LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA DE LOS NÚMEROS ENTEROS USANDO COMO ESTRATEGIA PEDAGÓGICA LA GUÍA DE APRENDIZAJE Y EL JUEGO DEL DOMINÓ EN EL GRADO SEXTO DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII DEL MUNICIPIO DE PUPIALES

ANA MARIA CHALACAN MORÁN

SONIA GRACIELA ROSERO RODRÍGUEZ

NIBIA ANDREA TERÁN CHAMORRO

Universidad del Cauca

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

POPAYÁN, JULIO de 2018

LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA DE LOS NÚMEROS ENTEROS USANDO COMO ESTRATEGIA PEDAGÓGICA LA GUÍA DE APRENDIZAJE Y EL JUEGO DEL DOMINÓ EN EL GRADO SEXTO DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII DEL MUNICIPIO DE PUPIALES

ANA MARIA CHALACAN MORÁN

SONIA GRACIELA ROSERO RODRÍGUEZ

NIBIA ANDREA TERÁN CHAMORRO

Universidad del Cauca

Trabajo para optar el título de

MAGÍSTER EN EDUCACIÓN

Director

Oscar Fernando Soto Ágreda

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Línea de profundización en Matemáticas

Programa Becas para la Excelencia Docente

Ministerio de Educación Nacional

Popayán, Julio de 2018

Nota de aceptación

____

____

____

____

Director ______________________________

Mg. OSCAR FERNANDO SOTO AGREDA

Jurado ______________________________

Mg. YENY LEONOR ROSERO ROSERO

Jurado ______________________________

Mg. EDINSON FERNÁNDEZ MOSQUERA

Fecha y lugar de sustentación: San Juan de Pasto, 30 de Agosto de 2018.

Dedicatoria

A Dios por darme la oportunidad de ampliar mis conocimientos y conocer personas que enriquecieron mi vida intelectual, personal y profesional.
A mis hijos Sara Luciana Salcedo Chalacán y Camilo José Santander Chalacán; quienes fueron el motor y el aliento para continuar.
A mi familia, que con sus consejos motivaron mis ganas de salir adelante y mi superación personal.
Ana María Chalacán Morán

A mis ángeles que se marcharon muy pronto y que desde el cielo me cuidan, y sonríen cuando una meta más se cumple, porque por ellos seguiré conquistando sueños y brillando con luz propia.
A Dios porque en sus tiempos perfectos ha escrito las mejores historias de felicidad infinita junto al gran amor de mi presente, John Jairo, que complementa mi existencia, me motiva, me apoya, me impulsa a vivir intensamente, disfrutando las sencillas cosas de la vida. Por él y a él este logro.
A mi madre y hermano, por su apoyo incondicional, su compañía amorosa y presencia constante en todos los momentos de mi vida.
Sonia Graciela Rosero Rodríguez

A Dios, por darme la oportunidad de vivir y por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el periodo de estudio.
A mis padres, porque ellos siempre estuvieron a mi lado brindándome su apoyo y sus consejos para hacer de mí una mejor persona.
A mi esposo y a mis hijos, por sus palabras y confianza, por ser mi fuente de motivación e inspiración para poder superarme cada día más y así poder luchar para que la vida nos depare un futuro mejor.
Nibia Andrea Terán Chamorro

Agradecimientos

El haber elegido la docencia como labor para ser ejercida a lo largo de nuestra vida nos impulsa a manifestar los sentimientos más profundos de gratitud a Dios por la inmensa bendición de existir y concedernos las capacidades intelectuales para prestar un servicio con amor y dedicación. A nuestra institución educativa Escuela Normal Superior Pio XII por ser el escenario diario de nuestra práctica pedagógica y segundo hogar de aprendizaje continuo, en favor de la educación y la formación.

Al profesor Oscar Fernando Soto, director de trabajo de grado, por su paciencia, su ingenio, su orientación pedagógica y su valiosa didáctica en el campo de las matemáticas con experiencias concretas y acertadas a los retos de la educación de la actualidad.

A la Universidad del Cauca y todo el personal docente, directivo y administrativo por hacer posible cualificar nuestra labor desde los estudios cursados y contribuir desde nuestro quehacer pedagógico a la calidad educativa de la nación.

A los estudiantes del grado Sexto B, Año 2017, por su carisma, su entrega y su disponibilidad al hacer parte de este trabajo de intervención pedagógica y especialmente a los estudiantes con Barreras en el Aprendizaje, quienes nos han enseñado que no hay límites en la educación, siempre que nuestra mente y corazón se dispongan a aprender algo nuevo cada instante.

A las virtudes y capacidades que como equipo de trabajo tenemos y que nos permitieron superar todos los obstáculos que en el camino se presentaron, por el apoyo incondicional que tuvimos y que sin esperar nada a cambio compartimos en el conocimiento, las alegrías y tristezas para crecer como personas fortalecidas en la fuerza y sabiduría de Dios, como mujeres de lucha y firmeza en los ideales propuestos.

Contenido

Lista de tablas

Lista de Figuras

Pág

Lista de Anexos

Pág

Resumen

El trabajo denominado “La comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego del dominó en el grado sexto de la Escuela Normal Superior Pio XII del municipio de Pupiales”, es producto de un proceso de investigación que indagó sobre los errores, obstáculos y dificultades presentadas por los estudiantes frente al proceso de la comunicación matemática en el área, teniendo en cuenta el bajo desempeño académico en pruebas externas e internas que se ha ido obteniendo y en la difícil adaptabilidad al grado sexto después de la transición de la Básica Primaria, a causa de las estrategias didácticas utilizadas por los docentes caracterizadas por el tradicionalismo y transmisionismo de saberes, en ausencia de un verdadero proceso de formación con aprendizaje significativo y acordes al modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo de la institución. Por tal razón surge desde el equipo de trabajo, a partir de un trabajo reflexivo bajo el método de Investigación Acción Participación (IAP) la necesidad de contrarrestar los hallazgos encontrados mediante la organización y estructuración de las clases de matemáticas mediante la implementación de una secuencia didáctica que le permita al docente promover la participación activa de los estudiantes en cada actividad propuesta, que a su vez se complementa con el diseño de guías de aprendizaje que consolidan la teoría de las temáticas y el desarrollo de talleres con sus respectivos planes de apoyo y refuerzos, propiciando espacios para la práctica y solución de problemas y que finalmente se fortalece con la puesta en juego del dominó matemático para cada temática estudiada, que fueron creados con situaciones propias del área y de los aportes que los estudiantes generaron para consolidar el banco de problemas y situaciones matemáticas en el trabajo de intervención pedagógica. Lo anterior permitió generar aprendizajes que se han evidenciado en su desempeño Alto y Superior y las actividades evaluativas realizadas en el proceso ejecutado, donde el grupo intervenido ha

sobresalido notablemente hasta el momento por sus resultados académicos en diferentes contextos educativos.

1 Introducción

El docente que hoy en día se enfrenta a la sociedad debe estar dotado de destrezas y estrategias, que privilegie y otorgue a sus estudiantes habilidades cognitivas y afectivas, tal como lo establece el modelo pedagógico institucional de la Escuela Normal Superior Pio XII, donde se llevó a cabo un proceso investigativo sobre el proceso de la comunicación matemática en el área, con la participación de los estudiantes del grado sexto B de la institución, orientado con un paradigma cualitativo y un enfoque crítico social que permitió identificar mediante la aplicación de diversas técnicas de recolección de información, los errores, obstáculos y dificultades presentadas por los estudiantes, que se evidenciaron en el bajo desempeño que los estudiantes presentaban al inicio del año escolar frente al uso apropiado de la comunicación matemática en situaciones y solución de problemas, específicamente en el pensamiento numérico, sistema de numeración: naturales y estableciendo como intervención los números enteros, siendo la base esencial de formación, y que se agudizaban en el bajo desempeño en diversos contextos propuestos, analizando que la transición de estudiantes de grado quinto a grado sexto, deja ver la falta de interés y motivación en el aprendizaje, pues ellos vienen de hacer parte de clases magistrales basadas en la copia de conceptos y ejercicios que son resueltos de forma mecánica. Frente al anterior hallazgo es necesario recalcar que el estudiante exige hoy por hoy una forma divertida, llamativa y dinámica para despertar el interés en el desarrollo de actividades y la puesta en práctica de tareas cooperativas, lo cual exige de los docentes la implementación de estrategias pedagógicas innovadoras de formación.

Teniendo en cuenta que el pensamiento numérico trata de aquello que la mente puede hacer con los números y debe expresarse con facilidad utilizando el proceso de comunicación matemática, las docentes en el grado sexto de la Escuela Normal Superior Pio XII de Pupiales, identificaron que la comunicación docente – estudiante se torna compleja, ya que el docente utiliza un lenguaje matemático complicado de entender y a medida que pasa el tiempo el estudiante va creando vacíos que posteriormente serán una debilidad en la puesta en práctica en el desarrollo de actividades matemáticas. De esta forma, mediante la observación, la aplicación de entrevista y el desarrollo de grupo focal, se identificaron las estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes, las cuales al ser tradicionalistas y magistrales, requerían ser modificadas de acuerdo a las necesidades educativas de los estudiantes, donde el docente sea innovador y así desempeñe un buen trabajo con los estudiantes, teniendo en cuenta que ellos poseen diferentes formas y estilos de aprendizaje y para ello deben adaptarlas a las necesidades suscitadas en el aula de clases.

Con el desarrollo de la propuesta de intervención pedagógica, se pretendió desarrollar habilidades y por ende fortalecer y generar aprendizajes que permitan al estudiante entender situaciones problemicas, descifrando el lenguaje con el cual fue escrito y se puede expresar para su solución, desarrollando en ellos el proceso de comunicación matemática, como resultado exclusivo de la estrategia pedagógica que el docente adopte para articular sus objetivos de formación con todos los factores que influyen en el proceso.

De igual forma, vincular el juego en las prácticas pedagógicas, permitiendo al estudiante un enriquecimiento emocional, cognoscitivo, social y de crecimiento físico, que con frecuencia es espontáneo y creativo, pues el juego desarrolla un lenguaje simbólico para formular y asimilar lo que experimenta el niño. Con respecto a las matemáticas, el juego tiene una finalidad educativa, que ofrece la posibilidad de enriquecer sus estructuras mentales, explorar y actuar en la realidad. Utilizando el juego del dominó como estrategia pedagógica, para fortalecer el proceso de comunicación matemática del sistema de numeración de los naturales como diagnóstico y de los enteros como intervención, el diseño y aplicación de una secuencia didáctica con sus respectivas guías de aprendizaje, se constituyó una estrategia pedagógica que ha ido fortaleciendo los aprendizajes del proceso de la comunicación matemática, visualizados en la capacidad de los estudiantes para identificar unidades, reconocer diferentes representaciones de un mismo número y sus traducciones en situaciones problema, identificando su funcionalidad y utilidad en la vida cotidiana.

La intervención pedagógica realizada ha dejado claro que el desarrollo de la secuencia didáctica, con sus respectivas guías de aprendizaje y dominós matemáticos, ha constituido una estrategia pedagógica que fortalece y genera aprendizajes significativos, medibles y evidenciables de la comunicación matemática en los estudiantes, en las diferentes actividades desarrolladas, priorizando ante todo una clase dinámica, creativa y recursiva para garantizar un proceso de formación integral.

2 Descripción del problema

En la Institución Educativa Normal Superior Pio XII del Municipio de Pupiales, se evidenció que los estudiantes del grado sexto de educación básica secundaria, presentaron dificultades en el proceso de comunicación matemática, que involucra la adquisición y dominio de los lenguajes propios del área, en la resolución de problemas, percibiendo la falta de argumentos propios y claros para exponer ideas y soluciones, reflejando un nivel de desempeño Bajo y Básico en el transcurso del primer periodo del año escolar 2017, impidiendo a su vez alcanzar niveles superiores en los resultados de las Pruebas SABER, las cuales se han mantenido en el Nivel A, y que durante los últimos tres años ha empezado a decrecer en 2 puntos de su puntaje final.

Cuando se plantean estrategias desde el quehacer del docente como deducciones e inducciones, se observó la falta de actualización, donde el maestro hace énfasis en lo memorístico, repetitivo y mecánico, que lleva a que el estudiante no muestre interés por la temática del área o genere temor y rechazo al enfrentarse al proceso de aprendizaje.

En el afán de mejorar la calidad de educación en la Institución Educativa Escuela Normal Superior Pio XII, fue importante analizar la comunicación matemática y su incidencia en los estudiantes de grado sexto, en concordancia con el sistema escolar colombiano estipulado desde el Ministerio de Educación Nacional, seleccionando el problema a partir de los siguientes criterios:

- El bajo rendimiento que se está presentando en el área de matemáticas, evidenciado en las estadísticas internas y periódicas de la Institución (Desempeño Básico y Bajo), lo mismo que en las pruebas SABER, las cuales durante los tres últimos años han bajado en 2 puntos con respecto al puntaje final, que se ubica en desempeño A.

- La dificultad para la comprensión de enunciados y análisis de texto, vista en la incoherencia para pasar del lenguaje cotidiano al lenguaje técnico utilizado en las matemáticas. Así, expresiones como: "tres veces la suma, menos un valor", "divisor", "un número aumentado en diez", "par", "menor que", "primo impar", "dígito", "factor", "escala", "múltiplo", "mayor que", "igual" que determinan un serio obstáculo para los estudiantes en la comprensión de un enunciado y su desarrollo.
- El área de matemáticas es obligatoria en los planes de estudio institucionales y se fundamenta en los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional MEN (2006), y hace parte de la evaluación externa realizada anualmente, enfrentando al estudiante a la resolución de problemas.

Se evidencia además la baja comprensión lectora, por tanto, se presentan dificultades en lograr que el estudiante sea competente en la interpretación, el análisis o razonamiento lógico y en la aplicación de la situación problemática propuesta, porque hace falta mayor orientación por parte del docente en la solución de problemas, los cuales tienen su fundamento en el proceso de comunicación matemática, y que en variadas oportunidades los docentes únicamente explican brevemente la teoría, sin profundizar en las aplicaciones del mismo. Algunos estudiantes afirman que no les gusta las matemáticas o que se desmotivaron de su aprendizaje, siendo necesario fortalecer los procesos de formación, a partir de estrategias pedagógicas que generen espacios lúdicos y significativos de aprendizaje.

2.1 Planteamiento del Problema

Teniendo en cuenta que las matemáticas son un aspecto fundamental en la vida diaria del ser humano, y haciendo uso de las técnicas de recolección utilizadas en la intervención pedagógica, mediante la observación realizada a los estudiantes del grado sexto durante las dos primeras semanas del primer periodo del año escolar 2017 y el registro en el diario de campo, se constató la habilidad de los estudiantes al resolver una operación planteada dentro del sistema numérico de los Naturales, pero se evidenció dificultad al momento de plantear la solución a problemas propuestos, que implican un cambio de representación, al hacer uso de un lenguaje matemático y un lenguaje algebraico, de símbolos y expresiones propias de las matemáticas, recurriendo constantemente a las docentes que realizaron la intervención pedagógica, mediante la pregunta: ¿qué toca hacer?, ¿cómo es esto?, ¿qué significa esto?, razón por la cual se aplicó una entrevista con el fin de recolectar información desde la perspectiva de los estudiantes sobre las estrategias pedagógicas utilizadas para el proceso de comunicación matemática y los errores y obstáculos de los 45 estudiantes, presentadas en su uso y apropiación.

En la elaboración de la entrevista se diseñaron 10 preguntas orientadas a recolectar información precisa con los siguientes propósitos:

- Indagar sobre el proceso de comunicación matemática en los estudiantes y su incidencia en el proceso de aprendizaje.
- Describir las estrategias pedagógicas en cuanto a enseñanza, aprendizaje y evaluación utilizadas por los docentes en las clases de matemáticas.
- Identificar los obstáculos, errores y dificultades que presentan los estudiantes del grado Sexto en la apropiación de los números Naturales.
- Establecer la pertinencia del juego como estrategia pedagógica para las matemáticas.

Las respuestas obtenidas fueron registradas en la Matriz de Información (Anexo 5), con sus respetivos comentarios, que permitieron realizar el siguiente análisis:

Pregunta 1. Desde tu perspectiva, ¿qué es la comunicación matemática del pensamiento numérico?

De la totalidad de estudiantes entrevistados, una vez dada la orientación para responder la pregunta, 42 estudiantes, equivalente al 93 %, responden no conocer sobre el tema, mientras que el que los 3 restantes, equivalente al 7% consideran que la comunicación matemática es todo lo que tiene que ver con números, signos y símbolos y que es una forma de comunicación difícil.

De lo anterior se puede concluir que los estudiantes desconocen el proceso de comunicación matemática y que se hace necesario profundizar en su significado y posteriormente fortalecer su uso.

Pregunta 2. ¿Cuáles estrategias pedagógicas utiliza tu docente con mayor frecuencia en el desarrollo del pensamiento numérico – números naturales?

Una vez a los estudiantes se les explica sobre el significado de estrategias pedagógicas, como aquellas actividades y acciones pedagógicas planificadas por el docente en el aula, 20 estudiantes que corresponden al 44%, responden que la profesora solo explica una vez y si no entiende no lo vuelve a hacer, que utiliza explicaciones en el tablero desarrollando ejercicios y de vez en cuando hace guías y talleres individuales y en grupo. 10 estudiantes, equivalentes al 22%, responden que la docente utiliza con poca frecuencia estrategias didácticas. Los 15 estudiantes restantes, que corresponden al 34%, responden que la docente no utiliza estrategias pedagógicas.

Se puede concluir que la docente si utiliza una estrategia pedagógica basada en la enseñanza tradicional, con uso del tablero y ejercicios mecánicos de matemáticas y que se hace necesario incorporar otras acciones pedagógicas en el área de matemáticas.

Pregunta 3. ¿Las estrategias mencionadas anteriormente, te permiten hacer uso de la comunicación matemática? Si – No. ¿Por qué?

De acuerdo a las respuestas anteriores, 15 estudiantes, equivalente al 34% manifiestan que si les permite hacer uso de la comunicación matemática porque utilizan signos y símbolos de matemáticas. 20 estudiantes, que corresponden al 44%, responden que no les favorece su uso porque la docente explica de una forma y hace el examen de otra, con aspectos que no ha explicado. Los 10 restantes, correspondientes al 22%, responden que la docente no tiene estrategias didácticas y que por eso no entienden matemáticas.

Se puede inferir de acuerdo a lo anterior, que la mayoría de estudiantes no están siendo favorecidos por estrategias pedagógicas óptimas para su proceso de formación, puesto que la docente continua con la clase tradicional, y más aún cuando presenta un examen completamente diferente a lo explicado en clase, donde los estudiantes quedan sin argumentos para dar solución, ya que la docente presenta problemas matemáticos, y los estudiantes resuelven operaciones, más no plantean soluciones.

Pregunta 4. ¿Qué tareas desarrollas en tu clase de matemáticas?

El 89% de los estudiantes entrevistados, responden que las tareas que desarrollan en clases son talleres complicados, ejercicios de suma, resta, multiplicación y división, talleres del libro de matemáticas, ejercicios en el tablero y evaluaciones. El 11% restante, correspondiente a 5 estudiantes, manifiestan copiar la temática y resolver ejercicios de operaciones matemáticas.

De lo anterior se concluye que no hay una noción clara de tarea en la clase de matemáticas, puesto que se deduce únicamente al desarrollo de ejercicios a nivel operacional, evidenciándose una dificultad a la hora de resolver problemas propuestos en los talleres del libro. Igualmente se evidencia que la clase de matemáticas gira en torno a la temática propuesta en el libro, al dictado tradicional y resolver talleres. Se hace necesario entonces, resignificar la funcionalidad de las tareas en clases.

Pregunta 5. ¿Qué contenidos o información sobre los números Naturales presenta tu docente en las clases y de qué forma lo hace?

35 estudiantes, correspondientes al 78% de la población entrevistada responden que el docente presenta los temas de matemáticas en las clases, dictando la temática, copiando ejercicios del tablero y resolviendo talleres asignados. El 22% restante responde que los contenidos e información son teóricos y ejercicios, pero que no explica problemas de matemáticas que después salen en el examen.

De acuerdo a las respuestas de los entrevistados, es válido afirmar que los contenidos presentados en clases son netamente teóricos, limitados a la copia y al dictado, con resolución de operaciones dadas, pero que hace falta dedicar más tiempo a la resolución de problemas, que son propios de las pruebas saber. Además, resignificar la metodología de las clases de matemáticas, implementando guías de aprendizaje para evitar el dictado y copia, y así dedicar más tiempo para fomentar el proceso de resolver y plantear problemas y a su vez comunicar saberes matemáticos.

Pregunta 6. ¿Qué actividades de tú clase te permiten hacer uso de la comunicación matemática en el desarrollo del pensamiento numérico – números Naturales? ¿Cuáles recursos utiliza tu docente?

El 100% de estudiantes entrevistados, manifiesta que ninguna actividad les permite hacer uso de la comunicación matemática porque no entienden lo que la docente les explica y no aclara sus dudas. Además, que en los exámenes se formulan preguntas referidas a temas diferentes a los estudiados en clase. Igualmente afirman que en el desarrollo de las pruebas Saber Año 2016, no entendieron muchos de los puntos propuestos en el cuadernillo de matemáticas. Por otra parte, en la hora de matemáticas se copia mucha teoría en el cuaderno, y no se alcanza a mirar ejercicios y problemas matemáticos, concluyendo que la docente dicta mucho y explica poco.

Según lo anterior, las actividades desarrolladas por la docente no están fortaleciendo la comunicación matemática en los estudiantes, pues al momento de resolver un problema planteado, no pueden cambiar de una representación verbal a una representación numérica para su correspondiente solución. Las actividades de clase deben favorecer el aprendizaje y se debe hacer buen uso de los tiempos asignados para alcanzar a mirar todas las temáticas, ejercicios y refuerzos.

Pregunta 7. En tus clases, ¿has recibido estímulos por parte del docente? ¿En qué actividades?

40 estudiantes, equivalente al 89% manifiestan que el estímulo que reciben por parte de la docente es la calificación por sus cuadernos, desarrollo de talleres y evaluaciones. Mientras que el 11% restante, afirman no recibir estímulos, sino por el contrario regaños y llamados de atención por parte de la docente.

Ante lo anterior, es posible afirmar que los estudiantes miran como estímulo una calificación, más no un reconocimiento por su esfuerzo y trabajo en el área de matemáticas, y que es necesario replantear el sistema, porque se debe valorar desde los tres ejes de formación como son el conocer, el hacer y el ser, valorando integralmente a los estudiantes y motivándolos hacia su mismo proceso de formación.

Pregunta 8. ¿Crees que el juego es una estrategia pedagógica que fortalece el uso de la comunicación matemática en el aprendizaje de los números Naturales? ¿Te gustaría practicar alguno?

El 100% de estudiantes entrevistados considera que es importante practicar el juego porque permite entender más los temas, para fortalecer la comunicación matemática, como también pensar y razonar, considerándose una forma más fácil de aprender. Además, pueden jugar en equipo con sus compañeros y es más divertido. De los 45 estudiantes, al 93% les gustaría practicar el dominó, mientras que a los 3 restantes les gustaría practicar muchos juegos.

Se puede concluir que es necesario implementar una estrategia pedagógica basada en el juego y que a los estudiantes les gustaría adoptar el dominó en las clases de matemáticas para fortalecer su proceso de formación.

Pregunta 9. ¿Cuáles son las dificultades más frecuentes que presentas en las actividades de tus clases en el uso de la comunicación matemática del pensamiento numérico – números Naturales?

44 estudiantes, equivalente al 98%, responden que no entienden los temas y la profesora no los vuelve a explicar, se les dificulta hacer operaciones como fracciones y porcentajes, no comprenden los problemas de pruebas Saber y los que hace la profesora al final de cada periodo. Igualmente, cuando los compañeros hacen indisciplina y no dejan escuchar lo que la profesora explica y que produce enojo en ella y no retoma la clase. Un estudiante manifiesta que en clase no entiende pero que recurre a su madre que es docente de matemáticas y ella le explica con mayor facilidad.

Es necesario entonces, fortalecer la explicación en clases, dirigida principalmente a la resolución de problemas, pero partiendo de la comunicación matemática y la identificación de los símbolos, signos y términos propios de la asignatura, para que el estudiante pueda tener al menos dos representaciones al momento de resolver una situación propuesta.

Pregunta 10. ¿Qué actividades realiza tu docente para superar las dificultades que presentas en el uso de la comunicación matemática de los números naturales?

40 estudiantes, equivalente al 89% manifiestan que a veces refuerza los temas que no se entienden, y lo hace con ejercicios en el tablero y planes de apoyo que no los entienden. Los 5 estudiantes restantes, que corresponden al 11%, responden que la docente no hace refuerzos porque se enoja y además no le entienden.

Se concluye que se debe reforzar los contenidos que los estudiantes no entienden con estrategias didácticas adecuadas a su nivel de aprendizaje, teniendo en cuenta las barreras en el aprendizaje de cada estudiante, incluyendo al estudiante invidente, quien presenta ceguera total y requiere los debidos ajustes razonables para su proceso de formación. Es importante que los temas sean reforzados continuamente y evaluados a partir de situaciones problema que pongan en juego el uso y apropiación de la comunicación matemática.

La entrevista aplicada permitió concluir:

- Las estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes son netamente tradicionalistas, basadas en la copia, el dictado y la resolución mecánica de ejercicios en el tablero, y que cuando los estudiantes no entienden, los contenidos no son reforzados, por lo cual es necesario resignificar la metodología utilizada y se debe vincular el juego para hacer de la clase de matemáticas un espacio divertido y óptimo para el aprendizaje.

- La clase de matemáticas se limita a copiar contenidos y ejercicios del tablero, ante lo cual es conveniente diseñar guías de aprendizaje que favorezcan más tiempo para resolver situaciones problema y permitan aclarar dudas e inquietudes en el aula de clases.
- La comunicación matemática es un proceso fundamental que los estudiantes desconocen y en su mayoría no lo han apropiado coherentemente a su proceso de formación, razón por la cual se debe fortalecer para conseguir las metas deseadas y los desempeños necesarios en el área.
- Las dificultades académicas se acentúan en la baja comprensión de problemas matemáticos propuestos en pruebas Saber, los cuales a nivel nacional miden el desempeño de los estudiantes, frente a una comunicación matemática débil en el área, siendo un proceso obligatorio por retomar y ser fortalecido en cada actividad.

De la misma forma, se realizó un grupo focal con la participación de los 45 estudiantes, para indagar e interpretar situaciones sobre la temática de la intervención pedagógica, como lo es el proceso de comunicación matemática en situaciones propias del área. Para esto se diseñó una guía de aplicación para identificar las dificultades más recurrentes que presentan los estudiantes.

Se hizo el respectivo registro de la docente moderadora y las dos docentes observadoras, con los respetivos participantes y su edad.

Posteriormente, los estudiantes respondieron las preguntas estímulo, con un listado de situaciones que ellos deben leer y responder. Estas situaciones se relacionan con la metacognición de su forma de trabajo escolar, la percepción que tienen los otros de él y la autopercepción frente a la asignatura de matemáticas. Los criterios de corrección asignan un puntaje según la respuesta, de la siguiente forma: Siempre (4 puntos), Casi siempre (3 puntos), A veces (2 puntos) y Nunca (1 punto).

Luego se suma el puntaje obtenido y se ubica en el rango correspondiente:

- 60 – 68 puntos   Muy buena percepción y actitud hacia las matemáticas.
- 50 – 59 puntos   Buena percepción y actitud hacia las matemáticas.
- 40 – 49 puntos   Regular percepción y actitud hacia las matemáticas.
- Menos de 40 puntos   Deficiente percepción y actitud hacia las matemáticas.

Los resultados se consolidaron en la Tabla 1 por rasgos, teniendo en cuenta la respuesta de todos los estudiantes:

Tabla 1.

Preguntas Estímulo Grupo Focal

Rasgos	**Siempre**	**Casi siempre**	**A veces**	**Nunca**
1. Me siento preparado para las pruebas matemáticas.			**X**	
2. Tengo confianza en lograr buenas notas en matemáticas.			**X**	
3. Me siento tranquilo antes de las pruebas de matemáticas				**X**
4. Siento que mis padres confían en que me va a ir bien en matemáticas.			**X**	
5. Siento que mis compañeros confían en mi éxito en matemáticas				**X**
6. Siento que mis profesores confían en mi éxito en matemáticas				**X**
7. Me atrevo a preguntar dudas en clases de matemáticas.			**X**	
8. Encuentro que las pruebas de matemáticas son fáciles.				**X**
9. Me resultan fáciles los ejercicios o tareas de matemáticas.				**X**

10. Leo instrucciones de las pruebas con tranquilidad.	**X**		
11. Reviso los ejercicios y las pruebas al terminar.	**X**		
12. Me concentro en clases de matemáticas.		**X**	
13. Me siento seguro al hacer ejercicios o tareas de matemáticas.		**X**	
14. Siento que puedo mejorar mis notas en matemáticas.		**X**	
15. Intento corregir mis errores en matemáticas.	**X**		
16. Me gustan las clases de matemáticas.		**X**	
17. Me gustan las pruebas de matemáticas.			**X**

Se obtuvieron 31 puntos en la valoración final, que corresponde a una **deficiente percepción y actitud hacia las matemáticas por parte de los estudiantes,** lo cual se justifica con las respuestas obtenidas en la entrevista aplicada.

De lo anterior se concluye que es urgente mejorar la actitud de los estudiantes hacia el área de matemáticas, empezando por adoptar estrategias didácticas acordes a sus necesidades de aprendizaje, con el fin de contar con la motivación y disposición para su eficaz desempeño.

Por otra parte, se propuso el desarrollo de 19 situaciones matemáticas, descritas en el Anexo 1, tomadas de diferentes cuadernillos de pruebas Saber y otras diseñadas por las docentes, para evaluar el desempeño de los estudiantes en su solución. Una vez calificada la prueba, se obtiene un promedio general de 1.8 correspondiente a Desempeño Bajo, donde el estudiante con ceguera total, obtiene una valoración de 4.0 correspondiente a Alto. Lo anterior permite analizar que los estudiantes presentan dificultad al solucionar situaciones propias de matemáticas, y sus continuas preguntas sobre términos, símbolos y proposiciones del área, concluyendo que es necesario fortalecer la comunicación matemática en el grado Sexto.

Alternamente, durante el desarrollo del grupo focal, las docentes observadoras diligenciaron la lista de chequeo.

Los anteriores instrumentos se aplicaron para recolectar información clara y precisa sobre la situación presentada.

Finalmente, se realizó un análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas Saber Grado Quinto de los años 2015 y 2016 respectivamente, observando un retroceso debido a aumento de estudiantes en nivel Insuficiente y Mínimo, y una notable disminución en los niveles Satisfactorio y Avanzado. Ver figura 1.

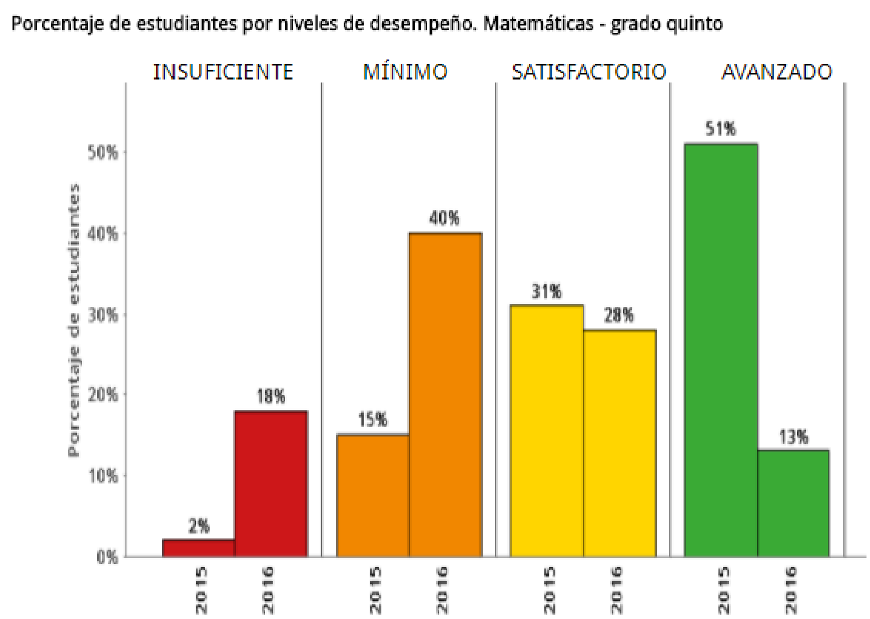


Figura 1 Resultados pruebas Saber Quinto – Año 2015 y 2016. Fuente propia

De igual forma, los resultados del Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) de los mismos años, donde el porcentaje de estudiantes que contestaron de forma incorrecta las preguntas asignadas para las competencias Comunicativa, de Resolución y Razonamiento, asciende notablemente, siendo la Comunicativa la de mayor incremento, como se evidencia en la Tabla 2.

Tabla 2.

Resultados ISCE Año 2015 -2016 - Estudiantes que no contestaron correctamente

PORCENTAJE DE ESTUDIANTES QUE NO CONTESTARON CORRECTAMENTE								
AÑO	**2015**				**2016**			
COMPETENCIA	70% o >	40% y 69%	20 y 39%	19% o <	70% o >	40% y 69%	20 y 39%	19% o <
COMUNICACIÓN			38%		75%			
RESOLUCIÓN		42%			70%			
RAZONAMIENTO		41%			72%			

Se concluye entonces que se deben fortalecer las competencias en el área de matemáticas, principalmente la comunicativa que coincide con los hallazgos en los demás instrumentos de recolección de información.

2.2 Formulación del problema

¿Cómo fortalecer el proceso de comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego del dominó en los estudiantes del grado sexto de la IE Escuela Normal Superior Pio XII del municipio de Pupiales?

2.3 Contexto

El desarrollo de la propuesta de intervención pedagógica se circunscribe en el municipio de Pupiales, situado al sur occidente del departamento de Nariño, en la región andina, en la meseta de Túquerres e Ipiales, localizada entre las cordilleras occidental y central. Según Moreno (1994), Pupiales limita al norte con el municipio de Sapuyes y

Guachucal, al sur con el municipio de Ipiales, al occidente con el municipio de Aldana, al oriente con el municipio de Iles, Ospina y Gualmatán.

Actualmente en el municipio existen 4 instituciones educativas con sus respectivos Centros Asociados, entre las que se encuentra la Escuela Normal Superior Pio XII, considerada como patrimonio cultural relevante de la región. Tiene carácter oficial, brinda formación integral desde el Nivel Preescolar, Grado Transición, hasta el grado Undécimo de Educación Media, otorgando el título de Bachiller Académico con profundización pedagógica y además ofrece el grado 12 y 13 correspondientes al Programa de Formación Complementaria que otorga el título de Normalista Superior para docentes que se pueden desempeñar en Nivel Preescolar y Básica Primaria. La misión institucional es formar maestros superiores capaces de leer contextos sociales e implementar propuestas curriculares pertinentes para los niveles de Preescolar y Básica primaria, fundamentados en valores humano cristianos como la fraternidad, la alegría, la sencillez y la responsabilidad, orientados desde la filosofía franciscana, con un modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo que se orienta a una educación a favor de un desarrollo más espontáneo y sobre todo más autónomo del que aprende, consiguiendo con ello, no la supresión del maestro sino una concepción nueva del papel y de la función del maestro en el proceso educativo, como acompañante y guía de ruta educativa. Para esto se tienen en cuenta tres fases: La afectiva, para crear un ambiente afectivo y de confianza, la Cognitiva, para fomentar la creatividad en el pensamiento y la imaginación, pues la creatividad solo se desarrolla si el estudiante se siente libre para asumir riesgos sin temor a ser recriminado, y la expresiva, como el momento en el cual la enseñanza se convierte en genuino aprendizaje, promoviendo la creatividad, imaginación y el uso de mayor cantidad de recursos para el razonamiento lógico, la resolución de problemas y el análisis de textos y contextos mediante la reflexión de sus propios procesos de pensamiento.

La comunidad educativa de la institución pertenece a un estrato socioeconómico Bajo, con estudiantes provenientes del sector urbano y sector rural tanto del municipio, como también de otros sectores aledaños. El grado Sexto está conformado por 3 cursos, A, B y C respetivamente, con una totalidad de 82 estudiantes, tomando como población objeto de estudio e intervención pedagógica el grado Sexto B, compuesto por 32 estudiantes, 10 hombres y 22 mujeres, de quienes un estudiante tiene Barreras en el Aprendizaje con Invidencia, a quien se realiza permanentemente los ajustes razonables para garantizar un proceso de formación efectivo e integral. En su mayoría los estudiantes poseen hábitos de estudio, mantienen la disciplina dentro y fuera del aula, muestran su disposición por aprender nuevas cosas y superar dificultades presentadas, quienes también a raíz de su transición de la Básica Primaria a la Básica Secundaria, hacen parte del proceso de adaptación a los nuevos ritmos de aprendizaje del grado sexto, generando tropiezos en la adopción de otras responsabilidades académicas y de convivencia.

El grupo de trabajo manifiesta gran interés por mejorar los aprendizajes de la competencia matemática, para hacer más fácil y comprensible la solución de problemas propuestos, principalmente cuando se ven enfrentados al desarrollo de pruebas tipo Saber y Supérate, con el fin de obtener resultados significativos y de calidad, contribuyendo a aumentar el nivel de desempeño institucional en los próximos años.

2.4 Objetivos

2.4.1 Objetivo General.

Fortalecer el proceso de comunicación matemática de los números enteros usando como estrategia pedagógica la guía de aprendizaje y el juego de dominó en los estudiantes del grado Sexto de la IE Escuela Normal Superior Pio XII del municipio de Pupiales.

2.4.2 Objetivos Específicos.

- Estructurar y organizar las clases de matemáticas mediante la implementación de una secuencia didáctica que involucre la participación activa de los estudiantes.
- Diseñar guías de aprendizaje **con su respectivo dominó matemático** sobre los números enteros.
- Describir los aprendizajes generados por la implementación de la secuencia didáctica, el desarrollo de las guías de aprendizaje y el uso del dominó matemático en diferentes actividades pedagógicas programadas dentro y fuera de la institución.

2.5 Antecedentes

Algunos estudios realizados en el nivel internacional, nacional y local, son referencia para el desarrollo del presente trabajo de intervención pedagógica. En este orden de ideas el trabajo desarrollado en la ciudad de Madrid, España por Ospitaletche & Martínez (2012) denominado "La Matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo", profundizan en el estudio de la matemática como la lengua internacional de este tiempo y que unida a la lógica exige su enseñanza junto al lenguaje, lo cual se constituye en elemento esencial en el proceso de formación de los estudiantes, en aspectos tan importantes como la comunicación matemática, de la cual derivan estructuras de ejecución con mecanismos mentales asociados al proceso de su traducción, lo cual es necesario cuando los estudiantes se enfrentan al desarrollo de pruebas Saber o exámenes finales de periodo.

Por otra parte, el estudio denominado "Ejecución en fluidez verbal y razonamiento lógico matemático: un acercamiento a la relación desempeño lingüística rendimiento matemático" por Sanchez.& Ruíz (2014) realizado en México DF, es de suma importancia porque toma el papel de la fluidez verbal, como uno de los componentes del lenguaje sobre el razonamiento lógico matemático, el cual es un adecuado indicador del rendimiento escolar en matemáticas, encontrando mayores competencias lingüísticas en alumnos con más alto rendimiento en matemáticas-estadística. Lo anterior garantiza que los estudiantes evidencien mediante su desempeño el desarrollo de las tres competencias evaluadas en las pruebas Saber, como son la Comunicativa, de razonamiento y de resolución.

Es interesante retomar el trabajo realizado en la ciudad de Caracas, Venezuela titulado "El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje ¿Cómo crearlo en el aula?" por Chacón (2001), con el fin de rescatar el juego didáctico como estrategia que se puede utilizar en cualquier nivel o modalidad del servicio educativo y que, sin embargo, es muy poco utilizado por los maestros. De allí que sea necesaria su implementación en el aula puesto que el juego facilita el desarrollo de competencias y los aprendizajes funcionales, de tal manera que los estudiantes adquieran herramientas pertinentes para enfrentar diversas situaciones cotidianas, cuando tienen que solucionar problemas matemáticos.

En el orden nacional, el trabajo titulado: "La problemática de las matemáticas escolares. Un reto para directivos y profesores" por Gómez y Perry (1996), trabajo investigativo realizado en Bogotá, Colombia, cuyo reto primordial fue crear cuestionamientos sobre la práctica pedagógica de los docentes de matemáticas y su incidencia en el proceso de aprendizaje de los niños, enriquece el presente trabajo porque brinda pautas para generar procesos de introspección hacia el quehacer pedagógico y fortalece aspectos fundamentales sobre el saber pedagógico y el saber disciplinar en las matemáticas, siendo pertinente la adopción de estrategias didácticas de enseñanza – aprendizaje adecuadas e innovadoras para los estudiantes de la nueva era, quienes necesitan estar continuamente motivados y estimulados en sus clases.

De igual manera, "El juego, un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas", escrito por Tamayo (2008), un estudio llevado a cabo en la ciudad de Medellín, aporta significativamente en el campo de la Didáctica de las Matemáticas considerando que el maestro debe generar verdaderos espacios de aprendizaje fundamentados en la lúdica, la motivación y la experimentación del estudiante, quien se constituye en el centro del proceso de formación para la implementación de diversas estrategias lúdicas de aprendizaje. Por otra parte, el trabajo de grado realizado por García (2014), denominado "Lenguaje y Comunicación en Matemáticas" en Medellín, resalta la importancia del proceso comunicativo y la manera que las dificultades influyen en su enseñanza y aprendizaje a partir de las manifestaciones presentadas en los estudiantes, proponiendo alternativas de solución a la luz de las teorías cognitivas que se deben concretar en las aulas a partir de las prácticas y acciones pedagógicas, haciendo uso de un proceso de formación horizontal donde el docente sea un auxiliar y guía en la adopción de las matemáticas como un segundo lenguaje de expresión.

En el contexto local se tomó en cuenta el artículo publicado por la revista Sigma de la Universidad de Nariño titulado "Un proyecto matemático para el primer ciclo de primaria" de Guirles (2004), donde se propuso la comprensión como la base esencial de las matemáticas, animando a los niños a que inventen sus propios procedimientos para resolver algoritmos, es decir comprender y pensar, potenciando la resolución de problemas y haciendo uso de los juegos como un poderoso recurso para construir pensamiento numérico, principalmente en los números naturales y enteros, permitiendo una visión crítica, constructiva y original por parte de los estudiantes, al ser creadores de su propio conocimiento.

En conclusión, la visión a los antecedentes descritos fue indispensable para tener en cuenta que recrear el aprendizaje de las matemáticas con la lúdica, la innovación pedagógica y la recursividad, es el primer paso para garantizar un proceso de formación orientado al fortalecimiento de los procesos del área, esencialmente la comunicación matemática, que cumple un papel trascendental en la adquisición de nuevos aprendizajes y por ende influye en el desempeño de los estudiantes.

3 Referente conceptual

La formación humana, como parte vital de la sociedad empieza desde el mismo momento de la concepción y termina en el último segundo de la existencia del hombre, dando origen a un trayecto en el cual los sentidos captan todos los mensajes que el medio circundante le transmite, unos positivos, otros negativos, pero que siempre influyen en el comportamiento diario del ser humano. Uno de los campos que comprende dicha formación es el intelectual, el cual se relaciona con la adquisición, manipulación y utilización del conocimiento humano que con el pasar de los tiempos se ha acumulado, convirtiéndose en un legado histórico cultural que se representa en las distintas áreas del saber, entre ellas la Matemática.

3.1 Conceptos Básicos

3.1.1 Números Enteros

El conjunto de los números enteros está formado por el subconjunto de enteros positivos o conocidos como números naturales, el subconjunto de números negativos que son sus opuestos y el cero. Se simboliza con la letra $\mathbb{Z}$ y se simboliza de la forma: $\mathbb{Z} = \{\ldots -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$.

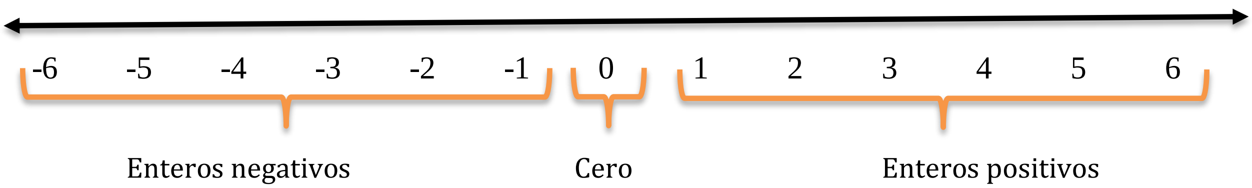
3.1.2 Valor absoluto

El valor absoluto de un número entero es la distancia que hay entre un número y 0. Se simboliza con dos barras verticales | |.

3.1.3 Representación de números enteros en la recta

La recta numérica permite asignar el valor de un número entero en cada uno de sus puntos, para lo cual se empieza marcando un punto que se llama cero, y se divide en segmentos de la misma longitud, donde cada uno representa una unidad, que separa un número entero del siguiente. Luego, se ubican los números enteros positivos a la derecha del cero y los números enteros negativos a la izquierda del cero.

De acuerdo con esto, la representación de los números enteros en la recta numérica es la siguiente:



La anterior representación es importante para establecer la relación de orden de los números enteros, estableciendo relaciones de minoría, mayoría e igualdad, lo cual es indispensable para las operaciones que se realizan con números enteros y la funcionalidad de los signos positivo y negativo.

3.1.4 Representación de los números enteros en el plano cartesiano.

El plano cartesiano permite encontrar coordenadas en un punto determinado, el cual se está formado por dos rectas numéricas, una horizontal que se denomina el eje de las abscisas y se identifica con la letra x, y también una vertical que se denomina el eje de las ordenadas y se identifica con la letra y, y el punto donde se cortan se denomina origen.

En el plano cartesiano se puede describir la posición de las coordenadas o pares ordenados de números enteros. El primer número entero se corresponde con el eje horizontal x y el segundo número entero con el eje vertical y.

Las parejas de números enteros pueden aparecer representadas en cualquiera de los 4 cuadrantes, como se observa en la *Figura 2*.

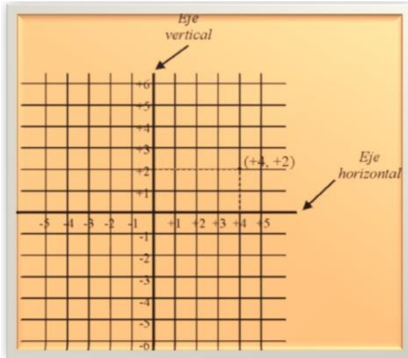


Figura 2. Plano Cartesiano. Fuente.
http://matematicasdenumerosenteros.blogspot.com/p/3.html

3.1.5 Operaciones con números enteros

3.1.5.1 Adición con números enteros

Para sumar números enteros se debe tener en cuenta que:

- Si los números enteros tienen el mismo signo, se suman los valores absolutos de ambos números y la suma conserva el signo de los sumandos.
- Si los números enteros tienen diferente signo, se restan los valores absolutos de ambos números y la diferencia conserva el signo del número cuyo valor absoluto es mayor.

3.1.5.2 Sustracción de números enteros

Para restar dos números enteros se debe tener en cuenta que:

- Si los dos números enteros tienen el mismo signo, se suman los dos números sin tener en cuenta el signo y después al resultado se le antepone el signo que los hace comunes. Por ejemplo, -2 – 5 = 2 + 5 = 7 y a este resultado le anteponemos -, quedando en total como – 7.
- Si los dos números enteros tienen diferente signo, se restan los dos números, el mayor menos el menor y después al resultado se le antepone el signo que tenía el

mayor número entero. Por ejemplo, 3 – 9 = 9 – 3 = 6, y al resultado final se le antepone el signo -, quedando en total como – 6.

3.1.5.3 Multiplicación de números enteros

En la multiplicación es necesario utilizar la ley de signos:

(+)(+) = +

(-)(-) = +

(+)(-) = -

(-)(+) = -

Para multiplicar dos números enteros se multiplican los valores absolutos de ambos números, según sea el caso. Luego, se aplica la ley de signos para determinar el signo del resultado.

3.1.5.4 División exacta de números enteros

Para calcular el cociente de dos números enteros se debe tener en cuenta que:

- Cuando se realiza la división entre dos enteros que tienen igual signo, el cociente es un entero positivo.
- Cuando se efectúa la división entre dos números enteros que tienen signo diferente, el cociente es un entero negativo.

3.1.6 Ecuaciones de números enteros

Una ecuación es una igualdad en la que hay uno o más valores desconocidos llamados incógnitas. Todas las ecuaciones tienen dos partes a las que se les denomina miembros de la ecuación. Así, en la ecuación $3x - 1 = 2$, la expresión $3x - 1$ es primer miembro de la ecuación, y el 2 es el segundo miembro de la ecuación.

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita que hacer verdadera la igualdad. Para resolver una ecuación es necesario conocer la propiedad uniforme.

3.1.6.1 Propiedad uniforme

La propiedad uniforme establece que:

Si ambos miembros de una ecuación se le suma, resta, multiplica o divide entre el mismo número, la igualdad se conserva. Cabe aclarar que se exceptúa la división entre 0. Esto se debe a que la división entre 0 es indefinida.

Es importante tener en cuenta que las operaciones que se efectúan en ambos miembros de la ecuación tienen como fin "despejar la incógnita", es decir, dejarla sola a un lado de la igualdad y con signo positivo. (Joya.A,Grande.X,Cely.V,Chiener.J, 2010)

Por otra parte, Baroody (2000) considera que "los niños deben tener algo más que capacidad para comprender problemas y técnicas para analizar problemas nuevos; deben tener motivación para realizar el esfuerzo que exige un análisis detallado". Esta motivación procede del interés, la autoconfianza y la perseverancia que en el desarrollo de las clases el docente logre en su grupo de estudiantes. En ocasiones, el uso de las Matemáticas se puede volver un proceso complejo o difícil, de acuerdo a la manera de abordar su enseñanza y por ende su aprendizaje, razón por la cual el presente trabajo, desde su proceso investigativo y la intervención pedagógica realizada, ha definido las siguientes categorías de estudio, como sustento teórico:

- Comunicación matemática
- Pensamiento Numérico – Números Enteros
- Estrategia Pedagógica (Secuencia didáctica y Guías de aprendizaje)

- El juego (Dominó Matemático)

A partir de los objetivos planteados, la información recolectada mediante el trabajo investigativo y la intervención pedagógica, a continuación, se presenta una descripción clara de los conceptos que fundamentan el trabajo desarrollado.

3.2 Comunicación Matemática

En épocas pasadas se puede recordar que el aprendizaje memorístico era la base fundamental de todas las áreas del conocimiento, producto de los modelos pedagógicos tradicionales que enfocaban sus estrategias a la transmisión de saberes previamente definidos, y que en la actualidad aunque no han perdido vigencia, deben ser apropiados desde el conocer para desarrollar las competencias básicas en los estudiantes, quienes regularmente manifiestan apatía por el área de matemáticas, siendo motivo de muchas controversias, afirmando erróneamente que su aprendizaje y aplicación es muy difícil y complicado, que no tiene utilidad en la vida cotidiana del hombre, que la deberían estudiar únicamente aquellos que vayan a realizar carreras superiores afines como las ingenierías, creando alrededor de ella una serie de mitos respecto de su enseñanza y aprendizaje, generando afirmaciones que no están de acuerdo con la realidad, olvidando que la matemática es uno de los campos del conocimiento que más ha contribuido con el desarrollo intelectual del hombre, y que como área del conocimiento permite que cada persona pueda realizar razonamientos lógicos y a su vez comunicarse de una manera coherente con los seres que la rodean.

También hay autores que aportan:

> La comunicación es una de las competencias fundamentales de la matemática, por eso uno de los aportes de Jean Piaget es cuando manifiesta que la persona se desarrolla intelectualmente con la influencia social y con el desarrollo espontáneo o psicológico, de

> tal forma que como sujeto podrá comprobar y demostrar su desempeño comunicativo a través de imágenes, del lenguaje verbal, del lenguaje escrito, de esquemas, símbolos y modelos físicos. (Aguilar & Minami, 2001, p.5)

Lo anterior implica desarrollar dicha competencia, a partir de un aprendizaje significativo del entorno que rodea al estudiante, y para ellos se requiere contar con ambientes ricos con situaciones problémicas que pongan a prueba su desempeño, y de esta manera convertir las matemáticas como el resultado acumulado de definiciones, teoremas o axiomas que están lógicamente estructurados y justificados, y que se visualizan en una de las facetas del conocimiento matemático que es la formal, constituida por "los sistemas matemáticos y sus justificaciones, la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación" MEN (2006: 50).

El plan de estudios institucional, desde su enfoque de área en concordancia con los Estándares Básicos de Competencias MEN (2006: 54) considera que "las matemáticas no son un lenguaje, pero ellas pueden construirse, refinarse y comunicarse a través de diferentes lenguajes con los que se expresan y representan, se leen y se escriben, se hablan y se escuchan". De ahí que su adquisición y dominio se convierte en un proceso muy cuidadoso y deliberado que despierta en los estudiantes un pensamiento crítico sobre situaciones, sentidos, conceptos y simbolizaciones, donde se compartan los respectivos significados de las palabras, frases, símbolos y gráficos que se plantean en situaciones problemicas de la vida cotidiana y que se presentan a manera de evaluación en las pruebas Saber.

Duval (1995) afirma que, si los estudiantes no disponen al menos de dos formas distintas de expresar y representar un contenido matemático o formas denominadas "registros de representación" o "registros semióticos", no parece posible aprender y comprender el contenido de las matemáticas.

Por otra parte, para Duval (1995) citado por Walter, Castro Hugo & Pardo (2006: 3) “las representaciones semióticas son producciones constituidas por el uso de signos que pertenecen a un sistema de representación, que tiene sus propias restricciones de significado y función”.

Es esencial distinguir que dentro de la comunicación matemática como un proceso donde el estudiante es capaz de realizar diferentes registros de representación utilizando su vocabulario, forma de notación y estructura para entender, transmitir y discutir ideas, se debe tener en cuenta dos aspectos importantes como son, el Lenguaje Matemático y la Fluidez Verbal.

3.2.1 Lenguaje Matemático

El lenguaje se relaciona con la habilidad para expresar conceptos, explicar procedimientos y emitir opiniones. A partir de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, MEN (1998: 74) “diversos estudios han identificado la comunicación como uno de los procesos más importantes para aprender matemáticas y para resolver problemas, siendo la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de dicha área”. Es por eso que la comunicación a través del lenguaje juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; se cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas. El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (1998: 25) manifiesta que “cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas"

Complementando lo anterior, en las clases los profesores necesitan escuchar lo que los estudiantes comprenden, lo que ellos saben, lo que ellos piensan sobre las matemáticas y sobre su aprendizaje, escuchar las preguntas que hacen, para conocer cómo van sus procesos de razonamiento, de resolución de problemas, para orientar el uso del lenguaje matemático y ayudarlos a desarrollar su habilidad para comunicar matemáticas, MEN (1998), logrando una actitud crítica frente a las otras dos competencias de resolución y razonamiento.

Igualmente, el lenguaje acompaña a las acciones del pequeño y refleja las vicisitudes de la resolución de problemas de forma caótica y desorganizada. Vigotsky (1979: 53) afirma que "en un estadio posterior, el lenguaje se acerca cada vez más al punto de partida del proceso, de modo que acaba por preceder a la acción", siendo el lenguaje matemático uno de los procesos más importantes para el aprendizaje, propio de la enseñanza y fundamental para orientar a los niños a construir el lenguaje simbólico apropiado; competencia que se desarrolla con el adecuado uso del juego que le permite fortalecer conocimientos adquiridos y que posteriormente será puesto en práctica en el desarrollo de las actividades programadas por el docente. En consecuencia y tal como lo estipulan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) el estudiante que **adquiere y logra una buena comunicación especialmente en el sentido matemático**, estará en condiciones de:

- Adquirir seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.
- Motivar a hacer preguntas y a expresar a aquellas que no se atreven a exteriorizar.

- Leer, interpretar y conducir investigaciones matemáticas en clase; discutir escuchar y negociar frecuentemente sus ideas con otros estudiantes en forma individual, en pequeños grupos y con la clase completa.
- Escribir sobre las matemáticas y sobre sus impresiones y creencias tanto en informes de grupo como en diarios personales, tareas en casa y actividades de evaluación.
- Hacer informes orales en clase mediante gráficos, palabras, ecuaciones, tablas y representaciones físicas.
- Pasar frecuentemente del lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y de tecnología.

Al considerar al lenguaje ordinario como punto de partida para la construcción del lenguaje matemático, se evidencia la existencia de una **compleja relación entre signo y significado**, aspecto que se agrava por un paradójico uso de símbolos que no poseen referentes físicos y demandan un manejo totalmente conceptual. Se cree que, a partir de ellos el individuo debe ser capaz de modelar la realidad, a pesar del carácter polisémico que, muchas veces, tales símbolos engloban. Con las actividades desarrolladas en el presente trabajo de intervención, se puede concluir que el lenguaje ordinario es el resultado de la actividad humana, y que posee una dimensión histórico-económica y depende de una superestructura simbólica, alimentada de todos los factores externos que influyen en el proceso de formación de los estudiantes y de eso depende el logro de las metas de calidad propuestas en los procesos de formación.

Las matemáticas vistas como lenguaje, a partir de todas las situaciones complejas que requieren resolución y razonamiento, no escapan al proceso de significación, ya que los objetos de los que habla y con los que trata se encuentran en permanente construcción, siendo esta la parte más problemática y por ende más rica de su significado, que constituye un factor esencial de aprendizaje en la vida del ser humano.

El aprendizaje de las matemáticas parte del lenguaje ordinario para la construcción de los conceptos básicos o fundamentales que utiliza, se desarrolla constantemente, genera y utiliza su propia simbología, sintaxis y semántica para manipularlos. Consecuentemente, el aprendizaje de las matemáticas se torna paradójico, ya que puede constituir un instrumento de trabajo para resolver problemas o un contenido de aprendizaje en sí mismo.

La comunicación que requiere el uso de un lenguaje matemático óptimo para la resolución de problemas ha sido una gran dificultad que hoy en día se evidencia en el desempeño de los estudiantes, más aún cuando las clases se desarrollan de forma magistral y el modelo tradicional de enseñanza predomina en las aulas de clase. En este caso la comunicación que se da entre estudiante – docente se vuelve compleja, porque al enfrentar al niño a un determinado problema, surgen un sinnúmero de preguntas, ¿Cómo?, ¿Por qué?, ¿qué es esto?, ¿qué quiere decir?, donde la resolución de problemas se vuelve un hecho confuso y desconcertado, como evidencia clara que no se ha desarrollado la comunicación matemática de manera fluida y con apropiación.

En los lineamientos curriculares de matemáticas (1998) se tiene en cuenta que “la comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas”, y para que los estudiantes puedan comunicarse matemáticamente se debe establecer un ambiente en las clases donde la comunicación sea una práctica natural, que ocurre regularmente, y en el cual la discusión de ideas sea valorada por todos, además de estar contemplada en las propuestas curriculares formuladas en los Proyectos Educativos Institucionales.

3.2.2 Fluidez Verbal

La Fluidez Verbal es un elemento esencial en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el fortalecimiento del pensamiento lógico, por eso al estudiar la relación entre lenguaje y la fluidez verbal con el rendimiento académico, ante lo cual Shum, Díaz, Martinez & Molina (1990: 69-79) afirman que “el éxito escolar está determinado por factores intelectuales destacando que entre ellos el lenguaje desempeña un papel esencial en el aprendizaje escolar”. De ahí que una buena combinación de estos factores permita que el estudiante adquiera los aprendizajes básicos propuestos en el plan de área de matemáticas.

Por otra parte, se define la fluencia verbal como la capacidad para producir un habla espontáneamente fluida, sin excesivas pausas, ni fallas en la búsqueda de palabras. Al respecto Allegri & Fernández (1997: 87) aportan que “La Fluidez Verbal es una tarea de producción lingüística que requiere la activación de una serie de mecanismos de acceso al léxico”. Así, dentro del proceso comunicativo, especialmente en lo relacionado con la resolución de problemas, se hace indispensable la interpretación del texto y la codificación de enunciados recurriendo a las simbolizaciones matemáticas, de una manera sencilla y comprensible.

Es labor del docente sensibilizase y buscar estrategias didácticas para que el estudiante desarrolle esa capacidad de interpretación de textos, la simbolización de enunciados y apropiación del lenguaje matemático y la fluidez verbal; por eso la propuesta de intervención considera que una secuencia didáctica con sus respectivas guías de aprendizaje y el dominó se constituye en una estrategia pedagógica óptima para el área de matemáticas.

3.3 Estrategias pedagógicas

En el sistema educativo colombiano se abordan diferentes temáticas para dar cumplimiento a los fines de la educación estipulados en la normatividad vigente, utilizando diversas formas para presentar los contenidos que se condensan en estrategias pedagógicas que dependen en gran medida del tema a trabajar, del contexto en el cual se desarrolla y lo que se desea conseguir, comúnmente conocido como meta u objetivo. Los docentes se valen de una variedad de herramientas para facilitar el aprendizaje de sus estudiantes. De ahí que una estrategia se defina como un sistema de planificación aplicado a un conjunto articulado de acciones, que permite conseguir un objetivo y obtener resultados, siendo flexible y que se adapte a las metas donde se quiere llegar.

El concepto de estrategia pedagógica, responde entonces, en un sentido estricto, a un procedimiento organizado, formalizado y orientado para la obtención de una meta claramente establecida. Para Velasco y Mosquera (2008: 45) “su aplicación en la práctica requiere del perfeccionamiento de procedimientos y de técnicas cuya elección detallada y diseño son responsabilidad del docente”.

La estrategia pedagógica al tener una naturaleza didáctica es la planificación del proceso de enseñanza y aprendizaje para la que el docente elige las técnicas y actividades que puede utilizar para alcanzar los objetivos propuestos y las decisiones que debe tomar de forma consciente y reflexiva. La estrategia como tal se convierte en un sistema de planificación aplicado a un conjunto articulado de acciones que permite conseguir un objetivo para obtener determinados resultados. De esta manera no se puede hablar de que se usan estrategias cuando no hay una meta hacia donde se orienten las acciones. A diferencia del método, la estrategia es flexible y puede tomar forma con base en las metas a donde se quiere llegar de manera consciente y reflexiva.

En el proceso de enseñanza aprendizaje es fundamental definir la estrategia correcta para la construcción de conocimiento; en matemáticas, el juego dirigido, organizado y estructurado permite al niño la construcción de aprendizajes significativos: definir reglas, adquirir propiedad en la comunicación haciendo uso del lenguaje matemático, hacer deducciones, aclarar dudas, argumentar y resolver problemas. En la Escuela Normal Superior Pio XII de Pupiales - Nariño durante el proceso investigativo se observó que en la Básica Primaria hay una debilidad en el uso de estrategias pedagógicas, pues las clases siguen siendo magistrales, el desarrollo de guías no tiene orientación ni seguimiento, los estudiantes salen al tablero a resolver problemas mecánicamente, donde no se interioriza los contenidos y la meta al finalizar es una memorización volátil que se utiliza para el desarrollo del examen y luego es olvidada. Esto hace que posteriormente el estudiante tenga dificultades en la resolución de problemas y situaciones propuestas.

3.3.1 Secuencia didáctica

Una secuencia didáctica ha de considerarse como el conjunto de actividades y tareas ordenadas, estructuradas y articuladas en torno a la consecución de propósitos y objetivos construidos a partir de características previamente identificadas en los estudiantes por medio del diagnóstico que constituye un punto de partida para su formación. Dicho proceso pedagógico, parte de las necesidades individuales y colectivas de los estudiantes, generando estrategias de acuerdo a las diferencias y ritmos de aprendizajes de los estudiantes, permitiéndoles participar activamente en actividades significativas. Las secuencias didácticas en el área de matemáticas, seleccionan temáticas apropiadas de acuerdo a lo estipulado en los

Estándares Básicos de Competencias, MEN (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje, MEN (2015), con el propósito de ayudar al docente en la planeación y ejecución de varias sesiones de clase, y están desarrolladas desde la perspectiva del aprendizaje basado en la resolución de problemas y la indagación, constituyéndose en un material que facilita al docente que trabaja reflexiva y críticamente, enriquecer sus conocimientos didácticos del contenido matemático, y al estudiante encontrar el sentido y el significado de lo que está aprendiendo, un propósito que involucra tanto los contenidos a enseñar como la didáctica para hacerlo. La resolución de problemas brinda a los estudiantes la oportunidad de explorar el uso de procedimientos claros y precisos y la necesidad de perfeccionarlos para mejorar su solución y comprensión del concepto matemático que está en juego, fortaleciendo los procesos de comunicación.

3.3.2 Guía de aprendizaje

Uno de los instrumentos pedagógicos más importantes en el proceso de formación de los estudiantes es la guía de aprendizaje dirigida a los estudiantes con el fin de ofrecerles una ruta facilitadora de su proceso de aprendizaje y equiparlos con una serie de estrategias para ayudarlos a avanzar en la toma de control del proceso de aprender a aprender, la cual debe ser secuencial y gradual acorde al plan de estudios, que promueva metodologías para favorecer el aprendizaje cooperativo, la construcción social de conocimientos, su práctica y aplicación, promover el trabajo en equipo, la autonomía y la motivación hacia la utilización de otros recursos didácticos, entre otras características. Las guías diseñadas hacen parte de la secuencia didáctica al ser el instrumento teórico y práctico de cada temática abordada, donde se permite la lectura crítica evitando el dictado excesivo y generando mayores espacios de práctica y análisis. De esta forma se consolida como una herramienta que dinamiza y complementa el texto básico y variedad de tareas y orientaciones que generan un ambiente de diálogo entre el docente y el estudiante con el propósito de mejorar la comprensión y el autoaprendizaje. El Grupo Específico de Docentes del colegio CAFAM (2008: 2) aportan que “las guías de aprendizaje son diseñadas con el fin de dar mayor relevancia a los procesos antes que a los contenidos y privilegiar actividades que los estudiantes deben realizar en interacción con sus compañeros en pequeños grupos de trabajo, con la comunidad o individualmente, pero siempre con la orientación del docente”. De ahí que su implementación en el área de matemáticas sea una estrategia pertinente para el fortalecimiento de la competencia matemática.

3.4 Pensamiento numérico – Números Enteros

Pensamiento es toda actividad y creación de la mente, que surge a través del intelecto. Es un proceso psicológico muy ligado al lenguaje. El acto de pensar es interno al sujeto y queda bajo su voluntad exteriorizarlo o no, es decir realizar alguna actuación que ponga de manifiesto tal pensamiento. Las manifestaciones del pensamiento se pueden hacer a través del lenguaje, ya sea hablado, escrito, de signos; o mediante representaciones gráficas sobre un soporte material que puede ser papel, pantalla, entre otros. El Pensamiento Numérico está presente en todas aquellas actuaciones que realizan los seres humanos y que tienen relación con los números. Dichas actuaciones tienen lugar tanto en el medio social como en el escolar y, en este último caso, están vinculadas a situaciones de enseñanza y aprendizaje. Las investigaciones llevadas a cabo dentro del campo del Pensamiento Numérico ponen el énfasis, fundamentalmente, en los procesos cognitivos de los sujetos. Se contempla la naturaleza y características de los aprendizajes numéricos, la formación de conceptos numéricos (inicio y evolución de los mismos), errores y dificultades que se presentan en los procesos de aprendizaje, adquisición de automatismos, procedimientos y destrezas, así como semejanzas y diferencias en procesos de construcción de los conocimientos de los diferentes individuos. Se consideran, así mismo, según Castro (1995: 15) "los elementos culturales que influyen en la construcción de los conocimientos, así como en los modos de abordar la enseñanza. Todo ello en el ámbito de los diferentes sistemas numéricos". Por eso, dan cuenta de situaciones cotidianas que requieren la aplicabilidad de procesos matemáticos para su comprensión y solución.

Fundamentalmente, según Castaño (2008), para los niños representa un trabajo arduo, durante varios años, llegar a dominar el sistema de escritura de las expresiones numéricas y, a pesar de sus esfuerzos, se constata que aún en los últimos años de primaria hay un número importante que cometen errores al escribir los números; y aun cuando logran escribir y leer correctamente las expresiones numéricas, muchos no acceden a una comprensión adecuada de la sintaxis que rige el sistema. Como producto de este hecho surgen las dificultades académicas a la hora de utilizar con apropiación las matemáticas en la vida diaria.

Vasco (1990), quien desarrolla este enfoque de didáctica y analiza los conceptos asociados a él, afirma que "para definir un sistema hay que establecer previamente el significado de las palabras que se van a emplear". Esas palabras son: conjunto, objeto, relación y operación. Es muy difícil dar una definición propiamente dicha de tales términos, puesto que son demasiado abstractos y profundos y lo único que es posible encontrar son muchos sinónimos.

Por otra parte, según Castaño (2008: 899) "la enseñanza empobrece el significado de las expresiones numéricas al centrarse casi exclusivamente en la sucesión numérica, y este hecho obstaculiza que el niño construya representaciones mentales adecuadas de los registros numéricos”. Es importante por eso que sus representaciones vayan más allá, apuntando a la solución adecuada de problemas.

3.5 El juego

El juego da la oportunidad para el crecimiento físico, emocional, cognoscitivo y social y con frecuencia es espontáneo y creativo. A través de la seguridad del juego, los niños pueden someter a prueba sus nuevas formas de ser. El juego también es un lenguaje simbólico. Los niños experimentan mucho de lo que aún no pueden expresar en lenguaje y por tanto, utilizan el juego para formular y asimilar lo que experimentan.

Los juegos y las matemáticas tienen muchos rasgos en común en lo que se refiere a su finalidad educativa. Las matemáticas dotan a los individuos de un conjunto de instrumentos que potencian y enriquecen sus estructuras mentales y posibilitan para explorar y actuar en la realidad. Los juegos enseñan a los estudiantes a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales, potencian el pensamiento lógico, desarrollan hábitos de razonamiento, enseñan a pensar con espíritu crítico; los juegos, por la actividad mental que generan son un buen punto de partida para la enseñanza de la matemática, y crean la base para la formación del pensamiento matemático.

Los estudiantes en su proceso de formación, hacen parte de un proceso de reorganización de todo aquello que ha sido transferido por medio de sus sentidos, siendo un producto de reflexión, considerado según Piaget citado por Nortes y Martínez (1994: 63) como:

Un proceso de construcción basado en interacciones alternadas de procesos y productos de reflexión, que va ligado al juego de la abstracción reflexiva que extrae su información de la coordinación de las acciones del sujeto (operaciones) que supone una proyección en un nivel superior de lo extraído en el nivel precedente, así como una reorganización mental, que es resultado del juego como estrategia de aprendizaje significativo".

El proyecto Juega y construye la Matemática, de la Comunidad de los hermanos maristas descrito por Grisales (2010) en Colombia es un referente para la construcción del pensamiento matemático, haciendo énfasis en la solución de problemas y con ello consolidando los esquemas aditivos, multiplicativos y potenciativos. El entorno incide en el aprendizaje de una persona, el contexto se refiere a los ambientes que rodean al estudiante y que dan sentido a las matemáticas que aprende, hoy por hoy los docentes deben intervenir en forma eficiente con el objetivo de conocer de la mejor manera posible todos los aspectos que facilitan o impiden la enseñanza y el aprendizaje de la matemática y desde allí diseñar las actividades pedagógicas que movilicen el deseo de aprender y el gusto por su apropiación.

Muchos autores y escuelas de pensamiento, tales como los seguidores de la corriente Gestalt, Piaget, Wallon, Vygotsky, Bruner, Dewey, Gagné, Ausubel y Novak, entre otros, según Grisales (2009) consideran que hasta el momento probablemente no exista una teoría constructivista para la matemática, pero si una serie de apreciaciones de orden: epistemológico, psicológico y sociocultural sobre el aprendizaje, que tiene sus raíces en sus investigaciones.

Con el transcurso de los años, el desarrollo de las matemáticas ha estado plenamente relacionado con el juego y la lúdica; realmente quienes han realizado aportes significativos en esta ciencia han pasado tiempo creando y pensando en los juegos que esta área del saber ha ido generando: acertijos, problemas ingeniosos, rompecabezas geométricos y los cuadrados mágicos, los cuales son solo una pequeña muestra de que las matemáticas se han desarrollado paralelas a los juegos que ella misma va generando.

Ante la problemática presentada, se intervino en los procesos de práctica pedagógica mediante la adopción del juego como estrategia, como una nueva idea para fortalecer la comunicación matemática, y de acuerdo a lo planteado por De Guzmán (1989) quien manifiesta que unos pocos son capaces de crear juegos nuevos, fértiles en ideas y situación de interés, que dan lugar a estrategias posibles originales y a procesos lúdicos innovadores

El juego es una puerta abierta al conocimiento, y en los primeros años de edad es más marcada, donde la curiosidad, creatividad, la apropiación, el interés están dentro de cada uno para cumplir una meta y como premio ser el ganador. Los juegos y las matemáticas están atados entre sí, y aún más cuando tienen una finalidad educativa, y a los docentes facilita instrumentos que fortalecen y engrandecen estructuras mentales, reforzando la exploración y el actuar en la realidad. Los juegos enseñan a los estudiantes a dar los primeros pasos en el desarrollo de técnicas intelectuales, potencian el pensamiento lógico, desarrollan hábitos de razonamiento, enseñan a pensar con espíritu crítico, a seguir reglas; los juegos, le permiten mantener activa la mente siendo un buen punto de partida para la enseñanza de la matemática.

El uso del domino matemático como juego ayuda al fortalecimiento de la comunicación matemática haciendo uso de los términos que se utilizan en la resolución de problemas mediante representaciones gráficas y verbales.

De igual forma no puede hablarse de la relación del juego y las matemáticas sin referenciar a Gardner citado por Colm & Richards (2014) conocido por su sección de “Juegos Matemáticos” que escribía en la revista Scientific American desde 1976 por la que muchos matemáticos confiesan el despertar de su interés por esta área. Además de ello, era gran aficionado a la magia, la cual relacionó estrechamente con la matemática. A Gardner, citado por Col & Richards (2014) se le atribuye el “acercar la matemática a todo tipo de público”. Esta es la base de matemática recreativa, como divulgación desde la mirada del disfrute y adopción de sus utilidades para aplicarla en el contexto real del desempeño de los estudiantes y sus educadores.

3.5.1 El dominó.

Según el autor el dominó surge:

> El dominó es un juego de mesa que surge como extensión de los dados. Aunque su origen es oriental y antiquísimo la forma actual conocida en Europa no aparece hasta el siglo XVIII, cuando lo introdujeron los italianos. El juego apareció primeramente en Europa en el siglo XVIII, en Italia, posiblemente en las cortes de Venecia y Nápoles. Las fichas originalmente se hicieron pegando y sujetando dos láminas de ébano a ambos lados de la ficha de hueso. Esto impedía hacer trampa y mirar el valor de los puntitos por atrás de la ficha con ciertas luces.
>
> También servía para producir un agradable contraste entre los puntitos blancos y el fondo negro, permitiendo que se vea el hueso a través de los agujeros en el ébano. El alfiler en el medio de la ficha se conoce como "ojiva", por razones obvias. Aunque las fichas no se hicieron de esta manera por siglos, la tradición ha mantenido la ojiva que aún se encuentra en muchos conjuntos modernos. Muchos jugadores sienten que aún es de ayuda dado que hace que las fichas sean más fáciles de barajar y protege sus caras.
>
> Es bastante popular en los países latinoamericanos, particularmente en el Caribe Hispano (Venezuela, Colombia, República Dominicana, Puerto Rico, Cuba, Panamá, México, Nicaragua etc.). (Gonzalo, G. 2010).

El dominó es un juego que consta de fichas de 28 piezas, en cada una de las cuales se representa un par de valores posibles. Este juego requiere por parte de los jugadores concentración y astucia, pero que a su vez proporciona relajación, fortalece la inteligencia y permite pasar momentos agradables con las demás personas.

La manera tradicional de jugarlo es con cuatro participantes; se revuelven las fichas con los puntos hacia abajo y se reparten siete a cada uno. El jugador que tenga la ficha marcada con doble 6 empieza el juego y la coloca sobre la mesa o una superficie plana; luego quien se encuentra sentado a su derecha continua con su turno y deberá tirar una ficha que tenga el número 6 en una de sus partes, de tal manera que queden juntos 6 con 6. El siguiente jugador tiene dos opciones, pues siempre se toman los valores del extremo de las fichas y debe analizar según las que contenga la próxima ficha a colocar y su valor, generando una estrategia de juego que le permita ganar la partida. De esta manera, se siguen colocando hasta que alguno de los participantes las agote.

El objetivo primordial del dominó es intuir por medio del conteo el número de puntos que tienen las fichas de los contrincantes para hacerles el juego más difícil en cada lanzamiento. Es por ello que al jugarlo la capacidad mental de los estudiantes se fortalece, como también constituirse en un pasatiempo que hace ejercitar la memoria.

3.5.2 Sistema Braille.

Con el fin de brindar una educación incluyente e integral, las docentes incorporan en el desarrollo de la secuencia didáctica, las guías de aprendizaje, el dominó y demás material didáctico el braille que utiliza una serie de puntos en relieve que se interpretan como letras del alfabeto y es utilizado por las personas invidentes que aprendieron a utilizar y traducir el método. La existencia del Sistema Braille ha abierto un mundo de posibilidades a quienes poseen serias discapacidades visuales y, por si fuera poco, la tecnología integró el Braille a través de artefactos como la impresora para facilitar los procesos de traducción de las temáticas del área de matemáticas.

4 Referente metodológico y resultados

4.1 Paradigma de Investigación

El trabajo de intervención pedagógica se enmarca en el paradigma de investigación cualitativo, por cuanto ha permitido hacer una interpretación y descripción de la realidad social vivida por los estudiantes frente **al proceso de la comunicación matemática** en su desempeño escolar. Desde este punto de vista se describe lo que viven los estudiantes del grado sexto alrededor de la enseñanza de las matemáticas, para provocar cambios significativos que aporten al mejoramiento de la calidad educativa.

El objeto de estudio es una población integrada por estudiantes y docentes, contando con las posibilidades de admitir la realidad como una totalidad, donde la esencia está en la interacción de sus componentes expresada mediante sentimientos, intereses, valores, significados y otras actitudes, haciendo que la relación sujeto-objeto sea inseparable y se produzca la construcción colectiva de nuevos saberes y un aprendizaje bidireccional en las actividades realizadas mediante la intervención pedagógica que las docentes hacen para contrarrestar las dificultades encontradas.

4.2 Enfoque

El enfoque crítico social orienta el trabajo a realizar, porque permite buscar el desarrollo social, hacer una crítica de la realidad de la enseñanza de las matemáticas, enfocándose en resolver problemas sociales y concretos referentes al proceso de comunicación matemática en la realidad escolar y los resultados académicos obtenidos, y a la vez que es holístico e integral, pues estudia las dimensiones del ser humano, recordando que el modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo está orientado hacia una formación integral.

Tal como se mencionó anteriormente, dada la naturaleza del problema, el enfoque crítico social ha permitido que la comunidad educativa adquiera una conciencia autoreflexiva y crítica sobre la comunicación matemática y lo que esta implica, haciendo parte de una acción transformadora planificada con la participación activa de los estudiantes hacia la solución de dificultades.

4.3 Método

El método de investigación es la Investigación Acción, porque se da paso a una interacción y participación en la situación problema encontrada con los instrumentos de recolección de información aplicados, con el fin de buscar una solución y cumplir los objetivos propuestos: primordialmente mejorar las prácticas educativas, donde las docentes que intervienen en el proceso adquieren un compromiso con la transformación cualitativa del mundo, en beneficio de la población con mayores dificultades; se empeña en ubicar los problemas con relación a la totalidad; de igual forma, posee una concepción diferente respecto a la teoría-práctica, en el sentido que la Investigación Acción, usa la teoría y a la vez la transforma a partir de la realidad encontrada.

La investigación –acción permite entender la enseñanza y el aprendizaje como un continuo proceso de investigación, un proceso de permanente búsqueda donde surgen dificultades y a su vez soluciones por medio de estrategias pedagógicas, conllevando a entender el oficio docente, integrando la reflexión y el trabajo intelectual en el análisis de las experiencias que se realizan, como un elemento esencial de lo que constituye la propia actividad educativa. Los problemas guían la acción, pero lo fundamental en la investigación–acción es la exploración reflexiva que el profesional hace de su práctica, tanto por su contribución a la resolución de problemas, como también por su capacidad para reflexionar sobre su propia práctica, la planifique y sea capaz de introducir mejoras progresivas. En general, la investigación – acción constituye una vía de reflexiones sistemáticas sobre la práctica, con el fin de optimizar los procesos de enseñanza – aprendizaje.

4.4 Población y Muestra

El trabajo de intervención pedagógica se efectuó durante el primer, segundo y tercer periodo del año escolar 2017, con los estudiantes de básica secundaria, grado Sexto B específicamente, conformado por 32 estudiantes, 10 hombres y 22 mujeres.

4.5 Técnicas e Instrumentos

Es de suma importancia destacar la utilidad de las técnicas e instrumentos de recolección de información porque han permitido acercarse a los fenómenos encontrados y extraer la información pertinente para la ejecución de las actividades programadas y la respectiva intervención pedagógica.

Tabla 3.

Técnicas e instrumentos de recolección e información

Técnicas	Instrumentos	Recursos
Grupo Focal con estudiantes Entrevista a Estudiantes Taller con estudiantes Observación	Guía Cuestionarios Talleres y Guías Diario de Campo	Fotocopias, cámara fotográfica, filmadora, bitácora, diario de campo, video beam, computador, tablero, marcadores, papel bond, cartulina, entre otros.

4.6 Momentos del trabajo de intervención pedagógica

A partir de todos los procesos implementados, el trabajo realizado se enmarca en distintas etapas que han dado pie a generar los espacios adecuados de intervención, descritos a continuación:

Tabla 4.

Trabajo de Intervención

Momento de Caracterización		
Caracterización	Instrumentos	Actividades
Seleccionar una muestra de trabajo para aproximación a la comunidad.	Listados estudiantes Cuestionarios	Definición de la muestra del 100% del grado Sexto B de Básica Secundaria
Recoger información básica de caracterización.	Documentos de archivo.	Recopilación de datos. Revisión de datos de matrícula. Revisión resultados ISCE y Pruebas Saber
Observar y realizar investigaciones individuales.	Guía de preguntas.	Elaboración de una lista de preguntas guía. Formalización y selección de la información recopilada.
Seleccionar y entrenar grupos estratégicos.	Cuestionarios Entrevistas Diario de campo	Verificación de información. Detectar las percepciones que tienen los estudiantes. Recopilar toda la información en forma de notas, grabaciones y sistematizar.
Momento de diagnóstico		
Diagnóstico	Instrumentos	Actividades

Compatibilizar los elementos de información con el marco teórico. (Teorización) Elaboración de documento.	Antecedentes Marco Teórico de Referencia. Temas generadores. Material didáctico.	Trabajo de equipo para comparar la teoría con la percepción de los estudiantes, detectando vacíos, distorsiones en el conocimiento de su realidad. Identificar conjuntos de elementos que conforman los temas significativos en la percepción de los estudiantes (categorías) y permitir la iniciación de un proceso pedagógico. Detectar los tipos de explicación que la población muestra, da a los hechos y procesos relacionados con la comunicación matemática. Identificar las debilidades y fortalezas en proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
Momento de Intervención Pedagógica		
Acción Transformadora	Instrumentos	Actividades
Clasificar los problemas detectados en orden de prioridad.	Grupos de trabajo.	Organización de pequeñas asambleas y reuniones de grupos estratégicos de estudiantes.
Elaborar y seleccionar estrategias de acción y estrategias metodológicas	Mecanismos de control.	Elaboración de secuencia didáctica en el área de matemáticas. Diseño de guías de aprendizaje. Trabajo en grupos. Analizar los recursos humanos y materiales.
Establecer mecanismos de medición y control de las acciones propuestas. Ejecutar las estrategias y evaluarlas en forma permanente.	Evaluación permanente.	Programar las acciones. Ejecución de estrategias metodológicas específicas. Evaluación permanente

De esta forma se obtuvieron los factores a partir de cada categoría, y se propusieron unas estrategias de mejoramiento para enfrentar las dificultades presentadas.

Tabla 5.

Dificultades y Estrategias de Mejoramiento

CATEGORIAS	FACTORES	ESTRATEGIAS DE MEJORAMIENTO
Estrategias pedagógicas	Estrategias didácticas no acordes al modelo pedagógico de la institución, netamente tradicionalistas, magistrales y memorísticas. Copia continua y teórica en el cuaderno. Resolución mecánica de operaciones. Seguimiento de libros de Santillana. Talleres sin acompañamiento. Los docentes no permiten trabajos en grupo. No hay estímulos en clases de matemáticas. No se utiliza material didáctico, solo marcador y tablero. Los docentes no revisan tareas y talleres. Las evaluaciones aplicadas son memorísticas. No hay talleres y pruebas con preguntas tipo Saber. No hay uso de la tecnología y recursos digitales. Las clases se dictan solamente en el salón. Los docentes no llevan una planeación clara de sus clases. Dificultad para diseñar y aplicar estrategias metodológicas adecuadas para	Adopción de una estrategia pedagógica acorde al modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo que vincule trabajo en equipo dentro y fuera del aula de clase y con la participación activa de los estudiantes. Diseño de secuencias didácticas que contemplen la interpretación y expresión del lenguaje cotidiano a lenguaje matemático, mediante el planteamiento, análisis y solución de problemas. Diseño y aplicación de estrategias encaminadas al fortalecimiento de la comunicación matemática del pensamiento numérico. Implementar actividades fuera del aula que permita el trabajo cooperativo de los estudiantes. Uso de material didáctico y juegos que potencien el aprendizaje de las matemáticas. Uso de la infraestructura tecnológica de la institución. Estimular la participación y

	mejorar el uso de la comunicación matemática del pensamiento numérico.	desempeño de los estudiantes. Motivación permanente a los estudiantes. Diseño de evaluaciones con preguntas tipo saber.
Comunicación Matemática	Dificultades en el reconocimiento de los números, signos y símbolos propios de la matemática. No traducen expresiones numéricas al lenguaje verbal. No traducen del lenguaje verbal a expresiones numéricas y ecuaciones. Los estudiantes no traducen problemas cotidianos que requieran la aplicación de las matemáticas. Los estudiantes no comprenden los enunciados de preguntas de pruebas saber y supérate. Los estudiantes resuelven operaciones mecánicas planteadas, más no proponen una operación frente a una situación dada. Los estudiantes desconocen términos propios de la matemática.	Incorporación de contenidos, actividades y tareas fundamentadas en el fortalecimiento de la comunicación matemática en la secuencia didáctica a desarrollarse. Fortalecimiento de los términos propios de la matemática.
Pensamiento numérico Números Naturales y Números Enteros	Bajo desempeño de los estudiantes en problemas y situaciones de temas del pensamiento numérico (Operaciones básicas con números naturales). Los estudiantes no plantean una operación necesaria para la solución de un problema. Los estudiantes no resuelven ejercicios que contengan incógnitas o variables.	Desarrollo de guías de aprendizaje con los temas del pensamiento numérico. Fortalecimiento de los procesos de enseñanza aprendizaje de la temática del plan de estudios del pensamiento numérico. Enseñanza de ecuaciones.

	Los estudiantes no plantean ecuaciones para la solución de ejercicios. Los estudiantes realizan las operaciones básicas con dificultad.	Planteamiento de situaciones que requieran el uso de los temas básicos del pensamiento numérico.
Dificultades académicas	Bajo desempeño en los problemas y situaciones planteadas en el proceso de investigación. Hay deficiencia en el proceso de comunicación matemática en situaciones concretas del área. Los resultados del ISCE están bajando en la institución. Los estudiantes no comprenden los enunciados de problemas. Los estudiantes no plantean la solución de problemas. Los estudiantes no argumentan la solución de problemas y operaciones utilizadas. Los estudiantes no comprenden textos matemáticos. Los estudiantes presentan bajo desempeño en pruebas saber y supérate. Los estudiantes desconocen la simbología matemática.	Generar un sistema de estímulos en el desarrollo de las clases donde se valore el desempeño de los estudiantes desde el conocer, hacer y ser. Orientar el desarrollo de las guías de aprendizaje propuestas. Generar espacios de participación. Diseñar y utilizar el dominó matemático como estrategia pedagógica para mejorar en el estudiante el proceso de comunicación matemática. Hacer buen uso del tiempo libre jugando con el dominó diseñado para cada tema. Llevar un registro de dominós practicados con su respectivo análisis.

A lo largo del proceso investigativo, se detectó que una de las dificultades de los estudiantes del grado sexto, es el bajo desempeño en los aprendizaje propios del proceso de comunicación matemática, visualizada cuando los estudiantes no transforman el lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y viceversa, por sus continuas preguntas durante las actividades desarrolladas en el diagnóstico y la recolección de información al no poder desarrollas las situaciones propuestas y descritas en la descripción del problema.

Otro aspecto que se resaltó dentro de los obstáculos y dificultades encontradas, son las estrategias pedagógicas utilizadas por los docentes, las cuales no están acordes al modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo, al ser netamente tradicionalistas, trasmisionistas y memorísticas.

A criterio de los docentes, según conversaciones establecidas y la observación realizada, las estrategias que utilizan facilitan la comprensión y desarrollo de los contenidos del pensamiento numérico en los números naturales, mientras que para los estudiantes no son suficientes para su aprendizaje. Es muy importante explorar nuevas estrategias didácticas, para que los estudiantes puedan tener las herramientas necesarias y suficientes que contribuyan a un mejor aprendizaje de las matemáticas; esta tarea debe desarrollarla el docente, especialmente en la educación básica. Al respecto Azcoaga (1979, pág. 136), manifiesta que “la forma en que el maestro aplica los planes pedagógicos puede ser causal de problemas de aprendizaje (así como los buenos maestros pueden compensar fallas de los planes y deficiencias en su aplicación, con esfuerzo y sacrificio personal), pues del docente deriva el éxito o fracaso en el uso de sus estrategias didácticas.

De esta manera, es fundamental la tarea que tienen que desempeñar los docentes, pues de ellos dependerá en gran parte la facilidad o dificultad que desarrollen los estudiantes al apropiarse de la comunicación matemática.

4.7 Intervención pedagógica

4.7.1 Justificación

El proceso de recolección de información permitió detectar las diferentes estrategias pedagógicas que utilizan los maestros en la enseñanza de matemáticas, lo mismo que las consecuencias que de éstas se derivan, constituyendo una serie de problemáticas alrededor del proceso de comunicación matemática, determinando los problemas más acentuados para mejorar el aprendizaje del pensamiento numérico en cuanto a números enteros, encontrando que existe gran dificultad en su apropiación, complementada con la baja comprensión lectora, por lo tanto se presenta imposibilidad en lograr que el estudiante sea competente en la interpretación, el análisis lógico, la argumentación y aplicación de los conocimientos matemáticos adquiridos.

Es importante tener en cuenta que hace falta mayor orientación por parte del docente en la solución de problemas, pues en varias oportunidades los docentes únicamente explican brevemente la teoría, sin profundizar en las aplicaciones de la misma, problemática que se tiene que abordar con seriedad por parte de los docentes, acompañando a los estudiantes en cada uno de los procesos de la solución de situaciones problemáticas del pensamiento numérico.

Igualmente ante el disgusto por las matemáticas y la desmotivación que muestran los estudiantes, el trabajo de intervención pedagógica mediante las actividades programadas se orientó a contrarrestar la situación encontrada, generando aprendizajes significativos, derivados de la estrategia pedagógica adoptada.

Por otra parte, es necesario que los padres de familia contribuyan para que sus hijos utilicen adecuadamente el tiempo libre, dedicando lapsos para jugar o realizar actividades distintas a la académica, como también para actividades de refuerzo y fortalecimiento de sus aprendizaje. Otro aspecto importante que el grupo de trabajo manifiesta, de acuerdo a la observación e información recolectada es la utilización de estrategias pedagógicas que hacen parte de un modelo tradicional de formación, y que no tiene coherencia con el modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo de la institución, pues la enseñanza de las matemáticas se ha enfocado a la transmisión de conocimientos teóricos, el desarrollo mecánico de ejercicios matemáticos y la resolución de talleres que solamente implican operaciones y memoria, hecho que se manifiesta en el momento de desarrollar problemas de aplicación propuestos en el grupo focal, donde los estudiantes muestran su desconocimiento para resolver las situaciones planteadas.

Lo que se ha buscado entonces con la aplicación de la estrategia pedagógica es que se despierte en los estudiantes el interés y gusto por aprender y por lo tanto los docentes deberán superar los distintos problemas que se presentan.

Para lograr un alto nivel de motivación en los estudiantes, según la experiencia, las estrategias pedagógicas pueden emplear: la utilización de juegos matemáticos didácticos, la realización de talleres individuales o grupales, dentro y fuera del aula de clase, el empleo de monitores, comprometiendo a aquellos estudiantes que tienen más habilidad en la compresión de la matemática, la motivación mediante la bonificación en las valoraciones y estímulos en su desempeño, otras que se podrán implementar de acuerdo a la creatividad del docente y a la temática que se aborde, partiendo del hecho de que todas las personas tienen ideas previas de cada uno de los temas que se estudian. La utilización de éstas y otras estrategias didácticas permiten que el estudiante:

- Comprenda mejor los temas, ya que de alguna manera el docente estará logrando llegar a un gran número de personas que tiene distintos ritmos, estilos y formas de aprendizaje.

- Se motive por el aprendizaje del pensamiento numérico y por apropiarse de la comunicación matemática adecuada en las jornadas de clase que serán dinámicas, entretenidas y variadas, perdiendo la monotonía en el desarrollo de las mismas y evidenciado resultados en su fluidez verbal.

- Participe en los distintos momentos que se hayan planeado para la clase, logrando, en primer lugar, mayor integración y por ende pérdida de miedo en los aportes e ideas que cada persona pueda hacer y en segundo lugar para compartir con todos los integrantes del grupo, mejorando las relaciones humanas entre los integrantes del grupo.

Desde la observación, la cotidianidad y la práctica docente en esta área del conocimiento, el grupo de trabajo está convencido que una de las estrategias es la evaluación en el proceso de enseñanza aprendizaje, siendo fundamental porque permite el conocimiento de cómo va el proceso, lo mismo que su retroalimentación y que además tiene que ser coherente con las estrategias empleadas en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje.

Las docentes están de acuerdo con las fuentes consultadas en el sentido de que la evaluación se está haciendo de distintas formas pero considera también que en la mayoría de las situaciones, no está sirviendo para retroalimentar el proceso sino más bien para cumplir con los requerimientos de los boletines que se deben entregar a los estudiantes y padres de familia, es decir la evaluación no está cumpliendo con su verdadero objetivo de corregir y complementar aquellos temas en los cuales no se tiene la claridad suficiente y por ende originará dificultades en su aplicación y solución de problemas.

También se puede afirmar que todas las estrategias son fundamentales para evaluar los conocimientos matemáticos del pensamiento numérico, aunque los instrumentos escritos e individuales permiten al docente detectar con mayor facilidad los logros y dificultades de cada estudiante y por ende planear los refuerzos y nivelaciones, los talleres grupales favorecen en los estudiantes la expresión libre de sus ideas, confrontación de resultados, aclaración de dudas y la vivencia de valores tales como: el compartir, la tolerancia, la responsabilidad, el respeto, la solidaridad y otros, pero con frecuencia se pueden camuflar aquellos estudiantes que tienen dificultad en el área.

Cabe destacar que las participaciones de los estudiantes en exposiciones, debates, salidas al tablero, son evaluaciones que permiten la actividad del estudiante y al mismo tiempo se puede observar los aciertos y desaciertos en el aprendizaje.

Los contenidos presentados por los docentes hacen parte de un cúmulo teórico plasmado en guía de trabajo que son desarrolladas en el aula, y que los estudiantes consideran que son muy distintos a la evaluación realizada, mirando otra dificultad en la falta de coherencia de dichos contenidos y aquellos que se evalúan, ante lo cual se debe hacer un constante proceso de retroalimentación de las temáticas que presentan dificultades.

Los tipos de tareas que los docentes asignan a sus estudiantes son fundamentalmente teóricas y mecánicas para resolver ejercicios matemáticos, generando desmotivación en los estudiantes y dificultades al momento de comprender problemas matemáticos que se propusieron en el grupo focal. Es necesario entonces que los docentes modifiquen la presentación de contenidos en concordancia a la estructura de los contenidos propuestos en las pruebas saber y supérate que constantemente evalúan el desempeño de los estudiantes en todas las instituciones educativas.

El proceso de comunicación matemática requiere que los docentes adopten estrategias pedagógicas acordes a las necesidades de los estudiantes y los requerimientos que garanticen un buen desempeño en las pruebas internas y externas que se apliquen en la institución.

Lo anterior sugirió implementar una estrategia pedagógica acorde al modelo pedagógico institucional y cimentada en el juego, después de analizar las ventajas de aquellos que pueden fortalecer el pensamiento numérico y el proceso de comunicación matemática, escogiendo el dominó, como la herramienta que permite solucionar la problemática anteriormente descrita.

4.7.2 Implementación de la propuesta

A partir de los respectivos ajustes razonables para propender por la inclusión educativa, con la utilización de la secuencia didáctica que comprende el desarrollo de las guías de aprendizaje y el uso y puesta en juego del dominó para cada temática, se utiliza el juego y fortalece el trabajo en equipo de los estudiantes, desarrollando una estrategia pedagógica significativa para fortalecer el proceso de comunicación matemática.

El propósito fundamental de la propuesta de intervención pedagógica es el de mejorar los procesos de aprendizaje de la Matemática, mediante la cooperación de los distintos estamentos de la Comunidad Educativa en la elaboración y aplicación de la estrategia de trabajo, como también en la búsqueda de espacios lúdicos en la institución.

La planeación de las clases mediante una secuencia didáctica, permitió la ejecución de las actividades propuestas con un aprendizaje inicial de los signos, símbolos y terminología de las matemáticas de tal manera que los estudiantes sean capaces de leer, escribir, razonar y discutir ideas en una forma significativa, para que el uso del conocimiento sea algo natural, ya que a medida que comunica sus ideas aprende a clarificar, refinar y consolidar su pensamiento. Lo anterior de acuerdo a las temáticas establecidas en los Estándares Básicos de Competencias (2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (2015), logrando abarcar la temática de repaso general de Números Naturales y temas específicos de Números Enteros.

La implementación de la estrategia pedagógica también incluyó la elaboración de guías de aprendizaje de los temas de matemáticas, considerando su utilidad al reducir tiempo de conceptualización y contar con un intervalo más amplio para el desarrollo de actividades y solución de problemas, de tal forma que los estudiantes llevaron una carpeta de guías de aprendizaje y un cuaderno de talleres, suprimiendo lo que antes se denominaba cuaderno de teoría. Las guías de aprendizaje llevan su encabezado que contiene la identificación institucional, se describe el objetivo y los desempeños esperados, un apartado conceptual y por último una actividad práctica para ser desarrollada por los estudiantes. Hasta el momento se han elaborado 16 guías.

Con el ánimo de incorporar el juego en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, las docentes se propusieron diseñar dominós matemáticos para cada temática estudiada, con el fin de que los estudiantes jueguen con la respectiva orientación, y con la atención que el mismo juego exige, fortalezcan la comunicación matemática, a la hora de ganar diferentes partidas del juego; para esto se han creado 16 ejemplares de dominós, que se desarrollan en la plantilla de conceptos (Ver Anexo 6) diseñada en Microsoft Word y posteriormente se registra en la plantilla de dominó (Ver Anexo 8) que cuenta con las 28 fichas que conforman cada dominó. El material didáctico ha sido diseñado manualmente por las docentes usando eficazmente la tecnología a su alcance. De igual forma, con el propósito de brindar una educación incluyente se diseñaron los dominós en braille (Ver Anexo 9) para el estudiante invidente, quien ha presentado un desempeño superior en todas las actividades desarrolladas, pues su discapacidad visual no ha impedido que su alta comprensión de situaciones matemáticas disminuya. Otra herramienta didáctica con el estudiante invidente ha sido el uso de software Jaws, lector de computador para desarrollar las actividades con la ayuda de la tecnología. Para el desarrollo de las clases se elaboraron cinco ejemplares de cada dominó, con el fin de crear espacios lúdicos de aprendizaje con la participación de todos los estudiantes. Lo anterior se desarrolló de acuerdo al plan de acción para la ejecución de la propuesta descrita:

Tabla 6.

Plan de Acción Intervención Pedagógica

ESTRATEGIAS	OBJETIVO	ACTIVIDADES	RECURSOS	PARTICIPANTES
Implementación de la secuencia didáctica con el repaso de números naturales y temáticas de números enteros.	Diseñar y aplicar la secuencia didáctica.	Planeación. Revisión bibliográfica. Diseño y redacción.	Papel Computador USB Internet	Estudiantes Docentes
Desarrollo de guías de aprendizaje sobre números enteros	Elaborar guías de aprendizaje con los temas de los números enteros.	Diseño del formato. Revisión bibliográfica y conceptual. Elaboración de guías. Elaboración de talleres.	Papel Computador USB Internet	Docentes
Diseño de la estrategia pedagógica basada en el juego.	Analizar la utilidad de juegos matemáticos para fortalecer el proceso de comunicación matemática.	Elaboración de materiales didácticos para matemáticas. Desarrollo de talleres.	Papel Computador USB Internet	Estudiantes Docentes

Elaboración de material didáctico de matemáticas. Dominó	Elaborar y utilizar los dominós matemáticos de acuerdo a los temas de las guías de aprendizaje y la secuencia didáctica.	Elaboración de materiales didácticos para matemáticas. Desarrollo de talleres.	Papel, Cartulina Madera, Pintura Computador Útiles escolares	Estudiantes Docentes
Participación en las olimpiadas matemáticas	Evaluar el desempeño de los estudiantes en olimpiadas matemáticas de la región.	Diseño de las pruebas para evaluar aprendizajes propios de la comunicación matemática. Inscripción de participantes Asignación de pruebas Calificación Análisis de resultados	Formatos Papel Computador USB Impresora Tablets	Estudiantes Docentes Directivos
Participación en la semana cultural de la institución.	Socializar el juego del dominó matemático en el marco de la celebración de las fiestas patronales de la institución.	Preparar el stand del juego matemático. Exponer los dominós matemáticos diseñados. Participar con los estudiantes en la carrera de observación matemática.	Dominós. Papel Mesas Sillas	Estudiantes Docentes
Evaluación de las actividades realizadas.	Verificar los alcances de las actividades y objetivos propuestos.	Redacción del proyecto. Revisión del proyecto.	Papel Computador USB Internet	Docentes
Elaboración del informe final de intervención pedagógica.	Presentar un informe final sobre la implementación de la estrategia pedagógica. Elaborar la cartilla	Lectura. Redacción del proyecto. Revisión. Organización de la información. Diseño y edición	Papel Computador USB Internet	Docentes

	con la secuencia didáctica, las guías de aprendizaje y el dominó matemático.	de la cartilla.	

Desde el mes de Marzo, se desarrollaron las clases con la secuencia didáctica y sus respectivas guías de aprendizaje y dominó matemático, creando un ambiente lúdico de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, incluyendo en cada una de las clases diferentes estrategias que motiven a los estudiantes, a quienes se ha monitoreado en su desempeño mediante la aplicación de pruebas escritas tipo Saber a las cuales han respondido de forma más eficiente. Se ha observado una mayor fluidez a la hora de argumentar la solución de problemas y los procesos utilizados.

4.7.3 Secuencia didáctica

Con el fin de adoptar una estrategia pedagógica eficaz en el área de matemáticas, se desarrolló la siguiente secuencia didáctica para la ejecución de las actividades propuestas.

Tabla 7.

Secuencia Didáctica

<table>
<tr><th colspan="4">SECUENCIA DIDÁCTICA</th></tr>
<tr><th colspan="4">AREA/NUCLEO TEMATICO: Matemáticas</th></tr>
<tr><td>Periodo:</td><td colspan="3">PRIMERO, SEGUNDO Y TERCERO</td></tr>
<tr><td>Grado:</td><td>SEXTO B</td><td>DOCENTES</td><td>Ana María Chalacán, Nibia Terán, Sonia Rosero.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Tiempo probable: 32 semanas</td><td>Tiempo real: 32 semanas</td></tr>
<tr><th colspan="4">OBJETIVO</th></tr>
<tr><td colspan="4">Fortalecer el proceso de comunicación matemática en el pensamiento numérico a través de estrategias pedagógicas que permitan expresar con números naturales y enteros información de situaciones relativas y prácticas mediante la lúdica matemática.</td></tr>
<tr><th colspan="4">ESTANDARES DE COMPETENCIA:</th></tr>
<tr><td colspan="4">RAZONAR, COMUNICAR, FORMULAR Y RESOLVER PROBLEMAS.
Formula y resuelve problemas hipotéticos y cotidianos apropiándose adecuadamente de la comunicación matemática en el repaso de los números naturales y en el aprendizaje de números enteros.</td></tr>
<tr><th colspan="4">ELEMENTOS CONCEPTUALES</th></tr>
<tr><td colspan="4">• NÚMEROS NATURALES
    o ECUACIONES NÚMEROS NATURALES
• NÚMEROS ENTEROS
    o Introducción
    o Orden en números enteros
    o Valor absoluto
    o Representación
    o Plano cartesiano
    o Operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación)
    o Ecuaciones</td></tr>
<tr><th colspan="4">FASES DE LA SECUENCIA DIDACTICA</th></tr>
<tr><th>Actividades de apertura</th><th colspan="2">Actividades de desarrollo</th><th>Actividades de cierre</th></tr>
<tr><th>EXPLORACIÓN</th><th>ESTRUCTURACIÓN</th><th>TRANSFERENCIA</th><th>EVALUACIÓN FORMATIVA</th></tr>
<tr><th colspan="4">MOMENTO 1</th></tr>
<tr><td>Conocimientos previos</td><td>Se orienta el desarrollo de la guía No. 2, sobre Ecuaciones con</td><td>Los estudiantes desarrollan la guía asignada y los respectivos</td><td>Se organizan grupos de 7 estudiantes, a quienes se les hace entrega del</td></tr>
</table>

Al iniciar las actividades se establecen los parámetros para la metodología y la evaluación y se describe la forma de trabajo en el área Se realiza un repaso general de números naturales, desarrollando la Guía No. 1, sobre operaciones básicas y ejercicios de aprestamiento. Posteriormente se habla con los estudiantes sobre la importancia del juego en el aprendizaje de las matemáticas, donde se explica por medio de un video el juego tradicional de dominó. Los estudiantes conforman grupos para practicar y jugar dominó con las reglas establecidas. De esta forma se les explica que en el desarrollo de cada temática se incorporará diferentes dominós pero con los contenidos estudiados, siendo una herramienta de enseñanza, aprendizaje y evaluación en las clases por seguir.	números naturales, explicando la terminología y simbología básica de las matemáticas. El estudiante invidente, con ceguera total colabora con la lectura en braille de dichos conceptos, mientras que un grupo de estudiantes organiza el rincón matemático para ir colocando mediante carteles los conceptos para recordar.	ejercicios. Luego se resuelve un quiz de software libre en las tablets, diseñado por las docentes sobre ecuaciones en Edilim. Se retroalimenta la actividad aclarando dudas e inquietudes de los estudiantes. El trabajo en grupo permite el apoyo entre compañeros. Se establece un diálogo de situaciones problemicas en el contexto cercano y familiar que involucran uso de ecuaciones matemáticas con números enteros.	dominó sobre ecuaciones de números naturales, para resolver las situaciones planteadas. Se desarrolla el juego, mezclando las fichas y haciendo la secuencia coherente de los conceptos y ejercicios entregados. Después de haber jugado, cada estudiante realiza un registro escrito en el cuaderno de los conceptos y ejercicios trabajados. Las docentes entregan la copia del dominó para ser estructurado en el cuaderno de talleres. Se valora el trabajo en equipo, el aporte individual de cada estudiante y su desempeño en el desarrollo de las actividades planteadas. Se deja como consulta a los estudiantes para que averigüen que es un saldo rojo en un banco.
MOMENTO 2			
A partir de la consulta sobre el significado de saldo rojo, se establece un diálogo por medio de una mesa redonda para escuchar a los estudiantes con	Se asigna a los estudiantes fichas con los signos de mayor y menor con el fin de identificar su significado. Las docentes explican desde una	Una vez los estudiantes realicen la actividad asignada, se fortalece la identificación de números enteros en la recta numérica, su representación y su	Teniendo en cuenta los dos temas estudiados se presenta el dominó matemático para ser jugado por ellos en grupos de 4. Intercambian roles para que puedan integrarse de distinta

sus respectivos aportes, haciendo una lluvia de ideas en el tablero, construyendo conjuntamente el concepto, y adentrándolos en el mundo de los números negativos, que surgieron ante la necesidad de expresar cantidades que con los números naturales no se podía. Se entrega la guía No. 3 de Introducción a Números Enteros y se orienta su desarrollo. Con los estudiantes se sale al patio, donde se organiza una hilera con ellos, estableciendo el punto 0, y a partir de allí se explica que los estudiantes ubicados a la izquierda de dicho punto son los negativos y los que están a la derecha son los positivos. Cada estudiante identifica las diferentes posiciones de los números, que posteriormente representarán en la recta numérica. Se explica mediante ejercicios claves la presencia de números negativos en contextos de la vida diaria, como son en temperatura, deudas, alturas, pérdidas, años, entre otros. Los estudiantes conforman	situación problema sobre la temperatura en lugares de Colombia, las variaciones que se pueden dar y que se expresan utilizando números positivos y negativos, dando origen a la comparación de sitios donde es mayor la temperatura para caracterizar climas cálidos y sus elementos, como también climas templados y fríos. De igual forma se trabaja transversalmente para dialogar sobre las especies de flora y fauna en dichas regiones. Al explicar las variaciones se hace la relación de mayor y menor, planteando diferentes ejercicios con fichas que son pegadas en el tablero y a las cuales hay que asignarles un signo (< o >). Posteriormente se entrega la Guía No. 4, que se lee conjuntamente y se resuelve con la participación de todos los estudiantes. Se deja la actividad para ser resuelta en la casa. En el rincón matemático se colocan las fichas de relación de mayoría y minoría, hacia izquierda y derecha, arriba y abajo. Los estudiantes deben presentar	comparación, mediante la socialización de sus trabajos. Luego se asigna la Guía No. 5, sobre Valor absoluto, donde se muestra un video sobre la evolución de la escritura de los números y con el que se explica el valor absoluto de los enteros. Se realizan ejercicios en parejas, que luego socializan ante sus compañeros. Se consolidan conceptos para colocarlos en el rincón matemático. Las actividades son realizadas en el cuaderno de talleres y son revisadas por las docentes. Para complementar se realiza una actividad en la biblioteca escolar, donde los estudiantes participan de una yincana de números enteros y el valor absoluto correspondiente, desplazándose por diferentes estaciones con retos a cumplir, como por ejemplo, armar un rompecabezas, resolver una operación, relacionar el valor absoluto de un número y conceptos básicos de las temáticas. De igual forma se trabaja el tema de Números Opuestos, donde a los estudiantes se les ha asignado	forma. En el cuaderno de talleres se realiza el respectivo registro de la temática del juego y luego organizan la secuencia del juego que se entrega en una fotocopia. También se asigna a los estudiantes una exposición sobre le temática trabajada y la búsqueda de situaciones cotidianas donde se miren las temáticas aprendidas. Se realiza una actividad de refuerzo en la plataforma educativa Thatquiz. A partir de las pruebas realizadas en las eliminatorias de supérate con el saber, se aplican las preguntas a los estudiantes, con el fin de fortalecer su desempeño en comprensión, argumentación e interpretación. Cada estudiante debe desarrollar con procesos las preguntas entregadas y sustentar su respuesta con argumentos claros desde la matemática. Se concluye con el desarrollo de la guía No. 6 de representación de los números enteros, presentada en forma de lectura para ser analizada. Se debe entregar la actividad propuesta en una hoja. Se valora en el estudiante su expresión oral y sentido crítico ante los ejercicios propuestos. Como también la fluidez verbal matemática

grupos de 7 personas para jugar el dominó diseñado para esta temática. Además deben registrar en sus cuadernos de talleres la solución a los planteamientos hechos.	situaciones de la vida diaria donde se mire la comparación de números enteros, con dibujos y buena redacción.	un número entero, y deben buscar su correspondiente opuesto. Se desarrollan las actividades propuestas en el cuaderno.	al explicar su trabajo.
MOMENTO 3			
Las docentes presentan un video sobre las diferentes rutas y recorridos de los medios de transporte, que puede ser de forma horizontal o vertical. A partir de lo anterior los estudiantes participan en la construcción conjunta de las conclusiones del video, a partir del cual se habla sobre la importancia de las coordenadas para la ubicación de personas o elementos. Se explica que nuestro sistema geográfico se identifica a partir de puntos estratégicos para obtener una determinada posición. Se hace una exposición en la que se conforma el plano cartesiano a partir de la unión de los dos ejes, vertical y	Se inicia con el desarrollo de la Guía No. 7 sobre plano cartesiano, donde se presenta a los estudiantes un dibujo del plano elaborado en tiza en el patio de la institución, explicando los respectivos ejes x y y, el punto de origen y los cuatro cuadrantes con sus respectivos signos. Se hace necesario explicar las direcciones del plano antes de desarrollar operatorias, de tal forma que los estudiantes tengan claro que hacia arriba y derecha se ubicarán números positivos y por lo tanto serán mayores; mientras que hacia abajo o izquierda los números serán negativos y menores. En el patio ubicamos diferentes puntos en el plano cartesiano, explicando lo que es una coordenada para términos de ubicación.	Las docentes entregan a los estudiantes situaciones contextualizadas como por ejemplo las coordenadas de un avión para aterrizar en una pista. También se presentan diferentes imágenes con puntos en el plano cartesiano para que los estudiantes identifiquen las coordenadas y las escriban. Se motiva a los estudiantes a inventar sus propios problemas para uso del plano cartesiano. Para esta actividad se entrega hojas de papel para que hagan sus respectivos gráficos y representaciones. Se realiza una prueba evaluativa de identificación de ubicación e identificación de coordenadas.	Los estudiantes deben presentar el desarrollo de la guía de trabajo en el cuaderno, y realizar en grupos su respectiva socialización en el grupo, mediante stands donde todos pasan escuchando sus argumentos y formas de solución. Posteriormente se asigna a los estudiantes una ficha con el plano cartesiano y un conjunto de coordenadas por ubicar para que descubran la imagen oculta que contiene casas, carros, castillos, arboles, campanas, frutas, entre otros. Al finalizar los estudiantes entregarán la ficha asignada y elaborarán otra libremente, asignando coordenadas para el diseño de un dibujo. Se consignan conceptos básicos del plano cartesiano en el rincón matemático.

horizontal que forman una cruz, y la respectiva ubicación de los números enteros.	Se entrega a cada estudiante un octavo de cartulina para que elabore un plano cartesiano y exprese mediante coordenadas el recorrido que hace desde su casa hasta el colegio y viceversa.		
	MOMENTO 4		
Retomando las temáticas anteriores, se hace un recorrido por el rincón matemático y sus respectivos conceptos consignados, retomando a partir del ejemplo de las compras que todas las personas realizamos, la necesidad de utilizar permanentemente las operaciones matemáticas de adición, sustracción, multiplicación y división. Mediante un debate se discute de diferentes contextos de la vida diaria donde están presentes dichas operaciones y su incidencia en la calidad de vida de las personas. Las docentes socializan los conceptos básicos de cada operación y sus similitudes y diferencias entre números naturales y enteros, donde se debe tener en cuenta la funcionalidad de los signos negativos y positivos.	Se empieza asignando la guía No. 8 sobre Adición de números enteros, explicando claramente los casos que se presentan en esta operación, como son números enteros de igual signo y números enteros de diferente signo. El estudiante invidente lee los diferentes conceptos desde sus fichas en braille y se genera un espacio de participación con los demás estudiantes. Se realizan ejercicios de aplicación de los casos anteriores. Para motivar a los estudiantes se presenta el juego de dados, diseñado por las docentes para la explicación de las operaciones básicas. Los estudiantes lanzan por grupos los dados, y plantean sus propias operaciones para ser resueltas y luego explicadas a sus compañeros. Los dados tienen traducción en braille también.	Se inicia la socialización de las propiedades de la adición que la realizan los diferentes grupos designados, quienes explican conceptos básicos, formula y ejemplos de la vida diaria. Se hace un registro en el cuaderno sobre las temáticas explicadas. En el rincón matemático se colocan los conceptos de la adición, casos y propiedades. En el cuaderno de talleres los estudiantes deben resolver los ejercicios de operatoria básica planteados. En la sala de informática se presenta a los estudiantes un taller de repaso en Thatquiz para ser resuelto.	Se organizan diferentes chapolas con problemas que requieren de la adición para su solución, los cuales son entregados al azar y al finalizar la clase deben presentar con su respetivo proceso y mediante el intercambio con sus compañeros. También se realiza una evaluación escrita con preguntas tipo saber. Se organiza grupos de trabajo para que mediante emparejamiento realicen un taller de identificar problemas, operaciones y sus respetivas propiedades utilizadas. Al finalizar la temática los estudiantes propondrán algunas situaciones de su hogar o entorno cercano que involucre la adición como solución.

	Se asigna una exposición de cada propiedad de la adición a grupos de estudiantes.		
MOMENTO 5			
Teniendo en cuenta la temática de adición, se habla de la operación contraria que es la sustracción, dando a conocer la guía No. 9, orientando su lectura y su clara explicación mediante diapositivas. Con los estudiantes se hace juego de roles para la explicación de la simplificación de signos, como también los signos de agrupación que aparecen en las operaciones matemáticas. En la sala de informática fortalecen algunos conceptos, mediante la consulta. Mediante la conformación de grupos de estudiantes se realizan ejercicios utilizando simplificación de signos y sus correspondientes reglas. Se redactan los conceptos básicos para ser colocados en el rincón matemático. Los ejercicios planteados en la guía se resuelven en el cuaderno de talleres.	Diálogo sobre la tarea asignada. Lluvia de ideas sobre la tarea y análisis de la misma, hablando sobre el ahorro y el endeudamiento. Entrega y lectura de la guía 10 sobre multiplicación de números enteros. Construcción del concepto de multiplicación a partir del diálogo anterior. Presentación de la ley de signos. Entrega de ficha para recordar. Lectura en braille de las operaciones con ley de signos. Juego de dados. Los estudiantes lanzan dados y proponen sus propios ejercicios para ser resueltos. De acuerdo a los ejercicios propuestos identificar las propiedades que se presentan en cada caso. Lectura en braille de las	Desarrollo de operaciones con tres o más números enteros. Identificación de fichas y conceptos del dominó matemático. Los estudiantes juegan el dominó asignado, de tal forma que solucionen los problemas propuestos y registren en el cuaderno los conceptos básicos. Se entrega la ficha de dominó para ser estructurada en el cuaderno. Posteriormente se realizan ejercicios interactivos en el televisor con la participación de cada uno de los estudiantes en su respectiva solución. Se desplaza el grupo a la sala de informática y en la plataforma thatquiz resuelven un quiz planteado sobre la temática.	Explicación y retroalimentación de los ejercicios. Entrega de tablets para resolver la actividad interactiva evaluativa (Edilim) sobre multiplicación de números enteros, propiedades y ley de signos. Juego de dominó matemático. Valoración por medio de ficha de participación a los estudiantes que finalicen las actividades interactivas. Asignación de ejercicios de la guía para desarrollar en la casa y presentar la próxima clase. Los estudiantes deben establecer un diálogo con sus padres en casa sobre la manera de obtención de sus territorios o casas se habitación. Como también cómo se obtuvieron las herencias.

Se deja como tarea hablar con los padres de familia sobre la pregunta ¿Qué pasa cuando los gastos del hogar son superiores a los ingresos que se reciben? ¿Cómo se soluciona dicha situación? ¿Qué alternativas se tienen?	propiedades de la multiplicación.		
MOMENTO 6			
Se inicia con una mesa redonda donde se socializa la tarea realizada en casa sobre la forma en que los padres obtuvieron sus casas de habitación, propiedades y terrenos, o si se han derivado de herencias, para poder aterrizar en el concepto de repartición y abordar la temática de la división. Se registra en el tablero las ideas de los participantes, consolidando un solo concepto general sobre la división. Las docentes explican la temática de división exacta e inexacta. Se desarrollan ejercicios de división.	Se procede a desarrollar la guía No. 11 de División de números enteros, explicando claramente su contenido. Los estudiantes conforman grupos de trabajo para desarrollar las actividades. Luego socializan el trabajo. Se desplazan a la sala de informática para presentar simulacro de pruebas saber, como también registrar los ejercicios en el cuaderno para ser resueltos con procesos. Al mismo tiempo consultan algunos conceptos básicos de la división, así como la ley de signos. Finalmente elaboran un cartel con la ley de división de signos.	En grupos los estudiantes elaboran los carteles para el rincón matemático y los publican dando una breve explicación de cada uno. Se reparte un problema matemático por cada grupo para ser resuelto en un pliego de papel bond que se entregó junto con los marcadores. Cada grupo debe recopilar todos los problemas y realizar sus respectivos procesos. Luego pegan las carteleras en diferentes lugares del salón mientras las docentes revisan. Después de dar las sugerencias de correcciones, los estudiantes retoman los ejercicios para presentarlos bien.	En thatquiz se programa un taller de repaso y evaluación sobre la temática que cada estudiante debe desarrollar. Al terminar revisa su puntaje y en caso de errores, retoma la prueba para registrar en el cuaderno los ejercicios con dificultades. Las docentes han diseñado el dominó matemático para este tema, el cual es entregado para que los estudiantes jueguen y resuelvan los ejercicios propuestos. Registran en el cuaderno los procesos y sus respuestas, así como también organizan la estructura del dominó trabajado.
MOMENTO 7			
En el patio principal se realiza una dinámica con los estudiantes donde resuelven	Se asigna la guía No. 12, de ecuaciones de números enteros, que es explicada por las docentes	Después de solucionar los problemas propuestos, se motiva a los estudiantes a crear sus	Con el propósito de fortalecer el tema se conforman grupos de 4 estudiantes y se entrega el dominó respetivo de

problemas que requieren la utilización de operaciones básicas para su solución, identificando planteamiento, solución y respuesta. Igualmente se ocultan algunas fichas con ejercicios matemáticos para que ellos las busquen y las registren en el cuaderno. Una vez desarrollada la actividad se analizan los ejercicios y se explica la importancia de plantear un problema mediante una ecuación.	mediante la resolución de los ejemplos presentados. Los estudiantes participan del desarrollo en el tablero. Continúan solucionando el taller planteado en grupos de tres estudiantes y posteriormente explicando el procedimiento utilizado para cada uno. Los demás estudiantes corroboran la solución correcta y se califican el taller.	propios ejercicios mediante el planteamiento de problemas que requieran el uso de ecuaciones para su solución. En grupos empiezan a aportar ideas y a elaborar sus ejercicios. Se socializan los trabajos, escuchándolos a todos y se solucionan en el cuaderno de talleres.	problemas, su ecuación y respuesta. Se observa el desarrollo del juego y posteriormente los estudiantes solucionan los ejercicios planteados en el cuaderno. Se prepara con los estudiantes un foro de participación donde se construya conjuntamente otros ejercicios con ecuaciones de números enteros. En thatquiz se propone un taller de refuerzo y repaso.
		MOMENTO 8	
Una vez abordadas las temáticas de las operaciones básicas se lleva a los estudiantes a la sala de informática para que investiguen en diferentes sitios web los conceptos teóricos de los términos relacionados con la potenciación y radicación de números enteros. La información se registra en el cuaderno y a su vez los estudiantes indican las fuentes de consulta.	Una vez realizada la consulta las docentes revisan el trabajo, que posteriormente los estudiantes socializan y publican los conceptos generales en el rincón matemático. Se entrega la guía No. 13 sobre potenciación de números enteros, explicando cada uno de sus apartes y desarrollando ejercicios con las propiedades planteadas. Se aclaran dudas para designar el desarrollo del taller.	Los estudiantes presentan el desarrollo de la guía en el cuaderno. Se entrega la guía No. 14 sobre radicación de números enteros, explicando su contenido y realizando ejercicios aplicando propiedades. En la sala de informática se presentan 3 talleres en thatquiz para ser desarrollados a partir de las temáticas explicadas.	Los estudiantes juegan el dominó matemático de este tema, justificando la respectiva solución en sus cuadernos. Se realiza una prueba evaluativa que consolida las temáticas estudiadas. Se corrigen los ejercicios en grupo, aclarando los debidos procedimientos para ser registrados en el cuaderno. Se establece un dialogo con los estudiantes sobre la importancia de jugar dominó matemático diseñado para cada tema.

AJUSTES RAZONABLES	PROYECTOS TRANSVERSALES	RECURSOS
Para el estudiante invidente con Barreras en el aprendizaje se realizan los ajustes razonables, explicaciones personalizadas y talleres para alcanzar el desempeño básico, alto o superior. Impresiones en braille y software de lectura para invidentes JAWS en el computador. Se prioriza la participación oral del estudiante en las actividades desarrolladas.	**Proyecto de educación para el ejercicio de los derechos humanos.** En el desarrollo de las guías de trabajo los estudiantes en su mayoría, respetarán las ideas y pensamiento de los demás y a la vez tendrán libertad para formular preguntas y sustentar respuestas. En cada actividad se recalca el acceso a sus derechos fundamentales y el cumplimiento de sus deberes, cumpliendo a cabalidad lo estipulado en el manual de convivencia. **Proyecto de educación ambiental.** Se incorporarán en el desarrollo de la clase situaciones que afectan la contaminación en la actualidad mediante cifras estadísticas significativas, motivando al estudiante al buen uso de los recursos naturales y el medio. En el desarrollo de las clases se orienta para mantener en buen estado el salón de clases y dependencias, colocando la basura en el lugar correcto, reciclando papel y botellas de plástico. **Proyecto de educación económica y financiera.** Desarrollo de problemas matemáticos con situaciones reales. Análisis de la situación económica de la región y los productos que se producen en la zona para generar ingresos a las familias. Se trabaja con la temática del ahorro y todos sus componentes, generando diálogos en sus familias sobre ingresos, gastos y patrimonio que sustentan las necesidades de nuestros estudiantes. **Proyecto de educación sexual y construcción de ciudadanía.** Fomentar el respeto por la diferencia entre estudiantes, por sus gustos, aficiones y formas de actuar. Generar espacios de participación donde se identifican como ciudadanos que toman sus propias decisiones para su beneficio y el de sus semejantes. Con las tareas escolares se fortalecen los lazos familiares al realizar actividades que requieren comunicación con sus padres y hermanos mayores. **Proyecto de estilos de vida saludable.** Se motiva a los estudiantes a hacer buen uso del tiempo libre con la	Guías de aprendizaje. Fichas de dominó matemático. Fichas de rincón matemático. Tablets. Papelería Fotocopias Dados en papel Tablero

	práctica del juego del dominó tradicional y el matemático diseñado para cada actividad. Se permite la consulta dirigida en biblioteca, sala de informática y Punto Vive Digital de forma individual o grupal, orientando sobre el buen uso de la información disponible en la web. Se proponen ejemplos de actualidad deportiva para análisis matemático, inculcando la práctica de la actividad física para gozar de buena salud y bienestar. **Proyecto de movilidad segura.** En el momento de desarrollar las actividades se orienta a los estudiantes hacia el uso adecuado de los espacios físicos, la identificación de las zonas de evacuación ante cualquier desastre, las diferentes dependencias de la institución. Igualmente la colaboración grupal para la movilización del estudiante Javier Mafla con ceguera total, garantizando su seguridad y equidad en el proceso de formación. **Proyecto macro de lectoescritura.** En el desarrollo de las actividades se promueve la práctica de la lectura de textos, historias y aportes matemáticos que permiten a los estudiantes enriquecer su espíritu crítico y argumentativo para mejorar su desempeño en las pruebas saber y supérate. Se orienta al grupo en el desarrollo de pruebas tipo saber, tips para resolver problemas y explicación de terminología básica de la matemática. Finalmente los estudiantes redactan sus propios escritos de las temáticas estudiadas, tales como ensayos, reflexiones, coplas, adivinanzas, esquemas, cuentos, entre otros.	

BIBLIOGRAFÍA

- Estándares Básicos de Competencias, MEN, Documento 3
- Derechos Básicos de Aprendizaje.
- DIAZ FABERTH y otros. Nuevo pensamiento matemático 6. Editorial Libros & Libros S.A. Bogotá D.C. 2004.
- OROZCO TROCHEZ JOSE L. Juega y construye la matemática 6. Editorial Kimpres- Ltda. Ediciones Maristas 2011

OBSERVACIONES:

4.7.4 Guías de aprendizaje

Con el propósito de contar con más tiempo de la clase para realizar ejercicios teóricos y prácticos con los estudiantes, y evitar la clase tradicional de copia y dictado, se elaboraron las guías de aprendizaje, enunciadas en la secuencia didáctica y que en este apartado se describen con más claridad, las que constan de su respetivo objetivo y desempeño, teoría, conceptos, procedimientos y taller, tomando como referente teórico el libro de Nuevas Matemáticas 6, Hipertexto Matemáticas Sexto y Nuevo Pensamiento Matemático 6.

Durante el transcurso del desarrollo de las clases, la guía de aprendizaje tuvo como propósito mostrar al estudiante un contenido organizado para el desarrollo de las diferentes actividades en los procesos matemáticos, siendo así un apoyo lector, y a la vez una herramienta donde el estudiante obtuvo una comprensión precisa de lo que se abordará durante la clase, generando un nivel de interpretación en relación con el texto. De esta manera permitió un dialogo permanente y a la vez enriquecedor para fortalecer los procesos de aprendizaje.

En el momento de desarrollar la guía de aprendizaje, de acuerdo a los espacios designados en el transcurso de la secuencia didáctica, se encuentran plasmados unos momentos, un esquema que orienta al estudiante de tal forma que el desarrollo de la misma sea un proceso activo y significativo. Tomando como referencia la figura 2, la primera parte contiene la identificación de la institución, el año escolar y sus respetivos escudos y logos. La segunda parte comprende el objetivo a alcanzar con el desempeño esperado, que son la evidencia de aprendizaje y valoración. En la tercera parte, se encuentra el título del tema y la conceptualización teórica y procedimental con sus respectivos ejemplos y solución, facilitando al estudiante una estructura paso a paso para comprender el tema estudiado y así el estudiante tenga los argumentos necesarios para el desarrollo del taller. En la cuarta parte se presenta un taller, con una serie de ejercicios que ponen en práctica la teoría anteriormente presentada, los cuales son desarrollados en el cuaderno de talleres, carteleras, oralmente, entre otras formas, visualizado en la figura 4.

Cada guía de aprendizaje finaliza con un momento pedagógico lúdico para hacer uso del respetivo dominó del tema abordado, permitiendo que los estudiantes jueguen en interacción con sus compañeros por medio del trabajo en equipo, siguiendo las reglas del juego, actividad que orienta siempre el docente responsable. Cada dominó tiene la coherencia con la temática de la guía, estableciendo en sus respectivas relaciones las diferentes representaciones matemáticas para ser expresadas y comprendidas desde la competencia de la comunicación matemática, cumpliendo a cabalidad con los objetivos y desempeños que se plantean.

Finalmente, se encuentra la bibliografía, donde se indica los textos de los cuales fue tomada la teoría para la elaboración de la guía y el dominó.

A partir de lo anterior, las guías propician los elementos conceptuales, matemáticos y didácticos necesarios y la capacidad para un análisis en el desarrollo del taller y la puesta en práctica en el uso del domino, para analizar y tomar conciencia de los propios procesos de aprendizajes y desarrollar conocimientos acerca de los mismos, es decir, favoreciendo la reflexión, habilidades y estrategias para regular el proceso de aprendizaje y la solución de tareas, de la mano del fortalecimiento de la competencia de comunicación matemática.

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Multiplicar dos números naturales consiste en sumar uno de los factores consigo mismo tantas veces como indica el otro factor.
Por ejemplo, la multiplicación **2 . 5** consiste en sumar el número 2 cinco veces.

a x b = c

Los términos que intervienen en una multiplicación se denominan:
a y b se denomina **factores**
El resultado **(c)** se denomina **producto.**

Propiedades de la multiplicación de números naturales

1. Operación interna: El resultado de multiplicar dos números naturales es otro número natural. $a \cdot b \in \mathbf{N}$	**2. Asociativa:** El modo de agrupar los factores no varía el resultado. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ **Ejemplo:** $(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$ $6 \cdot 5 = 2 \cdot 15$ $30 = 30$	**3. Conmutativa:** El orden de los factores no varía el producto. $a \cdot b = b \cdot a$ **Ejemplo:** $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2$ $10 = 10$
4. Elemento neutro: El **1** es el elemento neutro de la multiplicación de números naturales porque todo número multiplicado por él da el mismo número. $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ **Ejemplo:** $3 \cdot 1 = 1 \cdot 3 = 3$	**5. Distributiva:** La multiplicación de un número natural por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número natural por cada uno de los sumandos. $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ **Ejemplo:** $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ $2 \cdot 8 = 6 + 10$ $16 = 16$	**6. Sacar factor común:** Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor. $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$ **Ejemplo:** $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 2 \cdot (3 + 5)$ $6 + 10 = 2 \cdot 8$ $16 = 16$

DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES

La división de números naturales puede ser:
Exacta: si el resto es igual a cero.
Inexacta o entera: si el resto no es cero (aunque siempre tiene que ser menor que el divisor)
Para comprobar si una división está bien resuelta se aplica la "**división**":
Dividendo = Divisor x Cociente + Resto
Ejemplo:
30 : 7 = 4 (resto 2) Aplicamos la propiedad fundamental de la división:
Divisor x Cociente + Resto = **7 x 4 + 2 = 28 + 2 = 30** = Dividendo
Por lo tanto la división está bien resuelta.

Pongamos en Práctica lo aprendido

TALLER 1.
De forma ordenada resuelve cada uno de los ejercicios asignados en tu cuaderno de talleres, no olvides poner el número de ejercicio y ser muy cuidadoso.

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

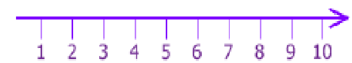
GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Resolver ejercicios que involucran operatoria básica en números naturales
Desempeños esperados: Recuerdan y aplican características de los números naturales.
Resuelven problemas que involucren operatoria con números naturales.

GUÍA 1. NÚMEROS NATURALES

Números naturales
"Cuando el hombre tuvo la necesidad de ordenar y contar se crearon los números naturales"
Los números naturales son simplemente 1, 2, 3, 4, 5,... (Y así sigue)

¡Pero nada de fracciones!



SUMA DE NÚMEROS NATURALES

La suma es la operación matemática que resulta al reunir en una sola, varias cantidades.
También se conoce la suma como adición: **a + b = c**
Los términos de la suma, **a y b**, se llaman sumandos y el resultado, **c**, suma.
Para su notación se emplea entre los sumandos el signo + que se lee "más".

- Para sumar:

Alineamos los números por la derecha.
Empezamos a sumar de derecha a izquierda

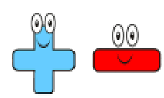
3.647 + 25.081 → 3.647
25.081
28.728

Propiedades de la suma de números naturales

1. Interna o clausurativa: El resultado de sumar dos números naturales es otro número natural. $a + b \in \mathbf{N}$ $15 + 12 = 27$ y $27 \in \mathbf{N}$	2. Asociativa: El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado. $(a + b) + c = a + (b + c)$ $(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$ $5 + 5 = 2 + 8$ $10 = 10$
3. Conmutativa: El orden de los sumandos no varía la suma. $a + b = b + a$ $2 + 5 = 5 + 2$ $7 = 7$	4. Elemento neutro: El 0 es el elemento neutro de la suma porque todo número sumado con él da el mismo número. $a + 0 = a$ $3 + 0 = 3$

RESTA DE NÚMEROS NATURALES

a – b = c
Los términos que intervienen en una resta se denominan:
a se denomina **minuendo.**
b se denomina **sustraendo.**
El resultado **(c)** se denomina **diferencia.**



La resta no tiene las propiedades de la suma.
La resta no es una operación interna en el conjunto de los números naturales, porque para que dos números naturales se puedan restar es necesario que el número minuendo sea mayor que el número sustraendo. Si eso no ocurre esa resta no es posible en el conjunto de los números naturales porque el resultado no sería un número natural.
La resta no tiene la propiedad conmutativa, es decir, no podemos intercambiar la posición del minuendo con la del sustraendo.
La resta tampoco tiene la propiedad asociativa.

Figura 3. Guía 1. Números naturales y repaso. Fuente propia

Ejemplo de guía de aprendizaje, taller y jugada de domino (propósito)

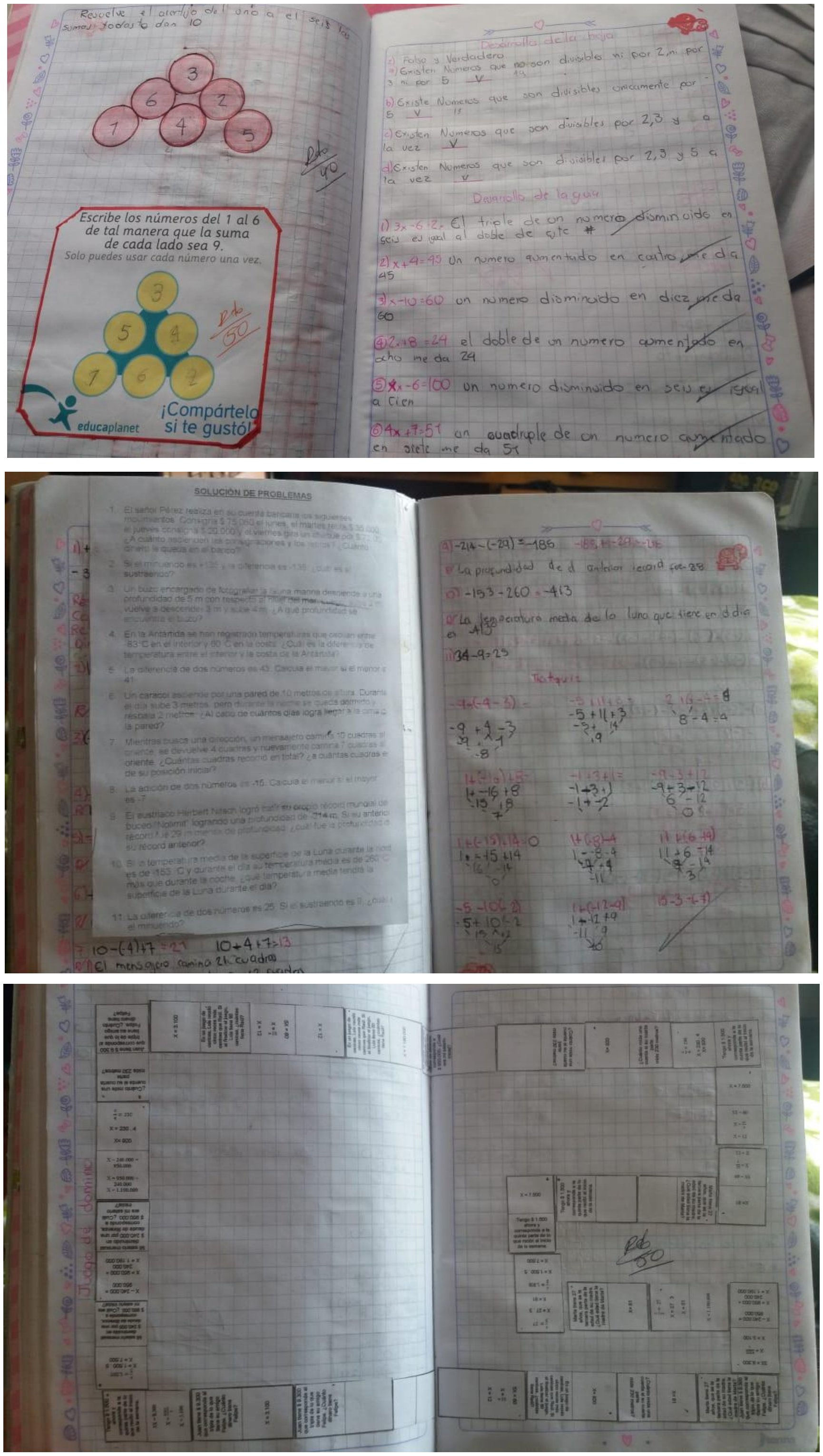


Figura 4. Desarrollo de la guía, taller y juego del dominó en el cuaderno. Fuente propia

4.7.5 Dominó

Para cada guía didáctica y tema abordado se diseñó un dominó matemático, relacionado en la figura 5, que se utilizan como material didáctico en la institución, el cual es elaborado contemplando conceptos y expresiones propias de la matemática, que permiten su representación matemática para ser comprendidos y expresados mediante la comunicación matemática y propiciar en el estudiante la comprensión en la solución de problemas.

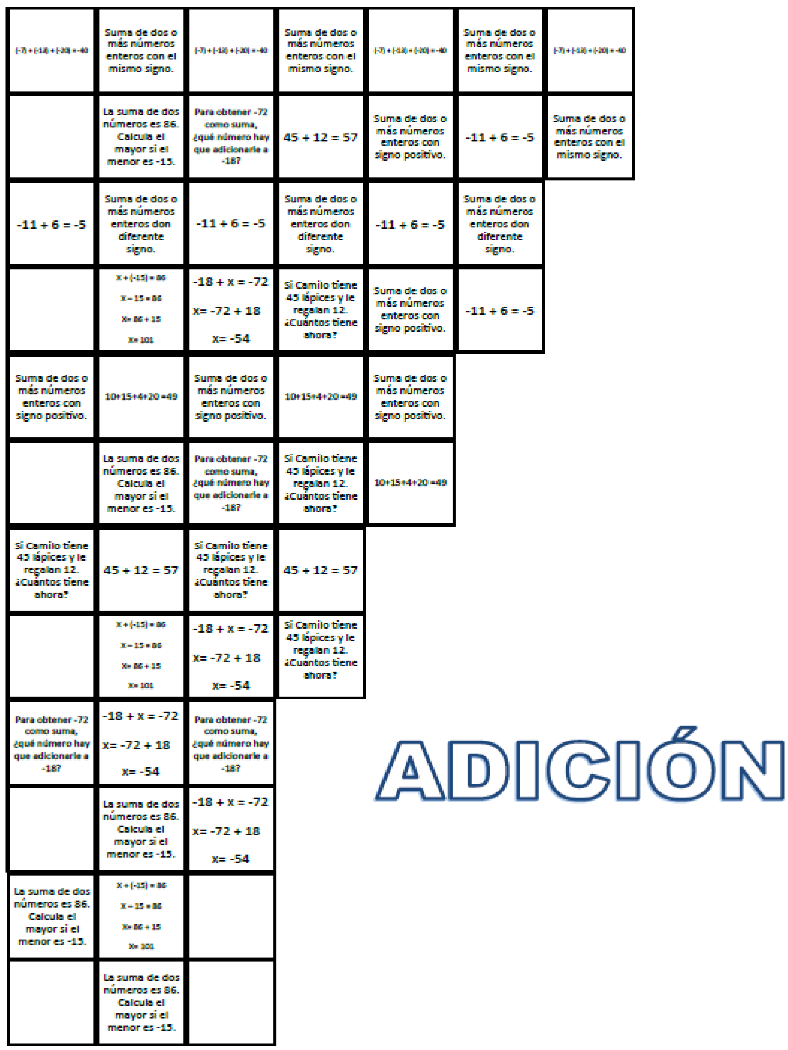


Figura 5. Dominó de Adición de Números Enteros. Fuente propia

En la enseñanza de las matemáticas, el juego es una herramienta importante para fortalecer, potenciar y enriquecer las estructuras mentales que en su carácter abstracto y formal pueden ser difíciles y complejos de entender. De ahí la importancia de mantener despierto a un estudiante proponiéndole un juego matemático, donde encuentre el verdadero placer por las matemáticas, que le permite enfrentarse a algo novedoso y estimulante y sienta el gusto por explorar, descubrir, y que la curiosidad sea el centro para llegar a un mundo de construcciones lógicas.

En las guías de aprendizaje y en el juego del dominó, utilizados como estrategia pedagógica para fortalecer la comunicación matemática, se tuvieron en cuenta las reglas del juego, que fueron la base fundamental para el desarrollo de esta habilidad. Ha sido muy importante comentar y discutir lo que ha ido pasando, lo que el estudiante propone en su desempeño, la forma en que predice resultados y utiliza un lenguaje de forma clara y coherente; la estrategia ha permitido al estudiante relacionarse con otros compañeros, aceptar la existencia de reglas, relacionarse desde el respeto, evaluar sus posibilidades y enfrentarse a situaciones y, por otra parte, evidenciar con su desempeño la apropiación de los aprendizajes propios de la competencia matemática, mediante la clasificación, ordenación, búsqueda de posibles soluciones, habilidad para la resolución de problemas, interiorización del lenguaje matemático y dominio del mismo. Haber comprometido a los estudiantes en las reglas de juego fue fundamental, en la puesta en práctica del mismo y la ejecución decidida y veloz, ya que como juego despierta el interés y el gusto por conocer y enriquecer sus conocimientos para ser el ganador y a la vez argumente la solución de las situaciones propuestas en las fichas del juego.

Por otra parte, en el desarrollo de las guías de aprendizaje y en el juego del dominó, practicado varias veces y desde diferentes ámbitos, el estudiante interioriza y se apropia de los conceptos precisos para formular un problema; de la misma forma, cuando él vaya a dar una solución. Por lo dicho anteriormente, se puede precisar que se ha fortalecido el proceso de comunicación matemática como un aprendizaje significativo y comprensivo, como también determinar un nivel progresivo, utilizando varios dominós para diferentes temáticas

El uso frecuente del dominó por temática integra la capacidad de leer y comprender, formular argumentos que evidencien los análisis y procedimientos y que le den validez a las soluciones propuestas, a la vez que permite expresar y respaldar sus puntos de vista. Es decir que, el dominio fluido, utilizando distintos recursos y registros de los diferentes lenguajes matemáticos -con argumentos- evidencie resultados y el rechazo a conjeturas en el camino a la demostración de posibles soluciones.

El dominó como recurso didáctico es un material que está a la disposición de los niños del grado sexto B, adaptado a los fines que requiera el tema; planteando nuevos retos y una forma diferente de ver las matemáticas, proponiendo al estudiante una forma diferente de razonar.

La puesta en práctica de la estrategia “guías de aprendizaje y el juego del dominó”, permite al estudiante enriquecer su lenguaje matemático utilizando argumentos que favorecen el avance hacia la demostración; en este proceso el lenguaje no es ajeno y diferente a lo que él ya conoce , porque se ha enfrentado en repetidas ocasiones a estos diferentes planteamientos y, además, en el momento en el que no entiende pide asesoría al docente, lo cual permite tener más argumentos y adquirir habilidades en el procedimiento y la comprensión conceptual que fundamenta los conceptos.

De esta manera, no solo se siente seguro de jugar con el dominó, sino que está en la capacidad de formular y resolver problemas. Este proceso cobra sentido cuando el uso frecuente del dominó está ligado a experiencias cotidianas que se vuelven más significativas para el estudiante.

En el desarrollo de esta estrategia tiene como fin propiciar una comunicación fluida y no desconocida; escenario en el que los niños comparten el significado de palabras, símbolos, frases y gráficos convirtiéndose en un trabajo colectivo y a la vez universal. Esta estrategia contribuye a la construcción de un conocimiento significativo, donde el estudiante adquiere habilidades y destrezas mentales, utilizando la comunicación matemática. Dichos conocimientos son utilizados como herramienta significativa para obtener más rápidamente el resultado y, poder ganar la partida.

Para ello, el docente trabaja las temáticas con la guía de aprendizaje y el juego del dominó, pero el juego es aplicado en ciertos temas que permite recrear las estructuras conceptuales y los procedimientos que se ponen a disposición del estudiante, como recursos mediadores y eficaces en la apropiación de conceptos y conocimientos básicos del lenguaje matemático, obteniendo un nivel de competencia más alto.

Durante la intervención se puede evidenciar que el uso de esta estrategia en el grado sexto B de la Escuela Normal Superior Pio XII del municipio de Pupiales, permite la construcción de argumentos, tanto en la lectura, como en la solución de problemas y la búsqueda de las posibles soluciones. Esto se ha demostrado en el desarrollo de exámenes y evaluaciones con preguntas tipo saber, olimpiadas matemáticas y competencias, ya que los estudiantes ocuparon puestos y puntajes significativos; enfrentando un escenario diferente que les permitió poner en práctica sus conocimientos y su fluidez verbal, porque el lenguaje matemático utilizado no les fue indiferente y se notó el enriquecimiento en conceptos

4.7.6 Resultados

Todas las actividades desarrolladas estuvieron orientadas hacia el cumplimiento de los objetivos planteados.

Como evidencia del primer objetivo, se tiene la respectiva secuencia didáctica descrita anteriormente, la cual permitió el desarrollo de actividades en el proceso de formación con la temática de los números enteros, teniendo en cuenta que las fases de exploración, estructuración, transferencia y evaluación formativa, generaron un espacio significativa de enseñanza y aprendizaje, enriquecido con variedad de herramientas y didácticas con la participación activa de los estudiantes.

Con respecto al segundo objetivo, a partir del desarrollo de las fases de la secuencia y según como lo requería la temática, se diseñaron las 16 guías de aprendizaje con su respectivo dominó matemático, que ya se describieron anteriormente, ofreciendo a los estudiantes la oportunidad de la lectura crítica y participativa, el tiempo necesario para practicar y resolver situaciones propias de las matemáticas que permitan el fortalecimiento del proceso de comunicación matemática, puesto que todos sus talleres y ejercicios del dominó contemplan la apropiación de sus propios aprendizajes.

Para el tercer objetivo, se buscó la ejecución de diversas actividades que permitan describir los aprendizajes generados por la implementación de la estrategia pedagógica, para lo cual la institución educativa inscribió a sus estudiantes de grado sexto a noveno para participar de la Segunda Olimpiada Regional de Matemáticas organizada por la Universidad de Nariño, la cual fue utilizada como mecanismo de medición de la estrategia implementada, obteniendo como resultado el hecho de que únicamente los estudiantes del grupo intervenido clasificaron en las fases eliminatorias, logrando llegar a la final y obteniendo a nivel institucional la medalla de oro y plata respectivamente. (Ver Anexo 10). Cabe destacar que los estudiantes intervenidos obtuvieron puntajes significativos en la mayoría de la prueba, puesto que los ejercicios propuestos fueron propuestos desde el proceso de comunicación matemática.

En el mes de Octubre tuvieron la oportunidad de participar con el stand de matemáticas en la semana cultural de la institución en el marco de la celebración de la fiesta patronal, donde socializaron la estrategia adoptada, jugando con estudiantes de otros grados académicos, demostrando un desempeño superior en su uso y apropiación (Ver Anexo 11). De la misma forma, los estudiantes participaron en la carrera de observación realizada por el área de matemáticas, con ejercicios propios del proceso de comunicación matemática, obteniendo el primer y segundo puesto compitiendo con los otros dos grupos de grado sexto y grado séptimo. (Ver Anexo 12)

Igualmente, los estudiantes participaron del seminario de integración organizado por la Universidad del Cauca en la ciudad de Pasto, donde tuvieron la oportunidad de mostrar a todos los asistentes el desempeño obtenido en el uso del dominó matemático, la secuencia didáctica y el desarrollo de guías, que han fortalecido la competencia matemática. (Ver Anexo 13)

La propuesta desarrollada ha permitido evaluar el impacto con las actividades que se han ido generando, con el ideal de continuar en los siguientes años con su implementación, pues hasta el momento se ha trabajado el pensamiento numérico en cuanto a números naturales y números enteros, transversalizado con los demás y con un trabajo interdisciplinar con otras áreas.

La ejecución continúa, porque todas las temáticas a seguir deben contar con su dominó diseñado y la medición seguirá por medio de olimpiadas institucionales, locales, regionales y nacionales, simulacros, pruebas, competencias y el desarrollo de las clases que evidencia mediante el desempeño de los estudiantes, el trabajo realizado.

El material didáctico del dominó ha sido diseñado por las docentes con los respectivos ajustes razonables para el caso del estudiante invidente, que cuenta con sus dominós en traducción Braille y las Guías de Aprendizaje en medio magnético que son leídas por el software Jaws en su computador. Lo anterior ha permitido contribuir desde el área de matemáticas a una educación incluyente e integral para todos los estudiantes.

Los estudiantes intervenidos además demostraron mediante su desempeño la formulación y respectiva solución de problemas matemáticos fortaleciendo eficientemente el proceso de la comunicación matemática.

Es por eso que durante los tres periodos escolares, y mediante la ejecución y respetivos ajustes de la secuencia didáctica, se desarrollaron las guías de aprendizaje diseñadas para abordar las temáticas correspondientes a los números enteros, con su respetivo dominó, talleres de refuerzo, actividades extracurriculares y de acuerdo al Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE) con los planes de apoyo, llevando un seguimiento mediante las valoraciones estipuladas en la Escala de Valoración, correspondientes a Superior, Alto, Básico y Bajo, como evidencia del desempeño académico de los estudiantes, a partir de los tres ejes de formación como son el Conocer, Hacer y Ser, garantizando un proceso de formación integral.

A continuación, en la Tabla 8, se describen las respectivas valoraciones y seguimiento, detallando los aprendizajes generados por cada guía abordada.

Tabla 8.

Valoración de Guías y Aprendizajes Generados

GUÍA 1.	NÚMEROS NATURALES		
OBJETIVOS	Resolver ejercicios que involucren operatoria básica en números naturales.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Recuerdan y aplican características de los números naturales. Resuelven problemas que involucren operatoria con números naturales.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
2	8	**15**	**7**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante interpreta y utiliza números naturales asociados con un contexto para solucionar problemas. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 2.	ECUACIONES CON NÚMEROS NATURALES		
OBJETIVOS	Comprender el contenido propuesto y resolver ejercicios que involucren la resolución de ecuaciones con números naturales.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Identifican las partes de una ecuación y buscan una solución adecuada. Resuelven problemas y situaciones con ecuaciones de números naturales.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
3	7	**8**	**14**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante explora y busca propiedades de las operaciones. El estudiante compara las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división con las propiedades de las operaciones no convencionales. El estudiante resuelve ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales.			
GUÍA 3.	NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Comprender el contenido propuesto y resolver ejercicios que involucren la expresión de situaciones con números enteros.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Identifica expresiones que involucran el uso de números enteros y resuelve problemas planteados.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
2	8	**10**	**12**

APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante describe e interpreta situaciones que involucran el uso de los números enteros. El estudiante resuelve problemas en situaciones que se utilizan los números enteros.			
GUÍA 4.	ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Comprender el contenido propuesto y resolver ejercicios que involucren la expresión de situaciones con orden de números enteros.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Identifica expresiones que involucran el uso del orden en los números enteros y resuelve problemas planteados.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
0	6	**10**	**16**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante determina criterios para ordenar números enteros de mayor a menor o viceversa. El estudiante reconoce e interpreta los números enteros en diferentes contextos de orden y expresión.			
GUÍA 5.	VALOR ABSOLUTO Y NÚMEROS OPUESTOS		
OBJETIVOS	Comprender el concepto de valor absoluto y opuesto de un número entero, resolviendo ejercicios propuestos.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Identifica el valor absoluto y el opuesto de un número entero.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
0	**4**	**15**	**13**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante utiliza las propiedades de los números enteros en cuanto a valor absoluto y opuesto, para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas. El estudiante resuelve problemas en situaciones que se utilizan los números enteros.			
GUÍA 6.	REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Identificar la importancia de la recta numérica y su utilidad para representar puntos con números enteros.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Representa con facilidad diferentes situaciones en la recta numérica y las reconoce claramente.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
1	5	**16**	**10**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante representa números enteros con la ayuda de la recta numérica. El estudiante resuelve problemas en situaciones que se utilizan los números enteros.			
GUÍA 7.	REPRESENTACIÓN EN EL PLANO CARTESIANO		
OBJETIVOS	Identificar la importancia del plano cartesiano y su utilidad para representar puntos con números enteros.		

DESEMPEÑOS ESPERADOS	Representa con facilidad diferentes situaciones en el plano cartesiano y las reconoce claramente.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
3	8	7	14
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante representa números enteros con la ayuda del plano cartesiano. El estudiante resuelve problemas en situaciones que se utilizan los números enteros. El estudiante describe situaciones representadas en el plano cartesiano y argumenta su solución.			
GUÍA 8.	ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Utiliza la adición con números enteros y sus propiedades en diferentes situaciones.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Realiza con facilidad ejercicios aplicando la adición de números enteros y sus propiedades.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
4	8	**10**	**10**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante utiliza las propiedades de los números enteros y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 9.	SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Utiliza la sustracción con números enteros en diferentes situaciones propuestas.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Realiza con facilidad ejercicios aplicando la sustracción de números enteros y las reglas de simplificación de signos.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
5	7	**13**	**7**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante utiliza las propiedades de los números enteros y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 10.	MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Utiliza la multiplicación con números enteros en diferentes situaciones propuestas.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Realiza con facilidad ejercicios aplicando la multiplicación de números enteros y la ley de signos.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**

2	10	**8**	**12**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante utiliza las propiedades de los números enteros y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 11.	DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Utiliza la división con números enteros en diferentes situaciones propuestas.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Realiza con facilidad ejercicios aplicando la división de números enteros y la ley de signos.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
4	10	**10**	**8**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante utiliza las propiedades de los números enteros y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 12.	ECUACIONES CON NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Resuelve ecuaciones con números enteros en diferentes situaciones propuestas.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Formula, plantea y resuelve problemas con ecuaciones de números enteros.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
5	6	**10**	**11**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante explora y busca propiedades de las operaciones con números enteros. El estudiante compara las propiedades de las operaciones convencionales de suma, resta, producto y división de números enteros con las propiedades de las operaciones no convencionales. Resuelve ecuaciones numéricas cuando se involucran operaciones no convencionales.			
GUÍA 13.	POTENCIACIÓN EN LOS NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Resuelve ejercicios aplicando potenciación números enteros con sus respectivas propiedades.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Aplica la potenciación y sus propiedades en diferentes contextos y situaciones planteadas.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
3	6	**12**	**11**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante identifica y utiliza las propiedades de la potenciación para resolver			

problemas aritméticos. El estudiante determina y argumenta acerca de la validez o no de estrategias para calcular potencias. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 14.	RADICACIÓN EN LOS NÚMEROS ENTEROS		
OBJETIVOS	Resuelve ejercicios aplicando radicación de números enteros con sus respectivas propiedades.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Aplica la radicación y sus propiedades en diferentes contextos y situaciones planteadas.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
2	8	**10**	**12**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante identifica y utiliza las propiedades de la radicación para resolver problemas aritméticos. El estudiante determina y argumenta acerca de la validez o no de estrategias para calcular raíces. El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas.			
GUÍA 15.	MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO		
OBJETIVOS	Resuelve ejercicios obteniendo el MCD y el MCM.		
DESEMPEÑOS ESPERADOS	Aplica correctamente el procedimiento para obtener el MCD y MCM en diferentes contextos que involucran la solución de problemas.		
VALORACIONES			
BAJO	**BÁSICO**	**ALTO**	**SUPERIOR**
0	10	**8**	**14**
APRENDIZAJES GENERADOS			
El estudiante determina las operaciones suficientes y necesarias para solucionar diferentes tipos de problemas. El estudiante describe e interpreta propiedades y relaciones de los números y sus operaciones. El estudiante clasifica y organiza la presentación de datos con el MCD y el MCM.			

De acuerdo al seguimiento académico realizado se concluye que en todas las guías de aprendizaje los estudiantes obtienen un desempeño Alto y Superior teniendo en cuenta las actividades complementarias, lo cual se constituyó en la base principal para los aprendizajes que se generaron en los tres periodos escolares.

El grado sexto nuevamente desarrollo la prueba diagnóstica inicial, con una variación en los datos numéricos, obteniendo un promedio general de 4.2 correspondiente a Nivel Alto, donde el estudiante que obtuvo la mayor valoración fue de 4.8, nivel Superior, y el estudiante de menor valoración fue de 3.0, nivel básico, demostrando entre otros los siguientes aprendizajes propios del proceso de comunicación matemática:

- Resuelve problemas en los que debe utilizar las operaciones básicas con los números enteros en situaciones de la vida cotidiana.
- Resuelve problemas tipo Saber que involucran expresiones matemáticas y requieren de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Realiza cálculos a mano, con el dominó y otros elementos utilizados en clases.
- Comprende el significado de los números negativos en diferentes contextos.
- Usa letras para representar cantidades y las usa en expresiones sencillas para representar situaciones.
- Relaciona información proveniente de distintas fuentes de datos.
- Comunicar, razonar, comparar y ejercitar procedimientos para fortalecer la adquisición de conocimientos, habilidades, actitudes y comprensiones del pensamiento matemático, relacionándolos entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido.

Finalmente, la propuesta se ampliará hacia los demás grados, teniendo en cuenta que su impacto en la institución por medio de las actividades realizadas y las evidencias existentes (Ver Anexo 14), fortalecen sustancialmente el proceso de comunicación matemática en diferentes contextos de la vida diaria.

5 Conclusiones y Reflexiones

- Llevar la mirada más allá de la práctica pedagógica del docente permitió descubrir obstáculos, errores y dificultades presentes en el área de matemáticas, esencialmente en el proceso de comunicación matemática, las cuales fueron detectadas mediante un proceso de diagnóstico estructurado mediante el método IAP con el cual se interactuó en la situación problema, concibiendo la enseñanza como un proceso de investigación, de continua búsqueda y llevando a reflexionar sobre las estrategias pedagógicas utilizadas para fortalecer dicha competencia en favor de mejorar el desempeño de los estudiantes y por ende los resultados de las evaluaciones internas y externas.
- La clase tradicional, transmisionista y memorística que generalmente los docentes imparten en el área de matemáticas después del proceso inicial de investigación deja claro que no desarrolla los procesos del área, específicamente la comunicación matemática, porque los estudiantes muestran en su proceso de aprendizaje variedad de dificultades y errores académicos que les obstaculizan entender un problema, plantear una solución y dar una respuesta argumentada y justificada al mismo, como también en su apatía e indiferencia frente a situaciones matemáticas planteadas.
- El trabajo de intervención pedagógica permitió afirmar que la comunicación matemática es proceso trascendental en la formación de los estudiantes porque contribuye al desarrollo intelectual del estudiante quien haciendo parte de estrategias óptimas de aprendizaje demostrará un desempeño alto y superior en las actividades programadas.
- La IE Escuela Normal Superior Pio XII, con un modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo ha permitido que las clases desarrolladas se organicen por medio de secuencias didácticas que lleven sistemáticamente el proceso de formación de los

estudiantes, las cuales en el área de matemáticas han permitido recrear el aprendizaje por medio de actividades variadas, lúdicas, pedagógicas, inclusivas y cognitivas de acuerdo al plan de estudios institucional.

- Generar un diálogo de saberes entre el estudiante y docente por medio de la guía de aprendizaje es un factor indispensable en la generación de conocimientos, porque se da paso a la lectura crítica de los postulados teóricos matemáticos y por ende mediante el desarrollo de talleres y sus respectivos planes de apoyo y refuerzos ofrece al estudiante las posibilidades de mantener su quehacer en prácticas pedagógicas y en la solución de problemas propios del área y presentes en la vida diaria del ser humano.
- La utilización correcta de los recursos didácticos tal como el dominó matemático, permite al estudiante adquirir el conocimiento en forma activa, práctica y lúdica, haciéndolo actor principal de este proceso, transformando la aversión en actitud positiva frente a las matemáticas.
- El proceso de comunicación matemática se ve fortalecido constantemente cuando el docente adopta una estrategia pedagógica que estructure las clases por medio de una secuencia didáctica innovadora, contando con las guías de aprendizaje requeridas para abordar las diferentes temáticas y finalmente ponga en juego al estudiante con el dominó, donde sus aprendizajes sean la evidencia clara de los desempeños esperados con la ejecución de todas las actividades programadas.
- El trabajo en grupo permite la interacción social entre estudiantes y el docente con estudiantes, de tal manera que la reflexión, el debate, la argumentación y la participación activa sean básicos para la construcción del conocimiento matemático, tal como se desarrolló en el proceso de intervención pedagógica, reflexionando sobre la propia

práctica y en el camino se construyan mejoras significativas para garantizar el éxito escolar.

- Las estrategias pedagógicas tales como solución de talleres orientados, dinámicas, trabajo con textos dentro y fuera del aula de clase, lectura de situaciones problémicas contribuyen a profundizar los conocimientos, a mejorar la participación e integración con sus compañeros y por ende a su formación integral.
- Los aprendizajes generados, propuestos en primera instancia como objetivos y desempeños esperados en las guías y posteriormente evidenciados en las actitudes y aptitudes de los estudiantes, muestran el progresivo avance en la adquisición y fortalecimiento de la competencia matemática, mediante la capacidad de interpretar, solucionar y argumentar situaciones con problemas del área, la comprensión y representación, la resolución de ejercicios, la traducción del lenguaje verbal al matemático y viceversa, la determinación de operaciones y sus propiedades acordes a la solución requerida, la clasificación y organización de la información presentada en las actividades desarrolladas durante la intervención pedagógica.
- Los estudiantes han contribuido de forma significativa al desarrollo de las actividades programadas, y por medio de su desempeño académico han ofrecido los insumos necesarios para la construcción de cada dominó matemático, ya que también se generó el banco de ejercicios y problemas matemáticos al finalizar cada periodo escolar, de los cuales se toman los más relevantes para la elaboración de la secuencia del juego y al mismo tiempo sirven como recurso pedagógico para evaluar y fortalecer sus competencias, especialmente la comunicativa.

- Desarrollar en el estudiante la creatividad, la autonomía en el desarrollo de guías, la atención al jugar dominó y la participación en el desarrollo de la secuencia didáctica fortalece el proceso de comunicación matemática.
- La formación de los estudiantes debe involucrar activamente a padres de familia en el proceso de construcción del conocimiento.
- Desarrollar el presente trabajo de intervención pedagógica ha permitido a las docentes hacer uso del ingenio y la recursividad a la hora de elaborar guías y dominós para las temáticas abordadas, partiendo de las necesidades e intereses de los estudiantes, quienes demuestran un mayor desempeño en cuanto a diferentes representaciones numéricas y sus formas de expresarlo y a la vez comprenderlo.
- Generar estrategias didácticas en las clases permite formar al estudiante a la luz de lo estipulado en los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y derechos básicos de aprendizaje, que se complementa con el modelo pedagógico cognitivo con enfoque afectivo de la institución en aras de garantizar una formación integral.
- El dominó al ser uno de los juegos requeridos por los estudiantes en el proceso de recolección de información, se convirtió en un reto educativo para las docentes, por lo que su elaboración es trabajo propio y fruto de las actividades desarrolladas, constituyéndose en un material didáctico de gran valor para el área de matemáticas.
- El proceso de intervención pedagógico se caracterizó por ofrecer las mismas posibilidades y condiciones de formación a los estudiantes con Barreras en el Aprendizaje, tanto físicas como cognitivas, convirtiéndose en un espacio de educación

inclusiva que en su mayoría de veces duplicó el trabajo realizado, deja la grandiosa satisfacción de educar sin exclusiones.

6 Bibliografía

Aguilar, H., Del Moral, M., & Minami, Y. (2001). *Estrategias Complementarias para facilitar el proceso Enseñanza - Aprendizaje de la matemática*. Obtenido de http://profesores.dcb.unam.mx/users/yukihiro/prof/pon/pestcomp.pdf

Allegri, R., Mangone , C., & Fernández, A. (1997). *Spanish Boston Naming Test Norms*. Obtenido de Clinical Neuropsychology. Volumen 11: www.redalyc.org/pdf/184/18415426014.pdf

Azcoaga, J. (1979). *Alteraciones del aprendizaje escolar.* Buenos Aires: Paidós.

Baroody, A. J. (2000). *El pensamiento matemático de los niños.* Madrid: Visor.

Castaño, J. (2008). Una aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relaciones entre representaciones mentales y representaciones semióticas. *Universidad y Psicología. Volumen 7*, 895 - 907.

Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales.* Granada: Comares.

Castro, L. (2000). *Diccionario de ciencias de la educación.* Lima, Perú: Ceguro Editores.

Chacón, P. (2001). EL JUEGO DIDÁCTICO COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE. *Nueva Aula Abierta. V.16*.

Colm, M., & Richards, D. (2014). *Cien años con Martin Gardner*. Obtenido de Investigación y Ciencia: http://www.investigacionyciencia.es/revistas/investigacion-y-ciencia/el-agujero-negro-en-el-origen-del-tiempo-609/cien-aos-con-martin-gardner-12443

Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas. (1998). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática.* Reston: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

D'Amore, B. (2007). *LA DIMENSIÓN METADIDÁCTICA EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.* PARADIGMA.

De Guzman, M. (1989). Juegos y Matemáticas. *Revista Suma. Volumen 4*, 62.

Duval, R. (1995). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales (2da. ed) Peter Lang-Universidad del Valle*. Obtenido de Matemáticas para el Siglo XXI: https://books.google.com.co/books?id=Q7krYm2vX-4C&pg=PA150&lpg=PA150&dq=%E2%80%9Clas+representaciones+semi%C3%B3tic

as+son+producciones+constituidas+por+el+uso+de+signos+que+pertenecen+a+un+sistema+de+representaci%C3%B3n,+que+tiene+sus+propias+restriccione

Enciclopedia General de la Educación. (s.f.). Grupo Editorial Océano S. A.

Fernandez, K. G. (2004). *EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO INFORMAL DE NIÑOS EN EDAD PREESCOLAR.* BARRANQUILLA: ZONA PRÓXIMA.

García N, C. (2014). Lenguaje y Comunicación. *Una aproximación teórica desde las matemáticas a los conceptos de lenguaje y comunicación en relación con los procesos de enseñanza y aprendizaje.* Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Gomes , P., & Perry, P. (1996). *La problemática de las matemáticas escolares. Un reto para directivos y profesores.* Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.

Grisales, A. (2009). Juega y construye la matemática 6°. *Revista Semestral Digital Pedagogía en Acción. Volumen 1*, 9-32.

Grupo Especifico de Docentes del Colegio CAFAM. (20 de Junio de 2008). *Editorial Crayola*. Obtenido de http://www.editorialcrayola.com/portalliceo/Administrador/documentos/QU+%EB%20ES%20UNA%20GU+%ECA%20DE%20APRENDIZAJE.pdf

Gonzalo, G. (2010) Colección de juegos: el dominó. Recuperado de http://museodeljuego.org/wp-content/uploads/contenidos_0000000798_docu1.pdf

Guirles, J. (2004). Un proyecto matemático para el primer ciclo de primaria. *Revista Sigma*, 9-32.

Joya.A,Grande.X,Cely.V,Chiener.J. (2010). *Hipertexto Matemáticas 6.* Bogotá: Santillana.

Mesa B, O. (1997). *Criterios y Estrategias para la Enseñanza de las Matemáticas.* Bogotá: Ministerio de Educación de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas.* Santa fe de Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje.* Bogotá.

Moreno, L. G. (1994). *Así es Pupiales.* Pupiales.

Nortes, A., & Martínez, R. (1994). Psicología Piagetiana y Educación Matemática. *Interuniversitaria de Formación del Profesorado. Volumen 21*, 59-70.

Ospitaletche B, E., & Martínez L, V. (2012). La Matemática como idioma y su importancia en la enseñanza y aprendizaje del cálculo. *Didáctica de las Matemáticas Números. Volumen 79*, 7-16.

Sánchez, J., Escotto A, B., Ruíz, M., & E. (2014). Ejecución en fluidez verbal y razonamiento lógico matemático: un acercamiento a la relación desempeño lingüística rendimiento matemático. *Matemática Educativa*, 69-79.

Shum, G., Díaz , C., Martínez, F., & Molina, L. (1990). Lenguaje y rendimiento escolar: un estudio predictivo. *Comunicación, lenguaje y educación*, 69-79.

Tamayo, C. (2008). El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas. *9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Valledupar.

Vasco, C. (1990). El aprendizaje de las matemáticas elementales como proceso condicionado por la cultura. *Comunicación, Lenguaje y Educación. Volumen 6*, 5-26.

Velasco, M., & Mosquera, F. (2008). *Estrategias didácticas para el Aprendizaje Colaborativo.* Santa fe de Bogotá.

Vigotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Barcelona: Crítica.

Walter, F., Castro, G., Hugo, F., & Pardo, P. (2006). *El computador en la clase de matemáticas, un enfoque semiótico.* Bogotá: Educación Didáctica.

Anexos

Anexo 1. Cuestionario Grupo Focal

INSTITUCION EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII

PUPIALES - NARIÑO

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

COMUNICACIÓN MATEMÁTICA DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO (NÚMEROS NATURALES) EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII DEL MUNICIPIO DE PUPIALES

GUÍA GRUPO FOCAL

CATEGORIAS: COMUNICACIÓN MATEMÁTICA – DIFICULTADES DE APRENDIZAJE

1. OBJETIVOS

OBJETIVO (S) INVESTIGACIÓN
Identificar las dificultades académicas que presentan los estudiantes del grado Sexto B en el área de matemáticas.
OBJETIVO (S) GRUPO FOCAL
Evaluar el desempeño de los estudiantes en situaciones que vinculan el uso de la comunicación matemática del pensamiento numérico.

2. IDENTIFICACIÓN DEL MODERADOR

NOMBRE MODERADOR
NOMBRE OBSERVADOR

3. PARTICIPANTES

	LISTA DE ASISTENTES GRUPO FOCAL	**EDAD**
1		
2		
3		
4		
5		

6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

4. PREGUNTAS – TEMÁTICAS ESTÍMULOS

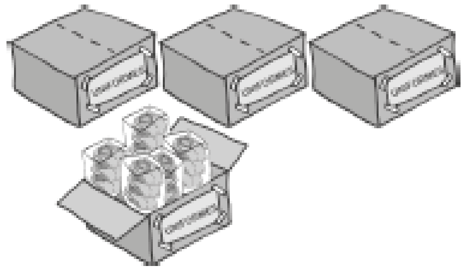
PREGUNTAS ESTÍMULO	
1	❖ **DESCRIPCIÓN** La prueba consta de un listado de situaciones que el sujeto debe leer y responder. Estas situaciones se relacionan con la metacognición de su forma de trabajo escolar, la percepción que tienen los otros de él y la autopercepción frente a la asignatura. ❖ **CRITERIOS DE CORRECIÓN** Se asigna el siguiente puntaje según la respuesta: - Siempre 4 puntos - Casi siempre 3 puntos - A veces 2 puntos - Nunca 1 punto Se suma el puntaje obtenido y se ubica en el rango correspondiente: 60 – 68 puntos Muy buena percepción y actitud hacia las matemáticas. 50 – 59 puntos Buena percepción y actitud hacia las matemáticas. 40 – 49 puntos Regular percepción y actitud hacia las matemáticas. Menos de 40 puntos Deficiente percepción y actitud hacia las matemáticas. ❖ **INTERPRETACIÓN** Teniendo en cuenta la frecuencia con que se presenta cada rasgo. Cada participante registra los siguientes datos: Nombre: ______________________________ Fecha de Nacimiento: ______________ Edad: __________ Establecimiento: ________________ Curso: __________ Fecha: ______________

Rasgos	**Siempre**	**Casi siempre**	**A veces**	**Nunca**
1. Me siento preparado para las pruebas matemáticas.				
2. Tengo confianza en lograr buenas notas en matemáticas.				
3. Me siento tranquilo antes de las pruebas de matemáticas				

	4. Siento que mis padres confían en que me va a ir bien en matemáticas.				
	5. Siento que mis compañeros confían en mi éxito en matemáticas				
	6. Siento que mis profesores confían en mi éxito en matemáticas				
	7. Me atrevo a preguntar dudas en clases de matemáticas.				
	8. Encuentro que las pruebas de matemáticas son fáciles.				
	9. Me resultan fáciles los ejercicios o tareas de matemáticas.				
	10. Leo instrucciones de las pruebas con tranquilidad.				
	11. Reviso los ejercicios y las pruebas al terminar.				
	12. Me concentro en clases de matemáticas.				
	13. Me siento seguro al hacer ejercicios o tareas de matemáticas.				
	14. Siento que puedo mejorar mis notas en matemáticas.				
	15. Intento corregir mis errores en matemáticas.				
	16. Me gustan las clases de matemáticas.				
	17. Me gustan las pruebas de matemáticas.				

2	El conjunto de los números naturales, se simboliza por medio de: a) n b) Л c) N d) Z
3	En la expresión A **U** B, el símbolo pretende significar: a) Intersección de conjuntos b) Inclusión de conjuntos c) Unión de conjuntos d) Universo entre A y B
4	En la teoría de conjuntos, cuando A pertenece a B, se representa de la forma: a) A U B b) A B c) A ∈ B e) A € B

5	El signo que representa Mayor es: a) < b) > c) = d) /
6	La expresión que representa **menor o igual que** es: a) < b) < c) ≤ d) ≥
7	Asigna la expresión (<, >, =) que representa la relación entre los siguientes números: 23 ___ 32 50 ___51 1234 ____ 1243 89.543 ____ 89453 2999 ___2999 1050 ___1005 12.534 ____125.340 1090 ___ 1900
8	El signo que representa **Menor** es: a) < b) > c) = d) /
9	La expresión que representa **mayor o igual que** es: a) < b) < c) ≤ d) ≥
10	En el colegio San José participaron 40 niños en las olimpiadas Supérate con el Saber. Dos de cada cinco participantes pertenecían al grado quinto. ¿Cuántos niños de grado quinto participaron en las olimpiadas? a) 16 b) 30 c) 100 d) 8
11	Para las competencias Supérate con el deporte, la Escuela Normal Superior Pio XII compró uniformes nuevos para los deportistas. Los uniformes vienen empacados en cajas y en cada caja hay 5 paquetes con 3 uniformes cada uno. Las cajas que compraron se muestras en la imagen.

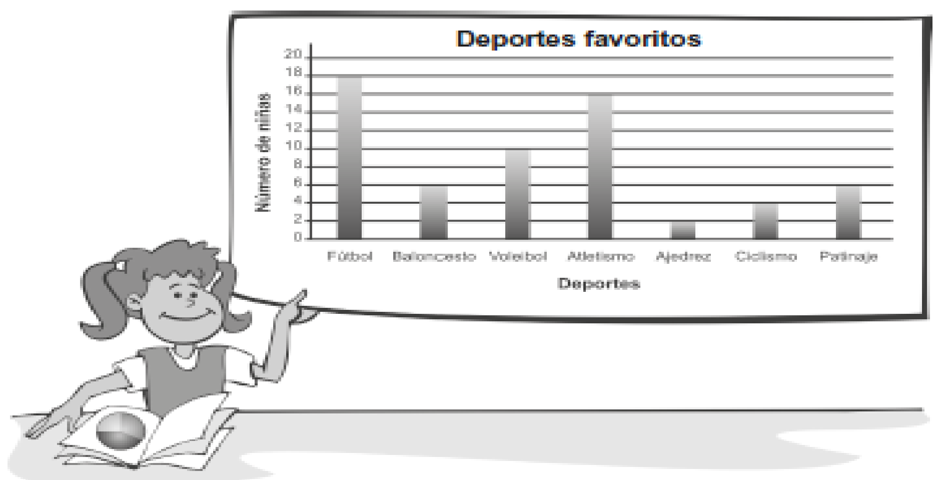


¿Cuántos uniformes compró el colegio?

a) 60
b) 15
c) 5
d) 45

12 Los deportes favoritos

Laura realizó una encuesta para saber cuáles son los deportes favoritos de las niñas del grado Sexto y presenta los resultados en la siguiente gráfica:



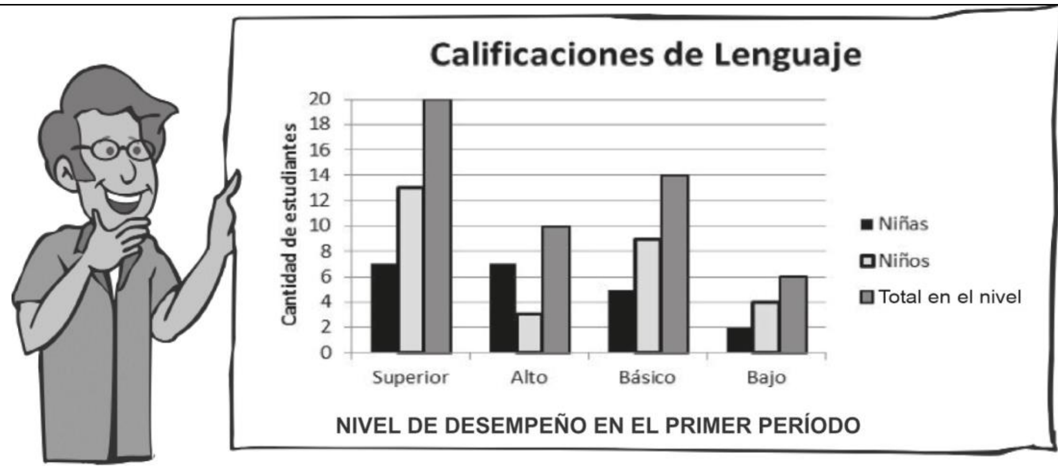
De acuerdo con la gráfica, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) La cantidad de niñas que prefieren fútbol son el triple de las que prefieren patinaje.
b) La cantidad de niñas que prefieren patinaje es una más que las que prefieren ciclismo.
c) La cantidad de niñas que prefieren fútbol son el triple de las que prefieren atletismo.
d) La cantidad de niñas que prefieren atletismo son siete más que las que prefieren ajedrez.

13 De acuerdo con la anterior gráfica, el deporte favorito de las niñas de grado quinto es

a) ajedrez.
b) atletismo.
c) fútbol.
d) voleibol.

14	El triple de un número aumentado en 25 es igual a 40, se puede representar como: a) 3 + x + 25 = 40 b) X + 25 = 40 c) 3x – 25 = 40 d) 3x + 25= 40
15	El doble de un número disminuido en 4 es igual a 50, se puede representar como: a) 2 + x - 4 = 50 b) 2X + 4 = 50 c) 2x – 4 = 50 d) x - 4= 50
16	42 es el resultado de la mitad de un número aumentada en 6. a) $\frac{x}{2}$ * 6 = 42 b) $\frac{x}{2}$ - 6 = 42 c) 2X + 6 = 42 d) $\frac{x}{2}$ + 6 = 42
17	El 50% de 480 corresponde a: a) 220 b) 240 c) 48 d) 200
18	El 10% de 1400 corresponde a: a) 14 b) 100 c) 1400 d) 140
19	**Las pruebas de Lenguaje** En una clase de Lenguaje hay 21 niñas y 29 niños. El profesor de Lenguaje realiza la evaluación final del período y presenta los resultados a sus estudiantes mediante la siguiente gráfica:

	 De los estudiantes que se ubicaron en el nivel superior, es correcto afirmar que a) más de la mitad fueron niñas. b) hubo la misma cantidad de niños que de niñas. c) más de la mitad fueron niños. d) hubo menos niños que niñas.
20	Al analizar los resultados de los estudiantes se puede afirmar que a) hay más niñas que niños en los niveles alto y superior. a) agrupando los niveles alto y básico el total de niñas es igual al total de niños. b) hay más estudiantes en el nivel básico que en el nivel superior. c) d) en el nivel bajo hay menos niños que niñas.

5. PAUTA DE CHEQUEO (EVALUACIÓN)

Chequear elementos presentes en el grupo focal (evaluación del observador)		
1	Lugar adecuado en tamaño y acústica	
2	Lugar neutral de acuerdo a los objetivos del grupo focal.	
3	Moderador respeta tiempo para que los participantes desarrollen cada tema.	
4	Moderador escucha y utiliza la información que está siendo entregada.	
5	Se cumplen los objetivos planteados para esta reunión.	
6	Explicita en un comienzo objetivos y metodología de la reunión a participantes.	
7	Permite que todos participen.	
8	Reunión entre 60 y 120 minutos.	
9	Registro de la información (grabadora y filmadora)	
10	Refrigerios adecuados y no interrumpen el desarrollo de la actividad.	
11	Escarapelas con identificación de asistentes.	

Anexo 2. Entrevista a estudiantes

INSTITUCION EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII

PUPIALES – NARIÑO

AÑO ESCOLAR 2017

INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

COMUNICACIÓN MATEMÁTICA DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO (NÚMEROS NATURALES) EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO DE LA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII DEL MUNICIPIO DE PUPIALES

ENTREVISTA A ESTUDIANTES

Edad ____ Género _____

CATEGORIAS: ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS – COMUNICACIÓN MATEMÁTICA– PENSAMIENTO NUMÉRICO (NÚMEROS NATURALES)- JUEGO

Objetivo: Recolectar información desde la perspectiva de los estudiantes sobre las estrategias pedagógicas utilizadas para el proceso de comunicación matemática del pensamiento numérico – números naturales y las dificultades académicas presentadas en su apropiación.

1. Desde tu perspectiva ¿qué es la comunicación matemática en pensamiento numérico – números naturales?

2. ¿Cuáles estrategias didácticas utiliza tu docente con mayor frecuencia en el desarrollo del pensamiento numérico – números naturales?

3. ¿Las estrategias mencionadas anteriormente, te permiten hacer uso de la comunicación matemática? Si – No. ¿Por qué?

4. ¿Qué tipos de tareas desarrollas en tu clase de matemáticas?

____
____
____
____

5. ¿Qué tipo de contenidos o información sobre el pensamiento numérico – números naturales presenta tu docente en las clases y de qué forma lo hace?

____
____
____

6. ¿Qué actividades de tu clase te permiten hacer uso de la comunicación matemática en el desarrollo del pensamiento numérico – números naturales? ¿Cuáles recursos utiliza tu docente?

____
____
____

7. En tus clases, ¿has recibido estímulos por parte del docente? ¿en qué actividades?
____
____
____

8. ¿Crees que el juego es una estrategia pedagógica que fortalece el uso de la comunicación matemática para el desarrollo del pensamiento numérico en los números naturales? Si: __No:____ ¿Por qué? ¿Cuál te gustaría practicar?
____
____

CATEGORIA: DIFICULTADES ACADÉMICAS

9. ¿Cuáles son las dificultades más frecuentes que presentas en las actividades de tus clases en el uso de la comunicación matemática del pensamiento numérico- números naturales?
____
____

10. ¿Qué actividades realiza tu docente para reforzar las dificultades que presentas en el uso de la comunicación matemática del pensamiento numérico – números naturales?

____
____
____

Gracias por tu colaboración

Anexo 3. Formato Diario de campo

DIARIO DE CAMPO

Nombre del observador: ____

Fecha: ____________________ Lugar: ____________________

Objetivo: ____

____

Categorías de análisis	**Descripción**	**Reflexión y análisis**
Observaciones Generales		

Anexo 4. Matriz de Información

ENTREVISTA A ESTUDIANTES		
PREGUNTAS ORIENTADORAS	**INFORMACIÓN**	**COMENTARIOS**
1. Desde tu perspectiva ¿ qué es la comunicación matemática en pensamiento numérico – números naturales?	- Todo lo que implica números - No sabe. - No conoce el tema. - Es una forma de comunicación a través de símbolos para realizar cálculos matemáticos. - No sabe. - No sabe. - Dar a conocer mejor las matemáticas. - Son las letras y números que van juntos y es el lenguaje numérico. - Es una forma de expresarse a través de símbolos especiales para realizar cálculos matemáticos. - Es todo lo que tiene que ver con números. - Es como se puede expresar las matemáticas como símbolos y números. - Números y signos. - Es una forma de comunicación difícil. -	Los estudiantes desconocen lo que es la comunicación matemática, pues el aprendizaje de las matemáticas es mecánico. No identifican variables e incógnitas. Aprenden matemáticas para el momento. Los estudiantes manifiestan conocer aspectos de la matemática, pero les falta apropiación y uso.

Anexo 5. Formato Matriz Descriptiva de Triangulación

CATEGORÍAS.COMUNICACIÓN MATEMÁTICA - *ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS* – *DIFICULTADES ACADÉMICAS*		
OBSERVACIONES	**PROPOSICIONES DE ENTREVISTA A ESTUDIANTES**	**COMENTARIOS**
1. ¿Qué es la comunicación matemática en pensamiento numérico – números naturales**?**		

Anexo 6. Plantilla de conceptos dominó

DIVISIÓN Y PROBLEMAS

División de signos iguales (+) ÷ (+) (-) ÷ (-)	Resultado positivo	+ más
División de signos diferentes (+) ÷ (-) (-) ÷ (+)	Resultado negativo	- menos
Por 130 dólares recibí $312.000. ¿Cuánto valió cada dólar?	X = 312.000 ÷130 X= 2.400	2.400
Si la temperatura baja 3°C cada hora. ¿En cuántas horas bajará 21°C?	X = (-21) ÷ (-3) X = 7	7
Un vehículo recorrió 1.125 km en 15 horas. ¿Cuántos km recorrió por hora?	X = 1.125 ÷ 15 X = 75	75
En 8 horas la temperatura ha bajado 48° bajo 0°. ¿Cuánto bajó cada hora?	X = -48 ÷ 8 X = -6	-6

EXAMEN PRIMER PERIODO

El lugar más profundo del océano es la Fosa de las Marianas, en el Pacífico a 11.034 m bajo el nivel del mar.	-11.304
El monte Everest es la montaña más alta de la Tierra con 8.844 m sobre el nivel del mar.	8.844
El sondeo es una técnica utilizada en geología para localizar y explotar agua, petróleo, gas natural o minerales. En Oklahoma, se realizó un sondeo que alcanzó una profundidad de 9.165m.	-9.165
Un ascensor se encuentra en el piso 15. Desde allí sube 2 pisos, baja 7 y luego baja 2 más. Enseguida sube 3 pisos. ¿En qué piso se encuentra al final?	15 + 2 − 7 − 2 + 3 (15+2) + (-7-2) +3 17 + (-9) +3 17 + (-9+3) 17 + (-6) 17 − 6 11
Sarita juega canicas con sus amigos. Empieza con 5, gana 6, pierde 2, pierde 3, gana 2 y pierde 7 canicas. ¿Cuántas canicas tiene al finalizar el juego?	5 + 6 − 2 − 3 + 2 − 7 (5+6) + (-2 − 3) + (2-7) 11 + (-5) + (-5) (11 − 5) − 5 6 − 5 1
La altura del monte Satoma es de 6.250 m sobre el nivel del mar.	6.250

EXAMEN SEGUNDO PERIODO

Un mensajero camina 10 cuadras al oriente, se devuelve 4 cuadras y nuevamente camina 7 cuadras al oriente. ¿Cuántas cuadras recorrió en total?	21
Dos busetas salen de Bogotá hacia Ipiales. ¿A qué distancia se encontrará la una de la otra al cabo de 8 horas si recorren 80 y 65 km por hora respectivamente?	120
Un comerciante tiene 145 dólares y los cambia a pesos; si por cada dólar le dan 2560 pesos, ¿cuántos pesos recibió el comerciante por su dinero?	371.200
Un comerciante quiere cambiar 852.600 pesos a dólares; ¿cuántos dólares recibe si un dólar es equivalente a 2.900 pesos?	294
Un mensajero camina 10 cuadras al oriente, se devuelve 4 cuadras y nuevamente camina 7 cuadras al oriente. ¿A cuántas cuadras está de su posición inicial?	13
En Roma la Monarquía fue en el periodo 753 -503 a. C; la República en 509 – 31 a. C y el Imperio 31 a. C – 395 d. C. **¿Cuántos años duraron las tres formas de gobierno?**	1148

EXAMEN TERCER PERIODO

Un campo de golf es de forma cuadrada. Sabiendo que el área de este es 144 m² ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado que lo forma?	12
¿Cuánto mide una cuerda si su tercera parte mide 350 metros?	1050
La base de un rectángulo es el doble de su altura. ¿Cuáles es su altura si el perímetro mide 36 cm?	6
Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?	36
En un barrio hay 6 calles, en cada calle 6 casas, en cada casa hay 6 habitaciones, en cada habitación hay 6 armarios y en cada armario hay 6 cajones. ¿Cuántos cajones hay en total en el barrio?	7.776
La base de un rectángulo es el doble de su altura. ¿Cuál es su base si el perímetro mide 36 cm?	12

Anexo 7. Guías de aprendizaje

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Universidad del Cauca

BECAS

Objetivos: Comprender el contenido propuesto y resolver ejercicios que involucren la resolución de ecuaciones con números naturales.
Desempeños esperados: Identifican las partes de una ecuación y buscan una solución adecuada. Resuelven problemas y situaciones con ecuaciones de números naturales.

GUÍA 2. ECUACIONES CON NUMEROS NATURALES

Una ecuacion es una igualdad en la que se desconocen uno o mas datos. **Las ecuaciones se constituyen en una herramienta fundamental en el estudio de las diferentes ciencias, ya que a través de ellas es posible plantear y solucionar los problemas que les son propios.**
x se llama incógnita. Solucionar una ecuación es hallar el valor correcto de la incógnita para que se cumpla la igualdad
Ejemplo:
$X + 3 = 8$

Un proceso para hallar el valor de la incógnita es el siguiente:
Se reúne en un lado de la igualdad los términos que tienen la incógnita y al otro lado de la igualdad las cantidades conocidas o números; al pasar un término de un lado a otro debe cambiar de operación así:

Ejemplo
$\mathbf{X - 8 \quad = 12}$
En el lado izquierdo dejamos X y pasamos el -8 al otro lado
$\mathbf{X \quad = 12 + 8}$
pero con operación contraria (+8), entonces
$\mathbf{X = 20}$ es la solución

Ejemplo
$\mathbf{X + 5 \quad = 26}$
Dejamos x en un lado y +5 pasamos con - 5 al otro lado
$\mathbf{X}$ $\quad$ $= \mathbf{26 - 5}$, entonces
$\mathbf{X}$ $\quad$ $= \mathbf{21}$ es la solución de la ecuación

Ejemplo
$$\mathbf{2X - 8 = 20}$$
$$\mathbf{2X \quad = 20 + 8}$$
$$\mathbf{2X \quad = 28}$$
$$\mathbf{X \quad = \frac{28}{2}}$$
$$\mathbf{X \quad = 14}$$

Ejemplo
$$\mathbf{3y + 9 = 18}$$
$$\mathbf{3y \quad = 18 - 9}$$
$$\mathbf{3y \quad = 9}$$
$$\mathbf{y \quad = \frac{9}{3}} \qquad \text{efectuamos la división}$$
$$\mathbf{y \quad = 3} \qquad \text{es la solución de la ecuación}$$

PROBLEMAS CON ECUACIONES

Ten en cuenta lo siguiente

Agregar →	sumar
De →	multiplicar
Exceder →	diferencia a favor
Equivale a →	igual a
Compare →	busque una razón entre
Que parte →	compares con el total
Suma →	adición
Diferencia, resta →	sustracción
Producto →	multiplicación
Cociente →	división

Este ejercicio es para trabajarlo en clase con la participación de todos.
Traducción de expresiones verbales a expresiones simbólicas.
1. Un número aumentado en 5.
2. La mitad de un número.
3. La tercera parte de un número
4. El doble de un número
5. Un número par
6. Un número impar
7. El triple de un número aumentado en dos
8. El doble de un número disminuido en cinco
9. El cubo de un número.
10. Un número aumentado en tres es igual a treinta y cinco.
11. Un número disminuido en cuatro es igual a cien.
12. El cuádruple de un número aumentado en seis es igual a treinta y ocho.

TALLER 2.
Dar un enunciado verbal que se adapte a cada una de las siguientes expresiones.
1. $3x - 6 = 2x$
2. $X + 4 = 45$
3. $X - 10 = 60$
4. $2x + 8 = 24$
5. $x - 6 = 100$
6. $4x + 7 = 51$
7. $x + 25 = 67$
8. $x - 3 = 32$
9. $x + 1 = 82$
10. $2x - 4 = 62$
11. $x + 4 = 45$
12. $x = \frac{28}{2}$

Resolvemos los siguientes problemas:
1. ¿Qué número aumentado en 3 es igual a 75?
2. Disminuyendo el doble de un número en 25 se obtiene 1. ¿Cuál es el número?
3. El perímetro de un cuadrado es 120. ¿Cuánto mide cada lado?
4. ¿Cuál es el número cuyo triple aumentado en 12 sea igual a 42?
5. ¿Cuál es el número que multiplicado por 5 es igual a 100?

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 6. Ecuaciones con números naturales. Fuente propia

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Comprender el contenido propuesto y resolver ejercicios que involucren la expresión de situaciones con números enteros.
Desempeños esperados: Identifica expresiones que involucran el uso de números enteros y resuelve problemas planteados.

GUÍA 3. NÚMEROS ENTEROS

El primer conjunto numérico que fue inventado por los antiguos pueblos y en sus diferentes formas de simbolización fueron los números naturales (N), por la necesidad que tenían de simbolizar o representar los objetos que poseían o comercializaban.

N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...}
Conjunto de los números Naturales

Los números naturales a partir del 1 también se denominan **Números enteros Positivos (Z^+)**

Z^+ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ...}
Números enteros positivos

Muchas situaciones cotidianas como las siguientes: 20 grados bajo cero, una pérdida de 5000 pesos, la empresa obtuvo un saldo en rojo de 60000 pesos, el barco se encuentra a 70 metros bajo el nivel del mar y otras situaciones más; hizo necesario que se invente los números negativos para simbolizar esas expresiones.

20 grados bajo cero $\Rightarrow -20^0$
Una pérdida de 5000 $\Rightarrow$ -5000
Saldo en rojo de 60000 pesos $\Rightarrow$ -60000
70 metros bajo el nivel del mar $\Rightarrow$ -70
Y para solucionar los casos de sustracción como 8 - 20 ; 30 - 55 ; etc.

Así se originaron los **Números Enteros Negativos (Z^-)**

Z^- = { ....., -6, -5, -4, -3, -2, -1} Conjunto de los Números enteros negativos

Si realizamos la unión de los números enteros negativos con el conjunto unitario formado por el cero y con el conjunto de los números enteros positivos, obtendremos el conjunto de los ***Números enteros (Z)***

Z ={....., -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...}
Conjunto de los Números Enteros

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+$$

Los números enteros se pueden representar en una recta numérica ubicando a la derecha del cero los enteros positivos y a la izquierda del cero los enteros negativos.

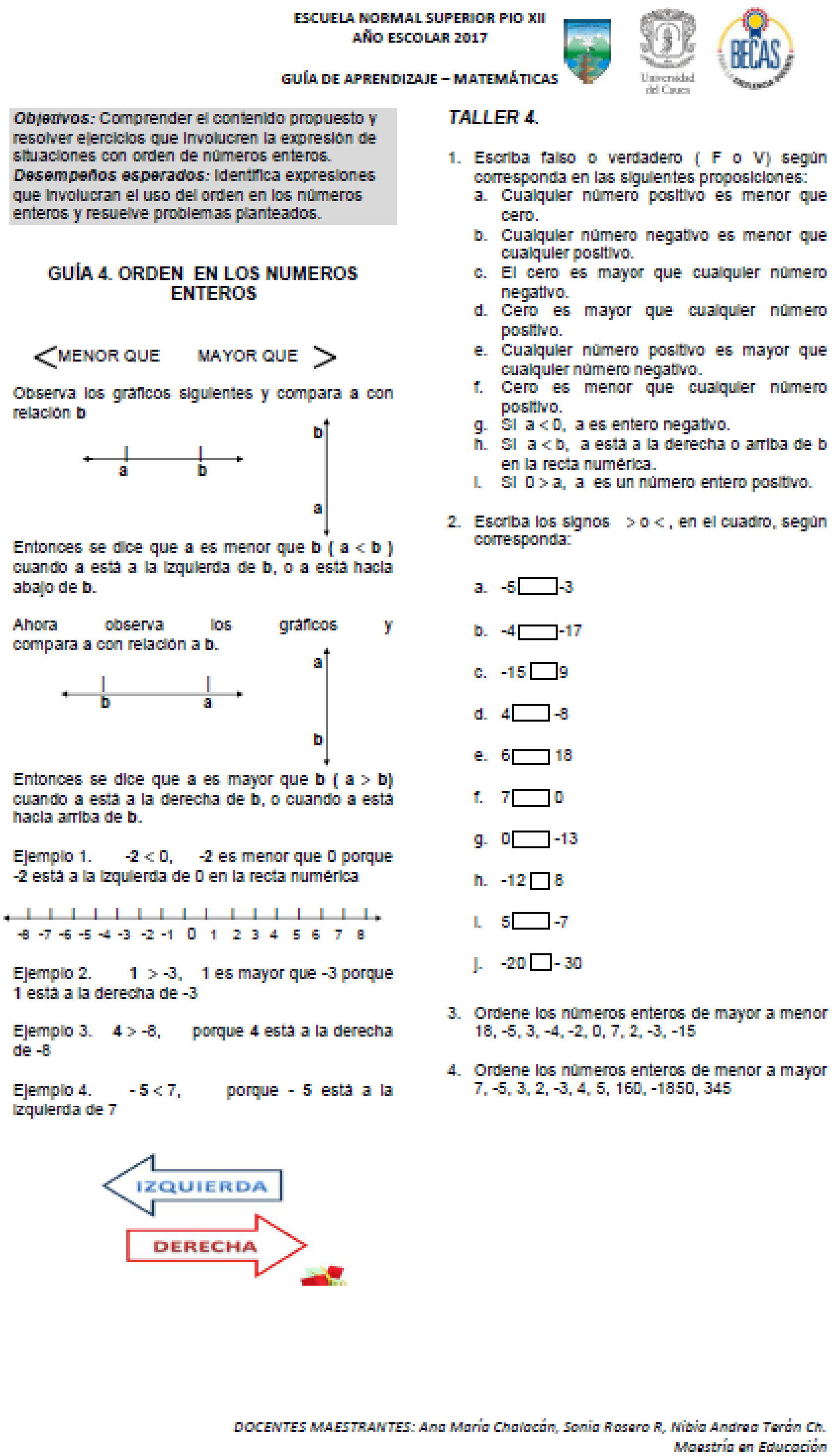
-9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

TALLER 3.

1. Escriba el número entero correspondiente de acuerdo a las siguientes expresiones:
   a. 9 segundos antes del lanzamiento de un cohete
   b. 15000 pesos de ganancia
   c. 30000 pesos de pérdida
   d. El barco se encontró en el mar a una profundidad de 60 metros
   e. Albert Einstein nació en 1879 después de Cristo.
   f. Juan gana 50 puntos en un juego de cartas
   g. Una deuda de 3000 pesos
2. + 16^0 es una temperatura sobre cero o bajo cero.
3. - 20^0 es una temperatura sobre cero o bajo cero.
4. Los ingresos de una familia al mes son de 280000 pesos y sus egresos (gastos) del mes son de 210000 pesos, cuál es el saldo al terminar el mes.
5. Los ingresos mensuales de una familia son de 320000 pesos y los gastos del mes son de 365000 pesos; cuál es el saldo al terminar el mes.
6. N $\subseteq Z^+$. El conjunto de los números naturales es un subconjunto de los números enteros positivos (F o V).
7. $Z^+ \subseteq$ N .Los números enteros positivos son un subconjunto de los números naturales (F o V)
8. N $\subseteq$ Z .Los números naturales es un subconjunto de los números enteros (F o V).
9. $Z^- \cap Z^+ = 0$ (F o V)
10. IN $\cap$ Z = IN (F o V)

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 7. Guía 3. Números Enteros. Fuente propia.



ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Comprender el contenido propuesto y resolver ejercicios que involucren la expresión de situaciones con orden de números enteros.
Desempeños esperados: Identifica expresiones que involucran el uso del orden en los números enteros y resuelve problemas planteados.

GUÍA 4. ORDEN EN LOS NUMEROS ENTEROS

< MENOR QUE MAYOR QUE >

Observa los gráficos siguientes y compara a con relación b

Entonces se dice que **a** es menor que **b** (**a** < **b**) cuando **a** está a la izquierda de **b**, o **a** está hacia abajo de **b**.

Ahora observa los gráficos y compara a con relación a **b**.

Entonces se dice que **a** es mayor que **b** (**a** > **b**) cuando **a** está a la derecha de **b**, o cuando **a** está hacia arriba de **b**.

Ejemplo 1. -2 < 0, -2 es menor que 0 porque -2 está a la izquierda de 0 en la recta numérica

-8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Ejemplo 2. **1** > -3, **1** es mayor que -3 porque **1** está a la derecha de -3

Ejemplo 3. **4** > -8, porque **4** está a la derecha de -8

Ejemplo 4. **- 5** < 7, porque **- 5** está a la izquierda de 7

IZQUIERDA

DERECHA

TALLER 4.

1. Escriba falso o verdadero (F o V) según corresponda en las siguientes proposiciones:
   a. Cualquier número positivo es menor que cero.
   b. Cualquier número negativo es menor que cualquier positivo.
   c. El cero es mayor que cualquier número negativo.
   d. Cero es mayor que cualquier número positivo.
   e. Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.
   f. Cero es menor que cualquier número positivo.
   g. Si a < 0, a es entero negativo.
   h. Si a < b, a está a la derecha o arriba de b en la recta numérica.
   i. Si 0 > a, a es un número entero positivo.

2. Escriba los signos > o < , en el cuadro, según corresponda:

   a. -5 ☐ -3
   b. -4 ☐ -17
   c. -15 ☐ 9
   d. 4 ☐ -8
   e. 6 ☐ 18
   f. 7 ☐ 0
   g. 0 ☐ -13
   h. -12 ☐ 8
   i. 5 ☐ -7
   j. -20 ☐ - 30

3. Ordene los números enteros de mayor a menor
   18, -5, 3, -4, -2, 0, 7, 2, -3, -15

4. Ordene los números enteros de menor a mayor
   7, -5, 3, 2, -3, 4, 5, 160, -1850, 345

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

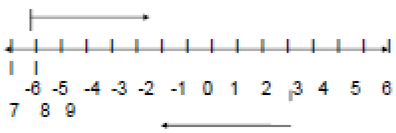
Figura 8. Guía 4. Orden en los Números Enteros. Fuente propia.

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Comprender el concepto de valor absoluto y opuesto de un número entero, resolviendo ejercicios propuestos.
Desempeños esperados: Identifica el valor absoluto y el opuesto de un número entero.

GUÍA 5. VALOR ABSOLUTO



La distancia que hay de -6 hasta el cero es de 6 unidades; y la distancia de 6 hasta el cero es de 6 unidades.

El valor absoluto de un número entero es la distancia que hay desde dicho número hasta el cero; por lo tanto el valor absoluto de un número entero es siempre positivo o cero. Se simboliza así:

| -9 | = 9, | 20 | = 20, | 0 | = 0, | -15 | = 15

¡INFÓRMATE!

No se sabe a ciencia cierta a qué pueblo corresponde el honor de la invención de las cifras de nuestro sistema de numeración, pero se da por seguro que son de cuna India.
Unos creen que al principio tenían esta forma:

y que luego se transformaron así:

Otros dicen que fueron sacados de un cuadrado con sus diagonales

hasta llegar a la forma moderna
1 2 3 4 5 6 7 8 9

NUMEROS OPUESTOS

Son ejemplos de números enteros opuestos los siguientes:

3 y - 3   - 8 y 8   50 y - 50
- 30 y 30   a y -a

Si encuentras el valor absoluto a los anteriores números observarás que cada pareja tiene el mismo valor absoluto.

Entonces dos números enteros son opuestos cuando tienen el mismo valor absoluto pero distinto signo.

Observa con cuidado los siguientes ejemplos

Ejemplo 1. El número <u>opuesto</u> de -3 es 3,
Escribimos (3) = +3

Ejemplo 2. El número <u>opuesto</u> de +40 es -40,
escribimos (+40) = 40

Lo anterior nos indica que si un número entero tiene delante dos signos iguales nos da como resultado un número entero positivo; y si tiene dos signos diferentes da como resultado un número entero negativo.

Ejemplos
+ (+ 8) = + 8,
- (- 12) = +12,
- (+ 9) = - 9,
+ (- 20) = - 20,
- (- a) = + a,
- (+a) = -a

TALLER 5.

1. Escribe el valor absoluto de los siguientes números:
   a. I 3 I
   b. I -13 I
   c. I -100 I
   d. I 150 I
   e. I -18I
   f. I 6 - 8 I

2. Escribe al frente el opuesto de cada número.
   a. El opuesto de 100
   b. El opuesto de -15
   c. El opuesto de 89
   d. El opuesto de -37
   e. El opuesto de 64

3. Resuelve:
   a. –(-5) =
   b. +(-12) =
   c. –(+6) =
   d. –(-113) =
   e. +(+45) =

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 9. Guía 5. Valor Absoluto. Fuente propia.

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

GUÍA 6. AUN MÁS SOBRE LOS NÚMEROS ENTEROS…

Los conjuntos de los números naturales y enteros son los más próximos a la realidad humana inmediata, los que se usan en las operaciones sencillas de suma, resta y multiplicación. En esencia, los números naturales se emplean para contar los objetos de un conjunto, mientras que los enteros (que son los naturales más el cero y los números negativos) resultan de las operaciones de sustracción realizadas con los naturales. De forma intuitiva, puede decirse que el conjunto de los números enteros es el formado por los elementos siguientes: {…, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3,…}. Este conjunto se denota por la letra Z, e incluye como subconjunto al de los números naturales; es decir: N pertenece a Z.

El termómetro común permite efectuar lecturas en el conjunto de los números enteros, ya que expresa valores de temperatura positivos o negativos, sin considerar posibles cifras decimales.

REPRESENTANDO LOS NÚMEROS ENTEROS…

El conjunto de los números enteros se representa comúnmente como una serie de valores discretos marcados sobre una recta. Así, los números enteros no llenan la recta, sino que entre ellos existen infinitos puntos que no pertenecen a dicho conjunto. En esta distribución, se dice que, dados dos números enteros n y m, n es mayor o igual que m (n > m) si n - m es un número entero positivo o cero. En virtud de ello, el de los números enteros es un conjunto ordenado.

Los números enteros son positivos cuando se ubican a la derecha del cero en la recta numérica y se obtienen poniendo el signo + (más) delante de un número natural. Son negativos cuando están a la izquierda del cero, y se obtienen al poner el signo - (menos) delante de un número natural. De esta manera tenemos dos conjuntos:
- *Conjunto de números enteros positivos*
- *Conjunto de números enteros negativos*

Los números enteros acotan todo lo que nos rodea, con pruebas sencillas podemos experimentar su aplicación en la vida cotidiana, desde la utilización de estos para medir distancias y temperaturas, hasta la encriptación del comercio electrónico y el cálculo del número de asistentes a una manifestación.

Empezamos por lo más sencillo: ¿cómo saber cuántas ovejas tenemos?, ó ¿cuántas se comió el lobo? Hay que contar y para ello usamos los números naturales o números positivos: 1, 2, 3,…

¿Qué día es hoy? ¿Cuándo naciste? Hay que contar y ordenar, para lo que también usamos los números positivos: 0, 1, 2, 3,… ¿Cómo representar las temperaturas bajo cero? ¿Cómo contar cuando debemos más de lo que tenemos? Hay que contar a ambos lados de una referencia (el cero), y para ello usamos los números enteros positivos y negativos: …,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,…

TALLER 6.

A continuación te presento una situación de aprendizaje donde tendrás que ayudar a Tolomeo a solucionar su problema:

Un día de mucho trabajo Tolomeo el mensajero de un edificio decide no subir más escaleras y aunque le daba pánico el ascensor decide optar por él, estando en el segundo piso debía realizar las siguientes tareas: subir siete pisos y entregar las flores para Martha la secretaria que se encontraba de cumpleaños, subir dos más y entregar el periódico a su jefe, descender tres para entregar al supervisor las cartas que le había enviado su jefe, este le ordena que descienda un piso y le lleve un tinto a su oficina, pero se equivoca y asciende tres, allí le entregan las llaves del aseo para que le abra a la señora que limpia, entonces desciende dos y entrega el tinto, sin querer asciende cuatro……. ***¡Oh Dios mío! me he vuelto loco no se en que piso me encuentro……***

Ayuda a Tolomeo a descubrir en que piso está.
Representa la solución en una cartelera.

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 10. Guía 6. Aún más sobre los números enteros. Fuente propia.

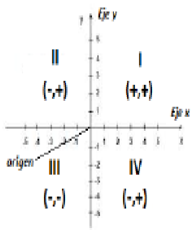
ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017
GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Identificar la importancia del plano cartesiano y su utilidad para representar puntos con número enteros.
Desempeños esperados: Representa con facilidad diferentes situaciones en el plano cartesiano y las reconoce claramente.

GUÍA 7. REPRESENTACIÓN DE PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO

El **plano cartesiano** o **sistema de coordenadas** es el plano que se encuentra formado por la intersección de dos rectas numéricas que se cortan perpendicularmente en cero.

- En un plano se reconocen los siguientes elementos:
- La recta numérica horizontal denominada **eje X** y la recta numérica vertical denominada **eje y**
- El punto de intersección entre los ejes, llamado origen.
- Las cuatro regiones generadas por los dos ejes que dividen el plano son denominadas **cuadrantes** y se representan con los números romanos I, II, III, IV.



En el plano cartesiano, cada punto se encuentra determinado por una pareja ordenada de números, la cual se escribe entre paréntesis y se separa por medio de una coma. Por ejemplo, la pareja ordenada (4,3).
En toda pareja ordenada (a, b) se distinguen dos coordenadas: la coordenada a, denominada **abscisa,** localizada sobre el eje X y la coordenada b , denominada **ordenada,** ubicada sobre el eje Y.
Para representar una pareja ordenada (a, b) en el plano cartesiano se realizan los siguientes pasos.

- Primero, se localiza la abscisa sobre el eje X y la ordenada sobre el eje Y.
- Posteriormente, se traza por a una recta vertical y por b una recta horizontal. La intersección de estas rectas representa el punto donde está ubicada la pareja (a, b).
- Finalmente, se nombra el punto con una letra mayúscula, así: P (a, b). Punto P coordenadas (a, b).

El signo de cada componente, en una pareja ordenada, depende del cuadrante en el que esté ubicado el punto correspondiente.

Ejemplos

1. **Representar en plano cartesiano cada pareja ordenada. Luego, determinar en cual cuadrante se encuentra ubicado el punto correspondiente.**

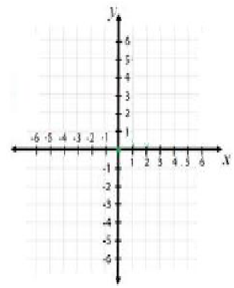
a. D (-3,-2)
Primero, se ubica el número -3 en el eje horizontal, luego se ubica el número -2 en el eje vertical. Después, se traza una recta vertical por -3 y una recta horizontal por -2. El punto se ubica en la intersección de las rectas.
El punto está ubicado en el tercer cuadrante.
b. **C (1,- 4)**
Siguiendo el procedimiento para graficar, el punto se ubica en el plano cartesiano de la siguiente manera:
El punto está ubicado en el cuarto cuadrante.
c. **F (-2,5)**
Siguiendo el procedimiento para graficar, el punto se ubica en el plano cartesiano de la siguiente manera:
El punto se ubica en el segundo cuadrante.

2. **Escribir las coordenadas de cada punto que se indica en el siguiente plano:**

Por cada punto, se escribe primero la coordenada correspondiente al eje horizontal y luego se escribe, la coordenada al eje del eje vertical.

Para el punto P, por ejemplo, la coordenada horizontal es 5 y la coordenada vertical es 2. Luego, las coordenadas son P (5, 2)

Las parejas ordenadas son:
P (5,2) S (-4, -1) Q (4,0)
T (-4,2) R (0,-3) U (3, -5)



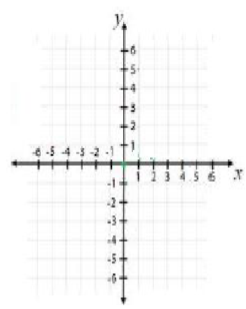
3. **El Pirata barba negra está buscando un tesoro debe seguir las instrucciones que aparecen a continuación:**

- Punto de referencia (-3, -3)
- Siete pasos hacia la derecha.
- Tres pasos hacia la izquierda.
- Dos pasos hacia arriba.

Determinar las coordenadas del punto donde se encuentra el tesoro a partir del mapa.

Primero se ubica el punto de referencia y luego se ubican sobre el mapa los pasos de las instrucciones.

Las coordenadas del punto donde se encuentra el tesoro son T (1,1)

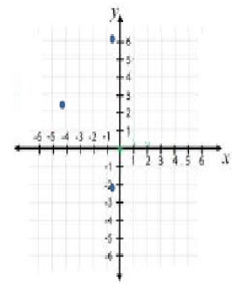


DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017
GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

TALLER 7.

1. Determinar las coordenadas de los puntos que están ubicados en el siguiente plano cartesiano.



2. Ubica cada grupo de puntos en el plano cartesiano.

a. A (-2, 2), B (2,2), C(5,-2), D (0,2), E(-5,2).
b. F (-5,7), G(5, 7), H(8, 1), I(0,9), J(-7, 5)
c. M(-8,4), N(-2,8), O(2,8), P (8,4), Q (8,0) R (2,-4), S (-2-4), T (-8,0).

Responde

a) Si unes los vértices ABCDE del literal a, ¿Qué clase de polígono se forma?
b) Si unes los vértices FGHIJ del literal b, ¿Qué clase de polígono se forma?
c) Si unes los vértices MNOPQRST del literal c, ¿Qué clase de polígono se forma?

3. Escribe dos puntos que cumplan con la condición dada en cada caso.
4.
   a. Con abscisa cero.
   b. Con ordenada negativa.
   c. Con la misma ordenada.
   d. Con ordenada cero y abscisa negativa.

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 11. Guía 7. Representación de Puntos en el Plano Cartesiano. Fuente propia

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Universidad del Cauca

BECAS

Objetivos: Utiliza la adición con números enteros y sus propiedades en diferentes situaciones.
Desempeños esperados: Realiza con facilidad ejercicios aplicando la adición de números enteros y sus propiedades.

GUÍA 8. ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Para realizar la adición de números enteros se debe tener en cuenta dos casos: Números de igual signo y Números de diferente signo.

ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS DE IGUAL SIGNO

Para adicionar dos o más números enteros positivos se procede como en la suma de números naturales. Además de aplica la definición de valor absoluto y conservando el signo positivo que los hace comunes.

(+5) + (+16) + (+3) + (+6)= |+5| + |+16| + |+3| + |+6|
= 5 + 16 + 3 + 6
= (5 + 16) + (3 + 6)
= 21 + 9
= 30

Para adicionar dos o más número enteros negativos se suman los valores absolutos y, a la respuesta se le antepone el signo negativo que los hace comunes.

(-10) + (-15) + (-4) = |-10| + |-15| + |-4|
= 10 + 15 + 4
= (10 + 15) + 4
= 25 + 4
= 29
Anteponemos el signo - -29

ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS DE DIFERENTE SIGNO

Se determina el valor absoluto de cada número. Luego, del mayor valor absoluto se resta el menor valor absoluto y a la respuesta se le antepone el signo del número que tiene mayor valor absoluto.

(-15) + 10 = |-15| y |10|
= 15 y 10
Se resta 10 de 15 15 – 10 = 5
Al resultado se le antepone el signo -, que es del número de mayor valor absoluto.
= -5

PROPIEDADES DE LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Clausurativa
La suma obtenida al adicionar dos o más números enteros es otro número entero.
(+47) + (-18) = +29
(-8) + (-19) = -27

Conmutativa
En toda adición el orden de los sumandos no altera la suma.
(+89) + (-67) = +22
(-67) + (+89) = +22

Asociativa
Al asociar dos o más sumandos de una adición, en distinto orden, la suma no se altera.
(-14) + (+24) + (-5) =
(-14 + 24) - 5 = -14 + (+24 -5)
(+10) - 5 = -14 + (+19)
+5 = +5

Modulativa
La adición de un número entero con cero da como resultado el mismo número entero.
(+27) + 0 = (+27)
0 + (-41) = (-41)

Propiedad del Opuesto aditivo
Todo número entero adicionado con su opuesto aditivo da como resultado cero.
(+104) + (-104) = 0
(+6) + (-6) = 0

TALLER 8.

1. Determina el signo del resultado de cada adición.
   a. 12 + (-8)
   b. (-27) + 5
   c. (-9) + 13
   d. 15 + (-6)
   e. (-35) + (-10)

2. Realiza las siguientes adiciones.
   a. 3 + 8 =
   b. (-5) + (-4) =
   c. 13 + (-14) =
   d. (-44) + 23 =
   e. 53 + 27 =
   f. (-150) + 43 =
   g. (-81) + (-19) =
   h. 25 + (-19) =
   i. (-16) + (-29) =
   j. (-81) + 81 =

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 12. Guía 8. Adición de Números Enteros. Fuente propia

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Utiliza la sustracción con números enteros en diferentes situaciones propuestas.
Desempeños esperados: Realiza con facilidad ejercicios aplicando la sustracción de números enteros y las reglas de simplificación de signos.

GUÍA 9. SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

En la sustracción ***a – b = c***, ***a*** se llama ***minuendo***, ***b*** se llama ***sustraendo*** y ***c*** se llama ***diferencia***.

Para restar dos números enteros se suma al minuendo el opuesto del sustraendo. De esta forma, las restas se convierten en sumas. Es decir: a – b = a + (- b)

sumar
Ejemplo 1: (+8) - (-6) = (+8) + (+6) = +14
opuesto

Ejemplo 1: (-16) - (-8) = (-16) + (+8) = -8

Los signos de agrupación en matemáticas son:

( ) paréntesis **[ ] corchetes** **{ } llaves**

SIMPLIFICACIÓN DE SIGNOS

Cuando en una expresión se combinan sumas y restas, es necesario simplificar los signos y los paréntesis, para evitar confusiones.

Reglas de simplificación
1. Para suprimir un paréntesis precedido por el signo +, se dejan las cantidades que están dentro de él con el mismo signo.

Ejemplo. 8 + (-4) = 8 – 4
2. Para suprimir un paréntesis precedido por el signo -, se cambia el signo de las cantidades que están dentro de él.

Ejemplo. 9 – (+7) = 9 – 7
Después de suprimir los signos de agrupación se procede a encontrar el resultado, teniendo en cuenta que:
- Dos cantidades de igual signo se suman y al resultado se le antepone el signo común.
- Dos cantidades de diferente signo se restan y al resultado se le antepone el signo del que tenga mayor valor absoluto.

PARA RECORDAR

Regla para suprimir signos de agrupación

+ (+) = +

TALLER 9.

1. Resolver las siguientes operaciones.
   a. (-5) – (- 3)

   b. (-2) + (- 5) – (- 3)

   c. 9 – (- 15) + (- 8)

   d. (- 3) + (- 6) – (- 4) – (- 7)

   e. (- 8) – (- 3) – 9 – (- 5)

2. Resolver las siguientes expresiones.
   a. - [(- 9) + 6 + (- 5) – (- 12)]=

   b. (-5) + [9 + (-2) – (- 7) + 8] =

   c. [(- 3) + (- 2)] - [3 + (- 8) – (- 10)] =

   d. 384 - {9 + [(- 15) – (- 8)] - 17} + (8 – (- 9)) =

   e. 5 + [7 – (8 + 4) + 6] - 3 =

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 13. Guía 9. Sustracción de Números Enteros. Fuente propia

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Universidad del Cauca

BECAS

Objetivos: Utiliza la multiplicación con números enteros en diferentes situaciones propuestas.
Desempeños esperados: Realiza con facilidad ejercicios aplicando la multiplicación de números enteros y la ley de signos.

GUÍA 10. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

La multiplicación es una suma abreviada de sumandos iguales. Los elementos que componen un producto reciben el nombre de factores, donde uno de ellos indica el número de veces que el otro factor se repite como sumando.

Ejemplo 1.
5 x 3 = 5 + 5 + 5 = 15
tres veces sumar cinco
El producto de dos números positivos es otro positivo

Ejemplo 2.
2 x (- 4) = -2 - 2 - 2- 2 = - 8
4 veces sumar - 2
El producto de un número positivo por un negativo da como resultado un negativo

Ejemplo 3.
- 4 x (- 3) = - (-4 - 4 - 4) = - (- 12) =+ 12
opuesto de 3 veces -4
El producto de dos números negativos es un número positivo

Del análisis hecho en los anteriores ejemplos resulta la llamada *"**ley de los signos**"* que se ilustra en el siguiente cuadro:

El producto de dos factores que tienen el mismo signo es positivo.	
Más por más igual más Menos por menos igual más	(+) x (+) = + (-) x (-) = +
El producto de dos factores que tienen signo diferente es negativo.	
Más por menos igual menos Menos por más igual menos	(+) x (-) = - (-) x (+) = -

Ejemplo 4.
La anterior ley de signos nos permite realizar productos en forma directa:

a. -7 x (-5) = +35
b. -9 x 12 = -108
c. 20 x (-10) = -200
d. -7 x (-15) = +105

MULTIPLICACIÓN DE TRES O MÁS NÚMEROS ENTEROS

- **Resultado positivo cuando hay una cantidad par de factores negativos**

Ejemplo 5.
(-6) x 2 x (-1) x (-3) x (-5) = +180
Cuatro factores con signos negativos

Ejemplo 6.
4 x (-5) x 2 x (-7) = +280
Dos factores con signos negativos

- **Resultado negativo cuando hay una cantidad impar de factores negativos**

Ejemplo 7.
(- 8) x (-3) x (-10) = - 240
Tres factores con signos negativos

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACION DE ENTEROS

a. Propiedad Clausurativa

$\boxed{\text{Si } a, b \in Z, \text{ entonces } a \times b = c \in Z}$

El producto de dos o más números enteros es otro número entero.

Ejemplos:
14 x 3 = 42 | - 8 x 5 x 3 = -120 | -6 x (-2) = + 12

b. Propiedad Conmutativa

$\boxed{\text{Si } a, b \in Z, \text{ entonces } a \times b = b \times a}$

El orden de los factores no altera el producto.

Ejemplos:
-8 x 2 = 2 x (-8)
-16 = -16

(-6) x (-5) = (-5) x (-6)
30 = 30

c. Propiedad Modulativa

$\boxed{\text{Si } a \in Z, \text{ entonces } a \times 1 = 1 \times a = a}$

Cualquier número entero multiplicado por uno (módulo de la multiplicación), da como resultado el mismo número entero.

Ejemplos:
(- 20) x 1 = -20

1 x 32 = 32

1 x (-12) = -12

d. Propiedad Asociativa

$\boxed{\text{Si } a, b, c \in Z, \text{ entonces } (a \times b) \times c = a \times (b \times c)}$

La manera como se asocie los factores no altera el producto final.

Ejemplos:
(3 x 4) x (-2) = 3 x(4 x (-2))
12 x (-2) = 3 x (-8)
- 24 = - 24

(- 4 x 5) x 10 = - 4 x (5 x 10)
-20 x 10 = - 4 x (50)
- 200 = -200

TALLER 10.

Efectuar las siguientes multiplicaciones:

a. -10 x (-30)
b. 5 x (-12)
c. -20 x (-15)
d. (-5).(-4).5.(-3).(-1)
e. -92.(40)
f. -6.(-16).3
g. (-1).(-2).(-20).45
h. (-3).(-4).3.(-8)
i. (-1).(-10).12
j. (-10000).(-100).(-1).(-10)

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 14. Guía 10. Multiplicación de Números Enteros. Fuente propia.

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Utiliza la división con números enteros en diferentes situaciones propuestas.
Desempeños esperados: Realiza con facilidad ejercicios aplicando la división de números enteros y la ley de signos.

GUÍA 11. DIVISION EXACTA DE NUMEROS ENTEROS

Para la división de dos números enteros se debe tener en cuenta las *leyes de los signos* que son similares a las mismas leyes de la multiplicación de números enteros:

Más entre más igual más	+ + + = +
Menos entre menos igual más	- + - = +
Más entre menos igual menos	+ + - = -
Menos entre más igual menos	- + + = -

En la división exacta

$$a \div b = c\ , \quad \frac{a}{b} = c$$

a: dividendo
b: divisor
c: cociente

Ejemplos:

a. $\frac{-45}{-3} = +15$ porque -3 x 15 = -45,

b. $\frac{-100}{20} = -5$ porque 20x(-5) = -100

c. $\frac{144}{-4} = -36$ porque -4 x(-36) = 144

d. $\frac{250}{10} = 25$ porque 10 x 25 =250

e. $\frac{-9x18}{6} = \frac{-162}{6} = -27$

TALLER 11.

1. Efectuar las siguientes divisiones:

a. $\frac{-400}{100}$ b. $\frac{-200}{-40}$

c. $\frac{-4500}{36}$ d. $\frac{-1599}{13}$

e. $\frac{-12x15}{-5x(-9)}$ f. $\frac{90}{-5}$

2. Complete la tabla:

a	b	c	$a.(b+c)$	$\frac{a+b}{c}$	$\frac{b}{c}$
10	15	5			
8	32	4			
-6	-12	-3			
20	-50	10			
-5	25	-4			
2	-18	-2			
-60	30	-6			

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

3. Dos busetas salen de Cali hacia Ipiales. ¿A qué distancia se encontrará la una de la otra al cabo de 5 horas si recorren 60 y 40 km por hora respectivamente.

4. Un comerciante tiene 250 dólares y los cambia a pesos; si por cada dólar le dan 2120 pesos, cuántos pesos recibió el comerciante por su dinero?

5. Un automóvil recorre 3km en dos minutos, un caballo 1km en 5 minutos y un hombre 1km en 10 minutos. ¿Cuánto tiempo emplea cada uno en recorrer 27km?

6. Un automóvil se dirige de Ipiales a Cali que tiene una distancia de 496km. ¿Cuántos km le falta por recorrer después de 8 horas de viaje si va a una velocidad de 52km por hora?

7. En el juego traicionero una persona pierde $1200 en cada apuesta. Si tiene $30000, ¿cuál es el saldo después de 9 apuestas?

8. En un experimento la temperatura baja 20C cada hora. Si al principio el termómetro marcaba 00, ¿cuántos grados marcaría a las 9 horas de iniciado el experimento?

9. Hace 4 años Alejandro tenía la mitad de la edad de su madre. ¿Cuál es la edad actual de su madre si Alejandro tiene 20 años?

10. Un comerciante quiere cambiar 728.750 pesos a dólares; ¿cuántos dólares recibe si un dólar es equivalente a 2.750 pesos?

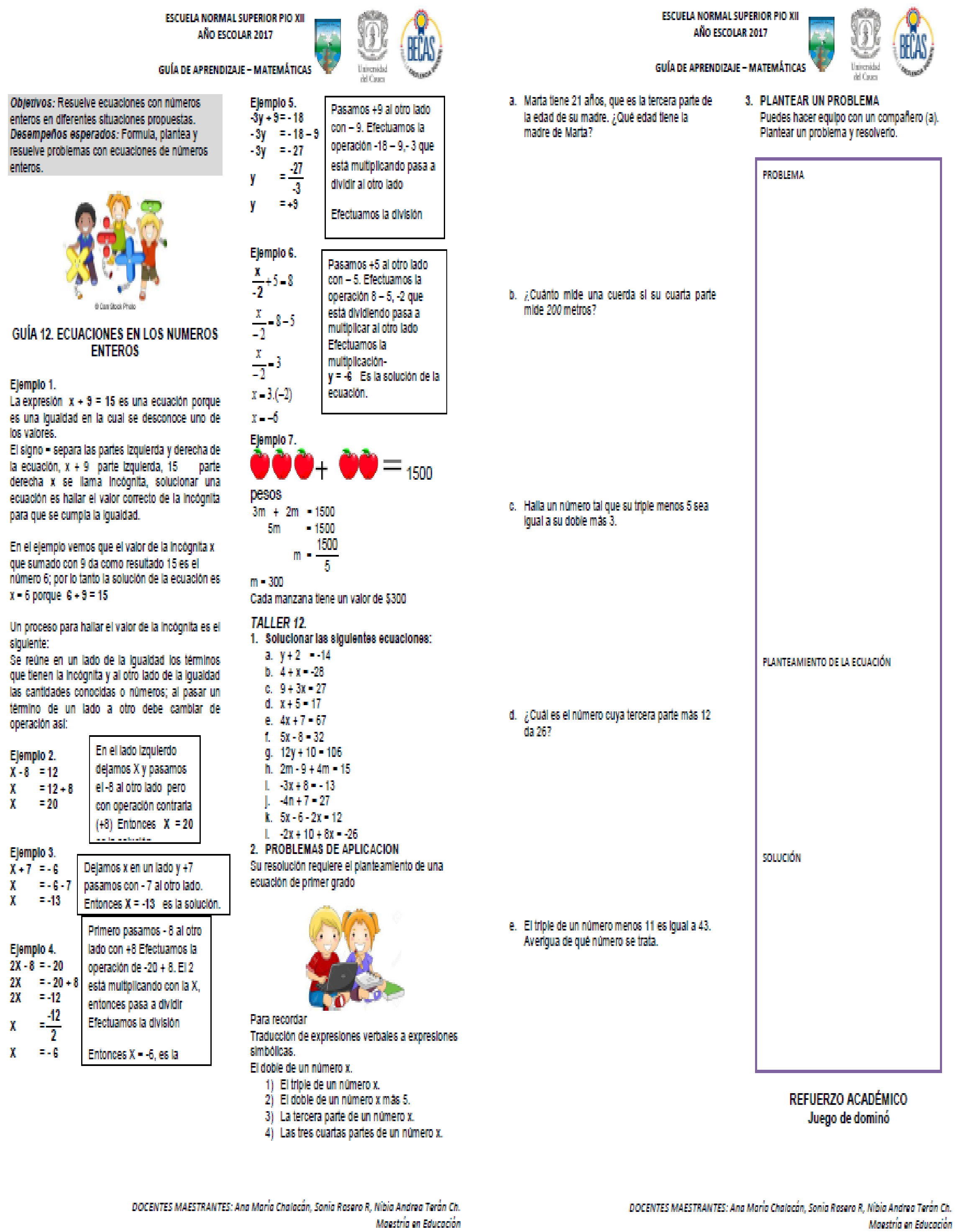
11. En el supermercado de Alkosto de Ipiales, estrenan una nueva cámara frigorífica. Si la temperatura desciende 3°C cada hora. ¿Cuántas horas tendrán que esperar para que la temperatura de la cámara baje 21°C?

12. En una habitación se apaga el aire acondicionado y la temperatura desciende 3°C cada hora. Si se sabe que la temperatura inicial era de 15°C, responder:
    a. ¿Cuál será a temperatura al cabo de cuatro horas de haber apagado el aire?
    b. ¿Cuál será la temperatura al cabo de seis horas?
    c. ¿Cuántas horas habrán pasado si la temperatura descendió hasta -9°C?
    d. ¿Cuántas horas habrán pasado si la temperatura descendió hasta -12°C?

Querido estudiante:
"Estudiar no sólo implica asistir a clases, también tienes que investigar, leer e informarte más, aunque no te lo pidan, de esa manera lograrás ser un estudiante destacado"

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 15. Guía 11. División de Números Enteros. Fuente propia.


ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017
GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Resuelve ecuaciones con números enteros en diferentes situaciones propuestas.
Desempeños esperados: Formula, plantea y resuelve problemas con ecuaciones de números enteros.

GUÍA 12. ECUACIONES EN LOS NUMEROS ENTEROS

Ejemplo 1.
La expresión $x + 9 = 15$ es una ecuación porque es una igualdad en la cual se desconoce uno de los valores.
El signo = separa las partes izquierda y derecha de la ecuación, $x + 9$ parte izquierda, 15 parte derecha x se llama incógnita, solucionar una ecuación es hallar el valor correcto de la incógnita para que se cumpla la igualdad.

En el ejemplo vemos que el valor de la incógnita x que sumado con 9 da como resultado 15 es el número 6; por lo tanto la solución de la ecuación es $x = 6$ porque $6 + 9 = 15$

Un proceso para hallar el valor de la incógnita es el siguiente:
Se reúne en un lado de la igualdad los términos que tienen la incógnita y al otro lado de la igualdad las cantidades conocidas o números; al pasar un término de un lado a otro debe cambiar de operación así:

Ejemplo 2.
$X - 8 = 12$
$X = 12 + 8$
$X = 20$

En el lado izquierdo dejamos X y pasamos el -8 al otro lado pero con operación contraria (+8) Entonces X = 20

Ejemplo 3.
$X + 7 = -6$
$X = -6 - 7$
$X = -13$

Dejamos x en un lado y +7 pasamos con - 7 al otro lado. Entonces X = -13 es la solución.

Ejemplo 4.
$2X - 8 = -20$
$2X = -20 + 8$
$2X = -12$
$X = \frac{-12}{2}$
$X = -6$

Primero pasamos - 8 al otro lado con +8 Efectuamos la operación de -20 + 8. El 2 está multiplicando con la X, entonces pasa a dividir Efectuamos la división

Entonces X = -6, es la

Ejemplo 5.
$-3y + 9 = -18$
$-3y = -18 - 9$
$-3y = -27$
$y = \frac{-27}{-3}$
$y = +9$

Pasamos +9 al otro lado con – 9. Efectuamos la operación -18 – 9,- 3 que está multiplicando pasa a dividir al otro lado

Efectuamos la división

Ejemplo 6.
$\frac{x}{-2} + 5 = 8$
$\frac{x}{-2} = 8 - 5$
$\frac{x}{-2} = 3$
$x = 3.(-2)$
$x = -6$

Pasamos +5 al otro lado con – 5. Efectuamos la operación 8 – 5, -2 que está dividiendo pasa a multiplicar al otro lado Efectuamos la multiplicación-
y = -6 Es la solución de la ecuación.

Ejemplo 7.
+ = 1500 pesos
$3m + 2m = 1500$
$5m = 1500$
$m = \frac{1500}{5}$
$m = 300$
Cada manzana tiene un valor de $300

TALLER 12.
1. **Solucionar las siguientes ecuaciones:**
   a. $y + 2 = -14$
   b. $4 + x = -28$
   c. $9 + 3x = 27$
   d. $x + 5 = 17$
   e. $4x + 7 = 67$
   f. $5x - 8 = 32$
   g. $12y + 10 = 106$
   h. $2m - 9 + 4m = 15$
   i. $-3x + 8 = -13$
   j. $-4n + 7 = 27$
   k. $5x - 6 - 2x = 12$
   l. $-2x + 10 + 8x = -26$
2. **PROBLEMAS DE APLICACION**
Su resolución requiere el planteamiento de una ecuación de primer grado

Para recordar
Traducción de expresiones verbales a expresiones simbólicas.
El doble de un número x.
1) El triple de un número x.
2) El doble de un número x más 5.
3) La tercera parte de un número x.
4) Las tres cuartas partes de un número x.

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017
GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

a. Marta tiene 21 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?

b. ¿Cuánto mide una cuerda si su cuarta parte mide 200 metros?

c. Halla un número tal que su triple menos 5 sea igual a su doble más 3.

d. ¿Cuál es el número cuya tercera parte más 12 da 26?

e. El triple de un número menos 11 es igual a 43. Averigua de qué número se trata.

3. **PLANTEAR UN PROBLEMA**
Puedes hacer equipo con un compañero (a). Plantear un problema y resolverlo.

PROBLEMA

PLANTEAMIENTO DE LA ECUACIÓN

SOLUCIÓN

REFUERZO ACADÉMICO
Juego de dominó

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 16. Guía 12. Ecuaciones en los Números Enteros. Fuente propia.

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Resuelve ejercicios aplicando potenciación números enteros con sus respectivas propiedades.
Desempeños esperados: aplica la potenciación y sus propiedades en diferentes contextos y situaciones planteadas.

GUÍA 13. POTENCIACIÓN EN LOS NÚMEROS ENTEROS

Es una multiplicación de varios factores iguales, siendo una multiplicación abreviada.
El exponente (^{n}) indica la cantidad de veces que la base (a) se multiplica por si misma.

$$a^n = \underbrace{a.a.a.a.a.....}_{n \text{ veces}}$$

a: base
n: exponente

Como la potencia es un producto de factores iguales, entonces observemos los siguientes ejemplos:

a. $(-2)^3 = (-2).(-2).(-2) = -8$
Luego $(-2)^3 = -8$

b. $(-3)^4 = (-3).(-3).(-3).(-3) = +81$
Luego $(-3)^4 = +81$

c. $4^3 = 4.4.4 = +64$
Luego $4^3 = 64$

d. $7^2 = 7.7 = 49$
Luego $7^2 = 49$

e. $2^6 = 2.2.2.2.2.2 = 64$
Luego $2^6 = 64$

f. $(-5)^3 = (-5).(-5).(-5) = -125$
Luego $(-5)^3 = -125$

De los anteriores ejemplos se concluye que:

La potencia de un número entero es *negativa* únicamente, cuando la base es negativa y el exponente impar.

PROPIEDADES DE LA POTENCIACION EN LOS ENTEROS

a. **La potencia de 0 es igual a 1**
$a^0 = 1$

b. **La potencia de 1 es igual a ese mismo número**
$a^1 = a$

c. **Producto de potencias con la misma base**
Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Ejemplos:
$(-2)^5 \cdot (-2)^2 = (-2)^{5+2} = (-2)^7 = -128$
$3^2 \,.\, 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

d. **División de potencias con la misma base**
Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.
$a^m : a^n = a^{m-n}$

Ejemplos:
$(-2)^5 : (-2)^2 = (-2)^{5-2} = (-2)^3 = -8$
$\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$

e. **Potencia de una potencia**
Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Ejemplos:
$[(-2)^3]^2 = (-2)^6 = 64$
$(4^2)^3 = 4^{2.3} = 4^6$

f. **Producto de potencias con el mismo exponente**
Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Ejemplos:
$(-2)^3 \cdot (3)^3 = (-6)^3 = -216$
$(4x5)^6 = 4^6.5^6$

g. **Cociente de potencias con el mismo exponente**
Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.
$a^n : b^n = (a : b)^n$

Ejemplo: $(-6)^3 : 3^3 = (-2)^3 = -8$

TALLER 13.

1. Calcular el valor de las siguientes potencias:

a.	$(-3)^6$	b.	4^6
c.	$(-7)^3$	d.	40^0
e.	$(-12)^1$	f.	$(-5)^5$
g.	2^8	h.	$(-8)^4$
i.	6^3		

2. Determinar el signo resultante de las siguientes potencias:

a.	$(-4)^{20}$	b.	5^{12}
c.	13^{25}	d.	$(-9)^{33}$
e.	$(-18)^{40}$	f.	7^{10}
g.	$(-8)^{100}$		

3. Aplicar las propiedades de la potenciación a los siguientes ejercicios:

a. $(-2)^3.(-2)^2.(-2)^4$
b. $7^5 \div 7^2$
c. $(3^4)^2$
d. $(3x5)^6$
e. $4^5.4.4^6$
f. $(-5)^{12} \div (-5)^8$

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 17. Guía 13. Potenciación en los Números Enteros. Fuente propia

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Resuelve ejercicios aplicando radicación de números enteros con sus respectivas propiedades.
Desempeños esperados: aplica la radicación y sus propiedades en diferentes contextos y situaciones planteadas.

GUÍA 14. RADICACIÓN EN LOS NÚMEROS ENTEROS

En la potencia $X^3 = 64$ se desconoce el valor de la base, para encontrarlo se busca un número que multiplicado por sí mismo tres veces resulte 64.
El número es 4 porque 4.4.4 = 64
La radicación es precisamente la operación que nos permite encontrar la base de una potencia:

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{si } b^n = a$$

n : Indice del radical

Ejemplos:

a. $\sqrt[3]{8} = 2$ porque $2^3 = 8$

b. $\sqrt[5]{-243} = -3$ porque $(-3)^5 = -243$

c. $\sqrt{64} = 8$ porque $8^2 = 64$
-8 porque $(-8)^2 = 64$
Tiene dos raíces opuestas 8 y -8

d. $\sqrt[4]{81} = 3$ porque $3^4 = 81$
-3 porque $(-3)^4 = 81$
Tiene dos raíces opuestas 3 y -3

e. $\sqrt[4]{-16}$ No existe raíz porque no hay un número entero que elevado a un exponente par dé como resultado un número negativo.

De los anteriores ejemplos se deducen las siguientes reglas para la radicación:

- La raíz n-ésima de un número positivo es un número positivo.
$$\sqrt[4]{16} = 2 \; porque \; 2^4 = 16$$
- Si el índice es impar, existe una raíz que lleva el mismo signo de la cantidad subradical.
$$\sqrt[3]{27} = 3 \; porque \; 3^3 = 27$$
$$\sqrt[3]{-27} = -3 \; porque \; -3^3 = -27$$
- Si el índice es par y la cantidad subradical positiva, existen dos raíces opuestas.
$$\sqrt[4]{625} = 5 \; porque \; 5^4 = 625 \quad o$$
$$\sqrt[4]{625} = -5 \; porque - 5^4 = 625$$
- Si el índice es impar y la cantidad subradical negativa, la raíz es negativa.
$$\sqrt[3]{-216} = -6 \; porque \; -6^3 = -216$$

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN

RAIZ DE UN PRODUCTO. La raíz de un producto es igual al producto de las raíces, siempre que estas existan.

$$\sqrt{9 \, x \, 16} = \sqrt{9} \, x \, \sqrt{16} = 3 \times 4 = 12$$

RAIZ DE UN COCIENTE. La raíz de un cociente es igual al cociente de las raíces, siempre que estas existan.

$$\sqrt{\frac{81}{9}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$$

RAIZ DE UNA RAIZ. Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva la cantidad sub-radical.

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}} = \sqrt[3 \times 2]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$$

POTENCIA DE UNA RAIZ. Para elevar una raíz a una potencia, se conserva el índice y es elevada sólo la cantidad subradical.

$$(\sqrt[4]{81})^8 = \sqrt[4]{81^8} = \sqrt{81^{8 \div 4}} = \sqrt{81^2}$$

TALLER 14.

1. Hallar el valor de las siguientes expresiones:

a. $\sqrt[6]{64}$
b. $\sqrt[3]{-125}$
c. $\sqrt[4]{625}$
d. $\sqrt{-100}$
e. $\sqrt[3]{1000}$
f. $\sqrt[7]{-1}$
h. $\sqrt[3]{729}$
i. $\sqrt[4]{-81}$
j. $\sqrt[4]{256}$
k. $\sqrt{196}$
l. $\sqrt{400}$
m. $\sqrt[5]{x^5}$

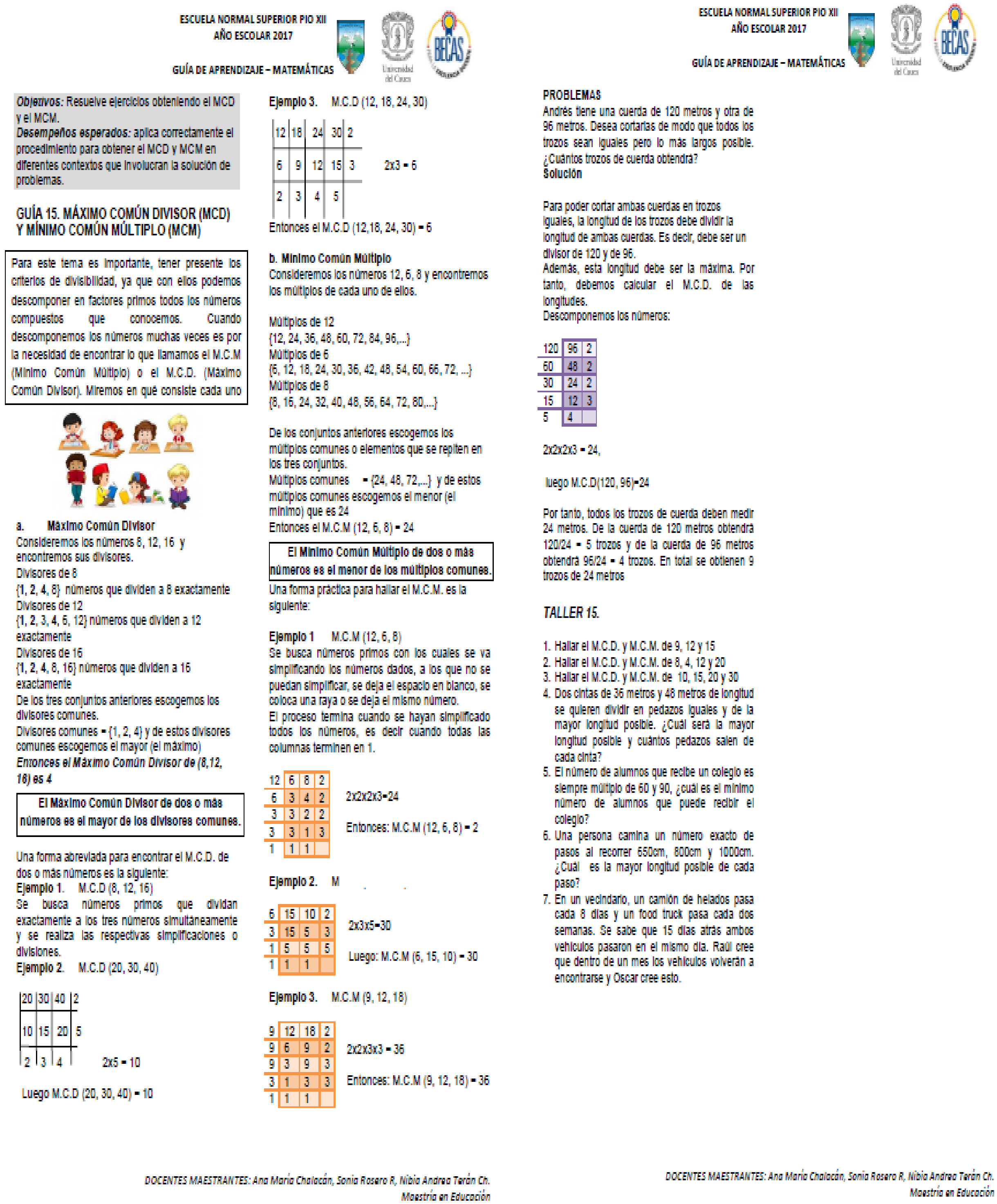
Razonamiento

2. Escribir el número que corresponde en cada caso.

a. $\sqrt{81} = \_\_\_ \; porque \; \_\_\_^2 = 81$
b. $\sqrt[4]{?} = -3 \; porque \; (-3)^4 = \_\_\_$
c. $\sqrt[9]{(-1)} = \_\_\_ \; porque \; \_\_\_^9 = (-1)$
d. $\sqrt[3]{?} = 5 \; porque \; 5^3 = \_\_\_$
e. $\sqrt{49} = \_\_\_ \; porque \; \_\_\_^2 = 49$

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 18. Guía 14. Radicación en los Números Enteros. Fuente propia.



ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

Objetivos: Resuelve ejercicios obteniendo el MCD y el MCM.
Desempeños esperados: aplica correctamente el procedimiento para obtener el MCD y MCM en diferentes contextos que involucran la solución de problemas.

GUÍA 15. MÁXIMO COMÚN DIVISOR (MCD) Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (MCM)

Para este tema es importante, tener presente los criterios de divisibilidad, ya que con ellos podemos descomponer en factores primos todos los números compuestos que conocemos. Cuando descomponemos los números muchas veces es por la necesidad de encontrar lo que llamamos el M.C.M (Mínimo Común Múltiplo) o el M.C.D. (Máximo Común Divisor). Miremos en qué consiste cada uno

a. Máximo Común Divisor
Consideremos los números 8, 12, 16 y encontremos sus divisores.
Divisores de 8
{1, 2, 4, 8} números que dividen a 8 exactamente
Divisores de 12
{1, 2, 3, 4, 6, 12} números que dividen a 12 exactamente
Divisores de 16
{1, 2, 4, 8, 16} números que dividen a 16 exactamente
De los tres conjuntos anteriores escogemos los divisores comunes.
Divisores comunes = {1, 2, 4} y de estos divisores comunes escogemos el mayor (el máximo)
Entonces el Máximo Común Divisor de (8,12, 16) es 4

El Máximo Común Divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes.

Una forma abreviada para encontrar el M.C.D. de dos o más números es la siguiente:
Ejemplo 1. M.C.D (8, 12, 16)
Se busca números primos que dividan exactamente a los tres números simultáneamente y se realiza las respectivas simplificaciones o divisiones.
Ejemplo 2. M.C.D (20, 30, 40)

20	30	40	2
10	15	20	5
2	3	4	

2x5 = 10

Luego M.C.D (20, 30, 40) = 10

Ejemplo 3. M.C.D (12, 18, 24, 30)

12	18	24	30	2
6	9	12	15	3
2	3	4	5	

2x3 = 6

Entonces el M.C.D (12,18, 24, 30) = 6

b. Mínimo Común Múltiplo
Consideremos los números 12, 6, 8 y encontremos los múltiplos de cada uno de ellos.

Múltiplos de 12
{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96,...}
Múltiplos de 6
{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, ...}
Múltiplos de 8
{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80,...}

De los conjuntos anteriores escogemos los múltiplos comunes o elementos que se repiten en los tres conjuntos.
Múltiplos comunes = {24, 48, 72,...} y de estos múltiplos comunes escogemos el menor (el mínimo) que es 24
Entonces el M.C.M (12, 6, 8) = 24

El Mínimo Común Múltiplo de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes.

Una forma práctica para hallar el M.C.M. es la siguiente:

Ejemplo 1 M.C.M (12, 6, 8)
Se busca números primos con los cuales se va simplificando los números dados, a los que no se puedan simplificar, se deja el espacio en blanco, se coloca una raya o se deja el mismo número.
El proceso termina cuando se hayan simplificado todos los números, es decir cuando todas las columnas terminen en 1.

12	6	8	2
6	3	4	2
3	3	2	2
3	3	1	3
1	1	1	

2x2x2x3=24

Entonces: M.C.M (12, 6, 8) = 2

Ejemplo 2. M

6	15	10	2
3	15	5	3
1	5	5	5
1	1	1	

2x3x5=30

Luego: M.C.M (6, 15, 10) = 30

Ejemplo 3. M.C.M (9, 12, 18)

9	12	18	2
9	6	9	2
9	3	9	3
3	1	3	3
1	1	1	

2x2x3x3 = 36

Entonces: M.C.M (9, 12, 18) = 36

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

ESCUELA NORMAL SUPERIOR PIO XII
AÑO ESCOLAR 2017

GUÍA DE APRENDIZAJE – MATEMÁTICAS

PROBLEMAS
Andrés tiene una cuerda de 120 metros y otra de 96 metros. Desea cortarlas de modo que todos los trozos sean iguales pero lo más largos posible. ¿Cuántos trozos de cuerda obtendrá?
Solución

Para poder cortar ambas cuerdas en trozos iguales, la longitud de los trozos debe dividir la longitud de ambas cuerdas. Es decir, debe ser un divisor de 120 y de 96.
Además, esta longitud debe ser la máxima. Por tanto, debemos calcular el M.C.D. de las longitudes.
Descomponemos los números:

120	96	2
60	48	2
30	24	2
15	12	3
5	4	

2x2x2x3 = 24,

luego M.C.D(120, 96)=24

Por tanto, todos los trozos de cuerda deben medir 24 metros. De la cuerda de 120 metros obtendrá 120/24 = 5 trozos y de la cuerda de 96 metros obtendrá 96/24 = 4 trozos. En total se obtienen 9 trozos de 24 metros

TALLER 15.

1. Hallar el M.C.D. y M.C.M. de 9, 12 y 15
2. Hallar el M.C.D. y M.C.M. de 8, 4, 12 y 20
3. Hallar el M.C.D. y M.C.M. de 10, 15, 20 y 30
4. Dos cintas de 36 metros y 48 metros de longitud se quieren dividir en pedazos iguales y de la mayor longitud posible. ¿Cuál será la mayor longitud posible y cuántos pedazos salen de cada cinta?
5. El número de alumnos que recibe un colegio es siempre múltiplo de 60 y 90, ¿cuál es el mínimo número de alumnos que puede recibir el colegio?
6. Una persona camina un número exacto de pasos al recorrer 650cm, 800cm y 1000cm. ¿Cuál es la mayor longitud posible de cada paso?
7. En un vecindario, un camión de helados pasa cada 8 días y un food truck pasa cada dos semanas. Se sabe que 15 días atrás ambos vehículos pasaron en el mismo día. Raúl cree que dentro de un mes los vehículos volverán a encontrarse y Oscar cree esto.

DOCENTES MAESTRANTES: Ana María Chalacán, Sonia Rosero R, Nibia Andrea Terán Ch.
Maestría en Educación

Figura 19. Guía 15. Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo. Fuente propia

Anexo 8. Plantilla de dominó

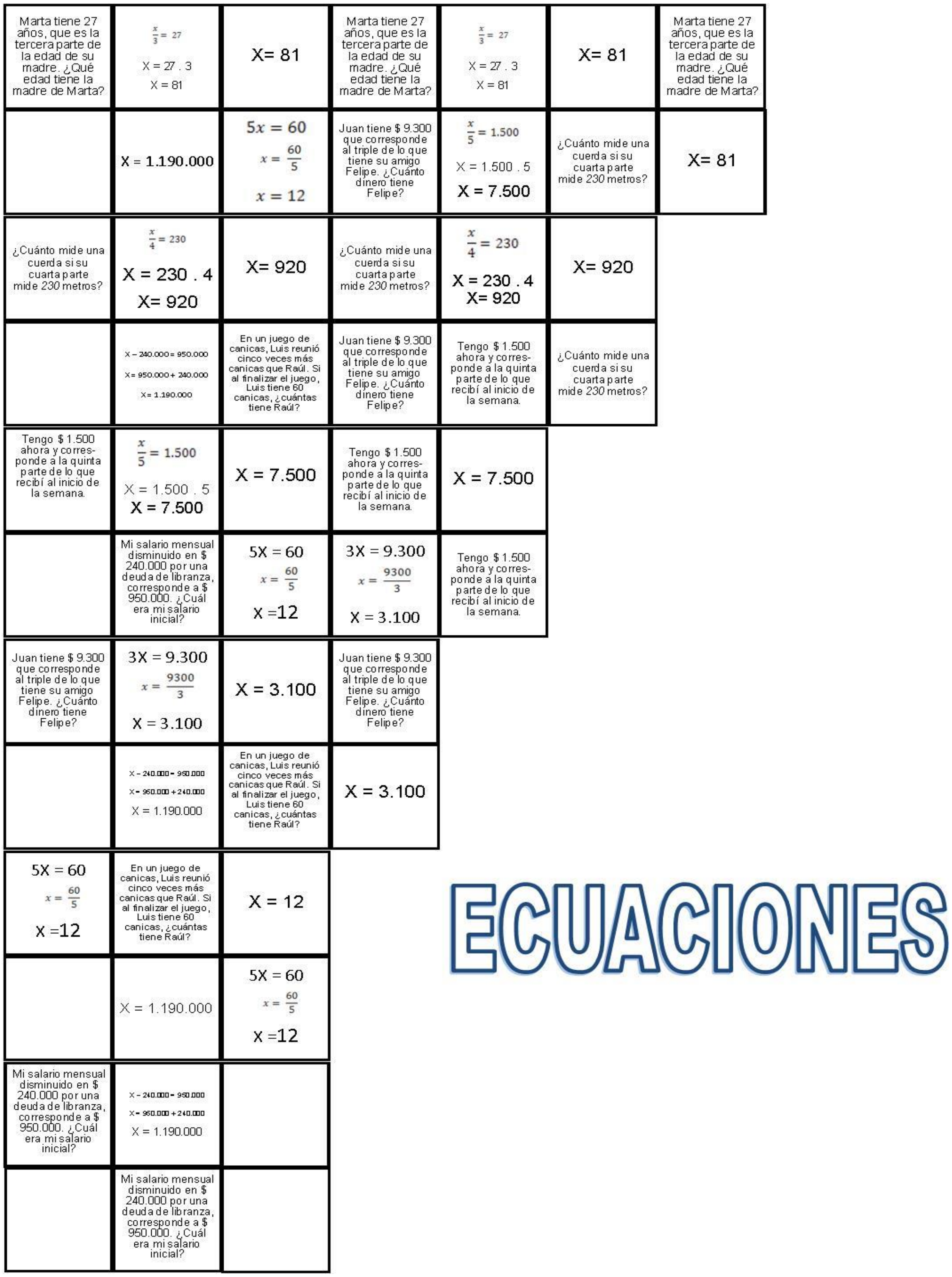


Figura 20. Dominó de Ecuaciones Números Naturales. Fuente propia.

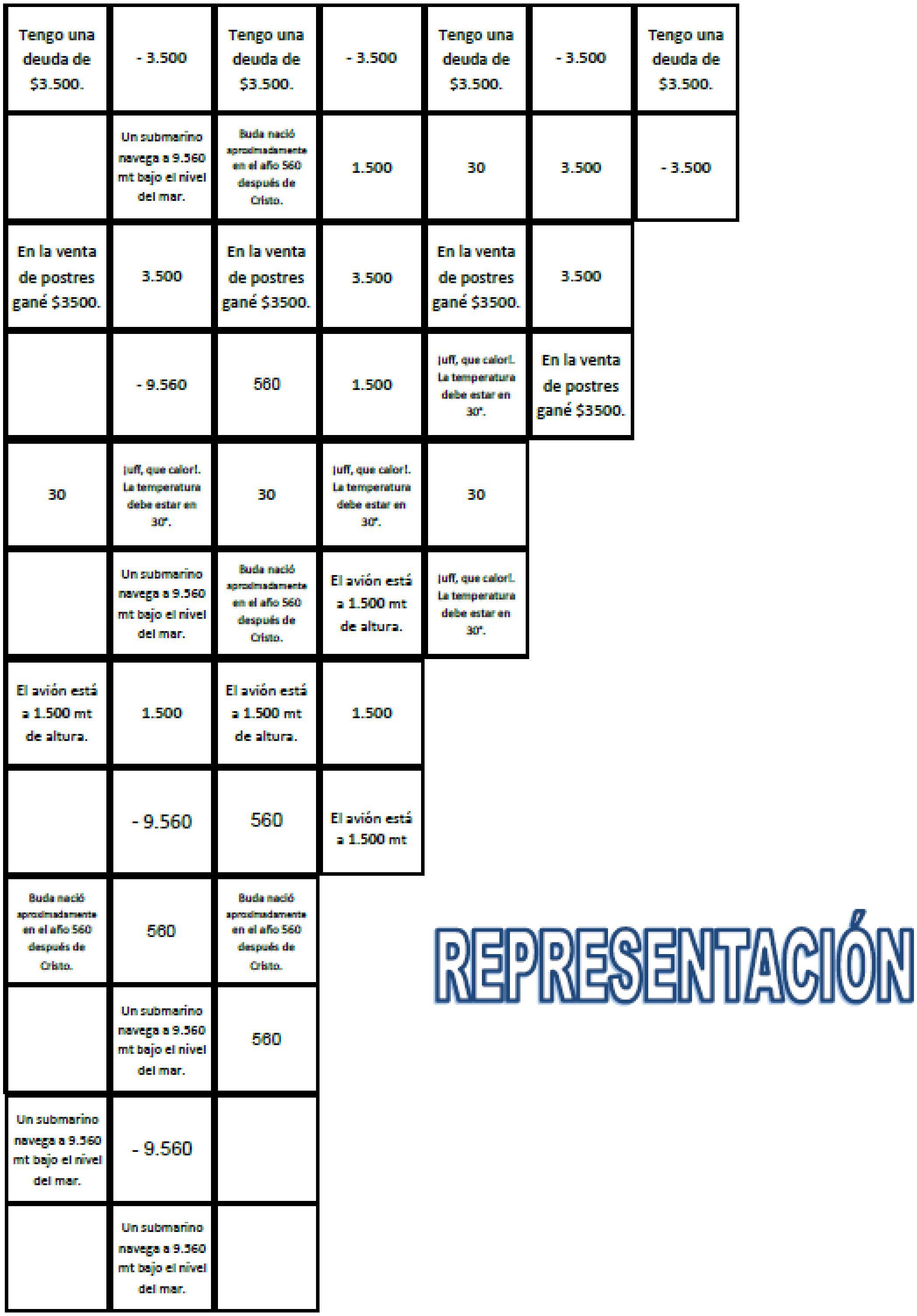


Figura 21. Dominó de Representación de Números Enteros. Fuente propia

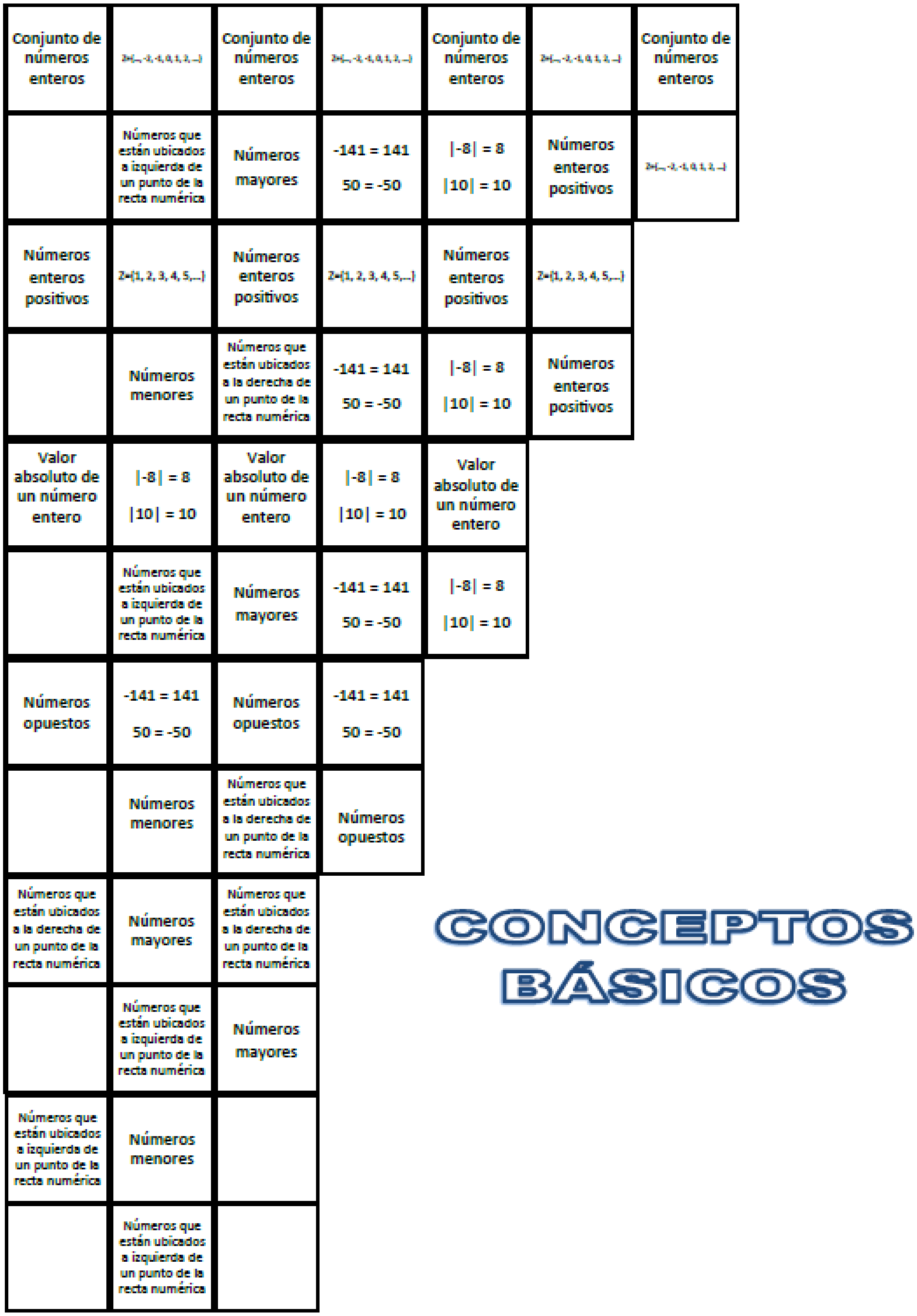


Figura 22. Dominó de Conceptos Básicos. Fuente propia

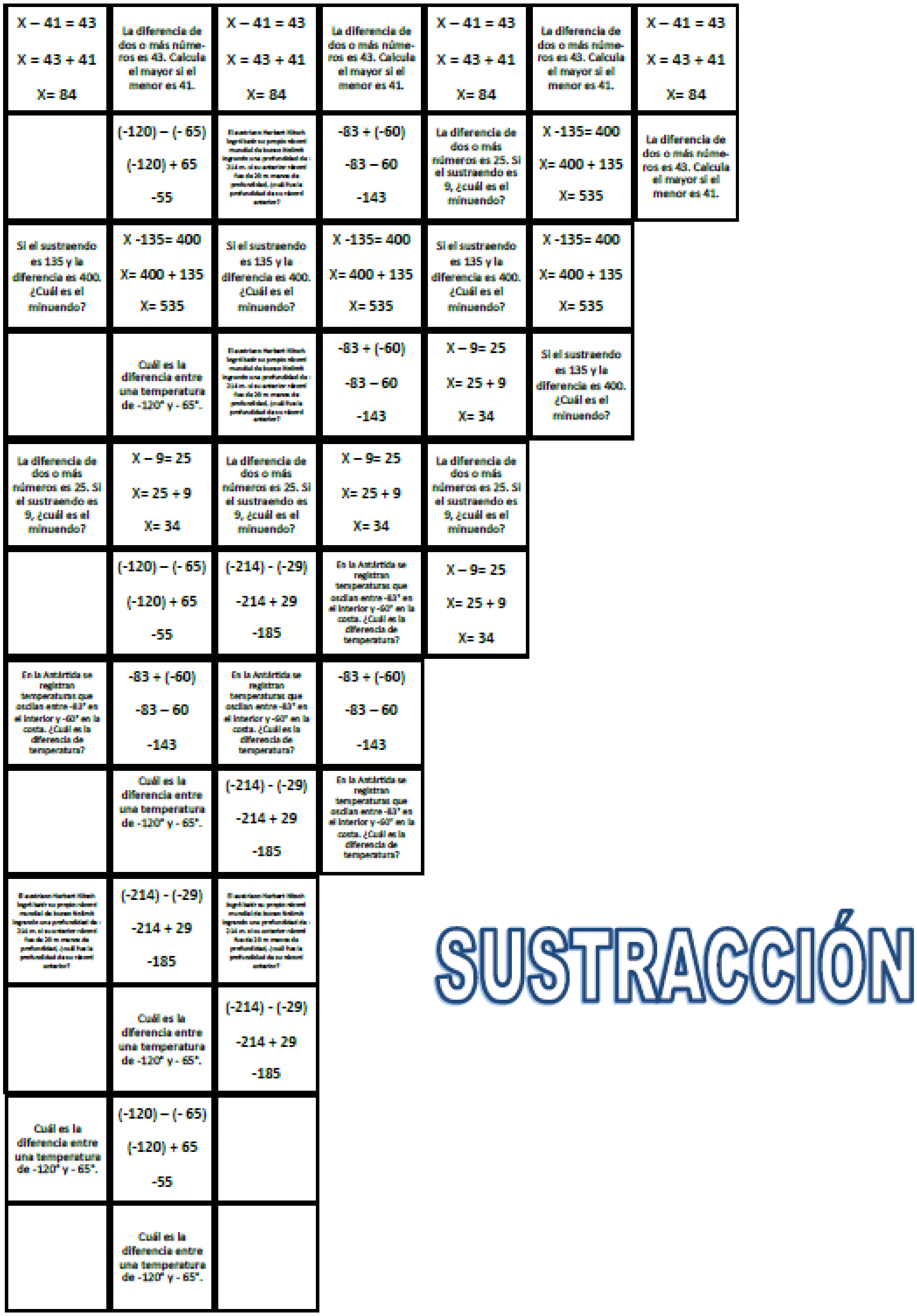


Figura 23. Dominó de Sustracción de Números Enteros

Figura 24. Dominó de Propiedades de la Adición de Números Enteros. Fuente propia.

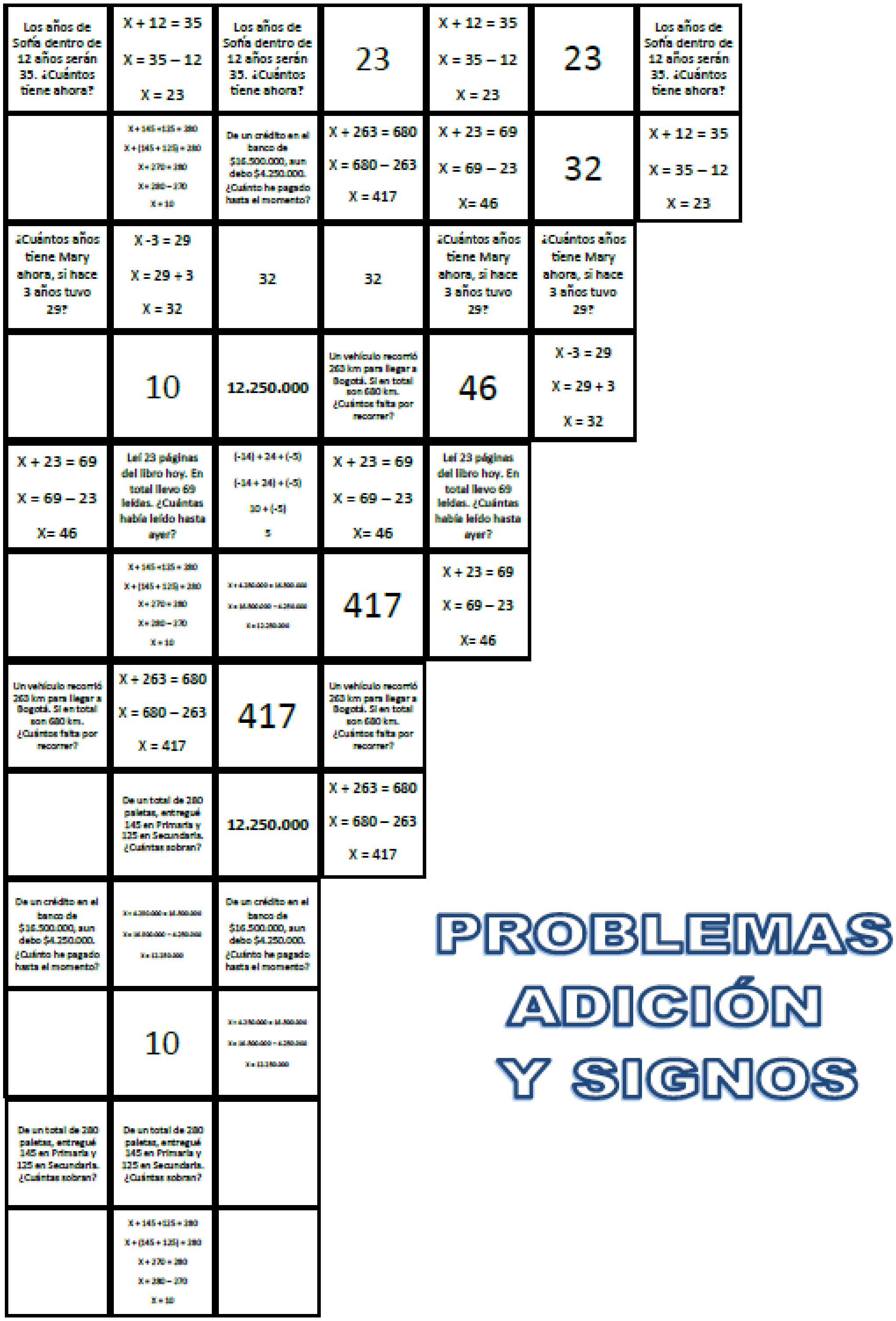


Figura 25. Dominó de Problemas, Adición y Signos de Números Enteros. Fuente propia.

Figura 26. Dominó de Multiplicación y Les de Signos de Números Enteros. Fuente propia.

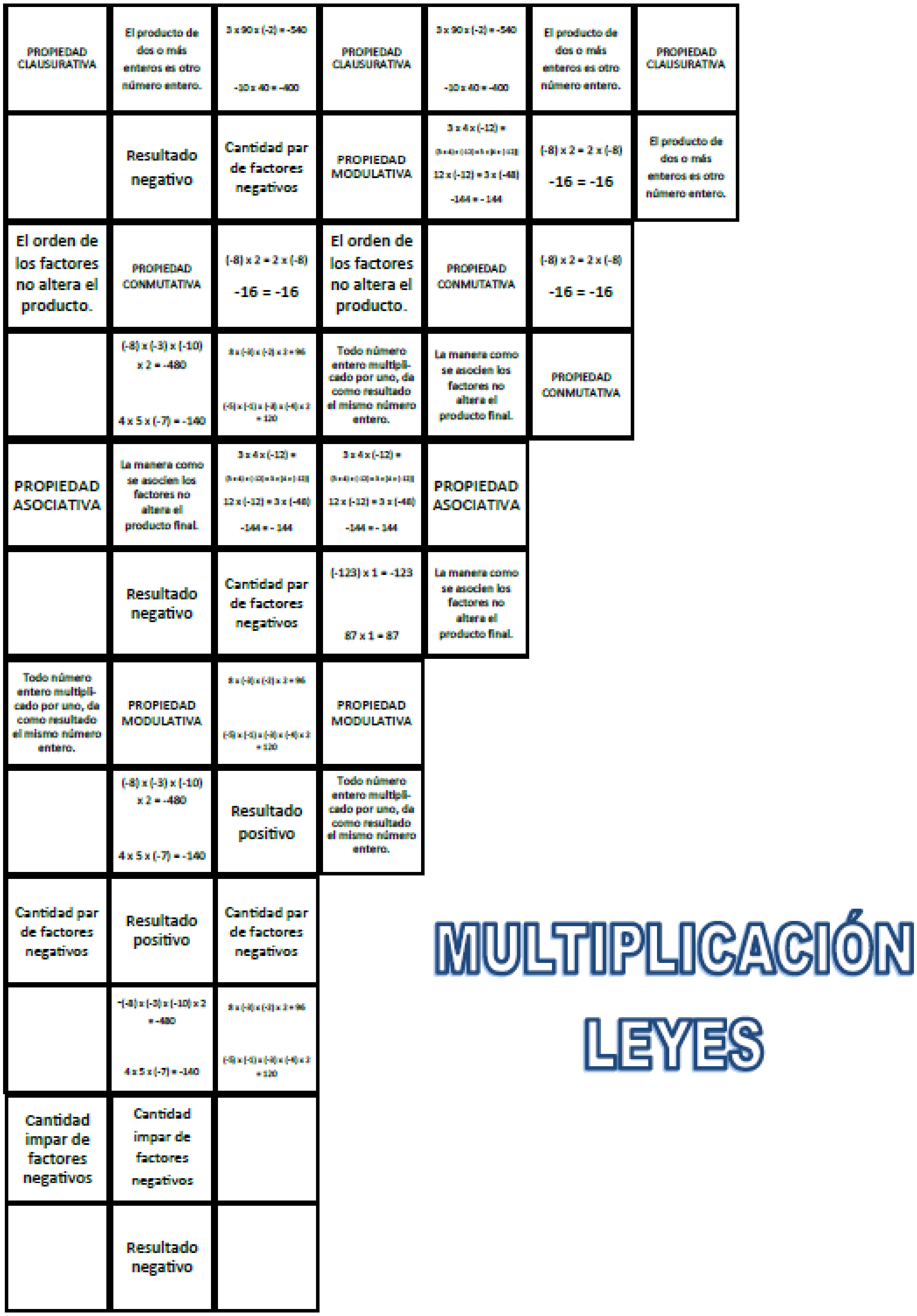


Figura 27. Dominó de Multiplicación de Números Enteros. Fuente propia.

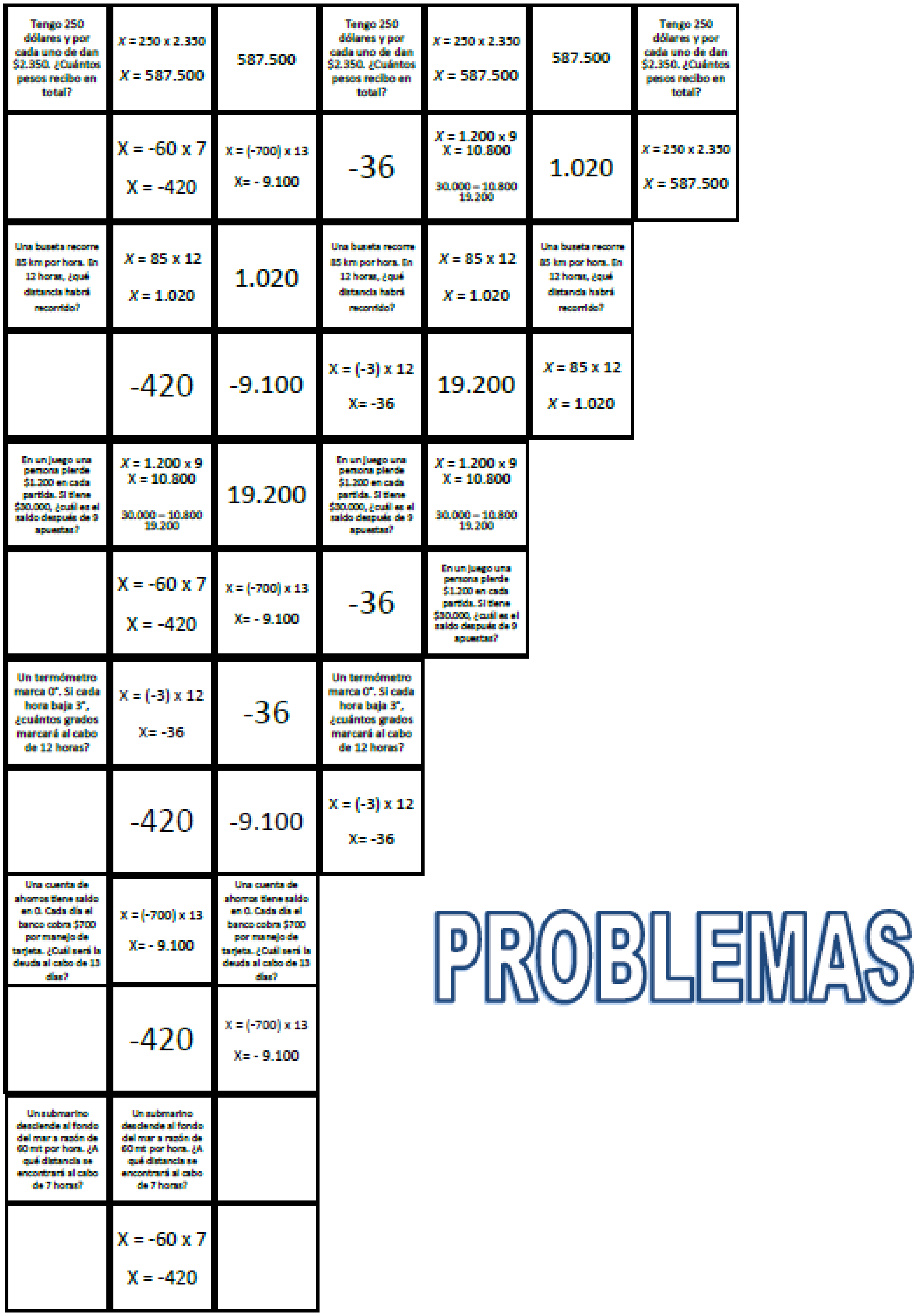


Figura 28. Dominó de Problemas de Números Enteros. Fuente propia.

Figura 29. Dominó de División y Problemas de Números Enteros. Fuente propia.

Figura 30. Dominó del Plano Cartesiano. Fuente propia.

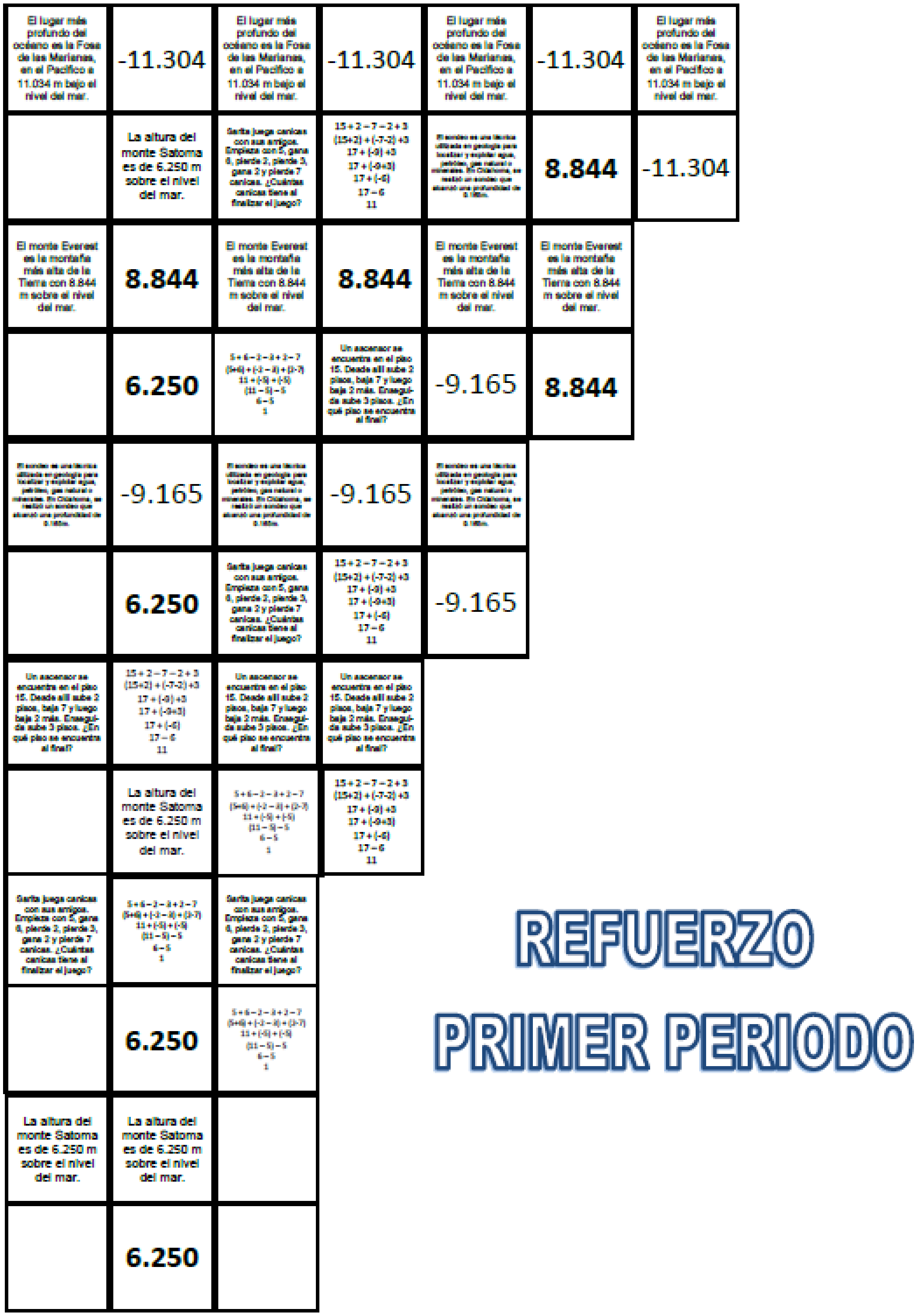


Figura 31. Dominó de Refuerzo del Primer Periodo Escolar. Fuente propia.

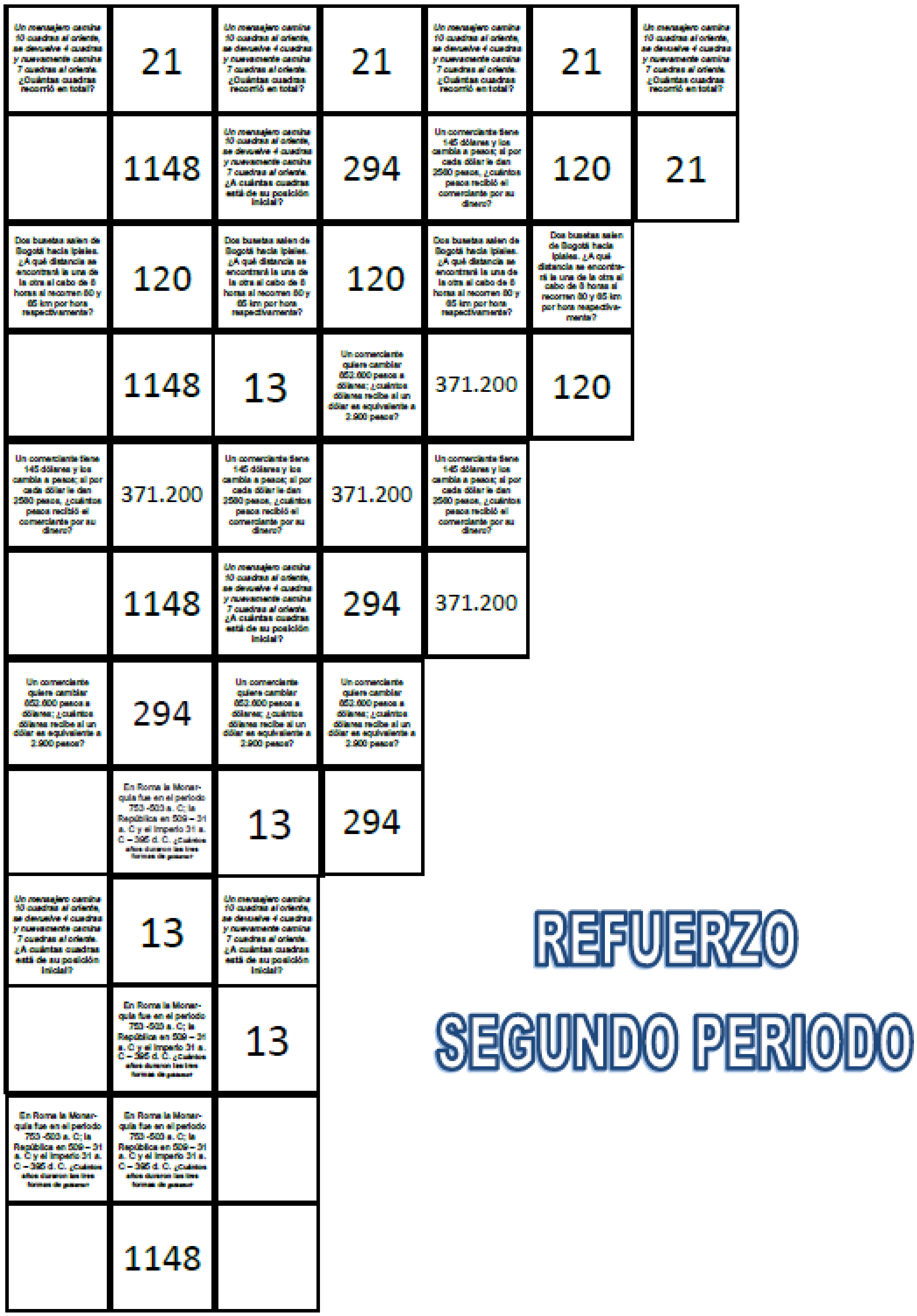


Figura 32. Dominó de Refuerzo del Segundo Periodo Escolar. Fuente propia.

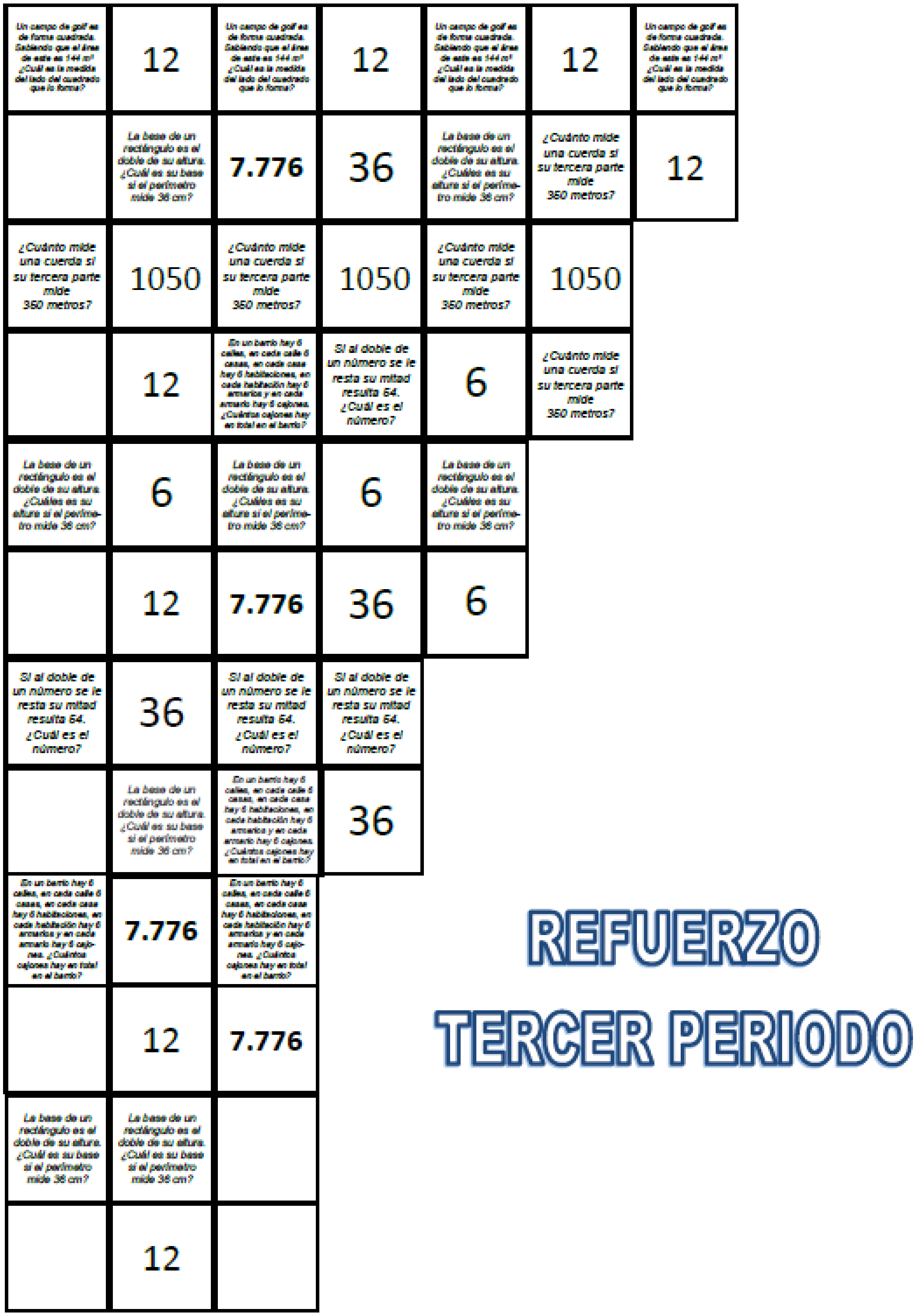
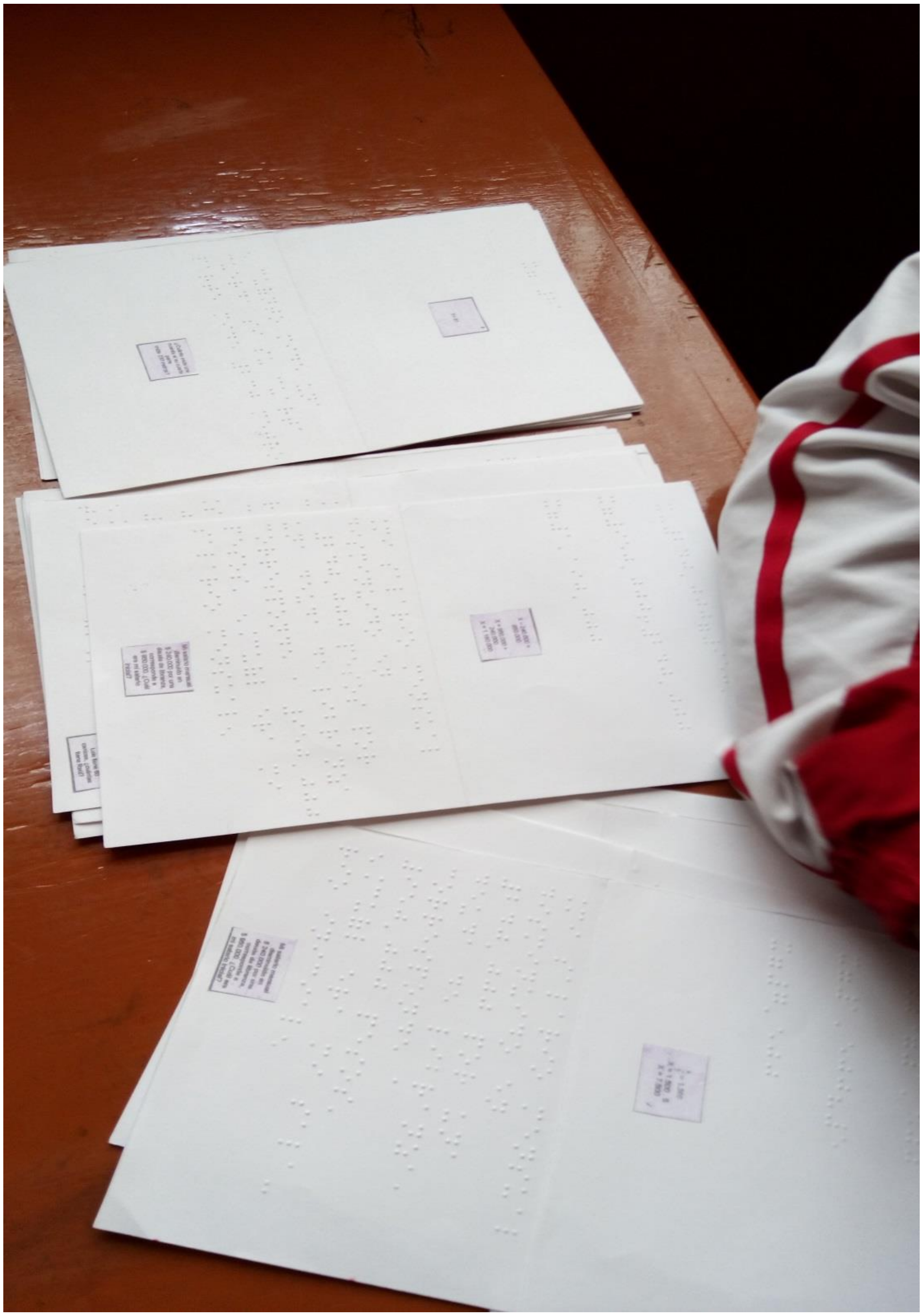


Figura 33. Dominó de Refuerzo del Tercer Periodo Escolar

Anexo 9. Dominó en braille



Anexo 10. Participación Segunda Olimpiada Regional de Matemáticas

Estudiantes que clasificaron a la final

Clasificación final

2da OLIMPIADA REGIONAL DE MATEMÁTICAS

MEDALLISTAS POR INSTITUCIÓN

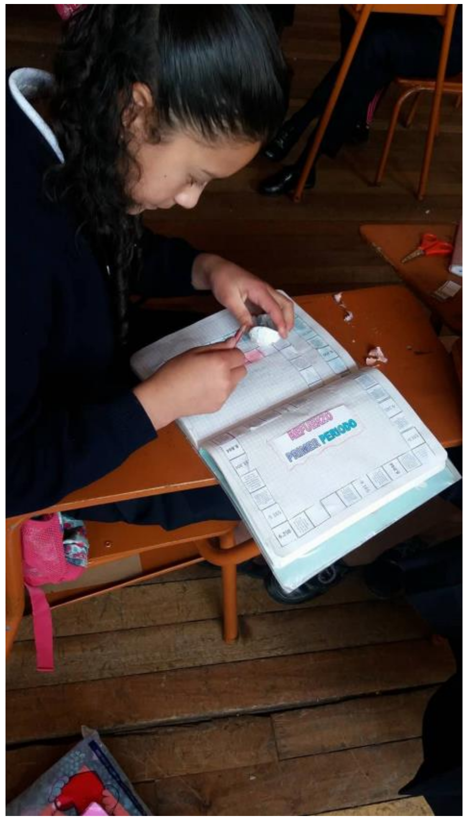
N.	INSTITUCIÓN EDUCATIVA	NIVEL	PUESTO INSTITUCIÓN	NOMBRE	APELLIDOS
38	I.E. NORMAL SUPERIOR PIO XII PUPIALES	I	1	MARIA CAMILA	CUASQUER PANTOJA
			2	JULIETH ALEJANDRA	NASTAR BRAVO
			3	LEIDI MARITZA	HERNÁNDEZ ERIRA
		II	1	KEVIN ALEJANDRO	RIVERA MAZO
			2	JESUS ANDRES	MENESES B
			3	KAREN VIVIANA	HERNÁNDEZ TERÁN
			3	YESENIA ESTEFANIA	FIGUEROA FUENTES

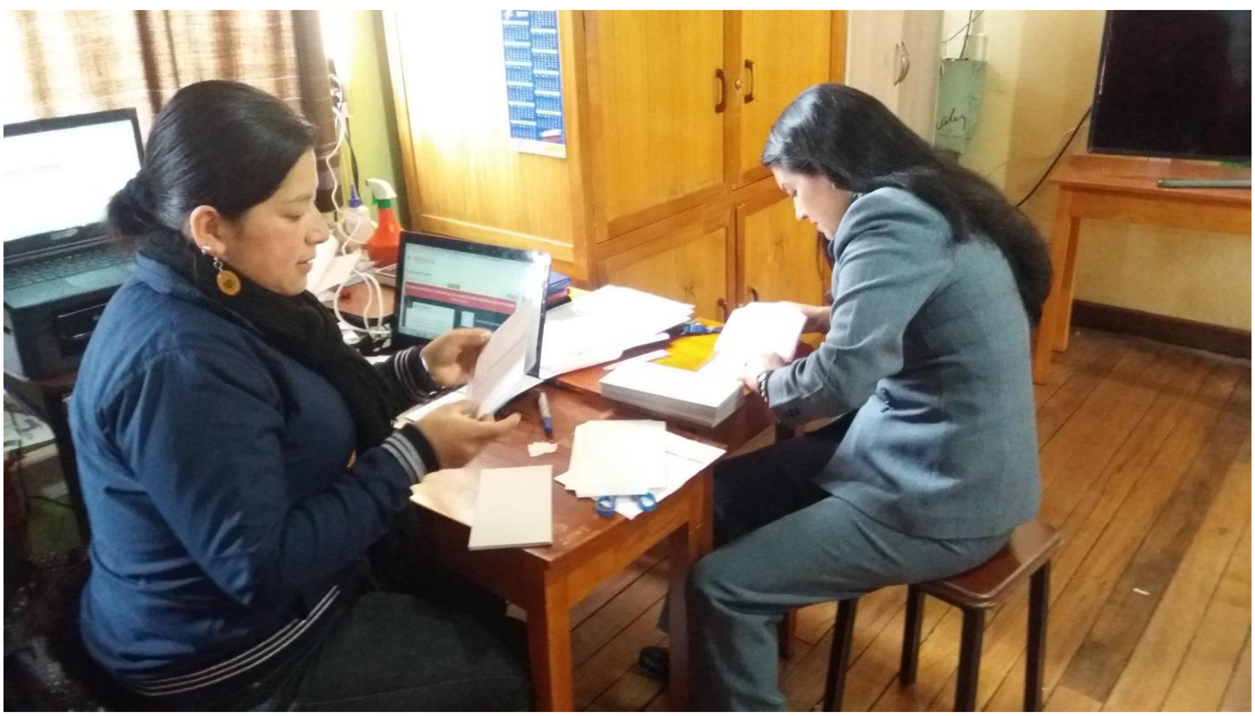
Anexo 11. Stand de Matemáticas Semana Cultural Pio XII

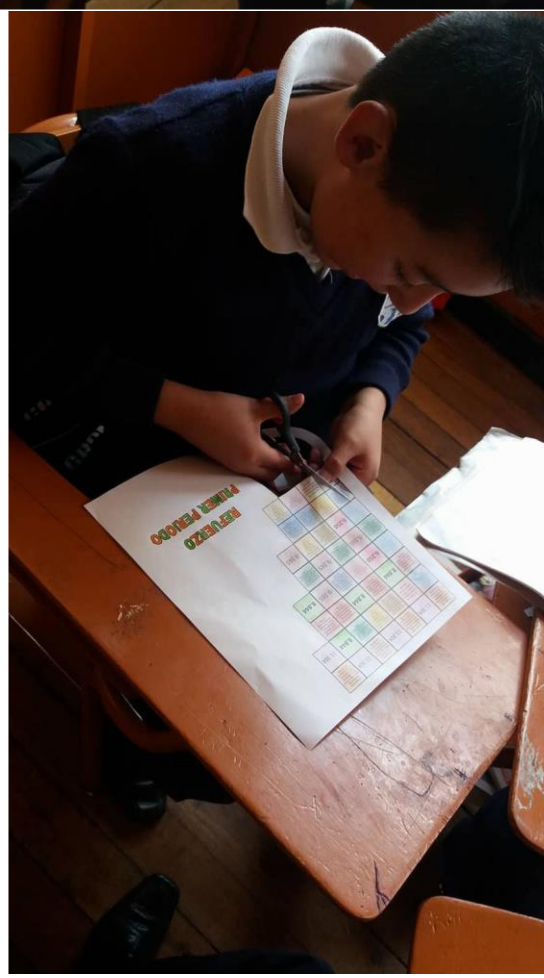
Anexo 12. Ganadores Grado Sexto B Carrera de Observación

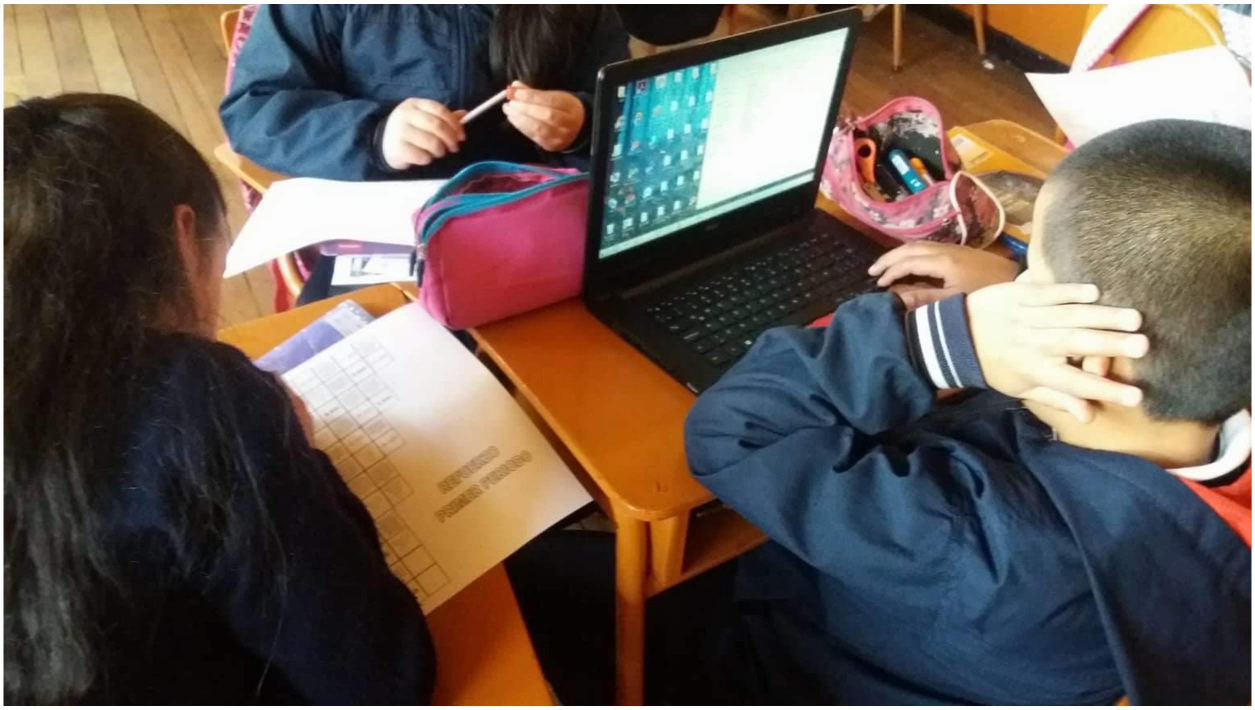
Anexo 13. Seminario de Integración

Anexo 14. Evidencias fotográficas

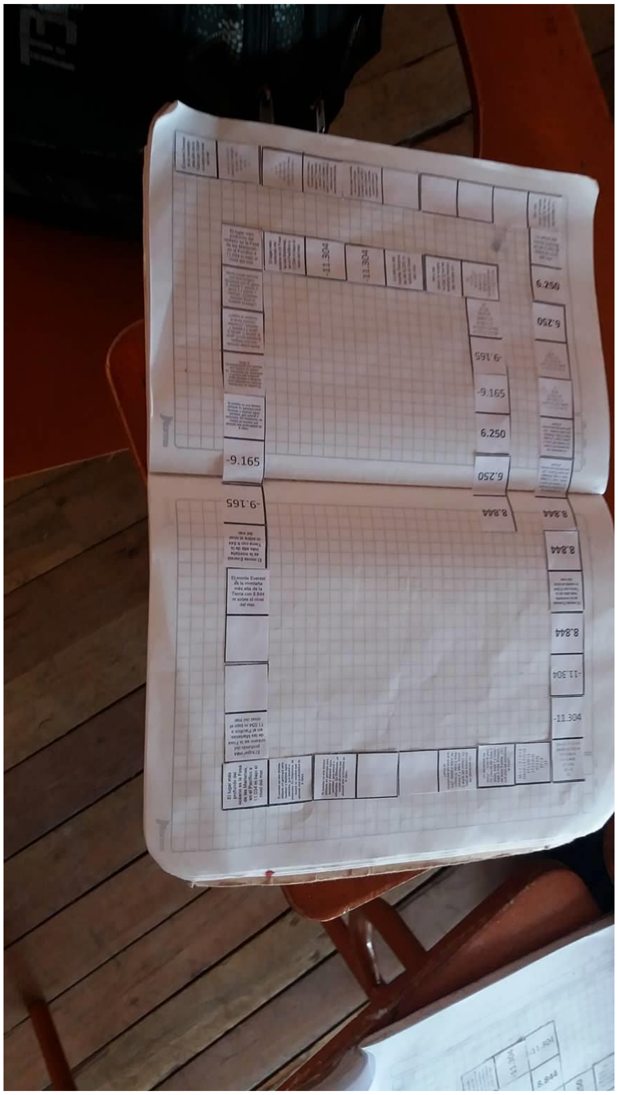




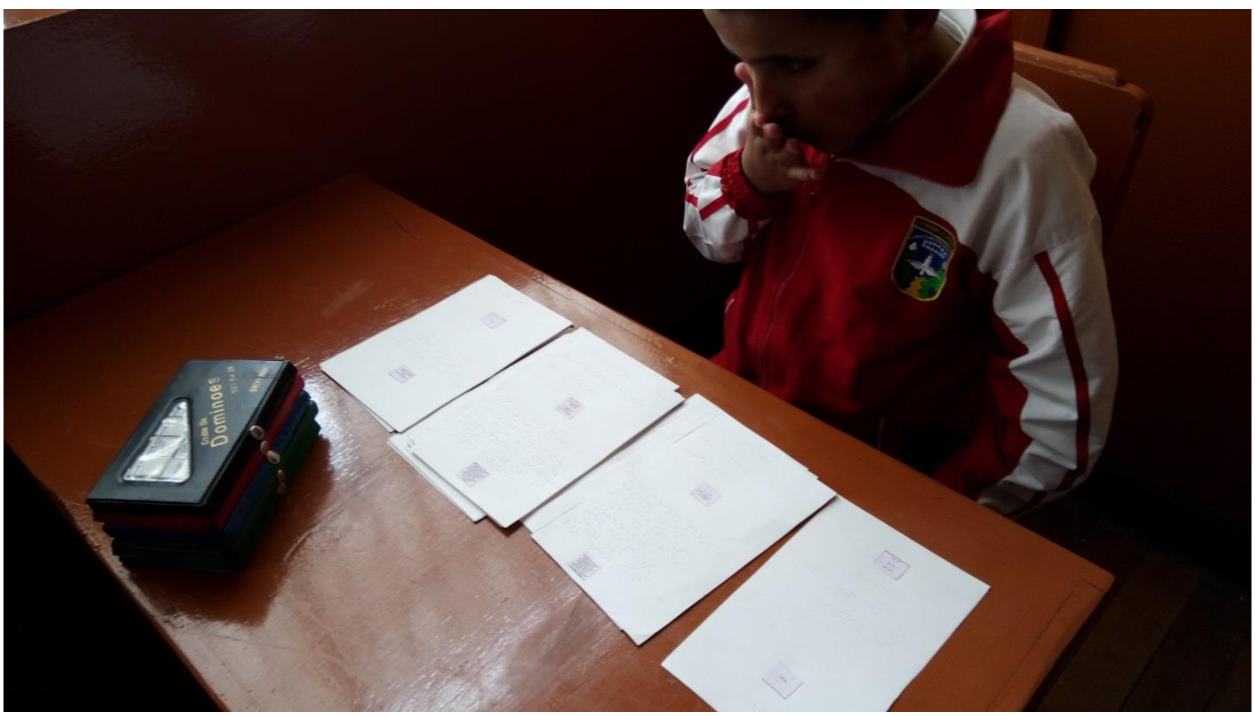

REFUERZO
PRIMER PERIODO




REFUERZO
PRIMER PERIODO


6.250
-9.165
8.844
-11.304


LA PAZ ES FRUTO
DE LA JUSTICIA
PIO XII


Dominoes