Errores que presentan los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Alejandro de Humboldt de Popayán, al desarrollar ejercicios sobre función cuadrática y ecuación cuadrática.

Practicantes:
Gineth Alexandra Muelas Fernández
Sandra Rocío Velasco Muñoz

Universidad del Cauca
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación
Popayán
2018

Errores que presentan los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Alejandro de Humboldt de Popayán, al desarrollar ejercicios sobre función cuadrática y ecuación cuadrática.

Practicantes:
Gineth Alexandra Muelas Fernández
Sandra Rocío Velasco Muñoz

Director:
Ángel Hernán Zúñiga Solarte

Universidad del Cauca
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de La Educación
Popayán
2018

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Resumen

Este trabajo presenta los principales elementos de la práctica pedagógica realizada en la Institución Educativa Alejandro de Humboldt de Popayán. Para ello se detalla el proceso de inmersión en el aula, buscando conocer la realidad educativa y las condiciones físicas, sociales, pedagógicas y curriculares del entorno; igualmente, se define la programación de contenidos que se desarrollan en un curso determinado y efectuamos un diagnóstico de los conocimientos previos, a partir del cual se realiza la planeación de las clases incluyendo diversas metodologías. Debido a que situamos la práctica en un horizonte investigativo –que busca profundizar en los aspectos que contribuyen en la enseñanza y el aprendizaje–, la segunda parte del trabajo desarrolla una pregunta de investigación, un tratamiento de antecedentes y una exposición de la caja de herramientas; que nos permitieron la recolección de datos y la elaboración del registro, el cual se utilizó para elaborar el análisis aquí presentado. Finalmente, proponemos algunos puntos de llegada, unas conclusiones y recomendaciones, que son producto de la práctica y del trabajo de sistematización.

Palabras clave: Práctica pedagógica, función cuadrática, ecuación cuadrática, inmersión docente, análisis de registros.

Abstract

This work presents the main elements of the pedagogical practice carried out at the Alejandro de Humboldt Educational Institution in Popayan. For this purpose, the process of immersion in the classroom is detailed, seeking to know the educational reality and the physical, social, pedagogical and curricular conditions of the environment; likewise, the programming of contents that are developed in a given course is defined and a diagnosis of prior knowledge is made, from which the planning of classes is made, including various methodologies. Because we situate the practice in a research horizon -which seeks to deepen the aspects that contribute to teaching and learning-, the second part of the work develops a research question, a treatment of antecedents and an exposition of the toolbox; which allowed us to collect data and prepare the register, which was used to elaborate the analysis presented here. Finally, we propose some points of arrival, conclusions and recommendations, which are the product of systematization practice and work.

Key words: Pedagogical practice, quadratic function, quadratic equation, teaching immersion, record analysis.

Introducción

La docencia es una acción que requiere de compromiso y responsabilidad por parte del profesional, este compromiso se refiere al contrato didáctico definido como el acuerdo al que se llega entre estudiante y profesor, en el que se incluyen normas y reglas explícitas e implícitas que tienen lugar en el aula y la institución en general; tal acuerdo es constituido por el profesor en su rol de comunicador, precursor y transmisor frente a la indagación de los estudiantes. A esto se debe agregar que la docencia es una de las actividades más completas, que tiene como objetivo fundamental la formación de los estudiantes, quienes son los principales actores del proceso educativo y que van a determinar de cierto modo el ambiente en el que se desarrolle la relación didáctica en el aula. En este sentido, según el Ministerio de Educación Nacional (2005):

> El maestro del siglo XXI es un formador de ciudadanos, capaz de leer los contextos locales y globales que le rodean y de responder a los retos de su tiempo. Es un facilitador que domina su disciplina y que, a través de metodologías activas, ofrece las herramientas necesarias para que los estudiantes comprendan el mundo desde diversos lenguajes, aprendan a vivir con los demás y sean productivos.

De manera que la realización de la práctica pedagógica hace un aporte significativo en la carrera como docentes, al derrumbar paradigmas que se crean a lo largo de todo el recorrido estudiantil desde la primaria hasta la formación universitaria: “las matemáticas son solo para personas inteligentes”, se escucha por los pasillos de los planteles. Por ello es deber de los docentes derrumbar estos arquetipos, facilitando a los estudiantes la comprensión de los temas, por medio de estrategias pedagógicas.

En esta perspectiva, la práctica pedagógica de la Universidad del Cauca consiste en la intervención directa en el aula, experiencia que se inicia con el conocimiento de realidades educativas y se convierte en la oportunidad de conocer diferentes, enfoques curriculares, formas de trabajo, estrategias metodológicas, planes de convivencia, entre otros elementos relacionados con la enseñanza.

No solo esto, la práctica también nos permite realizar un diagnóstico del conjunto de estudiantes que se ha denominado: “etapa de inmersión en el aula”; que se convirtió en una posibilidad para conocer jóvenes de noveno grado con sus necesidades, capacidades académicas y dificultades de tipo académico y social. De ahí surge la experiencia de poder pensar e implementar estrategias pedagógicas con la expectativa de conseguir un aprendizaje significativo y construir unas bases sólidas en contenidos para mejorar su desempeño.

Esta experiencia de docencia tuvo varios objetivos que se convirtieron en retos y realidades: cada clase fue un intento por ser mejor, afrontando obstáculos, implementando cambios en la metodología, haciendo un buen trabajo en aspectos de la evaluación, generando curiosidad en los estudiantes sobre el tema y asesorándose para plantear estrategias que evidencien mejoras en el proceso educativo.

La docencia directa se llevó a cabo durante el segundo semestre del año 2017, con una intensidad horaria de cuatro horas semanales y el acompañamiento del profesor titular de los grados 9-2 y 9-3, realizando una previa planeación de la docencia que utiliza inmersión en el aula y toma de registros en un ambiente específico. Este proceso ayudó a generar un Proyecto de Intervención Pedagógica en el Aula (PIPA), donde se encuentra la programación, contenidos, tipo de población, estrategias pedagógicas y forma de evaluación. Así, la planeación tuvo como objetivos:

- Reconocer las realidades de un ambiente en particular (inmersión en el aula).
- Formular de un plan de intervención en el aula (PIPA).

Además, la docencia directa es una actividad que implementa todo lo consignado en el PIPA, haciendo realidad una estructura didáctica conformada por estudiante, practicante (profesor) y saber, en la cual las relaciones entre estudiante- profesor actúan como factor decisivo de equilibrio. Con base en estos planteamientos iniciales, a lo largo de este documento señalamos los aspectos que enmarcaron nuestra práctica pedagógica, la cual giró en torno a la búsqueda de los errores que tienen los estudiantes del grado 9-2 y 9-3 en la Institución Educativa Alejandro de Humboldt (en adelante IE-AH), para resolver ejercicios referidos a la función y ecuación cuadrática. Para ello, se ha dividido este documento de sistematización en dos grandes apartados.

El primero corresponde a las generalidades de la institución educativa, las características curriculares, el plan de estudios basado en competencias y los principales aspectos de la inmersión en el aula. En cuanto a la inmersión esta implica detallar: el acompañamiento a la población estudiantil, la realidad dentro de las aulas, las apreciaciones respecto a lo observado, el eje curricular que se estaba desarrollando en ese momento (números complejos y función lineal) y el plan de área de los grado orientados. Posteriormente, se realiza una prueba diagnóstica de corte individual, para mejorar la propuesta metodológica de implementar las clases alternadas, con clases tipo taller grupal y clases magistrales, desarrollando todo el trabajo en el aula de clase. Para culminar esta etapa, se elabora un documento llamado “Proyecto de Intervención Pedagógica en el Aula (PIPA)” realizado para ejercer la docencia.

En el segundo apartado, desarrollamos los elementos investigativos de nuestra práctica pedagógica, profundizando en el planteamiento de nuestro problema de investigación, el cual giró en torno a la pregunta: ¿cuáles y de qué forma se presentan los errores que evidencian las dificultades que tienen los estudiantes del grado 9-2 y 9-3 en la IE-AH al resolver ejercicios referidos a la función y ecuación cuadrática? A partir de este cuestionamiento y con base en documentos como el de Luis Rico (1995), se establecen las unidades de análisis para desarrollar el análisis de registros; el cual se complementa con apoyo del material recogido en los diarios personales y de campo, las grabaciones, el material escrito, los talleres y las pruebas escritas; para finalizar con un análisis y clasificación de registros que nos dan información con la cual se formulan conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 1

Conocimiento de la realidad institucional

1.1. Generalidades

La Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt ata su origen al nacimiento de la Universidad de Cauca, pues mediante la ley nacional del Ministerio de Instrucción Pública, comenzó a funcionar el 6 de abril de 1844 como bachillerato de esta universidad. En 1880 este bachillerato funcionaba en la primera planta de la hoy facultad de derecho en Santo Domingo y debido a su disciplina de trabajo, la calidad intelectual de su planta docente y la eficiencia académica de sus estudios, mereció el reconocimiento de ser el mejor plantel de todo esta región. Ante la creciente población estudiantil y la insuficiencia en la planta física, la Universidad pidió al Ministerio de Educación la construcción de una nueva edificación para el bachillerato. De esta manera, en 1943 la institución inicia una nueva etapa académica en las instalaciones que hoy ocupa la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación de la universidad. El Liceo fue equipado con el más moderno material pedagógico, los más completos laboratorios de física y química, un admirable museo zoológico, un herbario y un museo entomológico; una etapa que en los anales de la educación, Popayán la recuerda como “la edad de oro del Liceo”.

Debido a diferentes motivos la Universidad deja la dirección y administración del plantel, razón por la que el Liceo es nacionalizado mediante la Ley 93 de octubre 24 de 1961; y un año más tarde pasaría a tener el nombre de Alejandro de Humboldt, quedando su dirección y administración a cargo de la nación. Ya que la Ley de nacionalización del Liceo en su decreto reglamentario ordenaba la construcción y dotación de un nuevo edificio, por cuanto el anterior era propiedad de la universidad, la nación lo construye con las especificaciones pedagógicas, en el sitio Pomona el 1 de septiembre de 1979, donde está en la en nuestros días.

Actualmente posee una amplia infraestructura, que incluye salones de clase, laboratorio, campo deportivo, polideportivo abierto, aula de informática, cafetería y amplios espacios verdes; creando condiciones favorables para el desarrollo de las actividades académicas, culturales, deportivas, las que constituyen un elemento indispensable para el aprendizaje.

En cuanto a la Misión de la IE-AH, se establece que: La Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt, es una entidad educativa de carácter oficial que, con una política incluyente, forma mujeres y hombres holísticos, lideres altamente competitivos, habilitados para el trabajo y la convivencia pacífica, con visión empresarial, respetuosos de las divergencias, comprometidos con el medio ambiente y la sociedad, capaces de vincularse ética, solidaria y productivamente a los sistemas educativos y de desarrollo de la región mediante una eficaz formación humana, académica y técnica.

Y su Visión señala que: La Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt, en el año 2016 será de reconocida prestigio en el sur occidente colombiano, por su decidida acción en pro de la formación humana de ciudadanos y ciudadanas comprometidos con su proyecto personal y social, por su excelencia académica y su contribución eficaz al desarrollo social, económico y productivo de Popayán y del Cauca.

Ahora bien, frente a las condiciones curriculares que enmarcan la enseñanza en la institución, se debe tener en cuenta que la institución cuenta con planes de área basados en los estándares básicos de competencias y los estándares curriculares propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, pero también con énfasis en métodos para la resolución de problemas La intensidad horaria del área de matemáticas es de 4 horas semanales de grado sexto a grado noveno, tres horas semanales en grado décimo y undécimo, pero a ello se le adiciona una hora de geometría y una hora de estadística en todos los grados de bachillerato.

El desarrollo del año escolar está dividido en cuatro períodos académicos con días de receso por cada período. Los estudiantes reciben un documento “taller de clase” previo al inicio de nuevos “temas” (unidad didáctica) de estudio, donde se encuentra consignado lo referente a los conceptos básicos del “tema”, síntesis de todo el “tema”, ejemplos y ejercicios; dicho taller es una herramienta usada como estrategia didáctica por todos los docentes del área de matemáticas.

Los textos escolares como recursos para el apoyo de las unidades didácticas desarrolladas en el aula son de plena autonomía del docente, sin embargo, se facilita y necesita la entrega de guías; pues las condiciones socio-económicas de los estudiantes no permite que ellos dispongan de algún recurso para conseguirlos. Así, la realidad institucional nos indica que todas aquellas herramientas didácticas deben correr por cuenta de los docentes.

Para el proceso de evaluación la institución se rige por el decreto 1290 del Ministerio de Educación Nacional, que es el decreto por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media, cuyo artículo 5 –referente a la escala de valoración de nacional–señala: “Cada establecimiento educativo definirá y adoptará su escala de valoración de los desempeños de los estudiantes en su sistema de evaluación. Para facilitar la movilidad de los estudiantes entre establecimientos educativos, cada escala deberá expresar su equivalencia con la escala de valoración nacional:

- Desempeño Superior
- Desempeño Alto
- Desempeño Básico
- Desempeño Bajo” (MEN, 2001).

El proceso de evaluación está sujeto al plan institucional de evaluación que es propio de cada establecimiento educativo, en particular en la Institución Educativa Alejandro de Humboldt se diseñan e implementan estrategias permanentes de evaluación y de apoyo para la superación de las debilidades de los estudiantes mediante recomendaciones tanto a estudiantes, padres de familia y docentes, además la evaluación se centra en todas aquellas metas logradas y construidas por los estudiantes, es decir, se toma en cuenta todo aquello que los estudiantes pueden hacer mejor. Como apoyo a este proceso se hacen recuperaciones en las cuales se trabaja una semana especial de refuerzo o mejoramiento, donde cada docente hace un programa de actividades especiales para trabajar con los estudiantes. Finalmente, es preciso aclarar que los profesores de matemáticas de esta institución realizan una conversión de la escala de desempeños a una escala numérica y esta conversión es particular para cada profesor, la cual depende de su criterio de evaluación.

1.2. Inmersión en el aula

Al comenzar el proceso de inmersión hubo una reunión con la planta docente de matemáticas de la Institución Educativa Alejandro de Humboldt, con los profesores de práctica de licenciatura en matemáticas y los practicantes de licenciatura en matemáticas de la Universidad del Cauca. En esta reunión se da a conocer que en la institución hay cinco profesores a cargo del área de matemáticas: Camilo Andrés Pabón, Gaby Cecilia Terán Domínguez, Johnny Ferney Ibarra Vásquez Gloria Francini Tobar y José Andrés Sánchez

Carrasquilla (ver figura 1); quienes tienen una experiencia profesional de 14, 38, 11, 25 y 20 años respectivamente, no solo en ésta institución sino en instituciones como: el Colombo Francés, la Institución Educativa Santa Rosa Popayán, la Normal superior, la Vega Cauca y en diferentes universidades. Como se puede ver en una de las entrevistas realizadas (ver figura 2).

Figura 1. Profesores de matemáticas IE-AH y director de práctica.

Información general	
Nombre completo	Camilo Andrés Pabón
Edad	42 años
Sexo	Masculino
Formación Educativa	Físico Especialista en gestión de la tecnología educativa
Tipo de institución en la que inicio su docencia	Publica (Normal superior, la Vega Cauca)
Tipo de vinculación	En propiedad
Años de experiencia docente	14 años
colegios en los que ha enseñado en los últimos cinco años	Institución educativa Santa Rosa Popayán Institución Educativa Alejandro De Humboldt

Fuente: archivo personal.

Figura 2. Entrevista a Camilo Andrés Pabón.

Fuente: elaboración propia.

En la reunión se establecen una serie de acuerdos entre los profesores de matemáticas de la IE-AH y los directores de práctica, los cuales son requerimientos necesarios para poder recibir practicantes en la institución. Dentro de dichos acuerdos tenemos el uso responsable de los elementos de la institución, llevar a cabo el plan institucional, leer y acatar el manual de convivencia, tener pleno conocimiento del plan institucional, dirigirse con respeto a toda la población de la institución, tener en cuenta las capacidades del estudiante, trabajar en equipo con el profesor titular respetando su espacio y sus ideas, etc.

Cabe señalar que al vincularse como practicante hay que cumplir con el plan de convivencia de la institución, además, ya dentro del aula asignada el trabajo es hacer una acompañamiento permanente de los estudiantes el cual va a dividirse en dos etapas; una mediante un proceso de observación de la población y la otra etapa como un proceso de interacción con los estudiantes en la cual el practicante será un apoyo para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos correspondientes. Además, los profesores de matemáticas expresan en su totalidad que están dispuestos a realizar el papel de profesor titular asignado a uno o más practicantes, adquiriendo un compromiso de acompañamiento permanente en el aula de clase durante el proceso de inmersión y la docencia directa. Incluso manifiestan gran interés en poder ser parte del equipo de evaluadores de la universidad de Cauca, dado que ellos no han tenido esta experiencia en otra ocasión.

Posteriormente, se plantea la posibilidad de trabajar en un proyecto transversal de geometría, estadística o en el área de matemáticas, en este momento cada profesor expone en qué lugar está trabajando de estos dos aspectos y además enumera los cursos en los cuales trabaja durante ese año lectivo; finalmente, se define la preferencia en el área de matemáticas, dejando a un lado el proyecto de geometría y estadística De manera particular, en este caso correspondió adquirir un compromiso de trabajo con los grados 9-2 y 9-3, que estaban a cargo del profesor titular José Andrés Sánchez (Licenciado en Educación con especialidad en Matemáticas, egresado de la Universidad del Cauca), que a pesar de llevar solo un año de docencia en la institución ha dedicado veinte años de su vida como profesional (Sánchez, 2017).

Durante el proceso de acompañamiento –que es llamado proceso de inmersión– se pudo hacer una serie de registros en el diario personal (Muñoz, 2017; Sánchez, 2017), videos, entrevistas, fotos y grabaciones que facilitan la identificación cultural y social de la población estudiantil en el sentido de reconocer las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje y de su profesor titular; tanto en su forma de trabajo como en sus costumbres.

Con base en estos registros se pudo establecer que la población estudiantil de los grados 9-2 y 9-3 es de 35 y 37 estudiantes respectivamente, los cuales generalmente afrontan problemas sociales y económicos que se evidencia a nivel institucional, tal como se encuentra en la investigación *Plan estratégico para consolidar un modelo de escuela efectiva en la institución educativa liceo "Alejandro de Humboldt" en la ciudad de Popayán* de María Bravo y Edgar Velasco (2013). Los estudiantes que ingresan a la Institución provienen de familias de estratos 0, 1 y 2, de escasos recursos económicos, ubicados en la periferia del municipio y del sector rural; además, viven de la economía informal (ventas callejeras, trabajadoras servicio doméstico, areneras y ladrilleras) y de ayudas que reciben de programas estatales como Familias en Acción. Cuenta con un número significativo de niños provenientes de familias en situación de desplazamiento político y socioeconómico (Velasco, 2013).

Lo anterior evidencia que el ambiente en el que están estos jóvenes no es el ideal, aunque esta problemática no sea exclusiva de esta institución, sino un problema que afecta a muchos jóvenes en el país. Igualmente, se puede ver que hay estudiantes que llegan a segundo o tercer periodo desde otras instituciones, como ocurrió en el grado 9-2 en donde una estudiante llego a finales de segundo periodo académico, lo cual está permitido en el reglamento de la institución; el liceo Alejandro es una de las pocas instituciones en las que reciben estudiantes en estas condiciones. Ahora bien, esta etapa permitió conocer los horarios de clase de los grados 9-2 y 9-3, además permitió establecer los siguientes acuerdos entre el profesor titular y los estudiantes:

- El ordenamiento de los pupitres es como los estudiantes se sientan mejor, siempre y cuando presten atención; de lo contrario se opta por una acomodación en filas.
- Los estudiantes pueden intervenir en cualquier momento de la clase, pero esto debe ser para hacer una pregunta pertinente al tema que se esté tratando o con el fin de ampliar el tema.
- Los trabajos se realizan por lo general en grupos, cada grupo trabaja independientemente de los demás grupos.
- Se llama a lista diariamente y se hacen las respectivas anotaciones.

- La disposición hacia el aprendizaje así como el comportamiento son tenidos en cuenta, pues se lleva un control de comportamiento en un documento aparte del documento del listado del día, que es controlado por el coordinador
- El profesor usa los recursos que están a la mano como lo son textos escolares, tablero, video beam.
- La evaluación es un proceso dinámico que tiene en cuenta calificaciones de talleres y pruebas, además de la aplicación de diferentes formas de trabajo y la disposición para el aprendizaje de los estudiantes.

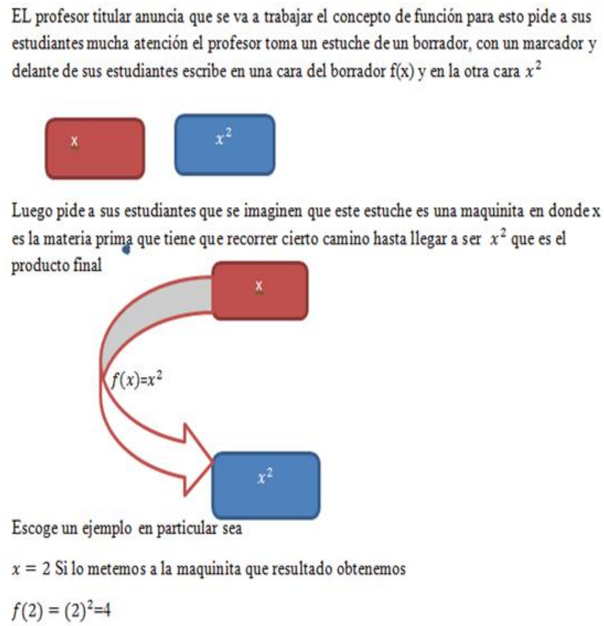
El proceso de inmersión se realizó en el segundo periodo académico de la IEAH, en los grados 9-2 y 9-3 tiempo en el cual el profesor titular desarrolló el eje curricular de números complejos, además los temas de función y función lineal, según lo establecido en el plan de área de matemáticas de la institución, los temas a tratar en noveno son los siguientes: función, función lineal, sistemas de funciones, radicación, exponentes racionales, números complejos la función cuadrática, ecuación cuadrática y logaritmos.

En cuanto a la evaluación, el profesor titular implemento una escala numérica para calificar las pruebas escritas y los talleres, y con determinada conversión buscó adaptar esta escala a los criterios de evaluación de la institución, la cual que se basa en desempeños. Dicha escala tiene las siguientes características:

- 1 hasta 2.4 (desempeño bajo).
- 2.5 hasta 3.4 (desempeño básico).
- 3.5 hasta 4.4 (desempeño alto).
- 4.5 hasta 5 (desempeño superior).

Durante las últimas tres semanas del segundo periodo académico, el profesor comienza a explicar el tema de función; para esto escribe la definición en tablero y da una serie de ejemplos en donde aparece la función cuadrática en una explicación utilizando diferentes herramientas (ver figura 3).

En cuanto a la metodología de enseñanza del profesor titular, utiliza estrategias metodológicas que corresponden a clases magistrales, complementadas con ejemplos ejercicios y talleres, algunas de las estrategias están enfocadas en la vida cotidiana; esto con el fin de hacer más cercanas las matemáticas a los estudiante y facilitarles su aprendizaje, como se puede ver en la figura 3.


EL profesor titular anuncia que se va a trabajar el concepto de función para esto pide a sus estudiantes mucha atención el profesor toma un estuche de un borrador, con un marcador y delante de sus estudiantes escribe en una cara del borrador f(x) y en la otra cara x^2

x x^2

Luego pide a sus estudiantes que se imaginen que este estuche es una maquinita en donde x es la materia prima que tiene que recorrer cierto camino hasta llegar a ser x^2 que es el producto final

x

$f(x)=x^2$

x^2

Escoge un ejemplo en particular sea

$x = 2$ Si lo metemos a la maquinita que resultado obtenemos

$f(2) = (2)^2=4$

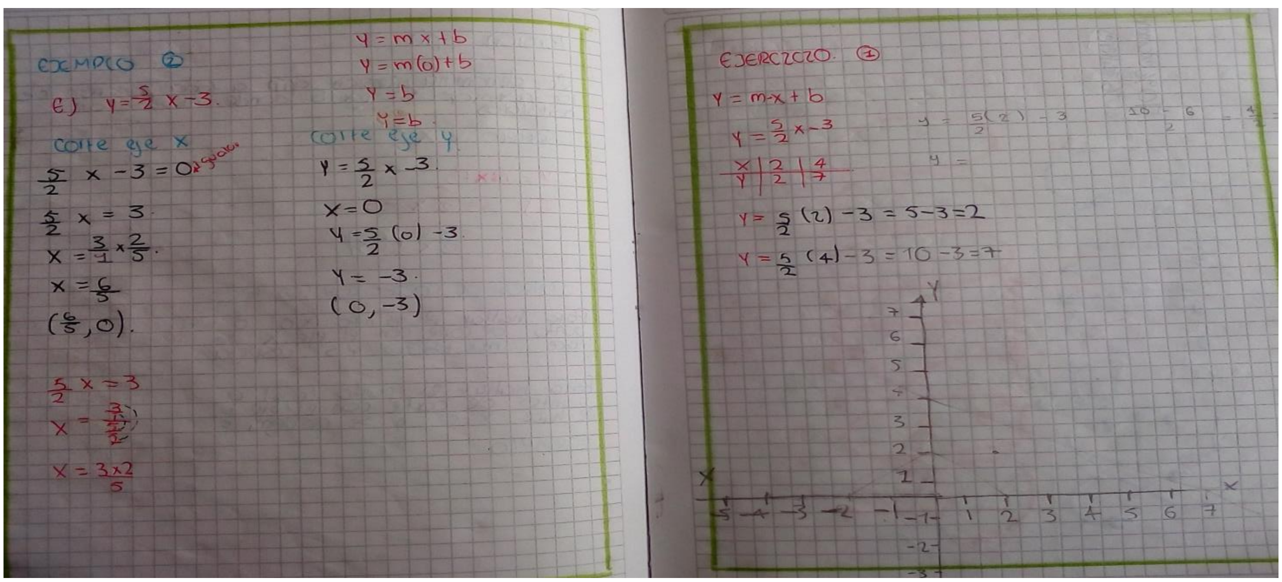


Figura 3. Diario personal.

Fuente: elaboración propia.

Con respecto a los fundamentos teóricos se hizo una indagación en libros de álgebra y cálculo, como el libro de Apóstol tomo 1, Algebra lineal de Stanley I. Grossman y el libro de Conjuntos y Estructuras de Álvaro Pinzón. Además, se utilizaron los apuntes recolectados en los cuadernos de matemáticas generales, conjuntos numéricos y álgebra de las practicantes. Todo lo anterior fue útil para aclarar muchos de los conceptos de los subtemas que se trabajaron en la docencia directa.

Para poder planear una intervención directa se realizó una reunión con el profesor titular en la cual hizo varias aclaraciones: primero, manifiesta que en tercer periodo se tratarían los temas de radicación, logaritmos, función cuadrática y ecuación cuadrática. Segundo, el tema de radicación y logaritmos no demanda mucho tiempo, por lo cual es difícil abarcar un tiempo amplio, lo que conllevaría a reducir el tiempo de toma de registros y sería perjudicial. Tercero, los ejes temáticos de función, función lineal y sistemas de funciones él los trabajaría en el segundo periodo y posteriormente el tema de números complejos, quedando descartados para nuestro proceso de inmersión. A partir de estas aclaraciones optamos por trabajar los temas de función cuadrática y ecuación cuadrática.

Todos estos aspectos mencionados anteriormente fueron la base para la construcción del plan de intervención pedagógica en el aula (que tiene como estructura un conjunto de actividades a realizar en el aula), un tiempo estimado de cada actividad, la evaluación y la metodología a implementar. Para realizar la planeación de la docencia directa se empieza a estructurar un plan de intervención pedagógica en el aula (denominado PIPA). Esta planeación tuvo en cuenta primero las temáticas: función cuadrática y ecuación cuadrática de un solo término cuadrático, cuya representación geométrica es una parábola, sin tener en cuenta otras representaciones parabólicas que surgen a partir de restricciones de funciones cuadráticas de múltiples variables con más de un término cuadrático. El segundo elemento que tuvo en cuenta el PIPA, es que en el segundo periodo ya se ha trabajado el concepto de función, función lineal, sistemas de funciones y que se ha tomado como ejemplo de una relación funcional a la función cuadrática; por esta razón se decidió que el PIPA se va a orientar en el reconocimiento algebraico de la función cuadrática y luego un reconocimiento funcional, a partir de conocer cada una de las partes de la función cuadrática; y al momento de reconocer las raíces de la función cuadrática poder hacer una relación con la ecuación cuadrática, la cual sirve para encontrar estas raíces. Así para encontrar las raíces de una función cuadrática se estudia algebraicamente la ecuación cuadrática asociada.

Además, se tiene en cuenta el sistema de evaluación y las estrategias metodológicas utilizadas por el profesor, es decir, utilizar las clases con fundamentos teóricos y complementarlas con ejercicios, ejemplos y talleres; estructura que optamos por adoptar, con el objetivo de abordar todos los subtemas en el tiempo establecido y recolectar la información suficiente durante ese mismo tiempo. De acuerdo a lo planeado en el proyecto de intervención existe un plan de clase previsto para ocho semanas y una intensidad horaria de cuatro horas semanales, un conjunto de actividades donde se pretende realizar talleres de forma continua con el fin de aplicar lo visto en las clases de tablero, de esta manera se hará dos talleres y dos clases semanales en los dos grados de forma simultánea.

Este proceso de inmersión permitió la estructuración y perfeccionamiento del proyecto de intervención pedagógica en el aula, el cual finalmente constó de 17 actividades, entre ellas 4 talleres, una prueba escrita y demás clases con fundamentos teóricos; pero también contiene la estructura pedagógica que decidimos acoger a partir de la utilizada por el profesor titular, la escala numérica y los desempeños utilizados por el profesor para la evaluación que optamos por adoptar.

1.3. Docencia Directa

2.1.1. Unidad didáctica enseñada y Portafolio.

La docencia directa fue realizada en los grados 9-2 y 9-3, llevada a cabo en el área de matemáticas en donde se desarrollaron las siguientes unidades temáticas:

- función cuadrática con un término cuadrático.
- ecuación cuadrática asociada a una función cuadrática.

Estas unidades temáticas fueron efectuadas en el periodo comprendido entre el 17 de julio y el 15 de septiembre de 2017, los subtemas realizados en esta intervención fueron: definición de función cuadrática, gráfica de una función cuadrática, máximos y mínimos de la función cuadrática, raíces de la función cuadrática, definición de la ecuación cuadrática asociada a una función cuadrática, clasificación de ecuaciones de segundo grado según su expresión algebraica, solución de la ecuación cuadrática por factorización, solución de la ecuación cuadrática completando el cuadrado, solución de la ecuación cuadrática con la formula cuadrática.

2.1.2. Descripción del proceso de intervención pedagógica en el aula

En este apartado se describe los aspectos más relevantes que se registraron o percibieron durante la docencia directa, es posible que muchos detalles de igual importancia hayan sido pasados por alto debido al doble compromiso adquirido: por una parte ejercer un rol de docente y por otra parte registrar hechos.

Así, el inicio de la docencia directa en estos dos grados se hizo de manera simultánea en los grados 9-2 y 9-3, como se había planeado en el PIPA en donde estaba consignado el conjunto de actividades. La primera actividad era una presentación y una prueba diagnóstica (ver anexo 3) que estaba constituida por cinco preguntas, las cuales se basaron en algunas definiciones fundamentales para el tema de la intervención; esta última con el fin de tener un registro del estado de conocimiento en el que se encontraban los estudiantes. Cabe anotar que no todos los estudiantes matriculados de estos grados se presentaron ese día, por lo cual algunos registros no fueron tomados en esa jornada, sino en los días siguientes. Dentro de algunos resultados de la prueba, tenemos algunos casos en que los estudiantes solo respondieron una pregunta del cuestionario; otros por su parte respondieron la mitad (ver figura 5); y solo unos pocos lograron responderlo por completo.(ver figura 4).

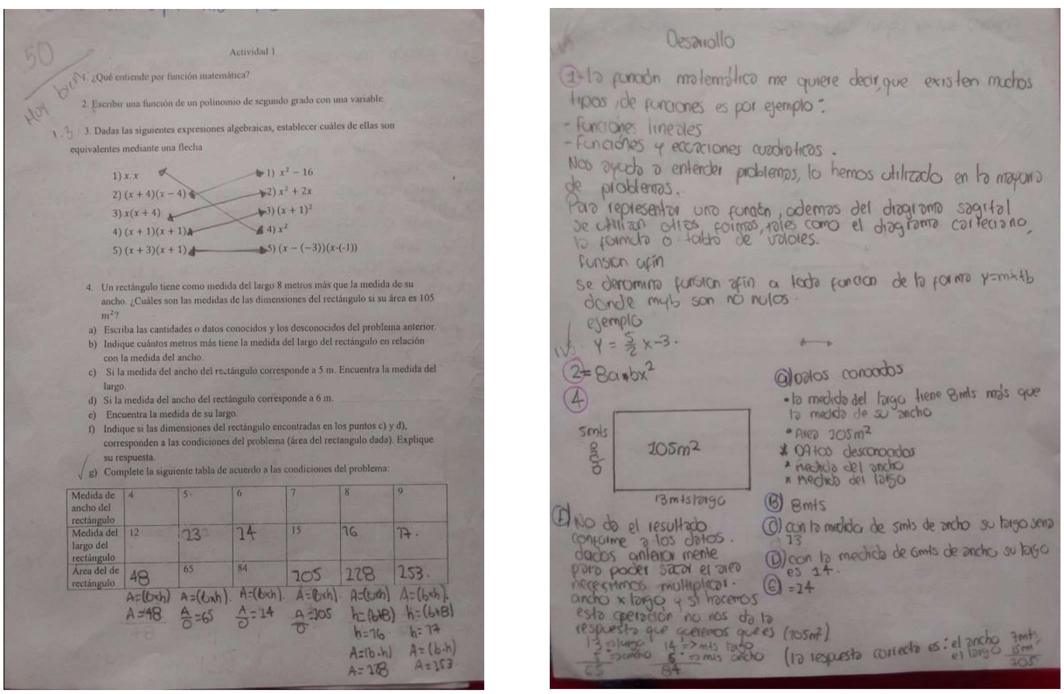


Figura 4. Taller 1 realizado a estudiantes de grado noveno.

Fuente: archivo personal.

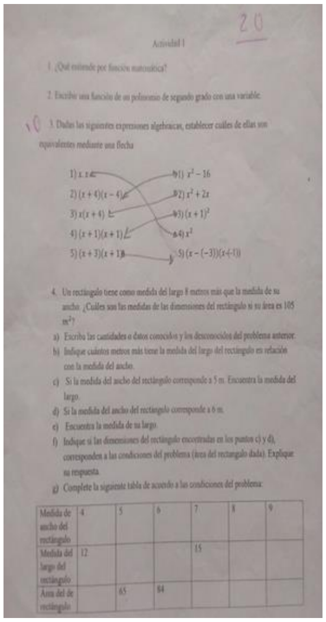


Figura 5. Taller 1 realizado a estudiantes de grado noveno.

Fuente: archivo personal.

Los anteriores resultados de la prueba diagnóstica muestran situaciones como: primero, respuestas a la primera pregunta de la prueba diagnóstica ¿qué entiende por función matemática? tales como; “función matemática es el proceso que se da para desarrollar operaciones con números y en algunos letras” (ver figura 5), “lo que yo entiendo por función matemática es que esta es la madre de todas las ramas del algebra y con todo lo relacionado, con lo números y también principalmente estudia las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.” y “ es una correspondencia entre dos conjuntos A y B. en el cual todo elemento de A se le asigna un elemento de B” . Es necesario una aclaración del concepto general de función para poder definir con más claridad el concepto de función cuadrática, lo que implica un ajuste a lo planeado en la segunda actividad del PIPA ya que no se tenía previsto abordar el concepto de función debido a que se había trabajado en el periodo anterior. Segundo, que los estudiantes no respondieran por completo el cuestionario obliga a hacerse preguntas acerca del porqué de esta situación y la implementación de estrategias para mejorar este hecho. En ese momento se optó por reconocer décimas adicionales a los pocos estudiantes que respondieron el cuestionario completo, con el fin de motivar a los demás estudiantes para que los trabajos posteriores se desarrollaran con mayor entusiasmo (Muelas, 2017).

La actividad que estaba prevista para un tiempo de cincuenta minutos se realizó en ese intervalo de tiempo, pero a la mayoría de estudiantes les pareció un tiempo muy corto para realizarla, sin embargo, no se hizo mayor modificación por consejo proveniente del profesor titular. Con la intensión de ahorrar tiempo de clase y así avanzar en la temática propuesta, en la siguiente sección de trabajo se llevó a cabo la definición de función cuadrática mediante un dictado excepto en la parte ($f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$ que fue escrita en el tablero), la cual era así: "una función cuadrática es una expresión polinómica de grado dos que se puede expresar de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$, donde a, b y c son números reales:

a Es el coeficiente del término cuadrático

b Es el coeficiente del término lineal

c Es el coeficiente del término independiente

NOTA si a=0 la ecuación pasaría de una función cuadrática a una función lineal.

Observación: para la representación de una función cuadrática también se puede utilizar la expresión $y = ax^2 + bx + c$ donde f(x) se puede reemplazar por y"

Posteriormente, se continúa con un ejemplo en el que se reconoce la función cuadrática a través de su expresión algebraica, teniendo en cuenta la definición anterior.

Ejemplo 1. Determinemos si las siguientes son funciones cuadráticas o no:

a) $(x) = 5x^2 - 3x + 1$

b) $f(x) = 3x^2 - 2x$

c) $f(x) = 2x + 1$

d) $f(x) = \frac{25}{2}x^2 + 3$

e) $f(x) = (3 + 2i)x^2 - 2$

Ejemplo 2: Reescribamos las funciones y determinemos si cada una de ellas es o no función cuadrática.

a) $f(x) = (x - 1)^2 - 2x$

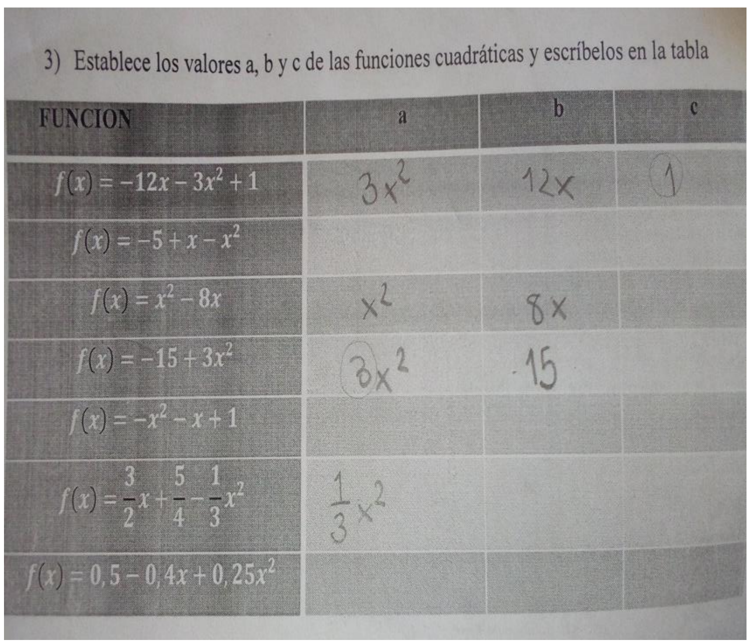
$$f(x) = x^2 - 2x + 1 - 2x$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 1$$

b) $f(x) = 2x^2 - 2(x + 2)^2 + 8x$

$$f(x) = 2x^2 - 2(x^2 + 2x + 4) + 8x$$
$$f(X) = 2x^2 - 2x^2 - 4x - 8 + 8x$$
$$f(x) = 4x - 8$$

En la siguiente actividad, desarrollada el 27 de julio de 2017, se realizó el taller 2 para ayudar a reconocer y caracterizar algebraicamente la función cuadrática, taller que consta de tres puntos y planeado para cincuenta minutos (ver Anexo 14). Esta actividad se fue desarrollando en grupos de tres como estaba establecido, pero al transcurrir el tiempo en particular en el grado 9-3 ya habían pasado treinta minutos y los estudiantes no habían terminado el primer punto del taller, en particular una estudiante afirmo que no podía encontrar o identificar los términos que acompañan a las variables x, x^2e independiente, otra estudiante muestra lo realizado para verificar si es correcto (ver figura 6),



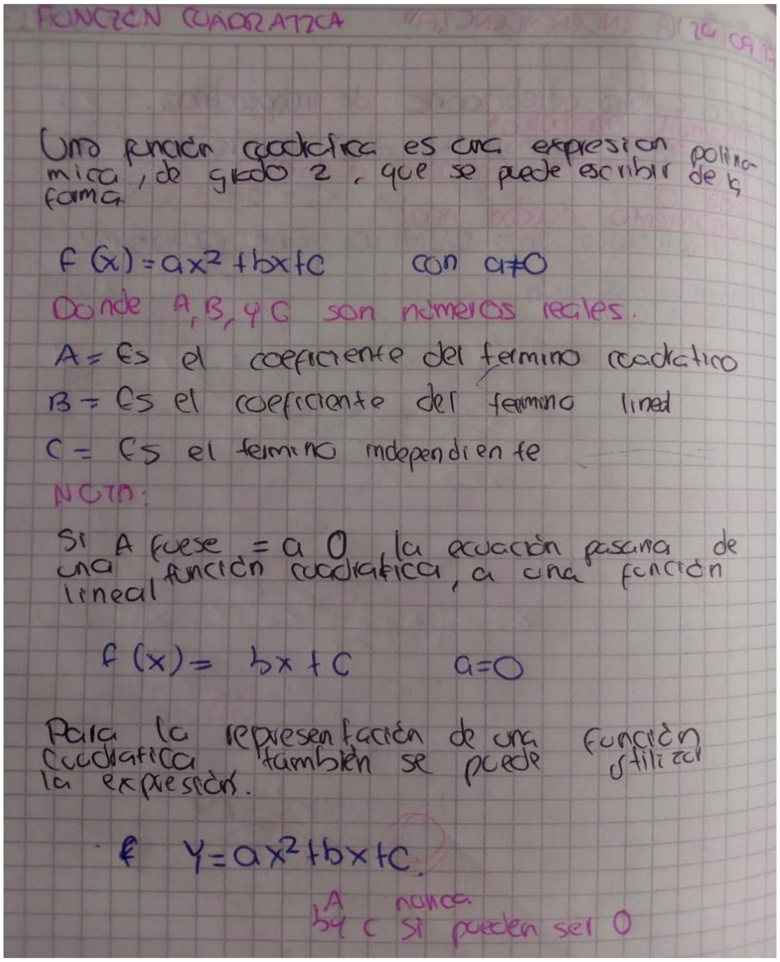
3) Establece los valores a, b y c de las funciones cuadráticas y escríbelos en la tabla

FUNCION	a	b	c
$f(x) = -12x - 3x^2 + 1$	$3x^2$	$12x$	1
$f(x) = -5 + x - x^2$			
$f(x) = x^2 - 8x$	x^2	$8x$	
$f(x) = -15 + 3x^2$	$3x^2$	15	
$f(x) = -x^2 - x + 1$			
$f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} - \frac{1}{3}x^2$	$\frac{1}{3}x^2$		
$f(x) = 0,5 - 0,4x + 0,25x^2$			

Figura 6. Solución tercer punto del taller 2.

Fuente: archivo personal.

Por lo anterior, se le propuso revisar sus apuntes en compañía de las practicantes y el profesor titular para ver que estaba pasando, los apuntes de las estudiantes se pueden ver en la figura 7. Se nota que a raíz del dictado de la definición de función cuadrática la estudiante tiene escritos los términos que acompañan a las variables x, x^2e independiente en mayúsculas lo que hace que se cree una confusión porque en el taller se le pide encontrar el valor de los términos a, b y c lo que ocasiono un obstáculo para ella al momento de realizar los ejercicios, como se encontró el motivo de discordia se le hizo notar a las estudiante que era mejor utilizar los mismos símbolos para no tener confusiones, debido a que en el lenguaje matemático cada símbolo tiene un único significado. Por lo anterior, Se hizo una aclaración grupal para aclarar la importancia de la simbología en matemáticas y hubo cambios en la planeación a partir de esa actividad, en las que venían posteriormente ya no se realizarían dictados por lo menos al momento de presentar definiciones, esto con el fin de evitar confusiones.


FUNCIÓN CUADRATICA

Una función cuadrática es una expresión polinómica, de grado 2, que se puede escribir de la forma

$f(x)=ax^2+bx+c$ con $a\neq 0$

Donde A, B, y C son números reales.

A= Es el coeficiente del termino cuadrático

B= Es el coeficiente del termino lineal

C= Es el termino independiente

NOTA:

Si A fuese = a 0 la ecuación pasaria de una función cuadrática, a una función lineal

$f(x)= bx+c$ $a=0$

Para la representación de una función cuadrática también se puede utilizar la expresión.

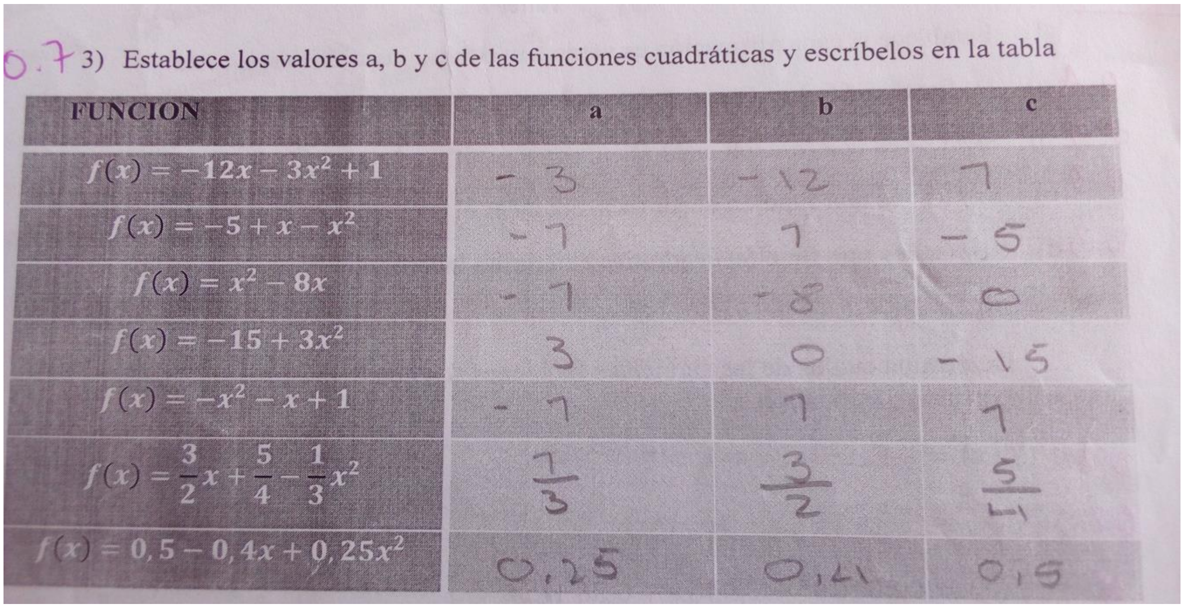
$y=ax^2+bx+c$

A nunca
b y c si pueden ser 0

Figura 7, Apuntes de estudiante.

Fuente: archivo personal.

Agregado a lo anterior los estudiantes continuaron desarrollando el taller, pero se pasaron los cuarentaicinco minutos y la mayoría no terminaron, dado esto, se decidió dejar el resto de la actividad para la clase siguiente. Cabe resaltar que en el punto tres se superó de manera satisfactoria las dudas acerca de los coeficientes del termino cuadrático, el termino lineal y el de la variable independiente (ver figura 8).


0.7 3) Establece los valores a, b y c de las funciones cuadráticas y escríbelos en la tabla

FUNCION	a	b	c
$f(x) = -12x - 3x^2 + 1$	-3	-12	1
$f(x) = -5 + x - x^2$	-1	1	-5
$f(x) = x^2 - 8x$	-1	-8	0
$f(x) = -15 + 3x^2$	3	0	-15
$f(x) = -x^2 - x + 1$	-1	1	1
$f(x) = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4} - \frac{1}{3}x^2$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{4}$
$f(x) = 0,5 - 0,4x + 0,25x^2$	0,25	0,41	0,5

Figura 8. Solución del punto tres corregida.

Fuente: archivo personal.

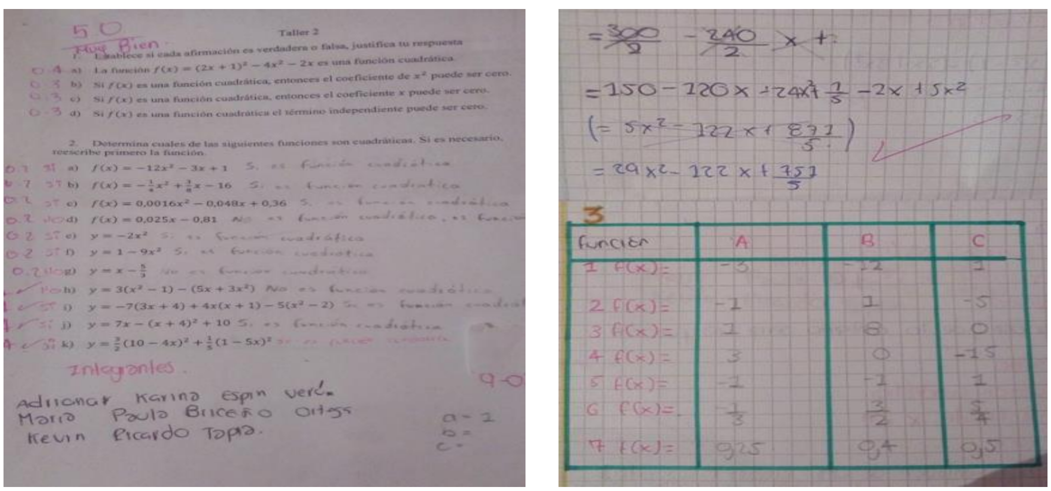


Figura 9. Taller número 2 solución que se trabajó en la segunda sesión.

Fuente: archivo personal

En la segunda sesión del 28 de julio de 2017 se continuó trabajando el taller 2 con ayuda de las dos practicantes y del profesor titular, logrando que los estudiantes terminaran el taller; sin embargo, se ocupó todo el tiempo de esta sesión. Puesto que se siguió trabajando en el aula y se presentaron elaboraciones (ver figura 10) que debían ser corregidas de la siguiente manera, para el punto j del numeral dos perteneciente al taller número dos realizado a estudiantes de grado noveno que dice “determine cuáles de las siguientes funciones son cuadráticas. Si es necesario, reescribe primero la función.” la solución es;$j.\ y = 7x - (x+4)^2 + 10$

$y = 7x - (x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2 + 10$

$$y = 7x - (x)^2 + 8(x) + 16 + 10$$

$$y = -x^2 + 15x + 26$$

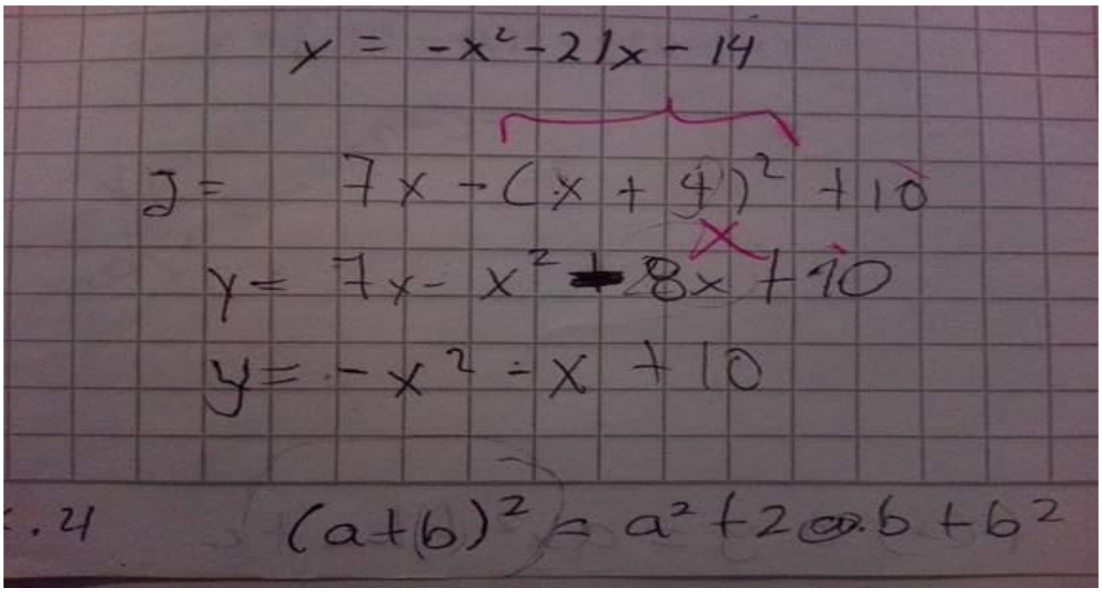


Figura 10. Ejercicio número 2 solución j

Fuente: archivo personal

Cabe decir que, para el caso del 9-3 la actividad se extendió a dos sesiones de trabajo (ver figura 9). Dado lo anterior se opta por hacer cambios en el plan de intervención, especialmente en lo referente a los tiempos de clase planeados en el PIPA, pues una ponderación de las actividades tipo taller permitió concluir que se necesitaba mucho más tiempo del planeado para ejecutarlos. Una de las opciones que se contemplaron fue aumentar los tiempos a las actividades o reducir el número de ejercicios y eliminar los ejercicios de igual dificultad operatoria. Esta última consideración se tomó en cuenta a la hora de implementar los talleres.

Para la siguiente actividad se trabaja a partir del siguiente interrogante: ¿cómo graficar una función cuadrática? Para lo cual se empieza recordando la representación gráfica de una función lineal que ya ha sido trabajada el periodo anterior por el profesor titular, dibujándola en el tablero ver figura 11.

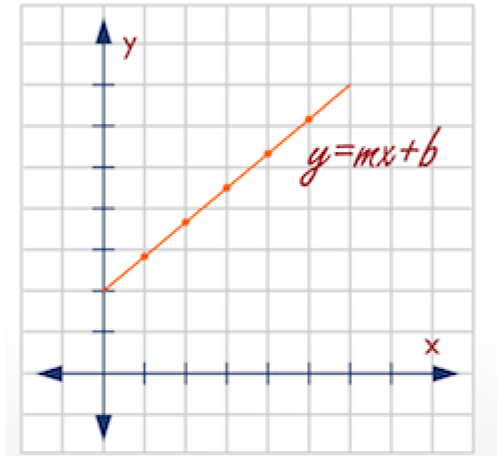


Figura 11. Grafica de una función lineal.

Fuente: elaboración propia.

Luego se mostró una representación gráfica de la función cuadrática, indicándoles que tiene una representación particular en forma de parábola (figura 12).

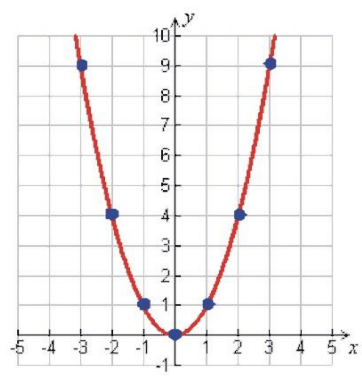


Figura 12.Grafica de una función cuadrática.

Fuente: elaboración propia.

Después se anotó en el tablero la definición de la gráfica función cuadrática "la gráfica de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, con a≠0, se conoce como una **parábola**". Con ello se muestra una forma de graficar la función cuadrática, que es elaborar una tabla de valores, como se hizo en la función lineal, asignándole valores a X arbitrarios y calculando el correspondiente valor de Y a partir de la función.

En la siguiente sección se trabajó un ejemplo acerca de lo enseñado en la sesión anterior- y se define conceptos como eje de simetría, abertura y vértice, los cuales según lo-planeado iban a ocupar dos secciones de clase, no obstante, por petición del profesor- titular se realizan en una sola sección condensando las dos secciones a una sola. Cabe señalar que todos los conceptos estuvieron plasmados en la planeación y los tiempos para su abordaje habían sido considerados con anterioridad, pero gracias a la experiencia del profesor titular pudimos evidenciar la posibilidad de reducir los tiempos para dar temáticas en -específico. En esta sección se tuvo como ejemplos estaba trazar la grafica $f(x) = x^2 - 4x + 5$ y $f(x) = -x^2 - 6x - 11$. Para el primer caso la solución del ejemplo se dio de la siguiente manera:

- si x=-1

$f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 5$

X	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	10	5	2	1	2	5	10

Ubicamos los puntos dados en la tabla, en un plano cartesiano y los unimos para obtener la gráfica que se observa en la figura 13.

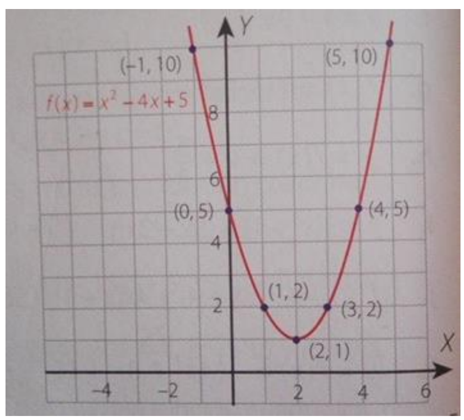


Figura 13. Parábola en plano cartesiano.

Fuente: archivo personal.

Seguidamente se trabajó los elementos de la parábola, haciendo el siguiente dictado:

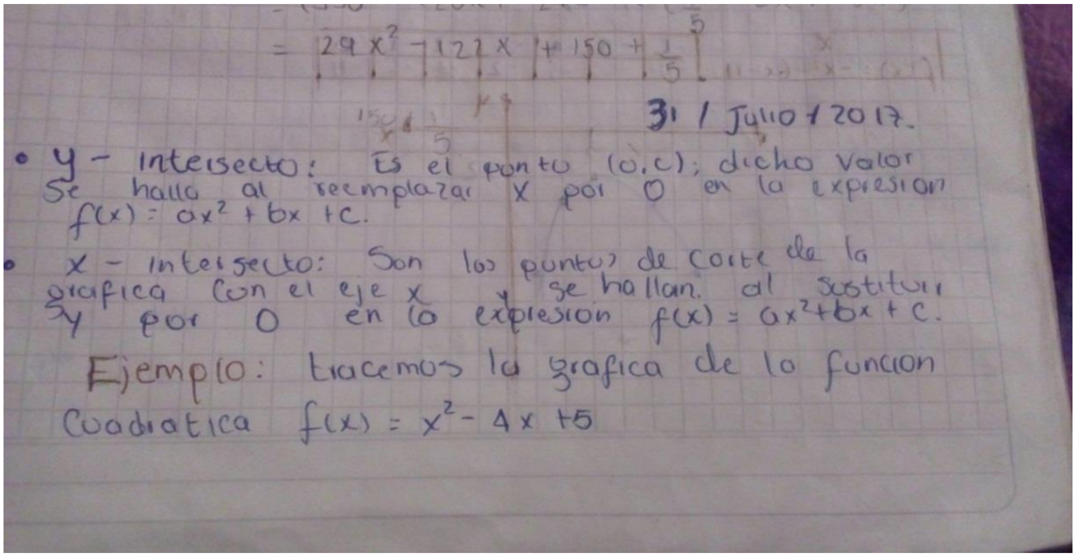
<u>Abertura</u> de la gráfica, está determinada por el signo del coeficiente de x^2, es decir:

- Si a>0 la parábola abre hacia arriba
- Si a<0 la parábola abre hacia abajo

<u>Vértice</u> es el punto, u= (h, k) donde $h = \frac{-b}{2a}$ y $k = f\left(\frac{-b}{2a}\right)$.

Y se especificó que si la parábola abre hacia abajo, el vértice es el valor máximo y análogamente si la parábola abre hacia arriba, el vértice es el valor mínimo:

<u>Eje de simetría</u> es la recta que pasa por el vértice y es paralela al eje *y*. Recibe este nombre ya que al doblar el plano por esta recta los dos brazos de la parábola coinciden en todos los puntos.


$= 29x^2 - 122x + 150 + \frac{1}{5}$

31 / Julio / 2017.

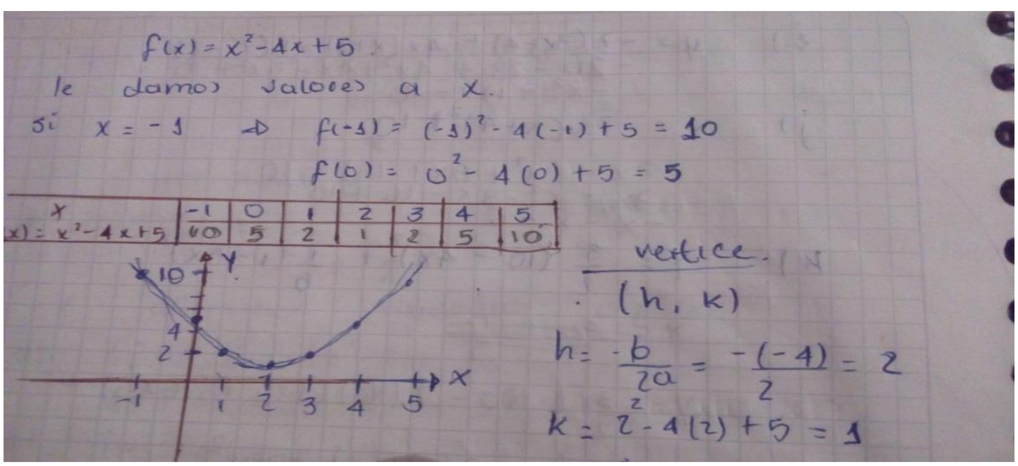
- y − intersecto: Es el punto (0,c); dicho valor se hallo al reemplazar x por 0 en la expresion $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- x − intersecto: Son los puntos de corte de la grafica con el eje x y se hallan al sustituir y por 0 en la expresion $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Ejemplo: tracemos la grafica de la funcion Cuadratica $f(x) = x^2 - 4x + 5$

Figura 14.Significado de intersecto.

Fuente: archivo personal.

Para la siguiente actividad se trabajó los intersecto de x y de y , se copia en el tablero la definición de un intersecto con el eje *x* e *y* (ver figura 14). Además con una serie de ejemplos, ejercicios y sus respectivas gráficas se explica cómo ubicar el vértice apoyándose de ciertos algoritmos que en las definiciones se especificaban. (Ver figura 15).


$f(x) = x^2 - 4x + 5$

le damos valores a x.

si $x = -1 \rightarrow f(-1) = (-1)^2 - 4(-1) + 5 = 10$

$f(0) = 0^2 - 4(0) + 5 = 5$

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x) = x^2 - 4x + 5$	10	5	2	1	2	5	10

vertice

(h, k)

$h = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2} = 2$

$k = 2^2 - 4(2) + 5 = 1$

Figura 15. Ejemplo de intersecto *x* e *y* tomado de cuaderno de campo.

Fuente: archivo personal.

Enseguida del ejemplo se dio la definición de máximos y mínimos que incluye aspectos relacionados con la concavidad de la gráfica (ver figura 16)

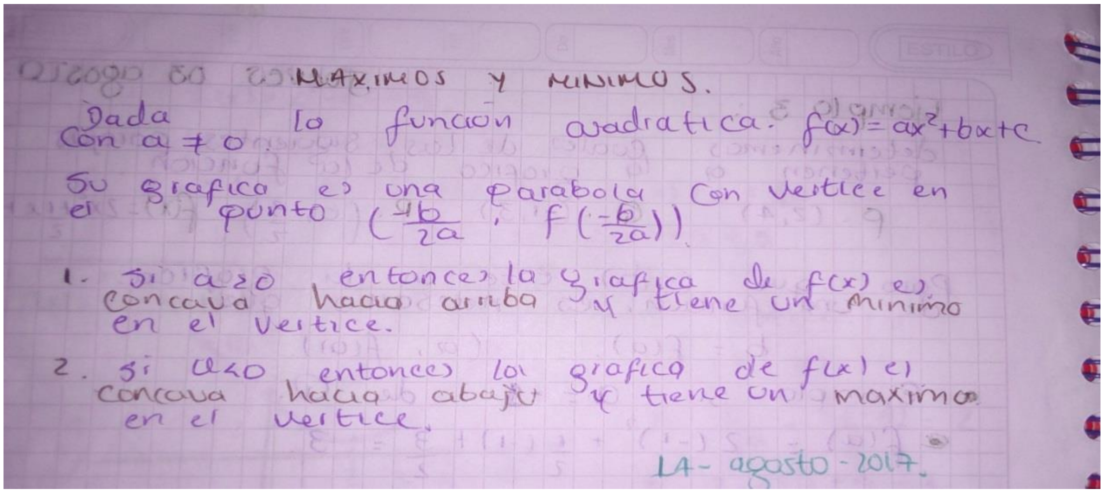


Figura 16. Definición de máximos y mínimos, tomado de cuaderno de campo.

Fuente: archivo personal.

Luego en la siguiente sección en acuerdo con el profesor titular y revisando la pertinencia de incluir una nueva estrategia didáctica para reconocer una función cuadrática, se decide implementar el recurso del programa Geogebra con el objetivo de mostrar los cambios de la gráfica al cambiar los valores de las constantes reales que acompañan a los términos x^2 y el termino independiente de la función cuadrática, así como mostrar la importancia del rango y dominio de esta función. Para esto se graficó la función $f(x) = x^2$, ver figura 16 la función $f(x) = x^2 + 3x + 6$ haciendo variar el valor de la constante a, se puede ver cómo cambia la gráfica de esta función. (ver figura 17)..

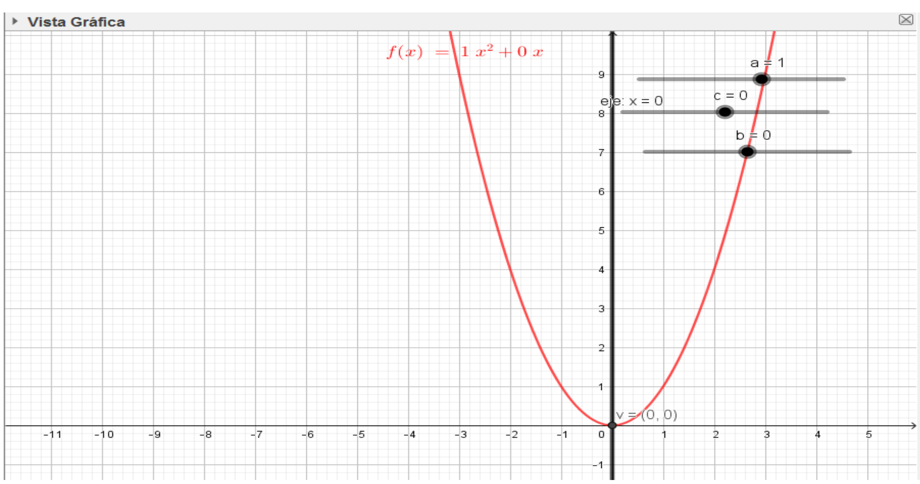


Figura 17. Grafica de la función $f(x) = x^2$en geogebra.

Fuente: archivo personal.

Además, en dicha actividad se incluyó un aspecto que no se tenía planeado de mostrar a los estudiantes que el dominio de una función cuadrática no está ligado de forma estricta al eje de abscisas x, sino que el dominio de una función cuadrática también puede estar en correspondencia con el eje de ordenadas y , para esto se graficó la función cuadrática $f(y) = 2y^2 + 1$, en el tablero , que en efecto deja ver que su representación gráfica tiene la variantes como por ejemplo el vértice ya no se encuentra en el eje x, ahora en este tipo de funciones cuadráticas el vértice está en eje y, después de esto se hace la aclaración que se trabajaría por el momento con funciones cuyo dominio está en el eje x.

Después de máximos y mínimos, se hace un taller que tiene como objetivo caracterizar gráficamente la forma de las funciones cuadráticas y reconocer, caracterizar el máximo y el mínimo de una función cuadrática. Este taller se realiza en una sección, algunas respuestas que dan los estudiantes a la pregunta uno, que pide trazar una gráfica de la función $f(x) = x^2 + 10x + 25$ son: (Ver figura 18 y 19).

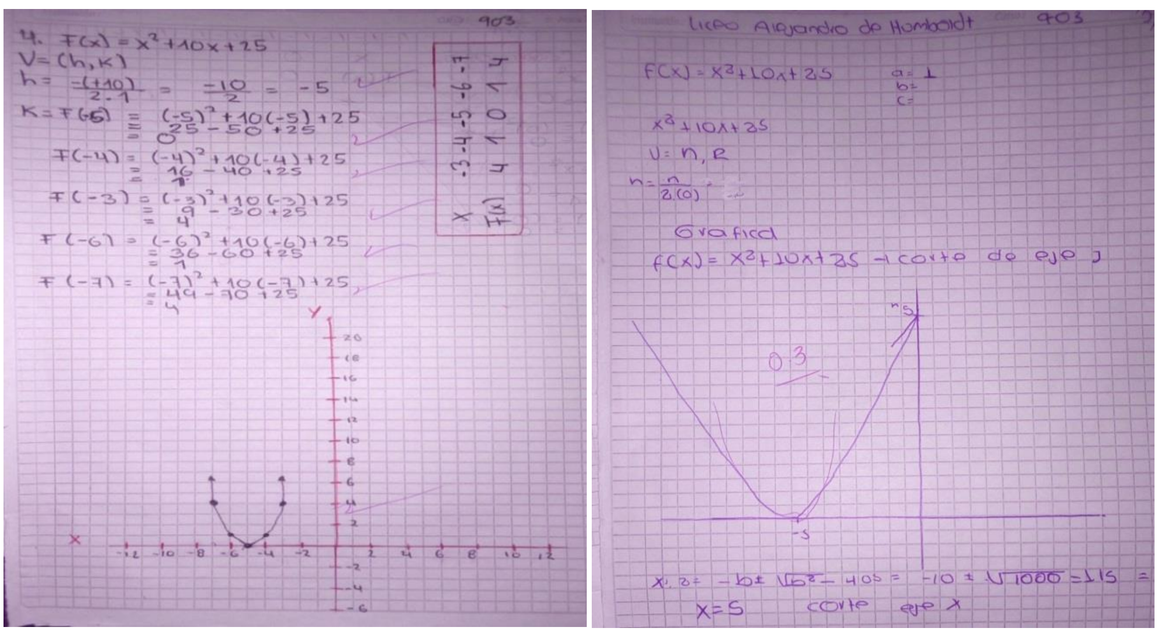


Figura 18. Respuesta dada por un estudiante del grado 9-3

Fuente: archivo personal.

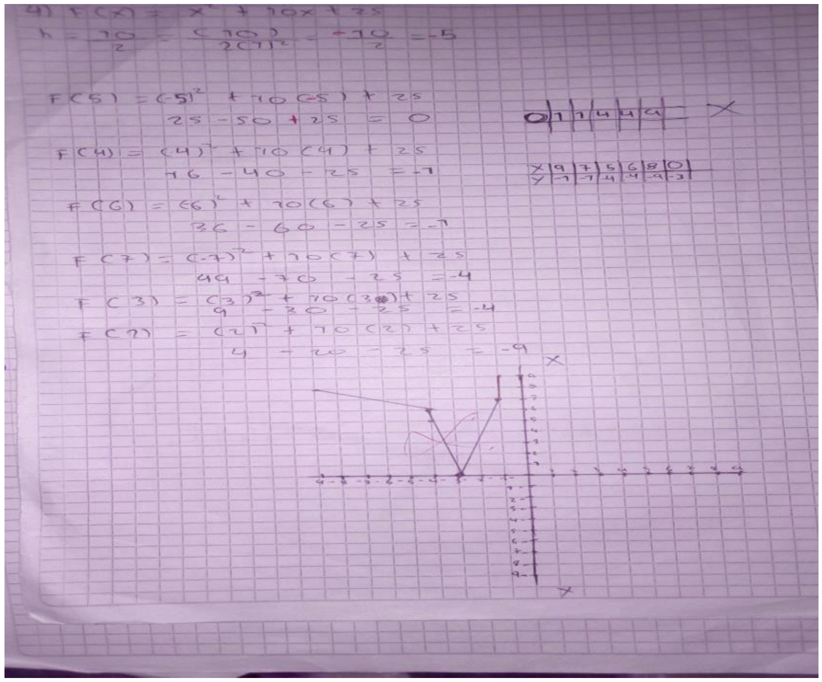


Figura 19. Respuesta dada por el estudiante del grado 9-2

.Fuente: archivo personal

En la figura 18 el estudiante realiza una gráfica en la cual señala un corte de la función en dos puntos dados implicando una restricción del rango de la función, lo que hace que no se pueda ver como una curva continua en otros valores de x, pero era importante en ese momento hacerle la pregunta al estudiante del porque realizaba dicha restricción al gráfico. Así se le pregunta al estudiante ¿Por qué graficaste la función de esta manera?, la respuesta del estudiante fue la siguiente: “porque solo tabule esos tres puntos y pensé que ya se podía hacer la gráfica”. Aquí fue necesario explicarle el sentido del rango de una función. Luego se presenta una elaboración grafica que está más lejos de ser una representación gráfica de una función cuadrática porque no tiene la forma de una parábola al igual que se puede observar en la figura 19, en la que además la unión de los puntos no conservan la línea suave que caracteriza una parábola.

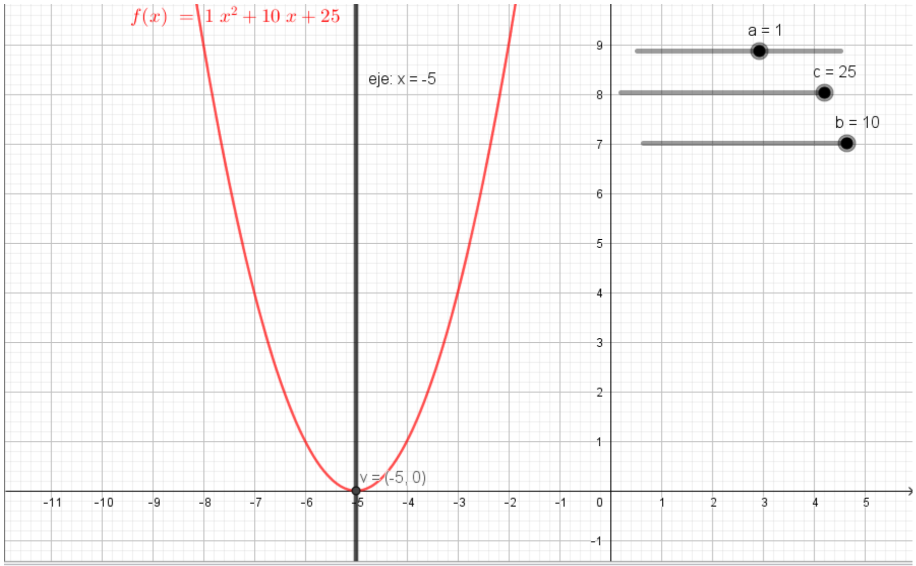


Figura 20. Grafica de la función $\mathrm{f(x)} = \mathrm{x}^2 + 10\mathrm{x} + 25$.

Fuente: archivo personal

Debido a lo anterior fue necesario ocupar un tiempo del planeado para aclarar mejor el concepto de función cuadrática y su representación gráfica haciendo de manera grupal en el tablero la gráfica de la función $f(x) = x^2 + 10x + 25$ indicando que la representación gráfica de una función cuadrática es una parábola como se ve en la figura 20. Seguido a lo anterior se optó por trabajar más ejemplos escritos en el tablero, haciendo participar de forma activa a los estudiantes; de manera que ellos salieron al tablero y entre todos se realizó la gráfica de funciones cuadráticas a manera de ejercicios grupales.

Seguidamente, se tiene el caso de un estudiante que utiliza el algoritmo $h = \frac{-b}{2a}$ para encontrar la abscisa del vértice, y reemplaza el valor encontrado en la función cuadrática $f(x) = x^2 + 10x + 25$, pero se acerca a preguntar que no tiene muy claro los valores del vértice. La elaboración del estudiante se puede ver en la figura 21.

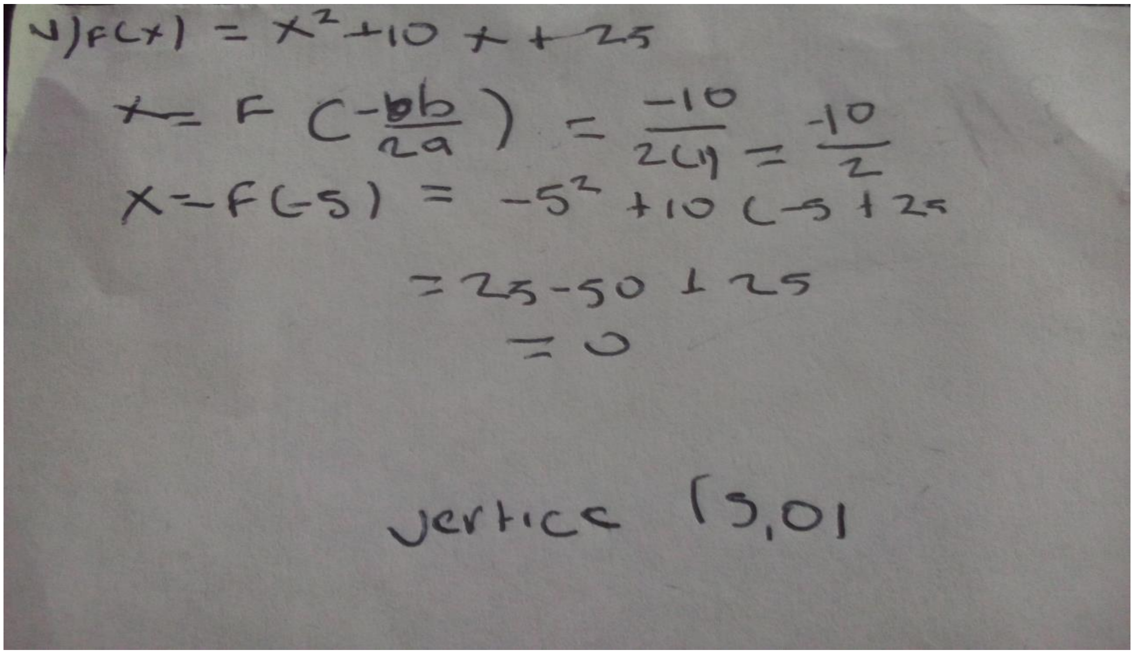


Figura 21. Elaboración de estudiante de grado 9-2.

Fuente: archivo personal

Por lo anterior, se retoma un espacio para realizar un resumen en el tablero de cómo encontrar el vértice de una función y la importancia de la simbología en matemáticas por ejemplo en la figura 21 se tiene que el estudiante le asigna a la x dos significados distintos; el primero, toma a la x como una abscisa, segundo, le asigna el valor de una ordenada que no es otra cosa que la imagen de la función de cierta abscisa. En la existencia del lenguaje matemático es importante el hecho que a cada símbolo se le asigna un único significado. Hecha esta aclaración se logró continuar con el trabajo obteniendo mejores escrituras del lenguaje matemático (Ver figura 22).

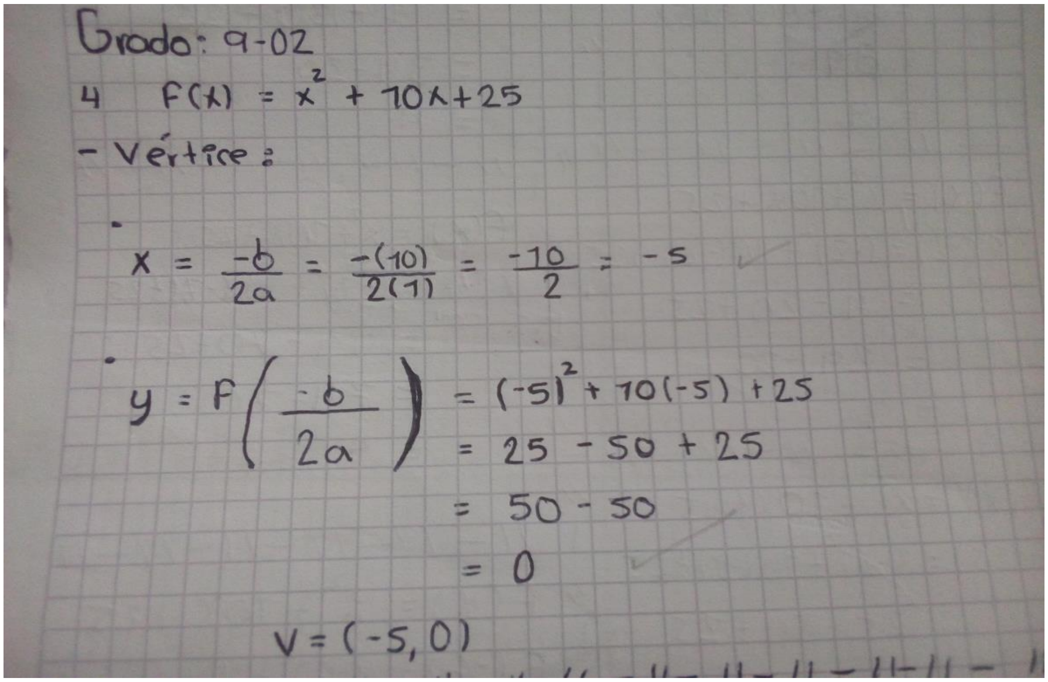
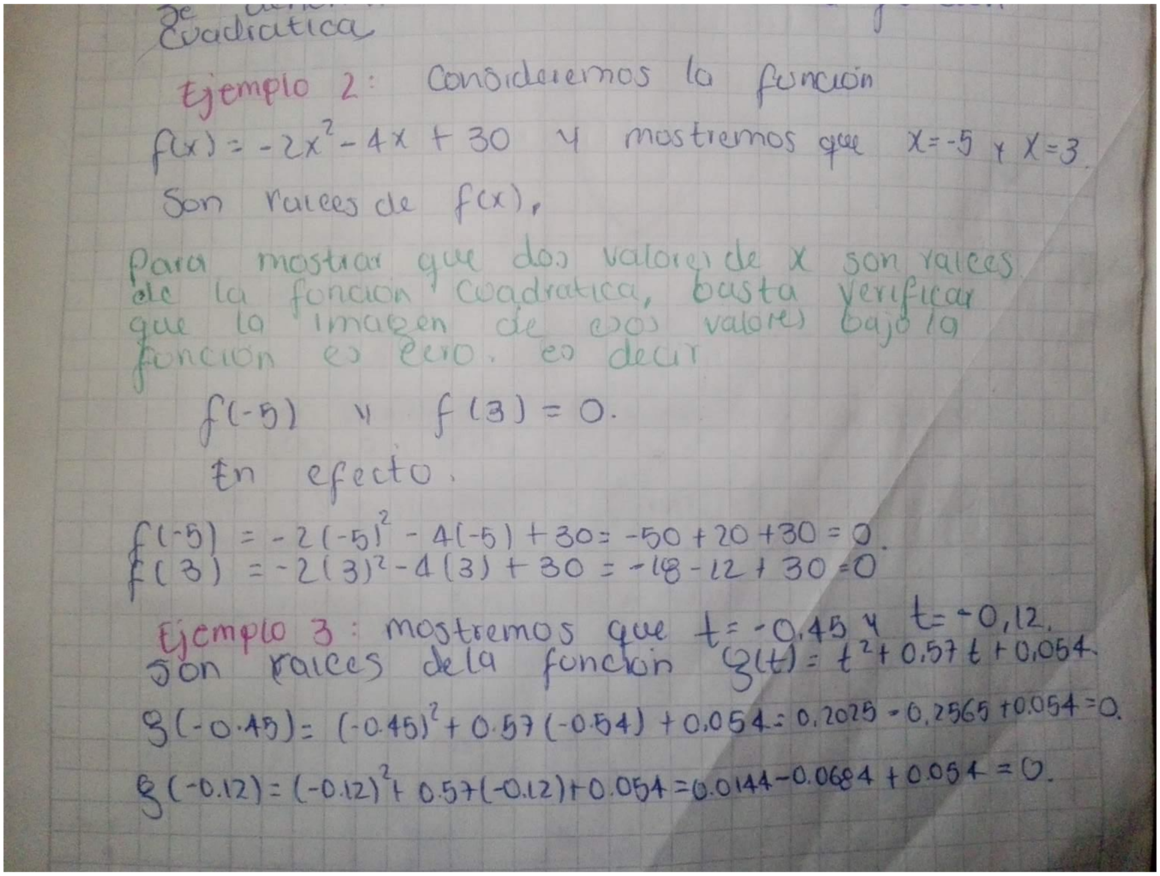


Figura 22. Elaboración de estudiante de grado 9-2.

Fuente: archivo personal

Posteriormente, se debía abordar el subtema de raíces de la función cuadrática, en donde se les explico acerca de los cortes con los ejes de simetría con diversos ejemplos a partir del uso de números enteros y números decimales.(ver figura 23)



Cuadratica

Ejemplo 2: Consideremos la función

$f(x) = -2x^2 - 4x + 30$ y mostremos que $x = -5$ y $x = 3$

Son raices de $f(x)$,

Para mostrar que dos valores de x son raices de la funcion cuadratica, basta verificar que la imagen de esos valores bajo la función es cero. es decir

$f(-5)$ y $f(3) = 0$.

En efecto.

$f(-5) = -2(-5)^2 - 4(-5) + 30 = -50 + 20 + 30 = 0$.

$f(3) = -2(3)^2 - 4(3) + 30 = -18 - 12 + 30 = 0$

Ejemplo 3: mostremos que $t = -0.45$ y $t = -0,12$. son raices dela funcion $g(t) = t^2 + 0,57t + 0,054$.

$g(-0.45) = (-0.45)^2 + 0.57(-0.54) + 0,054 = 0,2025 - 0,2565 + 0.054 = 0$.

$g(-0.12) = (-0.12)^2 + 0.57(-0.12) + 0.054 = 0.0144 - 0.0684 + 0.054 = 0$.

Figura 23. Ejemplos de raíces de una función cuadrática.

Fuente: archivo personal.

Luego se relacionan los conceptos ya establecidos con los adquiridos recientemente, es decir, a partir de la gráfica la relacionamos con los cortes, el eje de simetría, las raíces de la función y la factorización como el método para hallar las raíces y ubicarlas en la gráfica. Aun sabiendo graficar, el proceso aritmético para encontrar las raíces hacia que los ejemplos y ejercicios conllevaran un poco más de tiempo, el uso de diferentes métodos y su identificación para adecuarlos a cada ejercicio mostraba la necesidad de más ejemplos que les ayudaran en hallar las soluciones, por lo que el tiempo de cada tema toma minutos más de la planeado.

Una vez terminado de ejemplificar los pasos para hallar las raíces y relacionar todo lo tratado, desde el concepto de función cuadrática hasta el tema de grafica de una función cuadrática, se hizo una prueba escrita que está contenida en el PIPA (proyecto de intervención pedagógica en el aula), esta consta de 5 puntos dentro de los cuales incluimos tres de selección múltiple, en los que se tomaron en cuenta algunas definiciones como la forma de una función cuadrática, las restricciones para los coeficientes, la identificación de ellos y también la representación gráfica. En el cuarto punto había que graficar una función, buscar su vértice y a partir de tabulación ubicar las parejas, el sentido en este punto está en el procedimiento para la tabulación, en la que hay que reemplazar y operar. Finalmente, para el último punto había que determinar si una pareja de puntos hacia parte o no de determinada función (ver Anexo 13).

En general encontramos en la prueba individual que los estudiantes tenían claro las definiciones iníciales, luego para graficar encontramos estudiantes que graficaron mal, por errores de tabulación, al operar y algunos que ni siquiera lo intentaron. En cuanto a la calificación los puntos tuvieron igual distribución, entonces para la mayoría fue de gran ayuda los tres primeros puntos de selección múltiple en cuanto a la calificación final para resultados del periodo académico.

En esta parte inicio el segundo tema del proyecto de intervención, la Ecuación cuadrática, la cual se relaciona con las raíces que se hallan de la función cuadrática, para esto se hace un pequeño resumen verbal de función cuadrática diciendo lo siguiente; ya determinamos las raíces de una función cuadrática a partir del análisis de su representación gráfica, ahora vamos a estudiar algunos métodos algebraicos para hallarlas. Recordemos que una ecuación es una igualdad donde tenemos términos conocidos y términos desconocidos. Para determinar las raíces de una función cuadrática de la forma.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \; con \; a \neq 0$$

Equivale a resolver la ecuación cuadrática asociada

$$x^2 + bx + c = 0$$

Es decir, equivale a resolver la ecuación cuadrática asociada $ax^2 + bx + c = 0$. Además, se especifica una propiedad de los números naturales para operar las siguientes ecuaciones, la propiedad dice: si m y n son números reales, entonces m*n=0 si y solo si m=0 o n=0. Para explicar esta propiedad fue necesario de ejemplos por la terminación que utiliza.

Las soluciones de la ecuación cuadrática las dividimos en cuatro formas, las tres primeras formas las definimos y se ejemplificaron respectivamente, se separó una sesión para los ejercicios acerca de solución de la ecuación cuadrática completando el cuadrado, por factorización y por la solución general. En esta parte se utilizó factorización por varios métodos:

1. Como se resuelve una ecuación cuadrática usando factorización.

Para resolver una ecuación cuadrática $x^2 + bx + c = 0$ por factorización, la expresión de la izquierda en un producto de factores lineales, a partir de los cuales se establecen ecuaciones lineales. Al resolver estas ecuaciones lineales se hallan las soluciones de la ecuación cuadrática que está considerándose, como se ve en los siguientes ejemplos:

Ejemplo:

Resolvamos las siguientes ecuaciones cuadráticas

- $x^2 + 5x = 0$
- $x^2 - 4x - 21 = 0$
- $18x + 24 = 6x^2$
- $x^2 - 81x = 0$

Solución:

Factorizando el lado izquierdo de la ecuación $x^2 + 5x = 0$, obtenemos:

$x(x + 5) = 0$ Usando la propiedad enunciada antes,

Con $m = x$ o $n = (x + 5)$ obtenemos

$$x = 0 \;\; o \; (x + 5) = 0 \; de \; donde \; x = 0 \;\; x = -5$$

Entonces, las soluciones de la ecuación cuadrática son $x = 0, y$ $x = -5$ y por tanto son las raíces de la función $x^2 + 5x = 0$

- si factorizamos el lado de la ecuación

$$x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3) = 0$$

$$(x - 7) = 0 \;\; o \;\; (x + 3) = 0$$

De donde $x = 7 \;\; o \;\; x = -3$

Trinomio cuadrado perfecto, binomios, etc. Fue necesario recordar los métodos necesarios en cada caso, además se requirió emplear más tiempo para factorización, casos en los que estudiantes salían al tablero para los ejercicios.

Definición: Para k ≥ 0, las soluciones de la ecuación de la forma x^2 = k son $x = \pm\sqrt{k}$.

Posteriormente observamos si cualquier ecuación cuadrática puede llevarse a una forma similar a esta, mediante un ejemplo:

Consideremos la ecuación $x^2 - 4x + 2 = 0$

En primer lugar agrupamos los términos que tienen X, así: $(x^2 - 4x) + 2 = 0$. Fijamos nuestra atención en el término $x^2 - 4x$. Observemos que si adicionamos y sustraemos 4, la expresión no se altera y obtenemos un trinomio cuadrado perfecto:

$$x^2 - 4x = x^2 - 4x + 4 - 4 = (x-2)^2 - 4$$

Reagrupando y reorganizando los términos de la ecuación original, obtenemos:

$$(x-2)^2 - 4 + 2 = 0$$

$$(x-2)^2 - 2 = 0$$

$$(x-2)^2 = 2$$

De acuerdo con la definición inicial

$$x - 2 = \pm\sqrt{2}$$

Es decir, las soluciones de la ecuación son $x = 2 + \sqrt{2}$ y $x = 2 - \sqrt{2}$ .Finalmente uno de los subtemas finales fueron la solución de la ecuación cuadrática con la formula cuadrática, en la que se definió la forma general para resolver cualquier tipo de ecuación, el algoritmo $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ se ejemplifico y se hicieron una serie de ejercicios para entender cómo se solucionaba $ax^2 + bx + c = 0$.

De igual manera, se realizó un taller de refuerzo utilizado como una estrategia metodológica a implementar con el fin de volver a retomar algunos temas que ya se habían trabajado pero que se tenía algunas dudas y se presentaban en las respuestas de los talleres respuestas que no estaban bien de acuerdo al rigor matemático para algunos de los subtemas de función cuadrática y ecuación cuadrática, dicha actividad no estaba consignado en el PIPA, e incluyó la búsqueda del vértice, las gráficas, la concavidad de una función, solución de una ecuación, algo de teoría y finalmente los conceptos aprendidos (ver anexo 4). Respecto a lo anterior, las demás actividades en general constaron de definiciones, ejercicios, talleres y ejemplos de temas en específico relacionados con función y ecuación cuadrática, además de eso una prueba escrita hecha también como trabajo de docencia (Muelas, 2017 y 2018).

1.4. Aprendizajes adquiridos en la docencia

Tras el proceso de docencia directa el primer elemento que resaltamos, es la responsabilidad que lleva consigo el manejo de un grupo de jóvenes. Desde el principio el grado de dificultad es visible, que se debe a la cantidad de estudiantes, sus condiciones sociales y las de colegio; pues como señalamos en el diario de campo, en esta institución encontramos una "población con dificultades, con mucha movilidad, de padres que son desplazados, madres cabeza de hogar, en conclusión, que pertenecen a familias disfuncionales" (Velasco, 2017).

En este marco, hemos concluido que un docente tiene que cumplir varios papeles a la vez, siendo uno de ellos el de ser guía de los estudiantes, pues es el docente quien domina el conocimiento que es impartido a estos estudiantes, situación que Escolano (citado por Fernández, 1996) define como el papel técnico del docente. El otro papel es el de formar en valores a partir del ejemplo y el consejo, es decir, el docente se convierte en un referente normativo que Escolano denomina aspectos éticos y socializadores de la profesión.

Ahora bien, dentro de las herramientas que tuvimos en la práctica para cumplir los anteriores objetivos como docentes, debemos tener en cuenta los documentos guía (como los talleres), que permitieron desplegar otras habilidades a parte de las académicas en los estudiantes. Pues estos pueden ser abordados de manera grupal, permitiéndonos identificar aquellos estudiantes que tienen mejores habilidades para la unidad didáctica y así poder fortalecer otros aspectos de la formación por medio de otras actividades complementarias; por ejemplo, asumir roles de liderazgo académicos (monitorias), con el fin de potencializar habilidades comunicativas y sociales; y en el caso específico de nuestra área de conocimiento, fortalecer la resolución de ejercicios algebraicos.

En este sentido, la docencia directa nos permitió adquirir una experiencia en el manejo de la distribución del tiempo empleado en el aula de clase, debido a situaciones que se presentaron a lo largo de la intervención y que afectaron la planeación planteada en el PIPA. Pues a pesar de haber desarrollado una etapa de inmersión, en la cual se consideraron diversos aspectos y contingencias que determinaron la elaboración del PIPA, en el trascurso de la práctica dicho documento estuvo sujeto a cambios. De manera que es un documento que siempre está abierto modificaciones, pues múltiples externalidades (como pruebas de estado, eventos culturales y deportivos, salidas pedagógicas e intervenciones del personal administrativo) influyen en las actividades planeadas.

Por lo anterior, fue necesario el replanteamiento de la planeación, proceso que lleva a adquirir mayor experiencia como profesionales, además durante este proceso de interacción permanente con el estudiante hubo la necesidad de generar espacios de recuperación y refuerzo para superar errores , lo que implica la creación de estrategias metodológicas para lograr un mejor desarrollo de las temáticas.

Además hay que tener en cuenta que las definiciones son una parte fundamental de la existencia de los objetos matemáticos y deben ser presentadas de manera escrita en el tablero y no verbalmente (dictados) debido a que esto se presta para confusiones, como nos ocurrió en la definición de función cuadrática, la cual se hizo mediante un dictado y provoco problemas días después, al momento que la estudiante necesito consultarla.

Dado que en esta experiencia debimos asumir el rol de docente y al mismo tiempo hacer el papel de observador y registrador de la información, es posible que muchos detalles importantes para la planeación y ejecución de la docencia directa hayan sido pasados por alto, debido al doble compromiso adquirido

Capítulo 2

Reflexión en la docencia

2.2. Presentación de la pregunta de investigación

Debido a que nuestra práctica gravita alrededor de la idea del error en el proceso del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, es necesario hacer algunos apuntes al respecto de esta situación en el proceso pedagógico, desde nuestra experiencia en la inmersión y la docencia directa. Así pues, tenemos que desde la antigüedad las relaciones de la humanidad han tenido en su núcleo una serie de imaginarios colectivos, que determinan constantemente las acciones que han de tomarse como erróneas. Frente a ello se hace necesario un pensamiento más crítico sobre este tipo de situaciones, pues las acciones que han sido tildadas de errores en determinado contexto, no han tenido el mejor tratamiento en el pensamiento colectivo (Acosta, 2011).

Lo anterior se produce debido a que en nuestra cultura un error es una acción que debe ser corregida porque es algo malo, aunque este sea un elemento indispensable en las acciones humanas, ya que dentro de la amplia gama de posibilidades en que pude decantar una acción, siempre estará presente la posibilidad del error, es decir, el error es algo casi inevitable y en algunos casos necesario.

De ahí que, en el marco de la práctica pedagógica, el error es una constante en nuestra labor docente. En efecto, durante nuestro proceso de inmersión y docencia directa, fuimos testigos directos de diferentes situaciones en las que tanto los estudiantes, como el profesor titular, hacían explicitas las formas en que se producían los errores en las funciones algebraicas; situación que no obstante, no les permitía evitar dichos errores. De hecho, el error se presentaba con mucha frecuencia, independientemente del tipo de estudiante; situación que nos llamó la atención, pues, así como el error juega un papel importante para la enseñanza y el aprendizaje, también puede convertirse en uno de sus principales obstáculos.

En este sentido, teniendo en cuenta la importancia del error en la docencia y la tendencia por parte del estudiantado de recaer en este, es que vemos pertinente formularnos la siguiente pregunta de investigación: ¿cuáles y de qué forma se presentan los errores que evidencian las dificultades que tienen los estudiantes del grado 9-2 y 9-3 en la IE-AH al resolver ejercicios referidos a la función cuadrática y ecuación cuadrática?

2.3. Referentes conceptuales

De acuerdo a las principales líneas de investigación sobre errores en el aprendizaje de las matemáticas, nuestro trabajo se ubica en la línea de estudios relativos al análisis de errores, estudiando así las causas que los producen o elementos que los explican, taxonomías y clasificaciones de errores detectados. Si bien, estas situaciones han sido estudiadas para abordar diferentes conceptos matemáticos entre ellos los números racionales, no hemos encontrado un estudio que sea relacionado con los errores que presentan jóvenes al enfrentarse a la función cuadrática y ecuación cuadrática. De esta manera, para responder la pregunta planteada anteriormente, las unidades de análisis son:

1. errores en la resolución de ejercicios en donde se utiliza función cuadrática y ecuación cuadrática.
2. resolución de ejercicios referidos a los temas de ecuación cuadrática y función cuadrática.
3. función cuadrática y ecuación cuadrática.

2.3.1. Errores en la resolución de ejercicios que utilizan función cuadrática y ecuación cuadrática

El error ha sido abordado por múltiples líneas investigativas en el campo de la pedagogía, no obstante, en este trabajo nos interesa estudiarlo a partir de la línea constructivista, pues nos queremos entenderlo desde los significados provistos por los participantes del estudio; y también desde una perspectiva fenomenológica, pues buscamos abordar los elementos del error que se manifiestan en el aula de clase. En este sentido, es pertinente iniciar con lo propuesto por Luis Rico (1995), cuando señala que la línea constructivista ha llegado a un consenso en cuanto al estudio del error, el cual radica en los siguientes puntos:

1. Todo conocimiento es construido. El conocimiento matemático es construido, al menos en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva.
2. Existen estructuras cognitivas que se activan en los procesos de construcción.
3. Las estructuras cognitivas están en desarrollo continuo. La actividad con propósito induce a la transformación de las estructuras existentes.

4. Reconocer el constructivismo como una posición cognitiva conduce a adoptar constructivismo metodológico.

5. Por lo tanto en el proceso de construcción de conocimientos matemáticos aparecerán de forma sistemática errores; los cuales deben ser detectados, corregidos y superarlos mediante actividades que promuevan la crítica sobre las propias producciones.

Desde esta perspectiva, es importante señalar que en el origen de los errores se debe tener en cuenta factores físicos, contextuales y cognitivos; esto sin dejar de lado al profesor, que a través de su intención de verificar cuánto ha aprendido su estudiante, puede omitir involuntariamente factores que influyen para que la evaluación sea exitosa. Como señala Socas: "si bien el error puede tener procedencias diferentes, generalmente tiende a ser considerado como la presencia de un esquema cognitivo inadecuado en el alumno y no solamente como consecuencia de una falta específica de conocimientos" (citado por Pochulu, 2007). Así,

> Los errores son intentos razonables pero no exitosos de adaptar un conocimiento adquirido a una nueva situación. Se entiende que el error tendrá distintas procedencias, pero siempre se considerará como un esquema cognitivo inadecuado y no sólo como consecuencia de falta de conocimiento o de un despiste (Morales, 2014, p. 55).

En este sentido, dentro de los elementos que se deben tener en cuenta para entender el origen y abordaje del error, Abrate, Pochulu y Vargas (2006, citados por Morales, 2014, p. 27) plantean que es necesario poner atención a las dificultades al momento de enfrentarse a un problema matemático, pues son estas dificultades las que inducen al error. De acuerdo con Di Blasi Regner et al. (Citado por Morales, 2014, p. 27-28) estas dificultades se agrupan en:

1) Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos.

2) Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.

3) Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza.

4) Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos.

5) Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales

Para este caso dichas dificultades tendrán el papel de inducir el error, dicho de otra manera, la forma en que se presenta el error es a través de la evidencia de una dificultad, y el punto de partida al análisis de todos los resultados escritos a los que hemos denominado evidencias en las que podamos examinar, determinar qué tipo de dificultad y posteriormente la clase de error en que los podemos clasificar.

No obstante, como hemos sostenido a lo largo del documento, el error no necesariamente ha de ser visto como un resultado negativo, pues también contribuyen al proceso de aprendizaje y enseñanza. En este sentido, Luis Rico (1995) señala que hay una serie de consecuencias positivas asociadas a los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas, las cuales asumen que el error ayuda al: 1) proceso de aprendizaje, 2) la puesta en práctica de conocimientos previamente adquiridos, 3) el cuestionamiento necesario de la responsabilidad del error, 4) el entendimiento de que todo proceso de instrucción es potencialmente generador de errores.

Es en este sentido que se desarrolla la investigación de Morales (2014), que en su investigación tuvo como objetivo reconocer los errores y las dificultades que presentan los estudiantes de educación básica al enfrentarse a la resolución de problemas con los números racionales. Dicho estudio se centró en el análisis de los cuadernos de los estudiantes evaluaciones escritas y la aplicación de un cuestionario a partir de un enfoque cualitativo, enfocada en un estudio de caso con el fin de establecer una clasificación y reconocimiento de los errores y las dificultades que presentan los estudiantes en la educación básica. Entre las principales categorías de su investigación están:

- Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos
- Errores debidos a dificultades para obtener información espacial
- Errores debidos a dificultades de lenguaje
- Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento

Así, algunas de las conclusiones y recomendaciones a las que Morales llegó a partir de Abrate, Pochulu y Vargas, (2006, p. 27), plantean como en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se hallan gran cantidad de dificultades que generan errores; donde dichos errores son la manifestación de la existencia de dificultades (Franchi y Hernández, 2004) por lo tanto se hace necesario reflexionar acerca de ellos, ya que a partir de estos se debe tener en cuenta que en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas se hallan gran variedad de dificultades las cuales destacan Di Blasi Regner y Otros (citado en Abrate, et al. 2006, p.27) son las siguientes:

- Algunos errores de los estudiantes pueden deberse a dificultades en el manejo del lenguaje matemático, esto se demuestra en las dificultades de comprensión de los problemas, la falta de comprensión semántica de las situaciones lleva generalmente a errores, debido a las diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje formal.
- Para el caso de las situaciones presentadas en donde había un manejo espacial, relacionado con formas geométricas o particiones dentro de una forma circular, el análisis y síntesis perceptivos implican una demanda considerable para algunos estudiantes.
- Algunos errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, en este aspecto se centraron gran parte de los errores de los estudiantes, debido a la complejidad que genera en los estudiantes los números racionales. También se incluyen en este tipo de errores, la dificultad en el manejo de algoritmos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.

Para ello se diseñaron una serie de actividades en el aula enmarcadas en una investigación activa, la cual pretende el desarrollo de actividades y no a la implementación de teorías, impulsando en el aula, la ingeniería didáctica puesto que se considera “que en el contexto de un paradigma cualitativo el “saber a enseñar” y el “caso a investigar “son susceptibles de ser tratados a través de ella”, Caserío, M; Guzmán, M, Vozzi, A. (2007).

Luis Rico hace una investigación sobre errores y encuentra muchas posturas como la del constructivismo además plantea el análisis y tratamiento curricular de los errores, causas y clasificación de errores. Una de las clasificaciones que se hace notar en este documento es la Clasificación de errores propuesta por Radatz (1979), en la que se establecen cinco categorías generales de análisis en torno a los errores presentados por los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, los cuales han orientado esta Investigación:

1. Errores debidos a dificultades de lenguaje. Señala que el aprendizaje de los Conceptos, símbolos y vocabulario matemáticos es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Una falta de comprensión

semántica de los textos matemáticos es fuente de errores; por ello, la resolución de problemas verbales está especialmente abierta a errores de traducción desde un esquema semántico en el lenguaje natural a un esquema más formal en el lenguaje matemático.

2. Errores debidos a dificultades para obtener información espacial. Aunque se trata de un campo de estudio cuyo desarrollo se está iniciando, es cierto que las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales es una fuente de dificultades para muchos jóvenes y niños en la realización de tareas matemáticas. Algunas representaciones icónicas de situaciones matemáticas pueden suponer dificultades en el procesamiento de la información; el análisis y síntesis perceptivas implican una demanda considerable para algunos alumnos, presentando dificultades y produciendo errores.

3. Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos. En este tipo de errores se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.

4. Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento. La experiencia sobre problemas similares anteriores puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. En estos casos los alumnos desarrollan operaciones cognitivas, que continúan empleando aun cuando las condiciones fundamentales de la tarea matemática en cuestión se hayan modificado. Persisten en la mente algunos aspectos del contenido del proceso de solución, inhibiendo el procesamiento de nueva información. Dentro de esta clase de errores se encuentran los siguientes:

- Errores por perseveración, en los que predominan elementos singulares de una tarea o problema.
- Errores de asociación, que incluyen interacciones incorrectas entre elementos singulares.

- Errores de interferencia, en los que operaciones o conceptos diferentes interfieren con otros.
- Errores de asimilación, en los que una audición incorrecta produce faltas en la lectura o escritura.
- Errores de transferencia negativa a partir de tareas previas, en las que se puede identificar el efecto de una impresión errónea obtenida de un conjunto de ejercicios problemas verbales.

5. Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. Este tipo de errores surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.

Así, con base en las conceptualizaciones de Rico (1995) y Morales (2014), nuestro trabajo abordará al error como un elemento que está presente en el proceso de aprendizaje, y que no es necesariamente positivo o negativo, sino que debe ser entendido en el contexto del aula de clase y debe ser abordado según sus detonantes y sus consecuencias.

De igual forma, se busca identificar errores que se acoplen a la tipología propuesta por Radatz (1979), para esto es necesario precisar algunos aspectos de esta tipología. El lenguaje matemático es una forma de expresión de las matemáticas que utiliza una serie de símbolos o caracteres gráficos que son utilizados en matemáticas para su perfecta definición, junto con la manera de presentar los elementos, ya sean conceptos o propiedades, en esta materia.

La simbología matemática está repleta de signos o caracteres gráficos (como por ejemplo: $\forall$, $\exists$, $\Leftrightarrow$, $\cong$, /, $\in$, $\subset$, etc.), que son como las “palabras” de un idioma. Éstas deben ser conocidas con el objeto de poder interpretar lo que se quiere decir con ellas, al tiempo que se deben utilizar para decir lo que se quiera. Cada uno de estos símbolos utilizados en matemáticas, son necesarios para la perfecta construcción de ideas, de manera que la sustitución de alguno de ellos por otro diferente, aunque sea gráficamente parecido, cambiaría totalmente el significado. Es decir, todas y cada una de las “palabras” matemáticas tienen un significado particular, no existiendo la posibilidad de sinónimos.

Además, la información espacial está ligada al pensamiento espacial que es la capacidad que tenemos los seres humanos de manipular objetos inexistentes, es la percepción intuitiva o racional que se tiene del mundo físico. Por ejemplo, el desarrollo del pensamiento espacial hace posible que el estudiante asimile mejor algunas diferencias que se presentan entre que es una línea recta y que es una línea curva con solo hacer pasar al estudiante a una pared Al pasar el dedo por el borde común de dos superficies se aprecia la diferencia.

Según los estándares básicos de competencias, el pensamiento espacial se entiende como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construye y manipula las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones. Contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos del espacio desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos.

2.3.2. Resolución de ejercicios referidos a los temas de función cuadrática y ecuación cuadrática.

De acuerdo a los estándares básicos en competencias en donde se precisan los cinco procesos generales de la actividad matemática, que son tomados en cuenta en la mayoría de las áreas del conocimiento y que además son contemplados en los lineamientos curriculares de matemáticas; encontramos que el proceso “llamado formulación y resolución de problemas” es definido como uno de los procesos más importantes del que hacer matemático, esto debido a su relación con los cuatro procesos restantes. Este proceso está relacionado en particular con el denominado la “formulación, comparación y ejercitación de procedimientos”, que juega un papel importante en esta investigación, pues el tema y el tiempo de las clases presenciales implicó un trabajo alienado con este proceso. Así, se compromete a los estudiantes en la construcción y ejecución segura de procedimientos y algoritmos, siempre tratando de que su ejecución no opaque la comprensión de su carácter de herramienta.

De esta manera se logra extraer una noción acerca de la resolución de ejercicios, en el sentido que el estudiante adquiere técnicas y herramientas, pero no solamente de una manera mecánica, sino como una estrategia en donde se hace posible la construcción de un conocimiento; para lo cual es conveniente considerar los mecanismos cognitivos involucrados en los algoritmos matemáticos. Uno de estos mecanismos es la alternación de momentos donde prima el conocimiento conceptual y otro en donde prima el conocimiento procedimental –que corresponde a nuestro caso.

Teniendo en cuenta lo anterior, se tiene que para resolver un ejercicio matemático es necesario en la mayoría de casos el uso de algoritmos y para efectos de esta investigación resolver un ejercicio hace parte del proceso general de la resolución de problemas debido a que cualquier situación problema involucra un estado procedimental matemático para su solución, así que con el debido conocimiento técnico para abordar dichos algoritmos en el caso en que surja un problema conceptual será más comprensible su solución.

2.3.3. Función cuadrática y ecuación cuadrática

Una función es un objeto matemático abstracto sobre el que se puede realizar una serie de operaciones que lo definen, es decir, definen su existencia. Por lo tanto es importante la definición ya que ella le da el carácter de existencia. En sentido estricto este concepto "se refiere a una regla que asigna a cada elemento de un primer conjunto un único elemento de un segundo conjunto. Por ejemplo, cada número entero posee un único cuadrado que resulta ser un número natural (incluyendo el cero)" (Wikipedia, 2018).

$-2 \to +4$,	$-1 \to +1$,	$0 \to 0$,
$+1 \to +1$,	$+2 \to +4$,	$+3 \to +9$,

Tabla 1. Función matemática.

Fuente: Wikipedia (2018).

De igual forma se encuentra la definición de función en el libro de Apóstol volumen 1, "una función f es un conjunto de pares ordenados (X, Y) ninguno de los cuales tienen el mismo primer elemento". Es decir, si se supone que se tienen dos columnas cada una considerada como un conjunto; las X están en una columna que se le denomina dominio y las Y en la otra que se le denomina recorrido o rango. Además los elementos de estas dos columnas están relacionados de tal manera que: a cada elemento x le corresponde un único elemento que está en el rango.

Aquí nos referiremos en la mayoría de casos a las funciones reales, función de un solo término cuadrático, cuya representación geométrica es una parábola, sin tener en cuenta otras representaciones parabólicas que surgen a partir de restricciones de funciones cuadráticas de múltiples variables con más de un término cuadrático. Sin embargo, pueden aparecer funciones complejas. Un ejemplo de función de valor real es la función cuadrática, la cual está en el centro de nuestra propuesta investigativa. De acuerdo con Mesa y Villa (2007) la función es un concepto matemático:

> Que no apareció sino hasta los inicios del cálculo en el siglo XVII. René Descartes, Isaac Newton y Gottfried Leibniz establecieron la idea de función como dependencia entre dos cantidades variables. Leibniz en particular acuñó los términos «función», «variable», «constante» y «parámetro». La notación f (x) fue utilizada por primera vez por A. C. Clairaut, y por Leonhard Euler en su obra *Commentarii de San Petersburgo* en 1736 (p. 10).

Según los autores el desarrollo epistemológico de la función cuadrática, históricamente se relacionó con la modelización de fenómenos de variación y cambio, elementos que nos dan soporte para incluir este concepto en los currículos escolares. Con ello, podemos definir a una función cuadrática como una expresión polinómica de grado dos que se puede escribir de la forma:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Donde con a, b, c son números reales y $a \neq 0$, las constantes b, c no tienen restricción donde a es el coeficiente del término cuadrático, b es el coeficiente del término lineal y c es el término independiente. Si el coeficiente a fuera cero, la ecuación pasaría de una función cuadrática a una lineal, por esto es importante el detalle de la definición.

2.4. Análisis de registros

Para el análisis de registros tendremos en cuenta información recolectada a partir de la observación, consignada en diarios personales y de campo. En la tabla 2 se muestra la cantidad de estudiantes que hicieron parte de las clases presenciales y participaron como sujetos activos de esta investigación.

Instrumento	Grado	Estudiantes	Edad (años)	Niños	Niñas
1	9-2	35	14-16 Años	18	17
2	9-3	37	13-17Años	18	19

Tabla 2. Caracterización población estudiantil objeto de la práctica.

Fuente: elaboración propia

De igual manera en esta investigación se hizo una recolección de datos a todo el conjunto de estudiantes de los grados 9-2 y 9-3, en donde se encontró ciertas similitudes en los registros, luego fue posible realizar un agrupamiento y así seleccionar los representantes de cada grupo para poder realizar un análisis más detallado de estos registros. Además, se tuvo en cuenta la procedencia del registro, donde se especifica el taller de donde proviene, de que tema y el estudiante que lo desarrollo, el cual fue previamente codificado.

A continuación, se presenta una clasificación para cada tipo de error y una explicación acerca de cómo identificarlo, luego se muestran una serie de registros con su respectivo análisis, los cuales pertenecen a cada tipo de error. Hasta el momento esta investigación se ha realizado tomando como base la Clasificación de errores propuesta por Radatz (1979).

2.4.1. Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos.

En este tipo de errores se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Estas deficiencias incluyen la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios. En el desarrollo de las clases presenciales se presentaron a los estudiantes una serie de talleres de clase y de recuperación en los que se encuentra ejercicios referidos a los temas de función cuadrática y ecuación cuadrática.

- En el taller de recuperación realizado a estudiantes de 9-3, se le pide al estudiante A1 evaluar la función $g(x) = 1 - 4x^2 - x^2 \; en \; g(2)$, el cual desarrolló de la siguiente manera (ver la figura 24).

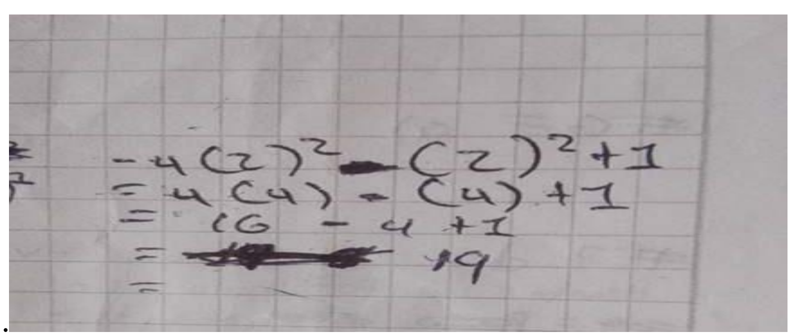


Figura 24.Error de signos

Fuente: archivo personal.

Se observa que el estudiante opera la siguiente expresión $4(2)^2 - (2)^2 + 1$. Inicialmente el dos elevado a la potencia dos le da cuatro $(2)^2 = 4$. Luego multiplica $4(4) - (4) + 1$ y tiene como resultado $16 - 4 + 1 = 19$. Podemos ver que asocia $(-4 + 1)$ y su resultado es 3 para que dieciséis más tres sea igual a diecinueve $16 + 3 = 19$. El error está en la suma -4+1 que es igual a -3. Este es un error en donde se realiza operaciones y usa notaciones de la aritmética en forma defectuosa, en otras palabras es un error debido a procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios. Lo que evidencia una dificultad operatoria de números enteros.

- En el taller anterior también se le pide al estudiante calcular $f(2)$ para la función $f(x) = 2x^2 - 5x + 3$ a lo que el estudiante desarrolla:

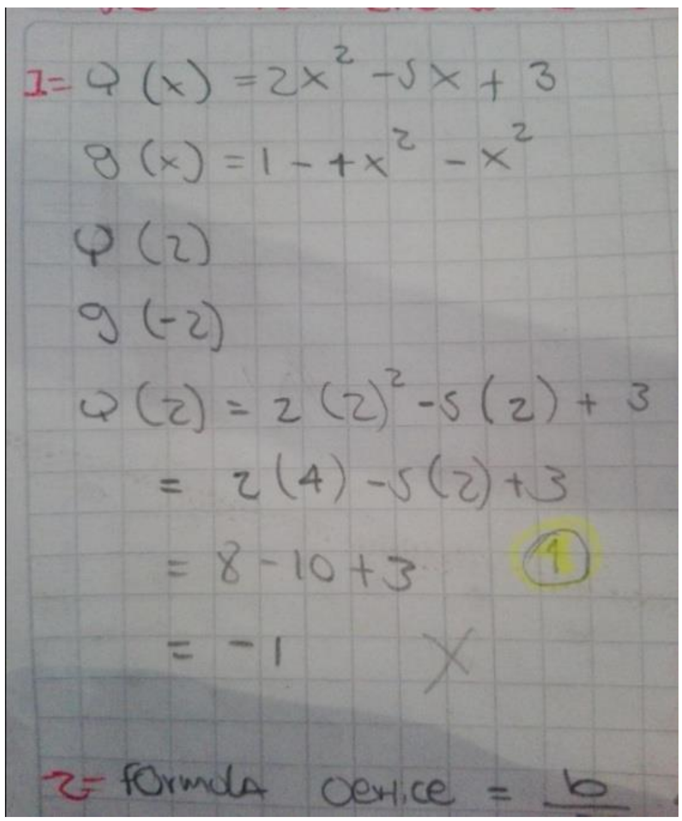


Figura 25. Error operacional.

Fuente: archivo personal.

Se tiene que el estudiante sustituye la variable x por el símbolo en la expresión $y\,(x) = 2x^2 - 5x + 3$ asi, $2(2)^2 - 5(2) + 3$, luego desarrolla dos elevado a la dos $(2)^2$que le da como resultado cuatro (4) y luego opera $2(4) - 5(2) + 3$, multiplica$2(4)$ que le da ocho

$2(4) = 8$ y multiplica $-5(2)$ cuyo resultado es 10 así $-5(2) = 10$, finalmente al $sumar$ $8 - 10 + 3$ le da -1, pero la respuesta debe ser igual a 1. Notamos que el estudiante asocia (8-10) y obtiene como resultado -2, luego suma -2+3 y obtiene como resultado -1. Aquí realiza operaciones y usa notaciones de la aritmética en forma defectuosa, se puede clasificar como un error debido a procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios. Lo que evidencia una dificultad operatoria de números enteros.

- En el taller número dos se le pide al estudiante determinar cuáles de las siguientes funciones son cuadráticas, si es necesario reescriba primero la función $y = 7x - (x+4)^2 + 10$. El estudiante desarrolla el ejercicio de la siguiente manera (ver figura 26):

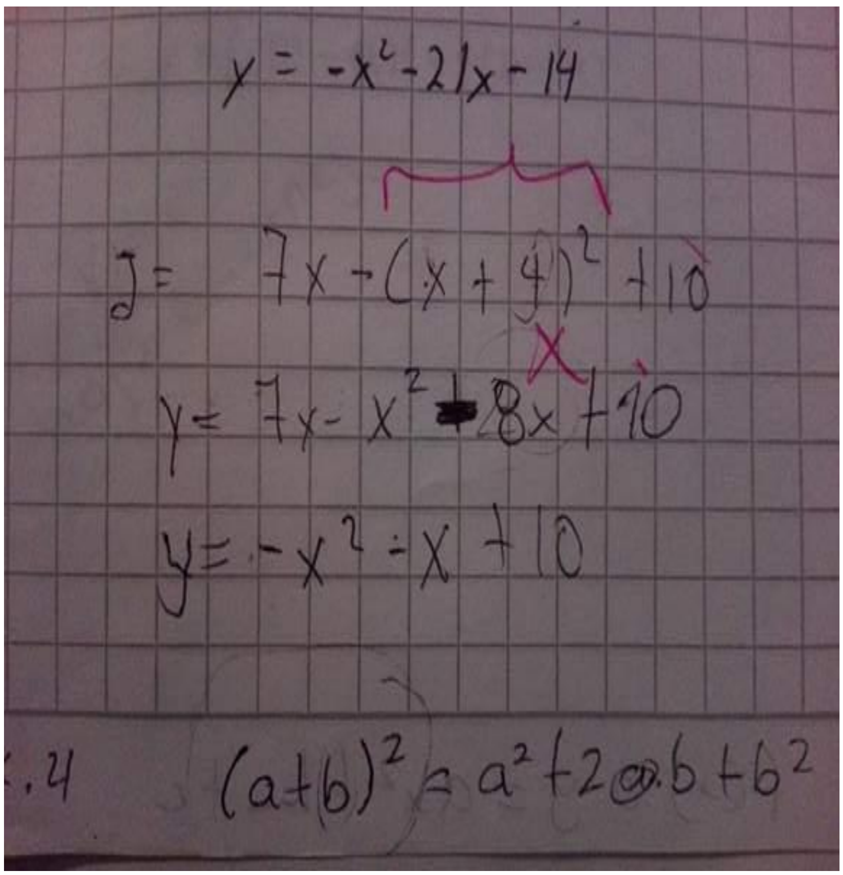


Figura 26. Error en descomposición de productos notables

Fuente: archivo personal.

El estudiante va a realizar la operación $y = 7x - (x+4)^2 + 10$. Se nota que reconoce el binomio al cuadrado $(x+4)^2$, el cual lo señala con una llave de color rosado y el profesor le explica o recuerda que su producto da como resultado un trinomio cuadrado perfecto (como se ve en la parte inferior de la imagen $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$). Sin embargo, al realizar el producto del binomio $(x+4)^2$ obtiene el resultado x^2+8x y reemplaza en $y = 7x - x^2 - 8x + 10$, después opera este resultado y tiene que $y = -x^2 - x + 10$. Entonces concluimos que tiene presente el algoritmo a utilizar, pero lo emplea de manera incorrecta, lo cual evidencia un error en la descomposición de productos notables, en otras palabras utiliza procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas evidencia una dificultad de carácter operatorio.

- Se presenta la siguiente situación a un estudiante del grado 9-3 en el taller número dos realizado a estudiantes de 9-3 de la IE-AH. Establece si cada afirmación es verdadera o falsa, justifica tu respuesta:

    b. si f(x)es una función cuadrática, entonces el coeficiente de x^2puede ser cero

    d. si f(x)es una función cuadrática el término independiente puede ser cero

La respuesta del estudiante es la que se observa en la figura 27:

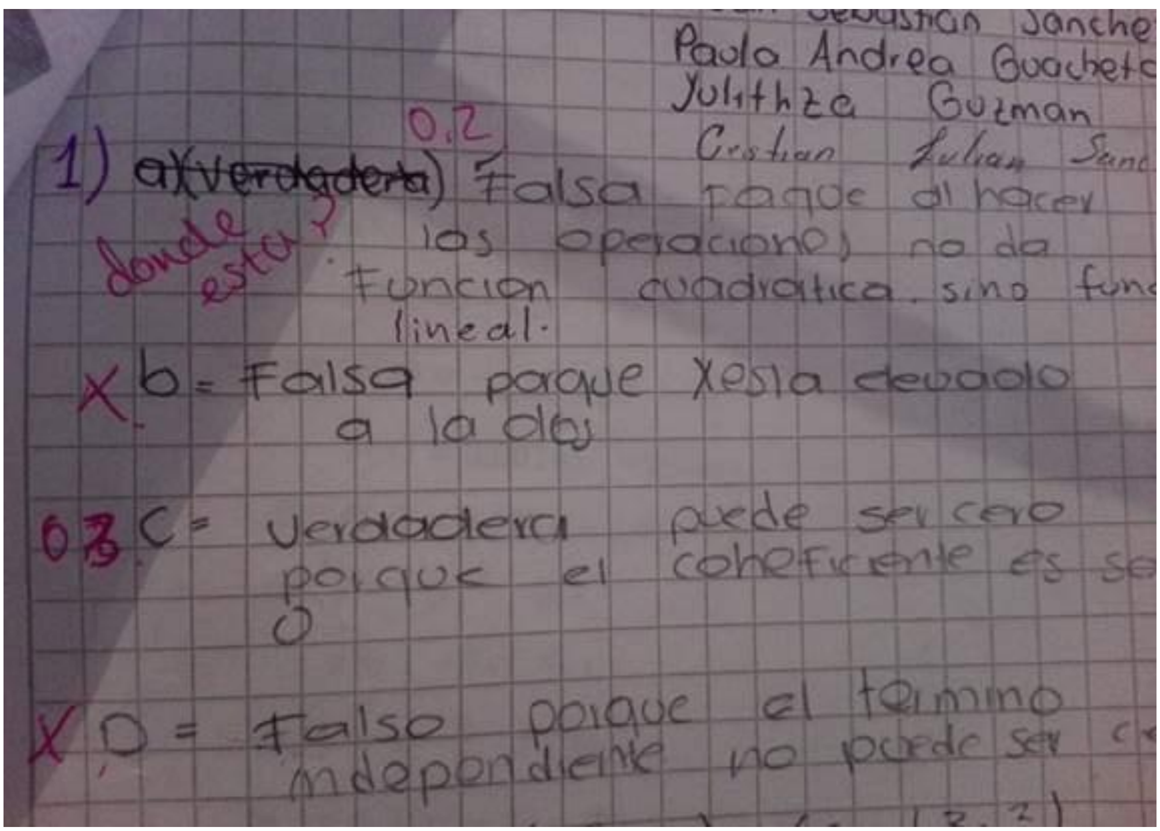


Figura 27. Error de conocimiento inadecuado

Fuente: archivo personal.

Se observa en principio para el ítem *b.* que el coeficiente de x^2no puede ser cero para una función cuadrática, pero el estudiante concluye que es falsa, es decir, que el coeficiente si puede ser cero. Entonces presenta un conocimiento inadecuado de conceptos matemáticos en el cual está comprometiendo la existencia de la función cuadrática. Luego, para el ítem *d.* el término independiente a diferencia del anterior si puede ser cero. Pero la respuesta se expresa como falso lo que nota el mismo conocimiento anterior inadecuado. En otras palabras se nota un dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios. Lo que evidencia una dificultad de comprensión de un concepto matemático.

- En el taller de recuperación realizado a estudiantes de 9-3 de la institución Alejandro de Humboldt Se pide al estudiante resolver la siguiente ecuación cuadrática $-x^2+3x+10=0$ y la respuesta del estudiante se puede ver en la figura 28.

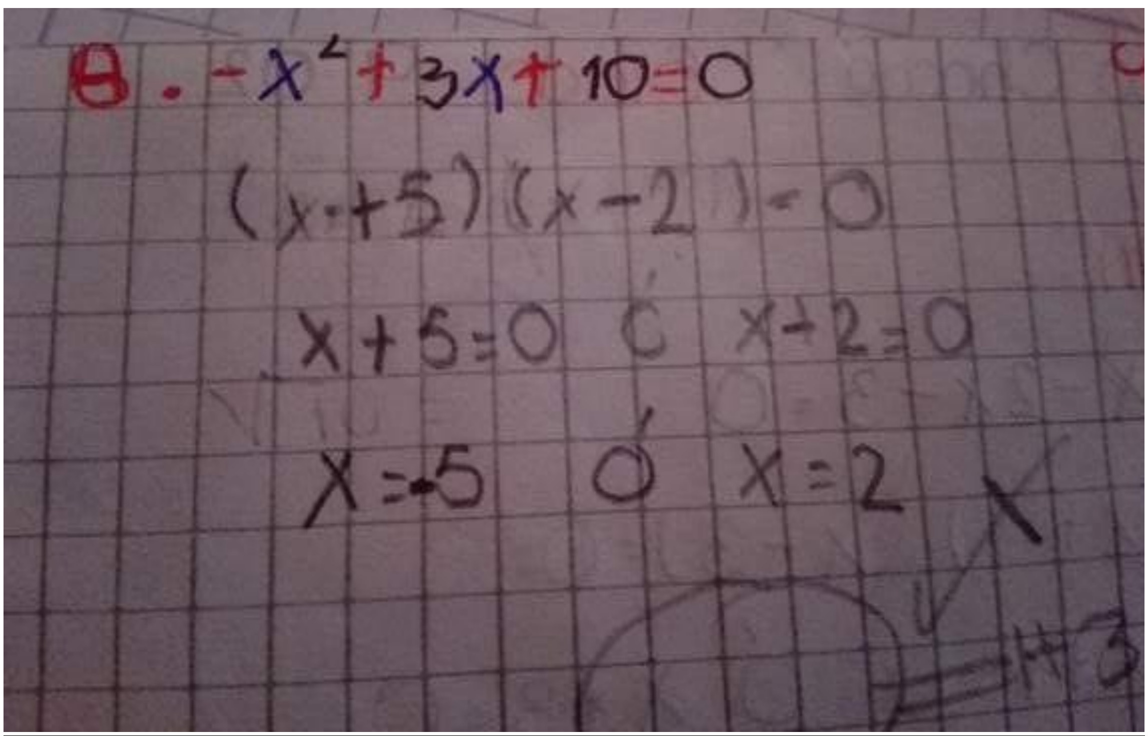


Figura 28. Error donde utiliza procedimientos incorrectos.

Fuente: archivo personal.

La ecuación que el estudiante debe operar es $-x^2+3x+10=0$, a la cual el estudiante resuelve como una factorización$(x+5)(x+2)=0$. Lo que hace es buscar dos números tales que al multiplicarlos su resultado sea 10 y al sumarlos den 3, por tal escoge los números 5 y (-2) de modo que usando la regla que dice que si $mn=0$ entonces m=0 o n=0, llega al resultado que x=-5 o x=-2. Se nota en el primer paso que el estudiante no toma en cuenta el signo negativo que se encuentra al principio de la ecuación y pasa por alto el hecho que 5 x (-2)= (-10) y no 10 como debe ser. Desde el principio al tomar el signo negativo la ecuación cambia y el resultado de x va a ser diferente. El error es de tipo algebraico, es decir, utiliza procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas. Lo que evidencia una dificultad en operación de números enteros.

- En el taller de recuperación se le pide al estudiante resolver la ecuación cuadrática $x^2 - 12x + 36 = 0$. la respuesta de un estudiante se puede ver en la figura 29.

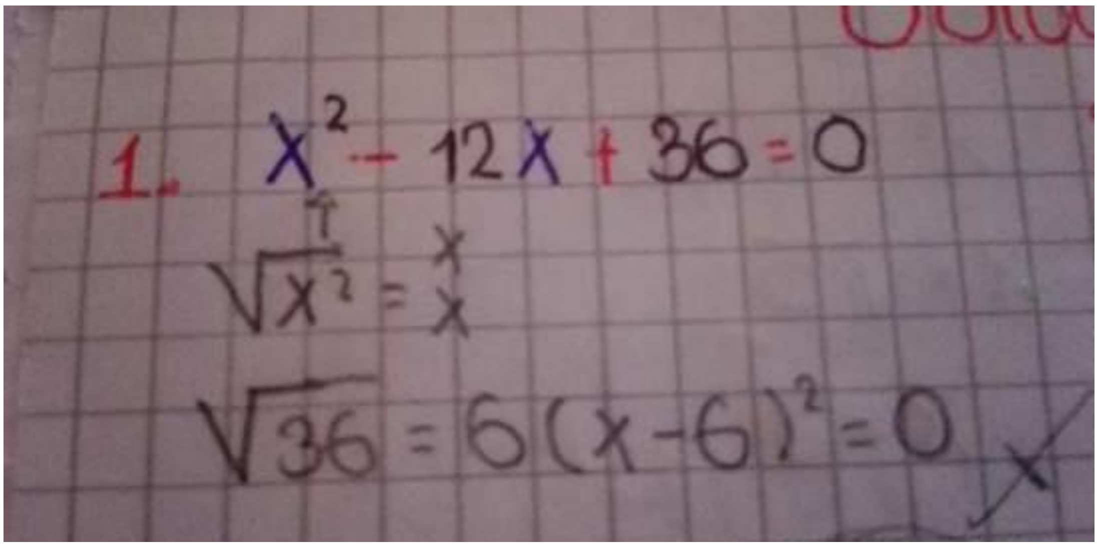


Figura 29. Error de factorización.

Fuente: archivo personal.

El estudiante sabe que para resolver la ecuación debe hallar la raíz de x^2y de 36, como se ve en la imagen. Efectivamente halla x como la raíz de x^2y halla 6 como la raíz de 36, con el fin de verificar y factorizar el trinomio cuadrado perfecto. Al operar las raíces el estudiante establece que $6(x-6)^2 = 0$ en donde se puede ver que llega a una respuesta errónea ya que la factorización correcta es $(x-6)^2 = 0$. Lo que evidencia una dificultad en factorización de productos notables.

2.4.2. Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento.

La experiencia sobre problemas similares anteriores puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información. En estos casos los alumnos desarrollan operaciones cognitivas, que continúan empleando aun cuando las condiciones fundamentales de la tarea matemática en cuestión se hayan modificado. Persisten en la mente algunos aspectos del contenido o del proceso de solución, inhibiendo el procesamiento de nueva información.

- Se le presenta al estudiante la ecuación $x^2 - 13x - 36 = 0$, en el taller numero dos realizado a estudiantes de 9-3 de la institución Alejandro de Humboldt, la respuesta del estudiante fue la siguiente (ver figura 30).

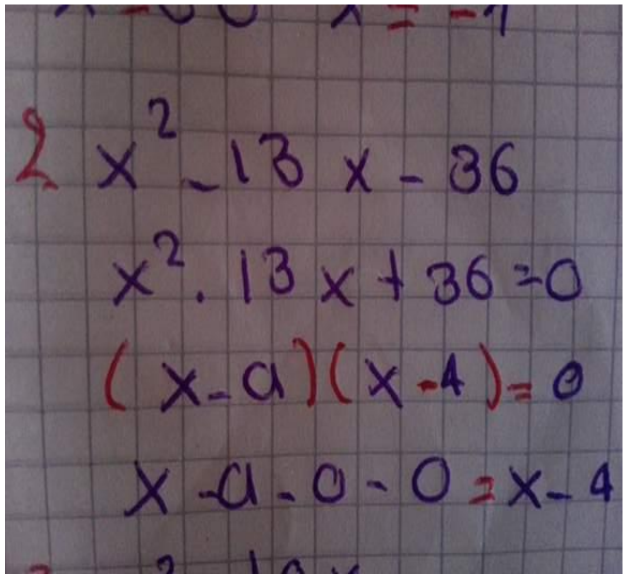
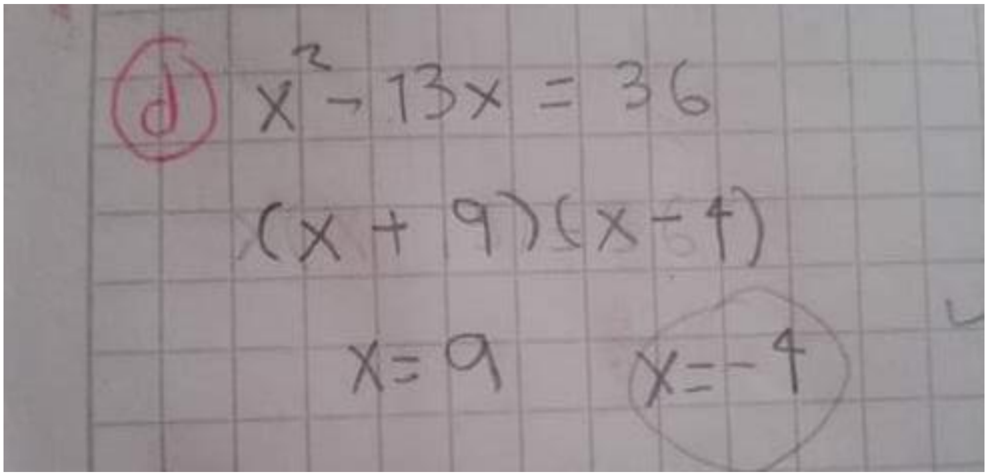


Figura 30. Error por operaciones cognitivas arraigadas.

Fuente: archivo personal.

En este registro se realiza una factorización del polinomio $x^2 - 13x - 36 = 0$. Para desarrollarlo el estudiante considera que debe encontrar dos números, de tal manera que al multiplicarlos el resultado sea 36 y al sumarlos el resultado sea 13, estos dos números que ha encontrado son 4 y a a lo que da por resultado $(x - a)(x - 4) = 0$ y finalmente para encontrar las raíces de dicho polinomio, el estudiante pone $x - a - 0 - 0 = x - 4$. Primero notamos que el estudiante tiene claro el uso del algoritmo para resolver el polinomio, después toma una letra y la incluye en la solución, a lo que podemos definir como una operación que se quedó arraigada al estudiante porque es una expresión que no corresponde a la factorización de este polinomio. Este resultado viene de un ejemplo ilustrativo sobre la solución de este tipo de ecuaciones cuadráticas, es decir, desarrollan operaciones cognitivas, que continúan empleando aun cuando las condiciones fundamentales de la tarea matemática en cuestión se hayan modificado. Lo que evidencia una dificultad de lenguaje matemático.

- Se le pide al estudiante factorizar la siguiente ecuación: $x^2 - 13x = 36$ en un taller cinco realizado a estudiantes del grado 9-3 una de las respuestas fue (ver figura 31).



*F*igura 31. Error de operaciones.

Fuente: archivo personal.

Para solucionar la ecuación, el estudiante plantea las raíces obtenidas luego de utilizar la factorización que establece que al hallar dos números tales que sumados para este caso dan -13 y multiplicados dan -36. El estudiante encuentra 9 y -4 como raíces y después en la segunda línea los distribuye en factores de tal manera que $(x + 9)(x - 4)$, quedan para resolverlos por medio de la propiedad de multiplicación establecida anteriormente de tal forma que las raíces quedan $x = 9\ o\ x = -4$. Podemos ver que efectivamente la ecuación.

se resuelve así, pero al encontrar los números los signos cambian los factores $(x - 9)(x + 4)$de esta manera .lo que evidencia una dificultad en la aplicación de teorema matemático y el concepto de igualdad.

- Se presenta el taller número dos de recuperación a los estudiantes cuyo punto número uno dice 5. grafique la función $f(x) = 1 - 4x^2 - x^2$es creciente en el intervalo. justifique su respuesta a) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ b) $(0,1)$ c) $(-1, \frac{1}{2})$

La solución del ejercicio número 1 en el desarrollo del taller numero dos se muestra en la figura 32.

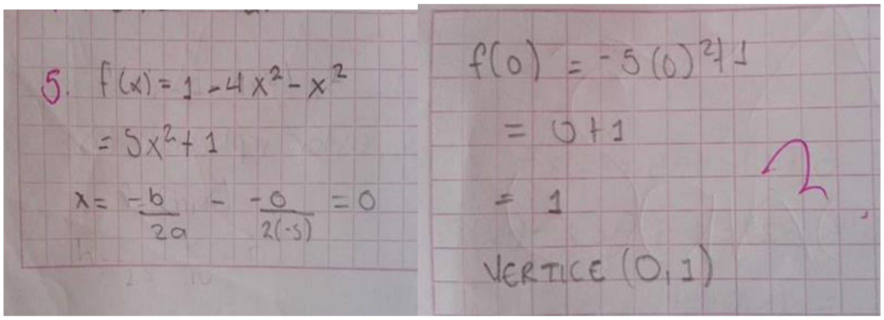


Figura 32. Error de codificación de información.

Fuente: archivo personal.

Se puede ver que el estudiante opera $-4x^2 - x^2$ lo que le da como resultado $-5x^2$ y la ecuación le queda $f(x) = 1{-}4x^2 - x^2 = 1 - 5x^2$, después reconoce los términos a y b de la función cuadrática $1 - 5x^2$ y se aplica la fórmula para encontrar la coordenada x del vértice de una función cuadrática, es decir el algoritmo $x = \frac{-b}{2a}$, luego se reemplaza la coordenada encontrada $x = \frac{-0}{2(5)}$=0 en la función $f(x) = 1 - 5x^2$, de tal manera que $f(0) = 1 - 5(0)^2$ y al multiplicar $f(0)$ le da como resultado 0; por último se obtiene el vértice (0,1).

Este resultado debía utilizarse para graficar la función y posteriormente poder establecer si en los intervalos dados en el planteamiento del problema dicha función era creciente o decreciente, pero después de encontrar el vértice el estudiante no le encuentra ninguna utilidad, al contrario piensa que el ejercicio ya está resuelto. Esto evidencia un error por falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información, lo que evidencia una dificultad en la interpretación de ejercicios.

2.4.3. Errores debidos a dificultades de lenguaje

El aprendizaje de los conceptos, símbolos y vocabularios matemáticos es, para muchos alumnos, un problema similar al del aprendizaje de una lengua extranjera. Una falta de comprensión semántica de los textos matemáticos es fuente de errores; por ello, la resolución de problemas verbales está especialmente abierta a errores de traducción desde un esquema semántico en el lenguaje natural a un esquema más formal en el lenguaje matemático.

- Se pide al estudiante trazar una gráfica de la función $f(x) = x^2 + 10x + 25$, para esto emplea la estrategia de encontrar el vértice de esta función cuadrática. Su procedimiento se ve en la figura 33.

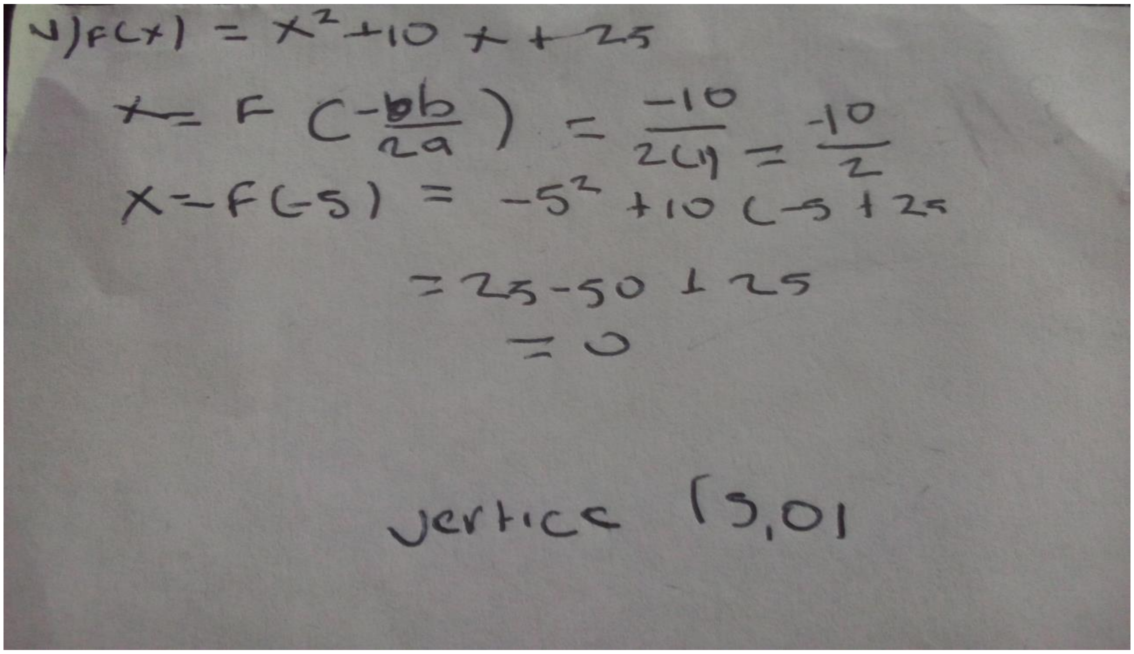


Figura 33. Error de codificación de información.

Fuente: archivo personal.

El estudiante utiliza el algoritmo $x = -b/2a$ para encontrar la abscisa del vértice, realiza las operaciones correspondientes y deja indicado que x es igual menos diez medios, luego vuelve a utilizar el símbolo x, ahora para asignarle el valor de f de x $x = f(x)$. Calcula $f(-5)$ y obtiene como resultado $f(-5) = 0$. Por último, escribe que el vértice es (5,0). En primer lugar, el resultado no es correcto ya que el valor del vértice en este caso es $v = (-5{,}0)$. Segundo, hay una doble asignación al símbolo x lo que hace que al momento de reemplazar sea confuso. Por tanto se nota un error en el manejo simbólico de las matemáticas porque en el lenguaje matemático cada símbolo tiene un único significado a diferencia del lenguaje con el que nos expresamos los seres humanos cuyas palabras admiten el uso de sinónimos. Debido a lo anterior se evidencia una dificultad de lenguaje.

- Dada la pregunta 9 del taller de recuperación que dice ¿Qué relación hay entre función cuadrática y ecuación cuadrática? el estudiante respondió (ver figura 34).

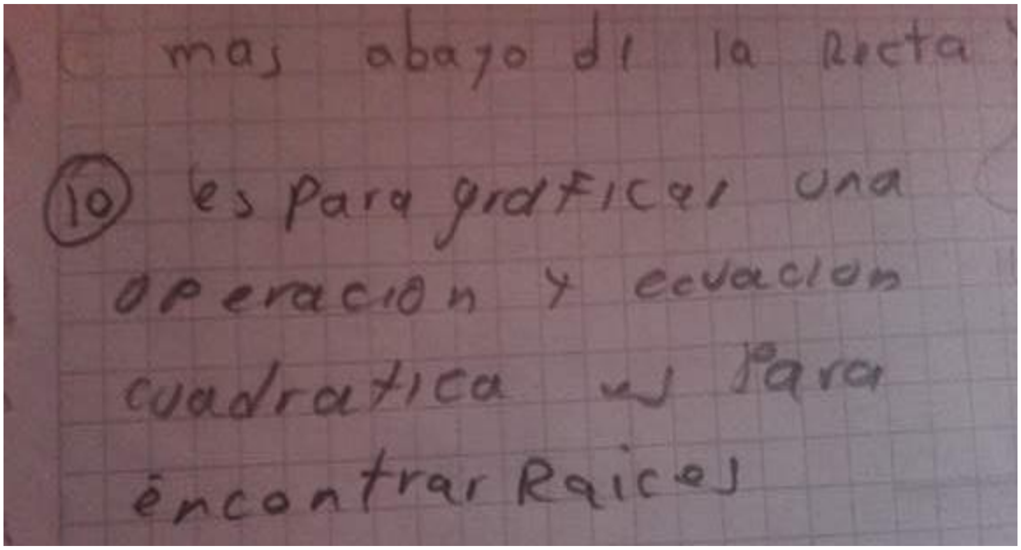


Figura 34. Error en el manejo de conceptos.

Fuente: archivo personal.

El estudiante responde como relación entre función y ecuación cuadrática, que la función cuadrática es para graficar una operación y que ecuación cuadrática es para encontrar raíces, claramente el estudiante plantea una diferencia y no la relación que se pidió. Aquí se tiene un poco manejo de la estructura y representación del concepto de función cuadrática y ecuación cuadrática que lleva a no establecer una relación entre estos dos conceptos, esto deja ver en su respuesta poco manejo de la presentación y estructura de conceptos en matemáticas que evidencia de dificultad de lenguaje.

- Se debe encontrar el vértice de la función $y = 2x^2 - 1$, la respuesta del estudiantes se ve en la figura 35.

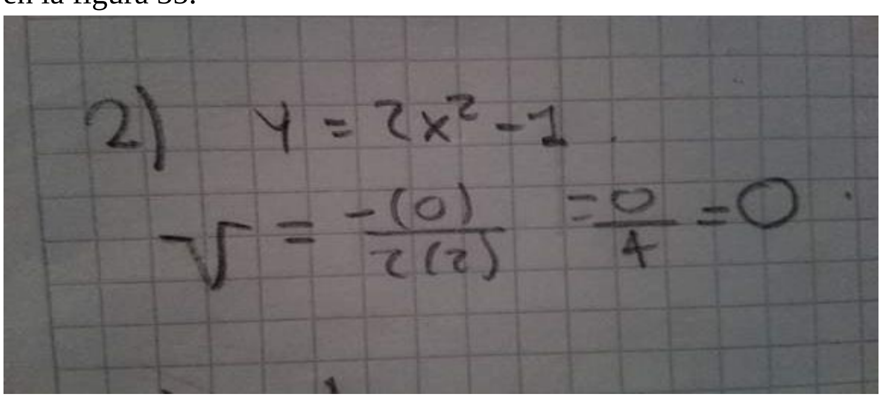


Figura 35. Error de lenguaje

Fuente: Archivo personal.

En este ejercicio se pide que el estudiante grafique la función $y = 2x^2 - 1$, para hacerlo es necesario hallar primero el vértice de la parábola, tabular algunos valores y finalmente graficar. Podemos ver en la imagen que el estudiante sabe que debe hallar el vértice y hace uso del algoritmo $\frac{-b}{2a}$ que se utiliza para hallar la coordenada x, el error aparece cuando el estudiante iguala el algoritmo a V, por que toma el resultado de dicho algoritmo como el vértice en general, entonces se puede decir que el estudiante no tiene clara la definición para hallar la pareja ordenada que necesita para ubicar en el plano. Entonces al poner el $V = \frac{-b}{2a}$ hace mal uso del lenguaje.

- Se realizó la definición de función cuadrática. la elaboración del estudiante. (Ver figura 36).

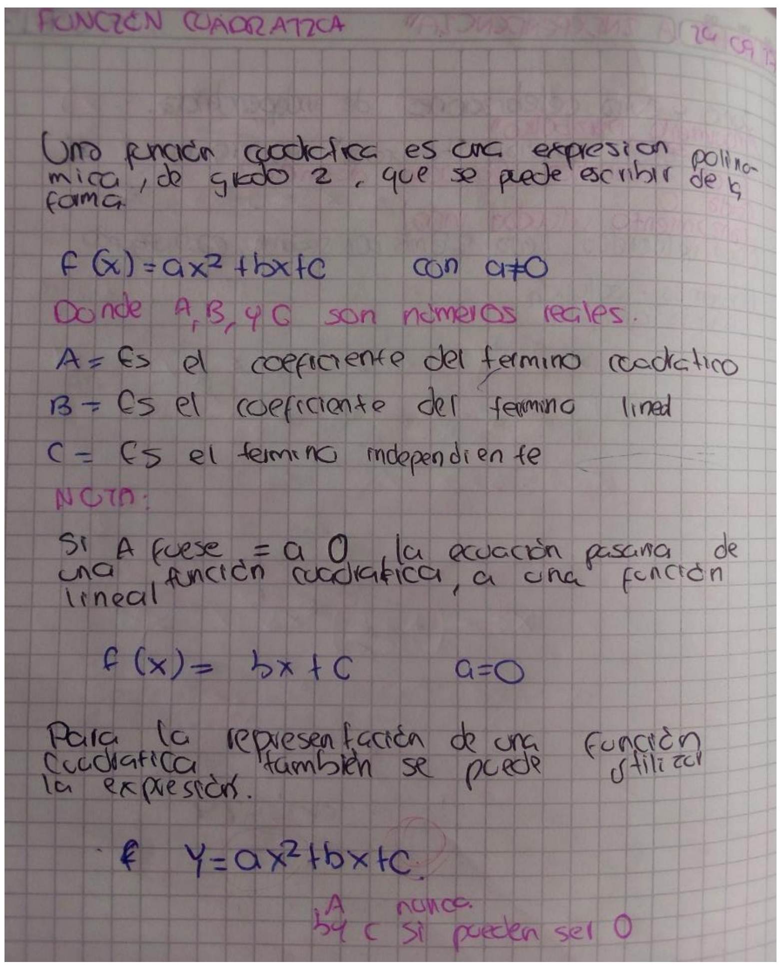


Figura 36.Error de cambio de símbolo.

Fuente: Archivo personal

En esta imagen podemos ver como el estudiante escribe la definición de función cuadrática, como una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, la descripción de cada uno de los coeficientes y cambia el símbolo, es decir, escribe los coeficientes en letras mayúsculas pero la representación simbólica de la función está escrita en letras minúsculas, lo que implica que dio el mismo significado a dos grafos distintos, algo que no se permite en el lenguaje matemático. Por eso decimos que infringe el lenguaje matemático en el aspecto de la presentación simbólica de contenidos matemáticos, que evidencia una dificultad de lenguaje matemático.

2.4.4. Errores debidos a dificultades para obtener información espacial

Aunque se trata de un campo de estudio cuyo desarrollo se está iniciando, es cierto que las diferencias individuales en la capacidad para pensar mediante imágenes espaciales o visuales, es una fuente de dificultades para muchos jóvenes y niños en la realización de tareas matemáticas. Algunas representaciones icónicas de situaciones matemáticas pueden suponer dificultades en el procesamiento de la información; el análisis y síntesis perceptivos implican una demanda considerable para algunos alumnos, presentando dificultades y produciendo errores.

- El ejercicio de graficar la función $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 10x + 25}$ se presenta a los estudiantes del grado 9-2 en la prueba escrita individual y es respondido de la siguiente forma. (Ver figura 37).

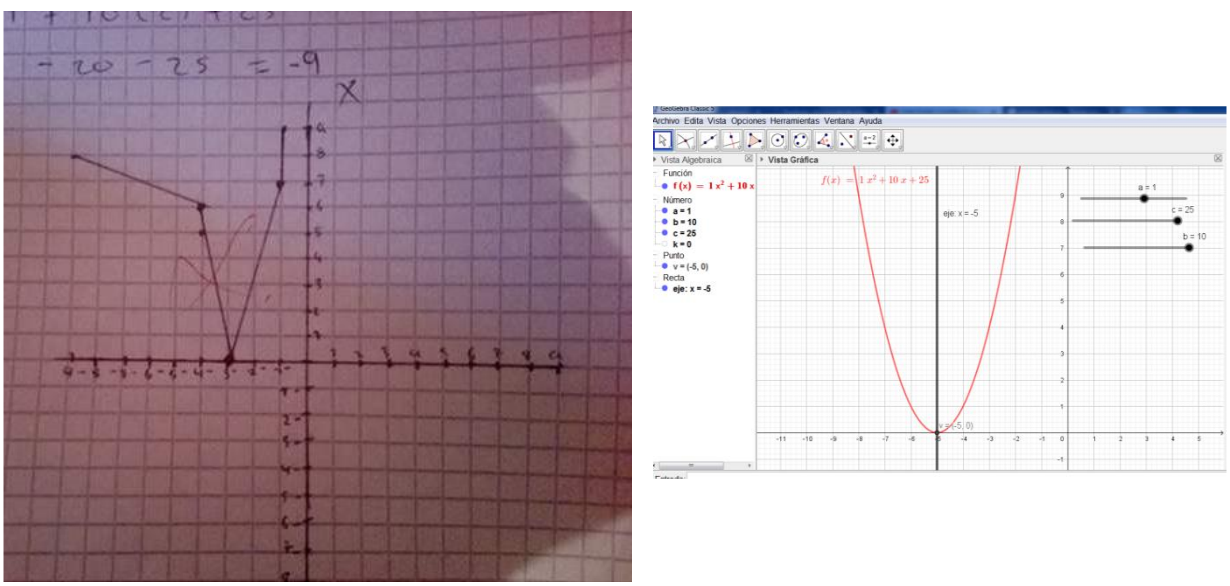


Figura 37. Error de procesamiento de información.

Fuente: archivo personal.

El estudiante debe graficar la función $f(x) = x^2 + 10 + 25$, empieza buscando el vértice de la función mediante el algoritmo $x = \frac{-b}{2a}$ para la coordenada x y evaluando en la función $f(x) = x^2 + 10 + 25$ para la coordenada y. Una vez encontrado el vértice se debe tabular determinados valores alrededor de la coordenada x del vértice y evaluando nuevamente encontrar los valores de y, calcula y ubica en el plano cartesiano parejas de puntos, de manera que al unir los puntos ubicados lo hace mediante líneas rectas e incluso al calcular una de las parejas lo hace incorrectamente por la posición en la que se encuentra, entonces se nota que no establece la relación entre la parábola y su gráfica, debido a que la gráfica de una parábola es una curva simétrica. Lo que evidencia dificultades en el procesamiento de la información; el análisis y síntesis perceptivos

- El ejercicio de graficar la función $f(x) = x^2 + 10 + 25$ se presenta a los estudiantes del grado 9-2 en la prueba escrita realizada a estudiantes de 9-3 de la institución Alejandro de Humboldt, respondido de la siguiente forma (figura 38).

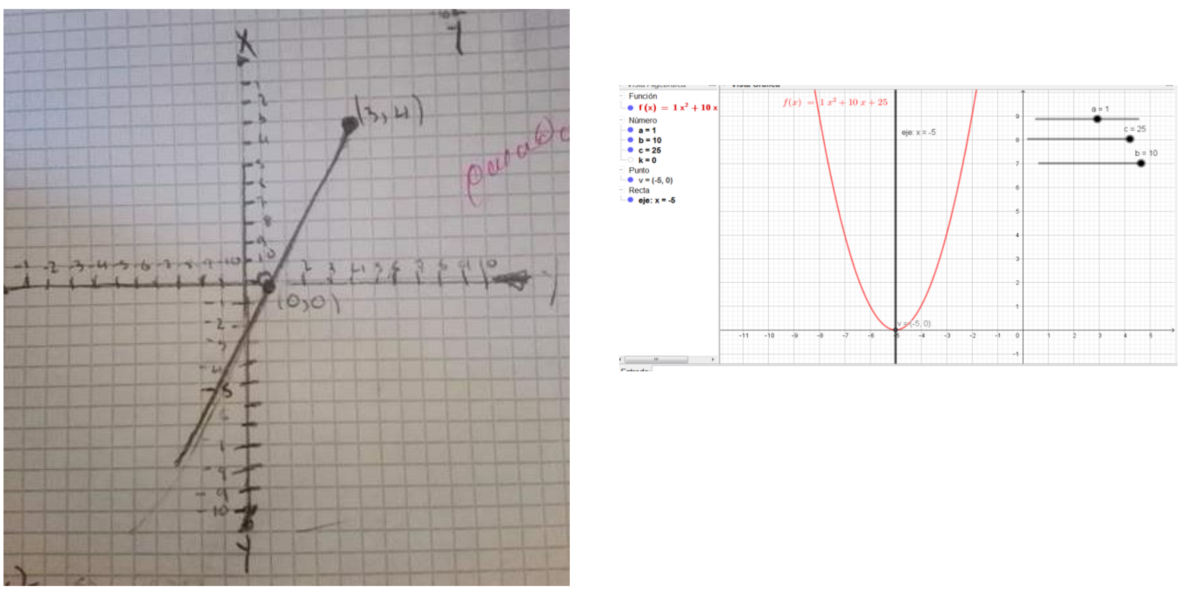
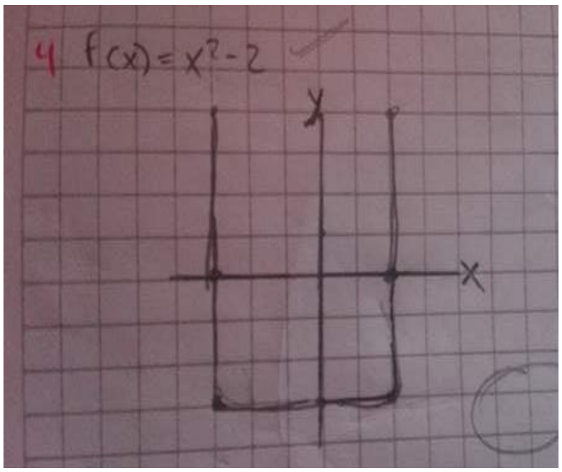


Figura 38. Error de percepción espacial.

Fuente: archivo personal.

En este ejercicio se le pide al estudiante hacer la gráfica de la función $f(x) = x^2 + 10 + 25$, al cual da como resultado una línea recta, que muestra que el estudiante no relaciona el grafico de una parábola y de función cuadrática y no tiene claro los conceptos de vértice y tabulación. Lo que evidencia dificultades en el procesamiento de la información; el análisis y síntesis perceptivos

- El ejercicio de graficar la función $f(x) = x^2 - 2$ se presenta a los estudiantes del grado 9-2 en la prueba escrita realizada a estudiantes de 9-3 de la institución Alejandro de Humboldt, respondido de la siguiente forma. (Ver figura 39).



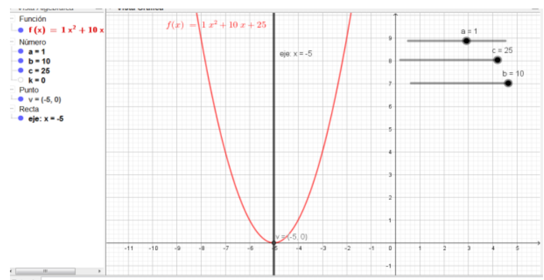


Figura 39.Error de información.

Fuente: archivo personal.

En este ejercicio se le pide al estudiante hacer la gráfica de la función $f(x) = x^2 + 10 + 25$, al cual da como resultado una figura como la que se ve en la figura 4, que muestra que el estudiante encuentra los cortes con el eje x de esta parábola, luego asume que esta función tiene una simetría con tomando como eje de simetría el eje x y por ultimo une los puntos con líneas rectas se nota que el estudiantes no relaciona el grafico de una parábola y de función cuadrática y no tiene claro los conceptos que hacen parte de la definición como tal del grafico de una función cuadrática que son eje de simetría, vértice, simetría con respecto a los ejes. Lo que evidencia dificultades en el procesamiento de la información; el análisis y síntesis perceptivos

2.5. Resultados de la reflexión

Queda para concluir inicialmente que gracias a la recolección, análisis y categorización de registros se encontró registros en cuatro de las cinco tipologías enunciadas por Radatz las cuales son; errores debidos a asociaciones incorrectas o rigidez de pensamiento, errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, errores debidos a dificultades de lenguaje y errores debidos a dificultades para obtener información espacial, lo cual hace posible mostrar cuales errores se presentan en estudiantes de grado noveno.

Según los análisis realizados se extrae que la forma en que se presenta cada error que se ha mostrado es a través de la evidencia de una o varias dificultades, es decir que los errores son una clara evidencia de una dificultad, así se dio respuesta a la pregunta de investigación de esta práctica pedagógica la cual indaga sobre cuáles y de qué forma se presentan los errores en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Alejandro de Humboldt.

Agregado a lo anterior, los errores algebraicos son los más notables, en lo relacionado con signos, números fraccionarios y números decimales. Es decir se ha encontrado una mayor serie de registros en la tipología titulada errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos destrezas y conceptos previos.

Finalmente se ha notado en esta clasificación que un solo registro puede estar inmerso o ser representante de dos categorías a la vez, hecho que tiene gran relevancia porque muestra la relación que tiene la parte algebraica con el gran constructo que implica el lenguaje matemático.

Conclusiones y recomendaciones

Tras detallar todos los elementos del proceso de inmersión y la docencia directa, podemos decir que nuestro trabajo logró dar respuesta a la pregunta de investigación de esta práctica pedagógica, cuyo propósito es identificar y analizar cuáles y de qué forma se presentan los errores en estudiantes de grado noveno dos y noveno tres al abordar ejercicios referidos a función cuadrática y ecuación cuadrática. Practica que se llevó a cabo en la Institución Educativa Alejandro de Humboldt.

Por otra parte, nuestro trabajo estuvo enmarcado en el modelo tradicional principalmente; pues desde el inicio de nuestra planeación optamos por no usar las tecnologías (aunque estas eran importantes para mejorar la interpretación de conceptos sobre todo en la parte gráfica por lo que se modificó lo planeado). Y basarnos en una estrategia metodológica de presentar contenidos, ejemplificar y ejercitar mediantes talleres grupales.

Agregado a lo anterior, en este proceso de interacción permanente con el estudiante hubo la necesidad de generar espacios de recuperación y refuerzo para superar errores, lo que implica la creación de estrategias metodológicas como: planeación de talleres grupales para una mejor integración de los estudiantes, búsqueda y preparación de recursos (como fotocopias y gráficas en geogebra) orientación en los diferentes temas mediante asesorías uno a uno en el transcurrir de las actividades tipo taller y espacios para talleres de recuperación y refuerzo. Es en este último punto donde los estudiantes juegan un papel importante, ya que uno de los aspectos básicos de la práctica fue la orientación a los estudiantes acerca del uso y las aplicaciones de los conceptos, motivando la participación activa de los estudiantes (como por ejemplo salidas al tablero o preguntas abiertas para quien quiera responder). Lo anterior con la finalidad de lograr un mejor desarrollo de las temáticas.

Además, una vez superados los errores utilizando estrategias metodológicas como las mencionadas anteriormente, se utilizan como la fuente de toma de registros, dado esto es necesario mencionar que todo detalle o hecho en una actividad matemática es susceptible de ser analizado e investigado, y todo registro es importante en el momento de una investigación de carácter pedagógico

Bibliografía

Acosta, Y. (2011). Pensamiento crítico, sujetos y democracia en América Latina. En. Y. Acosta et al (Coord.). *Pensamiento crítico, sujetos y democracia en América Latina*. Monetvideo: Ediciones Trilce. Disponible en: https://books.google.com.co

De la Torre, S. (2004). *Aprender de los errores. El tratamiento didáctico de los errores como estrategias innovadoras*. Buenos Aires: Ed. Mar del Plata.

Fernández, R. (2001). El profesor en la sociedad de la información y la comunicación: nuevas necesidades en la formación del profesorado. *Docencia e investigación: revista de la Escuela Universitaria del Magisterio de Toledo*, 11, 19-30. Disponible en: https://ruidera.uclm.es

Mesa, Y.; y Villa, J. (2007). Elementos, históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 21.

Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2001). *Decreto 1290.* Bogotá: MEN. Disponible en: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf

___________________________________. (2005). Ser maestro y el sentido de educar. *Altablero*, 34, 1.

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. (Tesis de grado). Universidad Autónoma de Manizales. Disponible en http://repositorio.autonoma.edu.co

Muelas, G. (2017). *Diario de campo*. Popayán.

Muelas, Velasco. (2017). *Proyecto de Intervención Pedagógica en el Aula (PIPA).*Popayán.

________. (2018). *Diario de campo*. Popayán.

Pochulu, M. (2005). Didáctica de las ciencias y las matemáticas. *Revista iberoamericana de Educación,* 36, 1-16. Disponible en: www.rieoei.org.

Radatz, H. (1979). Error analysis in the Mathematics Education. Journal for research in mathematics, 9, 163-172.

Rico, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Didáctica de las matemáticas. Licenciatura en Matemáticas. Curso No. 5.

Sánchez, J. A. (2017). *Entrevista con Sandra Muñoz (practicante).* Popayán.

Velasco, E. (2013). *Plan estratégico para consolidar un modelo de escuela efectiva en la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt en la ciudad de Popayán*. Manizales.

Velasco, S. (2017). *Diario Personal.* Popayán.

________. (2017). *Diario de campo*. Popayán.

Anexos

Anexo 1

Cambio de actividades #5

Fecha: ,29 de Marzo, 2017

Lugar: salón de clases bloque D

Grado: 9-3

Profesor titular: Andrés Sánchez

Resumen: cambiar de actividades en caso que se requiera

Observación	Interpretación
El día miércoles estaba programado el examen de números reales y complejos del grado 9-3. Al ingresar al aula se notaba a los estudiantes preocupados por el examen, el profesor los saluda amablemente y les comenta que un día antes, él ya había hecho el examen de estos mismos temas a 9-2 en el cual el profesor Andrés también está a cargo. Y les dice: "muchachos la verdad es que estuve mirando por encima los exámenes de 9-2 y la verdad casi todos están mal entonces debido a esto les quería proponer lo siguiente, que hoy hagamos una clase taller de nuevo y hacemos el examen mañana o pasado mañana"	Un profesor debe hacer un plan de actividades para cada clase, pero si hay la necesidad es muy importante el tener un cambio de actividades" plan B" en caso tal de que las cosas no estén funcionando como se espera. O que se presienta que hay falencias en algunos temas

Anexo 2

Conocimiento de estudiantes #3

Fecha: 03-06 de Marzo, 2017

Lugar: salón de clases bloque D

Grado: 9-3

Profesor titular: Andrés Sánchez

Resumen: el profesor en reconocimiento de sus estudiantes

Observación	Interpretación
Al inicio de clase el profesor no llama a lista en vos alta ya que él se sabe los nombres de cada uno de sus estudiantes, simplemente mientras los estudiantes están haciendo un ejercicio él hace un barrido a su lista y si hay necesidad anota a quien no asistió ese día. Al preguntarle al profesor titular cosas como ¿sus estudiantes de dónde vienen? ¿Qué edades tienen? El responde "la niña con su hermano son hijos de un policía es posible que no estén mucho tiempo aquí, los muchachos de aquí al lado son de veredas cercanas a este sector de portales de la colina también de pueblillo Valentina tiene diez y siete años perdió el año anterior pero ha mejorado mucho, él tiene 14 años en general están entre los 14 y 17 años ".	El profesor conoce a sus alumnos lo que le hace más fácil su trabajo por ejemplo ya no tiene que llamar a lista en voz alta. Acepta sus diferencias ya sea de edades o estrato social

Anexo 3

Tiempo de la actividad: 50 Minutos

Objetivo: indagación de aspectos previos

Desarrollo: Se presenta a los estudiantes el siguiente cuestionario para que sea respondido en forma individual.

Cuestionario:

1. ¿Qué es una función matemática?

2. Escribir una función de un polinomio de segundo grado con una variable.

3. Dadas las siguientes expresiones algebraicas, establecer cuáles de ellas son equivalentes mediante una flecha

1) $x.x$	1) $x^2 - 16$
2) $(x+4)(x-4)$	2) $x^2 + 2x$
3) $x(x+4)$	3) $(x+1)^2$
4) $(x+1)(x+1)$	4) x^2
5) $(x+3)(x+1)$	5) $(x-(-3))(x$-(-1))

4. Un rectángulo tiene como medida de largo 8 metros más que la medida de su ancho ¿Cuáles son las medidas de las dimensiones del rectángulo si su área es 105 m^2?

a) Escriba las cantidades o datos conocidos y desconocidos del problema anterior

b) indique cuantos metros más tiene la medida del largo del rectángulo en relación con la medida del ancho

c) si la medida del ancho del rectángulo corresponde a 5m. encuentre la medida del largo.

d) si la medida del ancho de rectángulo corresponde a 6m

e) encuentre la medida de su largo

f) indique si las dimensiones del rectángulo encontradas en los puntos c)y d) corresponden a las condiciones del problema (área del rectángulo dada).explique su respuesta

g) complete la siguiente tabla de acuerdo a las condiciones del problema

Medida del ancho del rectángulo	4	5	6	7	8	9

Medida de largo del rectángulo	12	-	-	15	-	-
Área del rectángulo	-	65	-	-	-	-

Anexo 4

Taller:

1. Dadas las funciones $y(x) = 2x^2 - 5x + 3 \ y \ \ g(x) = 1 - 4x^2 - x^2$ .Calcula $f(2) \ y \ g(-2)$

2. El vértice de la parábola representado por la función $y = 2x^2 - 1$, es:

3. Del siguiente gráfico, se puede afirmar que: Justifique su respuesta

a) Tiene soluciones imagina

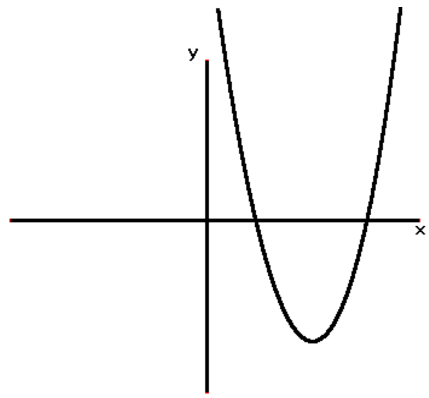
b) Tiene una raíz negativa

c) Tiene varias raíces iguale

d) Tiene dos raíces reales

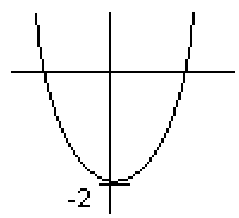
e) tiene dos raíces iguales

f) No tiene solución



4. Encuentre la función que represe

Curva: tenga en cuenta la translación de curvas



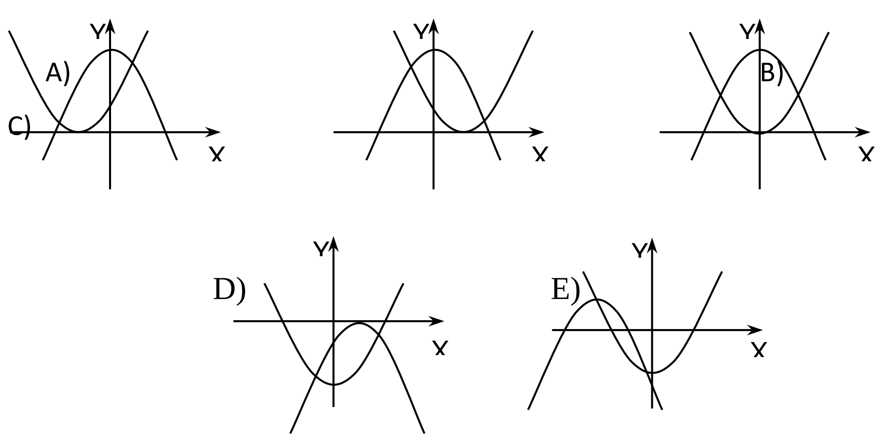
5. la función $f(x) = 1 - 4x^2 - x^2$ es creciente en el intervalo. justifique su respuesta

a) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b) $(0, \ c)$

c)

6. las parábolas $y = -x^2 + 2x - 1$ e $y = x^2 - 4$ están mejor representadas en la opción:



7. Santiago intento solucionar la ecuación cuadrática $2x^2 + 6x = 20$ pero en algunos de los pasos cometió un error, observa su solución

Paso 1: $2x^2 + 6x - 20 = 0$

Paso 2: $\frac{2((2x)^2+6(2x)-40)}{2} = 0$

Paso 3: $\frac{(2x+10)(2x-4)}{2} = 0$

Paso 4: $\frac{2((x+5)2(x-2))}{2} = 0$

Paso 5: $(x-5)(x-2) = 0$

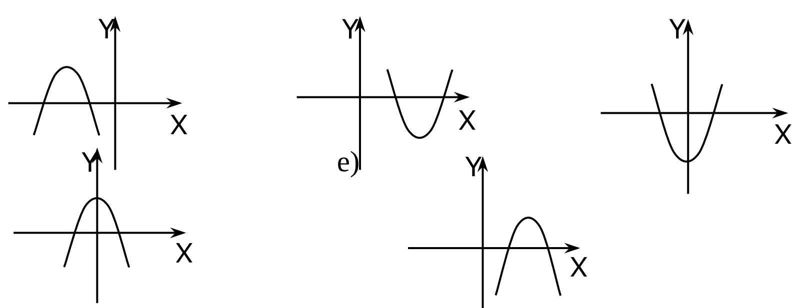
Paso 6: $x + 5 = 0 \ o \quad x - 2 = 0$

Paso 7: $x = 5 \ o \quad x = 2$

8. Si a < 0 , b > 0 y c < 0, el gráfico de la $parábola \quad y = ax2 + bx + c$ queda Mejor representado por: justifique su respuesta.

a) b) c)

d) e)



9. ¿Qué relación hay entre función cuadrática y ecuación cuadrática?

Anexo 5

Instalaciones externas de la Institución Educativo Alejandro de Humboldt.

Anexo 7

Caracterización de los docentes que conforman el departamento de Matemáticas de la IE-AH.

Información general	
Nombre completo	Camilo Andrés Pabón
Edad	42 años
Sexo	Masculino
Formación Educativa	Físico Especialista en gestión de la tecnología educativa
Tipo de institución en la que inicio su docencia	Publica (Normal superior, la Vega Cauca)
Tipo de vinculación	En propiedad
Años de experiencia docente	14 años
colegios en los que ha enseñado en los últimos cinco años	Institución educativa Santa Rosa Popayán Institución Educativa Alejandro De Humboldt
Información referente a la Institución Educativa Alejandro de Humboldt	
Años de docencia en esta institución	5 Años
Horas de docencia directa semanales	22 Horas
Horas diarias dedicadas a la preparación de clases	4 Horas
Número de estudiantes a cargo por curso	9-1 (35 Estudiantes) 9-2 (35 Estudiantes) 9-3 (35 Estudiantes) 10-1 (37 Estudiantes 11-1 (44 Estudiantes) 11-2 (39 Estudiantes) 11-3 (37 Estudiantes)

Horas diarias dedicadas a la corrección de trabajos	2 Horas
Un estudiante según usted ha aprendido cuando…	Sabe aplicar lo enseñado para su vida, entorno y contexto

Información general	
Nombre completo	Gaby Cecilia Terán Domínguez
Edad	59 años
Sexo	Femenino
Formación Educativa	Contador público titulado
Tipo de institución en la que inicio su docencia	Oficial en primaria
Tipo de vinculación	En propiedad
Años de experiencia docente	38 años
colegios en los que ha enseñado en los últimos cinco años	Institución Educativa Alejandro De Humboldt
Información referente al	**Alejandro de Humboldt**
Años de docencia en esta institución	18 Años
Horas de docencia directa semanales	30 Horas
Horas diarias dedicadas a la preparación de clases	2 Horas
Número de estudiantes a cargo por curso	6-1 (32 Estudiantes) 6-2 (37 Estudiantes) 6-3 (32 Estudiantes) 9-1 (32 Estudiantes)

	9-2 (36 Estudiantes) 9-3 (36 Estudiantes) 10-1 (33 Estudiantes)
Horas diarias dedicadas a la corrección de trabajos	2 Horas
Un estudiante según usted ha aprendido cuando…	Es capaz de mostrar progreso, aplicar sus habilidades y destrezas y de solucionar problemas

Información general	
Nombre completo	Jon Ferney Ibarra Vásquez
Edad	34 años
Sexo	Masculino
Formación Educativa	Matemático
Tipo de institución en la que inicio su docencia	Universidad Oficial
Tipo de vinculación	Contratación
Años de experiencia docente	11 años
colegios en los que ha enseñado en los últimos cinco años	Institución Educativa Alejandro De Humboldt
Información referente al Alejandro de Humboldt	
Años de docencia en esta institución	5 Años
Horas de docencia directa semanales	22 Horas
Horas diarias dedicadas a la preparación de clases	2 Horas
Número de estudiantes a cargo por curso	Decimo1.- 35 Estudiantes Decimo 2.- 32 Estudiantes

	Decimo 3.- 36 Estudiantes
Horas diarias dedicadas a la corrección de trabajos	2 Horas
Un estudiante según usted ha aprendido cuando…	Cuando puede hablar con propiedad de los temas

Información general	
Nombre completo	Gloria Francolí Tobar
Edad	51 años
Sexo	Femenino
Formación Educativa	Licenciada con especialidad en Matemáticas
Tipo de institución en la que inicio su docencia	Publico
Tipo de vinculación	Nombramiento indefinido
Años de experiencia docente	25 años
colegios en los que ha enseñado en los últimos cinco años	Institución Educativa Alejandro De Humboldt
Información referente al Alejandro de Humboldt	
Años de docencia en esta institución	20 Años
Horas de docencia directa semanales	22 Horas
Horas diarias dedicadas a la preparación de clases	2,5 Horas
Número de estudiantes a cargo por curso	6-1 (32 Estudiantes) 6-2 (38 Estudiantes) 6-3 (33 Estudiantes) 7-1 (33 Estudiantes)

	7-2 (34 Estudiantes) 7-3 (33 Estudiantes) 8-1 (35 Estudiantes) 8-2 (35 Estudiantes) 8-3 (35 Estudiantes)
Horas diarias dedicadas a la corrección de trabajos	3 Horas
Un estudiante según usted ha aprendido cuando…	Cuando el alumno le encuentra la aplicabilidad del tema en su vida y cuando al evaluarlo contesta acertadamente

Información general	
Nombre completo	José Andrés Sánchez Carrasquilla
Edad	43 años
Sexo	Masculino
Formación Educativa	Licenciado en Educación con especialidad en Matemáticas
Tipo de institución en la que inicio su docencia	Publico Secundario 16/09/1996
Tipo de vinculación	Nombramiento en propiedad
Años de experiencia docente	20 años
colegios en los que ha enseñado en los últimos cinco años	Colombo Francés Institución Educativa Alejandro De Humboldt
Información referente al Alejandro de Humboldt	
Años de docencia en esta institución	1 Años
Horas de docencia directa semanales	36 Horas
Horas diarias dedicadas a la preparación de clases	4 Horas

Número de estudiantes a cargo por curso	8-1 (35 Estudiantes) 8-2 (33 Estudiantes) 8-3 (33 Estudiantes) 8-4 (16 Estudiantes, jornada nocturna) 9-2 (37 Estudiantes) 9-3 (37 Estudiantes) 9-4 (16 Estudiantes, jornada nocturna) Decimo 1 - 15 Estudiantes, jornada nocturna Once 2 - 16 Estudiantes, jornada nocturna
Horas diarias dedicadas a la corrección de trabajos	2 o 3 Horas
Un estudiante según usted ha aprendido cuando…	Cuando apropia el conocimiento

Anexo 12

Currículo de Matemáticas IE-AH

Plan de área de matemáticas grado noveno			
Asignaturas del área	**Ejes**	**Estándar**	**Derechos básicos de aprendizaje (D. B. A.).**
Matemáticas **Proyecto de geometría, estadística y probabilidad**	Conjuntos numéricos. Progresiones aritméticas. Intervalos.	**Pensamiento numérico y sistemas numéricos.** • Utiliza números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. • Resuelve problemas y simplifica cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales. • Utiliza la notación científica para representar medidas de cantidades de diferentes magnitudes. • Reconoce progresiones aritméticas y sus propiedades.	✓ Reconoce el significado de los exponentes racionales positivos y negativos y utiliza sus propiedades. ✓ Comprende la noción de intervalo en la recta numérica, y representa intervalos de diversas formas
	Polígonos. Triángulos. Teorema	**Pensamiento espacial y sistemas geométricos.** • Conjeturo y verifico propiedades de congruencia y semejanza entre figuras bidimensionales y entre	✓ Demuestra y aplica los teoremas de Pitágoras y de Tales. ✓ Aplica los criterios de semejanza y congruencia. ✓ Conoce las razones

	de Pitágoras Teorema de Tales. Semejanza y congruencia Razones trigonométricas.	objetos tridimensionales en la solución de problemas. • Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en la demostración de teoremas (Pitágoras y Tales). • Aplico y justifico criterios de congruencia y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas. • Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.	trigonométricas seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos.
	Sistema métrico decimal. Área y volumen.	**Pensamiento métrico y sistemas de medida.** • Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y volumen de sólidos. • Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies,	✓ Realiza conversiones de unidades de una magnitud que incluye potencias y razones. ✓ Calcula el área de superficies y el volumen de pirámides, conos y esferas.

		volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. • Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.	
	Estadística. Datos agrupados. Medidas de tendencia central para datos agrupados. Probabilidad. Sumatoria y productoria.	**Pensamiento aleatorio y sistema de datos.** • Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes. • Describo tendencias que se observan en conjuntos de variables relacionadas. • Justifico o refuto inferencias basadas en razonamientos estadísticos a partir de resultados de estudios publicados en los medios o diseñados en el ámbito escolar. • Cálculo de probabilidad de eventos simples. • Uso de conceptos	✓ Reconoce los conceptos de distribución y asimetría de un conjunto de datos ✓ Reconoce las relaciones entre la media, mediana y moda en relación con la distribución en casos sencillos. ✓ Realiza inferencias simples a partir de información estadística de distintas fuentes. ✓ Reconoce las nociones de espacio muestral y d evento, al igual que la notación P(A) para la probabilidad de que ocurra un evento A. ✓ Resuelve problemas utilizando

		básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.).	principios básicos de conteo (multiplicación y suma).
	La función lineal y sistemas de funciones. Radicación. Exponentes racionales. La función cuadrática y ecuación cuadrática. Logaritmos.	**Pensamiento variacional y sistemas algebraicos analíticos.** • Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas. • Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Identifica y utiliza la potenciación, la radicación y la logaritmación para representar situaciones matemáticas y para resolver problemas.	✓ Plantea sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y los resuelve utilizando diferentes estrategias. ✓ Identifica cuando una relación es función, reconoce que una función se puede representar de diversas maneras. ✓ Reconoce el significado de logaritmo de un número positivo de cualquier base y lo calcula sin calculadora en casos simples y con calculadora cuando es necesario, utilizando la relación con el logaritmo con base 10 y en base e (ln). ✓ Reconoce el significado de los exponentes racionales positivos y negativos y utiliza las leyes de los exponentes. ✓ Expresa una función cuadrática de

			distintas formas y soluciona ecuaciones de este orden.

Anexo 13

Examen de Matemáticas

Grado:

Estudiante:

1) Una función cuadrática es una función de la forma:

a. $f(x) = ax^2 + bx + c$

b. $f(x) = ax + bx + c$

c. $f(x) = a + b + c$

d. $\mathrm{f}(x) = ax^3 + bx + c$

2) La representación gráfica de una función cuadrática es una curva llamada:

a. plano cartesiano b. parábola c. Vértice d. Círculo

3) Teniendo en cuenta la estructura de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ donde a, b y c son números reales con $a \neq 0$. Se puede decir que, en la siguiente función cuadrática los valores de a, b y c son:

$$f(x) = 4x^2 + 5x + 20$$

a=5	a=4	a=0
b=4	b=5	b=a
c=20	c=20	c=20

De lo anterior, se puede decir que la opción correcta es:

a) La opción 2

b) La opción 1

c) La opción 3 y 1

d) La opción 1 y 3

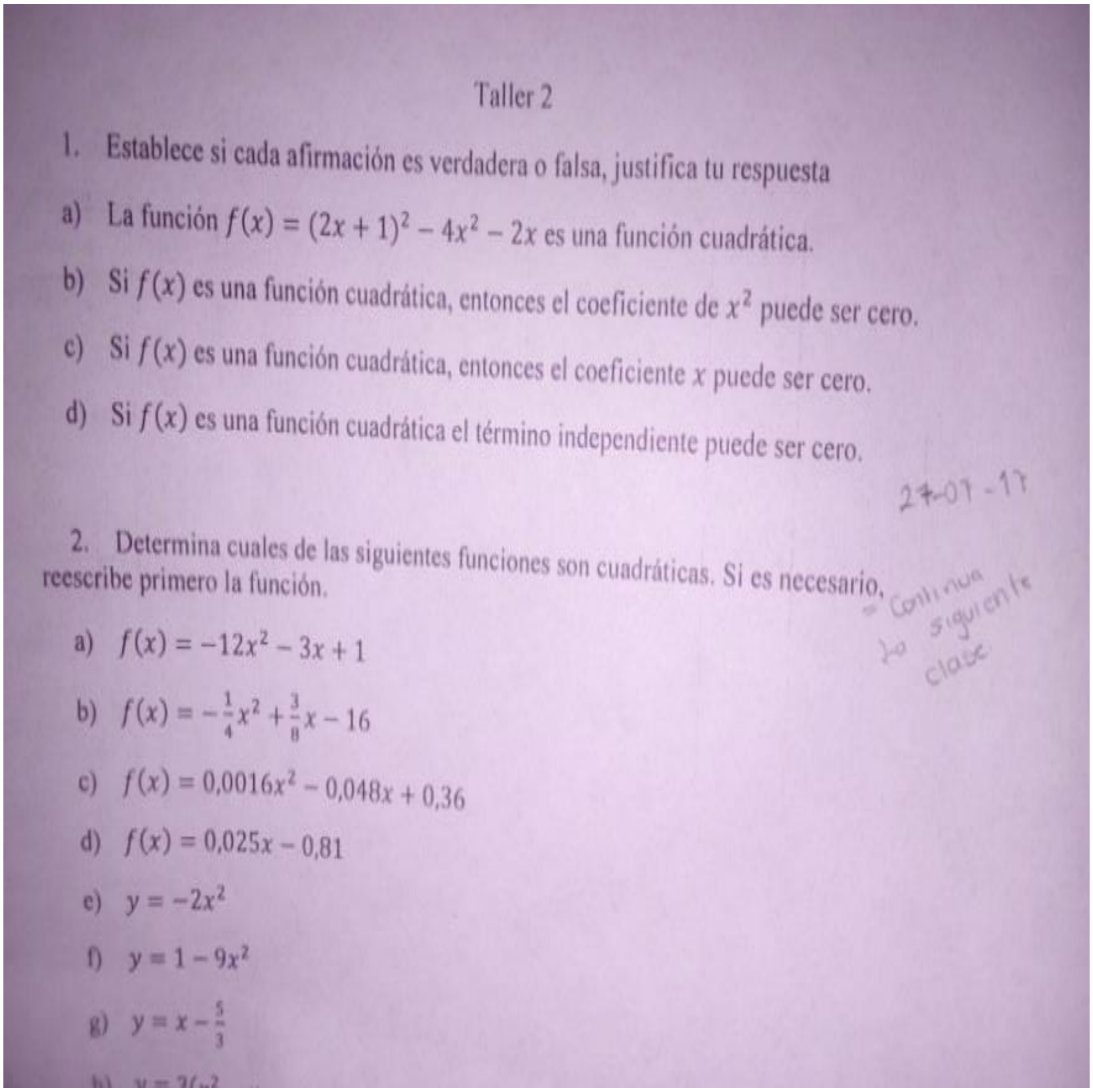
4) grafique la función cuadrática $f(x) = x^2 + 10x + 25$

5) determine si la pareja ordenada está en la gráfica de la función $f(x) = x^2$ o no esta en esta gráfica. Justifique su respuesta.

a. (0,0)

b. (3,4)

Anexo 14



Taller 2

1. Establece si cada afirmación es verdadera o falsa, justifica tu respuesta

a) La función $f(x) = (2x+1)^2 - 4x^2 - 2x$ es una función cuadrática.

b) Si $f(x)$ es una función cuadrática, entonces el coeficiente de x^2 puede ser cero.

c) Si $f(x)$ es una función cuadrática, entonces el coeficiente x puede ser cero.

d) Si $f(x)$ es una función cuadrática el término independiente puede ser cero.

27-07-17

2. Determina cuales de las siguientes funciones son cuadráticas. Si es necesario, reescribe primero la función.

= Continua la siguiente clase

a) $f(x) = -12x^2 - 3x + 1$

b) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{8}x - 16$

c) $f(x) = 0{,}0016x^2 - 0{,}048x + 0{,}36$

d) $f(x) = 0{,}025x - 0{,}81$

e) $y = -2x^2$

f) $y = 1 - 9x^2$

g) $y = x - \frac{5}{3}$

Anexo 15

50

Actividad 1

Muy bien 1. ¿Qué entiende por función matemática?

2. Escribir una función de un polinomio de segundo grado con una variable.

1.3 3. Dadas las siguientes expresiones algebraicas, establecer cuáles de ellas son equivalentes mediante una flecha

1) $x.x$	1) $x^2 - 16$
2) $(x+4)(x-4)$	2) $x^2 + 2x$
3) $x(x+4)$	3) $(x+1)^2$
4) $(x+1)(x+1)$	4) x^2
5) $(x+3)(x+1)$	5) $(x-(-3))(x-(-1))$

4. Un rectángulo tiene como medida del largo 8 metros más que la medida de su ancho. ¿Cuáles son las medidas de las dimensiones del rectángulo si su área es 105 m^2?

a) Escriba las cantidades o datos conocidos y los desconocidos del problema anterior.
b) Indique cuántos metros más tiene la medida del largo del rectángulo en relación con la medida del ancho.
c) Si la medida del ancho del rectángulo corresponde a 5 m. Encuentra la medida del largo.
d) Si la medida del ancho del rectángulo corresponde a 6 m.
e) Encuentra la medida de su largo.
f) Indique si las dimensiones del rectángulo encontradas en los puntos c) y d), corresponden a las condiciones del problema (área del rectangulo dada). Explique su respuesta.
g) Complete la siguiente tabla de acuerdo a las condiciones del problema:

Medida de ancho del rectángulo	4	5	6	7	8	9
Medida del largo del rectángulo	12	13	14	15	16	17.
Área del de rectángulo	48	65	84	105	128	153.

A=(bxh) A=48

A=(bxh). A/O=65

A=(bxh). A/O=14

A=(bxh). A/O=105

A=(bxh) h=(b+8) h=16 A=(b.h) A=128

A=(bxh). h=(b+8) h=17 A=(b.h) A=153