

**ANEXO A**  
**MODULACIÓN DE ESPECTRO ENSANCHADO Y CÓDIGOS DE WALSH**



**LUIS EDUARDO AGREDA POTOSÍ**  
**DEIRO ROSALES ROSALES**

**Director: Ing. Giovanni López Perafán**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**  
**DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES**  
**GRUPO NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES**  
**POPAYÁN**  
**2003**



## TABLA DE CONTENIDO

pág.

<b>ANEXO A .....</b>	<b>1</b>
<b>A-1. MODULACIÓN DE ESPECTRO ENSANSACHADO Y CÓDIGOS DE WALSH... 1</b>	<b>1</b>
A-1.1. INTRODUCCIÓN .....	1
A-1.2. ACCESO MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE CÓDIGO CDMA .....	1
A-1.3. MODULACIÓN DE ESPECTRO ENSANCHADO .....	3
A-1.3.1. Introducción a la Modulación de Espectro Ensanchado .....	3
A-1.3.2. Modelo de Modulación de Espectro Ensanchado .....	6
A-1.3.3. Modulación de Espectro de Secuencia Directa .....	8
A-1.3.4. Ganancia de Procesado .....	11
A-1.4. CÓDIGOS DE WALSH.....	11
A-1.4.1. Códigos PN .....	12
A-1.4.2. Secuencias PN .....	13
A-1.4.3. Generador de Secuencias PN .....	14
A-1.4.4. Códigos Ortogonales .....	14
A-1.4.5. Generación de los Códigos Walsh .....	15
A-1.4.6. Uso de los Códigos Walsh.....	16
A-1.4.7. Concepto DS-CDMA.....	17
A-1.5. RECEPCIÓN DE UNA SEÑAL DE ESPECTRO ENSANCHADO- SINCRONIZACIÓN.....	18
A-1.5.1. Fase de Adquisición .....	18
A-1.5.2. Fase de Seguimiento.....	20
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>22</b>



## LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura A-1. Bloques básicos de un Sistema CDMA .....	2
Figura A-2. Densidad Espectral de Potencia.....	4
Figura A-3. Densidad Espectral de la Señal Ensanchada.....	5
Figura A-4. Señal Ensanchada Interferida por otra Señal.....	5
Figura A-5. Señales Recuperadas en el Receptor .....	5
Figura A-6. Sistema Básico de Modulación de Espectro Ensanchado .....	6
Figura A-7. Receptor de Señal de Espectro Ensanchado.....	7
Figura A-8. Curva de BER Vs Eb .....	10
Figura A-9. Generador de Códigos PN .....	13
Figura A-10. Registro de Desplazamiento.....	14
Figura A-11. Receptor de Señal de Espectro Ensanchado.....	19
Figura A-12. Lazo de Seguimiento DLL .....	20
Figura A-13. Lazo de Seguimiento TDL .....	21



## ANEXO A

### A-1. MODULACIÓN DE ESPECTRO ENSANSACHADO Y CÓDIGOS DE WALSH

#### A-1.1. INTRODUCCIÓN

Debido a que tanto CDMA2000 como WCDMA utilizan la técnica de modulación de Espectro Extendido, es importante profundizar un poco en algunos de los procesos involucrados en la generación y recepción de señales de Espectro Ensanchado utilizadas en CDMA. Así como DS-SS es utilizado en WCDMA “extendiendo” o “regando” los datos binarios en banda base por medio de un código PN es de igual importancia conocer cual es la función de los códigos ortogonales involucrados en las técnicas de modulación tanto para CDMA2000 como para WCDMA.

#### A-1.2. ACCESO MÚLTIPLE POR DIVISIÓN DE CÓDIGO CDMA

CDMA es una tecnología de banda ancha de espectro ensanchado que consiste en la transmisión de señales por ensanchamiento espectral en la que los usuarios utilizan la misma banda de frecuencia durante todo el intervalo de tiempo. Las señales de todas las llamadas son dispersadas a través de un amplio espectro de frecuencia.

En recepción, las señales son extraídas de una señal que se asemeja al ruido térmico de fondo del canal, por medio de un receptor que conoce el código para la llamada específica que desea decodificar.

Esta técnica permite que numerosas llamadas telefónicas sean transmitidas simultáneamente sobre una única frecuencia de radio.

Cuando una llamada telefónica se hace usando CDMA la voz del usuario es convertida en una señal digital. La señal digital es primero correlacionada con un código con características estadísticas semejantes a las de un ruido blanco, llamado código pseudo-aleatorio (pseudo-noise code - PN).

El correlator conduce a una representación digital encriptada de la señal original, que será esparcida sobre un espectro de frecuencia de banda mucho más amplia (1.25MHz).

Cada usuario tiene su propia secuencia de código PN, la cual es aproximadamente ortogonal para todas las otras secuencias PN.

Para detección de la señal relativa al mensaje, el receptor necesita saber la secuencia PN usada por el transmisor, puesto que el decorrelator usará esta secuencia de código PN única para extraer únicamente la información deseada.

Todas las otras palabras-código aparecen como ruido después de la operación de decorrelación. Cada usuario opera independientemente, sin ningún conocimiento de los otros usuarios.

Una señal correlacionada con una secuencia PN es decorrelacionada con la misma secuencia PN para retornar a la misma señal digital original. Una operación de decorrelación de la señal con un código PN no asociado al usuario resultará en ruido, conteniendo información no entendible.

A pesar de ser determinística, una secuencia PN se comporta como una portadora con características de ruido blanco, la cual es usada para esparcir la energía de la señal a lo ancho de la banda. La selección de un buen código es importante porque el tipo y el tamaño del código limitan la capacidad del sistema. Usualmente son usados códigos conocidos como códigos de Walsh. Una secuencia PN es una secuencia pseudoaleatoria compuesta de 0s y 1s.

La Figura A-1 describe los bloques básicos de un sistema CDMA. En el transmisor los datos binarios de los N usuarios diferentes ( $d_{1t}, d_{2t}, \dots, d_{Nt}$ ) son directamente multiplicados (correlación en el tiempo) por las secuencias PN ( $pn_1, pn_2, \dots, pn_N$ ) para producir las señales a ser transmitidas. El efecto de la multiplicación de los datos de usuario por cada secuencia PN asociada es expandir la banda original de la señal en una banda resultante mucho mayor.

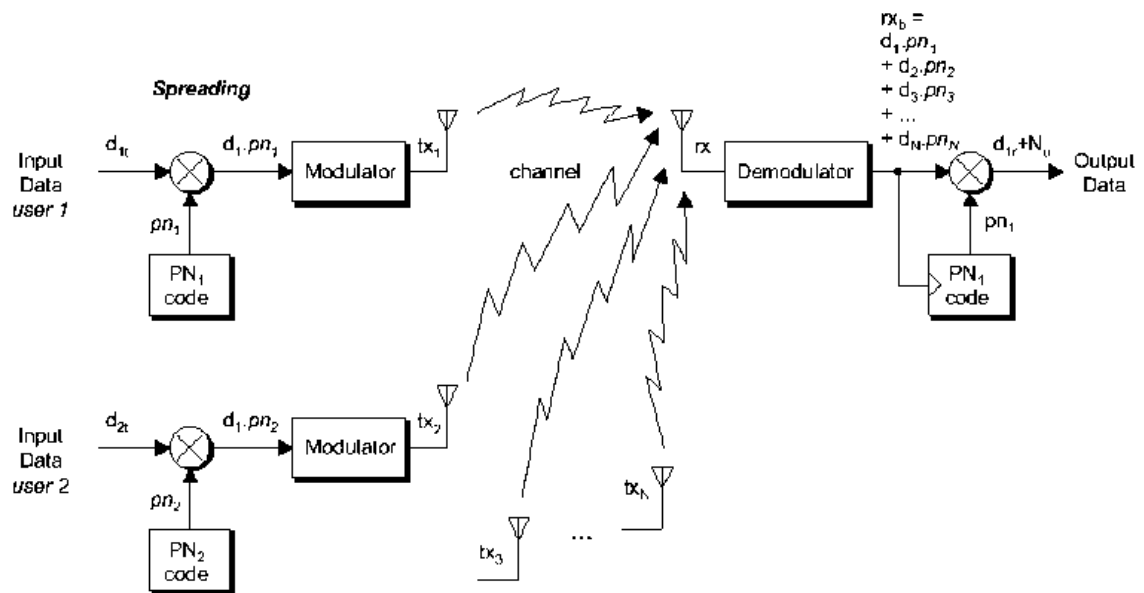


Figura A-1. Bloques básicos de un Sistema CDMA

Todos los usuarios transmiten al mismo tiempo, y a cada uno es asignado todo el espectro de frecuencia disponible para transmisión. Un usuario CDMA tiene todo el tiempo y toda la banda disponibles, a diferencia de los usuarios FDMA y TDMA, pero la calidad de la comunicación CDMA disminuye con el aumento del número de usuarios (puesto que la tasa de errores de bits aumenta, para este caso, debido a la interferencia entre las señales de los usuarios). En resumen, en los sistemas CDMA cada usuario tiene su propio código PN, transmitiendo sobre la misma banda RF, simultáneamente.

Una operación XOR es realizada entre cada bit de los datos a ser transmitidos para el usuario y una secuencia PN asociada a este usuario. Si el bit proveniente del usuario es "0" entonces la palabra-código generada es el complemento de los bits de



la secuencia PN. Si el bit proveniente del usuario es "1" entonces la palabra-código generada es la propia secuencia PN. Esta operación se denomina **spreading**.

En la etapa de decodificación, en el receptor, la señal compuesta es multiplicada por cada uno de los posibles códigos, para separar los datos que fueron codificados. Esta operación se denomina **despreading**

### A-1.3. MODULACIÓN DE ESPECTRO ENSANCHADO

#### A-1.3.1. Introducción a la Modulación de Espectro Ensanchado

La mayoría de los estudios y desarrollo de sistemas de comunicación digital, se han realizado tratando de emplear el ancho de banda del canal de comunicación disponible en forma óptima y con la menor potencia posible, teniendo en consideración la exigencia de calidad para un determinado servicio. Sin embargo otras consideraciones de calidad de comunicación como la inmunidad frente a interferencias o confidencialidad de las comunicaciones han sido menos consideradas. En la actualidad estos dos últimos aspectos han cobrado mucha importancia, los cuales pueden ser alcanzados por medio de la técnica conocida como "Spread Spectrum Modulation" (modulación de espectro ensanchado).

La mayor ventaja de la modulación de espectro ensanchado es la alta inmunidad obtenida frente a interferencias casuales (usuarios que emplean en mismo canal) o frente a interferencias intencionales por parte de alguien que desea bloquear intencionadamente una comunicación en curso. Las principales características de esta técnica son las siguientes:

- La modulación de espectro ensanchado ocupa un ancho de banda mucho mayor que el mínimo requerido para que los datos sean transmitidos.
- El ensanchamiento de la señal transmitida se consigue con la suma binaria de esta, con otra señal pseudoaleatoria (código de Walsh ) que es independiente de la señal a transmitir.
- La recepción se realiza mediante el proceso de desensanche, el cual consiste en la suma binaria de la señal recibida con una señal local que es la réplica de la señal (código PN ) empleada en la transmisión.

Las ventajas más importantes de los sistemas de modulación de espectro ensanchado son:

- Baja probabilidad de ser interceptada (LPI) debido al ensanchamiento del espectro, hace dificultosa la captación de las señales transmitidas por parte de un receptor ajeno a la comunicación.
- Alta inmunidad frente a interferencia intencionada.
- Alta inmunidad frente a interferencia de señales multitrayecto y uso de un mismo canal por dos o más usuarios.
- Posibilidad de acceso múltiple aleatorio (CDMA), con lo cual es posible tener varios usuarios cursando comunicaciones independientes en el mismo canal.
- Privacidad de comunicaciones.



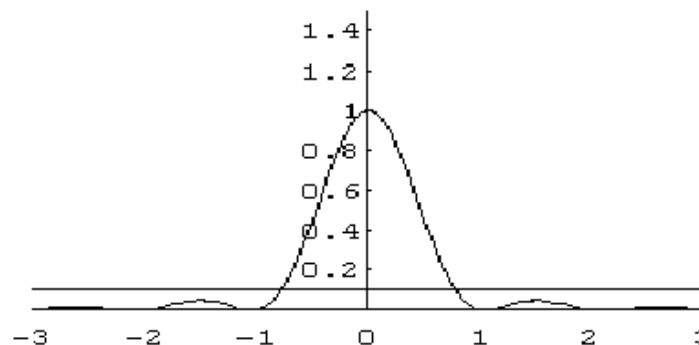
Existen varias técnicas de modulación de espectro ensanchado, las que se diferencian en el modo de ensanchamiento del espectro y el tipo de modulación que emplean, entre ellas tenemos:

**Secuencia directa (DS).** En esta modulación la fase de una señal portadora es variada de acuerdo a una señal pseudo aleatoria resultado de la multiplicación de la señal de datos a transmitir  $x(t)$  con una señal denominada código PN  $g(t)$ .

**Salto de frecuencia (FH).** Es este modo la señal resultante es una portadora que da saltos de frecuencia, cuya frecuencia instantánea varía en conformidad con una señal obtenida de la multiplicación de la señal de datos  $x(t)$  y una pseudo aleatoria (código PN). En una aplicación típica de FH, se emplea una modulación MFSK.

**Salto de tiempo (TH).** En esta técnica a cada pulso de información  $x(t)$  se le asigna un intervalo de tiempo dentro del intervalo de operación denominado hopping interval. El proceso de selección de la ubicación del pulso de información corresponde a una modulación de posición de pulso PPM, Pulsos FM (Pulse-FM). En este tipo de modulación la frecuencia instantánea de cada pulso es una función lineal del tiempo, usualmente es utilizada en aplicaciones de radar.

Para mostrar las ventajas de la modulación de espectro ensanchado frente a interferencias, vamos a considerar, como  $G(f)$  la densidad espectral de potencia de la señal a transmitir antes del proceso de ensanche y  $G_{ss}(f)$  después de este. En la Figura A-2 podemos ver la densidad espectral de potencia de la señal a transmitir ocupando un ancho de banda  $W$ , y la densidad espectral de potencia del ruido blanco no ocupando un ancho de banda infinito.



**Figura A-2. Densidad Espectral de Potencia**

Después del proceso de ensanchado la densidad espectral de potencia de la señal a transmitir ocupa un ancho de banda  $W_{ss}$  mientras que el ruido se mantiene constante, por lo que en esta parte del proceso no tenemos una mejora del rendimiento frente al ruido. Como resultado del proceso de ensanchado se observa que la densidad espectral de la señal original  $G(f)$  se ha transformado en  $G_{ss}(f)$ , mientras que el ruido ha permanecido conserva su misma densidad espectral. Esto se muestra en la Figura A-3.

Vamos a suponer que la señal ensanchada es transmitida e interferida en el canal de comunicación por otra señal  $l(f)$ , como se muestra en la Figura A-4.

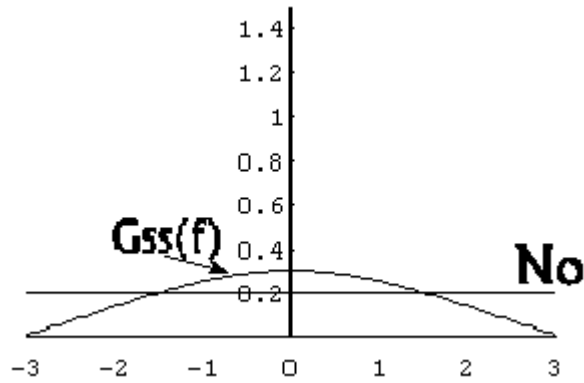


Figura A-3. Densidad Espectral de la Señal Ensanchada

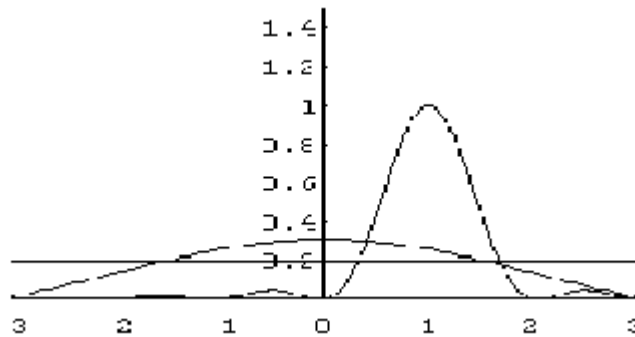


Figura A-4. Señal Ensanchada Interferida por otra Señal

Al llegar al receptor se produce en él la multiplicación de las señales de entrada por la señal de código PN del receptor y asumiendo que el código empleado para ensanchar la señal  $G(f)$  es la misma que la del receptor, se producirá un desensanchamiento para la señal  $G_{ss}(f)$  y un ensanchamiento para la señal  $I(f)$ , lo que permitirá finalmente recuperar la información contenida en  $G(f)$  tal como se muestra en la Figura A-5.

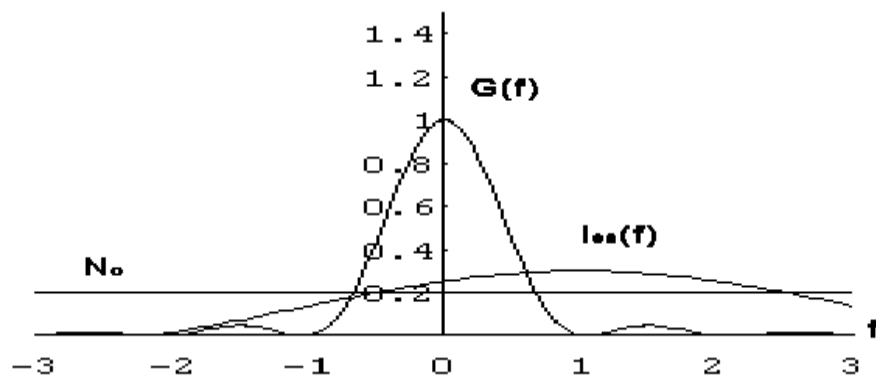


Figura A-5. Señales Recuperadas en el Receptor

En conclusión:



1. Si una señal se multiplica una vez por la señal código PN se ensancha el ancho de banda de la señal.
2. Si se multiplica dos veces seguido del filtrado correspondiente, se recupera la señal original.
3. La señal deseada queda multiplicada dos veces pero la interferente solo una vez.

### A-1.3.2. Modelo de Modulación de Espectro Ensanchado

Un sistema básico de modulación de espectro ensanchado puede realizarse mediante el empleo de un modulador de secuencia directa (DS), el cual podría implementarse con un modulador BPSK en el que la fase de la señal portadora varia en concordancia con la señal de datos a transmitir  $x(t)$  y una señal seudo aleatoria denominada código PN  $g(t)$ .

En el caso que la señal de información  $x(t)$  se module primero con una portadora y después con una señal código  $g(t)$ , tendremos a la salida del primer modulador:

$$S_x(t) = \sqrt{2P} \cos[\omega_c t + \theta_x(t)]$$

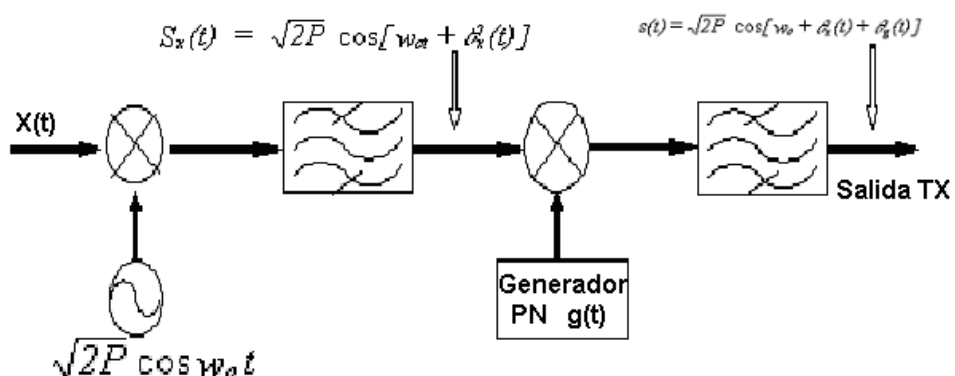
Luego esta señal BPSK se modula con una señal seudo aleatoria, código de Gold, obteniéndose:

$$s(t) = \sqrt{2P} \cos[\omega_c t + \theta_x(t) + \theta_g(t)]$$

Se observa que en la fase se tiene dos componentes, una de la señal de información  $x(t)$  y otra de  $g(t)$ . Debido a que se tiene una modulación BPSK, las ecuaciones anteriores se pueden describir como:

$$S_x(t) = \sqrt{2P} x(t) \cos \omega_c t \qquad s(t) = \sqrt{2P} x(t) g(t) \cos \omega_c t$$

Los procesos descritos pueden ser visualizados en el diagrama que se muestra a continuación en la Figura A-6.



**Figura A-6. Sistema Básico de Modulación de Espectro Ensanchado**

En el receptor la demodulación de la señal DS/BPSK se realiza mediante la correlación de la señal recibida con una réplica exacta sincronizada de la señal código,

$g(t-T_d')$ , siendo  $T_d'$  la estimación del receptor del retardo de propagación  $T_d$  desde el transmisor al receptor.

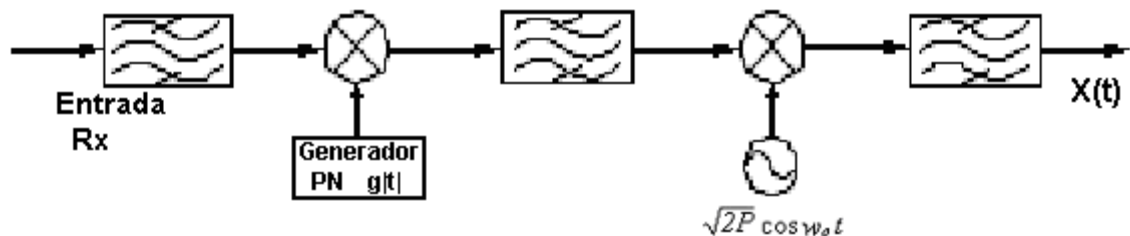
La señal a la salida del correlador es:

$$s(t) = A\sqrt{2P} x(t-T_d) g(t-T_d) \cos(\omega_c(t-T_d) + \phi)$$

Donde A es un parámetro de ganancia del sistema.  $T_d$  el retardo de la señal y  $\phi$  es una fase aleatoria comprendida en el intervalo  $(0, T_c)$ .

Como la señal  $g(t)$  toma valores 1 ó -1, el producto  $g(t-T_d) H g(t-T_d')$  será la unidad si  $T_d=T_d'$ , esto sucede únicamente si la señal código en el receptor está perfectamente sincronizada con la señal código del transmisor. Cuando esto ocurre la salida del correlador es la señal desensanchada, la cual entrará a un demodulador BPSK que permitirá que se recupere la información  $x(t)$ .

El diagrama de bloques del receptor se muestra a continuación Figura A-7.



**Figura A-7. Receptor de Señal de Espectro Ensanchado**

Cabe resaltar que los procesos de ensanchado de señal y modulación BPSK y los de desensanche y demodulación pueden ser intercambiados de orden, es decir en el transmisor primero podemos ensanchar la señal y luego modular o viceversa, y en el receptor primero podremos demodular la señal BPSK y luego desensanchar o en sentido inverso.

En el caso de tener varios canales la señal que se recibe es la suma de la contribución de todos los canales M empleados en el sistema, el resultado de la suma de todas las señales corresponde a la siguiente expresión.

$$r(t) = \sum_{k=1}^M [x(t T_a) g(t T_a) \cos(\omega_c(t T_a) + \phi)]$$

Como se ha explicado antes, la señal deseada se recupera al ser multiplicada en el receptor con la señal chip sincronizada, sin embargo, el resto de los canales CDMA quedan ensanchados por tener un código diferente. Del mismo modo, la señal interferente se ensancha, y por tanto, su energía se distribuye a lo largo de una región mucho más amplia del espectro. Cuantitativamente, estas señales no deseadas se reducen en un factor  $T/T_p$  siendo T la longitud del bit de la señal transmitida y  $T_p$  la longitud de la señal chip. Este cociente es lo que se llama ganancia de procesamiento.



### A-1.3.3. Modulación de Espectro de Secuencia Directa

Para analizar la técnica de secuencia directa, asumimos que tanto el transmisor como el receptor, conocen un conjunto de  $M$  símbolos, empleados en la comunicación, donde:

$$S_i(t), \quad 0 \leq t \leq T; \quad 1 \leq i \leq M$$

Si se transmite por ejemplo  $S_j(t)$  en el receptor se observa  $r(t) = S_j(t) + n_w(t)$  sobre el periodo  $[0, T]$ , donde  $n_w(t)$  es el ruido aditivo gaussiano con densidad espectral  $n_0/2$  W/Hz, por otro lado  $D = 2B_D T$  donde  $B_D$  es el ancho de banda de la señal y  $T$  es el tiempo en el cual se observa la señal.

Una señal puede ser especificada por una combinación lineal de:  $D$  a  $M$  funciones básicas ortogonales, en cuyo caso decimos que la señal es de dimensión  $D$  y dado un sistema de comunicaciones en el cual se utiliza una determinada técnica de transmisión, la calidad de esta viene dada por la relación de energía de bit sobre la densidad espectral de ruido. Para producir un "ensanchamiento" de la señal podemos incrementar  $D$  codificando con  $n$  elementos cada una de las muestras obtenidas mediante las funciones ortogonales básicas, con lo cual obtendremos  $2nB_D T$  elementos de señal. Para una señal cualquiera de potencia finita, esto significaría distribuir su potencia en más componentes espectrales con lo que la amplitud del espectro de potencia se reduciría. En el receptor de un sistema de este tipo toda señal que entra es multiplicada por un código pseudo aleatorio produciéndose un ensanchamiento con lo que se consigue reducir el efecto de las señales interferentes, cuya influencia quedaría disminuida en un factor que es proporcional a la longitud de la señal de código empleada para ensanchar la señal, en cambio la señal ensanchada proveniente del transmisor quedará desensanchada por efecto de doble multiplicación por el mismo código. En el caso de señales de potencia infinita tales como el ruido blanco, no se produciría ensanchamiento del espectro por lo que la modulación de Espectro Ensanchado no proporciona ventaja adicional frente al ruido blanco, pero sí frente a interferencias.

Para saber en que medida el proceso de ensanchado de la señal proporciona una protección frente a interferencia, será necesario realizar el siguiente análisis.

Asumimos una transmisión de  $D$  señales equiprobables y ortogonales ensanchadas mediante un código de longitud  $n$ , de tal modo que:

$$S_i(t) = \sum_{k=1}^n S_{ik} \phi_k(t) \quad 1 \leq i \leq D; \quad 0 \leq t \leq T$$

$$S_i(t) = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ S_{D1} & S_{D2} & \cdots & S_{Dn} \end{bmatrix}$$

Donde:

$$S_{ik} = \int_0^T S_i(t) \phi_k(t) dt, \quad \phi_k(t); \quad 1 \leq k \leq n$$



Por otro lado se conoce que:

$$\int_0^T \phi_l(t) \phi_m(t) dt = \delta_{lm} = \begin{cases} 1 & l=m \\ 0 & l \neq m \end{cases}$$

La energía promedio de cada señal es:

$$\int_0^T \overline{S_i^2(t)} dt = \sum_{k=1}^n \overline{S_{ik}^2} = E_s, \quad 1 \leq i \leq D$$

Con la finalidad de esconder la señal D- dimensional en un espacio N- dimensional escogemos los coeficientes  $S_{ik}$  independientes, de modo que:

$$\overline{S_{ik} S_{il}} = \frac{E_s}{n} \delta_{kl}; \quad 1 \leq i \leq D$$

Consideremos a continuación una interferencia

$$J(t) = \sum_{k=1}^n J_k \phi_k(t); \quad 0 \leq t \leq T$$

Con energía:

$$\int_0^T J^2(t) dt = \sum_{k=1}^n J_k^2 = E_j$$

Asumimos que la señal de interferencia  $J(t)$  es independiente de la señal deseada  $S_i(t)$ , luego la señal recibida en el receptor será:

$$r(t) = S_i(t) + J(t)$$

Para recuperar la señal de información correlamos la señal recibida y tenemos:

$$U_i = \int_0^T r(t) S_i(t) dt = \int_0^T (S_i(t) + J(t)) S_i(t) dt = \sum_{k=1}^n \overline{S_{ik}^2} + J_k S_{ik}$$

Además:

$$E(U_i - S_i) = \sum_{k=1}^n \overline{S_{ik}^2} = E_s$$

Considerando que las señales son equiprobables,

$$E(U_i) = \frac{E_s}{D}$$

Similarmente:

$$\text{var}(U_i - S_i) = \sum_{kl} J_k J_l \overline{S_{ik} S_{il}} = \sum_{k=1}^n J_k^2 \overline{S_{ik}^2} = \frac{E_s}{n} E_j$$

y también:

$$\text{Var } U_i = \frac{E_s}{nD} E_j$$



La medida de la calidad de un sistema de comunicaciones se puede expresar como la relación señal a ruido:

$$SNR = \frac{E^2(U)}{\text{var}(U)} = \frac{E_s}{E_j} \cdot \frac{n}{D}$$

Este resultado es independiente de como la señal de interferencia tenga distribuida la energía, no importando como  $J_k$  haya sido escogido. La posdetección proporciona un factor de mejora  $n/D$  frente a interferencias, dicho factor es denominado Ganancia de Procesado. Usando las consideraciones sobre el dimensionamiento de una señal de ancho de banda  $B_D$  observada un periodo  $T$ , esta queda definida por  $2B_D T$  elementos, por lo tanto:

$$G_p = \frac{n}{D} \cong \frac{2 B_s T}{2 B_D T} = \frac{B_s}{B_D}$$

Para una señal de banda ensanchada  $B_{ss}$ , se empleará pulsos de tiempo  $T_c$ , y dado que la señal de entrada binaria posee pulsos de tiempo  $T_b$ , la formula anterior se puede redefinir del modo:

$$G_p = \frac{T_b}{T_c}$$

Dado que la modulación de espectro ensanchado no presenta ninguna mejora con respecto al ruido térmico, es evidente que el rendimiento de este, dependerá, del tipo de modulación empleada. Para una modulación BPSK la probabilidad de error  $P_e$  en función de la energía de bit y el ruido gaussiano es:

$$P_e = \frac{1}{2} \text{erfc} \sqrt{E_b / \eta}$$

La curva que relaciona la tasa de error (Ber), con la energía de bit  $E_b$  sobre el ruido expresado en dB se muestra a continuación en la Figura A-8.

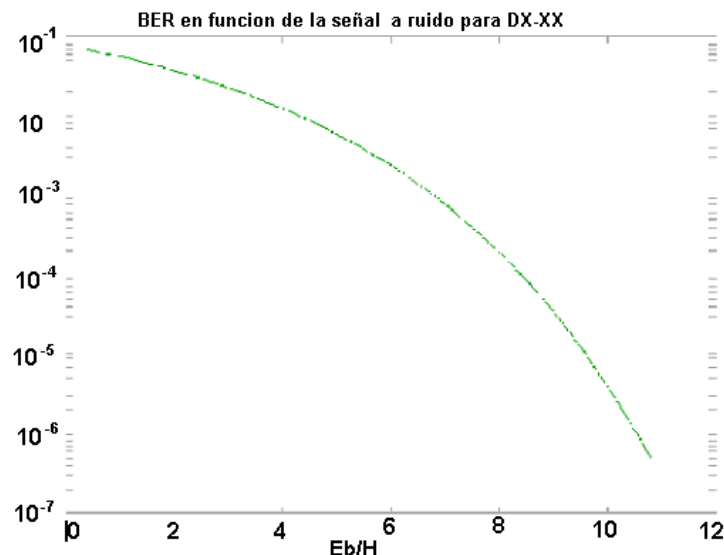


Figura A-8. Curva de BER Vs Eb



#### A-1.3.4. Ganancia de Procesado

Un parámetro fundamental en la modulación de espectro ensanchado es la ganancia de procesado, la cual está definida por:

$$G_p = \frac{\text{Ancho de banda de la señal modulada}}{2 (\text{Ancho de banda de la banda base})}$$

Este parámetro usualmente expresado en dB,  $10 \log G_F$ , representa el factor en que son reducidas las interferencias en el receptor debido al ensanchamiento que sufren estas cuando son multiplicadas por el código PN en el proceso de recepción. Para un sistema DS/SS-BPSK la ganancia de procesado está definida por  $(2/T_b)/(2/T_c) = T_b/T_c = N$ , donde N es la longitud de la secuencia PN, por ejemplo, para un sistema de longitud de código 1023, la ganancia de procesado es 30.1 dB.

#### A-1.4. CÓDIGOS DE WALSH

El código Walsh es una secuencia PN debido a sus propiedades aleatorias. Para que una secuencia PN se considere código Walsh es necesario que sea ortogonal.

Los códigos Walsh se utilizan en telefonía celular CDMA. Solamente unas secuencias PN se utilizan para comunicaciones celulares:

- Con propiedades de correlación cruzada (cross-correlation) cero, ya que son ortogonales.
- Un código PN de n bits tiene  $2^n - 1$  secuencias PN.
- Únicamente n códigos son ortogonales.
- Se utilizan para realizar el Spreading y el De-spreading.

La primera propuesta para desarrollar códigos ortogonales fue desarrollada por Rademacher en 1922 y se muestran a continuación:

```
Sec 0...0 1 0 1 0 1 0 1...0 1 0 1 0 1 0 1
Sec 1...0 0 1 1 0 0 1 1...0 0 1 1 0 0 1 1
Sec 2...0 0 0 0 1 1 1 1...0 0 0 0 1 1 1 1
Sec 3...0 0 0 0 0 0 0 0...1 1 1 1 1 1 1 1
```

Se puede observar que de 16 bits sólo se generan 4 secuencias ortogonales, no son 16 como se menciona. Esto se debe a que este método es el predecesor del código desarrollado en 1923 por J.L. Walsh.

J.L. Walsh introdujo un bloque completo de códigos ortogonales, basados en arreglar de nuevo el código Rademacher. A los códigos que se generan con su método se les conoce como Código Walsh.

Para telefonía celular se utilizan un código Walsh de 64 bits:

- Un código PN de n bits tiene  $2^n - 1$  secuencias PN.
- Las que tienen correlación cruzada (cross-correlation) igual a cero.
- Fuera de esas secuencias PN solo n códigos son ortogonales.
- Un código PN de 64 bits tiene  $1.8447 \times 10^{19}$  secuencias PN.



- Solo 64 de ellas son códigos ortogonales.
- Por esta razón, son usados en DS-SS-SSSS.

Ejemplo.

$m = 64$  (IS-95 CDMA) =  $2^{64} - 1 = 1.8447 \times 10^{19}$  número de secuencias PN fuera de  $1.8447 \times 10^{19}$  secuencias PN, solo 64 de ellas son códigos ortogonales.  $n$  códigos ortogonales, significa  $n$  usuarios por portadora.

#### A-1.4.1. Códigos PN

Una señal de espectro ensanchado es generada usando una señal pseudo aleatoria denominada secuencia PN. En un sistema de secuencia directa, una señal PN es una función del dominio del tiempo generada determinísticamente, que cumple con ciertas propiedades, las cuales permiten que al mezclarse esta con la información a transmitir, esta última quede enmascarada dando la impresión de ser ruido, dicho proceso es realizado en el transmisor. Por otro lado la secuencia PN permite que después de un proceso de desensanche la información sea recuperada en el receptor.

Existen diversos tipos de secuencia PN, pero la más importante es la secuencia binaria de máxima longitud o Secuencia-M. La Secuencia-M, es obtenida usando registros de desplazamiento realimentados asociados a una lógica digital conformada por compuertas XOR.

Una secuencia lineal de registro de desplazamiento es definida por:

$$g(x) = g_m x^m + g_{m-1} x^{m-1} + \dots + g_1 x + g_0$$

en dicha expresión se obtiene secuencias binarias de valores  $\{0, 1\}$  y haciendo  $g_i$  igual a 0 \ 1, y  $g_m = g_0 = 1$ , fijando  $g(x) = 0$ , tenemos la recurrencia:

$$x^m = g_{m-1} x^{m-1} + g_{m-2} x^{m-2} + \dots + g_1 x + 1$$

dado que  $-1 = 1$  (modulo 2),  $x$  representa retardo de  $k$  unidades de tiempo, para un registro de desplazamiento de  $m$  etapas, la máxima secuencia obtenida es  $2^m - 1$ . Los polinomios generadores de estas secuencias de máxima longitud son llamados polinomios primitivos y el número de polinomios primitivos de grado  $m$  es igual a:

$$P_m = \frac{1}{m} \phi(2^m - 1) \quad \text{donde} \quad \phi(n) = n \cdot \prod \left(1 - \frac{1}{p}\right)$$

$\phi/n$  indica todo los distintos divisores primitivos de  $n$ .

La implementación de un generador PN puede realizarse mediante el empleo de registros de desplazamiento asociados a una lógica combinacional tal como se muestra en la Figura A-9, donde:

$C = (C_0, C_1, C_2, \dots)$  Es la secuencia PN, y

$S_i = (S_i(m-1), S_i(m-2), S_i(m-3), \dots, S_i(0))$  es el estado de los registros de desplazamiento en el instante  $i$ .

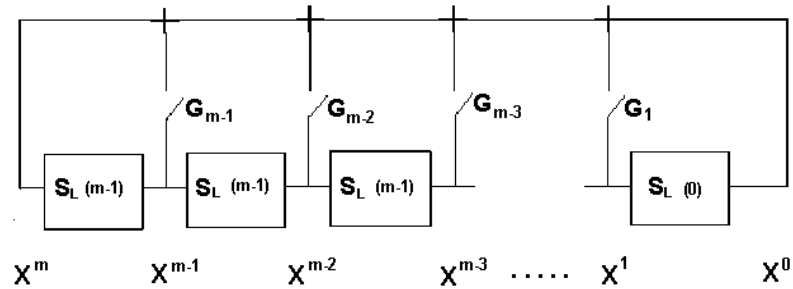


Figura A-9. Generador de Códigos PN

#### A-1.4.2. Secuencias PN

Las secuencias de Pseudo-ruido (PN) son utilizadas en los sistemas de comunicaciones digitales debido a sus propiedades aleatorias. Para generar las secuencias PN se utiliza un registro de corrimiento con retroalimentación.

Generar una secuencia PN = 7 con 3 bits

Suma MOD2.....

(REG1 + REG2) REG1 REG1

1.....1.....1.....1

2.....0.....1.....1

3.....0.....0.....1

4.....1.....0.....0

5.....0.....1.....0

6.....1.....0.....1

7.....1.....1.....0

1.....1.....1.....1

El número de retroalimentaciones depende del tipo de función y de la longitud del registro. Las secuencias aleatorias que se pueden generar con un registro de  $m$  bits:

$$N = 2^m - 1$$

Dependiendo del número de bits, es el número de secuencias PN. Sin embargo muy pocas secuencias son ortogonales. Del ejemplo anterior podemos observar que hay  $N$  secuencias PN, sin embargo únicamente  $m$  son ortogonales.

Por ejemplo, para 64 bits se obtiene  $N = 2^{64} - 1$  secuencias PN, es decir  $18.446744 \times 10^{18}$  secuencias, de las cuales sólo 64 son ortogonales.

#### Propiedades de las secuencias PN:

- Una secuencia PN multiplicado por un 0 binario produce el mismo código PN. 0-bin EXOR código PN = código PN.

$$00000000 \text{ EXOR } 00110011 = 00110011$$

- Una secuencia PN multiplicado por un 1 binario produce el código inverso, también conocido como "código antipodal". 1-bin EXOR código PN = código PN inverso ó antipodal, o bien, el antipodal se obtiene haciendo el complemento de la secuencia



$$11111111 \text{ EXOR } 00110011 = 11001100.$$

- Una secuencia PN multiplicado por el mismo código PN produce ceros. Código PN EXOR código PN = 0.

$$00110011 \text{ EXOR } 00110011 = 00000000$$

- Una secuencia PN multiplicado por el código inverso ó antipodal, produce unos. Código PN EXOR código antipodal = 1.

$$00110011 \text{ EXOR } 11001100 = 11111111$$

#### A-1.4.3. Generador de Secuencias PN

Si se dispone de un registro de desplazamiento, como se muestra en la Figura A-10 tal que: A cada pulso de reloj el contenido de cada registro se desplaza un lugar a la derecha, los contenidos de los registros 3 y 4 se suman en complemento a 2 y el resultado se vuelca sobre el registro 1. La salida es la del registro 4. Como ejemplo, si se asume que el estado inicial es 1000 se tiene:

1000 0100 0010 1001 1100 0110 1011 0101  
 1010 1101 1110 1111 0111 0011 0001 1000

En la salida se tendría la secuencia:

0 0 0 1 0 0 1 1 0 1 0 1 1 1 1

La propiedad de balance se cumple, hay 7 ceros y 8 unos en la secuencia. La segunda propiedad también se cumple si consideramos el run de "0", hay cuatro. La mitad son de longitud 1, uno de cada cuatro son de longitud 2. Lo mismo ocurre para los "1". Se demuestra que se cumple la 3ª propiedad.

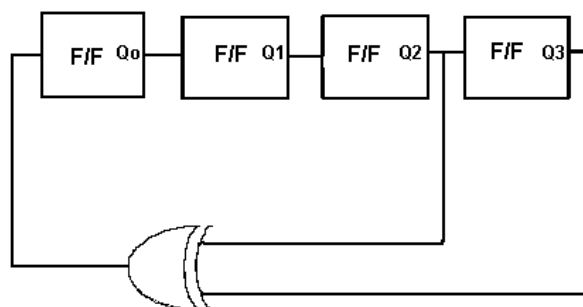


Figura A-10. Registro de Desplazamiento

#### A-1.4.4. Códigos Ortogonales

Como se menciona anteriormente los códigos Walsh tiene que ser ortogonales. Por tal motivo tiene que cumplir con las propiedades que se mencionan a continuación.

- Los códigos ortogonales son números binarios ( $2^n$ ).
- Tienen igual número de ceros que de unos (excepto el código 0 el cual siempre son ceros y su antipodal que son unos).
- Si la correlación cruzada (cross-correlation) es cero.



Un par de código:

$x_1, x_2, \dots, x_n$

$y_1, y_2, \dots, y_n$

Donde la correlación cruzada está dada por:

$R_{xy}(0) =$

Sí  $x: x_1, x_2, \dots, x_m$

$y: y_1, y_2, \dots, y_m$  son códigos de  $m$  bits

Para obtener la correlación cruzada todos los ceros son remplazados por  $-1$  y posteriormente se suma el resultado.

Ejemplo 1 de código ortogonal.

-- $x = 0011$

-- $y = 0110$  igual número de 1's y de 0's para  $x$  y  $y$ .

$$\begin{array}{r} -1 \ -1 \ 1 \ 1 \\ -1 \ 1 \ 1 \ -1 \\ \hline R_{xy} = 1 \ -1 \ 1 \ -1 = 0 \end{array}$$

El resultado es 0 por lo tanto los códigos son ortogonales.

Ejemplo 2 de código no ortogonal.

-- $x = 0011$

-- $y = 1100$  igual número de 1's y de 0's para  $x$  y  $y$ .

$$\begin{array}{r} -1 \ -1 \ 1 \ 1 \\ 1 \ 1 \ -1 \ -1 \\ \hline R_{xy} = -1 \ -1 \ -1 \ -1 = -4 \end{array}$$

Aunque cumple con un requisito el resultado es 4 por lo tanto los códigos no son ortogonales.

Las dos características principales son:

- Tienen igual número de ceros que de unos.
- Si la correlación cruzada es cero.

Si cumple con dichas características la secuencia PN se considera un código Ortogonal.

#### A-1.4.5. Generación de los Códigos Walsh

##### Generación de código ortogonal corto

Para generar los códigos Walsh es necesario hacer los siguientes pasos.

1 - Dividir la matriz de  $N \times N$  en 4 cuadrantes.

2 - Hacer iguales el 1º, 2º y 3º cuadrante e invertir el 4º.



b = bit - 0 ó 1 lógico.  
Código ortogonal C0 = 0 0  
C1 = 0 1

Todo código ortogonal y no ortogonal tiene su antipodal, que es el complemento del anterior.

Código antipodal C0 = 1 1    C1 = 1 0

Matriz de N\*N  
C0- 1 cuadrante 2 cuadrante A--b  
C1- 3 cuadrante 4 cuadrante A-inv b

Matriz de 2\*2  
Ortogonal Antipodal  
C0---0 1-----1 0  
C1---0 1-----1 0

### Generación de códigos ortogonales largos

- Código ortogonal corto 2\*2.
- Se genera una matriz de 4\*4 repitiendo la de 2\*2 (recursivo).
- Se genera una matriz de 8\*8 repitiendo la de 4\*4, y así sucesivamente para matriz de N\*N
- El complemento de la matriz para los códigos antipodales.

Como se mencionó anteriormente este proceso fue desarrollado por J. L. Walsh en 1923 conocido como código Walsh o código Hadamard.

Matriz de 4\*4

Ortogonal Antipodal  
C0---0 0 0 0 1 1 1 1  
C1---0 1 0 1 1 0 1 0  
C2---0 0 1 1 1 1 0 0  
C3---0 1 1 0 1 0 0 1

Con 4 bits se generan 3 códigos ortogonales. Por la siguiente ecuación:

$$N = 2^m - 1$$

donde hay m bits y se generan N códigos ortogonales.

#### A-1.4.6. Uso de los Códigos Walsh

El código de Walsh se usa en comunicaciones celulares, en específico en CDMA (IS-95). En CDMA se usa el código Walsh principalmente para realizar el Spreading y Des-spreading del espectro. Esto es la base de CDMA, asimismo para diferenciar un usuario de otro. Debido a que en CDMA no hay reuso de frecuencias y en lugar de asignar una portadora por usuarios se asigna un código a cada usuario.

Hay tres tipos diferentes de códigos PN usados en IS-95 CDMA.



### Walsh

- Usado para el forward link spreading a través de una banda de 1.2288MHz. Con una longitud de 64 bits, 64 códigos ortogonales, con una velocidad del código = 1.2288Mb/s.
- Para el identificador de los móviles se asigna un código Walsh diferente por cada usuario.
- W0 = código Walsh 0, usado en el Pilot channel.
- W1-W7 = usado en los Paging channels (7 canales de voice).
- W32 = usado en el Sync. channel.
- W8-W31 y W33-W63 = usados en los Traffic channel.

### Código PN largo

- Con una longitud de 42 bits,  $2^{42}-1=4.398 \times 10^{12}$  códigos PN y una velocidad del código = 1.2288Mb/s.
- Usado para el reverse channel spreading y data scrambling (en forward path).

### Código PN corto

- Longitud de 15 bits,  $2^{15}-1=32767$  códigos PN y una velocidad del código = 1.2288Mb/s.
- Usado para la identificación de la célula en el reuso de células.

El número de usuarios idealmente es de 64 por portadora. Sin embargo los códigos utilizados en Forward Link quedan 55 canales para el tráfico. Cada usuario contribuye con ruido al sistema, por lo que el número de usuarios que pueden compartir el mismo ancho de banda es limitado.

### A-1.4.7. Concepto DS-CDMA

#### En el tx:

**D** = datos de baja velocidad a tx.

**C** = código PN de alta velocidad.

**Y** = D EXOR C.

#### En el rx:

**Y** = datos recibidos de alta velocidad.

**C** = el mismo código PN.

**D** = Y EXOR C.

Ejemplo del funcionamiento del sistema con multiusuarios es:

#### Usuario 1:

Tx de datos -- D1 = **0000 0000**

Código Walsh del usuario 1 -- C1 = **0011 0011**

Transmisión del usuario 1-- Y1 = D1 EXOR C1 = **0011 0011**

#### Usuario 2:

Tx de datos -- D2 = **0000 0000**

Código Walsh del usuario 2 -- C2 = **0000 1111**

Transmisión del usuario 2 -- Y2 = D2 EXOR C2 = **0000 1111**



### Usuario 3:

Tx de datos – D3 = **0000 0000**

Código Walsh del usuario 2 – C3 = **1100 1100**

Transmisión del usuario 2 – Y3 = D3 EXOR C3 = **1100 1100**

Rx de datos del usuario 1 de la Tx del usuario 1 -- D1 = Y1 EXOR C1 = 0011 0011  
EXOR 00110011 = **0000 0000** (dato válido).

Rx de datos del usuario 1 de la Tx del usuario 2 -- D2 = Y2 EXOR C1 = 0000 1111  
EXOR 00110011 = **0011 1100** (ruido).

Rx de datos del usuario 1 de la Tx del usuario 3 – D3 = Y3 EXOR C1 = 1111 1111  
EXOR 00110011 = **1111 1111** (dato no válido).

Los otros usuarios que no tienen el mismo código aparecen como ruido en la señal deseada.

Si se utiliza el código antipodal de otro, se envía un dato válido. Como se ha mencionado se utilizan códigos ortogonales, pero un código Walsh y su Antipodal no son ortogonales, por lo que este caso nunca se dará.

## A-1.5. RECEPCIÓN DE UNA SEÑAL DE ESPECTRO ENSANCHADO-SINCRONIZACIÓN

El problema fundamental en el momento de recuperar una señal de espectro ensanchado reside en que se debe tener una réplica completamente sincronizada de la señal de código PN que se utiliza en el transmisor para ensanchar pues, de lo contrario, el efecto es equivalente a multiplicarla por otra secuencia diferente, esto es, como la que pueda corresponder a otro transmisor y por lo tanto, el resultado será cero. A consecuencia de ello o se manda una señal de sincronismo a los receptores, o hay que buscar un método para realizar una sincronización en forma local en el receptor. El proceso de sincronización se realiza generalmente en dos fases: adquisición y seguimiento.

### A-1.5.1. Fase de Adquisición

En primer lugar se ha de realizar una búsqueda tanto en tiempo como en frecuencia, de cara a sincronizar la señal ensanchada recibida con la secuencia ensanchadora generada localmente en recepción. Para ello se deben de resolver una serie de problemas, algunos de los cuales se mencionan a continuación:

- Incertidumbre entre la distancia transmisor/receptor lo que se traduce en una incertidumbre en el retardo de transmisión.
- Incertidumbre entre las velocidades relativas transmisor/receptor (va a resultar despreciable en el caso de un sistema como el que se va a tratar destinado a comunicaciones en interiores) lo que conlleva a un desconocimiento de la deriva en frecuencia por el efecto Doppler.
- Inestabilidades entre los relojes de transmisión y recepción que origina diferencias de fase entre ambas señales.
- Inestabilidades relativas entre los osciladores de transmisión y recepción lo que origina offsets de frecuencia entre ambas señales.

Los métodos de adquisición se basan en medir la similitud que existe entre la señal que llega y la generada internamente en recepción (Figura A-11) para, posteriormente, mediante un comparador decidir si las señales están en sincronismo. Existen diversas formas de realizar este proceso de correlación, mediante estructuras de correladores en paralelo, en serie, o sistemas mixtos.

### Estructura en paralelo

Si existe una incertidumbre de tiempo dada entre transmisión y recepción, se expresa ésta en función a su equivalencia con  $N_c$  chips. Para cubrirla, se sitúa una serie de  $2N_c$  correladores en paralelo de forma que a cada uno se le introduce el código ensanchador generado con una diferencia de retardo de medio chip,  $T_c/2$ . Cada uno de ellos hace la correlación de  $l$  chips y posteriormente, se compara las  $2N_c$  salidas de forma que, cuando en una de las ramas se tenga un valor por encima de un cierto umbral, se considera que se ha acertado con el retraso. En caso de que en todas ellas la salida se mantenga en un nivel mínimo, se habrá de modificar los retrasos de los correladores, ampliando así el margen de incertidumbre. El valor de  $L$ , número de chips que compara cada correlador, hay que fijarlo de acuerdo con un compromiso que se marque entre la probabilidad de elegir una secuencia incorrecta, que decrecerá a medida que aumenta  $L$ , y la velocidad de sincronización, que, por el contrario, crecería según disminuya  $L$ .

### Estructura en serie

La ventaja de este esquema es su menor coste y complejidad, puesto que únicamente se precisa de un solo correlador, aunque, como se habrá desprendido de la explicación de su funcionamiento, no sería útil para esquemas de alta velocidad a causa de que el tiempo máximo en el cual se adquiere el sincronismo se incrementa en un factor  $2N_c$ . Su funcionamiento es el siguiente: se compara el código generado con la señal que se recibe durante un período de  $l$  chips. Si la salida resultante se mantiene en un nivel inferior a un cierto umbral, se incrementa la fase de la señal utilizada en la comparación en 2 chip y se procede de nuevo a la correlación hasta que se sobrepase este límite y por tanto se considere adquirido el sincronismo.

De igual forma, es posible que se den estructuras que intentan aprovechar las ventajas y atenuar los inconvenientes de las dos anteriores, mediante esquemas que sean combinaciones serie/paralelo cuyo funcionamiento se deduce a partir de los dos precedentes.

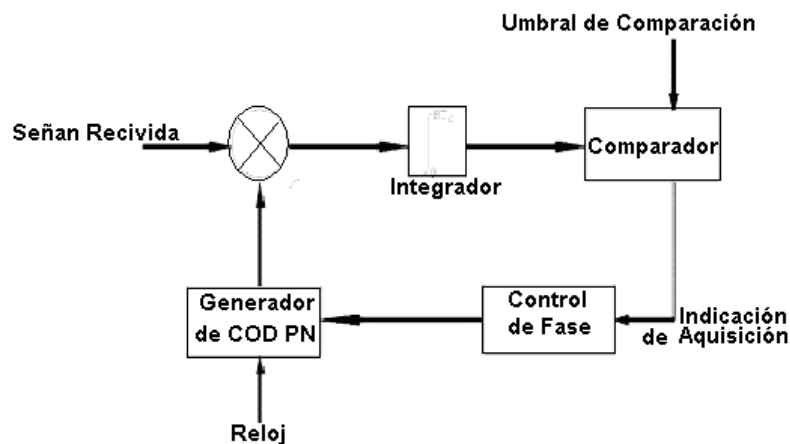


Figura A-11. Receptor de Señal de Espectro Ensanchado

### A-1.5.2. Fase de Seguimiento

Una vez que se ha finalizado el proceso anterior, esto es, se tiene sincronizada la señal, aunque con un error,  $t$ , que, según se puede deducir de las explicaciones anteriores, está acotado a un valor inferior a  $T_c / 2$ , comienza el proceso de seguimiento o "sincronización fina". Este se realiza mediante lazos de seguimiento que se clasifican habitualmente de dos formas: delay-locked loop (DLL) y tau-dither loop (TDL).

- DLL:** aquí se consigue la sincronización fina mediante la generación de dos secuencias del código ensanchador retrasadas una de otra un chip, esto es,  $g(t+T_c / 2+t)$  y  $g(t-T_c / 2+t)$ , que son introducidas cada una de ellas a un correlador al que también se le aplica la señal recibida que, en la Figura A-12 y siguiendo con el ejemplo seguido hasta ahora, se supone BPSK. A continuación, cada una de ellas pasa a través de un filtro paso banda con objeto de eliminar componentes espurias, así como a un detector de ley cuadrática que, del mismo modo, elimina los datos puesto que valor absoluto de  $X(t) = 1$ . Por último se combinan y forman la señal de realimentación  $Y(t)$  que gobierna un VCO que a su vez controla el generador de la secuencia de código, de manera que si  $t$  es positivo,  $Y(t)$  fuerza al oscilador a incrementar su frecuencia y viceversa en caso contrario. Cuando  $t$  se hace convenientemente pequeño, esto es,  $g(t) \approx g(t+1)$ , se multiplica el código  $g(t)$  por la señal recibida de forma que se desensancha ésta y por tanto, ya puede ser aplicada a un demodulador convencional del cual se obtendrán los datos.

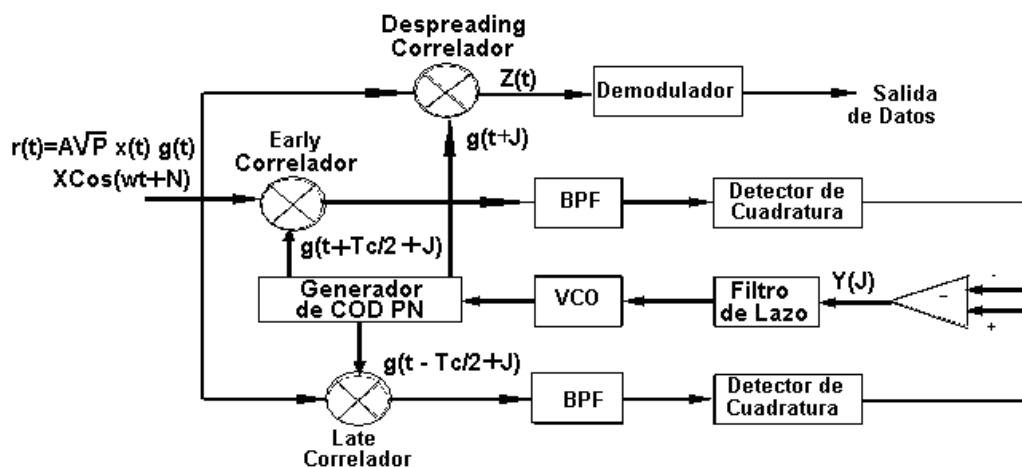


Figura A-12. Laço de Seguimiento DLL

- TDL:** El esquema anterior adolece de un problema importante, si hay un offset de continua entre las dos ramas,  $Y(t)$  no será cero cuando no exista un error nulo. Esto es resuelto en el sistema TDL (Figura A-13) debido a que únicamente se tiene una rama común a la que se le aplican las dos señales desensanchadoras desfasadas  $T_c$ , en tiempos alternos.

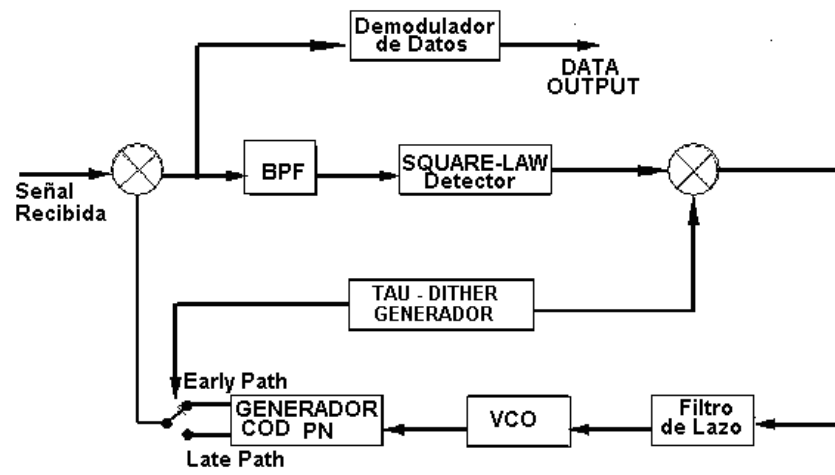


Figura A-13. Lazo de Seguimiento TDL





## BIBLIOGRAFÍA

[Http://quantum.ucting.udg.mx](http://quantum.ucting.udg.mx)

[http://mailweb.udlap.mx/~lgojeda/telecomsis/walsh\\_codes\\_generation/](http://mailweb.udlap.mx/~lgojeda/telecomsis/walsh_codes_generation/)

<http://mail.udlap.mx/~lgojeda/apuntes/sistcom/codigos.htm>