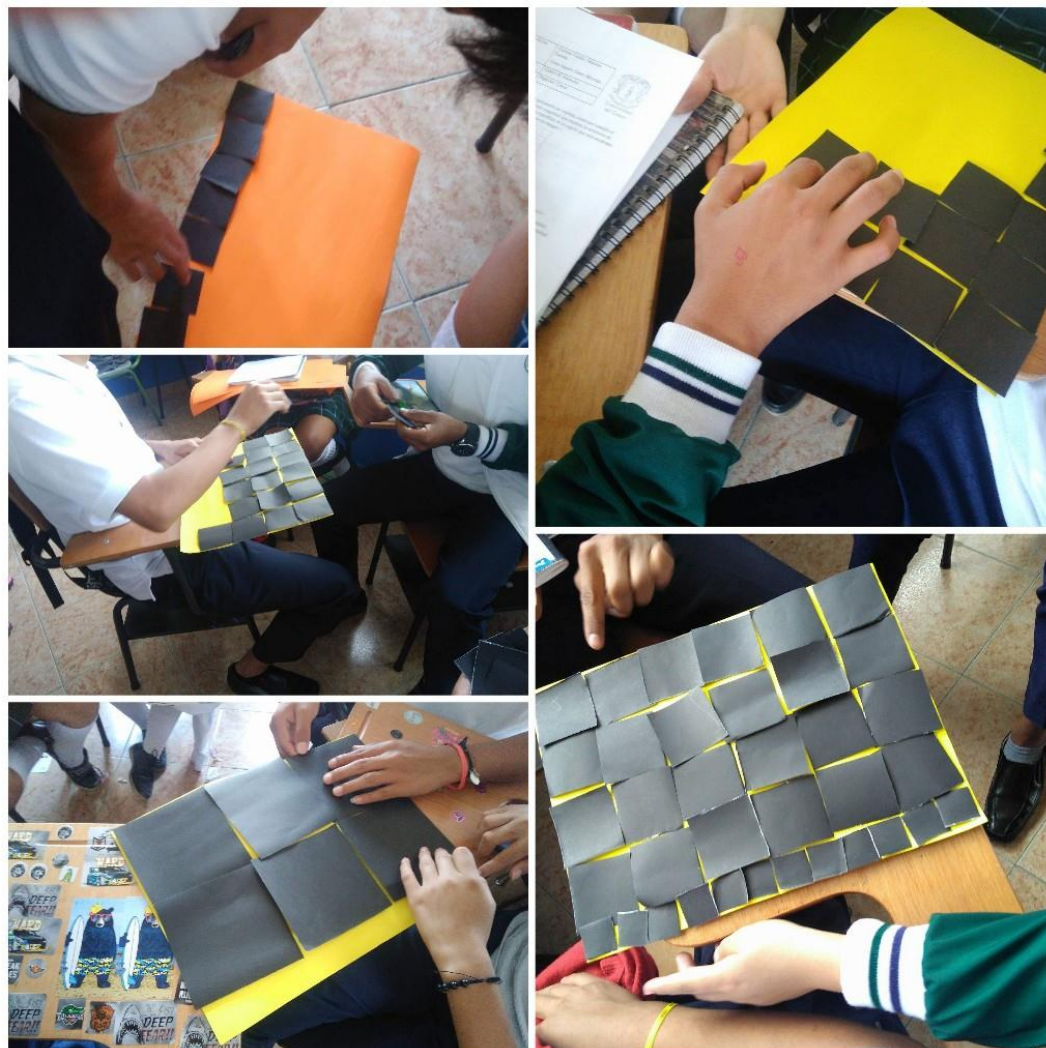
Para la primera guía se empezó por hacer una presentación personal y explicando lo que se iba a realizar; luego de acuerdo a las guías que se había impreso se formaron cinco grupos conformados por 5 u 8 estudiantes cada uno, organizados los grupos se preguntó a los estudiantes que entendían por área, y estas fueron sus respuestas: “todo lo que ocupa un cuerpo”, “Lo que está dentro de un cuadrado”, “algo que está encerrado”. Se entregaron las guías y entre todos se leyó la introducción y lo que ahí se explicaba, como el concepto de área y como calcularla, a medida que leía se iba preguntando las dudas que surgían y se explicaban en el tablero.





*Imagen 1: organización de los grupos.*

Después de aclarar las dudas, se pidió desarrollar las actividades planteadas en la guía, para ello, se entregó un rectángulo elaborado en cartulina y las unidades de medición, a medida que terminaban de medir un rectángulo, se anotaban los resultados en tablero y se entregaba uno nuevo para realizar el mismo procedimiento. Dado que la unidad que tenían no servía para medir el nuevo rectángulo, los estudiantes debían proponer la manera de hacerlo, inesperadamente una estudiante ya sabía que tocaba dividir la unidad en otra que les permitiera medir.



*Imagen 2: desarrollo de la actividad.*

Cuando todos terminaron de medir, se explicó en el tablero la actividad y se aclaró porqué a unos grupos les había dado un resultado distinto, pues habían dividido la unidad de manera distinta y otros habían medido usando todas las unidades que tenían.

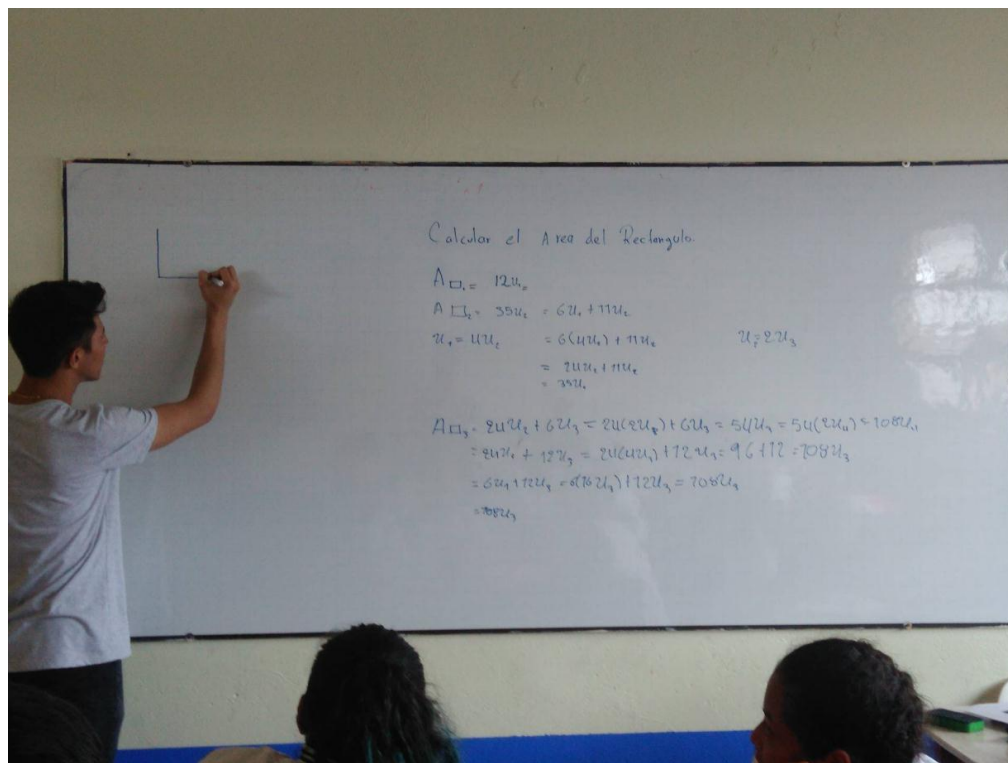


Imagen 3: explicación de la actividad.

Terminada la explicación, se pidió que respondieran las preguntas de la guía, hubo preguntas que no entendían, en este caso, acudían a los practicantes para solucionarlas. Por último, los estudiantes comentaron cómo les había parecido la actividad; algunos dijeron “pareció muy buena la actividad porque se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa”, otro estudiante añadió “es más entretenido porque nos podemos mover”<sup>6</sup>. igualmente, la actividad fue de agrado para la profesora encargada pues sugirió que se hiciera la actividad en el otro curso que ella orientaba. De esta manera se termina la primera sesión, pues las dos horas de clase se fueron en la explicación y la realización del primer parte de la guía.

---

<sup>6</sup> D1-P19

Para la segunda sesión se empezó recordando lo que había hecho en la anterior clase, se organizaron los grupos que estaban antes y se entregó las guías para terminar de desarrollarlas, debido a que era la continuación de la guía y la actividad sencilla de desarrollar, no se llevaron las cartulinas (lo cual fue un error).

Cuando comenzaron a desarrollar la actividad surgieron inquietudes pues no entendían la explicación que había en la guía de cómo desarrollar la actividad, unos grupos llamaba para preguntar que tenían que hacer y otros para preguntar si lo que hacían estaba bien. De esta manera transcurrió el desarrollo de la actividad pues seguían preguntando como hacer tal cosa y prestando atención a las explicaciones que se daban a cada grupo.

De igual manera sucedió al responder las preguntas pues no entendían las preguntas o no encontraban como responderlas, al final se abordaron las preguntas para responderlas de manera conjunta y así aclarar dudas. Para explicar una de las preguntas se propuso utilizar el celular y a través de la aplicación desmos, para entender el porqué de la respuesta, fue una gran idea pues sus caras de asombro lo decían todo, ya que podían ver y convencerse de la respuesta, incluso preguntaban ¿qué aplicación es? y si la podían tener.

Por último, los estudiantes mostraron su inconformidad con la actividad pues expresaron que la sesión no fue tan agradable como la primera, pues les pareció muy enredada y un poco aburrida, además dijeron que hubiera sido mejor con las cartulinas pues así era más entretenido.

La base no tiene un número exacto de dadas. Se utiliza la expresión algebraica la unidades que no se pueden tomar exactas, depende de la ecuación de la que se encuentra.

puede satisfacer cuando la grafica tenga resultado una función lineal, ya que la es fija.

La base de un triángulo es cero. Pero necesariamente nos tendría que dar un cero y eso no significa que un ángulo con área cero no exista porque lo podemos ver.

1

$A = l \times h$   
 $A = 6 \times 8$   
 $A = 48$

$A = 2 \times 28$   
 $A = 56$

$A = 86$

2  $A = b \times h$   
 $A = 28 \times 5$   
 $A = 140$

3  $A = b \times h$   
 $A = 28 \times 4$   
 $A = 112$

4 Suponemos que si se podría hacer, pero al realizar la operación correspondiente daría un número no exacto por ejemplo en 112 o algo parecido entonces no se podría ubicar ya sea en la grafica o tabla.

2 TABLA

| ALTURA | AREA |
|--------|------|
| 2      | 56   |
| 4      | 112  |
| 6      | 168  |

Diego Brito  
Duan Martínez

e) Ubica los datos que obtuviste en el plano cartesiano y une los puntos correspondientes.

Los puntos los podemos unir porque en el momento en el que elegimos un valor de la base, debemos obtener un área.

2

| Altura | Area |
|--------|------|
| 2      | 56   |
| 4      | 112  |
| 6      | 168  |

3 Si se puede hallar la altura usando la siguiente fórmula:

$$A = b \cdot h$$

si tenemos la base transformamos datos de personas y la altura + area los convertiremos en variables  $x$  y  $y$ .

Altura

$$\frac{A}{b} = h$$

Imagen 4: respuestas de los estudiantes.

Para la segunda guía se decidió imprimir una mayor cantidad de material, pues con el desarrollo de la anterior se analizó que quedaban muchos estudiantes por grupo sin las guías, en este sentido, se organizaron 8 grupos, después de organizados se entregaron las guías y se procedió a leer y explicar la introducción como se hizo en sesiones anteriores.

Para el desarrollo de la primera actividad se entregó las unidades elaboradas en cartulina y así construyeran los rectángulos que se pedían y anotaran los datos que necesitaban.



Imagen 5: desarrollo de actividad de la segunda guía.

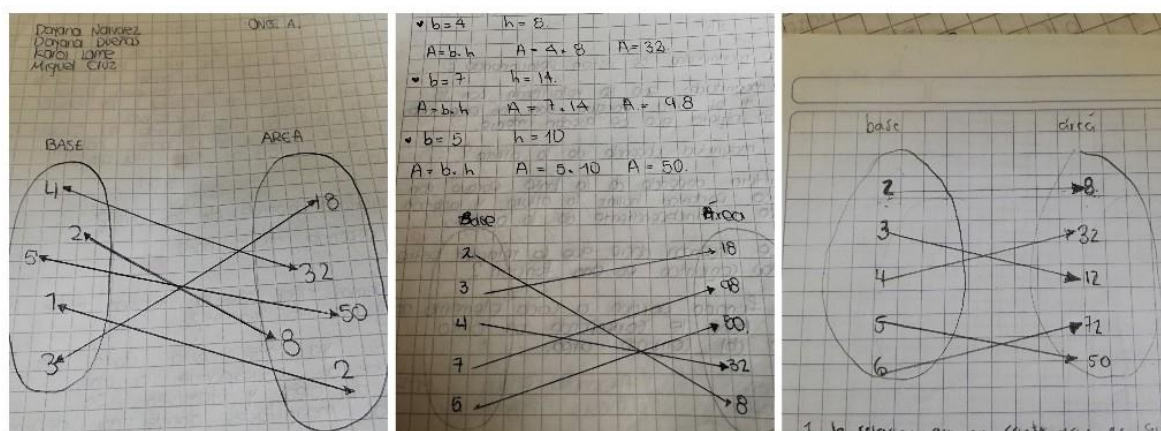


Imagen 6: datos tomados por los estudiantes.

Al terminar los procedimientos, se respondían las preguntas de la guía, al igual que en la anterior sesión hubo confusiones en algunas preguntas, por lo que tocaba explicar varias veces, se les daba detalles de cómo hacerlo y a pesar de que entendían la explicación le causaba dificultad encontrar la respuesta. Para otras preguntas simplemente se recurría a la guía para dar la explicación y con eso bastaba.

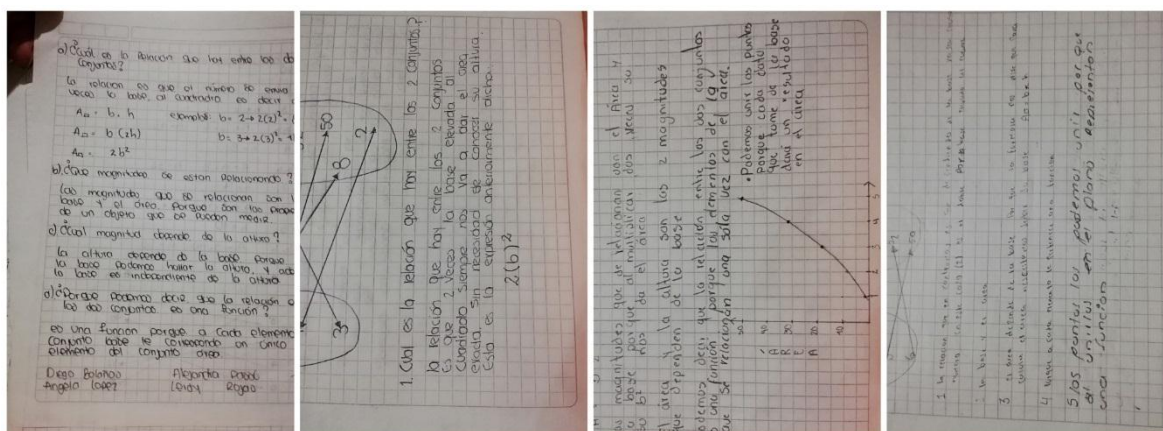


Imagen 7: respuestas de los estudiantes a las preguntas de la segunda guía.

El desarrollo de la tercera guía se hizo a modo de una clase magistral pues en esta se buscaba esclarecer los conceptos vistos en las anteriores guías, como por ejemplo el de función, dominio, rango y explicando las funciones encontradas en cada actividad, se explicaron sus nombres, representaciones y algunas propiedades, claro está, siempre respondiendo las dudas.

La última guía se desarrolló con el uso del televisor, se explicó algunas cosas sobre las funciones encontradas a lo largo de las actividades, se empezó explicando el funcionamiento del programa y posteriormente las funciones. Esta actividad agradó mucho, pues preguntaban cómo hacer tal cosa u otra, también proponían otros ejemplos de funciones que tenían en el cuaderno porque querían verlas, incluso pedían que los dejaran manipular el programa, de esta manera se desarrolló toda la clase terminando con un aplauso por parte de ellos y dándoles gracias.



*Imagen 8: desarrollo de la última guía.*

### **8.3. Tercera etapa: categorización**

En esta etapa final se recoge toda la información obtenida en la etapa anterior mediante los diarios de campo, fotografías y trabajos entregados por los estudiantes, para establecer categorías en cuanto a las relaciones que emergen en el aula al implementar situaciones tipo laboratorio. Para lograr esto es necesario utilizar el enfoque de investigación cualitativo puesto que algunas de las características que posee son:

- En la mayoría de los estudios cualitativos no se prueban hipótesis, sino que se generan durante el proceso y se perfeccionan conforme se recaban más datos; son un resultado del estudio.
- El enfoque se basa en métodos de recolección de datos no estandarizados ni predeterminados completamente. Tal recolección consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, prioridades, experiencias, significados y otros aspectos más bien subjetivos). También resultan de interés las



interacciones entre individuos, grupos y colectividades. El investigador hace preguntas más abiertas, recaba datos expresados a través del lenguaje escrito, verbal y no verbal, así como visual, los cuales describe, analiza y convierte en temas que vincula, y reconoce sus tendencias personales. Debido a ello, la preocupación directa del investigador se concentra en las vivencias de los participantes tal como fueron (o son) sentidas y experimentadas. (Hernández, Fernández y Baptista, 2014)

- La aproximación cualitativa evalúa el desarrollo natural de los sucesos, es decir, no hay manipulación ni estimulación de la realidad (Corbetta, 2003).

Estas características mencionadas permiten recoger los datos de forma naturalista<sup>7</sup>, examinarlos e interpretarlos para poder establecer categorías y culminar esta etapa de categorización. Obteniendo de esta manera una descripción de las relaciones que emergen en el aula.

Para encontrar las relaciones que subyacen dentro del aula a partir de la implementación de las situaciones tipo laboratorio, se desarrolló un ejercicio de análisis categorial a partir de los diarios de campo, esto basándose en el ejercicio de categorización realizado por Manzano (2016), como se describe a continuación:

En primer lugar, de los diarios de campo se realizó un ejercicio de extracción de categorías abiertas que permitieron clasificar comportamientos tales como, trabajo en equipo, entendimiento, dudas, atención, comunicación entre estudiantes, creatividad, mecanicismo por parte de los estudiantes, correcciones, interés por parte de los estudiantes, complacencia y errores

---

<sup>7</sup> Es naturalista porque estudia los fenómenos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales y en su cotidianidad

por parte de los practicantes, falencias en los estudiantes, imprevistos en las actividades y participación.

En segunda instancia, se establecieron categorías axiales agrupando categorías abiertas de acuerdo a sus propiedades y dimensiones. Estas categorías son, confianza entre los estudiantes, confianza hacia los practicantes, participación, atención, interés, amenidad repetición de explicaciones, búsqueda de aceptación, falencias, diversidad de respuestas, cuestionamientos y por ultimo deducciones propias; a partir de estas, finalmente se extrajeron macro categorías que finalmente son las relaciones buscadas, un ejemplo en particular de este proceso se muestra en la siguiente tabla:

| Macro categorías | Categorías axiales               | Categorías abiertas  |
|------------------|----------------------------------|--|
| Empatía          | Confianza entre los estudiantes  | <p>el grupo 3 y cuatro lo hicieron sin errores, pues de la misma forma que para llenar la tabla, ellos iban a pedir explicación a los grupos por los cuales ya habíamos explicado.</p> <p>Mostramos a los demás estudiantes la gráfica y empezaron a hablar entre ellos a cerca de como la habían graficado pues expresaban algunos "así me quedo"</p> <p>en los demás grupos algunos de sus integrantes se acercaban a un grupo al cual ya se le había explicado</p> <p>y se quedaban preguntando a ese grupo de como de cómo habían entendido</p> <p>los grupos hablaban entre ellos dando algunas sugerencias y anotando en sus hojas las opciones</p>  |
|                  | Confianza hacia los practicantes | <p>nos saludó de manera entusiasta y nos preguntó "¿hoy nos darán clase?" le respondimos si y la estudiante dijo "¡qué bien!"</p> <p>dijeron "ay no sean malos digannos", así que les dijimos que se decía dado un b en el primer conjunto se relaciona con el doble de su cuadrado</p> <p>y nos dijeron que ellos si entendían la explicación que habíamos dado pero que no podían allar la relación, entonces les digimos que usaran la fórmula para allar el área y nos sentamos con ellos para que la encontrarán</p> <p>Ellos pensaron por un momento y uno respondió de manera dudosa que "de pronto se podían tapar"</p> <p>él dijo que toda relación si era función por que como se miraba en el dibujo cada figura se relaciona con un número</p> <p>también nos ayudaron a desconectar el computador y a guardar los dispositivos usados voluntariamente.</p> <p>Un estudiante vio un icono en la pantalla del juego minecraft, y preguntó si también lo jugábamos</p> |

Imagen 9: ejemplo del proceso de caracterización:

De esa manera se encontraron las relaciones presentes en al aula cuando se implementan situaciones tipo laboratorio, las cuales se describen a continuación.

Teniendo estas relaciones, se pasó a describirlas, como se hace a continuación:

### **8.3.1. Empatía**

En el transcurso de las sesiones se hace notar una relación de empatía, pues entre estudiantes no se presentan discordias, además tanto al realizar cada una de las actividades como al exponer las soluciones, se despliega una comunicación entre los grupos de trabajo y por tanto entre los estudiantes. Por otro lado, no se presenta miedo en los estudiantes para preguntar a los practicantes sus dudas y siempre había disposición de los estudiantes para realizar las sesiones.

#### **8.3.1.1. Confianza entre estudiantes**

En los espacios en que los grupos realizaban gráficas o se respondían preguntas, los grupos se comunicaban, estaban atentos a las ideas que presentaba algún compañero. En otro sentido, cuando se socializaban las respuestas de los grupos, los estudiantes expresaban sus sorpresas y se daban la razón o se resaltaba la equivocación de otro grupo sin que se presentaran discordias.

#### **8.3.1.2. Confianza hacia los practicantes**

Los estudiantes, no tenían miedo para dar respuestas ni para hablar, en todas las sesiones saludaban respetuosamente incluso fuera del aula, y además siempre tenían disposición para colaborar ya sea para organizar herramientas tales como el computador y la pantalla.

La confianza llegó al punto en que, preguntaron acerca de nuestra carrera, el porqué de nuestra elección de carrera y lo que se pensaba de esta.

### **8.3.2. Motivación**

En cada una de las sesiones los estudiantes estaban en continua interacción, expresaban sus opiniones acerca de las actividades, se mostraba interés en los problemas, pues se cuestionaban y preguntaban cosas que querían saber. Por otro lado, la mayor parte del tiempo los estudiantes prestaban atención tanto a las explicaciones como a los aportes que hacían compañeros en clase.

#### **8.3.2.1. Participación**

Cuando se hacían preguntas, diferentes estudiantes respondían, incluso cuando se les pedía salir al tablero, no había que decir explícitamente a un estudiante que saliera, voluntariamente salía un estudiante de cualquier grupo, o cuando se necesitaba hacer lectura de párrafos de las guías, cualquiera se ofrecía para leerla en voz alta. La mayor parte del tiempo hubo participación en los grupos al realizar las actividades.

#### **8.3.2.2. Atención**

En cuanto a las explicaciones, cuando se trataba de dudas respecto a las guías, bastaba con dar una explicación para que los estudiantes comprendieran, también se basaban en las explicaciones a las dudas de otros grupos y adicionaban lo que comprendían.

#### **8.3.2.3. Interés**

En las guías solo se presentaban algunos problemas y preguntas, pero a los estudiantes les surgían dudas y cada que esto se presentaba, ellos preguntaban por su cuenta sin que ello hiciera falta del trabajo, es decir se presentaba curiosidad.

#### **8.3.2.4. Amenidad**

En algunas de las expresiones de los estudiantes tales como la charla entre ellos o sus gestos de chocar sus manos mostraban agrado hacia las actividades, además comentaban como les pareció las actividades aplaudiendo en el cese de estas, aunque las que más les gustó fueron las que hacían manipulación de objetos y el uso del programa o celular.

#### **8.3.3. Dependencia**

Algunos de los aspectos no deseados que se presentaron en las sesiones fue la dependencia de los estudiantes hacia el profesor, pues necesitaban para cada pregunta explicación, también a cada ejercicio que hacían requerían saber si estaba bien o si así se hacía, tal vez por que esperaban que los talleres tenían solo una forma de hacer, además se tenía que estar pendientes de los cálculos pues se presentaban falencias tales como despejar ecuaciones o suma de variables.

##### **8.3.3.1. Repetición de explicaciones**

Cuando se pretendía pasar a resolver los problemas o llenar tablas, a pesar de que los procedimientos estaban en las guías, los estudiantes llamaban para preguntar lo que se tenía que hacer.

##### **8.3.3.2. Búsqueda de aceptación**

Siempre que los grupos hacían un procedimiento necesitaban saber si estaba bien o mal, así como también saber si algo que se presentaba en la guía se podía usar para resolver algún ejercicio.

### **8.3.3.3. Falencias**

Cuando los grupos llamaban para preguntar, se dio cuenta de algunas fallas para resolver ecuaciones, tales como despejar una variable, reemplazar valores en una ecuación y suma de variables distintas, esto presento dificultades en cuanto tiempo, pues a algunos grupos había que explicar cómo se hacían estos procedimientos.

### **8.3.4. Razonamiento**

Las respuestas a las preguntas no eran iguales, cada grupo hacia sus deducciones, aunque se comunicaran entre ellos.

#### **8.3.4.1. Diversidad de respuestas**

Cuando se revisaba las repuestas a las preguntas que se planteaban en las guías o cuando se exponían, se presentaban distintas respuestas, procedimientos e incluso resultados. Es en la diferencia de estas respuestas en donde se resalta la diferencia de pensamiento entre grupos y como se comunicaban, pero no para copiarse, si no para entenderlo que no entendían de las preguntas.

#### **8.3.4.2. Deducciones propias**

Cuando se explicaba por grupos, ellos respondían lo que pensaban o como ellos lo resolverían, además, en algunas ocasiones podían responder tal cual como se requería para la situación que se planteaba en ese momento.

### **8.3.4.3. Cuestionamientos**

Por último, cuando se entendían los procesos, preguntas y problemas los estudiantes se planteaban incógnitas aparte de lo que tenían que responder (que se respondían con todo el gusto) esto daba luz de que en los estudiantes se presentaba curiosidad por lo que se estaba haciendo.

## **9. Reflexiones finales.**

El trabajo tiene como objetivo describir las relaciones que emergen en el aula de matemáticas al implementar situaciones tipo laboratorio con estudiantes de la educación media de la institución educativa Carlos M Simmonds. Donde se busca mostrar las relaciones que surgen al realizar otro tipo de estrategias a las cuales los estudiantes no están acostumbrados. Para cumplir con este propósito se plantearon unas etapas plasmadas en objetivos específicos que permitirían alcanzarlo, el primer objetivo era diseñar las situaciones tipo laboratorio, el segundo implementarlas con los estudiantes y por último caracterizar las relaciones que surgieron de la implantación.

Cada etapa requirió una serie de actividades que permitieran evidenciar el logro de cada una, para facilitar esto se hizo una matriz de marco lógico donde se plasmaba todas las actividades a realizar y de esta manera poder tener un orden y una guía que permitiera observar de forma clara si se iba cumpliendo lo requerido. Esta matriz se puede ver en la parte de anexos.

Para la primera etapa donde se debía diseñar las situaciones tipo laboratorio se plantearon como actividades revisar tanto documentos del MEN como de la institución y definir las situaciones tipo laboratorio, estas presentaron diversas dificultades pues, debido a la diversidad de contenidos no se llegaba a un acuerdo de escogencia del tema sobre el cual diseñar las

situaciones, además, dado de que no se encontró una noción de situación tipo laboratorio, se decidió arriesgar una definición para este concepto desarrollando las partes que lo componen. Superando lo anterior se logró poco a poco diseñar unas guías donde estaban plasmadas las situaciones tipo laboratorio.

Terminando el arduo trabajo anterior seguía continuar con la segunda etapa donde se debía buscar el espacio y los horarios en los que iban a implementar las situaciones tipo laboratorio. En esta etapa, pensando en la última y dado que se debía estar bajo una constante observación, se hizo uso del enfoque cualitativo para recolectar información. Toda la información obtenida fue categorizada hasta encontrar las relaciones que se obtuvieron de la implementación de las situaciones que aquí se plantearon.

Como practicantes se pensaba desarrollar todo tipo de actividades, pues como primerizos en el campo de la educación se tienen todas las mejores intenciones. Resulta que la realidad educativa es muy distinta, pues las cosas no suceden tal cual se lo espera, por ejemplo, en el trabajo se plantearon dos actividades por guía pensando que eran sencillas y rápidas de realizar, y al llevarlas al aula cada guía requirió de aproximadamente dos sesiones, además para ellos las actividades no resultaron ser sencillas.

En cuanto a las relaciones emergentes, se encontró una relación de *dependencia*, causando cierta inconformidad acompañada de una inquietud, pues en un principio se pensaría que esta relación se presenta por causa de las situaciones de tipo laboratorio; sin embargo, se encuentra que esta relación depende de la manera como se enseña en las instituciones, pues se tiene al maestro como dueño del saber y al estudiante como receptor pasivo, y debido a que las actividades planeadas estaban estructuradas de tal manera que los estudiantes interactuaran con



el conocimiento de manera autónoma; era inevitable que se presentara esta relación de dependencia

por otro lado, esta actividad, permitió dar fe personal a cerca del trabajo de los docentes, pues para que cada una de las sesiones se llevara a cabo, hubo planeación y construcción para que las practicas llevaran un eje central y así, aunque surjan situaciones no planeadas, se logre mantener la balanza con lo que se desea de las prácticas y para esto juegan un papel importante la responsabilidad y perseverancia de los docentes.

Finalmente, se pudo verificar el hecho de que el material concreto y la tecnología facilitan el entendimiento por parte de los estudiantes, ya que facilita la comprensión de problemas y la forma de solucionarlos, invitando así al docente a reflexionar sobre las diferentes posibilidades que puede haber dentro del aula.

## **9.1. Conclusiones**

Según los resultados obtenidos, se puede apreciar que las relaciones que emergen de la implementación de las situaciones tipo laboratorio son: empatía, motivación, dependencia y razonamiento. De acuerdo con esto se podría decir que las situaciones tipo laboratorio no solo permiten que los estudiantes tengan una interacción más directa con los ejercicios, sino que ceden a que haya interacción entre compañeros para que en conjunto se razone y se resuelvan diferentes actividades. Por otro lado, se puede inferir que el uso de elementos concretos y la tecnología motiva a los estudiantes en los procesos de aprendizaje, pues como lo expresaron los estudiantes: las actividades son motivantes y es preferible a diferencia de hacer una cantidad excesiva de ejercicios. Por último, se puede apreciar que las situaciones tipo laboratorio

despiertan la creatividad y razonamiento a la hora de resolver problemas matemáticos cuyas soluciones no conllevan procedimientos mecánicos.

## **9.2. Recomendaciones**

- Tratar de no abarcar muchos contenidos para diseñar las situaciones tipo laboratorio pues como se observa en el trabajo, se buscó llegar a un concepto de función por medio de concepto de área, pero se cayó en la cuenta de que fue demasiado, se trató de abarcar mucho en poco tiempo, además el desarrollo de las guías tardó más de lo esperado, pues se cometió el error de colocar dos actividades por cada una pensando que eran sencillas y no les iba a tomar mucho tiempo, por eso sería mejor desarrollar una actividad por guía y concentradas en un solo tema; en particular para este trabajo haber abordado el concepto de área habría sido suficiente.
- En la elaboración de las guías de laboratorio debe haber más participación de herramientas tecnológicas.

## 10. Bibliografía.

- Arce, J. (2004). *el Laboratorio de Matemáticas en la Escuela Normal Superior Farallones de Cali* . Cali : Universidad del valle.
- Arce, J., Pavón, O., Vega, M., & Diego, G. (2011). El Laboratorio de Matemáticas: una estrategia de producción y uso de recursos pedagógicos en la clase de matemáticas. *conferencia interamericana de educación matemática*, (págs. 2-13). Recife Brasil.
- Brousseau, G. (1999). *Educación y Didáctica de las Matemáticas* . Mexico .
- Brousseau, G. (2007). *iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas* . Buenos Aires : Libros del Zorzal .
- Calderón, S., Nuñez, P., L. Di Laccio, J., Iannelli, L. M., & Gil, S. (2015). Aulas-laboratorios de bajo costo, usando TIC. *Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 212-226.
- Chavarría, J. (2006). Teoría de Las Situaciones Didácticas . *cuadernos de investigación y formación en educación matemática* , 10.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática* . Cooperativa Editorial Magisterio.
- Escobar, M., Martínez, A., & Osorio, J. Á. (s.f.). *Construyendo nuestro laboratorio de matemáticas*. Popayán .
- Escobar, M., Martínez, A., & Osorio, J. (s.f.). *Construyendo nuestro laboratorio de matemáticas*. Popayán Cauca.
- Espinosa, E., González, K., & Hernández, L. (2016). Las prácticas de laboratorio: una estrategia didáctica en la construcción de conocimiento científico escolar. *Entramado*, 266-281.
- Gordillo, B. E. (2017). *Secuencias didácticas como estrategia de aprendizaje colectivo para fortalecer el pensamiento espacial en los niños de grado tercero de la institución educativa Evaristo García. (trabajo de grado de maestría)* . Santiago de Cali, Colombia: Universidad ICESI.
- López Rúa, A. M., & Tamayo Alzate, Ó. E. (2012). Las prácticas de laboratorio en la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia)*, 145-166.

- Manzano, D. (2016). *Relaciones entre prácticas matemáticas de aula y prácticas sociales: un estudio desde la investigación acción participativa con estudiantes de educación media.*(trabajo de grado de Maestría). Popayán, Colombia: Universidad del Cauca.
- Mejía, G. (2014). *El Huerto como laboratorio de matemáticas: Aprendizaje de los números racionales positivos* . Palmira .
- MEN. (2006). Estandares Basicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanía .
- MEN. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Primaria*. Bogota, Colombia: MEN.
- Ministerio de Educacion Nacional . (2014). Documento Orientador, Foro educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matematicamente Competentes. *Documento Orientador, Foro educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matematicamente Competentes*. (págs. 6-7). Bogota: MEN.
- Moreira, M. A. (s.f.). *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Obtenido de <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>
- Philippe Jonnaert, J. B. (2008). La competencia como organizadora de los programas de formación: hacia un desempeño competente. *Profesorado. Revista de curriculum y formacion del profesorado* .
- Rua, A. M., & Tamayo, O. (2012). Las prácticas de laboratorio en la enseñanza de las ciencias naturales. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 145-166.
- Saiz, C. P. (1994). *Didáctica de matemáticas, aportes y reflexiones* . Buenos Aires : Paidós Educador .
- Sergio Tobón Tobón, J. H. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluacion de competencias* . Mexico : Pearsón educación.
- Skosmovse, O. (2000). Escenarios de Investigación. *EMA*, 3-26.
- Tobón, R. (2018). *Diseño de un laboratorio de matemáticas para el fortalecimiento de la enseñanza y el aprendizaje en el grado quinto: pensamiento numérico y variacional*. Medellín.
- Valero, P. (2002). Consideraciones Sobre el Contexto y la Educación Matematica para la Democracia. 33-40.

Vazquez, M. (2013). La motivación en el aprendizaje de las matemáticas con PDI. Percepción de los estudiantes.

Zaldívar Rojas, J., Londoño, N., & Ramírez, G. (2017). Modelación y Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas a nivel Bachillerato: un ejemplo de Situación de Aprendizaje. *El Cálculo y su Enseñanza, Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*, 18-30.

## 11. Anexos

### Anexo 1: diarios de campo

#### Diario de campo 1:

Viernes 08 de junio de 2018

Era un día soleado, del cual salimos a las 9 y 10 de clases de topología general, salimos a imprimir las guías de laboratorio que íbamos a aplicar ese mismo día, en el camino para ir a coger la ruta, Cristian compró unas empanadas y un café, pues tenía hambre. La ruta nos dejó en el Sena norte y de allí corrimos a la institución ya que íbamos un poco tarde.

Llegamos, solicitamos a la portera que nos dejara ingresar, ella nos recibió con saludo cordial y os dirigimos al salón de clases, estando afuera del salón llamamos a la profesora Liliana quien nos aconsejó que descansáramos un momento pues estábamos agitado y que cuando nos sintiéramos listos entráramos.

Descansamos un momento entramos al salón, donde la profesora nos presentó a los estudiantes y nos cedió la palabra, hablamos con los estudiantes y les explicamos lo que teníamos pensado realizar con ellos, seguido de esto le pedimos que se organizaran en 5 grupos de los cuales variaban entre 5 y 8 personas, un grupo quería hacerse de 10 pero el profe les llamo la atención porque habían muchos y les pidió a uso que se fueran a otro grupo, también había un estudiante que no quería pasarse al grupo más pequeño pues según él no lo querían pero la profe fue al grupo a preguntarles que si se hacían con él y respondieron que sí y por tanto se pasó al grupo sin decir más.

Cuando todos los grupos estaban organizados empezamos preguntando a los muchachos que entendían por área; unos estudiantes contestaron que:

“todo lo que ocupa un cuerpo”

“Lo que está dentro de un cuadrado”

“algo que está encerrado”

“el área del rectángulo es base por altura”

Luego de esto, entregamos la guía a cada grupo, y le pedimos el favor a un estudiante de un grupo que empezara a leer la guía, leyó la primera parte sobre que era el área y preguntamos si habían entendido, todos respondieron que si habían entendido, menos una estudiante, entonces procedimos a explicar, basándoos en la guía.

Después leyó la segunda parte de la guía donde hablaba como calcular el área, de esta parte la mayoría no entendió lo que estaba escrito donde Cristian procedió a explicar esta parte.

Tomando la cuadrícula del tablero, se tomó como ejemplo un rectángulo de 5 cuadrados de largo

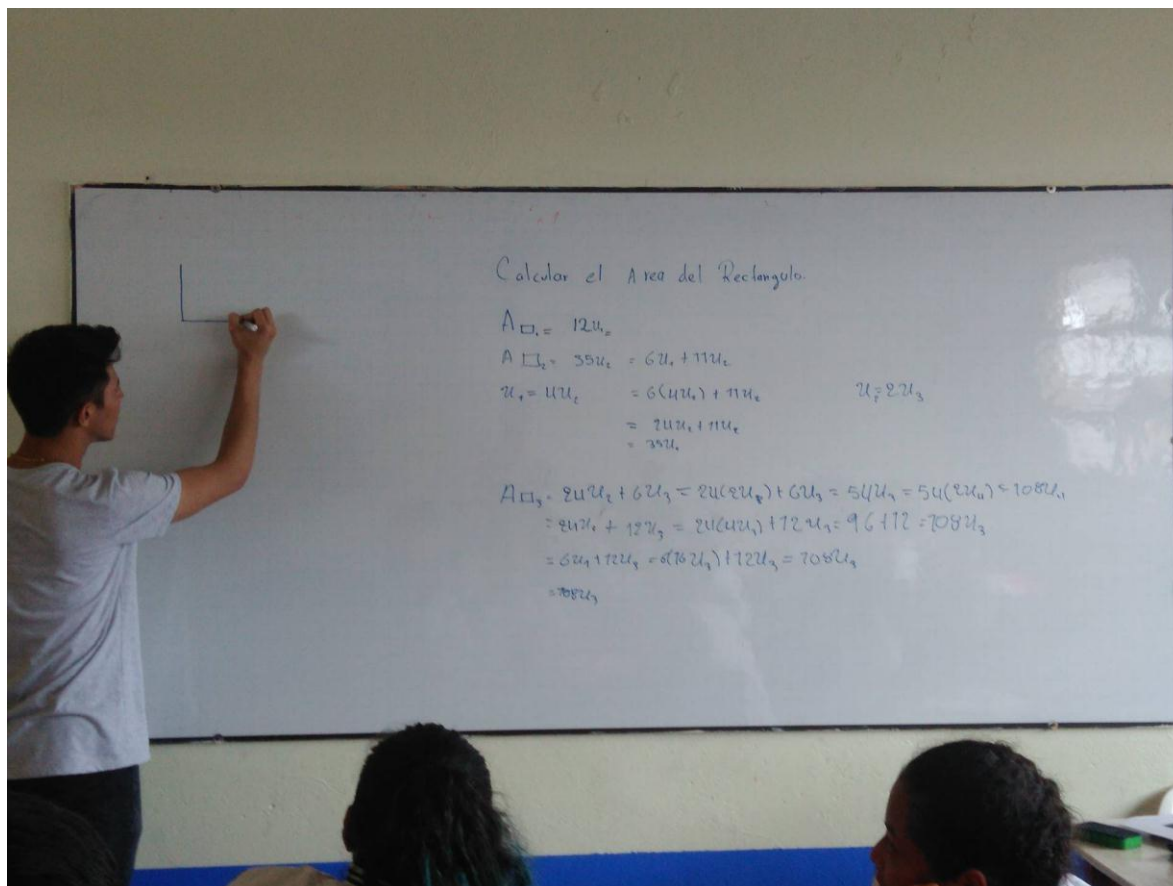
y cuatro de ancho y un cuadradito como la unidad y miramos cuantas veces cabía ese cuadrito en el rectángulo y todos respondieron 20 y les comentamos que esa era el área de ese rectángulo. Luego preguntamos cómo podíamos medir si la unidad no cubría completamente el rectángulo, lo cual para sorpresa de nosotros una estudiante contesto justamente lo que queríamos, ella respondió que se debía dividir la unidad. Luego siguiendo la guía, presentamos el hecho de que: medir directamente la superficie de un polígono no siempre es sencillo de hacer, por lo que se recurre a métodos indirectos, por ejemplo para un rectángulo se tiene que su área se calcula multiplicando la base por altura y la del triángulo con su fórmula [base por altura sobre dos]. Luego dijimos a los estudiantes que teniendo en cuenta lo explicado, ellos midieran unos rectángulos de cartulina con las unidades que les entregamos y respondieran cuatro preguntas que estaban en las guías y que luego cada grupo diría sus respuestas.

Cuando se les entrego el paquete de unidades para medir los rectángulos, un estudiante pregunto qué pasaba si tenían más unidades que las que media el rectángulo, a lo cual le respondimos que no importaba .pues lo que importaba era medir el rectángulo.

A los diez minutos todos habían medido el primer rectángulo que habíamos entregado y preguntamos cuantas unidades media, y anotamos en el tablero, todos respondieron que media doce unidades, luego entregamos el segundo, los estudiantes empezaron a medir, pasamos por los grupos y los estudiantes nos decían que no se podía porque al medir con las unidades, sobraba espacio en el rectángulo, entonces nosotros les preguntamos, como harían para medir con la misma unidad, a lo cual una estudiante respondió que se debía dividir la unidad, le dijimos que muy bien que eso es lo que debía hacer, debido a la respuesta, cada grupo empezó a dividir las unidades, un grupo dividió la unidad en la mitad, y midió con esa pero se dieron cuenta que tampoco les servía por lo que decidieron volver a dividirla, otro grupo pregunto de qué manera se debía dividir la unidad , les dijimos que debían medir con figuras iguales y del mismo tamaño, dijeron que si lo dividían en cuatro ya lo podían medir , claramente le contestamos que lo intentarían a ver cómo les iba, de esta manera este grupo recorto la unidad en cuatro, y midió el rectángulo, los otros grupos prestaban atención a las explicaciones que dábamos a los demás grupos y realizaron el ejercicio sin preguntarnos

Después de un rato cuando nos dimos cuenta que ya todos los grupos habían terminado de medir, les pedimos que nos compartieran sus resultados para anotarlos en el tablero, un grupo espontáneamente dijo su resultado el cual era 35 unidades, preguntamos si a alguien le había dado distinto, un grupo levanto la mano y dijo que ellos le había dado distinto pues les dio que la medida era 17 unidades, nos acercamos a ver que error habían cometido y nos dimos cuenta que ellos habían medido con las dos unidades es decir con la primera unidad que tenían y con la nueva que habían recortado, después de darnos cuenta del error, volvimos al tablero para explicar a todos lo sucedió, explicamos el grupo lleno el rectángulo con las dos unidades, ellos habían llenado lo más posible el rectángulo con la primera unidad y lo que les faltaba lo terminaron de llenar con la nueva unidad, o sea que ellos habían llenado el rectángulo con 6 unidades de la primera y 11 de la segunda, lo cual era correcto pero ellos sumaron las dos unidades, por eso les

dio 17, lo cual es incorrecto porque son dos unidades distintas y no se pueden sumar, los que tenían que hacer era tener las mismas unidades para poder sumarla, entonces debido a que la segunda unidad era 4 veces la segunda debíamos reemplazar en lo que ellos tenían  $6u_1 + 11u_2$  entonces como  $u_1 = 4u_2$  debíamos reemplazar, es decir que  $6u_1 + 11u_2 = 6(4u_2) + 11u_2 = 24u_2 + 11u_2 = 35u_2$



Después de haber dado estas explicaciones, entregamos a los grupos otro rectángulo y también se les pidió calcular su área, de la manera en que se pedía en las guías, inmediatamente los estudiantes comenzaron a desarrollar la actividad. Después de un tiempo, pasamos por los grupos y observamos lo siguiente:

el grupo número uno dividió la unidad en la mitad, aunque ellos decidieron doblar la unidad en vez de cortarla pues decían que no había necesidad, incluso se dieron cuenta que no debían doblar todas las unidades, simplemente ubicaban las unidades que tenían y lo que faltara para rellenar el rectángulo lo completaban con las dobladas en la mitad y de esa manera midieron el rectángulo, el grupo número dos también dividió la unidad en la mitad y midió el rectángulo con esta nueva unidad, pero se dieron cuenta que con esta unidad tampoco podían medir el rectángulo por lo que decidieron volver a dividir la unidad volver a medir, los pedazos que quedaban, entonces un grupo recurrió a cortar la unidad por la mitad y al ver que con esta nueva unidad no se podía medir el rectángulo, se dieron cuenta que tenían que volver a cortar la unidad,



de este modo cortaron la unidad en cuatro partes iguales que además, estas partes de la unidad les permitía medir todo el rectángulo, otro grupo solo dividió las unidades que necesitaba para terminar de medir el rectángulo de tal forma que midió con dos unidades habiendo pasado por todos los grupos y preguntando si ya habían terminado, pasamos al tablero, obteniendo así los resultados que se muestran del rectángulo 3 en la imagen 1.

Después de esto, dijimos a los estudiantes que resolvieran las preguntas que se presentaban en la guía.

### **Preguntas.**

1. ¿Cómo se puede medir el área de cualquier rectángulo?
2. ¿Que pasa si se divide la unidad en partes iguales tantas veces como se quiera?
3. ¿Cual es la relación entre el método usado en la actividad para medir el área del rectángulo y la cinta métrica?
4. ¿Que pasa si la base y la altura del rectángulo miden la misma cantidad de unidades?

Es así como los grupos nos llamaron para entender mejor a lo que se referían las preguntas.

En la primera todos entendieron, es no hubo pregunta respecto a esta, en la segunda, todos dijeron que no entendían, pues no sabían que responder entonces pasamos al frente y les dijimos que esa pregunta se hacía con relación a áreas de figuras. E hicieron una expresión de entendimiento y continuaron a la pregunta 3, la cual tampoco entendieron, así que hicimos otra intervención explicando que lo que tenían que hacer era decir las similitudes que encontrarán, de tal manera que todos los grupos hablaban entre ellos dando algunas sugerencias y anotando en sus hojas las opciones, y con la última no hubo problemas.

Mientras pasábamos por los grupos respondiendo las dudas anteriores, una estudiante nos recomendó que hiciéramos esta misma actividad en el grupo de once B a lo cual respondimos que siempre y cuando tuviéramos tiempo, lo haríamos.

Después de haber pasado más o menos 20 minutos, les pedimos a cada grupo que dijera la respuesta a cada pregunta, pues la profesora nos dijo que ya faltaba poco tiempo para que se terminara la clase. Empezamos por la primera.

A esta pregunta el primer grupo respondió: que el área de cualquier rectángulo se podía medir con la regla

El segundo grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se puede encontrar usando la fórmula.

El tercer grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se podía encontrar dividiendo la unidad demasiadas veces para poder llenar cualquier rectángulo

Y el cuarto grupo respondió lo mismo que el tercer grupo e igualmente el quinto.

Entonces les explicamos que lo que se hace para hallar el área de cualquier rectángulo es escoger una unidad de medida y contar cuantas cubren el rectángulo, que en general se usaban unidades cuadradas porque el área de un cuadrado es fácil de calcular, además de que este método es válido para calcular áreas de cualquier figura. Además, les preguntamos también que como sería más conveniente medir el área de una circunferencia sin que unidad sea el cuadrado, lo pensaron un poco y un grupo respondió que se podría con los triángulos era más fácil abarcar el círculo, como practicantes sentimos alivio porque pensamos que tal vez no iban a responder.

En la segunda pregunta a pesar de la dificultad que se presentó, los grupos respondieron que si se dividía la unidad tantas veces como se quisiera, se podía hallar el área de cualquier rectángulo y otro grupo añadió que además se podía hallar el área de otras figuras, concordando entre los grupos que esta pregunta se complementaba con la primera pues un estudiante de un grupo dijo “entonces esta se parece a la pregunta anterior” y otro estudiante de otro grupo con entusiasmo le dio la razón.

En la tercera pregunta.

Los grupos respondieron que estos se relacionaban porque para medir distintas áreas, las unidades se dividían parecido a la cinta métrica. Y un grupo añadió que la unidad era parecida a los centímetros y otro grupo añadió que entonces las rayas pequeñas era como dividir la unidad, añadiéndoles así que esto se hacía, pero con precisión

Luego explicamos que si queríamos medir cualquier cosa la cinta métrica no puede medir todas las figuras entonces ahora existen otros métodos más eficientes para hallar los valores de las áreas de estas figuras.

Y a la última pregunta todos respondieron que no pasaba nada, tal vez la pregunta no se entendió por lo tanto explicamos que las figuras geométricas se clasifican y que un rectángulo con la base la altura de igual medida e rectángulo era un cuadrado solamente, pero con dimensiones especiales.

Luego como quedo un espacio, les pedimos sus opiniones acerca de cómo les había parecido la actividad realizada ese día, entonces una de las estudiantes comentó me “pareció muy buena la actividad por que se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa”, otro estudiante añadió “es as entretenido porque nos podemos mover”

Luego sonó el timbre que anunciaba el fin de la clase, en seguida les dimos as gracias por la atención que prestaron y como acto final nos aplaudieron, una estudiante dijo “me pareció muy buena la actividad porque se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa”, otro estudiante añadió “es más entretenido porque nos podemos mover”. cuando salimos la profesora nos sugirió hacer la actividad en once B pero no aseguramos nada pues el colegio es apartado y tenemos más compromisos.

**Diario de campo numero 2:**

En la segunda sesión se continuó con la primera guía desarrollando la parte faltante.

Ese día se sabía que la profesora no iba a estar presente pues nos había dicho con anterioridad que no podía asistir, cuando llegamos al salón los estudiantes estaban dispersos, mientras ellos se organizaron en sus respectivos puestos, nosotros preparábamos lo que se iba a hacer en la clase

Cuando estábamos preparados comenzamos la sesión recordando lo que se hizo en la anterior clase y pedimos se organizaran en los grupos hechos anteriormente y se les entregó la guía para que la terminaran de desarrollar.

Se explicó el ejercicio que tenían que desarrollar y que debían contestar las preguntas al terminar el ejercicio, debido a que era la continuación de la guía no se llevó las cartulinas pues creímos que no era necesario.

Cuando empezaron a resolver el procedimiento 2 surgieron inquietudes sobre cómo llenar la casilla correspondiente a la base, todos los grupos nos llamaban para preguntarnos cómo hacerlo o si lo que habían hecho estaba correcto a pesar de que en la guía estaba un ejemplo de cómo hacerlo. El grupo 2 preguntó cómo podían llenar la casilla, a ese grupo Cristian les indicó que lo podían hacer mediante las unidades, es decir que mediante los cuadros que tiene la hoja de un cuaderno hicieran un rectángulo cuya altura fuera la que se indicaba en el ejercicio y de esa manera contar cuantos cuadros necesitaba la base para que el área de ese rectángulo fuera 60, al hacerlo se dieron cuenta que el rectángulo no les cabía en la hoja, ellos preguntaron que si podían contar las unidades pasando al siguiente renglón, Cristian les dijo que si lo podían hacer de esa forma, pero que solo servía para contar las unidades, y les preguntó si de esa forma se construía un rectángulo, pero una estudiante dijo ¡no! porque, allí lo que se forman son dos rectángulos. Después volvieron a llamar para preguntar que, si para llenar la casilla podían usar la fórmula del rectángulo, camilo les contestó que si lo podían hacer de esa manera pero que le mostraban como lo estaban haciendo, Cristian se dio cuenta que no recordaban como usar la fórmula, puesto no sabían cómo reemplazar en la fórmula, les dijo que estaba erróneo y les explico la manera correcta de hacerlo.

El grupo 1 llamo a cesar y le preguntó si llenar la casilla era lo mismo que encontrar un número que multiplicado por el que daban en la fila de la altura diera 60, a lo cual cesar le dijo que era correcto

El grupo 3 nos llamó para preguntar si se usaba la fórmula del área del rectángulo, lo cual nos mostraron y les dijimos que estaba correcto pues los datos estaban reemplazados de manera correcta, pero dijeron que no sabían que hacer después de ahí, decían que, si debían pasar a sumar o a restar o a dividir, a lo cual les explicamos el procedimiento para despejar.

Nos dimos cuenta que en los demás grupos algunos de sus integrantes se acercaban a un grupo al cual ya se le había explicado o se acercaban mientras estábamos explicando y se quedaban preguntando a ese grupo de como de cómo habían entendido, por tanto, cuando habían terminado solo nos mostraban la casilla llena y nos preguntaban como lo habían hecho y por supuesto que ¡estaba bien!

En este ejercicio se planteó una casilla en la cual se daba una base de medida cero, para esta casilla, el grupo 1 preguntó si se podía dejar la casilla vacía, entonces cesar les preguntó el por qué, a lo que uno de los estudiantes dijo que “los números multiplicados por cero se cancelan” y por esto siempre va a dar cero y no sesenta, en cuanto a los demás grupos, se presentó que solo llenaron la casilla sin preguntar y colocaron el cero.

Luego de haber terminado de llenar la tabla, los estudiantes prosiguieron a ubicar los puntos en el plano cartesiano como se indicaba en esta actividad. En esta actividad, todos los grupos nos llamaron, pues se le presentaba un problema a la hora de graficar los datos obtenidos y es que los números que se obtenían eran demasiado grandes y por lo tanto estos no cabían en la hoja de papel, entonces el grupo 5 optó por realizar una escala diferente, es decir, decidieron cambiar los ejes coordenados, es decir donde hubiera números más grandes los colocaron en forma vertical y los más cortos en forma horizontal, el grupo 3 y 1 colocaron una escala diferente, pero no de la misma escala en los ejes, de tal manera que Cristian intervino y les mostro que la gráfica quedaba inexacta haciéndolo de esta forma, y el grupo 3 y cuatro lo hicieron sin errores, pues de la misma forma que para llenar la tabla, ellos iban a pedir explicación a los grupos por los cuales ya habíamos explicado.

Cuando ya habíamos pasado por todos los grupos verificando si ya tenían los ejercicios resueltos, les dijimos que haríamos la gráfica entre todos en el tablero, empezamos por ubicar los ejes, poniendo la base en el eje vertical y la altura en el eje horizontal, a lo cual algunos estudiantes algo consternados dijeron que ellos no lo habían hecho así, entonces Cristian les respondió, que no importaba, pues era como si el plano estuviera, al contrario, solo tenía que voltear la hoja, entonces el estudiante reflejo cara de alivio. Luego les dijimos “quien quiere ubicar un punto” y así iba saliendo voluntariamente el que quisiera, hasta que llegamos al punto del cero, entonces un integrante del grupo se levantó de inmediato y dijo que este punto no existía puesto que no había un número que multiplicado y se sentía eufórico y en los demás grupos se perpetuo un pequeño susurro, entre los que se escuchaban, “¿ves? Te lo dije”, “no me hiciste caso”, expresiones como “¡ahhh!” y además se evidenciaban caras de sorpresa.

Cuando terminamos de realizar la actividad en el tablero, dijimos si quedaban dudas acerca de lo que habíamos hecho y respondieron todos que no, en seguida les mencionamos que en la parte siguiente de la guía se realizaban unas preguntas que se podían responder a partir de la actividad que ya se había realizado, con lo que, sin más, todos tomaron sus hojas y lápices y se pusieron en a la tarea de responder las preguntas.

Cuando empezaron a responder, los grupos 1, 2 y 5 se confundieron al leer las preguntas, entonces pasamos por cada grupo diciéndoles que era el mismo procedimiento que se había seguido anteriormente, pero que los datos que se daban eran diferentes, así de esta manera para el problema, ellos tenían que hacer una tabla cuyas filas fueran el área y la altura, y a partir de esto dieran valores a la altura y calcularan el área para estos; mientras los otros dos comenzaron a calcular lo que se había pedido similarmente a lo realizado en la actividad anterior, entonces el grupo 3 y 4 que estaban contiguos nos preguntaron ¿Cuántos valores tenemos que calcular? Entonces les respondimos que con 4 o 5 bastaba. A lo que un integrante del grupo 4 nos dijo que los valores que les daban eran muy grandes pues habían colocado valores como 8, 20 y 6 y que

esos no cabían en la hoja de cuaderno entonces les preguntamos ¿Qué otros valores a parte de los números naturales podían considerar y que no fueran tan grandes? Y también les dijimos que podían cambiar de escala, Entonces el grupo 4 cambió a valores como 1, 2, 3, 4 y raíz de 5. Y el grupo 3 calcularon con valores 2, 3, 4, 5 y 6. Luego los grupos 1, 2 y 5 nos preguntaron lo mismo y les hicimos la misma pregunta y les hicimos las mismas recomendaciones y se quedaron pensando en lo que podían hacer.

Por lo que el grupo 1 puso los valores 0, 1, 2 y 3, sin antes haber intentado otros valores más altos para ver qué resultados obtenían, el grupo 2 puso los valores 1,2, 1/2, 3 y 4 y el grupo 5 los valores 2, 4 y 6. Mientras tanto los grupos 4 y 1 comenzaron a hacer las gráficas, pero de igual manera los valores que resultaban, eran demasiado grandes, entonces nos llamaron para preguntar que si podían ubicar en los ejes los números de 5 en 5 y les dijimos que era lo ideal. Luego de esto. Ellos tuvieron dificultad para ubicar los puntos, así que como cesar y yo nos dimos cuenta que los otros habían colocado valores grandes, entonces decidimos usar nuestros celulares para mostrarles como quedaban los puntos en el plano. Así que les sugerimos a los grupos que siguieran con la pregunta 3, de tal manera que para esto el grupo 4 preguntó que si para calcular estos valores se usaba la fórmula. Y dieron como respuesta que sí. El grupo 3 no nos preguntó, pero para ellos la respuesta es que no se podía, pues no se podían ubicar los puntos en el plano cartesiano. El grupo 1 dijo que sí, pero no justificó la respuesta muy bien, el grupo 2 no nos preguntó también si se podía y que si se calculaba el área con la fórmula y les sugerimos justificar en la respuesta, así que colocaron que si se podía puesto que la multiplicación se podía realizar por 28 y así se podía hallar el área, el grupo no nos preguntó, pero respondieron que si se podía pues para calcular el área con la base inexacta solo se reemplaza en la fórmula del área. En la siguiente pregunta, todos los grupos dijeron que no entendían como resolverla, entonces de manera general les explicamos que lo que tenían que hacer era encontrar la fórmula para que pudieran hallar el valor del área para cualquier valor de número real positivo. Entonces ellos acudieron a la fórmula y luego para la última pregunta decidimos hacerla en general, ¿Qué pasa si la base del rectángulo es cero?, el grupo 5 respondió que físicamente si se podía pero matemáticamente no, el grupo 3 respondió que no se podría, el grupo 4 dijo que si, pues el área existe y es cero, pero no se puede ver el rectángulo, el grupo 1 respondió que no se podía pero no pudo justificar y el grupo 2 respondió que se podía solamente el rectángulo era como una línea. Con esto explicamos que, si la base de un rectángulo es cero, este ya no sería un rectángulo pues sería una línea de medida tantas unidades dadas, a lo que los estudiantes una vez más empezaron a murmurar entre grupos.

Luego de esto explicamos la tercera pregunta, mostrándoles que cualquier valor real positivo se podía reemplazar en la fórmula de tal manera que si se podía encontrar el área, a lo cual unos estudiantes chocaban las manos y otros mostraron cara de aceptación, luego para la pregunta 4 todos dijeron que habían respondido que se podían representar con la fórmula y en adición les dijimos que en matemáticas, generalmente cuando se quería expresar variaciones dependientes como lo es el caso del área en el problema dado, se representaba el área con la letra  $y$  la base con la letra  $x$  y además que en esta se miraba que el área cambia dependiendo del valor de la base pero esto lo veríamos al hacer el ejercicio con los celulares.

Así que cesar y yo nos ideamos pasar por los grupos con nuestros celulares y ubicar los puntos que hallaron en la pregunta 1 y comparar con la expresión que habían hallado pero esta vez con las letras  $x$  e  $y$ , así que Cristian paso por el grupo 1, 4 y 3 y cesar paso por los grupos 2 y 5. En cada grupo primero les decíamos el nombre de la app y que la podían descargar en la playstore, además se les explicaba el uso.

En el primer grupo, primero ubicamos los puntos de la pregunta 1 que ellos habían encontrado, entonces se les preguntó ¿Qué pasa si ingreso la expresión que hallaron en el punto 4? Ellos pensaron por un momento y uno respondió de manera dudosa que “de pronto se podían tapar”, así que se ingresó la expresión y todos se sorprendieron al ver que la gráfica de la expresión coincidía con los puntos, además les acercaba la gráfica en los puntos para que se dieran cuenta que no se alejaban de la línea de la gráfica de la expresión. En el grupo 3 se presentaron las mismas expresiones y en el 4 también, además se les explico que se podía ver la escala y que se iba aumentando o disminuyendo que es lo mismo que se podía hacer en el cuaderno en lugar de poner de uno en uno, un estudiante del grupo 4 preguntó ¿se puede usar una escala en un eje y otra en el otro?, en cuanto a la pregunta, expresamos que si se podía, pero que la gráfica quedaba deforme y a veces esto conllevaba malas interpretaciones. Un estudiante del grupo cuatro expresó que le parecía chévere y del grupo 3 uno de los estudiantes pregunto una vez más de ¿cómo se llama la aplicación?, y que si en esa aplicación también se podían resolver ecuaciones, además se hizo el mismo ejercicio pero con la actividad realizada anterior entonces allí también miraban que coincidían los puntos con la expresión. En el grupo 5 cuando se realizaron las dos graficas de las dos actividades, uno de los estudiantes dijo de forma de sorpresa “¡entonces cualquier punto que yo calcule tiene que estar sobre la línea!”, otro dijo que la parte negativa no tenía sentido para el problema porque eran áreas. En ese momento sonó el timbre que avisaba el fin de la jornada y mientras recogíamos los trabajos, una estudiante comentó a Cristian que esta sesión no fue tan chévere como la primera porque le gustó como se había usado la cartulina ya que parecía un juego, además de que era un poco más enredado que la primera y que hubiera sido más entretenida con las cartulinas, concluyendo esta sesión con cierto desconforme y despidiéndonos de los estudiantes hasta la próxima sesión.

### **Diario de campo número tres:**

Debido a ciertos errores cometidos en la primer guía como el de hacer cuatro grupos con demasiados estudiantes, decidimos imprimir más guías y así poder distribuir mejor los estudiantes, en total para la segunda guía se imprimieron 8 guías y así poder formar 8 grupos de 4 o máximo 5 estudiantes. De acuerdo a esto llegamos al salón y les pedimos que se organizaran e los grupos para poder desarrollar la actividad, a cada grupo le colocamos su respectivo nombre  $G_1$  hasta  $G_8$

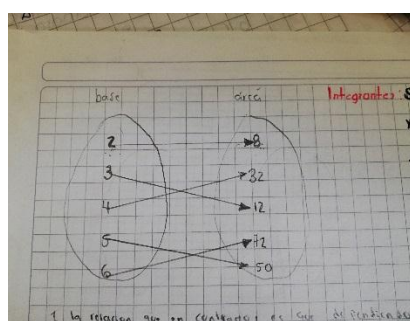
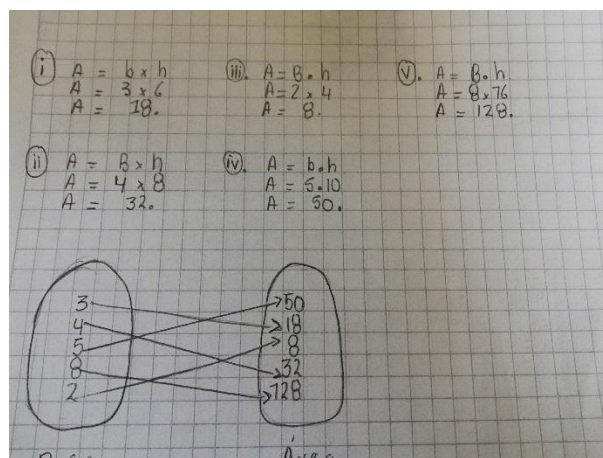
Después de que estaban organizados, pedimos que alguien nos ayudara a leer la introducción, un estudiante del grupo  $G_3$  se ofreció para leer, después de que termino la introducción donde explicaba lo que es una función, preguntamos si habían entendido lo que decía, pocos dijeron que si pero la mayoría respondió que no en particular el estudiante que se ofreció a leer, debido a

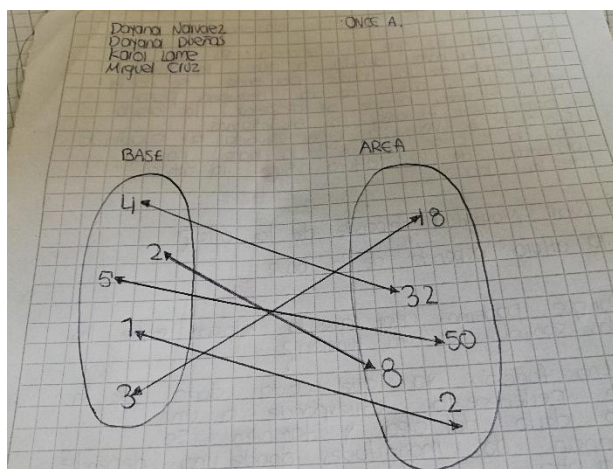
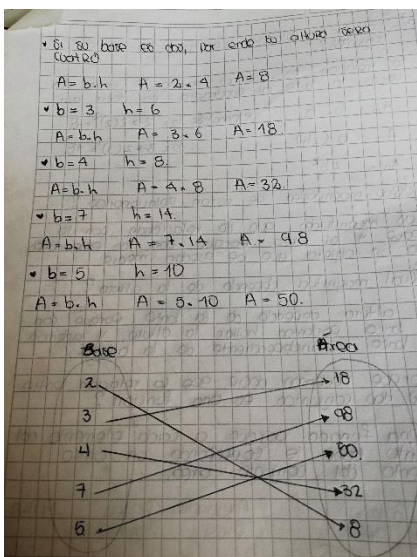
esto tomamos un marcador y explicarnos en el tablero lo que decía en la introducción de la guía, realizamos el respectivo dibujo y su explicación. Al parecer las cosas quedaron más claras para ellos, sin embargo hicimos una pregunta para saber si había quedado bien claro; preguntamos si toda relación era una función, a eso muchos estudiantes decían que sí, pero no tenían seguridad y un estudiante del grupo  $G_5$  trato de explicar porque si, él dijo que toda relación si era función por que como se miraba en el dibujo cada figura se relaciona con un número, de acuerdo a esta respuesta dibujamos otro diagrama donde de una figura se relacionaba con dos números distintos y volvimos a preguntar si ese diagrama satisface la definición de función, a esto tenían dudas y nadie se atrevía dar un respuesta pero se comentaban entre ellos, anqué se escucha muchos decir que no era función, al escuchar esto decidimos decirle que claramente este diagrama no representaba una función y preguntamos quien nos podía decir porque, después de escuchar esto un estudiante se animó a responder y nos dijo que no era porque la definición decía que de una sola figura debería salir una flecha

Después de explicar el concepto de función pasamos a la actividad que estaba en la guía en donde se pedía que se calculara el área de un rectángulo cuya altura sea el doble su base, en esta actividad ellos debían formar rectángulos con cuadritos que eran las respectivas unidades y estos debían cumplir con lo que se pedía en la actividad. Los datos que obtuvieran deberán ser registrados en un diagrama como se especificaba en la guía

A pesar de que las instrucciones estaban escritas en las guía, unos grupos no entendían que tocaba hacer así que tocaba ir en persona a explicarles y de esta manera entendían mejor, algo que se nos pasó por alto y que todos los grupos preguntaban era que cuantos rectángulos debían hacer, así que les dijimos que hicieran cinco, ya cuando estaba claro que se tenía que hacer comenzaron a construir los rectángulos con las unidades y un grupo al que no le pasamos suficientes unidades nos llama para preguntarnos que si necesariamente debían completar los cuadros o podían anotar los datos de una vez, le dijimos que si no necesitaban los cuadritos y ya podían sacar los datos sin necesidad de construir los rectángulos estaba bien.

Algunos de los datos que tomaron los grupos fueron los siguientes:





Después de que cada grupo acabara el procedimiento les dijimos que comenzarían a responder las preguntas. La primera pregunta era ¿Cuál es la relación que hay entre los dos conjuntos? a esta pregunta hubo muchas confuciones pues todos los grupos llamaron para que explicáramos lo que decía para ello recurrimos a la guía en la parte del diagrama y así poder explicar, les dijimos que observarían que en el diagrama de la guía a cada figura la unía con un número y ese número correspondía al número de sus lados, entonces la relación que hay entre esos conjuntos es que a cada figura le manda al número de sus lados. Debido a que unos no entendieron recurrimos a otra forma de explicar, tomamos como ejemplo la función cuadrática, entonces les explicamos que si tomamos el uno y aplicamos la función tenemos uno, con el dos tenemos el cuatro, con el tres tenemos el nueve y así sucesivamente, entonces si ponemos los números naturales en un conjunto y en otro el resultado de aplicar la función a cada número, tendríamos que la relación entre los dos conjuntos es que a cada número lo envía a su cuadrado y escribiéndolo en términos generales  $a \rightarrow a^2$

Después de que explicáramos a todos los grupos, el grupo  $G_4$  nos volvió a llamar para preguntarnos, y nos dijeron que ellos sí entendían la explicación que habíamos dado pero que no podían encontrar la relación, entonces les dijimos que usarían la fórmula para encontrar el área y nos sentamos con ellos para que la encontrarán, entonces ellos iban resolviendo mientras les decíamos que podían hacer por ejemplo ellos pusieron la fórmula para encontrar el área  $A = b \times h$ , entonces les preguntamos según el problema que dada una base como debe ser su altura, ellos respondieron que el doble, listo entonces les dijimos que dada cualquier base  $b$  la altura debe ser  $2b$ , ahora bien que pasa si reemplazamos en la fórmula, y ellos reemplazaban  $A = b \times 2b$  y volvimos a preguntar cuánto es eso, y uno de ellos entre risas respondió dudosamente  $2b^2$  y de esta manera con este grupo logramos que dedujeran la relación, por otro lado el grupo  $G_7$  nos llamó para preguntarnos cómo se decía en palabras la relación ellos se reían por las caras que pusimos así que dijeron “ay no sean malos digánnos”, así que les dijimos que se decía dado un  $b$  en el primer conjunto se relaciona con el doble de su cuadrado



Después continuo la segunda pregunta la cual era que magnitudes se estaban reelacionando , aunque algunos grupos como el  $G_2$   $G_1$   $G_8$   $G_3$  nos preguntaron , basto con mostrarles la otra forma que se mostraba en la guía para entender la definición de función

Con la tercer pregunta donde preguntaba que magnitudes se estaban relacionando tuvieron mas inconvenientes, pues no sabian cuales a pesar de que en la guía habia un ejemplo, y toco ir por cada grupo a explicar lo que se entendía cuando una magnitud depende de otra, y tomamos de ejemplo la formula del area del circulo que habia en la guía, con esto explicamos que si se damos valor al radio el valor del area ya esta determinado, es decir que para tener el valor del area debo tener el valor del radio y es por esto que una depende de otra porque para saber el valor de una debo tener el valor de la otra y esto mismo pasaba con la formula del rectangulo . El grupo tres cuando explicamos dijo entonces la altura depende de la base , nosotros le dijimos que exactamente como la altura depende de la base preguntamos entonces de quien depende el area y respondieron que de la base

### **Diario de campo numero 6:**

El día final de las actividades, llegamos a las 10 am al colegio, mientras cruzábamos el patio del colegio una de las estudiantes del curso nos saludó de manera entusiasta y nos preguntó “¿hoy nos darán clase?” le respondimos si y la estudiante dijo “¡qué bien!” , luego pasamos hacia la entrada del salón y esperamos a que la mayoría estuviera en el salón, mientras llegaban decidimos conectar el computador a la pantalla, con lo cual nos ayudó un estudiante y cuando la profesora sugirió que empezáramos, dimos inicio a explicar que haríamos uso del programa Geógebra para comprender algunas cosas acerca de las gráficas de funciones.

No consideramos explicar el funcionamiento del programa, pues se alargaría la sesión, solamente se pondrían preguntas acerca de lo que pasaba con la gráfica de las diferentes funciones que se habían explicado en la sesión anterior, cuando se variaban los parámetros o las constantes.

Teniendo en cuenta esto, se dio inicio a la sesión, graficando la función lineal  $f(x) = x$ , luego se agregó un parámetro de tal manera que la función quedara así:  $f(x) = ax$ , así que se preguntó qué pasaría si  $a$  era igual a uno, pero la profesora hizo una seña desde el otro lado del salón para decir que esta actividad la habían realizado con el celular, entonces recomendó explicar el funcionamiento del programa para que verificaran las gráficas de algunas de las funciones que habían trabajado en clases con ella, así que aceptamos la recomendación de la profesora e iniciamos a explicar las herramientas básicas que proporciona Geógebra. empezamos por decir que este programa servía para hacer distintas gráficas, así que empezamos por la herramienta punto, diciendo que permitía ubicar un punto en cualquier parte del plano usando el mouse para ubicar diferentes puntos en la pantalla, en seguida explico el procedimiento para dibujar una recta en el plano, ( se hace seleccionando la herramienta recta y ubicando dos puntos ) también como dibujar segmentos y semirectas, luego explicó que también se podían resolver sistemas de ecuaciones por el método grafico usando la herramienta “intersección” y explicó que las ecuaciones se pueden ingresar al programa en la barra de nombre “entrada” ubicada en la parte

inferior de la interfaz de Geogebra y ejemplifico graficando dos rectas y seleccionando el icono de la herramienta junto con las rectas, para mostrar en que parte de la interfaz salía la solución.

También mostro la herramienta raíces, la cual permitía mostrar las raíces de una función ejemplificando con la función  $f(x) = \text{sen}x$ . Cuando uso la herramienta todos se sorprendieron al ver que aparecían los puntos que se intersectaban entre la función y el eje x.

A continuación de la explicación les pedimos a los estudiantes que nos dieran las funciones que la profesora había dicho, así que se acercó un estudiante y propuso una función polinómica de grado 5, pero en la pantalla solo se podía ver una parte de la función haciendo parecer que la función solo tenía una raíz por lo tanto el estudiante pregunto que si se podía alejar la pantalla para ver la gráfica de la función completa, a lo cual Cristian respondió \_si, pero no sabía cómo, entonces junto con el estudiante buscaron en las herramientas hasta que encontraron el icono que permitía ejecutar la acción de alejar y pudieron al fin ver la gráfica de la función completa, entonces el estudiante se fue feliz porque había estado bien su gráfica, pues dijo: “entonces estaba bien”. Mostramos a los demás estudiantes la gráfica y empezaron a hablar entre ellos a cerca de como la habían graficado pues expresaban algunos “así me quedo”

Luego de esto, el mismo estudiante preguntó \_¿Cómo se hace para graficar funciones a trozos en el programa?, ahí hubo un inconveniente, pues no habíamos preparado la clase para ese tipo de funciones. Pero no la ingeniamos para explicar una forma de representar una función a trozos, así que se pidió a los estudiantes que le dictaran una de las funciones que tenían.

Es así como uno de los estudiantes levanta la mano y dicta la primera parte de una función "2 si  $x < -1$ " así que Cristian ubica una semi-recta horizontal con inicio en el punto  $(-1,2)$  y se alarga hacia la izquierda, luego el estudiante dictó la segunda parte de la función " $x^2 + 1$  si  $-1 \leq x < 1$ " pero al introducirla en el programa, la función salía completa, es decir aparecía la parábola completa, y por último se graficó la tercera parte de la función que era " $x+2$  si  $x \geq 1$ " luego el estudiante preguntó “¿qué pasa con la parte de en medio?” que era la parábola, entonces explicamos que se podía hacer una convención de que solo se tomaba la parte que se necesitaba o se la parte entre -1 y 1 y para saber dónde se tomaba el punto en los extremos, se cambiaba el color al punto. Aclarando que esto se podía hacer de otras formas, usando otras herramientas del programa, pero por falta de tiempo esa era la más sencilla para analizar las gráficas.

Después de esto, propusimos que ellos pasaran a graficar en el programa las funciones que quisieran del taller. En seguida pasó un estudiante entusiasmado que propuso otra función a trozos, se graficó de la misma manera que la anterior a diferencia que en esta el estudiante pregunto \_¿Cómo se escribía la función en la pantalla? Para saber cuál era la expresión de la gráfica, le mostramos cual era la herramienta y el mismo estudiante la agrego al gráfico, también preguntó \_¿Cómo se podía mover en la pantalla?, ¿para que servían otras herramientas y de cómo se borraban las gráficas o como se hacía para que se movieran? Al final algunos pasaban a graficar algunas funciones que quisieran, esto lo hacían voluntariamente, hasta que la profesora recordó que faltaba poco tiempo para que se terminara la clase, entonces repartimos unos dulces por agradecimiento hacia los estudiante, y como acto final nos preguntaron cosas como: ¿Por qué decidieron estudiar matemáticas?, ¿es difícil matemáticas?; respondimos desde nuestros puntos de vista a todas las preguntas, con intenciones de incentivarlos a seguir estudiando,

después de todo ello nos aplaudieron y también nos ayudaron a desconectar el computador y a guardar los dispositivos usados voluntariamente. Finalmente nos despedimos de todos y dimos las gracias.

**Anexo 2:** categorías abiertas.

Se extraen categorías abiertas directamente de los diarios de campo y se clasifican por colores.

Rojo: trabajo en equipo

Azul: entendimiento

Verde: dudas

Morado: atentos a ideas.

Fucsia: comunicación entre estudiantes.

Amarillo: creatividad

Rojo oscuro: razonamiento

Azul grisáceo: mecanicismo por parte de los estudiantes

Verde fluorescente: Correcciones o aclaraciones

Oro: motivación e interés de los estudiantes hacia las actividades.

Azul oscuro:

Blanco: errores como practicantes al llevar a cabo las actividades

Café: Falencias en los estudiantes

Rosa: Imprevistos en las actividades y preguntas adicionales

Azul claro: participación

## Azul muy claro: expresiones de asombro

Tabla 7: categorización diario de campo 1

| Hechos observados  | Categorías abiertas  |
|--|--|
| <p>Era un día soleado, del cual salimos a las 9 y 10 de clases de topología general, salimos a imprimir las guías de laboratorio que íbamos a aplicar ese mismo día, en el camino para ir a coger la ruta, Cristian compró unas empanadas y un café, pues tenía hambre. La ruta nos dejó en el Sena norte y de allí corrimos a la institución ya que íbamos un poco tarde.</p> <p>Llegamos, solicitamos a la portera que nos dejara ingresar, ella nos recibió con saludo cordial y os dirigimos al salón de clases, estando afuera del salón llamamos a la profesora Liliana quien nos aconsejó que descansáramos un momento pues estábamos agitado y que cuando nos sintiéramos listos entráramos.</p> <p>Descansamos un momento entramos al salón, donde la profesora nos presentó a los estudiantes y nos cedió la palabra, hablamos con los estudiantes y les explicamos lo que teníamos pensado realizar con ellos, seguido de esto le pedimos que se organizaran en 5 grupos de los cuales variaban entre 5 y 8 personas, un grupo quería hacerse de 10 pero el profe les llamo la atención porque habían muchos y les pidió a uso que se fueran a otro grupo, también <b>había un estudiante que no quería pasarse al grupo más pequeño</b> pues según él no lo querían pero la profe fue al grupo a preguntarles que si se hacían con él y respondieron que sí y por tanto se pasó al grupo sin decir más.</p> <p>Cuando todos los grupos estaban organizados empezamos preguntando a los muchachos que entendían por área; <b>unos estudiantes contestaron que:</b><br/> “todo lo que ocupa un cuerpo”<br/> “Lo que está dentro de un cuadrado”<br/> “algo que está encerrado”</p> | <p><b>había un estudiante que no quería pasarse al grupo más pequeño</b></p> <p><b>unos estudiantes contestaron que:</b><br/> “todo lo que ocupa un cuerpo”<br/> “Lo que está dentro de un cuadrado”</p> |

|  |   |
|--|---|
| <p>“el área del rectángulo es base por altura”</p> <p>Luego de esto, entregamos la guía a cada grupo, y le pedimos el favor a un estudiante de un grupo que empezara a leer la guía, leyó la primera parte sobre que era el área y preguntamos si habían entendido, todos respondieron que si habían entendido, menos una estudiante, entonces procedimos a explicar, basándoos en la guía.</p> <p>Después leyó la segunda parte de la guía donde hablaba como calcular el área, de esta parte la mayoría no entendió lo que estaba escrito por lo que Cristian procedió a explicar esta parte, Tomando la cuadrícula del tablero, se tomó como ejemplo un rectángulo de 5 cuadrados de largo y cuatro de ancho y un cuadrado como la unidad y miramos cuantas veces cabía ese cuadrado en el rectángulo y todos respondieron 20 y les comentamos que esa era el área de ese rectángulo. Luego preguntamos cómo podíamos medir si la unidad no cubría completamente el rectángulo, lo cual para sorpresa de nosotros una estudiante contesto justamente lo que queríamos, ella respondió que se debía dividir la unidad. Luego siguiendo la guía, presentamos el hecho de que: medir directamente la superficie de un polígono no siempre es sencillo de hacer, por lo que se recurre a métodos indirectos, por ejemplo para un rectángulo se tiene que su área se calcula multiplicando la base por altura y la del triángulo con su fórmula [base por altura sobre dos]. Luego dijimos a los estudiantes que teniendo en cuenta lo explicado, ellos midieran unos rectángulos de cartulina con las unidades que les entregamos y respondieran cuatro preguntas que estaban en las guías y que luego cada grupo diría sus respuestas.</p> <p>Cuando se les entrego el paquete de unidades para medir los rectángulos, un estudiante pregunto qué pasaba si tenían más unidades que las que media el rectángulo, a lo cual le respondimos que no importaba .pues lo que importaba era medir el rectángulo.</p> | <p>“algo que está encerrado”</p> <p>“el área del rectángulo es base por altura”</p> <p>todos respondieron que si habían entendido, menos una estudiante</p> <p>Después leyó la segunda parte de la guía donde hablaba como calcular el área, de esta parte la mayoría no entendió lo que estaba escrito</p> <p>para sorpresa de nosotros una estudiante contesto justamente lo que queríamos, ella respondió que se debía dividir la unidad</p> <p>un estudiante pregunto qué pasaba si tenían más unidades que las que media el rectángulo</p> |
|--|---|

A los diez minutos todos habían medido el primer rectángulo que habíamos entregado y preguntamos cuantas unidades media, y anotamos en el tablero, todos respondieron que media doce unidades, luego entregamos el segundo, los estudiantes empezaron a medir, pasamos por los grupos y los estudiantes nos decían que no se podía porque al medir con las unidades, sobraba espacio en el rectángulo, entonces nosotros les preguntamos, como harían para medir con la misma unidad, a lo cual una estudiante respondió que se debía dividir la unidad, le dijimos que muy bien que eso es lo que debía hacer, debido a la respuesta, cada grupo empezó a dividir las unidades, un grupo dividió la unidad en la mitad, y midió con esa pero se dieron cuenta que tampoco les servía por lo que decidieron volver a dividirla, otro grupo pregunto de qué manera se debía dividir la unidad, les dijimos que debían medir con figuras iguales y del mismo tamaño, dijeron que si lo dividían en cuatro ya lo podían medir, le contestamos que lo intentaran a ver cómo les iba, de esta manera este grupo recorto la unidad en cuatro, y midió el rectángulo, los otros grupos prestaban atención a las explicaciones que dábamos a los demás grupos y realizaron el ejercicio sin preguntarnos

Después de un rato cuando nos dimos cuenta que ya todos los grupos habían terminado de medir, les pedimos que nos compartieran sus resultados para anotarlos en el tablero, un grupo espontáneamente dijo su resultado el cual era 35 unidades, preguntamos si a alguien le había dado distinto, un grupo levanto la mano y dijo que ellos le había dado distinto pues les dio que la medida era 17 unidades, nos acercamos a ver que error habían cometido y nos dimos cuenta que ellos habían medido con las dos unidades es decir con la primera unidad que tenían y con la nueva que habían recortado, después de darnos cuenta del error, volvimos al tablero para explicar a todos lo sucedió, explicamos el grupo lleno el

los diez minutos todos habían medido el primer rectángulo que habíamos entregado y preguntamos cuantas unidades media, y anotamos en el tablero, todos respondieron que media doce unidades

a lo cual una estudiante respondió que se debía dividir la unidad, le dijimos que muy bien que eso es lo que debía hacer

Debido a la respuesta, cada grupo empezó a dividir las unidades.

un grupo dividió la unidad en la mitad

dijeron que si lo dividían en cuatro ya lo podían medir

los otros grupos prestaban atención a las explicaciones que dábamos a los demás grupos y realizaron el ejercicio sin preguntarnos

un grupo espontáneamente dijo su resultado el cual era 35 unidades

un grupo levanto la mano y dijo que ellos le había dado distinto pues les dio que la medida era 17 unidades

Después de darnos cuenta del error, volvimos al tablero para explicar a todos lo sucedió.

rectángulo con las dos unidades, ellos habían llenado lo más posible el rectángulo con la primera unidad y lo que les faltaba lo terminaron de llenar con la nueva unidad, ósea que ellos habían llenado el rectángulo con 6 unidades de la primera y 11 de la segunda, lo cual era correcto pero ellos sumaron las dos unidades, por eso les dio 17, lo cual es incorrecto porque son dos unidades distintas y no se pueden sumar, los que tenían que hacer era tener las mismas unidades para poder sumarla, entonces debido a que la segunda unidad era 4 veces la segunda debíamos reemplazar en lo que ellos tenían  $6u_1 + 11u_2$  entonces como  $u_1 = 4u_2$  debíamos reemplazar, es decir que  $6u_1 + 11u_2 = 6(4u_2) + 11u_2 = 24u_2 + 11u_2 = 35u_2$

ósea que ellos habían llenado el rectángulo con 6 unidades de la primera y 11 de la segunda, lo cual era correcto pero ellos sumaron las dos unidades, por eso les dio 17 lo cual es incorrecto porque son dos unidades distintas y no se pueden sumar,

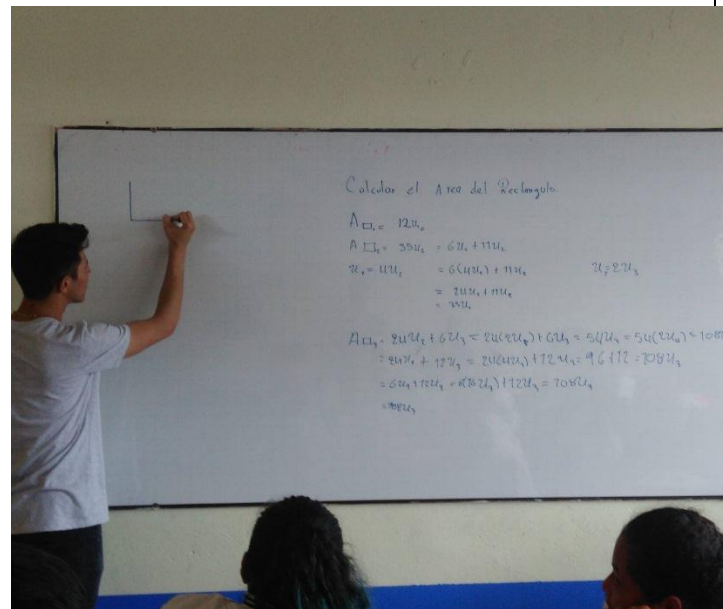


Imagen 1 explicación de suma de unidades

Después de haber dado estas explicaciones, los estudiantes hicieron cara de sorpresa, en especial uno expresó “cómo es posible” al ver que todos los resultados conducían a la misma cantidad de unidades, luego entregamos a los grupos otro rectángulo y también se les pidió calcular su área, de la manera en que se pedía en las guías, inmediatamente los estudiantes comenzaron desarrollar la actividad. Después de un tiempo, pasamos por los grupos y observamos lo siguiente:

el grupo número uno dividió la unidad en la mitad, aunque ellos decidieron doblar la unidad en vez de

en el tablero escribimos las ideas diferentes de realización

expresó “cómo es posible” al ver que todos los resultados conducían a la misma cantidad de unidades

el grupo número uno dividió la unidad en la mitad, aunque ellos decidieron doblar la unidad en vez de cortarla pues decían que no había necesidad,

cortarla pues decían que no había necesidad, incluso se dieron cuenta que no debían doblar todas las unidades, simplemente ubicaban las unidades que tenían y lo que faltara para rellenar el rectángulo lo completaban con las dobladas en la mitad y de esa manera midieron el rectángulo, el grupo número dos también dividió la unidad en la mitad y midió el rectángulo con esta nueva unidad, pero se dieron cuenta que con esta unidad tampoco podían medir el rectángulo por lo que decidieron volver a dividir la unidad y volver a medir, los pedazos que quedaban, otro grupo recurrió a cortar la unidad por la mitad y al ver que con esta nueva unidad no se podía medir el rectángulo, se dieron cuenta que tenían que volver a cortar la unidad, de este modo cortaron la unidad en cuatro partes iguales que además se dieron cuenta que estas partes de la unidad les permitía medir todo el rectángulo, otro grupo solo dividió las unidades que necesitaba para terminar de medir el rectángulo de tal forma que midió con dos unidades. habiendo pasado por todos los grupos y preguntando si ya habían terminado, pasamos al tablero, obteniendo así los resultados que se muestran del rectángulo 3 en la imagen 1.

Después de esto, dijimos a los estudiantes que resolvieran las preguntas que se presentaban en la guía.

### **Preguntas.**

1. ¿Cómo se puede medir el área de cualquier rectángulo?
2. ¿Qué pasa si se divide la unidad en partes iguales tantas veces como se quiera?
3. ¿Cuál es la relación entre el método usado en la actividad para medir el área del rectángulo y la cinta métrica?
4. ¿Qué pasa si la base y la altura del rectángulo miden la misma cantidad de unidades?

Pasaron a leer las preguntas y los grupos nos llamaron para entender mejor las preguntas.

incluso se dieron cuenta que no debían doblar todas las unidades

el grupo número uno dividió la unidad en la mitad, aunque ellos decidieron doblar la unidad en vez de cortarla pues decían que no había necesidad, incluso se dieron cuenta que no debían doblar todas las unidades

de este modo cortaron la unidad en cuatro partes iguales que además se dieron cuenta que estas partes de la unidad les permitía medir todo el rectángulo

otro grupo solo dividió las unidades que necesitaba para terminar de medir el rectángulo de tal forma que midió con dos unidades

En la primera todos entendieron, es decir no hubo



|  |   |
|--|---|
| <p>En la primera todos entendieron, es decir no hubo pregunta respecto a esta, en la segunda, todos dijeron que no entendían, pues no sabían que responder, entonces pasamos al frente y les dijimos que esa pregunta se hacía con relación a áreas de figuras, E hicieron una expresión de entendimiento y continuaron con la pregunta 3, la cual tampoco entendieron, así que hicimos otra intervención explicando que lo que tenían que hacer era decir las similitudes que encontrarán, de tal manera que todos los grupos hablaban entre ellos dando algunas sugerencias y anotando en sus hojas las opciones, y con la última no hubo problemas.</p> <p>Mientras pasábamos por los grupos respondiendo las dudas anteriores, una estudiante nos recomendó que hiciéramos esta misma actividad en el grupo de once B a lo cual respondimos que siempre y cuando tuviéramos tiempo, lo haríamos.</p> <p>Después de haber pasado más o menos 20 minutos, les pedimos a cada grupo que dijera la respuesta a cada pregunta, pues la profesora nos dijo que ya faltaba poco tiempo para que se terminara la clase. Empezamos por la primera.</p> <p>A esta pregunta el primer grupo respondió: que el área de cualquier rectángulo se podía medir con la regla</p> <p>El segundo grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se puede encontrar usando la fórmula.</p> <p>El tercer grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se podía encontrar dividiendo la unidad demasiadas veces para poder llenar cualquier rectángulo</p> <p>Y el cuarto grupo respondió lo mismo que el tercer grupo e igualmente el quinto.</p> <p>Entonces les explicamos que lo que se hace para hallar el área de cualquier rectángulo es escoger una unidad de medida y contar cuantas cubren el rectángulo, que en general se usaban unidades cuadradas porque el área de un cuadrado es fácil de calcular, además de que este método es válido para</p> | <p>pregunta respecto a esta , en la segunda, todos dijeron que no entendían, pues no sabían que responder</p> <p>continuaron con la pregunta 3, la cual tampoco entendieron</p> <p>los grupos hablaban entre ellos dando algunas sugerencias y anotando en sus hojas las opciones</p> <p>una estudiante nos recomendó que hiciéramos esta misma actividad en el grupo de once B</p> <p>que el área de cualquier rectángulo se podía medir con la regla</p> <p>El segundo grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se puede encontrar usando la fórmula.</p> <p>El tercer grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se podía encontrar dividiendo la unidad demasiadas veces para poder llenar cualquier rectángulo</p> <p>Y el cuarto grupo respondió lo mismo que el tercer grupo e igualmente el quinto.</p> <p>Entonces les explicamos que lo que se hace para hallar el área de cualquier rectángulo es escoger una unidad de medida y contar cuantas cubren el rectángulo, que en general se usaban unidades cuadradas porque el área de un cuadrado es fácil de calcular, además de que este método es válido para</p> |
|--|---|

calcular áreas de cualquier figura. Además les preguntamos también que como sería más conveniente medir el área de una circunferencia sin que unidad sea el cuadrado, lo pensaron un poco y un grupo respondió que se podría con los triángulos era más fácil abarcar el círculo, como practicantes sentimos alivio porque pensamos que tal vez no iban a responder.

En la segunda pregunta a pesar de la dificultad que se presentó, los grupos respondieron que si se dividía la unidad tantas veces como se quisiera, se podía hallar el área de cualquier rectángulo y otro grupo añadió que además se podía hallar el área de otras figuras, concordando entre os grupos que esta pregunta se complementaba con la primera pues un estudiante d un grupo dijo “entonces esta se parece a la pregunta anterior” y otro estudiante de otro grupo con entusiasmo le dio la razón.

En la tercera pregunta.

Los grupos respondieron que estos se relacionaban porque para medir distintas áreas, las unidades se dividían parecido a la cinta métrica. Y un grupo añadió que la unidad era parecida a los centímetros y otro grupo añadió que entonces las rayas pequeñas era como dividir la unidad, añadiéndoles así que esto se hacía pero con precisión.

Luego explicamos que si queríamos medir cualquier cosa la cinta métrica no puede medir todas las figuras entonces ahora existen otros métodos más eficientes para hallar los valores de las áreas de estas figuras.

Y a la última pregunta todos respondieron que no pasaba nada, tal vez la pregunta no se entendió por lo tanto explicamos que las figuras geométricas se clasifican y que un rectángulo con la base la altura de igual medida e rectángulo era un cuadrado solamente pero con dimensiones especiales.

Luego como quedo un espacio, les pedimos sus opiniones acerca de cómo les había parecido la actividad realizada ese día, entonces una de las

calcular áreas de cualquier figura

lo pensaron un poco y un grupo respondió que se podría con los triángulos era más fácil abarcar el círculo

Como practicantes sentimos alivio porque pensamos que tal vez no iban a responder.

los grupos respondieron que si se dividía la unidad tantas veces como se quisiera, se podía hallar el área de cualquier rectángulo y otro grupo añadió que además se podía hallar el área de otras figuras, concordando entre os grupos que esta pregunta se complementaba con la primera pues un estudiante d un grupo dijo “entonces esta se parece a la pregunta anterior

otro estudiante de otro grupo con entusiasmo le dio la razón

Los grupos respondieron que estos se relacionaban porque para medir distintas áreas, las unidades se dividían parecido a la cinta métrica. Y un grupo añadió que la unidad era parecida a los centímetros y otro grupo añadió que entonces las rayas pequeñas era como dividir la unidad, añadiéndoles así que esto se hacía pero con precisión

Luego explicamos que si queríamos medir cualquier cosa la cinta métrica no puede medir todas las figuras entonces ahora existen otros métodos más eficientes para hallar los valores de las áreas de estas figuras.

Tal vez la pregunta no se entendió por lo tanto explicamos que las figuras geométricas se clasifican y que un rectángulo con la base la altura de igual medida e rectángulo era un cuadrado solamente pero con dimensiones especiales.

|   |   |
|---|---|
| <p>estudiantes comentó me “pareció muy buena la actividad por que se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa”, otro estudiante añadió “es as entretenido porque nos podemos mover”</p> <p>Luego sonó el timbre que anunciaba el fin de la clase, en seguida les dimos as gracias por la atención que prestaron y como acto final nos aplaudieron, “pareció muy buena la actividad porque se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa”, otro estudiante añadió “es más entretenido porque nos podemos mover”. Cuando salimos la profesora nos sugirió hacer la actividad en once B pero no aseguramos nada pues el colegio es apartado y tenemos más compromisos.</p> | <p>“pareció muy buena la actividad por que se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa” es as entretenido porque nos podemos mover”</p> <p>como acto final nos aplaudieron, cuando salimos la profesora nos sugirió hacer la actividad en once B</p> |
|---|---|

Tabla 8: categorización diario de campo 2

| Hechos observados   | Categorías abiertas   |
|---|---|
| <p>En la segunda sesión se continuo con la primera guía desarrollando,<br/>la parte faltante</p> <p>Ese día se sabía que la profesora no iba a estar presente pues nos había dicho con anterioridad que no podía asistir, cuando llegamos al salón los estudiantes estaban dispersos, mientras ellos se organizaron en sus respectivos puestos, nosotros preparábamos lo que se iba a hacer en la clase</p> <p>Cuando estábamos preparados comenzamos la sesión recordando lo que se hizo en la anterior clase y pedimos se organizaran en los grupos hechos anteriormente y se les entrego la guía para que la terminaran de desarrollar. Se explicó el ejercicio que tenían que desarrollar y que debían contestar las preguntas al terminar el ejercicio, debido a que era la continuación de la guía no se llevó las cartulinas pues creímos que no era necesario.</p> <p>Cuando empezaron a resolver el procedimiento 2 surgieron inquietudes sobre cómo llenar la cacilla</p> | <p>recordando lo que se hizo en la anterior clase y pedimos se organizaran en los grupos hechos anteriormente y se les entrego la guía para que la terminaran de desarrollar.</p> <p>debido a que era la continuación de la guía no se llevó las cartulinas pues creímos que no era necesario.</p> <p>procedimiento 2 surgieron inquietudes sobre cómo llenar</p> |

correspondiente a la base, todos los grupos nos llamaban para preguntarnos como hacerlo o si lo que habían hecho estaba correcto a pesar de que en la guía estaba un ejemplo de cómo hacerlo. El grupo 2 pregunto cómo podían llenar la casilla, a ese grupo Cristian les indicó que lo podían hacer mediante las unidades, es decir que mediante los cuadros que tiene la hoja de un cuaderno hicieran un rectángulo cuya altura fuera la que se indicaba en el ejercicio y de esa manera contar cuantos cuadros necesitaba la base para que el área de ese rectángulo fuera 60, al hacerlo se dieron cuenta que el rectángulo no les cabía en la hoja, ellos preguntaron que si podían contar las unidades pasando al siguiente renglón, Cristian les dijo que si lo podían hacer de esa forma, pero que solo servía para contar las unidades, y les pregunto si de esa forma se construía un rectángulo, pero una estudiante dijo \_ ¡no! porque , allí lo que se forman son dos rectángulos. después volvieron a llamar para preguntar que, si para llenar la casilla podían usar la fórmula del rectángulo, camilo les contesto que si lo podían hacer de esa manera pero que le mostraban como lo estaban haciendo, Cristian se dio cuenta que no recordaban como usar la formula, puesto no sabían cómo reemplazar en la formula, les dijo que estaba erróneo y les explico la manera correcta de hacerlo.

El grupo 1 llamo a cesar y le pregunto si llenar la casilla era lo mismo que encontrar un número que multiplicado por el que daban en la fila de la altura diera 60, a lo cual cesar le dijo que era correcto

El grupo 3 nos llamó para preguntar si se usaba la fórmula del área del rectángulo, lo cual nos mostraron y les dijimos que estaba correctos pues los datos estaban reemplazados de manera correcta, pero dijeron que no sabían que hacer después de ahí, decían que, si debían pasar a sumar o a restar o a dividir, a lo cual les explicamos el procedimiento para despejar.

Nos dimos cuenta que en los demás grupos algunos de sus integrantes se acercaban a un grupo al cual ya se le había explicado o se acercaban mientras estábamos explicando y se quedaban preguntando a ese grupo de como de cómo habían entendido, por tanto, cuando habían terminado solo nos mostraban la casilla llena y nos preguntaban como lo habían hecho y por supuesto que ¡estaba bien!

En este ejercicio se planteó una casilla en la cual se daba una base de medida cero, para esta casilla, el grupo 1 preguntó si se podía dejar la casilla vacía, entonces cesar les preguntó el por qué, a lo que uno de los estudiantes dijo que “los números multiplicados por cero se cancelan” y por esto siempre va a dar cero y no sesenta, en cuanto a los demás grupos, se presentó que solo

la casilla correspondiente a la base, todos los grupos nos llamaban para preguntarnos cómo hacerlo o si lo que habían hecho estaba correcto a pesar de que en la guía estaba un ejemplo de cómo hacerlo

al hacerlo se dieron cuenta que el rectángulo no les cabía en la hoja, ellos preguntaron que si podían contar las unidades pasando al siguiente renglón

una estudiante dijo \_ ¡no! porque , allí lo que se forman son dos rectángulos.

después volvieron a llamar para preguntar que, si para llenar la casilla podían usar la fórmula del rectángulo Cristian se dio cuenta que no recordaban como usar la formula, puesto no sabían cómo reemplazar en la formula

les dijo que estaba erróneo y les explico la manera correcta de hacerlo.

El grupo 1 llamo a cesar y le pregunto si llenar la casilla era lo mismo que encontrar un número que multiplicado por el que daban en la fila de la altura diera 60

El grupo 3 nos llamó para preguntar si se usaba la fórmula del área del rectángulo

pero dijeron que no sabían que hacer después de ahí, decían que, si debían pasar a sumar o a restar o a dividir

en los demás grupos algunos de sus integrantes se acercaban a un grupo al cual ya se le había explicado

y se quedaban preguntando a ese grupo de como de cómo habían entendido

por supuesto que ¡estaba bien!

el grupo 1 preguntó si se podía dejar la casilla vacía

uno de los estudiantes dijo los números multiplicados por

llenaron la casilla sin preguntar y colocaron el cero. Luego de haber terminado de llenar la tabla, los estudiantes prosiguieron a ubicar los puntos en el plano cartesiano como se indicaba en esta actividad. En esta actividad, todos los grupos nos llamaron, pues se le presentaba un problema a la hora de graficar los datos obtenidos y es que los números que se obtenían eran demasiado grandes y por lo tanto estos no cabían en la hoja de papel, entonces el grupo 5 optó por realizar una escala diferente, es decir, decidieron cambiar los ejes coordenados, es decir donde hubiera números más grandes los colocaron en forma vertical y los más cortos en forma horizontal, el grupo 3 y 1 colocaron una escala diferente, pero no de la misma escala en los ejes, de tal manera que Cristian intervino y les mostro que la gráfica quedaba inexacta haciéndolo de esta forma, y el grupo 3 y cuatro lo hicieron sin errores, pues de la misma forma que para llenar la tabla, ellos iban a pedir explicación a los grupos por los cuales ya habíamos explicado.

Cuando ya habíamos pasado por todos los grupos verificando si ya tenían los ejercicios resueltos, les dijimos que haríamos la gráfica entre todos en el tablero, empezamos por ubicar los ejes, poniendo la base en el eje vertical y la altura en el eje horizontal, a lo cual algunos estudiantes algo consternados dijeron que ellos no lo habían hecho así, entonces Cristian les respondió, que no importaba, pues era como si el plano estuviera, al contrario, solo tenía que voltear la hoja, entonces el estudiante reflejo cara de alivio. Luego les dijimos “quien quiere ubicar un punto” y así iba saliendo voluntariamente el que quisiera, hasta que llegamos al punto del cero, entonces un integrante del grupo se levantó de inmediato y dijo que este punto no existía puesto que no había un número que multiplicado y se sentía eufórico y en los demás grupos se perpetuo un pequeño susurro, entre los que se escuchaban, “¿ves? Te lo dije”, “no me hiciste caso”, expresiones como “¡ahhh!” y además se evidenciaban caras de sorpresa.

Cuando terminamos de realizar la actividad en el tablero, dijimos si quedaban dudas acerca de lo que habíamos hecho y respondieron todos que no, en seguida les mencionamos que en la parte siguiente de la guía se realizaban unas preguntas que se podían responder a partir de la actividad que ya se había realizado, con lo que, sin más, todos tomaron sus hojas y lápices y se pusieron en a la tarea de responder las preguntas.

Cuando empezaron a responder, los grupos 1, 2 y 5 se confundieron al leer las preguntas, entonces pasamos por cada grupo diciéndoles que era el mismo procedimiento que se había seguido anteriormente, pero que los datos

cero se cancelan” y por esto siempre va a dar cero y no sesenta

en cuanto a los demás grupos, se presentó que solo llenaron la casilla sin preguntar y colocaron el cero.

En esta actividad, todos los grupos nos llamaron, pues se le presentaba un problema a la hora de graficar los datos obtenidos

entonces el grupo 5 optó por realizar una escala diferente decidieron cambiar los ejes coordenados, es decir donde hubiera números más grandes los colocaron en forma vertical y los más cortos en forma horizontal

el grupo 3 y 1 colocaron una escala diferente, pero no de la misma escala en los ejes,

Cristian intervino y les mostro que la gráfica quedaba inexacta haciéndolo de esta forma

el grupo 3 y cuatro lo hicieron sin errores, pues de la misma forma que para llenar la tabla, ellos iban a pedir explicación a los grupos por los cuales ya habíamos explicado.

les dijimos que haríamos la gráfica entre todos en el tablero, empezamos por ubicar los ejes, poniendo la base en el eje vertical y la altura en el eje horizontal

algunos estudiantes algo consternados dijeron que ellos no lo habían hecho así

entonces Cristian les respondió, que no importaba, pues era como si el plano estuviera, al contrario, solo tenía que voltear la hoja

entonces el estudiante reflejo cara de alivio. Luego les dijimos

así iba saliendo voluntariamente el que quisiera

se levantó de inmediato y dijo que este punto no existía puesto que no había un número que multiplicado y se sentía eufórico

“¿ves? Te lo dije”, “no me hiciste caso”, expresiones como “¡ahhh!” y además se evidenciaban caras de sorpresa.

sin más, todos tomaron sus hojas y lápices y se pusieron en a la tarea de responder las preguntas

que se daban eran diferentes, así de esta manera para el problema, ellos tenían que hacer una tabla cuyas filas fueran el área y la altura, y a partir de esto dieran valores a la altura y calcularan el área para estos; mientras los otros dos comenzaron a calcular lo que se había pedido similarmente a lo realizado en la actividad anterior, entonces el grupo 3 y 4 que estaban contiguos nos preguntaron ¿Cuántos valores tenemos que calcular? Entonces les respondimos que con 4 o 5 bastaba. A lo que un integrante del grupo 4 nos dijo que los valores que les daban eran muy grandes pues habían colocado valores como 8, 20 y 6 y que esos no cabían en la hoja de cuaderno entonces les preguntamos ¿Qué otros valores a parte de los números naturales podían considerar y que no fueran tan grandes? Y también les dijimos que podían cambiar de escala, Entonces el grupo 4 cambió a valores como 1, 2, 3, 4 y raíz de 5. Y el grupo 3 calcularon con valores 2, 3, 4, 5 y 6. Luego los grupos 1, 2 y 5 nos preguntaron lo mismo y les hicimos la misma pregunta y les hicimos las mismas recomendaciones y se quedaron pensando en lo que podían hacer.

Por lo que el grupo 1 puso los valores 0, 1, 2 y 3, sin antes haber intentado otros valores más altos para ver qué resultados obtenían, el grupo 2 puso los valores 1,2, 1/2, 3 y 4 y el grupo 5 los valores 2, 4 y 6. mientras tanto los grupos 4 y 1 comenzaron a hacer las gráficas, pero de igual manera los valores que resultaban, eran demasiado grandes, entonces nos llamaron para preguntar que si podían ubicar en los ejes los números de 5 en 5 y les dijimos que era lo ideal. Luego de esto. Ellos tuvieron dificultad para ubicar los puntos, así que como cesar y yo nos dimos cuenta que los otros habían colocado valores grandes, entonces decidimos usar nuestros celulares para mostrarles como quedaban los puntos en el plano. Así que les sugerimos a los grupos que siguieran con la pregunta 3, de tal manera que para esto el grupo 4 preguntó que si para calcular estos valores se usaba la fórmula. Y dieron como respuesta que sí. El grupo 3 no nos preguntó, pero para ellos la respuesta es que no se podía, pues no se podían ubicar los puntos en el plano cartesiano. El grupo 1 dijo que sí, pero no justificó la respuesta muy bien, el grupo 2 no nos preguntó también si se podía y que si se calculaba el área con la fórmula y les sugerimos justificar en la respuesta, así que colocaron que si se podía puesto que la multiplicación se podía realizar por 28 y así se podía hallar el área, el grupo no nos preguntó, pero respondieron que si se podía pues para calcular el área con la base inexacta solo se reemplaza en la fórmula del área. En la siguiente pregunta, todos los grupos dijeron que no entendían como resolverla, entonces de manera

entonces pasamos por cada grupo diciéndoles que era el mismo procedimiento que se había seguido anteriormente, pero que los datos que se daban eran diferentes, así de esta manera para el problema, ellos tenían que hacer una tabla cuyas filas fueran el área y la altura, y a partir de esto dieran valores a la altura y calcularan el área para estos

mientras los otros dos comenzaron a calcular lo que se había pedido similarmente a lo realizado en la actividad anterior

el grupo 3 y 4 que estaban contiguos nos preguntaron ¿Cuántos valores tenemos que calcular?

A lo que un integrante del grupo 4 nos dijo que los valores que les daban eran muy grandes pues habían colocado valores como 8, 20 y 6 y que esos no cabían en la hoja de cuaderno

Y también les dijimos que podían cambiar de escala, Entonces el grupo 4 cambió a valores como 1, 2, 3, 4 y raíz de 5

Por lo que el grupo 1 puso los valores 0, 1, 2 y 3, sin antes haber intentado otros valores más altos para ver qué resultados obtenían

el grupo 2 puso los valores 1,2, 1/2, 3 y 4 y el grupo 5 los valores 2, 4 y 6.

entonces nos llamaron para preguntar que si podían ubicar en los ejes los números de 5 en 5 y les dijimos que era lo ideal

Luego de esto. Ellos tuvieron dificultad para ubicar los puntos, así que como cesar y yo nos dimos cuenta que los otros habían colocado valores grandes

entonces decidimos usar nuestros celulares para mostrarles como quedaban los puntos en el plano. de tal manera que para esto el grupo 4 preguntó que si para calcular estos valores se usaba la fórmula. Y dieron como respuesta que sí. El grupo 3 no nos preguntó, pero para ellos la respuesta es que no se podía, pues no se podían ubicar los puntos en el plano cartesiano

El grupo 1 dijo que sí, pero no justificó la respuesta muy bien, el grupo 2 no nos preguntó también si se podía y que si se calculaba el área con la fórmula y les sugerimos

general les explicamos que lo que tenían que hacer era encontrar la fórmula para que pudieran hallar el valor del área para cualquier valor de número real positivo.

Entonces ellos acudieron a la fórmula y luego para la última pregunta decidimos hacerla en general, ¿Qué pasa si la base del rectángulo es cero?, el grupo 5 respondió que físicamente sí se podía pero matemáticamente no, el grupo 3 respondió que no se podría, el grupo 4 dijo que sí, pues el área existe y es cero, pero no se puede ver el rectángulo, el grupo 1 respondió que no se podía pero no pudo justificar y el grupo 2 respondió que se podía solamente el rectángulo era como una línea. Con esto explicamos que, si la base de un rectángulo es cero, este ya no sería un rectángulo pues sería una línea de medida tantas unidades dadas, a lo que los estudiantes una vez más empezaron a murmurar entre grupos.

Luego de esto explicamos la tercera pregunta, mostrándoles que cualquier valor real positivo se podía reemplazar en la fórmula de tal manera que si se podía encontrar el área, a lo cual unos estudiantes chocaban las manos y otros mostraron cara de aceptación, luego para la pregunta 4 todos dijeron que habían respondido que se podían representar con la fórmula y en adición les dijimos que en matemáticas, generalmente cuando se quería expresar variaciones dependientes como lo es el caso del área en el problema dado, se representaba el área con la letra  $y$  y la base con la letra  $x$  y además que en esta se miraba que el área cambia dependiendo del valor de la base pero esto lo veríamos al hacer el ejercicio con los celulares.

Así que cesar y yo nos ideamos pasar por los grupos con nuestros celulares y ubicar los puntos que hallaron en la pregunta 1 y comparar con la expresión que habían hallado pero esta vez con las letras  $x$  e  $y$ , así que Cristian paso por el grupo 1, 4 y 3 y cesar paso por los grupos 2 y 5. En cada grupo primero les decíamos el nombre de la app y que la podían descargar en la playstore, además se les explicaba el uso.

En el primer grupo, primero ubicamos los puntos de la pregunta 1 que ellos habían encontrado, entonces se les preguntó ¿Qué pasa si ingreso la expresión que hallaron en el punto 4? Ellos pensaron por un momento y uno respondió de manera dudosa que “de pronto se podían tapar”, así que se ingresó la expresión y todos se sorprendieron al ver que la gráfica de la expresión coincidía con los puntos, además les acercaba la gráfica en los puntos para que se dieran cuenta que no se alejaban de la línea de la gráfica de la expresión. En el grupo 3 se presentaron las mismas expresiones y en el 4 también, además se les explico que se podía ver la escala y que se iba aumentando o disminuyendo que es lo

justificar en la respuesta, así que colocaron que si se podía puesto que la multiplicación se podía realizar por 28 y así se podía hallar el área

todos los grupos dijeron que no entendían como resolverla

de manera general les explicamos que lo que tenían que hacer era encontrar la fórmula para que pudieran hallar el valor del área para cualquier valor de número real positivo

para la última pregunta decidimos hacerla en general

el grupo 5 respondió que físicamente sí se podía pero matemáticamente no, el grupo 3 respondió que no se podría, el grupo 4 dijo que sí, pues el área existe y es cero, pero no se puede ver el rectángulo, el grupo 1 respondió que no se podía pero no pudo justificar y el grupo 2 respondió que se podía solamente el rectángulo era como una línea.

a lo que los estudiantes una vez más empezaron a murmurar entre grupos.

manera que si se podía encontrar el área, a lo cual unos estudiantes chocaban las manos y otros mostraron cara de aceptación.

en adición les dijimos que en matemáticas, generalmente cuando se quería expresar variaciones dependientes como lo es el caso del área en el problema dado, se representaba el área con la letra  $y$  y la base con la letra  $x$  y además que en esta se miraba que el área cambia dependiendo del valor de la base pero esto lo veríamos al hacer el ejercicio con los celulares.

Así que cesar y yo nos ideamos pasar por los grupos con nuestros celulares y ubicar

En cada grupo primero les decíamos el nombre de la app y que la podían descargar en la playstore, además se les explicaba el uso.

|  |  |
|--|--|
| <p>mismo que se podía hacer en el cuaderno en lugar de poner de uno en uno, un estudiante del grupo 4 preguntó <i>¿se puede usar una escala en un eje y otra en el otro?</i>, en cuanto a la pregunta, expresamos que si se podía, pero que la gráfica quedaba deforme y a veces esto conllevaba malas interpretaciones. un estudiante del grupo cuatro expresó que le parecía chévere y del grupo 3 uno de los estudiantes pregunto una vez más de <i>¿cómo se llama la aplicación?</i> , y que si en esa aplicación también se <i>podían resolver ecuaciones</i> , además se hizo el mismo ejercicio pero con la actividad realizada anterior entonces allí también miraban que coincidían los puntos con la expresión. En el grupo 5 cuando se realizaron las dos graficas de las dos actividades, uno de los estudiantes dijo de forma de sorpresa <i>“¡entonces cualquier punto que yo calcule tiene que estar sobre la línea!”</i>, otro dijo que <i>la parte negativa no tenía sentido para el problema porque eran áreas</i>. En ese momento sonó el timbre que avisaba el fin de la jornada y mientras recogíamos los trabajos, una estudiante comentó a Cristian que esta sesión no fue tan chévere como la primera porque le gustó como se había usado la cartulina ya que parecía un juego, además de que era un poco más enredado que la primera y que hubiera sido más entretenida con las cartulinas, concluyendo esta sesión con cierto desconforme y despidiéndonos de los estudiantes hasta la próxima sesión.</p> | <p><i>¿Qué pasa si ingreso la expresión que hallaron en el punto 4?</i><br/>Ellos pensaron por un momento y uno respondió de manera dudosa que <i>“de pronto se podían tapar”</i> se sorprendieron al ver que la gráfica de la expresión coincidía con los puntos, además les acercaba la gráfica en los puntos para que se dieran cuenta que no se alejaban de la línea de la gráfica de la expresión. En el grupo 3 se presentaron las mismas expresiones y en el 4 también, además se les explico que se podía ver la escala y que se iba aumentando o disminuyendo que es lo mismo que se podía hacer en el cuaderno en lugar de poner de uno en uno<br/><i>¿se puede usar una escala en un eje y otra en el otro?</i>, en cuanto a la pregunta, expresamos que si se podía, pero que la gráfica quedaba deforme y a veces esto conllevaba malas interpretaciones. que le parecía chévere y del grupo 3 uno de los estudiantes pregunto una vez mas de <i>¿cómo se llama la aplicación?</i> , y que si en esa aplicación también se <i>podían resolver ecuaciones</i></p> <p><i>“¡entonces cualquier punto que yo calcule tiene que estar sobre la línea!”</i></p> <p>Cristian que esta sesión no fue tan chévere como la primera porque le gustó como se había usado la cartulina ya que parecía un juego, además de que era un poco más enredado que la primera y que hubiera sido más entretenida con las cartulinas,</p> |
|--|--|

Tabla 9: diario de campo 3

| Hechos observados   | Categorías abiertas  |
|---|--|
| <p>Debido a ciertos errores cometidos en la primera guía como el de hacer cinco grupos con demasiados estudiantes, decidimos imprimir más guías y así poder distribuir mejor los estudiantes, en total para la segunda guía se imprimieron 8 guías para así poder formar 8 grupos de 4 o máximo 5 estudiantes. De acuerdo a esto llegamos al salón y les pedimos que se organizaran e los grupos para poder</p> | <p>Debido a ciertos errores cometidos en la primera guía como el de hacer cinco grupos con demasiados estudiantes, decidimos imprimir más guías y así poder distribuir mejor los estudiantes</p> |



desarrollar la actividad, a cada grupo le colocamos su respectivo nombre  $G_1$  hasta  $G_8$

Después de que estaban organizados, pedimos que alguien nos ayudara a leer la introducción, un estudiante del grupo  $G_3$  se ofreció para leer, después de que termino la introducción donde explicaba lo que es una función, preguntamos si habían entendido lo que decía, pocos dijeron que si, pero la mayoría respondió que no en particular el estudiante que se ofreció a leer, debido a esto tomamos un marcador y explicamos en el tablero lo que decía en la introducción de la guía, realizamos el respectivo dibujo y su explicación. Al parecer las cosas quedaron más claras para ellos, sin embargo hicimos una pregunta para saber si había quedado bien claro; preguntamos si toda relación era una función, a eso muchos estudiantes decían que sí, pero no tenían seguridad y un estudiante del grupo  $G_5$  trato de explicar porque si, él dijo que toda relación si era función por que como se miraba en el dibujo cada figura se relaciona con un número, de acuerdo a esta respuesta dibujamos otro diagrama donde de una figura se relacionaba con dos números distintos y volvimos a preguntar si ese diagrama satisface la definición de función, a esto tenían dudas y nadie se atrevía dar un respuesta pero se comentaban entre ellos, auqué se escucha muchos decir que no era función, al escuchar esto decidimos decirles que claramente este diagrama no representaba una función y preguntamos quien nos podía decir porque, después de escuchar esto un estudiante se animó a responder y nos dijo que no era porque la definición decía que de una sola figura debería salir una flecha

Después de explicar el concepto de función pasamos a la actividad que estaba en la guía en donde se pedía que se calculara el área de un rectángulo cuya altura sea el doble su base, en esta actividad ellos debían formar rectángulos con cuadritos que eran las respectivas unidades y estos debían cumplir con lo que se pedía en la actividad. Los datos que obtuvieran deberán ser registrados en un diagrama como se especificaba en la guía

A pesar de que las instrucciones estaban escritas en las guía, unos grupos no entendían lo que tocaba hacer, así que tocaba ir en persona a explicarles y de esta manera entendían mejor, algo que se nos pasó por alto y que todos los grupos preguntaban era que cuantos rectángulos debían hacer, así que les dijimos que hicieran cinco, ya cuando estaba claro que se tenía que hacer comenzaron a construir los rectángulos con las unidades y un grupo al que no le pasamos suficientes unidades nos llama para preguntarnos que si necesariamente debían completar los cuadros o podían anotar los datos de una vez, le dijimos que si no necesitaban los cuadritos y ya podían sacar los datos sin necesidad de construir los rectángulos estaba bien.

Algunos de los datos que tomaron los grupos fueron los

, pedimos que alguien nos ayudara a leer la introducción, un estudiante del grupo  $G_3$  se ofreció para leer

preguntamos si habían entendido lo que decía, pocos dijeron que si, pero la mayoría respondió que no en particular el estudiante que se ofreció a leer debido a esto tomamos un marcador y explicamos en el tablero lo que decía en la introducción de la guía, realizamos el respectivo dibujo y su explicación

eso muchos estudiantes decían que sí, pero no tenían seguridad y un estudiante del grupo  $G_5$  trato de explicar por que si,, él dijo que toda relación si era función por que como se miraba en el dibujo cada figura se relaciona con un número

a esto tenían dudas y nadie se atrevía dar una respuesta

pero se comentaban entre ellos, auqué se escucha muchos decir que no era función

al escuchar esto decidimos decirles que claramente este diagrama no representaba una función y preguntamos quien nos podía decir porque, después de escuchar esto un estudiante se animó a responder y nos dijo que no era porque la definición decía que de una sola figura debería salir una flecha

A pesar de que las instrucciones estaban escritas en las guías, unos grupos no entendían lo que tocaba hacer

así que tocaba ir en persona a explicarles y de esta manera entendían mejor

algo que se nos pasó por alto y que todos los grupos preguntaban era que cuantos rectángulos debían hacer, así que les dijimos que hicieran cinco ya cuando estaba claro que se tenía que hacer comenzaron a construir los rectángulos con las unidades

un grupo al que no le pasamos suficientes unidades

siguientes:

i)  $A = b \cdot h$   
 $A = 3 \cdot 6$   
 $A = 18$

ii)  $A = b \cdot h$   
 $A = 4 \cdot 8$   
 $A = 32$

iii)  $A = b \cdot h$   
 $A = 2 \cdot 4$   
 $A = 8$

iv)  $A = b \cdot h$   
 $A = 5 \cdot 10$   
 $A = 50$

v)  $A = b \cdot h$   
 $A = 8 \cdot 16$   
 $A = 128$

base                      área

Integranter Sa

• Si su base es una, le ardo por otros cosas

$A = b \cdot h$      $A = 2 \cdot 4$      $A = 8$

•  $b = 3$      $h = 6$   
 $A = b \cdot h$      $A = 3 \cdot 6$      $A = 18$

•  $b = 4$      $h = 8$   
 $A = b \cdot h$      $A = 4 \cdot 8$      $A = 32$

•  $b = 7$      $h = 14$   
 $A = b \cdot h$      $A = 7 \cdot 14$      $A = 98$

•  $b = 5$      $h = 10$   
 $A = b \cdot h$      $A = 5 \cdot 10$      $A = 50$

Base                      Área

Doriana Nolasco  
 Doriana Durazo  
 Karol Lame  
 Miguel Cruz

BASE                      AREA

nos llama para preguntarnos que si necesariamente debían completar los cuadros o podían anotar los datos de una vez ya podían sacar los datos sin necesidad de construir los rectángulos estaba bien

Después de que cada grupo acabara el procedimiento les dijimos que comenzaran responder las preguntas. La primera pregunta era ¿Cuál es la relación que hay entre los dos conjuntos? a esta pregunta hubo muchas confusiones, pues todos los grupos llamaban para que explicáramos lo que decía para ello recurrimos a la guía en la parte del diagrama y así poder explicar, les dijimos que observaran que en el diagrama de la guía a cada figura la unía con un número y ese número correspondía al número de sus lados, entonces la relación que hay entre esos conjuntos es que a cada figura le manda al número de sus lados. Debido a que unos no entendieron recurrimos a otra forma de explicar, tomamos como ejemplo la función cuadrática, entonces les explicamos que si tomamos el uno y aplicamos la función tenemos uno, con el dos tenemos el cuatro, con el tres tenemos el nueve y así sucesivamente, entonces si ponemos los números naturales en un conjunto y en otro el resultado de aplicar la función a cada número, tendríamos que la relación entre los dos conjuntos es que a cada número lo envía a su cuadrado y escribiéndolo en términos generales  $a \rightarrow a^2$

Después de que explicáramos a todos los grupos, el grupo  $G_4$  nos volvió a llamar para preguntarnos, y nos dijeron que ellos si entendían la explicación que habíamos dado pero que no podían hallar la relación, entonces les dijimos que usarán la fórmula para hallar el área y nos sentamos con ellos para que la encontrarán, entonces ellos iban resolviendo mientras les decíamos que podían hacer por ejemplo ellos pusieron la fórmula para encontrar el área  $A = b \times h$ , entonces les preguntamos según el problema que dada una base como debe ser su altura, ellos respondieron que el doble, listo entonces les dijimos que dada cualquier base  $b$  la altura debe ser  $2b$ , ahora bien que pasa si reemplazamos en la fórmula, y ellos reemplazaban  $A = b \times 2b$  y volvimos a preguntar cuánto es eso, y uno de ellos entre risas respondió dudosamente  $2b^2$  y de esta manera con este grupo logramos que dedujeran la relación, por otro lado el grupo  $G_7$  nos llamó para preguntarnos como se decía en palabras la relación ellos se reían por las caras que pusimos así que dijeron “ay no sean malos digamos”, así que les dijimos que se decía dado un  $b$  en el primer conjunto se relaciona con el doble de su cuadrado

Después continuó la segunda pregunta la cual era que magnitudes se estaban relacionando, aunque algunos grupos como el  $G_2$   $G_1$   $G_8$   $G_3$  nos preguntaron, bastó con mostrarles la otra forma que se mostraba en la guía para entender la definición de función

Con la tercera pregunta donde preguntaba que magnitudes se estaban relacionando tuvieron más inconvenientes, pues no sabían cuáles a pesar de que en la guía había un ejemplo, y tocó ir por cada grupo a explicar lo que se entendía cuando

a esta pregunta hubo muchas confusiones, pues todos los grupos llamaban para que explicáramos lo que decía para ello recurrimos a la guía en la parte del diagrama y así poder explicar

Debido a que unos no entendieron recurrimos a otra forma de explicar, tomamos como ejemplo la función cuadrática, entonces les explicamos que si tomamos el uno y aplicamos la función tenemos uno

y nos dijeron que ellos si entendían la explicación que habíamos dado pero que no podían hallar la relación, entonces les dijimos que usarán la fórmula para hallar el área y nos sentamos con ellos para que la encontrarán, entonces ellos iban resolviendo mientras les decíamos que podían hacer por ejemplo ellos pusieron la fórmula para encontrar el área  $A = b \times h$ , entonces les preguntamos según el problema que dada una base como debe ser su altura, ellos respondieron que el doble, listo entonces les dijimos que dada cualquier base  $b$  la altura debe ser  $2b$ , ahora bien que pasa si reemplazamos en la fórmula, y ellos reemplazaban  $A = b \times 2b$  y volvimos a preguntar cuánto es eso, y uno de ellos entre risas respondió dudosamente  $2b^2$  y de esta manera con este grupo

por otro lado el grupo  $G_7$  nos llamó para preguntarnos como se decía en palabras la relación dijeron “ay no sean malos digamos”, así que les

|  |  |
|--|--|
| <p>una magnitud depende de otra, y tomamos de ejemplo la formula del area del circulo que habia en la guia, con esto explicamos que si e damos valor al radio el valor del area ya esta determinado, es decir que para tener el valor del area debo tener el valor del radio y es por esto que una depende de otra porque para saber el valor de una debo tener el valor de la otra y esto mismo pasaba con la formula del rectangulo del problema . El grupo tres cuando explicamos dijo entonces la altura depende de la base , nosotros le dijimos que exactamete como la altura depende de la base preguntamos entonces de quien depende el area y respondieron que de la base</p> | <p>dijimos que se decia dado un b en el primer conjunto se relaciona con el doble de su cuadrado</p> <p>grupos como el <math>G_2 G_1 G_8 G_3</math> nos preguntaron bastó con mostrarles la otra forma que se mostraba en la guia para entender la definicion de funcion</p> <p>tuvieron mas inconvenientes, pues no sabian cuals a pesar de que en la guia habia un ejemplo toco ir por cada grupo a explicar lo que se entendia cuando una magnitud depende de otra, , y tomamos de ejemplo la formula del area del circulo que habia en la guia, con esto explicamos que si e damos valor al radio el valor del area ya esta determinado, es decir que para tener el valor del area debo tener el valor del radio y es por esto que una depende de otra porque para saber el valor de una debo tener el valor de la otra y esto mismo pasaba con la formula del rectangulo del problema</p> |
|--|--|

Tabla 10: diario de campo 6

| Hechos observados  | categorías abiertas  |
|--|--|
| <p>El día final de las actividades, llegamos a las 10 am al colegio, mientras cruzábamos el patio del colegio una de las estudiantes del curso nos saludó de manera entusiasta y nos preguntó “¿hoy nos darán clase?” le respondimos si y la estudiante dijo “¡qué bien!” , luego pasamos hacia la entrada del salón y esperamos a que la mayoría estuviera en el salón, mientras llegaban decidimos conectar el computador a la pantalla, con lo cual nos ayudó un estudiante y cuando la profesora sugirió que empezáramos, dimos inicio a explicar que haríamos uso del programa Geógebra para comprender algunas cosas a cerca de las gráficas de funciones.</p> <p>No consideramos explicar el funcionamiento del programa, pues se alargaría la sesión, solamente se pondrían preguntas acerca de lo que pasaba con la gráfica de las diferentes funciones que se habían explicado en la sesión anterior, cuando se variaban los parámetros o las constantes.</p> <p>Teniendo en cuenta esto, se dio inicio a la sesión, graficando la función lineal <math>f(x) = x</math>, luego se agregó un parámetro de tal manera que la función quedara así: <math>f(x) = ax</math>, así que se preguntó qué pasaría si la <math>a</math> era igual a uno, pero la profesora hizo una seña desde el otro lado del salón para decir que esta actividad la habían</p> | <p>nos saludó de manera entusiasta y nos preguntó “¿hoy nos darán clase?” le respondimos si y la estudiante dijo “¡qué bien!”</p> <p>con lo cual nos ayudó un estudiante</p> <p>explicar que haríamos uso del programa Geógebra para comprender algunas cosas a cerca de las gráficas de funciones.</p> <p>No consideramos explicar el funcionamiento del programa, pues se alargaría la sesión, solamente se pondrían preguntas acerca de lo que pasaba con la gráfica de las diferentes funciones que se habían explicado en la sesión anterior, cuando se variaban los parámetros o las constantes.</p> <p>, pero la profesora hizo una seña desde el otro lado del</p> |

realizado con el celular, entonces recomendó explicar el funcionamiento del programa para que verificaran las gráficas de algunas de las funciones que habían trabajado en clases con ella, así que aceptamos la recomendación de la profesora e iniciamos a explicar las herramientas básicas que proporciona Geógebra. empezamos por decir que este programa servía para hacer distintas gráficas, así que empezamos por la herramienta punto, diciendo que permitía ubicar un punto en cualquier parte del plano usando el mouse para ubicar diferentes puntos en la pantalla, en seguida explico el procedimiento para dibujar una recta en el plano, ( se hace seleccionando la herramienta recta y ubicando dos puntos ) también como dibujar segmentos y semirrectas, luego explicó que también se podían resolver sistemas de ecuaciones por el método grafico usando la herramienta “intersección” y explicó que las ecuaciones se pueden ingresar al programa en la barra de nombre “entrada” ubicada en la parte inferior de la interfaz de Geogebra y ejemplifico graficando dos rectas y seleccionando el icono de la herramienta junto con las rectas, para mostrar en que parte de la interfaz salía la solución.

También mostro la herramienta raíces, la cual permitía mostrar las raíces de una función ejemplificando con la función  $f(x) = \sin x$ . Cuando uso la herramienta todos se sorprendieron al ver que aparecían los puntos que se intersectaban entre la función y el eje x.

A continuación de la explicación les pedimos a los estudiantes que nos dieran las funciones que la profesora había dicho, así que se acercó un estudiante y propuso una función polinómica de grado 5, pero en la pantalla solo se podía ver una parte de la función haciendo parecer que la función solo tenía una raíz por lo tanto el estudiante pregunto que si se podía alejar la pantalla para ver la gráfica de la función completa, a lo cual Cristian respondió \_si, pero no sabía cómo, entonces junto con el estudiante buscaron en las herramientas hasta que encontraron el icono que permitía ejecutar la acción de alejar y pudieron al fin ver la gráfica de la función completa, entonces el estudiante se fue feliz porque había estado bien su gráfica, pues dijo: “entonces estaba bien”. Mostramos a los demás estudiantes la gráfica y empezaron a hablar entre ellos a cerca de como la habían graficado pues expresaban algunos “así me quedo” Luego de esto, el mismo estudiante preguntó\_ ¿Cómo se hace para graficar funciones a trozos en el programa?, ahí hubo un inconveniente, pues no habíamos preparado la clase para ese tipo de funciones. Pero no la ingeniamos para explicar una forma de representar una función a trozos, así que se pidió a los estudiantes que le dictaran una de las funciones que tenían.

salón para decir que esta actividad la habían realizado con el celular,

así que aceptamos la recomendación de la profesora e iniciamos a explicar las herramientas básicas que proporciona Geógebra.

este programa servía para hacer distintas gráficas, así que empezamos por la herramienta punto, diciendo que permitía ubicar un punto en cualquier parte del plano usando el mouse para ubicar diferentes puntos en la pantalla, en seguida explico el procedimiento para dibujar una recta en el plano, ( se hace seleccionando la herramienta recta y ubicando dos puntos ) también como dibujar segmentos y semirrectas, luego explicó que también se podían resolver sistemas de ecuaciones por el método grafico usando la herramienta “intersección” y explicó que las ecuaciones se pueden ingresar al programa en la barra de nombre “entrada” ubicada en la parte inferior de la interfaz de Geogebra y ejemplifico graficando dos rectas y seleccionando el icono de la herramienta junto con las rectas, para mostrar en que parte de la interfaz salía la solución.

También mostro la herramienta raíces, la cual permitía mostrar las raíces de una función ejemplificando con la función  $f(x) = \sin x$ . Cuando uso la herramienta todos se sorprendieron al ver que aparecían los puntos que se intersectaban entre la función y el eje x.

, así que se acercó un estudiante y propuso una función polinómica de grado 5

que si se podía alejar la pantalla para ver la gráfica de la función completa, a lo cual

con el estudiante buscaron en las herramientas hasta que encontraron el icono que permitía ejecutar la acción de alejar y pudieron al fin ver la gráfica de la función completa

Mostramos a los demás estudiantes la gráfica y empezaron a hablar entre ellos a cerca de como la habían graficado pues expresaban algunos “así me quedo”

¿Cómo se hace para graficar funciones a trozos en el programa?

Es así como uno de los estudiantes levanta la mano y dicta la primera parte de una función " $2$  si  $x < -1$ " así que Cristian ubica una semi-recta horizontal con inicio en el punto  $(-1, 2)$  y se alarga hacia la izquierda, luego el estudiante dictó la segunda parte de la función " $x^2 + 1$  si  $-1 \leq x < 1$ " pero al introducirla en el programa, la función salía completa, es decir aparecía la parábola completa, y por último se graficó la tercera parte de la función que era " $x+2$  si  $x \geq 1$ " luego el estudiante preguntó "¿qué pasa con la parte de en medio?" que era la parábola, entonces explicamos que se podía hacer una convención de que solo se tomaba la parte que se necesitaba o sea la parte entre  $-1$  y  $1$  y para saber dónde se tomaba el punto en los extremos, se cambiaba el color al punto. Aclarando que esto se podía hacer de otras formas, usando otras herramientas del programa, pero por falta de tiempo esa era la más sencilla para analizar las gráficas.

Después de esto, propusimos que ellos pasaran a graficar en el programa las funciones que quisieran del taller. En seguida pasó un estudiante entusiasmado que propuso otra función a trozos, se graficó de la misma manera que la anterior a diferencia que en esta el estudiante preguntó\_ ¿Cómo se escribía la función en la pantalla? Para saber cuál era la expresión de la gráfica, le mostramos cual era la herramienta y el mismo estudiante la agrego al gráfico, también preguntó\_ ¿Cómo se podía mover en la pantalla?, ¿para que servían otras herramientas y de cómo se borraban las gráficas o como se hacía para que se movieran? Al final algunos pasaban a graficar algunas funciones que quisieran, esto lo hacían voluntariamente, hasta que la profesora recordó que faltaba poco tiempo para que se terminara la clase, entonces repartimos unos dulces por agradecimiento hacia los estudiante, y como acto final nos preguntaron cosas como: ¿Por qué decidieron estudiar matemáticas?, ¿es difícil matemáticas?; respondimos desde nuestros puntos de vista a todas las preguntas, con intenciones de incentivarlos a seguir estudiando, después de todo ello nos aplaudieron y también nos ayudaron a desconectar el computador y a guardar los dispositivos usados voluntariamente. Finalmente nos despedimos de todos y dimos las gracias.

Es así como uno de los estudiantes levanta la mano y dicta la primera parte de una función " $2$  si  $x < -1$ " así que Cristian ubica una semi-recta horizontal con inicio en el punto  $(-1, 2)$  y se alarga hacia la izquierda, luego el estudiante dictó la segunda parte de la función " $x^2 + 1$  si  $-1 \leq x < 1$ " pero al introducirla en el programa, la función salía completa, es decir aparecía la parábola completa, y por último se graficó la tercera parte de la función que era " $x+2$  si  $x \geq 1$ "

“¿qué pasa con la parte de en medio?”

era la parábola, entonces explicamos que se podía hacer una convención de que solo se tomaba la parte que se necesitaba o sea la parte entre  $-1$  y  $1$  y para saber dónde se tomaba el punto en los extremos, se cambiaba el color al punto.

¿Cómo se escribía la función en la pantalla? Para saber cuál era la expresión de la gráfica, le mostramos cual era la herramienta y el mismo estudiante la agrego al gráfico,

el mismo estudiante la agrego al gráfico

también preguntó\_ ¿Cómo se podía mover en la pantalla?, ¿para que servían otras herramientas y de cómo se borraban las gráficas o como se hacía para que se movieran?

Al final algunos pasaban a graficar algunas funciones que quisieran, esto lo hacían voluntariamente

¿Por qué decidieron estudiar matemáticas?, ¿es difícil matemáticas?;

después de todo ello nos aplaudieron y también nos ayudaron a desconectar el computador y a guardar los dispositivos usados voluntariamente.

### Anexo 3: relaciones que emergen en el aula

Tabla 11: relaciones

| Macro categorías | Categorías axiales               | Categorías abiertas   |
|------------------|----------------------------------|---|
| Empatía          | Confianza entre los estudiantes  | <p>el grupo 3 y cuatro lo hicieron sin errores, pues de la misma forma que para llenar la tabla, ellos iban a pedir explicación a los grupos por los cuales ya habíamos explicado.</p> <p>Mostramos a los demás estudiantes la gráfica y empezaron a hablar entre ellos a cerca de como la habían graficado pues expresaban algunos “así me quedo”</p> <p>en los demás grupos algunos de sus integrantes se acercaban a un grupo al cual ya se le había explicado</p> <p>y se quedaban preguntando a ese grupo de como de cómo habían entendido</p> <p>los grupos hablaban entre ellos dando algunas sugerencias y anotando en sus hojas las opciones</p> |
|                  | Confianza hacia los practicantes | <p>Nos saludó de manera entusiasta y nos preguntó “¿hoy nos darán clase?” le respondimos si y la estudiante dijo “¡qué bien!”</p> <p>dijeron “ay no sean malos digannos” , asi que les dijimos que se decia dado un b en el primer conjunto se relaciona con el doble de su cuadrado</p> <p>y nos dijeron que ellos si entendian la explicacion que habiamos dado pero que no podian allar la relacion, entoces les digimos que usaran la formula para allar el area y nos sentamos con ellos para que la encontraran</p>   |

|            |               |   |
|------------|---------------|---|
|            |               | <p>Ellos pensaron por un momento y uno respondió de manera dudosa que “de pronto se podían tapar”</p> <p>él dijo que toda relación si era función por que como se miraba en el dibujo cada figura se relaciona con un número</p> <p>También nos ayudaron a desconectar el computador y a guardar los dispositivos usados voluntariamente.</p> <p>Un estudiante vio un icono en la pantalla del juego minecraft, y preguntó si también lo jugábamos</p> <p>Nos preguntaron cosas como: ¿Por qué decidieron estudiar matemáticas?, ¿es difícil matemáticas?</p>   |
| Motivación | Participación | <p>Iba saliendo voluntariamente el que quisiera.</p> <p>pedimos que alguien nos ayudara a leer la introducción, un estudiante del grupo <math>G_3</math> se ofreció para leer</p> <p>les pedimos a los estudiantes que nos dieran las funciones que la profesora había dicho, así que se acercó un estudiante y propuso una función polinómica de grado 5</p> <p>Al final algunos pasaban a graficar algunas funciones que quisieran, esto lo hacían voluntariamente</p> <p>unos estudiantes contestaron que:<br/> “todo lo que ocupa un cuerpo”<br/> “Lo que está dentro de un cuadrado”<br/> “algo que está encerrado”<br/> “el área del rectángulo es base por altura”</p> |
|            | Atención      | <p>los otros grupos prestaban atención a las explicaciones que dábamos a los demás grupos</p> <p>bastó con mostrarles la otra forma que se mostraba en la guía para entender la definición de función</p>   |
|            | Interés       | <p>también preguntó_ ¿Cómo se podía mover en la pantalla?, ¿para que servían otras herramientas y de cómo se borraban las gráficas o como se hacía para que se movieran?</p>  |



|             |                             |  |
|-------------|-----------------------------|--|
|             |                             | ¿Cómo se escribía la función en la pantalla? Para saber cuál era la expresión de la gráfica, le mostramos cual era la herramienta y el mismo estudiante la agregó al gráfico.  |
|             | Amenidad                    | <p>una estudiante nos recomendó que hiciéramos esta misma actividad en el grupo de once B</p> <p>“pareció muy buena la actividad por que se podía manipular cosas, que es más divertido que tener un montón de ejercicios para ir a hacer a la casa”</p> <p>como acto final nos aplaudieron, cuando salimos la profesora nos sugirió hacer la actividad en once B a lo que los estudiantes una vez más empezaron a murmurar entre grupos.</p> <p>manera que, si se podía encontrar el área, a lo cual unos estudiantes chocaban las manos.</p> |
| Dependencia | Repetición de explicaciones | <p>procedimiento 2 surgieron inquietudes sobre cómo llenar la casilla correspondiente a la base, todos los grupos nos llamaban para preguntarnos cómo hacerlo o si lo que habían hecho estaba correcto a pesar de que en la guía estaba un ejemplo de cómo hacerlo.</p> <p>A pesar de que las instrucciones estaban escritas en las guías, unos grupos no entendían lo que tocaba hacer</p> <p>así que tocaba ir en persona a explicarles y de esta manera entendían mejor</p>   |
|             | Búsqueda de aceptación      | <p>al hacerlo se dieron cuenta que el rectángulo no les cabía en la hoja, ellos preguntaron que si podían contar las unidades pasando al siguiente renglón</p> <p>después volvieron a llamar para preguntar que, si para llenar la casilla podían usar la fórmula del rectángulo</p> <p>por tanto, cuando habían terminado solo nos mostraban la casilla llena y nos preguntaban como lo habían hecho</p> <p>un estudiante pregunto qué pasaba si tenían más unidades que las que media el rectángulo</p>                                      |
|             | Falencias                   | Cristian se dio cuenta que no recordaban como usar la formula, puesto no sabían cómo reemplazar en la formula  |

|              |                          |   |
|--------------|--------------------------|---|
|              |                          | <p>ósea que ellos habían llenado el rectángulo con 6 unidades de la primera y 11 de la segunda, lo cual era correcto, pero ellos sumaron las dos unidades, por eso les dio 17<br/>lo cual es incorrecto porque son dos unidades distintas y no se pueden sumar.</p> <p>pero dijeron que no sabían que hacer después de ahí, decían que, si debían pasar a sumar o a restar o a dividir, a lo cual les explicamos el procedimiento para despejar</p>   |
| Razonamiento | Diversidad de respuestas | <p>El segundo grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se puede encontrar usando la fórmula.<br/>El tercer grupo respondió que el área de cualquier rectángulo se podía encontrar dividiendo la unidad</p> <p>los grupos respondieron que si se dividía la unidad tantas veces como se quisiera, se podía hallar el área de cualquier rectángulo y otro grupo añadió que además se podía hallar el área de otras figuras</p> <p>el grupo número uno dividió la unidad en la mitad, aunque ellos decidieron doblar la unidad en vez de cortarla pues decían que no había necesidad, incluso se dieron cuenta que no debían doblar todas las unidades</p> <p>el grupo número uno dividió la unidad en la mitad, aunque ellos decidieron doblar la unidad en vez de cortarla pues decían que no había necesidad, incluso se dieron cuenta que no debían doblar todas las unidades</p> <p>otro grupo solo dividió las unidades que necesitaba para terminar de medir el rectángulo de tal forma que midió con dos unidades</p> <p>el grupo 2 puso los valores 1,2, 1/2, 3 y 4 y el grupo 5 los valores 2, 4 y 6.</p> <p>el grupo 4 cambió a valores como 1, 2, 3, 4 y raíz de 5</p> <p>que el grupo 1 puso los valores 0, 1, 2 y 3 de tal manera que para esto el grupo 4 preguntó que</p> |

|  |                     |   |
|--|---------------------|---|
|  |                     | si para calcular estos valores se usaba la formula. Y dieron como respuesta que sí. El grupo 3 no nos preguntó, pero para ellos la respuesta es que no se podía, pues no se podían ubicar los puntos en el plano cartesiano   |
|  | Deducciones propias | Ellos pensaron por un momento y uno respondió de manera dudosa que “de pronto se podían tapar”<br><br>él dijo que toda relación si era función por que como se miraba en el dibujo cada figura se relaciona con un número<br><br>lo pensaron un poco y un grupo respondió que se podría con los triángulos era más fácil abarcar el círculo<br><br>uno de los estudiantes dijo “los números multiplicados por cero se cancelan” y por esto siempre va a dar cero y no sesenta   |
|  | Cuestionamientos    | El grupo 1 llamo a cesar y le pregunto si llenar la casilla era lo mismo que encontrar un número que multiplicado por el que daban en la fila de la altura diera 60<br><br>entonces nos llamaron para preguntar que si podían ubicar en los ejes los números de 5 en 5 y les dijimos que era lo ideal<br><br>un grupo al que no le pasamos suficientes unidades nos llama para preguntarnos que si necesariamente debían completar los cuadros o podían anotar los datos de una vez<br>ya podían sacar los datos sin necesidad de construir los rectángulos estaba bien |

**Anexo 4:** matriz de marco lógico.

*Tabla 12: matriz de marco lógico*

|  | Resumen narrativo | Indicadores objetivamente verificables | Fuentes de verificación | Hipótesis y riesgos |
|--|-------------------|--|-------------------------|---------------------|
|  |                   |  |                         |                     |

|                                      |   |  |  |  |
|--------------------------------------|---|--|--|--|
| Objetivo global (impacto)            | Contribuir a que la comunidad educativa se encamine hacia diferentes formas de actuar sobre las matemáticas en el aula.   | Divulgación de los resultados  |  |  |
| Objetivo específico (efecto directo) | Describir las relaciones que emergen en el aula de matemáticas al implementar situaciones tipo laboratorio con estudiantes de educación media de la institución educativa M Carlos Simmons.   | Opiniones de los estudiantes a cerca de las actividades realizadas.<br>Documento final.                                    | Diarios de campo.<br>Archivos audiovisuales. | Dar camino a la enseñanza de matemáticas con actividades diferente como lo es un laboratorio en el que se presenten situaciones moldeables matemáticamente |
| Resultados o productos               | Diseñar las situaciones tipo laboratorio basadas en conceptos matemáticos que se adhieran tanto como a los estándares curriculares como al plan de estudios de la IE.<br><br>Implementar las situaciones que se diseñan.<br><br>Categorizar los hechos presentados en la implementación hasta que surjan las relaciones.  | Escrito donde se observen las actividades creadas y permita evidenciar las relaciones con las situaciones tipo laboratorio | Cronograma de actividades                    | Crear actividades que permitan ver las relaciones de los estudiantes con situaciones tipo laboratorio  |
| Actividades                          | 1. Actividades producto 1:<br><br><b>1.1.</b> Revisar los estándares básicos de competencias establecidos MEN<br><b>1.2.</b> Revisar el plan de estudios de la institución educativa M Carlos Simmons<br><b>1.3.</b> Indagar sobre las partes constitutivas de situación tipo laboratorio para dar una definición.<br>1.4. Hacer bocetos y modelos preliminares de las actividades a realizar<br><br>2. Actividades producto 2:<br><br>2.1. Buscar un espacio en donde se puedan desarrollar las actividades<br>2.2. Adecuar el espacio con las | Número de actividades creadas a partir del plan de estudios institucional  |  |  |

|  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|
|  | <p>herramientas necesarias.</p> <p>2.3. Establecer con los estudiantes como que se realizaran las actividades</p> <p>3. Actividades producto 3:</p> <p>3.1. Elaborar diarios de campo</p> <p>3.2. Revisar los informes y diarios de campo que se realicen en las actividades.</p> <p>3.3. Categorizar los hechos</p> |  |  |  |
|--|--|--|--|--|