

SIMULACION DE UN SISTEMA DE TELECOMUNICACIONES EN FM
IMPLEMENTANDOLE PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES



DIEGO HERNÁN ZÚÑIGA
MAURICIO ANDRÉS MOSQUERA

Monografía para optar al título de
Ingenieros en Electrónica y de Telecomunicaciones

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
POPAYÁN
2003

CONTENIDO

	Pág
INTRODUCCION	1
1. FUNDAMENTOS SOBRE DSP	3
1.1 SEÑALES Y SISTEMAS.	3
1.1.1 Señales.	3
1.1.2 Sistemas	5
1.2 DIGITALIZACION DE SEÑALES.	7
1.2.1 Funciones especiales.	7
1.2.2 Muestreo.	8
1.2.3 Cuantificación.	13
1.2.4 Codificación.	14
1.3 ANALISIS ESPECTRAL DE SEÑALES Y SISTEMAS CONTINUOS.	14
1.3.1 Series de Fourier de señales continuas:	14
1.3.2 Transformada de Fourier de señales continuas.	15
1.4 ANALISIS ESPECTRAL DE SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS.	16
1.4.1 Series de Fourier para señales y sistemas discretos.	16
1.4.2 Transformada de Fourier de señales discretas.	17
1.4.3. Transformada rápida de Fourier.	18
1.4.4 La transformada Z.	19
1.5 FILTROS DIGITALES.	25
1.5.1 Características generales.	25
1.5.2 Diseño de filtros no recursivos (FIR)	27
1.5.3 Diseño de filtros recursivos (IIR)	34
1.5.4 Implementación de los filtros digitales con DSP	40
1.5.5 La cuantificación en los filtros digitales.	42
2. LA TEGNOLOGIA DSP EN LAS TELECOMUNICACIONES.	43
2.1 CAMPOS DE APLICACION DEL DSP	43
2.1.1 Telecomunicaciones.	43
2.1.2 Procesamiento de audio	46
2.1.3 Procesamiento de imágenes.	48
2.1.4 Localización mediante el eco.	49
2.2 VENTAJAS DE LA APLICACION DEL PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES EN LAS TELECOMUNICACIONES.	50
2.2.1 Programabilidad.	50
2.2.2 Estabilidad.	50
2.2.3 Reutilización.	51
2.2.4 Fácil implementación de algoritmos adaptativos.	51
2.2.5 Posibilidad de implementar códigos correctores de errores.	51
2.2.6 Posibilidad de implementar filtros de fase lineal.	51
2.2.7 Eficiente compresión de datos.	51
2.3 EL PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES Y EL FUTURO DE LAS TELECOMUNICACIONES.	52

3. DISEÑO E IMPLEMENTACION DE LA APLICACIÓN DE SIMULACIÓN.	53
3.1 FUNDAMENTOS SOBRE MODULACIÓN EN FM.	53
3.1.2 Ancho de banda en FM	57
3.1.3 Generación de FM.	58
3.1.4 Demodulación de FM	58
3.2 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA	61
3.3 RECOLECCION Y PROCESAMIENTO DE DATOS	62
3.3.1 Identificación de clases y objetos.	62
3.3.2 Identificación de estructuras.	62
3.3.3 Definición de atributos.	63
3.3.4 Definición de servicios.	65
3.4 FORMULACION DE UN MODELO DE SIMULACION.	66
3.5 CARTAS DE ESPECIFICACIONES DEL SISTEMA	73
3.6 VALIDACION DEL SISTEMA.	83
3.7 PRUEBAS DE LA SIMULACIÓN	83
4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.	95

INTRODUCCION

El hombre siempre ha tenido la necesidad de intercambiar información y ahora con la llegada de la globalización, es fundamental estar comunicado sin importar el lugar donde se encuentre, de la forma más rápida y eficiente posible. Con el transcurso del tiempo y de acuerdo a las exigencias del mundo moderno, la cantidad de información ha transmitirse ha incrementado y se debe empezar a crear conciencia de que el espectro electromagnético es un recurso limitado.

La actualidad tecnológica muestra que la tendencia es hacia el manejo y procesamiento digital de señales que ha demostrado reiteradamente las ventajas sobre el procesamiento analógico de las mismas. Las transmisiones en FM convencional tienen implícitos problemas de propagación, como son: el ruido, el efecto Doppler, el desvanecimiento y la distorsión. Adicionalmente, la baja selectividad de los filtros y el limitado ancho de banda dificulta la prestación de nuevos servicios.

Las técnicas de modulación como QPSK o 16QAM ofrecen por lo menos duplicar o hasta cuadruplicar respectivamente, la capacidad de manejo de datos de un sistema analógico que utiliza FM. Todas las nuevas soluciones de radio están basadas en procesamiento digital de señales (DSP). Esta es una tecnología que utiliza microprocesadores con algoritmos especializados en la conversión y tratamiento de señales analógicas a digitales y viceversa.

La generación y detección de formas de onda digitales, bien sea una simple FSK o una compleja 1024QAM son simplificadas en gran medida utilizando esta técnica. Se puede minimizar la tasa de muestreo y cambiar entre diferentes modos de modulación y velocidades mientras se mantiene una interfaz estándar para las porciones analógicas de RF. Esto facilita diseñar terminales (unidades de radio) que puedan ser programadas de acuerdo a cada necesidad o aplicación dada, de manera que el mismo radio puede soportar múltiples modos en la misma banda de frecuencias.

Otro de los beneficios del DSP es la realización de filtros muy selectivos en el dominio digital, logrando un menor espaciado entre canales y una mínima o nula distorsión de las formas de onda moduladas. Un simple algoritmo de compensación puede predistorsionar la señal enviada o compensar la señal recibida, para eliminar virtualmente el inconveniente de pérdida de la portadora. Además se pueden corregir los problemas presentados por la no-linealidad de los amplificadores de potencia.

El campo de aplicación de esta tecnología es muy amplio. A nivel mundial se están implementando sistemas de reconocimiento de voz y tratamiento de señales biomédicas basados en DSP. En este proyecto se implementa DSP en las etapas de conversión (A/D,

D/A), filtraje, modulación, demodulación, preénfasis y deénfasis, de un sistema de radiocomunicaciones en FM. Esto, con el propósito de optimizar el proceso y determinar a través de la simulación, las ventajas, y los posibles inconvenientes que puede ofrecer el tratamiento digital de señales en el campo de las telecomunicaciones.

La simulación esta realizada sobre la herramienta Simulink de Matlab, que ofrece la posibilidad de utilizar bloques prediseñados para el tratamiento de señales digitales. Con esta, el usuario puede apreciar muchos de los fenómenos propios del proceso de comunicaciones en FM, del procesamiento digital de señales y sus implicaciones en la transmisión de información en la actualidad.

En la aplicación el usuario puede elegir entre una serie de formas de onda de entrada, además de variar a su voluntad, la amplitud y la frecuencia dentro de un rango predefinido. Del mismo modo podrá elegir la frecuencia portador de la señal de FM, el índice de modulación, la ganancia y la frecuencia de corte de los amplificadores, el tiempo de muestreo y el intervalo de cuantificación, en los diferentes bloques. Algunos parámetros como el ruido, la atenuación sirven para probar el sistema en condiciones que se asemejan a la realidad. Como una aplicación propia de los DSP se incluye un filtro adaptativo que da una idea de las grandes ventajas que puede tener esta tecnología en las telecomunicaciones.

La monografía esta estructurada de la siguiente manera:

El primer capitulo hace una un estudio de los fundamentos sobre los que esta basado DSP, comenzando por los tipos de señales y sistemas, el proceso de digitalización, las bases matemáticas y finalizando con una introducción a la teoría de filtros digitales.

El capitulo dos hace una narrativa de las aplicaciones de la tecnología DSP en los diferentes campos de la ciencia, prestando especial atención al campo de las telecomunicaciones.

El capitulo tres describe el desarrollo de la aplicación, comenzando con fundamentos sobre modulaciones FM, para después continuar con los pasos sugeridos por la metodología denominada *Metodología para la implementación de sistemas de telecomunicaciones* seguida en este proyecto, que son: Recolección y procesamiento de datos, formulación de un modelo de simulación, carta de especificaciones del sistema, validación y pruebas del sistema.

Como anexos se tienen los siguientes documentos:

Anexo 1. Manual de usuario.

Anexo 2. Filtros adaptativos.

1. FUNDAMENTOS SOBRE DSP

1.1 SEÑALES Y SISTEMAS.

1.1.1 Señales.

Una señal se puede considerar como la representación de una cantidad física que varía con el tiempo, el espacio o cualquier otra variable o variables independientes. Por tanto la señal va a transportar información relacionada con el comportamiento de un determinado sistema. La función (o señal) puede ser real o compleja, sin embargo el tiempo siempre tendrá un valor real.

Clasificación de las señales:

a) *Señales de Tiempo Continuo / Señales de tiempo discreto.*

Señal continua: Matemáticamente puede ser representada como una función de una variable continua en el tiempo $x(t)$.

Señal discreta: Está definida sólo en un conjunto particular de instantes de tiempo que se denominan instantes de muestreo.

Los valores de una señal de tiempo discreto o secuencia $x[n]$ se obtienen al muestrear una señal de tiempo continuo $x(t)$ en puntos equidistantes a lo largo del eje del tiempo. Si el intervalo de muestreo es T , la secuencia $x[n]$ se define como:

$$x[n] = x(nT), \quad n = \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \quad \text{Ec. 1.1}$$

Este proceso se conoce como muestreo periódico y el número de muestras tomadas por segundo es igual a $f_s = \frac{1}{T}$ y se le denomina frecuencia de muestreo.

b) *Señales Periódicas / Señales no Periódicas.*

Una señal $x(t)$ es periódica si satisface la condición.

$$x(t) = x(t + mT_0), \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (\text{Señal continua}) \quad \text{Ec. 1.2a}$$

Para toda t , donde T_0 es una constante. El valor más pequeño de T_0 que satisface la condición se llama *Período* de $x(t)$. T_0 define la duración de un ciclo completo de $x(t)$.

De igual forma para señales discretas se tiene:

$$x[n] = x[n + mN_0], m = 0, 1, 2, \dots \quad \text{Ec. 1.2b}$$

En las señales no periódicas se considera que el periodo tiende a infinito.

c) Señales Determinísticas / Señales Aleatorias.

Una señal determinística es aquella sobre la cual no existe incertidumbre con respecto a su valor en cualquier instante de tiempo. Las señales determinísticas son funciones del tiempo completamente específicas.

En una señal aleatoria existe cierto grado de incertidumbre antes de que se presente en la realidad.

d) Señales de Energía, Señales de Potencia.

La Energía Total de una señal se expresa como:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt \quad (\text{Señal continua}) \quad \text{Ec. 1.3a}$$

$$E = \sum |x[n]|^2 \quad (\text{Señal discreta}) \quad \text{Ec. 1.3b}$$

Además, su potencia esta definida como:

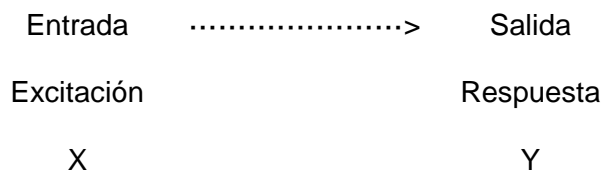
$$P = \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt \quad (\text{Señal continua}) \quad \text{Ec. 1.4a}$$

$$P = \frac{1}{2N_0 + 1} \sum_{N_0} |x[n]|^2 \quad (\text{Señal discreta}) \quad \text{Ec. 1.4b}$$

Si la energía de la señal es finita, se clasifica como *señal de energía*. Este tipo de señal tiene además una Potencia Promedio igual a cero. De lo contrario se clasifica como *señal de potencia*.

1.1.2 Sistemas

La representación más simple de un sistema es una caja negra con una sola entrada y una sola salida. Se supone que una señal "X" aplicada a la entrada, señal de excitación, da lugar a una respuesta "Y" en la salida y esta relación E / S se representa como:



En un sistema de tiempo continuo las señales de entrada y de salida son funciones continuas del tiempo, $x(t)$ y $y(t)$. En un sistema de tiempo discreto las entradas y las salidas son las secuencias $x[n]$ y $y[n]$.

La *Función de Transferencia* ($H(s)$ para el caso continuo y $H(z)$ para el caso discreto) se define como el cociente entre la salida y la entrada de un proceso, sin considerar las condiciones iniciales inexistentes.

Clasificación de los sistemas:

a) *Lineales / no lineales:* Un sistema es lineal si verifica el principio de superposición. Esto es, si un conjunto de señales excitación $x_i(t)$ producen individualmente respuestas $y_i(t)$ se cumplirá que:

$$\sum_i a_i x_i(t) \rightarrow \sum_i a_i y_i(t) \quad \text{Ec. 1.5a}$$

De igual forma para sistemas discretos:

$$\sum_i a_i x_i[n] \rightarrow \sum_i a_i y_i[n] \quad \text{Ec. 1.5b}$$

Ejemplo: $y[n] = a$, donde a es constante, es un sistema lineal.

$y[n] = x^2[n]$, es un sistema no lineal.

b) *Invariantes / variantes:* Un sistema es invariante si su comportamiento no depende del origen de tiempos. Siendo $y(t)$ la respuesta de un sistema a la entrada $x(t)$, el sistema

será invariante si al desplazar la entrada $x(t)$ m muestras, el sistema responde con la secuencia $y(t)$ desplazada también m muestras. Matemáticamente se puede ver como:

$$x(t) \rightarrow y(t)$$

$$x(t - m) \rightarrow y(t - m) \quad \text{Ec. 1.6a}$$

Y para sistemas discretos:

$$x[n] \rightarrow y[n]$$

$$x[n - m] \rightarrow y[n - m] \quad \text{Ec. 1.6b}$$

Ejemplo: $y[n] = 2a + bn$, donde a y b son constantes, es un sistema invariante.

$y[n] = n$, es un sistema variante con el tiempo.

c) *Causales / no causales:* Un sistema es causal si la respuesta no comienza antes de aplicar la excitación de entrada, es decir si no es anticipativo. La salida para $t = t_0$ (o para $n = n_0$) solo depende de los valores de entrada para t menor que t_0 (o para n menor que n_0) y de los valores de la salida para t menor que t_0 (o para n menor que n_0).

Ejemplo: $y[n] = x[n - 1]$, es un sistema causal.

$y[n] = x[n] + x[n + 1]$, es un sistema no causal.

Cuando las señales provenientes de un proceso físico son almacenadas, se puede realizar sobre ella procesamiento de tipo no causal.

d) *Estables / inestable:* Un sistema es estable si para entradas limitadas en amplitud, la salida también es limitada.

$$\text{si } x(t) \leq M \Rightarrow y(t) \leq N \quad \text{donde } M, N \text{ son constantes} \quad \text{Ec. 1.7}$$

Ejemplo: $y[n] = 3b$, donde b es constante, es un sistema estable.

$y[n] = e^{x[n]}$, es un sistema inestable.

e) *Con memoria / sin memoria:* Se dice que un sistema no tiene memoria si la salida para cada valor de t (o n) solo depende de la entrada en ese instante.

Ejemplo: $y[n] = 5 - x[n-1]$, es un sistema con memoria.

$y[n] = 5$, es un sistema sin memoria.

f) *Invertibles / no invertibles:* Si para entradas diferentes, las salidas también son diferentes entre sí, el sistema en cuestión se dice que es invertible.

Ejemplo: $y[n] = ax[n]$, es un sistema invertible.

$y[n] = x^2[n]$, es un sistema no invertible

1.2 DIGITALIZACION DE SEÑALES.

1.2.1 Funciones especiales.

- **La función delta de Dirac o impulso unitario $\delta(t)$:**

Realmente no es una función en el sentido estrictamente matemático. Se define por medio de una regla de asignación o proceso en lugar de una ecuación convencional. De manera específica, dada una función ordinaria cualquiera $v(t)$ que es continua en $t = 0$, $\delta(t)$ se define por:

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t)\delta(t)dt = \begin{cases} v(0) & t_1 < 0 < t_2 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad \text{Ec. 1.8}$$

Haciendo $v(t)=1$ para toda t , se sigue de la ecuación anterior que:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t)dt = 1 \quad \text{Ec. 1.9}$$

Es decir, $\delta(t)$ tiene un área unitaria concentrada en el punto discreto $t = 0$.

- **La función paso unitario o escalón $u(t)$:**

Esta definida por:

$$u(t) \equiv \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad \text{Ec. 1.10}$$

La función impulso y la función escalón están relacionadas mediante la expresión:

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt} \quad \text{Ec. 1.11}$$

1.2.2 Muestreo.

Suponiendo una señal $x(t)$ cuya transformada $X(f)$ tiene la siguiente forma:

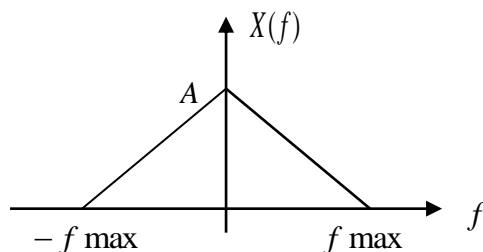


Fig. 1.1 Espectro de la señal a muestrear.

Se pueden tomar muestras de la señal multiplicándola por un tren de impulsos de periodo t_s , tal y como se muestra en la figura 1.2. A esto se le llama muestreo ideal. Es decir:

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} x(nt_s)\delta(t - nt_s) \quad \text{Ec. 1.12}$$

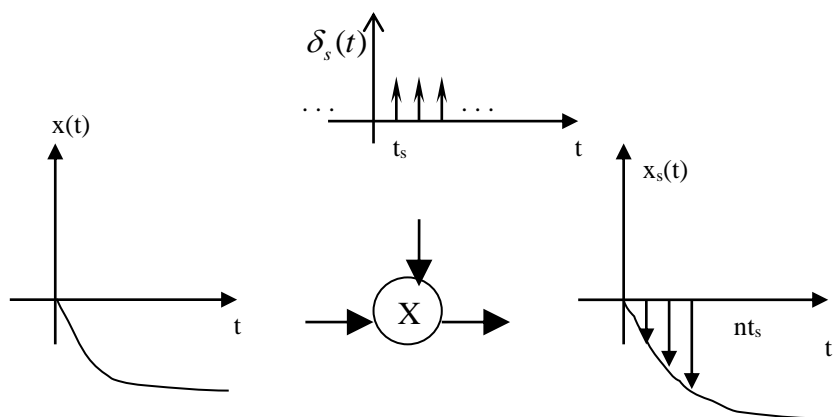


Fig. 1.2 Muestreo de una señal $x(t)$.

En el dominio de la frecuencia se tiene que:

$$F\left[\sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(t - nt_s)\right] = f_s \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(f - nf_s) \quad \text{Ec. 1.13}$$

Por lo tanto, siendo f_s el inverso de t_s , se tiene que:

$$X_s(f) = f_s X(f) * \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(f - nf_s) \quad \text{Ec. 1.14}$$

Donde se aplica convolución, que es una operación matemática entre dos señales definida como:

$$z(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) y(t - \tau) d\tau \quad \text{Ec. 1.15}$$

La convolución de una función cualquiera con una función delta reproduce a la función en el punto donde ocurre la delta y así:

$$X_s(f) = f_s \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} X(f - nf_s) \quad \text{Ec. 1.16}$$

De manera que el espectro de la señal muestreada será:

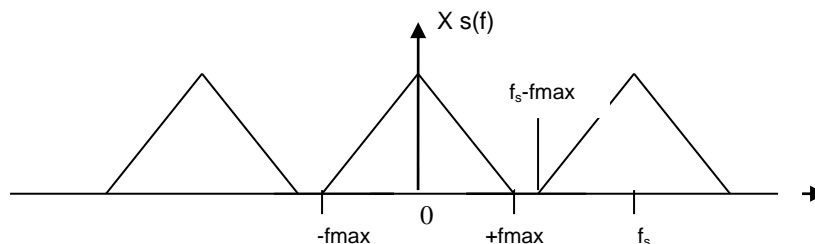


Fig. 1.3 Espectro de la señal muestreada.

El espectro de la señal original se repite cada f_s . Si se desea recuperar la señal original, bastaría utilizar un filtro pasa bajo (LPF) ideal pero esto siempre y cuando $f_s - f_{\max} \geq f_{\max}$, es decir que $f_s \geq 2f_{\max}$.

La frecuencia mínima de muestreo es entonces $f_s = 2f_{\max}$ muestras por segundo, y se conoce como la frecuencia de Nyquist. Si se muestrea a una frecuencia inferior a la de Nyquist los espectros de la señal muestreada se solaparán y no se podrá recuperar el

mensaje original. Este efecto se le llama “*aliasing*”. Cuando la señal tiene impulsos en los extremos de su espectro, es necesario muestrear a una frecuencia superior a $2f_{\max}$.

En la práctica no se puede realizar muestreo ideal ya que es imposible generar un tren de impulsos periódicos. Una solución es usar cualquier señal periódica de forma que la señal muestreada $x_s(t)$ venga dada por:

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} x(t)C_n e^{jn2\pi f_s t} \quad \text{Ec. 1.17}$$

Donde se ha sustituido la expresión de la señal periódica por la de su serie de Fourier. En el dominio de la frecuencia, la señal periódica se representa por un tren de impulsos con peso C_n , de manera que el espectro de la señal muestreada es la repetición del espectro de $X(f)$ cada f_s multiplicado por C_n .

$$X_s(f) = X(f) * \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n \delta(f - nf_s) \quad \text{Ec. 1.18}$$

$$X_s(f) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n X(f - nf_s) \quad \text{Ec.1.19}$$

Cuando la señal periódica es un tren de pulsos, el muestreo se le llama muestreo natural. En este caso la señal $x(t)$, al igual que en el muestreo ideal, se puede recuperar con un filtro pasa bajo.

Generalmente se prefiere el llamado *muestreo tope plano* en el cual se toma una muestra de la señal cada t_s y se mantiene durante un tiempo τ .

Señales equivalentes pasabajas:

Las señales de banda estrecha en alta frecuencia son muy comunes en telecomunicaciones. Muchas veces es mas conveniente trabajar con su equivalente en banda base donde se utilizan filtros menos selectivos.

Considérese la función de frecuencia pasabanda $V(f)$, con f_c como frecuencia portadora (ver Fig. 1.4).

Su equivalente pasa bajas (ver Fig. 1.5) se define:

$$V_{LP}(f) \equiv V(f + f_c)u(f + f_c) = \begin{cases} V(f + f_c) & f > -f_c \\ 0 & f < -f_c \end{cases} \quad \text{Ec. 1.20}$$

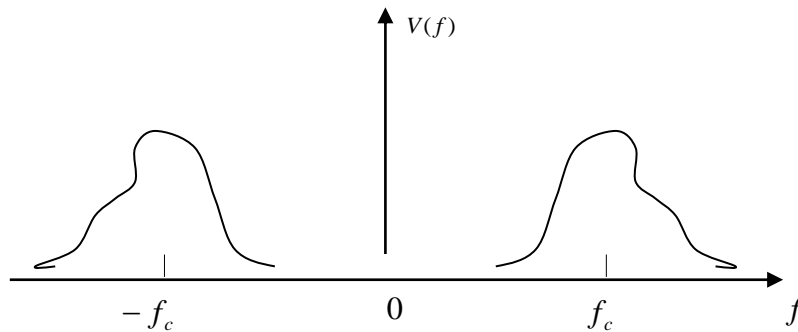


Fig. 1.4 Señal de banda estrecha.

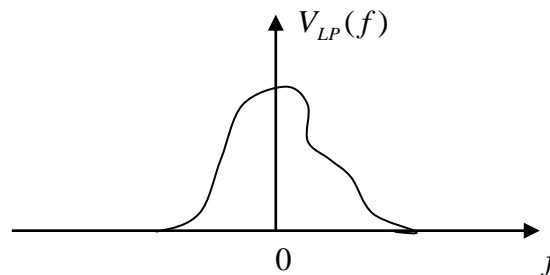


Fig. 1.5 Equivalente pasabajas.

Lo cual no es otra cosa que la porción de frecuencia positiva de $V(f)$ trasladada hacia abajo f_c unidades.

Interpolación por un factor I .

Un incremento en la tasa de muestreo por un factor entero de I se puede lograr mediante interpolación, introduciendo nuevas muestras entre valores sucesivos de la señal. El siguiente proceso conserva el espectro de la señal discreta $x[n]$.

La señal $v(m)$ denota una secuencia con una tasa $F_y = IF_x$, que se obtiene de $x[n]$ por adición de $I - 1$ ceros entre valores sucesivos de $x[n]$. Así:

$$v(m) = \begin{cases} x(m/I) & m = 0, \pm I, \pm 2I, \dots \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \quad \text{Ec. 1.21}$$

Esta secuencia tiene una transformada z:

$$\begin{aligned}
 V(z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} v(m)z^{-m} \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)z^{-ml} \\
 &= X(z^l)
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 1.22}$$

El espectro correspondiente de $v(m)$ se obtiene por evaluación de la ecuación anterior en el círculo unitario. Así

$$V(\omega_y) = X(\omega_y l) \tag{Ec. 1.23}$$

Donde ω_y denota la frecuencia relativa a la nueva tasa de muestreo F_y ($\omega_y = \frac{2\pi F}{F_y}$).

Ahora la relación entre las tasas de muestreo es $F_y = lF_x$.

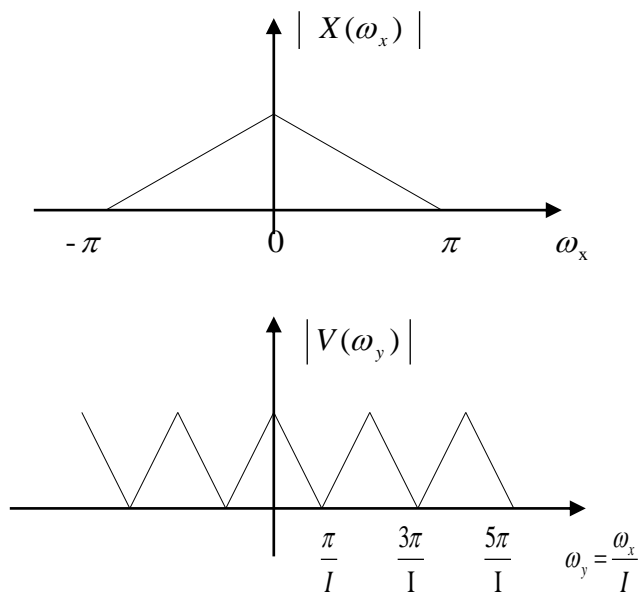


Fig. 1.6. Interpolación.

Se observa que el espectro obtenido es una repetición periódica del espectro de la señal de entrada.

1.2.3 Cuantificación.

Luego de muestrear la señal analógica, con lo cual se ha discretizado la señal en tiempo, es necesario discretizar la señal en amplitud; este proceso se llama cuantificación. Básicamente esto se lleva a cabo de la siguiente manera: Se divide el rango total de la señal en M franjas de tamaño a . M es el número de niveles de cuantificación y a es llamado el paso del cuantificador. En cada intervalo de tiempo se observa en que rango de voltaje se encuentra la señal y en función de esto se le asigna un nivel de voltaje a la salida. Aquí se tiene una señal con un número de amplitudes diferentes limitadas (M amplitudes diferentes). La característica de un cuantificador se representa por medio de una curva entrada-salida que podría ser como sigue:

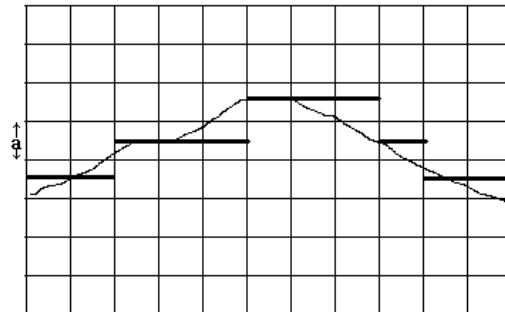


Fig. 1.7. Cuantificador uniforme

En particular el cuantificador mostrado en la figura 1.7 es uniforme debido a que los pasos del mismo son todos del mismo tamaño. Existen también los no-uniformes. Otra forma de clasificarlos es si la característica es fija o cambia en el tiempo (cuantificadores fijos y adaptativos); también se clasifican en simétricos y no simétricos respecto al cero.

Los niveles de cuantificación se eligen en función de la aplicación y del receptor. Si por ejemplo la señal es de voz, para lograr inteligibilidad basta usar 256 niveles de cuantificación. El proceso de cuantificación genera una diferencia entre la señal original $x(nt_s)$ y la cuantificada $x_q(nt_s)$. La medida de esta diferencia se llama error o *ruido de cuantificación*

$$\varepsilon = x_q(nt_s) - x(nt_s) \quad \text{Ec. 1.24}$$

Se puede demostrar matemáticamente que a mayor número de niveles de cuantificación (pasos de cuantificación más estrechos), menor error de cuantificación.

Cuantificación no uniforme: Cuando la distribución probabilística de $x(t)$ no es uniforme sino que tiene mas bien preferencia por una cierta zona de voltaje, como el caso de las señales de voz, conviene usar cuantificadores no uniformes, es decir uno que tenga pasos mas estrechos en aquellas zonas de voltaje mas frecuentes y pasos mas grandes

en zonas menos probables. Para tal efecto existen las llamadas leyes de compasión: μ (USA) y A (Europa).

1.2.4 Codificación.

Teniendo ya la señal discretizada en tiempo (muestreo) y discretizada en amplitud (cuantificación), se procede a asignar una palabra de código binaria a cada nivel de cuantificación.

1.3 ANALISIS ESPECTRAL DE SEÑALES Y SISTEMAS CONTINUOS.

1.3.1 Series de Fourier de señales continuas:

El análisis de Fourier surgió a partir del intento de su autor por hallar la solución a un problema práctico de conducción del calor en un anillo de hierro. Desde el punto de vista matemático, se obtiene una función discontinua a partir de la combinación de funciones continuas. Esta fue la atrevida tesis defendida por Fourier ante la Academia Francesa, que motivó severas objeciones de los matemáticos más importantes de su época como Lagrange y Laplace.

A primera vista, parece que el problema de analizar formas de ondas complejas representa una tarea formidable. Sin embargo, si la forma de la onda es periódica, se puede representar con una precisión arbitraria mediante la superposición de un número suficientemente grande de ondas senoidales que forman una serie armónica.

Serie Trigonométrica de Fourier:

Utiliza para la representación de señales periódicas la familia de funciones ortogonales ($\text{Sen } n\omega_0 t$, $\text{Cos } n\omega_0 t$) en el intervalo $[t_0, t_0 + T]$ donde $T = 2\pi/\omega_0$. Es decir:

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \text{sen}(n\omega_0 t) \quad \text{Ec.1.25}$$

Donde:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt \quad \text{Ec. 1.26}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad \text{Ec. 1.27}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \operatorname{sen}(n\omega_0 t) dt \quad \text{Ec. 128}$$

Serie exponencial de Fourier:

También se aplica a señales periódicas, pero en este caso se utiliza la familia de funciones ortogonales $e^{jn\omega_0 t}$.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad \text{Ec. 1.29}$$

Donde:

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad \text{Ec. 1.30}$$

1.3.2 Transformada de Fourier de señales continuas.

Las series de Fourier permiten representar señales periódicas para todo tiempo. Para la representación de una señal $x(t)$ no periódica en términos de exponenciales se construye una versión periódica de $x(t)$ llamada $x_p(t)$, y luego se hace tender el período a infinito, tal como se observa a continuación:

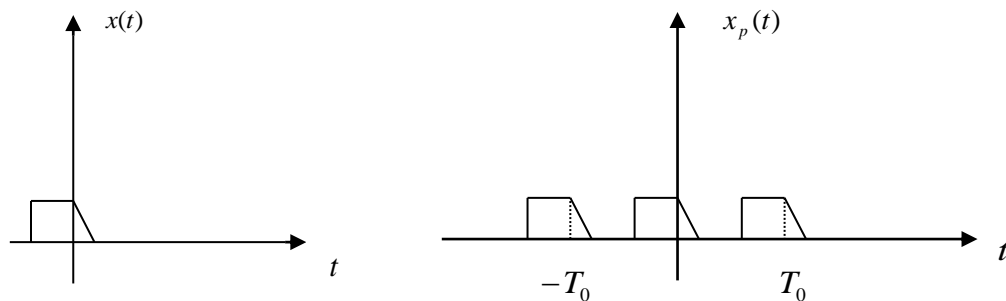


Fig. 1.8 Señal continua aperiódica y su versión periódica.

Entonces, considerando las Ec. 1.29 y 1.30 se tiene:

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\int_{-0.5T_0}^{0.5T_0} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] f_0 e^{jn\omega_0 t} \quad \text{Ec. 1.31}$$

Si T_0 tiende a infinito, $x_p(t)$ tiende a $x(t)$, f_0 tiende a df , $n\omega_0 = \omega$ continuo y la sumatoria se convierte en integral. En ese caso:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} df \quad \text{Ec. 1.32}$$

Se define a $X(f)$ como la transformada directa de Fourier de $x(t)$, y se calcula por:

$$X(f) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \right] \quad \text{Ec. 1.33}$$

1.4 ANALISIS ESPECTRAL DE SEÑALES Y SISTEMAS DISCRETOS.

1.4.1 Series de Fourier para señales y sistemas discretos.

Sea $x[n]$ una señal periódica con período N.

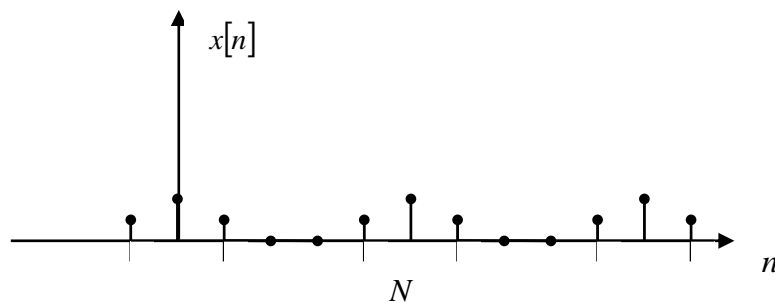


Fig. 1.9 Señal discreta.

Si se quiere representar $x[n]$ con base en funciones del tipo $e^{jn(2\pi/N)}$, lo primero que se debe comprender es que solo existen N distintas ($0 < k < N-1$).

$$\begin{aligned} e^{jn(2\pi/N)} & \quad \text{para } k = 1 \\ e^{jn(N+1)(2\pi/N)} & \quad \text{para } k = N+1 \end{aligned} \quad \text{Ec. 1.34}$$

Estas dos exponenciales son idénticas. Por lo tanto para representar $x[n]$ se necesitan N exponenciales que podrían ser aquellas que se generan tomando $0 < k < N-1$ ó $1 < k < N$ ó $A < k < A+N-1$. Esto se representará como $k \bmod N$.

$$x[n] = \sum_{k \bmod N} C_k e^{jnk(2\pi/N)} \quad \text{Ec. 1.35}$$

Donde $k \bmod N$ significa que la sumatoria debe ir, por ejemplo, desde $n = 0$ hasta $N-1$ o desde $n = 1$ hasta N o cualquier otro barrido de longitud N . El valor de C_k es:

$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{n \bmod N} x[n] e^{-jnk(2\pi/N)} \quad \text{Ec. 1.36}$$

El coeficiente C_k esta formado por un número finito de términos. Esta es la principal diferencia con las series para señales continuas, donde son necesarias infinitas funciones exponenciales para representar en forma exacta la función original.

1.4.2 Transformada de Fourier de señales discretas.

Si la señal es aperiódica pero limitada en el tiempo, se puede considerar que es una señal periódica con período tendiendo a infinito. Como se muestra en las siguientes gráficas.

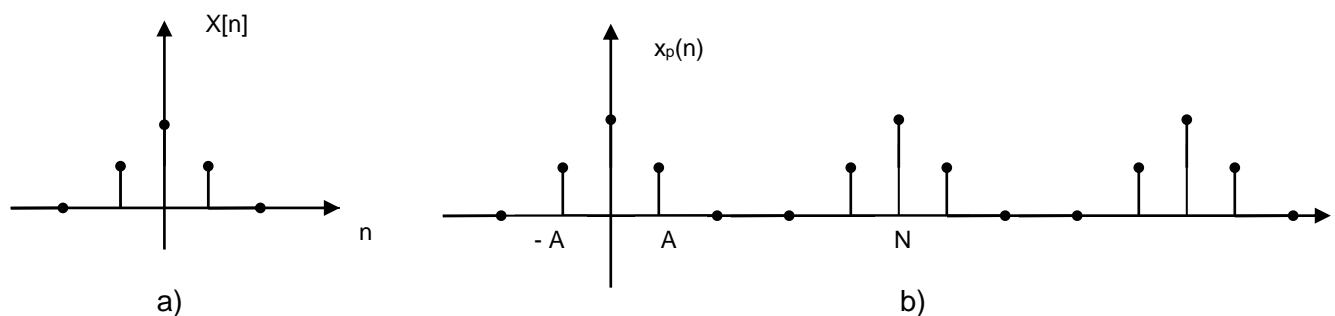


Fig. 1.10 a) Señal discreta aperiódica, b) Señal discreta periódica.

$$x_p[n] = \sum_{k \bmod N} C_k e^{jnk(2\pi/N)} \quad \text{Ec.1.37}$$

Donde:
$$C_k = \frac{1}{N} \sum_{-\infty}^{\infty} x[n] e^{jnk(2\pi/N)} = \frac{1}{N} X(\Omega) = \frac{1}{N} X(\Omega_0 k) = \frac{\Omega_0}{2\pi} X(\Omega_0 k)$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{N} k = \Omega_0 k \quad \text{Ec. 1.38}$$

En ese caso $x_p[n]$ quedará igual a:

$$x_p[n] = \sum_{k \bmod N} \frac{\Omega_0}{2\pi} X(\Omega_0 k) e^{jn\Omega_0 k} \quad \text{Ec. 1.39}$$

Si k barre desde 0 hasta $N-1$, cuando N tienda a infinito ocurre que:

- La sumatoria se convierte en integral.
- ω_0 se convierte en $d\omega$.
- $k\omega_0$ se convierte en ω continua.
- Los límites de la integral son $(0, 2\pi)$.

Queda entonces la expresión de $x[n]$ como sigue:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega \quad \text{Ec. 1.40}$$

$$X(\Omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\Omega n} \quad \text{Ec. 1.41}$$

A esta última relación se le conoce como transformada de Fourier para señales discretas (DFT por las siglas en inglés). Si la función $x[n]$ es absolutamente sumable ($\sum_{-\infty}^{\infty} x[n] < \infty$),

existe su transformada de Fourier; pero al igual que en el caso continuo, se presentan casos donde sin cumplirse esa condición existe la transformada de Fourier.

1.4.3. Transformada rápida de Fourier.

La transformada rápida de Fourier es simplemente un algoritmo rápido para la evaluación numérica de integrales de Fourier desarrollado en los laboratorios de IBM, y su importancia radica en la rapidez de cálculo conseguida. La FFT (siglas del término anglosajón *Fast Fourier Transform*, o transformada rápida de Fourier) descompone la

ecuación genérica de la DFT de manera que el número de operaciones necesarias para implementar la transformada queda reducido a $N \cdot \log_2(N)$.

La diferencia de velocidad de cálculo entre la tradicional transformada discreta y la FFT aumenta en función del número de muestras a analizar (ver Fig.1.11), ya que mientras en una, el número de operaciones necesarias para la resolución crece de forma exponencial, en la otra lo hace de forma prácticamente lineal. El principal inconveniente de la FFT es que la aplicación del algoritmo viene restringida, en principio, a secuencias de 2^n valores, donde n es un valor entero. Esto limita en parte su generalidad.

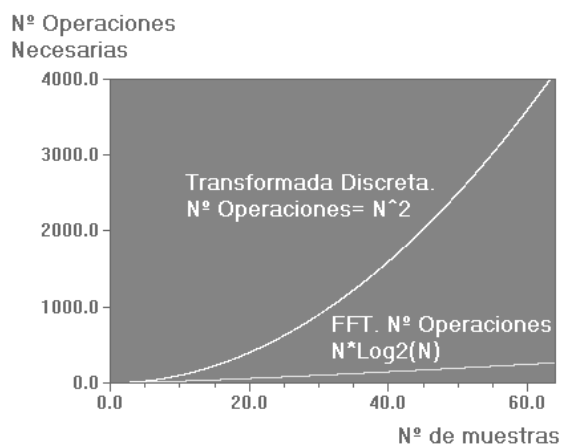


Fig. 1.11 Velocidad de cálculo de DFT y FFT.

La reducción en el número de operaciones para el cálculo de la DFT utilizando los algoritmos FFT es de gran utilidad en los sistemas implementados con DSPs, pues la memoria y la velocidad de procesamiento son recursos críticos; mas aun si se está trabajando en aplicaciones de tiempo real.

1.4.4 La transformada Z.

1.4.4.1 La transformada z directa.

La transformada z juega el mismo papel en el análisis de señales de tiempo discreto y sistemas LTI que la transformada de Laplace en el análisis de tiempo continuo y sistemas LTI. La transformada z de una señal de tiempo discreto $x[n]$ se define como:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] * z^{-n} \quad \text{Ec. 1.42}$$

Donde z es una variable compleja. La transformada z se denota por:

$$X[z] \equiv Z\{x[n]\} \quad \text{Ec. 1.43}$$

Mientras que la relación entre $x[n]$ y $X(z)$ se indica mediante:

$$x[n] \xleftrightarrow{z} X(z) \quad \text{Ec. 1.44}$$

Desde un punto de vista matemático, la transformada z es simplemente una representación alternativa de la señal. De este modo el coeficiente de z^{-n} , para una transformada determinada, es el valor de la señal en el instante n . Y por tanto, el exponente de z contiene la información necesaria para identificar las muestras de la señal.

1.4.4.2 Región de convergencia de la transformada z .

Como se puede observar, la transformada z se puede expresar como una serie de potencias infinita y existe sólo para aquellos valores de z para los que converge la serie. De esta forma, se define la región de convergencia (ROC) de $X(z)$ como el conjunto de todos los valores de z para los cuales $X(z)$ adquiere valores finitos. Siempre que se calcule la transformada z de una secuencia, se debe también indicar su correspondiente ROC.

Si se expresa ahora la variable compleja z en su forma polar lo que se tiene es:

$$z = r \cdot e^{j\theta} \quad \text{Ec. 1.45}$$

Donde $r = |z|$ y $\theta = \angle z$. De este modo $X(z)$ se puede expresar ahora como:

$$X(z) \Big|_{z=r \cdot e^{j\theta}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot r^{-n} \cdot e^{-j\theta n} \quad \text{Ec. 1.46}$$

En la ROC de z se debe cumplir que $|X(z)| \leq \infty$, pero

$$|X(z)| = \left| \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \cdot r^{-n} \cdot e^{-j\theta n} \right| \leq \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n] \cdot r^{-n} \cdot e^{-j\theta n}| = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n] \cdot r^{-n}| \quad \text{Ec. 1.47}$$

Por tanto $|X(z)|$ es finito sólo si la secuencia $x[n] \cdot r^{-n}$ es absolutamente sumable. De esta forma, el problema de encontrar la ROC de $X(z)$ es equivalente a determinar el rango de valores de r para los cuales la secuencia $x[n] \cdot r^{-n}$ es absolutamente sumable.

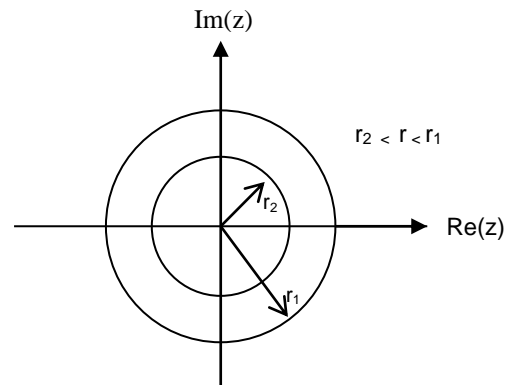


Fig. 1.12. Región de convergencia de $|X(z)|$

A continuación se citan algunas conclusiones acerca de la relación entre el tipo de señal bajo estudio, en el dominio del tiempo, y la ROC, en el dominio z :

- La ROC de una señal limitada por la derecha ($x[n] = 0$ para $n > N_1$) - ∞) es el interior de una circunferencia de radio r_1 , pudiendo incluir o no el punto $z = 0$.
- La ROC de una señal limitada por la izquierda ($x[n] = 0$ para $n < N_2$) $\langle \infty$) es el exterior de una circunferencia de radio r_2 , pudiendo incluir o no el punto $z = \infty$.
- Si $x[n]$ es una secuencia bilateral, esto es, una señal de duración infinita que no está limitada por la derecha ni por la izquierda, entonces la ROC es una región anular comprendida entre dos radios cualesquiera tales que $r_1 > r_2$.
- Si $x[n]$ es una secuencia de duración finita entonces la ROC es todo el plano z excepto quizás los puntos $z = 0$ y/o $z = \infty$.

1.4.4.3 Transformada z racional.

Polos y ceros:

Los ceros de la transformada z , $X(z)$, son los valores de z para los cuales $X(z) = 0$. Por el contrario, los polos de la transformada z son los valores de z para los cuales $X(z) = \infty$. Si $X(z)$ es una función racional de la forma:

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_M z^{-M}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_N z^{-N}} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N a_k z^{-k}} \quad \text{Ec. 1.48}$$

Si $a_0 \neq 0$ y $b_0 \neq 0$ entonces se podrá factorizar los términos $b_0 z^{-M}$ y $a_0 z^{-N}$ de la siguiente forma:

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{b_0 z^{-M}}{a_0 z^{-N}} \cdot \frac{z^M + (b_1/b_0)z^{M-1} + \dots + (b_M/b_0)}{z^N + (a_1/a_0)z^{N-1} + \dots + (a_N/a_0)} \quad \text{Ec. 1.49}$$

$$X(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{b_0}{a_0} z^{-M+N} \frac{(z-z_1) \cdot (z-z_2) \cdot \dots \cdot (z-z_M)}{(z-p_1) \cdot (z-p_2) \cdot \dots \cdot (z-p_N)} \quad \text{Ec. 1.50}$$

$$X(z) = G \cdot z^{N-M} \frac{\prod_{k=1}^M (z-z_k)}{\prod_{k=1}^N (z-p_k)} \quad \text{Ec. 1.51}$$

A partir de esta última expresión, se puede representar gráficamente $X(z)$ por un diagrama de polos y ceros en el plano complejo, en el cual se marcan los polos con cruces (X) y los ceros con círculos (O). Obviamente, la ROC de la transformada z no deberá contener ningún polo.

1.4.4.4 La función de transferencia.

La propiedad de la convolución, permitirá expresar la relación entre la señal de entrada y la señal de salida como:

$$Y(z) = H(z) \cdot X(z) \quad \text{Ec. 1.52}$$

$H(z)$ representa la caracterización de un sistema lineal en el dominio z , mientras que $h(n)$ es la correspondiente caracterización del sistema en el dominio del tiempo. La transformada $H(z)$ es la llamada función de transferencia.

Cuando el sistema se describe por una ecuación en diferencias lineal de coeficientes constantes de la forma:

$$y[n] = \sum_{k=1}^N a_k \cdot y[n-k] + \sum_{k=0}^M b_k \cdot x[n-k] \quad \text{Ec. 1.53}$$

se calcula la función de transferencia aplicando la transformada z a ambos lados:

$$Y(z) = \sum_{k=1}^N a_k \cdot Y(z) \cdot z^{-k} + \sum_{k=0}^M b_k \cdot X(z) \cdot z^{-k} \quad \text{Ec. 1.54}$$

$$Y(z) \cdot \left[1 - \sum_{k=1}^N a_k \cdot z^{-k} \right] = X(z) \cdot \left[\sum_{k=0}^M b_k \cdot z^{-k} \right] \quad \text{Ec. 1.55}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\left[\sum_{k=0}^M b_k \cdot z^{-k} \right]}{\left[1 - \sum_{k=1}^N a_k \cdot z^{-k} \right]} \quad \text{Ec. 1.56}$$

Si $a_k = 0$ para $1 \leq k \leq N$ entonces el sistema se reduce a:

$$H(z) = \sum_{k=0}^M b_k \cdot z^{-k} = \frac{1}{z^M} \cdot \sum_{k=0}^M b_k \cdot z^{M-k} \quad \text{Ec. 1.57}$$

En este caso, el sistema contiene M polos en $z = 0$ y M ceros en $z \neq 0$. Los sistemas de este tipo, sistemas todo ceros, presentan una respuesta impulsiva de duración finita y se les conoce como sistemas de tipo FIR ('finite impulse response').

Si $b_k = 0$ para $1 \leq k \leq M$ entonces el sistema se reduce a:

$$H(z) = \frac{b_0}{1 - \sum_{k=1}^N a_k \cdot z^{-k}} = \frac{b_0 \cdot z^N}{\sum_{k=0}^N a'_k \cdot z^{N-k}} \quad (a'_0 \equiv 1, a'_k = -a_k) \quad \text{Ec. 1.58}$$

Ahora la función de transferencia contiene N ceros en $z = 0$ y N polos en $z \neq 0$. De este modo, la respuesta impulsiva del sistema tiene una duración infinita y al sistema se la conoce como sistema IIR ('infinite impulse response').

De forma general, la función de transferencia contiene polos y ceros y por tanto al sistema se le llama sistemas de polos y ceros, con N polos y M ceros. Obviamente, un sistema de polos y ceros es también un sistema de tipo IIR.

1.4.4.5 La transformada z inversa.

Una de las aplicaciones más importantes de la transformada z es el análisis de sistemas lineales en tiempo discreto. A menudo para realizar este análisis es necesario calcular primero la transformada z de las secuencias a tratar y después realizar todo el análisis en el dominio transformado. Por último, se hace necesario pasar de nuevo al dominio del tiempo y para ello se ha de calcular la transformada z inversa.

Para las típicas clases de secuencias y de transformadas z con las que se trabaja en el análisis de sistemas de tiempo discreto lineales e invariantes con el tiempo, la transformada inversa se puede obtener simplemente por inspección de ciertas parejas de transformadas. Existen tablas de transformadas, y tienen una gran utilidad dentro del método de inspección. Si la tabla es amplia, puede ser factible expresar una determinada transformada z como suma de términos, y obtener la transformada inversa de cada uno de ellos a través de la tabla.

1.4.4.6 Análisis y caracterización de sistemas LTI mediante la transformada z .

La transformada z es una herramienta importante en el análisis y representación de sistemas LTI discretos. Esto es debido principalmente a la propiedad de convolución, y por la cual la convolución en el dominio del tiempo es equivalente a una multiplicación en el dominio de la transformada z . $X(z)$, $Y(z)$ y $H(z)$ son las transformadas z de la entrada, la salida y la respuesta al impulso del sistema, respectivamente. Además, a $H(z)$ se le conoce como la función de transferencia del sistema. Para z evaluada en la circunferencia unidad ($z = e^{j\omega}$), $H(z)$ se reduce a la respuesta en frecuencia del sistema, siempre que la circunferencia unidad esté contenida dentro de la ROC de $H(z)$.

Muchas propiedades de un sistema están relacionadas directamente con las características de los polos, de los ceros y de la región de convergencia de la función del sistema. A continuación se muestran algunas de estas relaciones mediante el estudio de algunas propiedades.

Causalidad:

Un sistema LTI causal tiene una respuesta al impulso $h[n]$ que es cero para $n < 0$. En este caso la transformada z se puede expresar como:

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{h[n]}{z^{+n}} \right] \quad \text{Ec. 1.59}$$

Donde la correspondiente ROC será el exterior de un círculo en el plano z que incluirá también el infinito.

De este modo se puede decir que un sistema LTI discreto es causal si y sólo si la ROC de su función de transferencia del sistema es el exterior de un círculo, incluyendo el infinito. Si $H(z)$ es racional (con M ceros y N polos) y causal, entonces la ROC debe estar fuera del polo más externo y debe incluir el infinito. Por tanto, el límite de $H(z)$ cuando $z \rightarrow \infty$ debe ser finito.

Estabilidad:

La estabilidad de un sistema LTI discreto requiere que su respuesta al impulso sea absolutamente sumable:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty \quad \text{Ec. 1.60}$$

Por otro lado, $|H(z)|$ es finita sólo si la secuencia $h[n] \cdot r^{-n}$ es absolutamente sumable.

Comparando ambas expresiones se puede llegar a la siguiente conclusión: Si el sistema $h[n]$ es estable, entonces la ROC de $H(z)$ debe incluir a la circunferencia unidad ($r = 1$). Por tanto se puede decir que un sistema LTI es estable si y sólo si la ROC de la función de transferencia del sistema $H(z)$, incluye la circunferencia unidad, $|z| = 1$. En el caso concreto de tener un sistema LTI con una función de transferencia racional, el sistema será estable y causal si y sólo si todos los polos de $H(z)$ caen dentro del círculo unidad, es decir, si todos tienen una magnitud menor que 1.

1.5 FILTROS DIGITALES.**1.5.1 Características generales.**

Un filtro digital es un sistema discreto utilizado para extraer características desde el dominio de la frecuencia sobre señales muestreadas. La operación de filtrado se realiza por medio de cálculos directos con las señales muestreadas. Las ventajas que presentan los filtros digitales frente a los analógicos son las siguientes:

Respuesta dinámica: El ancho de banda del filtro digital está limitado por la frecuencia de muestreo, mientras que en los filtros analógicos con componentes activos suelen estar restringidos por los amplificadores operacionales.

Intervalo dinámico: El límite superior es fijado por el número de bits que representa la secuencia, y el límite inferior por el ruido de cuantificación y los errores de redondeo.

Conmutabilidad: Si los parámetros de un filtro se conservan en registros, los contenidos de dichos registros pueden ser modificados a voluntad. Además, estos filtros se pueden conmutar, pudiéndose multiplexar en el tiempo para procesar varias entradas a la vez.

Ausencia de problemas de componentes: Los parámetros de los filtros se representan por medio de números binarios y no cambian con el tiempo. Al no haber componentes, no hay problemas de tolerancias, y ningún otro problema asociado con un comportamiento no ideal de resistencias, condensadores, bobinas o amplificadores. Tampoco existen problemas de impedancia de entrada ni salida, ni efectos de adaptación de impedancias entre etapas. Una distinción fundamental en los sistemas discretos dinámicos lineales e invariantes, y en particular en los filtros digitales, es la duración de la respuesta ante el

impulso. Se habla de sistemas de respuesta de pulso finito o no recursivo (*FIR, finite impulse response*) y de sistemas de respuesta infinita o recursivo (*IIR, infinite impulse response*).

Partiendo de la ecuación en diferencias que modela el comportamiento dinámico de estos sistemas:

$$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + \dots + a_n y_{k-n} + b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + \dots + b_m x_{k-m} \quad \text{Ec. 1.61}$$

En el caso de tener todos los coeficientes a_i iguales a cero se tendrá un filtro FIR, con lo que la ecuación queda reducida a:

$$y_k = b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + \dots + b_m x_{k-m} \quad \text{Ec. 1.62}$$

Siendo m el orden del filtro y tendrá una función de transferencia en z del tipo:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m} \quad \text{Ec. 1.63}$$

Obsérvese que en estos tipos de filtros cada valor de la secuencia de salida sólo depende de un número finito de valores de la secuencia de entrada. Además también se desprende la carencia de polos en la función de transferencia. En cambio, las expresiones de los filtros recursivos son:

$$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + \dots + a_n y_{k-n} + b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + \dots + b_m x_{k-m} \quad \text{Ec. 1.64}$$

Y su función de transferencia en z :

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}} \quad \text{Ec.1.65}$$

En estos casos, la secuencia de salida depende tanto de la entrada como de la salida. De estas ecuaciones se deducen las siguientes propiedades:

- La secuencia de ponderación es infinita para los filtros IIR, aun teniendo un número finito de coeficientes. Mientras la respuesta al impulso de un filtro no recursivo es siempre finita e igual al orden del filtro.
- Los filtros FIR son siempre estables, esto es, la secuencia de salida tiene todos sus valores acotados. No es el caso de filtros recursivos, su estabilidad depende de la función de transferencia, por lo que habrá de utilizar alguno de los procedimientos algebraicos.

- Cualquier filtro recursivo puede ser reemplazado por otro no recursivo con infinitos coeficientes, sus valores vendrán dados por la secuencia de ponderación del IIR. La conclusión inversa no se cumple.

1.5.2 Diseño de filtros no recursivos (FIR)

Los filtros no recursivos tienen ventajas muy interesantes que les hacen ser ampliamente utilizados en múltiples aplicaciones. La característica más destacable es su facilidad de diseño para conseguir una respuesta en frecuencias de fase lineal, esto es, la señal que pase a través de él no será distorsionada. Los FIR son por su propia constitución estables, no teniendo problemas en su diseño o fase de implementación. Aunque el diseño de los FIR requiera de una gran cantidad de operaciones de sumas y multiplicaciones, tanto su estructura de programación como su implementación en soporte físico resulta fácil y escalable. Su mayor desventaja está en que para iguales requisitos de especificaciones del filtro resulta con menor orden los IIR que los FIR, implicando programas más largos o circuitos mayores.

1.5.2.1 Diseño de los filtros mediante su respuesta en frecuencia.

Los filtros digitales suelen ser caracterizados en términos de rangos de frecuencia, tanto de la banda pasante como de la supresora. Los cuatro tipos básicos son ilustrados en la figura 1.13 Al ser éstos sistemas discretos, sus respuestas frecuenciales son periódicas con la frecuencia de Nyquist, ω_N , por lo que sólo se considerará el intervalo $[-\omega_N, \omega_N]$.

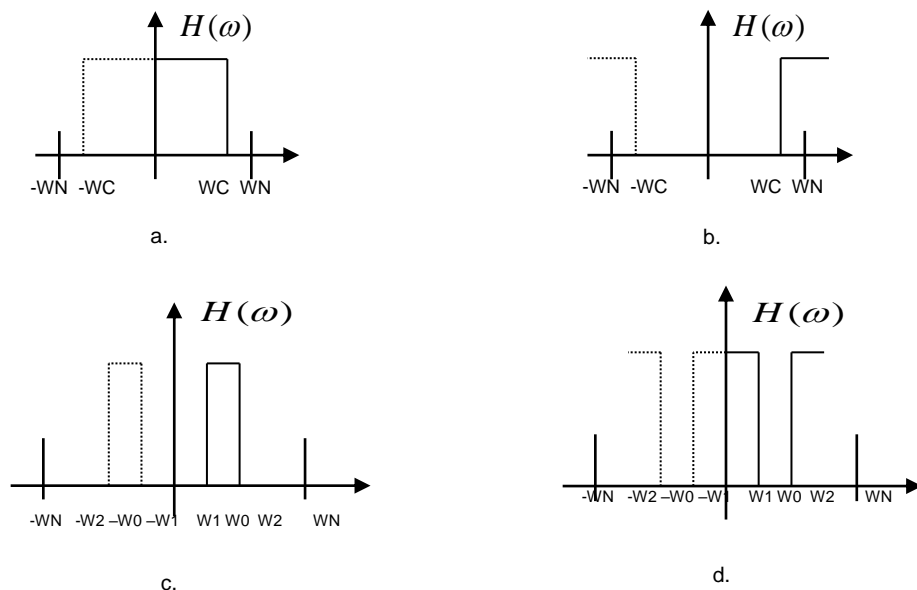


Fig.1.13 Especificaciones de los filtros digitales
a) Pasa bajo b) Pasa alto c) Pasa banda d) Rechazo de banda.

En las figuras sólo se muestran las respuestas en frecuencias del módulo sin que aparezca el argumento. Es deseable que en la banda pasante no se introduzcan desfases, esto es, de argumento cero en todo el rango de la frecuencia pasante, pero como se va a ver, esta suposición de diseño resultará imposible. Con tal propósito se parte de una suposición más general, y además factible, consistente en la realización de un filtro con variación lineal del argumento respecto a la frecuencia, esto es, se tendrá que el desfase introducido será del tipo $\varphi = -\lambda\omega$, donde λ es una constante. El caso particular de desfase nulo será λ igual a cero. Luego si ante una señal de entrada cualquiera, ésta se separa en forma de sumas de sinusoides del tipo $\text{sen}(\omega nT)$, cada una de ellas producirá una respuesta del tipo:

$$|H(\omega)|\text{sen}[\omega(nT - \lambda)] \quad \text{Ec. 1.66}$$

Por tanto cada armónico de la señal de entrada estará desfasada λ veces, de forma que se obtendrá en salida una versión no distorsionada de la señal de entrada en el rango de frecuencias dependientes de la banda pasante. A estos filtros se les llaman no dispersivos.

Partiendo de la respuesta en frecuencia de un filtro no recursivo de manera que éste tenga un orden m , y que $m = 2N$, se podrá poner que:

$$H(\omega) = \sum_{k=0}^{2N} h_k e^{-jk\omega T} = e^{-jN\omega T} \left\{ h_0 e^{jN\omega T} + h_1 e^{j(N-1)\omega T} + \dots + h_N + \dots + h_{2N} e^{-jN\omega T} \right\} \quad \text{Ec. 1.67}$$

Si se impone las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} h_0 &= h_{2N} \\ h_1 &= h_{2N-1} \\ &\vdots \\ h_{N-1} &= h_{N+1} \end{aligned}$$

Ec. 1.68

La respuesta en frecuencia del filtro quedará como:

$$H(\omega) = e^{-jN\omega T} \left\{ h_N + 2 \sum_{i=0}^{N-1} h_i \cos[(N-i)\omega T] \right\} \quad \text{Ec. 1.69}$$

Observándose que el contenido de entre las llaves es real y que el desfase introducido por el filtro es $-N\omega T$, siendo por tanto el argumento lineal con la frecuencia. Desprendiéndose que esta característica nace de la condición de simetría par de los coeficientes h_i alrededor de N . Las especificaciones completas de diseño de un filtro paso

bajo ideal son mostradas en la figura 1.14, donde están incluidas tanto la respuestas de magnitud como del argumento.

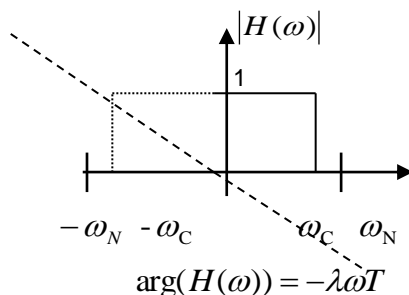


Fig. 1.14. Respuesta en frecuencia de un filtro pasa bajo

El modelo matemático que caracteriza la respuesta frecuencial de la figura es:

$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega n} & |\omega| \leq \omega_c \\ 0 & \text{En caso contrario} \end{cases} \quad \text{Ec. 1.70}$$

De manera que si se aplica la transformada inversa de Fourier quedará:

$$h_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_N}^{\omega_N} H(\omega) e^{jn\omega T} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j(n-\lambda)\omega T} d\omega = \frac{1}{\pi} \frac{\text{sen}[(n-\lambda)\omega_c T]}{(n-\lambda)T} = \frac{2\omega_c}{\omega_N} \frac{\text{sen}[(n-\lambda)\omega_c T]}{(n-\lambda)\omega_c T}$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{Ec.1.71}$$

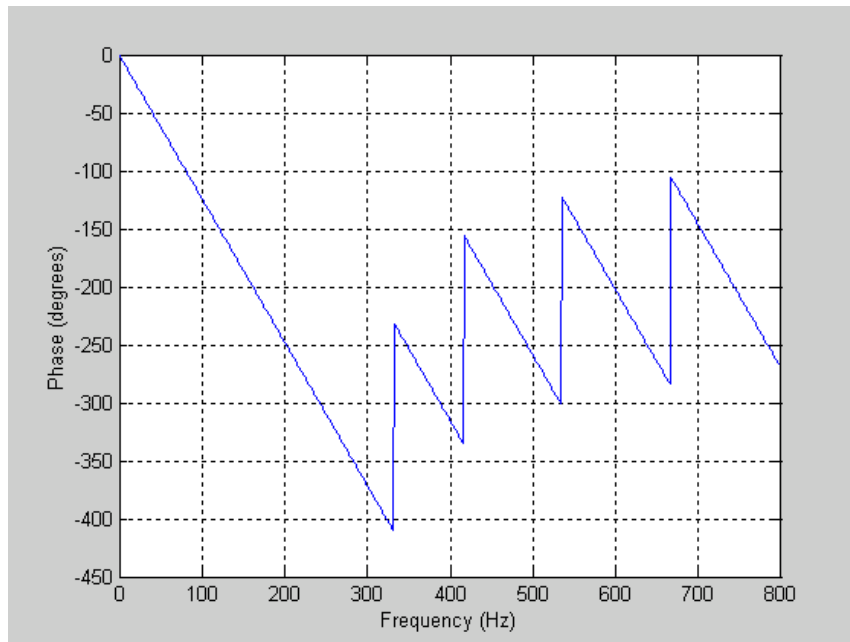
Ejemplo: Diseñar un filtro paso bajo FIR con una frecuencia de muestreo de 1.6 KHz., frecuencia de corte de 200 Hz., un retardo de 0.02 s, sabiendo que el orden del filtro es 11.

Al aplicar Ec. 1.71 con las condiciones dadas en el ejercicio se obtienen los siguientes coeficientes:

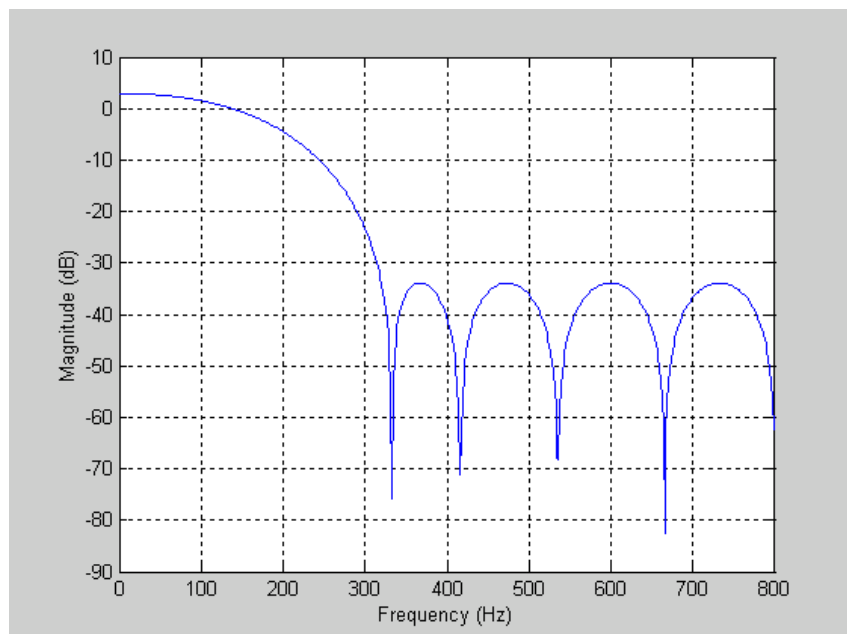
$$\{h_n\} = \{-0.045 \ -0.001 \ 0.073 \ 0.157 \ 0.224 \ 0.250 \ 0.224 \ 0.157 \ 0.073 \ -0.001 \ -0.045\}$$

y según Ec. 1.69 su respuesta en frecuencia (ver Fig. 1.15) será:

$$H(\omega) = e^{-10\omega T} \left\{ h_{10} + 2 \sum_{i=0}^9 h_i \cos[(0.02 - i)\omega T] \right\}$$



a).



b).

Fig 1.15 Respuesta en frecuencia: a) fase, b) magnitud.

1.5.2.2 Transformaciones sobre los filtros.

Aunque el método expuesto se ha centrado sobre los filtros paso bajo, también es posible diseñar los otros tipos de filtros, esto es, paso alto, pasa banda y rechazo de banda. Para ello se podría utilizar el mismo procedimiento que se vio anteriormente, pero en vez de aplicar la banda pasante a la frecuencia baja se puede realizar para cualquier otra forma de banda pasante. Sin embargo, y de igual manera que sobre filtros analógicos, aquí también existen transformaciones de paso bajo a cualquiera de los otros tipos. Así por ejemplo, si $h_n(PB)$ son los coeficientes de la respuesta al impulso de un filtro paso bajo con una frecuencia de corte $(\omega_c)PB$ y una frecuencia de muestreo ω_s , entonces:

$$h_{n(PA)} = (-1)^n h_{n(PB)} \quad \text{Ec. 1.72}$$

Siendo estos los coeficientes de la respuesta al impulso del filtro paso alto con una frecuencia de corte de:

$$(\omega_c)_{PA} = (\omega_N) - (\omega_c)_{PB} \quad \text{Ec. 1.73}$$

La demostración de la validez de esta transformación es bastante sencilla y es como sigue:

$$h_{n(PA)} = \frac{1}{2\pi} \int_{(\omega_c)_{PA}}^{\omega_N} e^{jn\omega T} d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_N}^{-(\omega_c)_{PA}} e^{jn\omega T} d\omega \quad \text{Ec. 1.74}$$

Haciendo el cambio de variables en la primera integral de $\omega = \omega' + \omega_N$ y en la segunda de $\omega = \omega' - \omega_N$. Por tanto, el diseño del filtro paso alto con frecuencia de corte $(\omega_c)_{PA}$ pasa por un diseño inicial de filtro paso bajo con frecuencia de corte $(\omega_N) - (\omega_c)_{PA}$ y multiplicando el resultado por $(-1)^n$.

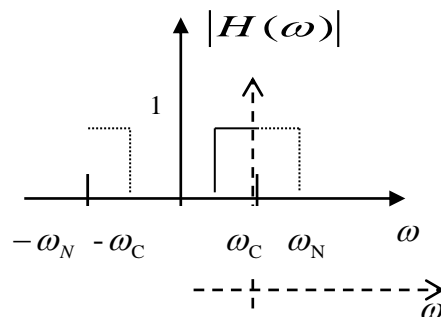


Fig. 1.16. Cambio de variables de ω a ω'

Las relaciones entre paso bajo con pasa banda y rechazo de banda quedan notificadas en la siguiente tabla:

Tabla 1. Transformaciones de paso bajo a otro tipo de filtro

Conversión Parámetros	Transformación	
A pasa alto	$h_{n(PA)} = (-1)^n h_{n(PB)}$	$(\omega_C)_{PA} = (\omega_N) - (\omega_C)_{PB}$
A pasa banda	$h_{n(PBanda)} = (2 \cos(n\omega_0 T)) h_{n(PB)}$	$\omega_0 = \text{frecuencia central}$ $\omega_1 = \omega_0 - (\omega_C)_{PB}$ $\omega_2 = (\omega_C)_{PB} - \omega_0$
A rechaza banda	$h_{n(RB)} = 1 - h_{n(PBANDA)}$ $h_{n(RB)} = -h_{n(PBANDA)}$	

1.5.2.3 Ventanas

Aunque el orden de un filtro sea elevado los rizados tanto en la banda pasante como en la supresora siempre están presentes, haciéndose mayores las oscilaciones en las zonas de transición entre las bandas. Además la atenuación en la banda no pasante no es cero y la transición entre las bandas no es abrupta. A este fenómeno se llama *Efecto de Gibbs*. Así, por ejemplo, en la figura 1.17 se muestra un filtro paso bajo de orden 51 con una frecuencia de corte normalizada de 0.4, evidenciando que aunque sea elevado el orden del filtro, el efecto Gibbs se mantiene. Este fenómeno no desaparece con la longitud del filtro. Sin embargo, la aplicación de ciertas *funciones ventanas* permiten minimizar este efecto no deseado.

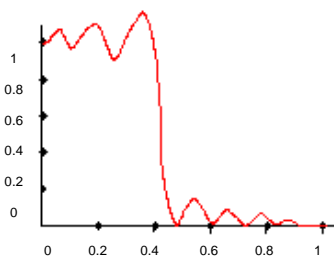


Fig. 1.17. Filtro paso bajo de orden 51

Si se quiere disminuir las oscilaciones, la respuesta del pulso infinito original debe ser multiplicado por una función ventana que no sea un pulso rectangular puro, de manera que la nueva secuencia de ponderación h'_n quedará como:

$$h'_n = h_n W_n \quad \text{Ec. 1.75}$$

Siendo h_n definida como Ec.1.71 y W_n una función ventana definida por:

$$W_n = \begin{cases} 1 & |n| \leq N \\ 0 & |n| > N \end{cases} \quad \text{Ec. 1.76}$$

Tal que N marca el número de la secuencia de transición entre la banda pasante y la supresora. Existen varios tipos de funciones ventanas, así por ejemplo se tiene:

$$W_n = \begin{cases} \alpha + (1 - \alpha) \cos(\pi n / N) & |n| \leq N \\ 0 & |n| > N \end{cases} \quad \text{Ec. 1.77}$$

Donde para $\alpha = 0.5$ es llamada la *ventana de Von Hann* y cuando $\alpha = 0.54$ es la denominada *ventana de Hamming*.

La *ventana de Blackman* está definida por:

$$W_n = \begin{cases} 0.42 + 0.5 \cos(\pi n / N) + 0.08 \cos(2\pi n / N) & |n| \leq N \\ 0 & |n| > N \end{cases} \quad \text{Ec. 1.78}$$

Esta ventana reduce el rizado comparado con las dos anteriores, pero la transición entre bandas es muy suave. Para obtener un equilibrio entre rizado/transición se utiliza la *ventana de Kaiser* definida por:

$$W_n = \begin{cases} I_0(\beta) / I_0(\alpha) & |n| \leq N \\ 0 & |n| > N \end{cases} \quad \text{Ec. 1.79}$$

Donde α es un parámetro y:

$$\beta = \alpha \{1 - (n/N)^2\}^{1/2} \quad \text{Ec. 1.80}$$

Aquí $I_0(x)$ es una función de Bessel de orden cero definida por la serie:

$$I_0(x) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{k!} \left[\frac{x}{2} \right]^k \right]^2 \quad \text{Ec. 1.81}$$

A mayor β se disminuye el rizado pero también disminuye la pendiente de transición entre la banda pasante y la supresora. Ningún filtro FIR con transformación de Fourier y aplicación de ventana es óptimo, pero resulta sencillo y económico.

El procedimiento de diseño con filtros FIR sigue los siguientes pasos:

1. Se establece la respuesta de frecuencia deseada como filtro paso bajo.
2. Determinar la secuencia de ponderación por medio de:

$$h_n = \frac{2\omega_c}{\omega_s} \frac{\text{sen}[(n-\lambda)\omega_c T]}{(n-\lambda)\omega_c T} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad \text{Ec. 1.82}$$

3. Se elige una función ventana y un ancho de ventana para satisfacer las especificaciones de rizado y amplitud de transición requeridas. Se asigna la ventana de acuerdo con la respuesta impulsiva.
4. Se desplaza la respuesta de pulso para hacerla causal.
5. Por último se realiza la transformación al tipo de filtro deseado, haciendo uso de las indicaciones de la tabla 1.

1.5.3 Diseño de filtros recursivos (IIR)

La ventaja de los filtros IIR respecto a los FIR es la de tener un menor orden del filtro para iguales especificaciones de diseño. Aunque la desventaja es la falta de desfase lineal introducido por el filtro, así como la necesidad de realizar estudios de estabilidad, pues ésta no está garantizada en el diseño.

Los filtros no recursivos pueden ser diseñados por varios métodos, siendo el más común el basado en las transformaciones bilineales. Este procedimiento requiere del conocimiento de la función de transferencia en el dominio s (*Transformada de Laplace*) del filtro a diseñar. Los coeficientes del filtro en el dominio s son transformados a uno equivalente en el dominio z , los coeficientes de la discretización formarán el filtro IIR. El origen de este proceder viene dado por la cantidad de experiencia acumulada en el diseño de filtros analógicos. Si bien hay varios métodos de discretización, la mayoría de ellos tienen problemas de solapamiento en frecuencias, por realizar una relación entre el plano s a z de varias regiones del dominio s a una sola z . Sin embargo, la transformación bilineal realiza una transformación unívoca entre el dominio s a z . Esta transformación se define como:

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} = \frac{2}{T} \frac{z - 1}{z + 1} \quad \text{Ec. 1.83}$$

Y su relación inversa es del tipo:

$$z = \frac{2/T + s}{2/T - s} \quad \text{Ec. 1.84}$$

Esta transformación es no lineal.

$$\omega_a = \frac{2}{T} \tan \left[\frac{\omega_d T}{2} \right] \quad \text{Ec. 1.85}$$

Siendo ω_a la frecuencia angular analógica y ω_d la frecuencia angular discreta. Por tanto si se requiere un filtro digital cuyas características en frecuencia estén definidas por $\omega_{d1}, \omega_{d2}, \dots, \omega_{dk}$, , deberá usarse un filtro analógico cuyas frecuencias sean:

$$\omega_{ai} = \frac{2}{T} \tan \left[\frac{\omega_{di} T}{2} \right] \quad 1 \leq i \leq k \quad \text{Ec 1.86}$$

Siendo conocido como el *prediseño* del filtro analógico. El método de diseño de filtros IIR basados en transformaciones bilineales tiene el siguiente procedimiento:

1. Definir las características del filtro digital $\omega_{d1}, \omega_{d2}, \dots, \omega_{dk}$, .
2. Realizar la operación de prediseño de acuerdo con Ec.1.86 obteniendo las frecuencias analógicas $\omega_{a1}, \omega_{a2}, \dots, \omega_{ak}$,
3. Diseñar el filtro analógico con las frecuencias definidas en el punto 2.
4. Reemplazar s en el filtro analógico por la expresión dada en Ec.1.84. Para facilitar las transformaciones de s a z se expone en la tabla 2, las relaciones existentes de filtros comunes de primer y segundo orden mediante la transformada bilineal.

Tabla 2. Transformaciones de $H(s)$ a $H(z)$

Tipo de bloque	$H(s)$	$H(z)$ (Transformación bilineal)
Pasa bajo de primer orden	$H(s) = \frac{k}{1 + s\tau}$	$H(z) = \frac{k + kz^{-1}}{a_0 + a_1z^{-1}}$ $a_0 = 1 + \frac{2\tau}{T}; a_1 = 1 - \frac{2\tau}{T}$
Pasa alto de primer orden	$H(s) = k \frac{s\tau}{1 + s\tau}$	$H(z) = \frac{b_0 - b_0z^{-1}}{a_0 + a_1z^{-1}}$ $b_0 = k \frac{2\tau}{T}; a_0 = 1 + \frac{2\tau}{T}; a_1 = 1 - \frac{2\tau}{T}$
Red de adelanto / retraso de fase	$H(s) = k \frac{1 + s\tau_1}{1 + s\tau_2}$	$H(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1}}{a_0 + a_1z^{-1}}$ $b_0 = k \left[1 + \frac{2\tau_1}{T} \right]; b_1 = k \left[1 - \frac{2\tau_1}{T} \right]$ $a_0 = 1 + \frac{2\tau_2}{T}; a_1 = 1 - \frac{2\tau_2}{T}$
Pasa bajo de segundo orden	$H(s) = \frac{1}{as^2 + bs + 1}$	$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$ $a_0 = 1 + \frac{4a}{T^2} + \frac{2b}{T}; a_1 = 2 - \frac{8a}{T^2}; a_2 = 1 + \frac{4a}{T^2} - \frac{2b}{T}$
Pasa alto de segundo orden	$H(s) = \frac{as^2}{as^2 + bs + 1}$	$H(z) = \frac{b_0 - 2b_0z^{-1} + b_0z^{-2}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$ $b_0 = \frac{4a}{T^2}; a_0, a_1, a_2 \Rightarrow \text{Ver pasa bajo } 2^\circ$
Pasa banda de segundo orden	$H(s) = \frac{bs}{as^2 + bs + 1}$	$H(z) = \frac{b_0 - b_0z^{-2}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$ $b_0 = \frac{2a}{T}; a_0, a_1, a_2 \Rightarrow \text{Ver pasa bajo } 2^\circ$
Rechaza banda de segundo orden	$H(s) = \frac{as^2 + 1}{as^2 + bs + 1}$	$H(z) = \frac{b_0 - 2b_1z^{-1} + b_0z^{-2}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}$ $b_0 = 1 + \frac{4a}{T^2}; b_1 = 1 - \frac{4a}{T^2}; a_0, a_1, a_2 \Rightarrow$ $\text{Ver pasa bajo } 2^\circ$

Ejemplo 1: Diseñar un filtro digital paso bajo de Butterworth de 2º orden con una frecuencia de muestreo de 10 KHz, y con una frecuencia de corte de 1 KHz y una frecuencia de banda rechazada de 2 KHz.

En primer lugar se realiza la operación de *prediseño* a las frecuencias $f_{d1} = 1000$ Hz y $f_{d2} = 2000$ Hz, quedando:

$$f_{a1} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2}{10^{-4}} \tan \left(\frac{2\pi(1000)(10^{-4})}{2} \right) \right) \quad f_{a2} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2}{10^{-4}} \tan \left(\frac{2\pi(2000)(10^{-4})}{2} \right) \right)$$

$$f_{a1} = 1.034 \text{ Hz}$$

$$f_{a2} = 2.312 \text{ Hz}$$

Entonces, la función de transferencia en el dominio s será:

$$H(s) = \frac{1}{\left[\frac{s}{2\pi \cdot 1034} \right]^2 + 1.41 \left[\frac{s}{2\pi \cdot 1034} \right] + 1}$$

Utilizando las expresiones del cuadro de transformaciones de $H(s)$ a $H(z)$ (ver tabla 2) para filtros paso bajo de segundo orden quedará:

$$a_0 = 14.81; a_1 = -16.95; a_2 = 6.13$$

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{14.81 - 16.95z^{-1} + 6.13z^{-2}}$$

Ejemplo 2: Hallar la función transferencia discreta en el tiempo, partiendo de un pasa bajos analógico con frecuencia de corte igual a 2000 Hz, usando aproximación de Butterworth con $n = 3$. Considerar $T = 125$ μseg (8000.muestras/seg). Aplicar transformación bilineal.

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2 + s + 1)} \quad \text{Función de transferencia normalizada filtro 3º orden.}$$

$$\text{siendo } \lambda = \frac{1}{2\pi \cdot 2000} \quad \Rightarrow \quad H_{PB}(s) = \frac{\lambda^{-3}}{(s + \lambda^{-1})(s^2 + \lambda^{-1}s + \lambda^{-2})}$$

Aplicando la transformación bilineal:

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)}$$

y luego de realizar los pasos algebraicos correspondientes, se llega a la siguiente expresión:

$$H(z) = \frac{0.112958(z+1)(z^2 + 2z + 1)}{(z^2 - 0.318993z + 0.346114)(z - 0.120198)}$$

Diseños en Matlab:

1. Utilizando aproximación Butterworth, diseñar un filtro IIR pasa banda estrecho capaz de filtrar un tono de 2000 Hz., muestreado a 10 K muestras / segundo. Determinar: ¿Cuál es el orden mínimo requerido? Dibujar la respuesta en frecuencia de los filtros.

» [N,Wn]=buttord([0.38 0.42],[0.36 0.44],3,20)

% Se considera la banda pasante de 1900 (0.38) a 2100Hz (0.42). Además bandas de transición de 1800 (0.36) a 1900 (0.38) y de 2100 (0.42) a 2200 (0.44), con atenuación en banda rechazada de 20dB, y de 3dB en banda pasante. Notar que todas las frecuencias se normalizan dividiendo por fs/2.

N = 4

Wn = 0.3778 0.4223

» [b,a]=butter(4,[0.3778 0.4223]);

% Orden mínimo requerido del filtro.

% Pasa banda aproximado.

%Determina los coeficientes de la función de transferencia discreta del filtro.

=

1.0e-003 *

Columns 1 through 7

0.0200 0 -0.0801 0 0.1201 0 -0.0801

Columns 8 through 9

0 0.0200

a =

Columns 1 through 7

1.0000 -2.3639 5.7318 -7.2811 8.9142 -6.6453 4.7747

Columns 8 through 9

1.7968 0.6937

» freqz(b,a,256,10000).% Grafica la respuesta en frecuencia del filtro digital, con 256 puntos de frecuencia entre 0 y fs/2.

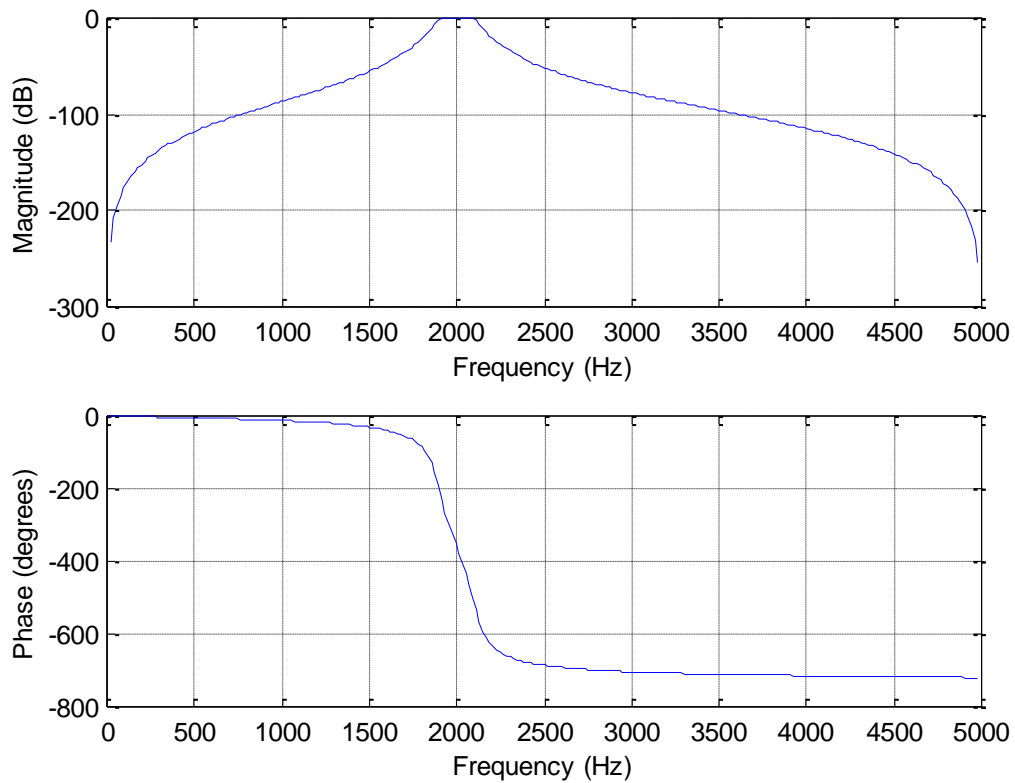


Fig. 1.18 Graficas de fase y magnitud.

2. Diseñar un filtro FIR paso bajo (con la banda de paso de igual anchura que la banda eliminada) de respuesta máxima plana. El filtro debe tener cinco ceros pero un único polo.

```
[b,a]=maxflat(5,1,0.5,'both')
frecuencia de corte
```

% Determina los coeficientes del filtro con una normalizada de 0.5, con 5 polos y un cero.

```
b =
Columns 1 through 5
```

```
0.2352 0.5706 0.3252 -0.0955 -0.0604
```

```
Column 6
0.0249
```

```
a =
1 0
```

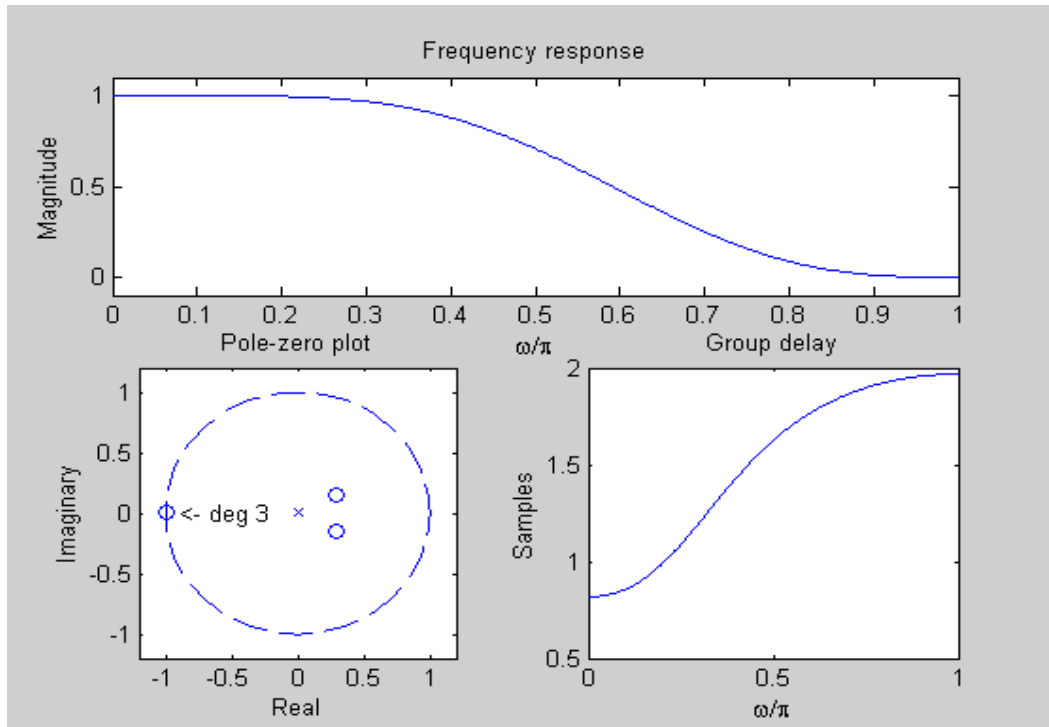


Fig. 1.18 Graficas de fase, magnitud y diagrama de polos y ceros

1.5.4 Implementación de los filtros digitales con DSP

Hay dos formas de implementarlos, mediante un programa, a alto nivel, o bien utilizando un diseño en soporte físico mediante circuitos integrados especializados (IC DSP). La realización sistemática en cualquiera de estos dos medios, se ve considerablemente facilitada representando el filtro de una forma gráfica. De esta manera, partiendo de las ecuaciones en diferencias:

$$y_k = a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + \dots + a_n y_{k-n} + b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + \dots + b_m x_{k-m} \quad \text{Ec. 1.87}$$

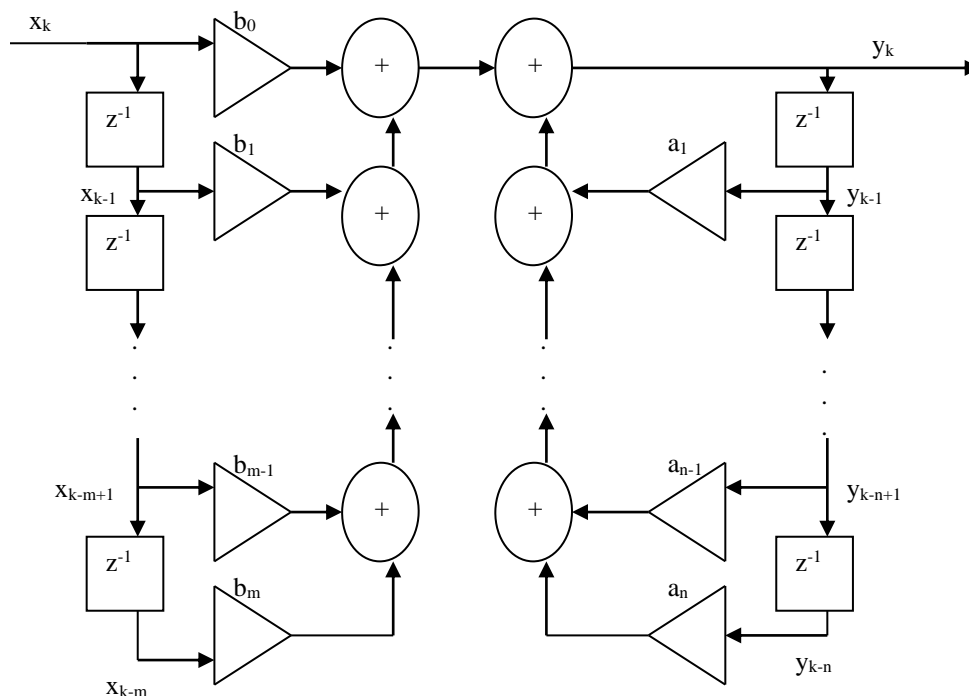


Fig. 1.19 Implementación de filtros digitales.

Pero no se suele utilizar esta forma de implementar en DSP, ya que no utiliza los principios de escalabilidad. Para ello, se parte de la estructura en serie (figura 1.19) obtenida a partir de:

$$H(z) = k \prod \frac{1 + \beta_{1k} z^{-1} + \beta_{2k} z^{-2}}{1 - \alpha_{1k} z^{-1} - \alpha_{2k} z^{-2}} \quad \text{Ec. 1.88}$$

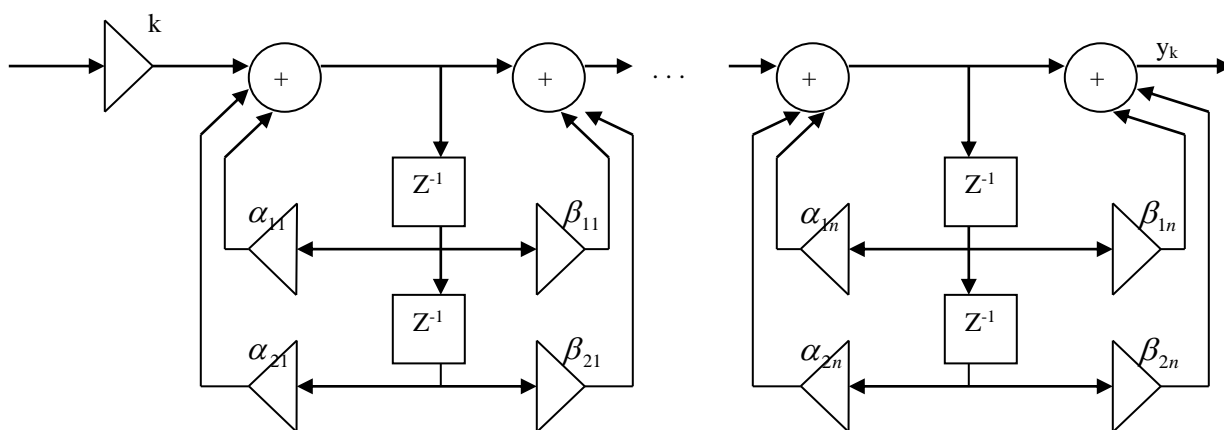


Fig. 1.20 Filtro IIR en cascada

La figura 1.20 muestra un diagrama a bloques de un filtro IIR implementado con cascadas de segundo orden. Esta realización tiene cuatro sumas, cuatro multiplicaciones y dos retardos por cada sección de segundo orden. Esta forma de implementación resulta la más efectiva para un rango variado de procesadores de propósito general así como de procesadores específicos DSP.

1.5.5 La cuantificación en los filtros digitales.

Hasta el momento, en el estudio de los filtros digitales, se ha supuesto que tanto las variables como los coeficientes de los filtros pueden tomar cualquier valor; ahora bien, la implementación de estos sistemas se realiza con circuitos integrados especializados, en los que tanto el almacenamiento como la medida de señales se realiza con números finitos de dígitos. La operación de transformación de los valores de variables y constantes, con un número infinito de cifras, a un número concreto de bits se denomina cuantificación. Este proceso, imprescindible en el tratamiento de información, produce errores que se deben considerar.

En la implementación de los filtros digitales aparecen tres procesos de cuantificación:

1. Cuantificación de la señal de entrada
2. Errores en el redondeo en las operaciones.
3. Cuantificación de los coeficientes de los filtros

Efectos de la cuantificación:

El truncamiento y redondeo: En el análisis de error de cuantificación, hay que tener en cuenta la forma de representación de los valores, según se haga en coma fija o en coma flotante, y también tendrá influencia la forma de realizar el paso de un número cualquiera, equivalente a infinitos dígitos, según sea por truncamiento o por redondeo. Dado un número de infinitos dígitos, se entiende por truncamiento del mismo la operación de tomar los b primeros bits más significativos, despreciando el resto, mientras que su redondeo es tomar la representación del valor más próximo al mismo. Con ambas técnicas se produce un error.

Cuantificación de los coeficientes: Igual que ocurre con los valores de las muestras de la señal, en el proceso de implementación de un filtro, los parámetros que lo definen sufren una cuantificación que puede afectar, en algunas ocasiones considerablemente, a las prestaciones del sistema.

Las consecuencias prácticas de la cuantificación de los coeficientes son:

1. Los filtros con poco ancho de banda son muy sensibles a la cuantificación. Este efecto se debe al hecho de tener polos muy cerca de $z = 1$.
2. El sobre muestreo (*oversampling*) incrementa la sensibilidad a la cuantificación.
3. La estructura de implementación del filtro influye mucho.

2. LA TEGNOLOGIA DSP EN LAS TELECOMUNICACIONES.

Inicialmente, el procesamiento digital de señales disponía de un mercado reducido (sólo se empleaba en sistemas que requerían una elevada potencia de cálculo, como ocurre en instrumentación electrónica de precisión, osciloscopios digitales, etc.). Los esfuerzos de los pioneros en la aplicación del DSP fueron hechos en cuatro áreas: radar y sonar, donde la seguridad nacional estuvo en riesgo; exploración petrolera, donde grandes cantidades de dinero estaban presentes; exploración espacial, donde los datos son irremplazables, y las imágenes médicas.

A partir de 1988, el costo de los *procesadores digitales de señales* decreció sustancialmente y varios fabricantes comenzaron una producción masiva de productos que incorporaban estos dispositivos, especialmente los teléfonos móviles y módems.

2.1 CAMPOS DE APLICACION DEL DSP

En la tabla 3. se enuncian las principales aplicaciones del DSP. A continuación se describe cada uno de estos campos.

2.1.1 Telecomunicaciones.

La finalidad de las telecomunicaciones es transferir información de un lugar a otro. Esto incluye varias formas de información: conversaciones telefónicas, señales de TV, ficheros de computador, etc. Para hacer la transferencia es necesario a que haya un canal que puede ser un par de cables, una señal de radio, fibra óptica, entre otras. La tecnología DSP ha revolucionado el mundo de las comunicaciones como se muestra a continuación.

- *Multiplexación:*

Hasta los años 60 las comunicaciones telefónicas se realizaba pasando la señal analógica a través de interruptores mecánicos y amplificadores. Actualmente, circuitos DSP convierten las señales en flujos de datos que pueden ser fácilmente mezclados y separados. Por ejemplo, cada señal analógica puede ser muestreada a 8 Khz. y 8 bits con compresión logarítmica. Así, cada señal puede ser representada por un flujo de 64 Kbits/segundo. 24 señales se pueden transmitir simultáneamente a través de un simple cable de cobre a 1.544 Mbits/segundo.

Tabla 3. Principales aplicaciones del procesamiento digital de señales

<p><i>Telecomunicaciones.</i></p> <p>Transmisión de voz: Teléfonos móviles (GSM), celulares e inalámbricos. Cancelación de ecos. ADPCM Transcodecs. PBXs digitales. ATM. Repetidores de línea. Multiplexado de canales. Módems de alta velocidad. Ecuilibradores adaptativos. Interpolación digital de voz. Conmutación de paquetes. Adaptadores de terminal. Controladores HDLC.</p>	<p><i>Análisis de voz y conversación.</i></p> <p>Compresión de voz. Codificación de voz. Reconocimiento de voz. Enriquecimiento de voz. Encriptación de voz.</p> <hr/> <p><i>Procesamiento de Imágenes.</i></p> <p>Animación. Edición. Rotación tridimensional. Reconocimiento de patrones. Compresión y transmisión de imágenes.</p>
<p><i>Instrumentación.</i></p> <p>Analizadores de espectro. Generadores de función. Osciloscopios digitales. Procesado de datos sísmicos.</p>	<p><i>Aplicaciones digitales.</i></p> <p>Ventanas de adquisición. Convolución, correlación. Transformación de Hilbert. Transformada rápida de Fourier. Filtrado digital. Generación de formas de onda.</p>
<p><i>Aplicaciones de Control.</i></p> <p>Robótica. Servocontrol. Impresoras.</p>	<p><i>Automóvil.</i></p> <p>Cancelación de ruidos. ABS. Navegación, posicionamiento. Análisis de vibraciones.</p>
<p><i>Consumo.</i></p> <p>Auto radios. Juguetes. Herramientas. TV y música digital. Sintetizadores musicales.</p>	<p><i>Militar.</i></p> <p>Navegación. Sónar. Radar. Guía de misiles. Seguridad en las comunicaciones.</p>
<p><i>Medicina.</i></p> <p>Ayuda a deficiencias sensoriales. Monitorización de pacientes. Equipos de ultrasonido. Monitor fetal.</p>	<p><i>Industria.</i></p> <p>Medida y control. Control numérico. Seguridad de acceso. Medida de la red de alimentación.</p>

- *Compresión:*

En una señal muestreada, la mayor parte de la información es redundante. La información contenida en cada muestra está duplicada en gran parte por las muestras adyacentes. Se han desarrollado multitud de algoritmos DSP para convertir las señales muestreadas en flujos de datos que requieren una tasa muy baja de bits/segundo. Estos son los llamados algoritmos de compresión de datos. Los algoritmos de descompresión hacen la función inversa. La tasa de la compresión determina la calidad del sonido resultante. En general, en la reducción de 64 kbits/seg a 32 kbit/seg no hay pérdida de calidad de sonido; si se reduce a 8 kbits/seg el sonido queda bastante afectado pero es inteligible todavía. La mayor compresión es a aproximadamente 2 kbits/seg, resultando un sonido muy distorsionado que, no obstante, tiene aplicación en el ámbito militar.

- *Moduladores / demoduladores digitales:*

Las técnicas de tratamiento digital permiten la fabricación de módem digitales sumamente flexibles y eficaces basadas en microprocesadores DSP. La conformación de la información en banda base, la creación de los pulsos de señalización, la ecualización de canal y cancelación de ecos, el enganche de portadora y el sincronismo de bit y trama son procesos fundamentales de cualquier sistema de comunicación digital que pueden realizarse con tecnología digital de forma más simple, flexible y eficientes que con tecnologías analógicas.

- *Control del eco:*

El eco es un problema muy serio en las conexiones telefónicas a gran distancia. Cuando un abonado habla, la señal viaja hasta el receptor, y después se refleja en forma de eco. Si la distancia es corta, el retardo es de unos cuantos milisegundos y el oído, que está acostumbrado a este fenómeno, no detecta nada anómalo. Si la distancia es más larga, el eco es notorio e irritante. El DSP trata este problema midiendo la señal que llega y generando una antiseñal con objeto de cancelar el eco.

- *Ecualización y cancelación adaptativa:*

Todos los sistemas avanzados de comunicaciones de voz, imagen y datos a alta velocidad requieren del uso de subsistemas de ecualización del canal y cancelación de ecos más o menos sofisticados. En esta línea de trabajo se estudian y desarrollan algoritmos de adaptación capaces de gobernar eficientemente los coeficientes y parámetros de estos sistemas. Los requisitos deseados incluyen alta velocidad de convergencia, estabilidad asegurada, buen comportamiento en situaciones estáticas, robustez. Algunas técnicas desarrolladas, son por ejemplo, estructuras FIR trabajando en el dominio de la frecuencia, estructuras auto-ortogonalizadas y auto estables, estructuras IIR de alta velocidad de convergencia.

- *Arreglos de antenas y conformación adaptativa de los patrones de radiación:*

Con la proliferación de sistemas móviles de comunicaciones el estudio de técnicas de diseño de arreglos de antenas y los correspondiente algoritmos adaptativos para la formación de sus haces, han hecho de este tema un campo de investigación con entidad propia dentro del Procesamiento Digital de Señales. En esta línea se estudian estructuras y algoritmos de adaptación capaces de explotar las características estadísticas diferenciales y/o espaciales entre la señal, el ruido y la interferencia.

- *Emulador de canal:*

La realización de pruebas y medidas resulta compleja para los sistemas terrestres, y muy difícil y costosa para los sistemas satelitales, por eso se están desarrollando nuevas herramientas, tanto software como hardware, que permitan reproducir el comportamiento del canal en un laboratorio y por consiguiente reducir al mínimo las pruebas de campo. Estos sistemas denominados *Simuladores* reproducen el canal de comunicaciones por medio de modelos matemáticos que permiten analizar múltiples situaciones en las diferentes fases de desarrollo.

2.1.2 Procesamiento de audio

Las principales funciones sensoriales humanas son la visión y la audición. Muchas de las aplicaciones DSP están relacionadas con el proceso de imágenes y de audio.

- *Cancelación adaptativa de ruido:*

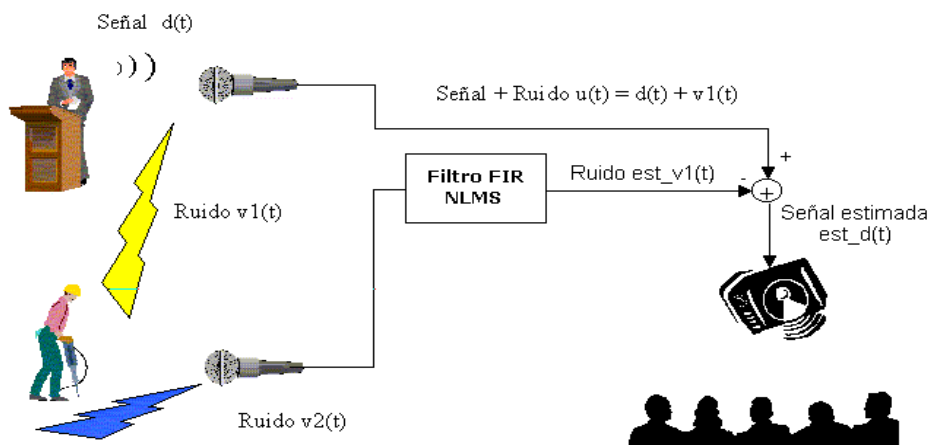


Fig 2.1 Cancelación adaptativa de ruido

La cancelación de ruido para mejorar y realzar las señales en presencia de ruido e interferencias es posible cuando se dispone de una referencia del ruido contaminante. Por ejemplo, para el caso del realce de señal de voz, esta restricción se puede satisfacer en

ambientes ruidosos tomando una referencia de la fuente de ruido mediante un micrófono auxiliar. La cancelación de ruido adaptativa consiste, básicamente, en uno o más filtros adaptativos (uno para cada punto de adaptación) excitados por el ruido de referencia, el cual da una estimación del ruido de interferencia. Inyectando este ruido en contrafase en la sala acústica se obtiene una cancelación del ruido. Estas ideas han sido aplicadas en la cancelación de ruido de motor y de rodadura en el interior de los automóviles. La señal de referencia se toma directamente del motor y de las ruedas por medio de micrófonos auxiliares. El ruido residual en el interior se capta con micrófonos adicionales situados en posiciones estratégicas, normalmente en el asiento del pasajero, y excitan a un conjunto de filtros adaptativos, cuya salida se aplica al sistema de audio del vehículo.

- *Música:*

Desde que la música es captada por un micrófono hasta que llega a los altavoces del consumidor hay un proceso muy largo. La representación de las señales en forma digital es importante para evitar la degeneración asociada al almacenamiento y manipulación analógica. Esto se puede comprobar al comparar por ejemplo, un disco de vinilo con un CD. El proceso de grabación, mezcla y producción se puede realizar actualmente de una forma muy eficiente utilizando la tecnología DSP.

- *Generación de voz:*

La generación y reconocimiento de voz se utiliza para la comunicación entre máquinas y hombres. En lugar de utilizar las manos y la vista, se utiliza la voz y el oído. Esto es conveniente cuando las manos y la vista están haciendo otra labor: conduciendo un automóvil, dirigiendo un misil, etc. Se han utilizado dos métodos para la generación de voz: grabación digital y simulación del tracto vocal.

En las grabaciones digitales normalmente se utiliza la compresión, de forma que una hora de voz se puede almacenar en tres Mbytes. Este es el método más usado.

La simulación vocal es mucho más compleja. El tracto vocal es una cavidad acústica con unas determinadas frecuencias de resonancia. El sonido se origina por la vibración de las cuerdas vocales que se aplican al tracto vocal. La simulación se realiza generando la señal de excitación correspondiente a las cuerdas vocales que se aplican a un filtro digital con resonancias similares a las del tracto.

- *Reconocimiento de voz:*

El reconocimiento de voz es mucho más complejo que la generación. El DSP enfoca este problema en dos pasos: Primero, cada palabra y cada fonema se aíslan para ser analizados y determinar el tipo de excitación y frecuencias de resonancia. Luego, estos parámetros se comparan con los almacenados en una tabla de palabras para seleccionar aquella que más se aproxime.

2.1.3 Procesamiento de imágenes.

Las imágenes son señales con características especiales. Primero, el dominio de estas señales es el espacio, no el tiempo como la mayoría de las señales. Segundo, contienen una gran cantidad de información. Por ejemplo, se requieren más de 10 Mbytes para almacenar un segundo de señal de video (más de 1000 veces mayor que la cantidad de memoria que se necesita para una señal de audio de duración similar). Por último, el criterio sobre la calidad de la imagen es subjetivo. Estas características hacen del proceso digital de imágenes un campo muy específico del DSP.

- *Medicina:*

Desde el descubrimiento de los rayos X en 1895, la Medicina avanzó mucho debido a la posibilidad de obtener imágenes del interior del cuerpo. Sin embargo, la utilidad de los rayos X estaba muy limitada. Entre los inconvenientes presentados se tienen:

- La superposición de estructuras en el cuerpo puede ocultar algunas partes.
- No siempre es posible diferenciar tejidos similares.
- Los rayos X pueden mostrar la anatomía, pero no la fisiología.
- La exposición a los rayos X puede producir cáncer.

El problema de las estructuras que se solapan fue solucionado en 1971 con la introducción de la tomografía computarizada. Los rayos X procedentes de varias direcciones pasan a través del cuerpo que ha de ser examinado. Las señales se muestrean y se almacenan en un computador. Esta información se utiliza después para generar imágenes en 3D de secciones del cuerpo, obteniéndose mayor detalle que con las técnicas convencionales.

Los otros tres problemas de los rayos X se han resuelto por la penetración de energía distinta a los rayos X, tales como ondas de radio y de sonido. Por ejemplo, en la resonancia magnética (Magnetic Resonance Image, MRI), utiliza campos magnéticos en conjunción con ondas de radio. El ajuste apropiado de la intensidad y la frecuencia hace que los núcleos atómicos de una determinada zona entren en resonancia entre estados cuánticos de energía, lo cual provoca la emisión de una onda secundaria de radio, que se detecta mediante una antena situada cerca del cuerpo. El ajuste del campo magnético permite desplazar la resonancia a cualquier zona del cuerpo. La información obtenida se presenta en forma de imágenes, tal como en la tomografía. La resonancia magnética no sólo proporciona información sobre los tejidos sino también sobre la fisiología. La resonancia magnética no podría ser implementada sin las técnicas DSP.

- *Fotografías satelitales:*

Frecuentemente, las imágenes tomadas desde satélites no tripulados son deficientes por haberse realizado en condiciones desfavorables. El DSP permite restaurarlas de varias maneras: ajuste de brillo y contraste, detección de bordes, compensación de la distorsión, etc.

- *Productos comerciales:*

La gran cantidad de información contenida en las imágenes es un problema para los sistemas comerciales que han de ser vendidos al gran público por un bajo precio. La solución a este problema es la compresión de imágenes. Igual que ocurre con las señales de audio, hay una gran cantidad de información redundante que puede ser procesada mediante algoritmos para reducir la cantidad de bits necesaria para representarla. El DSP está siendo utilizado para la compresión de imágenes para las aplicaciones de video teléfonos, y en televisión digital.

2.1.4 Localización mediante el eco.

Un conocido método de obtener información acerca de un objeto remoto es chocar una onda contra el mismo. El radar funciona transmitiendo pulsos de ondas de radio. En sonar se transmiten ondas acústicas. En Geofísica se han hecho ensayos para conocer la estructura de la tierra provocando explosiones y analizando los ecos producidos. El DSP ha producido cambios revolucionarios en las tres áreas.

- *Radar:*

Radar es el acrónimo de *Radio Detection and Ranging*. La forma más simple consiste en transmitir un pulso de radiofrecuencia de unos pocos microsegundos de duración mediante una antena fuertemente direccional. Cualquier objeto metálico que choque con la señal reflejará una porción de ella a la antena receptora. La distancia se calcula por el retardo entre el impulso transmitido y el eco recibido.

El alcance del sistema depende de dos factores la energía del pulso inicial y el nivel de ruido del receptor. Desafortunadamente, el aumento de la energía del pulso requiere hacerlo más largo, con lo que se pierde precisión al calcular la distancia. El DSP puede comprimir el pulso una vez recibido y puede filtrar la señal recibida para eliminar el ruido. También permite seleccionar la forma y duración del pulso de forma que se optimice para cada problema en particular.

- *Sonar:*

Sonar es el acrónimo para *Sound Navigation and Ranging*. Hay dos categorías: pasivo y activo. El sonar activo envía pulsos entre 2 kHz y 40 kHz y recibe y analiza los ecos recibidos. Los alcances típicos son de 10 a 100 Km. El sonar pasivo no emite pulsos. Los sistemas de sonar emplean generalmente varios sensores en lugar de uno sólo con tal de poder calcular más fácilmente la posición de los objetivos.

Gracias al DSP se ha logrado mejorar el alcance del radar y el sonar, también ha contribuido a la disminución del ruido y a ampliar la variedad de pulsos de señal generados por estos, teniendo así una gama más amplia de soluciones para cada tipo de búsqueda.

- *Sismología:*

En los años 20 los geofísicos descubrieron que las estructuras del subsuelo podían ser estudiadas mediante el sonido, utilizando explosiones y grabando los ecos producidos por capas a más de 10 Km. de la superficie.

Debido a la superposición de las capas terrestres, los ecos se vuelven a reflejar y se obtiene una multiplicidad de señales en el receptor. El DSP se utiliza desde los años 60 para separar los ecos primarios de los secundarios.

2.2 VENTAJAS DE LA APLICACION DEL PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES EN LAS TELECOMUNICACIONES.

Las técnicas digitales tienen muchas ventajas respecto a las analógicas en aplicaciones de propósito general y también en aplicaciones específicas; además hay algunas aplicaciones que no pueden ser implementadas mediante sistemas analógicos. Las ventajas del procesamiento digital se pueden clasificar de la siguiente manera:

- Programabilidad.
- Estabilidad.
- Reutilización.
- Fácil implementación de algoritmos adaptativos.
- Posibilidad de implementar códigos correctores de errores.
- Posibilidad de implementar filtros de fase lineal.
- Eficiente compresión de datos.

No obstante, también hay áreas donde la implementación analógica es preferible.

2.2.1 Programabilidad.

Es posible diseñar una configuración hardware que pueda ser programada para ejecutar una gran variedad de tareas DSP simplemente cargando distinto software. Por ejemplo, un filtro digital puede ser reprogramado para que funcione como pasa bajos o pasa altos sin ningún cambio del hardware.

2.2.2 Estabilidad.

El funcionamiento de los sistemas analógicos depende de algunas variables tales como el envejecimiento de los componentes y la temperatura. Esto obliga a prever en el diseño los mecanismos necesarios para su compensación. De esta manera se complica demasiado el proceso de diseño y se comprometen las características generales del circuito. Los sistemas digitales no sólo están libres de estos problemas sino que, además, pueden ser programados para compensar las variaciones de los componentes analógicos y mecánicos del sistema.

2.2.3 Reutilización.

Si se construye una centena de procesadores digitales con el mismo programa todos funcionarán exactamente de la misma forma. Esto no ocurre con los sistemas analógicos que tendrán una dispersión en sus características debido a las tolerancias e inestabilidad de los componentes. El diseño de los sistemas analógicos debe ser planteado de tal forma que minimice esta dispersión de valores.

2.2.4 Fácil implementación de algoritmos adaptativos.

Desde hace algunos años, se han desarrollado sistemas DSP para cancelar el ruido en las cabinas de automóviles, helicópteros o aviones. Estos sistemas generan una señal "anti-ruido" para cancelar el que es producido por el motor y las resonancias de los paneles. Unos micrófonos situados cerca de la cabeza del piloto sirven para saber si el ruido se ha cancelado satisfactoriamente. Si no es así, el sistema modifica su comportamiento hasta conseguir que el ruido se cancele. En caso de que el motor cambie la velocidad, el sistema se vuelve a adaptar a las nuevas condiciones.

2.2.5 Posibilidad de implementar códigos correctores de errores.

La detección y corrección de errores en la transmisión de datos tiene mucha importancia. Los discos compactos pueden tener dañada la superficie o tener defectos de fabricación. Los modem pueden recibir ruido o eco a través de la línea.

Con la información en formato digital es fácil emplear una codificación redundante que permita detectar errores e, incluso, corregirlos. En el primer caso, algo tan simple como una comprobación de paridad puede ser suficiente. La corrección necesita unas técnicas más avanzadas.

2.2.6 Posibilidad de implementar filtros de fase lineal.

Hay algunas técnicas de proceso de señales que no pueden ser implementadas mediante técnicas analógicas. El ejemplo clásico es el de los filtros de fase lineal; aunque no es el único. La compresión sin pérdida de información tampoco es posible mediante procesamiento analógico de señal.

2.2.7 Eficiente compresión de datos.

La razón por la cual la compresión de datos es importante es que los canales de información cuestan dinero. Los satélites, fibras ópticas y cables son muy costosos en su instalación y mantenimiento. El objetivo es transferir el máximo de información en el mínimo tiempo. En la compresión analógica la información se pierde en parte. Un ejemplo típico es la limitación del ancho de banda aplicado a las líneas telefónicas, con objeto de multiplexar en frecuencia. El ancho de banda queda limitado a 3 Khz.

En la transmisión y almacenamiento digital hay dos tipos de compresión: con y sin pérdidas. En la compresión sin pérdidas, cuando se restaura la información obtenida es exactamente igual a la información original. En la compresión con pérdidas se produce una pérdida en la información que produce una pequeña degradación en la señal (que normalmente es admitida por el usuario).

2.3 EL PROCESAMIENTO DIGITAL DE SEÑALES Y EL FUTURO DE LAS TELECOMUNICACIONES.

Las telecomunicaciones modernas tienden a la digitalización; esto debido a las ventajas que tiene el tratamiento digital sobre el tratamiento analógico. Sin embargo, las señales que utiliza el ser humano para comunicarse pertenecen al mundo analógico. Es decir si se quiere avanzar en el campo de las telecomunicaciones mejorando la calidad de servicio, aprovechando de forma eficiente el espectro y proporcionando nuevos servicios se debe trabajar en el dominio digital; pero como las señales a tratar tienen una naturaleza analógica entonces el *procesamiento digital de señales* siempre tendrá un rol importante en las telecomunicaciones.

Un ejemplo de la aplicación de la tecnología DSP en las telecomunicaciones modernas y que se perfilan como telecomunicaciones del futuro es la voz sobre IP que es básicamente una señal de audio digitalizada y empaquetada, de manera que estos paquetes pueden ser enviados, junto a otros paquetes (datos, correo, video, etc.), a través de una red de conmutación de paquetes utilizando el protocolo IP. En el extremo receptor los paquetes son ensamblados de nuevo para constituir una comunicación de voz. La tecnología DSP es clave en la compresión y descompresión de la voz, que es lo que hace viable esta tecnología.

En los sistemas de información automática se podrá comunicar con una máquina distante en un lenguaje natural utilizando la síntesis de voz que consiste en la creación de una réplica sintética de una señal de voz y el reconocimiento automático del habla, cuya finalidad es extraer el mensaje transportado por una señal de voz. También se podrá verificar o identificar la persona que habla analizando el espectro de su voz y comparándola en una base de datos.

Otra aplicación práctica es la traducción automática para comunicar en tiempo real a dos personas que hablan diferentes idiomas.

Todo lo anterior teniendo en cuenta elementos claves en las telecomunicaciones como son: la seguridad en la transmisión de información y el uso eficiente del medio de transmisión. En primer lugar se requiere que la información llegue de forma completa al destinatario y que solo él pueda obtenerla. En este sentido el procesamiento digital de señales hace un aporte muy importante cifrando o encriptando la información. Para utilizar eficientemente el medio de transmisión se utiliza la compresión de la información en el dominio digital, economizando al máximo el ancho de banda del canal de transmisión también se pueden utilizar modulaciones complejas que utilicen eficientemente el ancho de banda del canal.

3. DISEÑO E IMPLEMENTACION DE LA APLICACIÓN DE SIMULACIÓN.

3.1 FUNDAMENTOS SOBRE MODULACIÓN EN FM.

La modulación en frecuencia hace parte de las modulaciones exponenciales; que son producto de procesos no lineales por lo que no hay una relación sencilla entre el espectro modulado y el espectro del mensaje. Por lo general el ancho de banda de transmisión es mucho mayor que el doble del ancho de banda del mensaje y se puede incrementar la relación señal a ruido sin necesidad de incrementar la potencia de transmisión (hay un compromiso entre el ancho de banda y la relación señal a ruido). En la modulación exponencial, la onda modulada en forma fasorial es una función exponencial del mensaje, o sea:

$$x_c(t) = \text{Re}[A_c e^{j\theta_c(t)}] = A_c \cos \theta_c(t) \quad \text{Ec. 3.1}$$

Donde $\theta_c(t)$ es una función lineal de $x(t)$ y A_c es una constante. $\theta_c(t)$ puede expresarse en función de la frecuencia portadora f_c de la siguiente manera:

$$\theta_c(t) = 2\pi f_c t + \phi(t) \quad \text{Ec. 3.2}$$

En la modulación de fase (PM) la variación de $\phi(t)$ es proporcional a $x(t)$. La onda modulada es entonces:

$$x_c(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi_\Delta x(t)] \quad \text{Ec. 3.3}$$

Donde ϕ_Δ es la constante de desviación de fase. Para analizar la modulación en FM se hace necesario definir la *desviación de frecuencia instantánea* $f(t)$.

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad \text{Ec. 3.4}$$

Así, $\phi(t)$ esta relacionado con $f(t)$ por integración en la forma.

$$\phi_c(t) = 2\pi f_c t + 2\pi \int_{-\infty}^t f(\lambda) d\lambda \quad \text{Ec. 3.5}$$

Se dice entonces que la desviación de frecuencia instantánea es proporcional a la señal mensajero $x(t)$ es decir:

$$f(t) = f_{\Delta} x(t) \quad \text{Ec. 3.6}$$

Donde f_{Δ} es la constante de desviación de frecuencia. Sustituyendo la ecuación (3.6) en la ecuación (3.5) se tiene:

$$\phi_c(t) = 2\pi f_c t + 2\pi f_{\Delta} \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda \quad \text{Ec. 3.7a}$$

y en consecuencia:

$$x_c(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi f_{\Delta} \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda \right] \quad \text{Ec. 3.7b}$$

es la forma de onda modulada en frecuencia.

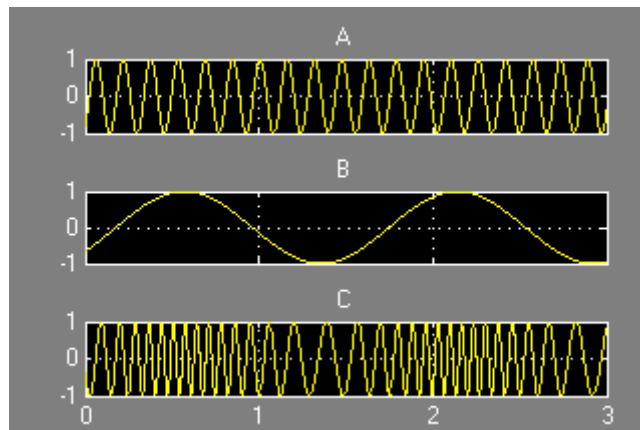


Fig. 3.1 a) onda portadora. b) onda moduladora. c) onda modulada.

3.1.1 Espectro de FM

El hecho de que la modulación en frecuencia es un proceso no lineal, hace difícil la descripción de sus espectros. El análisis espectral se hace para casos específicos, como la modulación de tono, y basados en ellos se formulan conclusiones generales.

Modulación de tono:

Con la modulación de tono, la frecuencia instantánea de una señal de FM varía en forma senoidal en relación con la frecuencia portadora (Fig.3.1). de manera específica si $x(t) = A_m \cos \omega_m t$, entonces, omitiendo el limite inferior de integración en la ecuación (3.7).

$$\phi_c(t) = 2\pi f_c t + 2\pi f_\Delta \int A_m \cos \omega_m \lambda d\lambda \quad \text{Ec. 3.8a}$$

y

$$x_c(t) = A_c \cos \left[\omega_c t + \frac{2\pi f_\Delta A_m}{\omega_m} \text{sen} \omega_m t \right] \quad \text{Ec. 3.8b}$$

sea

$$\beta = \frac{2\pi f_\Delta A_m}{\omega_m} = \frac{A_m f_\Delta}{f_m} \quad \text{Ec. 3.9}$$

tal que

$$x_c(t) = A_c \cos[\omega_c t + \beta \text{sen} \omega_m t] \quad \text{Ec. 3.10}$$

El parámetro β se conoce como *índice de modulación de FM*, y tiene dos grandes propiedades: está definido solo para modulación de tono, y depende tanto de la amplitud como de la frecuencia del tono modulante. Representa físicamente la máxima desviación de fase (en radianes) producida por el tono en cuestión.

Es muy difícil hallar el espectro de $x_c(t)$ haciendo una transformación de Fourier directa de la ecuación (3.10) sin embargo, es posible expresar $x_c(t)$ como una suma de sinusoides, lo cual da el espectro de líneas de frecuencia positiva. Para tal efecto se escribe primero la ecuación (3.10) en la forma.

$$x_c(t) = A_c [\cos \omega_c t \cos(\beta \text{sen} \omega_m t) - \text{sen} \omega_c t \text{sen}(\beta \text{sen} \omega_m t)] \quad \text{Ec. 3.11.}$$

De las matemáticas aplicadas se tiene que:

$$\cos(\beta \text{sen} \omega_m t) = J_0(\beta) + \sum_{n \text{ par}}^{\infty} 2J_n(\beta) \cos n \omega_m t \quad \text{Ec. 3.12a}$$

$$\text{sen}(\beta \text{sen} \omega_m t) = \sum_{n \text{ impar}}^{\infty} 2J_n(\beta) \text{sen} n \omega_m t \quad \text{Ec. 3.12b}$$

Donde n es positiva, siendo:

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\beta \text{sen} \lambda - n\lambda)} d\lambda \quad \text{Ec. 3.13}$$

Los coeficientes $J_n(\beta)$ son funciones de Bessel de primera clase, de orden n y argumento β . Reemplazando la ecuación (3.12) en la ecuación (3.11) y desarrollando los productos de senos y cosenos se obtiene:

$$x_c(t) = A_c J_0(\beta) \cos \omega_c t + \sum_{n \text{ impar}}^{\infty} A_c J_n(\beta) [\cos(\omega_c + n\omega_m)t - \cos(\omega_c - n\omega_m)t] \\ + \sum_{n \text{ par}}^{\infty} A_c J_n(\beta) [\cos(\omega_c + n\omega_m)t + \cos(\omega_c - n\omega_m)t] \quad \text{Ec. 3.14}$$

Examinando la ecuación (3.14), se ve que el espectro de FM lo conforma una línea correspondiente a la frecuencia portadora, más un número infinito de líneas correspondientes a las bandas laterales a frecuencias $f_c \pm nf_m$. Como se ilustra en la figura (3.2).

Se puede notar que las líneas del espectro están igualmente espaciadas con un valor igual al de la frecuencia moduladora y las de banda lateral inferior de orden impar, están invertidas en fase en comparación con la portadora no modulada. Además, la amplitud relativa de una línea en $f_c \pm nf_m$ esta dada por $J_n(\beta)$.

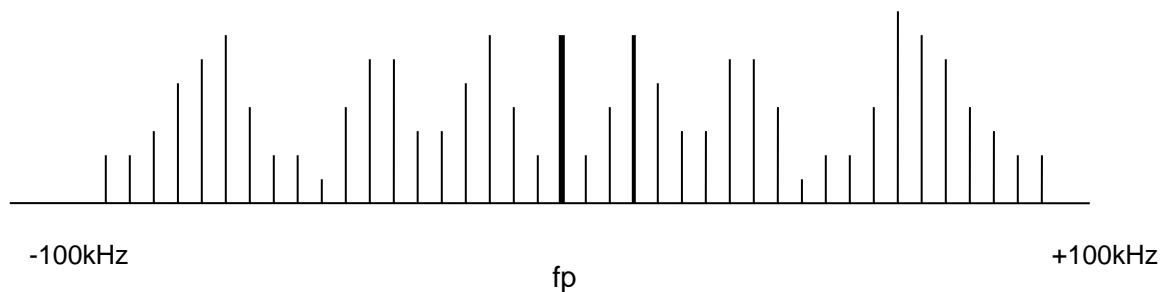


Fig. 3.2 Espectro en frecuencia de la FM.

Teniendo en cuenta las propiedades de las funciones de Bessel se pueden obtener las siguientes conclusiones para la modulación de tono:

- La amplitud relativa de la línea portadora $J_0(\beta)$ varía con el índice de modulación y, en consecuencia, depende de la señal moduladora.
- El número de líneas de banda lateral que tienen amplitud relativa apreciable, también es una función de β . Con $\beta \ll 1$ solo J_0 y J_1 son significativas, a medida que β aumenta se incrementan las líneas de banda lateral que hacen un aporte significativo.

- Un índice de modulación β grande implica un ancho de banda grande, en concordancia con la interpretación física de gran desviación de frecuencia.

Al aplicar el procedimiento anterior a un tono múltiple se encuentra que las líneas espectrales se pueden dividir en: (1) la línea portadora de amplitud (debida a los dos tonos) $A_c J_0(\beta_1) J_0(\beta_2)$; (2) las líneas de banda lateral en $f_c \pm n f_1$ debidas a un solo tono; (3) las líneas de banda lateral en $f_c \pm n f_2$ debidas al otro tono; (4) las líneas de banda lateral en $f_c \pm n f_1 \pm m f_2$ las cuales aparecen como resultado de las sumas y diferencias de los tonos con sus armónicos. Esto último se da porque la modulación en FM es un proceso no lineal.

3.1.2 Ancho de banda en FM

La generación y transmisión de FM pura necesita sistemas de ancho de banda infinito. Pero en la práctica existen sistemas con un ancho de banda finito y un buen desempeño.

De análisis matemáticos de las funciones de Bessel y de estudios experimentales se ha concluido que el ancho de banda B (ancho de banda mínimo necesario para modulación por medio de un tono de amplitud y frecuencia específicas) está dado por:

$$B = 2M(\beta)f_m \quad M \geq 1 \quad \text{Ec. 3.15}$$

Si β es pequeño las líneas de banda lateral significativas están contenidas en $f_c \pm f_m$.

En el peor de los casos, el ancho de banda en modulación de tono es:

$$B_{\max} = 2(f_\Delta + \alpha W) \quad \text{Ec. 3.16}$$

Donde α es una constante con un valor entre 1 y 2.

Ancho de banda de transmisión (B_T):

Se supone que $x(t)$ es una *señal moduladora arbitraria* con ancho de banda W , y que satisface la convención de normalización $|x(t)| \leq 1$. Se calcula B_T en forma directa a partir del análisis de la modulación de tono en el peor de los casos, suponiendo que cualquier componente de $x(t)$ de amplitud o frecuencias más pequeñas necesitará un ancho de banda menor que B_{\max} . Esto debido a investigaciones sobre espectros de tonos múltiples; que han demostrado que los pares de bandas de frecuencias laterales están contenidos en el ancho de banda del tono dominante.

El ancho de banda de transmisión, conocida como regla de Carlson, esta dada por:

$$B_T \approx 2(f_\Delta + W) = 2(\Delta + 1)W \quad \Delta \gg 1 \quad \text{Ec. 3.17}$$

Donde: $\Delta = \frac{f_\Delta}{W}$ es la llamada relación de desviación.

Teniendo en cuenta el ancho de banda utilizado, existen dos clases especiales de FM, correspondientes a valores muy pequeños o muy grandes de la relación de desviación. Estos casos tienen propiedades tan diferentes, que se le han dado los nombres característicos de FM *de banda angosta* y FM *de banda ancha*, respectivamente.

Si $x(t)$ es una señal modulada en FM de banda angosta, su espectro esta dado por:

$$X_c(f) \approx \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{jA_c\phi_\Delta}{2} [X(f - f_c) - X(f + f_c)] \quad \text{Ec. 3.18}$$

Que tiene la misma forma general del espectro de AM. La FM de banda angosta no tiene una ventaja intrínseca sobre la modulación lineal. En consecuencia, raras veces se usa para propósitos de transmisión aunque se le encuentra a menudo como un paso intermedio en la generación de FM de banda ancha.

3.1.3 Generación de FM.

La FM puede generarse básicamente de dos formas, por método directo o por método indirecto.

La FM directa requiere únicamente de un oscilador de voltaje controlado cuya frecuencia de oscilación tiene una dependencia lineal respecto al voltaje aplicado. De esta forma son posibles grandes desviaciones de frecuencia sin operaciones adicionales, aunque la frecuencia portadora tiende a variar y debe estabilizarse con un control de frecuencia de realimentación mas elaborado.

La FM indirecta hace uso de un modulador de fase de banda angosta, cuya frecuencia portadora es suministrada por medio de una fuente estable, por lo general un oscilador controlado a cristal, para asegurar la estabilidad.

Para obtener FM de banda ancha primero se utiliza un modulador de banda angosta y luego se pasa por un multiplicador de frecuencia, que afecta al intervalo de variación de frecuencia pero no a la frecuencia moduladora.

3.1.4 Demodulación de FM

Un demodulador de FM o discriminador de frecuencia debe producir un voltaje de salida linealmente dependiente de la frecuencia de entrada.

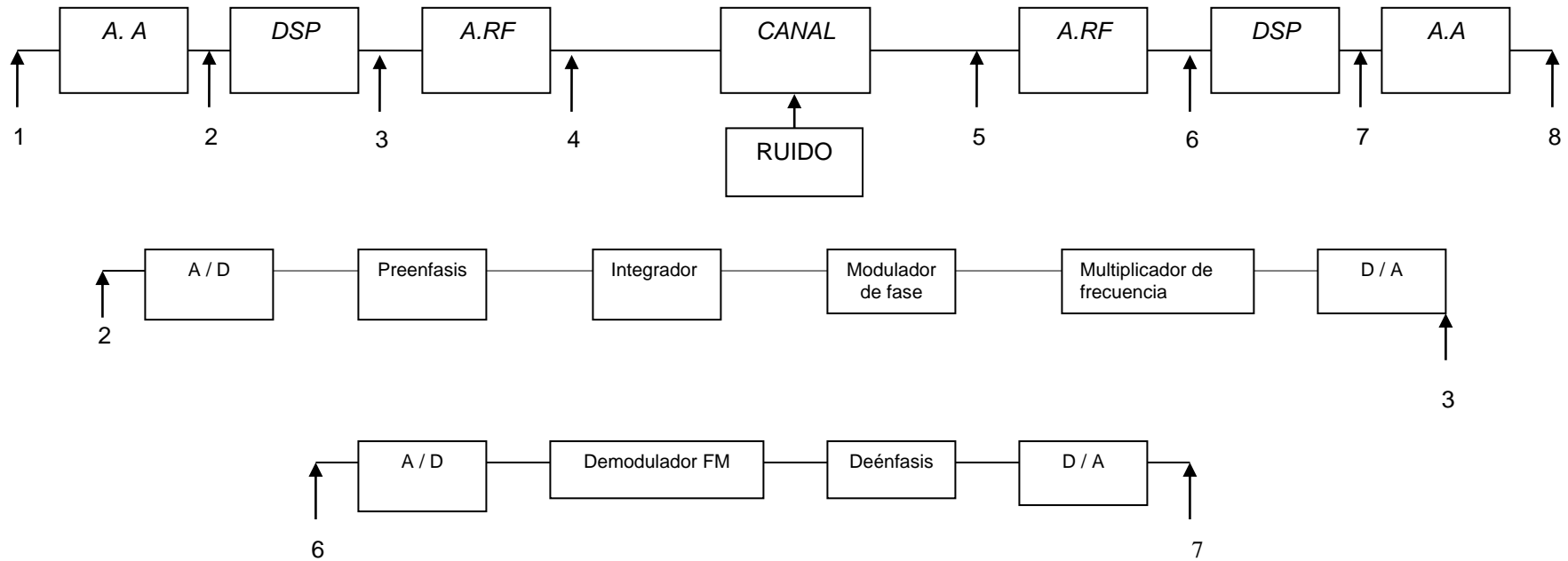
Existen varias técnicas de detección de FM, *la detección de pendiente* en la que un circuito sintonizado convierte la variación de frecuencia a una variación de amplitud en la parte superior de la señal de FM. Extrayendo luego solo la variación de amplitud con un detector de envolvente se obtiene la señal modulante completándose así la demodulación.

Por otra parte esta el *discriminador balanceado* que tiene dos circuitos resonantes, uno sintonizado por arriba de la frecuencia portadora y otro por debajo. Así, conforme la frecuencia instantánea cambia, las variaciones en amplitud están en direcciones opuestas, y tomando la diferencia de estas variaciones se obtiene la característica voltaje a frecuencia.

La detección de FM empleando línea de retardo sugiere aun otra forma de demodulación recurriendo a la diferenciación que se logra por línea de retardo donde se deriva la señal de FM para obtener AM y luego se recupera la señal moduladora mediante un detector de envolvente.

Otros demoduladores de FM comunes son el *discriminador de corrimiento de fase Foster-Seeley* y el *detector de relación*. Este último es particularmente ingenioso y económico, ya que combina las operaciones de limitación y demodulación en una sola unidad. Para aplicaciones especializadas se puede usar el de sujeción de fase (PLL), o el de lazo de sujeción de frecuencia (FLL). Que utilizan en su funcionamiento un oscilador controlado por voltaje (VCO) para convertir los cambios de frecuencia en cambios de voltaje.

DIAGRAMA DE BLOQUES



SEÑALES:

1. Señal analógica de entrada.
2. Señal analógica preamplificada y filtrada.
3. Señal FM tratada con DSP.
4. Señal FM amplificada.
5. Señal FM contaminada.
6. Señal de FM recibida y amplificada.
7. Señal demodulada.
8. Señal analógica de salida, amplificada.

BLOQUES:

- DSP: Procesamiento digital de señales.
 A.RF: Amplificador de radiofrecuencia.
 CANAL: Medio de transmisión.
 A.A: Amplificador de audio.
 A / D: Conversión analógica digital.
 D / A: Conversión digital analógica.
 RUIDO: Contaminante del canal.

Fig. 3.3

3.2 FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA

El sistema de comunicación en FM se puede dividir en tres partes, el transmisor, el receptor y el canal.

Señales a tratar: El transmisor tiene como entrada una señal analógica en la frecuencia de audio, y como salida una señal analógica en RF. Al receptor llega la señal en RF modulada en FM (atenuada) más el ruido que introduce el medio, y se obtiene a la salida la señal de audio original.

Factores que intervienen en el tratamiento de la señal: La señal moduladora varía en amplitud desde 0 Vpp hasta 5 Vpp y en frecuencia desde 20Hz hasta 20Khz. Esta señal se aplica inicialmente a un filtro pasabajo, con una frecuencia de corte de 20Khz.

La amplitud del ruido puede variar en el rango de 0 a 100mV y la atenuación tiene valores que oscilan entre 0dBs y 20dB. Todos los amplificadores tienen ganancia variables entre 0 y 20dB.

Pasos a seguir para el tratamiento de la señal:

- Obtención de la señal moduladora: Esta señal se obtiene a partir de un bloque generador de tonos. La señal de salida puede ser ajustada en amplitud y frecuencia.
- Amplificación de la señal: Para obtener un buen nivel de señal se utiliza un amplificador de audio. Este también posee un filtro pasabajos para limitar el ancho de banda y así evitar el aliasing.
- Procesamiento digital de la señal en el transmisor: Lo primero que se hace es la conversión del dominio del tiempo continuo al dominio del tiempo discreto por medio de un muestreador y un cuantificador. Luego se hace preénfasis para contrarrestar la atenuación no lineal en frecuencia presentada por el medio; a continuación se integra, seguidamente se modula en fase para después multiplicar en frecuencia, obteniendo así la señal en FM de banda ancha.
- Amplificador de radiofrecuencia: Acondiciona la potencia de la señal para que llegue al receptor superando la atenuación y el ruido.
- Canal: En este se presenta atenuación, y también adiciona ruido a la señal modulada.
- Amplificador de radiofrecuencia de recepción: Amplifica la señal mas el ruido provenientes del canal, tiene también un filtro pasabanda para disminuir la potencia de ruido a la entrada del DSP.
- Procesamiento digital de la señal en recepción: Se muestrea y cuantifica para digitalizar la señal de RF entrante. Luego se hace el deénfasis para contrarrestar la

amplificación no lineal en frecuencia que se hizo en el transmisor. La demodulación de FM se hace por medio de un lazo de sincronización de fase (PLL). En el receptor hay un filtro adaptativo que cancela parte del ruido adicionado en el canal.

- Amplificador de audio: Con el se acondiciona la señal para que quede lista para entregársela al transductor de salida.

Factores a ser evaluados durante la simulación:

La simulación del sistema de comunicaciones en FM evalúa el desempeño del procesamiento digital de señales en este sistema que normalmente está diseñado con componentes analógicos. Se analiza el comportamiento del sistema variando los siguientes parámetros.

- Frecuencia del tono mensaje.
- Frecuencia de muestreo.
- Nivel de ruido y atenuación.
- Relación señal / ruido.
- Ancho de banda.

Los resultados de la simulación se analizaran para deducir las ventajas y desventajas de la aplicación del DSP en este sistema, así como los posibles cambios que deben hacerse para un mejor desempeño del sistema.

3.3 RECOLECCION Y PROCESAMIENTO DE DATOS

3.3.1 Identificación de clases y objetos.

El sistema a simular consta de las siguientes partes (ver la figura 3.3).

En el transmisor: Generador de señales, amplificador de audio, digitalizador, preénfasis, integrador, modulador de fase, multiplicador de frecuencia, amplificador de RF.

En el receptor: amplificador de RF, digitalizador, filtro adaptativo, detector de fase, oscilador controlado por voltaje, deénfasis y el amplificador de audio.

El canal cuenta con atenuación y ruido.

Las partes mencionadas son los objetos constituyentes del sistema en primera instancia.

3.3.2 Identificación de estructuras.

El modulador de FM esta formado por un modulador de fase y un multiplicador de frecuencia.

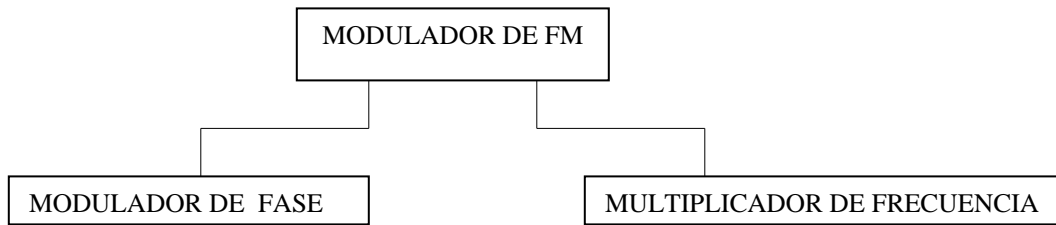


Fig. 3.4 Estructura del modulador.

La demodulación se realiza utilizando un PLL constituido por tres partes: un detector de fase, un VCO y un filtro pasabajos.

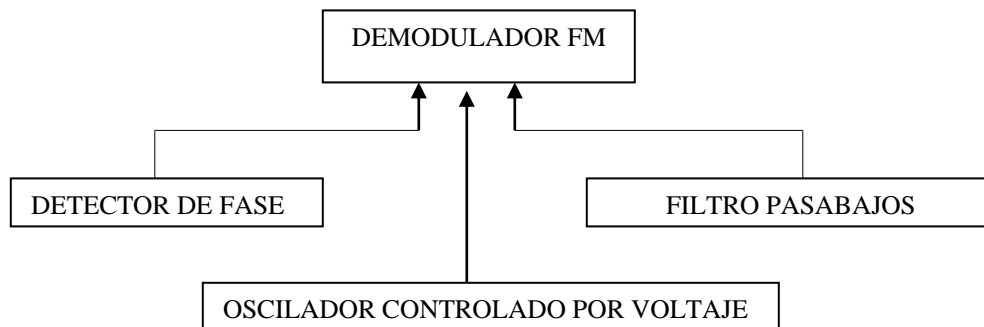


Fig. 3.5 Estructura del demodulador

3.3.3 Definición de atributos.

- *Atributos del generador de funciones.*

Nombre: Amplitud.

Descripción: Representa el nivel de voltaje pico de la señal de salida.

Nombre: Frecuencia.

Descripción: Representa el valor de frecuencia de la señal de salida.

- *Atributos de amplificador de audio.*

Nombre: Ganancia.

Descripción: El número de veces que se multiplica la señal de audio.

Nombre: Frecuencia de corte.

Descripción: Frecuencia de corte del filtro inmerso en el amplificador.

- *Atributos del preénfasis.*

Nombre: Estado.

Descripción: Indica si el proceso de preacentuación está activo o no.

- *Atributos del integrador.*

Nombre: Frecuencia de muestreo

Descripción: Número de muestras por unidad de tiempo que se toman de la señal de FM recibida.

- *Atributos del modulador de fase.*

Nombre: Frecuencia portadora.

- *Atributos del multiplicador.*

Nombre: Factor de multiplicación.

Descripción: El número de veces por el que se multiplica la señal FM banda angosta para obtener FM de banda ancha.

- *Atributos del canal.*

Nombre: Atenuación.

Descripción: El nivel de atenuación introducido por canal.

Nombre: Ruido.

Descripción: Nivel de ruido introducido en el canal.

- *Atributos del Amplificador de RF.*

Nombre: Ganancia.

Descripción: El factor por el que se amplifica la señal de FM.

Nombre: Banda pasante.

Descripción: Ancho de banda del filtro eliminador de ruido fuera de banda.

- *Atributos del digitalizador.*

Nombre: Frecuencia de muestreo.

Descripción: Número de muestras por unidad de tiempo que se toman de la señal de FM recibida.

Nombre: Intervalo de cuantificación

Descripción: Espaciamiento en el tiempo en el que a la señal se le asigna un mismo valor.

- *Atributos del detector de fase.*

Nombre: Sustracción.

Descripción: Encuentra la diferencia de frecuencias y de fases de las dos señales entrantes.

- *Atributos del VCO.*

Nombre: Frecuencia de oscilación

Descripción: Frecuencia que emite dependiendo del voltaje en su entrada.

- *Atributos del filtro pasabajos.*

Nombre: Frecuencia de corte

Descripción: Frecuencia máxima admitida a la salida del detector de fase.

- *Atributos del deénfasis.*

Nombre: Estado.

Descripción: Indica si el proceso de desacentuación está activo o inactivo.

3.3.4 Definición de servicios.

- *Servicios del generador de funciones:* Producir formas de onda cuadradas, senoidales y de diente de sierra, de diferente amplitud y frecuencia.
- *Servicios del amplificador de audio:* Obtener una señal analógica de un voltaje pico a pico adecuado para ser procesada.
- *Servicios del integrador:* Obtener la integral de la señal de entrada.
- *Servicios del digitalizador:* Muestrear la señal analógica y cuantificarla.
- *Servicios del modulador de fase:* Obtener una onda modulada en fase a partir de la señal de audio y la frecuencia portadora.
- *Servicios del preénfasis:* Preacentuar la señal mensaje antes de la modulación (donde no existe interferencia) para poder desacentuar la interferencia relativa al mensaje después de la demodulación
- *Servicios del canal:* Introducir atenuación y ruido a la señal FM propagada.
- *Servicios del Amplificador de RF:* Dar ganancia a la señal de FM para transmitirla. Recuperar en recepción con un nivel aceptable la señal FM contaminada. Filtrar el ruido fuera de banda.
- *Servicios del detector de fase:* Generar una señal proporcional a la diferencia de frecuencias y de fases de las dos señales presentes en sus entradas.

- *Servicios del filtro pasabajos:* Obtener un voltaje proporcional a la señal procedente del detector de fase.
- *Servicios del VCO:* Variar su frecuencia en función del voltaje de control.
- *Servicios del deénfasis:* Desacentuar la porción de alta frecuencia del mensaje para reducir la interferencia mas seria.

3.4 FORMULACION DE UN MODELO DE SIMULACION.

El modelo de simulación consta básicamente de los siguientes bloques (objetos).

- *Generador de señales.*

Señal de entrada: Ninguna.

Señales de salida: Se dispone a la salida de tonos sinusoidales de frecuencia variable, señal cuadrada y diente de sierra.

Variables de entrada: Frecuencia, amplitud.

Descripción: Para un tono. $f(t) = A \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$ Ec. 3.19

Donde A es la amplitud y T es el periodo.

- *Amplificador de audio.*

Señal de entrada: Cualquier señal que se desee amplificar y filtrar con amplitud menor que 5 Vpp.

Señal de salida: Señal filtrada.

Variables de entrada:

- frecuencia de corte.
- Ganancia.

Variables y señales propias de procesos internos: ninguna.

Descripción:

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}} \quad \text{Ec. 3.20}$$

$$a_0 = 1 + \frac{4a}{T^2} + \frac{2b}{T}; a_1 = 2 - \frac{8a}{T^2}; a_2 = 1 + \frac{4a}{T^2} - \frac{2b}{T}$$

Donde H(z) es la función de transferencia del filtro, a y b son los coeficientes del filtro en el dominio S.

- *Preénfasis.*

Señal de entrada: Señal de audio digitalizada.

Señal de salida: Señal preacentuada en amplitud.

Variables de entrada: Señal de activación.

Variables y señales propias de procesos internos: Frecuencia de corte.

Descripción:

$$H_{pre}(f) = \left[1 + j \left(\frac{f}{f_{de}} \right) \right] \approx \begin{cases} 1 & |f| \ll f_{de} \\ j \frac{f}{f_{de}} & |f| \gg f_{de} \end{cases} \quad \text{Ec. 3.21}$$

donde $f_{de} = \frac{1}{2\pi RC}$

- *Integrador.*

Señal de entrada: Señal discreta preacentuada.

Señal de salida: Señal integrada.

Variables de entrada: Frecuencia de muestreo.

Descripción:

La función de transferencia de integrador es

$$H(z) = \frac{T_s}{z-1} \quad \text{Ec.3.22}$$

Donde T_s es el tiempo de muestreo.

- *Modulador de Fase.*

Señal de entrada: Señal integrada

Señal de salida: Señal integrada y modulada en fase (señal modulada en frecuencia)

Variables de entrada: Frecuencia de la portadora.

Descripción:

La señal a la salida esta dada por la siguiente serie:

$$\phi(t) = \phi_{\Delta} x(t) - \frac{\phi_{\Delta}^3}{3} x^3(t) + \frac{\phi_{\Delta}^5}{5} x^5(t) - \dots \quad \text{Ec.3.23}$$

Donde ϕ_{Δ} debe ser muy pequeño para evitar distorsión en todas las armónicas impares.

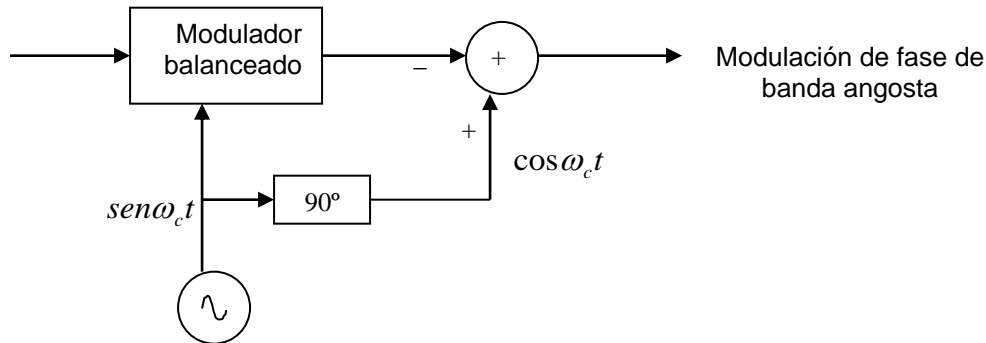


Fig. 3.6 Modulador de fase.

- *Multiplicador.*

Señal de entrada: Señal FM de banda angosta

Señal de salida: Señal FM de banda ancha.

Variables de entrada: Frecuencia de muestreo.

Variables y señales propias de procesos internos: Factor de multiplicación n .

Descripción:

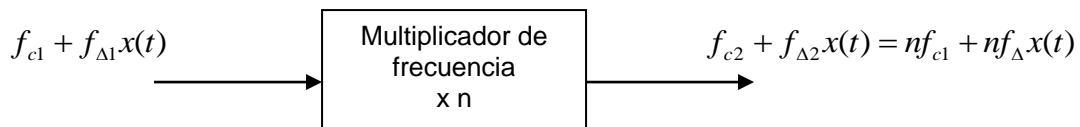


Fig. 3.7 Multiplicador

- *Canal*

Señal de entrada: Señal FM.

Señal de salida: Señal FM contaminada (ruido y atenuación).

Variable de entrada: Potencia de ruido y nivel de atenuación.

Descripción:

El medio se simula con un atenuador y un filtro pasa bajos butterworth analógico de orden 2 y frecuencia de corte de 5000000 Hz, cuya relación de amplitudes esta dada por:

$$|H(f)| = \left[1 + \left(\frac{f}{fc} \right)^{2M} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad \text{Ec. 3.24}$$

Donde fc es la frecuencia de corte del filtro y M su orden.

La potencia de ruido se introduce por medio de un generador de ruido.

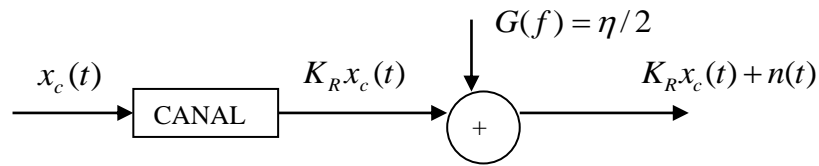


Fig. 3.8 Canal.

Donde:

$x_c(t)$ es la señal FM transmitida.

$K_R x_c(t)$ es la señal FM atenuada, donde K_R es la relación entre la amplitud de la portadora en la entrada del detector y la amplitud de la portadora transmitida.

$G(f) = \eta/2$ es la densidad espectral de ruido que se introduce en el sistema.

- *Amplificador de RF*

Señal de entrada: Señal FM ruidosa y atenuada

Señal de salida: Señal FM amplificada.

Variable de entrada: Factor de amplificación y ancho de banda.

Descripción:

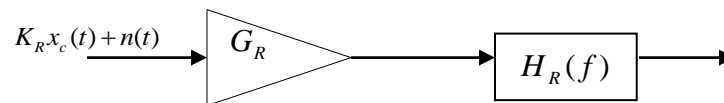


Fig. 3.9 Amplificador de RF.

Donde:

G_R es la ganancia del amplificador.

$H_R(f)$ es un filtro con ancho de banda equivalente de ruido B_N y ganancia 1, que se encarga de rechazar el ruido fuera de banda.

- *Digitalizador.*

Señal de entrada: Señal de audio (en transmisión) y señal FM recuperada (en recepción).

Señal de salida: Señal muestreada y cuantificada.

Variables de entrada: Frecuencia de muestreo e intervalo de cuantificación.

Descripción:

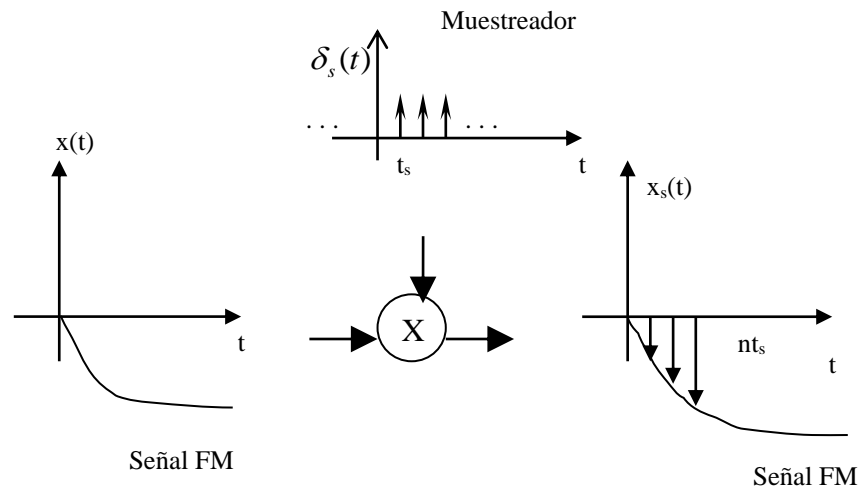


Fig. 3.10 Muestreador.

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} x(nt_s) \delta(t - nt_s) \text{ señal discretizada o muestreada a una velocidad } f_s.$$

- *Detector de fase.*

Señales de entrada: Señal FM y frecuencia del oscilador (VCO).

Señal de salida: $V_e(t)$, señal proporcional a la diferencia de frecuencias y a la fase de las señales entrantes

Variables de entrada: Frecuencia natural, sensibilidad.

Descripción : El detector de fase compara la fase y la frecuencia de la entrada con la frecuencia del VCO y genera una tensión de error $V_e(t)$ que está relacionada con la fase y la diferencia de frecuencia entre las dos señales.

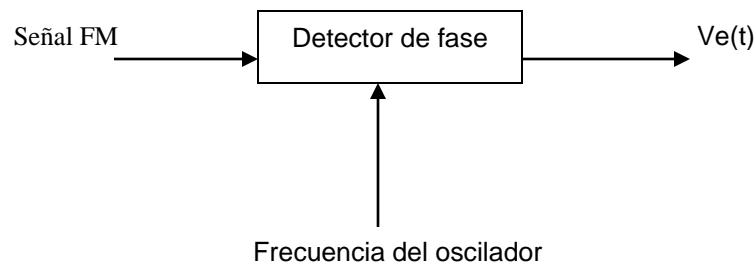


Fig. 3.11 Detector de fase.

- *Filtro pasabajos.*

Señal de entrada: Tensión de error $V_e(t)$

Señal de salida: $V_d(t)$, tensión de control del VCO
 Variables de entrada: Frecuencia de corte.

Descripción: La tensión de error es filtrada, amplificada y aplicada a la terminal de control del VCO. De esta manera, la tensión de control $V_d(t)$ fuerza a la frecuencia del VCO a variar en una dirección que reduce la diferencia de frecuencia entre el oscilador y la señal de entrada FM.

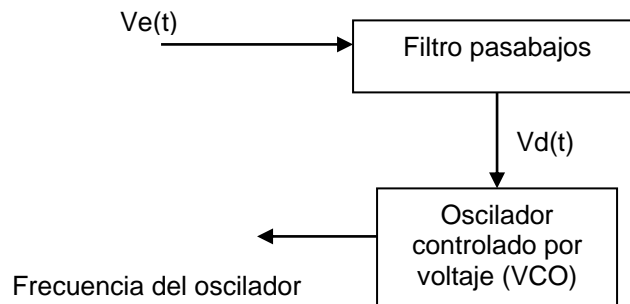


Fig. 3.12 Filtro pasabajos.

- *Oscilador controlado por voltaje.*

Señal de entrada: $V_d(t)$, tensión de control del VCO
 Señal de salida: Frecuencia del oscilador.
 Variable de entrada: Frecuencia natural, sensibilidad.

Descripción: Si la frecuencia de la señal FM de entrada está suficientemente cerca a la frecuencia del oscilador, la naturaleza de realimentación del PLL hace que el VCO se sincronice o enganche con la señal de entrada. Una vez enganchado, la frecuencia del VCO es idéntica a la señal de entrada excepto por una diferencia de fase finita.

Esta diferencia de fase neta θ_0 es necesaria para generar la tensión de error correctivo $A_d(t)$, para desplazar la frecuencia del VCO de su valor de frecuencia libre (frecuencia natural del oscilador, cuando su tensión de control es cero) a la frecuencia de la señal FM entrante, y así, mantener el PLL enganchado. Esta habilidad de auto corrección del sistema también permite al PLL rastrear los cambios de frecuencia de la señal entrante una vez que está enganchado, es decir que produce un voltaje proporcional a las variaciones de frecuencia de la señal FM, recuperándose la señal moduladora (mensaje).

- *Deénfasis.*

Señal de entrada: Señal moduladora (mensaje), predistorsionada o preacentuada en amplitud.
 Señal de salida: Señal desacentuada en amplitud.
 Variable de entrada: señal de activación.
 Variable interna: Frecuencia de corte.

Descripción matemática:

Este proceso se lleva a cabo usando un filtro pasa bajo que tiene:

$$H_{de}(f) = \left[1 + j \left(\frac{f}{f_{de}} \right) \right]^{-1} \quad \text{Ec. 3.25}$$

Donde el ancho de banda a 3dB $f_{de} = \frac{1}{2\pi RC}$ es mucho menor que el ancho de banda del mensaje.

3.5 CARTAS DE ESPECIFICACIONES DEL SISTEMA

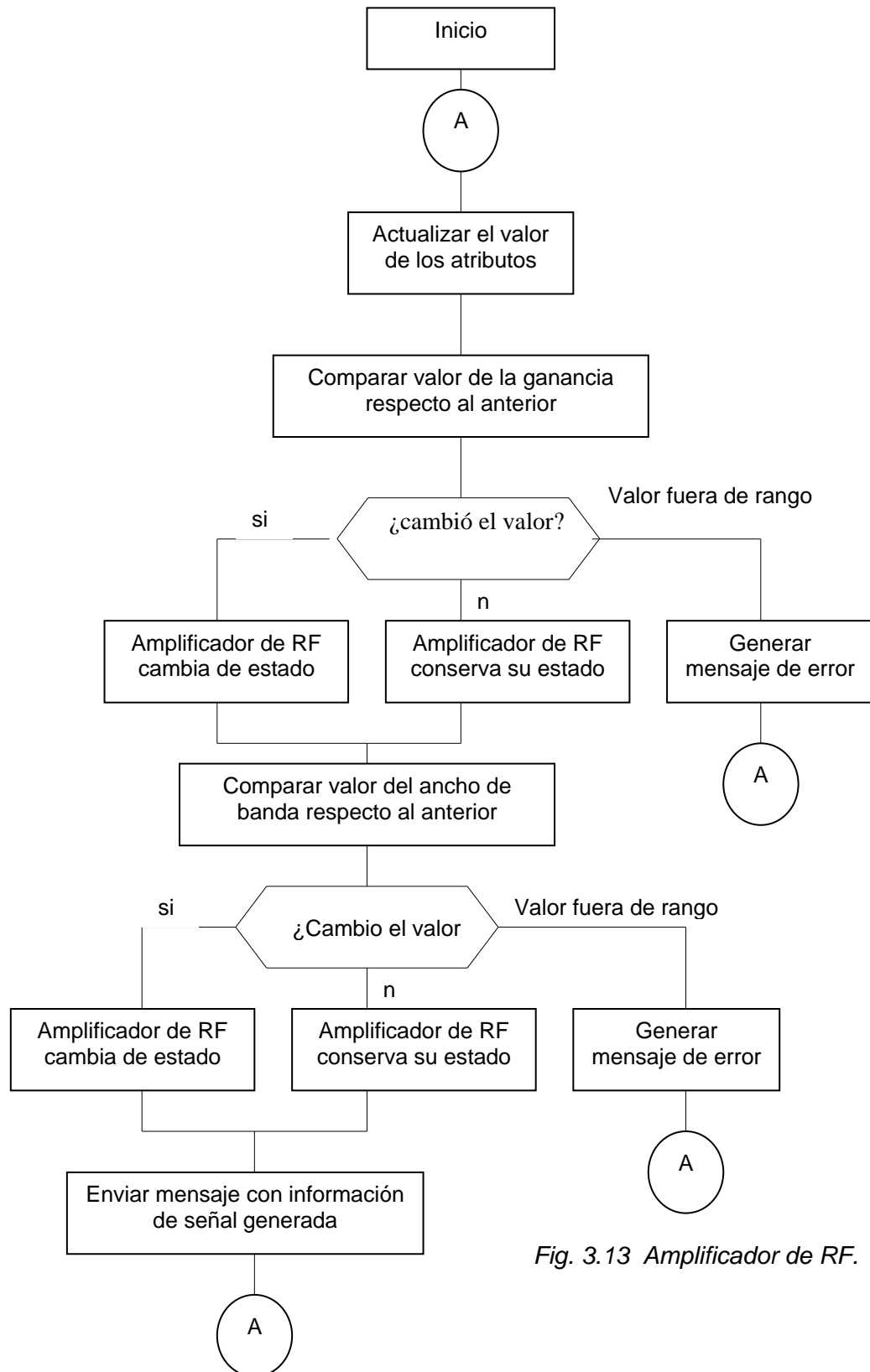


Fig. 3.13 Amplificador de RF.

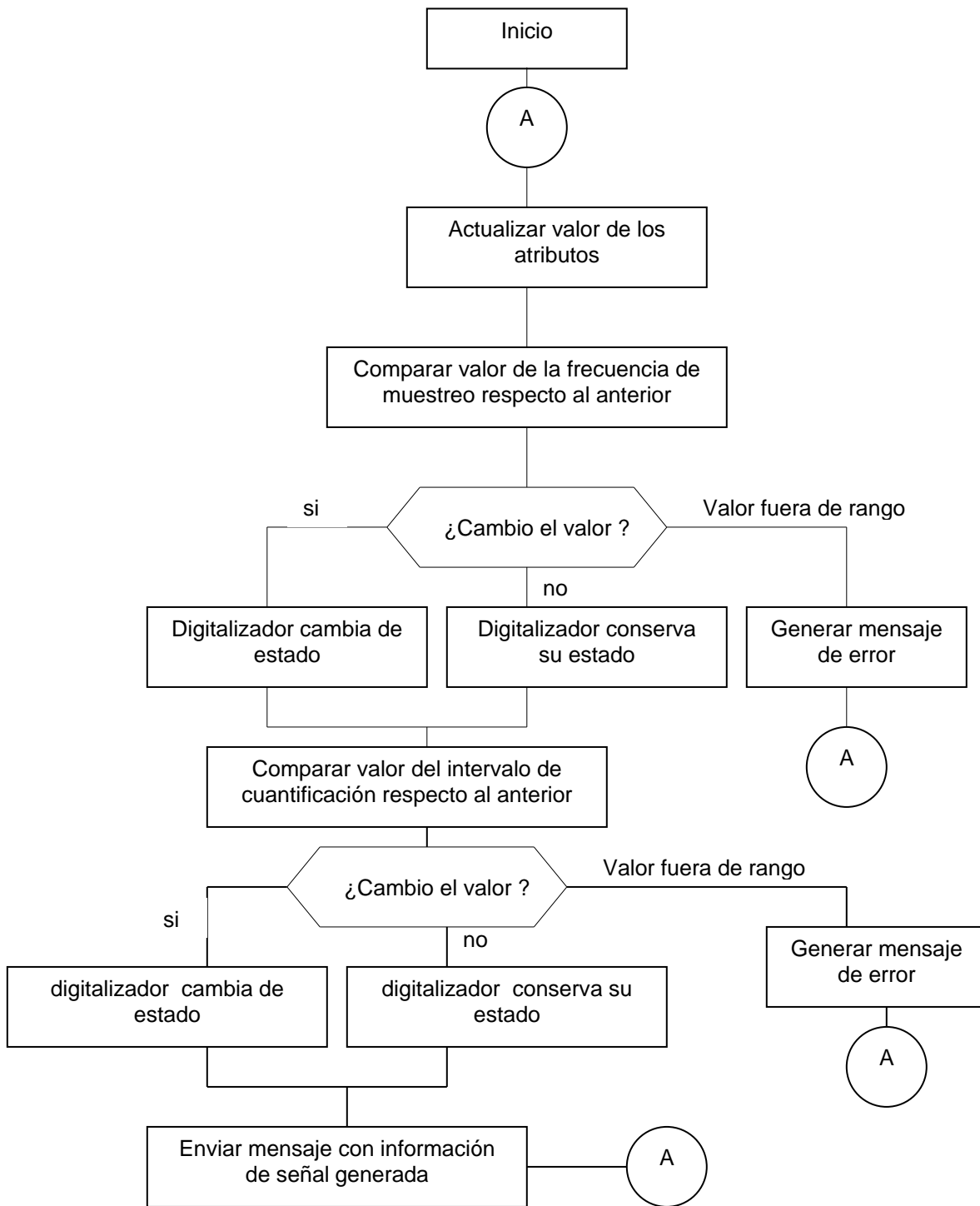


Fig. 3.14 Notación en carta de especificaciones del digitalizador.

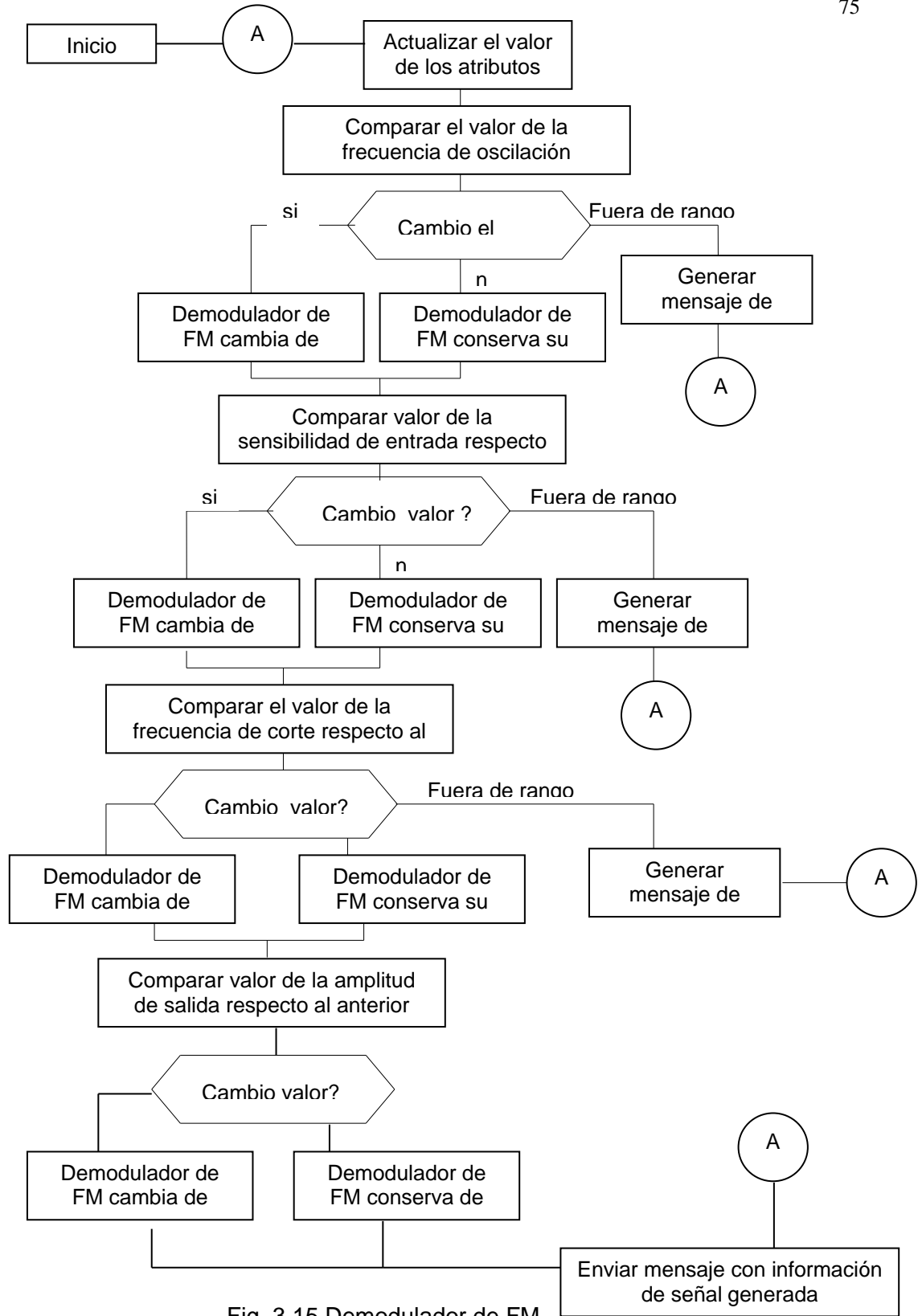


Fig. 3.15 Demodulador de FM.

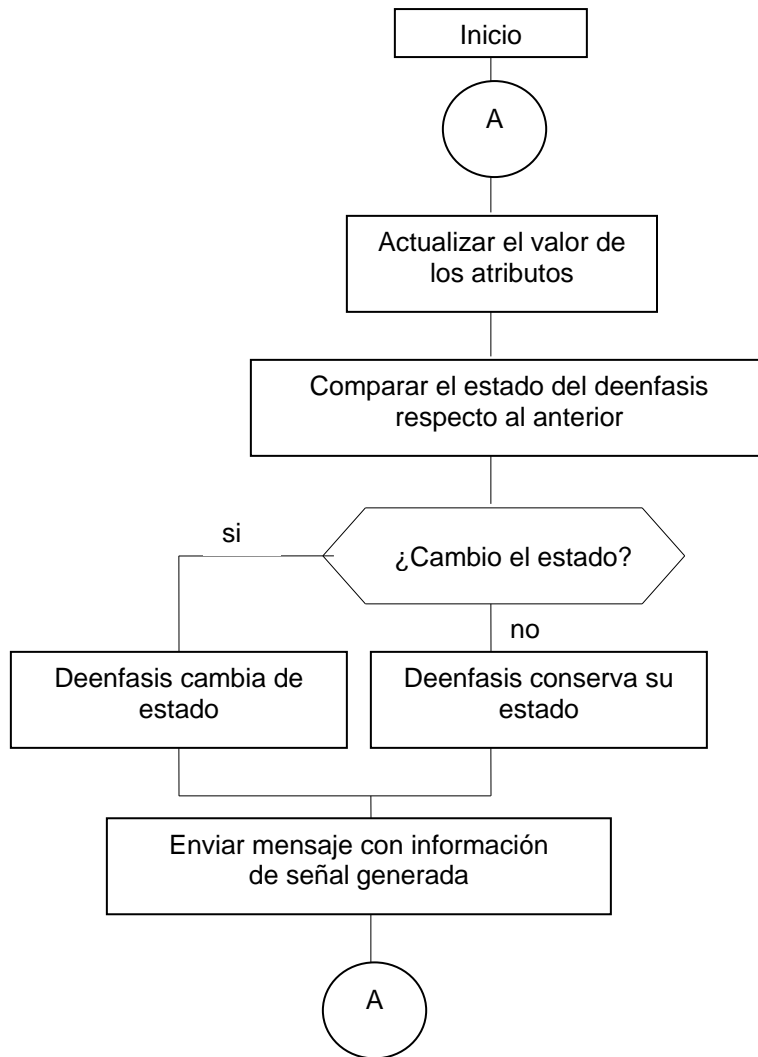


Fig. 3.16 Notación en carta de especificaciones del deenfasis.

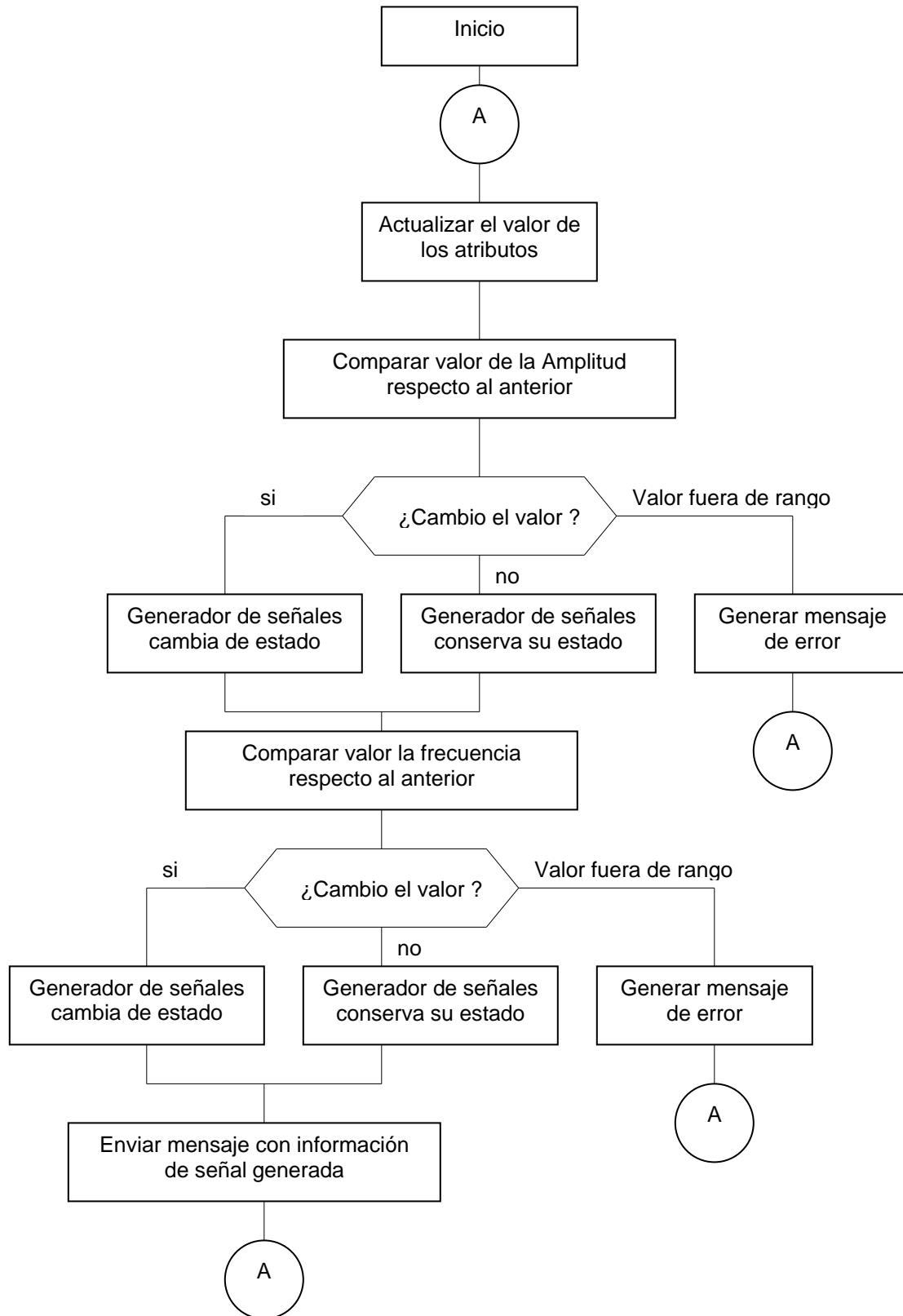


Fig. 3.17 Notación en carta de especificaciones del generador de señales.

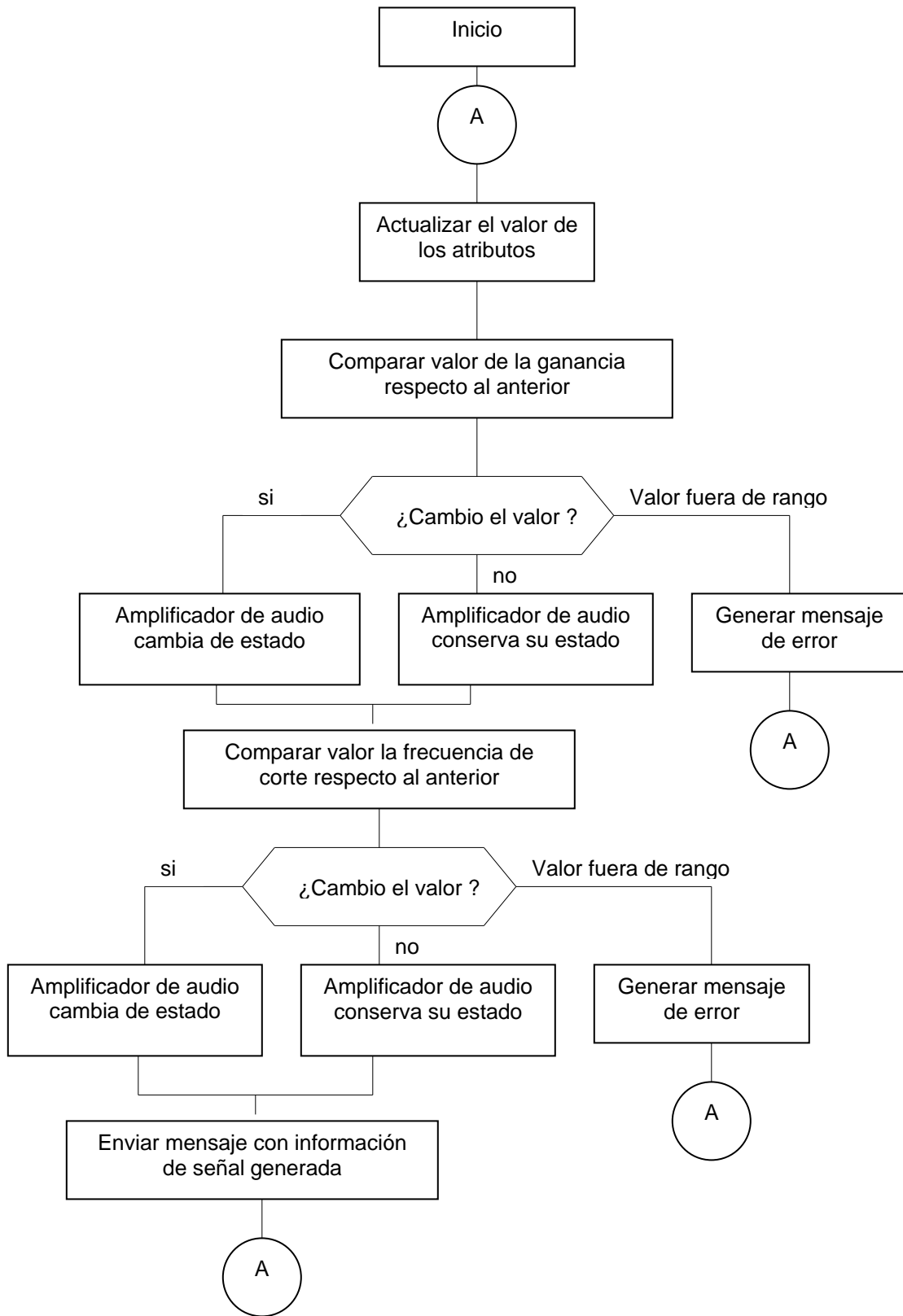


Fig. 3.18 Notación en carta de especificaciones del Amplificador de audio.

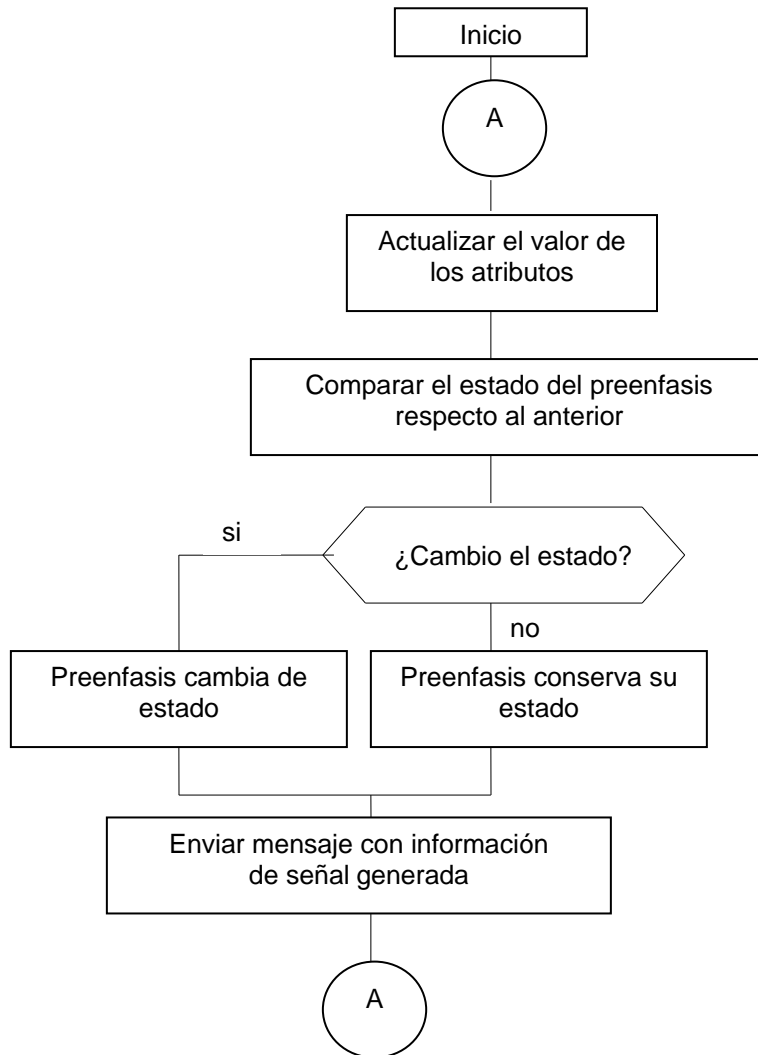


Fig. 3.19. Notación en carta especificaciones del preénfasis.

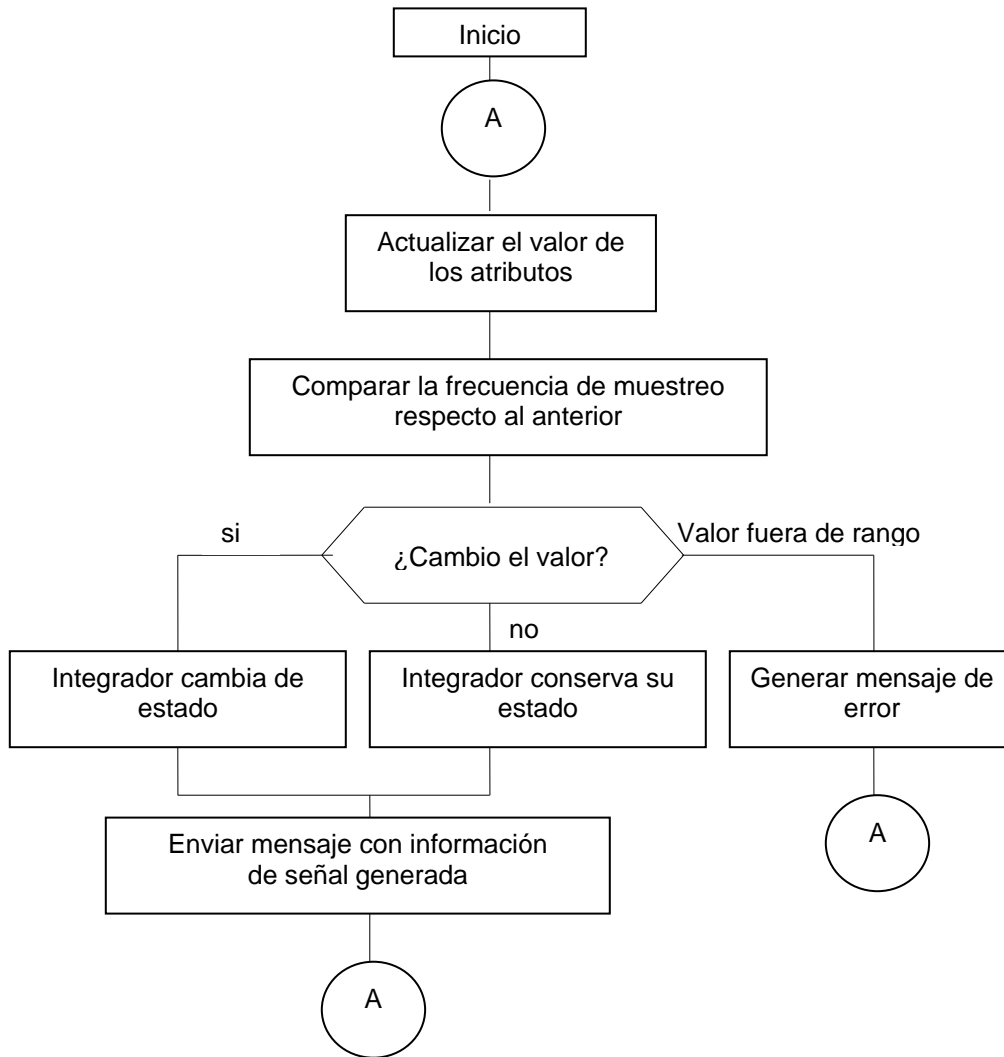


Fig. 3.20 Notación en carta de especificaciones del integrador.

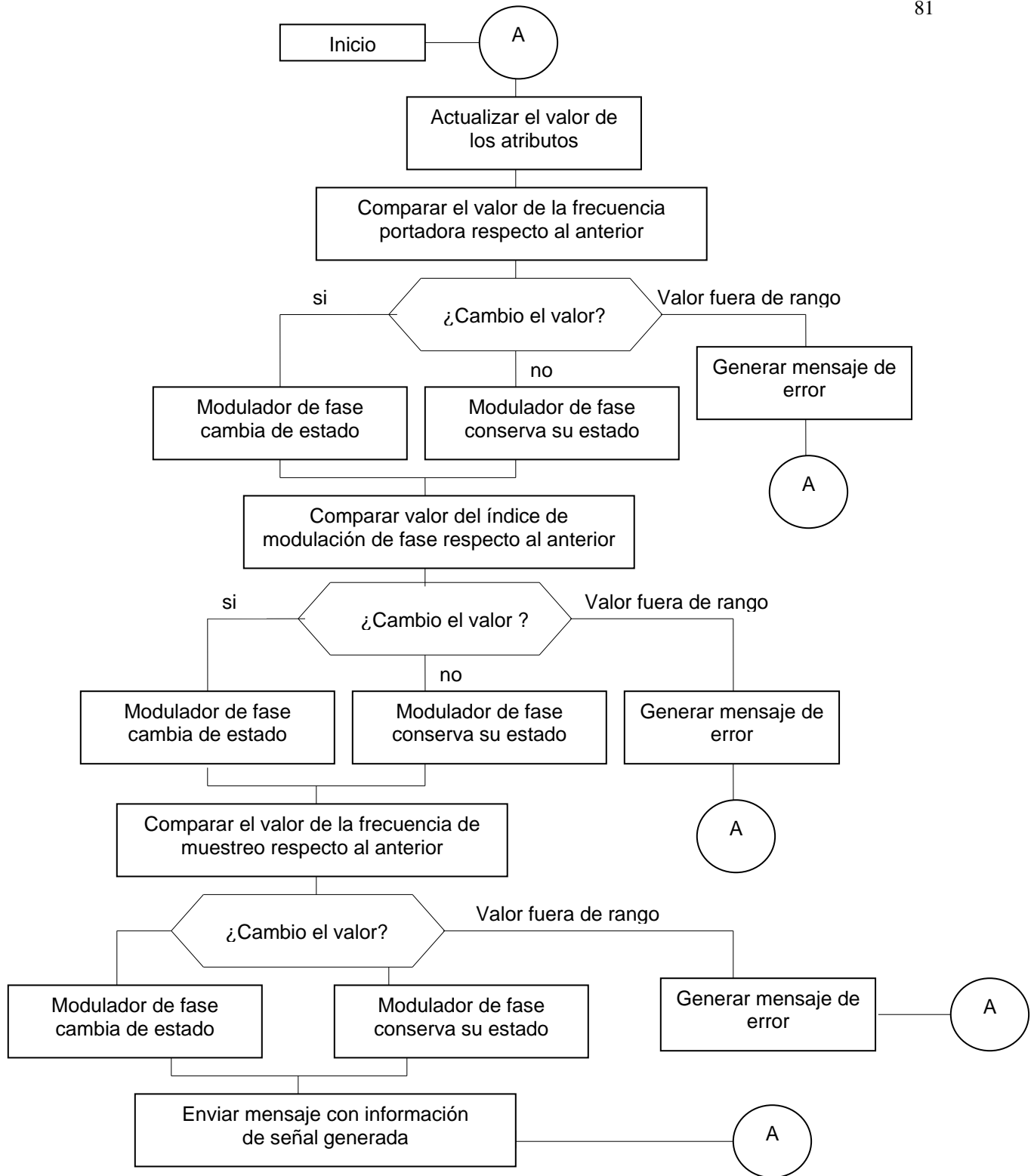


Fig. 3.21 Notación en carta de especificación del modulador de fase.

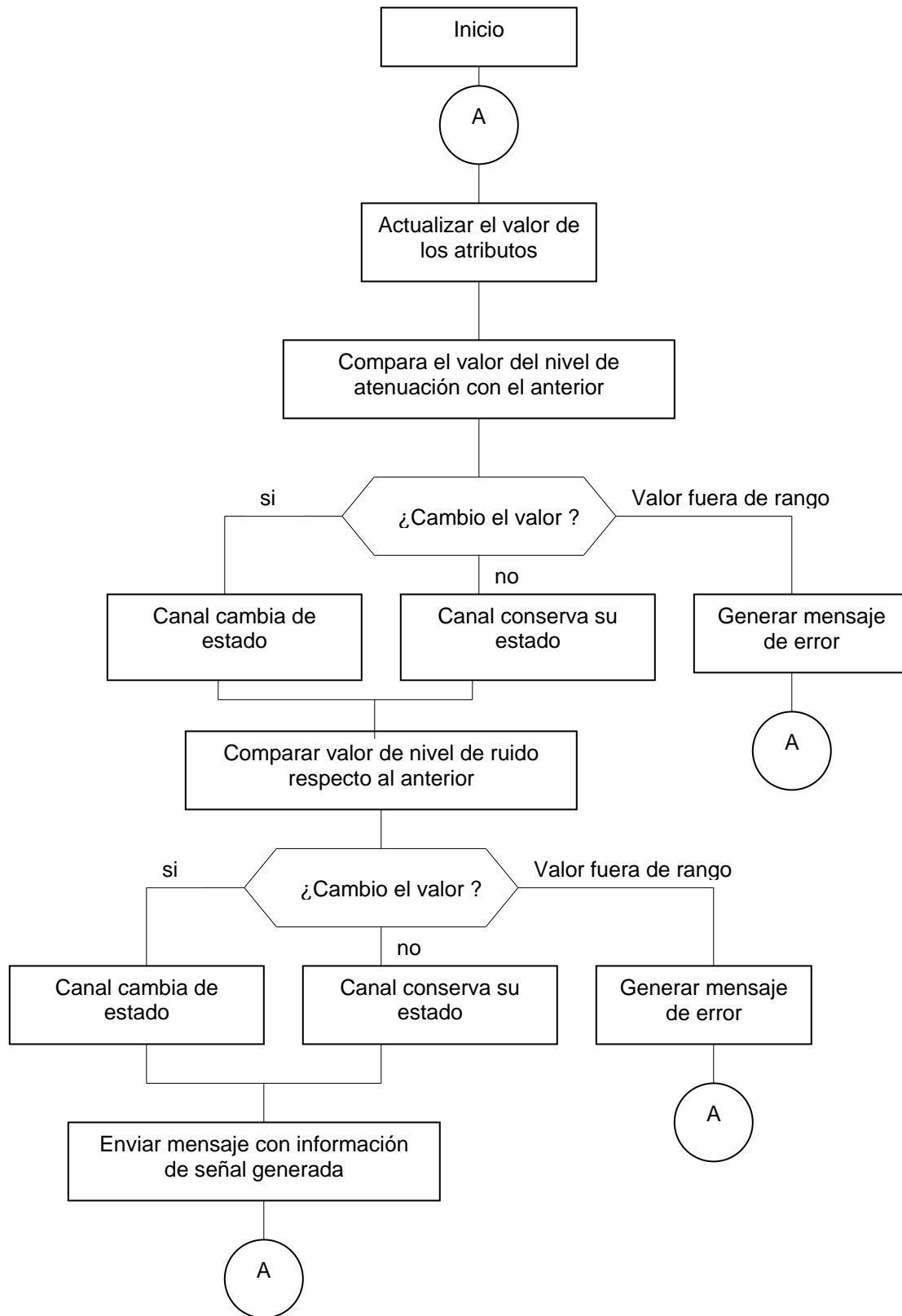


Fig. 3.22 Notación en carta de especificaciones del Canal.

3.6 VALIDACION DEL SISTEMA.

Después de hacer el análisis de los objetos que conforman el sistema, se hizo el montaje de cada uno de ellos probándolos individualmente con sus señales de entrada y para así obtener la señal de salida esperada. De esta forma se construyo paso a paso el sistema desde los objetos más simples hasta obtener el sistema general funcionando. Antes de hacer las pruebas específicas se probó el sistema en su totalidad de dos maneras: Primero se le aplicó a la entrada una onda cuadrada de baja frecuencia, esto con el fin de probar el sistema a varias frecuencias simultáneamente (ya que la onda cuadrada esta es una suma de sinusoides). Luego se le aplicó un tono de alta frecuencia y se observó el espectro de la señal a diferentes índices de modulación, para comprobar que el espectro cumplía con las ecuaciones de Bessel.

3.7 PRUEBAS DE LA SIMULACIÓN

a. Variación de la señal moduladora.

Variar la frecuencia del tono modulante entre 20Hz y 20KHz manteniendo constante la amplitud. Observar la frecuencia y la amplitud de la señal de audio recuperada en recepción. Luego modificar la amplitud y fijar la frecuencia moduladora. Hacer la misma observación. Analizar el espectro de la señal de FM; con ayuda del osciloscopio determinar el comportamiento de la amplitud ante estas variaciones.

b. Pruebas sobre la etapa de digitalización.

Comprobación del teorema de muestreo:

Variar la frecuencia de muestreo del digitalizador sobre la frecuencia de Nyquist y también por debajo. Observar el espectro de frecuencias de la señal de audio muestreada haciendo uso del analizador espectral. Concluir.

Determinación de error de cuantificación:

Variar el valor del intervalo de cuantificación en el bloque cuantificador del digitalizador. Observar el comportamiento de la señal de audio digitalizada en transmisión con ayuda del osciloscopio. Comparar esta señal con la señal de audio analógica del generador de señales. Concluir.

c. Variación del índice de modulación:

Modificar el índice de modulación. Variando la sensibilidad del bloque modulador de FM. Que sucede con la señal de FM? Y con la señal de audio detectada? Observar el comportamiento del ancho de banda de transmisión ante estas variaciones. Concluir.

d. Prueba sobre el demodulador:

Manteniendo fija la portadora y los demás parámetros del modulador variar la sensibilidad del bloque demodulador de FM, con lo que se varia la gama de frecuencias de enganche, es decir aquel rango de frecuencias alrededor de f_0 en el cual el PLL puede engancharse con la señal de entrada (portadora de FM) y por tanto reproducir (recuperar) el mensaje. Observar el osciloscopio, utilizando un tren de pulsos y determinar para que valores de sensibilidad se produce una demodulación satisfactoria. Concluir.

e. Prueba del filtro adaptativo:

Con una fuente de ruido blanco filtrado en recepción, observar las señales en RF y en audio con el filtro adaptativo activo y también inactivo. Establecer las ventajas de este filtro en sistemas digitales.

f. Mediciones de la relación señal a ruido:

Medir el nivel de la señal de audio recuperada, suprimiendo el ruido del generador de ruido en el canal. Luego hacer la misma medición introduciendo ruido. Con estos datos obtener la relación señal a ruido en audio. De la misma forma se obtiene la relación señal a ruido en RF.

Aumentar la sensibilidad del bloque modulador de FM y observar lo que sucede con la relación S/R en audio. Que repercusiones hay con respecto al ancho de banda de transmisión? Realizar una tabla de resultados para cinco valores distintos.

NOTA: Utilizar los valores de inicialización del sistema para los parámetros restantes (amplitud y frecuencia del mensaje, frecuencia de muestreo, etc.) dados en el manual de usuario.

g. Pruebas adicionales.

Las siguientes pruebas involucran un mayor grado de dificultad y requieren de bloques adicionales a los que posee el sistema. Los filtros utilizados en estas pruebas tienen el mismo orden y la misma frecuencia de corte.

- Comparación entre FIR e IIR: Utilizar dos tonos (1000 Hz y 10000 Hz). Introducirlos al sistema por medio de un sumador que está conectado al amplificador de audio de entrada. Activar el filtrado especial en bloque *pruebas adicionales*. Comparar el efecto que se obtiene al filtrar el primer tono del segundo a través de un FIR y de un IIR. Concluir.
- Filtrado selectivo: Esta práctica aplica la interpolación y el diezmado para poder filtrar señales muestreadas a altas frecuencias en una frecuencia de muestreo más baja. Utilizar dos tonos próximos entre si (por arriba y por debajo de 3000 Hz). Filtrar el tono

mayor seleccionando *FIR* en el bloque *pruebas adicionales* y luego seleccionando *filtrado selectivo* en el mismo bloque. Concluir.

- Muestreo en banda base: Con una frecuencia portadora de 16200000 Hz seleccionar en el bloque *digitalizador* en recepción un tiempo de muestreo de 1/16200000 (esto es, la mitad de la frecuencia de Nyquist). Observar la salida en audio. Activar el muestreo en banda base. Concluir.

Resultados de las pruebas:

a. Fijando la amplitud de la señal moduladora a 0.1V, los amplificadores de audio y RF con una ganancia de 20dB, una atenuación en el medio de 30dB y variando su frecuencia se tiene:

TABLA 4. Variación de la frecuencia moduladora.

<i>frecuencia señal moduladora (Hz)</i>	<i>frecuencia señal de audio analógica recibida (Hz)</i>	<i>amplitud señal de audio analógica recibida (V)</i>	<i>Amplitud señal FM (V)</i>
20	20	1.8	1.5
200	200	1.8	1.5
2000	2000	1.8	1.5
5000	5000	1.8	1.5
10000	10000	1.8	1.5
20000	20000	1.8	1.5

Ahora, fijando la frecuencia moduladora a 500Hz y variando su amplitud se tiene:

TABLA 5. Variación de la amplitud de la moduladora.

<i>amplitud moduladora (V)</i>	<i>frecuencia señal de audio analógica recibida (Hz)</i>	<i>amplitud señal de audio analógica recibida (V)</i>	<i>Amplitud señal FM (V)</i>
0.1	500	1.8	1.5
0.2	500	3.6	1.5
0.5	500	9	1.5
1.0	500	18	1.5

Se puede observar que la amplitud de una onda de modulación en frecuencia es siempre constante.

b. Introduciendo una señal senoidal como moduladora con una frecuencia de 20000 Hz se obtiene por el proceso de muestreo a 50KHz un espectro de frecuencias que se muestra en la Fig. 3.23.

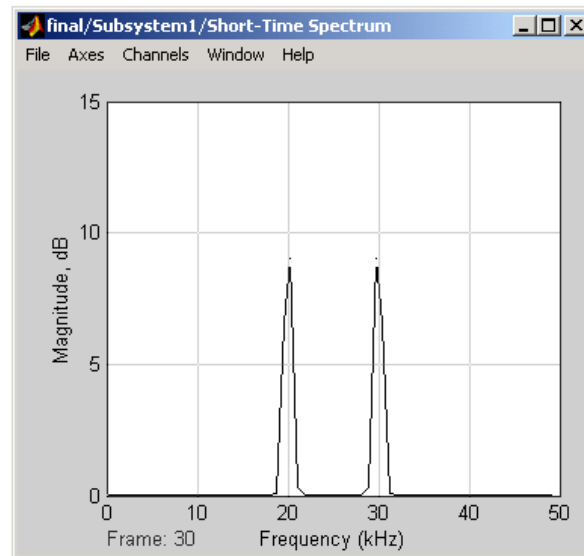


Fig. 3.23 Espectro de un tono muestreado.

Siendo la frecuencia de muestreo mayor que la frecuencia de Nyquist se observa que los espectros de la señal muestreada están próximos, pero no se traslapan.

Ahora, introduciendo un tono de 24000 Hz a la misma frecuencia de muestreo, donde se esta prácticamente sobre la frecuencia de Nyquist, se observa que los espectros ya empiezan a traslaparse (*aliasing*), situación crítica pues el mensaje original ya no se puede recuperar.

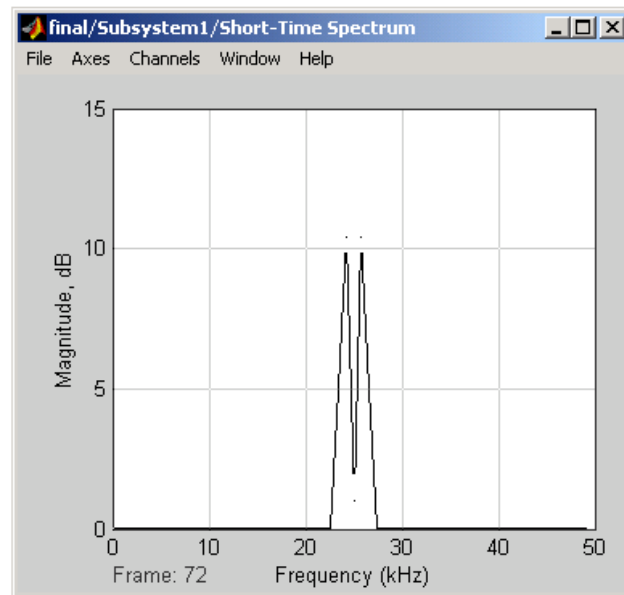


Fig.3.24 Aliasing.

A continuación, se procede a hacer una medición del ruido de cuantificación sobre el sistema, utilizando un tono senoidal de 1Khz como mensaje. Examinando la señal de audio en recepción con el osciloscopio y variando el intervalo de cuantificación para medir cualitativamente el ruido de cuantificación se obtiene la Fig. 3.25.

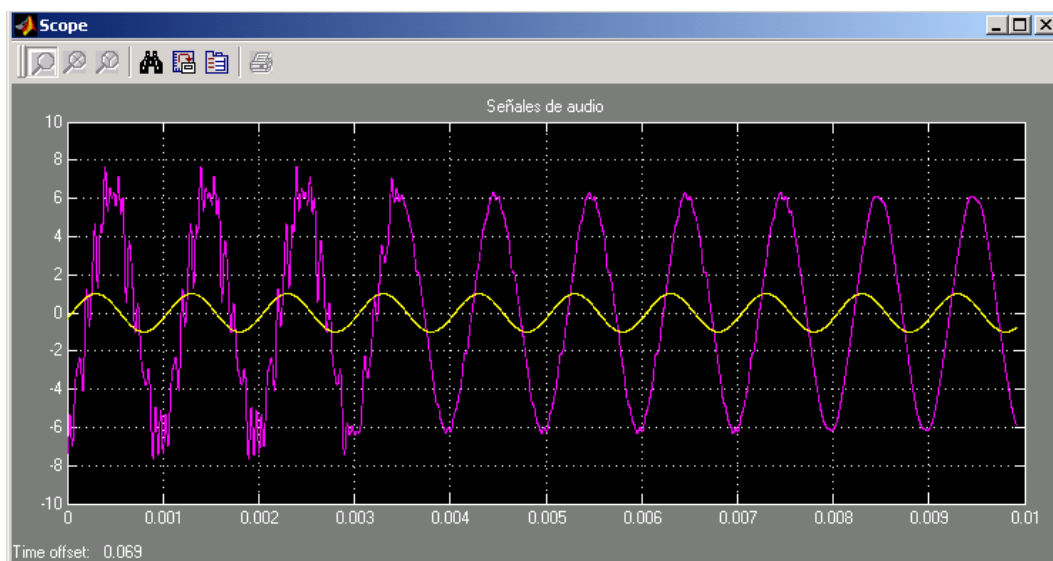
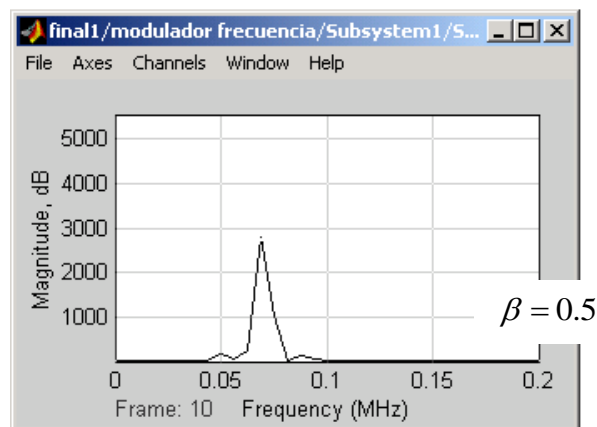


Fig. 3.25. Efecto del ruido de cuantificación.

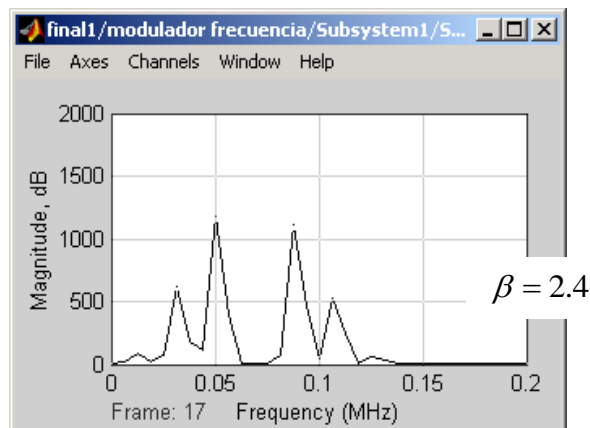
La señal de un voltio de amplitud es el mensaje transmitido, mientras que la señal de 6 voltios es la información recuperada. Durante las 3 milésimas de segundo iniciales el sistema opera con un intervalo de cuantificación de $\frac{1}{2}$. Después se varia a $\frac{1}{8}$ y las ultimas 2 milésimas de segundo trabaja con $\frac{1}{128}$. Es claro que con intervalos de cuantificación más grandes, se introduce más ruido de cuantificación.

c. Variación de la constante de modulación.

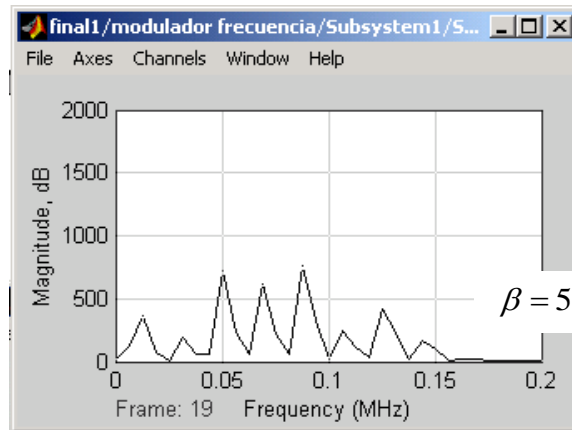
Las figuras 3.28, 3.29, 3.30 representan el espectro de una señal FM modulada con un tono de 19 KHz. y diferentes índices de modulación. La frecuencia portadora se ha trasladado a 70 KHz. para reducir la escala del espectroscopio y poder hacer una mejor observación.



a)



b)



c)

Fig. 3.26 Espectro de FM con diferentes índices de modulación.

A mayor índice de modulación, se incrementa el ancho de banda de transmisión de FM:

$$B_T = 2(\Delta + 1)W \quad \text{Ec. 3.26}$$

$$\Delta \equiv \beta \quad \text{para un tono}$$

Con $\Delta = 0.5$:

$$B_T = 2(0.5 + 1)19 = 57 \text{ KHz}$$

Con $\Delta = 2.4$:

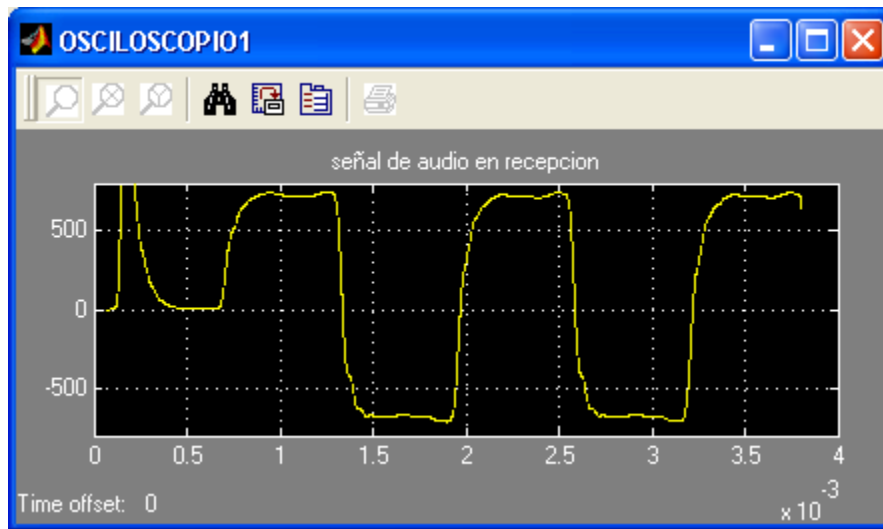
$$B_T = 2(2.4 + 1)19 = 129.2 \text{ KHz}$$

Con $\Delta = 5$:

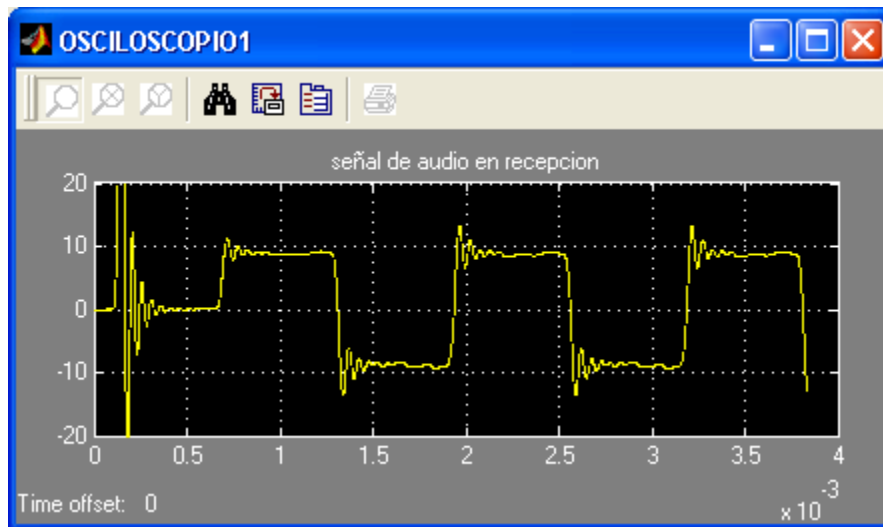
$$B_T = 2(5 + 1)19 = 228 \text{ KHz}$$

c. Prueba sobre el demodulador.

En principio se utilizó una sensibilidad de 1000 Hz por voltio con una portadora de 16200000 Hz (Fig 3.27a). Luego se Varió la sensibilidad a 80000 Hz por Voltio (Fig 3.27b). Puede notarse que a medida que aumenta la sensibilidad en el demodulador se pueden recuperar señales de más alta frecuencia (que están a mayor distancia de la portadora). Es decir a medida que aumenta la sensibilidad aumenta el rizado en el tren de pulsos de salida que representa las componentes de alta frecuencia.



a)



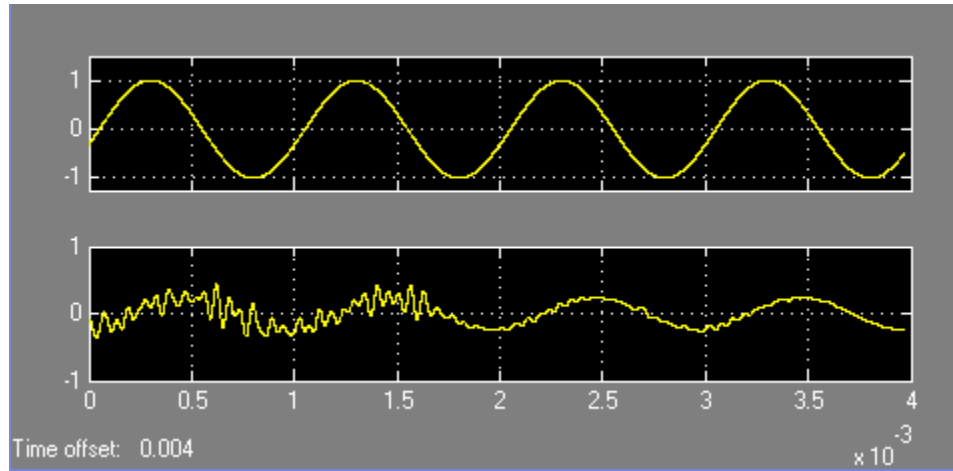
b)

Fig 3.27 Demodulación con diferentes sensibilidades.

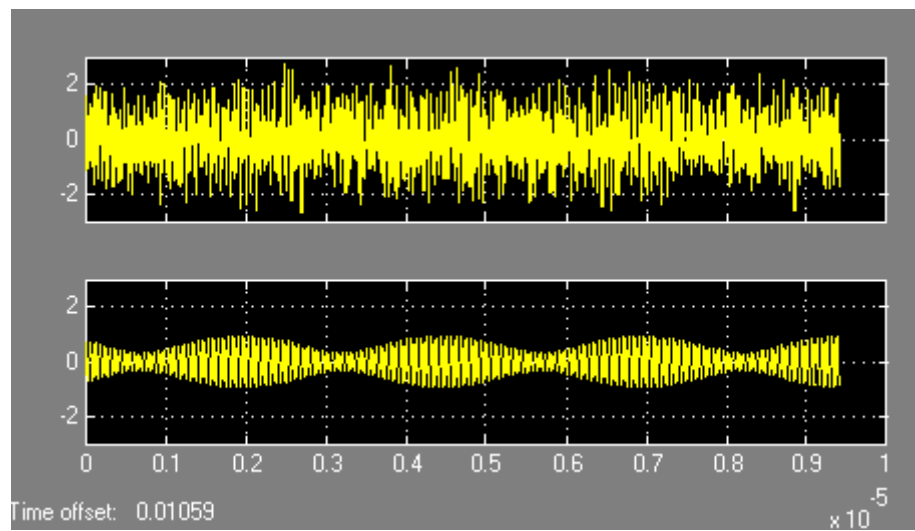
a) 1000 Hz por voltio. b) 80000 Hz por voltio.

e. Prueba del filtro adaptativo:

La figura 3.28 a) muestra en el primer plano una señal de 1Khz, y en el segundo plano la señal recuperada en recepción con ruido introducido en el canal. Durante los primeros 1.5 milisegundos el sistema trabaja sin el filtro adaptativo y al colocarlo se observa que la señal es limpiada considerablemente.



a)



b)

Fig. 3.28 Efectos del filtro adaptativo en AF. a) En AF, b) En RF.

En RF (señal de FM) también es notoria la supresión de ruido efectuada por el filtro adaptativo. En la figura 3.28 b) se observa tanto la señal de FM ruidosa como filtrada.

f. Mediciones de la relación señal a ruido:

A continuación se presenta una tabla que contiene los valores de señal y de ruido tanto en RF como en AF para un tono de 1000 Hz y una frecuencia portadora de 16200000 Hz (Los demás parámetros del sistema son los iniciales).

TABLA 6. Relaciones S / R en AF y RF.

S_{RF}	N_{RF}	$(S/N)_{RF}$	S_{AF}	N_{AF}	$(S/N)_{AF}$
0.48	0.20	2.4	3.95	0.30	13.16

$$(S/N)_{RF} < (S/N)_{AF} \quad \text{Ec. 3.27}$$

Se observa que la relación señal a ruido en audio es mucho mayor que en RF, una de las grandes ventajas de la modulación en FM de banda ancha, donde la información se recupera minimizando el efecto del ruido a mayor ancho de banda.

En la tabla 9. se hace una comparación entre la sensibilidad del modulador y las relaciones de señal a ruido en RF y en AF.

TABLA 7. Sensibilidad Vs. S / R .

Sensibilidad	$(S/N)_{RF}$	$(S/N)_{AF}$
1000*0.1	2.4	0.4
1000*2	2.4	8.6
1000*2.4	2.4	10.5
1000*3	2.4	13.16

Se concluye que a medida que aumenta la sensibilidad (y por ende el índice de modulación), el efecto del ruido en AF es menor. Se puede obtener una mejor relación S/N aumentando el índice de modulación, pero esto implica utilizar un mayor ancho de banda.

g. Pruebas adicionales

- Comparación FIR e IIR.

Se colocan dos tonos a la entrada del modulador Una de baja frecuencia y otra de alta. Luego se procede a filtrar la alta frecuencia con un filtro FIR y con un IIR ambos del mismo orden y la misma frecuencia de corte.

La figura 3.29 muestra en la primera mitad la señal después de haberla filtrado con un FIR y en la segunda mitad Después de haberla filtrado con un IIR. Puede apreciarse que si se utilizan los mismos parámetros el IIR hace un mejor filtrado. El problema de los IIR radica en su inestabilidad.

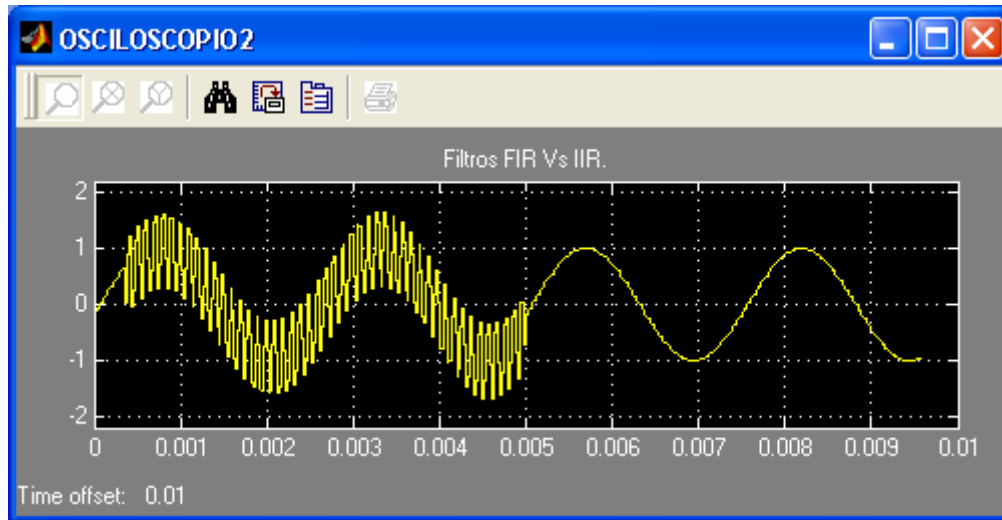


Fig. 3.29 FIR Vs. IIR

- Filtrado selectivo.

Si se quiere hacer un filtrado con un Q muy alto se necesita un orden del filtro muy grande, otra alternativa que nos brinda la tecnología DSP es poder hacer el filtraje en banda base, o a una frecuencia muy baja, donde es posible lograr una buena selectividad, y luego volver a la frecuencia normal de trabajo. Se observa en la primera mitad de la Figura 3.30 la señal obtenida después de filtrar un tono de 3500Hz de un tono de 2500 Hz con un FIR normal. Después de activar el filtrado selectivo se observa que la señal resultante se aproxima mas a la señal deseada.

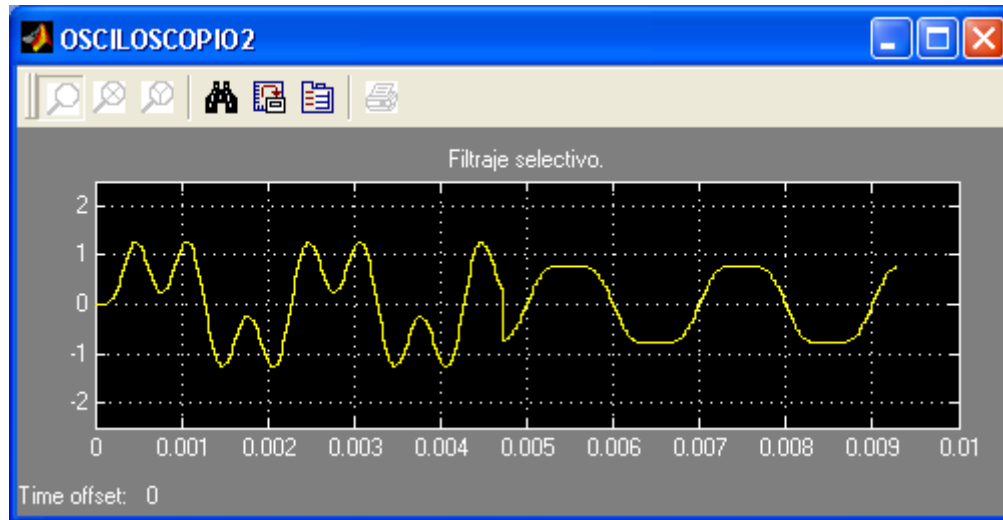


Fig. 3.30 Filtrado selectivo.

- Muestreo en banda base: La señal de audio en recepción de la figura 3.31 es el resultado de haber muestreado en RF a una frecuencia inferior a la de Nyquist. En la primera mitad con muestreo normal y en la segunda mitad con la opción *muestreo en banda base*. Es evidente la eficiencia del muestreo en banda base con lo que se puede disminuir considerablemente los costos de la conversión analógica digital.

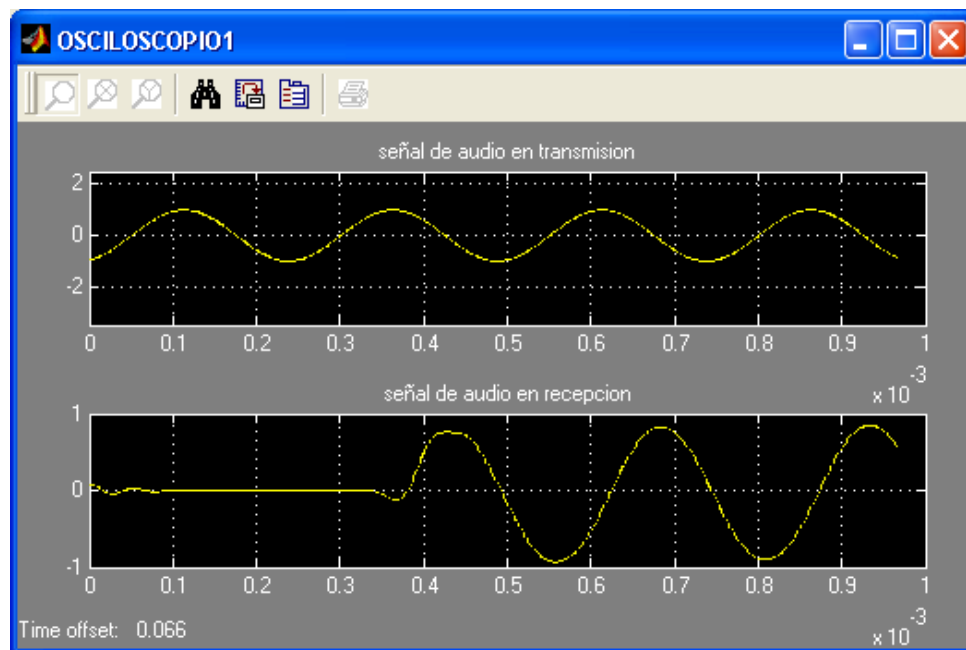


Fig 3.31 Muestreo en banda base.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

- La tecnología DSP por ser digital hereda todas las ventajas de los sistemas digitales como son: Programabilidad, estabilidad, reutilización, implementación de códigos correctores de errores, posibilidad de implementar filtros de fase lineal, eficiente compresión de datos.
- Otra de las ventajas de los DSPs es que pueden variar los coeficientes de sus filtros mientras el sistema esta funcionando, pudiéndose así diseñar sistemas que se adapten a las condiciones cambiantes de su entorno. Este es el caso de los llamados filtros adaptativos que pueden predistorcionar una señal para contrarrestar los efectos del ruido.
- En señales de banda estrecha de alta frecuencia (como muchas de las señales de telecomunicaciones) se puede realizar muestreo en banda base lográndose un ahorro considerable de dinero en los conversores A/D.
- Con las mismas especificaciones, se consiguen mayor selectividad con un filtro IIR que con un FIR. Aunque hay que tener en cuenta que los IIR pueden presentar inestabilidad.
- Al comparar la relación señal / ruido entre la señal de RF del canal y la señal de audio de recepción se puede apreciar la alta inmunidad que presenta un sistema de FM frente a este fenómeno. Esto debido a que el ruido repercute principalmente en la amplitud de una señal, y una onda de FM lleva la información en su frecuencia. Es por esta razón que el preénfasis y el deénfasis tiene poca aplicación en la modulación en FM.

Recomendaciones:

- Siempre se debe tener en cuenta la frecuencia de Nyquist cuando se vaya a hacer un muestreo, con el fin de evitar el traslape de colas espectrales, como se demostró con una prueba en la simulación.
- Si se desea hacer un filtrado selectivo de una señal es recomendable trasladar su espectro a una frecuencia mas baja, hacer el filtrado y después volver a la frecuencia original (en el proceso de traslación de frecuencia se debe utilizar interpolación y diezmado).

- Escribir el tiempo de muestreo como una fracción en donde el denominador represente la frecuencia de muestreo. De esta forma se mejora la visualización.
- Cuando se este introduzca un tono como señal modulante, se recomienda expresar la sensibilidad del modulador como una multiplicación de dos factores. El primero será la frecuencia del tono y el segundo será el índice de modulación multiplicado por la amplitud del tono a la salida del amplificador de audio (si esta amplitud es igual a uno, el segundo factor será exactamente igual al índice de modulación β).
- En un sistema que poseen múltiples tasas de muestreo, Matlab opera con el mínimo común múltiplo entre ellas. En estos casos, se recomienda asignar frecuencias de muestreo que sean múltiplos unas de otras para que el mínimo común múltiplo sea lo más baja posible y de esta forma aumentar la velocidad de procesamiento.
- El generador de FM esta diseñado de tal forma que la señal de salida se distorsiona si el índice de modulación es muy grande. Se recomienda por tanto un valor inferior a 5.
- Se recomienda inicializar el sistema con los valores de los parámetros dados en el manual de usuario antes de realizar cualquier prueba o modificación a la simulación.
- Una vez corrida la simulación, es aconsejable esperar a que las señales se estabilicen antes de hacer cualquier modificación o medida.
- Para observar eficientemente el espectro de la señal en RF se hizo una traslación a una frecuencia mas baja, por lo tanto las posiciones en frecuencia de la portadora y sus bandas laterales no corresponden a sus valores reales, pero conservan la distancia relativa entre ella.
- El acelerador de la simulación en sistemas que involucran DSP es menos eficiente que en otros modelos, sin embargo se recomienda utilizarlo.

REFERENCIAS

Digital signal processing principles, algorithms, and applications. Proakis, John G. New York: MacMillan Publishing company, 1992.

Digital Processing of Signal Theory and Practice. Bellanger, Maurice. Chichester: John Wiley, 1984.

Digital Signal Processing. Oppenheim, Alan V. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1975.

Sistemas de Comunicación. Carlson, A. Bruce. México: McGraw-Hill, 1980.

<http://www.mathworks.com/>

www.elai.upm.es/spain/Publicaciones/pub99/intropds.pdf