

**APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE  
PRÁCTICAS MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO  
SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN**



**VERÓNICA MUÑOZ BOLAÑOS  
DOLY ORTEGA GÓMEZ  
ODILA SOLARTE ZAMBRANO**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN MATEMÁTICAS  
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL  
SAN JUAN DE PASTO, ABRIL DE 2018**

**APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE  
PRÁCTICAS MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO  
SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN**

**Trabajo para optar al título de  
MAGÍSTER EN EDUCACIÓN – MODALIDAD PROFUNDIZACIÓN**

**VERÓNICA MUÑOZ BOLAÑOS  
DOLY ORTEGA GÓMEZ  
ODILA SOLARTE ZAMBRANO**

**Director  
Mg. OSCAR FERNANDO SOTO ÁGREDA**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN  
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN MATEMÁTICAS  
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL  
SAN JUAN DE PASTO, ABRIL DE 2018**

Nota de aceptación

---

---

---

---

Director\_\_\_\_\_

**Mg. OSCAR FERNANDO SOTO Á.**

Jurado\_\_\_\_\_

**Mg. MAGOLA DEL C. MEDINA C.**

Jurado\_\_\_\_\_

**Dr. RAMIRO MIGUEL ACEVEDO M.**

**San Juan de Pasto, abril 27 de 2018**

## Tabla de contenido

1. Presentación	6
2. Objetivos	19
2.1 Objetivo general	19
2.2 Objetivos específicos	19
3. Referente conceptual	20
4. Diseño metodológico y resultados	33
4.1 Unidad de análisis	35
4.2 Instrumentos para la recolección de la información	36
4.3 Técnica para el procesamiento y análisis de resultados	37
5. Intervención pedagógica: El microprocesador de Papy y la Caja de Polinomios como prácticas lúdicas para facilitar el aprendizaje de la suma de números enteros	48
6. Conclusiones y recomendaciones	68
7. Referencia bibliográfica	72
Anexos	77

### **Lista de cuadros**

Cuadro 1. Matriz de categorización	47
Cuadro 2. Relación estándares, derechos básicos (MEN), descriptores y contenidos (INENSEBEL)	51
Cuadro 3. Estructura secuencia didáctica “Me divierto sumando enteros con Papy y el plano cartesiano”	56
Cuadro 4. Análisis comparativo pre y post test	64

### **Lista de figuras**

Figura 1. Estructura de la investigación-acción	34
Figura 2. Momentos de la acción	34
Figura 3. Microprocesadores de Papy	58
Figura 4. Planos Cartesianos	58
Figura 5. Estudiantes trabajando con plano cartesiano	59
Figura 6. Estudiantes trabajando con el microprocesador de Papy	62

### **Lista de tablas**

Tabla 1. Unidad de análisis	35
Tabla 2. Instrumentos de recolección de información	36
Tabla 3. Técnica para el procesamiento de los resultados	37

## **1. Presentación**

La escuela existe, porque en ella se aprende lo que es el mundo y lo que es el hombre, por esto, el conocimiento se ha escindido en ciencias naturales y sociales. En el primer grupo caben las matemáticas, como fuente de conocimiento y a la vez como rama utilitaria para las demás ramas como la biología, la química y la física. En la otra rama aparecen conocimientos y valores éticos, morales y civiles que confluyen en las asombrosas respuestas que dan los grupos humanos. Desde el peldaño de lo natural se explica la sutileza, la armonía y el equilibrio, en la segunda, casi todo es sorprendente e inexplicable. Es decir, todo lo del mundo se explica con la matemática o la física y la química, todo lo del hombre es insondable y solo descriptible pero no explicable.

Por esto, es bueno ir a la escuela, a aprender del mundo y del hombre y es deber del maestro como compromiso esencial el de constituir medios que hagan eficiente y eficaz el aprendizaje. Son tres los objetivos que debe alcanzar toda actividad a realizar en el aula; despertar el interés, mantener la atención y colmar las expectativas de los estudiantes; propósitos cada vez más distantes de alcanzar en la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén, lugar donde se implementa la presente propuesta.

Este plantel, es una institución urbana, de carácter oficial, de modalidad académica, con una trayectoria de treinta y ocho años de formación. En la actualidad funcionan los niveles de preescolar, básica y media, ubicadas en diferentes plantas físicas que ofrece espacios suficientes para el desarrollo de las actividades escolares. Entidad bajo la orientación del rector, dos coordinadores y 40 docentes en las diferentes áreas del conocimiento.

Al revisar el Proyecto Educativo Institucional, es posible evidenciar que uno de sus objetivos es la formación de ciudadanos en los campos humanístico, cognoscitivo, tecnológico e investigativo, para que interactúen como parte activa del entorno belenita. Los estudiantes en general proceden de hogares con una fuerte tendencia al trabajo artesanal. El municipio de Belén es una región pionera en la industria del cuero, la mayor parte de la población depende de esta actividad y es un legado ancestral, aprendido de generación en generación; hablar del cuero de Belén, es la identidad de la región; de allí que, el posicionamiento de la región a nivel nacional exige que la educación de los niños y jóvenes sea rigurosa, práctica y con sentido de emprendimiento.

Por ello, en la vida social y laboral de un joven belenita es de vital importancia el aprendizaje de las matemáticas, porque desde el hogar está relacionado con operaciones numéricas y por supuesto, en la elaboración de piezas y formas en cuero: correas, maletas, maletines, cartucheras, bolsos decorativos, monturas y otra serie de artículos que se comercializan a nivel nacional e internacional, donde el artesano emplea el conteo, medición y resolución de problemas básicos con números naturales y con números enteros.

Los educandos comprometidos en este estudio pertenecen al grado séptimo; son 58 en total, de los cuales 27 son mujeres y 31 son hombres, con una edad promedio de 13 años, distribuidos en dos grupos (Séptimo A y Séptimo B). Como muestra se toma a 26 estudiantes, pertenecientes al Séptimo B, quienes denotan mayor dificultad, según resultados prueba diagnóstica realizada (Anexo No. 1).

Gran parte de ellos pertenecen al sector urbano, y algunos proceden del sector rural; son jóvenes de buenas costumbres, de hogares con una tendencia conservadora en su forma de pensar, actuar y vivir; hogareños, emprendedores y desde muy jóvenes les encanta liderar sus

iniciativas de trabajo; fieles a las tradiciones religiosas, les gusta el deporte y en sus ratos libres, practican algún tipo de actividad lúdica, como: el microfútbol, la lectura, la fotografía y los paseos y tertulias familiares. En la institución se insiste en el proyecto de vida, como política que promueva el interés por la superación personal.

A menudo se escucha decir: “A mí no me gustan la matemáticas”, “la matemática es tenaz”; estas expresiones indican que el aprendizaje de esta área resulta ser difícil para el estudiante. Problema que puede abordarse desde dos perspectivas: desde el docente, ya que, puede tratarse de algunas inconsistencias metodológicas; o desde el estudiante, por su actitud negativa y la concepción pesimista que posee respecto al aprendizaje de dicha asignatura.

Este estudio surge como alternativa o intento de dar respuesta a la pregunta: **¿Cómo mejorar el aprendizaje de la adición de números enteros?** Más que la búsqueda de una propuesta metodológica o didáctica, se trata de llegar a la construcción de nuevos escenarios de aprendizaje.

Y ¿por qué los números enteros? La aprehensión del concepto de número entero y sus reglas, es una de las bases que afianza procesos aritméticos para la vida, Pérez & Sierra (2012); a los estudiantes de grado séptimo se les dificulta comprender el concepto de número entero, enteros positivos y negativos, asimilar la noción de cero y su aplicabilidad en situaciones cotidianas.

En este sentido, más que hablar del problema, se trata de indagar una situación, un hecho real, que se presenta como una oportunidad para superar, no solo la visión pesada y compleja que los educandos poseen del aprendizaje de las matemáticas, sino transformar el sentido de “lo difícil y triste” por un “voy a intentarlo con agrado”. Con esta premisa, ellos pueden aprender la matemática, o sea, los números enteros, no ya como dificultad, sino como un reto, es decir, resuelven operaciones aditivas en diferentes contextos, como oportunidad para poner en juego

todo su potencial, creatividad y saber. En consecuencia, el maestro tiene que cambiar su papel, y convertirse en un dinamizador de nuevos procesos, un facilitador de experiencias interesantes para los estudiantes.

Se requiere desmitificar la concepción del aprendizaje como “un caos”, con la búsqueda de estrategias y elementos que resulten prácticos y que rompan con la cotidianidad del aula; lograr que los conocimientos no sean solo teóricos, a veces, con escasa conexión a la vida real, repetitivos e incluso utilizando las mismas formas y condiciones de trabajo; provocando fatiga, cansancio o desinterés en los estudiantes. Urge la elaboración y aplicación de diversas técnicas para comprender aspectos claves en el desarrollo cognitivo, habilidades, estrategias, rutinas y aspectos psicosociales que le permiten a los educandos aplicar lo aprendido.

Este estudio, busca explorar algunas alternativas didácticas que favorezcan el aprendizaje de manera creativa, lúdica y práctica de los números enteros, específicamente en la aplicación de la adición; por eso, se propone hablar de “prácticas matemáticas lúdicas”, que rompen con la tradición escolar de enseñar los números enteros sin el ejercicio crítico de su sentido y alcances, ofreciendo escenarios de aprendizaje que garanticen entre otras cosas: la participación del estudiante en la construcción de nuevos conocimientos, el respeto por los saberes previos y, sobre todo, su capacidad para interactuar con los recursos didácticos, comprender su significado, equivalencia y valor; iniciativa promulgada por el ministerio de educación nacional (MEN), cuando sostiene que “los recursos didácticos pueden ser materiales estructurados con fines educativos (regletas, fichas, cartas, juegos, modelos en cartón, madera o plástico, etc.); o tomados de otras disciplinas y contextos para ser adaptados a los fines que requiere la tarea”, citado por Castillo, (2014: 27).

Por tanto, la finalidad de este estudio es proponer prácticas matemáticas que desde la lúdica pedagógica, generen incentivos entre los estudiantes que los motive al aprendizaje significativo del saber sobre los números enteros, tratando de ir más allá de la simple convergencia del estudiante con una práctica lúdica, implementar situaciones que mejor se adapten a los intereses de los estudiantes de grado séptimo, al mismo tiempo, compartir saberes y experiencias en el aula en torno a la adición de números enteros.

El MEN, propone entre los estándares básicos de calidad: “Utilizar números enteros en sus diferentes representaciones y en diversos contextos para resolver problemas” MEN (2016: 84); por lo tanto, se proyecta que los estudiantes no sólo jueguen con los números enteros, sino que, sean capaces de desarrollar habilidades asociadas a los números y a las operaciones, que vayan más allá de la simple memorización y/o aplicación de reglas y definiciones; se trata de contribuir al ejercicio de un saber crítico, reflexivo, pero sobre todo, creativo en torno a la adición. Borjas (2009).

Además, este proyecto pretende mostrar cómo los números enteros pueden ser usados de diversas maneras en situaciones prácticas: como secuencia verbal (aspecto cardinal); para medir, marcar una posición (aspecto ordinal); etiquetar (una camiseta, un trabajo escrito); marcar una locación (dirección de una casa), o simplemente para pulsar una tecla de la calculadora. La novedad de este estudio recae exclusivamente en convertir las prácticas matemáticas en experiencias lúdicas de aprendizaje en el aula con aplicación a situaciones reales.

Existe el interés a nivel regional, nacional e internacional de profundizar en la búsqueda de alternativas para generar espacios atractivos en el aprendizaje de los números enteros, entre otras razones, porque en el diario vivir los estudiantes están enfrentados a resolver situaciones que requieren su uso: medir y ordenar cantidades de mayor a menor o viceversa, establecer fechas,

fijar posiciones en el espacio, medir la temperatura, o simplemente repartir. Los números enteros están presentes en la solución de ciertas situaciones, sin embargo su comprensión y sentido, aún no es claro entre docentes y estudiantes.

La investigación sobre números enteros más reciente corresponde a Maca (2016), el propósito de la misma es generar estrategias que permitan mejorar su estudio en el aula, quien hace importantes cuestionamientos a la forma usual o mejor, al uso de didácticas tradicionales para la enseñanza en el aula de los números enteros: “la preparación y ejecución de las clases se continúa desarrollando de manera tradicional dejando de lado la búsqueda de nuevas alternativas de enseñanza”, Maca (2016: 5). Esto implica trasladar el conflicto del estudiante al docente, porque para ella, es evidente que las prácticas matemáticas empleadas por los docentes están fallando en algo, o no son claras, o no son comprensibles. La revisión de estas prácticas obedece sin duda a establecer un nuevo escenario para la promoción del aprendizaje de los números enteros.

Hay necesidad de avanzar en la construcción de otros modelos metodológicos orientados a la construcción de nuevos conceptos matemáticos. Con los números enteros sucede algo similar, tantos años utilizando iguales procedimientos, tal vez, sin la comprensión del concepto mismo.

Los docentes de matemáticas, generalmente sostienen que algunos estudiantes no “cuentan con los saberes apropiados para su nivel”, estos vacíos conceptuales conducen al estudiante a una encrucijada; ¿cómo resolver un problema sobre enteros, si no tiene claro el concepto mismo? En conclusión, aquí se propone pasar del nivel simbólico al nivel matemático, sin embargo, recalca que la estructura de los estándares básicos de calidad y los derechos básicos de aprendizaje inician con el aprendizaje de los números naturales, luego se avanza a un grupo más grande que son los números enteros, a los cuales se les agrega un nuevo símbolo matemático, denominado el

signo negativo, ampliando su funcionalidad; y así, de manera sucesiva se aumentan estos conjuntos hasta llegar a los números reales, finalizando con los números complejos, el más extenso de todos.

Los estándares básicos de calidad, hacen énfasis en el papel del docente, orientador y dinamizador de procesos, responsable de enseñarles cómo comprender las matemáticas y su aplicación en el diario vivir. Se recalca en la búsqueda de la didáctica apropiada para la enseñanza de los números enteros, que recomienda estar ajustada a las características individuales o grupales y de acuerdo con el ritmo de aprendizaje de los estudiantes; por eso, el docente de matemáticas debe disponer de diversas estrategias y recursos metodológicos para hacer posible que el alumno pueda resolver operaciones que requieren el uso de los números enteros; proponen tener en cuenta: reconocer los conocimientos previos de los estudiantes, contextualizar la temática, buscar ejemplos claros y prácticos e identificar qué necesitan conocer, para que el aprendizaje lo hagan consciente, comprendiendo y relacionando situaciones de su contexto y de esta manera ser eficaces al resolver problemas básicos. Maca (2016: 32).

Maca, reconoce el papel protagónico del docente en la búsqueda de estrategias para la apropiación de los conceptos matemáticos, existe una relación conceptual y metodológica muy estrecha, porque le interesa concluir la correspondencia entre las diversas concepciones y prácticas sobre los números enteros, sin embargo, el punto de distanciamiento teórico, estriba en los autores y postulados.

La autora en esta investigación hace incapié en la necesidad de flexibilizar los procesos metodológicos para la enseñanza de los números enteros, y considera esencial que el maestro sea el primero en apropiarse del concepto mismo de número entero.

La investigación de Borjas (2009), recalca que los docentes de matemáticas con frecuencia manifiestan su descontento, respecto a las graves deficiencias de los estudiantes en la ejecución de operaciones elementales con enteros, que se evidencia en frecuentes errores en la resolución de problemas y ejercicios básicos para el nivel de cada uno.

Este estudio propone establecer la importancia de los números enteros y las dificultades que tienen los alumnos para su aprendizaje, instaurando como alternativa de solución generar procesos de aprendizaje en el aula, que cumplan con este requisito: sean más agradables y sobre todo, de más fácil discernimiento para los estudiantes; para Borjas, ellos deben ser orientados a la comprensión de los conceptos teóricos, procedimientos, relaciones y operaciones en el caso de los números enteros y que sean capaces de llevarlo al campo práctico. Las “actividades de aprendizaje” se desarrollan con el propósito de describir, explorar y corregir los problemas que tienen los estudiantes con respecto a las operaciones con números enteros, especialmente en cuanto a la adición y sustracción.

Entre las innovaciones de este estudio, recurre la autora al modelo operatorio de fichas, el cual consiste en desarrollar las operaciones de adición o sustracción con enteros empleando la recta numérica y plantear una operación, además, propone cuatro actividades de aprendizaje; la primera actividad se denomina: “números y fichas”, la segunda: “cálculo mental con números”, la tercera: “sumando números enteros” y la cuarta actividad: “restando números enteros”. Tal experiencia permite concluir que a la hora del aprendizaje de este conjunto numérico, se requiere mucha paciencia y creatividad en los docentes, hay momentos en que algunos estudiantes pretenden abandonar las actividades y como fruto de la constancia, otros intentan una y otra vez, al final ellos, incluso, van creando sus propios mecanismos para resolver las operaciones planteadas. Esta investigación resulta interesante porque profundiza en las actividades de

aprendizaje y al mismo tiempo, recalca que el manejo, dominio y comprensión de los números enteros en términos generales es complicado para el estudiante, por lo tanto, se deben diseñar nuevos recursos y estrategias de aprendizaje hasta lograr la meta deseada.

Las investigaciones citadas recalcan la importancia de la comprensión del concepto de número entero como condición indispensable para que los estudiantes puedan abordar situaciones que requieran de esta noción matemática; sin embargo, es evidente, la búsqueda de alternativas pedagógicas capaces de romper con la monotonía en el aula y el primer responsable de liderar estas innovaciones pedagógicas es el maestro.

Por su parte, Chaparro, Póveda y Fernández (2012) implementan diversas formas didácticas para favorecer el aprendizaje de los números enteros; la estrategia utilizada por esta investigación se denomina: “secuencia didáctica”, donde plantean una forma significativa y recreativa de enseñar los números enteros, sus representaciones y significaciones de una forma atractiva, a través del empleo de la lúdica en el desarrollo de cada una de las actividades y como una alternativa para lograr que el estudiante no quede con tantos vacíos, sobre el manejo de los números positivos y negativos durante su vida escolar, ofrece otras posibilidades en el aula: conceptualización de los números enteros, relaciones de orden, estructura aditiva y multiplicativa.

No obstante, la interpretación es la base esencial para que los estudiantes puedan aplicar la noción de números enteros; proceso que requiere paciencia, porque durante muchos años la enseñanza de este conjunto de números no había incorporado la noción de los enteros negativos y posteriormente la noción de cero; por consiguiente, el significado concreto de un entero negativo como una deuda, o como medida de una temperatura por debajo de cero, abrió el

camino para la aceptación inicial; pero quedaban por delante los problemas inherentes a las operaciones aritméticas con esta nueva clase de números.

El estudio de los números enteros implica la interpretación y aplicación del concepto y su significado como número relativo en diferentes contextos (físicos, geográficos), de medida (absolutos) y su ubicación en la recta numérica; la secuencia didáctica de Chaparro y su grupo investigador, parte de la visualización del estándar y se concreta a través de acciones individuales y grupales; en las primeras se reafirma los pre saberes del estudiante, sus avances y dificultades, en el contexto grupal el trabajo resulta más colaborativo y de mutuo aprendizaje.

Una de las conclusiones de este estudio señala la intervención del docente como un factor decisivo en el proceso, porque a medida que avanza la secuencia es necesario replantear actividades, problemas y establecer nuevas condiciones de aprendizaje; sin embargo, dejan claro, que no resulta fácil abordar los números enteros, por tanto, se deben explorar otras alternativas didácticas.

Con respecto al juego, recomiendan establecer reglas claras para avanzar de la simple recreación a la verdadera construcción de saberes; destacan al mismo tiempo, que la investigación fue una oportunidad para la negociación de saberes y el trabajo en equipo entre los estudiantes.

Para los fines del presente estudio, Maca aporta la necesidad de ahondar en las verdaderas dificultades de los estudiantes para el abordaje de los números enteros, precisando que el problema inicia en los docentes al no tener claro el concepto; Borjas, enfatiza en la importancia de buscar estrategias pedagógicas que permitan el aprendizaje crítico y creativo en el aula y Chaparro, Póveda y Fernández, ofrecen algunas alternativas pedagógicas que pueden ser

implementadas, teniendo en cuenta ciertas modificaciones por razones del contexto y de los objetivos que cada estudio pretende.

Castillo (2014), también tiene una serie de afinidades al referirse al aprendizaje de la adición y sustracción de los números enteros, lo que cambia, es el medio para lograrlo, el autor propone “los objetos físicos”, esta investigación plantea “las prácticas matemáticas lúdicas”, ambos dejan entrever una gama de posibilidades, hablar de objetos físicos involucra varios elementos, no agota el sentido ni el alcance del trabajo escolar; no obstante, a través de secuencias didácticas el autor se inclina por dos objetos físicos en concreto: la pista de carreras y el tren de los enteros. Los objetivos específicos de este estudio y de la presente investigación se asemejan mucho, porque intentan identificar dificultades, implementar la estrategia y evaluar el impacto.

Las actividades en el aula son variadas, los estudiantes tienen contacto con elementos materiales para solucionar ejercicios y para la ejecución de los problemas, el trabajo genera empatía entre los participantes y al final de la experiencia los resultados señalan que los estudiantes, a través de la manipulación de objetos físicos, construyen sus propios saberes. Otros aportes de este estudio son: la noción de número entero y las estructuras aditivas, el marco histórico de los números enteros, la complejidad de los números negativos, las diversas concepciones del cero y el sentido epistemológico de los números enteros.

Otero (2015), propone también una secuencia didáctica trabajando las operaciones con números enteros, utilizando materiales didácticos como herramientas facilitadoras del aprendizaje significativo y de la comprensión de estos conceptos, considera que materiales como: dados matemáticos, recta numérica en fomi, plano cartesiano en fomi y cartulina, dominós matemáticos, son objetos que pasan a ser mediadores en tanto, que a partir de las diferentes manipulaciones e instrucciones seguidas, le brindan al estudiante la comprensión de los

conceptos que se pretenden enseñar, siendo el material físico o concreto de gran aceptación entre los estudiantes. Asegura además que esta clase de materiales permiten interactuar e interrelacionarse con su medio a través del juego y la manipulación de objetos concretos, logrando de esta manera la conceptualización con ayuda de los sentidos.

Por su parte, Góngora y Cú Balán, afirman que se logra desarrollar una secuencia de actividades utilizando fichas, cartas, dados; brindando a los educandos la posibilidad de comprender con claridad desde sus diferentes perspectivas la concepción de los enunciados más comunes en el lenguaje aritmético y algebraico, a través de una actividad lúdica realizada en un ambiente de confianza, libertad y cooperación. Y deducen que la propuesta de la lúdica como estrategia requiere un ambiente adecuado que permita la construcción de conceptos y el desarrollo del pensamiento matemático por medio de una propuesta afectiva y emotiva que sirva para desmitificar la falacia del temor a las matemáticas y en su reemplazo, proponen espacios para aprender jugando.

Así mismo, Navia y Orozco (2012) proponen el diseño e implementación de una secuencia didáctica para la introducción al número entero desde una perspectiva didáctica, consideran valiosa esta estrategia, porque: permite hacer un análisis de problemas en el aprendizaje y enseñanza en matemáticas, pone a prueba los hallazgos teóricos en el contexto educativo, para después de la implementación, analizar la información y evidenciar si aún se observan los mismos problemas, tener un enfoque más amplio para crear estrategias que conlleven a resultados significativos acerca de este tema.

Concluyen, además, que la presentación de un contenido matemático a través de una serie de actividades organizadas en forma de una secuencia estructurada, logra el paso de un nivel básico a uno más complejo; en este caso, de lo concreto, intuitivo y contextual a un nivel más operativo.

Las autoras de esta investigación coinciden en que el uso del material concreto es de gran ayuda para la enseñanza y aprendizaje significativo de las matemáticas, porque consigue que el estudiante experimente el concepto desde la estimulación a partir de sus sentidos, iniciando con la etapa exploratoria, la que requiere de la manipulación de material concreto (observación, análisis), sigue con actividades que facilitan el desarrollo conceptual a partir de las experiencias recogidas durante la exploración y finaliza con la generalización y construcción del conocimiento.

## **2. Objetivos**

### **2.1 Objetivo general**

Facilitar el aprendizaje de la adición con números enteros a través de actividades lúdicas con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén.

### **2.2 Objetivos específicos**

- Realizar un diagnóstico del concepto del número entero y su aplicación en la adición.
- Diseñar y aplicar una secuencia didáctica basada en actividades lúdicas orientadas a facilitar el aprendizaje de la adición de los números enteros.
- Analizar el impacto de las actividades lúdicas implementadas en el aprendizaje de la adición de los números enteros.

### 3. Referente conceptual

Se busca que el aprendizaje de las matemáticas sea mucho más agradable y ante todo manejable para los estudiantes, en este caso de los números enteros (positivos, el cero y los negativos), para tener una base en el momento de llevarlos al campo práctico: al contar nuevos tipos de cantidades (como los saldos deudores), ordenar por encima o por debajo de un cierto elemento de referencia (las temperaturas superiores o inferiores a cero grados), calcular los pisos de un edificio (por encima o por debajo de la entrada al mismo).

La enseñanza de las matemáticas no consiste solamente en la transmisión de un conocimiento fijo y acabado, sino que además debe fomentar en el estudiante el agrado, la curiosidad y las actitudes que la hicieron posible y que la mantienen viva, de allí la importancia de involucrar el tema de la lúdica; aunque este concepto puede derivar en múltiples interpretaciones. Bajo este presupuesto teórico, en el presente estudio es relevante tratar los siguientes temas claves: números enteros, adición de números enteros, prácticas matemáticas, secuencia didáctica y lúdica y aprendizaje.

En el conocimiento matemático es importante distinguir dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el procedimental; de este modo, el primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser teórico, “producido por la actividad cognitiva”, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otras disciplinas; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Por su parte, “el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformarlas; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar

convincientemente”, MEN (2016: 50). Para abordar el conocimiento conceptual, es necesario iniciar esta reflexión retomando algunas nociones básicas en torno al sentido del número entero.

Hablar de los números enteros en el grado séptimo, es intentar ahondar en un mundo relativamente nuevo y tal vez desconocido para los estudiantes; aunque los números positivos y negativos están presentes en la historia de la humanidad. El primer conjunto de números que se utilizó fue el de los números naturales, definidos como todos aquellos números que sirven para contar. De ellos se excluye el cero, ya que si alguien no tiene nada, no hay necesidad de contar. El desarrollo de éstos dio origen a la aritmética y la geometría. Cuando el hombre en sus procesos de intercambio comercial, comenzó a tener deudas, aparece la urgencia de representar cantidades negativas, dando origen a los números enteros, los cuales incluyen además el cero.

Se entiende entonces, por este conjunto numérico la unión de los números naturales, el cero y las cantidades negativas. Hay tres clases de enteros: los enteros positivos; que equivalen a todos los naturales menos el cero, el entero nulo igual al número cero, y los enteros negativos, que corresponden a los opuestos de los números naturales.

Bajo esta perspectiva, los números enteros, son un conjunto de números que representan partes completas de algo, sin ningún tipo de fracción que los complemente o que les haga falta para completar unidades enteras de algo, por lo tanto, los números enteros no tienen parte decimal. Por ejemplo 10 sillas, 8 mangos, 20 personas, etc. Incluyen los números naturales ( $\mathbb{N}$ ) número cero (0) y a los números negativos que también sirven para representar situaciones como deudas, alturas por debajo de un nivel de referencia, conteos hacia atrás en el tiempo, etc.

Ejemplificando un caso, -5000 puede representar una deuda de \$5.000. Los números enteros posibilitan representaciones de situaciones en las que los números naturales no son útiles. En este mismo contexto es necesario tener en cuenta que el conjunto de todos los números enteros se

representa por la letra  $\mathbb{Z}$  que proviene del alemán Zahlen y equivalen a  $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$ . Los enteros negativos van precedidos del signo menos (-), como -5 o -3 (se leen «menos cinco», «menos tres») y son menores que todos los enteros positivos (1, 2,...) y que el cero. Cuando no se le escribe signo a un número se asume que es positivo, aunque también puede escribirse con el signo más (+) antecediendo al número, por ejemplo el número siete puede representarse como 7 o bien como +7, Castillo (2013).

El paso siguiente consiste en fijar el campo de actuación de los números enteros; la utilidad de los números positivos es diferente al uso de los negativos, por ejemplo, su ubicación es la derecha, que suma y en cambio, la posición de los negativos a la izquierda resta; pero aparece un problema mayúsculo: ¿qué hacer con el número cero?. Tal como lo señala Castillo (2013: 40): “en los números enteros las operaciones de suma y resta pueden ser entendidas como una sola operación de agrupación de cantidades, en ocasiones positivas, en otras negativas y a veces una combinación de ambas, positivas y negativas”, este procedimiento no es posible aplicarlo en los números naturales, por ejemplo:  $7 - 11$ ; no se puede sustraer una cantidad mayor de una menor; empleando los números enteros, lo que se puede hacer, es una agrupación de cantidades; una cantidad positiva (7) con una cantidad negativa (-11), cuyo resultado será una cantidad negativa (-4), y de este modo, podemos agrupar un sinnúmero de cantidades. ¿Cuál es el procedimiento para la adición de números enteros? éste varía atendiendo las siguientes consideraciones:

Para la suma y resta (agrupación) de dos números enteros es necesario tener en cuenta:

- Si ambas cantidades son positivas el resultado de la agrupación es la suma de las cantidades con signo positivo. Ejemplo:  $+15 + 19 = +34$
- Si ambas cantidades son negativas el resultado de la agrupación es la suma de las cantidades con signo negativo. Ejemplo:  $-18 - 12 = -30$
- Si una cantidad es negativa y otra positiva, el resultado de la agrupación es la diferencia de las cantidades efectuada de la siguiente forma: se comparan los números sin tener en cuenta su signo

y del número mayor se resta el número menor, el resultado de la agrupación es el valor de la resta con el signo del número mayor. Ahora un par de ejemplos:

Ejemplo1:  $-25 + 13 = -12$ , nótese que la diferencia entre 25 y 13 es 12 y la respuesta da negativa debido a que el signo del número mayor era negativo.

Ejemplo2:  $-30 + 48 = +18$ , nótese que la diferencia entre 48 y 30 es 18 y la respuesta da positiva debido a que el signo del número mayor era positivo”, Castillo (2013: 41).

Uno de los propósitos de este proyecto es revisar las prácticas pedagógicas empleadas por los docentes de matemáticas de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén, tal como lo señalan los estándares básicos de calidad y los derechos básicos de aprendizaje, el conocimiento conceptual es la base para que los estudiantes sean capaces de aplicar en situaciones concretas los números enteros; por eso, el docente debe avanzar en la construcción del saber procedimental; que está relacionado con la oportunidad de establecer mecanismos, estrategias y acciones, fruto de la planificación, creatividad y seguimiento del docente en el aula.

Cuando se habla de las actividades lúdicas, es necesario revisar en conjunto las prácticas matemáticas aplicadas hasta el momento y las actividades lúdicas innovadoras; ¿por qué?, puede resultar de acuerdo con los diferentes autores referidos, que la práctica matemática aplicada no cumpla con el requisito de ser lúdica. La idea no es entrar en un choque epistemológico sino más bien, describir de acuerdo con el testimonio de los mismos docentes, las prácticas utilizadas para el aprendizaje de los números enteros y cuáles son esas innovaciones que desde la lúdica pueden facilitar la apropiación y aplicación de los números enteros.

Las prácticas matemáticas no pueden convertirse en una simple memorización de procedimientos, se requiere establecer el sentido lógico, para que los estudiantes sean capaces de realizar operaciones aditivas a través de las actividades lúdicas que se les ofrece. ¿Qué son las actividades lúdicas?, el maestro tradicionalmente emplea para transmitir el saber, recursos o estrategias que hagan efectivo el conocimiento. Esos instrumentos o medios son los recursos

didácticos como el tablero, el televisor, el computador, la guía de trabajo, un libro, una cartelera, el comentario sobre una lectura; y puede realizar algunas actividades didácticas como por ejemplo: el trabajo en equipo, la exposición, el cine-foro, un conversatorio como resultado de la lectura de una noticia, ilustraciones, presentación en diapositivas, un video, la visita a la biblioteca, el trabajo en el laboratorio o el desarrollo de guías de trabajo en clase.

Las actividades lúdicas son aquellas acciones que involucran el juego, sin pretender evadir responsabilidades, se trata de actividades que son planificadas y direccionadas por el docente, que están enfocadas a la resolución de un problema en concreto o para potenciar cierto tipo de aprendizajes entre los estudiantes; se rompe con lo cotidiano porque son acciones donde los aprendices pueden compartir espacios, desarrollar movimientos corporales, pintar, componer historias, desarrollar acertijos, manipular objetos; esta serie de actividades pueden ser desarrolladas en el aula de clase y generalmente en espacios abiertos, donde haya mayor comodidad para realizar cada trabajo planificado.

Lo novedoso de las actividades lúdicas es la integración del estudiante y el profesor en una serie de acciones donde la presión del tiempo no importa, no hay autoritarismo, ni dependencia, sino un conjunto de acciones que involucra a todos y el beneficio es general; aunque uno de los riesgos de las actividades lúdicas es perder el norte de cada propósito, por eso, se requiere de una buena planeación y de la supervisión constante del proceso.

Qué es la lúdica?, “la lúdica como experiencia cultural es una dimensión transversal inmersa en la vida, no es: una práctica, actividad, ciencia, disciplina, ni mucho menos una nueva moda, sino que es un proceso inherente al desarrollo humano en toda su dimensionalidad psíquica, social, cultural y biológica. En consecuencia, la lúdica está ligada a la cotidianidad, en especial a la búsqueda del sentido de la vida y a la creatividad humana”, Jiménez (2010: 7).

De acuerdo con la visión del autor citado, la lúdica no es una actividad ni una moda, esto significa que no se puede afirmar que la puesta en escena de un juego en clase, como jugar con los dados para establecer cantidades para la adición de enteros, o jugar a la rayuela o evocar una ronda tradicional, o jugar a los crucinúmeros sea lúdico; la lúdica es la dimensión del ser humano, es entender que los niños al igual que los jóvenes necesitan ser estimulados para que logren desarrollar sus habilidades y destrezas; la rutina y la monotonía termina por “enfermar” al estudiante, lo encierra y lo encasilla, pierde el horizonte de las proporciones y no encuentra otras “salidas”.

Cuando el docente recurre a prácticas o actividades lúdicas, quiere decir, que intenta poner en funcionamiento la actividad cognitiva, la emocional y la física; entonces, mente, cuerpo y sentimientos se entremezclan para dar paso a la construcción del saber; “el juego surge como fruto de la acción o de una actividad cognitiva”, Jiménez (2010: 5), en consecuencia, la actividad lúdica es aquella que conjuga acción y razón, no se trata de jugar por jugar, por romper la rutina, por cumplir con un horario; la novedad consiste en explorar las múltiples opciones para que los estudiantes puedan de una manera racional, comprensiva, crítica y creativa resolver situaciones concretas de su entorno que requiere en este caso, el concurso de los números enteros.

El acto lúdico es un acto de recreación destinado a propiciar el desarrollo mediante acciones en pleno ejercicio de la libertad, esta necesidad nace desde la cuna y está presente a lo largo de la vida. En la infancia el juego contribuye a la formación física e intelectual, durante la adolescencia, la juventud y la adultez, favorece en la definición de la personalidad y la posibilidad de enfrentar y resolver retos que plantea la vida. En este estudio, para el desarrollo de las actividades lúdicas, se toman como marco de referencia, “el microprocesador de Papy” y la “caja de polinomios”.

¿Qué es la caja de polinomios?, “es un instrumento que permite volver tangible el conocimiento algebraico, puesto que con este juego el usuario aprende a través de sus sentidos, y de manera extraordinaria establece relaciones entre la dimensión simbólica y la experimental”, Soto & Lozano ( 2009: 7). Docentes de la Universidad de Nariño, del departamento de matemáticas y estadística, preocupados por las dificultades de los estudiantes en torno al aprendizaje de elementos básicos como la operación con polinomios, intentan retomar una vieja fórmula, de la geometría de Euclides, su estructura es compleja pero práctica, la caja de polinomios está constituida por 165 fichas, divididas en once clases y es un elemento bipersonal.

Pero es algo más; en realidad, la caja de polinomios es: un rompecabezas que media el juego operatorio algebraico, mediador del conocimiento, sistema de representación y una oportunidad docente, Soto & Lozano ( 2009); innovación metodológica que puede aplicarse sin ningún inconveniente al tema de la adición con números enteros, porque permite integrar varias habilidades entre los estudiantes, sentido crítico, creatividad, manejo de situaciones y resolución de dificultades y particularmente a nivel de secundaria, permite resolver y formular problemas aditivos de composición y transformación, comparación e igualación y problemas de multiplicación.

No obstante, más allá de los beneficios propiamente matemáticos, al igual que otros juegos didácticos, despierta sentimientos y actitudes positivas hacia esta rama del saber, disminuyendo así, el mito de que las matemáticas son aburridas.

Los seres humanos logran muchos aprendizajes durante los primeros años de su vida gracias al juego, entonces, ¿por qué quitar esta posibilidad en el proceso de aprendizaje de las matemáticas? está demostrado que el ser humano, sin importar la edad que tenga, jamás va a estar apático a jugar, y puede utilizar este gusto para realizar aprendizajes importantes que de otra manera podrían resultar aburridos o un poco rutinarios, Soto & Lozano (2009: 43).

También es necesario hablar del “microprocesador de Papy”, ¿qué es y cuáles son sus aplicaciones?

El microprocesador de Papy, es un instrumento diseñado para el aprendizaje de la organización de los números en base diez y las correspondientes operaciones entre ellos. Georges Papy, matemático belga, creó esta máquina para que los niños de los primeros grados se familiaricen con los sistemas de numeración y lleguen a la comprensión de los distintos tipos de agrupaciones por medio del juego de cambios. Los niños juegan con fichas, con semillas, garbanzos, lentejas o cualquier otro tipo de objetos pequeños que ellos puedan manipular con facilidad haciendo los cambios. Por esta razón, el microprocesador de Papy (MIC), se destaca como sistema de representación y la conexión que hace entre este material didáctico y la comprensión por parte de los niños de las estructuras multiplicativas y aditivas, Rubiano (2013: 667).

Por medio de esta estrategia lúdica los estudiantes pueden reconocer las relaciones y propiedades entre las operaciones básicas de la matemática con números naturales, además permite identificar algunas demandas lógicas que realizan los estudiantes a nivel mental, teniendo en cuenta los procesos y etapas seguidas en su desarrollo.

Aunque la caja de polinomios fue diseñada para realizar operaciones algebraicas y el microprocesador de Papy para comprender operaciones básicas con números naturales, se convierten en una oportunidad y en un reto para ser aplicadas a través de una serie de adaptaciones que conlleven a cumplir los objetivos del presente proyecto.

También, es necesario precisar, ¿qué es el aprendizaje en el contexto de esta investigación? Consiste en adquirir, procesar, entender y aplicar una información que es enseñada o adquirida mediante la experiencia a situaciones reales de la vida. De allí que, el aprendizaje pueda observarse tanto en los seres humanos como en los animales. No obstante, cuando se hace referencia a los seres humanos, el aprendizaje es el resultado de procesos de estudio, experiencia, instrucción, razonamiento y observación. Cuando este proceso se da en etapas más tempranas de la vida, durante la escolaridad, no solo supone la adquisición de nuevos conocimientos, sino que

también involucra la modificación de conductas, actitudes y valores en relación con la sociedad, permite adaptarse y saber cómo actuar en el medio en el que se vive y en las diferentes situaciones a las que con seguridad tiene que afrontar a futuro, Schunk (2012).

Este proceso es una actividad individual que se desarrolla en un contexto social y cultural; es el resultado de cogniciones individuales mediante las cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores), se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales (conocimientos), que luego se pueden aplicar en situaciones y lugares diferentes. Aprender no solamente consiste en memorizar información, es necesario desarrollar otras operaciones cognitivas que implican: conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y valorar. En conclusión, el aprendizaje es la capacidad para desarrollar habilidades, resolver problemas y proponer nuevas soluciones.

El principal referente teórico de este trabajo es el concepto de aprendizaje significativo, trabajado por Ausubel, quien lo define como la organización e incorporación de información en la estructura cognitiva de las personas. Parte de la premisa que en la mente de una persona existe una estructura donde se integra y procesa la información. El fundamento está en la forma como una persona tiene organizado su conocimiento previo a la instrucción. Se puede inferir que para Ausubel el aprendizaje se da de forma activa y establece como base las ideas relevantes que tiene el aprendiz sobre el concepto a desarrollar.

El significado que un educando le puede dar a un concepto, es lo que Ausubel denomina proceso de asimilación. Por tanto el papel del estudiante es esencial, se convierte en un procesador activo de la información, el aprendizaje es sistemático y organizado, ya que es un fenómeno complejo que no se reduce a simples asociaciones memorísticas.

El aprendizaje de las matemáticas es como dicen los niños, “el coco”, “el dolor de cabeza”, con un sinnúmero de historias desgarradoras sobre niños y jóvenes que por haber perdido el examen de matemáticas no logran graduarse o desertan del colegio. Sin embargo, el problema se relaciona con la falta de interés y desmotivación de los niños o jóvenes por las matemáticas. Estudios recientes en este campo, muestran que es probable recurrir a explicaciones de tipo clínico, asociado con factores emocionales y sin duda, la falta de métodos apropiados para la enseñanza y la cualificación del docente del área.

Piaget (1991: 11) es pionero en definir como la maduración de los esquemas de pensamiento y el desarrollo físico y emocional son elementos que transitan por etapas o fases en los niños y adolescentes; desde esta perspectiva, es necesario comprender la formación de los mecanismos mentales en el niño para conocer su naturaleza y su funcionamiento en el adulto; en otras palabras, el equilibrio se logra a medida que evoluciona y se ajustan las estructuras mentales, físicas y psicológicas.

El aporte de este autor resulta interesante porque permite comprender que en muchas situaciones los niños o adolescentes no logran apropiarse de conceptos abstractos propios del lenguaje simbólico de las matemáticas; aprenden de memoria las fórmulas y los ejemplos que les dan en clase y si luego se cambia el enunciado de un problema se encuentran con una “muralla” que no saben cómo saltar, carecen de agilidad mental para razonar y deducir; la explicación científica es la capacidad de los niños y los adolescentes para comprender las operaciones abstractas y no está suficientemente desarrollada porque el lóbulo frontal del cerebro del que depende el razonamiento formal, es el último en madurar, en el entorno de los 20 años, Canovas, (2012: 82).

Así, el panorama cambia radicalmente; el docente debe leer y hacer más trabajo de campo, indagar más en las motivaciones y en las características individuales de cada estudiante, Martínez (2012: 41); medida que permite elaborar una “radiografía” que contiene entre otras categorías: intereses, habilidades, destrezas y dificultades más notorias del estudiante. Los niños no ven mucha relación entre lo que aprenden en el aula y su entorno porque los conceptos que les explican son aprendizajes para un uso posterior, no les solucionan ningún problema cercano, así que resolver ecuaciones no puede competir ni de lejos con el atractivo de un partido de fútbol, de un videojuego o de un chat con los amigos, actividades que además; no solo requieren menos esfuerzo, sino que adicionalmente logran impactar al niño o al joven porque le señala un camino diferente de aprendizaje, de acercarse a lo desconocido, de resolver problemas, basado en un juego de estrategias desde una experiencia lúdica, Ramírez (2009: 3).

El saber teórico no está desligado del saber práctico, el aprendizaje significativo es posible cuando algo se torna interesante y deseado; luego, es capaz de aplicarse en diferentes situaciones de la vida real. Sin embargo, en las aulas con marcado énfasis en la pedagogía tradicional, hay necesidad de revisar cuanto antes, las estrategias y las prácticas pedagógicas y evaluativas que emplea el maestro para convertir el aprendizaje de las matemáticas en una experiencia fascinante, lúdica y creativa, utilizar los juegos en momentos para el aprendizaje significativo es una manera de romper con lo cotidiano y acercar al estudiante a la novedad. A la hora de aprender, si un niño no entiende algo, el aprendizaje será superficial y su recuerdo poco duradero, no puede asumir los nuevos conceptos explicados, y su contacto con las matemáticas acaba siendo negativo porque lo asocia a consecuencias desagradables: castigos, gritos, pérdida de las evaluaciones, el famoso cero de calificación... y termina evitando y odiando las matemáticas porque al problema intelectual le suma factores emocionales.

Por lo tanto, se hace necesario la implementación de secuencias didácticas, interpretadas como un camino que: permite organizar de manera sistemática el trabajo de los estudiantes y del maestro en un periodo determinado de tiempo, facilita la profundización del conocimiento en el contexto en que se produce; convirtiéndose en una información relevante para el educando a través de la cual se proporciona espacios de relación entre el saber previo y los nuevos conceptos, centra al aprendiz en la aplicación de esquemas generales de comprensión y razonamiento, motiva la necesidad de seguir aprendiendo, potencia las propias formas de pensamiento, reafirma la comprensión del contexto socio cultural y lo hace partícipe de la evaluación y promoción de su propio aprendizaje interactuando con sus compañeros.

El trabajo en equipo cumple una función esencial en la secuencia didáctica, también es considerada como una opción para aquellos estudiantes que presentan dificultades y tienen la posibilidad de aprender con la colaboración de aquellos más aventajados; de igual manera se fortalecen las relaciones interpersonales asumiendo responsabilidades, acatando normas, cumpliendo reglas, entre otros valores de los miembros que desarrollan este tipo de estrategia.

En la secuencia didáctica el actor fundamental es el estudiante, dado que, es quien, con la mediación del maestro, identifica problemas, cuestiona sus antecedentes y analiza sus efectos. De acuerdo con Zabala Vidiella, las actividades de las secuencias didácticas deben tener en cuenta los siguientes aspectos esenciales o propósitos generales:

- Indagar acerca del conocimiento previo de los alumnos y comprobar que su nivel sea adecuado al desarrollo de los nuevos conocimientos.
- Asegurarse que los contenidos sean significativos y funcionales y que representen un reto o desafío aceptable.
- Que promuevan la actividad mental y la construcción de nuevas relaciones conceptuales.
- Que estimulen la autoestima y el auto concepto.
- De ser posible, que posibiliten la autonomía y la meta cognición. (Enrique, 2007) citado por Sánchez (2012).

La secuencia didáctica no es ni pretende ser la solución definitiva a la diversidad de problemas pedagógicos y didácticos que enfrenta la enseñanza y el aprendizaje de la escritura o de cualquier otra habilidad; es otra forma de desarrollar las prácticas educativas al interior del aula. Es un espacio de acción pedagógica y didáctica con una proyección sociocultural. Ramírez (2010: 149), de allí la importancia de tomar la decisión de adoptar otras formas de impartir, orientar y correlacionar los conocimientos matemáticos, reto que invita a la reflexión para modificar aspectos de la práctica enseñante y replantear la labor docente.

#### 4. Diseño metodológico y resultados

Esta investigación se aborda desde el paradigma cualitativo, entre otras razones porque tiene como finalidad, la descripción de las cualidades de un fenómeno (dificultad en el aprendizaje de los números enteros), procurando ahondar en las causas que lo originan (factores de tipo metodológico y actitudinal) y al mismo tiempo, se impulsa a la búsqueda de alternativas para la solución efectiva del mismo (implementación actividades lúdicas), en una situación cotidiana (adición con números enteros); bajo unas condiciones específicas (uso de la caja de polinomios y el micro procesador de Papy) se convierten en parte de la innovación pedagógica; con el propósito de mejorar y transformar la realidad (desarrollo de competencias básicas). Bajo estas circunstancias el tipo de investigación que mejor se ajusta a esta problemática educativa, es la investigación acción, bajo los principios de Eliot, quien la define como:

Un estudio de una situación social con el fin de mejorar la calidad de la acción dentro de la misma; con unas características especiales: conjuga la teórica con la práctica, es participativa, es flexible (se pueden hacer ajustes de acuerdo con las circunstancias de la investigación, como replantear los objetivos, metodologías o estrategias); es una práctica reflexiva que favorece un clima de análisis permanente al interior de los participantes; pero sobre todo, es interpretativa, es decir, asume el investigador la responsabilidad de hacer lecturas críticas constantes e incorporar decididamente aquellos elementos que requiere para el logro de los objetivos de la investigación, Murillo ( 2012: 24).

Eliot propone ajustar el proceso metodológico a cuatro momentos básicos: “**Planificación:** identificar el problema, diagnosticarlo y plantear la hipótesis acción o acción estratégica. **Acción:** llevar a cabo dentro de la práctica docente la hipótesis establecida en la planificación.

**Observación:** la observación implica la recogida y análisis de datos relacionados con algún aspecto de la práctica profesional. **Reflexión:** constituye la fase que cierra el ciclo y da paso a la

elaboración del informe, consiste en interpretar los datos recogidos en la observación”, Murillo (2012: 30).



Figura 1. *Estructura de la investigación-acción*

Fuente: Esta investigación

En el momento de la planeación, los docentes-investigadores establecen y seleccionan el tipo de actividad que se requiere implementar de acuerdo con la meta de aprendizaje; de este modo, se planifican actividades orientadas a: motivación y sensibilización, exploración de pre saberes (aplicación prueba diagnóstica), fundamentación conceptual, conocimientos procedimentales, refuerzo y retroalimentación, evidencias de aprendizaje (evaluación de impacto).

En el momento de la acción, se articulan cinco procesos básicos:



Figura 2. *Momentos de la acción*

Fuente: Esta investigación

La exploración consiste en establecer los pre saberes del estudiante, respecto al tema de trabajo, luego es necesario fijar las reglas del juego, los estudiantes participan de una especie de ensayo o simulación a fin de lograr la comprensión de cada actividad de trabajo, después se pone en marcha el trabajo, se observan los avances, el producto y se hace inferencias sobre los resultados.

Durante cada una de las actividades lúdicas la observación es un factor decisivo porque permite conocer el comportamiento de los participantes en cada una de las pruebas o actividades lúdicas, qué hacen, cómo se comportan, de qué hablan, qué dicen, qué les gusta más y también escuchar sus comentarios; porque al final, en el proceso investigativo se convierten en una valiosa información para entender o reorientar la dinámica de la investigación. La planeación, acción y observación, son tres momentos paralelos, que no pueden excluirse sino integrarse, el investigador planea, aplica, observa y sobre todo, reflexiona sobre los avances, cada acción, cada momento de interacción con el grupo de estudiantes y profesores que participan del estudio, es objeto de la deliberación, porque hay necesidad de leer y comprender el comportamiento de los participantes, escucharlos, observarlos, pero sobre todo, acompañarlos en el proceso de construcción de nuevos saberes.

#### **4.1 Unidad de análisis**

Tabla 1. *Unidad de análisis*

<b>Participantes</b>	<b>Secundaria</b>	<b>Total</b>
Estudiantes	26	26
Docentes	2	2

Fuente: Grupo de investigación

Nota. La unidad de análisis corresponde a estudiantes y docentes de la I.E. Nuestra Señora de Belén.

## 4.2 Instrumentos para la recolección de la información

Tabla 2. *Instrumentos de recolección de información*

<b>Instrumento</b>	<b>Descripción</b>	<b>Participantes</b>
<b>Cuestionario</b>	Dirigido a establecer los pre saberes de los participantes respecto a la noción, aplicabilidad y modos de resolver situaciones cotidianas con números enteros, al igual que se aplica al final del proceso para establecer los avances y saberes adquiridos. Se aplica exclusivamente a estudiantes de grado séptimo.	26
<b>Encuesta</b>	Aplicada a estudiantes para recolectar información relacionada con el agrado que manifiestan por el aprendizaje de las matemáticas.	26
<b>Entrevista</b>	Aplicada a docentes responsables del área, con el fin de recolectar información relacionada con la metodología y recursos utilizados en la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas en el grado séptimo.	2
<b>Guías</b>	Las actividades lúdicas se planifican, se aplican, se hace observaciones y se establece inferencias sobre el conjunto de las acciones en el aula. Una guía lúdica implica una estructura orientada a dinamizar el trabajo en el aula que se ajusta a sus propias reglas.	26

Fuente: Grupo de investigación

**Nota. Los instrumentos están orientados a la captura, tratamiento y procesamiento de la información.**

### 4.3 Técnica para el procesamiento y análisis de resultados

Tabla 3. *Técnica para el procesamiento de los resultados*

Técnica	Descripción
Triangulación	<p data-bbox="406 388 1315 609">Los resultados obtenidos de la aplicación de las encuestas iniciales se confrontan con los resultados atendiendo al comportamiento de los estudiantes y docentes; en un primer momento se intenta establecer los elementos afines y aquellos donde no hay acuerdo.</p> <p data-bbox="406 630 1315 852">En un segundo momento se tiene en cuenta las opiniones de los educandos sobre las estrategias implementadas y se contrasta los resultados obtenidos en el pre test con un post test, igualmente para establecer puntos en acuerdo o discordancia. Al final del proceso se establece una reflexión sobre los resultados alcanzados.</p>

Fuente: esta investigación.

El formato del pre – test de esta investigación, cuenta con 10 preguntas en las que se indaga sobre los conceptos básicos de los números enteros, relaciones de orden y realización de sumas con números enteros (Anexo 2).

El objetivo del cuestionario presentado como prueba diagnóstica, es el tener un acercamiento hacia las fortalezas y debilidades identificadas en los aciertos y fallos conceptuales presentados, se pretende además conocer las habilidades, aptitudes y destrezas que poseen los estudiantes con respecto a la operatividad de la adición con el conjunto de los números enteros.

Las preguntas a resolver son de dos tipos: 5 de problemas simples y 5 problemas complejos, en los que deben reconocer la diferencia entre número entero positivo y negativo, relaciones de orden, resolver situaciones y expresiones aritméticas, que involucran la suma de enteros.

Estructuras sintácticas, sentido y significado de las operaciones y pensamiento numérico básico para que puedan dar continuidad a la temática propuesta por los lineamientos y estándares básicos propuestos por el MEN.

Los resultados obtenidos de este cuestionario evidencian el problema que se presenta por falta de manejo del pensamiento numérico, que según McIntosh, (1992), citado por Borjas (2009), se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación al usarla en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones. Este pensamiento, juega un papel muy importante para que los estudiantes sepan escoger, desarrollar, estimar y usar los métodos más adecuados de cálculo tanto escrito como mental.

Para contrastar los resultados obtenidos de los educandos con la opinión que tienen los docentes que dirigen el área de matemáticas en el grado séptimo, se realiza una entrevista (Anexo 3) en la que manifiestan que el desempeño académico es regular, concluyen que les falta conceptualizar acerca del conjunto de los números naturales y así mismo de los números enteros; otra de las dificultades presentadas es que tienen falencias al realizar aplicaciones a través de situaciones problema, porque aquí deben razonar y pensar. Según Pizarro (1985), el rendimiento académico es la forma de medir las capacidades correspondientes o indicativas que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona aprende como resultado de un proceso de formación y desde el punto de vista del alumno, define el rendimiento como la capacidad respondiente de éste frente a los estímulos educativos, con la posibilidad de poder ser interpretado según objetivos o propósitos educativos preestablecidos.

El rendimiento académico se convierte en una forma de medir el aprendizaje logrado en el aula; sin embargo, aquí participan muchas otras variables externas al estudiante: la calidad profesional del maestro, el ambiente del aula de clases, la familia, los programas educativos, etc., y variables psicológicas o internas, como la actitud y disposición hacia la asignatura, la inteligencia, la personalidad, las actividades que desarrolla el estudiante etc. El grupo

investigativo considera que es muy importante plantear acciones que contribuyan a mejorar esta deficiencia.

Los entrevistados están de acuerdo también, en que la suma y la resta de números enteros, son los temas que presentan mayores dificultades en este grado, “confunden la utilización adecuada de los signos, además, prefieren aprender cualquier proceso matemático de forma mecánica y no aplicarlo a situaciones cotidianas”. Y en efecto, la prueba diagnóstica aplicada por el grupo gestor, en tópicos como identificación de números enteros, orden y aplicación de los mismos en problemas simples, demuestran la falta de dominio en temas que se consideran esenciales para los demás niveles del conocimiento, al respecto, los docentes consultados manifiestan que el manejo del conjunto de los números enteros y en especial, el de la adición de enteros, es esencial para la matemática de grados superiores.

Es importante, tener presente que el aprendizaje del número no solo se realiza a lo largo de toda la educación básica, sino que sufre transformaciones a fin de lograr que estas enseñanzas puedan realizarse y permitan alcanzar aprendizajes duraderos, hacer explícitos los obstáculos conceptuales que se dan al pasar de un sistema de numeración a otro y además alcanzar unas competencias en el manejo de un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos necesarios para la Educación Básica y Media y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración con los que se representan tal como lo plantean los Estándares Básicos de Competencias (2006).

Las prácticas matemáticas no pueden convertirse en una simple memorización de procedimientos, se requiere establecer el sentido lógico, y una manera de llevarlo a cabo es proponer actividades agradables para mejorar el gusto en el desarrollo de esta asignatura, porque

como lo menciona Ausubel “para aprender de manera significativa, quien aprende debe querer aprender”.

Por ende, también se aplica a los estudiantes una encuesta (Anexo 4), que tiene 10 indicadores relacionados con el grado de aceptación hacia el aprendizaje y metodología aplicada en las clases de matemáticas, cuyos resultados indican que en lo referente a la motivación e interés por esta área, para una gran parte de los estudiantes no es importante el estudio de esta materia, así lo corroboran los maestros cuando dicen que según lo que han indagado en sus aprendices, “en su proyecto de vida no consideran el estudio de una profesión que requiera el manejo matemático, y aunque el profesor les explica que todo en la vida está relacionado con las matemáticas así su interés no sea estudiar ingeniería y otras áreas afines, muchos de los estudiantes no le encuentran real aplicación”.

Por cierto, es desalentador observar que en promedio, más del 50% responden que: nunca o algunas veces les gusta aprender matemáticas, aprender muchas cosas de la matemática no es muy divertido, dedican escaso tiempo en casa para practicar ejercicios y resolver problemas de matemáticas, no preguntan para comprender los temas tratados en clase y se quedan con la duda.

Alonso (1991), habla que la intervención del profesor debe garantizar que el estudiante perciba o experimente que es competente (...) Esto puede verse facilitado si el clima de clase en el que se mueve el estudiante, los mensajes que recibe, especialmente se orientan a estimular la motivación hacia el aprendizaje, evitando los mensajes que implican una crítica y que subrayan la incompetencia del sujeto. Es imprescindible también que el profesor favorezca la autonomía. Desde esta perspectiva, el grupo investigador expone que, si los educandos no le ven utilidad a los conocimientos propios del área no encuentran suficientes razones para demostrar interés por

las clases de matemáticas; de allí que, es necesario realizar un aporte significativo desde una propuesta que ayude a solucionar esta problemática.

En cuanto a la metodología utilizada, uno de los entrevistados dice que “explica el tema, resuelve ejercicios, utiliza videos, realiza juegos para el orden de los números enteros”. Otro de los docentes opina que en un 80% es tablero y en un 20% busca alguna estrategia diferente, cajas, tarros, pedazos de cartulina, que se les coloca un signo; “el problema es el desorden que se presenta al realizar estas actividades, ellos no están conscientes de que se lo hace con el objetivo de que la clase no sea aburrida, por ello se ha disminuido esta práctica”

Las respuestas dadas por los docentes, confirman que las estrategias de aprendizaje están basadas en la clase magistral, siguen un enfoque algorítmico y calculista, la comunicación de saberes corresponde más que todo a un paradigma de transmisión verbal. En la realidad práctica los modos de enseñanza no se dan de una manera pura en que son descritos teóricamente, sino que el maestro, durante su actuación, utiliza elementos que las diversas metodologías le brindan. Los profesores deben dominar la puesta en acción de diferentes estilos para posteriormente aplicarlos en función de la situación de enseñanza deseada, Contreras (1998: 38); de esta forma, cada docente tiene una manera distinta de llevar la clase en la que se relacionan los elementos personales y el área objeto de enseñanza- aprendizaje.

Por su parte, los estudiantes opinan su agrado porque: los temas de matemáticas sean enseñados de manera atractiva, las clases sean con actividades diferentes a las que usan tan solo la explicación del profesor; pero la mayoría de ellos no deducen que juegos como: la rayuela, los dados, la pirinola, el parqués y el dominó, tienen estrecha relación con las matemáticas.

Pimienta (2012) en su libro Estrategias de enseñanza- aprendizaje, comenta, que estas estrategias son instrumentos de los que se vale el docente para contribuir a la implementación y

el desarrollo de las competencias de los estudiantes; con base en una secuencia didáctica que incluye inicio, desarrollo y cierre, es conveniente utilizarlas de forma permanente. El grupo investigador considera necesario que el docente conozca a sus estudiantes y plantee estrategias de enseñanza, para facilitar el aprender y aprovechar mejor el conocimiento impartido.

Uno de los profesores indica que utiliza el ábaco, el rompecabezas, el cubo Rubik para que ellos tengan idea del algoritmo y que a veces llenan crucigramas, el segundo dice que utiliza en un 20% los juegos, y sí aplica con mayor frecuencia situaciones problema para la comprensión de las temáticas. En discordancia con lo expuesto por los docentes, al realizar la encuesta se detecta que la mayoría de estudiantes preguntan ¿por qué los dados, dominó, acertijos, juegos? Lo cual conlleva a indagar si no han utilizado algún juego, ábacos, dados, goles a favor, en contra, etc. para entender mejor el concepto y aplicabilidad del número entero, a lo cual responden, que nunca lo han hecho.

En cuanto el juego con materiales tangibles como estrategia de aprendizaje importante en el área de matemáticas, los docentes entrevistados, señalan su utilidad porque aumentan la creatividad y despierta el interés, pero deben primero crearse en los estudiantes hábitos o una cultura de estudio, “que comprendan que, al realizar la aplicación de las mismas, es para facilitar el aprendizaje de alguna temática”. Varios autores opinan sobre el uso de objetos físicos, entre ellos, Castillo (2014), quien, tiene una serie de afinidades al referirse al aprendizaje de la adición y sustracción de los números enteros, lo que cambia, es el medio para lograrlo, el autor propone “los objetos físicos”. Esta investigación plantea “las prácticas matemáticas lúdicas”, ambos dejan entrever una gama de posibilidades, hablar de objetos físicos involucra varios elementos, no agota el sentido ni el alcance del trabajo escolar.

En el artículo “La importancia de lo tangible para el aula de matemáticas”, se manifiesta que los materiales no pueden ser sólo formas de dar respuesta a contenidos para explicarlos mejor, sino elementos de transformación y construcción para mirar con ojos matemáticos la realidad, (Alsina 1998) citada por Giménez , quien menciona que usar materiales tangibles en el siglo XXI, debe implicar, sobre todo, la consideración del material como activador de reflexión que permite al alumnado proponer problemas en un lenguaje diferente al escrito o simbólico. Las autoras de esta propuesta señalan éste como un aspecto fundamental con posibilidad de incidir en la motivación por el aprendizaje matemático; los juegos didácticos pretenden hacer las clases entretenidas, dinámicas, no rutinarias y de la misma forma lograr una mayor integración entre los mismos estudiantes al trabajar en equipo, mejorando así las relaciones humanas.

Como estrategia de estímulo y motivación, los docentes interrogados, manifiestan fomentar la consulta de los temas estudiados y compartir otros ejemplos o ejercicios diferentes a los expuestos en clase; además, insisten en que en el colegio la mayor motivación es la nota o calificación, si son buenas se sienten motivados y si no es así, sucede lo contrario, no les interesa aprender y como docentes coadyuvan a que sea de esa manera, porque “por cada cosa que hagan bien, damos un valor”.

En cuanto a que los educandos busquen otras alternativas para solucionar sus dificultades matemáticas, la encuesta demuestra que aunque a la mitad de ellos les cuesta esforzarse demasiado para aprender matemáticas, al 46% no le interesa preguntar para aclarar los temas tratados en clase, esto indica que como estrategia, tales disposiciones no están contribuyendo a mejorar lo planteado.

En referencia a tomar la nota como forma de estímulo, en un estudio realizado en la revista “Suma” concluye lo siguiente: “si un estudiante quiere terminar su tarea sólo para tener buena

nota, es probable que adopte una actitud defensiva, procurando sólo obtener el resultado correcto y no hacer errores. Pero si está intrínsecamente motivado para realizar una tarea, si en realidad la valora, correrá riesgos para mejorar su trabajo y probablemente se implicará en una exploración de la situación más profunda y tendrá en cuenta todo lo que le rodea. Además, añaden que es necesario diseñar propuestas didácticas de aprendizaje activo para lograr la motivación”.

Al respecto el grupo gestor del presente estudio, piensa que existen múltiples factores que influyen en la motivación, pero diseñar estrategias lúdicas puede resultar efectivo y ayudar en gran parte a lograr un aprendizaje matemático significativo. Así mismo conviene con lo que dice Padrón (2008) en que “para poder conducir, con éxito, el proceso de enseñanza-aprendizaje-evaluación de la Matemática se requiere, además de conocer bien los contenidos a enseñar y de saber transponerlos didácticamente, en forma adecuada, es necesario también, saber elegir las mejores estrategias para evaluarlos y considerar el afecto de los estudiantes en el desarrollo de estos procesos”.

En lo concerniente al por qué se denota apatía hacia las matemáticas, uno de los profesores dice: “no creo que les disguste como tal, sino la forma como el profesor no sabe llegar a los estudiantes con la matemática y hacen ver que esta materia es un problema, entonces pienso que lo importante es cambiar la estrategia de enseñanza para que vean la utilidad y la importancia de aplicarla a su vida cotidiana” y el segundo menciona que no piensa que les disguste, cree que es un paradigma que traen desde la casa, porque allá asustan al joven, diciéndole que la matemática es dura que deben estudiar más esta materia y otras afirmaciones que indisponen al estudiante, entonces, comenta “yo pienso que el trabajo del docente es quitar estas ideas, porque la matemática es una herramienta que se va a utilizar en todo”.

Al respecto (Padrón, 2008), citando a Guzmán, 1993 y Hernández 2001, sugiere que: “hay quienes piensan que la matemática es difícil de aprenderla, gusta a un reducido grupo de estudiantes, tiende a ser misteriosa, aburrida, compleja y resulta ser aborrecida u odiada por quienes no entienden, generando en consecuencia, frustración, angustia y aversión casi colectiva, en vez de satisfacciones por los logros obtenidos”.

Al finalizar la entrevista, los docentes convergen en que en general la falta de responsabilidad en las actividades contribuye para que los resultados no sean los más apropiados, de igual forma expresan la necesidad de buscar estrategias para reflexionar sobre lo que el estudiante está aprendiendo y no solo grabe mecánicamente, porque después se le olvida. Sugieren también que el proceso de enseñanza – aprendizaje desde sus inicios no debe ser mecánico y memorístico; mostrar el número no solo como un símbolo, sino que este concepto lo pueda aplicar a una situación real. Si el niño comienza a contextualizar desde temprana edad, desarrolla el razonamiento lógico matemático, el cual es necesario para todo.

Las autoras concuerdan con lo expuesto por los docentes, llegando a la conclusión de que “el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diversas maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático”, González (2006) citada por Borjas (2009).

De acuerdo con los resultados del cuestionario aplicado para diagnosticar fortalezas y debilidades en cuanto al manejo de la adición con números enteros, se constatan serias deficiencias en: el reconocimiento y contextualización de los números enteros, el proceso de abstracción y cálculo matemático, aplicación de juegos lúdico-didácticos e inadecuado direccionamiento de los mismos, y en general se denota apatía y desmotivación hacia el

aprendizaje de las matemáticas; aspectos considerados fundamentales para lograr un aprendizaje significativo. Sin embargo, en indicadores de la encuesta y entrevista aplicada a estudiantes y docentes, se vislumbra el aprecio y grado de validez que representan las estrategias pedagógicas para la construcción del conocimiento matemático, lo cual representa una información importante para tenerse en cuenta como punto de partida para construir una propuesta didáctica que conlleve a mejorar tales concepciones, como se detalla en la siguiente matriz de categorización:

Cuadro 1. *Matriz de categorización*

<b>OBJETIVO GENERAL:</b> Facilitar el aprendizaje de la adición con números enteros a través de actividades lúdicas con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén.					
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>CATEGORÍA</b>	<b>SUBCATEGORÍA</b>	<b>TÉCNICA</b>	<b>INSTRUMENTOS</b>	<b>RECURSOS</b>
Realizar un diagnóstico del concepto del número entero y su aplicación en la adición.	Fortalezas y debilidades del número entero.  Didáctica del docente.	Escaso reconocimiento del número entero. Dificultad en la adición de números enteros. Poca aplicabilidad del concepto de número entero en situaciones diarias. Apatía y desmotivación hacia el aprendizaje de las matemáticas. Escasa aplicación de juegos lúdico-didácticos e inadecuado direccionamiento de los mismos.	Prueba diagnóstica  Encuesta.  Entrevista.	Cuestionarios Pre test	Papelería  Fotocopias  Grabadora
Diseñar y aplicar una secuencia didáctica basada en actividades lúdicas orientadas a facilitar el aprendizaje de la adición de los números enteros	Aprendizaje significativo de la adición con números enteros.	Secuencia didáctica: <i>“Me divierto sumando enteros con Papy y el plano cartesiano”</i>	Observación directa.	Guías mixtas .- Construyamos nuestro plano cartesiano. .- Representando enteros en el plano cartesiano. .- Sumando números enteros en el plano cartesiano. .- Procesando con el sistema de numeración binario. .- Conociendo el microprocesador de Papy. .- Ordenemos números enteros con el microprocesador de Papy .- Sumando enteros con Papy Listas de cotejo.	Papelería  Microprocesador de Papy  Plano de la caja de polinomios  Fichas
Analizar el impacto de las actividades lúdicas implementadas en el aprendizaje de la adición de los números enteros.	Uso adecuado de estrategias propuestas.	Microprocesador.  Plano de la caja de polinomios	Observación directa.	✓ Listas de cotejo  ✓ Cuestionarios (Pre test y Pos test)	Papelería  Guías  Fotocopias

Fuente: esta investigación

## **5. Intervención pedagógica: El microprocesador de Papy y la Caja de Polinomios como prácticas lúdicas para facilitar el aprendizaje de la suma de números enteros**

Al igual que otras áreas del conocimiento, las matemáticas deben estar presentes en el proceso educativo para aportar con el desarrollo integral de los educandos, con la perspectiva de poder asumir los desafíos que las nuevas generaciones requieren, donde los aprendizajes sean de mayor alcance y más duraderos, en los que no solo se haga énfasis en el manejo de conceptos y operaciones mecánicas, sino en procesos de pensamiento que contribuyan significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

El estudio realizado, demuestra que el manejo de los enteros y en especial la adición con este conjunto de números, presenta muchas dificultades en los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén. La incorporación de los números negativos genera nuevas simbologías y reglas para números y operaciones, estas novedades con relación a los conocimientos matemáticos previos que traen los estudiantes, pueden ser la causa de las dificultades y obstáculos que surgen en esta etapa escolar, así lo manifiestan los resultados obtenidos en la aplicación de la prueba inicial y encuesta a estudiantes y entrevista a docentes que dictan esta área en el plantel.

Existen muchos estudios de investigación que incluyen este tema, por ejemplo Maca Díaz (2016) expresa que los números enteros forman parte de un grupo de conceptos que generan dificultad por su aprendizaje en el aula, Inojosa & Vegas (2014) concluyen que el conjunto de los números enteros permite a los estudiantes entender ciertas operaciones que les sirve para la resolución y comprensión de problemas matemáticos y a su vez contribuye al estudiante a familiarizarse con los números negativos y números positivos que forman parte de la recta numérica. Bruno A. (1997) hace referencia a que los profesores de estos niveles y numerosas

investigaciones (Vergnaud y Durand, 1976; kuchemann, 1981, Vergnaud, 1982; Conne, 1985; Bell, 1986) han puesto de manifiesto determinadas dificultades de los estudiantes al utilizar estos números, las cuales invitan a realizar una investigación sobre cómo enfocar el proceso de enseñanza de estos números y las actividades a seguir por los estudiantes en su aprendizaje.

Según, Ospina, B., & Alonso, los números enteros siempre han despertado interés y preocupación en docentes y estudiantes ya que son fundamentales en su formación académica, notándose una marcada dificultad en la asimilación y posterior práctica de los mismos, como consecuencia de aspectos sobre: vacíos en temas con los números naturales, y la falta de metodologías creativas y dinámicas que conlleven al educando a entender dicho tema.

Los resultados de estas investigaciones al igual que el presente estudio muestran la preocupación en cuanto al escaso reconocimiento del número entero, la dificultad en la adición de estos números y la poca aplicabilidad del concepto de éste en situaciones diarias. Razón por la cual en este trabajo, se implementa y desarrolla la secuencia didáctica denominada “*Me divierto sumando enteros con Papy y el plano Cartesiano*”, situada en la dimensión didáctica matemática y tiene como propósito general: propiciar un aprendizaje significativo del concepto y algoritmo de la adición de números enteros en los estudiantes del grado séptimo “B” de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén (INENSEBEL), para lograrlo proyecta: diseñar e instaurar la secuencia didáctica, como estrategia para mejorar la aprehensión y manejo del concepto y la operación de la adición con números enteros; adecuar e implementar el uso del Microprocesador de Papy y La Caja de Polinomios, como herramientas mediadoras para llevar a cabo las actividades propuestas y analizar los efectos obtenidos al implementar esta estrategia pedagógica, confrontando las actitudes y resultados.

Con esta implementación didáctica, se espera mejorar el pensamiento numérico de los educandos, y tal como lo proyectan los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006), mediante este pensamiento se plantea el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación.

La propuesta busca que los estudiantes precisen las ideas intuitivas que han construido sobre el concepto de número y de la operación de la adición a lo largo de su vida escolar, concepción que puede convertirse en un obstáculo para el estudiante; la comprensión de las operaciones que existen entre los números, las diferentes maneras de representación, sus propiedades, posibles caminos de solución en diferentes contextos y la manera de relacionarlos con los problemas de la vida cotidiana, ayudan a que se logre un desarrollo significativo en la formalización por parte de los estudiantes en el pensamiento numérico. Navia (2012).

Otro aspecto importante objeto de análisis en este trabajo es la pertinencia de la temática, puesto que los números enteros y las operaciones con ellos, son parte primordial para el desarrollo del pensamiento numérico, según los lineamientos curriculares, los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y los estándares básicos de competencias en matemáticas, en la distribución del conjunto de grados de sexto y séptimo, nivel en el que se da un periodo de transición muy importante, no sólo por los conocimientos matemáticos que allí se desarrollan sino por la transición de niños a adolescentes que están viviendo los alumnos en ese momento, el currículo se debe adecuar a los cambios en el desarrollo biológico, afectivo e intelectual, entre muchos otros, que están sucediendo.

Cuadro 2. *Relación estándares, derechos básicos (MEN), descriptores y contenidos (INENSEBEL)*

ESTÁNDARES CURRICULARES SEGÚN EL MEN	ESTÁNDARES BÁSICOS DE APRENDIZAJE	DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE	DESCRIPTORES PLAN DE ÁREA INENSEBEL	CONTENIDO MATEMÁTICO
<p>✓ Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).</p> <p>✓ Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.</p> <p>✓ Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para realizar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.</p> <p>✓ Reconozco propiedades de los números y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que) en diferentes contextos.</p> <p>✓ Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.</p> <p>✓ Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.</p> <p>✓ Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.</p>	<p><b>PENSAMIENTO NUMÉRICO</b></p> <p>✓ Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, la de las distintas formas de desigualdad y las de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.</p> <p>✓ Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.</p> <p>✓ Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en diferentes contextos y dominios numéricos.</p>	<p>✓ Comprendo el significado de los números enteros en diferentes contextos.</p> <p>✓ Interpretó a los números enteros y racionales (en sus representaciones de fracción y de decimal) con sus operaciones, en diferentes contextos, al resolver problemas de variación, repartos, particiones, estimaciones, etc. reconoce y establece diferentes relaciones (de orden y equivalencia) y las utiliza para argumentar procedimientos.</p> <p>✓ Utilizó las propiedades de los números racionales y las propiedades de sus operaciones para proponer estrategias y procedimientos de cálculo en la solución de problemas.</p>	<p>✓ Lee, escribe y usa los números negativos para modelar diferentes situaciones y los sitúa en la recta numérica.</p> <p>✓ Representa y comprende el significado de los números negativos en diversos contextos.</p> <p>✓ Compara números positivos y negativos y los representa en la recta real.</p> <p>✓ Ordena conjuntos de números positivos y negativos. Indica cuál es el mayor y cuál el menor.</p> <p>✓ Suma números racionales cualesquiera, en particular calcula sumas que incluyen números negativos y las representa en la recta.</p>	<p>✓ Conjunto de los números enteros.</p> <p>✓ Representación de los números enteros en la recta numérica.</p> <p>✓ Representación de puntos en el plano cartesiano.</p> <p>✓ Números opuestos.</p> <p>✓ Valor absoluto de un número entero.</p> <p>✓ Orden en los enteros.</p> <p>✓ Adición en los números enteros y sus propiedades.</p>

Fuente: esta investigación

En esta secuencia didáctica, se relaciona lo que se debe aprender desde los lineamientos matemáticos propuestos por el Ministerio de Educación Nacional Colombiano, teniendo presente los estándares, derechos básicos de aprendizaje (DBA) implementados desde dicha directriz y el plan de área del establecimiento en donde se lleva cabo la propuesta, como lo indica el cuadro No.5.

Se aspira a que este trabajo aporte ideas que beneficien la intervención didáctica de los docentes en función de las necesidades, las prioridades y expectativas de los estudiantes en las dificultades para la construcción de los conceptos, relaciones del número entero y la operación de la adición, motivando así, para que ellos busquen diferentes formas de solución y propongan alternativas que como ésta, puedan ser acogidas e institucionalizadas como parte del PEI INENSEBEL, o al menos en el plan de mejoramiento institucional.

La secuencia didáctica planteada está fundamentada, de tal manera que oriente el aprendizaje significativo, que según lo expuesto por Ausubel (1980), es un proceso según el cual una nueva información, se relaciona de manera no arbitraria ni literal, con aspectos relevantes presentes en la estructura cognitiva de la persona que aprende, llamados subsumidores o ideas de anclaje, los cuales pueden ser conceptos, ideas y proposiciones.

En cada etapa o fase de la secuencia se trabaja con el Microprocesador de Papy y el plano cartesiano de la Caja de Polinomios; materiales que permiten representar los números enteros de diferentes formas y a la vez implementar algoritmos operativos que le fundamentan la descomposición de los mismos, saberes previos presentes en la estructura cognitiva del aprendiz de séptimo grado y que van a relacionar de una manera más diferenciada y elaborada, ya que este material tiene un significado lógico, es decir, no es arbitrario y no aleatorio.

Por medio de esta estrategia lúdica los estudiantes pueden reconocer las relaciones y propiedades entre las operaciones básicas de la matemática con números enteros, además permiten identificar algunos procesos lógicos que realizan a nivel mental, teniendo en cuenta los pasos y etapas seguidas en su desarrollo.

Otra condición para que ocurra aprendizaje significativo es la disposición por parte del aprendiz para relacionar el nuevo material con el conocimiento que ya posee (Ausubel, 1980). Lo cual corrobora que la actitud del educando ante los nuevos conocimientos es fundamental para lograr que el proceso de aprendizaje como el producto esperado, no sean mecánicos o memorizados de forma literal.

Por su parte, Moreira (2005), plantea el aprendizaje significativo crítico como aquella perspectiva que permita al sujeto formar parte de su cultura y, al mismo tiempo, estar fuera de ella. El alumno contribuye en su aprendizaje sin dejarse dominar; maneja la información como un ser capaz con gran disponibilidad, donde el conocimiento es ante todo construcción.

Además, en este trabajo se asume la secuencia didáctica como una estrategia que permite inspeccionar ciertas acciones de pensamiento matemático, donde el discente es el eje central del proceso educativo, a quien se le brinda la oportunidad para participar de forma recreativa, reflexiva, crítica y a su ritmo; donde se promueve el diálogo, la deducción, interpretación, participación, actividades individuales, colaborativas, el trabajo en equipo. El docente es el orientador, el guía, quien elige una serie de materiales y actividades sistemáticas, programadas y significativas para la construcción del conocimiento por parte de sus estudiantes.

La secuencia didáctica para el currículo de matemáticas es de vital importancia, puesto que las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en esta disciplina escolar, conllevan a superar el aprendizaje pasivo; gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las

capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar materiales manipulativos, representativos y tecnológicos.

Para lograr una posición activa y una actitud positiva hacia la construcción y reconstrucción de saberes matemáticos, la secuencia didáctica de esta propuesta tiene en cuenta el modelo del Programa Todos a Aprender (PTA) del MEN, ligada al enfoque de resolución de problemas descrito por Polya, que consta de cuatro fases: comprensión del problema, concepción de un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva. Etapas que se evidencian en forma clara, teniendo en cuenta los siguientes pasos: Exploración, estructuración del conocimiento, transferencia del aprendizaje (aplicación) y refuerzo.

Respecto a su diseño las autoras la adaptan y desarrollan las siguientes fases: una llamada *Exploración*, donde, se diagnostican y analizan las características del alumnado desde el punto de vista cognitivo, los aprendizajes previos, su actitud, su estado socio afectivo, y su contexto; por medio de situaciones o interrogantes se lleva a los alumnos a exteriorizar sus conocimientos cotidianos en el entorno belenita del tema a tratar y así se establece la conexión entre los aprendizajes previos y el nuevo aprendizaje, lo que para la enseñanza de la adición de números enteros representa el punto de partida para la secuenciación de los contenidos: se empieza desde lo más sencillo hasta lo más complejo, en seguida se define estrategias adecuadas al nivel cognitivo del estudiantado, generando un proceso de interacción entre el docente y sus aprendices al compartir sus diferentes expectativas, inquietudes y puntos de vista; se utilizan los instrumentos y técnicas de evaluación pertinentes, desde la simple observación informal hasta las pruebas de valoración de aprendizajes previos. Para obtener esta información, esta fase exploratoria o de motivación, se lleva a efecto durante los primeros minutos de la clase.

La segunda fase refiere a la *Estructuración*, etapa en la que se entrega a cada estudiante una guía mixta, donde se ejecuta la parte teórica y práctica ejemplificada e ilustrada por el docente, mediante una exposición dialogada, de la que pueden formar parte discusiones grupales, exposiciones, lluvia de ideas o actividades que involucren también al estudiante en la construcción del conocimiento, de igual forma, se aclaran dudas y dificultades presentadas. Las guías son elaboradas de acuerdo con los requerimientos efectuados por el Magister Oscar Fernando Soto Ágreda, director de línea del presente proyecto.

La siguiente etapa es la *Transferencia*; en la que de manera individual o por grupos de dos o tres estudiantes resuelven la actividad propuesta en la guía, para verificar el dominio del tema por parte de los estudiantes, aquí, participan de forma activa proponiendo ejercicios para realizar en el tablero y en cada uno de los materiales que manipulan. Además, los estudiantes que demuestren mayor manejo de las estrategias, sirven de monitores para los compañeros que presentan alguna dificultad en el proceso.

Para finalizar, se realiza la *Evaluación formativa*; con el fin de valorar el avance en la enseñanza, aprendizaje e intervención en un momento dado, de igual manera, permite determinar si la planificación se está realizando de acuerdo con lo proyectado; estimación que suele ser inmediata gracias a los intercambios frecuentes y sistemáticos entre el docente y los alumnos en una actividad o tarea realizada en el aula. En estos casos, el docente utiliza la observación, el diálogo y la interpretación de lo que hacen y dicen sus estudiantes, para decidir qué apoyos necesita y hacer el respectivo seguimiento para reforzar lo que no se ha aprendido de manera apropiada. En el caso de quienes logran los aprendizajes propuestos, se pueden programar actividades para ampliar lo que aprenden, y para aquellos que no alcanzan todos los aprendizajes, se proponen actividades con menor grado de dificultad, Díaz y Hernández (2002).

En la propuesta se plantea una evaluación formativa que incluye situaciones problémicas en las que los estudiantes aplican lo aprendido; no es una mera declaración de contenidos, sino el desarrollo de competencias por medio de ejercicios, prácticas y solución de cuestionarios los estudiantes evidencian la adquisición del aprendizaje significativo alcanzado a lo largo del desarrollo de las actividades propuestas y con ayuda de una lista de cotejo se registran las características de situaciones asociadas al objetivo de estudio, se valora el proceso efectuado y con los resultados obtenidos se hacen los arreglos pertinentes. Además se presenta un ajuste curricular para los educandos con barreras de aprendizaje, la interdisciplinariedad que puedan presentar los temas estudiados con los diferentes proyectos institucionales, la bibliografía y materiales utilizados.

Cuadro 3. Estructura secuencia didáctica “Me divierto sumando enteros con Papy y el plano cartesiano”

<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN BELÉN NARIÑO – AÑO LECTIVO 2017</b>		
<b>SECUENCIA DIDÁCTICA:</b> “Me divierto sumando enteros con Papy y el plano cartesiano”		
<b>AREA/NÚCLEO TEMÁTICO:</b> Matemáticas		
<b>GRADO:</b> Séptimo B	<b>PERÍODO:</b> Tercero	<b>DOCENTE:</b> Verónica Muñoz Bolaños
<b>TIEMPO PROBABLE:</b> 20 horas clase		<b>TIEMPO REAL:</b> 22 horas clase
<b>OBJETIVO:</b> Propiciar un aprendizaje significativo del concepto y algoritmo de la adición de números enteros a través del uso del Microprocesador de Papy y el plano cartesiano de la Caja de Polinomios.		
<b>ESTÁNDARES DE COMPETENCIA:</b> <i>Pensamiento numérico</i> Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de igualdad, la de las distintas formas de desigualdad y las de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.		
<b>ELEMENTOS CONCEPTUALES</b> Plano cartesiano Sistemas de numeración decimal y binario Valor absoluto y números opuestos de los números enteros Relación de orden entre números enteros Representando números enteros en el plano cartesiano Suma de números enteros		

<b>ESTRUCTURA DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA</b>			
<b>EXPLORACIÓN</b>	<b>ESTRUCTURACIÓN</b>	<b>TRANSFERENCIA</b>	<b>EVALUACIÓN FORMATIVA</b>
Inicialmente se hace la motivación hacia el aprendizaje del tema, realizando algunos interrogantes sobre situaciones de la vida cotidiana que involucren los contenidos a estudiar.	Teniendo como referencia los aportes recibidos de los estudiantes, se profundiza a través de la lectura y análisis del contenido de la guía presentada (conceptos, historia, utilización y aplicación de los temas)  Guías Anexo 5	Lluvia de ideas sobre el tema a tratar. Lectura y análisis de guía de contenido. Verificación de ejemplos y prácticas propuestas. Realización de evaluaciones individuales, en binas o en equipos de trabajo. Corrección y aclaración de dudas presentadas en prácticas y evaluaciones realizadas.	Trabaja con responsabilidad y colabora con sus compañeros para la realización de las diferentes actividades expuestas. Presenta la evaluación formativa en forma oportuna. Demuestra manejo en la temática estudiada. En colaboración de sus compañeros, realiza las correcciones pertinentes en las prácticas presentadas. Manifiesta sentido de pertenencia con el material utilizado. Autoevalúa y coevalúa (desempeño, actividades y material utilizado), por medio de listas de cotejo.
<b>ADECUACIONES CURRICULARES</b>	<b>PROYECTOS TRANSVERSALES</b>		<b>BIBLIOGRAFÍA</b>
Para los y las estudiantes con barreras de aprendizaje, se proponen primero ejercicios con números positivos, luego con solo negativos y si es posible combinados.	<b>Educación ambiental:</b> Los educandos reciclan pedazos de cuero y realizan fichas para trabajar en clase.  <b>Educación para la sexualidad y construcción de ciudadanía:</b> Se propende por el trabajo individual, grupal y en equipo; respetando el género, aceptando diferencias y acuerdos que puedan generarse.		Estándares Básicos de competencias, MEN. DBA.  Saberes matemáticas 6 y 7. Editorial Santillana- Matemáticas 7. Editorial Santillana.  El minicomputador de Papy: sugerencias didácticas, Socas, <a href="http://www.sinewton.org/numeros/numeros/19/Articulo04.pdf">http://www.sinewton.org/numeros/numeros/19/Articulo04.pdf</a>
<b>RECURSOS:</b> Guía de contenido y de trabajo, microprocesadores de Papy, planos cartesianos, auxiliares de clase, textos, listas de cotejo.			

Fuente: esta investigación.

Como estrategia didáctica, para llevar a efecto la secuencia propuesta se toman dos mediadores: El microprocesador de Papy y el plano cartesiano de La caja de polinomios, instrumentos que hasta el presente estudio, se han utilizado para operar con números naturales; las autoras del proyecto hacen las respectivas adecuaciones, plantean guías y materiales, para que conjuntamente con la colaboración del presupuesto institucional, se hagan 30

microprocesadores y 30 planos cartesianos, y de esta forma, cada uno de los alumnos los manipule.



Figura 3. *Microprocesadores de Papy*



Figura 4 . *Planos Cartesianos*

Las guías son elaboradas con el fin de facilitar y orientar el proceso y manejo del plano cartesiano y el microprocesador de Papy; para que los estudiantes sean constructores de su propio conocimiento matemático, en diálogo e interacción permanente con sus compañeros, docente y con los recursos y materiales didácticos propuestos. Para su realización se sigue la estructura requerida en la secuencia didáctica planteada. (Anexo 5)

Para el inicio de la secuencia didáctica “Me divierto sumando enteros con Papy y el plano cartesiano”, se hace la exploración de pre saberes, mediante lluvia de ideas sobre: plano cartesiano, sistemas de numeración binario y decimal, valor absoluto, números opuestos, relaciones de orden; en la cual se denotan falencias y por lo tanto, requieren una retroalimentación, por tratarse de temas esenciales para el manejo y apropiación de las herramientas didácticas a utilizar, mediante la aplicación de guías (Anexo 6)

En seguida se presentan las guías que fortalecen la propuesta, iniciando con la representación de números enteros en el plano cartesiano de La caja de Polinomios; donde a través de una exposición dialogada, se narra un poco de historia sobre este instrumento pedagógico y se explica que con la ayuda de éste, se puede reconocer la existencia de los números negativos y también su operatoria para incorporar lo lúdico a la aprehensión del conocimiento. Después se orienta la manera de trabajar la adición de enteros con un dígito, luego dos y más dígitos en el plano cartesiano. (Anexo 7).



Figura 5. *Estudiantes trabajando con plano cartesiano*

En la realización de estas prácticas se observa en los estudiantes: curiosidad, agrado, interés, trabajo colaborativo y se nota que el plano cartesiano es una herramienta eficiente para el cálculo aditivo con números enteros.

Mediante la manipulación de este material lúdico didáctico, el estudiante percibe por medio de sus sentidos lo abstracto del número negativo y positivo y establece relaciones entre la dimensión simbólica y la experimental, así mismo realiza operaciones con más de un sumando de igual o diferente signo; esta innovación metodológica puede aplicarse sin ningún inconveniente al tema en estudio porque permite integrar varias habilidades entre los estudiantes: sentido crítico, creatividad, manejo de situaciones y resolución de dificultades y particularmente a nivel de secundaria, permite resolver y formular problemas aditivos de composición y transformación, comparación e igualación.

Es de resaltar que no se encuentran otros estudios realizados en donde se utilice el plano cartesiano como una herramienta para adquirir un aprendizaje significativo en la adición de números enteros. Mientras que el plano cartesiano de La Caja de Polinomios hace lo propio con solo la base decimal, el Microprocesador de Papy, como segundo mediador de la presente experiencia, mezcla los sistemas decimal y binario para representar y procesar la información.

De los estudios encontrados que han utilizado este intermediario como estrategia didáctica están el realizado por Gómez y Jurado (2011), quienes a través de la implementación del microprocesador de Papy, logran que los estudiantes asimilen y comprendan el concepto y operacionalización (suma, resta, multiplicación y división) de números naturales, para deducir otros conceptos importantes como la descomposición decimal, con lo cual pueden solucionar de manera rápida y sencilla, situaciones problemáticas.

De igual manera, Rios y Almeida (2013) en la revista *Pedagogía en Acción*, exponen el minicomputador de Papy como una estrategia didáctica para comprender y fortalecer las operaciones básicas, quienes concluyen que mediante esta estrategia lúdica los estudiantes reconocen las relaciones y propiedades entre las operaciones básicas de la matemática, además

permite identificar algunas demandas lógicas que realizan los estudiantes a nivel mental, teniendo en cuenta los procesos y etapas seguidas en su desarrollo, destacan también la motivación que este tipo de estrategias generan en los educandos, permitiéndoles enfrentar las situaciones problémicas en forma amena, cooperativa y con una buena dosis de creatividad.

Por su parte, Rubiano (2013), toma el mini procesador de Papy como instrumento de enseñanza de las operaciones básicas para alumnos con limitación visual, evidenciando que: Los estudiantes con baja visión asimilan la adaptación del material y comienzan a desarrollar estrategias para poder operar. En el aula inclusiva el uso de material mejora las relaciones entre estudiantes videntes y de baja visión, logrando una verdadera inclusión en donde se valoran las capacidades de quien los rodea. Las operaciones básicas son asimiladas con el uso del material y éste potencia el razonamiento lógico en los estudiantes, además de llevarlos a encontrar otro tipo de aplicaciones como puede ser los números fraccionarios.

El microprocesador de Papy, es un instrumento diseñado para el aprendizaje de los números, organizándolos en base diez y las correspondientes operaciones entre ellos, aplicando la agrupación y desagrupación. Los estudiantes utilizan fichas de igual color para operar números enteros positivos o negativos y de diferentes colores para calcular operaciones con diferente signo. También es de gran utilidad para que deduzcan y comprueben las propiedades de igualdad, desigualdad y de las operaciones en general.

Para utilizar el microprocesador de Papy, a cada estudiante se le facilita un prototipo diseñado por las autoras de la propuesta y las fichas para trabajar con él son elaborados por los estudiantes en cuero reciclado de la industria belenita, cartón o fomi para el desarrollo de las guías.



Figura 6. *Estudiantes trabajando con el microprocesador de Papy*

Al utilizar el microprocesador de Papy se requiere el manejo adecuado del sistema posicional de los números tanto binario como decimal, la comprensión del sistema decimal es determinante en el proceso de formalización de los algoritmos convencionales para las cuatro operaciones básicas y es primordial para el cálculo mental, permite desarrollar habilidades y destrezas numéricas. El estudiante advierte que existen muchas formas de descomposición de los números y que en consecuencia, algunas de ellas facilitan los cálculos y otros los complejizan, siendo estos factores sintónicos con la creatividad y el sello individual que debe imprimir cada persona al solucionar sus problemas.

Las observaciones realizadas y registradas en listas de cotejo (Anexo 8) demuestran el alto grado de aceptabilidad al trabajar con el microprocesador, aunque comparado con el plano cartesiano, demanda mayor grado de concentración y tiempo para la interiorización y aplicación de las reglas que éste requiere. La manipulación de este objeto en concreto, conlleva a que el estudiante realice varios procesos mentales, utilice diferentes mecanismos e incluso genere otros métodos para resolver operaciones o situaciones problemáticas.

En general, los comentarios emitidos por los educandos son favorables desde todo punto de vista, las actividades se tornan como un juego de fácil asimilación por la mayoría de los participantes, de igual manera lo corrobora el análisis de la prueba pos test aplicada; puesto que al resolverla demuestran facilidad para establecer relaciones entre las prácticas con el plano cartesiano y el microprocesador de Papy con el concepto y aplicación en procesos aritméticos, lo que genera seguridad y motivación para desarrollarla con óptimos resultados.

Al utilizar estas herramientas, se promueve también el sentido de pertenencia, el diálogo y la crítica constructiva, así mismo se les puede pedir que propongan situaciones problema relativas al análisis, composición, descomposición, interpretación del conjunto de los números enteros con sus propiedades y operaciones; adquieren habilidades de cálculo mental y razonamiento lógico matemático, afianzan otros conceptos de forma lúdica como ejercicios básicos de operaciones con polinomios; a partir de la manipulación se apropian de conceptos abstractos y descubren el uso didáctico que pueden generar en las operaciones matemáticas. De igual forma, se suscitan actividades colaborativas, el trabajo en equipo, el aprender del error y por ende el aprendizaje significativo.

Para analizar el impacto de las actividades lúdicas implementadas en el aprendizaje de la adición de los números enteros, se aplica una prueba post test similar al pre test, con la que se presume valorar los resultados obtenidos después de aplicar las estrategias expuestas; utilizando gráficas estadísticas se contrastan para así poder concluir, sugerir y tomar las medidas necesarias para que cumpla el fin proyectado, como se aprecia en el cuadro No.4

Cuadro 4. Análisis comparativo pre y post test

PRE TEST	OPINIÓN ESTUDIANTES	POST TEST	OPINIÓN ESTUDIANTES
<p><b>1° Cantidad que NO se expresa con un número negativo.</b></p> <p>El 57,7% responde correcto, el 42,3% no identifica que una consignación en el banco se expresa como un entero positivo.</p>	<p>La mayoría de los que acertaron en la respuesta consideran que la respuesta es lógica porque un entero negativo siempre se relaciona con pérdidas, desplazamientos hacia abajo. Otros opinan que son ejemplos cotidianos.</p> <p>Los que se equivocaron manifiestan que no consideran la palabra consignación como un ahorro o un valor positivo.</p>	<p><b>1° Cantidad que NO se expresa con un número negativo</b></p> <p>El 92,3% acierta y el 7,6% no identifica los ahorros en un banco como enteros positivos</p>	<p>Al desarrollar esta pregunta, exponen que se sienten seguros de su respuesta, pues relacionan las pérdidas, temperaturas bajo cero y desplazamientos hacia la izquierda con los números negativos. Las continuas prácticas con el plano cartesiano y el microprocesador de Papy, les han retroalimentado estos conceptos.</p> <p>Los 2 estudiantes que se equivocaron afirman que no leyeron bien el enunciado propuesto.</p>
<p><b>2° Orden descendente.</b></p> <p>El 26,9% responde bien, el 73,1% se equivoca al escoger el orden correcto que es: 10, 0, -1, -2</p>	<p>Los que presentan dificultades dicen que hubo confusión al ordenar estos números porque es muy difícil apropiarse de un nuevo conjunto de números en tan poco tiempo, aún confunden las relaciones de orden con los números naturales.</p> <p>Los 7 que acertaron comentan que eran pocos números para equivocarse.</p>	<p><b>2° Orden descendente</b></p> <p>El 77% responde bien, el 23% se equivoca al escoger el orden correcto que es:</p> <p>11, 2, 0, -5, -10, -100</p>	<p>Un gran número de los que acertaron, manifiestan que para ordenar estos números, relacionan la recta numérica con el diseño y aplicación de actividades en el plano cartesiano. Otros aclaran que primero ordenan los positivos por ser los mayores y luego los negativos para no equivocarse.</p> <p>Los 6 estudiantes que fallaron en la respuesta, dicen que aún tienen dudas sobre todo en el manejo de los números negativos.</p>
<p><b>3° Valor numérico.</b></p> <p>El 50% responde correcto, el 50% no reemplaza y calcula mal el resultado, si <math>a = -3</math>, <math>b = -5</math>, <math>c = 6</math> y <math>f = -4</math>,</p> <p><math>(a + b + c) + f = -6</math></p>	<p>La mitad afirma, que fue fácil reemplazar los números en las letras, porque son valores pequeños y la operatoria resulta es sencillo.</p> <p>Los 13 restantes, mencionan que se confunden cuando trabajan con números y letras.</p>	<p><b>3° Valor numérico.</b></p> <p>El 69,2% responde correcto, el 30,8% no reemplaza y calcula mal el resultado, si</p> <p><math>a = -5</math>, <math>b = -15</math>, <math>c = 10</math> y <math>f = 3</math></p> <p><math>(a + b + c) + f = -7</math></p>	<p>Los 18 que no presentan problema en este ítem, concluyen que el reemplazar en las letras los números propuestos no les causa dificultad, porque, esta operatoria la han trabajado en varias oportunidades con el plano cartesiano y el microprocesador de Papy, incluso con números más grandes (centenas, unidades de mil, etc.)</p> <p>Quienes fallaron opinan que tienen confusión al reemplazar los números por letras.</p>
<p><b>4° Situación en contexto, distancias.</b></p> <p>El 53,8% acierta y el 46,2% no realiza la operación correcta:</p>	<p>Los 14 que responden adecuadamente, manifiestan que emplean mucho tiempo para resolver este ítem, algunos lo hacen dividiendo el total recorrido por el submarino entre el número de horas y luego multiplican por 3 y otros representan la situación en la recta numérica.</p> <p>Los 12 que no logran deducir la respuesta indican que no comprenden el enunciado.</p>	<p><b>4° Situación en contexto, distancias.</b></p> <p>El 69,2% acierta y el 30,8% no realiza la operación correcta:</p> <p><math>53 - 8 = 45</math></p>	<p>Los que encuentran la respuesta correcta afirman que la situación planteada es de fácil comprensión porque solo basta asociar los avances como números positivos y los descensos como números negativos y resolver la adición correspondiente.</p> <p>Los 8 restantes señalan que confunden los conceptos de ascender y descender.</p>
<p><b>5° Situación en contexto, temperaturas.</b></p>	<p>De los pocos que aciertan, exponen que utilizan el gráfico mostrado para hacer el cálculo.</p>	<p><b>5° Situación en contexto, temperaturas.</b></p>	<p>Aquellos que marcan la opción correcta, expresan que los ejemplos con temperaturas tienen mucha relación con lo trabajado en el plano cartesiano, lo cual</p>

<p>El 34,6% responde bien, el 64,4% se equivoca en la variación de temperaturas.</p> <p><math>-10 + 5 = -5</math></p>	<p>17 que no precisan la respuesta, comentan que olvidan colocar el signo negativo a la temperatura bajo cero.</p>	<p>El 84,6% responde bien, el 15,4% se equivoca en la variación de temperaturas.</p> <p><math>-3 + 8 + 2 + -4 + -5 = -2</math></p>	<p>facilita su comprensión en diferentes contextos.</p> <p>De los 4 que no atinan con respuesta, 2 dicen que confunden los signos y los restantes que fue error de lectura.</p>
<p><b>6° Situación en contexto, entradas y salidas.</b></p> <p>El 23,1% opera de forma adecuada, el 76,9% no identifica el resultado correcto al calcular los ingresos y egresos presentados en un negocio.</p>	<p>6 que contestan bien, explican que es un caso de fácil comprensión, porque lo viven en su hogar.</p> <p>En cambio de los 20 que no responden con acierto, la mayor parte comentan que los valores son grandes y se confunden al hacer las operaciones, mientras que otros dicen que les da pereza resolver problemas matemáticos, ni siquiera los leen.</p>	<p><b>6° situación en contexto, entradas y salidas.</b></p> <p>El 88,5% opera de forma adecuada, el 7,7% no identifica el resultado correcto al calcular los ingresos y egresos presentados en un negocio.</p> <p>Uno no contesta este ítem.</p>	<p>Los 23 que no erran, manifiestan que el haber al practicar operaciones con números de más de 3 dígitos tanto en el microprocesador de Papy como en el plano cartesiano, posibilita habilidades para resolver esta clase de problemas.</p> <p>Los 2 que no marcan la clave correcta, indican que se equivocan al colocar las cantidades en el orden posicional correcto.</p> <p>Quien no contesta, menciona que deja este problema para el final, luego se le olvida y no lo resuelve.</p>
<p><b>7° Expresar numéricamente una situación en contexto.</b></p> <p>El 7,7% lo hace bien y el 92,3% comete errores al representar recorridos en un ascensor.</p> <p><math>1 + (-2) + 5 + (-2) + (-1)</math></p>	<p>2 que aciertan dicen que utilizan la ilustración del edificio, para seguir los desplazamientos.</p> <p>Los 24 restantes confirman que al corregir el cuestionario con la docente aclaran la diferencia entre ir 4 pisos hacia arriba con ir hasta el cuarto piso.</p>	<p><b>7° Expresar numéricamente una situación en contexto.</b></p> <p>El 26,9% lo hace bien y el 73,1% comete errores al representar recorridos en un ascensor.</p> <p><math>1 + (-2) + 5 + (-2) + (-1)</math></p>	<p>7 que tienen la respuesta correcta, aluden que el gráfico ayuda a entender la situación planteada; relacionan desde el primer piso hasta el 4 con el eje y positivo del plano cartesiano, y los pisos subterráneos con el eje y negativo.</p> <p>Los 19 que se equivocan confirman que no leen bien y confunden la expresión “hasta el 4°” piso con cuatro pisos hacia arriba.</p>
<p><b>8° Situación en contexto, desplazamientos.</b></p> <p>El 34,6% hace cálculos correctos y el 65,4% manifiesta dificultades al operar los desplazamientos de un ascensor.</p> <p><math> 1  +  -2  +  5  +  -2  +  -1  = 11</math></p>	<p>Aquellos que seleccionan la opción correcta, señalan que la situación planteada es fácil, solo es sumar los pisos desplazados por el ascensor.</p> <p>17 fallan, porque solo se limitan a sumar los valores que aparecen en el ítem anterior marcado, el cual era incorrecto.</p>	<p><b>8° Situación en contexto, desplazamientos.</b></p> <p>El 53,8% hace cálculos correctos, el 42,3%, manifiesta dificultades al operar los desplazamientos de un ascensor y el 3,8% no responde</p> <p><math> 1  +  -2  +  5  +  -2  +  -1  = 11</math></p>	<p>Quienes señalan el ítem acertado, comentan que para saber el total de pisos desplazados por el ascensor, hace referencia al valor absoluto de los números, no se tiene en cuenta su dirección (derecha- izquierda), por lo tanto, solo se debe sumar los recorridos.</p> <p>Aquellos que difieren en la respuesta, fallan, porque solo se limitan a sumar los valores que aparecen en el ítem anterior marcado el cual era incorrecto.</p> <p>Uno de ellos no responde porque no lo relaciona con el ítem anterior.</p>
<p><b>9° Pirámide numérica suma de enteros.</b></p> <p>El 42,3% completa la pirámide en forma apropiada, el 57,7% tiene falencias al deducir los valores convenientes.</p>	<p>11 que completan de forma adecuada la pirámide propuesta, confirman que aunque no han desarrollado esta clase de ejercicios, logran tener éxito, siguiendo la instrucción otorgada.</p> <p>El resto de estudiantes, comentan que se les dificulta entender, por ser la primera vez</p>	<p><b>9° Pirámide numérica suma de enteros.</b></p> <p>El 80,8% completa la pirámide en forma apropiada, el 19,2% tiene falencias al deducir los valores convenientes.</p>	<p>Los 21 que logran terminar con acierto la pirámide de suma de enteros, indican que les agrada esta clase de prácticas y más ahora que con ayuda de las estrategias implementadas, notan un avance en el proceso de cálculos matemáticos y la rapidez para desarrollarlos.</p> <p>Quienes cometen error en este ítem, aclaran que requieren de mucho tiempo</p>

	que resuelven este tipo de pregunta.		para lograr descifrar esta clase de acertijos.
<p><b>10° Aplicación de reglas aditivas.</b></p> <p>El 73,1% aplica bien la regla para adicionar enteros, el 26,9% presenta errores al adicionar enteros negativos.</p>	<p>Quienes contestan de forma correcta, expresan que solo siguen la regla aprendida para sumar números enteros.</p> <p>7 que se equivocan, objetan que aún no manejan muy bien las reglas para trabajar números con signo negativo.</p>	<p><b>10° Aplicación de propiedades aditivas.</b></p> <p>El 84,6% aplica de forma adecuada las propiedades para adicionar varios sumandos, el 11,6% demuestra dificultades y el 3,8 (1 estudiante) no responde.</p> <p><math>25 + (-28) + 38 + (-24) + (-33) + 17 + 52 = 47</math></p>	<p>22 argumentan que es muy fácil resolver esta clase de ejemplos matemáticos, solo agrupan los positivos y los negativos, los adicionan, para luego calcular la suma final. Es como estar usando las fichas en el recuadro azul y rojo del plano cartesiano o las fichas negras como positivas y las rojas como negativas en el microprocesador de Papy.</p> <p>Los 3 que erraron en la respuesta, explican que siempre olvidan revisar el signo del resultado.</p> <p>Y uno solo confirma que se le termina el tiempo y no se percató de que le falta una por responder.</p>

Fuente: esta investigación.

Al abordar un contenido matemático, a través de una secuencia de actividades estructuradas, se logra en los estudiantes el avance de un nivel básico a uno más complejo; en el caso de la adición de números enteros, de lo concreto, intuitivo y contextual a un nivel más operativo. Los resultados del pos test, demuestran progreso en la construcción del concepto de número negativo, el cero y el positivo en diferentes contextos: relativo, opuesto, como valor absoluto, al representarlo en situaciones habituales y relacionar propiedades.

Es evidente que el desarrollo del pensamiento numérico se ve beneficiado al usar el microprocesador de Papy y los planos cartesianos; materiales concretos que permiten entender los sistemas de numeración y el valor posicional de las cifras para interpretar el concepto de número y relacionar el simbolismo matemático de las operaciones con situaciones de la vida real. Por ejemplo demuestran que comprenden cuando un número deja de ser positivo para convertirse en negativo y lo que es más importante, representan numéricamente las situaciones problema presentadas en los cuestionarios y en las diferentes actividades propuestas en las guías trabajadas.

La mayoría de educandos ratifican que el uso de estos materiales contribuye a comprender el sentido y el significado de la adición como operación, no solo la interpretan como algoritmo convencional de calcular resultados, ahora logran deducir los procedimientos y los resuelven de manera acertada, alcanzando un desarrollo significativo de los contenidos propuestos. Reflejo de ello es que además de identificar los contextos como positivos, negativos o las operaciones adecuadas (sentido), reconocen el efecto que cada una de ellas causa para el resultado (significado). Aquellos que aún manifiestan deficiencias al determinar o resolver situaciones concretas, requieren retroalimentación para que lleguen a plantear y comprender las operaciones y propiedades formales de la suma.

Como se demuestra en las evidencias presentadas, los resultados son favorables, razón que compromete a las autoras para la aplicación de esta secuencia didáctica al grupo paralelo (Séptimo A), que también son parte de la población en estudio.

## 6. Conclusiones y recomendaciones

Los sistemas numéricos, son un derivado mental costoso en la historia, un proceso largo que al comienzo impidió el ejercicio operatorio; solo con la invención del sistema posicional hindú o arábigo se permitió su aplicación relacional tal y como se constituyen en las cuatro operaciones básicas. Toda operación viene explicada de manera exclusiva por medio de la razón, el mundo de los números y sus operaciones y relaciones vive en el mundo de las ideas.

Aprender a intervenir en el mundo de las ideas, a convivir en medio de las abstracciones resulta costoso y complicado y obliga a la escuela a actuar de manera creativa para vencer estos obstáculos. Esta razón explica, las bondades de crear proyectos de intervención como éste, que habilitan desde el mundo tangible y manipulable, objetos que median el ejercicio operatorio simbólico y establecen una relación itinerante entre lo tangible, lo simbólico y lo abstracto.

Es complicado y difícil idear materiales específicos para ser aplicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas dado su alto carácter abstracto. Resulta curioso entender que las matemáticas intervienen y modifican el mundo de las ideas y sin embargo procuran explicar el mundo real, el mundo de los objetos y es justo desde este mundo tangible que pueden idearse elementos como el microprocesador de Papy y la Caja de Polinomios que tienen la capacidad de modificar y transformar los procesos mentales concernientes a los cálculos mentales y a la aplicación de las propiedades de las operaciones aritméticas.

El hombre ha mantenido el interés en la construcción de instrumentos que permitan la elaboración de cálculos en las operaciones básicas con números naturales, enteros, racionales y reales y de hecho, se tiene en el devenir histórico los ábacos, los quipú incaicos, la yupana, las reglas de cálculo, las tablas de logaritmos, las sumadoras y hasta el computador. Cada uno de

estos instrumentos con una bitácora de uso que a veces resulta dispendiosa y abundante; su espectro operativo contiene gran cantidad de reglas.

Por el contrario, el microprocesador de Papy y el plano cartesiano de la Caja de Polinomios, resultan instrumentos con un uso basado en pocas reglas, dirigidos bajo un mismo objetivo, que es la descomposición de los números de forma tal que al aplicarse las propiedades de las operaciones, se facilite su cálculo a través de algoritmos simples y con ello conseguir la respuesta precisa; su uso tácito muestra de manera frecuente que son un recurso cuya frecuente utilización, no solo facilita los cálculos sino que se hace indispensable; pues recrea de manera lúdica cada cálculo operativo.

El empleo de los instrumentos como mediadores rebasa lo tangible e instala en el mundo de las ideas algoritmos propios, creativos y llamativos, poniendo una impronta personal al desarrollo de los ejercicios y problemas. Cada cálculo presenta varias vías de ejecución, existen muchos caminos, se diría, infinitos caminos cual más llamativo y atractivo. Esta diversidad de vías dignifica el trabajo estudiantil e impone el sello de propiedad intelectual al recorrido expuesto. De esta manera, aparecen hechos llamativos y naturales como los de una sana competencia entre los estudiantes, aumentar el ambiente de camaradería y cooperación, abrir las compuertas de la comunicación, aumentar los niveles de confianza es sí mismo y despertar vocaciones científicas.

En el trabajo de aula, donde el profesor funge como experto, la relación profesor estudiante se modifica, y a pesar de que en apariencia la autoridad docente se diluya puesto que en el juego operativo la apuesta confluye en la diversión, es decir, la actividad se hace tan placentera que hasta el mismo profesor se divierte, el respeto hacia el maestro aumenta. Así, al ingresar un mediador en el aula, no solo se modifican los roles sino que al tiempo, aparecen preguntas y

acciones de exploración que advocan por un objetivo escolar y es que los estudiantes aprendan a organizar sus propias preguntas y no solo a servir de receptor de una multitud de respuestas.

Esta intervención en particular, generó una dinámica insospechada e insostenible, pero produjo grandes satisfacciones al punto de permitir distinguir habilidades desconocidas en los estudiantes, de enriquecer al grupo y de dignificar la actividad del aprendiz rodeándolo de un carácter más humano. En sí misma, cada guía estudiada y resuelta resultó esperada y al ser ejecutada, se convirtió en menos fría y placentera. Para cada uno de los maestros que realizaron esta propuesta, ha resultado gratificante pues el grupo docente ha aprendido que este ejercicio profesional que se rodea de tanta libertad también amalgama la pasión por las cosas bien hechas.

Cabe recomendar que la intervención pedagógica propuesta y ejecutada, amplíe su horizonte y se comprometa dentro de la malla curricular de matemáticas donde tenga la capacidad de intervenir, incluso desde momentos tempranos. El uso del microprocesador Papy y de la Caja de Polinomios se extiende hacia otras operaciones básicas e incluso la Caja está desarrollada para el aprendizaje del álgebra de polinomios con coeficientes enteros y puede aplicarse en otros grados para que en el transcurso de la etapa escolar adquiera visos de familiaridad.

Esta intervención pedagógica ha descubierto que la actividad escolar requiere ser amena, que la responsabilidad del maestro es un reto ineludible y por ello, es quien debe indagar por la existencia y utilización de este tipo de materiales, ha develado que la curiosidad siendo innata, se traduce en la mejor patrocinadora del acto de aprender, ha resuelto el problema de la escasez de recursos, puesto que como instrumentos requieren de recursos financieros mínimos, casi nulos, ha sacado a flote con luz nueva que el acto más tierno que existe entre los humanos, entre tú y yo, es el acto de enseñar, ha dado un giro inesperado a la responsabilidad moral de cada humano que es trascender en cultura y en conocimiento. Todo esto, en conjunto es un desafío a la

formación de las generaciones que tendrán la capacidad de reordenar el mundo y que este grupo, desde su humildad se compromete con las otras instituciones pares, obligadas a formar bachilleres, a dar cuenta de las bondades del proyecto, de sus alcances y de sus motivaciones.

Las pocas reglas en el juego operatorio tangible para cada una de las operaciones, en particular para la adición que estudia este proyecto, la facilidad de su construcción y manejo, la naturalidad en que da paso al juego operatorio simbólico, que es al final el que cuenta, el modo en que se convierte en un paso divertido y ameno, son ingredientes que animan a convertir el proyecto en algo estable y duradero dentro del proyecto educativo institucional, no solo porque no trasgrede los lineamientos curriculares emanados del ministerio de educación nacional, ni los derechos básicos de aprendizaje, sino al tiempo, porque resulta que su utilización, su uso en el cálculo de cada operación, se convierte en un desafío, en un reto que se salva con creatividad y con éxito como se evidencia en la gran cantidad de testimonios que presenta el trabajo. En realidad, cada uno de los chicos que trabajó en el proyecto es un testimonio claro de que el aprendizaje puede resultar una actividad cargada de alegría y de ternura. Con ello, se cumplen los tres objetivos del trabajo escolar; despertar interés, mantener la atención y colmar las expectativas individuales y de grupo.

No solo basta destacar que los resultados académicos mejoraron en la medida en que los promedios de calificaciones subieron, sino también porque el rango entre las calificaciones obtenidas es más pequeño. Al dilatar la intervención es factible alcanzar mejores resultados y de hecho, el pronóstico de que la intervención del proyecto se haga dentro de otros contextos escolares es recomendable y para ello nos declaramos en divulgadoras y replicadoras de la experiencia entre los colegas y para aquellas instituciones que al examinar sus bondades, lo requieran.

## 7. Referencia bibliográfica

- Ausubel, David (1980). *Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo*. (4ª Edición). Ed. Trillas. México.
- Borjas Franco, D. Y. (2009). *Aprendizaje de los números enteros. Una experiencia significativa en estudiantes de grado séptimo de la escuela nacional de música*. Tegucigalpa : Universidad Pedagógica nacional.
- Canovas, D. A. (2012). *¿Por qué muchos estudiantes odian las matemáticas?*. Artículo. Cerebro, números y educación: Biblioteca nacional de España.
- Castillo Angulo, C. (2014). *Aprendizaje de adición y sustracción de números enteros a través de objetos físicos*. Palmira: Uninacional.
- Castillo Toro, L. G. (2013). *Estrategia didáctica de enseñanza utilizando las TIC para Aritmética de Números Enteros en grado octavo: Estudio de caso*. Medellín: Uninacional.
- Corbalán, F. y Deulofeu, J. (1996). *Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas*, Uno, 7, 71-80
- Díaz Barriga, F. y G. Hernández (2002), *Estrategias para la comprensión y producción de textos*, 2ª. ed., México, McGraw-Hill.
- Chaparro , O., & Poveda , D. (2012). *Jugando con los números enteros*. Duitama: Univalle.
- Chamorro, M. d. (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid, España: Pearson Educación S.A.

- Giménez, J. (2000). *La importancia de lo tangible para el aula de Matemáticas*. *Números*, (43-44), 47-52.
- Góngora Vega, Luis Ceferino, Cú Balán, Guadalupe. *Aprender matemáticas, jugando con números y signo*. Escuela Secundaria “Rafael Matos Escobedo” Universidad Autónoma de Campeche (México).
- Hernández Álvarez, J. L & Capllonch Bujosa, M. (2010). *Didáctica de la educación física* (Vol. 2). Ministerio de Educación.
- INENSEBEL. (2016). *Resignificación del PEI*. Belén.
- Jiménez, C. A. (2010). *La lúdica un universo de posibilidades*. Bogotá: Lúdica Colombia.
- Jiménez, Joaquín. Artículo. *La importancia de lo tangible para el aula de matemáticas*. p.52.
- J. Alonso. (1991). Motivación y aprendizaje en el aula. *Cómo enseñar a pensar*. Santillana, Madrid. p. 29-30. Recuperado de: <http://www.ujae.es/revista/reid/revista/n2/REID2art2.pdf> 1985
- Martínez, N. R. (2012). *Las diferencias individuales y el aprendizaje. Ensayo*. San Salvador: Editorial Universidad Don Bosco.
- Maca Díaz, A. (2016). *La enseñanza de los números enteros un asunto sin resolver*. Popayán: Unimanizales.
- Ministerio de Educación Nacional. MEN. (2016). *Derechos básicos de aprendizaje*. Recuperado de: <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/w3-article-349446.html>. Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. *Estándares básicos de competencias en matemáticas*.

Artículo. 75 p.

Ministerio de Educación Nacional. MEN (2017) *Programa Todos a Aprender 2.0 Ruta de Acompañamiento*. Recuperado de: [www.slideshare.net/mileog08/apertura-pta-2017-docentes](http://www.slideshare.net/mileog08/apertura-pta-2017-docentes)

Méndez Zúñiga, Alejandra. E. O. (2014). *Estrategias de Enseñanza - Aprendizaje en el entorno educativo*. México: Red Durango de Investigadores Educativos A.C. Contreras Jordán, 1998, p 38.

Moreira, Marco Antonio (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. Ed. Visor. Madrid. España.

Murillo Torrecilla, F. J. (2012). *Investigación-acción. Métodos de investigación en educación especial*. Barcelona: Grao.

Navia Ortega, Nathaly, Orozco Castillo, Vanessa. (2012). *Una Introducción al Concepto de Entero Enfatizando en el Número Negativo en el Grado Séptimo de la Educación Básica*. Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Santiago de Cali. 180 p.

Otero Macías, Ceneida. (2015) “*Estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números enteros con los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Ana de Castrillón*” Universidad Nacional de Colombia Medellín, Colombia.

Pérez, Pérez, Jamis y Sierra Dávila, Manuel S. (2012) *Concepciones de los docentes sobre la enseñanza de los números enteros y la coherencia que guardan con los lineamientos y estándares de competencia*. Sincelejo. Universidad de Sucre. 115 p.

Pimienta Prieto, J. (2012). *Estrategias de enseñanza-aprendizaje*. Docencia Universitaria basada en competencias, Ed.

Piaget, J. (1991). *Seis estudios de Psicología*. Barcelona: Editorial Labor S.A.

Pizarro, R. (1985). *Rasgos y actitudes del profesor efectivo*. Santiago de Chile: Pontificia Universidad Católica.

Pedagogía en Acción Colombia Revista Semestral Digital- Pedagogía en Acción //Nº1 / ISSN 2339-3912. Junio de 2013 En el 11ª encuentro colombiano de matemática educativa (ASOCOLME)

Quintero Jesús, Fernández Hawrylak María, Meneses Villagrà Jesús (2014). *Propuesta didáctica con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas*. ISSN: 1815-0640 Número 38. 160 p.

Ramirez Paris Colmenares, X. (2009). *La lúdica en el aprendizaje de las matemáticas*. Barranquilla: Universidad del Norte

Rubiano, D. C. (2013). *El mini computador de papy como instrumento*. Bogotá: Unidistrital.

Rubiano, Diana, Zolaque, Francy, Mantilla, Wilderson, Rodríguez, Christian. Revista Científica / Issn 0124 2253/ Octubre De 2013 / Edición Especial / Bogotá, D.C. El mini computador de papy como instrumento de enseñanza de las operaciones básicas para alumnos con limitación visual 1.

Schunk, D. (2012). *Teorías del aprendizaje*. México: Pearson.

Soto Agreda & Lozano, F. J. (2009). *Aprendizaje del Álgebra en grupos con discapacidad*. Pasto: Revista SIGMA.

Sánchez, 2012 *Propuesta didáctica para la enseñanza de  $(\mathbb{Z}, +, -)$  a estudiantes de séptimo grado.*

Ramírez (2010). *Competencia Argumentativa Escrita en la Educación Básica*. San Juan de Pasto. Universidad de Nariño

Revista Suma. (2017). *Como aumentar la motivación para aprender matemáticas*. pp. 23- 31

Robayna, M. S. (1989). *El minicomputador de Papy: sugerencias didácticas*. 49-61. REVISTA EMA. 1998, VOL. 4, N° 1, 16-31

Valencia, Nieves. (2013). *Principios constructivistas para la implementación de estrategias constructivistas en la enseñanza del álgebra, que fomenten el desarrollo de la función neurocognitiva automonitoreo, como un estudio de caso en la sección 20 del grado octavo de la educación básica de la I. E INEM “José Félix de Restrepo”*. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín Maestría. Medellín. Antioquia

Vegas, Arianny. Inojosa, Manuel. Bárbula, (2014). *Diseño de Investigación Errores que Cometan los Estudiantes en el Contenido de Operaciones Básicas en el Conjunto de los Números Enteros, Primer Año de Educación Media General de la U.E. Arístides Bastidas. Desde la taxonomía de astolfi Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de Lic. (a) en Educación Mención Matemática*. Universidad de Carabobo Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Matemática y Física Cátedra



Universidad  
del Cauca

## Anexos

### Anexo 1. Gráficas comparativas resultados prueba diagnóstica

#### APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN

ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE



MinEducación  
Ministerio de Educación Nacional

#### RESULTADOS PRUEBA DIAGNÓSTICA APLICABILIDAD DE NUMEROS ENTEROS

#### ESTUDIANTES GRUPO SÉPTIMO A Y SÉPTIMO B

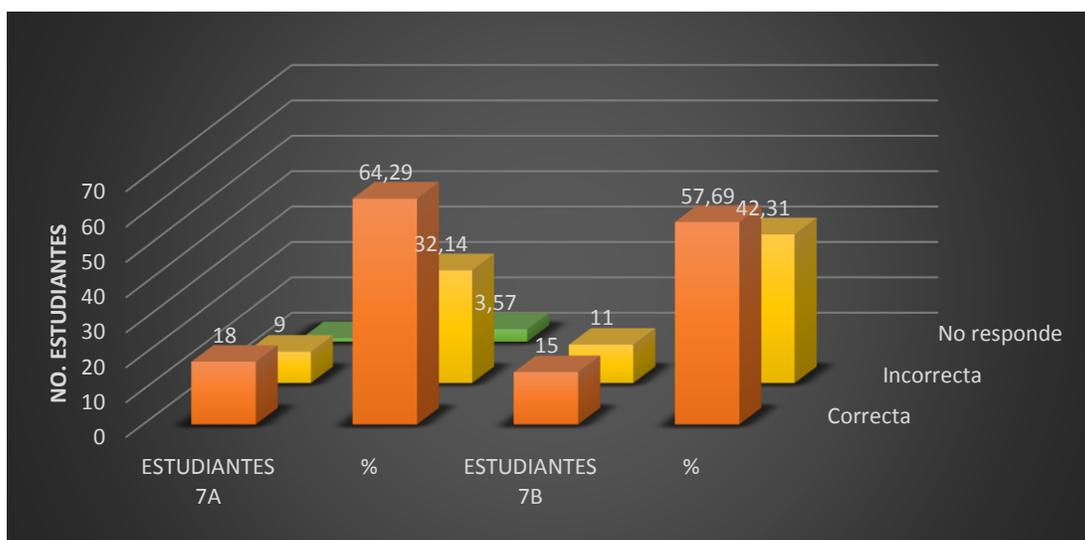
ITEM 1 ¿Cuál es la cantidad que **NO** puede expresarse con un número negativo?

- Un año antes de la era de Cristo
- Un desplazamiento hacia abajo
- Una consignación en un banco
- Pérdida en la venta de un cuero

CLAVE : c

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
1.-	Problema simple	Correcta	18	64,29	15	57,69
		Incorrecta	9	32,14	11	42,31
		No responde	1	3,57	0	0

Fuente: esta investigación



**ITEM 2: ¿Cuál de las siguientes numeraciones está ordenada correctamente de mayor a menor?**

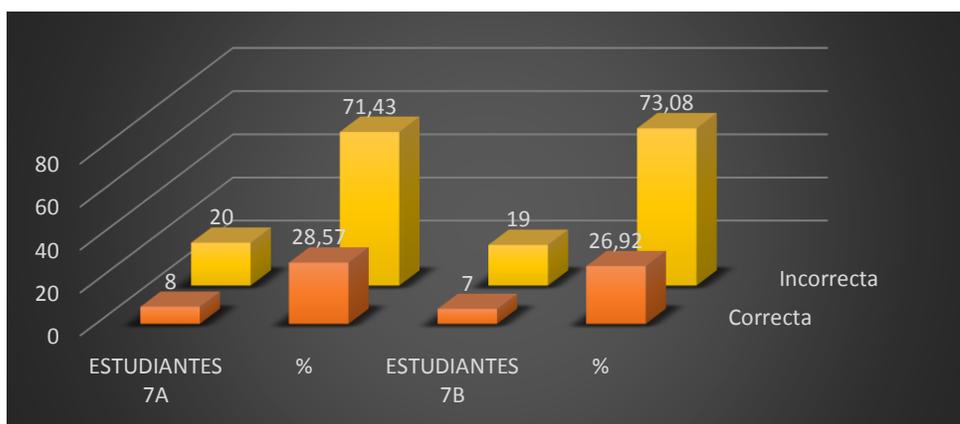
- a) 7, 6, -5, -4  
b) 10, 0, -1, -2

- c) -3, -2, 1, 2  
d) -4, -5, 2, 1

CLAVE: b

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
2.-	Problema simple	Correcta	8	28,57	7	26,92
		Incorrecta	20	71,43	19	73,08

Fuente: esta investigación



**ITEM 3: El valor que adquiere la expresión  $(a + b + c) + f$ , si se considera que  $a = -3$ ,  $b = -5$ ,  $c = 6$  y  $f = -4$ , es:**

- a) -6

- b) -18

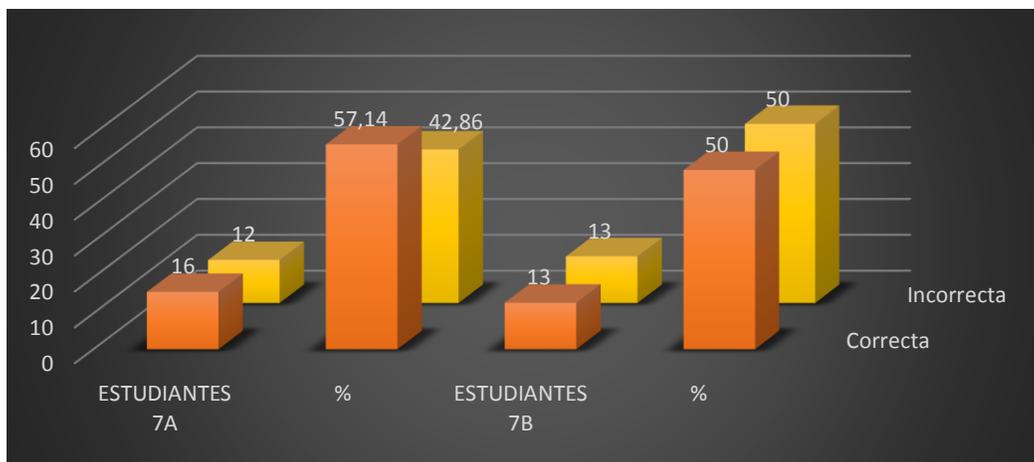
- c) 6

- d) 18

CLAVE: c

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
3.-	Problema simple	Correcta	16	57,14	13	50
		Incorrecta	12	42,86	13	50

Fuente: esta investigación

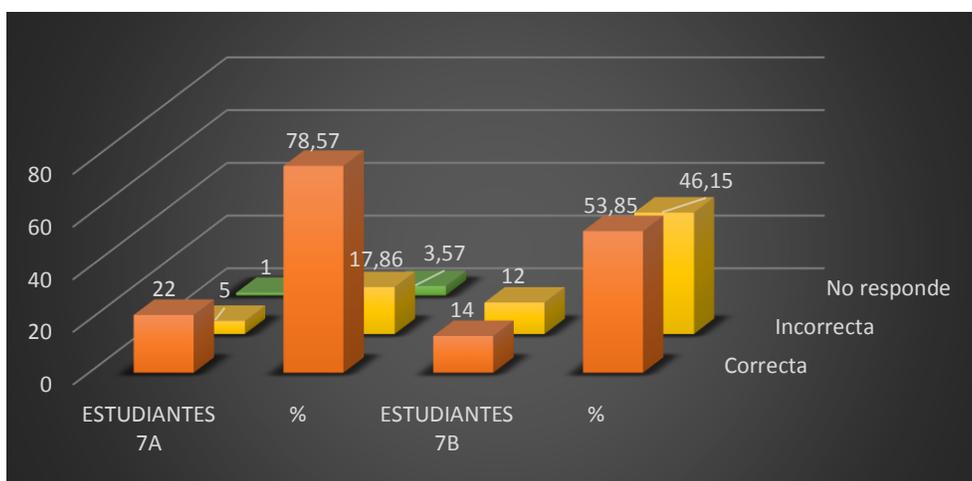


**ITEM 4:** Un submarino se demoró 5 horas en llegar a -250 m con respecto al nivel del mar. Si cada hora bajó la misma cantidad de metros, ¿a cuántos metros queda después de 3 horas?

- a) 150                      b) -150                      c) 50                      d) -50                      CLAVE: b

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
4.-	Problema simple	Correcta	22	78,57	14	53,85
		Incorrecta	5	17,86	12	46,15
		No responde	1	3,57	0	0

Fuente: esta investigación



**ITEM 5:** Si un termómetro marca en la mañana una temperatura de  $-10^{\circ}\text{C}$  y en la tarde marca 5 grados más, ¿qué temperatura indica?

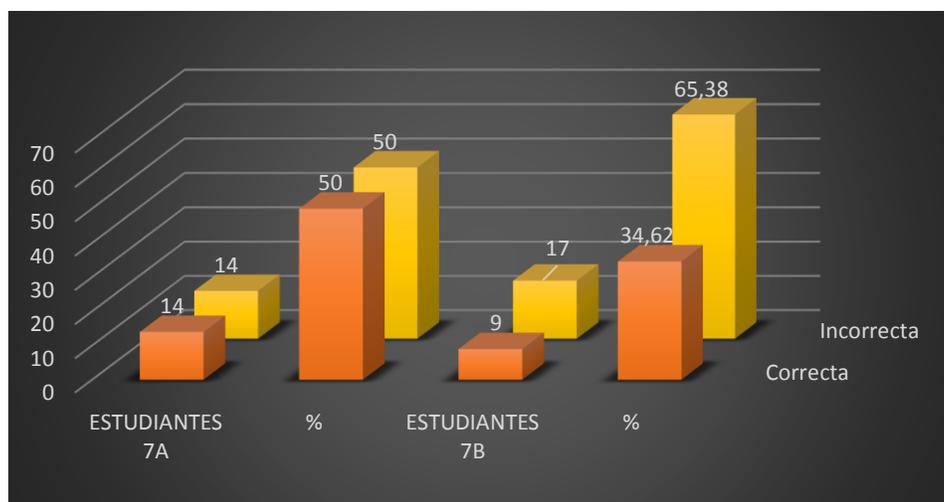
- a) 15                      b) 5                      c) -5                      d) -15



CLAVE: c

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
5.-	Problema simple	Correcta	50	9	34,62	50
		Incorrecta	50	17	65,38	50

Fuente: esta investigación



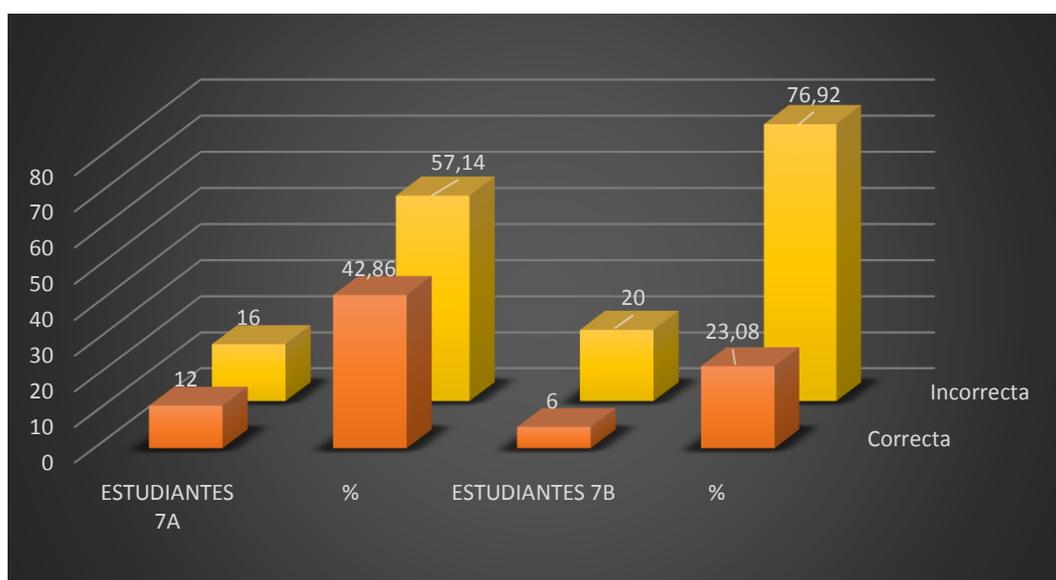
**ITEM 6:** En un taller de elaboración de artículos en cuero, durante una semana se presentan las siguientes actividades comerciales: el lunes se vende \$150.000, el martes se vende \$285.000, el miércoles se paga una deuda por valor de \$374.250 y se vende \$185.000, el jueves se paga servicio telefónico por \$137.950 y se vende \$260.350, el viernes se vende \$473.500 y el sábado se vende \$574.200 y se paga mano de obra por \$500.000, el número entero que representa la situación al final de la semana, será:

- a) +915850      b) -915850      c) 815850      d) -815850

CLAVE: a

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
6.-	Problema complejo	Correcta	12	42,86	6	23,08
		Incorrecta	16	57,14	20	76,92

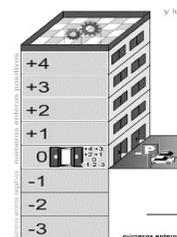
Fuente: esta investigación



**ITEM 7:** Un ascensor que se encontraba en el primer piso, luego bajó 2 pisos, después subió hasta el cuarto piso, luego bajó 2 pisos y por último bajó hasta el piso 1. ¿La operación que representa los recorridos realizados por el ascensor es?

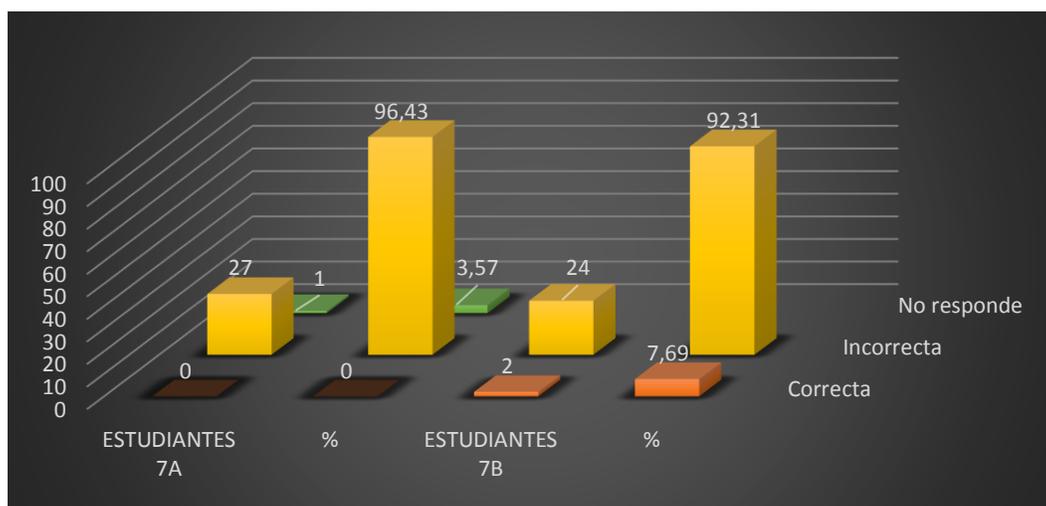
- a)  $1 + (-2) + 5 + (-2) + 1$                       b)  $1 + (-2) + (-4) + (-2) + (-1)$   
 c)  $1 + (-2) + 4 + (-2) + (-1)$                     d)  $1 + (-2) + 5 + (-2) + (-1)$

CLAVE: d



Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
7.-	Problema complejo	Correcta	0	0	2	7,69
		Incorrecta	27	96,43	24	92,31
		No responde	1	3,57	0	0

Fuente: esta investigación



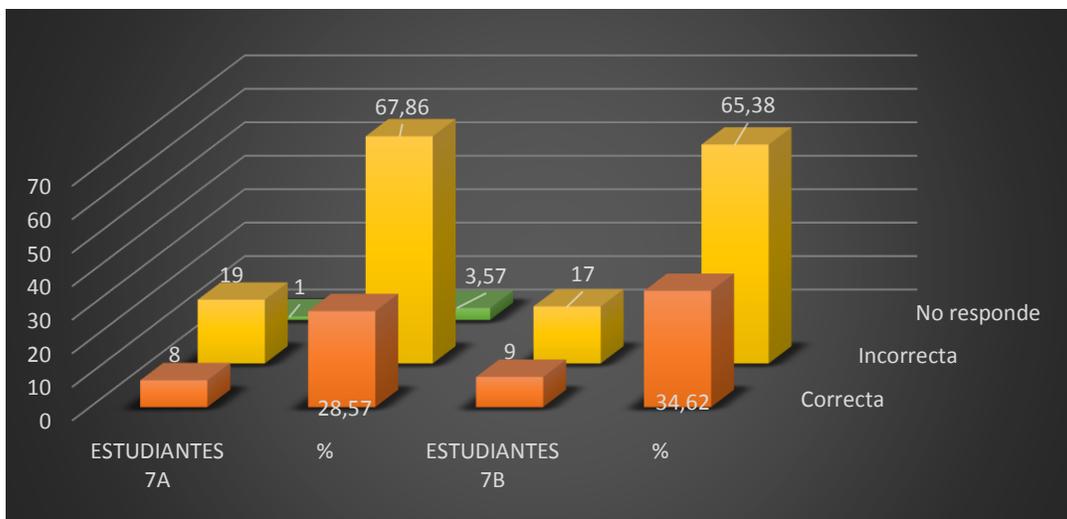
**ITEM 8:** De acuerdo al problema anterior, ¿cuántos pisos en total se desplaza el ascensor?

- a) -11                      b) 10                      c) -8                      d) 8

CLAVE: b

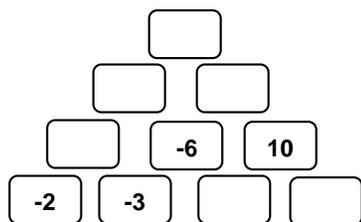
Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
8.-	Problema complejo	Correcta	8	28,57	9	34,62
		Incorrecta	19	67,86	17	65,38
		No responde	1	3,57	0	0

Fuente: esta investigación



**ITEM 9: Al completar la pirámide, el valor que se obtiene en el casillero superior es:**

- a) 12
- b) 15
- c) -7
- d) 7

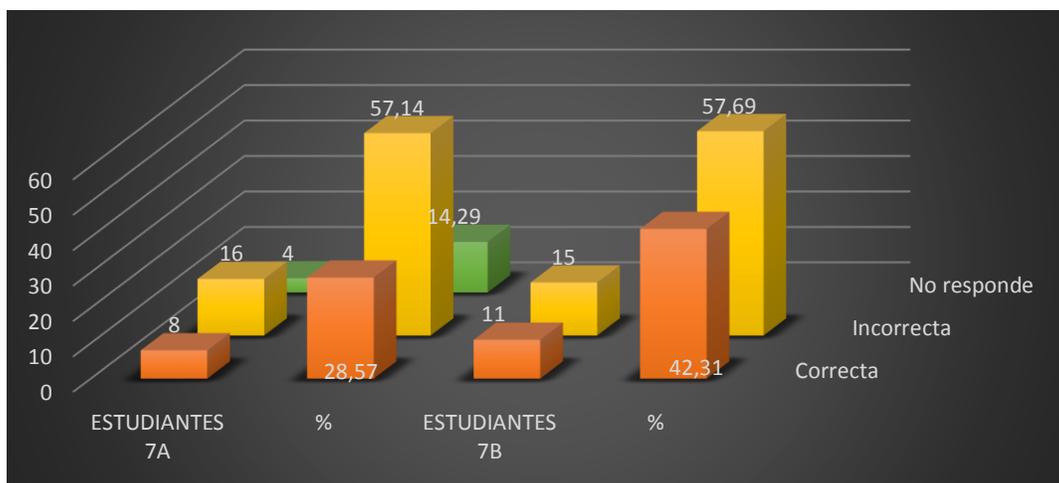


El valor de un casillero es la suma de los dos inferiores

CLAVE: c

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
9.-	Problema complejo	Correcta	8	28,57	9	34,62
		Incorrecta	19	67,86	17	65,38
		No responde	1	3,57	0	0

Fuente: esta investigación



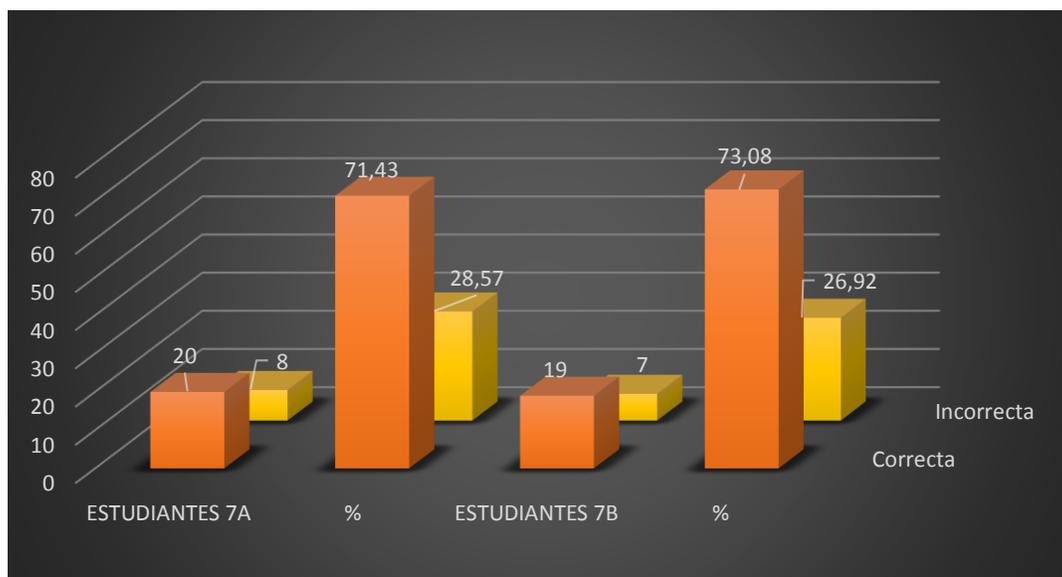
**ITEM10: Si se suman sólo números negativos, siempre se obtiene un número:**

- a) Par                      b) impar                      c) positivo                      d) negativo

CLAVE: d

Nro.	NIVEL	RESPUESTA	ESTUDIANTES 7A	%	ESTUDIANTES 7B	%
10.-	Problema simple	Correcta	71,43	19	73,08	71,43
		Incorrecta	28,57	7	26,92	28,57

Fuente: esta investigación





4.) Un submarino se demoró 5 horas en llegar a  $-250$  m con respecto al nivel del mar. Si cada hora bajó la misma cantidad de metros, ¿a cuántos metros queda después de 3 horas?

- a) 150                      b) -150                      c) 50                      d) -50

5.) Si un termómetro marca en la mañana una temperatura de  $-10^{\circ}$  C y en la tarde marca 5 grados más, ¿qué temperatura indica?

- a) 15                      b) 5                      c) -5                      d) -15

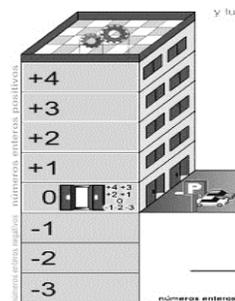


6.) En un taller de elaboración de artículos en cuero, durante una semana se presentan las siguientes actividades comerciales: el lunes se vende \$150.000, el martes se vende \$285.000, el miércoles se paga una deuda por valor de \$374.250 y se vende \$185.000, el jueves se paga servicio telefónico por \$137.950 y se vende \$260.350, el viernes se vende \$473.500 y el sábado se vende \$574.200 y se paga mano de obra por \$500.000, el número entero que representa la situación al final de la semana, será:

- a) +915850                      b) -915850                      c) 815850                      d) -815850

7.) Un ascensor que se encontraba en el primer piso, luego bajó 2 pisos, después subió hasta el cuarto piso, luego bajó 2 pisos y por último bajó hasta el piso 1. ¿La operación que representa los recorridos realizados por el ascensor es?

- a)  $1 + (-2) + 5 + (-2) + 1$                       b)  $1 + (-2) + (-4) + (-2) + (-1)$   
 c)  $1 + (-2) + 4 + (-2) + (-1)$                       d)  $1 + (-2) + 5 + (-2) + (-1)$

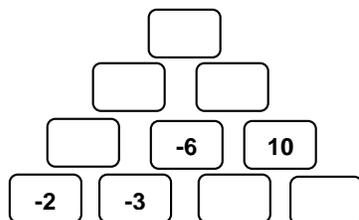


8.) De acuerdo al problema anterior, ¿cuántos pisos en total se desplaza el ascensor?

- a) -11                      b) 11                      c) -8                      d) 8

9.) Al completar la pirámide, el valor que se obtiene en el casillero superior es:

- a) 12  
 b) 15  
 c) -7  
 d) 7



El valor de un casillero es la suma de los dos inferiores

10.) Si se suman sólo números negativos, siempre se obtiene un número:

- a) Par                      b) impar                      c) positivo                      d) negativo

PROYECTO  
 APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS  
 LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
 NUESTRA SEÑORA DE BELÉN  
 ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z.

PRUEBA POS TEST DIRIGIDA A ESTUDIANTES SÉPTIMO B      Noviembre 8 de 2017

**Objetivo:** Verificar el nivel de comprensión del concepto y aplicabilidad del número entero en la adición.

**INSTRUCCIONES:**

- ✓ Esta prueba no tiene valoración sumativa, los resultados obtenidos serán un referente para establecer comparaciones entre el cuestionario diagnóstico y esta evaluación después de haber aplicado los mediadores didácticos propuestos (microprocesador de Papy y Plano cartesiano).
- ✓ Realice los cálculos pertinentes que permitan determinar la respuesta correcta.
- ✓ Seleccione una sola opción, como indica el siguiente ejemplo:

**José sube las gradas de manera divertida, en 5 segundos asciende 3 gradas y en los siguientes 5 segundos desciende una. Al cabo de 40 segundos ¿Cuántas gradas ha subido José?**

- a.) 15                      b.) 16                      c.) 10                      d.) 8

A continuación encuentra el cuestionario a realizar:

**1. ¿Cuál es la cantidad que NO puede expresarse con un número negativo?**

- a.) Pérdidas en un negocio  
 b.) Temperaturas bajo cero  
 c.) Ahorros en un banco  
 d.) Desplazamientos hacia la izquierda

**2.) ¿Cuál de las siguientes numeraciones está ordenada correctamente de mayor a menor?**

- a.) 10, 20, -9, -100, -3, -2                      c.) -3, -2, 1, 2, 35, -60  
 b.) 11, 2, 0, -5, -10, -100                      d.) -40, -50, -20, -10, 0, 1

**3.) El valor que adquiere la expresión  $(a + b + c) + f$ , si se considera que  $a = -5$ ,  $b = -15$ ,  $c = 10$  y  $f = 3$ , es:**

- a.) -33                      b.) 7                      c.) 33                      d.) -7

**4.) Víctor decide escalar una montaña. Al empezar avanza 22m, resbala y desciende 5m, vuelve a subir 18m, resbala y cae 3m, asciende nuevamente 12m y vuelve a ascender 1m. ¿A qué distancia se encuentra Víctor con respecto al inicio de su travesía?**

- a) 44                      b.) 43                      c.) -43                      d.) -44

**5.) Un día de invierno amaneció a 3 grados bajo cero. A las doce del mediodía la temperatura había subido 8 grados, y hasta las cuatro de la tarde subió 2 grados más. Desde las cuatro hasta las doce de la noche bajó 4 grados, y desde las doce a las 6 de la mañana bajó 5 grados más. ¿Qué temperatura hacía a esa hora?**

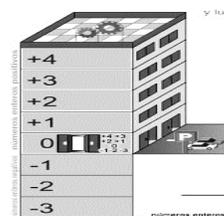
- a.) 2                                      b.) 8                                      c.) -2                                      d.) -8

6.) En un taller de elaboración de artículos en cuero, durante una semana se presentan las siguientes actividades comerciales: el lunes se vende \$150.000, el martes se vende \$285.000, el miércoles se paga una deuda por valor de \$374.250 y se vende \$185.000, el jueves se paga servicio telefónico por \$137.950 y se vende \$260.350, el viernes se vende \$473.500 y el sábado se vende \$574.200 y se paga mano de obra por \$500.000, el número entero que representa la situación al final de la semana, será:

- a.) +915850                                      b.) -915850  
c.) 815850                                      d.) -815850

7.) Un ascensor que se encontraba en el primer piso, luego bajó 2 pisos, después subió hasta el cuarto piso, luego bajó 2 pisos y por último bajó hasta el piso 1. ¿La operación que representa los recorridos realizados por el ascensor es?

- a.)  $1 + (-2) + 5 + (-2) + 1$                                       b.)  $1 + (-2) + (-4) + (-2) + (-1)$   
c.)  $1 + (-2) + 4 + (-2) + (-1)$                                       d.)  $1 + (-2) + 5 + (-2) + (-1)$

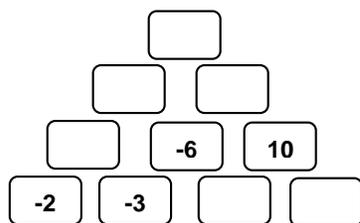


8.) De acuerdo al problema anterior, ¿cuántos pisos en total se desplaza el ascensor?

- a.) -11                                      b.) 11                                      c.) -8                                      d.) 8

9.) Al completar la pirámide, el valor que se obtiene en el casillero superior es:

- a.) 12  
b.) 15  
c.) -7  
d.) 7

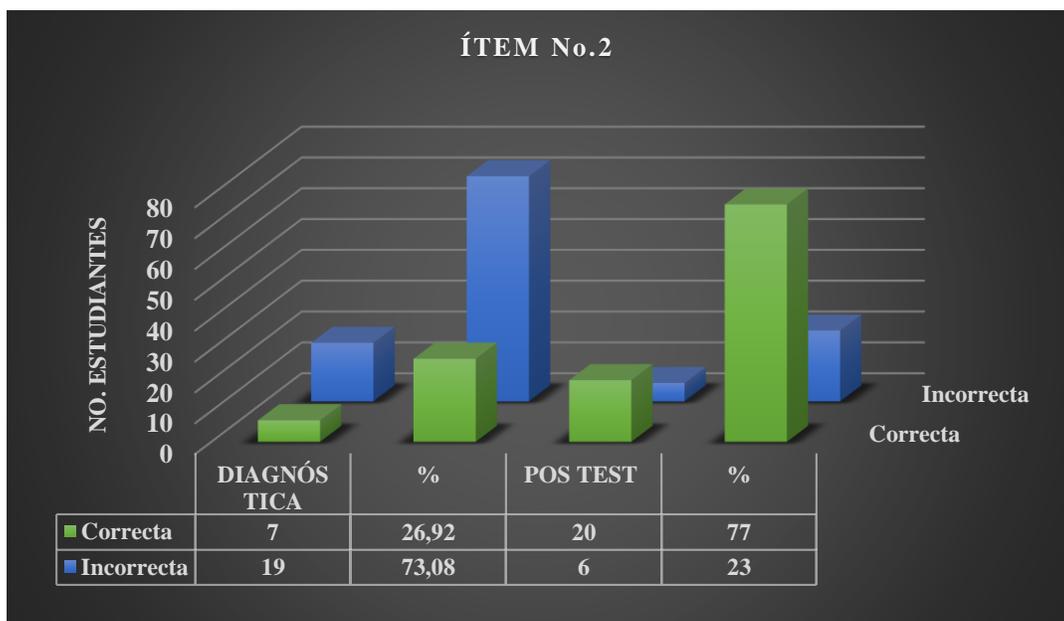
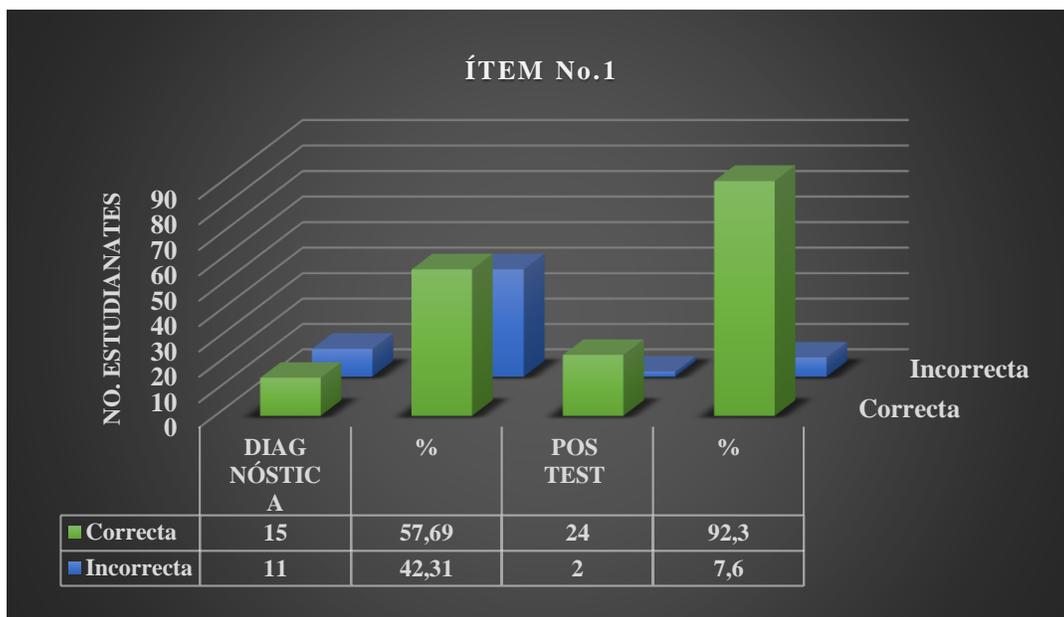


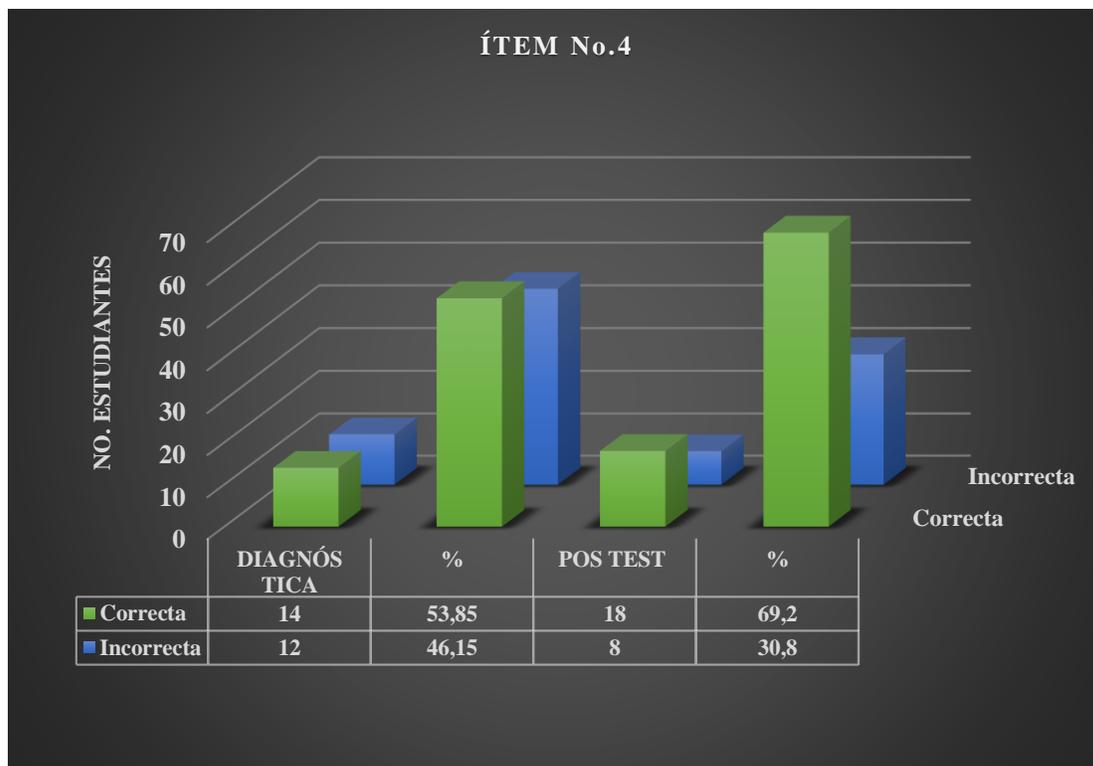
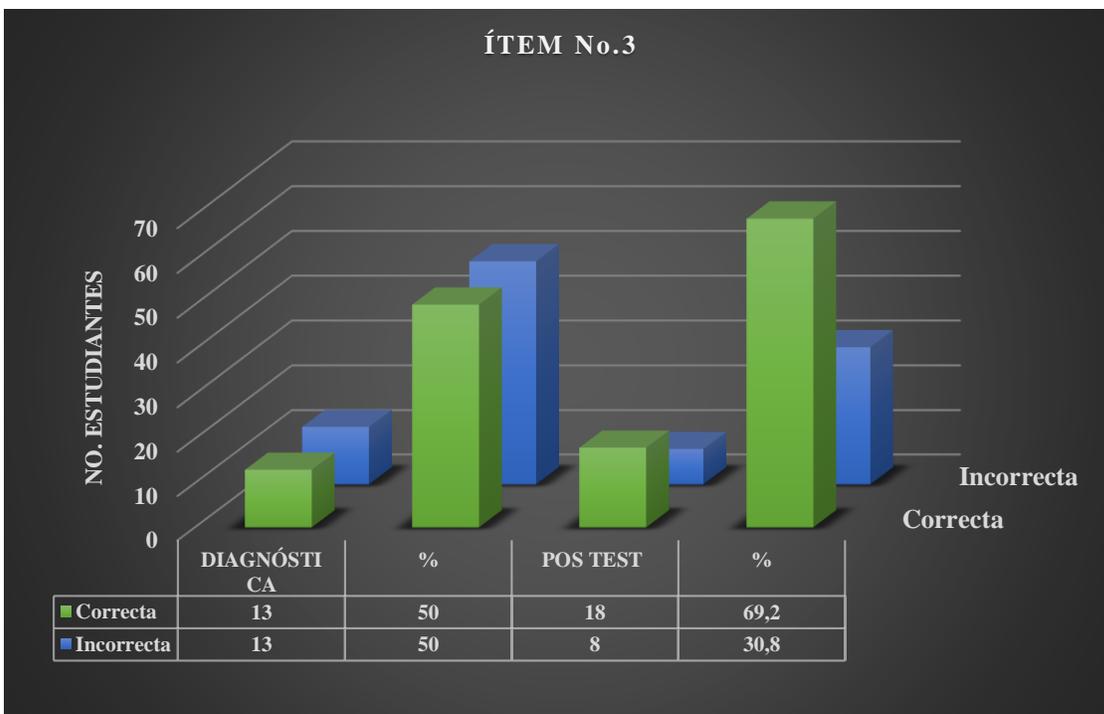
El valor de un casillero es la suma de los dos inferiores

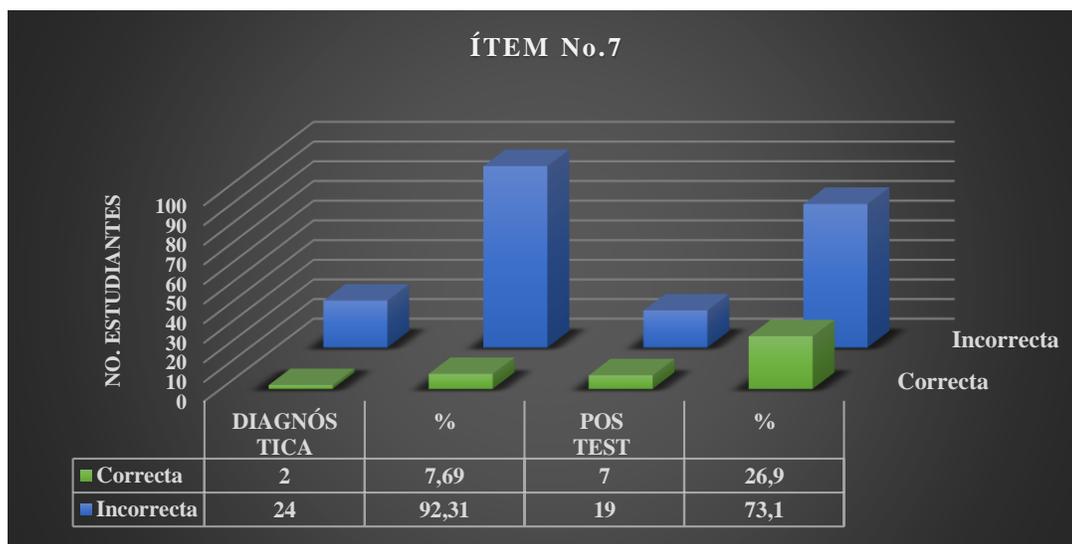
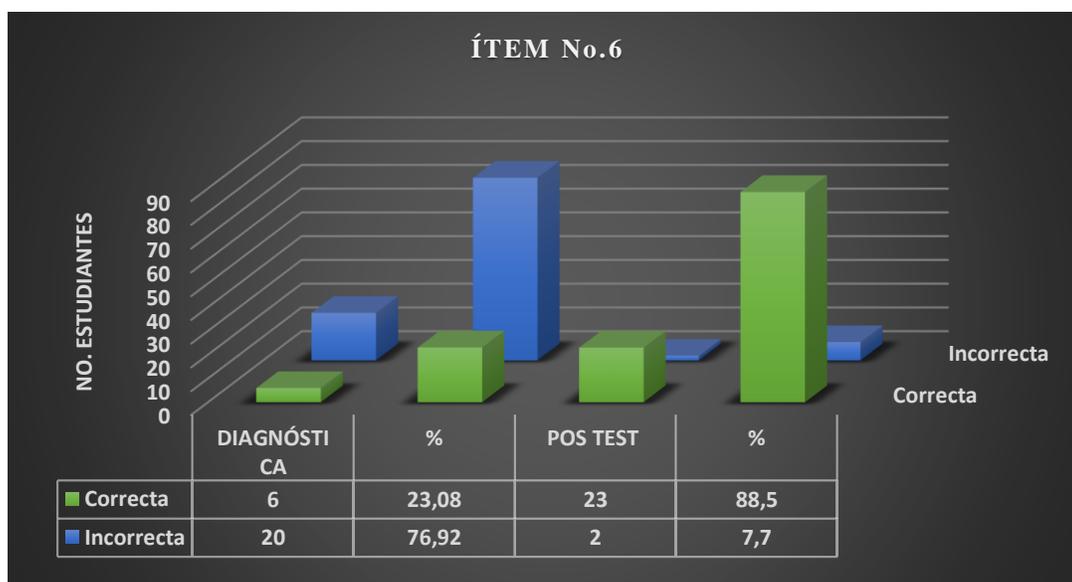
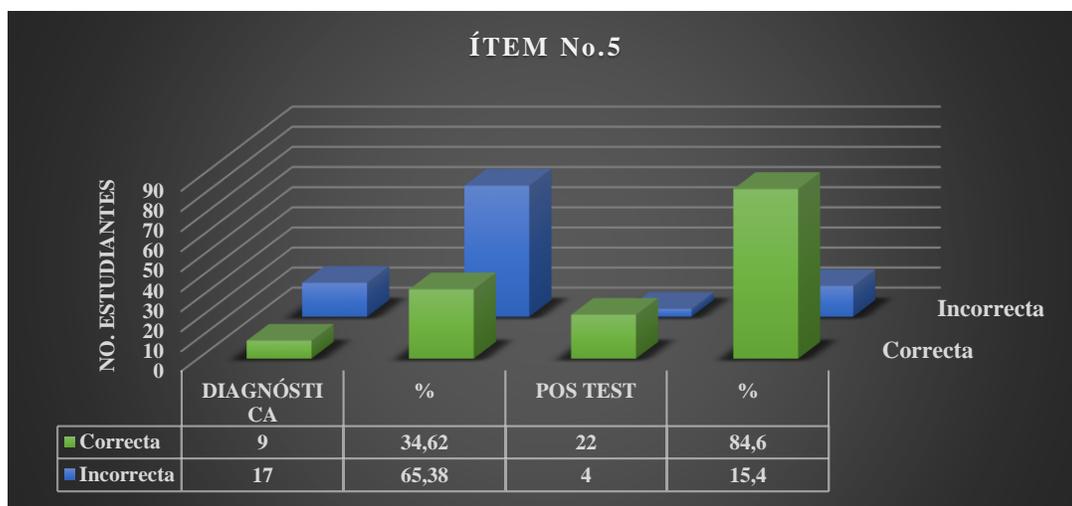
10.) El resultado de la operación:  $25 + (-28) + 38 + (-24) + (-33) + 17 + 52$  es:

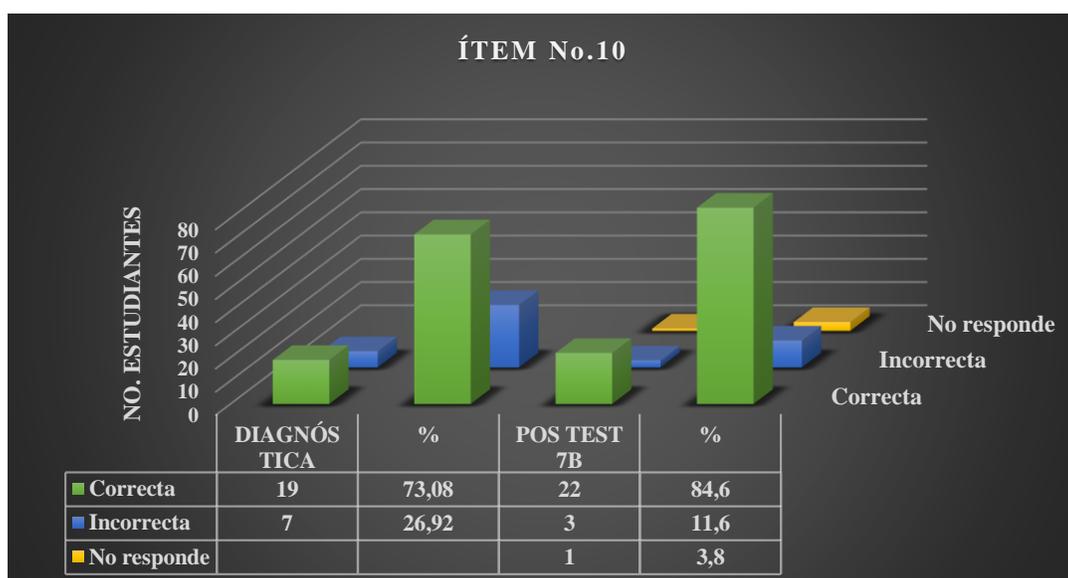
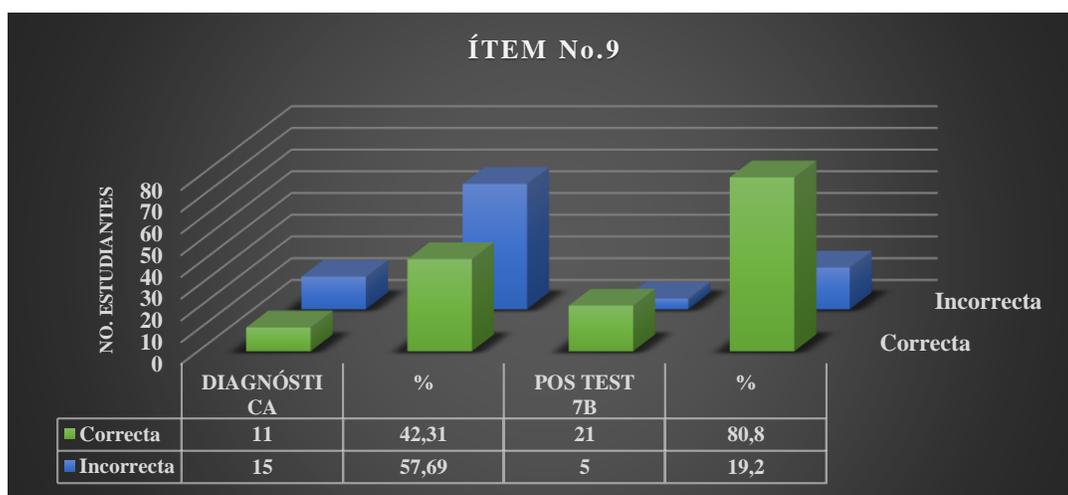
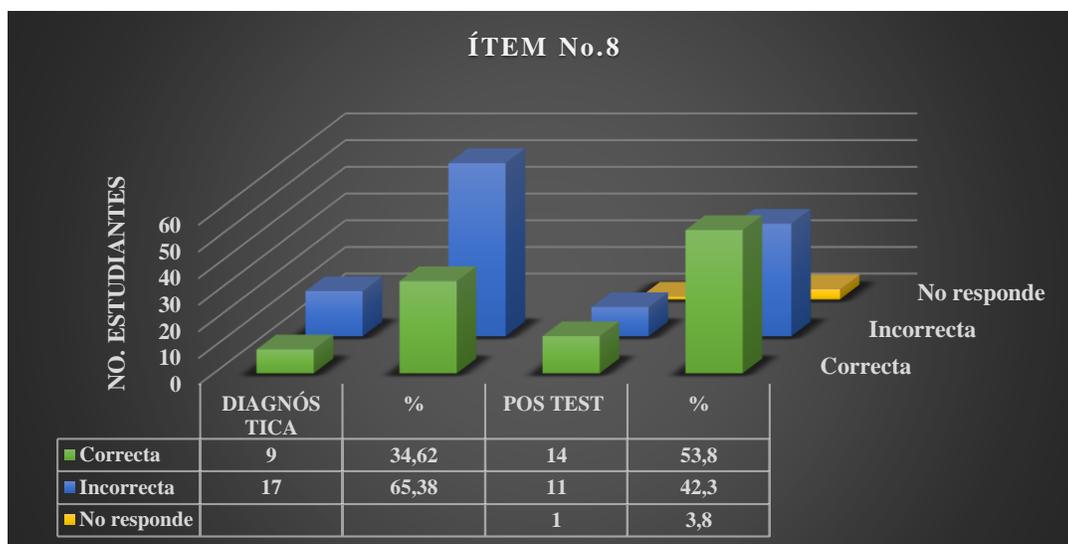
- a.) 0                                      b.) 47                                      c.) -47                                      d.) 74

**GRÁFICAS PRUEBA DIAGNÓSTICA Y POST TEST  
APLICABILIDAD ADICIÓN DE NUMEROS ENTEROS  
ESTUDIANTES GRUPO SÉPTIMO B**











Universidad  
del Cauca

### Anexo 3. Entrevista aplicada a docentes



**APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS  
MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN  
ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z.**



**MinEducación**  
Ministerio de Educación Nacional

**OBJETIVO:** Recolectar información relacionada con la metodología y recursos utilizados en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el grado séptimo, de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén.

Fecha \_\_\_\_\_ Hora. \_\_\_\_\_

Instrucciones.

Precisar el objetivo de la entrevista y aclarar la inexistencia de críticas o desaprobaciones.

Cuestionario.

1. ¿Cómo considera el desempeño académico de los estudiantes del área de matemáticas de los grupos que usted dirige? ¿Por qué?
2. ¿Los estudiantes demuestran motivación e interés en sus clases? ¿Por qué?
3. ¿Cuál es la mayor dificultad que le encuentra a la enseñanza de las matemáticas?
4. ¿En sus clases usa tan solo la explicación del tema en el tablero o aplica otras estrategias metodológicas? ¿Cuáles?
5. ¿De qué manera estimula a sus estudiantes cuando muestra interés por el área?
6. ¿Considera que el juego con materiales tangibles es una estrategia de aprendizaje importante en el área de matemáticas? ¿Por qué?
7. ¿Qué juegos didácticos utiliza para la enseñanza de las matemáticas?
8. ¿Utiliza acertijos matemáticos en sus clases? ¿Cuáles?
9. ¿Qué tipo de tareas deja a los estudiantes para hacer en casa?
10. ¿Los estudiantes aclaran las dudas en clase para comprender un tema? ¿Cómo?
11. ¿Por qué cree que a los estudiantes les disgustan las matemáticas?
12. ¿Cree que el manejo del algoritmo de la adición de números enteros es importante para abordar las matemáticas en los grados que usted trabaja? ¿Por qué?
13. ¿Qué sugerencias hace para mejorar el desempeño de los estudiantes en el área de matemáticas?

## Anexo 4. Encuesta dirigida a estudiantes



Universidad  
del Cauca



### APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN

ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z.



Encuesta dirigida a estudiantes de grado séptimo B de la Institución educativa

Nuestra Señora de Belén (Belén Nariño)

**OBJETIVO:** Recolectar información relacionada con el agrado que manifiestan los estudiantes por el aprendizaje de las matemáticas.

#### INSTRUCCIONES:

- ✓ Responda con sinceridad cada una de las inquietudes que aparecen a continuación.
- ✓ Después de cada enunciado se encuentran tres alternativas valoradas así:

<b>1. Nunca</b>	<b>2. Algunas veces</b>	<b>3. Siempre</b>
-----------------	-------------------------	-------------------

- ✓ Se debe seleccionar una sola alternativa, marcando la casilla correspondiente con una X como se indica en el siguiente ejemplo:

No.	Situación más frecuente en el aula	Alternativas		
		1	2	3
1	Me disgustan las tareas de matemáticas.		X	

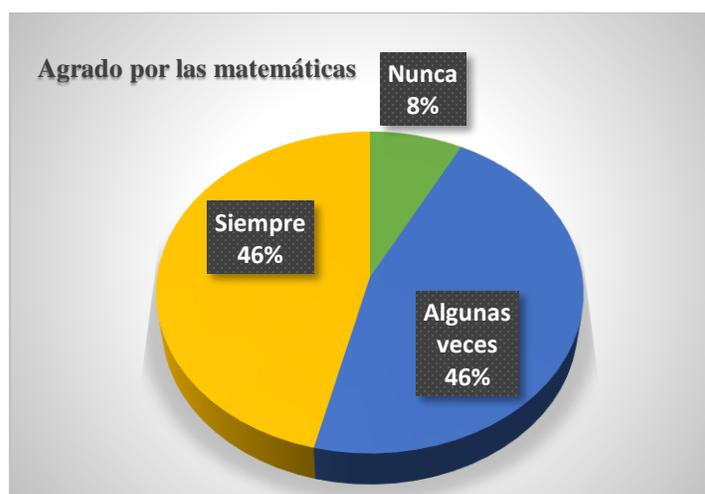
A continuación se presenta la encuesta a realizar:

		EDAD: ____ años	SEXO:	M	GRUPO:	Alternativas		
No.	SITUACIÓN	1	2	3				
1	Me gusta estudiar matemáticas.							
2	Siento que debo esforzarme demasiado por aprender matemáticas.							
3	Utilizo juegos y acertijos matemáticos que resuelvo y comparto con mis compañeros.							
4	Dedico tiempo en casa para practicar ejercicios y resolver problemas de matemáticas.							
5	Pregunto para comprender los temas tratados en clase y no me quedo con la duda.							
6	Aprender muchas cosas de la matemática es muy divertido.							
7	Entiendo que juegos como: la rayuela, los dados, la pirinola, el parqués y el dominó tienen relación con las matemáticas.							
8	Los temas de matemáticas son enseñados de manera atractiva.							
9	Me gustan las clases con actividades diferentes a las que usan tan solo la explicación del profesor.							
10	Me disgusta no saber resolver un problema matemático.							

Fecha de aplicación	Abril	04	2017
---------------------	-------	----	------

## GRÁFICAS ENCUESTA AGRADO POR LAS MATEMÁTICAS

### ESTUDIANTES SÉPTIMO B



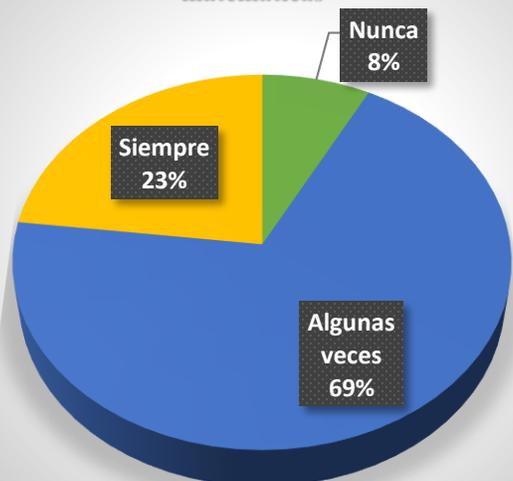
### Esfuerzo por aprender matemáticas



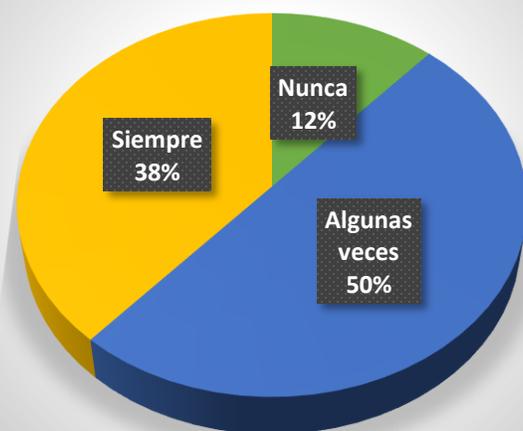
### Uso de juegos y acertijos matemáticos



### Dedicación tiempo ejercitación de las matemáticas



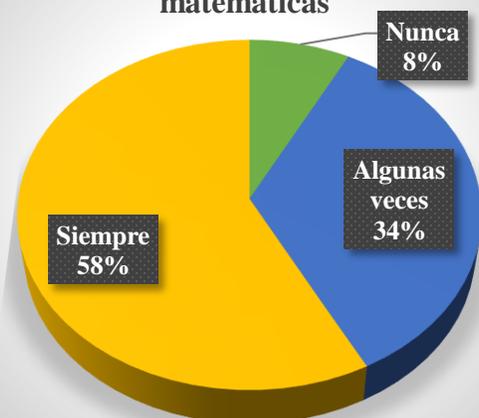
### Pregunta y aclara dudas presentadas

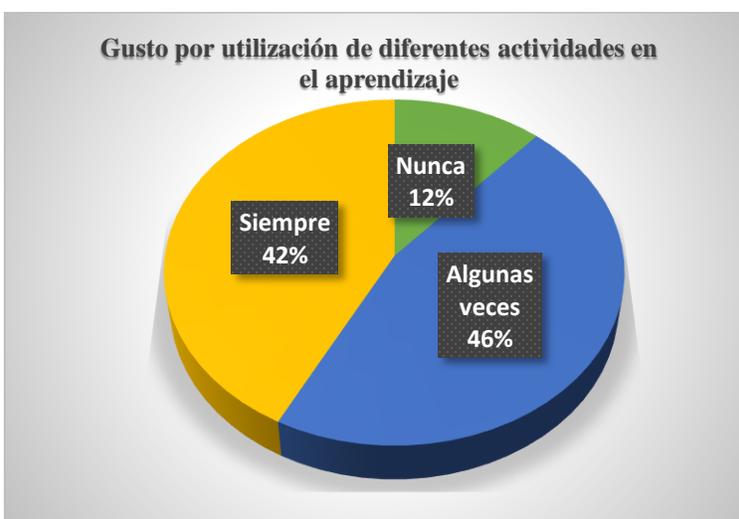
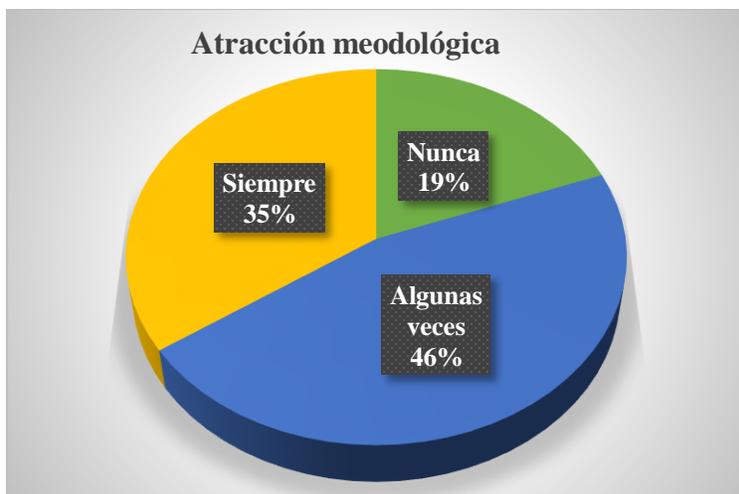


### Es divertido aprender matemáticas



### Relación algunos juegos con las matemáticas







Universidad del Cauca

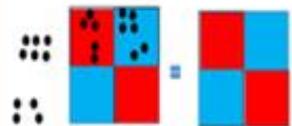
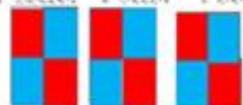
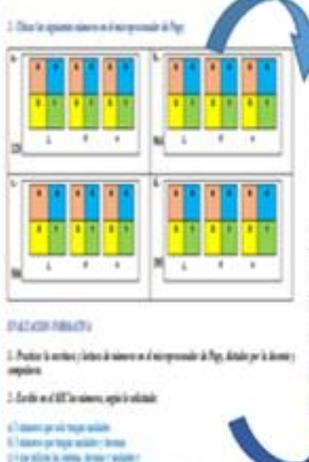
## Anexo 5. Estructura guías

### APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN

ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z.



MinEducación  
Ministerio de Educación Nacional

<p><b>PRESENTACIÓN :</b></p> <p>Estas guías fueron elaboradas para orientar y propiciar un aprendizaje significativo del concepto y algoritmo de la suma de números enteros, a través de la aplicación de dos mediadores (EL Plano Cartesiano de La Caja de Polinomios y el Microprocesador de Papy), herramientas lúdico pedagógicas que contribuyen al desarrollo del pensamiento numérico establecido por Los Lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional.</p> <p>Se pretende además que con estas guías los estudiantes sean constructores de su propio conocimiento matemático, en diálogo e interacción permanente con sus compañeros, docente y con diferentes recursos y materiales didácticos.</p>	<p><b>Lo que sabemos</b> En primera instancia aparece una actividad diagnóstica o de presaberes para verificar el nivel de aprendizaje y así establecer la conexión entre los aprendizajes previos y el nuevo aprendizaje, denominada también fase exploratoria o motivación.</p>  <p><b>Lo que vamos a aprender</b> Se indica también el objetivo esperado al término de la guía.</p>
<p>Para adición en el plano cartesiano los números del eje horizontal se suman en la parte positiva, del eje vertical se suman en la parte negativa con una ficha del cuadrante positivo, hasta que se llegue a la línea de la ficha, las fichas que se usaron se deben retirar del plano. Finalmente se obtiene la respuesta con fichas sobrantes en cualquier cuadrante. El signo lo dará el cuadrante donde quedan ubicadas las últimas fichas. Ejemplo: Al sumar los siguientes números: -1, 4, -2, se obtiene:</p>  <p>La respuesta a una adición es: +1, porque sobra una ficha en un cuadrante positivo.</p> <p><b>ACTIVIDAD</b></p> <p>1.- Realiza la suma de cada ejercicio presentado y escribe el resultado luego cada plano cartesiano.</p> <p>a. 1, 2, -1, 4, -2    b. 7, -1, 1, -4    c. 8, -4, -2, -1</p> 	<p>Se presentan conceptos y otros elementos que se requieren para entender conceptos, reglas y aplicaciones</p> <p>Se propone además una actividad para ser desarrollada en clase y en colaboración con su docente y compañeros.</p> <p>Así mismo se plantea una evaluación formativa para verificar si se logró el desempeño esperado.</p> 
<p><b>Recuerda que...</b></p> <p>Al finalizar cada guía, se presenta un resumen teórico que describe la esencia de la guía desarrollada como parte fundamental de la secuencia didáctica.</p>	



Universidad  
del Cauca

## Anexo 6. Guías pre saberes secuencia didáctica



### APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS

MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN



MinEducación  
Ministerio de Educación Nacional

ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z.

## Guía No.1

### *Construyamos nuestro plano cartesiano*

**Lo que sabemos:**

- ✓ ¿Cuál es el gráfico que nos permite ver la ubicación de objetos o personas?
- ✓ ¿Qué es un plano o un croquis?
- ✓ ¿Para qué se utilizan los planos?
- ✓ ¿Qué es un plano cartesiano?
- ✓ ¿Hemos realizado alguna vez un plano cartesiano? ¿Qué materiales hemos utilizado?
- ✓ ¿Para qué hemos usado el plano cartesiano?
- ✓ ¿En qué otras situaciones creemos que se utilice el plano cartesiano?

**Lo que vamos a aprender:**  
**Reconocer el uso del plano cartesiano, identificando y ubicando puntos con coordenadas positivas y negativas.**

**PLANO CARTESIANO**

**Concepto:** *Es la unión de dos rectas perpendiculares que dividen un plano en cuatro cuadrantes.*

**Un poco de historia:** Leamos con atención:

La necesidad de orientarse condujo a los seres humanos desde la antigüedad más lejana, a confeccionar mapas o cartas geográficas y a relacionar los puntos de una superficie mediante números.

El Plano Cartesiano es una herramienta de mucha utilidad. Sirve como referencia en un plano cualquiera; por ejemplo, el plano (o el suelo) de nuestra ciudad o de una casa.

Se llama Plano Cartesiano porque lo inventó el filósofo y matemático [René Descartes 1596-1650](#). El pensamiento filosófico de Descartes se fundamenta en un método que consiste en tomar un punto de partida indudable sobre el que cimentar todo el conocimiento. En matemáticas creó la geometría analítica según el mismo principio, a partir de un sistema de coordenadas formado por dos rectas que se cortan en un punto, denominado origen, comenzó tomando un

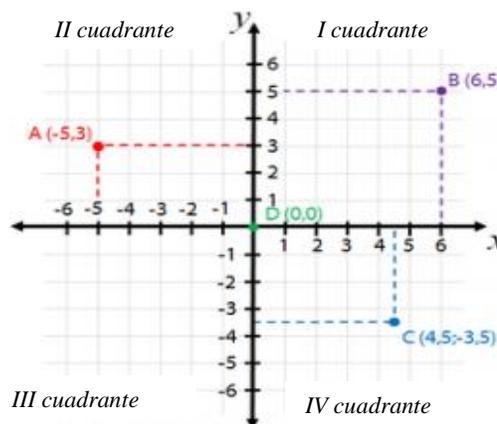
«punto de partida», el sistema de referencia cartesiano, para poder representar la geometría plana, que usa sólo dos rectas perpendiculares entre sí que se cortan en un punto denominado origen de coordenadas.

El plano cartesiano tiene 2 ejes, el eje x y el eje y, ideando las denominadas coordenadas cartesianas. Al eje horizontal x se le conoce como Eje de las Abscisas, mientras que al eje vertical y se le denomina Eje de las Ordenadas. Es común también referirse a esos ejes como "Eje de las x" y "Eje de las y". Al punto 0 se le llama origen del Sistema de Coordenadas.

**Sistema de coordenadas:** El eje de las abscisas en el Sistema de Coordenadas Cartesianas es semejante a la recta numérica, hacia la derecha del origen se representan los números positivos, mientras que a la izquierda del origen se representan los números negativos. De manera similar, los puntos que están por arriba del origen sobre el eje de las ordenadas representan los números positivos, mientras que los puntos que están por debajo del origen sobre el eje de las ordenadas representan los números negativos.

### Localización de puntos en el plano:

1. Para localizar la abscisa o valor de x, se cuentan las unidades correspondientes hacia la derecha si son positivas o hacia la izquierda si son negativas, a partir del punto de origen, en este caso el cero.
2. Desde donde se localiza el valor de x, se cuentan las unidades correspondientes hacia arriba si son positivas o hacia abajo, si son negativas y de esta forma se localiza cualquier punto dadas sus coordenadas.
3. El punto formado por la unión de las dos coordenadas, se lo determina con una letra mayúscula.



Ejemplo el punto A (3,4) representado en el plano cartesiano, es así:



### Actividad:

1.- Utilizando la cinta entregada por la docente y en mutua colaboración, dividir el piso del salón de clases en cuatro cuadrantes, formar un plano cartesiano y situar en distintas posiciones estudiantes y objetos del aula para ubicar las coordenadas correspondientes.

2.- Siguiendo las instrucciones otorgadas por la docente, realizar un plano cartesiano en una hoja de papel, ubicar las coordenadas A(0, 4); B(2, 3); C(0, 2); D(0, 0); E(4, 0); F(2, -2); G (-2, -2); H (-4, 0), unir los puntos obtenidos y formar la figura.

**Evaluación Formativa:**

<b>I.- Marque la respuesta correcta</b>	
<p>1.- Sobre el plano cartesiano podríamos afirmar que:</p> <p>a.- Resulta de la unión de 2 rectas paralelas.</p> <p>b.- Está conformado por 2 abscisas.</p> <p>c.- Sirve de referencia para cualquier plano.</p> <p>d.- No tiene mucha utilidad en la vida diaria.</p>	<p>2.- Según Descartes, el cero es tomado como:</p> <p>a.- El punto inicial de toda actividad humana.</p> <p>b.- El punto de partida para construir el conocimiento.</p> <p>c.- Un punto cualquiera para cimentar el conocimiento.</p> <p>d.- La base para cualquier actividad humana.</p>
<p>3.- El punto <math>P = (8, -7)</math>, indica que:</p> <p>a.- La ordenada es 8 y la abscisa es -7</p> <p>b.- El 8 está en el eje Y el -7 en el eje X</p> <p>c.- El 8 es la abscisa y el -7 es la ordenada</p> <p>d.- Las coordenadas están en el cuadrante III</p>	<p>4.- El punto <math>(-8, -6)</math>, puede representarse en la siguiente situación:</p> <p>a.- Juan va 8 m hacia abajo y 6m a la izquierda</p> <p>b.- El globo cayó 8 metros hacia la izquierda</p> <p>c.- Un buzo va 6m hacia arriba y 8m abajo</p> <p>d.- El avión está 8m a la izquierda y 6m a abajo</p>

2.- Justifique 2 formas en las que se puede utilizar el plano cartesiano en la vida diaria.

3.- Primero en grupo, luego en binas, demostrar manejo del plano cartesiano, ubicando coordenadas y puntos propuestos por la docente, por los compañeros y por ellos mismos.

4.- De forma individual y con ayuda del plano cartesiano entregado, responda:

a.- ¿Cuántos ejes identificas en el eje cartesiano y como los nombraría?

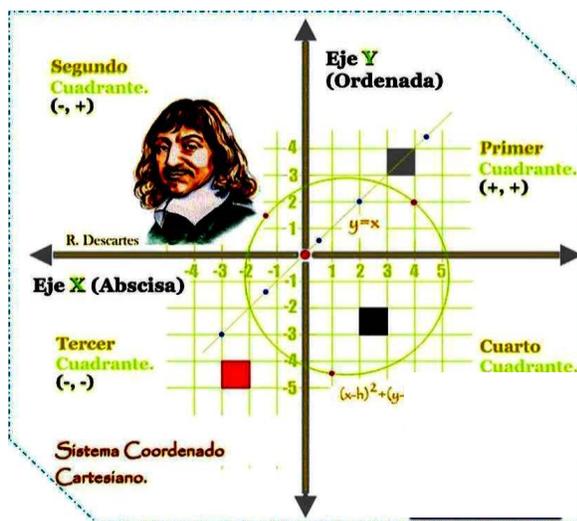
b.- ¿Qué debemos tener en cuenta para ubicar un punto en el plano cartesiano?

c.- Ubique en el plano cartesiano los puntos A (2,2); B (2,-2); C (-2,-2); D (-2,2), observe los signos de cada coordenada y responda; ¿Cómo son los signos de cada pareja? ¿Se cumplirán las mismas condiciones para otras parejas en cada cuadrante?, compruébelo, encontrando otros puntos.

d.- Justifique la importancia del uso del signo negativo en el plano cartesiano.

## Recuerda que...

- ✓ Al filósofo, físico, matemático francés René Descartes se reconoce como uno de los fundadores de la Geometría Analítica, quien introdujo el esquema de las coordenadas cartesianas.
- ✓ Un plano cartesiano resulta de la intersección de 2 rectas numéricas una horizontal y una vertical, formando 4 cuadrantes.
- ✓ El punto donde se unen las rectas es el cero, denominado también origen.
- ✓ El eje horizontal también se conoce como eje x o abscisa y el eje vertical como eje y u ordenada.
- ✓ Un punto en el plano se identifica con una letra mayúscula y resulta de la unión entre el número del eje x y el eje y, en este orden. Se representa como una coordenada, que se escribe entre paréntesis y separada por una coma.
- ✓ En el primer cuadrante las 2 coordenadas son positivas; en el segundo la abscisa es negativa y la ordenada positiva; en el tercer cuadrante ambas coordenadas son negativas y en el cuarto cuadrante la abscisa es positiva y la ordenada negativa.



## Guía No. 2

### Procesando con el sistema de numeración binario

Lo que sabemos:	
✓ ¿Qué es un sistema de numeración?	✓ ¿Han utilizado el ábaco para ubicar números y realizar operaciones en él?
✓ ¿Qué sistemas de numeración conocemos?	✓ ¿Cómo representan el número 45.987 en el ábaco?
✓ ¿Qué es el sistema de numeración decimal?	✓ ¿La posición de los números tiene alguna importancia?

**Lo que vamos a aprender:** Valorar el sistema de numeración binario como herramienta básica para procesar cantidades.

### SISTEMA DE NUMERACIÓN

Es un conjunto de símbolos y reglas que se utilizan para representar datos numéricos y cantidades. Se caracterizan por la base en que se representan, al hablar de base se refiere al número de símbolos distintos que un sistema numérico utiliza. Entre otros se encuentran por ejemplo el sistema numérico decimal y el binario.

**SISTEMA DECIMAL:** Es el sistema de numeración más utilizado, está basado en diez símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, razón por la cual es denominado sistema en base 10, que al combinarlos permiten representar infinitas cantidades.

$10^9$	$10^8$	$10^7$	$10^6$	$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
1000000000	100000000	10000000	1000000	100000	10000	1000	100	10	1

Se caracteriza porque permite representar a un número de diferentes maneras: teniendo en cuenta el nombre de la posición de cada cifra, en notación exponencial o en notación polinómica.

**a) Notación según el nombre de la posición de cada cifra:** Se nombra cada cifra acompañada del nombre de la posición que ocupa, normalmente se usa la abreviatura de las unidades (u), decenas (d), centenas (c), unidades de mil (UM), decenas de mil (DM), centenas de mil (CM), etc. Ejemplos:

**El número 1.896,** se expresa como  $1(\text{UM}) + 8(\text{c}) + 9(\text{d}) + 6(\text{u})$

**El número 25.043,** se expresa como  $2(\text{DM}) + 5(\text{UM}) + 0(\text{c}) + 4(\text{d}) + 3(\text{u})$

b) **Notación exponencial:** El número se expresa teniendo en cuenta el valor de posición de cada una de sus cifras en forma de potencias de la base en la que se está trabajando, en este caso, base 10. Ejemplos

$$\begin{aligned} \text{El número 1.896 es:} & \quad (1 \times 10^3) + (8 \times 10^2) + (9 \times 10^1) + (6 \times 10^0) \\ & = 1 \times 1000 + 8 \times 100 + 9 \times 10 + 6 \times 1 \\ & \quad 1000 + 800 + 90 + 6 = 1.896 \end{aligned}$$

c) **Notación polinómica:** El número se expresa teniendo en cuenta el valor de cada una de sus cifras. Ejemplo:

$$\text{El número 1.896 es: } 1.000 + 800 + 90 + 6 = 1.896$$

**SISTEMA BINARIO:** Es un sistema de numeración utilizado en matemáticas e informática que utiliza únicamente dos dígitos el cero (0) y el uno, los computadores lo usan porque trabajan internamente con dos niveles de voltaje: encendido = 1 y apagado = 0.

El sistema binario es un **sistema posicional**, cada cifra tiene un valor de acuerdo con su posición y su base es dos, este sistema de numeración, así:

$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

### CONVERSIÓN DEL SISTEMA BINARIO AL SISTEMA DECIMAL

Todo número binario se puede representar en el sistema decimal. El proceso para su conversión está en la suma del desarrollo exponencial del número binario.

Por ejemplo para convertir el número 110010 en base 2 a base decimal procedemos así:

1) Se realiza la tabla de potencia de 2 y se ubican las cifras del número binario en el lugar correspondiente, empezando por la derecha, así:

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
					1	1	0	0	1	0

2) Se escribe el número binario en su proceso exponencial y se resuelven las operaciones indicadas, así:

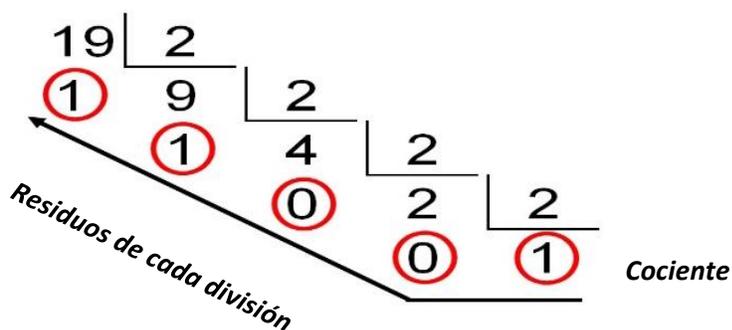
$$\begin{aligned} \mathbf{110010} &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \\ &= 1 \times 32 + 1 \times 16 + 0 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \\ &= 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 0 = 50 \end{aligned}$$

Entonces  $110010_2 = 50_{10}$  (se lee 110010 en base 2 es igual a 50 en base 10)

### CONVERSIÓN DEL SISTEMA DECIMAL AL SISTEMA BINARIO

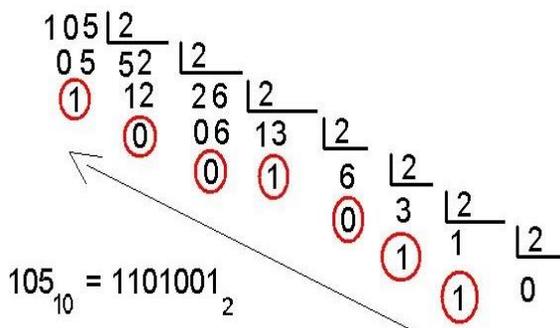
Para pasar a binario un número decimal, primero tomamos el número dado y lo dividimos entre 2, sin usar decimales en el cociente, luego al cociente obtenido lo seguimos dividiendo entre 2 como en el paso anterior y repetimos sucesivamente hasta que el cociente sea un número menor que 2. Finalmente de las divisiones sucesivas, tomamos el cociente de la última división y los residuos de abajo hacia arriba, formando así el número binario.

Ejemplo:  $19_{10} = 10011_2$

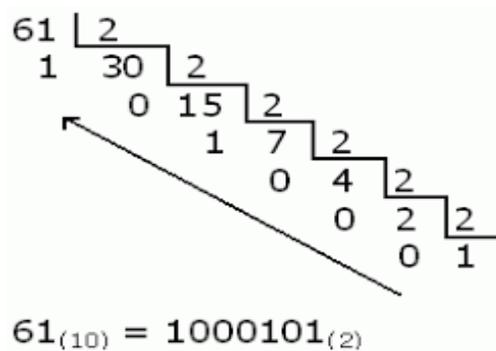


#### ACTIVIDAD:

1.- Pasemos el número decimal 105 a binario



2.- El número decimal 61 a binario es:



#### EVALUACIÓN FORMATIVA:

1.- Escribe la diferencia entre el sistema de numeración decimal y el sistema binario.

2.- ¿Cuál es la notación exponencial del número 7.564.216?

3.- ¿Cuál es el valor posicional del número 3 en las siguientes cifras?

a) 8.435.610

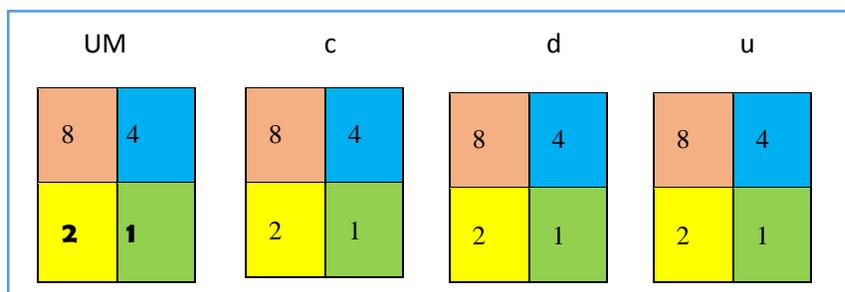
b) 73.621.479

c) 6531 d) 5307 e) 14.793

4.- Complete la tabla:

1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	NÚMERO DECIMAL
$2^{10}$	$2^9$	$2^8$	$2^7$	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	
							1	0	0	1	
								1	1	1	
					1	0	1	0	1	0	
		1	0	1	1	1	0	0	1	1	

5.- Pase al sistema binario los números que aparecen en la plataforma del microprocesador de Papy.



## Recuerda que...

### El sistema de numeración decimal

- Este sistema se llama **decimal** porque siempre se forman grupos de 10:
- Las **unidades** son elementos sin agrupar.
- Las **decenas** son grupos de diez unidades.
- Las **centenas** son grupos de diez decenas.
- Las **unidades de mil** son grupos de diez centenas.
- Las **decenas de mil** son 10 grupos de unidades de mil.
- Las **centenas de mil** son grupos de 10 decenas de mil.

### El sistema de numeración binario

- El sistema de numeración binario o de base dos, es aquel que utiliza dos símbolos para representar las cantidades.
- Los símbolos del sistema de numeración binario son los números 0 y 1 con esos dos símbolos es posible representar cualquier cantidad numérica
- El sistema de numeración binario es el que utilizan las computadoras para realizar todas sus operaciones, ya que las computadoras sólo entienden dos estados, encendido (1) o apagado (0).

## Guía No. 3

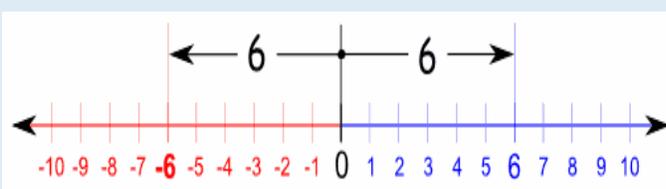
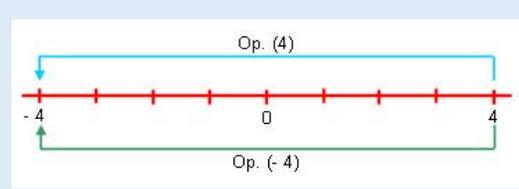
### Ordenemos números enteros

*Lo que sabemos:*

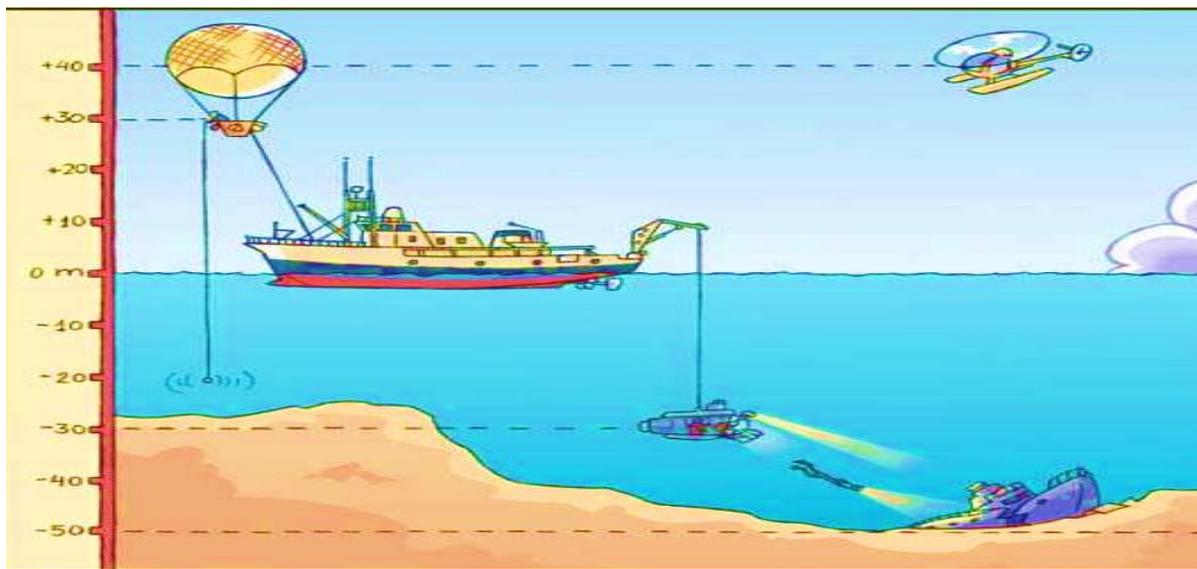
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué significado tiene la palabra opuesto?</li> <li>✓ ¿Cómo utilizamos la palabra opuesto en situaciones diarias?</li> <li>✓ ¿Cómo usamos la palabra opuesto en situaciones matemáticas?</li> <li>✓ ¿Será que recorreremos el mismo espacio si lo hacemos para la izquierda que para la derecha?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Qué es valor absoluto?</li> <li>✓ ¿Cómo ordenamos una cantidad de números naturales?</li> <li>✓ ¿Seguimos el mismo proceso para ordenar números negativos?</li> <li>✓ Si la prioridad es pagar estas deudas: \$150, \$900, \$500, \$1500, \$200, desde la más chica a la más grande. ¿Cómo sería el orden?</li> </ul>
--	---



*Lo que vamos a aprender:*  
**Establecer relaciones de orden entre números enteros.**

<b>Valor absoluto de un número entero</b>	<b>Número opuesto de un número entero</b>
<p>El valor absoluto de un número es la distancia que hay desde el número hasta el punto cero (0) en la recta numérica. Se representa escribiendo el número entre dos barras verticales    </p> <p>Ejemplo: <math> -6  = 6</math> (se lee: valor absoluto de menos 6 es igual a 6) y <math> 6  = 6</math>, gráficamente es:</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>	<p>Dos números enteros son opuestos si en la recta numérica están a la misma distancia del cero pero en sentido contrario, o sea con diferente signo.</p> <p>El opuesto de un número tiene el mismo valor absoluto pero con distinto signo.</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div>

Analícemos el siguiente gráfico:



El número entero que representa la ubicación de la persona en el globo es 30.

Como hay 30 unidades entre 0 y 30, entonces  $|30| = 30$

El número entero que representa la ubicación del submarino es -30.

Como hay 30 unidades entre 0 y -30, entonces  $|-30| = 30$

El número 30 del globo indica la altura en que se encuentra, por tanto es un entero positivo; el número del submarino indica su profundidad, es un entero negativo -30.

Entonces 30 es el opuesto de -30, representan igual distancia pero en sentido contrario.

### ACTIVIDAD

1.- Escribe el valor absoluto de los siguientes números:

a)  $|-8| = \underline{\quad}$       b)  $|-16| = \underline{\quad}$       c)  $|50| = \underline{\quad}$       d)  $|-247| = \underline{\quad}$

2.- Escribe el número opuesto de las siguientes situaciones:

- a) Una gaviota vuela a 20m de altura  $\underline{\quad}$       b) El tiburón está a 15m de profundidad  $\underline{\quad}$   
 c) El consultorio está en el segundo piso  $\underline{\quad}$       d) El parqueadero está en el primer sótano  $\underline{\quad}$

3.- Encuentra el valor de x, en los siguientes ejercicios:

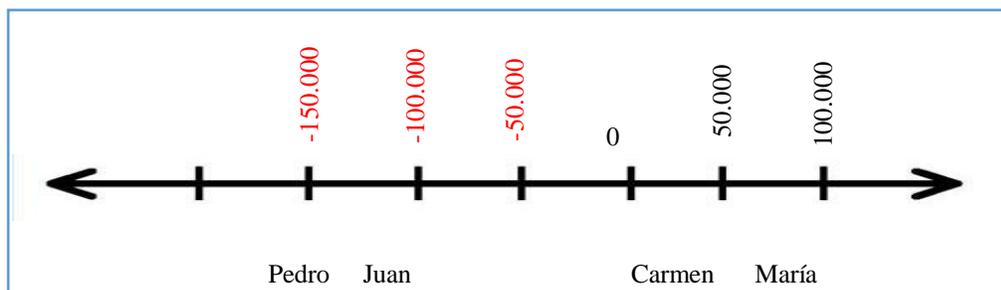
a)  $|x| = 4$       b)  $|x| = -17$       c)  $|-(x)| = 10$       d)  $|654| = x$

### ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS

Para deducir la forma de ordenar los números enteros, analicemos la siguiente situación:

Si en la tabla aparece el balance en moneda colombiana de ahorros (números positivos) y deudas (números negativos) de 4 personas durante la semana, Ordenar las personas de mejor a peor balance

Para identificar a la persona que tiene mejor balance, lo podemos hacer representando estos valores en la recta numérica, así:



Observando la recta, podemos darnos cuenta de que María tendría mejor balance en esta semana, puesto que tiene \$100.000 de ahorros, le sigue Carmen con \$50.000, luego Juan con \$100.000 que aunque son deudas, representan menos dinero de lo que debe Pedro, quien está en el peor balance con una deuda de \$150.000.

De acuerdo a esta situación podemos concluir que:

- Los números positivos siempre serán mayores que los negativos (es mejor tener que deber).
- Entre los positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto (entre más ahorros tenga, mejor).
- El cero es mayor que todos los negativos (Mejor no deber nada).
- Entre los negativos es mayor el que está más cerca al cero, el que tiene menor valor absoluto (entre menos deudas tenga mejor).

#### ACTIVIDAD

NOMBRE	BALANCE
María	100.000
Pedro	-150.000
Juan	-100.000
Carmen	50.000

1) En la plantilla del microprocesador de Papy, escribe las siguientes parejas de números y determina el signo (mayor  $>$ , menor  $<$  o igual  $=$ ) para cada una de ellas. (Recuerde que cuando se trabaja con números de diferente signo, debemos utilizar fichas de diferente color).

a)  $-956$    $23$

b)  $621$    $0$

c)  $0$    $-5672$

b)  $8$    $10$

e)  $-100$    $-19$

f)  $-504$    $1$

g)  $142$    $783$

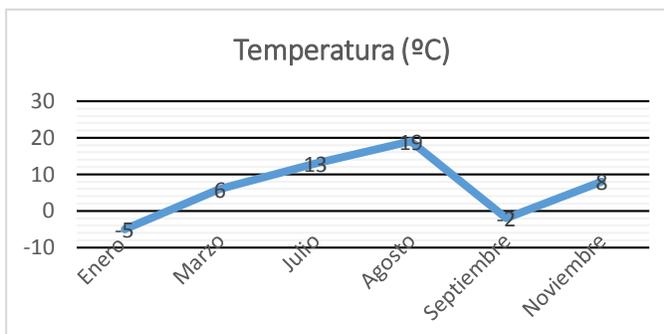
h)  $-822$    $822$

i)  $-605$    $-605$

#### EVALUACIÓN FORMATIVA

1.- En la siguiente tabla y gráfica aparecen las temperaturas promedio de una ciudad durante algunos meses del año.

Mes	Temperatura (°C)
Enero	-5
Marzo	6
Julio	13
Agosto	19
Septiembre	-2
Noviembre	8



- a) Ordene las temperaturas de mayor a menor  
 b) Represente las temperaturas en una recta numérica

2.- Ordene en forma ascendente cada conjunto de números:

- a) 98, 821, 635, 12, 87, 104, 0, 96, 114, 10002  
 b) -145, -52, -36, -874, -1, -854, -23, -10, -5, -640  
 c) -85, 63, 0, -14, -74, 24, 17, 60, -58, -63

3.- Ordene en forma descendente cada conjunto de números:

- a) 999, -1000, -998, -1001, 998, -999, -900, 900, 9, -9  
 b) -561, -875, -2, -46, -2587, -654, 8, -63, 0, -7  
 c) -4, -50, 9, -10, -14, 2, -6, 6, 10, 50



- El valor absoluto de un número nunca es negativo.
- Todo entero **negativo** es **menor** que cualquier entero **positivo** o número natural y todo entero **positivo** es **mayor** que cualquier número **negativo**.
- El **cero** es **mayor** que cualquier entero **negativo** y **menor** que cualquier entero **positivo**.
- Entre dos enteros **positivos** es mayor el que tenga **mayor valor absoluto** y entre dos enteros **negativos** es **mayor el de menor valor absoluto**.

## Guía No. 4

### Representemos números en el plano cartesiano

*Lo que sabemos:*

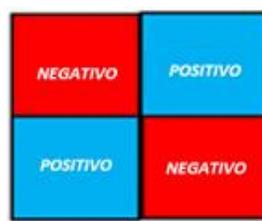
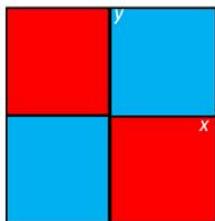
- ✓ ¿Según lo realizado en la guía sobre la construcción del plano cartesiano. ¿Cuál cree que es su utilidad?
- ✓ ¿Qué dificultad hubo en la comprensión de este tema?
- ✓ ¿Elabore un plano cartesiano y señale sus cuadrantes?
- ✓ ¿Escriba el número 45, de 5 formas diferentes?
- ✓ ¿Escriba el número -15, de 5 formas diferentes?
- ✓ ¿Conoce o ha escuchado algo sobre la caja de polinomios?, si la respuesta es afirmativa menciónelo.

*Lo que vamos a aprender:*  
**Representar con fichas números positivos y negativos en el plano cartesiano utilizado en la caja de polinomios.**

#### UN POCO DE HISTORIA SOBRE LA CAJA DE POLINOMIOS.

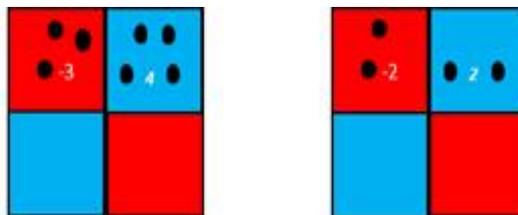
La Caja de Polinomios conjuga los aportes de cuatro matemáticos famosos: Euclides, siglo III a.C. quien con su libro de Los Elementos entrega a la humanidad el primer texto científico sistematizado; el segundo matemático es Tabit ben Qurra el Harani, siglo X d.C que alumbró el camino de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática y por último, el juego extiende su aplicación a polinomios con coeficientes negativos con la utilización del plano cartesiano, cuya creación se debe a Pierre de Fermat y Renato Descartes, siglo XVII d.C. El plano cartesiano ideado por estos franceses, conjuga sobre una misma representación la posición de un objeto en el tiempo y el espacio.

El plano está dividido en cuatro cuadrantes, así:



Para representar números en este plano utilizamos 50 fichas iguales con valor de una unidad. En el primer y tercer cuadrante las fichas que se ubiquen corresponden a números positivos. En el segundo y cuarto cuadrante, las fichas ubicadas representan valores negativos, como se muestra en la gráfica:

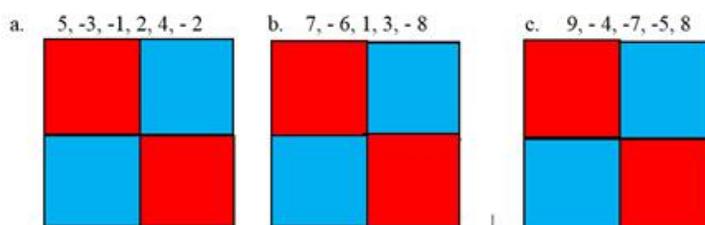
A modo de ejemplo se representan los siguientes números:  $(-3, 4)$  y  $(-2, 2)$  con las fichas en el plano cartesiano, teniendo en cuenta cada cuadrante con su respectivo valor.



Se utilizan los dos cuadrantes superiores para esta representación, pero puede realizarse de la forma que se desee, teniendo presente que los números negativos corresponden a fichas ubicadas en cuadrantes negativos y los números positivos pertenecen a las fichas colocadas en los cuadrantes positivos.

### ACTIVIDAD

1.- Represente en el plano cartesiano entregado y con las respectivas fichas, los siguientes números. Ver modelo si es necesario:



2.- Comente las dificultades que se presentaron al realizar esta actividad, si las hubo.

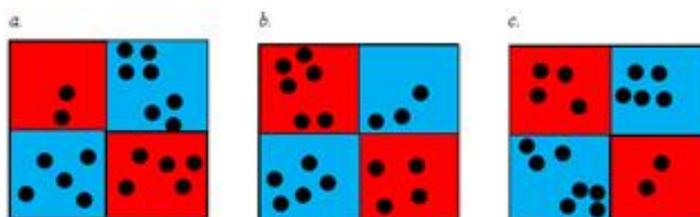
3.- Elabore en una hoja de su cuaderno el plano presentado para repaso de este tema en casa.

4.- ¿Qué explicación cree se puede dar sobre la ubicación de los valores en cada cuadrante?

### EVALUACIÓN FORMATIVA

Marque la respuesta correcta.

1.- La representación en el plano cartesiano de los números  $(-4, -2, 5, 3, 4)$  Figura No. 8  
Corresponde a:



2.- Justifica la importancia del uso del signo negativo en el plano cartesiano.



Siempre que representemos números en el plano Cartesiano es importante tener en cuenta:

- ✓ En el primer y tercer cuadrante las fichas que se ubiquen corresponden a números positivos.
- ✓ En el segundo y cuarto cuadrante, las fichas ubicadas representan valores negativos.
- ✓ En el primer cuadrante las 2 coordenadas son positivas; en el segundo la abscisa es negativa y la ordenada positiva; en el tercer cuadrante ambas coordenadas son negativas y en el cuarto cuadrante la abscisa es positiva y la ordenada negativa.



Universidad  
del Cauca

## Anexo7. Guías adición de números enteros



### APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS ATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN

ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z



MinEducación  
Ministerio de Educación Nacional

#### Guía No.1

#### Construyamos nuestro plano cartesiano

*Lo que sabemos:*

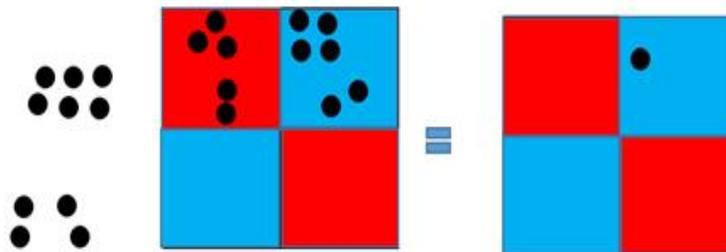
<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Cuál es el gráfico que nos permite ver la ubicación de objetos o personas?</li> <li>✓ ¿Qué es un plano o un croquis?</li> <li>✓ ¿Para qué se utilizan los planos?</li> <li>✓ ¿Qué es un plano cartesiano?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ ¿Hemos realizado alguna vez un plano cartesiano? ¿Qué materiales hemos utilizado?</li> <li>✓ ¿Para qué hemos usado el plano cartesiano?</li> <li>✓ ¿En qué otras situaciones creemos que se utilice el plano cartesiano?</li> </ul>
--	--

*Lo que vamos a aprender:*  
Reconocer el uso del plano cartesiano, identificando y ubicando puntos con coordenadas positivas y negativas.

Para adicionar en el plano cartesiano los números del modelo representado en la guía anterior, se debe anular fichas: tomando una ficha del cuadrante negativo con una ficha del cuadrante positivo, hasta que no tenga pares de fichas; las fichas que se anulan se deben retirar del plano. Finalmente se obtiene la respuesta con las fichas sobrantes en cualquier cuadrante. El signo lo dará el cuadrante donde queden ubicadas las últimas fichas. Ejemplo:

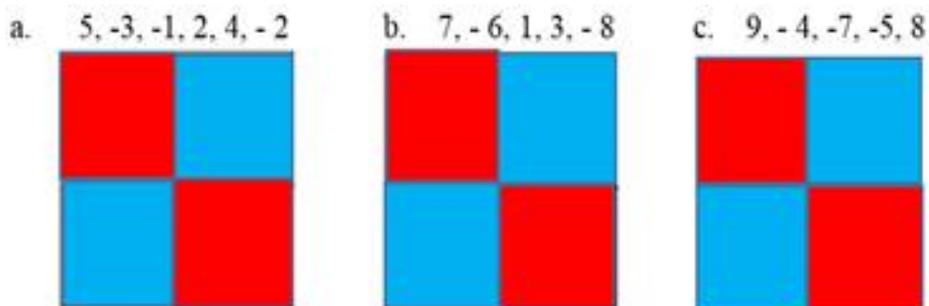
Al sumar  $-3, 4, -2, 2$

La respuesta a esa adición es:  $+1$ , porque sobra una ficha en un cuadrante positivo.



**ACTIVIDAD**

1.- Realiza la SUMA de cada ejercicio presentado y escribe el resultado bajo cada plano cartesiano.



2.- Realiza tres ejercicios de adiciones con números positivos y negativos donde se incluyan números del 1 al 10.

3.- Menciona las dificultades presentadas al realizar la actividad.

**EVALUACIÓN FORMATIVA**

1. Practique la adición de números enteros con un dígito en el plano cartesiano, con ejercicios dictados.
2. Hagamos un concurso con la temática trabajada entre equipos, donde gana el equipo que diga primero el resultado correcto de la adición.
3. ¿Por qué cree que se retira del plano una ficha de un cuadrante positivo con una ficha de un cuadrante negativo?



**Recuerda que...**  
 Para adicionar enteros en el plano cartesiano primero debes representarlos con las fichas y luego se anulan fichas de un cuadrante positivo con fichas de un cuadrante negativo, hasta que no se pueda eliminar más.

Para leer el resultado final solo basta contar el número de fichas que no se cancelaron y mirar el cuadrante en el que quedaron ubicadas para determinar el signo.

## Guía No. 2

### Sumando enteros de dos y más dígitos en el plano cartesiano.

*Lo que sabemos:*

- ✓ ¿Para usted, qué es descomponer un número?
- ✓ ¿En qué situaciones de la vida diaria se utilizan los números enteros?
- ✓ ¿Cree importante aprender a realizar operaciones matemáticas a través de juegos?

- ✓ ¿Escriba el número 50, de 5 formas diferentes?
- ✓ ¿Escriba el número -150, de 5 formas diferentes?
- ✓ ¿Qué valores éticos se debe aplicar en la clase de matemáticas?

*Lo que vamos a aprender:*

*Utilizar el plano cartesiano de la caja de polinomios como herramienta eficiente de cálculo aditivo con los números enteros de dos y más dígitos.*

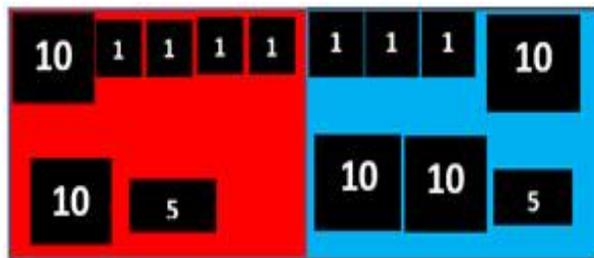
Para realizar operaciones de dos dígitos es necesario elaborar otras fichas, las cuales tengan valores y formas diferentes. Un ejemplo puede ser:



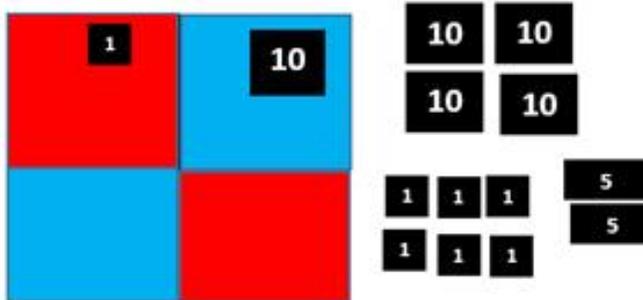
El mecanismo de volver cero cada ficha es que la ficha de igual valor de un cuadrante positivo, se ANULA con la ficha que está en un cuadrante negativo.

Ejemplo: Realicemos el siguiente cálculo:  $(13) + (-14) + (25) + (-15)$

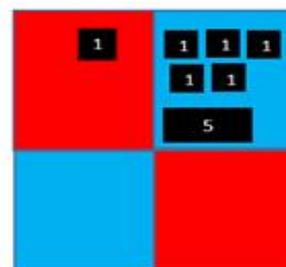
✓ En primer lugar se debe representar los números en sus respectivos cuadrantes como lo indica la ilustración:



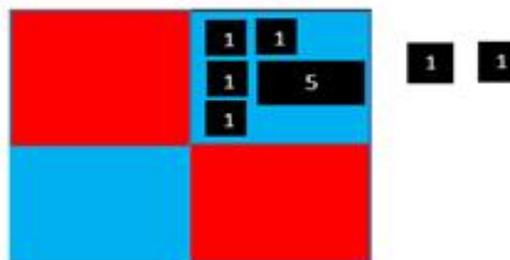
- ✓ En segundo lugar se retiran (anula) fichas de igual valor que estén ubicadas en cuadrantes diferentes (opuestos), como indica el gráfico.



- ✓ Como al terminar de quitar las parejas de fichas opuestas, aún hay fichas en dos cuadrantes, se cambia (reemplaza o descompone) la ficha del cuadrante positivo que tiene valor de 10, por fichas de menor valor para poder anular la ficha de valor 1 del cuadrante negativo; una forma de descomponer el 10 es:



- ✓ Con estas fichas se anula otro par de fichas opuestas (negativa y positiva) como lo indica la figura:
- ✓ De esta manera se llega al resultado final, el cual se obtiene sumando los valores de las fichas sobrantes de un solo cuadrante. Y el signo correspondiente al resultado lo determina el cuadrante donde quedan las últimas fichas (positivo o negativo), para el ejemplo el resultado es 9.



### ACTIVIDAD

1.- Realice la descomposición de los siguientes números, utilizando adiciones:

- a. -25                      b. 15                      c. 60                      d. -38

2.- Encuentre el resultado de las siguientes adiciones con números enteros, utilizando el plano cartesiano de la caja de polinomios con las respectivas fichas.

- a.  $(-28) + (33) + (17) + (-19)$   
 b.  $(-8) + (-35) + (46) + (-52)$   
 c.  $(-6) + (-17) + (23) + (32)$

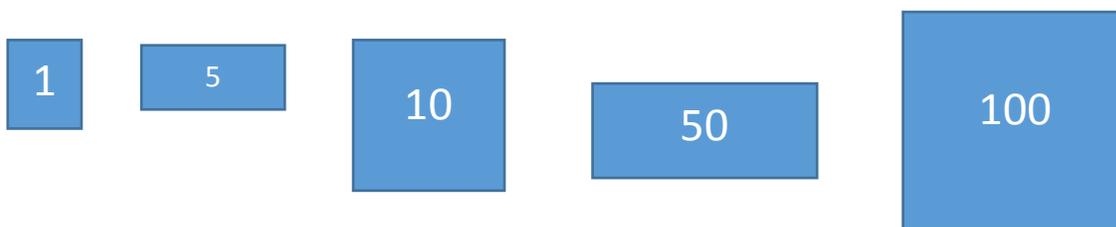
3.- Proponga tres ejercicios de adición con números positivos y negativos de dos dígitos y resuélvalos, diferente a los realizados en clase.

**EVALUACIÓN FORMATIVA**

1. *Practicar la adición de números enteros con dos dígitos en el plano cartesiano, con ejercicios dictados.*
2. *Hacer un concurso con la temática trabajada entre equipos, donde gana el equipo que diga primero el resultado correcto de la adición.*
3. *¿Por qué cree que se retira del plano una ficha de igual valor de un cuadrante positivo con una ficha de un cuadrante negativo?*

**ADICIONES DE NÚMEROS ENTEROS CON MÁS DÍGITOS**

Si se quiere aumentar el nivel de complejidad para realizar adiciones de más dígitos, se aumentaría el número de fichas con valores más grandes. Ejemplo:



El mecanismo es el mismo que se explicó anteriormente pero con la utilización de fichas con valores más grandes.....

**ACTIVIDAD**

1.- Realice la descomposición de los siguientes números:

a. -254

b. 157

c. 609

d. -383

2.- Encuentre el resultado de las siguientes adiciones con números enteros, utilizando el plano cartesiano de la caja de polinomios y las fichas correspondientes.

a.  $(-284) + (330) + (187) + (-196)$

b.  $(-80) + (-305) + (469) + (-522)$

c.  $(-622) + (-917) + (823) + (732)$

3.- Proponga tres ejercicios de adición con números positivos y negativos de dos y más dígitos y resuélvelos.

**EVALUACIÓN FORMATIVA**

1. *Practicar la adición de números enteros con dos y más dígitos en el plano cartesiano, con ejercicios dictados.*
2. *Hacer un concurso con la temática trabajada entre equipos, donde gana el equipo que diga primero el resultado correcto de la adición.*



- ✓ *Para realizar operaciones de dos dígitos es necesario elaborar otras fichas, las cuales tengan valores y formas diferentes. El mecanismo de volver cero cada ficha sería que la ficha de igual valor de un cuadrante positivo, se ANULA con la ficha que está en un cuadrante negativo con el siguiente proceso:*
- ✓ *En primer lugar se debe representar los números en sus respectivos cuadrantes*
- ✓ *En segundo lugar se retiran (anula) fichas de igual valor que estén ubicadas en cuadrantes diferentes (opuestos).*
- ✓ *Cuando al terminar de quitar las parejas de fichas aún hay fichas en dos cuadrantes, se reemplaza la ficha o fichas de mayor valor absoluto de uno de los cuadrantes por fichas de menor valor para poder anular las fichas con el otro cuadrante, lo que sería descomponer un número para poderlo anular.*
- ✓ *De esta manera se llega al resultado final, el cual se obtiene sumando los valores de cada ficha, sobrantes en un solo cuadrante. Y el signo correspondiente al resultado lo determina el cuadrante donde quedan las últimas fichas (positivo o negativo).*

## Guía No. 3

### Conociendo el microprocesador de Papy (MIC)

*Lo que sabemos:*

✓ ¿Cuál es el significado de la palabra microprocesador?	✓ ¿Por qué al computador se le llama también máquina para procesar información?
✓ ¿De qué manera procesamos información?	✓ ¿Por qué creen que Belén, nuestro pueblo, es reconocido por el proceso del cuero?
✓ ¿Sabían que nuestro cerebro es el mejor procesador?	

*Lo que vamos a aprender:*  
**Comprender el manejo del microprocesador de Papy y utilizarlo adecuadamente.**

#### *El microprocesador de Papy.*

**Algo de historia:** El microprocesador de Papy es un instrumento diseñado para el aprendizaje de la organización de los números en base diez y las correspondientes operaciones entre ellos. Su creador fue Georges Papy, matemático belga quien en 1968, presentó una verdadera máquina de calcular que funciona como un pequeño ordenador; este instrumento “combina el sistema decimal y el binario: recibe la información en base diez, la transforma y procesa en base dos y da un resultado en base diez”. Es decir que Papy creó una “máquina ejercitadora” que permite familiarizar y desarrollar en los estudiantes los sistemas de numeración y llegar a la comprensión de los conceptos de composición o descomposición, agrupación o desagrupación de números, por medio de un juego de cambios.

**Descripción del microprocesador de Papy:** Este juego consta de un tablero o de varios tableros o láminas divididas en cuatro regiones con cuatro colores diferentes, correspondientes a los dígitos 8, 4, 2 y 1 respectivamente. La numeración que se sigue en cada tablero o lámina, para las fichas que allí se coloquen, son las de la numeración binaria y entre los distintos tableros las de la numeración decimal.

Estas placas se alinean horizontalmente, de derecha a izquierda, siguiendo la regla del sistema decimal de numeración (unidades, decenas, centenas, etc.); cada cuadrado dividido en cuatro partes iguales, también cuadradas, de color: verde, amarillo, azul y naranja, que representan a las unidades, decenas y centenas, unidades de mil, decenas de mil, etc.

Para representar los números se pueden usar fichas de diferentes materiales como fomy, cuero, cartón, o incluso semillas como: arvejas, fríjoles, garbanzos, etc. Y para la placa base, se puede utilizar madera, ebonita cartulina plastificada o cartón resistente.

### Microprocesador de Papy JNENSEBEL

DM	UM	c	d	u
8	4	8	4	8
2	1	2	1	2

#### Reglas para su aplicación

✓ Al colocar un objeto en uno de los cuadros de la tabla, el objeto representa el valor del cuadro. Por ejemplo, si se coloca una ficha en el color azul, se está representando al número 4. Si se colocan varias fichas, se suman los valores que representan cada una. Ejemplo:

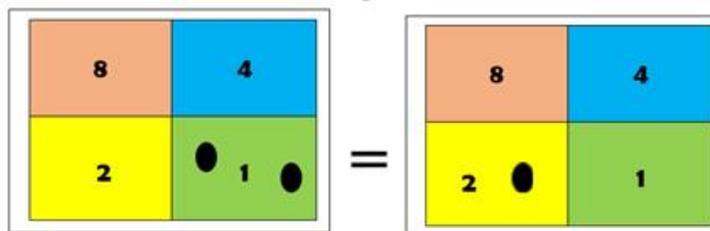


Para manejar el microprocesador de Papy, existen 2 reglas fundamentales:

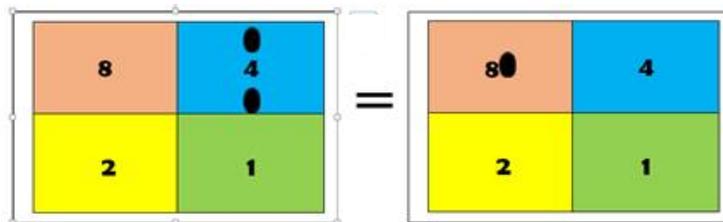
**PRIMERA:** Cada división de las cuatro casillas solo permite representar los números del 1 al 9.

**SEGUNDA:** No se pueden dejar 2 fichas en una casilla, porque por ejemplo:

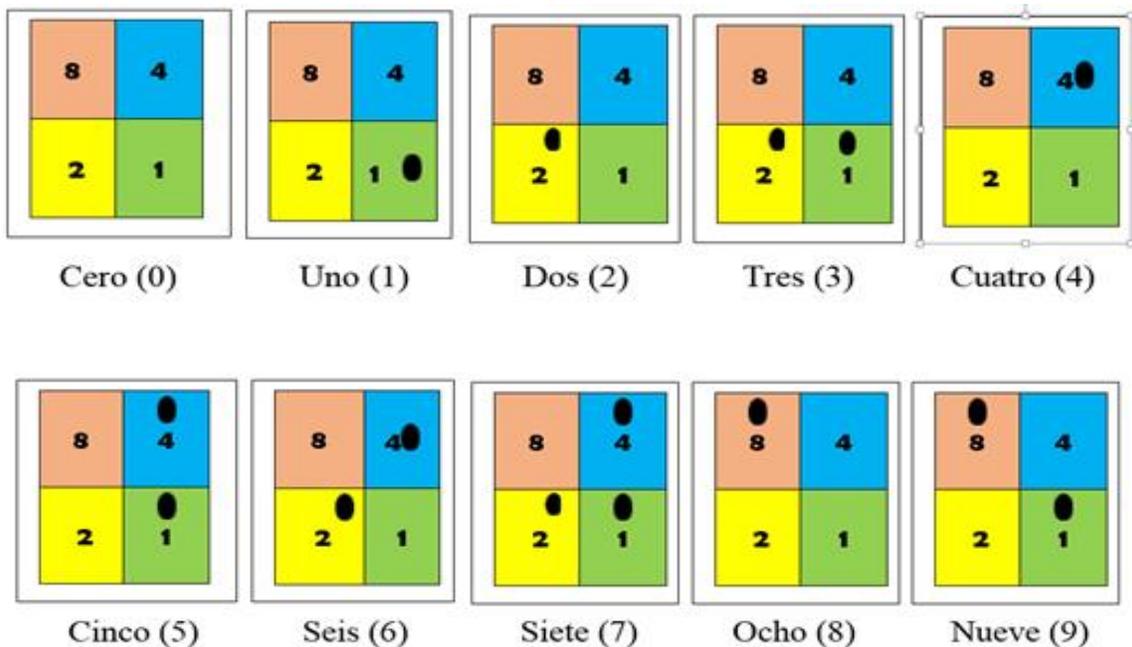
Dos fichas en la casilla verde equivalen a una en la amarilla ( $1+1=2$ )



Dos fichas en la casilla azul, equivalen a una en la anaranjada



Ejemplo: para cualquier caja, la representación correcta de los dígitos del 0 al 9, es así:

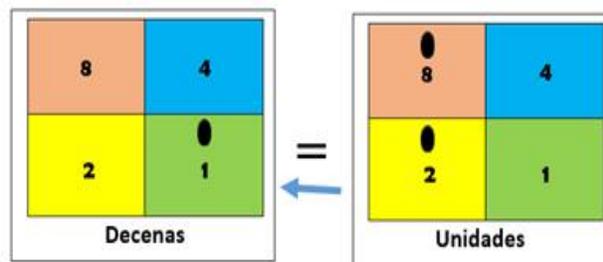


En este mismo sentido y en cuanto a la organización decimal, la regla es: manejar tantas placas como cifras tenga el número a representar, utilizando el menor número de fichas posibles, para lo cual no debe haber más de una ficha por casilla.

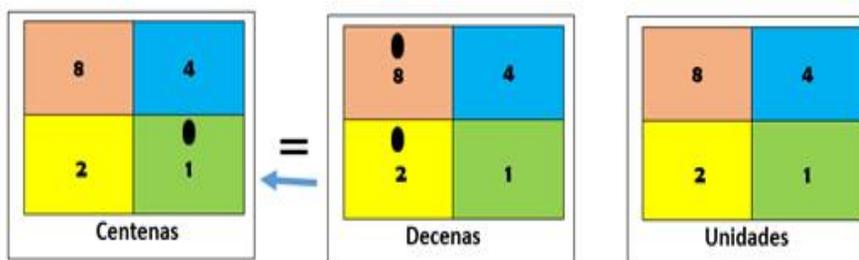
El funcionamiento del microprocesador es como el de una máquina de transformar, de manera que en el primer cuadrado de la derecha entran las unidades, que agrupadas según la consigna dada constituyen una unidad de orden dos (decenas), de orden 3 (centenas) y así sucesivamente.

### Ejemplos:

Una ficha en la casilla anaranjada y una en la amarilla de las **unidades**, forman **una decena**, o sea una ficha en la casilla **verde** de las decenas.



Una ficha en la casilla **anaranjada** y una en la amarilla de las **decenas**, forman una **centena**, o sea una ficha en la casilla **verde** de las centenas



### ACTIVIDAD:

1.- Escribir los números representados en los siguientes procesadores:

<p>a.-</p>	<p>b.-</p>
<p>c.-</p>	<p>d.-</p>

2.- Ubicar los siguientes números en el microprocesador de Papy:

<p>a.-</p> <p>120</p>	<p>b.-</p> <p>964</p>
<p>c.-</p> <p>506</p>	<p>d.-</p> <p>395</p>

### ***EVALUACIÓN FORMATIVA***

***1.- Practique la escritura y lectura de números en el microprocesador de Papy, dictados por la docente y compañeros.***

***2.- Escriba en el MIC los números, según lo solicitado:***

- a) 3 números que solo tengan unidades
- b) 3 números que tengan unidades y decenas.
- c) 4 que utilicen las centena, decenas y unidades y
- d) 4 que usen las unidades de mil, las centenas, las decenas y las unidades.

***3.- Explique ¿Cómo se escribe números negativos en el MIC?***



***Para utilizar correctamente el microprocesador de Papy se debe seguir las reglas, solo así cada número se representa de manera única y con la mínima cantidad de fichas.***

- ***Las divisiones de las cuatro casillas solo permiten cantidades desde 0 hasta 9.***
- ***Cada una de las cuatro casillas no admite más de una ficha sobre ella.***
- ***Si vamos a utilizar números de diferente signo, debemos diferenciarlos con fichas de distinto color.***

## Guía No. 4

### Sumando enteros con el microprocesador de Papy

*Lo que sabemos:*

Si la tienda escolar reporta las ventas y gastos realizados en una semana, así:

DÍA	ENTRADAS	GASTOS
Lunes	\$230.000	\$ 70.000
Martes	\$210.500	\$150.000
Miércoles	\$380.000	\$100.000
Jueves	\$450.000	\$500.000
Viernes	\$360.000	\$350.000

*Responder:*

- ✓ ¿Cuánto dinero se recibió o entró a la tienda escolar en total?
- ✓ ¿Cuánto dinero se pagó o gastó en total?
- ✓ ¿Cuál es el saldo en la tienda escolar al final de la semana?



*Lo que vamos a aprender:*

Calcular correctamente sumas entre dos números enteros de igual signo, utilizando el microprocesador de Papy

*Operaciones con el microprocesador de Papy:* con este instrumento se pueden realizar operaciones tales como la adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación, para nuestro estudio, a continuación indicamos la manera de uso para la suma de números enteros, inicialmente sumandos positivos, luego negativos y para terminar con sumandos combinados.

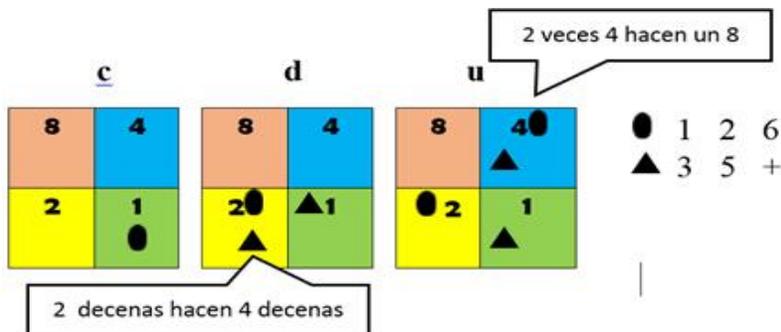
*Adición de números enteros con igual signo:*

- ✓ Para la realización de sumas utilizaremos fichas de **igual color** para identificar a los números **de igual signo: (Negras para los positivos y rojas para los negativos)**.
- ✓ De ser necesaria la agrupación, se realiza de derecha a izquierda.

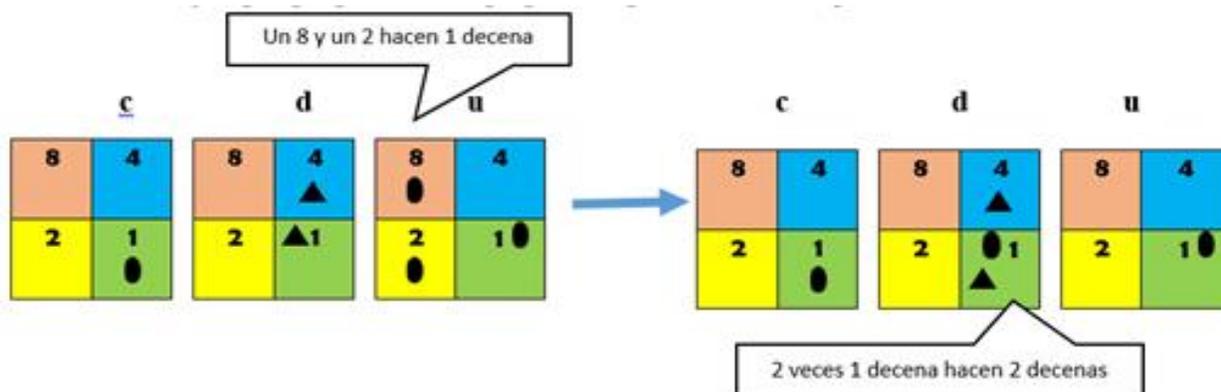
Ejemplo de **sumandos positivos**, 126

+ 35

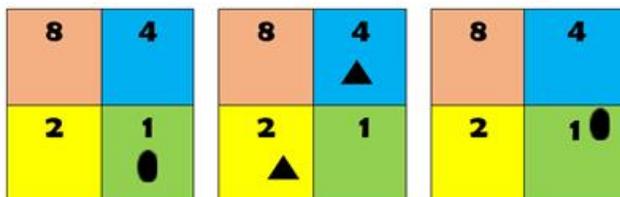
- **Primero** se ubican los sumandos, así:



- **Luego** de representar los sumandos en la placa del microprocesador, se procede a agrupar las fichas de acuerdo con las reglas establecidas. Continuando con el ejemplo propuesto, la agrupación queda de la siguiente forma:



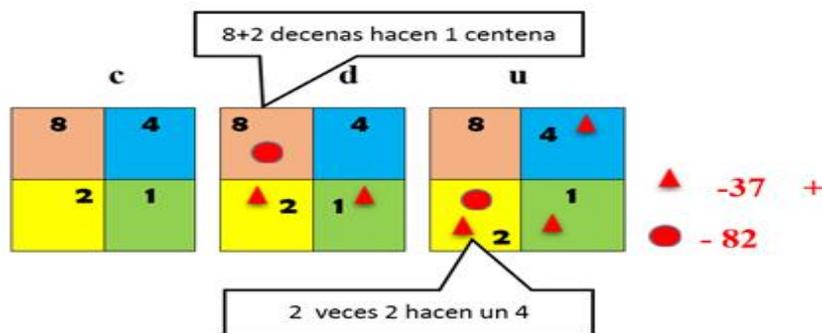
- **Finalmente** se escribe el número como aparece de izquierda a derecha, el cual será el resultado de la operación, tomando solo los números que quedan en cada ficha, de ser necesario y por aparecer más de un recuadro con una ficha, se deben sumar sus valores, en nuestro ejemplo, como lo indica el gráfico:



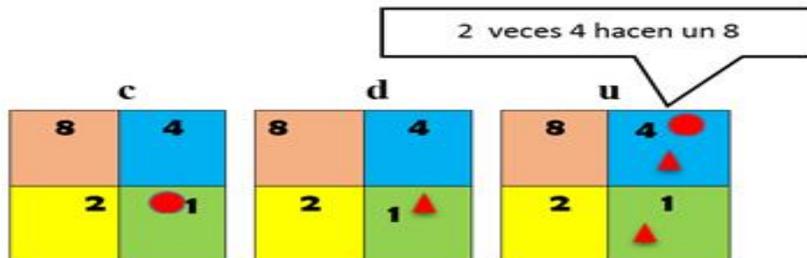
$$1c + 6d + 1u = 161$$

**Ejemplo con sumandos negativos, (-37) + (-82)**

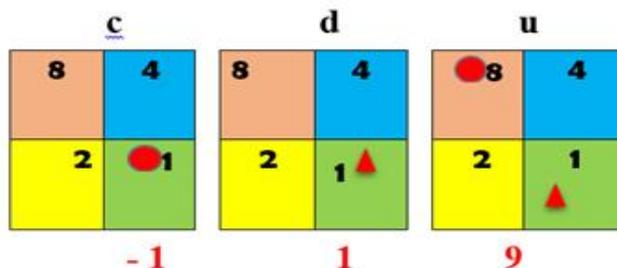
- **Primero** se ubican los sumandos, así:



- Luego se agrupan los números de derecha a izquierda, así:



- Finalmente se forma el número, teniendo en cuenta que se usa el color rojo para identificar a los números enteros negativos, así:



De acuerdo con lo expuesto en el microprocesador de Papy, queda demostrado que:

- Para sumar 2 o más enteros positivos, se suman sus valores absolutos y a la suma o resultado se le coloca el signo positivo, (**fichas negras + fichas negras = fichas negras**).
- Para sumar 2 o más enteros negativos, se suman sus valores absolutos y a la suma o resultado le colocamos el signo negativo, (**fichas rojas + fichas rojas = fichas rojas**).

#### ACTIVIDAD:

1.- Realice las siguientes sumas en el microprocesador de Papy:

a)  $(-6) + (-5)$       b)  $23+14$       c)  $(-14) + (-75)$       d)  $(-580) + (-63)$

2.- Proponga adiciones para que las realicen los compañeros.

#### EVALUACIÓN FORMATIVA

1.- Proponga una situación de la vida diaria en la que utilices 2 o más sumandos positivos, compruébela en el MIC y compártala con sus compañeros.

2.- Proponga una situación de la vida cotidiana en la que uses 2 o más sumandos negativos y compruébela en el MIC y explíquela ante sus compañeros.

3.- Utilizando el microprocesador de Papy, realice las siguientes operaciones y regístrelas en el cuaderno de apuntes:

- Una suma de 2 enteros negativos que dé como resultado un número par.
- Una suma de 3 enteros positivos que dé como resultado un número impar.
- Una suma de enteros negativos que dé como resultado un número menor que -50
- Una suma de enteros positivos que dé como resultado un número que esté conformado por unidades de mil, centenas, decenas y unidades.

Una suma de enteros negativos cuyo resultado sea un número menor que -500 y mayor que -5000.



**En la suma de dos números enteros, se trabaja por separado el signo y el valor absoluto de la suma: Adicionamos los valores absolutos de los sumandos, para dar el resultado. Si los términos son positivos, el resultado o suma también es positiva, si los sumandos son negativos, su resultado es también negativo.**

## Guía No. 5

### *Sumando enteros de diferente signo con el microprocesador de Papy*



*Lo que sabemos:*

- ✓ Si María va a la tienda escolar y compra con un billete de \$2.000 una ensalada de frutas de \$1.500, cuánto dinero le queda? ¿Qué operación se realiza?
- ✓ Y si María además desea comprar una galleta de \$800, ¿le alcanza su dinero?
- ✓ ¿Cómo queda representada en una suma, la situación de María en la tienda escolar?
- ✓ ¿Cuál es el saldo final de María en la tienda escolar?
- ✓ ¿Por qué la suma de números de diferente signo se convierte en una resta?

*Lo que vamos a aprender: Calcular correctamente sumas entre dos números enteros de diferente signo, utilizando el microprocesador de Papy.*

#### Adición de números enteros con diferente signo:

Para adicionar números negativos y números positivos no se suman sus valores absolutos, sino que se restan, puesto que se oponen o enfrentan como lo harían entre sí los jugadores de dos equipos diferentes (rojos y negros); por lo tanto 2 números de diferente signo estarán enfrentados entre sí, se van aniquilando mutuamente, cada combatiente rojo se aniquila con uno negro. El número de los supervivientes será el resultado de la operación. Si el que representa a los negativos, por ejemplo (las fichas rojas), son más numerosas, el resultado es negativo; de lo contrario, si el negro es el que tiene más fichas, el resultado es positivo.

De allí que, para sumar enteros de diferente signo, se debe restar sus valores absolutos y al resultado o suma se le coloca el signo del sumando con mayor valor absoluto.

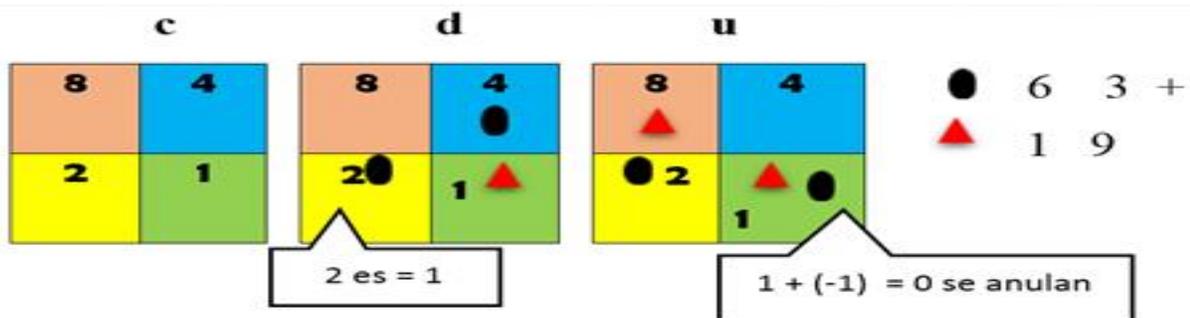
#### Reglas para adicionar números enteros con diferente signo:

- ✓ Para la realización de sumas de signos diferentes se utilizan fichas de **diferente color**, para identificar los enteros positivos usamos **fichas negras y rojas para los enteros negativos**, de esta forma se diferencian los sumandos.
- ✓ Con cada sumando se efectúan las sumas de manera independiente, como se observa en la guía anterior.
- ✓ De ser necesaria la agrupación, se puede realizar de *derecha a izquierda* o de izquierda a derecha, como mejor convenga.
- ✓ Dos sumandos de diferente color que coincidan en un número, se aniquilan inmediatamente.

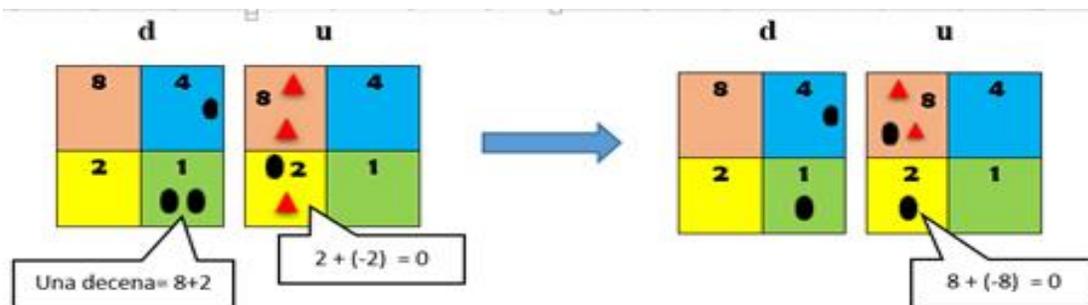
✓ Para finalizar solo deben quedar fichas de un solo color, las cuales determinan el resultado.

Ejemplo de **sumandos positivos y negativos**,  $(-63) + 19$

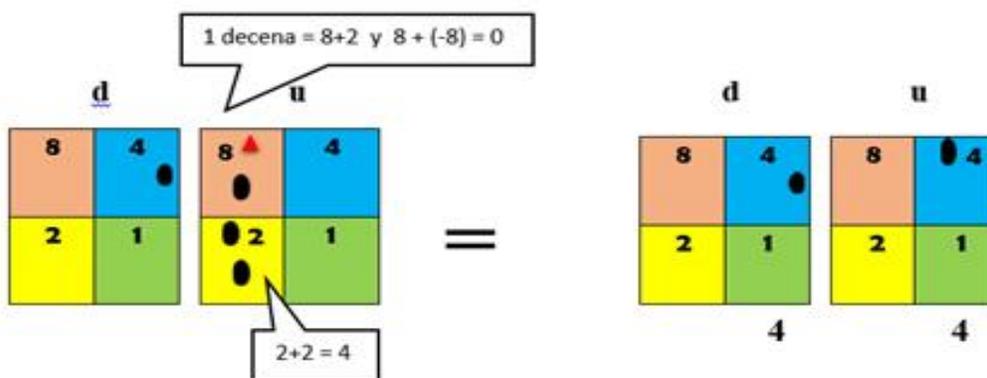
- **Primero** se ubican los sumandos, así



- **Luego** de representar los sumandos en la placa del microprocesador, se procede a aniquilar (anular) o a agrupar las fichas por colores, de acuerdo con las reglas establecidas.



Continuando con el ejemplo propuesto, la agrupación y resultado queda de la siguiente forma:



**ACTIVIDAD:**

1.- Con supervisión de la docente realizar las siguientes sumas:

a.-  $(-15) + 8$

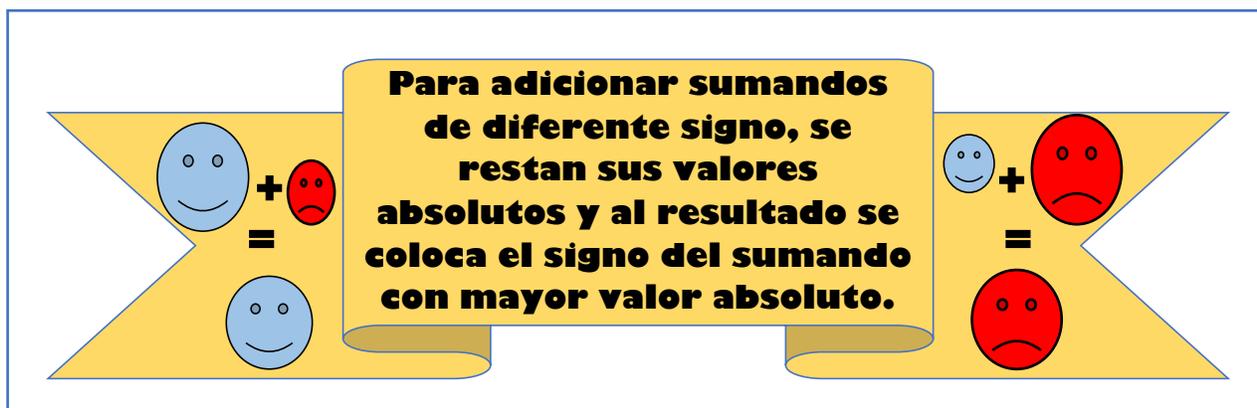
b.-  $104 + (-98)$

c.-  $457 + (-107)$

d.-  $(-641) + 78$

**EVALUACIÓN FORMATIVA:**

- 1.- Proponga una situación en la que utilice 2 sumandos de diferente signo, compruebe en el MIC y compártala con sus compañeros.
- 2.- Efectúe por lo menos 3 adiciones con sumandos de diferente signo y compártalos con tu docente o compañeros.





## Anexo 8. Lista de cotejo



Universidad  
del Cauca

### APRENDIZAJE DE LA ADICIÓN CON NÚMEROS ENTEROS A TRAVÉS DE PRÁCTICAS MATEMÁTICAS LÚDICAS CON LOS ESTUDIANTES DEL GRADO SÉPTIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN

ESTUDIANTES: VERÓNICA MUÑOZ B., DOLY ORTEGA G. Y ODILA SOLARTE Z.



MinEducación  
Ministerio de Educación Nacional

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NUESTRA SEÑORA DE BELÉN

BELÉN NARIÑO – AÑO LECTIVO 2017

**OBJETIVO:** Registrar las observaciones realizadas en la ejecución de la propuesta de intervención pedagógica, con el fin de hacer seguimiento y analizar el impacto causado con la implementación de las estrategias lúdicas utilizadas.

DESCRIPTOR							
ESTUDIANTE	Manifiesta dominio en la temática trabajada.	Promueve el trabajo colaborativo.	Se interesa por hacer las actividades, correcciones y superar sus dificultades	Demuestra motivación al utilizar las estrategias implementadas	Valora su desempeño académico y actitudinal.	Demuestra sentido de pertenencia con los recursos utilizados.	Manifiesta respeto por la palabra, opiniones y acuerdos establecidos.

OBSERVACIONES: \_\_\_\_\_