Resolución de Problemas: Una Estrategia Didáctica en los Procesos de Enseñanza y de Aprendizaje de las Matemáticas en Grado Tercero de Educación Básica Primaria

Adriana Margot Eraso Herrera
Marisol Moreno Melo

Universidad
del Cauca

Trabajo para optar el título de
Magister en Educación

Director
Mg Vicente Erdulfo Ortega P

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación
Línea de profundización en Educación Matemática

Programa Becas para la Excelencia Docente
Ministerio de Educación Nacional

Popayán, agosto 2018

Nota de aceptación

____
____
____
____
____
____
____

Director ____
Mg VICENTE ERDULFO ORTEGA PATIÑO

Jurado____
Mg. DUMAZ MANZANO

Jurado____
Mg. WILLIAM MACIAS OROZCO

San Juan de Pasto, 30 de agosto de 2018

Dedicatorias

Indudablemente dedico este trabajo a Dios, Ser Supremo que me dio la posibilidad de cursar esta Maestría. Cada instante vivido, cada acierto y el tiempo dedicado al diseño e implementación de esta propuesta fueron dedicados a Él; se convirtieron en mi oración diaria y alabanza.

A mi familia por su apoyo y comprensión en los momentos que no me fue posible compartir tiempo de calidad con ellos, durante estos dos años. En especial, a mi hijo Sebastián por ser la motivación diaria para luchar por mis retos.

Adriana Eraso Herrera

Dios Omnipotente, a Él mi agradecimiento infinito, por la vida, mi familia, mi trabajo y mis amigos.

A mi madre, porque me enseñó a luchar hasta alcanzar las metas propuestas y a no darme por vencida ante cualquier obstáculo.

A mi esposo Pablo por tomar mi mano y acompañarme en el sendero de mi vida.

A mi hija Ángela María y a mi sobrino David Alejandro, por ser mi fuente de motivación e inspiración para ser cada día mejor.

Marisol Moreno Melo

Agradecimientos

Las autoras de este trabajo expresamos agradecimiento al programa de Becas para la Excelencia Docente por esta gran oportunidad de hacer realidad uno de nuestros sueños. A la Universidad del Cauca por su compromiso con la formación pedagógica y personal de sus estudiantes, por elegir a un grupo de docentes altamente competentes. Gracias a todos los docentes quienes, sin reparo alguno, compartieron su saber y dedicaron el tiempo necesario en la orientación de este trabajo. Un agradecimiento especial al profesor Mg. Vicente Erdulfo Ortega P. de la Universidad de Nariño por sus palabras de motivación permanente, por despertar en nosotros el deseo de investigar temas relacionados con las matemáticas y la didáctica; por su paciencia para responder todas nuestras inquietudes. Mil y mil gracias a los directivos, docentes y estudiantes de la Institución Educativa Municipal Cabrera por su disposición para el trabajo en equipo y por valorar el desarrollo de esta propuesta. Agradecemos también a nuestros compañeros maestrantes por sus valiosos aportes y disposición para el trabajo en equipo.

Tabla de contenidos

Lista de anexos

Lista de tablas

Lista de figuras

Lista de fotos

1. Presentación

La formación matemática es un proceso que inicia en transición y se moviliza hasta el grado once, desarrollando habilidades de pensamiento con cierto nivel de profundidad en coherencia con el grado escolar. No obstante, a juzgar por los resultados de las evaluaciones externas, parece ser que los estudiantes no están en capacidad de aplicar sus conocimientos en la resolución de problemas en diversos contextos. Si bien los estudiantes demuestran tener los conocimientos matemáticos que se requieren en cada nivel, se evidencian dificultades en la interacción de saberes y recursos para resolver un determinado problema.

Aprender a resolver problemas siguiendo el único esquema de solución transmitido por el docente, ha sido, durante varios años, la estrategia privilegiada en el proceso de enseñanza del área de matemáticas y quizá esta sea una de las causas de las dificultades que los estudiantes presentan cuando se enfrentan a una situación que reta su pensamiento y que implica seleccionar entre diferentes opciones, la más eficiente para dar solución a la situación planteada.

Una de las exigencias del Ministerio de Educación Nacional MEN a las instituciones educativas, es elevar la calidad de educación de tal manera que ésta se vea reflejada en un desempeño óptimo de los estudiantes. Para alcanzar dicha meta es necesario el mejoramiento de las prácticas pedagógicas del docente, entendidas – para esta investigación, como lo referencia el MEN (2016), esto es, como un escenario de aprendizaje, - que implica un proceso de auto-reflexión-permanente sobre-las actividades de-enseñanza- planteadas, con el fin de contribuir a la -consolidación del conocimiento-disciplinar y didáctico-del-docente.

En búsqueda de respuesta a esta exigencia, se asume para este proyecto de investigación e intervención, la resolución de problemas como una estrategia para el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas escolares.

En este orden de ideas, se diagnosticaron las dificultades en la resolución de problemas de los estudiantes, y se describieron las prácticas de aula cotidianas, buscando la consolidación de elementos de juicio que permitieran mejores interpretaciones del contexto y flexibilidad en los procesos educativos. De la misma manera, se propusieron prácticas que implican el paso entre lo concreto, lo pictórico y lo abstracto, que contribuyeron a mejorar algunos aspectos relacionados con el aprendizaje de los estudiantes en torno a los pensamientos numérico, geométrico, métrico y aleatorio.

Los resultados de las pruebas externas aplicadas en el grado tercero en los últimos años, permiten evidenciar el bajo desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas en contextos matemáticos, posiblemente asociado, entre otros aspectos, a las estrategias didácticas implementadas. Esta fue la razón por la cual se realizó una propuesta de intervención pedagógica, orientada hacia el mejoramiento de las prácticas de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas escolares, y, por lo tanto, a potenciar el impacto que pudieran tener tales prácticas en el aprendizaje de los estudiantes. El desarrollo de esta propuesta, implicó el fortalecimiento de las relaciones didácticas, el uso de recursos y la consolidación de estrategias de trabajo en el aula, que contribuyeron a mejorar las habilidades y destrezas de los estudiantes en la resolución de problemas

En esta intervención pedagógica se optó por una metodología de investigación acción, que aportó los elementos necesarios que permitieron alcanzar los objetivos propuestos. De manera específica, se desarrolló un trabajo entre pares (docente-tutor), teniendo como prioridad la transformación de las prácticas de aula a partir de la reflexión y retroalimentación permanente. En síntesis, esta metodología favoreció los procesos de transformación de las prácticas de aula a partir de la interacción docente, tutor, estudiante.

Con base en lo anterior, se presentó este proyecto de investigación-intervención pedagógica que buscó implementar la resolución de problemas, como estrategia didáctica, para el fortalecimiento del desarrollo del pensamiento matemático. Implementar esta estrategia se convierte en un reto tanto para docentes como para estudiantes, puesto que implica cambiar un sistema de concepciones que ha perdurado por muchos años en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares.

En la medida en que en las clases de matemáticas se promueva el aprendizaje de las matemáticas por medio de la resolución de problemas contextualizados, los estudiantes podrán valorar el uso de las matemáticas y ganar confianza en sus capacidades para encontrar diferentes caminos de solución. De igual manera, los docentes tendrán que explorar situaciones novedosas y buscar diversas estrategias que permitan a los estudiantes, aplicar los conceptos matemáticos, sus relaciones y operaciones en la resolución de problemas.

El presente informe consolida los momentos desarrollados para cumplir con cada uno de los objetivos propuestos: en este primer capítulo se realiza la presentación del trabajo, en el segundo capítulo se hace una descripción del problema en torno a la forma de enseñanza usada por el docente, y a los aprendizajes de los estudiantes; esta problemática se infirió desde la observación del trabajo que hace la profesora en el aula.

El tercer capítulo ubica en un contexto socio cultural a la institución educativa donde se desarrolla la propuesta y da cuenta de los aspectos geográficos, económicos, culturales, y sociales del corregimiento de Cabrera donde está ubicada la institución Educativa Cabrera, así mismo se hace referencia a la comunidad educativa, y específicamente, al sujeto de intervención. Para este caso, la docente de aula y los niños de grado tercero. En el cuarto capítulo se especifican los objetivos generales y específicos. Al respecto, se propuso como objetivo general, fortalecer el desarrollo de pensamiento matemático en los estudiantes de grado 3° de básica primaria de la Institución Educativa Municipal Cabrera del Municipio de Pasto, a través de la integración en las prácticas de aula, de la estrategia didáctica de resolución de problemas de acuerdo con el *enfoque* de George Polya.

Los objetivos específicos permitieron, de forma procesual, alcanzar este propósito investigativo. En los capítulos quinto y sexto se presentan los antecedentes y referentes teóricos que orientan esta propuesta, haciendo énfasis en los autores, que, a partir de sus investigaciones, confirman la importancia de la resolución de problemas como eje central del currículo de matemáticas escolares.

En el capítulo séptimo se hace referencia a la metodología utilizada; al respecto el estudio se abordó desde la perspectiva cualitativa de la investigación acción. En el capítulo octavo se presentan los resultados del proceso de investigación, tomando como punto de partida un diagnóstico de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, el diseño de la propuesta y la intervención realizada con el propósito de fortalecer el pensamiento matemático a través de la estrategia de resolución de problemas. En el capítulo noveno se analizan los resultados tomando como referencia los aportes de los autores que fundamentan el marco teórico de la presente propuesta. De este análisis emergen las conclusiones expuestas en el capítulo décimo. Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas respectivas que soportan este proceso de investigación, algunas reflexiones y los anexos del trabajo.

2. Descripción del problema

Plantear y resolver problemas es un tema de relevancia en el desarrollo del pensamiento matemático y quizá, uno de los procesos más importantes dentro de la formación matemática de los estudiantes de básica primaria. No obstante, en relación con las actividades orientadas a la resolución de problemas, se observaron algunas dificultades en el aprendizaje por parte de los estudiantes. Esto se evidenció en el bajo desempeño académico en esta área y en los resultados de las pruebas externas (diagnósticas y Supérate). Estas dificultades, en el ejercicio docente, posiblemente están asociadas: a) a prácticas de aula centradas en la ejercitación de algoritmos, b) al escaso uso de recursos didácticos por parte de los docentes, c) a deficiencias en la fluidez del lenguaje y en la comprensión lectora de los estudiantes.

Este contexto, reflejado particularmente en el bajo nivel de desempeño en la resolución de problemas de los estudiantes de grado 3° de básica primaria en la Institución Educativa Cabrera durante el año escolar 2017, posiblemente está asociado a las dificultades en la comprensión lectora y las deficiencias en los procesos de modelación de una situación. Los resultados se obtuvieron a partir de una prueba diagnóstica en matemáticas y otra prueba de caracterización lectora.

Por lo anteriormente expuesto, se consideró necesario implementar la resolución de problemas contextualizados, como estrategia didáctica, en la cual una situación problema sea el punto de partida en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, y sea puesta en juego en la práctica pedagógica cotidiana dinamizando la actividad cognitiva del estudiante.

En el rol como tutoras se tiene la posibilidad de reflexionar con los docentes de matemáticas, sobre la necesidad urgente de transformar las prácticas de aula realizando un trabajo entre pares (docente-tutor), a través del desarrollo de talleres en los cuales se presenten *situaciones del* *contexto* que reten el pensamiento de los estudiantes y permitan explorar diversos caminos de solución, y a su vez, promuevan la aplicación de estrategias heurísticas de vital importancia, como el parafraseo, la representación mediante esquemas, la descomposición del problema, la generalización, entre otros.

De acuerdo con las anteriores consideraciones, la propuesta se orientó en los siguientes términos: *¿Cómo influye, la estrategia didáctica de resolución de problemas en el fortalecimiento de pensamiento matemático en grado tercero de educación básica primaria en la Institución Educativa Cabrera, del municipio de Pasto, Nariño, año lectivo escolar 2017?*

3. Contexto socio cultural

En la actualidad, el sector educativo del país adelanta políticas significativas con el propósito de mejorar la calidad de educación y contribuir a la construcción de un país más equitativo y preparado para asumir su propio desarrollo. Estas políticas están orientadas de manera específica, al mejoramiento de los aprendizajes en los estudiantes a partir de la transformación de las prácticas pedagógicas de los docentes, mediante la formación permanente tanto disciplinar como didáctica, en gestión de aula y procesos de evaluación formativa.

En este sentido, se hace una propuesta de intervención pedagógica en la Institución Educativa Municipal Cabrera, orientada hacia la enseñanza de las matemáticas escolares, a partir de la resolución de problemas, que potencie el impacto que posean tales prácticas en el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático.

A continuación, se describen las características relevantes de la población a la cual se realizó la intervención pedagógica.

3.1 Escenario

Los siguientes datos son tomados del documento "*Proyecto de Desarrollo Educativo, Cultural, Comunitario y de Transformación Social". Cabrera 2007.*

La Institución Educativa Municipal Cabrera está ubicada en el corregimiento de Cabrera, ubicado aproximadamente a 5 km. del municipio de Pasto, vía oriente. Su temperatura promedio es de 11° y tiene una extensión de 1101 hectáreas. Sus límites son al nororiente con el Municipio de Buesaco, al noroccidente con el corregimiento de Buesaquillo, al sur-oriente con el corregimiento de la Laguna. El corregimiento consta de las siguientes veredas: Cabrera Centro, donde está ubicada la institución educativa que lleva el mismo nombre, Purgatoria, Duarte, Buena Vista y la Paz.

Tiene una altitud aproximada de 2725 metros sobre el nivel del mar y está ubicada en un piso térmico frío. Sus alturas predominantes son el alto de San Miguel, La Loma del Fraile, y el alto de San Francisco, cuenta con una variedad de especies de flora y fauna; esta vegetación favorece el nacimiento de 3 ríos que son: El río Duarte, El Purgatorio y La Pila.

Su economía se basa principalmente en la agricultura, especialmente los cultivos de papa, cebolla y fresas. No obstante, los fines de semana, algunos de sus habitantes se dedican a ofrecer una variedad de platos típicos, promoviendo el turismo. De la misma manera, algunos de sus habitantes se dedican a la producción de especies menores: cuyes, conejos, gallinas y truchas. Es así como logran satisfacer sus necesidades básicas.

Con relación a la educación, Cabrera cuenta con el colegio Musical Británico, de carácter privado, tres hogares infantiles y la Institución Educativa Municipal Cabrera, de carácter oficial, que ofrece los niveles de transición, básica primaria, secundaria y media en jornada única.

Sus familias son numerosas y predominan los apellidos Josa, Jojoa, Botina y De la Cruz debido a que entre sus ancestros estaba prohibido casarse con gente que no perteneciera a su comunidad, con el fin de mantener su estatus social y garantizar la sucesión del poder; el que desobedeciera era castigado y desterrado.

La labor que desempeña la mujer dentro de esta comunidad, está relacionada en la mayoría de los casos, con la crianza, cuidado de los hijos y labores del campo. Sin embargo, a pesar del machismo predominante, algunas también son generadoras de ingresos.

3.2 Participantes

En el Proyecto Educativo Institucional se afirma que los factores climáticos y culturales inciden en la personalidad de sus habitantes cuando se hace referencia a las características de la población del lugar, señalando que se trata de personas laboriosas, introvertidas, serias y responsables. Los anteriores aspectos se deben tener en cuenta en el desarrollo del trabajo en el aula.

La intervención didáctica se desarrolló con la docente y los estudiantes de grado tercero de los periodos escolares 2017 y comienzos de 2018. Actualmente en este grado hay 9 niñas y 11 niños, con un promedio de edad de 8 años. La mayoría de los estudiantes se encuentran ubicados en un nivel de desempeño académico básico. Su extremada timidez no les permite que expresen sus ideas con seguridad en los momentos que se requiere la argumentación en las actividades matemáticas. El escaso acompañamiento de los padres de familia en la formación académica, incide notoriamente en el bajo desempeño de algunos estudiantes. Se presentan tres casos previamente diagnosticados con diversidad funcional y en atención a ello se cuenta con el acompañamiento de la gestora de inclusión, además de los docentes, quienes, de manera articulada, adelantan una propuesta curricular flexible que garantice la eficiencia de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de estos estudiantes.

Por otra parte, la docente que orientaba el área de matemáticas en grado 3° demostró la competencia disciplinar que se requiere y manifestó disposición para el trabajo entre pares (docente - tutora).

4. Objetivos

4.1 Objetivo general

Fortalecer el desarrollo de pensamiento matemático en los estudiantes de grado 3° de básica primaria de la Institución Educativa Municipal Cabrera del Municipio de Pasto, a través de la integración en las prácticas de aula, de la estrategia didáctica de resolución de problemas de acuerdo con el enfoque de George Polya.

4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar el desempeño de los estudiantes, en el proceso de resolución de problemas matemáticos, mediante la aplicación de una prueba diagnóstica y elementos de la prueba Supérate.
- Diseñar una estrategia didáctica, basada en la resolución de problemas, que integre el modelo propuesto por George Polya con los principales referentes curriculares del Ministerio de Educación Nacional, para el área de matemáticas, en el grado 3° de la básica primaria.
- Integrar en las prácticas de aula de la docente de grado 3° de la básica primaria en la Institución Educativa Municipal Cabrera, la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, de acuerdo con el modelo de George Polya.
- Interpretar los resultados obtenidos, por los estudiantes de grado 3° de la básica primaria en la Institución Educativa Municipal Cabrera, del Municipio de Pasto, en el año escolar 2017, después de la aplicación de la estrategia didáctica basada en resolución de problemas.

5. Antecedentes

Durante las últimas décadas, se han realizado investigaciones en relación con el tema de intervención propuesto, tomando como punto de partida la dificultad de los estudiantes en la aplicación de los conocimientos matemáticos en la resolución de problemas y su incidencia en los bajos desempeños alcanzados. A continuación, se describen algunas investigaciones en el contexto internacional que aportan de manera significativa en el desarrollo de esta propuesta.

La resolución de problemas es uno de los componentes cognitivos matemáticos considerado por primera vez en los años ochenta y desde ese entonces, como una de las tareas fundamentales de los profesores de matemáticas, como lo estableció el movimiento en resolución de problemas que floreció en esa década, basándose en el libro *How to solve it* de Polya, quien acorde a Schoenfeld, plantó las semillas de ese movimiento, simplemente con el hecho de plantear el tema (como se cita en Corbalán y Deulofeu, 1996).

El método para resolución de problemas de Polya es referido por algunos autores como el método heurístico de Polya (Ayala, 2009). Una técnica heurística, a menudo llamada simplemente como una heurística, es cualquier método para resolver un problema, para aprender o para descubrir, que emplea un método práctico no garantizado que sea óptimo o perfecto, pero suficiente para alcanzar los objetivos inmediatos que se persigan.

A nivel del contexto Nacional la resolución de problemas es considerado un tema importante en los estudios de investigación recientes. Los siguientes estudios aportan de manera específica a nuestra propuesta de intervención pedagógica.

En "*La Resolución de Problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico*", tema de investigación desarrollado por Mejía (2014) se considera que es una tarea permanente de los docentes proponer situaciones problema que reten el pensamiento de los estudiantes y motiven el aprendizaje de las matemáticas; articulando de manera coherente el uso pedagógico de material didáctico y trabajo cooperativo entre docentes y estudiantes.

En el trabajo de investigación "*Fortalecimiento del proceso de comprensión de problemas matemáticos, a través del diseño y la implementación de un Material Educativo Computarizado*" realizado por Aristizábal (2014), se describe la intervención realizada con el propósito de fortalecer la comprensión de problemas matemáticos a través del diseño e implementación de material educativo computarizado. De igual manera, resalta la necesidad de fortalecer procesos de comprensión e interpretación a través de estrategias que motiven a los estudiantes y permitan la interactividad.

En el contexto regional se encuentran trabajos de investigación que se refieren a la resolución de problemas en contextos matemáticos, entre ellos: "*Las dificultades en la resolución de Problemas de matemáticas*", tema de investigación trabajado por Taimal, Maya, Calvache y Alpala (2001); muestran que los conocimientos matemáticos, la comprensión lectora y los sistemas de creencias afectan notoriamente en la resolución de problemas. Después de analizar cada una de las dificultades expuestas, recomiendan que sea la resolución de problemas el eje central en las clases de matemáticas y se rompa el esquema de ejercitación de procedimientos y algoritmos que carecen de un contexto determinado. De igual manera, proponen profundizar en el estudio de las reacciones de los estudiantes frente a una situación dada y mencionan la importancia de la actitud del estudiante al enfrentarse a este reto.

6. Marcos de Referencia

6.1 Marco legal

De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, en el que se define "La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social, con ello se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura".

Las normas colombianas que definen, regulan y dan pautas para el diseño del currículo en los diferentes establecimientos educativos del país son:

- Ley General de Educación, Ley 115 de 1994
- Decreto 1860 de 1994
- Decreto 1290 de 2009

A partir de esas normas se propusieron los lineamientos curriculares como los estándares básicos de competencias, documentos estos que, aunque no son referentes normativos, sí son elementos fundamentales de trabajo para desarrollar el currículo. En lo que corresponde al área de matemáticas se afirma que la resolución de problemas debe ser el eje central en la formación matemática escolar por cuanto las situaciones problema tomadas de la vida cotidiana, de las otras ciencias o de las mismas matemáticas, constituyen el contexto significativo de aprendizaje que permite integrar diversos saberes, desarrollar habilidades, lo mismo que beneficiar una actitud mental de interés, perseverancia y confianza en el uso de las matemáticas.

La Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, en su artículo 21 define como uno de los objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de primaria "el desarrollo de los conocimientos matemáticos necesarios para manejar y utilizar operaciones simples de cálculo y procedimientos lógicos elementales en diferentes situaciones, así como la capacidad para solucionar problemas que impliquen estos conocimientos”.

Por otra parte, en el artículo 76 se define: “currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional.” De la misma manera, en el artículo 79, se establece el plan de estudios como “el plan de estudios es el esquema estructurado de las áreas obligatorias y fundamentales y de áreas optativas con sus respectivas asignaturas, que forman parte del currículo de los establecimientos educativos. En la educación formal, dicho plan debe establecer los objetivos por niveles, grados y áreas, la metodología, la distribución del tiempo y los criterios de evaluación y administración, de acuerdo con el Proyecto Educativo Institucional y con las disposiciones legales vigentes”.

6.2 Marco de referentes teórico-conceptuales

A continuación, se fundamenta teórica y conceptualmente la relación existente entre aprendizaje de las matemáticas con el desarrollo del pensamiento matemático y la resolución de problemas.

6.2.1 Resolución de problemas y aprendizaje de las matemáticas.

La contribución de las matemáticas a los fines de la educación en ningún caso se pone en duda, al contrario, las Matemáticas ocupan un lugar predominante en los planes de estudio de la educación básica y su importancia se destaca por ser fundamentales en los avances de las ciencias y de la tecnología. En particular, su utilidad se pone en evidencia en la resolución de problemas, desde los casos de la vida cotidiana hasta los que corresponden a los campos más avanzados del conocimiento científico.

El razonamiento es uno de los procesos esenciales de las matemáticas que se pone en ejercicio tanto en las operaciones más elementales como en la resolución de los problemas más complejos, por tal razón, la actividad matemática, desde los niveles más elementales, contribuye al desarrollo del razonamiento y es el escenario donde hacen presencia los distintos tipos de pensamiento ya sea en contextos numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio. Por estas, entre otras razones, el estudio de las matemáticas propicia el desarrollo integral del ser humano.

La resolución de problemas es uno de los procesos fundamentales de la actividad matemática, por lo cual uno de los principales objetivos de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas, debe ser, que los estudiantes lleguen a ser competentes en la resolución de problemas, como un indicador fundamental del desarrollo del pensamiento matemático. Resolver un problema, por lo tanto, favorece procesos como: razonamiento, comunicación y modelación; en la medida en que los estudiantes tienen la posibilidad de explorar diferentes estrategias para la resolución de un problema y la validación de su respuesta.

La resolución de problemas especialmente, en las últimas décadas, ha sido estudiada con diversos enfoques por matemáticos y por profesionales, incluyendo especialistas en educación y didáctica de las matemáticas. Así, han surgido algunas propuestas sobre su enseñanza, siendo las más conocidas las de los investigadores George Polya y Alan Schoenfeld.

Polya (1945) en su libro *How To Solve It* (*Cómo plantear y resolver problemas*), propuso su modelo en sus conocidas cuatro fases: comprender el problema, concebir un plan, llevarlo a cabo y revisarlo. Para cada fase sugiere una serie de preguntas que el estudiante se puede hacer, o aspectos que debe considerar en la resolución del problema, para utilizar el razonamiento heurístico, el cual se considera como la estrategia para avanzar en problemas desconocidos y no usuales, como dibujar figuras, introducir una notación adecuada, aprovechar problemas relacionados, explorar analogías, trabajar con problemas auxiliares, reformular el problema, introducir elementos auxiliares en un problema, generalizar, especializar, variar el problema, trabajar hacia atrás.

Polya señala también que si al implementar estas cuatro fases, no se logra resolver el problema, entonces, como alternativa señala que se debe encontrar un problema relacionado más sencillo que sí pueda ser resuelto (May, 2015). Aunque los matemáticos reconocen en los trabajos de Polya actividades que ellos mismos realizan al resolver problemas, también plantean que las estrategias de pensamiento heurístico resultan demasiado abstractas y generales para el estudiante. Alan Schoenfeld reconoce el potencial de las estrategias discutidas por Polya, pero dice que los estudiantes no las usan.

Schoenfeld (1985), en su libro Solución de Problemas Matemáticas (*Mathematical Problem Solving*), presenta un amplio marco teórico sobre investigaciones en pensamiento matemático, y define cuatro aspectos cualitativamente diferentes principales, asociados al conocimiento (lo que la gente sabe) y comportamiento (lo que hace), al solucionar problemas matemáticos, como son: recursos cognitivos (conocimientos previos), heurísticas (técnicas generales de solución de problemas nuevos), control (eficiencia en el uso de recursos a disposición: información, conocimientos, estrategias, tiempo para resolver el problema) y sistema de creencias (ideas o pensamientos sobre las matemáticas que afectan el comportamiento individual del estudiante en la resolución de problemas); todo ello, encaminado a proponer actividades que puedan ayudar en la resolución.

Por otra parte, Schoenfeld presenta en su libro, una serie de estudios empíricos que complementan el análisis, apoyados en observaciones en clase. En ese mismo libro, Schoenfeld señala que, abordar cualquier disciplina, y en particular, aprender a pensar matemáticamente, implica mucho más que tener a mano grandes cantidades de conocimientos sobre un tema, e incluye: ser flexible e ingenioso dentro de la disciplina, utilizar el conocimiento propio eficientemente y entender y aceptar "las reglas del juego" tácitas.

En este punto es importante mencionar que, si bien no hay una única acepción para el término "problema matemático", varios autores, incluido Schoenfeld, concuerdan en que un problema matemático es un ejercicio matemático que a primera vista no se sabe cómo se debe resolver.

Santos Trigo (1997) (como se cita en, Valle, Juárez y Guzmán, 2007) sin desconocer las fases planteadas por Polya, considera que es necesario tomar en cuenta también: (1) la importancia de ideas conocidas, conocimientos de conceptos, de hechos específicos, el "saber qué hacer" (2) el repertorio de estrategias generales y específicas que son capaces de poner en marcha al estudiante en el camino de la resolución de problemas concretos, el "¿cómo hacerlo?" (3) el papel del monitoreo o autoevaluación del procedimiento utilizado al resolver un problema. ¿Es correcto lo que hice?, ¿existe otra vía?

González (2004), realizó un estudio que le permitió derivar un modelo didáctico basado en la utilización de la resolución de problemas en clase, de acuerdo con cuatro modalidades de trabajo (individual, parejas, pequeños grupos, y grupo total), que denominó Dinámica P2MA (Profesor-Problema, Matemática, Alumno). Del estudio, el autor presenta dos conclusiones principales: la posibilidad de "*hacer matemática*" utilizando la resolución de problemas; y, el papel fundamental del docente como mediador de los procesos cognitivos y metacognitivos incorporados con la actividad.

Giordano (1992), por su parte, considera que las estrategias heurísticas, entendidas como procedimientos organizacionales y analíticos que preceden a la fase del cálculo de la resolución de problemas, están diseñadas para ayudar a los estudiantes a conceptualizar los problemas y a organizar las respuestas a esos problemas.

En los estándares de competencias matemáticas, de los EEUU, se resalta la necesidad de lograr que todos los estudiantes, desde jardín hasta la educación básica secundaria, sean capaces de resolver problemas matemáticos con el propósito de. (1) aprender a valorar las matemáticas, (2) aprender a razonar matemáticamente, (3) aprender a comunicarse matemáticamente, y (4) llegar a ser estudiantes seguros de sí mismos de sus habilidades matemáticas.

En el mismo sentido, en los lineamientos curriculares y en los Estándares Básicos de Competencia del MEN se proponen cinco procesos generales de las matemáticas: (1) formular y resolver problemas; (2) modelar procesos y fenómenos de la realidad; (3) comunicar; (4) razonar, y (5) formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

El Ministerio de Educación Nacional, (MEN, 1998), a través de los lineamientos curriculares considera que las situaciones problemáticas, que no solo proceden de las matemáticas y de las otras ciencias, sino también de la vida diaria, constituyen el contexto propicio para acercarse al conocimiento matemático en la escuela, es decir, para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente a dar sentido y comprender la utilidad de las matemáticas.

La labor en torno a la resolución de problemas encuentra numerosas dificultades individuales en los estudiantes, a nivel de comprensión del problema, en su análisis, o en el razonamiento o proceso lógico requerido. Dicha labor constituye un gran reto docente que se debería abordar, comenzando con los niveles más elementales, para que los procesos de enseñanza y de aprendizaje sean más significativo.

6.2.2 La resolución de problemas como contexto.

La formación matemática escolar debe permitir explorar la realidad fuera del aula de clase, representarla en lenguaje matemático, explicarla y predecirla. “Es necesario relacionar los contenidos. Presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problema” (MEN, 1998). De acuerdo con lo anterior, en los Lineamientos curriculares se propone considerar tres aspectos que estructuran el currículo del área de matemáticas:

1. Procesos generales: razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de algoritmos, resolución y planteamiento de problemas
2. Conocimientos básicos: sistema numérico (pensamiento numérico), sistema geométrico (pensamiento espacial), sistema de medidas (pensamiento métrico), sistema de datos (pensamiento aleatorio) y sistema algebraico (pensamiento variacional)
3. Contexto: situaciones problemáticas

Son directamente los conocimientos básicos los que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y están articulados con los sistemas matemáticos. En este sentido, en los lineamientos curriculares se afirma que “El objetivo de enseñar las habilidades del pensamiento no se debería considerar, por tanto, como algo opuesto al de enseñar el contenido convencional sino como complemento de este”.

De las relaciones que se establezcan entre los tres aspectos, surgen cuatro posibles modelos que estructuran el currículo. El modelo adoptado como referente para el diseño de esta propuesta usa un sistema tridimensional, donde el contexto son las situaciones problemáticas relacionadas con las mismas matemáticas, con la vida diaria y con otras ciencias. Las interacciones que aquí se dan, permiten que el estudiante desarrolle procesos de pensamiento específicos asociadas a cada sistema que hace parte de los conocimientos básicos (ver Tabla 1).

Tabla 1. Relación de los procesos específicos con el pensamiento matemático

Sistemas	Pensamiento	Procesos específicos
Numérico	**Numérico:** Reconocer que con frecuencia hay diversas estrategias de solución para un problema dado Examinar la respuesta a la luz del problema original y determinar si la respuesta tiene sentido Usar la estimación tanto en la resolución de problemas como en la comprobación de lo razonable de los resultados Reflexionar sobre las interacciones entre las operaciones y los números	Comprensión de los números y la numeración (contar, agrupar y uso de valor posicional) Comprensión del concepto de las operaciones Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones (Cálculo mental y estimación) Estimación Agrupación Conteo
Geométrico	**Espacial:** Representar y manipular información en la resolución de problemas. (Howard Gardner) Construir representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus representaciones concretas.	Visualización Representación Análisis Clasificación Razonamiento deductivo
Medidas	**Métrico:** "Cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos y en las reacciones de los objetos externos a nuestras acciones" Vasco C (sf) (como se cita en MEN 1998) Usar de manera flexible los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones	Comprensión de los procesos de conservación de magnitudes Estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de "capturar lo continuo con lo discreto" Apreciación del rango de las magnitudes Selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos Diferenciación entre unidad y patón de medida Asignación de un número a la medida
Algebraico	**Variacional:** Analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la vida práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde se observen fenómenos de cambio y variación.	Construcción de tablas de variación Identificación de patrones Aproximación

De datos	**Aleatorio:** Resolver problemas que integran la construcción de modelos de fenómenos físicos y el desarrollo de estrategias como las de simulación de experimentos y de conteos "Explorar e interpretar los datos, relacionarlos con otros, conjeturar, buscar configuraciones cualitativas, tendencias, oscilaciones, tipos de crecimiento, buscar correlaciones, hacer inferencias cualitativas, diseños, pruebas de hipótesis, interpretar los datos, hacer simulaciones" Vasco, C (sf) (como se cita en MEN 1998))	Reunir y organizar datos Diagramar sistemas de datos Analizar sistemas de datos Hacer predicciones Tomar decisiones

Fuente: elaboración propia; referente: lineamientos curriculares.

6.2.3 La resolución de problemas como proceso.

En los Lineamientos Curriculares del área de matemáticas se afirma que son cinco los procesos generales que están presentes en toda actividad matemática (razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos). La resolución de problemas es considerada uno de ellos. No obstante, cuando una persona resuelve un problema es posible inferir que este proceso articula el desarrollo de los otros (ver Tabla 2).

Tabla 2. Relación de los procesos generales con la resolución de problemas

Procesos	Relación con RDP
Razonamiento	"El razonamiento matemático debe estar presente en todo el trabajo matemático de los estudiantes y, por consiguiente, este eje se debe articular con todas las actividades matemáticas. Razonar en matemáticas tiene que ver con justificar las estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas".
Comunicación	"Diversos estudios han identificado la comunicación como uno de los procesos más importantes para aprender matemáticas y para resolver problemas". La comunicación cumple una función muy importante porque facilita que los estudiantes construyan relaciones entre sus saberes previos, con el propósito de aplicarlas en la resolución del problema.

Modelación	"La resolución de problemas en un amplio sentido se considera siempre en conexión con las aplicaciones y la modelación. La forma de describir ese juego o interrelación entre el mundo real y las matemáticas es la modelación". Sólo a través de este proceso es posible traducir las situaciones del contexto real en modelos matemáticos y posteriormente resolverlos.
Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos	"El aprendizaje de procedimientos o modos de saber hacer es muy importante en el currículo ya que éstos facilitan aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana". Se puede decir que los algoritmos son "herramientas" para resolver una situación problema, pero no son las únicas.

Fuente: elaboración propia, referentes: lineamientos curriculares

La tabla anterior permite ver que la resolución de un problema implica el desarrollo de cada uno de los procesos mencionados.

6.2.4 Estrategia didáctica.

En el ámbito educativo, son diversas las definiciones de estrategia didáctica, algunas son sencillas, otras más elaboradas. Para la Universidad Estatal a Distancia -UNED- de Costa Rica, las estrategias didácticas son acciones planificadas por el docente con el objetivo que el estudiante logre la construcción del aprendizaje y se alcancen los objetivos planteados. En sentido estricto, es para esa institución un procedimiento organizado, formalizado y orientado a la obtención de una meta claramente establecida, que requiere para su aplicación en la práctica diaria del perfeccionamiento de procedimientos y de técnicas cuya elección detallada y diseño son responsabilidad del docente.

Mansilla y Beltrán (2013) van mucho más allá y realizan una amplia revisión teórica, tanto de la didáctica general como de estrategia didáctica, concluyendo de su estudio, que no todos los docentes tienen claridad en esos dos términos. Una estrategia didáctica es entonces, una estrategia que sirve a un profesor para determinar las técnicas y los materiales necesarios para conseguir un objetivo educativo (Centre de terminologia [Termcat], 2017). Se puede decir también que la estrategia didáctica es el conjunto de procedimientos, apoyados en técnicas de enseñanza, que tienen por objeto llevar a buen término la acción didáctica, es decir, alcanzar los objetivos del aprendizaje, entendiéndose como técnica didáctica, el recurso didáctico en particular del que se vale el docente para llevar a efecto los propósitos planeados desde la estrategia (Universidad Nacional de San Juan, 2004).

Según Feo (2009) (como se cita en Bernate, 2014) , las estrategias didácticas se clasifican en estrategias de enseñanza (encuentro pedagógico presencial entre docente y estudiante), estrategias instruccionales (interacción presencial no es indispensable, basado en materiales impresos, apoyados en recurso tecnológico), estrategias de aprendizaje (realizadas por el estudiante de manera consciente y deliberada para aprender, empleo de técnicas de estudio) y estrategias de evaluación (valoración y logro de resultados alcanzados por estudiantes y docentes). Feo considera conveniente que dentro del diseño de estrategias didácticas el profesor personalice las estrategias diseñadas para alcanzar una mayor efectividad.

ITESM, 2005, (Como cita Mansilla y Beltrán (2013) “consideran preciso aclarar que casi todas las técnicas pueden asumir el papel de estrategias, al igual que algunas estrategias pueden ser utilizadas como técnicas, dependiendo de la intención que se tenga en el trabajo del curso” párrafo 3, citando como ejemplo, el aprendizaje basado en problemas (ABP), indicando detalles de cómo podría utilizarse de las dos maneras.

Se concluye que estrategias didácticas se definen como los procedimientos o actividades y actuaciones, apoyadas en técnicas de enseñanza, que se organizan con el claro objetivo de lograr alcanzar las metas previstas en el proceso enseñanza y aprendizaje.

6.2.5 Noción de competencia matemática.

Tradicionalmente las matemáticas escolares han incorporado una consideración pragmática e instrumental del conocimiento matemático, según la cual los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas se utilizan como herramientas eficaces que permiten desarrollar el pensamiento lógico y matemático dentro y fuera de la institución educativa.

En el conocimiento matemático se han distinguido dos tipos básicos: el conocimiento conceptual (formal) y el conocimiento procedimental (práctico). La noción de competencia se encuentra estrechamente ligada tanto al hacer cómo al comprender. Uno de los procesos generales presentes en toda la actividad matemática que explicitan lo que significa ser matemáticamente competente corresponde a la formulación y resolución de problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas.

Según el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) la competencia matemática de resolución de problemas tiene relación con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, traducir la realidad a una estructura matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema. (ICFES, 2007).

Chamorro (2006) argumenta que, en la comprensión de un enunciado, los estudiantes ponen en juego diferentes tipos de representaciones cognitivas entre las que establecen correspondencia de tipo lingüístico, icónico, y ligadas al escrito matemático y su correspondencia oral. La comprensión de un enunciado depende de muchos factores entre ellos:

los conocimientos pragmáticos de los estudiantes (el estudiante sabe que tiene que hacer habitualmente), los conocimientos del mundo, las competencias lingüísticas (cuatro niveles de análisis: nivel pragmático, nivel de la representación semántica, nivel morfosintáctico y nivel gráfico), las capacidades perceptivas, la capacidad de representarse el problema, y las competencias lógicas.

6.2.6 Desarrollo de pensamiento matemático.

Antes de revisar cómo se desarrolla el pensamiento matemático, o qué tipos de pensamientos matemáticos se identifican, es de fundamental importancia deducir qué se entiende por pensamiento matemático. Para Devlin (2012), el pensamiento matemático es una forma específica de pensar sobre las cosas en el mundo; no es “hacer matemáticas” sino pensar lógica y analíticamente, y realizar razonamiento cuantitativo (análisis e interpretación de información cuantitativa del mundo real) (p.5, prefacio). Para Pérez y Gardey (2014), el pensamiento matemático está íntimamente relacionado con la capacidad de pensar y trabajar en términos numéricos, trascendiendo el ámbito de las matemáticas, empleando el razonamiento lógico; y todas las personas pueden desarrollar ese tipo de pensamiento según el grado de estimulación recibida (párrafo 7 y 8). Para Sternberg (1996), queda claro que no hay consenso sobre qué es el pensamiento matemático (como se cita en Harel, Selden, A. y Selden, J., 2005). En lo que sí hay mucho acuerdo es en que el pensamiento matemático no es una forma natural de pensar y necesita enseñarse y puede ser aprendido (como se cita en Devlin, 2012; Katagiri, 2004; Stacey, 2007). Cantoral et al. (2005) en su libro Desarrollo del Pensamiento Matemático, afirman que el pensamiento matemático se refiere a un proceso de reflexión espontánea de los matemáticos sobre sus conocimientos, y forma parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y técnicas matemáticas surgen y se desarrollan en la resolución de tareas, y se desarrolla en todas las personas cuando se enfrentan a diferentes tareas cotidianas (p.19).

Es claro entonces que el pensamiento matemático no es exclusivo de los matemáticos; sino que está asociado a la resolución de situaciones de la vida diaria. En el ámbito escolar el pensamiento matemático surge a partir de la interacción entre docente, estudiante y conocimiento. Esto implica que en el aula de clases se deben crear escenarios que favorezcan procesos de razonamiento, comunicación, modelación y elaboración de procedimientos. De la misma manera, que se incluyan procesos específicos relacionados con los cinco sistemas matemáticos, a saber: numérico, de medidas, geométrico, algebraico y de datos.

7. Referente metodológico

7.1 Paradigma

Tomando como referente la diferencia entre los paradigmas de investigación cualitativa y cuantitativa explicados por Sampieri, Collado y Baptista (2006) en su libro "Metodología de investigación", se diseñó la propuesta desde un enfoque cualitativo en el cual se utiliza la recolección de datos en una escala descriptiva, como punto de partida para descubrir las dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a una situación problema; se describe la realidad que se vive en el aula a partir de la observación participante y el análisis de los datos es la base para consolidar una propuesta pedagógica.

Teniendo en cuenta que este enfoque se basa en métodos de recolección de datos no numéricos, el análisis es cualitativo. La recolección de los datos consiste en describir las didácticas utilizadas por la docente en torno al desarrollo del pensamiento matemático, obtener las debilidades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas y observar la interacción entre docente-estudiante-conocimiento. Para lograr lo anterior se utilizan como fuentes los resultados de la prueba diagnóstica y prueba post-test, así como los hallazgos a partir de la observación participante en el desarrollo de talleres. El estudio se abordó desde una perspectiva cualitativa, entendiendo y comprendiendo los hechos del fenómeno educativo enseñanza aprendizaje desde la perspectiva de implementar una estrategia pedagógica denominada resolución de problemas para fortalecer el desarrollo del pensamiento matemático con estudiantes de grado tercero.

7.2 Tipo de estudio: investigación acción

"El término *investigación–acción* fue propuesto por primera vez en 1944 por el psicólogo social Kurt Lewin y fue desarrollado por Lawrence Stenhouse, Gary Anderson, Carr y Stephen Kemmis" (Kemmis & McTaggart, 1992, p.10-11).

En este orden de ideas, se considera necesario definir una metodología de investigación coherente con el paradigma de investigación cualitativa. Martínez (2007), en su libro "La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes", afirma que en la línea de investigación socio crítica y de investigación en la acción "el objeto fundamental de estudio es la práctica educativa, que incluye tanto comportamientos observables como los significados e interpretaciones que dicha práctica lleva asociadas para quienes la realizan" (p.33).

De igual manera, Lomax (1990) (como se cita en Gonzales, 2017) define investigación acción como la "intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar mejora".

El proyecto aplicó la investigación-acción ya que este tipo de estudio permite la indagación introspectiva colectiva emprendida por participantes en situaciones sociales que tiene por objeto mejorar la racionalidad y la incidencia de sus prácticas educativas, así como su comprensión de esas prácticas y de las situaciones en que éstas tienen lugar.

Es por esto que las docentes realizaron una lectura crítica de sus procesos de planeación, formación y evaluación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a través de la implementación de la estrategia didáctica: resolución de problemas.

En este proyecto se realizó un cuestionamiento del fenómeno de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde lo habitual, desde el día a día, en lo que hacen los docentes en el aula transitando sistemáticamente sobre este proceso de investigación e intervención hasta lo epistémico. Mediante la investigación–acción se pretendió tratar de forma simultánea conocimientos y cambios sociales, de manera que se unan la teoría y la práctica.

En este sentido, el desarrollo de esta propuesta implicó una metodología investigación acción, que conlleva a una intervención pedagógica orientada a fortalecer el pensamiento matemático mediante la implementación de la estrategia didáctica de resolución de problemas, apoyada en el desarrollo de talleres que involucran el uso de material concreto, el trabajo cooperativo y la aplicación de diversas heurísticas.

7.3 Diseño del estudio

Para el diseño de este estudio se desarrollaron las siguientes etapas:

1. A partir de la observación participante y registro de hallazgos en diarios de campo se identificaron algunas de las necesidades de intervención, que se constituyeron en el punto de reflexión que permitió la consolidación de esta propuesta.

En tal sentido, se evidenció que no hay un registro de plan de aula. Sin embargo, se conoce el propósito de las clases y las actividades a desarrollar. Las clases observadas se centraron en el desarrollo de sistemas numéricos dando mayor valor a la ejercitación de algoritmos. Las situaciones problema fueron propuestas al finalizar la explicación como una aplicación algorítmica de los contenidos desarrollados, convirtiendo de esta manera, la situación problema en un ejercicio básico.

2. Con base en la reflexión anterior y tomando como referente el desempeño de los estudiantes, en el proceso de resolución de problemas matemáticos, se diseñó una estrategia didáctica, basada en la resolución de problemas, que integra el modelo propuesto por George Polya con los principales referentes curriculares del Ministerio de Educación Nacional.

3. Teniendo en cuenta que el foco de atención es lo que sucede en el aula de clases se puso en acción la estrategia diseñada, con los estudiantes de grado 3° de la Institución Educativa Cabrera, a través del desarrollo de ocho talleres orientados a fortalecer pensamiento numérico, espacial, métrico y aleatorio.

4. Finalmente, se analizó lo observado en el desarrollo de los talleres y se aplicó una prueba post-test con el propósito de interpretar los resultados obtenido después de integrar la estrategia en las prácticas de aula y establecer algunas conclusiones.

7.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información

En el proyecto se utilizaron las siguientes técnicas e instrumentos de recolección de información:

- Diarios de campo y Observación de planeación y desarrollo formativo en el aula.
- Análisis de contenido documental: PEI, malla curricular de matemáticas
- Prueba diagnóstica: Comprensión lectora y competencias en matemáticas
- Análisis de los resultados de prueba supérate
- Talleres de fundamentación, desarrollo y evaluación de procesos formativos por competencias para desarrollo de pensamiento matemático.
- Análisis de los resultados de prueba post test

8. Resultados

En este acápite se indican los resultados del proceso de investigación en torno al propósito general de implementar la resolución de problemas como estrategia didáctica para el fortalecimiento del desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes de grado tercero de la Institución Educativa Cabrera del municipio de Pasto. Los resultados que se muestran a continuación dan cuenta de lo obtenido y desarrollado en cada objetivo específico.

8.1 Diagnóstico de las debilidades que presentaron los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos, mediante la aplicación de una prueba diagnóstica

Respecto a este objetivo se abordaron las siguientes categorías específicas a saber: comprensión lectora, razonamiento, modelación y aplicación de algoritmos. Se utilizó una prueba diagnóstica de matemáticas (ver Anexo B), una de prueba de fluidez y comprensión lectora (ver Anexo C), resultados de la prueba Supérate (ver Anexos D y E) y el Taller de comprensión lectora en resolución de problemas matemáticos (ver Anexo F).

La primera prueba que se aplicó a los estudiantes de grado tercero fue la prueba diagnóstica de matemáticas, con el objetivo de determinar los aprendizajes de los estudiantes respecto de algunos conceptos y procesos en el área de Matemáticas e identificar los diferentes niveles de desempeño. El cuestionario se tomó de la cartilla del segundo semestre del 2013, entregada por el Ministerio de Educación Nacional en el Programa Todos a Aprender. En dicha cartilla, a partir de situaciones contextualizadas, se priorizaron los pensamientos numérico y espacial y los procesos generales de modelación, razonamiento y resolución de problemas.

Los resultados de la prueba de cada estudiante, se tabularon en un documento de hoja electrónica (ver Anexo G), con el objeto de hacer un tamizaje de los resultados obtenidos por cada estudiante: La tabla indicó que los estudiantes se encontraban en un nivel de desempaño bajo, y al realizar un análisis por pregunta, con el objeto de detectar las fortalezas y debilidades en el desarrollo de la prueba, se identificaron las dificultades que incidían en el referido desempeño. Se hizo la descripción de las preguntas (ver Anexo H), tomando como referencia la matriz de evaluación, entregada por el MEN, para esta prueba. A partir de la tabla se infiere que en cuanto a pensamiento numérico, tanto en el proceso de formulación, tratamiento y resolución de problemas, como en el proceso de razonamiento, la mayor dificultad que presentaron correspondió a situaciones que implicaban estructuras multiplicativas. Por otra parte, respecto al componente geométrico, en el proceso de razonamiento, se evidenció de manera general, un desempeño bajo, tanto en la resolución de situaciones donde intervienen movimientos en el espacio, como en la identificación de características que posee una figura bidimensional. Con respecto a la modelación, menos de la mitad del grupo de estudiantes elaboró correctamente modelos de figuras bidimensionales, aspectos que se reflejan en el análisis de las preguntas 37, 39 y 40, de la prueba diagnóstica.

Teniendo en cuenta que en la prueba diagnóstica se privilegiaron los pensamientos numérico y espacial, también se tomaron los resultados de las pruebas supérate en los procesos asociados a los pensamientos espacial y aleatorio; donde se encontró que aproximadamente el 83% de los estudiantes tuvieron dificultad para organizar datos, representarlos en tablas e interpretar gráficas estadísticas que correspondían a situaciones del contexto. De la misma manera, fue posible observar que aproximadamente el 89% de los estudiantes presentaron dificultades en los procesos de estimación, medición, selección de patrones, unidades e instrumentos de medida.

Lo descrito anteriormente se sintetiza en la Tabla 3:

Tabla 3. Resultados de diagnóstico.

Componente	Procesos específicos	Resultado
Pensamiento numérico	• Comprensión de los números y de la numeración (uso de valor posicional).	• El 11% de los estudiantes construyen diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.
	• Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones (cálculo mental).	• El 6% de los estudiantes interpretan, formulan y resuelven problemas aditivos de composición y transformación.
	• Comprensión del concepto de las operaciones.	• El 0% de los estudiantes resuelven problemas donde la multiplicación se utiliza como una suma reiterada.
Pensamiento espacial	• Visualización	• El 11% de los estudiantes resuelve situaciones en que intervienen movimientos en el espacio. • El 6% de los estudiantes identifica características que posee una figura bidimensional
	• Representación	• El 6% de los estudiantes elabora modelos de figuras bidimensionales
	• Estimación de magnitudes	• El 17% de los estudiantes estima medidas con patrones arbitrarios
	• Selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.	• El 11% de los estudiantes desarrolla procesos de medición usando patrones e instrumentos estandarizados
	• Comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.	• El 6% de los estudiantes establece correspondencia entre objetos o eventos y patrones o instrumentos de medida.
Pensamiento aleatorio	• Reunir y organizar datos	• El 11% de los estudiantes describe ***características*** de un conjunto a partir de los datos que lo representan.
	• Diagramar sistemas de datos.	• El 17 % de los estudiantes representa un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretan lo que un diagrama de barras determinado representa.
	• Analizar sistemas de datos.	• El 11 % de los estudiantes describe ***tendencias*** que se presentan en un conjunto a partir de los datos que lo describen. • El 6 % de los estudiantes resuelven problemas a partir del análisis de datos recolectados.

En un diálogo con la docente de grado 3°, acerca de los resultados obtenidos, se planteó de manera hipotética que el bajo desempeño en la prueba diagnóstica, estaba asociado a las dificultades de comprensión lectora, razón por la cual se aplicó una prueba de fluidez y comprensión lectora. Estos resultados fueron tabulados en un documento de hoja electrónica (ver anexo I), observándose que el 72% de los estudiantes obtuvo una velocidad de lectura muy lenta y, además, la calidad de la lectura se encontraba en nivel A, MEN (2017) "El (la) estudiante lee lentamente, corta las unidades de sentido largas (palabras y oraciones) y prima el silabeo" (p.4). Lo que significa que no hay una adecuada entonación y puntuación, afectando notoriamente la comprensión lectora en los niveles literal, inferencial y crítico.

Al contrastar las dos pruebas aplicadas, fue posible evidenciar la correlación entre las dificultades de comprensión lectora y el bajo desempeño en la prueba de matemáticas. Por tal razón, se consideró oportuno proponer la resolución de la situación problema "La aventura del oro".

Comprensión del problema: Cuando recibieron el texto, la actitud de la mayoría de los estudiantes hacia la lectura fue de pasividad, e incluso fue necesario invitarlos a algunos de ellos a centrar su atención en la misma; después de un determinado tiempo se les solicitó que voluntariamente expresen lo comprendido de la lectura; sin embargo no hubo participación suficiente, se observó timidez en ellos, posteriormente se solicitó que subrayen las palabras desconocidas para una posterior socialización y comprensión conjunta de las mismas.

Momento de la lectura compartida**:** De manera conjunta estudiantes y docentes realizaron una lectura compartida a la vez que la tutora a través de preguntas orientadoras ofreció la ayuda necesaria para que pudieran construir un significado adecuado de la situación problema.

8.2 Diseño de la estrategia didáctica basada en la resolución de problemas

Las siguientes son las consideraciones que fundamentaron y permitieron el diseño de la estrategia didáctica de la resolución de problemas.

La resolución de problemas no sólo debe considerarse como una actividad de aplicación de los conceptos y procedimientos, que surge al finalizar la explicación de un determinado contenido; sino como el medio para propiciar el aprendizaje. Esto implica que se propongan en el aula problemas que permitan a los estudiantes explorar nuevas situaciones, recurrir a saberes previos, indagar para construir un modelo, aplicar algoritmos, monitorear de manera permanente la eficiencia de las estrategias aplicadas y validar la solución encontrada a la luz de la pregunta inicial.

En este orden de ideas, tanto Polya como otros autores, señalan que la resolución de problemas, promueve la autonomía de los estudiantes para resolver sus propios problemas y así adaptarse a los continuos cambios sociales que surgen de los avances de la ciencia y de la tecnología. De la misma manera, permite reconocer el uso universal de las matemáticas y valorar la resolución de problemas como el punto de partida para el avance de las matemáticas

Con base en las anteriores consideraciones, se plantea que la interacción entre la resolución de problemas como proceso y como contexto, con fines pedagógicos, permite que ésta sea una estrategia didáctica.

En tal sentido, Guzmán (2007) plantea que “La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces”, (p.35).

A partir de los planteamientos anteriores, se concluye que lo más importante en la resolución de problemas es que el estudiante determine las relaciones que existen entre los objetos matemáticos, movilice procesos de pensamiento, reflexione de manera permanente sobre la pertinencia de las estrategias utilizadas, valore el uso de las matemáticas y adquiera confianza en sus capacidades para resolver situaciones.

Es así como se propone que la resolución de problemas como estrategia integre tres tareas fundamentales: la planificación, toma de decisiones y la reflexión permanente. Tareas que son posibles de cumplir a través de la vinculación de los tres momentos del desarrollo de una clase planteados en el *Documento de orientaciones pedagógicas* del MEN (2016) y las cuatro etapas para la resolución de problemas propuestas por Polya.

Como consecuencia de los anteriores planteamientos, se propone la resolución de problemas como estrategia didáctica, a partir de una metodología que permita vinculación de los procesos, conocimientos, planteamientos del MEN respecto a los momentos en el proceso de enseñanza y las etapas planteadas por Polya para la resolución de problemas, como se esquematiza en la Figura 1.

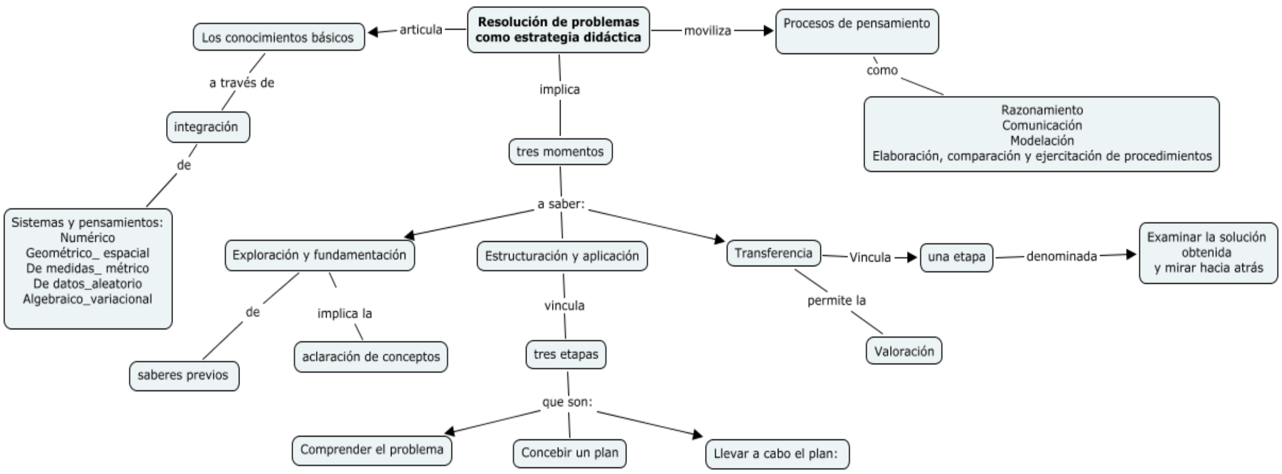


Figura 1. La resolución de problemas como estrategia didáctica
Fuente: creación propia (Esta investigación, 2018.)

A continuación, se explican algunos de los conceptos planteados en el esquema anterior:

Respecto a la relación de la resolución de problemas con los procesos y los conocimientos básicos, se han elaborado dos tablas que están descritas en los títulos: *resolución de problemas como proceso y resolución de problemas como contexto.*

El diseño de esta estrategia, se apoyó en un tipo de talleres que desarrollan tres momentos siguiendo los planteamientos del *Documento de Orientaciones Pedagógicas*, (MEN, 2015).

1. Exploración y fundamentación: momento en el cual, a partir de preguntas orientadoras, se promueve que los estudiantes recuerden los conceptos básicos y procesos que se requieren para resolver la situación que se planteará; es decir, se ponen sobre la mesa las herramientas (ideas previas) que se requieren para comenzar el reto. Este momento es mediado por el docente, quien se encarga de validar y aclarar las ideas que se expresan.

2. *Estructuración y aplicación*: este es el momento donde los estudiantes se enfrentan a un nuevo reto, y para lograrlo deben pasar por tres de las fases propuestas por Polya para resolver un problema:

1) *Comprender el problema*: Se debe entender el problema. Cada estudiante puede hacerse las siguientes preguntas ¿Se entiende lo que se dice?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida? ¿Qué información falta o no se necesita?, ¿Se puede plantear el problema de otra manera?, ¿Es este problema similar a algún otro que haya resuelto antes?

2) *Concebir un plan*: se inicia planteándose la pregunta ¿Cómo voy a abordar el problema? ¿Qué estrategias podría utilizar? La habilidad para seleccionar la estrategia apropiada se aprende mejor solucionando muchos problemas. Algunas estrategias: Elaborar un gráfico o diagrama, identificar un patrón, elaborar una tabla o lista ordenada, usar una fórmula, dividir el problema en problemas más pequeños, eliminar posibilidades, adivinar y comprobar (ensayo y error), trabajar hacia atrás.

3) *Llevar a cabo el plan*: en esta fase se pone en acción la estrategia o estrategias que se hayan escogido para resolver el problema o se decide utilizar una estrategia diferente. Sea persistente. Dese tiempo. Si no lo logra, devuélvase al paso 2 (o algunas veces al paso 1). No tema volver a empezar. A menudo, el empezar de nuevo o utilizar una nueva estrategia permitirá alcanzar el resultado esperado.

3. Transferencia: este momento, también llamado cierre está vinculado con la cuarta etapa propuesta por Polya, que consiste en e*xaminar la solución obtenida y mirar hacia atrás*: esto significa, revisar los cálculos y razonamiento matemático realizado, y que la solución corresponda al problema propuesto. ¿Es claro el procedimiento seguido? ¿La respuesta satisface lo establecido en el problema? Reflexione sobre el proceso de solución: ¿Qué funcionó? ¿Qué no lo hizo? ¿Por qué?

Además de lo anterior, este momento es de vital importancia porque a través de la argumentación se verbalizan los procesos de razonamiento que se han movilizado durante todo el proceso.

De igual manera, es el momento ideal para motivar a los estudiantes a formular nuevos problemas en relación con situaciones del contexto.

Respecto a la evaluación, en cada uno de los talleres desarrollados está concebida y apoyada en los planteamientos del *Documento orientaciones pedagógicas* (MEN, 2016) que la refiere como un proceso formativo que implica la realimentación permanente, en los tres momentos. En este sentido, si se quiere valorar el producto del proceso realizado, es posible hacerlo en el momento de la transferencia o valoración.

Finalmente, para el diseño de la estrategia de resolución de problemas, se recurrió al enfoque concreto-pictórico-abstracto , heurística instructiva bien conocida, defendida por el Ministerio de Educación de Singapur desde principios de 1980 (Leong, Ho & Cheng, 2015), enfoque a su vez, basado en los tres modos de representación cognitiva concebidos por Bruner (1966), a saber, inactivo (basado en acciones), icónico (basado en imágenes) y simbólico (basado en códigos o símbolos, tal como el lenguaje), plasmados en su libro “Hacia una teoría de enseñanza” (*Toward a theory of instruction*), aplicables “a cualquier dominio de conocimiento o problema dentro de ese dominio de conocimiento”. Lo anterior, con el fin de orientar el aprendizaje atendiendo la necesidad de los niños de manipular material concreto, antes de hacer representaciones pictóricas y simbólicas que movilizan los procesos de pensamiento mencionados.

8.3 Integración en las prácticas de aula de la propuesta didáctica que fortalece el pensamiento matemático a través de la estrategia de resolución de problemas

Con el propósito de fortalecer los pensamientos numérico, métrico, espacial y aleatorio, los estudiantes desarrollaron problemas en situaciones de contexto en las cuales aplicaron diversas heurísticas acompañadas de la respectiva argumentación en cada proceso (ver desde Anexo J hasta Anexo R, correspondientes a los diferentes talleres).

Respecto de los resultados de este objetivo se abordaron las siguientes categorías específicas a saber:

- Pensamiento numérico
- Pensamiento métrico
- Pensamiento espacial
- Pensamiento aleatorio

También se identificaron las siguientes subcategorías, respectivamente:

- Fortalecimiento de la comprensión
- Fortalecimiento de la estimación y medición
- Fortalecimiento de la visualización y representación
- Fortalecimiento de la interpretación

A continuación, se indican los resultados logrados correspondientes al objetivo enunciado.

Taller No. 1: "La aventura del oro"

Indicador de desempeño: construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.

Estructuración y aplicación: la docente hizo la lectura en voz alta del reto, acompañada con material de apoyo (material base 10).

Queridos Aventureros.

Prepárense para una importante misión: "transportar un tesoro con piezas de oro" evitando que los piratas y contrabandistas los roben.

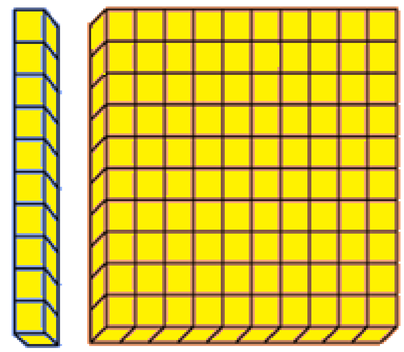
Para ello deben organizar equipos de cuatro integrantes, utilizar sus canoas y descender por un río secreto. En cada equipo se deben distribuir los siguientes roles: dinamizador, secretario, encargado de materiales.

Cada equipo de aventureros será responsable de transportar **432** piezas de oro en su baúl.

Para facilitar el transporte de este famoso tesoro, las piezas de oro serán agrupadas y depositadas dentro de un baúl que debe ir amarrado al fondo de sus canoas.

Ahora sí, ¡manos a la obra!

Cada equipo de aventureros deberá tener un nombre. Están autorizados para tomar algunas piezas de oro del tesoro con el fin de marcar en el baúl el nombre de su equipo, utilizando cinco piezas por cada letra.



A continuación, deben pedirle al carpintero que construya cajas de forma cuadrada y rectangular como las que se indican en el dibujo y colocar allí las piezas que van a transportar con las siguientes condiciones: en cada caja de forma cuadrado deberán ir 100 piezas de oro y en cada caja rectangular deberán ir 10 piezas de oro.

Así que deben informarle al carpintero cuántas cajas de forma cuadrada y rectangular debe construir.

Las piezas de oro que sobren las utilizarán para pagarle al carpintero por su trabajo. Ahora, contesten las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas piezas de oro utilizaron para escribir el nombre del equipo?
2. ¿Cuántas cajas de forma cuadrada y cuántas de forma rectangular deben pedir al carpintero?
3. ¿Cuántas piezas de oro debe pagar al carpintero?

Terminada la lectura del reto la docente preguntó:

¿Cuál es la tarea a realizar?, hay silencio en los estudiantes, luego E_4 preguntó: ¿profe hay que sumar o hay que restar?

La docente hizo un recorrido rápido de la lectura a la vez que preguntó a los estudiantes: ¿cuál es la misión que tienen?

E_1 respondió “llevar un tesoro y que no nos roben los piratas”

Muy bien dijo la profesora y ¿qué más? (Silencio en los estudiantes)

¿Cuántas piezas de oro deben transportar?,

Respondieron a coro: 432 piezas

¿cómo deben ir agrupadas esas piezas en el baúl?,

respondió E_2 ¿en forma cuadrada?,

No exactamente, respondió la profesora y preguntó: ¿qué deben mandar a hacer con el carpintero?,

Respondió E_7: unas cajas larguitas y otras cuadradas

¿y con qué le van a pagar al carpintero?,

respondió E_4: con lo que sobre.

-Bueno, dijo la profesora y ¿eso es todo?

-Sí, respondieron algunos estudiantes.

La docente les dijo: no olviden que hay que darle un nombre a su equipo, sacar algunas monedas para escribirlo en el baúl; a su vez, les indicó que conformará grupos para que resuelvan el reto.

Seguidamente las docentes en compañía de las tutoras formaron grupos de cuatro estudiantes y a cada grupo les entregaron un paquete con una hoja de la situación problema, 432 fichas, un marcador, una hoja de papel y 4 fichas en las que se especificaron los roles de cada integrante y un cuarto de cartulina, a continuación, les explicaron a los estudiantes cómo deben escribir el nombre en el baúl, tomando como ejemplo el nombre de la profesora. Una vez conformados los grupos y entregado el material, la docente motivó para que comiencen a resolver el reto.

El estudiante E_5 levantó la mano y preguntó: ¿profe qué tenemos que hacer?

Respondió la profesora: resolver el reto propuesto

El estudiante tomó la hoja donde está la situación problema y comenzó a leer nuevamente, mientras los estudiantes realizaban el trabajo; tanto docente como tutoras visitaron cada una de las mesas con el fin de acompañar a los estudiantes en su labor, preguntándoles: ¿qué harán primero?

Ellos respondieron: dar un nombre al grupo y escribirlo con monedas de oro.

Terminada esta tarea el estudiante E_4 preguntó: ¿y ahora qué seguimos haciendo?

Respondió la docente: continuar con la tarea propuesta en la situación problema.

Momento más tarde E_5 preguntó ¿profe cierto que sólo hacemos tres cajas rectangulares, porque el 432, solo tiene 3 decenas?

La docente preguntó ¿estás seguro que en el 432 sólo hay 3 decenas?

Si, respondió el estudiante indicando 4 centenas (mallas) 3 decenas (tiras) y dos unidades

La docente explicó la descomposición de este número, de igual manera se visitaron otras mesas orientando a los estudiantes a la descomposición del número de fichas restantes después de escribir el nombre en el baúl.

En la mesa cuatro, E_3 manifestó: “profe, ¿podemos dar la respuesta dibujando cuadrados y rectángulos?”

La docente respondió, “si así lo prefieres puedes hacerlo”.

Transferencia: cuando todos los grupos terminaron el taller, se invitó al representante de cada grupo a socializar las respuestas, argumentando cada uno de los procesos desarrollados y explicando por qué lo hicieron así.

Inició el grupo uno con la estudiante E_6, "mi grupo se llama Piratas, nosotros sacamos 35 monedas de oro para escribir nuestro nombre, por eso nos quedó para guardar en el baúl 398 monedas de oro, al carpintero le pedimos 3 cajas cuadradas y 9 rectangulares, y al carpintero le pagamos 7 monedas de oro, gracias"

El segundo grupo realizó una sustentación similar, pero le pagaron al carpintero 2 monedas de oro; terminadas las sustentaciones de los diferentes grupos la docente intervino diciendo "según los resultados presentados le han pagado al carpintero 7 ó 2 monedas de oro" y preguntó: ¿será posible siguiendo las mismas reglas pagarle otro valor? E_5 sin pensarlo dos veces respondió Sí, "¿me puedes dar un ejemplo?" preguntó la docente, y enseguida los estudiantes se pusieron a hacer el ejercicio con diferentes nombres; momento más tarde E_3 dijo "profe no se puede otro valor porque como para cada letra utilizamos 5 monedas, entonces cuando multiplicamos por cinco el resultado termina en cero o en cinco y por eso la resta termina en 2 o en 7". "Correcto" respondió la profesora, dando por terminada la clase.

Taller No. 2: “Jugando a multiplicar”

Indicador de desempeño: selecciona y aplica estrategias para la resolución de problemas que requieren el uso de la multiplicación.

Estructuración y aplicación: este momento del taller, se vincularon con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema, a saber:

1. Comprender el problema: se solicitó a los estudiantes que hagan lectura personal del siguiente enunciado:

En la tienda “doña Lolita venden minutos de celular a $100 cada minuto, ¿Cuánto dinero debes pagar por una llamada que dura cinco minutos?,

Terminado el enunciado tres estudiantes levantaron la mano, la profesora concedió la palabra a E_7 quien respondió: “fácil profe, paga $500”,

Muy bien respondió la profesora, les cuento que el día de ayer realicé una llamada y la señora me cobro $1200, ¿quién me puede decir cuántos minutos duro la llamada?

E_3 intervino diciendo: “profesora no entiendo”, ¿qué hay que hacer, una suma o una resta?

La profesora respondió: si quieres lo puedes hacer con sumas o con restas, o con multiplicación”, E_3 respondió: “con multiplicación no puedo porque no me sé las tablas de multiplicar

La docente respondió: “bueno hazlo de la manera que te parezca más fácil

E_3 respondió: voy a sumar $100 más $100 hasta llegar a $1200

La docente respondió muy bien $E_{3,}$

Pasados aproximadamente 10 minutos la mayoría de los estudiantes tenían la respuesta correcta. Seguidamente la profesora intervino diciendo: “bueno niños ahora quiero que me ayuden con otro reto. Resulta que en la tienda que está cerca a mi casa ayer los minutos estaban en promoción y por una llamada que duró 6 minutos únicamente me cobraron $300, ahora su reto es decir cuánto cuesta cada minuto.

Tres estudiantes respondieron: “eso si no vamos a poder”

Entonces, la docente los invitó a revisar los dos problemas anteriores y a comparar en qué se parecían y en qué se diferenciaban con el nuevo problema, de esta manera estudiantes y docente resolvieron la situación reflexionando sobre el valor desconocido en cada problema. A la vez que se da respuesta a las preguntas planteadas por Polya, para facilitar la comprensión: ¿Cuál es el valor que se desconoce?, ¿cuál es la información o datos de partida?, ¿este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

2. Estructuración y aplicación: La docente presentó la siguiente situación:

María pone 6 huevos en cada tazón. ¿Cuántos huevos pone en los tres tazones?

La profesora invitó a uno de los estudiantes para que lea la situación en voz alta, luego hizo las siguientes preguntas:

¿Cuál es el valor que se desconoce?

¿Cuál es la información o datos de partida?

¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?,

¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

De esta manera logró que los estudiantes expresen con sus propias palabras (parafraseo) la situación dada. A continuación, la profesora propuso resolver la situación de 5 maneras diferentes. Por ejemplo: uso de material concreto, representación gráfica, representación simbólica, suma repetida y secuencias.

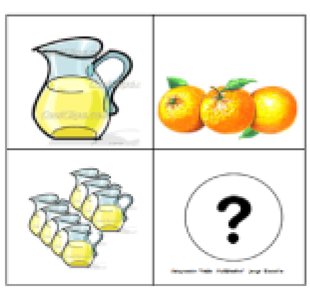
A continuación, se solicitó compartir las maneras encontradas para resolver el problema, argumentando acerca de la pertinencia y confiabilidad de cada una de ellas.

Para alcanzar el reto, se presentó la misma situación planteada gráficamente a través del naipe multiplicativo. Se explicaron sus cuatro componentes, haciendo énfasis en la ubicación de la incógnita y la pregunta: ¿cuál es el total?

A continuación, se entregó a cada estudiante una ficha del naipe multiplicativo y se solicitó que propongan el enunciado de manera personal y lo resuelvan colectivamente.

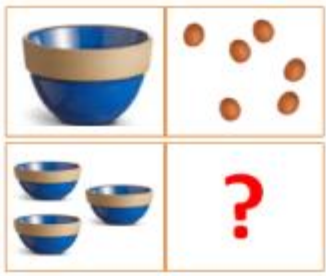
4. **Transferencia:** este momento de la clase está vinculado a la última etapa propuesta por Polya: *examinar la solución obtenida y mirar hacia atrás*. Aquí los estudiantes **compartieron** la solución encontrada, argumentando el proceso desarrollado y validaron de manera colectiva si la solución encontrada correspondía a la pregunta formulada. De la misma manera, se entregó una ficha de naipe multiplicativo vacía, para que los estudiantes planteen y resuelvan una situación propia.

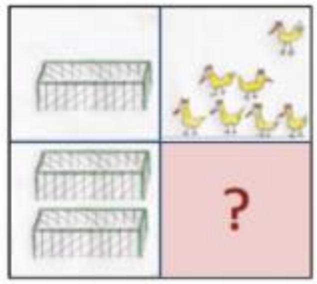
Este es uno de los enunciados propuestos por los estudiantes:



"para hacer una jarra de jugo se necesitan 3 naranjas y para hacer 7 jarras de jugo ¿cuántas naranjas se necesitan?"

Recursos: naipe multiplicativo (adaptación propuesta de Jorge Castaño), material concreto (huevos en icopor, recipientes), fichas vacías de naipe.





Taller No. 3: ¿Todo se puede medir?

Exploración y fundamentación: la docente inició el taller con la pregunta:

¿todo se puede medir?

"Sí" respondieron en coro la mayoría de los estudiantes

Nuevamente la docente preguntó:

"¿cómo qué?"

Y mientras los estudiantes participaron, se hizo una lista en el tablero con los atributos que mencionaron, tales como:

E2: "se puede medir el largo y el ancho del tablero"

E4: "se puede medir el largo y el ancho de la puerta"

E7: "se puede medir el largo y el ancho de la mesa"

… Los ejemplos dados por los estudiantes estaban orientados únicamente a magnitudes de longitud, la docente reflexionó con todo el grupo sobre la importancia de reconocer propiedades de los objetos que nos rodean y uno de los atributos de estos: que se pueden medir. A continuación, se invitó a los estudiantes a participar de manera propositiva en el desarrollo de las actividades planteadas en cada una de las 4 estaciones dispuestas, en las cuales podían explorar y reconocer atributos medibles.

Estructuración y aplicación: se conformaron cuatro equipos con cinco estudiantes cada uno. Cada equipo empezó su recorrido por una estación diferente y avanzó por cada una en orden. En cada estación permaneció 15 minutos y resolvió el problema propuesto, con ayuda de material concreto y con la orientación de una docente.

ESTACIÓN No. 1: en esta estación los niños encontraron diferentes objetos, instrumentos de medida y situaciones que implican el uso pertinente de cada uno de estos.

Los estudiantes debían leer la situación entregada por la docente, seleccionar los objetos y el instrumento de medida adecuado, según el atributo a medir.

- Entre los instrumentos estaban: reloj, cronómetro, regla, gramera, jarra para medir capacidad y metro.
- A continuación, se especificaron las situaciones planteadas en esta estación.
- Un amigo y tú juegan a “pasar la llave”.
- ¿Cuántas veces crees que puedes pasar la llave en un minuto sin parar?
- E_3 intervino diciendo: “no se puede saber porque no tenemos reloj”.
- La docente respondió “reloj si hay, pero sin hacer uso del reloj: ¿Cuántas veces crees que alcanzarías a hacer el ejercicio de la llave en un minuto”?
- Respondió E_3: “si solo hay que pasarla, entonces unas 100 veces”.
- La docente le dijo: “miremos, colocaré el cronómetro a un minuto en cuenta regresiva, entonces cuando te diga listo empiezas a pasar la llave varias veces y paras cuando suene el celular” ¡listo!
- E_3 alcanzó a pasar la llave 82 veces.

Siguiente reto.

- Mirar la hora en el primer reloj: ¿qué hora será en cinco minutos más?
- Mostrar esa hora en el segundo reloj. En este reto la mayoría de los estudiantes presentaron dificultad en la lectura de la hora en el reloj analógico, por esta razón la docente centró tiempo de este taller en la explicación de estas lecturas.

Siguiente reto.

- Darío debe comparar el peso de dos cajas de igual forma y tamaño, una está vacía y la otra llena de chocolates. Preguntó la docente: ¿qué creen que pase en esa comparación?,
- Respondió E_{8} : "que la llena pesa más".
- Expresa el peso de una libra de harina en gramos. Para este reto se les presentó a los estudiantes dos balanzas, una analógica y otra digital, en primer lugar, se realizó la medida en la balanza analógica y luego en la digital, y se les preguntó a los estudiantes: ¿cuál de las dos balanzas da un resultado más exacto?

Los estudiantes concluyeron que la balanza digital.

- Compara la capacidad de cada uno de los recipientes.

ESTACIÓN No. 2: en esta estación una de las tutoras les planteó el reto de encontrarle el perímetro a la silueta de una casa,

E_{9} preguntó: ¿y cómo lo vamos a medir si no hay metro ni regla?

La docente respondió "lo harán utilizando unidades de medida no convencionales, tales como: clips, palillos, borradores (longitud de un lado), cordón y pedazos de lana de 5 centímetros cada uno; para agilizar la tarea les voy a entregar tres copias de la casa, háganlo y me cuenta cómo les va…"

Minutos más tarde los estudiantes manifestaron que los resultados obtenidos en las mediciones realizadas son diferentes; la docente preguntó: ¿por qué diferentes medidas?

E5 respondió "porque a mí me dio 14 palillos y a E_{3} 29 clips y a E_{7} 25 borradores"

La profesora preguntó: "por qué creen que les dé más clips que palillos?

E_{3} respondió "porque los clips son más pequeños que los palillos

La profesora preguntó: "o sea que el número de unidades que se obtiene depende del instrumento que utilicemos para medir?

E_3 respondió “sí, entre más grande sea con lo que midamos nos da un número más pequeño”.

Posteriormente compartieron el valor encontrado y a partir de preguntas orientadas por la docente los estudiantes concluyeron que al usar unidades no convencionales se obtienen expresiones diferentes de los resultados, que representan la misma longitud.

Figura 1

ESTACIÓN No. 3: en esta estación los niños debían hallar el área de la figura 1 por recubrimiento, utilizando como unidad de medida triángulos rectángulos isósceles y congruentes.

La docente inició el taller preguntando a los estudiantes: ¿cuántos triángulos creen ustedes que son necesarios para cubrir esta casa?

E_5 respondió: “eso no se puede, porque los triángulos tienen una forma y la casa otra”

E_4 intervino diciendo “sí se puede porque los triángulos son más pequeños, pero toca pegarlos sobre la casa y después cortarlos;

La docente intervino diciendo: “la pregunta es ¿cuántos triángulos necesito para cubrir el dibujo?, no es ¿cuántos triángulos salen de recortar el dibujo?”.

E_5 respondió: “necesitamos hartos triángulos”,

La docente los invitó a que tomen los triángulos y que recubran la figura. Terminada la tarea, E_4 concluyó diciendo “si queremos también la podemos recubrir con cuadrados porque dos triángulos forman un cuadrado.

ESTACIÓN No. 4: ¿cuántos centímetros cúbicos hay en un decímetro cúbico?

Esta estación comenzó con la manipulación de centímetros cúbicos de madera y plástico; posteriormente a cada estudiante se le entregaron 5 cajas cúbicas de cartulina (de 3, 4, 5, 6 y 7 cm de lado, respectivamente) las cuales tenían impresas en dos de sus caras centímetros cuadrados, y se pidió a cada estudiante que estime cuántos centímetros cúbicos se pueden empacar en la caja que se les entregó.

En el momento que se hizo entrega de la caja que tiene de lado 3 cm se preguntó ¿cuántas fichas alcanzan en esta caja? (refiriéndose a los centímetros cúbicos), los estudiantes observaron los centímetros cuadrados dibujados en la parte frontal de la caja.

E_3 respondió "alcanzan 9 cubitos"

La docente preguntó "¿están seguros?", a la vez que giró la caja frente a ellos,

E_7 dijo "alcanzan más".

La profesora preguntó "¿cuántos más?

E_7 respondió "creo que alcanzan 18".

La docente le entregó la caja y le dijo "compruébenlo".

Los estudiantes tomaron la caja y la llenaron de cubitos y se dieron cuenta que alcanzaban 27; de manera similar continuaron el trabajo para el resto de cajas entregadas de tal modo que para cada caso el estudiante comparó el dato estimado con el dato encontrado y argumentó el porqué de su acierto o desacierto.

Terminada la tarea anterior la docente intervino diciendo: "entonces recordemos ¿cuántos centímetros cúbicos me alcanzan en cada caja, de 3 cm de lado?"

Los estudiantes respondieron 27 cm^3,

¿en cada caja de 4 cm de lado?, Los estudiantes respondieron; 64 cm^3,

¿en cada caja, de 5 cm de lado? Otros estudiantes respondieron: 125 cm^3,

¿en cada caja, de 6 cm de lado?, los estudiantes respondieron 216 cm^3,

¿en cada caja, de 7 cm de lado?, los estudiantes respondieron 343 cm^3

Correcto respondió la profesora, a la vez preguntó ¿será que hay relación entre la longitud del lado de la caja y la cantidad de centímetros cúbicos que alcanzan en ella?,

E_8 respondió “sí porque formamos un cuadrado con el mismo número de lados a lo alto y a lo ancho de la caja y luego lo multiplicamos por el mismo valor que es el fondo de la caja”

La profesora respondió “muy bien”, y ¿será que podemos encontrar exactamente el número de centímetros cúbicos que alcanzan en una caja que tiene de lado 10 cm?

E_7 salió al tablero y dijo “primero dibujo un cuadrado de 10 x 10 que me da 100 y luego lo multiplico por otro 10”

Muy bien dijo la profesora: “pues déjenme decirles que esta cajita de 10 cm de lado es un decímetro cúbico y concluyó diciendo, entonces: ¿cuántos centímetros cúbicos alcanzan en un decímetro cúbico?, los estudiantes respondieron 1000 centímetros cúbicos.

Anexo K. Taller No 4: “Visita a la parcela de don Carlos”

Indicador de desempeño: hace estimaciones de longitud y área según su necesidad en la situación.

Estructuración y aplicación: en este momento se invitó a los estudiantes a hacer la lectura de manera personal de la situación problema

Situación problema: En una parcela de 1/4 de hectárea, don Carlos tiene un cultivo de fresas, lechuga y papas.

Con el propósito de calcular la distancia que se requiere dejar entre cada planta para sembrarla, se debe completar la siguiente tabla considerando  que cada jeme (niño) mide 10 centímetros aproximadamente.

Planta	Distancia entre plantas 	Distancia entre plantas (centímetros)
Fresa		
Cebolla cabezona		
Papa		

Con base en la tabla anterior y considerando que los cultivos están distribuidos en surcos, de la siguiente manera:

- El surco de la fresa tiene un largo de 30 metros y un ancho de 80 centímetros. En cada surco se siembran dos hileras de fresas.
- El surco de la cebolla tiene un largo de 30 metros y un ancho de 1 metro. En cada surco se siembran tres hileras de cebolla.
- El surco de la papa tiene un largo de 30 metros y un ancho de 1 metro. En cada surco se siembra 1 hilera de papa.

¿Cuántas plantas de: fresa, cebolla y papa se siembran en cada surco?

Completa la siguiente tabla:

Fresa	Cebolla	Papa

Teniendo en cuenta la información de la Tabla No. 1 además, que la distancia entre surco y surco es de 20 centímetros para las fresas y 50 centímetros para la papa y la cebolla respectivamente, completa la siguiente tabla:

Planta	No. de surcos	Área cultivada (m^2)
Fresa	10	
Cebolla cabezona	20	
Papa	28	

Seguidamente se invitó a los estudiantes a que subrayen las palabras desconocidas; y la palabra que para la mayoría de los estudiantes fue desconocida era "surcos" la profesora explicó que los surcos eran hileras de montones de tierra con un canal en el medio por donde pasa el agua de riego o por donde caminan las personas en un cultivo, a la vez que realizaba un dibujo en el tablero, los estudiantes en coro dijeron "eso es un guacho".

Preguntó la docente: ¿tienen duda en alguna otra palabra?,

Los estudiantes respondieron "NO",

A continuación, la docente solicitó a un estudiante leer la situación problema en voz alta, seguidamente el grupo de estudiantes hizo un parafraseo del problema y a partir de las preguntas propuestas por Polya para la comprensión del problema, se identificaron los datos relevantes, la pregunta y posibles formas de resolución.

Entre las preguntas orientadoras están:

¿comprenden cuál es su misión?

¿qué es lo que se desconoce?

¿Cuál es la información o datos de partida?

¿pueden plantear el problema con sus propias palabras?

¿este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

Después que los estudiantes expresaron con sus propias palabras el problema (parafraseo), se solicitó que conformen equipos de cuatro integrantes y se reunieran para comentar las posibles formas de resolverlo.

Durante el acompañamiento realizado a cada uno de los grupos se observó que no presentaron ninguna dificultad en el primer punto del taller Completar la tabla), sin embargo, al comenzar la segunda parte E6 manifestó:

“Esta parte no la entiendo ¿cómo que en cada guacho se siembra dos o tres hileras?”

La profesora intervino diciendo: “alguno de ustedes puede atender la inquietud de E6”.

E8 respondió yo le explico profe.

“Adelante E8” respondió la docente y dibujó un surco en el tablero

“¿No has mirado que en los cultivos de fresa unas matas van por un lado del guacho y por el otro lado va otra mata?”,

E4 intervino diciendo “si, y en los cultivos de cebolla va uno por un lado otro por otro lado y otro en la mitad del guacho”

Nuevamente intervino la docente diciendo “es por eso que los guachos o surcos de cebolla son más anchos”,

E5 levantó la mano y dijo “profe podemos dibujar los guachos y las matas aquí en el salón?”,

La docente respondió: “si creen que este espacio es suficiente, pueden hacerlo.

E5 en representación del grupo 1 dijo: “profe aquí en el salón únicamente nos alcanza 4 metros, podemos ir al patio?

La docente responde: “¿ustedes creen que es posible saber cuántas matas pueden sembrar en 30 metros conociendo cuántas les alcanza en 4 metros?,

E_5 respondió “es que mejor queremos ir al patio”

La docente respondió: “pueden ir al patio, pero déjenme decirles que con la información que tienen se puede resolver el problema”

Mientras, el grupo 03 estuvo atento a lo que dijo la docente y siguió realizando la medida de los 30 metros dentro del salón de manera descontinuada como simulando continuación del surco y dibujando matas según las distancias especificadas en el problema.

20 minutos más tarde, E_1 integrante del grupo uno, manifestó: “profe, en el patio sólo alcanzamos a medir hasta 18 metros”

la docente le respondió: y ¿Cuántas matas alcanzan a sembrar?

E_1 “respondió 120 de fresa, 270 de cebolla y 60 de papa”

La docente dijo: “No crees que con la información que tienen es suficiente para saber cuántas matas alcanzan a sembrar?

E_1 respondió: para las papas y la cebolla sí, pero para las fresas no”,

- ¿Por qué para las papas y la cebolla si, y por qué no para las fresas?

E_1 respondió “no ve que para las cebollas nos alcanza 5 de tres en un metro, esa es más fácil y la papa también es fácil porque van solas”

La docente invitó a todos los estudiantes a reunirse nuevamente en el salón. Una vez reunidos la docente pregunta: ¿Qué grupo tiene la solución del segundo punto de la guía?

E6 uno de los integrantes del grupo que se quedó en el salón respondió: “a nosotros sólo nos falta 2 metros”,

E_1: “nosotros sólo alcanzamos a medir 15 metros”

E_8 respondió: “y nosotros sólo alcanzamos 10”

La docente dijo: “déjenme decirles que ya no tenemos más tiempo para seguir midiendo, así que ustedes miren cómo dan respuesta con la información que tienen”

E_1 intervino diciendo: “ya sé a nosotros nos queda fácil porque medimos 15m y nos falta 15 metros entonces sumamos las matas que nos alcanzaron en 15 metros dos veces”

-muy bien E1, eso es justo lo que quiero que hagan, que analicen para encontrar la solución

E_8, intervino diciendo: a nosotros también nos queda fácil porque 10 +10 +10 es igual a 30 o sea que sumamos lo que tenemos 3 veces”

Muy bien, dijo la docente, ya tenemos dos grupos que encontraron la respuesta

E_1 dijo “Como nosotros medimos hasta 18metros entonces nos faltan 12 metros, podemos mirar el resultado que nos dio hasta 12metros y le sumamos al resultado que ya tenemos”

Muy bien, dijo la docente

E_8 un integrante del grupo que habían realizados las medidas dentro del salón y habían encontrado el número de matas a sembrar hasta 28 metros, sin decir nada se levantó y contó las matas que habían sembrado en los dos primeros metros, luego llamó a los compañeros y les dijo: ya tenemos la solución, a los 28 metros que tenemos le sumamos las matas de los primeros dos metros.

Intervino la docente diciendo “bueno ya tenemos la solución de los dos primeros puntos, ahora continúen con el tercero.

En el tercer punto los cuatro grupos realizaron el cálculo del área sembrada únicamente multiplicando la longitud de los surcos (30 metros) por el número de surcos sembrados, 10 de fresa, 20 de cebolla y 28 de papa, dejando de lado el ancho del surco y el espacio entre los surcos y cuando la docente los invitó a reflexionar sobre la información dada en el problema y la respuesta dada por cada grupo,

E_7 intervino diciendo “la distancia entra surcos no cuenta porque esa no era área sembrada”,

La docente le respondió “si en verdad no se cultiva en los surcos, este si hace parte de un terreno que ya está cultivado y la idea es saber qué área tiene ese terreno.

Anexo L. Taller No.5: "El cumpleaños de Juan"

Indicador de desempeño: reconocer que el volumen, la capacidad y la masa son magnitudes asociadas a figuras tridimensionales.

Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establecer equivalencias entre ellas.

Exploración y fundamentación: por medio de preguntas orientadoras y uso de material concreto (juego didáctico base 10 y recipientes de diferente capacidad y volumen) se les recordó a los estudiantes conceptos como: volumen, capacidad, equivalencia de un litro en mililitros y en centímetros cúbicos, y el concepto de fracción (*primera sección*).

Estructuración y aplicación: se entregó a los estudiantes el siguiente enunciado.

Para la fiesta del cumpleaños de Juan, su mamá compró yogurt de dos sabores diferentes: fresa y durazno, en envases de 3L y 2L respectivamente.

Para servir estos productos se utilizan vasos de capacidad de 200ml ($\frac{1}{5}$ de litro) y 250 ml ($\frac{1}{4}$ de litro). Si a la fiesta asisten 21 invitados; ¿de qué manera debe servir Juan el yogurt para que no le falte ni le sobre?

Se dio un tiempo de 5 minutos para la lectura individual, terminado este tiempo Se inició abordando las etapas planteadas por Polya, para la solución de problemas.

Comprensión del problema

- Docente: ¿hay alguna palabra del enunciado que no entiendan?
- E_5 llamó a la docente para preguntar por la abreviatura 2L.
- Docente: "son dos litros" y continuó diciendo "¿alguien más tiene otra pregunta?"

… Silencio total. Luego ella invitó a los estudiantes a que compartan con el compañero más cercano lo que comprenden de la lectura del problema planteado, por un tiempo de cinco minutos; iniciando así el trabajo en parejas.

Terminado este tiempo la docente preguntó: “¿quién quiere compartir lo que comprendió de la situación problema?”.

-E_2: “que para la fiesta de cumpleaños de Juan han comprado yogurt y que lo debemos repartir entre 21 invitados sin que falte ni sobre?”.

_ “Muy bien”, respondió la docente, y preguntó: “¿eso es todo?”. Mientras diagramaba en el tablero un círculo y en el centro el aporte dado por la estudiante, intervino nuevamente la docente, diciendo “¿Alguien quiere aportar algo más?”.

-E_4: “el yogur es de dos sabores, de fresa y de durazno, y viene en botes de 3 litros y de 2 litros”. La docente escribió este aporte en el tablero y preguntó: “¿hay algo más?” Silencio absoluto.

Preguntó la docente, “¿cuántos litros en total hay que repartir?”.

- E_3: “5 litros”. “Muy bien” dijo la docente, y agregó, “bueno y ¿qué más se conoce del problema?”, … Silencio absoluto; entonces intervino la docente, diciendo, “vamos a leer nuevamente el problema párrafo por párrafo, y recuerden, que, si están en binas, es para colaborarse”.

-La docente inició con la lectura del primer párrafo y preguntó, “¿qué compró la mamá de Juan?”

-Respondieron en coro los estudiantes “dos yogures, de 3 y 2 litros”. La docente dijo: “entonces ¿cuánto yogurt en total compró la mamá?”, respondieron en coro los estudiantes “5 litros”. La docente invitó a continuar leyendo el siguiente párrafo… Terminada la lectura preguntó la docente, “¿en qué se va a repartir el yogurt?”. Respondieron los niños a una sola voz “en unos vasitos”, “sí”, dice la docente, “en unos vasos que tienen una capacidad determinada”, y preguntó, “¿cuál es la capacidad de los vasos?”

- E_3 “200 y 250 ml”;

-la docente intervino diciendo: “tengan en cuenta lo que está entre paréntesis; ¿los que miden 200 ml es un que del litro?”,

- E_5,” un quinto de litro”,

- docente, “o sea si es un quinto de litro ¿cuántos vasos de 200 ml puedo servir de un litro?”,

- E_5, “5 vasos”,

-y “¿Cuántos vasos de 250 ml puedo servir de un litro?”

- E_7 “4 vasos;”

- “muy bien”, dijo la docente. “Ahora bien, ¿cuántos vasos grandes van a salir de fresa?”,

-E_3 ”12”,

-“y ¿cuántos pequeños?”.

- E_6: “15”.

- “ahora miremos para el yogurt de durazno ¿cuántos vasos grandes podemos servir?”

- E_3 “8”.

- “y si servimos en vasos pequeños ¿cuántos podemos servir?”

- E_3 responde “10”;

- “al parecer ya está entendido el problema” y preguntó ¿será que ya podemos darle solución?, pocos estudiantes asintieron con la cabeza y mostraron disposición a seguir trabajando con su compañero en las hojas de trabajo; otros estudiantes simplemente miraron a su compañero, sin dar respuesta alguna.

Concebir un plan:

… La docente al mirar que pocos estudiantes comprendieron completamente el problema, tomó una jarra con un litro de agua, 5 vasos de 200 ml y 4 vasos de 250 ml y de forma práctica mostró a los estudiantes que del litro de agua se pueden servir 5 vasos de 200 ml o 4 vasos de 250 ml; de igual manera pegó en el tablero láminas que representaban los tres litros de yogurt de fresa y los dos litros de yogurt de durazno, y dibujó representaciones de los 4 vasos grandes y los 5 vasos pequeños debajo de cada botella.

La docente preguntó, "¿ahora será que ya podemos dar solución al problema?", los estudiantes a coro respondieron "sí" y comenzaron a trabajar en busca de la solución del problema.

Llevar a cabo el plan:

A la vez que los estudiantes trabajaron en busca de la respuesta, tanto la docente como la tutora pasearon por el salón observando el trabajo de los diferentes grupos; y mientras algunos buscaron la solución sumando cincos y cuatros, otros realizaron dibujos en su cuaderno, y otros tomaron la jarra con agua y empezaron a llenar vasos, simulando envasar los botes de yogur de los dos sabores; hasta alcanzar el número de vasos que solicita el problema; pero aun así habían estudiantes que aún no habían comprendido el problema, porque sumaron 200 + 250, y una pareja de estudiantes no había iniciado el proceso en busca de la solución; en ese momento

-E_3 intervino diciendo "profesora puedo servir 12 de fresa y 10 de durazno",

-la docente, "y según el enunciado del problema, ¿cuántos vasos debes servir?"

-E_3 "21".

- La docente: "y en tu respuesta cuantos suman",

-E_3 "22"

-entonces "sigue intentando servir solo 21".

Después de algunos minutos la docente hizo nuevamente dos preguntas orientadoras. “Si servimos únicamente en vasos pequeños, ¿´cuántos vasos podemos servir? (mientras indicaba cada lámina de litro)

- Los estudiantes respondieron a coro “5, 10, 15, 20, 25”. “¿Y si servimos únicamente en vasos grandes?

-Los estudiantes: “4, 8, 12, 16, 20” … ¿Y cuántos necesitamos? Respondieron en coro: “21”. Después de un momento

-E_3 llamó a la profesora para indicarle el trabajo y dijo “ya lo tenemos, sirve 5 + 4 + 4 +4 + 4”. --

-La docente: “¿y de qué sabores son esos vasos?”

-$E_{3,}$ “fresa, fresa, fresa, durazno y durazno”.

- “Muy bien entonces ¿cuántos son de fresa y cuántos de durazno?”.

-$E_{3,}$ “13 de fresa y 8 de durazno”.

Enseguida E_6 llamó a la docente y dijo “profe a nosotros nos da 22”, indicando la suma 5 + 5 +4 +4 + 4.

-La docente “¿tienen el número de vasos que pide el problema?”.

-$E_{6,}$ “no, me sobra uno”.

- “¿Y tú crees que es posible servir los 21?”,

- E_6 observó su trabajo y respondió, “creo que sí”. Después de dos minutos dijo E_6 “ya lo tenemos profe”.

- “Qué bien y ¿cómo lo lograron?”, preguntó la docente,

-- $E_{6,}$: “solo sumamos 5 una sola vez”. Al momento, otros estudiantes llaman a la docente diciendo “ya tenemos la respuesta”.

Transferencia: la docente inició la puesta en común, cuando ya todos habían terminado de resolver el problema, y, aunque algunos no lo resolvieron correctamente, invitó a los estudiantes a conformar grupos de 4 (uniendo dos parejas- pequeños grupos) para que cada pareja comparta la forma como le dieron solución al problema y en pequeños grupos formulen una síntesis de las diversas soluciones encontradas; además debían nombrar un estudiante para que socialice el trabajo realizado en grupo.

Visión retrospectiva. La profesora invitó a E_3 para que socialice la respuesta de su grupo ante sus compañeros de clase, en el tablero, y, mientras lo hacía, algunos de los compañeros compartían sus experiencias comparando las diferencias y similitudes con la respuesta dada por la estudiante, de esta manera se llevó a cabo la plenaria del trabajo realizado por los diferentes grupos de estudiantes.

Taller No. 6:" Se necesita un arquitecto para el zoológico"

Indicador de desempeño: usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas

Exploración y fundamentación: el taller inició un conversatorio acerca de los conceptos que los estudiantes tienen con relación a la medida del perímetro y el área de una superficie. Posteriormente se entregó una cuadrícula y se solicitó que construyan dos rectángulos que están formados por 36 unidades cuadradas. Posteriormente, motivó a los estudiantes a comparar las dimensiones, perímetro y área de los dos rectángulos construidos.

Estructuración y aplicación: En la etapa de *estructuración y aplicación* se presentó la situación problema: "se necesita un arquitecto para el zoológico". Con el propósito de lograr la comprensión del reto planteado se propuso a los estudiantes hacer la lectura individual de la situación, posteriormente se los invitó a subrayar las palabras que eran desconocidos para ellos, en ese momento se observó que solo una estudiante sacó el diccionario mientras realizaba la lectura, dado un tiempo prudencial, la docente preguntó: ¿qué palabras desconocen?,

E_7 respondió "albergues",

E_4 responde "especialista",

E_9 responde "zoólogo",

E_4 responde "coordenadas";

Después de un momento de silencio la docente preguntó: ¿hay otra palabra?,

Los estudiantes respondieron a una sola voz "NO",

La docente explicó cada una de las palabras escritas en el tablero y una vez terminado, empezó a hacer preguntas orientadoras de tal manera que los estudiantes parafrasearan la situación y de manera conjunta construyeran un esquema del problema, luego la docente solicitó que cada uno piense en una solución del problema. Pasado un tiempo aproximado de 10 minutos la docente invitó a los estudiantes a conformar grupos de cuatro estudiantes y a dar solución al problema, para ello se les entregó un geoplano del tamaño de una cartulina y marcadores.

A la solución del albergue de las jirafas ocupa un medio (½) del terreno ningún grupo presentó problemas, la mayoría de los grupos dividió el terreno por medio de una línea vertical, solo un grupo lo hizo trazando una recta horizontal.

En el punto: el albergue de los leones es un rectángulo cuyo perímetro es de 12 unidades, E_4 invitó a sus compañeros a dibujar un rectángulo de 3 x 4.

La docente al mirar la solución que proponía E_4, preguntó "¿está seguro que un rectángulo de 3x4 tiene un perímetro de 12 cm?

E_4 respondió "sí, porque tiene 12 cuadrados"

La docente le dijo "cuenta el número de lados de cuadrados que bordean el rectángulo", el estudiante hizo lo indicado y contó 14 lados, luego preguntó: ¿por qué si solo tiene 12 cuadrados?,

La docente le explicó la razón.

En otro grupo, E_9 ha realizado un cuadrado de 4x4, argumentando que este cuadrado está rodeado por doce cuadritos y que por lo tanto el perímetro es 12.

La docente guio paso a paso al estudiante para que reflexione sobre su respuesta.

En el grupo 3 E_5 propuso un rectángulo de 6x2, argumentado que si hay 12 cuadrados entonces el perímetro es 12, la docente nuevamente orientó al estudiante para que reflexione sobre la respuesta.

En los puntos: el espacio reservado para los micos es un cuadrado cuya área es de 16 unidades cuadradas, no se presentó mayor dificultad. Únicamente en un grupo, en lugar de dibujar un cuadrado de área 16 unidades cuadradas, dibujaron un rectángulo de 8x2, en los siguientes puntos los estudiantes no presentaron mayor dificultad.

Transferencia: este momento de la clase está vinculado a la última etapa propuesta por Polya: examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, el secretario de cada equipo pegó el plano en una de las paredes del salón y se invitó a todo el grupo a una marcha silenciosa, con el fin de validar los diseños propuestos y validar si cumplen con las condiciones dadas por el zoólogo.

Finalmente, se presentó un video que dura aproximadamente 5 minutos y se solicitó a los estudiantes que validen las soluciones y estrategias utilizadas por los estudiantes de grado 3° de las instituciones Francisco José de Caldas y CEM La Victoria, en la resolución de la misma situación. A partir de la indagación, se llevó a los estudiantes a reflexionar sobre la pertinencia, confiabilidad y eficacia de las estrategias aplicadas.

Recursos**:** geoplano, fotocopias, marcadores, video beam, memoria.

Anexo N. Taller No. 7: "El tesoro del saber"

Indicador de desempeño: plantea y resuelve situaciones en las que se requiere analizar movimientos y transformaciones de diferentes figuras en el plano.

Exploración y fundamentación: inicialmente se propuso a los estudiantes seguir instrucciones de orientación espacial: pasos adelante, atrás, derecha, izquierda y giros.

Al dar estas instrucciones se observó que la mayoría de los estudiantes presentaron dificultad en identificar su derecha y su izquierda, sobre todo cuando están frente a frente con un compañero

Posteriormente se orientó a los estudiantes para que realicen algunos movimientos (rotación y traslación). En el momento de las rotaciones inicialmente la docente dijo a los estudiantes que den giros de media vuelta y vuelta entera, seguidamente se les dijo que den media vuelta por la derecha y media vuelta por la izquierda, aproximadamente la mitad del grupo no tiene claro la dirección del giro.

Después de repetir varias veces la misma actividad y al mirar que todos los estudiantes seguían las instrucciones indicadas, la docente dijo a los estudiantes: "Ahora van a girar 180 grados por la derecha"

E_6 preguntó "¿cómo es 180 grados?"

La docente le respondió: "180° es media vuelta".

E_6 responde "ya entiendo" y realizó el giro solicitado

De manera similar se trabajó para ángulos de 45 grados o cuarto de vuelta y transformaciones (ampliación y reducción), en primer lugar, con su propio cuerpo y posteriormente con figuras planas construidas en el geoplano, dando prioridad a las ampliaciones del doble, el triple y a las reducciones a la mitad.

En esta actividad a medida que se construían las diferentes figuras se les preguntaba inicialmente por el número de lados y de vértices que tenían las figuras antes y después de la ampliación y la reducción, terminada esta actividad la docente dibujó en el tablero un triángulo rectángulo de lados 5 y 6 unidades les dijo a los estudiantes: "quiero que ustedes dibujen este triángulo en el cuaderno, y que luego dibujen otro triángulo de la misma forma y tamaño, pero con una rotación de 180°"

E_7 levantó la mano diciendo: "profe eso no se puede hacer; porque los únicos que podemos rotar somos las personas".

"Claro que no" respondió la docente "ponte de pie y toma tu silla ¿será que tú puedes hacer que la silla tenga un giro de media vuelta?

E_7 respondió "si profe, pero es que con el triángulo me parece más difícil"

La docente le dijo: "pon tu mirada fija en el triángulo e imagina que puede rotar 180° y lo dibujas"

E_4 intervino diciendo: "profe podemos hacerlo en el geoplano, con los resortes y las chinchetas?"

"Claro que sí", respondió la docente, mientras los estudiantes realizaron la construcción y rotación del triángulo.

Se observó que la mayoría de los estudiantes no realizaron en la figura, el giro de los 180°, hubo una tendencia a dibujar 45°, además no conservaron el tamaño y la forma de la figura inicial.

Al mirar esta situación la docente invitó a los estudiantes a conformar grupos de tres integrantes, luego dio las siguientes indicaciones: "de las soluciones que tienen en el grupo, escogen una, la que consideren sea la correcta, después en los dos geoplanos restantes, nuevamente van a construir el triángulo en posición inicial"

_ E_6 ¿Cuál es triángulo inicial?

– "El triángulo que construyó al principio, o sea el que aún está dibujado en el tablero", respondió la docente.

Una vez que los estudiantes construyeron el triángulo inicial, la docente propuso:

- "En el pedazo de cartulina que se les entregó, van a dibujar el triángulo que tienen construido en el geoplano y lo recortan, luego van a dejar un geoplano quieto y en el otro superponen sobre el triángulo construido la figura recortada"

Cuando los estudiantes ya realizaron esta tarea la docente les dijo:

– "ahora van a sujetar con una chincheta uno de los vértices del triángulo y van a girar uno de sus lados suavemente sobre el vértice sujeto un ángulo de 180°"

los niños realizaron la tarea indicada por la docente.

Terminado el trabajo, la docente dijo a los estudiantes:

- "miro que todos han hecho bien el ejercicio y les cuento que han logrado girar su triángulo 180°, ahora quiero que comparen la posición de este nuevo triángulo con el triángulo de la solución inicial presentada por ustedes"

-E_8 comentó: "profe a nosotros nos quedó casi igual, sólo que en lugar diferente"

La docente respondió: "si quedó en un lugar diferente quiere decir que la rotación realizada no cumple con el giro de 180°"

enseguida intervino $E_{2:}$ "profe yo sé una forma más fácil de hacerlo", La docente respondió “cuéntame de que manera es más fácil”

- E_2: “profe primero realizo la figura en el geoplano y luego giro el geoplano el ángulo que usted nos diga”
- La docente respondió: “¿tu si crees que obtienes el mismo resultado?”,
- E_2: “si profe, porque si giro el geoplano también giro toda la figura”

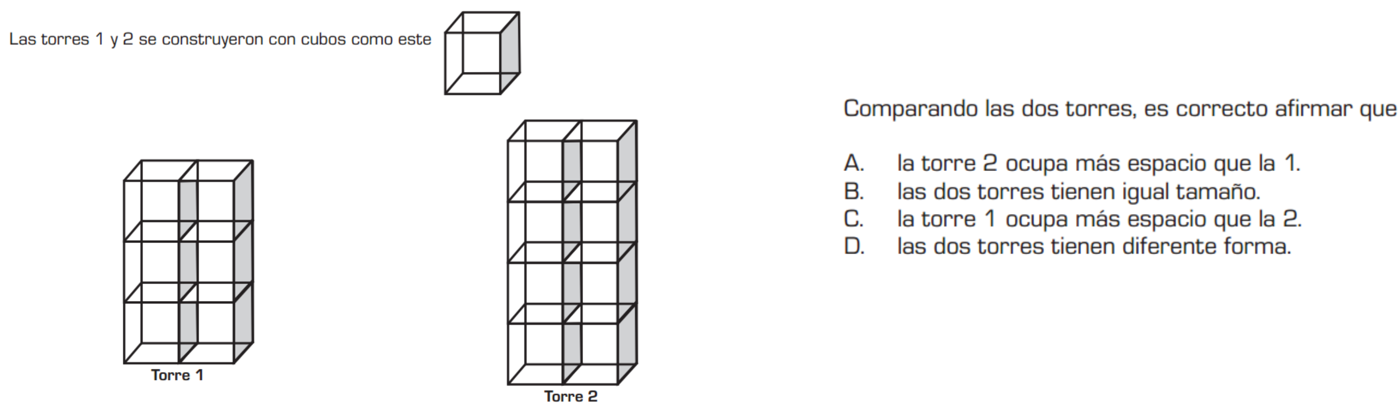
La Docente preguntó a los estudiantes: ¿ustedes creen que lo que dice E_2 es correcto?

La mayoría de los estudiantes dijeron que sí, la docente les dijo:

- “les propongo que dejen quietos dos geoplanos en el que construyeron el triángulo inicial y el que encontraron la rotación del mismo y en el tercer geoplano construyamos nuevamente el triángulo y giremos el geoplano como nos propone E_2.
- Pasados cinco minutos los estudiantes ya habían realizado lo indicado.
- La docente preguntó: “¿obtuvieron el mismo resultado, en los dos casos?”
- E_2 respondió: sí, tienen la misma forma y miran para el mismo lado; pero en otro lugar del geoplano, o sea que no es el mismo resultado”
- La docente respondió: “correcto y eso sucede porque no sólo realizas una rotación sino también una traslación”

Se continúa realizando junto con los estudiantes otros ejemplos de rotación, traslación y reflexión en el geoplano

Estructuración y aplicación: Una estudiante hizo la lectura de una carta que invita a sus compañeros a resolver 12 situaciones problema (ver Anexo P). Se hizo entrega de un baúl que contiene “monedas de oro” y las situaciones para resolver. Se fijó la fecha de socialización en la que cada estudiante debe referirse a los problemas con mayor dificultad y debe compartir las estrategias que usó con frecuencia para la resolución. En este orden de ideas, a partir de este día, al comenzar la clase la docente entregó una situación a cada fila de estudiantes y orientó la resolución. En este primer día se dio inicio a esta tarea entregando a los estudiantes el siguiente enunciado y se solicitó a E_4 que realice la lectura en voz alta



Este momento del taller, se vinculó con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema, a saber:

Comprender el problema: Se invitó a los estudiantes a responder las siguientes preguntas:

¿comprenden cuál es el reto?

¿qué es lo que se desconoce?

¿cuál es la información o datos de partida?

¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?

¿este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

A esta última pregunta E_3 respondió: “esta pregunta la podemos resolver haciendo uso de los centímetros cúbicos que nos trajo la profe en un taller anterior”

- “Por supuesto” dijo la docente
- Cuando los estudiantes armaron las dos torres propuestas en la pregunta, con facilidad dieron la respuesta correcta, entonces la docente solicitó a los estudiantes que dieran su argumento del porque No eran correctas las opciones B, C, y D; a la vez les recordó el nombre de las diferentes partes de un cubo (arista, vértices y caras)

En el Anexo P se comparten las diferentes situaciones planteadas para este taller.

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya: examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, cada día un representante de la fila socializa el problema y su respectiva solución, argumentando el proceso desarrollado. La docente hizo la retroalimentación pertinente y los motivó para que sean ellos quienes formulen un problema de tipo geométrico para resolver en la clase.

Taller No. 8: “Ayudando a Juanito”

Indicador de desempeño: lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia y gráficas de barras, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno. Los siguientes son los momentos que en los que se desarrolla el taller:

Exploración y fundamentación: inicialmente se presentó un pictograma y un diagrama de barras que los estudiantes diseñaron en un taller anterior y se orientó la lectura de estas. A continuación, se realizaron algunas preguntas de interpretación de la gráfica.

Estructuración y aplicación: se propuso a los estudiantes la siguiente situación: Juanito vende postres los domingos frente al colegio. Él desea vender sus postres en la sección de básica primaria en el día de los niños; para ello desea conocer cuál es el sabor del postre preferido por los estudiantes de los grados 1°, 2°, 3°, 4° y 5°. Se invitó a los estudiantes a ayudarle a Juanito a encontrar la respuesta.

La docente después de presentar la situación problema preguntó los estudiantes “¿está entendida la tarea?”.

E_8 respondió “No profe ¿qué es lo que tenemos que hacer?,

La docente preguntó al grupo: “¿quién le dice al compañero lo que tenemos que hacer? “

E_5 respondió “ir a los salones de primaria a preguntarle a cada estudiante sobre el postre que les gusta más”.

E_6 preguntó ¿y cómo los ordenamos?

Intervino E_3 diciendo “yo sí sé, haciendo grupos de los que les gusta el mismo sabor”.

La docente respondió: “correcto”, pero para facilitarles la tarea les entregó unas fichas para que organicen los datos y continúo diciendo: “para esta tarea vamos a conformar grupos de cuatro estudiantes y cada grupo hará la encuesta en un solo grado”.

Media hora más tarde el grupo se reunió nuevamente;

E_6 pregunta ¿y ahora qué hacemos con estas respuestas que nos dieron?

La docente respondió: "esa información que obtuvieron la llamaremos datos recolectados".

E_6 preguntó ¿entonces qué hacemos con esos datos?

La docente respondió "la van a representar en gráficas como lo realizó la tutora al inicio de la clase.

E2 preguntó "¿o sea que primero realizamos una tabla?".

La docente respondió: "pueden iniciar con la tabla y luego hacen el diagrama en el geoplano".

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya: examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, los estudiantes socializaron las fichas elaboradas y respondieron a las preguntas de análisis que se plantearon.

Recursos: fichas de colores rotuladas con cada etapa, imágenes, geoplano

Fuentes: Proyecto Estadística. Kit de herramientas Pioneros.

Con el propósito de establecer categorías de análisis de lo descrito en los talleres anteriores se elaboraron las tablas 5, 6, 7 y 8, y se codificaron las intervenciones de los estudiantes de la siguiente manera:

- E1…E17 corresponde al código de cada estudiante
- T1…T8 indica el número de taller en el cual se realizó la intervención.

Por ejemplo, E_{1T1}: relaciona la participación del estudiante 1 en el taller 1

Tabla 4. Hallazgos-intervención y resultados encontrados en torno al pensamiento numérico

	Hallazgos	Intervención	Resultados
Talleres Numérico - Taller 1: La aventura del oro Taller 2: Jugando a multiplicar **Proceso específico** Comprensión de los números y de la numeración (uso de valor posicional). Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones (cálculo mental). Comprensión del concepto y uso de las operaciones	Taller 1. Al terminar la lectura de la situación E_{5T1} pregunta: ¿profe qué tenemos que hacer? $E_{4\ T1}$ pregunta: ¿profe hay que sumar o hay que restar? Cuando la docente pregunta ¿Cómo deben ir agrupadas esas piezas en el baúl?, responde $E_{2T1:}$ en forma cuadrada E_{5T1} pregunta ¿profe cierto que sólo hacemos tres cajas rectangulares, porque el 432, sólo tiene 3 decenas?	Taller 1. Para lograr la comprensión del problema a partir de preguntas orientadoras se logró el parafraseo del reto propuesto Para comprender la representación del número, se hizo uso de material concreto (base 10). Después de la manipulación y el conteo, lograron hacer el diagrama respectivo. Se hizo retroalimentación permanente en cada equipo de trabajo, haciendo énfasis en la descomposición numérica	Taller 1. Después de insistir en una nueva lectura y con el uso del parafraseo, E_{1T1} afirma que el reto propuesto es “llevar un tesoro y que no nos roben los piratas” Después de la manipulación de material concreto (base 10) E_{3T1} pregunta: ¿podemos dar la respuesta dibujando cuadrados y rectángulos?” Al finalizar el desarrollo de las etapas propuestas por Polya, se invitó a compartir el proceso y solución encontrada: Inició el grupo uno con la estudiante $E_{6T1,}$ “mi grupo se llama Piratas, nosotros sacamos 35 monedas de oro para escribir nuestro nombre, por eso nos quedó para guardar en el baúl 398 monedas de oro, al carpintero le pedimos 3 cajas cuadradas y 9 rectangulares, y al carpintero le pagamos 7 monedas de oro, gracias”.
Indicadores de desempeño Construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación. Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición y transformación Selecciona y aplica estrategias para la resolución de problemas que requieren el uso de la multiplicación	Taller 2. Después de plantear una situación problema inicial de proporcionalidad directa, E_{3T2} interviene diciendo “profesora no entiendo”, ¿qué hay que hacer, una suma o una resta? Cuando la docente manifiesta las diferentes posibilidades de resolverlo. E_{3T2} dice, “con multiplicación no puedo porque no me sé las tablas de multiplicar,	Taller 2. Para lograr la comprensión de situaciones de proporcionalidad simple, se utilizaron las siguientes estrategias: Preguntas orientadoras: ¿Cuál es el valor que se desconoce?, ¿cuál es la información o datos de partida?, ¿este problema se parece a otro que hayan resuelto antes? Manipulación de material concreto Uso de Naipe multiplicativo	Taller 2. A la situación planteada E_{3T2} responde: “voy a sumar \$100 más \$100 hasta llegar a \$1200” Con una de las fichas de naipe multiplicativo que se entregó a los estudiantes, E3T2 planteó la siguiente situación: “para hacer una jarra de jugo de naranja se necesitan 3 naranjas. ¿Cuántas naranjas se necesitan para hacer 7 jarras?” La docente respondió muy bien, ahora dime ¿cuántas naranjas necesitas? El estudiante E_{3T2} respondió: se necesitan 21 naranjas

Tabla 5. Hallazgos-intervención y resultados encontrados en torno al pensamiento métrico

	Hallazgos	**Intervención**	**Resultados**
Talleres - Taller 3: ¿Todo se puede medir? - Taller 4: Visita a la parcela de Don Carlos - Taller 5: El cumpleaños de Juan **Proceso específico** - Estimación de magnitudes. - Selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos - Comprensión de los procesos de conservación de magnitudes. **Indicadores de desempeño** - Reconoce atributos medibles y hace estimaciones de longitud, área, volumen, peso y tiempo según su necesidad en la situación. - Realiza procesos de medición usando patrones arbitrarios e instrumentos estandarizados. - Hace estimaciones de longitud y área según	A la pregunta ¿todo se puede medir?, los estudiantes responden: E_{2T3}: "se puede medir el largo y el ancho del tablero" E_{4T3}: "se puede medir el largo y el ancho de la puerta" E_{7T3}: "se puede medir el largo y el ancho de la mesa" Cuando se plantea el reto de encontrarle el perímetro de una figura, E_{9T3} pregunta: ¿y cómo lo vamos a medir si no hay metro ni regla? E_{11T3}: "profe no se puede medir, porque no tenemos metro" E_{12T3}: "si medimos con clips a todos nos va a dar diferente" E_{1T3}: "¿profe puedo medir poniendo cuadrados, dentro de la casa?" Cuando se solicita estimar cuántas unidades (triángulos rectángulos) se necesitan para recubrir una superficie, los niños responden: E_{5T3}: "eso no se puede, porque los triángulos tienen una forma y la casa otra" Cuando se solicita estimar la cantidad de unidades cúbicas (1cm3) alcanzan en un cubo grande (27 cm3) los estudiantes responden: E_{3T3} "alcanzan 9 cubitos" La docente pregunta "¿están seguros?", a la vez que gira la caja frente a ellos, E_{7T3} dice "alcanzan más". La profesora pregunta "¿cuántos más? E_{7T3} responde "creo que alcanzan 18".	Se sugirió utilizar la estrategia de ensayo error, comparando una magnitud con uno de los instrumentos de medida dispuestos para tal fin. Para resolver la situación los estudiantes pegaron sobre el contorno de la figura clips, palillos, pedazos de lana, cinta y comparando los resultados llegaron a usar la regla para mayor precisión. Las estrategias utilizadas fueron: buscar patrones, ensayo error y uso de material concreto. Teniendo en cuenta los errores de estimación, se propuso a los estudiantes comprobar el área superponiendo la unidad de medida dada. La estrategia utilizada por ellos fue completar cuadrados con los triángulos rectángulos, superponerlos y contarlos. La docente los invita a que tomen los triángulos y a recubran la figura. Partiendo del error de estimación se propuso a los estudiantes organizar dentro de la caja, los cubitos de tal manera que la llenen completamente. En los casos anteriores, los estudiantes partieron del uso de material concreto hasta llegar a encontrar una fórmula para calcular perímetro, área y volumen respectivamente.	Los estudiantes manifestaron que los resultados obtenidos en las mediciones realizadas al dibujo son diferentes, la profesora preguntó ¿por qué? E_{5T3} respondió "porque a mí me dio 14 palillos y a E_{3T3} 29 clips y a E_{7T3} 25 borradores". A partir de preguntas orientadas por la docente los estudiantes concluyen que: E_{5T3}: "al usar los objetos que habían en la mesa se tuvieron diferentes resultados, pero representan lo mismo porque las medidas de la casa no cambian". Terminada la tarea, E_{4T3} concluye diciendo "si queremos también la podemos recubrir con cuadrados porque dos triángulos forman un cuadrado. E_{4T3} expresa: "profe hay 26 triángulos o sea 13 cuadrados". Terminada la tarea anterior la docente interviene diciendo: "entonces recordemos ¿cuántos centímetros cúbicos me alcanzan en cada caja, de 3 cm de lado?" El estudiante E_{5T3} respondió " 27 cm3

su necesidad en la situación.	**Hallazgos**	**Intervención**	**Resultados**
- Reconoce que para medir la capacidad se hacen comparaciones con la capacidad de recipientes de diferentes tamaños.	Taller 4. En el momento de la compresión del problema la palabra que para la mayoría de los estudiantes fue desconocida era “surcos” al comenzar la segunda parte $E_{6\,T4}$ manifestó “esta parte no la entiendo ¿cómo que en cada guacho se siembra dos o tres hileras?” E_{1T4} integrante del grupo uno, manifiesta “profe en el patio solo alcanzamos a medir hasta 18 metros” E_{1T4} responde para las papas y la cebolla sí, pero para las fresas no”, E_{1T4} “no ve que para las cebollas nos alcanza 5 de tres en un metro, esa es más fácil y la papa también es fácil porque van solas”	Taller 4. La profesora explicó que los surcos eran hileras de montones de tierra con un canal en el medio por donde pasa el agua de riego o por donde caminan las personas en un cultivo, a la vez que realizaba un dibujo en el tablero. La docente solicitó a un estudiante leer la situación problema en voz alta, seguidamente el grupo de estudiantes hizo un parafraseo del problema, y a partir de las preguntas propuestas por Polya para la comprensión del problema, se identificaron los datos relevantes, la pregunta y posibles formas de resolución. Entre las preguntas orientadoras están: ¿comprenden cuál es su misión?, ¿qué es lo que se desconoce? ¿cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el problema con sus propias palabras?, ¿este problema se parece a otro que hayan resuelto antes? La profesora intervino diciendo “alguno de ustedes puede atender la inquietud de E6”. ¿Cuántas matas alcanzan a sembrar en los 18 metros? “No crees que con la información que tienen es suficiente para saber cuántas matas alcanzan a sembrar? ¿Cuál grupo tiene la solución del segundo punto de la guía? - Ustedes miren como dan respuesta con la información que tienen”.	Taller 4. Los estudiantes en coro dijeron “eso es un guacho”. Durante el acompañamiento realizado a cada uno de los grupos se observó que no presentaron ninguna dificultad en el primer punto del taller (completar la tabla), E_{8T4} respondió yo le explico profe; tomo el marcador y en tablero dibujo un surco “No has mirado que en los cultivos de fresa unas matas van por un lado del guacho, y por el otro lado va otra mata”, E_{4T4} interviene diciendo “sí, y en los cultivos de cebolla va uno por un lado otro por otro lado, y otro en la mitad del guacho” **“**profe podemos dibujar los guachos y las matas aquí en el salón?” E_{1T4} “120 de fresa, 270 de cebolla y 60 de papa”, “a nosotros solo nos falta 2 metros”, E_{1T4} “nosotros solo alcanzamos a medir 15 metros”, -E_{8T4} responde “y nosotros solo alcanzamos 10 metros”, “ya sé, a nosotros nos queda fácil porque medimos 15m y nos falta 15 metros entonces sumamos las matas que nos alcanzó en 15 metros dos veces” E_{8T4}, interviene diciendo a nosotros también nos queda fácil porque 10 +1 0 +10 es igual a 30 o sea que sumamos lo que tenemos 3 veces” E_{7T4} dice “Como nosotros medimos hasta 18metros entonces nos faltan 12 metros, podemos mirar el resultado que nos dio hasta 12metros y le sumamos al resultado que ya tenemos”, “a los 28 metros que tenemos le sumamos las matas de los primeros dos metros”.

	Hallazgos	Intervención	Resultados
	Taller 5. En el momento de la compresión del problema. -E_{5T5} llamó a la docente para preguntar por la abreviatura 2L Ante algunas preguntas hechas por la docente, en repetidas ocasiones hay en el grupo -… Silencio total. - “al parecer ya está entendido el problema” -pocos estudiantes asintieron con la cabeza, otros estudiantes simplemente miraron a su compañero, sin dar respuesta alguna. aun así, había estudiantes que aún no habían comprendido el problema, porque sumaron 200 + 250, y una pareja de estudiantes no había iniciado el proceso en busca de la solución; -E_{3T5} intervino diciendo “profesora puedo servir 12 de fresa y 10 de durazno”,	Taller 5: ¿hay alguna palabra del enunciado que no entiendan? “¿alguien más tiene otra pregunta?” “¿quién quiere compartir lo que comprendió de la situación problema?”. “¿Alguien quiere aportar algo más?”. “vamos a leer nuevamente el problema párrafo por párrafo, y recuerden, que, si están en binas, es para colaborarse”. La docente tomó una jarra con un litro de agua, 5 vasos de 200 ml y 4 vasos de 250 ml y de forma práctica mostró a los estudiantes que del litro de agua se pueden servir 5 vasos de 200 ml o 4 vasos de 250 ml; de igual manera pegó en el tablero láminas que representaban los tres litros de yogurt de fresa y los dos litros de yogurt de durazno, y dibujó representaciones de los 4 vasos grandes y los 5 vasos pequeños debajo de cada botella. Ante las respuestas incorrectas la docente invitó a los estudiantes a reflexionar sobre sus desaciertos ¿cuántos son de fresa y cuántos de durazno?”	Taller 5: E_{2T5}: “que para la fiesta de cumpleaños de Juan han comprado yogurt y que lo debemos repartir entre 21 invitados sin que falte ni sobre? -E_{4T5}: “el yogur es de dos sabores, de fresa y de durazno, y viene en botes de 3 litros y de 2 litros”. Mientras algunos buscaron la solución sumando cincos y cuatros, otros realizaron dibujos en su cuaderno, y otros tomaron la jarra con agua y empezaron a llenar vasos, simulando envasar los botes de yogur de los dos sabores; E_{3T5} llamó a la profesora para indicarle el trabajo y dijo “ya lo tenemos, sirve 5 + 4 + 4 +4 + 4”. E_{3T5}, “fresa, fresa, fresa, durazno y durazno”. E_{3T5}, “13 de fresa y 8 de durazno”.

Tabla 6. Hallazgos-intervención y resultados encontrados en torno al pensamiento espacial

	Hallazgos	Intervención	Resultados
Talleres Taller 6: Se necesita un arquitecto para el zoológico Taller 7: El tesoro del Saber **Proceso específico** Representación Visualización. **Indicadores de desempeño** Usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas Plantea y resuelve situaciones en las que se requiere analizar las transformaciones y movimientos de diferentes figuras en el plano.	Taller 6. Después de la lectura individual de la situación problema, la docente preguntó: ¿qué palabras desconocen?, $E_{7\ T6}$ respondió “albergues”, E_{9T6} respondió “zoólogo”, E_{4T6} respondió “coordenadas”; Cuando la docente propone construir los albergues se evidenciaron mayores dificultades en el caso relacionado con la construcción de un rectángulo cuyo perímetro es de 12 unidades: E_{4T6} invita a sus compañeros a dibujar un rectángulo de 3 x 4. En otro grupo, E_{9T6} ha realizado un cuadrado de 4x4, argumentando que este cuadrado está rodeado por doce cuadritos y que por lo tanto el perímetro es 12. En el grupo 3 $E_{5\ T6}$ propone un rectángulo de 6x2, argumentado que si hay 12 cuadrados entonces el perímetro es 12,	Taller 6. Se invitó a los estudiantes a subrayar las palabras mencionadas y encontrar su significado en el diccionario. La docente orientó la aplicación de estrategias como: uso del geoplano, representación gráfica, ensayo error.	Taller 6. Los estudiantes compartieron los significados encontrados en el diccionario y uno de ellos parafraseó el reto, así: E_9T_6 “debemos hacer un dibujo de los albergues de los animales con las medidas dadas”. La docente invitó al estudiante a contar los lados de los cuadraditos del contorno del rectángulo: el estudiante hace lo indicado y cuenta 14 lados, luego pregunta: “¿por qué si solo tiene 12 cuadrados?”, Con la orientación de la docente y el uso del geoplano, los estudiantes modelaron la situación: E_{9T6} manifestó “hagamos un rectángulo de 5 cuadritos de largo y 1 cuadrito de ancho”. E_{5T6} manifestó “ya sé cómo hacer: 4 cuadritos de un lado y 2 del otro”. La docente hizo énfasis en la necesidad de centrar la atención en la figura dada y visualizarla desde diferentes posiciones.
	Taller 7 En el momento de exploración se observó que la mayoría de los estudiantes presentaron dificultad en identificar su derecha y su izquierda, sobre todo cuando están frente a frente con un compañero	Taller 7. Inicialmente la docente dijo a los estudiantes que den giros de media vuelta y vuelta entera, seguidamente se les dijo que den media vuelta por la derecha y media vuelta por la izquierda	Taller 7. $E_{6\ T7}$ respondió “ya entiendo” y realizó el giro solicitado $E_{4\ T7}$ intervino diciendo “profe podemos hacerlo en el geoplano,

	Aproximadamente la mitad del grupo inicialmente no tuvo claro los conceptos de dirección y giro, E_{6T7} pregunta "¿cómo es 180 grados?" $E_{7\ T7}$ levanta la mano diciendo "profe eso no se puede hacer; porque los únicos que podemos rotar somos las personas", $E_{7\ T7}$ responde "si profe, pero es que con el triángulo me parece más difícil", Se observó en la mayoría de casos que los estudiantes no realizaron en la figura, el giro de los 180°, hay una tendencia a dibujar 45°, además No conservaron el tamaño y la forma de la figura inicial. $E_{6\ T7}$ ¿Cuál es triángulo inicial? $E_{8\ T7}$ comenta "profe a nosotros nos quedó casi igual, solo que en lugar diferente" $E_{2\ T7}$ "profe primero realizo la figura en el geoplano, y luego giro el geoplano el ángulo que usted nos diga" E_{2T7} "si profe, porque si giro el geoplano también giro toda la figura" La mayoría de los estudiantes dicen que sí,	luego de repetir varias veces la misma actividad y al mirar que todos los estudiantes seguían las instrucciones indicadas, la docente dijo a los estudiantes. "Ahora van a girar 180 grados por la derecha" "quiero que ustedes dibujen este triángulo en el cuaderno, y que luego dibujen otro triángulo de la misma forma y tamaño, pero con una rotación de 180°" "ponte de pie y toma tu silla ¿será que tú puedes hacer que la silla tenga un giro de media vuelta? "de las soluciones que tienen en el grupo, escogen una, la que consideren sea la correcta, luego en los dos geoplanos restantes, nuevamente van a construir el triángulo en posición inicial" "en el pedazo de cartulina que se les entregue´, van a dibujar el triángulo que tienen construido en el geoplano y lo recortan, luego van a dejar un geoplano quieto y en el otro superponen sobre el triángulo construido la figura recortada", cuando los estudiantes ya realizaron esta tarea la docente les dijo "ahora van a sujetar con una chincheta uno de los vértices del triángulo y van a girar uno de sus lados suavemente sobre el vértice sujeto un ángulo de 180°" ahora quiero que comparen la posición de este nuevo triángulo con el triángulo de la solución inicial presentada por ustedes" "¿creen que obtienes el mismo resultado?", - ¿ustedes creen que lo que dice E2 es correcto? "les propongo que dejen fijos dos geoplanos en el que construyeron el triángulo inicial y el que encontraron la rotación del mismo, y que en el tercer geoplano construyan nuevamente el triángulo y que giren el geoplano como nos propone E2 "¿obtuvieron el mismo resultado, en los dos casos?	con los resortes y las chinchetas?", "miro que todos han hecho bien el ejercicio y les cuento que han logrado girar su triángulo 180° - $E_{3\ T7}$ respondió si tienen la misma forma y miran para el mismo lado; pero en otro lugar del geoplano, o sea que no es el mismo resultado" $E_{3\ T7}$ "esta preguntó la podemos resolver haciendo uso de los centímetros cúbicos que nos trajo la profe en un taller anterior"

Tabla 7. Hallazgos-intervención y resultados encontrados en torno al pensamiento aleatorio

	Hallazgos	Intervención	Resultados
Talleres Taller 8: Ayudando a Juanito **Proceso específico** - Reunir y organizar datos. - Diagramar sistemas de datos. - Analizar sistemas de datos. **Indicadores de desempeño** - Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia y gráficas de barras, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno.	Al plantear la situación los niños manifiestan algunas inquietudes: E_{8T8} preguntó "¿qué es lo primero que tenemos que hacer?" Terminada la fase de recolección; E_{8T8} pregunta "¿y ahora qué hacemos con estas respuestas que nos dieron?" Cuando la docente propuso hacer la gráfica respectiva, E_{2T8}pregunta "¿o sea que primero realizamos una tabla?".	Se propuso a los estudiantes reformular el problema, de tal manera que se resuelva por etapas. Se propuso lo siguiente: 1 encuesta en los grados de primero a quinto 2. una lista de datos y construyeron una tabla 3. construyeron la gráfica con el uso de un geoplano.	El estudiante E_{5T8} explica a sus compañeros la primera tarea: "ir a los salones de primaria a preguntarle a cada estudiante sobre el postre que les gusta más". E estudiante E_{6T8} pregunta ¿y cómo los ordenamos? Interviene E_{3T8} diciendo "yo sí sé, haciendo grupos de los que les gusta el mismo sabor". Cuando se solicita hacer la gráfica E_{2T8} manifiesta "o sea que primero realizamos una tabla y después unas barras".

8.4 Interpretación de resultados obtenidos, por los estudiantes de grado 3° en prueba post-test

Con el fin de hacer seguimiento a los aprendizajes y evaluar el impacto de los talleres desarrollados en los estudiantes, se realizaron dos pruebas post-test, una a mediados del mes de octubre y otra al finalizar el año escolar 2017. Los resultados de esta última prueba se presentan en la Tabla 8.

Tabla 8. Resultados de la prueba post-test final

N°	Pensamiento	Proceso	Nivel de desempeño
1	Espacial	Razonamiento	83.3% Resuelve situaciones donde intervienen movimientos en el espacio.
2	Espacial	Modelación	66.7% Elabora modelos de figuras bidimensionales
3	Espacial	Modelación	77.8% El estudiante identifica las características de una figura triangular
4	Espacial	Modelación	94.4% Elabora modelos de figuras bidimensionales
5	Geométrico	Comunicación, representación y modelación	72.2% Describir características de figuras que son semejantes o congruentes entre sí.
6	Numérico	Razonamiento	77.8% Reconoce equivalencias en agrupamientos múltiples en el sistema de numeración decimal.
7	Numérico	Razonamiento	77.8% Representa números de tres cifras con el sistema de numeración decimal y reconoce el valor relativo de sus cifras.
8	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problemas	50.0% Resuelve problemas donde la multiplicación se utiliza como una suma reiterada.
9	Numérico	Razonamiento	77.8% Compone aditivamente un número.
10	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problemas	72.2% Resuelve problemas de división
11	Numérico	Comunicación	27.8% Representa números hasta de dos cifras con el sistema de numeración decimal y reconoce el valor relativo y absoluto de sus cifras.
12	Espacial	Razonamiento	72.2 Resuelve situaciones donde intervienen movimientos en el espacio.
13	Métrico	Formulación tratamiento y resolución de problemas	50% Utiliza un tercer elemento para comparar objetos según su longitud usando medidas no convencionales, haciendo uso de la transitividad entre medidas.
14	Métrico	Comunicación	94.4 % Establecer correspondencia entre objetos o eventos y patrones o instrumentos de medida.
15	Métrico	Comunicación	66.7 % Establecer correspondencia entre objetos o eventos y patrones o instrumentos de medida.
16	métrico	Razonamiento	72.2% Reconoce formas geométricas que cubren exactamente una figura dada (patrones de medida)
17	Aleatorio	Comunicación, representación y modelación	88.9 % Representar un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretar lo que un diagrama de barras determinado representa.
18	Aleatorio	Comunicación, representación y modelación	50.0 % Describir características de un conjunto a partir de los datos que lo representan.
19	Aleatorio	Razonamiento y argumentación	72.2 % Describir tendencias que se presentan en un conjunto a partir de los datos que lo describen.
20	Aleatorio	Razonamiento y argumentación	88.9 % Resolver problemas a partir del análisis de datos recolectados.
21	Aleatorio	Formulación tratamiento y resolución de problemas	83.3 % Resolver problemas a partir del análisis de datos recolectados.

9. Discusión de resultados

El desarrollo de esta investigación constituyó una oportunidad para validar, desde la postura teórica asumida, los resultados obtenidos en el estudio y desde allí hacer inferencias sobre la temática de indagación.

En primer lugar, en el diagnóstico, tanto en la prueba como en el taller aplicado a los estudiantes (ver Anexos E y G), se observó que el 78% tuvo escasa comprensión lectora de textos matemáticos, lo cual incidió negativamente en el aprendizaje de las matemáticas y, en especial, en la resolución de problemas. Tal como lo expresa Schoenfeld (1985) “La claridad en el entendimiento del problema resulta determinante en el proceso de resolver problemas” (p.252). En efecto, se observó que cuando un estudiante se enfrentaba a una situación problema, o bien asumía el reto de resolverlo y persistía hasta encontrar la solución, o, por el contrario, simplemente decidía abandonarlo. Esta decisión dependió, en gran medida, del nivel de comprensión que lograba durante el proceso de lectura de las situaciones planteadas.

En consecuencia, está fuera de toda duda, que no es posible resolver un problema si no hay compresión del texto que lo implica y de los aspectos a desarrollarse para la solución del mismo.

A partir de los hallazgos recurrentes en el desarrollo de los talleres, se identificaron los elementos de análisis que se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Elementos de análisis en la resolución de problemas encontrados en los talleres desarrollados

Comprensión	**Modelación**	**Aplicación**	**Validación**
(Fase 1)	(Fase 2)	(Fase 3)	(Fase 4)
- Fluidez lectora - Calidad de lectura - Uso de lenguaje matemático - Interpretación de textos continuos y discontinuos - Uso de vocabulario	- Uso de los tipos de representación de las situaciones problema	- Uso recurrente de algoritmos - Conocimiento de heurísticas	- Argumentación del porqué y del cómo la resolución del problema - Análisis de si es posible resolver el problema de otro modo

Cuando se hizo recurrente en los estudiantes la pregunta: "qué tengo que hacer", se orientó el uso de estrategias como: Lectura en voz alta de la situación problema, subrayado de: términos desconocidos, de los datos y de la pregunta; uso del diccionario, parafraseo de la situación a partir de las preguntas planteadas por Polya. De la misma manera, se dedicó el tiempo suficiente a la etapa de exploración, con el fin de esclarecer inquietudes y hacer la fundamentación requerida para que los estudiantes establezcan las conexiones entre los saberes previos y el reto propuesto.

Dada la dificultad para hacer uso de los tipos de representación de las situaciones problema en los momentos de la concepción y ejecución del plan, se promovió la aplicación de heurísticas, tales como: uso de material concreto, representación gráfica, ensayo-error, hacer un dibujo, construir una tabla, hacer una lista de datos, uso de algoritmos, entre otras), en coherencia con el tipo de problema propuesto, a saber: numérico, geométrico, de medidas o de tratamiento de datos.

Finalmente, los estudiantes socializaron las soluciones encontradas, *argumentando los* procesos desarrollados y examinaron *la solución obtenida.* Esta etapa se realizó con la participación del grupo total y estuvo mediada por el docente, quien utilizó una variedad de preguntas retadoras a los estudiantes, promoviendo el aprendizaje a través del debate.

En uno de los talleres, esta fase se complementó mostrando videos de los estudiantes de otras instituciones de grado 3°, resolviendo la misma situación. Esto con el propósito de analizar la pertinencia de la forma en que resolvían el problema otros niños y descubrir nuevos caminos de resolución. En el caso presentado, los estudiantes pudieron constatar que existían diversas formas correctas de dar solución. Esta estrategia propuesta por Schoenfeld, fue pertinente porque despertó el interés de los estudiantes por conocer nuevos caminos de solución.

Lo anteriormente descrito se fundamenta en una de las afirmaciones de Cantoral et al. (2005) “Hemos dicho que el pensamiento matemático se desarrolla entre los estudiantes en la medida en que ellos estén en condiciones de tomar el control de sus propias actividades matemáticas organizadas por su profesor” (p.56).

Es importante mencionar que, en cada una de las etapas descritas anteriormente, se movilizaron los procesos generales que contribuyen al desarrollo de pensamiento matemático y que se definen de la siguiente manera en el documento de *Estándares Básicos de Competencia*s: (MEN, 2006):

Razonamiento: “Percibir regularidades y relaciones, hacer predicciones y conjeturas, justificar o refutar esas conjeturas, dar explicaciones coherentes proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones” (p.54).

Comunicación: “lenguajes con los que expresa y representa, se leen y escriben, se habla y se escucha” (p.54).

Modelación: “sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla comprensible” (p.52).

La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos: "construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutinas, - algoritmos" (p.55).

También es importante resaltar la motivación que los estudiantes demostraron cuando se desarrollaron actividades *en parejas, en pequeños grupos y en grupo total*, como lo propone González (2004). De la misma manera, las pruebas aplicadas tanto en el mes de octubre como también al finalizar el año escolar (ver desde Anexo T hasta Anexo V) permitieron observar la mejoría en el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas correspondientes a cada pensamiento, que se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10. Comparación del nivel de desempeño de los estudiantes antes y despues de la intervención pedagogica.

Pensa-miento	Proceso temporal	Antes de la implementación de la estrategia	Después de la implementación de la estrategia
numérico	- Comprensión de los números y de la numeración (uso de valor posicional).	- El 11% de los estudiantes construyeron diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.	- 77.8% de los estudiantes construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.
	- Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones (cálculo mental).	- El 6% interpretaba, formulaba y resolvía problemas aditivos de composición y transformación	- 77.8% compone aditivamente un número - 72.2% resuelve situaciones multiplicativas entre dos cantidades
	- Comprensión del concepto de las operaciones	- El 0% de los estudiantes resuelven problemas donde la multiplicación se utiliza como una suma reiterada	- 50.0% Resuelve problemas donde la multiplicación se utiliza como una suma reiterada
espacial	- Visualización.	- El 11% de los estudiantes resuelve situaciones donde intervienen movimientos en el espacio. - El 6% de los estudiantes identifica características que posee una figura bidimensional	- 83.3% de los estudiantes resuelve situaciones donde intervienen movimientos en el espacio - El 77.8% de los estudiantes identifican las características de una figura bidimensional
	- Representación.	- El 6% de los estudiantes elabora modelos de figuras bidimensionales	- 94.4% Elabora modelos de figuras bidimensionales
métrico	- Estimación de magnitudes	- El 17% de los estudiantes estima medidas con patrones arbitrarios	- El 50% de los estudiantes utiliza un tercer elemento para comparar objetos según su longitud usando medidas no convencionales, haciendo uso de la transitividad entre medidas.
	- Selección de unidades de medida, de	- El 11% de los estudiantes desarrolla procesos de medición	- El 72.2% de los estudiantes reconoce formas geométricas que

	patrones y de instrumentos	usando patrones e instrumentos estandarizados	cubren exactamente una figura dada (patrones de medida)
	- Comprensión de los procesos de conservación de magnitudes	- El 6% de los estudiantes establece correspondencia entre objetos o eventos y patrones o instrumentos de medida.	- El 66.7 % de los estudiantes establecen correspondencia entre objetos o eventos y patrones o instrumentos de medida.
aleatorio	- Reunir y organizar datos	- El 11% de los estudiantes describe características de un conjunto a partir de los datos que lo representan	- El 50.0 % de los estudiantes describe características de un conjunto a partir de los datos que lo representan.
	- Diagramar sistemas de datos.	- El 17 % de los estudiantes representa un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretan lo que un diagrama de barras determinado representa.	- El 88.9 % de los estudiantes representa un conjunto de datos a partir de un diagrama de barras e interpretan lo que un diagrama de barras determinado representa.
	- Analizar sistemas de datos.	- El 11 % de los estudiantes describe tendencias que se presentan en un conjunto a partir de los datos que lo describen. - El 6 % de los estudiantes resuelven problemas a partir del análisis de datos recolectados.	- El 72.2 % de los estudiantes describe tendencias que se presentan en un conjunto a partir de los datos que lo describen. - El 88.9 % de los estudiantes resuelven problemas a partir del análisis de datos recolectados.

Finalmente se confirma lo planteado por Guzmán (2007) en el sentido que, en la resolución de problemas, una estrategia didáctica tiene como intención pedagógica claramente definida, fortalecer el pensamiento matemático. Para lograr esto, se desarrollaron ocho talleres, previamente planificados, en correspondencia con las etapas propuestas por Polya para la resolución de problemas.

En cada etapa el estudiante determinó las relaciones que existen entre los objetos matemáticos, desarrolló procesos de pensamiento, tanto generales como específicos, reflexionaron, de manera permanente, sobre la pertinencia de las estrategias utilizadas y valoraron el uso de las matemáticas cuando se enfrenten a problemas tomados directamente del contexto.

Así mismo, el uso de material concreto se convirtió en una heurística de vital importancia para fortalecer cada tipo de pensamiento. Como se observó, en el desarrollo de los talleres siempre hubo, material didáctico disponible y material base 10, geoplano, instrumentos de medición, naipe multiplicativo, Tangram, entre otros elementos.

10. Conclusiones

El trabajo entre pares (docente-tutor) permitió observar que hay un interés de la docente por integrar en las prácticas de aula la estrategia de resolución de problemas y propiciar algunas condiciones que promueven el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas elementales en contextos de la vida cotidiana.

Se comprobó que la comprensión de una situación problema es determinante para dar paso a las etapas de concepción y ejecución del plan. Dicha comprensión se hizo posible a partir del uso de heurísticas, tales como: lectura en voz alta de la situación problema, subrayado de: términos desconocidos, de los datos y de la pregunta; uso del diccionario, parafraseo de la situación a partir de las preguntas planteadas por Polya.

Respecto al pensamiento numérico se evidenció que las mayores dificultades de los estudiantes están asociadas a la comprensión de los conceptos de número, operación y uso de valor posicional. Por esta razón se orientó en la aplicación de heurísticas como el uso de material concreto (sólido base 10), naipe multiplicativo y representación gráfica.

En relación con el pensamiento métrico se reconoció que las mayores dificultades de los estudiantes están asociadas a los procesos de medición, estimación, selección y uso de patrones, unidades e instrumentos de medidas; por tal razón, se promovió el uso de heurísticas como uso de material concreto, ensayo-error, hacer suposiciones y simulación de situaciones problema.

En el pensamiento espacial, para la superación de dificultades de los estudiantes asociados a los procesos de visualización y representación, se aplicaron estrategias como: ejercicios de movimientos y transformaciones con su propio cuerpo, uso del geoplano, ensayo-error y representación gráfica.

Respecto al pensamiento aleatorio se evidenció que las mayores dificultades de los estudiantes están asociadas a la recolección, organización, diagramación y análisis de datos. Por esta razón se orientó en la reformulación del problema, mediante el desarrollo de las etapas de una investigación estadística, elaboración de listas y tablas, y construcción de gráficas.

El desarrollo de esta propuesta didáctica demostró que es posible pasar de la resolución de problemas como contexto y como proceso (como se propone en los Lineamientos Curriculares), a la resolución de problemas como estrategia didáctica, tal como lo plantea Guzmán (2007), puesto que este enfoque tiene una intención pedagógica claramente definida, que es, fortalecer el desarrollo de pensamiento matemático.

Desde esta perspectiva, la resolución de problemas, por una parte, fortalece el desarrollo de procesos generales como son: razonamiento, comunicación, modelación y ejercitación de procedimientos, y por otra, promueve el desarrollo de procesos específicos asociados a cada uno de los sistemas: numérico, geométrico, de datos y de medidas. En este orden de ideas, la resolución de problemas como estrategia didáctica, implica la planeación y desarrollo de tres momentos que vinculan las orientaciones pedagógicas del MEN y las cuatro etapas propuestas por Polya para resolver problemas. También permite articular los Lineamientos Curriculares, los Estándares de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje, favoreciendo el desarrollo de habilidades de pensamiento matemático de los estudiantes para que alcancen los aprendizajes esperados y se enfrenten a la resolución de situaciones cotidianas.

Las situaciones planteadas en cada uno de los talleres constituyeron un verdadero reto para los estudiantes, quienes se motivaron y persistieron hasta encontrar la solución. La resolución exitosa de cada situación les permitió a los niños ganar seguridad en sí mismos y confianza en el uso de las matemáticas. A la vez, que promovieron procesos de metacognición, los cuales, como se conoce, implican autorreflexión permanente y el monitoreo de las estrategias aplicadas, lo mismo que la oportunidad para aprender a partir de los errores.

El desarrollo de esta propuesta, la resolución de problemas como estrategia didáctica implicó el uso de material concreto que permitió al estudiante: visualizar, manipular, explorar y descubrir propiedades de los objetos matemáticos, que resultan ser demasiado abstractos para los niños en edad escolar. En este sentido, el material concreto fue un mediador entre los procesos de aprendizaje y las didácticas utilizadas.

Es importante mencionar que el uso de material concreto favoreció la motivación y participación de los estudiantes en el desarrollo de las actividades propuestas, haciendo que los aprendizajes sean significativos y cobren valor en contextos determinados.

Las diferentes modalidades de trabajo *personal, en parejas, en grupos cooperativos o grupo total*, implementadas para la resolución de problemas, promovieron el desarrollo de habilidades, de vital importancia, tanto académica como social, a la vez que se convirtieron en una motivación para enfrentar nuevos retos. Estas formas de trabajo fortalecieron la comunicación e interacción entre estudiantes y entre docente y estudiantes favoreciendo, de esta manera, procesos de argumentación, que evidenciaron los razonamientos de los niños en cada una de las etapas desarrolladas.

La resolución de problemas como estrategia didáctica, implicó un proceso de evaluación formativa, a partir de la retroalimentación permanente en cada uno de los momentos planteados en los talleres. En tal sentido, esta evaluación consideró como meta en común, encontrar la solución del problema y reflexionar de manera permanente sobre las estrategias utilizadas, con el fin de hacer los ajustes pertinentes de manera oportuna o intentar nuevamente la resolución si así se requiere. Es decir, la evaluación fue concebida como una actividad orientada a fortalecer pensamiento matemático, en la medida en que se destinó el tiempo suficiente para que los estudiantes propongan la solución y exploren nuevas posibilidades.

Implementar esta propuesta constituyó un reto tanto para docentes como para estudiantes, puesto que implicó cambiar un sistema de concepciones que ha perdurado por muchos años. Los docentes exploraron situaciones novedosas y propusieron diversas estrategias que permitieron a los estudiantes comprender y aplicar los conceptos matemáticos, sus relaciones y operaciones en la resolución de problemas.

11. Reflexiones

La experiencia vivida en esta Maestría en Educación y la asesoría permanente en la línea de profundización de matemáticas, propiciaron espacios de reflexión permanente sobre las prácticas de aula cotidianas, que nos exigen transformar la concepción que se tenía acerca del propósito fundamental de la formación matemática escolar y permite explorar nuevas metodologías que fortalecen el desarrollo del pensamiento matemático, a partir de la resolución de problemas.

Es imperiosa la necesidad de propiciar ambientes de aula adecuados para la resolución de problemas; donde sea posible la interacción entre docente, estudiante y conocimiento mediante el uso de recursos didácticos que promuevan procesos de razonamiento para llegar a la comprensión de objetos matemáticos abstractos.

Es importante resaltar el papel protagónico de la pregunta orientadora ya que esta permite que los estudiantes por medio de respuestas razonables sean participantes activos en la construcción de su propio conocimiento.

La adecuada y reflexionada planeación de clases, debe constituir uno de los procesos que garantiza el éxito de la práctica educativa y debe tener como propósito:

- Establecer conexiones entre los nuevos saberes y los conceptos previos
- Integrar el uso pedagógico de recursos diversos
- Analizar y articular los referentes de calidad planteados por el MEN.
- Proponer ambientes de aula dinámicos y enriquecidos que despierten el interés, promuevan la creatividad y propicien el desarrollo de procesos de pensamiento matemático

Es nuestro compromiso difundir y proyectar las experiencias de la propuesta, a partir de la continuidad de aplicación de esta estrategia en la I.E.M. Cabrera durante el año escolar 2018

12. Referencias

Aristizábal, C. (2014). *Fortalecimiento del proceso de comprensión de problemas matemáticos, a través del diseño y la implementación de un Material Educativo Computarizado. Trabajo de grado Magister.* Universidad Nacional de Colombia, Manizales.

Asamblea Nacional Constituyente. (1991). *Constitución Política de Colombia.* Bogotá: Imprenta Nacional.

Ayala, H. (2009). *Profesor de Matemática. Métodos para Resolución de Problemas.* Obtenido de https://elprofesordematematica.blogspot.com.co/2009/06/metodos-para-la-resolucion-de-problemas.html

Bernate, L. (2014). *Estrategias didácticas para potenciar el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes del grado 1° de primaria del Colegio Juan Sábalo del Municipio de Garzón, Huila. Tesis para optar al título de Esp. en Pedagogía. Univ. Pedagógica N. Bogotá.* Obtenido de http://repositorio.pedagogica.edu.co/xmlui/bit

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction.* Cambridge Mass: Harvard University Press.

Cantoral, R., Farfán, R., Cordero, F., Alanis, J., & Rodríguez, R. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático.* Mexico: Trillas.

Castaño, J. (1995). Naipe Multiplicativo. *La Alegria de Enseñar N° 1*, Hojas Pedagógicas.

Centre de terminologia [Termcat]. (2017). *Diccionari d'ducació.* Obtenido de Termcat, Departament de Cultura de la Generalitat de Catalunya: http://www.termcat.cat/ca/Diccionaris_En_Linia/132/Fitxes/castell%C3%A0/E/280/

Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación infantil.* Madrid: Pearson Education S.A.

Congreso de la República de Colombia. (1994). *Ley 115 de febrero 8 1994, Ley General De Educación.* Santafé de Bogotá, D.C. Obtenido de: https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf.

Corbalán, F., & Deulofeu, J. (1996). *Polya, un clásico en resolución de problemas. Revista Suma, N. 22*. España.

Devlin, K. J. (2012). *Introduction to Mathematical Thinking.* Petalima, USA: Devlin, K.J. ISBN-13: 978-0615653631.

Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano.* Cali, Colombia: Artes Gráficas Univalle.

Giordano, G. (1992). *Heuristic Strategies: An Aid for Solving Verbal Mathematical Problems (pp, 88-96).* Obtenido de Sage journals: http://isc.sagepub.com/content/28/2/88.extract#

Gonzales, R. (2017). *ISSUU. Seminario ii regi gonzalez.* Obtenido de https://issuu.com/regigonzalez/docs/seminario_ii_regi_gonzalez

González, F. (2004). *Cómo desarrollar clases de Matemática centrada en resolución de problemas.* Obtenido de Universidad Nacional de Villa María, Argentina: http://unvm.galeon.com/Cap12.pdf

Guzmán, M. (2007). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática, Revista Iberoamericana de Educación N.º 43.* Obtenido de https://rieoei.org/historico/documentos/rie43a02.pdf

Harel, G., Selden, A., & Selden, J. (2005). *Advanced mathematical thinking: Some PME perspectives.* Obtenido de https://www.researchgate.net/profile/Annie_Selden/publication/256496038_Advanced_Mathematical_Thinking_Some_PME_Perspectives/links/0deec5231dc15aebe1000000/Advanced-Mathematical-Thinking-Some-PME-Perspectives.pdf

Institución Educativa Municipal Cabrera. (2015). *Proyecto Educativo Instucional.* Pasto, Nariño, Colombia.

Kemmis, S., & R., M. (1988). *Cómo planificar la investigación acción.* Barcelona: Laertes.

Leong, Y. H., Ho, W. K., & Cheng, L. P. (2015). *Concrete-Pictorial-Abstract: Surveying its origins and charting its future. The Mathematics Educator, 16(1), 1-18.* Obtenido de http://math.nie.edu.sg/ame/matheduc/tme/tmeV16_1/TME16_1.pdf

Mansilla, J., & Beltrán, J. (2013). *Coherencia entre las estrategias didácticas y las creencias curriculares de los docentes de segundo ciclo, a partir de las actividades didácticas.* Obtenido de Hemeroteca virtual SciELO: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982013000100003

Martínez, R. (2007). *La investigación en la práctica educativa: Guía metodológica de investigación para el diagnóstico y evaluación en los centros docentes, 2007, FARESO, S. A. Madrid.* Madrid: Fareso, S. A.

May C., I. (2015). *Cómo plantear y resolver problemas.* Obtenido de http://www.redalyc.org/pdf/4576/457644946012.pdf

Mejía, A., & Loango, M. (2014). *Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Inst. Educativa Adventista del Municipio de Puerto Tejada Cauca. Trabajo de grado licenciatura.* Obtenido de Repositorio Universidad Católica de Manizales: http://repositorio.ucm.edu.co:8080/jspui/bitstream/handle/10839/848/Aida%20Consuelo%20Mejia%20Viafara.pdf?sequence=1

Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Decreto 1860 del 3 de agosto de 1994, por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales.* Santafé de Bogotá, D.C.: Imprenta Nacional.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas.* Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Serie lineamientos curriculares en Matemáticas.* Santafé de Bogotá, D.C: Imprenta Nacional de Colombia. Obtenido de: https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Documento N° 3. En Ministerio de Educación Nacional, *Estándares Básicos de Competencias* (págs. 46-95). Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.* Santafé de Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia. Obtenido de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Decreto No.1290 del 16 de abril del 2009, por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media.* Santafé de Bogotá, D.C: Obtenido de: http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-187765_archivo_pdf_decreto_1290.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Documento de orientaciones pedagógicas. Orientaciones para el uso de materiales de la caja Siempre Día E.* Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas.* Santa Fe de Bogota, D.C.: Panamericana Formas E Impresos S.A, http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *La práctica pedagógica como escenario de aprendizaje.* Bogotá.

Pérez, P. J., & Gardey, A. (2014). *Definición de Pensamiento Matemático.* Obtenido de https://definicion.de/pensamiento-matematico/

Sampieri, R., Fernández, C., Collado, P., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación.* México: Mc Graw Hill.

Santos, L. M. (1992). Resolución de problemas; El trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. *Educación matemática. Vol. 4 No.2. Obtenido de http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol4/vol4-2/vol4-2-2.pdf.*

Schoenfeld. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics.* Grouws.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving.* Obtenido de Google Libros: https://books.google.es/books?id=0cbSBQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=es

Taimal, M., Maya, E., Calvache, R., & Alpala, J. (2001). *Dificultades en la resolución de problemas de matemáticas. Trabajo de grado especialización. Universidad de Nariño.* Pasto, Nariño.

Universidad Nacional de San Juan, Argentina. (2004). *Educar en la Diversidad, ¿Utopía o realidad?* Obtenido de Google Libros: https://books.google.com.co/books?id=tVzMhRIHbpMC&printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r&cad=0#v=onepage&q&f=false

Valle, M., Juárez, M., & Guzmán, M. (2007). *Estrategias generales en la resolución de problemas de la olimpiada mexicana de matemáticas.* Obtenido de Revista electrónica de investigación educativa, Hemeroteca virtual SciELO: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1607-40412007000200009&lng=es&nrm=iso&tlng=es

13. Anexos

Anexo A. Diarios de campo

<table>
<tr><td>

ELEMENTOS DE IDENTIFICACION
DIARIO DE CAMPO No._1__

Nombre de la Institución: I.E.M. Cabrera **Día:** 13 de marzo 2017
Sujetos observados: Docente grado 3° **Lugar:** Biblioteca **Hora inicio: 7:00 Hora fin:** 7:30

Aspecto a observar: Planeación y preparación de clases:
Articulación de los Estándares y Derechos Básicos de Aprendizaje en el plan
Uso de los recursos didácticos que apoyan la comprensión de conceptos
Diseño de actividades de evaluación en coherencia con el propósito de la clase

En un encuentro con la docente con el propósito de acordar una visita en el aula, se solicita dar a conocer el plan de clase. La docente manifiesta que no tiene un registro de plan de clase; pero afirma que revisa diariamente la malla curricular e identifica el estándar, derecho básico asociado y desempeño esperado. Manifiesta que en la clase desarrollará el siguiente estándar: resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación (DBA asociado No. 1). De la misma manera, dice que el desempeño esperado es: propone y aplica estrategias para resolver situaciones aditivas de composición y transformación

Sujeto(s) observador(es) Marisol Moreno, Adriana Eraso Herrera.

</td></tr>
<tr><td>**Propósito de la *intervención*:** Observar y analizar el proceso de planeación y preparación de clase de la docente</td></tr>
<tr><td>**Actividades:**
Revisión de malla curricular
Acuerdos para la visita al aula</td></tr>
<tr><td>**Técnica (s) o estrategia (s) utilizadas)**
Observación directa</td></tr>
<tr><td>**Recursos:**
Malla curricular. Matemáticas. Grado 3°
Salón de clases
Humanos</td></tr>
<tr><td>

REGISTRO (descripción de la observación):
En un primer momento, se establecen acuerdos relacionados con el día y hora de visita en el aula. Posteriormente se pregunta a la docente por el propósito de la clase que va a desarrollar y se analiza su correspondencia con lo propuesto en malla curricular. De la misma manera se pregunta si tiene un registro del plan de clase. La docente manifiesta no llevar un registro del plan de clase; sin embargo, hace un relato de lo que va a desarrollar:

1. En un primer momento revisará la tarea que deben desarrollar los estudiantes, haciendo la respectiva realimentación.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="4">2. Después, presentará el nuevo contenido y realizará la fundamentación teórica a través de una clase magistral.
3. Posterior a la explicación propondrá actividades de aplicación “resolución de problemas”
4. Finalmente, pedirá a los estudiantes resolver algunas situaciones del cuaderno de trabajo “Descubre Matemáticas”, en casa.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Interpretación y análisis</td></tr>
<tr><td>Fortalezas.

La clase planeada es coherente con los estándares y DBAs propuestos en la malla curricular</td><td>Debilidades

No hay registro del plan de clase

No se menciona el uso de recursos manipulables

La resolución de problemas se planea como una actividad de aplicación del tema específico que se desarrolló</td><td>Oportunidades

Disposición para el trabajo entre pares: Docente_ Tutora con el propósito de hacer una planeación conjunta</td><td>Amenazas

No hay formato institucional para el registro del plan de clases

Al proponer la resolución de problemas como una actividad de aplicación del tema, se corre el riesgo de convertirla en un simple ejercicio</td></tr>
<tr><td colspan="4">Conclusiones:
A pesar de no tener un registro del plan de clase, se evidencia que la docente tiene conocimiento de los contenidos que va a desarrollar y sus conexiones con los desarrollados en días anteriores. No obstante, se observa que no se usan los recursos didácticos con los cuales puede apoyarse para facilitar la comprensión.
El uso del texto “Descubre matemáticas”, es una oportunidad para fortalecer el pensamiento matemático, porque tiene como centro la resolución de problemas.
Aunque las actividades propuestas permiten desarrollar procesos de modelación y aplicación de algoritmos, durante la explicación, no se observa la mediación de situaciones problema que permitan comprender el significado y uso de los algoritmos de adición y sustracción.</td></tr>
</table>

ELEMENTOS DE IDENTIFICACION
DIARIO DE CAMPO No._2__

Nombre de la Institución: I.E.M. Cabrera **Día:** marzo 16 de 2017
Sujetos observados: Docente grado 3 **Lugar**: Aula de clases **Hora inicio**: 7:00 **Hora fin**: 8:40

Aspecto a observar: Ambientes para el aprendizaje
Ambiente de respeto y empatía
Organización del espacio físico
Sujeto(s) observador(es) Marisol Moreno, Adriana Eraso Herrera.

Propósito de la intervención: Observar y analizar si el ambiente de aprendizaje facilita los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

Actividades: visita al aula

Técnica(s) o estrategia(s) utilizadas:
Observación directa.

Recursos:
Salón de clases.
Recurso humano.

REGISTRO (descripción de la observación):

En general las interacciones entre los estudiantes son respetuosas, y los estudiantes muestran empatía con la docente. Los estudiantes se motivan cuando la docente resalta sus logros y manifiestan gusto por las matemáticas. Ocasionalmente la docente llama la atención a algunos de los estudiantes para que centren su atención en las actividades de aprendizaje. Ante este llamado la respuesta es positiva.

Se observa que la distribución de los estudiantes es en filas. No hay evidencias de trabajo cooperativo y por consiguiente no existen roles asignados.

Con frecuencia la docente invita a los estudiantes a cumplir con las tareas escolares demostrando responsabilidad, orden y compromiso. De la misma manera, insiste en la importancia de pedir la palabra cuando quieran participar y de escuchar con atención los aportes de sus compañeros.

Cuando los estudiantes se equivocan en alguna de las respuestas a las preguntas que hace la docente, ella pregunta "¿está seguro? y a partir de nuevas preguntas orienta la respuesta correcta, generando de esta manera un ambiente de confianza.

Interpretación y análisis

Fortalezas.	Debilidades	Oportunidades	Amenazas
La mayoría de los estudiantes asumen un comportamiento adecuado en el aula de clase.	Falta interacción de los estudiantes, a través del trabajo cooperativo y/o entre pares	Asumir los errores, como una posibilidad de aprendizaje, contribuye a	Centrar los procesos de enseñanza y de aprendizaje en el trabajo personal, limita las posibilidades de

<table>
<tr><td>La forma en que la docente corrige los errores de los estudiantes, genera una actitud reflexiva y un ambiente de confianza</td><td></td><td>desarrollar la auto reflexión y monitoreo permanente de los procedimientos desarrollados.</td><td>desarrollar habilidades sociales básicas y procesos como la argumentación y comunicación.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Conclusiones:
En general, se observa un ambiente de respeto. Sin embargo, no es posible evidenciar el desarrollo de habilidades sociales básicas que promueven el aprendizaje, puesto que no hay interacción en grupos de trabajo. Los estudiantes permanecen toda la clase en fila y participan únicamente cuando la docente lo solicita. Con poca frecuencia toman la palabra para hacer preguntas o expresar lo que no comprenden. Es difícil evidenciar de manera particular las relaciones entre estudiantes porque la comunicación entre ellos es demasiado limitada. Se observa que se acentúa el individualismo, provocando que no todos los estudiantes desarrollen las actividades en el tiempo previsto, en consecuencia, terminan memorizando los procedimientos y algoritmos que comparten los estudiantes que si lo logran.</td></tr>
</table>

ELEMENTOS DE IDENTIFICACION
DIARIO DE CAMPO No._3__

Nombre de la Institución: I.E.M. Cabrera **Día**: 16 de marzo de 2017
Sujetos observados: Docente grado 3° **Lugar**: Aula de clases **Hora inicio** 7:00 **Hora fin** 8:40
Aspecto a observar: Práctica pedagógica
Momentos de la clase
Uso de estrategias de pregunta y discusión
Uso de recursos didácticos
Fases desarrolladas en la resolución de problemas

Sujeto(s) observador(es): Marisol Moreno, Adriana Eraso Herrera

Propósito de la intervención: Observar y analizar los momentos en las que se desarrolla la clase y las fases implementadas cuando de resolver problemas, se trata.

Actividades: visita al aula

Técnica(s) o estrategia(s) utilizadas:
Observación directa.

Recursos:
Salón de clases.
Recurso humano.

REGISTRO (descripción de la observación):
La clase se desarrolla en coherencia con lo planeado

5. En un primer momento la docente invita a los estudiantes a salir al tablero y desarrollar las adiciones, que quedaron como tarea para la casa en la sesión anterior. Mientras los estudiantes aplican el algoritmo, la docente hace las aclaraciones pertinentes.
   A continuación, la docente explica de manera magistral el algoritmo de la sustracción y propone como trabajo personal el desarrollo de los ejercicios de la página 58 del libro del estudiante “Descubre matemáticas”.
   Posteriormente propone desarrollar actividades de aplicación “resolución de problemas” de las páginas 68 y 69 libro del estudiante “Descubre matemáticas”. Estas situaciones se relacionan con situaciones cotidianas y requieren de un esquema para su resolución. Tal esquema se encuentra definido en el texto, e implica el desarrollo de cuatro fases: comprende, planifica, resuelve y comprueba. Sin embargo, la docente no se explica el significado de cada etapa, ni se mencionan las posibles estrategias para cada una de ellas.
   Finalmente, la docente propone a los estudiantes resolver una aplicación del algoritmo explicado, en casa.

   Se evidencia el uso del texto “Descubre matemáticas”, pero no se incluye el uso de material didáctico complementario, como allí se propone

   Durante toda la clase, la docente utiliza una variedad de preguntas que movilizan procesos de argumentación y cuando un estudiante se equivoca en la respuesta, continúa con las preguntas llevando a la respuesta correcta.

<table>
<tr><td colspan="4">Las actividades que los estudiantes desarrollan en la página 58 del texto “Descubre matemáticas” corresponden a ejercitación del algoritmo de la sustracción y una situación de aplicación. En cambio, las correspondientes a las páginas 68 y 69 hacen énfasis en la resolución de problemas que implican el uso combinado de adición y sustracción.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Interpretación y análisis</td></tr>
<tr><td>Fortalezas.

El conocimiento disciplinar de la docente facilita establecer múltiples relaciones entre los contenidos. Esto se evidencia cuando establece la relación entre la adición y sustracción, y platea algunas situaciones aditivas de combinación y transformación,</td><td>Debilidades

El escaso uso de material manipulable.

Las situaciones propuestas no retan pensamiento de los estudiantes, porque hacen énfasis en la aplicación de algoritmos.</td><td>Oportunidades

Proponer la resolución de problemas planteados en el libro del estudiante, permite iniciar un proceso que implica cuatro etapas: comprende, planifica, resuelve y comprueba.</td><td>Amenazas

A pesar de usar un texto aportado por el Programa “Todos a Aprender”, generalmente la resolución de problemas sigue siendo parte del final de cada unidad: corriendo así el riesgo de no abordarla por falta de tiempo.
No contar con el material didáctico que se requiere para el desarrollo de las actividades propuestas en el texto, como por ejemplo: discos de números, fichas de valor posicional, cubo base 10, entre otros.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Conclusiones:
La docente utiliza un vocabulario académico preciso. Sin embargo, no comunica a los estudiantes el propósito de la clase. En un segundo momento, la docente explica con claridad los contenidos, estableciendo relaciones con los conocimientos previos y experiencias de los estudiantes. No se evidencia el uso de recursos manipulables. No obstante, se observa con frecuencia que recurre a la representación gráfica para facilitar la comprensión. De la misma manera, es posible observar que propone el desarrollo de actividades del texto “Descubre Matemáticas”. Cuando finaliza la explicación, propone la resolución de una “situación problema”, que está estrechamente relacionada con el contenido explicado. De tal manera, que se convierte en “un ejercicio básico”. Esto significa que los estudiantes responden de manera</td></tr>
</table>

inmediata con el algoritmo o procedimiento desarrollado en la clase. No se evidencia el cierre de la clase, mediante la socialización de las conclusiones y la argumentación de procesos.

El proceso que se privilegia en el desarrollo de la clase es la ejercitación de algoritmos, y en algunas actividades se recurre a procesos de modelación y comunicación. La resolución de problemas es considerada una actividad de aplicación de los algoritmos, que ocurre al finalizar la explicación.

En general, se observa que la docente tiene el conocimiento disciplinar adecuado. Sin embargo, se observan algunas limitaciones en las didácticas utilizadas en el desarrollo de la clase, asociadas al escaso uso de recursos que faciliten el aprendizaje y la forma como se aborda la resolución de problemas: como un ejercicio básico.

El uso del texto tiene mayor incidencia en los procesos didácticos, en la medida que se utilicen los recursos necesarios: fichas de valor posicional, cubo base 10, discos de números, entre otros.

ELEMENTOS DE IDENTIFICACION DIARIO DE CAMPO No. 4
Nombre de la Institución: I.E.M. Cabrera **Día:** abril 19 de 2017 **Sujetos observados:** Docente grado 3° **Lugar:** Biblioteca **Hora inicio 7:00 Hora fin** 8:00 **Aspecto a observar:** Planeación y preparación de clases: Articulación de los Estándares y Derechos Básicos de Aprendizaje en el plan Uso de los recursos didácticos que apoyan la comprensión de conceptos Diseño de actividades de evaluación en coherencia con el propósito de la clase **Sujeto(s) observador(es)** Marisol Moreno, Adriana Eraso Herrera
Propósito de la *intervención*: Observar y analizar el proceso de planeación y preparación de clase de la docente
Actividades: Revisión de malla curricular planeación entre pares: docente de aula _ docente tutora Acuerdos para visita en aula
Técnica(s) o estrategia(s) utilizadas: Observación participativa
Recursos: Malla curricular. Matemáticas. Grado 3° Biblioteca Humano
REGISTRO (descripción de la observación): En un primer momento acordamos el lugar y fecha de encuentro para hacer la planeación en pares. De la misma manera, coincidimos en que el punto de partida será la malla curricular. Revisando los estándares propuestos en la malla curricular para el tercer periodo, identificamos el estándar y el respectivo Derecho Básico asociado: Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas e barras. (DBA No. 10) Posteriormente nos ponemos de acuerdo en el desempeño esperado: representa una tabla de datos a través de pictogramas y diagrama de barras. Con base en el desempeño esperado definimos el propósito de la clase y acordamos que ésta se desarrollará en tres momentos: Exploración (aproximadamente 20 minutos): la docente presentará imágenes con algunos pictogramas y diagramas de barras, con el fin de identificar lo que conocen acerca de ellas. Estructuración y aplicación (aproximadamente 60 minutos): La docente presentará a los estudiantes una tabla de datos y un pictograma que corresponde a la mascota preferida por los estudiantes de grado 3. Tabla y gráfica que fueron construidas a partir de una encuesta en la clase anterior. A continuación, la docente aclarará que la gráfica construida corresponde a un pictograma y planeará el reto de a partir de ella construir un diagrama de barras, en un plano construido previamente. Realizará la realimentación y fundamentación correspondiente.

Para finalizar este momento se solicitará conformar equipos de 4 estudiantes donde se asumirán los roles de: dinamizador, secretario, encargado de materiales y relojero. Los estudiantes tendrán 30 minutos para construir una tabla de datos y representar con un pictograma y diagrama de barras de una colección de carros entregada, con la orientación de clasificarlos de acuerdo con el atributo dado:
Grupo 1: color
Grupo 2: modelo
Grupo 3: tamaño
Grupo 4: color del chasis

La tabla y gráficas se presentarán en una cartelera.
En este orden de ideas, acordamos la participación de la tutora en el momento del trabajo cooperativo y la consecución de los recursos necesarios:
Tutora: imágenes de pictogramas y diagramas de barras, imágenes de pictograma de mascotas, fichas con roles definidos, plano, colección de carros, barras en papel de diferentes colores y cartulina para cada equipo.

Docente: tablero, marcadores y cuadernos de trabajo “Descubre matemáticas”

Transferencia (aproximadamente 20 minutos): La docente motivará a los estudiantes para que socialicen las carteleras elaboradas y a partir de preguntas, orientará el análisis de la información obtenida, De la misma manera, promoverá la reflexión para validar si se alcanzó el desempeño esperado.
Finalmente propone resolver una situación planteada en el cuaderno de trabajo “Descubre matemáticas”. La docente propone que tanto la cartelera como la socialización serán valoradas en coherencia con el desempeño propuesto.

Interpretación y análisis

Fortalezas.	**Debilidades**	**Oportunidades**	**Amenazas**
La clase planeada es coherente con los estándares y DBAs propuestos en la malla curricular, para el tercer periodo. Se establece con claridad el propósito de la clase y las tres fases en que se desarrollará	No se registra el plan de clase en un formato institucional La consecución y uso de material concreto, no surge como iniciativa de la docente. Este es facilitado por la tutora	Disposición para el trabajo entre pares: Docente_ Tutora En la Planeación de cada fase, es posible evidenciar el uso pedagógico de los recursos y las heurísticas que se aplicarán: Exploración: permite conectar la clase con los conocimientos previos y fortalecer los procesos de comunicación, asociados al	No existe un formato institucional para el registro del plan de clases, y de esta manera tener una evidencia del desarrollo de los estándares de competencias propuestos en la malla curricular.

<table>
<tr>
<td>Se articula el uso de material concreto y de los textos aportados por el programa “Todos a Aprender”
En el momento de la estructuración y aplicación se planearon los tres tipos de representaciones: concreta_ pictórica y abstracta</td>
<td></td>
<td>desarrollo de pensamiento aleatorio

Estructuración y aplicación: El paso entre los tres tipos de representación (concreta – pictórica - abstracta) promueve el razonamiento y la modelación, necesarios para alcanzar el desempeño esperado.

Transferencia: la socialización y argumentación del proceso desarrollado facilita los procesos de razonamiento y comunicación

Los tres momentos descritos anteriormente, movilizan los procesos mencionados y también facilitan la integración de los sistemas numérico y de datos; fortaleciendo de esta manera, el pensamiento matemático.</td>
<td>La docente no asume el compromiso de usar material concreto que ella tenga que diseñar. Sin embargo, si se compromete a usar los recursos puestos a su disposición.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">Conclusiones:

Tener una malla curricular articulada con los estándares de competencias, derechos básicos de aprendizaje y sus respectivas evidencias; es de vital importancia para orientar la construcción del plan de clase. Es importante mencionar que.
1. Las actividades planeadas en cada una de los momentos y su articulación con los tres tipos de representación: concreta _ pictórica – abstracta, promueven el desarrollo de procesos como el razonamiento, comunicación y modelación.
2. La integración de los sistemas numéricos y de datos promueven el desarrollo de procesos de pensamiento específicos como: estimación, agrupación, clasificación, conteo, organización, diagramación y análisis de datos.
Los dos planteamientos mencionados anteriormente permiten observar que la interacción entre procesos generales, sistemas y procesos específicos promueven el pensamiento matemático.</td>
</tr>
</table>

ELEMENTOS DE IDENTIFICACION **DIARIO DE CAMPO No.**__5__ **Nombre de la Institución:** I.E.M. Cabrera **Día:** abril 21 de 2017 **Sujetos observados:** Docente grado 3° **Lugar:** Aula de clases **Hora inicio 7:00 Hora fin** 8:40 **Aspecto a observar:** Ambientes para el aprendizaje Ambiente de respeto y empatía Organización del espacio físico **Sujeto(s) observador(es):** Marisol Moreno, Adriana Eraso Herrera.
Propósito de la intervención: Observar y analizar si el ambiente de aprendizaje facilita los procesos de enseñanza y de aprendizaje.
Actividades: Visita al aula
Técnica(s) o estrategia(s) utilizadas: Observación participante.
Recursos: Fichas con roles definidos Salón de clases. Humano.
REGISTRO (descripción de la observación): En general las interacciones entre los estudiantes son respetuosas, y los estudiantes muestran empatía con la docente. En el momento de exploración de saberes previos y fundamentación teórica, los estudiantes están ubicados en filas. Posteriormente la docente les solicita conformar grupos cooperativos de 4 integrantes y entrega en cada grupo 4 ficha con los roles definidos: dinamizador, secretario, encargado de materiales y relojero. Los estudiantes se distribuyen los roles, de tal manera que cada integrante tiene una responsabilidad: El dinamizador es el encargado de motivar a sus compañeros a desarrollar la actividad propuesta y estar pendiente de que cada integrante cumpla su función. El secretario se encarga de tomar nota de los aportes de sus compañeros y consolidar la información en una tabla de datos y en la cartelera que se presentará en el momento de la socialización. El encargado de materiales recoge los recursos que se han dispuesto para el trabajo: (colección de carros, cartulina, marcadores, cinta, hojas de block), los administra y al finalizar la actividad entrega a la docente la colección de carros, los marcadores y la cinta. El relojero está pendiente de que se cumpla con el tiempo definido para toda la actividad (20 minutos). Al finalizar la cartelera, los estudiantes la pegan en el tablero y se ponen de acuerdo en quien socializa.

Finalmente, se organizan nuevamente en filas y escuchan las orientaciones de la docente para el desarrollo de trabajo en casa.

Mientras los estudiantes desarrollan la actividad en los equipos, la docente y la tutora pasan por cada grupo haciendo la realimentación pertinente.

Es importante resaltar que, si bien cada integrante tiene una función específica, todos participan en la construcción de la tabla de datos y su representación con un pictograma; además, los estudiantes se integran con facilidad en los equipos y se observa que se promueve una habilidad social muy importante que consiste en buscar precisión en las explicaciones del otro. Esto significa, que se escuchan expresiones como ¿puedes explicarnos tu idea, para hacer el pictograma?

La distribución en grupos cooperativos no es funcional en el momento de la socialización, puesto que los niños se distraen con facilidad y la docente les llama la atención de manera reiterada para que escuchen a sus compañeros.

Interpretación y análisis

Fortalezas.	**Debilidades**	**Oportunidades**	**Amenazas**
Hay un ambiente propicio para el aprendizaje. El trabajo en grupos cooperativos promueve el desarrollo de habilidades académicas, por cuanto permite compartir diferentes estrategias para alcanzar un objetivo común. De la mima manera, promueve el desarrollo de habilidades sociales básicas como: respeto, capacidad de escucha, así como también en un ámbito más avanzado: solicitar explicación a un	Se evidencia la falta de capacidad para escuchar a sus compañeros, mientras socializan, los productos entregados (tabla de datos y pictograma).	Implementar la estrategia de grupos cooperativos con mayor frecuencia, aun cuando no se cuenta con la participación de la tutora.	La falta de capacidad de escucha durante la socialización, se puede convertir en un factor que desmotive a los estudiantes a expresar sus ideas y los aportes de los otros integrantes.

compañero, seguir instrucciones, convencer a sus compañeros de usar o no una determinada estrategia, entre otras.			
Conclusiones: Con relación al primer componente observado: ambiente de respeto y empatía, se puede concluir que las interacciones entre estudiantes, y entre docente, estudiantes y tutoras son respetuosas y permiten que nos apoyemos mutuamente, creando un ambiente adecuado para el aprendizaje. Con respecto a la organización del espacio físico, se puede verificar que hay un momento definido para el trabajo personal, pero también se tiene la posibilidad de trabajar en grupos cooperativos, donde cada integrante cumple con un rol definido, y de esta manera, los estudiantes se realimentan con los aportes de los demás y tienen la posibilidad de hacer una construcción colectiva. No obstante, en el momento de la socialización, se evidencia que los estudiantes realizan trabajo cooperativo con poca frecuencia y aún no reconocen el valor de la capacidad de escucha cuando es uno de sus compañeros quien está frente a ellos compartiendo los procesos desarrollados en el equipo.			

ELEMENTOS DE IDENTIFICACION **DIARIO DE CAMPO No._6__** **Nombre de la Institución:** I.E.M. Cabrera **Día:** abril 21 de 2017 **Sujetos observados:** Docente grado 3° **Lugar:** Aula de clases **Hora inicio 7:00 Hora fin** 8:40 **Aspecto a observar:** Práctica pedagógica Etapas de la clase Uso de estrategias de pregunta y discusión Uso de recursos didácticos Momentos desarrollados en la clase **Sujeto(s) observador(es)** Marisol Moreno, Adriana Eraso Herrera.
Propósito de la intervención: Observar y analizar las etapas en las que se desarrolla la clase y la coherencia con lo acordado en la planeación entre pares (docente_tutora)
Actividades: Visita al aula
Técnica(s) o estrategia(s) utilizadas: Observación participativa
Recursos: Colecciones de carros con diferentes atributos, cartulina, cinta, marcadores, imágenes con pictogramas, pictograma con mascotas, geoplano, tiras de papel de diferentes colores, fichas con roles definidos Salón de clases. Humano.
REGISTRO (descripción de la observación): Momento 1(20 minutos): La docente inicia la clase presentando a los estudiantes tres imágenes con gráficas estadísticas y pregunta ¿han observado estas imágenes?, ¿dónde? Se detiene en un pictograma que representa la cantidad de niños y niñas de grado 3° y orienta la lectura de la gráfica. A continuación, les dice a los estudiantes que van a aprender cómo se construyen ese tipo de gráficas. Momento 2 (60 minutos): Ahora les recuerda a los estudiantes que en la clase pasada hicieron una encuesta acerca de su mascota preferida y la representaron con una gráfica. Dispone la tabla y gráfica obtenidas en el tablero e indica a los estudiantes cómo a partir de esa representación, es posible construir un diagrama de barras; para ello, utiliza el geoplano y las tiras de papel de diferentes colores. La docente explica el nombre de cada una de las gráficas obtenidas a partir de la tabla de datos, haciendo énfasis en cada una de las etapas que realizaron para llegar a la representación: 1. Recolección de datos (encuesta) 2. Elaboración de una tabla de datos 3. Diseño de un pictograma 4. Diseño de un diagrama de barras La docente se detiene para aclarar la forma correcta de ubicar las barras de papel en el geoplano. Es decir, se refiere al manejo de diferentes escalas, de acuerdo con las necesidades.

Posteriormente, propone que los estudiantes se organicen en 4 grupos de trabajo cooperativo y entrega los roles (dinamizador, secretario, encargado de materiales, relojero) para que se distribuyan en cada equipo. Da las instrucciones generales para que en cada grupo se construya una tabla de datos, un pictograma, un diagrama de barras; se elabore una cartelera y se socialice el producto final. Asigna 40 minutos para el trabajo e insiste en la importancia de que cada uno, asuma el rol que le correspondió.
Finalizado el tiempo previsto para la actividad, la docente los invita a pegarla en el tablero, para la respectiva socialización.
Momento 3(20 minutos): La docente invita al dinamizador de cada equipo a socializar la cartelera. Ella solicita que se explique cuál fue el atributo que se tuvo en cuenta para clasificar los carros (color, tamaño, modelo, color del chasis); cómo elaboraron la tabla de datos y finalmente, cómo esa tabla se traduce en un pictograma y diagrama de barras). Durante todo este momento, la docente hace la realimentación correspondiente y plantea algunas preguntas orientadas al análisis de la información y que están relacionadas específicamente con la *moda (dato con mayor frecuencia)* de un conjunto de datos. Para cerrar la clase propone el desarrollo de una actividad en casa.
No fue posible evidenciar la valoración del producto final (cartelera) y socialización, como se había acordado en la planeación.

Interpretación y análisis

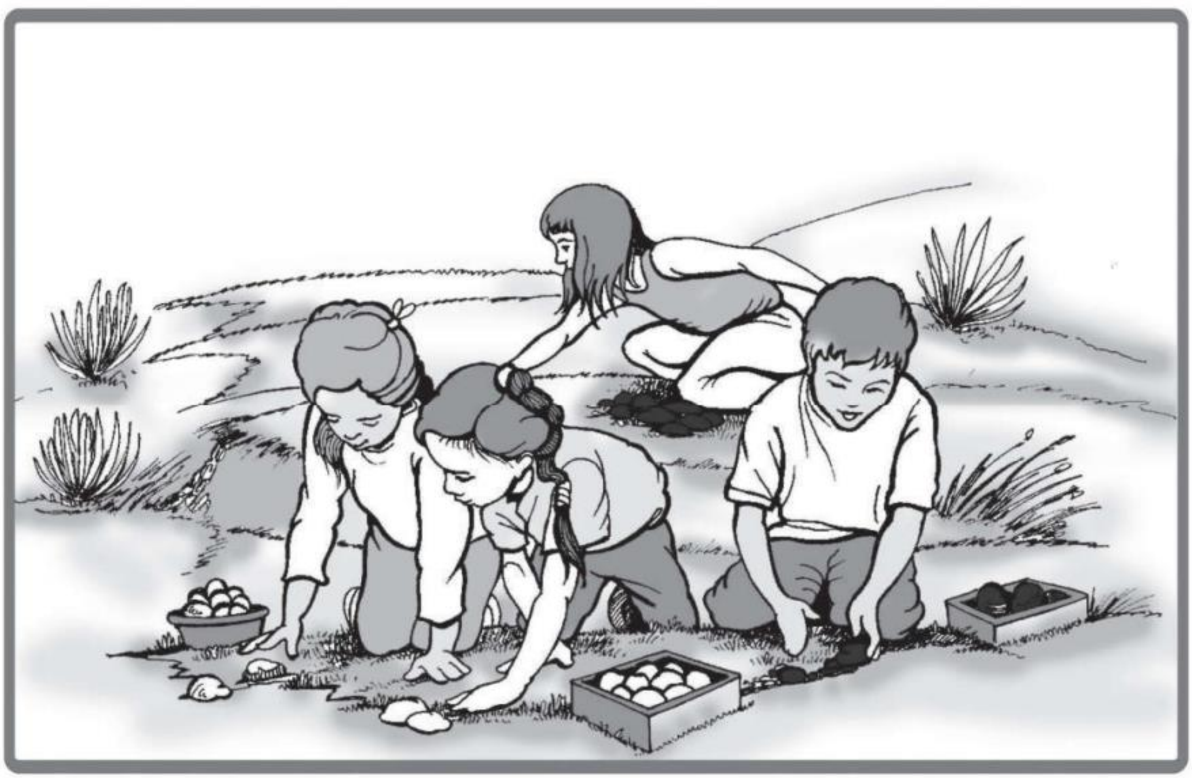
Fortalezas.	**Debilidades**	**Oportunidades**	**Amenazas**
Hay total coherencia entre lo planeado y los momentos que se desarrollan en la clase La docente utiliza un vocabulario académico preciso y una variedad de preguntas que movilizan procesos de argumentación El paso por la etapas concreta, pictórica y abstracta; mantiene la motivación de los estudiantes durante toda la clase. La actividad planteada se	La construcción del diagrama de barras en el geoplano no se hizo de manera participativa. Los estudiantes asumieron una actitud totalmente pasiva. El momento de la socialización no fue aprovechado como un espacio para movilizar procesos de pensamiento en todos los estudiantes. Únicamente quien socializa, se nota comprometido con el aprendizaje	La planeación de la clase orienta la preparación de los recursos que se utilizan y permite optimizar los tiempos asignados a cada momento La habilidad de la docente para hacer preguntas, promueve el desarrollo del razonamiento durante todos los momentos de la clase	La falta de compromiso de la docente para la elaboración de material didáctico, pone en riesgo el paso de la etapa concreta a la pictórica y en consecuencia, a la simbólica. Se pierde la posibilidad de facilitar el conocimiento, a partir de la exploración y/o experimentación.

<table>
<tr>
<td>convierte en un reto (problema) para los estudiantes, y específicamente promueve el desarrollo de la comunicación y modelación.</td>
<td>En su mayoría, el material didáctico es elaborado por la tutora. No existe el compromiso de la docente para el diseño de recursos que apoyen los procesos de enseñanza y de aprendizaje.</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td colspan="4">Conclusiones:
La visita en el aula, permite evidenciar que se desarrollan los tres momentos en coherencia con lo planeado entre pares. De igual manera, se puede observar que hay un amplio uso de recursos didácticos, que posibilitan el paso de la etapa concreta a la pictórica y simbólica.
La actividad planteada se convierte en un reto para los estudiantes y específicamente promueve el desarrollo de la comunicación y modelación. No obstante, también se encuentran presentes el razonamiento, la aplicación de algoritmos y la resolución de una situación problema.
La docente promueve el razonamiento de forma permanente, a través de una serie de preguntas que siempre van acompañadas de un ¿por qué?, también se observan explícitamente los procesos de comunicación y modelación cuando los estudiantes trabajan de manera cooperativa en la construcción de la tabla de datos y su representación en pictogramas y diagramas de barras.
En este caso, la resolución de problemas es un proceso que incluye los anteriormente mencionados, y se pone en evidencia en el momento en el cual los estudiantes socializan y argumentan el producto final. De hecho, es posible afirmar que a pesar de no se menciona de manera explícita una situación problema, todas las actividades que se desarrollan están orientadas a fortalecer este proceso.
A partir de los anteriores planteamientos, se puede concluir que la resolución de problemas, en este caso fue abordada como un proceso general que implica: el razonamiento, la comunicación, la modelación y aplicación de algoritmos.
La participación de la tutora en la clase, es una oportunidad para apoyar con la elaboración del material didáctico que se requiere.</td>
</tr>
</table>

Anexo B. Prueba diagnóstica

Actividad de
MATEMÁTICAS

El fin de semana los niños salieron al parque a jugar. Allí, Alejandra y Diego se encontraron con sus amigos del colegio y decidieron jugar a recoger piedras de colores. Los amigos de Alejandra recolectaron piedras blancas y los amigos de Diego, piedras grises.

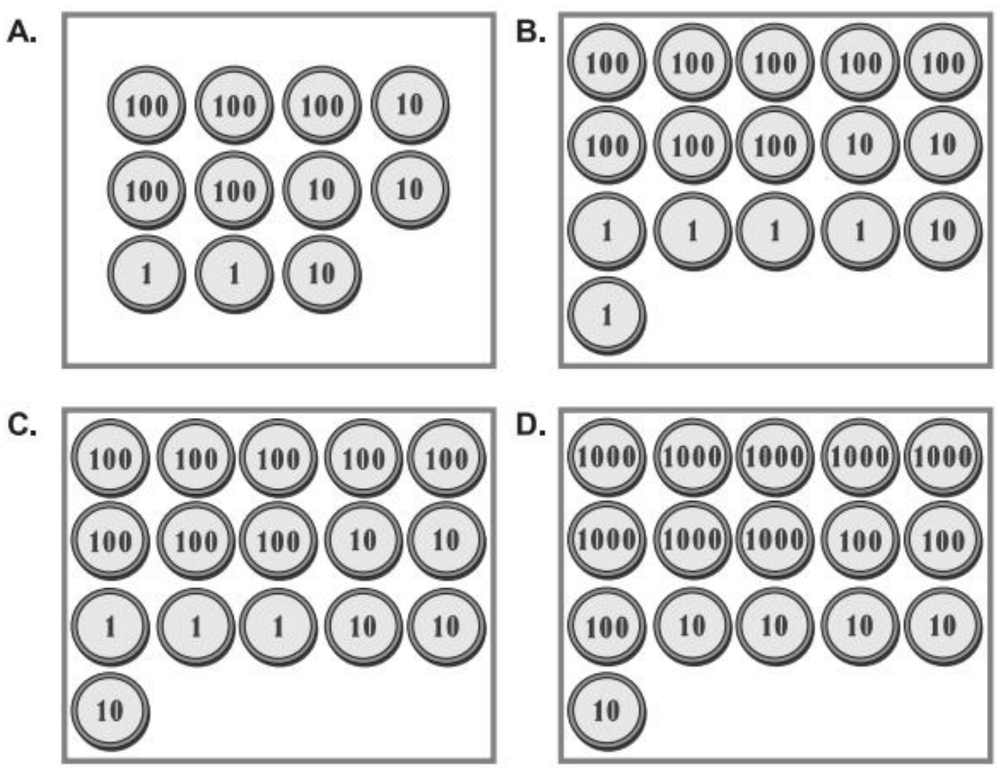


21 Un rato después, los amigos de Alejandra reunieron 78 piedras blancas y los amigos de Diego, 124 piedras grises. ¿Cuántas piedras recogieron entre los dos grupos de niños?

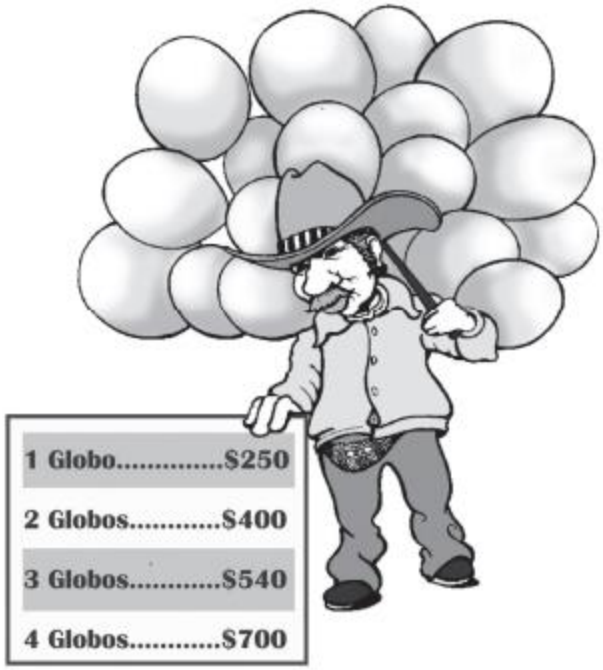
A. 46 piedras en total.
B. 102 piedras en total.
C. 202 piedras en total.
D. 202 piedras blancas.

22 Después de recoger piedras, Alejandra y Diego van a donde el vendedor de algodón de azúcar para comprar uno y compartirlo entre los dos. Cada algodón vale $835.

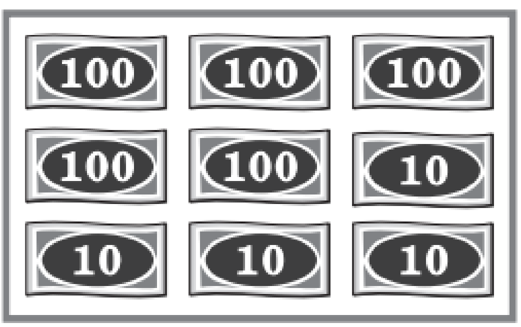
¿Cuál de los siguientes grupos de monedas representa con exactitud el dinero que tienen que pagar Alejandra y Diego por el algodón de azúcar?

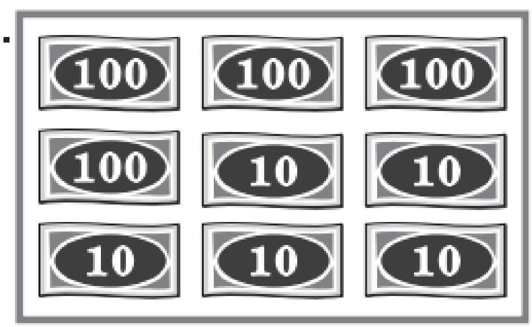


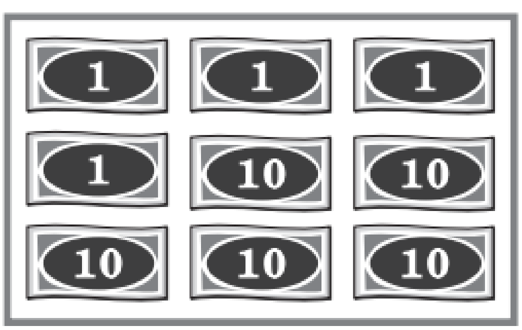
23 Diego quiere regalarle a Alejandra unos globos. El precio de los globos está en el cartel que aparece en el dibujo.

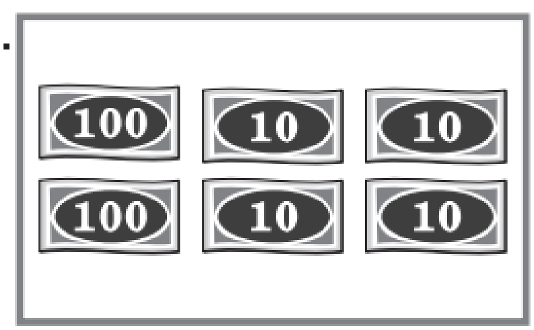


¿Cuál de los siguientes grupos de billetes representa la cantidad exacta de dinero que Alejandra necesita para comprar 3 globos?

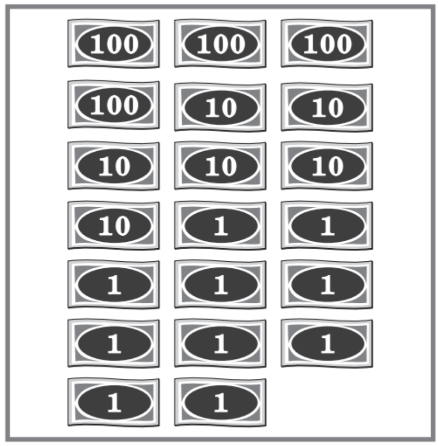
A.


B.


C.


D.


24. Después de comprar los globos, a Diego le queda la siguiente cantidad de dinero.



¿Cuánto dinero le quedó a Diego?

A. 740 pesos.

B. 47 pesos.

C. 40.070 pesos.

D. 470 pesos.

25 A Alejandra le han quedado algunas monedas del dinero que le dieron para divertirse. Ella organiza grupos de monedas para contarlas.

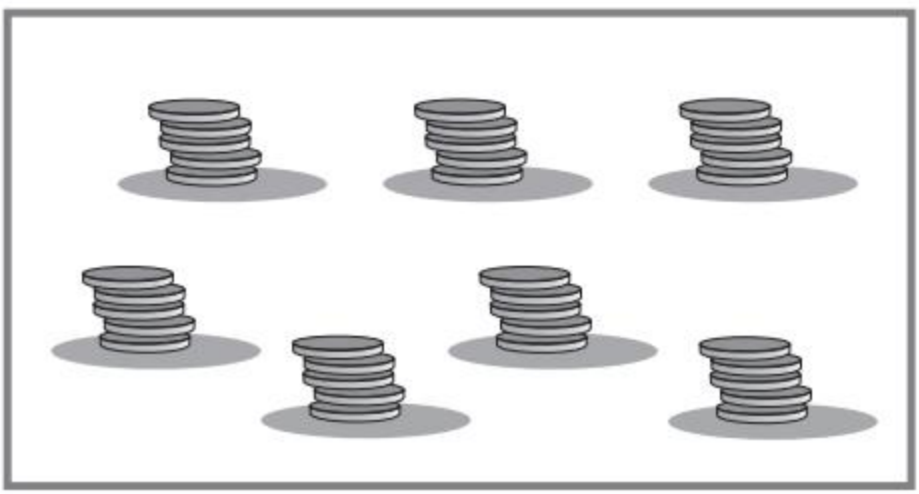
¿Cuántas monedas tiene Alejandra?

A. 7

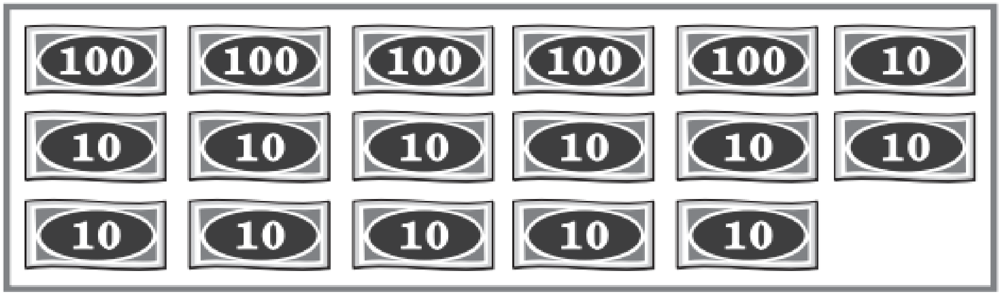
B. 35

C. 15

D. 75

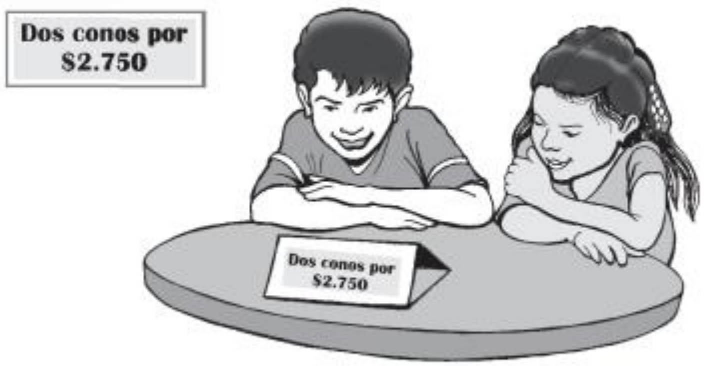


26 Después de organizar las monedas, Alejandra cuenta el dinero que tiene en billetes.

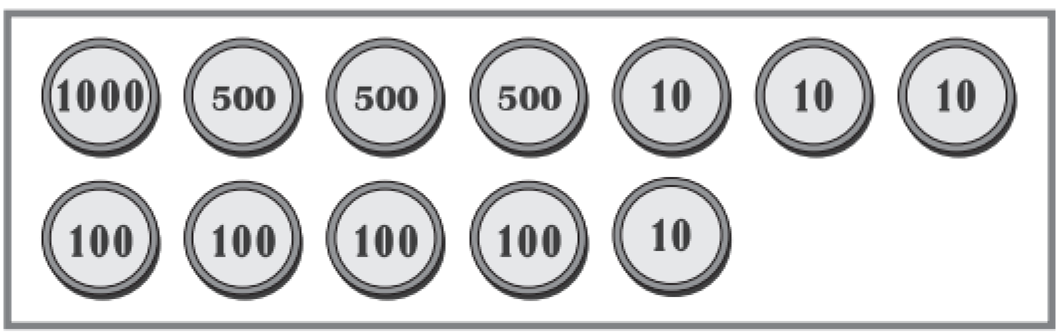


¿Cuánto dinero tiene Alejandra en billetes?
A. 52 pesos.
B. 50.012 pesos.
C. 512 pesos.
D. 620 pesos.

27 Alejandra y Diego reunieron dinero para comprar helados:



Ellos han reunido la siguiente cantidad de dinero en monedas.



¿Pueden Alejandra y Diego comprar los helados?
A. Si, y les sobra $190
B. No, porque les falta $1.000
C. Sí, y les sobra $1.090
D. No, porque tienen $2.300

28 Cuando llegaron al parque, Diego tenía $2.500 y Alejandra tenía $370 más que Diego. ¿Qué operación harías para saberla cantidad de dinero que tenía Alejandra en total?
A. 2.500 + 370
B. 2.500x370
C. 2.500-370
D. 2.500 x2 + 370

29 Alejandra y Diego se encuentran con Carlos, quien les dice que del dinero

que trajo solo le queda la tercera parte.
Si Carlos trajo al parque $3.600, ¿cuánto dinero le queda?

A. $1,200

B. $10,800

C. $3,597

D. $1,800

30. Diego les cuenta a sus amigos que cuando llegó al parque tenía el triple del dinero que tiene ahora.

¿Cuánto dinero tenía Diego cuando llegó al parque?

A. $1.890 B. $210

C. $1.260 D. $6.300

31 En el parque hay un carrusel que tiene un tablero donde se lee el número de niños que se ha subido ese día.
El número de niños que se ha subido al carrusel equivale a

A. 173 centenas. B. 17 centenas y 3 unidades.

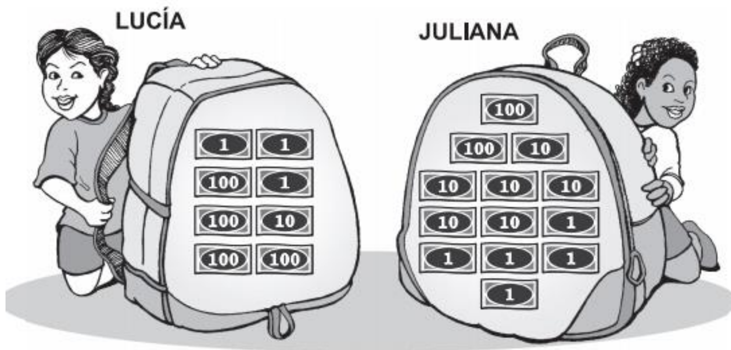
C. 1 centena y 73 decenas. D. 17 decenas y 3 unidades.

32 Observa nuevamente la imagen de la pregunta 31. En el número 173, el 7 representa:

A. 7 centenas. B. 7 decenas.

C. 7 unidades. D. 7 niños.

33 Lucía y Juliana comparan la cantidad de dinero que les quedó del paseo al parque. Lo que le quedó a cada una se muestra en el dibujo.



¿Cuál de las niñas tiene más dinero?

A. Juliana, que tiene $265

B. Juliana, que tiene S605

C. Lucía, que tiene $413

D. Lucía, que tiene $503

34 Sébastian revisa lo que se gastó durante su visita al parque. Se da cuenta de que gastó 3.750 pesos.
Si Sebastián tenía 5.000 pesos, ¿cuánto dinero le quedó?

A. 1.350 pesos.
B. 1.250 pesos.
C. 250 pesos.
D. 350 pesos.

35 Sebastián llevó al parque un juego de cartas para jugar con sus amigos. Para empezar el juego, ellos repartieron las cartas y entregaron 12 a cada uno.
Al iniciar el juego, ¿cuántas cartas tienen entre los 4 jugadores?

A. 48 cartas.
B. 4 cartas.
C. 38 cartas.
D. 16 cartas.

36 Mientras juegan, Andrés se da cuenta de que además de las 12 cartas que le dieron, él ha ganado otras 23.
¿Cuántas cartas más debe Andrés para completar 64?
A. 35 cartas.
B. 29 cartas.
C. 41 cartas.
D. 62 cartas.

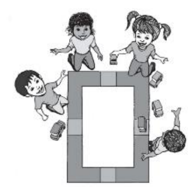
37. Santiago juega con sus compañeros en una pista que hicieron en el suelo. Los carros inician su movimiento en el punto A.

Al mirar la pista de carros, es correcto afirmar que el carro 4 ha dado
A. media vuelta hacia la derecha.
B. un cuarto de vuelta hacia la izquierda.
C. una vuelta hacia la derecha.
D. una vuelta hacia la izquierda.

38 Santiago tiene 28 carros y los reparte entre 4 jugadores.
Si reparte la misma cantidad a cada jugador, ¿cuántos carros le corresponden a cada uno?

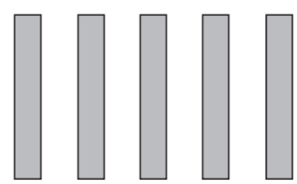
A. 32 carros.
B. 24 carros.
C. 7 carros.
D. 8 carros.

39 Santiago y sus amigos hicieron una nueva pista para jugar con sus carros.

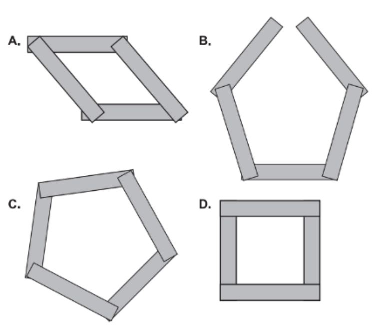


¿Qué forma tiene la nueva pista de carros que ellos hicieron?
A. Es rectangular, porque tiene cuatro lados iguales.
B. Es cuadrada, porque tiene cuatro lados iguales.
C. Es triangular, porque sus ángulos son rectos y tiene cuatro lados.
D. Es rectangular, porque sus ángulos son rectos y sus lados opuestos tienen igual medida.

40 A Santiago se le ocurre que puede construir una nueva pista utilizando 5 tablas de madera, como las que se muestran en el dibujo.



¿Qué forma tendrá la pista de carros que se puede construir con todas las tablas?



Anexo C. Prueba de fluidez y comprensión lectora

PROTOCOLO DEL LECTOR

Nombre del estudiante:
____
Grado escolar: ________________________
Institución educativa:
____
Día _____ Mes_________Año______
Hora de inicio _______ Hora de terminación __________
TEXTO:

Hola, me llamo Albert Einstein

En Italia transcurrió una de las **épocas** más felices de mi vida. Pavía, cerca de Milán, era un lugar precioso con una gran plaza y muchos palacios medievales. Estaba junto al Ticino, un río tranquilo y navegable. Aquí, mi padre y mi tío habían construido una nueva central de energía eléctrica. También seguía estudiando matemáticas por mi cuenta, reflexionaba y me hacía preguntas sobre cosas que me inquietaban, como, no sé, por ejemplo, qué pasaría si uno pudiera cabalgar sobre un rayo de luz o viajar a la velocidad de la luz, y cuestiones por el estilo.

(Tomado y adaptado de: Cugota, Luis y Roldán, Gustavo (2008). *Me llamo… Albert Einstein*. Bogotá: Norma).

Para el (la) docente evaluador

FICHA DE OBSERVACIÓN DE LA VELOCIDAD Y LA CALIDAD DE LA LECTURA

Nombre del (de la) estudiante:____
Grado escolar: _________________________
Institución educativa: ____
Día _____ Mes ______Año______
Hora de inicio _______ Hora de terminación de la lectura del texto__________

Pídale al estudiante QUE EMPIECE A LEER EL TEXTO EN VOZ ALTA. ACTIVE EL CRONÓMETRO EN EL MISMO MOMENTO EN QUE EL ESTUDIANTE INICIA LA LECTURA. Mientras él o la estudiante lee el texto en voz alta, usted debe registrar los rasgos visibles del proceso y hacer el conteo de palabras.

VELOCIDAD:

Número de palabras leídas al cumplir el minuto _______

Tiempo que le tomó leer todo el texto: __________

FICHA DE CALIFICACIÓN DE LO OBSERVADO
-Velocidad: de acuerdo con el total de palabras leídas por minuto, sitúe al estudiante en el rango que le corresponde y mencione las anomalías encontradas.

-Calidad: Señale con una X la lectura que hace el (la) estudiante según los rasgos y ubique el nivel en el que se encuentra el lector:

-SI EL (LA) ESTUDIANTE PRESENTA CATEGORÍAS DE CALIDAD MIXTAS, DEJE LA QUE PREDOMINA Y ACATE LA INSTRUCCIÓN ANTERIOR, SEGÚN EL CASO.

Diseñado por: ICFES - Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación
Proyectó publicación: Paola Garcia
Revisó: Equipo misional Programa Todos a Aprender
Viviana Cortés, asesora de lenguaje área de calidad, Ministerio de Educación Nacional
Mónica Ramírez Peñuela

Anexo D. Preguntas Prueba Supérate – grado tercero abril 2017

PREGUNTA 2

- **Nivel de dificultad de la pregunta** Medio bajo

Luego de realizar una competencia automovilística, se dio a conocer la tabla de la clasificación:

Color	Tiempo recorido	Vueltas completadas	Posición de la carretera
Carro azul	2 minutos 30 segundos	22	1°
Carro amarillo	2 minutos 43 segundos	20	2°
Carro rojo	2 minutos 40 segundos	17	3°
Carro verde	2 minutos 38 segundos	16	4°
Carro blanco	2 minutos 31 segundos	13	5°

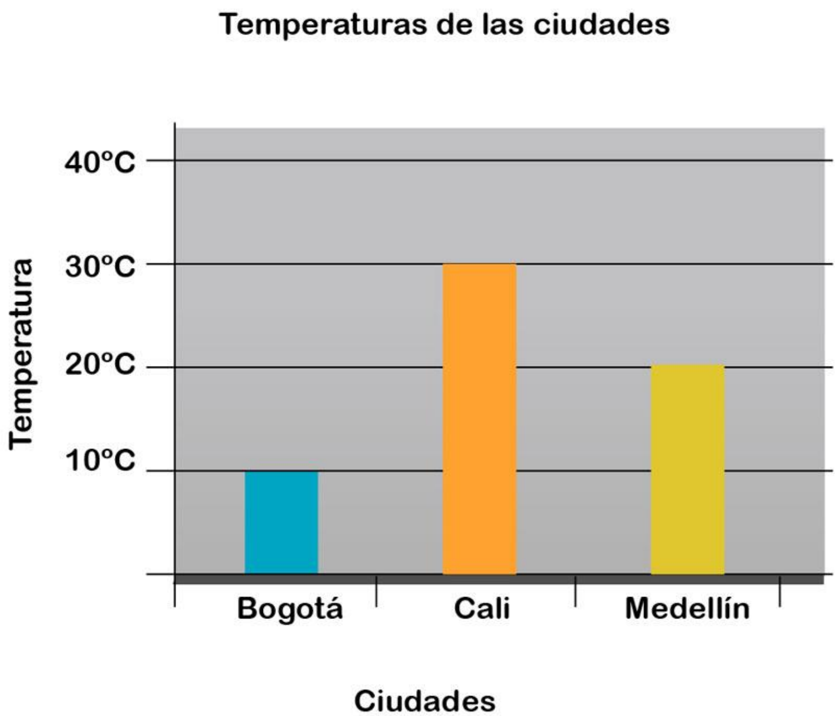
De acuerdo con la anterior tabla, se puede concluir que el criterio para ordenar los carros fue

- A. color.
- B. número de vueltas completadas.
- C. posición al finalizar la competencia.
- D. tiempo empleado en la carrera.

PREGUNTA 3

- **Nivel de dificultad de la pregunta** Medio bajo

La siguiente gráfica muestra la temperatura máxima registrada en un día en ciertas



ciudades:

(ºC, es la unidad de medida de temperatura, se lee Grados Celsius)

De acuerdo con la anterior gráfica es correcto decir que:

- A. Bogotá tuvo la temperatura más alta de las tres ciudades.
- B. Medellín presentó la temperatura más baja de las tres ciudades.
- C. Bogotá y Medellín presentaron la misma temperatura.
- D. Medellín presentó menor temperatura que Cali.

PREGUNTA 4

- **Nivel de dificultad de la pregunta**
  Medio bajo

Las profesoras están organizando un día recreativo en la escuela. Para esto, le preguntan a cada estudiante por su actividad favorita y obtienen la siguiente información:

Caminar	Montar bicicleta	Elevar cometas	Saltar cuerdas
4	10	8	6

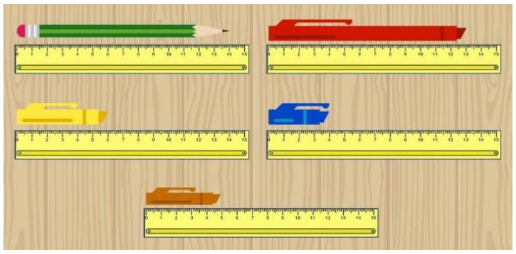
¿Cuál es la actividad favorita de la mayoría de los estudiantes?

- A. Saltar la cuerda.
- B. Montar bicicleta.
- C. Elevar cometa.
- D. Caminar.

PREGUNTA 8

- **Nivel de dificultad de la pregunta** Medio bajo

Con la misma regla se han medido varios objetos, observa las medidas obtenidas:



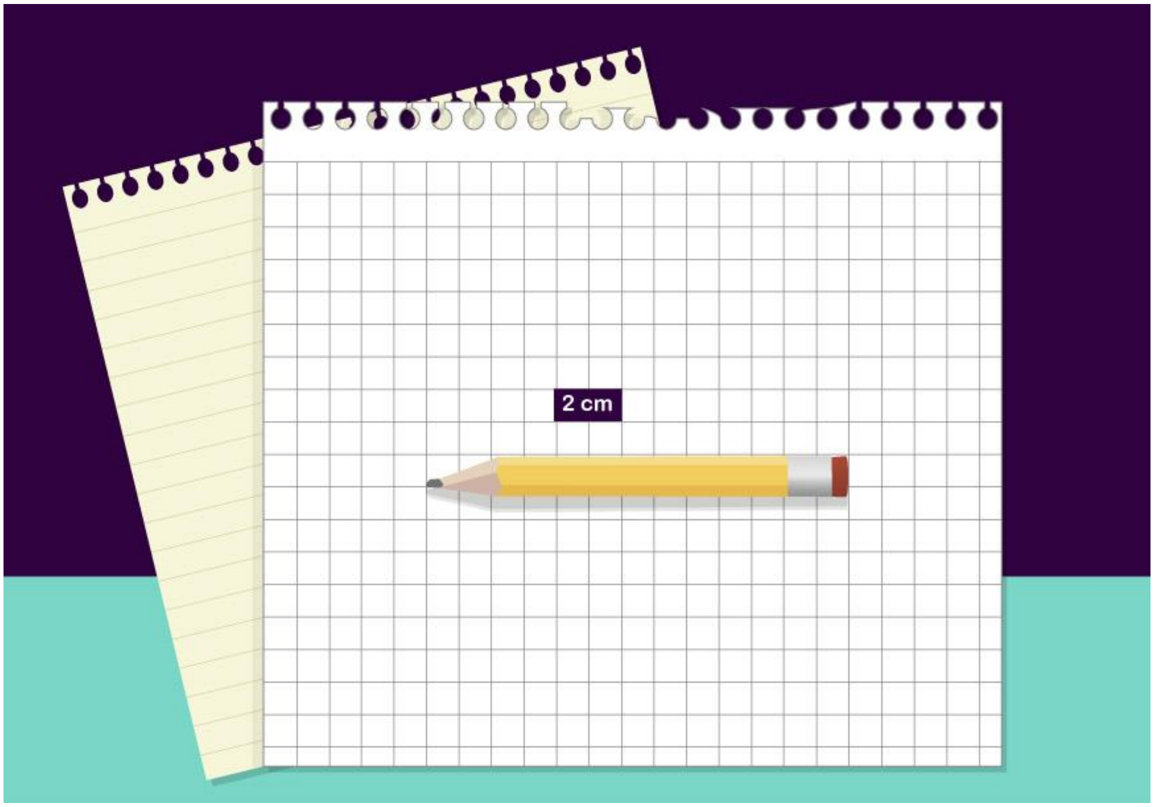
¿Cuál de los siguientes objetos es más largo que el azul, pero más corto que el amarillo?

- A. Lápiz verde
- B. Marcador amarillo
- C. Marcador rojo
- D. Marcador café
-

PREGUNTA 12

- **Nivel de dificultad de la pregunta** Medio bajo

Observa el siguiente dibujo: ¿Cuál es la medida en cm del largo del lápiz?

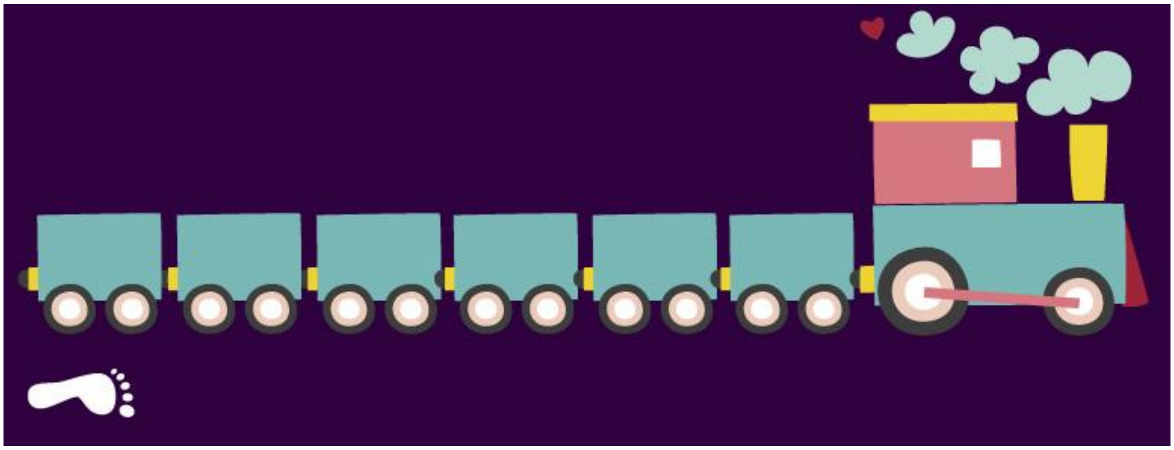


- A. 14 cm
- B. 7 cm
- C. 13 cm
- D. 6 cm y medio

PREGUNTA 13

- **Nivel de dificultad de la pregunta** Medio bajo

Pedrito tiene un tren de juguete y quiere medirlo con sus pies.



De acuerdo a la representación gráfica, se puede concluir que el tren mide aproximadamente:

- A. 50 pies.
- B. 10 pies.
- C. 5 pies.
- D. 11 pies.

PREGUNTA 18

- **Nivel de dificultad de la pregunta** Medio bajo

Observa la siguiente pecera. El dueño de la pecera vende a Teresa una cantidad de peces, representados en la siguiente figura. La tabla que representa la cantidad de peces que quedaron en la pecera una vez entregados los peces a Doña Teresa es:

- A.

Color	*Cantidad de peces que quedaron en la pecera*
Amarillo	2
Azul	2
Rojo	2
Verde	2
Morado	1

- B.

Color	*Cantidad de peces que quedaron en la pecera*
Amarillo	2
Azul	2
Rojo	3
Verde	2
Morado	1

- C.

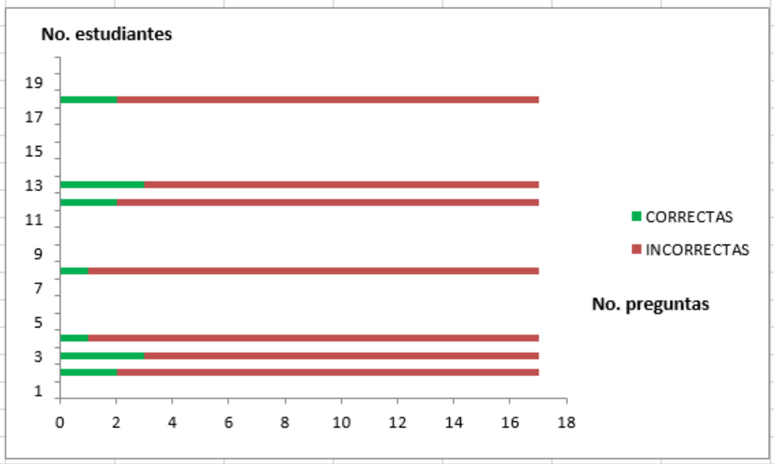
Color	*Cantidad de peces que quedaron en la pecera*
Amarillo	4
Azul	3
Rojo	6
Verde	5
Morado	2

- D.

Color	*Cantidad de peces que quedaron en la pecera*
Amarillo	6
Azul	4
Rojo	10
Verde	8
Morado	3

Anexo E. Resultados de algunas preguntas de las pruebas Supérate, abril 2017- de pensamiento métrico y aleatorio

PREGUNTAS	CORRECTAS	INCORRECTAS
Pregunta1		
Pregunta2	2	15
Pregunta3	3	14
Pregunta4	1	16
Pregunta5		
Pregunta6		
Pregunta7		
Pregunta8	1	16
Pregunta9		
Pregunta10		
Pregunta11		
Pregunta12	2	15
Pregunta13	3	14
Pregunta14		
Pregunta15		
Pregunta16		
Pregunta17		
Pregunta18	2	15
Pregunta19		
Pregunta20		



Anexo F. Taller de comprensión lectora en resolución de problemas matemáticos “La aventura del oro”

Queridos Aventureros:

Prepárense para una importante misión: “transportar un tesoro con piezas de oro” evitando que los piratas y contrabandistas los roben.

Para ello deben utilizar sus canoas y descender por un río secreto.

Cada grupo de aventureros será responsable de transportar 432 piezas de oro en su baúl.

Para facilitar el transporte de este famoso tesoro, las piezas de oro serán agrupadas y depositadas dentro de un baúl que debe ir amarrado al fondo de sus canoas.

Ahora sí, ¡manos a la obra!

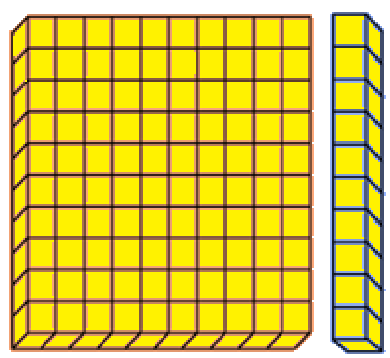
Cada grupo de aventureros deberá tener un nombre. Están autorizados para tomar algunas piezas de oro del tesoro con el fin de marcar en el baúl el nombre de su grupo, utilizando cinco piezas por cada letra.

A continuación, deben pedirle al carpintero que construya cajas de forma cuadrada y rectangular como los que se indican en el dibujo y colocar allí las piezas que van a transportar con las siguientes condiciones:

En cada caja de forma cuadrado deberán ir 100 piezas de oro y en cada caja rectangular deberán ir 10 piezas de oro.

Así, que deben informarle al carpintero cuántas cajas de forma cuadrada y rectangular debe construir.

Las piezas de oro que sobren las utilizaran para pagarle al carpintero como pago de su trabajo.



Anexo G. Registro de resultados de la prueba diagnóstica

	Periodo : primero	Cuadernillo A		Departamento						Nariño					Municipio					Pasto				
	Institución: CABRERA	Jornada																						
	Promedio del grado en matemáticas		32,14	CLAVES																				#
				C	B	A	D	B	D	A	A	A	A	D	B	C	B	A	B	A	C	D	C	20
N°	Nombre	Matemáticas		Matematicas																				
		Puntaje	Nivel	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	Total
1		30	BAJO	C	B		D	B	B	B	C	A	D	B	C	A	C	D	A	B	B	D	B	6
2		35	BAJO	C	B	A	C	B	D	C	A	D	B	B	C	B	C	D	B	C	B	B	B	7
3		40	BAJO	C	B	A	D	B	D	C	A	D	B	B	C	B	C	D	D	A	A	A	D	8
4		30	BAJO	C	B	A	D	B	C	A	D	B	B	A	C									6
5		25	BAJO	C	B	A	D	A	B	D	A	D												5
6		35	BAJO	C	B	A	D	B	D	B	A	C	D	B	D	A	C	D	A	C	D	B	A	7
7		30	BAJO	C	B	A	D		D		B			D										6
8		45	BAJO	C	B	A	D		D	A	B		C	D	A	C	D	B	A	B	D	A	C	9
9		30	BAJO	C	B	A	D	B	B	A	B	D	C	B	D	B	A	D	A	B	A	B	D	6
10		45	BAJO	C	B	A	D	B	D	A	B			D	A	C	D	B	A	C	A	B	D	9
11		45	BAJO	C	B	A	D	B	D	A	B	C	D	A	C	A	B	D	A	D	C	B	A	9
12		45	BAJO	C	B	A	D	B	C	D	A	B	D	A	B	B	C	D	B	A	B	A	D	9
13		45	BAJO	C	B	A	D	B	D	A	A	C	D	A	A	B	D	D	A	C	C	A	B	9
14		25	BAJO	C	B	A	D	D	B	B	C	A	D	B	C	A	C	D	A	B	B	C	B	5
15		25	BAJO	C	B	A	D	A	B	D	A	D												5
16		45	BAJO	C	B	A	D	B	D	A	A	D	D	C	B	A	D	B	A	D				9
17		15	BAJO	C	B	A		A		B							C	B					D	3
18		25	BAJO	C	B	A		A	B	A		A		B	A	A	A		A				D	5
	PORCENTAJE DE ACIERTO POR PREGUNTA			100	100	94	83	61	50	44	44	17	0	17	11	11	6	0	11	11	11	6	6	

Respuestas correctas color verde

Anexo H. Descripción de las preguntas de la prueba diagnóstica

N° de pregunta	Pensamiento matemático	Proceso	Descripción
21	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 100% de los estudiantes resuelve problemas de suma a partir de unos datos dados.
22	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 100% de los estudiantes descompone aditivamente un número.
23	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 94% de los estudiantes descompone aditivamente un número.
24	Numérico	Razonamiento	El 83% de los estudiantes compone aditivamente un número.
25	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 61% de los estudiantes reconoce y resuelve problemas de multiplicación.
26	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 50% de los estudiantes componen aditivamente un número.
27	Numérico	Razonamiento	El 44% de los estudiantes descompone aditivamente un número.
28	Numérico	Razonamiento	El 44% de los estudiantes resuelve problemas aditivos y utiliza la suma para representar sus soluciones.
29	Numérico	Razonamiento	El 17% de los estudiantes reconoce relaciones multiplicativas entre dos cantidades (el doble, el triple, la tercera parte, etc.)
30	Numérico	Razonamiento	El 0% de los estudiantes reconoce y resuelve problemas de multiplicación.
31	Numérico	Razonamiento	El 17% de los estudiantes reconoce equivalencias en agrupamientos múltiples en el sistema de numeración decimal.
32	Numérico	Razonamiento	El 11% de los estudiantes representa números de tres cifras con el sistema de numeración decimal y reconoce el valor relativo de sus cifras.
33	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problemas	El 11% de los estudiantes compone aditivamente de un número y reconoce la relación de orden en los números naturales.
34	Numérico	Razonamiento	El 6% de los estudiantes soluciona problemas aditivos de cambio disminuyendo.
35	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 0% de los estudiantes resuelve problemas donde la multiplicación se utiliza como una suma reiterada.
36	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 11% de los estudiantes resuelve problemas de varias etapas donde un conjunto se puede subdividir en otros subconjuntos.
37	Espacial	Razonamiento	El 11% de los estudiantes resuelve situaciones donde intervienen movimientos en el espacio.
38	Numérico	Formulación tratamiento y resolución de problema	El 11% de los estudiantes resuelve problemas de división F
39	Espacial	Razonamiento	El 6% de los estudiantes identifica características que posee una figura bidimensional como el cuadrado
40	Espacial	Modelación	El 6 % de los estudiantes elabora modelos de figuras bidimensionales

Anexo I. Registro de resultados de la prueba de fluidez y comprensión lectora

NOMBRE DEL ESTUDIANTE	Curso	Velocidad	Calida	Comprensión		
				Literal	Inferencial	Crítica
	3	Muy lento	A	Cumple	No cumple	No cumple
	3	Lento	C	No cumple	No cumple	No cumple
	3	Muy lento	A	No cumple	No cumple	No cumple
	3	Muy lento	A	No cumple	No cumple	Cumple
	3	Muy lento	A	Cumple	Cumple	No cumple
	3	Lento	B	No cumple	No cumple	No cumple
	3	Lento	B	No cumple	No cumple	Cumple
	3	Lento	B	No cumple	No cumple	No cumple
	3	Muy lento	A	No cumple	No cumple	Cumple
	3	Rápido	B	Cumple	No cumple	Cumple
	3	Muy lento	A	Cumple	No cumple	No cumple
	3	Muy lento	A	No cumple	No cumple	No cumple
	3	Muy lento	A	Cumple	No cumple	Cumple
	3	Muy lento	A	No cumple	No cumple	Cumple
	3	Muy lento	B	No cumple	No cumple	Cumple

Anexo J. Taller No. 1: "La aventura del oro"

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 4 horas

Componente: Numérico

Competencia: resuelve problemas aditivos rutinarios de composición y transformación e interpreta condiciones necesarias para su solución (ICFES, 2012)

Estándar: describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones. (MEN, 2006, p. 80)

DBA asociado: "Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos". (MEN, 2016, p. 22)

Indicador de desempeño: construye diagramas para representar las relaciones observadas entre las cantidades presentes en una situación.

1. Exploración y fundamentación: El taller inicia con un juego de reconocimiento y lectura de cantidades hasta de 4 cifras. Cada estudiante toma aleatoriamente una ficha con determinado número y hace la lectura respectiva. Se permite que todos los estudiantes participen al menos una vez, mientras se hace la realimentación y fundamentación teórica respectiva. También se propone realizar la descomposición de algunos números de tres cifras.

2. Estructuración y aplicación: la docente hace la lectura del siguiente reto:

Queridos Aventureros.

Prepárense para una importante misión: "transportar un tesoro con piezas de oro" evitando que los piratas y contrabandistas los roben.

Para ello deben organizar equipos de cuatro integrantes, utilizar sus canoas y descender por un río secreto. En cada equipo se deben distribuir los siguientes roles: dinamizador, secretario, encargado de materiales.

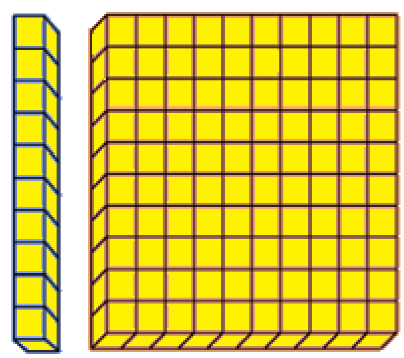
Cada equipo de aventureros será responsable de transportar **432** piezas de oro en su baúl.

Para facilitar el transporte de este famoso tesoro, las piezas de oro serán agrupadas y depositadas dentro de un baúl que debe ir amarrado al fondo de sus canoas.

Ahora sí, ¡manos a la obra!

Cada equipo de aventureros deberá tener un nombre. Están autorizados para tomar algunas piezas de oro del tesoro con el fin de marcar en el baúl el nombre de su equipo, utilizando cinco piezas por cada letra.

A continuación, deben pedirle al carpintero que construya cajas de forma cuadrada y rectangular como los que se indican en el dibujo y colocar allí las piezas que van a transportar con las siguientes condiciones: En cada caja de forma cuadrado deberán ir 100 piezas de oro y en cada caja rectangular deberán ir 10 piezas de oro.



Así, que deben informarle al carpintero cuántas cajas de forma cuadrada y rectangular debe construir.

Las piezas de oro que sobren las utilizaran para pagarle al carpintero por su trabajo.

Ahora, contesten las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántas piezas de oro utilizaron para escribir el nombre del equipo?
2. ¿Cuántas cajas de forma cuadrada y cuántas de forma rectangular deben pedir al carpintero?
3. ¿Cuántas piezas de oro debe pagar al carpintero?

Adaptación: Ministerio de Educación Nacional. "La aventura del oro". Programa Todos a Aprender 2.0

Este momento del taller, se vincula con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema; a saber:

1. *Comprender el problema:* Se solicita a los estudiantes que hagan lectura personal del reto y subrayen las palabras cuyo significado no es conocido. Posteriormente, se invita a que se compartan las palabras desconocidas y de manera colectiva se aclara su significado.

Luego, se pide a uno de los estudiantes que lea la situación en voz alta y se hacen las preguntas planteadas por Polya, para facilitar la comprensión: ¿comprenden cuál es el reto?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

2. *Concebir un plan*: Se inicia solicitando a los estudiantes, que en forma personal reflexionen sobre la manera cómo solucionarían la situación y qué estrategias serían útiles en este caso. Se recuerda que el uso de material concreto y la representación gráfica con recursos de vital importancia en la resolución de un problema.

3. *Llevar a cabo el plan*: en esta etapa, inicialmente se propone a los estudiantes que conformen equipos con cuatro integrantes y se invita a seguir las instrucciones dadas en la situación, compartir las estrategias que cada uno ha pensado, seleccionar una de ellas o proponer

una nueva, para dar paso a la solución. De la misma manera, se entrega a cada equipo una caja que contiene una unidad de mil, nueve centenas, nueve decenas y 100 unidades. Se aclara, que cada unidad representa una pieza de oro.

También se entrega cartulina y marcadores para que ilustren la solución y se indica que se deben preparar para la socialización.

3. Transferencia: en esta etapa, un representante de cada equipo debe socializar las respuestas, argumentando cada uno de los procesos desarrollados y explicando por qué lo hicieron así.

Anexo K. Taller No. 2: "Jugando a multiplicar"

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 3 horas

Componente: Numérico

Competencia: resuelve y formula problemas sencillos de proporcionalidad directa (ICFES, 2012)

Estándar: Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. (MEN, 2016, p. 80)

DBA asociado: Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos. (MEN, 2016, p. 22)

Indicador de desempeño: Selecciona y aplica estrategias para la resolución de problemas que requieren el uso de la multiplicación.

Exploración y fundamentación: inicialmente se propone a los estudiantes una serie de ejercicios de cálculo mental que implican hallar productos de dos números de una cifra, a través de diferentes formas y recurriendo al concepto de multiplicación.

Estructuración y aplicación: Este momento del taller, se vincula con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema; a saber:

1. **Comprender el problema:** Se solicita a los estudiantes que hagan lectura personal de una situación de proporcionalidad directa y que reflexionen sobre el valor desconocido.

Posteriormente, se invita a uno de los estudiantes para que lea la situación en voz alta y se hacen las preguntas planteadas por Polya, para facilitar la comprensión:

¿Cuál es el valor que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

2. Estructuración y aplicación: Después de lograr que los estudiantes expresen con sus propias palabras (parafraseo) la situación dada, se propone resolverla de 5 maneras diferentes. Por ejemplo: uso de material concreto, representación gráfica, representación simbólica, suma repetida y secuencias.

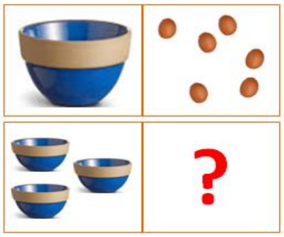
A continuación, se solicita socializar las maneras encontradas para resolver el problema, reflexionando acerca de la pertinencia y confiabilidad de cada una de ellas.

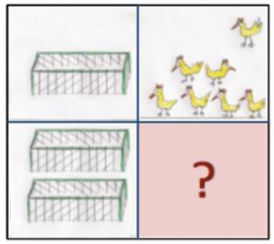
Para alcanzar el reto, se presenta la misma situación planteada gráficamente a través del naipe multiplicativo. Se explican sus cuatro componentes, haciendo énfasis en la ubicación de la incógnita y la pregunta **¿cuál es el total?**

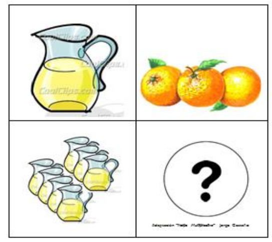
A continuación, se entrega a cada estudiante una ficha del naipe multiplicativo y se solicita que proponga el enunciado de manera personal y se resuelva colectivamente.

3. Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya, Examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: los estudiantes **comparten** la solución encontrada, argumentando el proceso desarrollado y validando de manera colectiva si la solución encontrada corresponde a la pregunta formulada. De la misma manera, se entrega una ficha de naipe multiplicativo vacía, para que los estudiantes planteen y resuelvan una situación "propia".

Recursos: naipe multiplicativo (adaptación propuesta de Jorge Castaño), material concreto (huevos en icopor, recipientes), fichas vacías de naipe.







Anexo L. Taller No.3: ¿Todo se puede medir?

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 4 horas

Componente: Métrico

Competencia: desarrolla procesos de medición usando patrones arbitrarios e instrumentos estandarizados. (ICFES,2012).

Estándar: reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración. (MEN,2006, p. 81)

DBA asociado: realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas. (MEN, 2016, p. 25)

Indicador de desempeño: hace estimaciones de longitud, área, volumen, peso y tiempo según su necesidad en la situación.

Exploración y fundamentación: El taller inicia con la pregunta ¿Todo se puede medir? Se orienta a los estudiantes a identificar atributos medibles en los objetos del entorno escolar

Mientras los estudiantes participan se hace una lista en el tablero, con los atributos que mencionan y se reflexiona con todo el grupo sobre la importancia de reconocer propiedades de los objetos que nos rodean y los atributos de estas que se pueden medir. A continuación, se invita a los estudiantes a participar de manera propositiva en el desarrollo de las actividades planteadas en cada una de las 4 estaciones dispuestas, en las cuales podrán explorar y reconocer atributos medibles.

Estructuración y aplicación: se conforman 4 equipos con 5 estudiantes cada uno. Cada equipo empieza su recorrido por una estación diferente y seguirá avanzando por cada una en orden. En cada estación permanece 15 minutos y resuelve el problema propuesto, con ayuda de material concreto y con la orientación de una docente.

ESTACIÓN No. 1: En esta estación los niños encuentran diferentes objetos, instrumentos de medida y situaciones que implican el uso pertinente de cada uno de estos.

Los estudiantes deben leer la situación entregada por la docente, seleccionar los objetos y el instrumento de medida adecuado, según el atributo a medir.

- Entre los instrumentos están: reloj, cronómetro, regla, gramera, jarra para medir capacidad y metro.
- A continuación, se especifican las situaciones planteadas en esta estación:
- Un amigo y tú juegan a "pasar la llave". ¿Cuántas veces crees que puedes pasar la llave en un minuto sin parar?
- Mira la hora en el primer reloj. ¿Qué hora será en cinco minutos más? Muestra esa hora en el segundo reloj.
- Darío debe comparar el peso de dos cajas de igual forma y tamaño. Una está vacía y la otra llena de chocolates
- Expresa el peso de una libra de harina en gramos.
- Compara la capacidad de cada uno de los recipientes.

ESTACIÓN No. 2: en esta estación los niños deben hallar el perímetro la figura 1, Utilizando unidades de medida no convencionales: clips, palillos, borradores (longitud de un lado), cordón y pedazos de lana de 5 centímetros cada uno. Posteriormente comparten el valor encontrado y a partir de preguntas orientadas por la docente los estudiantes concluyen que al usar unidades no convencionales se obtiene expresiones diferentes de los resultados, que representan la misma longitud resultados diferentes.

Figura 1

ESTACIÓN No. 3: en esta estación los niños deben hallar el área la figura 1 por recubrimiento, Utilizando como unidad de medida triángulos rectángulos isósceles y congruentes.

ESTACIÓN No. 4: ¿Cuántos centímetros cúbicos hay en un decímetro cubico?

Esta estación comienza con la manipulación de centímetros cúbicos de madera y plástico; posteriormente a cada estudiante se le entrega 5 cajas cubicas de cartulina (de 3cm, 4cm, 5cm, 6cm y 7cm de lado, respectivamente) las cuales tienen impresas en dos de sus caras centímetros cuadrados, y se les pide a cada estudiante que estime cuántos centímetros cúbicos puede empacar en la caja que se les entregó, luego el estudiante debe verificar la capacidad de las cajas empacando en ella centímetros cúbicos hasta que la caja quede completamente llena. Terminada la tarea se le pide al estudiante que compare el dato estimado con el dato encontrado y que argumente el porqué de su acierto o desacierto.

A continuación, cada uno de los estudiantes comenta sobre la relación entre la longitud del lado de la caja que le correspondió y la capacidad de la misma. Finalmente, se propone como desafío encontrar el número de centímetros cúbicos que se pueden empacar en la caja que tiene de lado 10 cm.

Este momento del taller, se vincula con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema; a saber:

Comprender el problema: en cada una de las estaciones, La docente entrega la situación problema que deben resolver e indica que cada uno debe hacer lectura personal de la situación. Posteriormente solicita que expresen con sus propias palabras el problema a resolver y se recurre a la pregunta: ¿Cuál es el instrumento de medida a utilizar? *Concebir un plan*: Se inicia solicitando a los estudiantes, que de manera personal reflexionen sobre la manera cómo solucionarían la situación y qué estrategias se podrían aplicar. Se explica que en este caso se utilizará el material didáctico apropiado para experimentar y encontrar la solución del problema.

Llevar a cabo el plan: en esta etapa, los estudiantes comparten las estrategias pensadas y se ponen de acuerdo en la que aplicarán. Lo anterior, a partir de la argumentación y teniendo en cuenta las aclaraciones de la docente.

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado con la última etapa propuesta por Polya, Examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, los estudiantes socializan el trabajo desarrollado en cada estación y se regresa a la pregunta inicial, haciendo énfasis en los conceptos de magnitud, unidad e instrumento de medida. Finalmente, se consignan las conclusiones del taller y se profundiza con la aplicación en la resolución situaciones tomadas de los cuadernillos de pruebas saber.

Recursos: *gramera*, cronómetro, reloj, regla, metro, jarra para medir líquidos, cajas cúbicas, imágenes, palillos, borradores, cordones, triángulos, cuadrados, centímetros cúbicos, una libra de harina

Anexo M. Taller No 4: “Visita a la parcela de don Carlos”

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 3 horas

¡**Componente:** Geométrico - Métrico

Competencia: desarrolla procesos de medición usando patrones e instrumentos estandarizados (ICFES, 2012)

Estándar: reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración. (MEN, 2006, p. 81)

DBA asociado: realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas. (MEN, 2016, p. 25).

Indicador de desempeño: hace estimaciones de longitud y área según su necesidad en la situación.

Exploración y fundamentación: el taller inicia construyendo algunas figuras con el Tangram en parejas, con el propósito de reconocer la importancia de la ubicación espacial en la resolución de situaciones problema en contextos geométricos y de medidas. Se toma como ejemplo una de las figuras construidas para indagar acerca de lo que conocen en relación con los conceptos de perímetro, área y unidades de medida no convencional y estandarizada. Se solicita estimar el perímetro y área de la figura construida, utilizando como unidad de medida el lado del cuadrado que hace parte del Tangram.

Estructuración y aplicación: en este momento se presenta la siguiente situación problema y se invita a los estudiantes a hacer la lectura de manera personal, a continuación, se solicita a un estudiante a leer en voz alta. Posteriormente se hace un parafraseo del problema y a partir de las preguntas propuestas por Polya para la *comprensión del problema*, se identifican los datos relevantes, la pregunta y posibles formas de resolución. Entre las preguntas orientadoras están: ¿comprenden cuál es su misión?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el problema con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

Situación problema: En una parcela de 1/4 de hectárea, don Carlos tiene un cultivo de fresas, lechuga y papas.

Con el propósito de calcular la distancia que se requiere dejar entre cada planta para sembrarla, se debe completar la siguiente tabla considerand  cada jeme (niño) mide 10 centímetros aproximadamente.

Planta	Distancia entre plantas 	Distancia entre plantas (centímetros)
Fresa		
Cebolla		
papa		

Con base en la tabla anterior y considerando que los cultivos están distribuidos en surcos, de la siguiente manera:

- El surco de la fresa tiene un largo de 30 metros y un ancho de 80 centímetros. En cada surco se siembran dos hileras de fresas.
- El surco de la cebolla tiene un largo de 30 metros y un ancho de 1 metro. En cada surco se siembran tres hileras de cebolla.

- El surco de la papa tiene un largo de 30 metros y un ancho de 1 metro. En cada surco se siembra 1 hilera de papa.

  ¿Cuántas plantas de: fresa, cebolla y papa se siembran en cada surco?

  Completa la siguiente tabla:

Fresa	Cebolla	Papa

Teniendo en cuenta la información de la tabla No. 1 y además que la distancia entre surco y surco es de 20 centímetros para las fresas y 50 centímetros para la papa y la cebolla respectivamente, completa la siguiente tabla:

Planta	No. de surcos	Área cultivada (m^2)
Fresa		
Cebolla cabezona		
Papa		

Estructuración y aplicación: Después de lograr que los estudiantes expresen con sus propias palabras (parafraseo) el problema, se solicita que conformen equipos de 4 integrantes y se reúnan para comentar las posibles formas de resolverlo. Posteriormente deben *concebir un plan, es decir*, seleccionar una de las formas expuestas, a partir de la reflexión sobre la pertinencia y confiabilidad de esta.

Después de los acuerdos respectivos, deben *ejecutar el plan*, con ayuda de un Geoplano. En este, deben representar el terreno, cada cultivo con el número de surcos indicado y posteriormente calcular el área, sin necesidad de recurrir a una fórmula.

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya, Examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: se solicita a los estudiantes que socialicen las respuestas encontradas, argumentando el proceso realizado. También se invita a representar mediante un esquema la parcela de Don Carlos con sus respectivas medidas.

Recursos: 20 Tangram, imágenes para Tangram, guías de trabajo, hojas de block, geoplano.

Anexo N. Taller No.5: “El cumpleaños de Juan”

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Componente: Geométrico - Métrico

Tiempo estimado: 2 horas

Competencia: desarrollar procesos de medición usando patrones arbitrarios e instrumentos estandarizados (ICFES, 2012)

Estándar: reconozco el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones aditivas y multiplicativas. (MEN, 2006, pag 81).

DBA asociado: Realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas. (MEN, 2016, pag 25)

Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas. (MEN, 2016, p. 25)

Indicador de desempeño: Reconocer que el volumen, la capacidad y la masa son magnitudes asociadas a figuras tridimensionales

Realiza mediciones de un mismo objeto con otros de diferente tamaño y establece equivalencias entre ellas.

Exploración y fundamentación: Por medio de preguntas orientadoras y uso de material concreto (Juego didáctico base 10 y recipientes de diferente capacidad y volumen) se les recordó a los estudiantes conceptos como: volumen, capacidad, equivalencia de un litro en mililitros y el concepto de fracción. (*primera sección*)

Estructuración y aplicación:

Se entregó a los estudiantes el siguiente enunciado

Para la fiesta del cumpleaños de Juan, su mamá compró yogurt de dos sabores diferentes fresa y durazno, en envases de 3L y 2L respectivamente

Para servir estos productos se utilizan vasos de capacidad de 200ml ($\frac{1}{5}$ de litro) y 250 ml ($\frac{1}{4}$ de litro). Si a la fiesta asisten 21 invitados; ¿de qué manera debe servir Juan el yogurt para que no le falte ni le sobre?

Se dio un tiempo de 5 minutos para la lectura individual, terminado este tiempo Iniciamos abordando las etapas planteadas por Polya, para la solución de problemas.

Comprensión del problema

La docente preguntó si hay alguna palabra del enunciado que no entiendan, una estudiante llamó a la docente para preguntar por la abreviatura ¿2L?

La docente respondió: “son dos litros” y continuó diciendo “¿Alguien más tiene otra pregunta?” …Silencio absoluto.

Luego la docente invitó a los estudiantes a que compartan con el compañero más cercano lo que comprenden de la lectura del problema planteado, por un tiempo de cinco minutos; iniciando así el trabajo en parejas

Terminado este tiempo la docente preguntó: “¿Quién quiere compartir lo que comprendió de la situación problema?”

Un estudiante responde: “que para la fiesta de cumpleaños de Juan han comprado yogurt y que lo debemos repartir entre 21 invitados sin que falte ni que sobre?”

“Muy bien”, respondió la docente, y pregunta “¿eso es todo?”, mientras diagramaba en el tablero un círculo y en él centró el aporte dado por la estudiante, intervino nuevamente la docente, diciendo “¿Alguien quiere aportar algo más?”

Otra estudiante, respondió, “el yogur es de dos sabores de fresa y de durazno y viene en botes de 3 litros y de 2 litros”.

La docente escribió este aporte en el tablero, y preguntó, “¿hay algo más?” Silencio absoluto.

Preguntó la docente, “¿Cuántos litros en total hay que repartir?”

Respondió un estudiante: “5 litros”.

“Muy bien” dijo la docente, y agregó: “bueno y ¿qué más se conoce del problema?”, ...silencio absoluto.

Entonces intervino la docente, diciendo: “vamos a leer nuevamente el problema párrafo por párrafo, y recuerden que, si están en binas, es para colaborarse”.

La docente inició con la lectura del primer párrafo y preguntó: “¿Qué compró la mamá de Juan?”

Respondieron en coro los estudiantes “dos yogures, de 3litros y de 2 litros”

La docente dice: “entonces ¿Cuánto yogurt compro la mamá?”

Respondieron en coro los estudiantes “5 litros”.

La docente invita a continuar leyendo el siguiente párrafo, terminada la lectura preguntó la docente: “¿En qué se va a repartir el yogurt?”.

Respondieron los niños a una sola voz “en unos vasitos”.

“sí”, dice la docente, “en unos vasos que tienen una capacidad determinada” y preguntó, “¿Cuál es la capacidad de los vasos?”.

Respondieron varios niños “200 ml y 250 ml”.

La docente, intervino diciendo: “tengan en cuenta lo que está entre paréntesis; ¿los que miden 200 ml es un que del litro?”,

Respondieron los estudiantes,” un quinto de litro”

Dijo la docente: “o sea si es un quinto de litro ¿Cuántos vasos de 200 ml puedo servir de un litro?”

Respondieron los estudiantes, “5 vasos”

-“¿Cuántos vasos de 250 ml puedo servir de un litro?”

Los estudiantes respondieron:”4 vasos;”

- “Muy bien”, dijo la docente. “Ahora bien, ¿Cuantos vasos grandes van a salir de fresa?”.

Respondieron los niños: ”12”

“y ¿Cuántos pequeños?”

Los niños responden, “15”

-. “Ahora miremos para el yogurt de durazno ¿Cuántos vasos grandes podemos servir?”.

Los niños respondieron “8”

- “Y si servimos en vasos pequeños ¿Cuántos podemos servir?”

- “Los niños respondieron “10”

- “La profesora dijo “al parecer ya está entendido el problema” y preguntó, ¿será que ya podemos darle solución?

- “Pocos estudiantes asintieron con la cabeza y mostraron disposición a seguir trabajando con su compañero en las hojas de trabajo, otros estudiantes simplemente miraron a su compañero, sin dar respuesta alguna.

Concebir un plan:

La docente al mirar que pocos estudiantes comprendieron completamente el problema, ella tomo una jarra con un litro de agua, 5 vasos de 200 ml y 4 vasos de 250 ml y de forma práctica mostró a los estudiantes que del litro de agua se pueden servir 5 vaso de 200 ml o 4 vasos de 250 ml, de igual manera pegó en el tablero láminas que representaban los tres litros de yogurt de fresa y los dos litros de yogurt de durazno, y dibujó representaciones de los 4 vasos grandes y los 5 vasos pequeños debajo de cada botella.

La docente preguntó: "¿Ahora será que ya podemos dar solución al problema?"

Los estudiantes a coro respondieron: "sí" y comenzaron a trabajar en busca de la solución del problema.

Llevar a cabo el plan:

A medida que los estudiantes trabajaron en busca de la respuesta, tanto la docente como la tutora pasearon por el salón observando el trabajo de los diferentes grupos; y mientras algunos buscaron la solución sumando cincos y cuatros, otros realizaron dibujos en su cuaderno, y otros tomaron la jarra con agua y empezaron a llenar vasos, simulando envasar los botes de yogur de los dos sabores; hasta alcanzar el número de vasos que solicita el problema; pero aun así habían estudiantes que no habían comprendido el problema, porque sumaron 200 + 250, y una pareja de estudiantes no había iniciado el proceso en busca de la solución; entonces fue cuando un estudiante intervino diciendo: "profesora puedo servir 12 de fresa y 10 de durazno".

La docente preguntó: "y según el enunciado del problema, ¿Cuántos vasos debes servir?" El respondió, "21"

La docente le dijo: "y en tu respuesta cuantos suman"

El respondió: "22"

Entonces "sigue intentando servir solo 21".

Después de haber pasado algunos minutos la docente hizo nuevamente dos preguntas orientadoras: "Si servimos únicamente en vasos pequeños, ¿Cuántos vasos podemos servir? (mientras indicaba cada lamina de litro) los estudiantes respondieron “5, 10, 15, 20, 25” - y si servimos ¿únicamente en vasos grandes?, los estudiantes. “4, 8, 12, 16, 20”

- y ¿Cuántos necesitamos?

Respondieron en coro: “21”

Después de un momento un estudiante llamó a la profesora para indicarle el trabajo y dijo: “ya lo tenemos sirve 5 + 4 + 4 +4 + 4”

La docente preguntó: “¿y de qué sabores son esos vasos?”

- El respondió “fresa, fresa, fresa, durazno y durazno”,

- “Muy bien entonces ¿Cuántos son de fresa y cuantos de durazno?”,

-Respondió, “13 de fresa y 8 de durazno”

Enseguida otra estudiante llamó a la docente y dijo: “profe a nosotros nos da 22”, indicando la suma 5 + 5 +4 +4 + 4,

-La docente le preguntó “¿tiene el número de vasos que pide el problema?”

La estudiante respondió: “No, me sobra uno”

- “y tú crees ¿que es posible servir los 21?”

- La estudiante E1 observó su trabajo y respondió: “creo que sí”, después de dos minutos dijo la estudiante “ya lo tenemos profe”

- “Qué bien! y ¿Cómo lo lograron?”, preguntó la docente

La estudiante respondió: “sólo sumamos 5 una sola vez”.

Al momento, otros estudiantes llaman a la docente diciendo “ya tenemos la respuesta”.

Transferencia:

La docente inicia la puesta en común, cuando ya todos habían terminado de resolver el problema, y, aunque algunos no lo resolvieron correctamente; invito a los estudiantes a conformar grupos de 4 (uniendo dos parejas- pequeños grupos) para que cada pareja comparta la forma como le dieron solución al problema y en pequeños grupos formule una síntesis de las diversas soluciones encontradas; además debían nombrar un estudiante para que socialice el trabajo realizado en grupo.

Visión retrospectiva

La profesora invita a una estudiante para que socialice la respuesta de su grupo ante sus compañeros de clase, en el tablero, y, mientras ella lo hacía, algunos de los compañeros compartían su experiencia comparando las diferencias y similitudes con la respuesta dada por la estudiante, de esta manera se llevó a cabo la plenaria del trabajo realizado por los diferentes grupos de estudiantes.

Todos los alumnos, con la mediación de la docente, trabajaron en la búsqueda de la solución de un mismo problema, siguiendo la metodología de ***Trabajo en grupo total, referida por*** Gonzales (2004), “El facilitador, conduce una Discusión Dirigida y utiliza el Interrogatorio Guiado a fin de ir recorriendo las diferentes etapas del proceso de resolución del problema” (p 252).

Anexo O. Taller No. 6:” Se necesita un arquitecto para el zoológico”

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 3 horas

Componente: Geométrico – Métrico

Competencia: usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas (ICFES, 2012)

Estándar: Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y, en los eventos, su duración

Realizo y describo procesos de medición con patrones arbitrarios y algunos estandarizados, de acuerdo al contexto. (MEN, 2006, p. 81)

DBA asociado: realiza estimaciones y mediciones de volumen, capacidad, longitud, área, peso de objetos o la duración de eventos como parte del proceso para resolver diferentes problemas. (MEN,2016, p. 25)

Indicador de desempeño: usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas

Exploración y fundamentación: El taller inicia un conversatorio acerca de los conceptos que los estudiantes tienen con relación a la medida del perímetro y el área de una superficie. Posteriormente se entrega una cuadrícula y se solicita que construyan dos rectángulos que están formados por 36 unidades cuadradas.

Posteriormente, motiva a los estudiantes a comparar las dimensiones, perímetro y área de los dos rectángulos construidos; finalmente orienta a deducir cuál es la relación entre perímetro y área.

Estructuración y aplicación: se presenta a los estudiantes una imagen con el título de la situación y el personaje correspondiente, en seguida se solicita que hagan una lectura de la imagen y reflexionen sobre la pregunta: ¿Cuál creen que es el reto por resolver?

Este momento del taller, se vincula con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema; a saber:

Comprender el problema: Después de escuchar algunas intervenciones, se entrega la siguiente situación problema acompañada de un geoplano y se solicita que se realice la lectura personal y se subrayen las palabras desconocidas.

¡Felicidades! Eres el nuevo arquitecto del zoológico que abrirá sus puertas próximamente.

Tu tarea consiste en dibujar los albergues de los animales siguiendo las notas que ha dejado Camilo, el zoólogo.

Un zoólogo es un especialista que tiene gran conocimiento del comportamiento de los animales y de sus modos de vida.

El plano del zoológico:

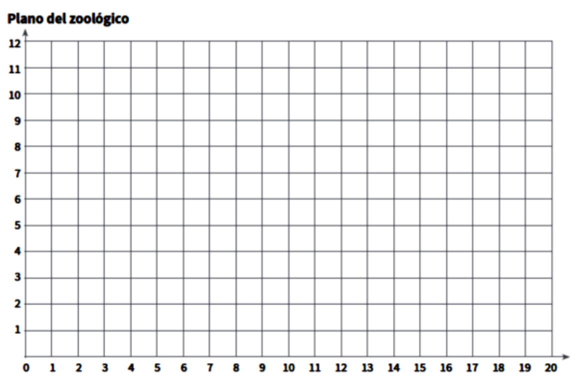
Las siguientes son las notas que Camilo te pide respetar para dibujar el plano del zoológico:

- El albergue de las jirafas ocupa un medio (1/2) del terreno.
- El albergue de los leones es un rectángulo cuyo perímetro es de 12 unidades.

- El espacio reservado para los micos es un cuadrado cuya área es de 16 unidades cuadradas.
- El albergue de los rinocerontes es un cuadrilátero cuyo largo es de 8 unidades y el ancho es de 2 unidades.
- Camilo te dejará dibujar un último albergue personalizado para que ubiques allí al animal que desees. Deberás precisar el perímetro y el área de este albergue.

Para dibujar los diferentes albergues, utiliza el plano rectangular del zoológico. Este plano mide 12 unidades de ancho por 20 unidades de largo. Cuando hayas dibujado los albergues, indica el nombre de los animales que se encuentran en ellos.

Ministerio de Educación Nacional. Se necesita un arquitecto para el zoológico. Cuadernillo del estudiante. Matemáticas. Grado 3°. Módulo C. Programa Todos a Aprender. 2015



4. Se aclara el significado de los términos desconocidos y se parafrasea la situación para facilitar su comprensión. Luego, se pide a uno de los estudiantes que lea la situación en voz alta y se hacen las preguntas planteadas por Polya, para facilitar la comprensión y que implican procesos de razonamiento, previos a la etapa de modelación del problema:

¿Comprenden cuál es el reto?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

Concebir un plan: se solicita a los estudiantes que representes los albergues en el geoplano, de acuerdo con las condiciones dadas por el zoólogo. Posteriormente se conforman grupos cooperativos con el propósito de compartir la solución personal y seleccionar una de estas para representarla en un nuevo geoplano.

Llevar a cabo el plan: los estudiantes conforman grupos cooperativos con tres integrantes, a saber: dinamizador, secretario y encargado de materiales. El encargado de materiales recoge un geoplano y marcadores. A continuación, se solicita que diseñen el plano acordado y se preparen para la socialización

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya, Examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, el secretario de cada equipo pega el plano en una de las paredes del salón y se invita a todo el grupo a una marca silenciosa, con el fin de validar los diseños propuestos y validar si cumplen con las condiciones dadas por el zoólogo.

Finalmente, se presenta un vídeo que dura aproximadamente 5 minutos y se solicita a los estudiantes que validen las soluciones y estrategias utilizadas por los estudiantes de grado 3° de las instituciones Francisco José de Caldas y CEM La Victoria, en la resolución de la misma situación. A partir de la indagación, se debe llevar a los estudiantes a reflexionar sobre la pertinencia, confiabilidad y eficacia de las estrategias aplicadas

Recursos**:** geoplano, fotocopias, marcadores, video beam, memoria.

Anexo P. Taller No. 7: “El tesoro del saber”

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 4 horas

Componente: Métrico

Competencia: Usa propiedades geométricas para solucionar problemas relativos al diseño y construcción de figuras planas

Estándar: Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales. (MEN,2006, p. 80)

DBA asociado: formula y resuelve problemas que se relacionan con la posición, la dirección y el movimiento de objetos en el entorno. (MEN, 2016, p. 26)

Indicador de desempeño: Plantea y resuelve situaciones en las que se requiere analizar movimientos y transformaciones de diferentes figuras en el plano.

Exploración y fundamentación: inicialmente se propone a los estudiantes seguir instrucciones de orientación espacial: pasos adelante, atrás, derecha, izquierda y giros. Posteriormente se orienta a los estudiantes para que realicen algunos movimientos (rotación y traslación) y transformaciones (ampliación y reducción), en primer lugar, con su propio cuerpo y posteriormente con figuras planas construidas en el geoplano.

Estructuración y aplicación: Una estudiante lee una carta que invita a sus compañeros a resolver 12 situaciones problema (ver Anexo R). Se hace entrega de un baúl que contiene “monedas de oro” y las situaciones para resolver. Se fija la fecha de socialización donde cada estudiante debe referirse a los problemas con mayor dificultad y debe compartir las estrtaegias que usó con frecuencia para la resolución. En este orden de ideas, a partir de este día, al comenzar la clase la docente entregará una situación a cada fila de estudiantes y orientará la resolución.

Este momento del taller, se vincula con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema; a saber:

Comprender el problema: Se solicita a los estudiantes que hagan lectura personal de la situación y los invita a responder las siguientes preguntas: ¿comprenden cuál es el reto?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

En el Anexo *R* se comparte las diferentes situaciones planteadas para este taller.

Concebir un plan: Cada estudiante, plantea un posible modelo para resolver el problema; a través de un esquema, una tabla, ensayo – error, descomposición del problema en casos particulares.

Llevar a cabo el plan: Cada estudiante ejecuta el modelo propuesto y escribe la respuesta. Posteriormente, se reúnen todos los integrantes de la fila y comparten la solución. Establecen acuerdos para compartir una solución con sus compañeros.

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya, Examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, un representante de cada fila, socializa el problema y su respectiva solución, argumentando el proceso desarrollado. La docente hace la realimentación pertinente y los motiva para que sean ellos qienes formulen un problema de tipo geométrico para resolver en la clase

Se clarifica el significado de los términos desconocidos y se parafrasea la situación para facilitar su comprensión. Luego, se pide a uno de los estudiantes que lea la situación en voz alta y se hacen las preguntas planteadas por Polya, para facilitar la comprensión y que implican procesos de razonamiento, previos a la etapa de modelación del problema:

¿Comprenden cuál es el reto?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

Concebir un plan: se solicita a los estudiantes que representes los albergues en el geoplano, de acuerdo con las condiciones dadas por el zoólogo. Posteriormente se conforman grupos cooperativos con el propósito de compartir la solución personal y seleccionar una de estas para representarla en un nuevo geoplano.

Llevar a cabo el plan: los estudiantes conforman grupos cooperativos con tres integrantes, a saber: dinamizador, secretario y encargado de materiales. El encargado de materiales recoge un geoplano y marcadores. A continuación, se solicita que diseñen el plano acordado y se preparen para la socialización

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya, examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, el secretario de cada equipo pega el plano en una de las paredes del salón y se invita a todo el grupo a una marca silenciosa, con el fin de validar los diseños propuestos y validar si cumplen con las condiciones dadas por el zoólogo en la situación problema.

Anexo Q. Taller No. 8: “Ayudando a Juanito”

Institución: Cabrera

Área: Matemáticas

Grado: Tercero

Tiempo estimado: 3 horas

Componente: Aleatorio

Competencia: Resuelve problemas a partir del análisis de datos recolectados

Estándar: Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar. (MEN, 2006, p. 81)

DBA asociado: Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia, gráficos de barras y /o pictogramas con escala, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno (MEN, 2016, p. 28).

Indicador de desempeño: Lee e interpreta información contenida en tablas de frecuencia y gráficas de barras, para formular y resolver preguntas de situaciones de su entorno

Los siguientes son los momentos que en los que se desarrolla el taller:

Exploración y fundamentación: Inicialmente se presenta un pictograma y un diagrama de barras que los estudiantes diseñaron en un taller anterior y se orienta la lectura de estas. A continuación, se realizan algunas preguntas de interpretación de la gráfica.

Estructuración y aplicación: se propone a los estudiantes la siguiente situación: Juanito vende postres los domingos frente al colegio. Él desea vender sus postres en la sección de Básica Primaria, en el día de los niños; para ello desea conocer cuál es el sabor del postre preferido por los estudiantes de los grados 1°, 2°, 3°, 4° y 5°. Se invita a los estudiantes a ayudarle a Juanito a encontrar la respuesta.

Este momento del taller, se vincula con tres de las etapas que plantea Polya para resolver un problema; a saber:

Comprender el problema: se pide a uno de los estudiantes que lea la situación en voz alta y se hacen las preguntas planteadas por Polya, para facilitar la comprensión, y que implican procesos de razonamiento, previos a la etapa de modelación del problema: ¿comprenden cuál es el reto?, ¿Qué es lo que se desconoce? ¿Cuál es la información o datos de partida?, ¿pueden plantear el reto con sus propias palabras?, ¿Este problema se parece a otro que hayan resuelto antes?

Concebir un plan: Se inicia solicitando a los estudiantes, que propongan el plan a seguir para resolver la situación. De manera colectiva y con orientación de la docente, se ponen de acuerdo en realizar las siguientes etapas: recolección de datos, organización, presentación y análisis.

Llevar a cabo el plan: Los estudiantes se organizan en 4 grupos cooperativos y la docente asigna a cada grupo, un grado (1°,2°,4° y 5°), donde se recolectan los datos. Después de esta etapa, se registran los datos obtenidos en el tablero y se indica a los estudiantes que se deben reunir en los grupos, con el fin de registrar en las fichas, los datos generales y realizar la organización y presentación de los datos.

Transferencia: este momento de la clase, está vinculado a la última etapa propuesta por Polya. Examinar *la solución obtenida y mirar hacia atrás*: en esta etapa, los estudiantes socializan las fichas elaboradas y responden a las preguntas de análisis que se plantean.

Recursos: fichas de colores rotuladas con cada etapa, imágenes, geoplano

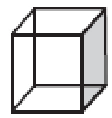
Fuentes: Proyecto Estadística. Kit de herramientas Pioneros

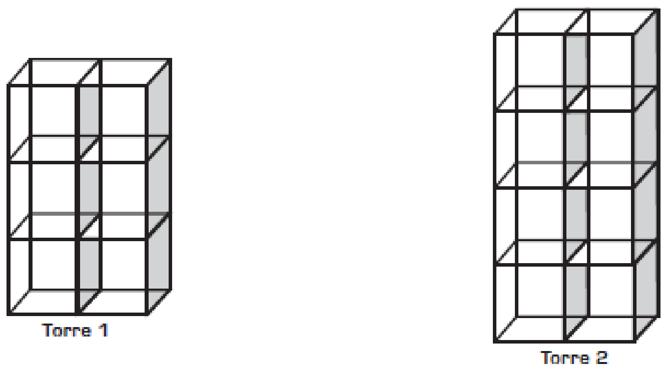
Anexo R. Situaciones desarrolladas en el "Tesoro del Saber"
Taller de Geometría

PROBLEMAS: EL TESORO DEL SABER

Problema 1:

Las torres 1 y 2 se construyeron con cubos como este



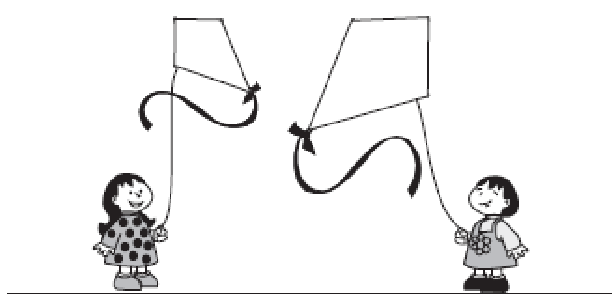


Comparando las dos torres, es correcto afirmar que

A. la torre 2 ocupa más espacio que la 1.
B. las dos torres tienen igual tamaño.
C. la torre 1 ocupa más espacio que la 2.
D. las dos torres tienen diferente forma.

Problema 2

Dos niñas están elevando cometas en el parque.

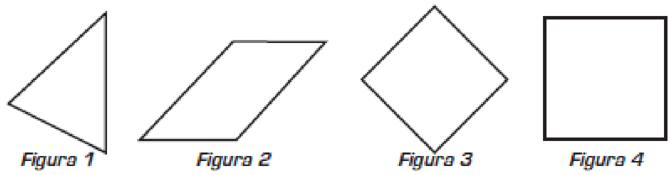


¿Se parecen las cometas?

A. Sí, porque tienen la misma forma y el mismo tamaño.
B. No, porque una tiene forma diferente de la otra.
C. Sí, porque tienen la misma forma pero diferente tamaño.
D. No, porque una tiene menos lados que la otra.

Problema 3

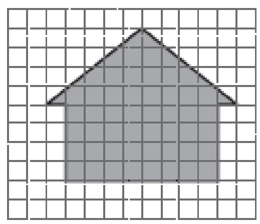
¿Cuál figura **NO** tiene el mismo número de lados que las demás?



A. La 1.
B. La 2.
C. La 3.
D. La 4.

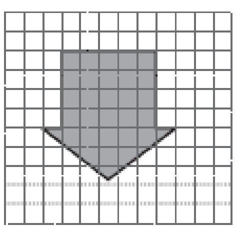
Problema 4

Esta es una flecha que indica hacia arriba.

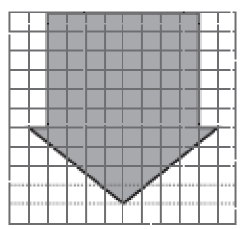


¿Cómo se verá esta flecha si ahora indica hacia abajo?

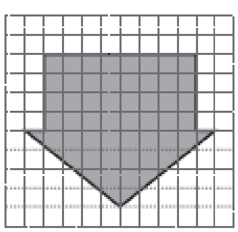
A.



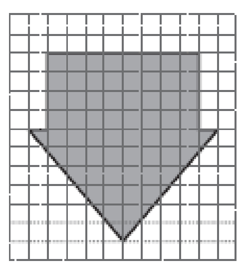
B.



C.

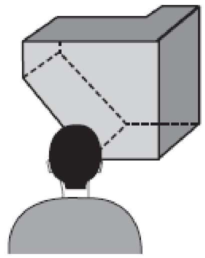


D.



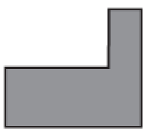
Problema 5

Giovanni está viendo un sólido de frente.



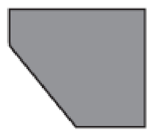
¿Qué observa Giovanni del sólido?

A.

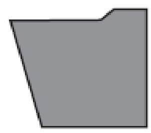


B.

C.

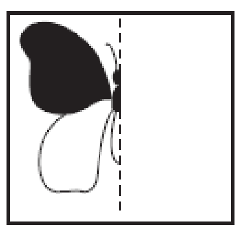


D.



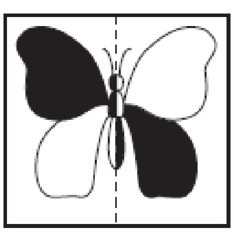
Problema 6

Acabaste de dibujar con témpera esta figura y la doblaste por la línea punteada.

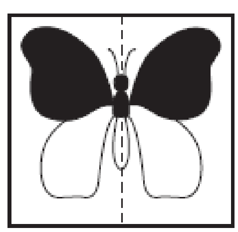


Al desdoblar la hoja, ¿qué figura observas?

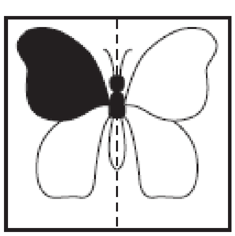
A.



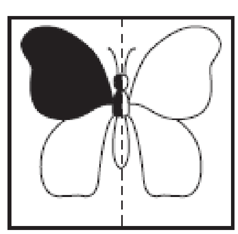
B.



C.

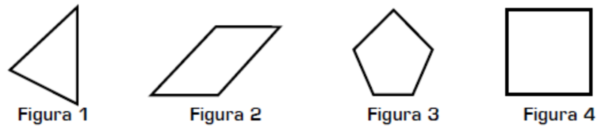


D.



Problema 7

¿Cuáles figuras tienen el mismo número de lados?

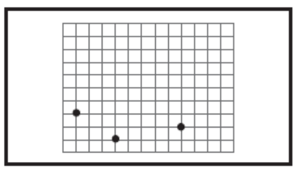


A. La 1 y la 2.
B. La 1 y la 3.
C. La 2 y la 3.
D. La 2 y la 4.

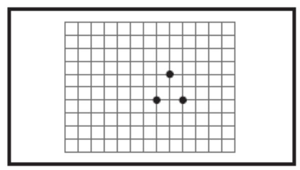
Problema 8

Si unes tres puntos con líneas rectas puedes armar un triángulo. ¿Con cuál conjunto de puntos **NO** puedes hacerlo?

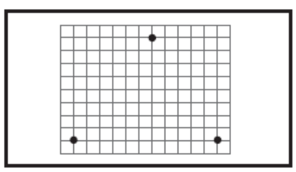
A.



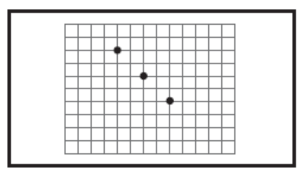
B.



C.



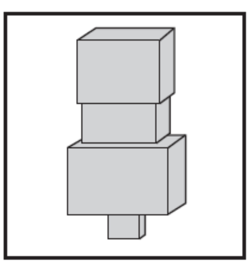
D.



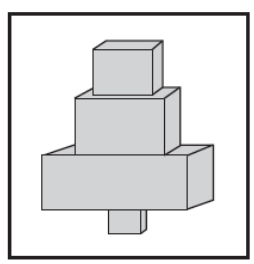
Problema 9

Se armó una torre con bloques, empezando con el más grande. Cada bloque es más pequeño que el anterior. ¿Cuál torre se armó?

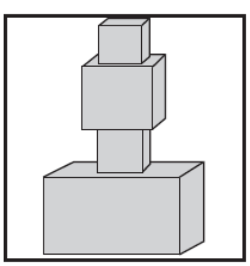
A.



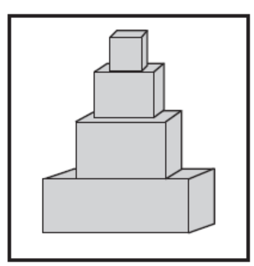
B.



C.

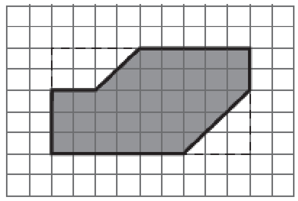


D.



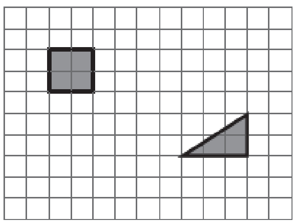
Problema 10

Karina está armando un rectángulo y le faltaron dos piezas.

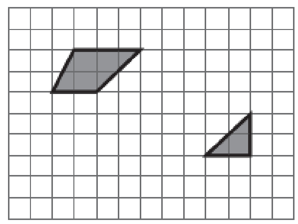


¿Cuáles piezas le faltaron?

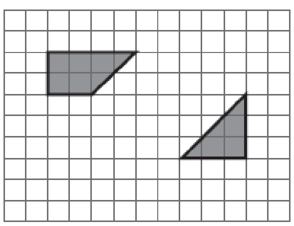
A.



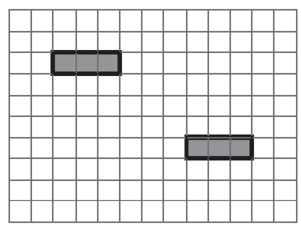
B.



C.

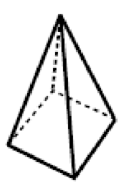


D.

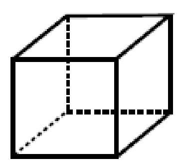


Pregunta 11

Observa los siguientes sólidos.



Pirámide



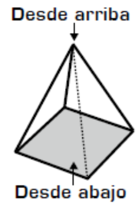
Cubo

¿Qué tiene la pirámide que el cubo **NO** tiene?

A. Más de 3 caras.
B. Más de 4 vértices.
C. Una cara con forma de cuadrado.
D. Caras con forma de triángulo.

Pregunta 12

Las flechas indican algunas posiciones desde las cuales se puede observar una pirámide.



¿Qué se observa de la pirámide desde abajo?

A.	B.	C.	D.
Punto	Segmento	Cuadrado	Triángulo

Anexo S. Primera Prueba post test

SABER 3 - MATEMÁTICAS

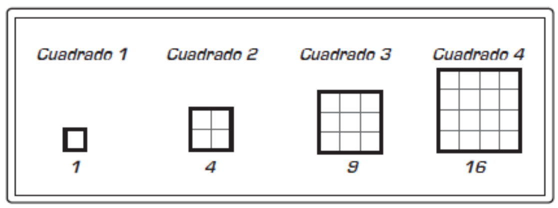
Pregunta 5

Al comenzar el año, Daniel tenía 8 lápices y ha perdido 5. ¿Cuántos lápices tiene ahora?

A. 3
B. 5
C. 8
D. 13

Pregunta 6

En el tablero, cada vez que la maestra dibuja un cuadrado escribe un número debajo.

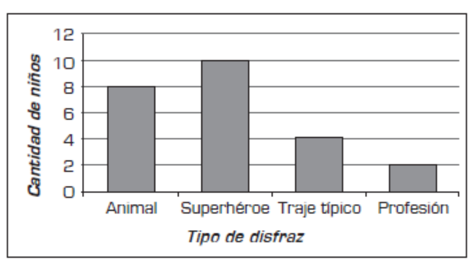


En cada cuadrado, el número de abajo representa

A. la posición correspondiente.
B. la medida de un lado.
C. la cantidad de lados.
D. la cantidad de cuadritos que tiene.

Pregunta 7

Mónica organizó una fiesta de disfraces. En la gráfica se muestra el tipo de disfraz y la cantidad de niños que lo usaron.



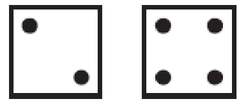
Gráfica

¿Cuál fue el tipo de disfraz más usado por los niños?

A. Animal.
B. Superhéroe.
C. Traje típico.
D. Profesión.

Pregunta 8

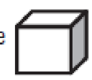
Germán lanza dos dados y obtiene los siguientes puntos en cada uno.

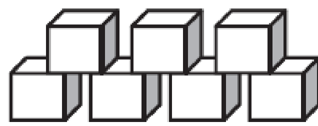


¿Cuál fue el total de puntos obtenidos?

A. 2
B. 4
C. 6
D. 24

Pregunta 9

Diana armó la figura utilizando cubos iguales como este 



Figura

¿Cuántos cubos utilizó en total?

A. 7
B. 12
C. 14
D. 23

Pregunta 10

Observa dónde está ubicada la ficha azul.

La ficha azul está

A. arriba de la gris y al lado de la roja.
B. arriba de la blanca y al lado de la negra.
C. abajo de la roja y al lado de la negra.
D. abajo de la café y arriba de la gris.

Pregunta 11

Iván tiene esta colección de monedas.

Le regalaron 11 monedas más. ¿Cuántas monedas, en total, tiene ahora Iván?

A. 11
B. 12
C. 22
D. 23

Pregunta 12

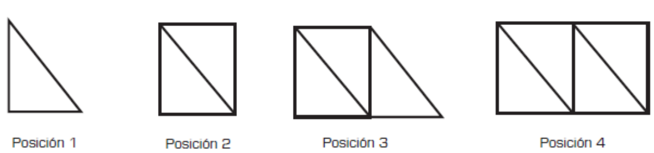
Varias personas propusieron candidatas al reinado de su región.

Se escogió la candidata que tuvo más votos. ¿Quién ganó?

A. Ana.
B. Margarita.
C. Mónica.
D. Violeta.

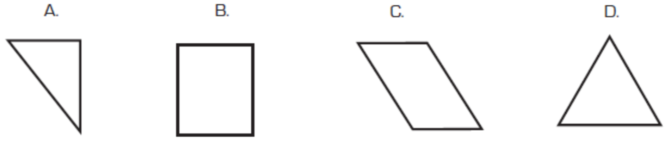
Pregunta 13

Observa la ubicación de las piezas en la secuencia.



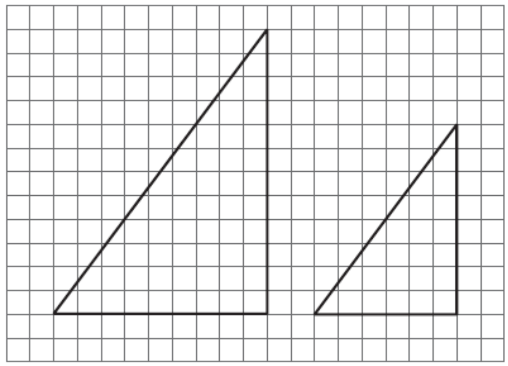
¿Qué pieza se ubicó en la posición 3 para obtener la 4?

A. B. C. D.



Pregunta 14

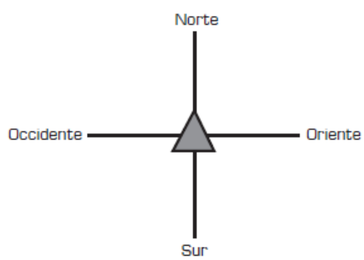
¿Cómo se puede obtener la figura más pequeña a partir de la más grande?



A. Trasladándola.
B. Girándola.
C. Reduciéndola.
D. Reflejándola.

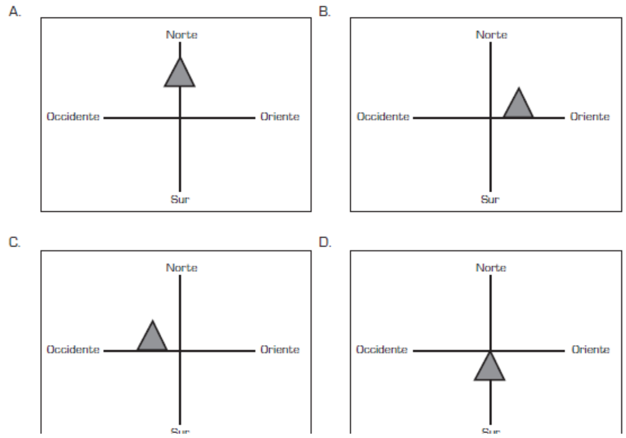
Pregunta 15

César debe mover una ficha según la dirección que lea en una tarjeta. Observa la ubicación inicial de la ficha.



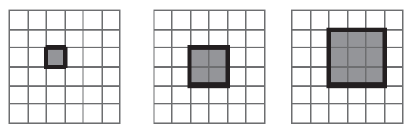
César escogió esta tarjeta.

¿Dónde debe ubicarse la ficha de César ahora?



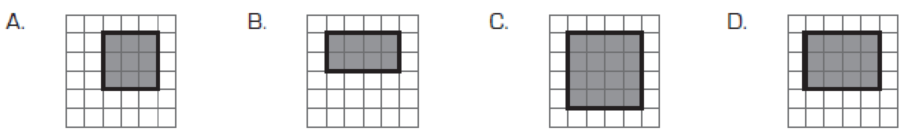
Pregunta 6

Observa la secuencia.



Primera posición *Segunda posición* *Tercera posición*

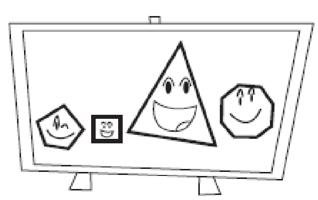
¿Cuál es la figura que debe ocupar la cuarta posición?



Cuarta posición *Cuarta posición* *Cuarta posición* *Cuarta posición*

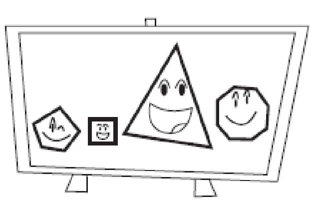
Pregunta 17

Laura tiene las siguientes figuras sobre un tablero.

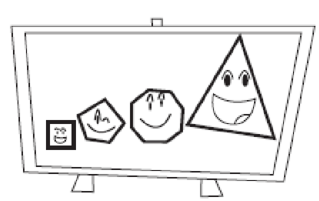


Laura ordenó las figuras por tamaño. ¿En cuál tablero se muestran ordenadas, empezando por la más pequeña?

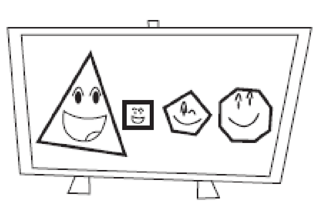
A.



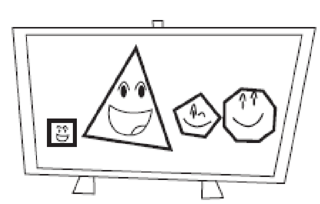
B.



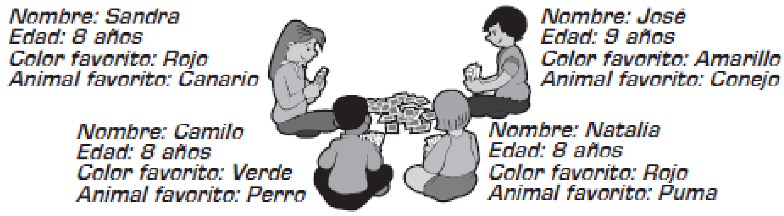
C.



D.



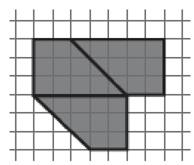
Pregunta 18 Observa algunos datos acerca de los niños y niñas de un grupo.



¿Qué ***NO*** tienen en común Sandra y Natalia?

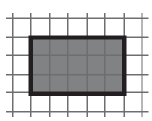
A. Que son niñas.
B. Su edad.
C. Su color favorito.
D. Su animal favorito.

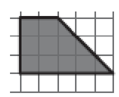
Pregunta 19 Catalina armó la siguiente figura usando 3 piezas iguales. Observa.

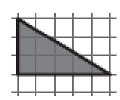


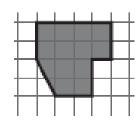
Figura

¿Qué forma tienen las piezas usadas por Catalina para armar la figura?

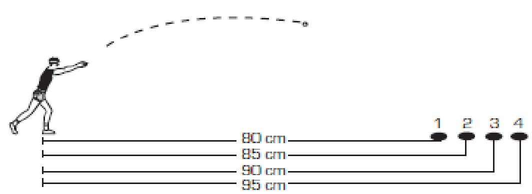
A. 

B. 

C. 

D. 

Pregunta 20 Juan lanza una moneda y quiere que caiga dentro de uno de los 4 huecos. Observa la distancia que hay entre Juan y cada hueco.



Juan lanza una moneda y ésta cae en el hueco que se encuentra a 90 cm de él. ¿En cuál hueco cayó la moneda?

A. En el 1
B. En el 2
C. En el 3
D. En el 4

Anexo T. Registro de resultados de la primera prueba post test

	Periodo : TERCERO			Departamento							Nariño					Municipio				
	Institución: CABRERA	Jornada		Mañana																
	Promedio del grado en matemáticas		64,58	CLAVES																#
				A	D	B	C	A	C	D	B	A	C	A	C	B	D	B	C	16
N°	Nombre	Matemáticas		Matematicas																
		Puntaje	Nivel	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
1		50	BAJO	D	D	B	C	A	C	B	B	B	C	A						8
2		50	BAJO	A	A	C	C	A	C	B	C	B	C	A	C	B	B	D	A	8
3		81	ALTO	A	D	B	C	A	B	B	B	A	C	A	C	B	D	D	C	13
4		63	BASICO	B	D	B	C	A	A	C	B	A	C	D	C	B	D	D	A	10
5		69	BASICO	A	D	B	C	A	C	D	B	A	B	A	B	B	C	D	A	11
6		75	BASICO	A	D	B	C	A	C	B	B	B	C	A	C	B	D	D	A	12
7		50	BAJO	A	D	B	B	A	C	C	B	A	D	A	A	D				8
8		81	ALTO	A	D	B	C	A	B	B	B	A	C	A	A	B	D	B	C	13
9		69	BASICO	A	D	B	C	A	B	B	B	A	C	D	C	B	D	D	A	11
10		81	ALTO	A	D	B	C	A	C	B	B	A	A	C	C	B	D	B	C	13
11		88	ALTO	A	D	B	C	B	C	D	B	A	C	A	C	B	D	C	C	14
12		75	BASICO	A	D	B	C	A	B	B	B	A	C	B	C	B	C	B	C	12
13		81	ALTO	A	D	B	C	A	C	D	B	B	C	A	C	B	D	D	A	13
14		81	ALTO	A	D	B	C	A	C	D	B	B	C	D	C	B	D	D	C	13
15		81	ALTO	A	D	B	C	A	C	B	B	C	C	A	C	B	D	D	C	13
16		44	BAJO	A	A	B	C	A	C	B	B	B	C						D	7
17		63	BASICO	D	D	B	C	A	A	D	B	A	A	A	C	B	A	D	A	10
18		88	ALTO	A	D	B	C	C	C	D	B	A	C	A	C	B	D	D	C	14
	PORCENTAJE DE ACIERTO POR PREGUNTA			83	89	94	94	89	67	33	94	61	78	67	72	83	61	17	44	

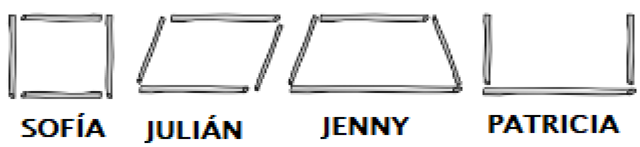
Anexo U. Segunda prueba post-test

1. En el paseo recolectando flores, Sofía y Julián observan una abeja que, en su recorrido por las flores, da vueltas y vueltas sin parar:

El dibujo muestra que la abejita dio:

A. media vuelta a la izquierda
B. una vuelta entera
C. media vuelta a la derecha
D. muchas vueltas

2. Sofía, Julián, Jenny y Patricia quieren construir un rectángulo con los tallos de flores, cada uno propone una forma.

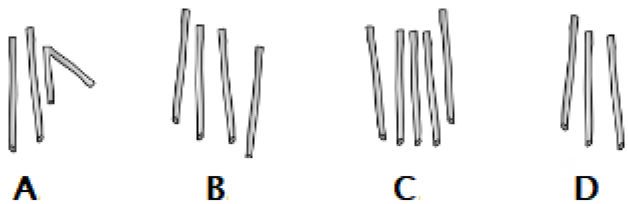


¿Quién propone la forma correcta de rectángulo?

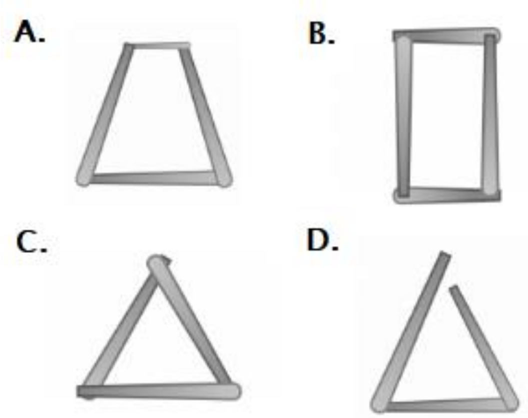
A. Julián
B. Jenny
C. Sofía
D. Patricia

3. Con los tallos de las flores que sobran mientras arreglan los floreros, Sofía y Julián quieren formar algunas de las figuras geométricas que han aprendido en el colegio.

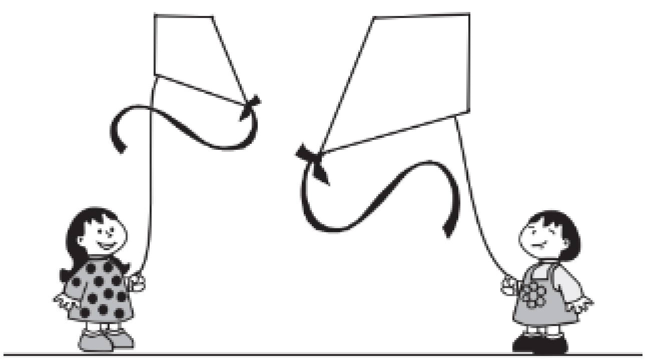
¿Con qué montón construirías un triángulo, sin que sobren ni falten tallos?



4. Juan observa los objetos que se guardan en el armario. Entre ellos se encuentran algunas figuras que hizo Luisa utilizando palos de paleta. ¿Cuál de las siguientes opciones muestra un triángulo?



5. Dos niñas están elevando cometas en el parque.



¿Se parecen las cometas?

A. Sí, porque tienen la misma forma y el mismo tamaño.
B. No, porque una tiene forma diferente de la otra.
C. Sí, porque tienen la misma forma pero diferente tamaño.
D. No, porque una tiene menos lados que la otra.

6. La mamá de Juan le regala un balde lleno de bolitas. Este recipiente está etiquetado con el número de bolitas que hay dentro.

La cantidad de bolitas que hay en el balde es:

A. 3 decenas y 57 unidades
B. 35 decenas y 7 unidades
C. 357 centenas
D. 35 centenas y 7 unidades

7. Observa nuevamente la imagen y responde la siguiente pregunta:

¿Qué representa el 5?

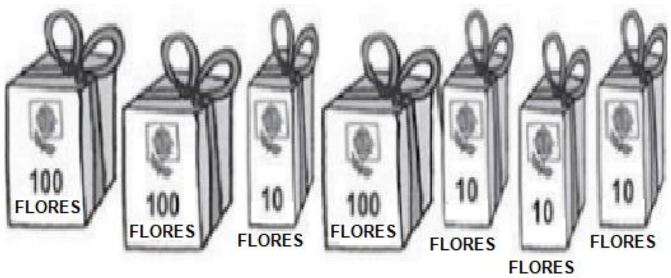
A. 5 decenas
B. 5 bolitas
C. 5 unidades
D. 5 centenas

8. Luisa invitó a 12 amigos a su casa. A cada uno le preparó un plato con 6 galletas.

¿Cuántas galletas en total sirvió Luisa?

A. 72 galletas.
B. 6 galletas.
C. 62 galletas.
D. 18 galletas.

9. Juan y su tío Federico encuentran los siguientes paquetes de flores:



¿Cuántas flores hay empacadas?

A. 430 flores
B. 34 flores.
C. 3.400 flores.
D. 340 flores.

10. Después de tomar onces, Luisa saca un juego de cartas y les propone a sus amigos jugar. Para comenzar debe repartir las 32 cartas entre 4 jugadores.

¿Cuántas cartas le corresponden a cada uno?

A. 36 cartas.
B. 28 cartas.
C. 8 cartas.
D. 9 cartas.

11. Al pueblo ha llegado una feria con diferentes juegos y presentaciones. Marcela decide entrar a la función de títeres.

Antes de entrar a la función, Marcela calcula que las 72 personas se podrían organizar así:

A. 9 bancas con 10 personas cada una.
B. 2 bancas de 10 personas cada una y una banca adicional con 7 personas.
C. 7 bancas de 10 personas cada una y 1 banca adicional con 2 personas.
D. 72 bancas con 10 personas cada una.

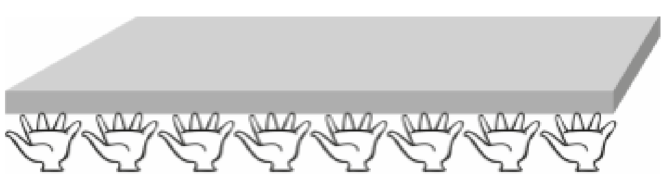
12. En casa de Luisa, Juan observa el reloj que se encuentra en la pared del comedor.

Unas horas después observa nuevamente el reloj y ve lo siguiente:

Al comparar los dos dibujos, es correcto afirmar que la manecilla más corta del reloj ha dado:

A. media vuelta a la derecha
B. un cuarto de vuelta a la izquierda
C. una vuelta a la derecha
D. una vuelta a la izquierda

13. Marcela mide el largo de una mesa usando su mano, como se muestra en la siguiente figura:



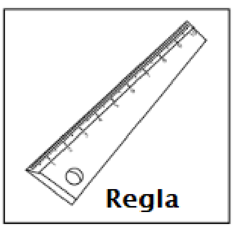
Marcela comparó borradores con su mano y encontró que la medida de dos borradores equivale a la medida de su mano.

¿Cuántos borradores mide el largo de la mesa?

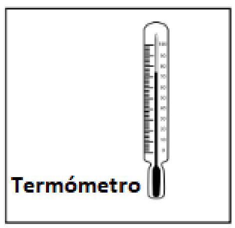
A. 2 borradores.
B. 8 borradores.
C. 8 manos.
D. 16 borradores.

14. ¿Qué instrumento se puede utilizar para comprobar el peso de una libra de harina?

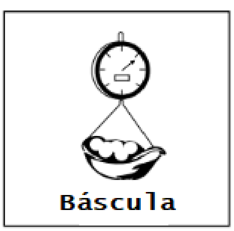
A.



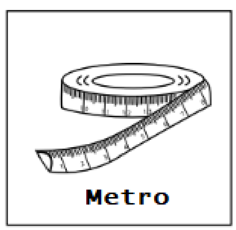
B.



C.



D.



15. Al perro Rufo le tomaron algunas medidas, pero olvidaron escribir la información completa en su ficha. Observa:

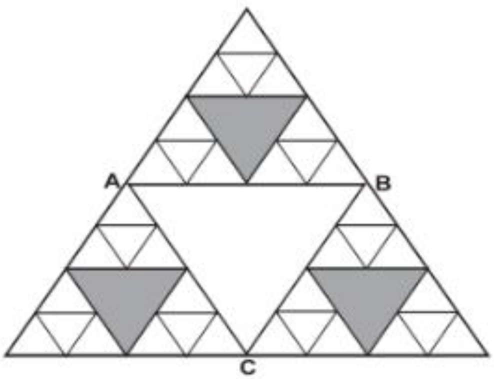
Ficha de la mascota	
Animal:	Perro
Nombre:	Rufo
Edad:	2 años
Peso:	3__________
Tamaño:	32 centímetros

La palabra que debe ir en la línea es:

A. meses.
B. centímetros.

C. kilogramos.
D. decímetros.

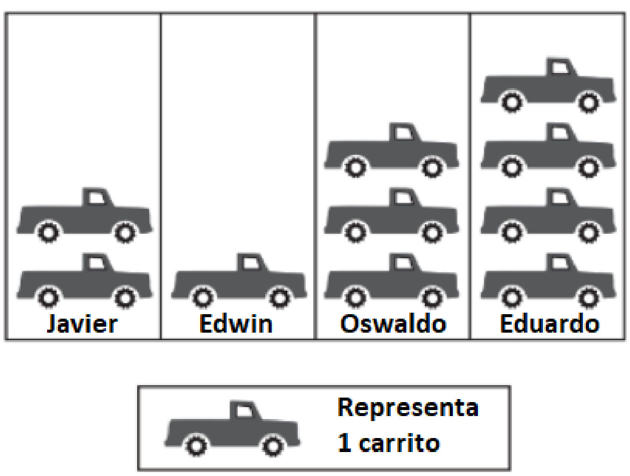
16. El piso del parque donde se encuentra el rodadero y los columpios está decorado con una figura triangular, como la que se muestra a continuación.



Si se quiere cubrir el área con triángulos grandes, como el triángulo ABC, ¿cuántos triángulos se necesitarían?

A. 4 triángulos grandes.
B. 1 triángulo grande.
C. 6 triángulos grandes.
D. 16 triángulos grandes.

17. Observa la cantidad de carritos que tienen cuatro niños.



¿Quién tiene menos carritos?

A. Javier.
B. Edwin.
C. Oswaldo.
D. Eduardo.

18. Daniel organiza sus zapatos y los de sus hermanos. Observa las tallas.

La menor y la mayor talla son:

A. 22 y 30
B. 22 y 31
C. 23 y 29
D. 23 y 30

19. Las profesoras están organizando un día recreativo en la escuela. Para esto, le preguntan a cada estudiante por su actividad favorita y obtienen la siguiente información:

Caminar	Montar bicicleta	Elevar cometas	Saltar cuerdas
4	10	8	6

¿Cuál es la actividad favorita de la mayoría de los estudiantes?

A. Saltar la cuerda.
B. Montar bicicleta.
C. Elevar cometa.
D. Caminar.

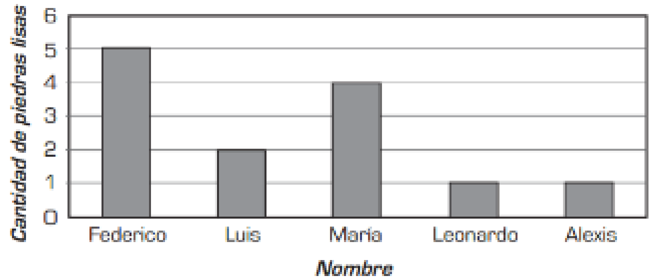
20. Para definir el color del uniforme del equipo de baloncesto de grado tercero se realizó una encuesta a sus veinte estudiantes. Los resultados se registraron en la siguiente tabla:

Color	Cantidad de votos
Azul								
Amarillo					
Rojo							
Negro				

Si el uniforme será del color que haya tenido la mayor votación, ¿cuál será el color del uniforme del equipo de baloncesto de grado tercero?

A. Azul
B. Rojo
C. Negro
D. Amarillo

21. Cinco amigos recogieron piedras lisas en la playa. En la gráfica se muestra la cantidad de piedras que recogió cada uno.



Gráfica

¿Quiénes de los cinco amigos recogieron más de 3 piedras lisas?

A. Federico y Luis.
B. María y Federico.
C. María, Leonardo y Alexis.
D. Luis, Leonardo y Alexis

Anexo V. Registro de resultados de la segunda prueba post test

Promedio			72,62	CLAVES																					#
				C	C	D	C	C	B	A	A	D	C	C	A	D	C	C	A	B	A	B	A	B	21
N°	Nombre			Matematicas																					
		Puntaje	Nivel	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Total
1		100,0	SUPERIOR	C	C	D	C	C	B	A	A	D	C	C	A	D	C	C	A	B	A	B	A	B	21
2		23,8	BAJO	C	A	B	C	C	B	C	B	A	C	D	B										5
3		76,2	BASICO	C	B	D	C	B	B	A	A	D	C	D	A	D	C	C	A	B	D	B	A		16
4		76,2	BASICO	C	C	D	C	D	B	A	D	D	C	A	A	D	C	D	A	B	C	B	A	B	16
5		61,9	BASICO	C	C	D	C	C	C	A	B	D	C	A	C	D	C	C	C	B	B	D	C	B	13
6		81,0	ALTO	C	C	D	C	C	B	A	B	D	A	D	A	B	C	C	A	B	A	B	A	B	17
7		90,5	SUPERIOR	C	C	D	C	C	B	A	A	D	C	D	A	D	C	C	A	B	A	C	A	B	19
8		71,4	BASICO	C	C	D	C	D	B	A	A	D	D	D	B	C	C	C	A	B	C	B	A	B	15
9		38,1	BAJO	D	A	A	C	B	D	C	B	A	D	D	B	B	C	A	A	B	A	B	A	B	8
10		81,0	ALTO	C	C	D	C	C	B	A	D	D	C	C	A	B	C	D	D	B	A	B	A	B	17
11		42,9	BAJO	D	C	C	D	C	C	A	A	C	B	D	A	B	C	D	B	D	A	B	A	A	9
12		100,0	SUPERIOR	C	C	D	C	C	B	A	A	D	C	C	A	D	C	C	A	B	A	B	A	B	21
13		61,9	BASICO	D	C	D	C	A	B	A	D	D	A	D	A	B	C	D	A	B	B	B	A	B	13
14		85,7	ALTO	C	C	D	C	C	B	A	A	D	C	D	A	D	C	C	A	B	B	D	A	B	18
15		66,7	BASICO	C	A	D	C	C	B	A	B	A	C	B	C	B	C	C	A	B	B	B	A	B	14
16		76,2	BASICO	C	D	A	C	C	B	A	A	D	C	D	A	C	C	C	A	B	B	B	A	B	16
17		90,5	SUPERIOR	C	C	D	C	C	B	D	A	D	C	C	A	D	C	C	C	B	A	B	A	B	19
18		76,2	BASICO	C	B	D	C	C	D	B	D	D	C	C	A	D	C	C	A	B	A	C	A	B	16
	Porcentaje de acierto por respuesta			83,3	66,7	77,8	94,4	72,2	77,8	77,8	50,0	77,8	72,2	27,8	72,2	50,0	94,4	66,7	72,2	88,9	50,0	72,2	88,9	83,3	

Anexo W. Registro fotográfico

Resolución de problemas para fortalecer la comprensión en el pensamiento numérico

Foto 1. La aventura del oro - ejecución del plan

Marzo 2016

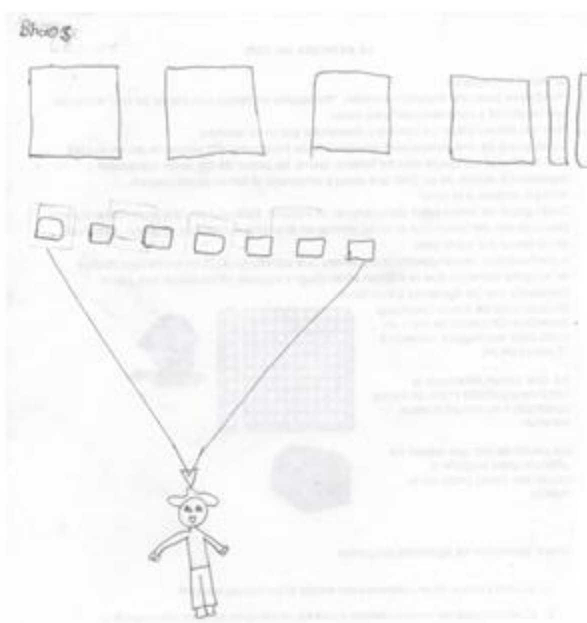


Foto 2. La aventura del oro - transferencia

Marzo 2016

Foto 3. Jugando a multiplicar - ejecución del plan
Marzo 2016

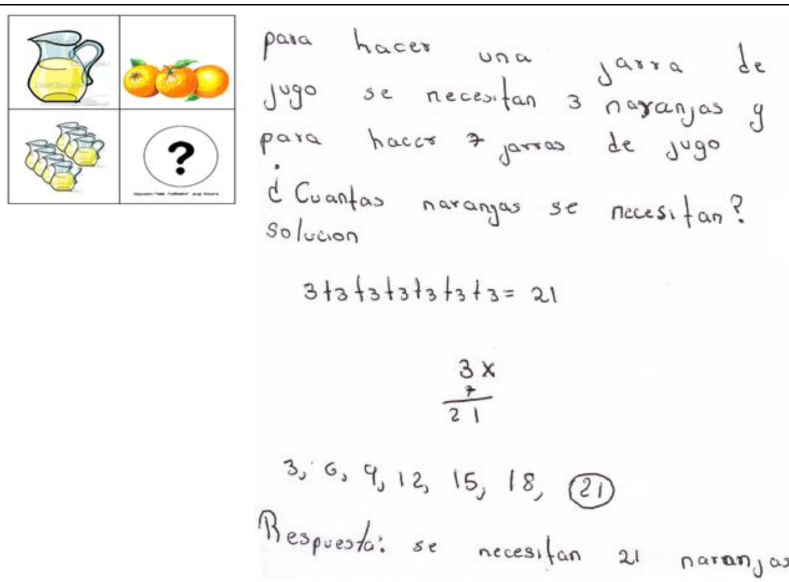


Foto 4. Jugando a multiplicar - transferencia
Marzo 2016

Resolución de problemas para fortalecer la estimación y medición en el pensamiento métrico.

Foto 5. Visita a la parcela de don Carlos - exploración
Abril 2016

Foto 6. ¿Todo se puede medir? - concepción de un plan
Mayo 2016

Foto 7. ¿Todo se puede medir? - ejecución del plan estación 1

Mayo 2016

Foto 8. ¿Todo se puede medir? - ejecución del plan estación 2

Mayo 2016

Foto 9. ¿Todo se puede medir? - ejecución del plan estación 3
Mayo 2016

Foto 10. ¿Todo se puede medir? - ejecución del plan estación 4
Mayo 2016

Foto 11. ¿Todo se puede medir? - transferencia
Mayo 2016

Foto 12. El cumpleaños de Juan
Marzo 2016

Resolución de problemas para fortalecer la representación en el pensamiento espacial.

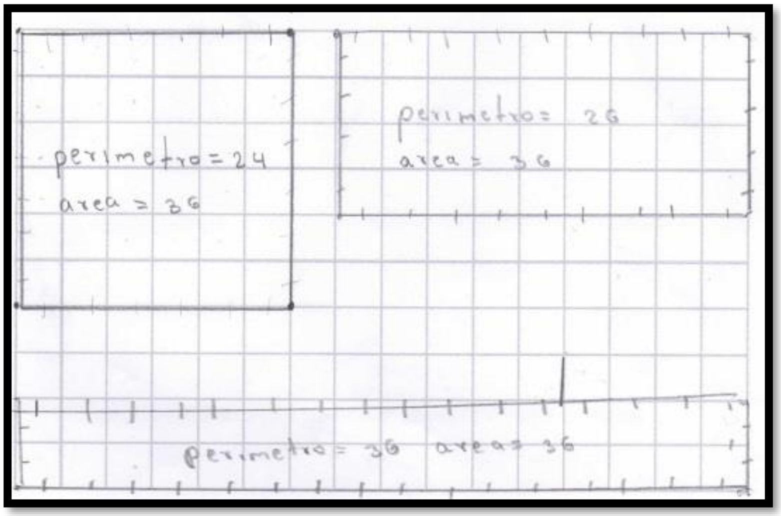


Foto 13. Se necesita un arquitecto para el zoológico - exploración
Octubre 2017

Foto 14. Se necesita un arquitecto para el zoológico - ejecución del plan
Octubre 2017

	
Foto 15. El tesoro del saber - exploración Septiembre 2017	Foto 16. El tesoro del saber - exploración Septiembre 2017

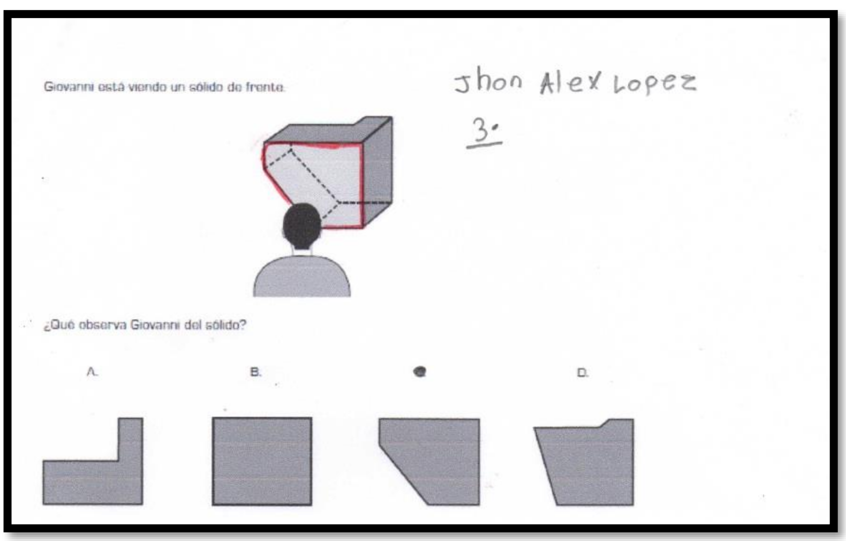


Foto 17. El tesoro del saber - transferencia
Octubre 2017

Resolución de problemas para fortalecer la interpretación en el pensamiento aleatorio

Foto 18. Ayudando a Juanito - ejecución del plan Septiembre 2017	Foto 19. Ayudando a Juanito - ejecución del plan Septiembre 2017