

CONCEPCIONES DE LAS MATEMÁTICAS Y DE SU ENSEÑANZA EN PROFESORES
DE MATEMÁTICAS DEL NIVEL DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

MIGUEL ANDRÉS ORTEGA GÓMEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
INSTITUTO DE POSGRADOS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
POPAYAN, 2016

CONCEPCIONES DE LAS MATEMÁTICAS Y DE SU ENSEÑANZA EN PROFESORES
DE MATEMÁTICAS DEL NIVEL DE EDUCACIÓN BÁSICA SECUNDARIA

MIGUEL ANDRÉS ORTEGA GÓMEZ

Trabajo presentado como requisito para optar al título de Magíster en Educación:

Línea Saber Pedagógico

Director

Magíster. WILLINGTON ALGERI BENÍTEZ CHARÁ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
INSTITUTO DE POSGRADOS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
POPAYAN, 2016

Nota de Aceptación:

Director: _____

Magíster. Willington Algeri Benítez Chará

Jurado: _____

Doctor Yilton Riascos Forero

Jurado: _____

Magíster Helmer Jesús Ruiz

Fecha de sustentación: Popayán, 18 de mayo de 2016

Agradecimientos

Deseo expresar mi sincero agradecimiento al profesor Magíster Willington Algeri Benítez, director de esta investigación, por su dedicación, constante motivación y valiosa colaboración.

Agradezco también al profesor Dr. Yilton Riascos Forero, por sus consejos, su generosa disponibilidad y sus observaciones precisas que me permitieron llegar a la culminación de este trabajo.

Al grupo de profesoras que hicieron parte de este proyecto, ellas son los pilares en los que se sustenta este trabajo y por ello agradezco enormemente su disposición para dejarme entrar en la intimidad de sus prácticas de enseñanza.

A mi amada esposa Sandra Ximena, por el apoyo, la confianza y el ánimo, por las preocupaciones compartidas y sus grandes dosis de comprensión y de paciencia.

A mis padres, Miguel Ángel y Zoria, y a mis hermanas Martha Mónica, Nhora Milena, María Rosana y Yovana Eugenia, por creer en mí y por el apoyo moral que me entregaron.

*Dedicado a Gabriel Esteban,
el nuevo motor de mi vida.*



Tabla de Contenido

Resumen	xi
Summary.....	xii
Introducción.....	xiii
1. Referentes Teóricos	1
1.1. Caracterización de las Creencias.	1
1.2. Caracterización de las Concepciones.....	8
1.3. Concepciones de los Profesores sobre la Naturaleza de las Matemáticas.	14
1.3.1. Ontología del conocimiento matemático.	15
1.3.2. Gnoseología del conocimiento matemático.....	16
1.4. Concepciones de los Profesores sobre la Enseñanza de las Matemáticas.	22
2. Antecedentes del Estudio.....	30
2.1. Investigaciones sobre las Concepciones.	30
2.2. Líneas de investigación en el campo de las concepciones y creencias del profesor de matemáticas.	33
2.3. Estudios sobre concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza en profesores de secundaria.....	36
2.4. Estudios sobre concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza en profesores universitarios.....	44
2.5. Estudios sobre las concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza en docentes en formación.	50
3. Metodología.....	59
3.1. Delimitación del Problema.	59

3.2.	Objetivo general.....	61
3.3.	Objetivos específicos.....	62
3.4.	Diseño de la investigación.....	62
3.4.1.	Enfoque metodológico.....	63
3.4.2.	Escogencia del método.....	64
3.4.3.	Técnicas para recoger la información.....	66
3.4.3.1.	Observación participante.....	66
3.4.3.2.	La entrevista semiestructurada.....	67
3.4.4.	Selección de las profesoras participantes.....	70
3.4.5.	Análisis de datos mediante Atlas. ti 6.2.....	70
4.	Resultados y Análisis de Resultados.....	73
4.1.	Primer Nivel de Análisis: Descripción de concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las observaciones de clase.....	74
4.1.1.	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso A.....	75
4.1.2.	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso B.....	80
4.1.3.	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso C.....	87
4.2.	Segundo Nivel de Análisis: Descripción de las concepciones de la naturaleza y de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevistas semiestructuradas.....	93
4.2.1.	Concepciones de la Naturaleza de las Matemáticas – Caso A.....	93
4.2.2.	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso A.....	96
4.2.3.	Concepciones de la Naturaleza de las Matemáticas – Caso B.....	101
4.2.4.	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso B.....	103
4.2.5.	Concepciones de la Naturaleza de las Matemáticas – Caso C.....	107
4.2.6.	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso C.....	109

4.3. Tercer Nivel de Análisis: Comparación entre las concepciones identificadas en cada caso	114
4.3.1. Comparación entre la concepción de la naturaleza de las matemáticas y la concepción de la enseñanza de las matemáticas, identificadas a partir de la entrevista.	114
4.3.2. Comparación entre las concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas y a partir de los diarios de observación de clase.....	119
5. Conclusiones y Reflexiones.....	125
Bibliografía.....	130
Referencias Bibliográficas.....	137
ANEXO 1	141
ANEXO 2	148

Lista de Tablas

Tabla 1. Principales características de las creencias.....	8
Tabla 2. Características de corrientes filosóficas sobre la naturaleza de las matemáticas.	19
Tabla 3. Características de tendencias didácticas del profesor de matemáticas.	26
Tabla 4. Enfoques y concepciones de la enseñanza de las matemáticas	29
Tabla 5. Enfoques utilizados en la investigación del pensamiento del profesor.	32
Tabla 6. Guía de preguntas para entrevista semiestructurada	69
Tabla 7. Datos descriptivos de las profesoras participantes en el estudio	70
Tabla 8. Concepciones de la naturaleza y de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas.	115
Tabla 9. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas y a partir de las observaciones de clase.	119

Lista de Gráficos

Grafico 1. Organización de las creencias según Vicente (1995).....	4
Grafico 2. Caso A. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de observaciones de clase.....	75
Grafico 3. Caso B. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de observaciones de clase.....	81
Grafico 4. Caso C. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de observaciones de clase.....	87
Grafico 5. Caso A. Concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.....	93

Grafico 6. Caso A. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.....	96
Grafico 7. Caso B. Concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.....	101
Grafico 8. Caso B. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.....	103
Grafico 9. Caso C. Concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.....	107
Grafico 10. Caso C. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.....	110

Resumen

Este estudio se enmarca en la Didáctica de las Matemáticas, y el propósito principal fue identificar las concepciones que sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza tiene un grupo de profesoras del nivel de Educación Básica Secundaria, estableciendo relación entre dichas concepciones y sus prácticas de enseñanza.

Desde el enfoque de investigación cualitativa, se realizó un estudio de casos con tres profesoras de matemáticas, pertenecientes a la Institución Educativa Fernández Guerra del Municipio de Santander de Quilichao, Cauca, asumiendo como sustento teórico las caracterizaciones de los conceptos *creencia* y *concepción*, presentadas en los trabajos de Pajares (1992), Thompson (1992), Ponte (1994), Vicente (1995), Ruiz (1994), Flores (1998), Antón Nuño (2012), entre otros; y también los planteamientos de Ernest (1989) acerca de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, y de Kuhs y Ball (1986) sobre las concepciones de la enseñanza de las matemáticas.

De manera general, el estudio puso de manifiesto, por una parte, la ausencia en las profesoras de perspectivas históricas y filosóficas cultivadas de las matemáticas, lo cual como plantea Thompson (1992), puede explicar la preponderancia de las visiones instrumentalista y platónica de la naturaleza de las matemáticas. Y por otra parte, al comparar las concepciones de la naturaleza de las matemáticas con las de la enseñanza de las matemáticas, identificadas a partir de las entrevistas, en cada caso se encontró una estrecha correspondencia entre las concepciones de la enseñanza propuestas por Kuhs y Ball (1986), con las concepciones de la naturaleza de las matemáticas que propuso Ernest (1989).

Summary

This study is focused on the didactic of mathematics and the main purpose is to identify the conceptions of the mathematics nature and of mathematics teaching that groups of secondary school teachers have. This is achieved by a relationship between these conceptions and their teaching practices.

From the approach of qualitative research, a study was made with three mathematics teachers at the Fernandez Guerra High school located in Santander de Quilichao town in Cauca's department. Taking into account the theoretical support of the concepts *belief* and *conception* put forward by the following authors; Pajares (1992), Thompson (1992), Ponte (1994), Vicente (1995), Ruiz (1994), Flores (1998), Antón Nuño (2012) among others; likewise the approaches of Ernest (1989) about the conceptions of the mathematics nature and also Kuhs and Ball (1986) about the conceptions of mathematics teaching.

In a general way, the study revealed in the teachers a lack of historical and philosophical perspective cultivated out the mathematics; as put forward by Thompson (1992), this can explain the preponderance of the platonic and instrumentalist visions of the mathematics nature. On the other hand, by comparing the mathematics nature conceptions with mathematics teaching, identified the interview data, in each case a close correspondence among the teaching conceptions put forward by Kuhs and Ball (1986) and the mathematics nature conceptions proposed by Ernest (1989) was found.

Palabras Claves: Creencias, Concepciones, Naturaleza de las Matemáticas, Enseñanza de las Matemáticas.

Introducción

Partiendo del hecho de que la enseñanza de las matemáticas actualmente plantea conceder mayor protagonismo al estudiante, asumiéndolo como actor principal en la construcción de su conocimiento, enfatizando en el proceso de hacer matemáticas en lugar de considerar el conocimiento matemático como un producto acabado; y teniendo en cuenta que las concepciones de los profesores constituyen una de las principales variables que influyen en sus prácticas de enseñanza, se presenta el siguiente trabajo, el cual se propone identificar las concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza, en un grupo de tres profesoras del área de matemáticas, de una Institución de Educación Básica Secundaria.

Se considera que, identificar las concepciones de los profesores que orientan el área de matemáticas representa un punto de partida para fortalecer la reflexión personal que sobre su propia práctica deben desarrollar los docentes. Reflexión que como plantea Vasco (1990), es insumo fundamental a partir del cual los profesores construyen su saber pedagógico.

Además, realizar esta investigación permitió un acercamiento conceptual al saber pedagógico de estas profesoras, que es un saber que se objetiva en su quehacer cotidiano, pero que pocas veces se exterioriza y se documenta. Por lo tanto resulta pertinente para dar a conocer a la comunidad educativa, ese saber que durante años vienen construyendo estas profesoras a partir de su experiencia como docentes.

El documento se estructura en cinco capítulos. Los dos primeros están dedicados a la fundamentación teórica del trabajo. En el primer capítulo, inicialmente se presenta una aproximación a la caracterización de los conceptos de creencia y concepción a partir de las

definiciones aportadas por distintos autores. Posteriormente se presentan estudios realizados acerca de las concepciones de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre su enseñanza, de los cuales se resaltan para este trabajo los realizados por Ernest (1989) y por Kuhs y Ball (1986).

En el segundo capítulo se detallan algunos antecedentes, empezando con una breve panorámica histórica del estudio de las creencias y las concepciones sobre las matemáticas, se describen las principales investigaciones en el campo y las distintas líneas de investigación que dan cuenta de los diferentes trabajos, en diversos niveles educativos, sobre las matemáticas, sobre la enseñanza y/o sobre el aprendizaje de las mismas.

El tercer capítulo hace referencia a la metodología utilizada para llevar a cabo el estudio, inicialmente se describe el problema de investigación y los objetivos propuestos, luego se sientan las bases teóricas sobre las que se desarrolla el trabajo y se describen la metodología empleada, las técnicas y los instrumentos utilizados para recabar la información necesaria y también el programa informático Atlas.ti, empleado para el análisis de los datos recolectados. En este sentido, procurando dar cuenta del alcance pretendido, se asume la investigación desde el enfoque cualitativo, se elige como método el estudio de casos y como técnicas para la recolección de datos la observación participante y la entrevista semiestructurada.

El trabajo se llevó a cabo en la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra del Municipio de Santander de Quilichao, Cauca. Los sujetos participantes en este estudio fueron tres profesoras en ejercicio del área de matemáticas, que desempeñan su labor en grados correspondientes al nivel de Educación Básica Secundaria.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados del estudio, los cuales corresponden a las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre su enseñanza, identificadas a partir de los diarios de observación de clases y las entrevistas realizadas a cada una de las profesoras. La presentación de estos resultados está organizada a partir de tres niveles de análisis.

El primer nivel corresponde a la descripción de las concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas para cada caso estudiado, a partir del análisis de los diarios de observación de clase. En el segundo nivel de análisis se presentan las descripciones de las concepciones identificadas a partir de las entrevistas realizadas a cada una de las profesoras. En cada caso se describe primero la concepción de la naturaleza de las matemáticas y luego la concepción de la enseñanza de las matemáticas. Y en el tercer nivel de análisis, se realizan comparaciones para cada caso estudiado, primero entre las dos concepciones identificadas a partir de la entrevista (naturaleza de las matemáticas vs enseñanza de las matemáticas) y luego entre las dos concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas en cada caso (a partir de la entrevista y a partir de las observaciones de clases).

Finalmente, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones del trabajo y algunas sugerencias, que se espera puedan dar pautas para nuevas investigaciones.

1. Referentes Teóricos

En el campo de la investigación sobre las concepciones de los profesores en didáctica de las ciencias y las matemáticas, el término *creencias* frecuentemente aparece asociado al de *concepciones*. Mientras unos autores utilizan estos dos términos como sinónimos, otros señalan que son diferentes tipos o niveles de conocimiento y que por lo tanto forman parte del conocimiento profesional del profesor. De manera particular, trabajos de investigación como los de: Ernest (1989), Thompson (1992), Pajares (1992), Ponte (1994), Vicente (1995), Flores (1998), Antón Nuño (2012), entre otros, coinciden en resaltar la íntima relación entre los términos *creencias* y *concepciones*.

Atendiendo a los fines de esta investigación, a continuación, intentaremos acercarnos a una mayor comprensión de estos dos conceptos y luego abordaremos de manera más concreta los trabajos que se han realizado sobre las concepciones de profesores sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre su enseñanza.

1.1. Caracterización de las Creencias.

Según los investigadores en el campo de investigación sobre el pensamiento del profesor, creencias y concepciones son difíciles de definir y generalmente se usan con significados diferentes. Un intento de aclarar estas diferencias puede verse en Pajares (1992). Este autor señala que las creencias tienen un rol adaptativo, es decir, que permiten a los individuos ajustarse a una determinada situación de la mejor forma posible. Citando a Nespor (1987), Pajares (1992), refiere que los individuos usan pensamientos estratégicos para seleccionar las herramientas cognitivas con las cuales solucionar un problema y es aquí donde las creencias intervienen al determinar las tareas que permitirán solucionar dicho problema. En este sentido

el autor propone la siguiente definición, en la que se pueden observar algunas de sus características:

Las creencias son conocimientos subjetivos, poco elaborados, generados a nivel particular por cada individuo para explicarse y justificar muchas de las decisiones y actuaciones personales y profesionales vividas. Las creencias no se fundamentan sobre la racionalidad, sino más bien sobre los sentimientos, las experiencias y la ausencia de conocimientos específicos del tema con el que se relacionan, lo que las hacen ser muy consistentes y duraderas para cada individuo. (Pajares, 1992, p. 310)

El autor considera que las creencias se forman en edad temprana y tienden a perpetuarse, porque pueden superar las contradicciones causadas por la razón, el tiempo, la formación o la experiencia. Cuánto más antigua sea una creencia, más difícil es cambiarla. Las nuevas creencias son más vulnerables al cambio. En el caso de los profesores, sus experiencias como estudiantes les conducen a desarrollar creencias que luego, cuando actúan como docentes, trasladan al aula. Por ello los profesores pueden actuar, en gran medida, reproduciendo los modelos que vivieron cuando eran alumnos.

En cuanto a su naturaleza, Pajares (1992), le otorga a las creencias un carácter instrumental, ya que definen la forma en que hay que interpretar, planificar y tomar decisiones en relación con las tareas; un filtro a través del cual se interpreta todo fenómeno nuevo. Además cumplen una función adaptativa ya que ayudan al individuo a definir y comprender el mundo y a sí mismo.

Por su parte, Vicente (1995), en un estudio sobre el peso y significado de la información que percibimos, recorre sistemáticamente el sentido que se le atribuye al término creencias. Tomando las creencias como *hecho humano*, la primera distinción que se establece tiene un alcance popular y consiste en diferenciar el conocimiento por sus fuentes: fuentes propias del sujeto y fuentes externas.

Las primeras son la propia experiencia de la vida y también la capacidad intelectual de cada uno; por las que llegamos a obtener determinados conocimientos: esto es lo que propiamente sabemos. A esto se añade lo que conocemos por medio del testimonio o de la información procedente de otras personas; pero que nosotros no hemos podido comprobar o de hecho no hemos comprobado personalmente: esto es lo que, propiamente hablando, creemos. (Vicente, 1995, p. 13)

De acuerdo con lo anterior, para Vicente (1995), las creencias son ideas u opiniones que la gente tiene en la cabeza pero sin haber comprobado ni haberse detenido a examinar si se trata de algo fundado o sin fundamento; simplemente se limita a “creerlo” por haberlo recibido de los mayores, del ambiente cultural o social, porque “siempre se ha entendido así” o porque “todo el mundo lo dice”. No son propiamente ideas, sino “algo en lo que se está” y de lo que ni siquiera nos permitimos dudar.

En este sentido, el autor plantea que el uso lingüístico del término creencias se puede reducir a tres significados principales, cada uno de los cuales precisa más el campo de uso, primero, el que incluye a cualquier tipo de conocimientos o noticias; segundo, el conocimiento del que no tenemos plena evidencia ni certeza, pero que es compatible con un saber probable, basado en algunos indicios o pruebas razonables. Y finalmente, cabría un significado de

“creer” todavía más estricto, como confiar en alguien, prestar nuestro crédito a otras personas “a las que creemos”.

Para este autor, lo que los psicólogos sociales llaman *sistema de creencias* tiene una estructura jerárquica. Las creencias centrales serían las que se refieren a la identidad personal, rodeadas de las concernientes al mundo exterior, desde el más inmediato al más lejano, en las que se incluirían las creencias relacionadas con el ambiente cultural y social. Un nuevo círculo estaría formado por las creencias sobre el pasado, en cuanto determinan e influyen sobre nuestro presente. En el siguiente círculo aparecerían las creencias que se refieren a los ideales humanos y los valores de la vida, y en el círculo final aparecerían los conocimientos científicos.

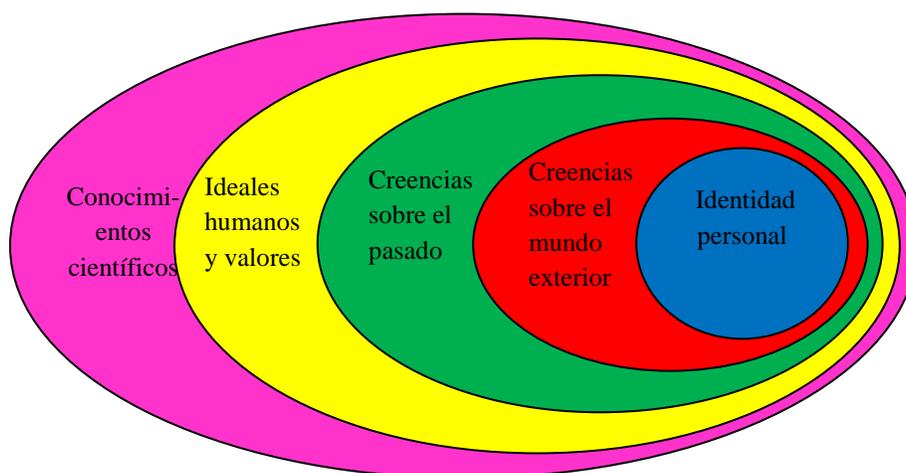


Grafico 1. Organización de las creencias según Vicente (1995).

Thompson (1992), por su parte, en el campo concreto de la investigación en didáctica de las matemáticas aborda tres características principales de las creencias para diferenciarlas del conocimiento, así:

- Las creencias pueden ser sustentadas con diversos grados de convicción. En el sentido de que la persona que cree puede estar completamente comprometida con un punto de vista, o puede encontrarse en el otro extremo y considerar un estado de cosas como el más probable que el contrario. Esta dimensión de variación está ausente en los sistemas de conocimiento.
- Las creencias no son consensuales, en el sentido de que a las creencias se les asocia la condición de disputabilidad, mientras que el conocimiento se asocia con la de verdad o certeza. “El creyente es consciente de que otros pueden pensar de manera diferente” (Abelson, 1979, citado por Thompson, 1992, p. 129).
- Para las creencias no existe un acuerdo sobre como son evaluadas o juzgadas. Esto lo plantea la autora para resaltar la diferencia con respecto al conocimiento, para el cual desde el punto de vista epistemológico sí existe acuerdo sobre los procedimientos para evaluar y juzgar su validez. “El conocimiento debe cumplir criterios que afectan a los cánones de la evidencia” (Thompson, 1992, p. 130).

Esta misma autora, citando a Green (1971), afirma que las *creencias* se presentan en grupos formando sistemas de creencias, distinguiendo tres dimensiones en dichos sistemas: una relación cuasi-lógica (que diferencia, creencias primarias y creencias derivadas); una dimensión espacial, según la fuerza psicológica con que se mantienen (que diferencia entre creencia central y periférica); y un agrupamiento o aislamiento de los grupos caracterizado por la forma de relación entre agrupamientos.

De este modo, las creencias de una persona no aparecen aisladas entre sí, todas se relacionan formando un sistema. La estructura de un sistema de creencias da lugar a diferentes grados de consistencia y estabilidad, lo cual explica comportamientos y prácticas individuales, algunas veces contradictorias o incluso, resistentes al cambio (Thompson, 1992).

Por medio de su sistema de creencias, una persona da significado y coherencia a su propio modelo de mundo. El cuestionar una de esas creencias, puede provocar un desequilibrio en el sistema completo. Esta situación provoca que una persona se resista profundamente a modificar alguna de ellas.

Ponte (1992) citado por Contreras (1998), define las creencias como: “verdades personales incontrovertibles, sostenidas por todos, derivadas desde la experiencia o desde la fantasía, teniendo una componente evaluativa y afectiva fuerte” (p. 4). Para este autor, las creencias son ideas poco elaboradas, que deben ser entendidas como una parte del conocimiento, en las cuales predominan las elaboraciones más o menos fantásticas, y no confrontadas con la realidad empírica, que carecen de rigor para mantenerlas y que influyen de manera directa en la forma de actuar de una persona en un momento dado.

Este autor considera, al igual que Thompson (1992), que las *creencias* no requieren un consenso social relativo a su validez o adecuación y que tampoco requieren consistencia interna, lo cual implica que sean a menudo discutibles, más inflexibles y menos dinámicas que otros aspectos del conocimiento. De acuerdo con las características mencionadas, Ponte (1992), citado por Flores (1998), concluye diciendo que: “las creencias juegan un papel más

importante en aquellos dominios del conocimiento en los que la verificación es difícil o imposible” (p. 29).

Finalmente, Antón Nuño (2012), partiendo de la definición de creencias aportada por Pajares (1992), y de la distinción entre conocimiento y creencias que Remesal (2006) plantea, en el sentido de la subjetividad de las creencias frente a la objetividad del conocimiento, propone la siguiente definición del término creencias:

Las creencias son posicionamientos personales ante el acuerdo social e histórico que llamamos conocimiento, que nos dan representaciones bastante eficaces de nuestra realidad, por lo que, al interpretarlas como verdaderas, se constituyen en uno de los pilares de nuestras decisiones y actuaciones personales y profesionales. (p. 29)

La autora explica que la distinción entre las creencias y el conocimiento responde a dos cuestiones elementales. En primer lugar, que las creencias parten de una valoración afectiva y personal antes que objetiva. Y en segundo lugar, que las creencias son más discutibles que el conocimiento en tanto que, con frecuencia, se justifican o mantienen por razones que no satisfacen aquellos criterios o cánones de evidencia utilizados para el desarrollo del conocimiento y, por tanto, están más abiertas al debate.

A continuación y a modo de conclusión de esta sección se presenta en la siguiente tabla un resumen de las principales características del concepto creencias, elaborado a partir de los aportes de los autores mencionados, y que servirá para delimitar el sentido con el que se asumirá este concepto en la presente investigación.

Autor	Aportes
Pajares, 1992.	<ul style="list-style-type: none"> • Son conocimientos subjetivos y poco elaborados. • Se forman en edad temprana y tienden a perpetuarse. • Tienen carácter afectivo, evaluativo y episódico, (no racionales). • Son instrumentales: definen la forma de interpretar, planificar y tomar decisiones en relación con las tareas. • Función adaptativa: permiten al individuo ajustarse a una determinada situación de la mejor forma posible.
Thompson, 1992.	<ul style="list-style-type: none"> • Pueden ser sustentadas con diversos grados de convicción. • No son consensuales (son discutibles). • No existe acuerdo sobre como son evaluadas o juzgadas. • Se presentan en grupos formando sistemas de creencias.
Ponte, 1992.	<ul style="list-style-type: none"> • Ideas poco elaboradas, que hacen parte del conocimiento. • Derivadas de la experiencia o de la fantasía. • Con una componente evaluativa y afectiva fuerte. • No confrontadas con la realidad empírica. • Influyen en la forma de actuar de una persona.
Vicente, 1995.	<ul style="list-style-type: none"> • Son ideas u opiniones que se tienen. • Que provienen de fuentes externas (no comprobadas personalmente). • Se organizan en una estructura jerárquica. • Las más centrales se refieren a la identidad personal, y las más periféricas se refieren a los conocimientos científicos.
Antón Nuño, 2012	<ul style="list-style-type: none"> • Son posicionamientos personales ante el acuerdo social llamado conocimiento. • Influyen en las decisiones y actuaciones personales.

Tabla 1. Principales características de las creencias

1.2. Caracterización de las Concepciones.

Para caracterizar la idea de concepción, comenzamos con el aporte que hace Ruiz (1994), el cual siguiendo a Artigue (1990), El Bouazoui (1988) y Vergnaud (1990), establece dos

dimensiones para situar las concepciones, diferenciando las concepciones subjetivas o cognitivas de las concepciones epistemológicas.

En este sentido la autora afirma que las concepciones subjetivas se refieren al conjunto de creencias de los sujetos, es decir aquellas que son mantenidas por cada sujeto de manera individual. Mientras que las concepciones epistemológicas se refieren a tipologías del conocimiento existente en un cierto período histórico, es decir aquellas sostenidas por una comunidad a lo largo de la historia, y que se refieren a los problemas que se plantea la propia comunidad dentro del ámbito de la disciplina.

De acuerdo con lo anterior, se aclara que en el presente trabajo nos referiremos al término concepciones haciendo alusión a las concepciones subjetivas de los sujetos y no a las concepciones epistemológicas de los mismos, sin desconocer por su puesto, la relación que puede existir entre unas y otras.

En este sentido, en el campo de la educación matemática, la revisión de la literatura muestra la dificultad que ha existido en el intento de definir el término concepciones, el cual frecuentemente aparece asociado al de creencias, asumiéndolos en algunos casos como sinónimos y en otros como conceptos diferentes. En nuestro caso y basados en los trabajos de Flores (1998), Carrillo (1998), Ruiz (1994), Ponte (1994), Thompson (1992), Llinares (1991), Moreno y Azcarate (2003), entre otros, asumiremos el concepto concepción con un significado distinto al de creencias. De acuerdo con estos autores, empezaremos por considerar las concepciones como una estructura mental más general que las creencias, en el sentido

expuesto por Thompson (1992), quien asume que las concepciones están compuestas por creencias y otras representaciones:

Además de la noción de sistema de creencias, este capítulo se referirá a las “concepciones” de los profesores, vistas como una estructura más general, incluyendo creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias y similares. (p.130)

Carrillo (1998), en sus trabajos de tesis asume que las concepciones están formadas por creencias, cuando las define como: “conjunto de creencias y posicionamientos que el investigador interpreta que posee el individuo, a partir del análisis de sus opiniones y respuestas a preguntas sobre su práctica” (p. 42). Esta definición es compartida por otros autores que en el campo de la educación matemática se han ocupado de investigar las concepciones de los profesores, tales como: Contreras (1998), Barrantes y Blanco (2004), Climent, Romero, Carrillo, Muñoz y Contreras (2013), entre otros.

Flores (1998) en su trabajo diferencia claramente las creencias de las concepciones, asociando las primeras con los aspectos emotivos e implícitos, de las representaciones de los sujetos, mientras que las concepciones las asocia con el aspecto cognitivo, conceptual, consciente, que organiza el pensamiento. Al respecto dice:

Hablaremos de creencias porque nos interesan los aspectos emotivos, implícitos, de las representaciones de los estudiantes. Pero también hablaremos de concepciones para tomar en consideración el aspecto cognitivo, conceptual, consciente, que organiza el pensamiento. Nuestro constructo se referirá, pues, tanto al aspecto emotivo como conceptual, tanto al sujeto particular (estudiante para profesor), como a la institución (en matemáticas). (p. 36)

Ahora bien, entendiendo que lo expuesto hasta ahora no es suficiente para expresar el sentido con el que asumiremos el término concepciones en este trabajo, presentamos el aporte de Sfard (1991) citado por Flores (1998), el cual nos ha permitido acercarnos a una mejor comprensión de dicho término. Este autor resalta el carácter subjetivo e interno de las concepciones, indicando que cada vez que una idea o un concepto [matemático] es presentado en su forma oficial, como un constructo teórico dentro del “universo formal del conocimiento ideal”, se generan en la mente de la persona que recibe la información una serie de representaciones internas y asociaciones evocadas por dicho concepto. Al racimo (clúster) completo de representaciones internas y asociaciones evocadas por el concepto es a lo que el autor denomina concepción.

De acuerdo con lo anterior, las concepciones están más relacionadas con los procesos mentales que se dan en la formación de los conceptos personales, en lugar de considerarlas como conceptos en sí mismos, de ahí que para algunos autores las concepciones sean vistas como el “plano de fondo” organizador de los conceptos (Ponte, 1994); o como: “sistemas cognitivos interrelacionados de creencias que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan” (Llinares, 1991, citado por Flores, 1998, p. 31).

En esta misma línea Ruiz (1994), también se refiere al carácter psicológico de las concepciones, queriendo indicar con ello que ocurren “en la cabeza” del individuo. Ella operativiza el término a partir de la caracterización que Vergnaud (1990) hace de la idea de concepto, y establece que las concepciones se caracterizan por:

- Los invariantes que el sujeto reconoce como notas esenciales que determinan el objeto;

- El conjunto de representaciones simbólicas que le asocia y utiliza para resolver las situaciones y problemas ligados al concepto;
- El conjunto de situaciones, problemas, etc. que el sujeto asocia al objeto, es decir para las cuales encuentra apropiado su uso como herramienta. (Ruiz, 1994, p. 71 y72)

De acuerdo con lo anterior, Ruiz (1994) haciendo alusión a las prácticas de enseñanza, sostiene que antes de la instrucción, existen en el sujeto concepciones sobre el objeto, lo cual coincide con la expresión “substrato conceptual” que Ponte (1994) citado por Flores (1998), utiliza para definir las concepciones, según la cual éstas son anteriores a los conceptos y pueden ser vistas como el “plano de fondo” organizador de los conceptos.

Para Ponte (1994) citado por Flores (1998), las concepciones más allá de referirse a conceptos específicos, constituyen una forma de ver el mundo y organizar el pensamiento, desempeñando por lo tanto, un papel esencial en el pensamiento y la acción. En este sentido, el autor las define así:

(...) Las concepciones pueden ser vistas en este contexto como el plano de fondo organizador de los conceptos. Ellas constituyen como "miniteorías", o sea cuadros conceptuales que desempeñan un papel semejante a los presupuestos teóricos de los científicos. Las concepciones condicionan la forma de abordar las tareas, (...) Estrechamente ligadas a las concepciones están las actitudes, las expectativas y el entendimiento que cada uno tiene de lo que constituye su papel en una situación dada.

(...) Las concepciones, como marcos organizativos implícitos condicionan la forma en que afrontamos las tareas, frecuentemente por vías que otros encuentran menos apropiadas. El interés del estudio de las concepciones se encuentra en la aceptación de que, como un substrato

conceptual, ellas juegan un papel esencial en el pensamiento y la acción. En vez de referirse a conceptos específicos, constituyen una forma de ver el mundo y organizar el pensamiento. Sin embargo, no pueden ser reducidas a los aspectos más inmediatamente observables de conducta y no se revelan fácilmente a sí mismos - tanto a los otros como nosotros mismos. (Ponte 1994, citado por Flores, 1998, p. 32)

Finalmente, Moreno y Azcarate (2003), presentan una definición del término concepciones a la cual adherimos en el presente trabajo, teniendo en cuenta el carácter integrador de la misma, en el sentido que recoge en buena medida los aportes de los autores mencionados, en especial los de Thompson (1992), Llinares (1991), Ruiz (1994) y Ponte (1994). Las autoras las definen así:

Las concepciones son organizadores implícitos de los conceptos, de naturaleza esencialmente cognitiva y que incluyen creencias, significados, conceptos, proposiciones, reglas, imágenes mentales, preferencias, etc., que influyen en lo que se percibe y en los procesos de razonamiento que se realizan. (p. 267)

Nótese entonces que las definiciones de los autores mencionados acerca del término concepciones presentan entre sí aspectos en común relacionadas en cierto modo con los procesos mentales (subjetivos) que se dan en la formación de los conceptos. Estos aspectos nos permiten, a modo de conclusión de esta sección, señalar algunas características que servirán para delimitar el sentido con el que asumiremos el término concepción este estudio y que presentamos a continuación:

- Son una estructura mental más general que las creencias.
- De naturaleza cognitiva y carácter subjetivo, consciente e interno.

- Conjunto de representaciones internas y asociaciones evocadas por un concepto.
- Formadas por creencias y otras representaciones.
- Constituyen un substrato conceptual, anterior a los conceptos.
- El plano de fondo organizador de los conceptos.
- Una forma de ver el mundo y organizar el pensamiento.
- Desempeñan un papel esencial en el pensamiento y la acción.
- Son difíciles de observar.

A partir de las anteriores características y de los aportes presentados por los autores mencionados, se propone la siguiente definición para el concepto de concepción, con la cual se delimita el sentido con el que se asumirá dicho termino en esta investigación:

Las concepciones son una estructura mental más general que las creencias, de carácter subjetivo, consciente e interno, constituidas por el conjunto de representaciones internas y asociaciones evocadas por los conceptos, que actúan como un plano de fondo organizador de los mismos [conceptos], y que por lo tanto influyen en el pensamiento y la acción de los sujetos.

1.3. Concepciones de los Profesores sobre la Naturaleza de las Matemáticas.

Una concepción de los docentes sobre la naturaleza de las matemáticas puede considerarse como las creencias, conceptos, significados, reglas, imágenes mentales y las preferencias relativas a la disciplina de las matemáticas, conscientes o inconscientes, del profesor. Esas creencias, conceptos, opiniones y preferencias constituyen los rudimentos de una filosofía de las matemáticas, aunque para algunos profesores puedan no ser desarrolladas y articuladas dentro de una filosofía coherente. (Thompson, 1992, p.132)

Con objeto de poder situar las concepciones de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas, se iniciara esta sección presentando una panorámica general sobre las cuestiones más importantes que se plantea la epistemología de las matemáticas. En este sentido, se consideran dos apartados principales dentro de la epistemología de las matemáticas: la ontología de las matemáticas (que nos aproxime al estudio de la naturaleza del objeto matemático) y la gnoseología (que se ocupa de la actividad matemática).

1.3.1. Ontología del conocimiento matemático.

Desde el punto de vista ontológico, las preguntas que surgen son, entre otras: ¿Qué son los objetos matemáticos? y ¿Qué existencia tienen los objetos matemáticos? En este sentido, Kline (1985) citado por Flores (1998), responde las preguntas sobre la naturaleza de las matemáticas estableciendo dos posturas extremas:

La primera postura consiste en considerar a las matemáticas como un cuerpo único de conocimientos, correcto y eterno, independientemente de que se puedan aplicar al mundo físico. Las verdades matemáticas son descubiertas, no creadas. El hombre al descubrirlas no desarrolla las matemáticas sino el conocimiento que tiene de ellas. Para algunos matemáticos (Hermite, Hardy, Hadamard, Gödel, etc.) este cuerpo de conocimientos está situado en un mundo fuera del hombre, mientras que otros (Hamilton, Cayley, etc.) lo consideran incrustado en la razón humana.

Según Kline (1985) citado por Flores (1998), se suele identificar esta primera postura con el platonismo, dada la consideración de Platón de un mundo de las ideas ajeno al hombre, aunque la acepción de Hamilton y Cayley se aproxima más al racionalismo europeo de

Descartes, Leibniz y Spinoza, quienes, aunque creen en verdades innatas a priori, consideran que se llega a ellas por el ejercicio de la razón. (p. 41)

La segunda postura considera que las matemáticas son por completo un producto del pensamiento humano, es decir que las matemáticas son creadas. Se sitúa a Aristóteles como iniciador de esta postura, seguida, más adelante por las corrientes intuicionistas y formalistas. Kline (1985) citado por Flores (1998), diferencia dos tendencias dentro de esta postura: “mientras que algunos afirman que la verdad está garantizada por la mente, otros mantienen que las matemáticas son una creación de mentes humanas falibles, más que un cuerpo fijo de conocimientos”. (p. 41)

De esta manera, los extremos en los que se enmarca el continuo sobre la naturaleza de los objetos matemáticos se podrían nombrar como: Las matemáticas se descubren / Las matemáticas son una creación humana. En el primer extremo se ubicaría la postura platónica, que considera las matemáticas como un cuerpo fijo, objetivo y único, de conocimientos, que es externo al hombre, y en el extremo opuesto se encontraría la postura que relativiza el conocimiento, al considerarlo como generado por la mente humana falible. Tymoczko (1986) citado por Flores (1998), identifica la postura platónica con la realista, y la postura contraria con la constructivista.

1.3.2. Gnoseología del conocimiento matemático.

El estudio gnoseológico contempla la discusión sobre la forma de acceso al conocimiento: si este se da por medio de los sentidos o por medio de la razón. Al responder a esta pregunta se suscita la dialéctica: empirismo / racionalismo. Los empiristas defienden que el conocimiento

se justifica por los sentidos. Los racionalistas epistemológicos sitúan en la razón el único órgano de conocimiento. Davis y Hersh (1989/1982) citados por Flores (1992), destacan el papel que desempeñan las matemáticas en la dialéctica: empirismo / racionalismo. Para los empiristas clásicos, la matemática es una “excepción embarazosa” a la forma de adquisición del conocimiento, ya que constituye un conocimiento adquirido por medios no sensibles; para los racionalistas, las matemáticas son un ejemplo que confirma su concepción del conocimiento, ya que la razón, sin necesidad de conocimiento sensible, determina la captación de las verdades matemáticas.

Ponte (1992) citado por Flores (1998), también se refiere a la forma en que se accede al conocimiento. El empirismo, representado por la filosofía de Locke y por la pedagogía de Gagné, considera que el mundo exterior es la fuente del conocimiento que se va formando a través de la experiencia. Las posturas innatistas, cuyos orígenes filosóficos se sitúan en Platón, y actualmente están presentes en las teorías de Chomsky y Fodor, reconocen la necesidad de estructuras fundamentales de conocimiento para organizar la experiencia en categorías o sistemas lógicos, las cuales corresponden a estructuras genéticamente preprogramadas. Y por último, la postura constructivista que tiene a Kant como referente filosófico, y que resulta de los trabajos de Piaget, considera que los aspectos fundamentales del conocimiento no están preformados en los genes ni son directamente adquiridos del mundo exterior, sino que son construidos por el propio individuo. El individuo construye su conocimiento en interacción con el medio, en actividades orientadas por objetivos formulados por sí mismo.

Por su parte, Godino, Batanero y Font. (2003), se refieren al distanciamiento entre las dos concepciones extremas de la naturaleza de las matemáticas: *la idealista-platónica* y *la*

constructivista, en virtud de la forma como cada una de ellas concibe la relación entre las matemáticas y sus aplicaciones, y en el papel de estas aplicaciones en la enseñanza y el aprendizaje. En este sentido, desde la concepción idealista-platónica se considera que las matemáticas son una disciplina autónoma, que se puede desarrollar sin tener en cuenta sus aplicaciones a otras ciencias. Al respecto los autores expresan: “Las aplicaciones de las matemáticas serían un “apéndice” en el estudio de las matemáticas, de modo que no se produciría ningún perjuicio si este apéndice no es tenido en cuenta por el estudiante” (p.20). Por ello, el estudiante debe adquirir primero las estructuras fundamentales de las matemáticas de forma axiomática y se supone que una vez adquirida esta base, le será fácil resolver por sí solo las aplicaciones y problemas que se le presenten.

En cambio, los profesores que comparten una concepción constructivista consideran que debe existir una estrecha relación entre las matemáticas y sus aplicaciones, y que éstas deben preceder y seguir a la creación de las matemáticas. Lo que se busca entonces, es que las matemáticas surjan como una respuesta natural y espontánea de la mente humana a los problemas que se presentan en el entorno en que el hombre vive, y que los estudiantes reconozcan, por sí mismos, la necesidad de las matemáticas para comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad.

Teniendo en cuenta las anteriores consideraciones epistemológicas, en la siguiente tabla se presenta una síntesis de las principales posturas teóricas de filósofos y matemáticos que a través de la historia han tratado de responder a las preguntas sobre la naturaleza de las matemáticas, las cuales constituyen un referente importante para la identificación de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas en el presente trabajo.

Corriente	Características
El Platonismo	<ul style="list-style-type: none"> • las matemáticas como un sistema de verdades que han existido desde siempre e independientemente del hombre. • La tarea del matemático es descubrir esas verdades matemáticas. • Las matemáticas trascienden la mente humana, existen fuera de ella independiente de la actividad creadora y de los conocimientos previos. • Las verdades matemáticas son infalibles.
El Logicismo	<ul style="list-style-type: none"> • Las matemáticas son una rama de la Lógica, con vida propia. • Reducir los teoremas de las matemáticas a los teoremas de la Lógica. • La lógica matemática como una ciencia en la que se basan todas las ciencias. • Dos lógicas que se excluyen mutuamente: la deductiva y la inductiva. • La deductiva busca la coherencia de las ideas entre sí. • La inductiva procura la coherencia de las ideas con el mundo real.
El Formalismo	<ul style="list-style-type: none"> • Las matemáticas son una creación de la mente humana. • Axiomas, definiciones y teoremas que se ensamblan a partir de símbolos, y se manipulan de acuerdo con ciertas reglas preestablecidas. • La verdad radica en la coherencia de las construcciones realizadas con las reglas del juego simbólico respectivo. • Las demostraciones tienen que ser rigurosas, basadas en las reglas.
El Intuicionismo	<ul style="list-style-type: none"> • El fundador del Intuicionismo moderno es Luitzen Brouwer. • Considera que las matemáticas se pueden construir. • Las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos. • En matemáticas la idea de existencia es sinónimo de constructibilidad. • Un enunciado matemático es verdadero si existe prueba constructiva de él.
El Constructivismo	<ul style="list-style-type: none"> • Coherente con la Pedagogía Activa y se apoya en la Psicología Genética. • Considera que las matemáticas son una creación de la mente humana. • Solo tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser contruidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. • Interés en la forma como la mente construye los conceptos matemáticos. • Tanto maestro como estudiantes deben hacer las construcciones mentales.

Tabla 2. Características de corrientes filosóficas sobre la naturaleza de las matemáticas.

A continuación nos referiremos a las distintas clasificaciones, que matemáticos como Ernest (1989), Lerman (1983), y Skemp (1978), han propuesto para caracterizar las concepciones de los profesores sobre la naturaleza de las matemáticas, a partir de los planteamientos de las escuelas de pensamiento de la filosofía de las matemáticas.

Empezamos con el trabajo de Ernest (1989), quién con respecto a la naturaleza de las matemáticas identifico tres concepciones: *resolución de problemas*, *platónica*, e *instrumentalista*. Este autor establece una jerarquía entre ellas en función de consideraciones epistemológicas, tales como: el carácter infalible, de un conocimiento que se considera independiente de la experiencia, o falible, de un conocimiento dinámico y producto de prácticas culturales. En este sentido, para Ernest (1989), la concepción de mayor jerarquía es la de resolución de problemas y la de menor jerarquía la instrumentalista. El autor describe las tres concepciones de la siguiente manera:

Primero, está la visión instrumentalista de que las matemáticas son una acumulación de hechos, reglas y habilidades para ser utilizadas con el objetivo de algún fin externo. Así, las matemáticas son un conjunto de reglas y hechos no relacionados, pero útiles. Segundo, está la visión Platónica de las matemáticas como un cuerpo estático pero unificado de un conocimiento seguro. Las matemáticas son descubiertas, no creadas. Tercero, está la visión de resolver problemas de las matemáticas como un campo dinámico, continuamente en expansión de la creación e invención humana, un producto cultural. Las matemáticas son un proceso de investigación y de llegar a conocer, no un producto terminado, y sus resultados estarían abiertos a revisión. (Ernest, 1989, p. 1)

Por su parte, Lerman (1983) citado por Thompson (1992), identificó dos concepciones de la naturaleza de las matemáticas: absolutista y falibilista. El autor considera que las dos concepciones corresponden a dos escuelas de pensamiento competidoras en la filosofía de las matemáticas: Euclidiana y Cuasi-empírica (Lakatos, 1978). Desde la concepción absolutista se asume que: “las matemáticas están basadas en fundamentos universales, absolutos, y, como tal, este es el paradigma del conocimiento, cierto, absoluto, libre de valor y abstracto,…” (p. 132). Las matemáticas bajo esta concepción se consideran como universales, objetivas y ciertas, cuyas verdades se descubren a través de la intuición del matemático.

La oposición a la visión absolutista de las matemáticas es la visión falibilista, la cual ve a las matemáticas como una obra incompleta y eterna en curso. Según esta visión: “las matemáticas se desarrollan por conjeturas, pruebas y refutaciones, y la incertidumbre es aceptada como inherente a la disciplina” (Lerman, 1983 citado por Thompson, 1992, p. 132).

Skemp (1978) también citado por Thompson (1992), plantea que existen dos concepciones de la naturaleza de las matemáticas: “matemáticas instrumentales” y “matemáticas relacionales” y que la diferencia radica en el tipo de conocimiento que cada una refleja. Para el autor, el conocimiento instrumental de las matemáticas es: “el conocimiento de un conjunto de planes fijos para realizar tareas de matemáticas” (p.133), entendiendo los planes fijos como la prescripción de un procedimiento a seguir, paso a paso, en la realización de una tarea. Y al conocimiento relacional lo caracteriza por “la posesión de estructuras conceptuales que permiten al poseedor construir varios planes para realizar una tarea determinada” (p.133), lo cual hace que en el aprendizaje relacional, los medios sean independientes de los fines

particulares a ser alcanzados. Es decir, el alumno adquiere el conocimiento de principios globales adecuados para acomodar una multitud de acontecimientos o tareas.

De acuerdo con las clasificaciones anteriores, finalizamos esta sección aclarando que en nuestro trabajo utilizaremos como referente principal para identificar las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas de los profesores participantes, la clasificación aportada por Ernest (1989), la cual a nuestro juicio, responde en buena medida a las cuestiones referidas sobre la epistemología de las matemáticas, y además, porque al compararla con las clasificaciones de Lerman (1983) y Skemp (1978), resultan asociaciones que muestran el carácter integrador de la clasificación de Ernest (1998). Así por ejemplo, es fácilmente observable el paralelismo entre las concepciones absolutistas y falibilista de Lerman y las concepciones platónica y de resolución de problemas de Ernest. Y también al compararla con la clasificación de Skemp (1978), se observa por una parte, la correspondencia obvia entre la concepción instrumental de Skemp y la visión instrumentalista de Ernest, y por otra parte, las “matemáticas relacionales” de Skemp pueden ser vistas como análogas a la visión platónica de las matemáticas, aunque no están necesariamente en conflicto con la concepción de resolución de problemas descrita por Ernest (1988).

1.4. Concepciones de los Profesores sobre la Enseñanza de las Matemáticas.

Lo que un profesor considera metas deseables del programa de matemáticas, su propio papel en la enseñanza, el papel de los alumnos, las actividades apropiadas de aula, deseables enfoques didácticos y énfasis, procedimientos matemáticos legítimos, y los resultados aceptables de la enseñanza son en su totalidad parte de la concepción de enseñanza del profesor de matemáticas. (Thompson, 1992, p.135)

Thompson (1992), afirma que las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas guardan relación, por una parte, con sus concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, y por otra, con las concepciones del profesor sobre la forma como los estudiantes aprenden matemáticas. Sin embargo, el autor aclara que para la mayor parte de los profesores es improbable que las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas sean el resultado de una teoría coherente sobre la enseñanza y el aprendizaje. En cambio, tienden a ser colecciones eclécticas de creencias y visiones que parecen ser más el resultado de sus años de experiencia en el aula que de cualquier tipo de estudio formal o informal.

A pesar de la naturaleza ecléctica de las concepciones de la enseñanza de las matemáticas, que dificulta el poderlas encuadrar de manera perfecta en un determinado modelo teórico de enseñanza, a continuación nos vamos a referir a algunos de esos modelos de enseñanza de las matemáticas, tratando de examinar brevemente las concepciones de la naturaleza de las matemáticas y los modelos de aprendizaje implícitos en cada uno de ellos.

Biggs y Moore (1993) citados por Antón Nuño (2012), plantearon tres enfoques de enseñanza: *cuantitativo, estratégico o institucional y cualitativo*. El enfoque de enseñanza cuantitativo identifica aprender con retener cantidades definidas de información declarativa y procedimental. El profesor debe saber la materia y saber comunicarla, mientras que el alumno debe retener y reproducir esa información. El enfoque de enseñanza estratégico o institucional deriva del cognitivismo. En este caso, el profesor domina la materia y los recursos didácticos correspondientes, se adapta al alumnado y aunque la evaluación sigue siendo de carácter reproductivo, la promoción del uso de estrategias está dirigida a que los alumnos asimilen mejor la información. Finalmente, el enfoque cualitativo busca la implicación del alumno para

que comprenda y construya una concepción del mundo o un marco que le ayude a entenderlo. El profesor ayuda al alumno a relacionar lo que estudia con lo que sabe y con lo que dicen otras materias. La evaluación es evolutiva, es decir, se valoran los cambios estructurales del conocimiento del alumno y no la acumulación de datos.

Schraw y Olafson (2003) citados por Leal (2005), utilizaron el concepto de *cosmovisión epistemológica*, para referirse al conjunto de creencias que definen la actitud de una persona hacia la naturaleza y la adquisición del conocimiento, una perspectiva intelectual que actúa como un lente a través del cual se mira el mundo. De acuerdo con esto definieron tres cosmovisiones epistemológicas: realista, relativista y contextualizada. Desde la cosmovisión realista se asume que existe un cuerpo de conocimientos objetivos, al que se accede a través de los expertos por transmisión y reconstrucción. Los profesores que tienen esta perspectiva se caracterizan por ser enseñantes activos, mientras que los estudiantes desempeñan un rol receptivo y pasivo; la evaluación se realiza con base a normas, resaltando la comparación entre estudiantes en términos de cantidad de objetivos o contenidos curriculares alcanzados. Desde la cosmovisión relativista, se asume que cada estudiante construye su propio conocimiento, por lo que éste sería subjetivo y altamente modificable. Los profesores tenderían a negar la superioridad de cualquier conocimiento, incluso el propio, por lo que enfatizarían su rol en la creación de ambientes en los cuales los estudiantes desarrollen su propio pensamiento (autoaprendizaje). La evaluación se hace de acuerdo a criterios desarrollados para cada estudiante, y se le otorga importancia a la autoevaluación. Y desde la cosmovisión contextualista, se supone que los estudiantes construyen conocimiento colectivamente en contextos de colaboración. Los profesores se asumen como facilitadores, y se preocuparían tanto del tipo de conocimiento construido como del proceso de construcción y

de la pertinencia del conocimiento en los contextos propios de los alumnos. El conocimiento sería visto como modificable de acuerdo a las necesidades de cada situación. Utilizarían evaluación cooperativa en actividades de aprendizaje, y promoverían la interacción y el apoyo entre pares.

Por su parte Contreras (1998), propone un modelo para interpretar la información obtenida en los estudios de casos que realiza con profesores de matemáticas. El modelo consiste en cuatro tendencias didácticas del profesor de matemáticas: *Tradicional*, *Tecnológica*, *Esponaneísta e Investigativa*. Para cada una de estas tendencias el autor describe seis categorías principales: papel del profesor (PP), papel del alumno (PA), metodología (M), sentido de la asignatura (SA), evaluación (E) y concepción del aprendizaje (CA).

El autor aclara que clasificar la tipología de profesores de matemáticas en un determinado número de tendencias es, en cualquier caso, discutible, porque probablemente siempre se podrá encontrar una distinta a las ya descritas. Sin embargo, estamos de acuerdo con el autor cuando justifica la pertinencia de su modelo, al decir que:

La intención no es describir todas las tendencias posibles, sino disponer de un modelo que permita interpretar la información obtenida en los estudios de casos, de forma que el modelo, sin ser exhaustivo, por su carácter integrador resulte manejable” (Contreras, 1998, p.11)

Las principales características de cada una de las tendencias propuestas por Contreras (1998) se pueden observar en la siguiente tabla.

Tendencia Tradicional	<ul style="list-style-type: none"> • La exposición magistral y el libro de texto como único material curricular. • Programación prescrita de antemano, rígida y externa al profesor. • El alumno como único responsable de los resultados del aprendizaje. • La evaluación se realiza al final de cada una de las partes en las que el profesor divide el aprendizaje del alumno. • La evaluación solo mide la capacidad del alumno para retener información. • El examen es el instrumento ideal para medir dicho aprendizaje.
Tendencia Tecnológica	<ul style="list-style-type: none"> • Programación cerrada, de acuerdo con aspectos estructurales de la disciplina. • Interesan tanto los conceptos como los procesos lógicos que los sustentan. • Carácter práctico de la asignatura, su aplicación en otras disciplinas. • Presupone que el aprendizaje se realiza utilizando la memoria. • El alumno es el principal responsable de los resultados del aprendizaje, siempre que el contexto elegido por el profesor sea adecuado. • El profesor cuestiona el proceso de aprendizaje a la luz de los resultados obtenidos al final de cada etapa en las que divide el aprendizaje del alumno. • El examen es el instrumento ideal para medir el aprendizaje.
Tendencia Espontaneísta	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor propone actividades de manipulación de modelos, esperando que se produzca, eventualmente, un conocimiento no organizado. • La programación se construye basada en los intereses de los alumnos. • La asignatura posee un carácter formativo, para cambio actitudinal del alumno. • Profesor con carácter humanista y ser especialista en dinámica de grupos. • La evaluación como sensor del aprendizaje.
Tendencia Investigativa	<ul style="list-style-type: none"> • El profesor organiza el proceso que llevará al alumno a la adquisición de unos conocimientos determinados, a través de su investigación. • El profesor dispone de una propuesta organizativa de los elementos del programa, pero no está vinculado a un recorrido concreto. • Interesan los conceptos, los procedimientos y el fomento de actitudes positivas. • La finalidad última de la asignatura es lograr el aprendizaje autónomo. • Los objetos de aprendizaje pueden ser aplicados en contextos diferentes. • Se busca que el alumno otorgue significado a lo que aprende. • El profesor, provoca la curiosidad para la consecución de aprendizajes.

Tabla 3. Características de tendencias didácticas del profesor de matemáticas.

En nuestro caso, si bien el modelo presentado por Contreras (1998), no es precisamente el que utilizaremos como referente principal para describir las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, rescatamos de él las categorías de análisis que han sido utilizadas para describir las cuatro tendencias, además de las características presentadas en cada una de ellas, que indirectamente serán tenidas en cuenta en nuestro trabajo.

Finalmente, presentamos las cuatro concepciones de la enseñanza de las matemáticas que Kuhs y Ball (1986) citados por Thompson (1992), identificaron a partir de la revisión de la literatura sobre educación matemática y sobre la filosofía de las matemáticas, las cuales asumiremos como referentes principales para la descripción de las concepciones de los profesores participantes en este estudio, motivados principalmente por los vínculos que se pueden plantear entre estas concepciones de la enseñanza y las concepciones de la naturaleza de las matemáticas descritas por Ernest (1989).

– *Centrada en el alumno:* Se caracteriza por la participación activa de los alumnos en hacer matemáticas, en exploración y formalización de ideas. El profesor es visto como facilitador y estimulador del aprendizaje del estudiante, planteando preguntas interesantes y situaciones para la investigación, retando a los estudiantes a pensar y ayudándoles a descubrir deficiencias en su propia manera de pensar. Los mismos estudiantes son los responsables de juzgar la adecuación de sus propias ideas. El conocimiento es evaluado en términos de la coherencia entre las ideas construidas por los estudiantes y el significado compartido de la idea con la disciplina. Esta concepción de la enseñanza de las matemáticas guarda estrecha relación con la concepción de resolución de problemas de la naturaleza de las matemáticas.

– *Centrada en el contenido con énfasis en la comprensión conceptual:* El contenido matemático es el foco de la actividad del aula, pero haciendo énfasis en que los estudiantes comprendan las relaciones lógicas entre las diferentes ideas matemáticas y también los conceptos y la lógica subyacente a los procedimientos matemáticos. El profesor desempeña el papel de expositor y los criterios para juzgar el conocimiento del estudiante son similares a los de la concepción centrada en el alumno. El contenido está organizado de acuerdo a la estructura de las matemáticas, siguiendo alguna noción de trascendencia y de secuencia, aportada por el profesor. Es la concepción de la enseñanza que se seguiría naturalmente desde la concepción de la naturaleza de las matemáticas que Ernest (1989) etiquetó como platónica.

– *Centrada en el contenido con énfasis en ejecución:* Se caracteriza por hacer énfasis en la ejecución y dominio de reglas y procedimientos matemáticos. Las reglas son los elementos básicos de construcción de todos los conocimientos matemáticos y todo comportamiento matemático es regulado por la regla. Por lo tanto, desde esta concepción, saber matemáticas significa saber resolver problemas utilizando las reglas que han sido aprendidas. El papel del profesor es demostrar, explicar y definir el material, presentándolo en estilo expositivo y el papel de los estudiantes es escuchar, participar en las interacciones didácticas y hacer los ejercicios o problemas utilizando procedimientos que han sido modelados por el profesor o por el texto. Es la concepción de la enseñanza que se seguiría naturalmente desde la concepción instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas.

– *Centrada en el aula:* En esta concepción es central la noción de que la actividad del aula debe estar bien estructurada y eficientemente organizada según comportamientos

efectivos del profesor, identificados en estudios de proceso-producto de la eficacia de la enseñanza. “la hipótesis es que los estudiantes aprenden mejor cuando las lecciones de aula están claramente estructuradas y siguen los principios de enseñanza eficaces” (Kuhs y Ball, 1986, citados por Thompson, 1992, p. 137). En este sentido, el profesor desempeña un papel activo en la dirección de todas las actividades del aula, presentando claramente el material de la lección a toda la clase y proporcionando oportunidades para que los estudiantes practiquen individualmente.

Para terminar esta sección queremos resaltar las relaciones de semejanza que se pueden plantear entre los modelos y concepciones de la enseñanza que distintos autores han propuesto, como se muestra en la siguiente tabla:

Enfoques de Enseñanza Biggs y Moore (1993)	Cosmovisiones Epistemológicas Schraw y Olafson (2003)	Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas Kuhs y Ball (1986)	Tendencias didácticas del profesor de matemáticas Contreras (1998)
Cuantitativo	Realista	Centrada en contenido con énfasis en ejecución.	Tradicional
Estratégico o Institucional	Realista	Centrada en contenido con énfasis en comprensión.	Tecnológica.
Cualitativo	Relativista	Centrada en el alumno.	Espontaneísta
	Contextualizada		Investigativa
		Centrada en el aula.	

Tabla 4. Enfoques y concepciones de la enseñanza de las matemáticas

2. Antecedentes del Estudio

2.1. Investigaciones sobre las Concepciones.

Según el análisis presentado por Thompson (1992), en el campo de la didáctica de las matemáticas, el estudio de las *creencias y concepciones* de las personas, y en concreto de los profesores, se inició en los albores del siglo XX, pero fue interrumpido por el auge del conductismo hasta su potente resurgimiento a mediados de la década de los setenta. A pesar de los múltiples esfuerzos que numerosos investigadores han puesto en avanzar en esta materia, todavía no existe consenso ni tan sólo con respecto a la definición y denominación del objeto de estudio.

En este sentido, Flores (1998) hace una descripción de la historia de la investigación sobre las creencias de los profesores. Plantea que en los años veinte hubo una preocupación por la naturaleza de las creencias del profesor y la influencia que estas creencias tienen en la actuación en clase. Este interés por las creencias decayó con la llegada del asociacionismo y el desprecio relativo a la investigación que no comportara conducta observable. Los psicólogos vuelven a interesarse en las creencias en la década de los sesenta y se amplía el número de investigadores interesados por efectos de la perspectiva cognitiva, en los años setenta.

Según Flores (1998), a partir de los ochenta, hubo un resurgimiento de las investigaciones sobre creencias de los profesores, que en el campo de la educación matemática se ocupan principalmente de las creencias sobre el conocimiento matemático y sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, con una metodología preferentemente interpretativa y con diseños variados, que comprenden desde estudios etnográficos a inventarios de creencias.

Al hacer una revisión de los enfoques que se han utilizado en la investigación del pensamiento de los profesores y sus concepciones, se cita el trabajo de Antón Nuño (2012), en el cual la autora clasifica los trabajos que distintos autores han realizado en este campo, en cinco enfoques, centrándose en los objetivos, resultados y aportes de cada uno. Estos cinco enfoques son: *el paradigma del pensamiento del profesor, las teorías metacognitivas, las creencias del profesor, las teorías implícitas y el enfoque fenomenográfico.*

De acuerdo a la revisión presentada por Antón Nuño (2012), y teniendo en cuenta que el enfoque fenomenográfico trata de comprender los fenómenos a partir del punto de vista de quien los vive, enfatizando en las valoraciones diferentes de una realidad específica, en el presente trabajo se asumió este enfoque como guía para identificar las concepciones que sobre las matemáticas y su enseñanza tienen los sujetos participantes de la investigación. Al ser las concepciones elaboraciones mentales complejas que orientan el comportamiento, pueden ser estudiadas a partir de lo que las personas hacen, en su mundo concreto, cotidiano y real. Este enfoque concede mucha importancia a la individualidad, por ello emplea de forma predominante como método, el estudio de caso.

En la siguiente tabla se presenta una síntesis de la revisión que Antón Nuño (2012), realiza sobre los cinco enfoques mencionados, resaltando los autores más sobresalientes en cada uno de ellos y sus aportes.

Enfoque	Objetivos, Autores y Aportes
Paradigma del Pensamiento del Profesor	<p>Se centra en estudiar los conocimientos y creencias que guían el comportamiento del profesor, intentando comprender lo que hay detrás de los procesos mentales del profesor cuando realiza una acción docente.</p> <p>Jakson (1975), distinción entre fases preactiva, interactiva y postactiva.</p> <p>Shavelson y Stern (1983): proceso de toma de decisiones estratégicas.</p> <p>Schön (1998): El profesor como <i>profesional reflexivo</i>.</p> <p>Atkinson y Claxton (2002): <i>La intuición</i> en la práctica docente.</p>
Las Teorías Metacognitivas	<p>Brown (1987): Diferencia entre las dos facetas de la metacognición:</p> <p><i>Conocimiento Metacognitivo</i>: de naturaleza declarativa, explícito y verbalizable, estable, es un saber sobre la propia actividad cognitiva, de las propias capacidades y habilidades, para realizar una tarea.</p> <p><i>Metacognición</i>: de naturaleza procedimental, difícilmente verbalizable, más inestable, dependiente del contexto y de la tarea. Se refiere a los procesos de control que ejercemos sobre nuestra actividad cognitiva.</p>
Las Creencias del Profesor	<p>Las creencias como un componente clave de las concepciones que pueden influir tanto en las decisiones como en los comportamientos concretos.</p> <p>Pajares (1992): Características de las creencias; Hofer (2002): Creencias epistemológicas; Schraw y Olafson (2003): cosmovisión epistemológica; Remesal (2006): Organización de las creencias.</p>
Las Teorías Implícitas	<p>Representaciones mentales que forman parte del conocimiento e intervienen en procesos de comprensión, memoria, razonamiento y planificación de la acción.</p> <p>Kelly (2001): Teoría de los Constructos Personales.</p> <p>Claxton (1990): grado de estabilidad que poseen las teorías implícitas.</p> <p>Reber (1993): Proceso de adquisición de las teorías implícitas.</p> <p>Pozo (1996): Teorías implícitas sobre el aprendizaje.</p>
El Enfoque Fenomenográfico	<p>Analiza las vivencias y experiencias de docentes, para entender lo que ocurre en las aulas. Explicar sus comportamientos, en función de cómo perciben, conciben y sienten las situaciones de enseñanza.</p> <p>Marton y Säljö (1976): Enfoques de aprendizaje; Biggs y Moore (1993): Enfoques de enseñanza; Samuelowicz y Bain (2002): Tipología de modelos docentes; Pintor (2005): Concepción socioconstructivista de la enseñanza.</p>

Tabla 5. Enfoques utilizados en la investigación del pensamiento del profesor.

2.2. Líneas de investigación en el campo de las concepciones y creencias del profesor de matemáticas.

Para situar el área problemática del presente trabajo se ha realizado una revisión de la literatura de investigación. El principal foco de atención ha sido la literatura relacionada con investigaciones sobre las concepciones de los profesores de matemáticas y de manera más específica aquellas referidas a las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre su enseñanza.

En el campo de la investigación en educación matemática se referencian dos resúmenes de investigaciones. El primero de ellos es la tesis doctoral de Salvador Llinares, de 1989, en la que se realiza un estudio sistemático de las investigaciones relacionadas con creencias y concepciones de profesores de matemáticas. El segundo corresponde al trabajo de Alba G. Thompson, aparecido en el *Handbook on Mathematics Teaching and Learning*, en el que se recogen las investigaciones más importantes en lengua inglesa referidas a creencias y concepciones de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza y aprendizaje.

Llinares (1989), presenta un estado de la cuestión sobre la investigación en creencias y concepciones de los profesores, señalando que existen dos grandes campos de interés en las investigaciones y que en el primero de esos campos se alcanzan a diferenciar cuatro líneas de investigación. La clasificación que este autor hace se puede resumir de la siguiente manera:

1. Creencias y concepciones de los profesores en relación a las matemáticas y a la enseñanza y el aprendizaje de las mismas.
 - 1.1. Relación entre las creencias, concepciones y la conducta docente.
 - 1.1.1. Profesores en formación.

- 1.1.2. Profesores en ejercicio.
 - 1.2. La forma como los profesores sin formación matemática asumen los conocimientos matemáticos
 - 1.3. El papel que juegan las concepciones en la resolución de problemas.
 - 1.4. Investigaciones que emplean la Teoría de los Constructos Personales de Kelly para describir las creencias.
2. Investigaciones sobre las creencias y concepciones en relación con la formación de profesores de matemáticas.

Por su parte Thompson (1992), realiza una síntesis sobre el tema y agrupa las investigaciones sobre creencias y concepciones de los profesores en cuatro líneas.

1. Las concepciones de los profesores sobre el conocimiento matemático.
2. Relaciones entre las concepciones de los profesores sobre las matemáticas y su práctica instruccional.
3. Las concepciones de los profesores sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
4. El cambio de concepciones y creencias de los profesores.

En un estudio más reciente, Caballero Pérez (2010), plantea que el interés por el estudio de las concepciones ha ido en aumento en los últimos años, generando trabajos que tratan de explicar, desde diferentes perspectivas, las concepciones del profesor de matemáticas. Distingue cuatro vertientes de las investigaciones realizadas:

1. Recopilaciones de investigaciones sobre creencias y concepciones.

2. Investigaciones sobre creencias y concepciones acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.
3. Investigaciones enfocadas al cambio de concepciones.
4. Investigaciones sobre creencias y concepciones acerca de un concepto matemático específico.

Los tres trabajos anteriores presentan una primera visión de la investigación relativa a las creencias y concepciones de los profesores. En nuestro caso el trabajo que pretendemos realizar se sitúa en el primer campo del análisis de Llinares (1989), Creencias y concepciones de los profesores en relación a las matemáticas y a la enseñanza y el aprendizaje de las mismas, y en la primera línea de este campo, la relación entre las concepciones y la conducta docente en profesores en ejercicio. En relación al análisis de Thompson, esta investigación se sitúa en los campos 1 y 3, Las concepciones de los profesores sobre el conocimiento matemático y las concepciones de los profesores sobre la enseñanza de las matemáticas.

Teniendo cuenta estas líneas de investigación y en especial las que directamente están relacionadas con el presente trabajo, se realizó una revisión de los principales trabajos sobre el estudio de las concepciones, tanto de la naturaleza de las matemáticas como de su enseñanza, tratando de diferenciar los estudios que se han hecho con profesores del nivel medio (de secundaria) de los que se han hecho con profesores universitarios, y también los trabajos que se han hecho con docentes en formación de los que corresponden a docentes en ejercicio.

2.3. Estudios sobre concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza en profesores de secundaria.

En esta sección se presenta la revisión de trabajos de investigación realizados con profesores de secundaria sobre sus concepciones de la naturaleza y la enseñanza de las matemáticas, en la cual la persistencia del enfoque tradicional resulta ser una constante en la mayoría de los trabajos revisados (Gil Cuadra y Rico, 2003; Agudelo Valderrama, 2005; Moreano, Asmad, Cruz y Cuglievan, 2008; Binimelis, 2011; Cortés y Sanabria, 2012). Nótese que estos trabajos son realizados en distintos países (España, Colombia, Perú y Argentina) y sin embargo los resultados obtenidos son semejantes. Además muestran la relación directa que existe entre las concepciones de la enseñanza de las matemáticas y las concepciones de la naturaleza de las matemáticas. A continuación pasamos a describir con mayor detalle estos trabajos.

En los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional, MEN (1998), para iniciar la reflexión sobre las concepciones de los docentes sobre la naturaleza y la enseñanza de las matemáticas, refiere un estudio realizado con 100 docentes de diferentes niveles de la enseñanza básica, a los cuales se les indagó acerca de sus concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, y del cual cita las siguientes conclusiones, que muestran la disparidad de concepciones entre los docentes:

Con respecto a las matemáticas, algunos docentes encuestados las asumen como un cuerpo estático y unificado de conocimientos, otros las conciben como un conjunto de estructuras interconectadas, otros simplemente como un conjunto de reglas, hechos y herramientas; hay quienes las describen como la ciencia de los números y las demostraciones. (p. 9)

Según el documento las diferencias entre una y otra de las posturas giran alrededor de que, por una parte, unas consideran que las matemáticas existen fuera de la mente humana (platonismo, logicismo), mientras que para otras son una creación de ella (formalismo, intuicionismo, constructivismo); y por otra parte, algunas las consideran exactas, inmutables e infalibles (platonismo, logicismo, formalismo, intuicionismo), mientras que para otras las matemáticas son evolutivas, falibles y corregibles (constructivismo).

Con respecto a lo anterior, el documento plantea que en los últimos años han surgido grandes cambios en las concepciones sobre las matemáticas escolares, ocasionados por el desarrollo de la educación matemática, los estudios sobre sociología del conocimiento y los nuevos planteamientos de la filosofía de las matemáticas. Estos cambios están relacionados con la importancia que se le otorga al contexto, al estudiante, a la cultura y al periodo histórico particular, en el que tienen lugar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Desde esta perspectiva, el papel del docente cambia de manera radical, dejando de ser un simple transmisor de conocimientos, para pasar a ser parte activa del desarrollo, implementación y evaluación del currículo. Su papel será el de propiciar una atmósfera cooperativa que conduzca a una mayor autonomía de los alumnos frente al conocimiento, creando situaciones problemáticas a partir del contexto, que permitan al estudiante explorar problemas, construir estructuras, plantear preguntas y reflexionar sobre las soluciones dadas.

Andrews y Hatch (1999), describen un estudio estadístico de las concepciones de profesores de secundaria sobre las matemáticas y su enseñanza. Las correlaciones indican que los profesores tienden a poseer simultáneamente concepciones divergentes tanto de las

matemáticas como de su enseñanza, a pesar de que, para la mayoría, hay concepciones dominantes de las matemáticas manifiestas en creencias commensurables (en buena medida) acerca de la enseñanza. Se argumenta que la posesión simultánea de concepciones divergentes puede ser una consecuencia de ambigüedades culturales y curriculares con respecto a la enseñanza de la matemática.

Gil Cuadra y Rico (2003), realizaron un estudio muestral, de tipo transversal y exploratorio que utiliza la técnica de encuesta (*survey*). El trabajo se encuadra en la línea del pensamiento del profesor y su propósito central consistió en describir las concepciones que sobre la enseñanza tienen los profesores de matemáticas de educación secundaria de la Comunidad Autónoma de Andalucía.

Para la construcción y validación del instrumento de recolección de datos, los autores siguieron un riguroso proceso que culminó con la obtención de un cuestionario cerrado de escala valorativa organizado en diez preguntas. En general, las preguntas giran en torno a cuatro aspectos principales: el primero corresponde a cuestiones relativas a la práctica docente, como la preparación de materiales para los alumnos, los contenidos y las actividades de enseñanza; el segundo tiene que ver con criterios para la valoración de algunos aspectos de la enseñanza, tales como el trabajo en el aula, los alumnos y la formación del profesor; el tercero plantea cuestiones epistemológicas sobre la enseñanza; y el cuarto se refiere a las dificultades del aprendizaje.

A partir del análisis estadístico de las respuestas al cuestionario, los autores destacan las siguientes características de la concepción predominante en la población encuestada sobre la enseñanza y que se inclina hacia el enfoque tradicional de la enseñanza:

- La preparación de materiales para el aula se realiza principalmente a partir de la reflexión sobre el currículo y la búsqueda de información en libros y listas de ejercicios. La satisfacción del profesor está determinada por el buen ambiente del aula.
- El criterio prioritario para determinar cuando un alumno es bueno es su motivación.
- La razón principal para estudiar matemáticas es su utilidad social.
- Las matemáticas se aprenden motivando y estimulando procesos cognitivos.
- Los contenidos que tienen implicaciones curriculares posteriores y los actitudinales se valoran como los más importantes.
- Los errores sirven para reconsiderar la programación.

Agudelo Valderrama (2005), realizó en Colombia un estudio cualitativo para investigar la relación existente entre las concepciones que los profesores de matemáticas tienen del *inicio del trabajo algebraico escolar* y sus concepciones sobre su propia práctica de enseñanza. El estudio se llevó a cabo con la participación de trece profesores de matemáticas que enseñaban en los Grados 8 de seis colegios de Bogotá durante el año 2002. Nueve profesores fueron seleccionados como estudios de caso, pero este artículo se centró en los casos de cinco profesores solamente (Pablo, Clara, Leo, Alex y Pacho).

En el marco de una enseñanza basada en la comprensión y el significado, Agudelo Valderrama (2005) considera que *el inicio del trabajo algebraico escolar* no se puede centrar

en la presentación de simbolizaciones prefabricadas llamadas “expresiones algebraicas” sino en la organización de actividades para el aula que involucren activamente a los estudiantes en procesos matemáticos de trabajo de donde el pensamiento algebraico pueda surgir.

De los resultados del estudio la autora concluye que las concepciones de los profesores sobre las determinantes cruciales de sus prácticas de enseñanza se desprenden de las concepciones que ellos tienen de la naturaleza del conocimiento algebraico, clasificando a los cinco profesores en dos grupos básicos. El primer grupo conformado por cuatro profesores (Clara, Leo, Alex y Pacho), para quienes el conocimiento algebraico es producido externamente. Y en el otro grupo está Pablo, para quien el conocimiento algebraico es producido internamente.

Para Clara, Leo, Alex y Pacho el conocimiento es pasado de los libros o los profesores a los alumnos. Y el hecho de que los alumnos no aprenden lo explican por su falta de motivación o de conocimientos previos, y ante estas circunstancias estos profesores no pueden hacer nada (baja percepción de su eficacia personal); por tanto los factores determinantes cruciales de su enseñanza están representados en aspectos del comportamiento de los alumnos. En cambio, para Pablo los alumnos necesitaban construir o asignar significado a su trabajo algebraico, y él se sentía capacitado para diseñar y organizar actividades de clase con este propósito (alta eficacia personal). Él creía que su conocimiento y disposición eran factores determinantes cruciales del enfoque de enseñanza que estaba tratando de poner en acción. Mientras que la intención de Pablo era involucrar activamente a sus alumnos en la generación de expresiones algebraicas y sus reglas de operación, los otros cuatro profesores seguían el enfoque instrumentalista y formalista del texto guía: presentar expresiones simbólicas

prefabricadas, definiciones y algoritmos de procedimiento, haciendo énfasis en un modelo transmisivo y promoviendo una visión “externa” de la naturaleza del conocimiento algebraico.

Moreano, Asmad, Cruz, y Cuglievan (2008), fundamentan su investigación en las concepciones que los docentes sostienen sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, para comprender su práctica pedagógica en escuelas de Lima. Los resultados muestran un fuerte arraigo de las concepciones pedagógicas tradicionales, que se encuentra reflejado en las prácticas pedagógicas de los docentes. Según las autoras, la enseñanza de las matemáticas se caracterizó por el seguimiento de reglas y procedimientos, la práctica rutinaria de ejercicios, el uso de palabras clave y la falta de un contexto significativo para su aprendizaje.

Dodera, Burrioni, Lázaro, y Piacentini (2008). Realizaron un estudio para caracterizar a un grupo de docentes de matemáticas en cuanto a sus concepciones y creencias sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje. Una parte del grupo se desempeñaban como profesores del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires (grupo CBC) y la otra parte eran profesores de secundaria (grupo SEC). El estudio se focalizó en identificar las creencias más compartidas por los miembros de cada grupo. Utilizaron como instrumento un cuestionario cerrado de 15 preguntas, a modo de escala de valoración. Diez de las preguntas corresponden a la encuesta validada e implementada por Gil Cuadra y Rico (2003).

En el caso de los profesores de secundaria, grupo SEC (el que nos interesa en esta sección), el estudio arrojó como conclusiones que, con respecto a la razón para estudiar matemática los profesores otorgan mayor importancia a la utilidad social y profesional de la materia, mostrando mayor interés por aquellas actividades de enseñanza que destacan la dinámica de

trabajo de los alumnos y la conexión con situaciones reales. En cuanto a los contenidos, asignan mayor importancia a lo procedimental y actitudinal.

Con respecto a los criterios para la valoración de la satisfacción del profesor, los profesores del grupo SEC sobrevaloran el buen ambiente en el aula. Y en cuanto a las creencias sobre lo que es un buen alumno, hay una notoria valoración respecto de la responsabilidad y participación del alumno. Aunque consideran que el alumno no reflexiona sobre su propio proceso de aprendizaje.

Binimelis (2011), en su trabajo de investigación centrado en comprender las características de las creencias del profesor sobre la naturaleza de la matemática, su enseñanza y la relación de las mismas con la filosofía correspondiente de los diseños curriculares, analiza los casos de dos profesoras del nivel medio, siguiendo una metodología de tipo interpretativo. La autora justifica la investigación en este campo, teniendo en cuenta la problemática existente en su país (Argentina) con respecto a la enseñanza de las matemáticas, según la cual existen falencias en relación al tipo de paradigma que se transmite, el cual difiere del propuesto actualmente desde las investigaciones en didáctica (visión constructivista de la enseñanza de las matemáticas).

El estudio también arrojó como resultado que existe una mixtura de modelos docentes tanto respecto a la naturaleza de la matemática, como a su enseñanza. En el primer caso analizado, las creencias con respecto a la naturaleza de las matemáticas muestran una tendencia hacia la concepción platónica, y en cuanto a la enseñanza una concepción tradicionalista. Mientras que el segundo caso, muestra una tendencia cuasi-empírica de la naturaleza de las matemáticas y

una concepción de resolución de problemas con respecto a la enseñanza. No obstante, la autora concluye que existe coherencia entre las concepciones de la naturaleza de la matemática y la concepción de su enseñanza en cada caso analizado.

Cortés y Sanabria (2012), en su trabajo de investigación realizado desde el enfoque cualitativo y enmarcado en la disciplina de la Didáctica de las Matemáticas, con el propósito de identificar y describir las concepciones y creencias de profesores de matemáticas sobre la enseñanza, realizaron un estudio de casos con un profesor en ejercicio y en formación. El profesor se desempeñaba como docente de matemáticas en un colegio de la ciudad de Cali, al mismo tiempo que realiza su formación universitaria en el programa académico de Licenciatura en Matemáticas y Física del Instituto de Educación y Pedagogía de la Universidad del Valle (Cali-Colombia).

Los resultados del estudio muestran la persistencia del enfoque tradicional de la enseñanza de las matemáticas, donde el profesor se encarga de transmitir información a los alumnos, presentándola en lenguaje formal, sin ser adaptada ni contextualizada en el aula, y donde los alumnos por su parte, asimilan lo presentado por el profesor para después aplicarlo en la solución de ejercicios y problemas muy parecidos a los que previamente él ha resuelto. Los ejercicios planteados por el profesor son de carácter rutinario (ejercicios clásicos: hallar la pendiente de una recta, esbozar la gráfica de una función lineal, resolver un sistema de ecuaciones, etc.) y requieren de un proceso y solución únicos. En la exposición de estos no se evidencia una estructura definida en cuanto a organización (por grado de complejidad, por cantidad de información, por supuesta duración del proceso de resolución, entre otras), privilegiando como estrategias de aprendizaje la repetición y ejercitación de procedimientos.

2.4. Estudios sobre concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza en profesores universitarios.

Los estudios revisados muestran que, al igual que ocurre en las instituciones educativas de nivel medio, en la universidad los profesores que enseñan matemáticas, en su gran mayoría lo hacen siguiendo una concepción tradicional de la enseñanza (Campanario, 2003; Pochulu, 2004; Azcarate, García y Moreno, 2005; Beltrán, Quijano y Villamizar, 2008). En este sentido, se les cuestiona la dificultad que ellos evidencian para vincular las matemáticas a situaciones propias del campo profesional en el que se forman sus estudiantes. Por eso, autores como Azcarate, García y Moreno (2005), hacen un llamado tanto a la Universidad como a los estudiantes y profesores para que se comprometan en los procesos de cambio que se deben empezar a gestar en la enseñanza universitaria, de manera que el estudiante empiece a jugar un papel más activo y protagónico en su propio proceso de aprendizaje.

Campanario (2003), en su artículo denominado: *Contra algunas concepciones y prejuicios comunes de los profesores universitarios de ciencias sobre la didáctica de las ciencias*, analiza y cuestiona algunas ideas y concepciones sobre la didáctica de las ciencias, comunes entre el profesorado universitario. En este sentido, afirma que en la universidad, predomina un monótono horizonte caracterizado, casi totalmente, por la dictadura propia de la clase magistral a pesar de las propuestas que existen para utilizar otros enfoques, de tal forma que como característica más notable, se halla que los procesos de enseñanza de las matemáticas se desarrollan en torno a la presentación de una teoría, ya elaborada, y su explicación por los profesores, basados tal vez en la creencia de que el alumno aprende viendo e imitando y el docente enseña mostrando y explicando.

Pochulu (2004), describe, analiza y categoriza las prácticas de docentes de matemáticas. El estudio se basó en la observación, análisis e interpretación de las prácticas docentes de cinco profesores que desarrollaron sus actividades en el espacio curricular asignado a la cátedra de álgebra, del primer año de las carreras de Ciencias Económicas en la Universidad Nacional de Villa María, durante el año lectivo 2001.

Los autores enfocaron su atención en las estrategias de enseñanza que privilegiaron los profesores para el desarrollo de sus clases, y la disposición, distribución, organización y tratamiento que efectuaron de las distintas instancias y momentos que componían las clases. A partir de las características exclusivas y particulares halladas en las clases de cada profesor, los autores formularon cuatro configuraciones de las prácticas docentes de matemática observadas en la universidad, y que describen así:

- *Configuración de clase centrada en la participación:* en las que el profesor propicia espacios de análisis, reflexión y discusión con los estudiantes, estimulando y valorizando al mismo tiempo las preguntas que ellos formulan.
- *Configuración de clase centrada en las múltiples conexiones entre contenidos:* prácticas docentes cuyos desarrollos se hallan orientados al análisis conceptual de los entes u objetos matemáticos en cuestión, llegándose a presentar los conocimientos por medio de una compleja red de interrelaciones entre lo conceptual y lo procedimental.
- *Configuración de clase centrada en la ejemplificación:* prácticas en las que se introducen los contenidos conceptuales por medio de ejemplificaciones, en las cuales se llega a los conceptos y definiciones a partir de ejemplos particulares y concretos.

- *Configuración de clase centrada en la teorización:* prácticas docentes en las que se le otorga vital importancia a los contenidos conceptuales. Se presentan exposiciones cuidadosas y detalladas de cada concepto, propiedad y teorema involucrado.

Como conclusión, señalan la permanencia de ciertas características, definidas como “tradicionales” de la enseñanza de la matemática, en las prácticas docentes universitarias observadas. Algunas de esas características se listan a continuación:

- Los procesos de enseñanza se encuentran intensamente guiados por los profesores.
- Las prácticas docentes tienen como punto de apoyo y referencia los contenidos conceptuales, los cuales se presentan alternadamente con los procedimentales.
- Los alumnos se limitan principalmente a tomar notas de los registros textuales que se dejaban en el tablero y de las exposiciones que fueron realizadas por el profesor.
- No se realizaron explicitaciones de planes de clases que pusieran en conocimiento de los alumnos la importancia que tiene cada tema en la planificación de la disciplina.
- Las prácticas docentes adolecen de una cantidad apreciable de aplicaciones y problemas relacionados con las Ciencias Económicas, puesto que las mismas se circunscribieron, en general, a un contexto abstracto de la Matemática.
- En las clases observadas existía un “supuesto diálogo” en el que el docente hace preguntas que él mismo se responde o que los alumnos responden con silencios.
- Las preguntas que realizaron los alumnos en las clases observadas demandaban sólo una explicación en mayor detalle de lo que había expresado el profesor.

Azcárate, García y Moreno (2005), realizaron una investigación sobre el conocimiento del contenido didáctico del profesor de matemáticas de universidad y su relación con otros contenidos disciplinares, en la cual el problema de investigación consistió en analizar la dificultad que tiene el profesor para vincular las matemáticas a situaciones propias del campo profesional en el que se forman los estudiantes. Es decir, la dificultad que tiene el profesor de dar a conocer la dualidad de una teoría o concepto matemático con las matemáticas mismas y con otras ramas del saber.

Los autores justifican la investigación motivados por el proceso de cambio que vive la universidad, que implica también un cambio del rol que desempeña el profesor en ella. Cambios relacionados, por ejemplo, con la planificación docente, donde el estudiante pasa a jugar un papel activo. El profesor debe enfrentarse a una manera de hacer y concebir la materia de forma significativamente distinta a como lo venía haciendo. Ahora las modificaciones en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje, lo obligan a pasar de un modelo centrado en la enseñanza y cuyo protagonista es el profesor, a uno basado en el aprendizaje, donde el estudiante adquiere mayor relevancia. Y en el que además, debe olvidar un poco la visión individualista de “su asignatura” para pasar a pensar en “materias” en donde adquiere gran importancia la conexión con diferentes áreas de conocimiento.

Los autores refieren los siguientes resultados, derivados de las entrevistas realizadas a los dos profesores expertos que participaron en la investigación:

- La Universidad debe inducir y preparar al estudiante para el cambio debido a que actualmente el estudiante juega un rol pasivo y las nuevas exigencias lo obligan a ser una persona dinámica, reflexiva y participativa.

- El estudiante debe comprometerse más con el proceso de cambio y ser proactivo.
- El profesor está obligado a generar alternativas de aprendizaje a fin de involucrar más al estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje y así, motivar al estudiante a la participación y discusión entre compañeros.
- Los profesores no consideran el trabajo en grupo como metodología de enseñanza ya que siguen una enseñanza tradicional.

Beltrán, Quijano y Villamizar (2008), describen las concepciones y prácticas pedagógicas de los profesores que enseñan asignaturas de Ciencias Naturales y Ciencias Humanas en los programas de Ingeniería de dos Universidades Colombianas. Orientan su descripción a comportamientos en la actividad docente para con base en ellos, identificar las concepciones que subyacen a la labor de enseñanza. La metodología empleada es de carácter cualitativo; las técnicas de recolección de información utilizadas son la observación no participante del profesor en el aula de clase, la entrevista en profundidad y el análisis documental. Los autores aclaran que consideraron como asignaturas de Ciencias Naturales, aquellas que provienen de disciplinas como: matemáticas, física, química. Y como asignaturas de Ciencias Humanas aquellas que provienen de disciplinas tales como: antropología, psicología, filosofía, sociología e historia.

Los resultados mostraron que al comparar la actuación pedagógica de los docentes de Ciencias Humanas y los de Ciencias Naturales se observan diferencias en su desempeño. En este sentido los autores comentan que las decisiones y acciones de los profesores respecto a la asignatura que enseñan, están estrechamente ligadas a las concepciones de su formación

disciplinar. Algunas de las diferencias encontradas están relacionadas con aspectos propios de la función docente tales como, las estrategias de enseñanza que utilizan, la forma de evaluación y la planeación de las asignaturas. Al respecto los autores concluyen que:

- Los docentes de Ciencias Humanas utilizan estrategias para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje tales como el análisis de casos, las dramatizaciones, la resolución de problemas y los trabajos en grupo, mientras que los docentes de Ciencias Naturales sólo utilizan la resolución de problemas y la exposición.
- El tipo de evaluación utilizado por los profesores de Ciencias Naturales es sumativa, es decir, que la forma preferente de constatar el aprendizaje de los estudiantes es por medio de los parciales y quices; por el contrario, los docentes de Ciencias Humanas utilizan la evaluación formativa, privilegiando el proceso sobre el resultado.
- La planeación de los programas pertenecientes a las Ciencias Humanas, comprenden desde sus propósitos la integración de las dimensiones del ser humano, mientras que la planeación de los programas pertenecientes a las Ciencias Naturales tienden a enfocar su desarrollo sólo en la parte cognitiva.

Ahora volvemos a referirnos al estudio de Dodera, Burroni, Lázaro y Piacentini (2008), que incluimos en la sección anterior, pero ahora para referenciar los resultados obtenidos en cuanto a la caracterización de las concepciones y creencias sobre los procesos de enseñanza del grupo de profesores que se desempeñaban como profesores de matemáticas del Ciclo Básico Común de la Universidad de Buenos Aires (grupo CBC).

En este grupo es fuertemente aceptado, que la razón primordial para estudiar matemática es su carácter formativo, que las actividades más adecuadas para la enseñanza son las que destacan el trabajo intelectual de razonamiento y análisis, y que los contenidos más importantes son los que potencian la abstracción y la simbolización. Con respecto a los criterios para la valoración de la satisfacción del profesor, en el caso de los profesores CBC está determinada por el interés y participación de los alumnos, y el avance en su aprendizaje. Y en cuanto a las creencias sobre lo que es un buen alumno, los profesores consideran que es quien se esfuerza y trabaja. Aunque también consideran que el alumno no reflexiona sobre su propio proceso de aprendizaje.

2.5. Estudios sobre las concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza en docentes en formación.

Con respecto a las concepciones de los docentes en formación sobre la enseñanza de las matemáticas, la mayoría de los trabajos revisados coinciden en resaltar que estas están fuertemente influenciadas por las creencias y los hábitos adquiridos durante la formación escolar inicial de los futuros docentes, y que estos hábitos y creencias generalmente están asociados a enfoques tradicionales de la enseñanza (Azcarate, 1998; Barrantes y Blanco, 2004; Homilka, 2008; Benítez, 2011). A continuación pasamos a describir con mayor detalle los trabajos consultados.

Azcárate (1998), afirma que los estudiantes que se están formando para ser docentes de matemáticas no llegan con sus mentes vacías respecto a cómo se enseña y cómo se aprende las matemáticas. Como alumnos que han recorrido los niveles iniciales y medios de la educación, los pasantes han acumulado una experiencia que les permite inferir hipótesis y esquemas sobre

el hacer profesional del docente, sin embargo, dichos esquemas son un obstáculo en los procesos de formación que intentan superar los parámetros tradicionales de la Educación Matemática.

Barrantes y Blanco (2004), desarrollan una investigación con el objetivo de describir y analizar las concepciones de los estudiantes para profesor sobre la geometría escolar y su enseñanza. Ellos fundamentan su investigación en la importancia que autores como Ernest, 1989, 2000; Thompson 1992; Pajares, 1992; Llinares, 1993; Azcárate, 1996; Blanco, 1997; Flores, 1998; entre otros, le conceden al hecho de analizar las concepciones de los estudiantes para profesores durante su proceso de formación. Los autores asumen la hipótesis de que los recuerdos y las expectativas de los estudiantes para profesor constituyen una fuente de información para caracterizar sus concepciones en el campo de la geometría y de su enseñanza-aprendizaje.

Como resultado global los autores afirman que la tendencia general en los estudiantes para profesor que participaron en la investigación consiste en que sus recuerdos sobre la geometría y su enseñanza-aprendizaje es el factor más importante que influye en sus concepciones, pero que no desean ser imitadores de sus maestros, pues intuyen que hay una cultura de enseñanza-aprendizaje distinta que puede ser aplicada, aunque apenas la conocen y no la han experimentado.

Las características de las concepciones de los estudiantes para profesor sobre la geometría y su enseñanza, halladas en este estudio se presentan a continuación:

- Los estudiantes conciben que la geometría se debe enseñar de la misma forma que las otras partes de las matemáticas, salvo en el tema de las figuras, pues el alumno las tiene que manipular y por ello es lo único que consideran motivante.
- Muestran gran experiencia sobre metodologías de tendencia tradicional y una escasa o nula experiencia en otras metodologías.
- La falta de conocimiento de contenidos y estrategias metodológicas es un gran inconveniente para que los estudiantes den significado al contenido didáctico y hace que lo conciban como algo innecesario y vacío.
- Aunque la mayoría tiene presente en sus expectativas la relación de la geometría con la vida cotidiana, ésta se reduce a conocer las formas de algunos objetos y a resolver problemas del libro que hablan de aspectos cotidianos, sobre todo de medidas.
- La palabra *actividad* es, para los estudiantes, sinónimo de resolución de ejercicios, en los que la complejidad se reduce a saber la fórmula que hay que aplicar.
- La metodología clásica de la que proceden les hace considerar que hay dos aprendizajes distintos: por una parte, los conceptos geométricos, que denominan *la teoría* y, por otra, la resolución de cada uno de los tipos de problemas, que son necesarios aprender para superar la evaluación.
- Entienden que no es recomendable el aprendizaje memorístico y que primero debe ser la comprensión y después la memorización.
- El examen es el elemento más importante de la evaluación.
- Los estudiantes están plenamente convencidos de que los exámenes deben ser prácticos y los problemas idénticos a los hechos en clase pero con los datos cambiados.

Leal (2005), en su artículo sobre el efecto de la formación docente inicial en las creencias epistemológicas, plantea que las creencias de los profesores juegan un papel importante en la modificación de las prácticas educativas. En este sentido el autor presenta los resultados de un estudio cross-seccional realizado con 193 estudiantes de primer y tercer año de pedagogía de una universidad pública, con el objeto de determinar si las creencias de los estudiantes se modifican como resultado de su formación pedagógica; observándose que, efectivamente, las creencias epistemológicas de los alumnos del nivel más avanzado son más coherentes con un modelo subjetivista, desde el que se asume al estudiante como constructor de su propio conocimiento, y al profesor como facilitador del proceso a través de la creación de ambientes apropiados para el aprendizaje de los estudiantes.

Caballero (2007), con el objetivo de promover actitudes y creencias positivas en los estudiantes para maestro que redunden en la mejora del rendimiento de su práctica profesional y de las expectativas de logro hacia las matemáticas, desarrolló un estudio descriptivo sobre los factores afectivos de los estudiantes para maestros en relación a las matemáticas, partiendo de una muestra compuesta por 249 estudiantes para maestro de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura, y utilizando para la recolección de datos un cuestionario de respuesta cerrada compuesto por 48 ítems, que corresponden a seis categorías diferentes: creencias acerca de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza y aprendizaje; creencias acerca de uno mismo como aprendiz de matemáticas; creencias acerca del papel del profesorado de matemáticas; creencias suscitadas por el contexto sociofamiliar; actitudes y reacciones emocionales hacia las matemáticas y valoración de la formación recibida en los estudios de magisterio en relación a las matemáticas.

El autor considera necesario el estudio de los factores afectivos en el aprendizaje matemático de los estudiantes para maestro, ya que, como futuros docentes, sus creencias, actitudes y emociones hacia las matemáticas influirán en el logro de sus alumnos así como en las creencias, actitudes y emociones de éstos hacia la misma. A continuación se presentan algunos resultados del estudio:

- Con respecto a las creencias acerca de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza y aprendizaje, los estudiantes para maestro consideran las matemáticas como útiles y necesarias tanto para desenvolverse adecuadamente en la sociedad como para asimilar y dominar otras asignaturas que guardan relación con dicha disciplina.
- En lo que respecta a la metodología, rechazan el estudio individual como la mejor forma para aprender matemáticas prefiriendo el trabajo en grupo.
- Son muchos los que expresan carecer de autoconfianza al resolver problemas matemáticos y experimentar inseguridad, desesperación y nerviosismo, siendo sólo la mitad de ellos los que sienten calma y tranquilidad en dicho proceso de resolución.
- Atribuyen el éxito en matemáticas a la actitud del profesorado hacia el estudiante, a una mayor dedicación al estudio de dicha materia y al esfuerzo.
- Los estudiantes para maestro no se perciben capaces y hábiles en matemáticas, soliendo dudar, tras la resolución de un problema, sobre la corrección del resultado obtenido.
- Sobre el papel del profesorado, manifiestan que no todos emplean diversidad de medios y ejemplos que permitan relacionar las matemáticas con la vida diaria.

- Valoran la disponibilidad y la actitud del profesorado, su cercanía al alumnado y las relaciones establecidas entre ellos, así como valoran características personales como la claridad, la simpatía y el entusiasmo manifestado por el profesorado.
- Se aprecia una superación de los estereotipos sociales generalizados según los cuales se relacionan las matemáticas con la inteligencia y la creatividad.

Zapata y Blanco (2007), realizaron un estudio para identificar las concepciones de los profesores en formación sobre las matemáticas y su enseñanza. Para estos autores las concepciones influyen en el comportamiento de los profesores y en el clima de la clase. Afirman, que es necesario explicitar las ideas de los profesores si queremos comprender su actuación en el aula y que para formar a los futuros profesores se debe comenzar identificando sus concepciones. El estudio de carácter cualitativo se realizó con profesores en formación pertenecientes a la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Piura - Perú. Para recoger la información se aplicaron dos cuestionarios y una entrevista semiestructurada. Las categorías sobre las que se indago fueron tomadas del modelo de tendencias didácticas propuesto por Contreras (1999).

El estudio permitió concluir que los profesores en formación presentan una mixtura de las cuatro tendencias didácticas propuestas por Contreras (1999), orientándose hacia una u otra dependiendo de la categoría que se esté tratando. Por ejemplo, se orientan hacia la tendencia tecnológica cuando manifiestan que la programación es un documento de previsión y que este debe elaborarse al inicio, antes de impartir las sesiones de aprendizaje. También se identifica esta tendencia cuando afirman que las matemáticas deben ser aplicadas para resolver problemas de la vida diaria y servir como herramienta para otras ciencias.

Por otra parte, se puede apreciar la tendencia espontaneísta, cuando afirman que los profesores deben hacer trabajar a sus alumnos en pequeños grupos. Y la tendencia investigativa se identifica cuando los profesores en formación manifiestan que el profesor debe orientar el aprendizaje de los alumnos haciéndolos participar de manera activa, y cuando el profesor debe ser el gestor de los recursos que provocan en el alumno un interés por realizar aprendizajes por medio del descubrimiento bajo la guía del profesor. También se observa esta tendencia cuando manifiestan que las matemáticas deben tener una finalidad formativa y que desarrollan capacidades que permiten al alumno ser autónomo en su aprendizaje. Y por último, también se puede identificar en algunos profesores en formación la tendencia tradicional, cuando manifiestan que el aprendizaje se obtiene cuando el profesor explica de manera clara y ordenada.

Los autores terminan diciendo que al analizar de forma general las concepciones identificadas con respecto a cada categoría analizada, la tendencia tecnológica de la enseñanza de las matemáticas es la que más aparece asociada con dichas concepciones de los profesores en formación, aunque con algunos rasgos espontaneístas e investigativos.

Homilka (2008), plantea que las prácticas de los futuros profesores se encuentran fuertemente influenciadas por las creencias acerca de la manera en la que actúa un docente. En su estudio sobre los estudiantes para profesor, muestra que, la preparación y gestión de sus clases, así como sus decisiones didácticas, están caracterizadas por una serie de hábitos adquiridos durante su formación escolar.

Según Homilka, la mayoría de los futuros profesores opinan que no se les han brindado los elementos necesarios para enfrentarse a un curso de matemáticas en el nivel medio, observan una disociación, entre lo que ellos quieren lograr y lo que ocurre realmente en el aula. Sostienen además que carecen de las habilidades y competencias para desarrollar el rol docente, el cual, en muchos casos, no está completamente perfilado o no coincide con la realidad que deben de enfrentar.

Climent, Romero, Carrillo, Muñoz y Contreras. (2013). Desarrollaron una investigación a partir de un enfoque interpretativo para identificar las concepciones sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, así como el conocimiento matemático necesario para la enseñanza, de un grupo de estudiantes para maestros (EPM), utilizando videos de sesiones completas de clase. Los autores consideran que el análisis de práctica real (grabaciones de clases de profesores en activo) en la formación inicial del profesor puede contribuir a la construcción del conocimiento específico necesario para la enseñanza de la materia (no sólo conocimiento declarativo, sino también "saber hacer").

El estudio logró concluir entre otras cosas, que el análisis de la práctica real, a través de un vídeo, permite enfrentar a los EPM con sus propias creencias, vinculadas en muchos casos a sus experiencias discentes. Los sitúa ante perspectivas diferentes de la enseñanza: el papel de los procesos inductivos, la mayor relevancia del significado frente al aprendizaje de reglas, la importancia de la resolución de problemas con material manipulativo frente a la enseñanza de conceptos y algoritmos, o la importancia de la interacción y la atención a la diversidad. Y, por otro lado, permite un acercamiento al conocimiento de las matemáticas y los estudiantes (comprensión del pensamiento de los estudiantes y del análisis de sus producciones ante una

tarea; análisis y anticipación de las dificultades inherentes a la misma) y al conocimiento de las matemáticas y la enseñanza (organización de los significados matemáticos implícitos en la tarea, elección adecuada de recursos y ejemplos para su desarrollo, diseño de tareas y evaluación de su adecuación en función de aspectos del contenido y su aprendizaje).

Benítez (2011), En su estudio de tipo cualitativo, realizado con docentes en ejercicio y docentes en formación del programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca, destaca las contradicciones que surgen entre las concepciones y las prácticas de enseñanza de los profesores. En este sentido logró identificar que las concepciones de los profesores se asemejan a parámetros constructivistas, pero que la práctica diaria está bastante alejada de los mismos. Al respecto comenta: “Las actitudes en el salón de clases se desarrollan a través de actividades muy estructuradas y con poco margen para la participación, la colaboración, la autonomía, el pensamiento crítico, etc.” (p. 137).

Los resultados muestran que los docentes en formación son conscientes de que la enseñanza de las matemáticas no ha cambiado demasiado, debido a que en la práctica ellos reproducen el modelo de enseñanza mecánica con el que fueron educados. Lo que ellos hacen en el aula son las mismas prácticas heredadas de sus docentes.

Además, el autor concluye que los docentes en ejercicio tienen más consolidadas sus concepciones, de acuerdo con su experiencia, su nivel de formación y sus sentimientos; en cambio, en los docentes en formación, sobresalen más sus creencias que sus concepciones sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje.

3. Metodología

3.1. Delimitación del Problema.

Teniendo en cuenta que las concepciones representan una de las categorías principales sobre las que se basa este trabajo, se considera conveniente partir de una definición para este término que facilite la comprensión de este estudio. En este sentido, de acuerdo con los aportes y características que autores como: Moreno y Azcarate (2003), Flores (1998), Carrillo (1998), Ruiz (1994), Ponte (1994), Thompson (1992) y Llinares (1991), señalaron sobre el término concepciones en el primer capítulo de este trabajo, se propone la siguiente definición para indicar el sentido con el que se asumirá dicho termino en esta investigación:

Las concepciones son una estructura mental más general que las creencias, de carácter subjetivo, consciente e interno, constituidas por el conjunto de representaciones internas y asociaciones evocadas por los conceptos, que actúan como un plano de fondo organizador de los mismos [conceptos], y que por lo tanto influyen en el pensamiento y la acción de los sujetos.

Un aspecto en el que parece existir acuerdo entre los distintos autores, tiene que ver con considerar que las concepciones ejercen gran influencia sobre la conducta y la forma en que las personas interactúan con otras personas. En este sentido, en el campo de la educación matemática investigaciones como las de Ernest (1989), Thompson (1992); Flores (1998), etc., han mostrado que las concepciones de un profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y lo que él conoce del contenido, métodos y materiales disponibles para enseñar matemáticas, influyen en sus decisiones relativas a la enseñanza.

En este sentido, existe un buen número de trabajos que en el campo de la educación matemática han abordado el estudio de las concepciones del profesor de matemáticas, los

cuales se han centrado en las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas (Ernest, 1989; Lerman, 1983; Skemp, 1978) y/o las concepciones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Kuhs y Ball, 1986; Thompson, 1992; Contreras, 1998; Schraw y Olafson, 2003).

Algunos estudios se han ocupado de investigar las concepciones de profesores de matemáticas en la escuela, tanto primaria como secundaria, (Llinares, 1989; Andrews y Hatch, 1999; Gil Cuadra y Rico, 2003; Agudelo Valderrama, 2005; Moreano, Asmad, Cruz, y Cuglievan, 2008; Dodera, Burrioni, Lázaro, y Piacentini, 2008; Binimelis, 2011; Cortés y Sanabria, 2012; mientras que otros, se han centrado en las concepciones de profesores de matemáticas de la universidad, (Campanario, 2003; Pochulu, 2004; Azcarate, García y Moreno, 2005; Beltrán, Quijano y Villamizar, 2008). Otros estudios han puesto su atención en las concepciones de profesores en formación (Flores, 1998; Azcarate, 1998; Barrantes y Blanco, 2004; Leal, 2005; Caballero, 2007; Zapata y Blanco, 2007; Homilka, 2008; Benítez, 2011), y finalmente, hay estudios sobre las concepciones de los profesores a cerca de un concepto específico de las matemáticas, (Ruiz, 1994; Martínez, 2003; Moreno y Azcárate, 2003; Moreno y Ríos, 2006).

Dada la importancia que el estudio de las concepciones de los profesores ha asumido hoy en día en el campo de la educación matemática, nos atrevemos a decir que ellas constituyen la base en la que se deben fundamentar las investigaciones que pretendan comprender las decisiones que los profesores toman cuando realizan sus prácticas de enseñanza y por ese motivo la pregunta que guía esta investigación se formuló de la siguiente manera:

¿Qué concepciones de las matemáticas y de su enseñanza se evidencian en las prácticas de profesores de matemáticas del nivel de Educación Básica Secundaria en la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra del Municipio de Santander de Quilichao?

Identificar las concepciones de los profesores que orientan el área de matemáticas representa un punto de partida para fortalecer la reflexión personal que sobre su propia práctica deben realizar los docentes. Reflexión que como lo plantea Vasco (1990), es insumo fundamental a partir del cual los profesores construyen saber pedagógico.

Propongo que se considere la pedagogía no como la práctica pedagógica misma, sino como el saber teórico-práctico generado por los pedagogos a través de la reflexión personal y dialogal sobre su propia práctica pedagógica, específicamente en el proceso de convertirla en praxis pedagógica, a partir de su propia experiencia y de los aportes de las otras prácticas y disciplinas que se interceptan con su quehacer (p. 110).

Además, realizar esta investigación permitirá un acercamiento conceptual al saber pedagógico de estos profesores de matemáticas, que es un saber que se objetiva en su quehacer cotidiano, pero que pocas veces se exterioriza y se documenta. Por lo tanto este trabajo resulta pertinente para dar a conocer a la comunidad educativa, ese saber que durante años vienen construyendo estos profesores de matemáticas a partir de su experiencia como docentes.

3.2. Objetivo general.

Identificar las concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de su enseñanza, de profesores de matemáticas del nivel de Educación Básica Secundaria en la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra del Municipio de Santander de Quilichao.

3.3. Objetivos específicos.

El compromiso adquirido en esta investigación se concretó alrededor de los siguientes objetivos específicos:

1. Identificar las concepciones de la naturaleza de las matemáticas de profesores de matemáticas del nivel de Educación Básica Secundaria, a partir de entrevistas semiestructuradas.
2. Identificar las concepciones de la enseñanza de las matemáticas de profesores de matemáticas del nivel de Educación Básica Secundaria, a partir de la observación de sus prácticas de enseñanza.
3. Relacionar las concepciones identificadas de la naturaleza de las matemáticas con las concepciones identificadas de la enseñanza de las matemáticas.

3.4. Diseño de la investigación.

Para poder dar cuenta de estos objetivos, se llevó a cabo un procedimiento que se describe a través de tres fases de actividades. La primera consistió en la revisión bibliográfica del estado actual del objeto de estudio, es decir las concepciones del profesor de matemáticas. Esta actividad no se limitó a un tiempo determinado, sino que estuvo presente a lo largo de todo el proyecto.

La segunda fase correspondió a la recolección de datos, la cual se realizó en una primera instancia a través de las observaciones de clase de los profesores participantes utilizando un medio de grabación de audio y como instrumento el diario de campo. Una vez agotada la primera instancia se continuó la recogida de datos a través de entrevistas semiestructuradas a los profesores participantes, las cuales también fueron grabadas para facilitar su posterior

transcripción. Esta fase de recolección de información se realizó durante los años lectivos 2013 y 2014.

La tercera fase consistió en el análisis e interpretación de los datos obtenidos en el trabajo de campo, para lo cual se utilizó el software de análisis cualitativo ATLAS.ti versión 6.2. y, a la elaboración del documento final.

3.4.1. Enfoque metodológico.

Actualmente existen tantas formas de investigar, que resulta difícil encontrar una clasificación comúnmente aceptada por la comunidad científica. Gran parte de estas opciones surgen en función del paradigma o enfoque metodológico que guía a cada investigador. En este sentido, para definir el enfoque metodológico asumido en la presente investigación, se presenta el paralelo que Burns (2000) citado por Antón Nuño (2012), realiza entre el enfoque empírico tradicional (cuantitativo) y el enfoque naturalista (cualitativo):

La investigación es un proceso sistemático de búsqueda de respuestas a un problema. La investigación en el área de las ciencias sociales profesionales, como la investigación en otros campos, ha seguido el método científico objetivo tradicional. Desde 1960, sin embargo, un fuerte movimiento hacia un planteamiento más cualitativo, naturalista y subjetivo ha dejado a los científicos sociales divididos en dos métodos competidores: la tradición empírica y el modo fenomenológico naturalista. En el método científico, los métodos cuantitativos se emplean para establecer leyes o principios generales. Estos planteamientos se denominan a menudo nomotéticos y suponen que la realidad social es objetiva y externa al individuo. El enfoque naturalista de investigación resalta la importancia de la experiencia subjetiva de los individuos, haciendo especial hincapié en el análisis cualitativo. La realidad social se considera una creación

de la conciencia individual, donde el significado y la evaluación de los acontecimientos son una construcción personal y subjetiva. Este planteamiento centrado en el caso individual, en lugar de en el enunciado de leyes generales, se denomina ideográfico. (p. 148)

De acuerdo con lo anterior, este estudio se encuadra en la investigación cualitativa (enfoque fenomenológico naturalista), ya que lo que se pretende es describir e interpretar un fenómeno, las concepciones de los profesores de matemáticas, a partir de lo que manifiestan quienes lo experimentan directamente, es decir desde una perspectiva experiencial.

Como se trata de un estudio exploratorio, se aclara que no se pretende generalizar los resultados más allá del conjunto de profesores participantes, sin embargo, el estudio se justifica en el sentido de que aporta una imagen de la diversidad de concepciones que los docentes tienen de su quehacer profesional, de manera particular sobre las matemáticas y su enseñanza, que además se espera que sirvan para fortalecer los procesos de reflexión personal de los profesores, no solo de los que participan en este estudio, sino también del conjunto de profesores que conforman la comunidad académica de la enseñanza de las matemáticas escolares, a quienes se pretende llegar a través de este trabajo.

3.4.2. Escogencia del método.

El método que se utilizó en este estudio corresponde a un estudio de casos, el cual se eligió porque permite una comprensión profunda del fenómeno estudiado y por la importancia que concede a la individualidad de cada informante. En este sentido, Rodríguez, Gil y García (1996), al definir este método concluyen: “Todas las definiciones vienen a coincidir en que el

estudio de casos implica un proceso de indagación que se caracteriza por el examen detallado, comprehensivo, sistemático y en profundidad del caso objeto de interés” (p. 92).

Al referirse a las distintas clasificaciones existentes sobre los tipos de estudios de casos, Stake (1999) citado por Antón Nuño (2012), diferencia entre estudio de casos intrínseco, instrumental y colectivo de la siguiente manera:

En el primero, lo que se pretende es alcanzar una mejor comprensión de un caso concreto. No se trata de elegir un caso determinado por ser representativo de otros casos, o porque ilustre un determinado problema o rasgo, sino porque el caso en sí mismo es de interés. En el estudio de casos instrumental, un caso se examina para profundizar en un tema o afinar una teoría. En esta modalidad el caso es secundario, jugaría un papel de apoyo, facilitando la comprensión de algo. Por último, el estudio de casos colectivo, también denominado estudio de casos múltiples, se realiza cuando el interés se centra en la indagación de un fenómeno, población o condición general. El interés se centra en un determinado número de casos conjuntamente, pero no se trata de un estudio colectivo, sino del estudio intensivo de varios casos. (p.154)

En este trabajo se realizó un estudio de casos de tipo instrumental, ya que cada uno de los tres casos seleccionados para realizar este estudio, nos permitió comprender de mejor manera el fenómeno de las concepciones de los profesores de matemáticas del nivel de Educación Básica Secundaria, poniendo a prueba en cierto modo, las teorías existentes sobre las concepciones de los profesores sobre la naturaleza y la enseñanza de las matemáticas.

Al tratarse de un estudio exploratorio, el estudio de casos instrumental resulta apropiado porque a partir de las experiencias de los participantes, además de facilitar la comprensión de

un concepto abstracto como son las concepciones, también puede contribuir al desarrollo de las prácticas docentes, bien sea proporcionando una descripción y análisis detallado de una práctica particular, o bien, aumentando el entendimiento para mejorar la práctica.

3.4.3. Técnicas para recoger la información.

La fase del trabajo de campo como su nombre lo indica, se desarrolla en el espacio en el que habita el grupo a estudiar, para nuestro caso el colegio y el salón de clases. En esta fase básicamente se recoge la información que posteriormente será analizada, aunque hay que señalar que parte del análisis se va produciendo a la par de la recogida de datos.

Como ya lo hemos dicho, la recolección de los datos se realizó en dos etapas, la primera consistió en la observación de clase de las profesoras, y en la segunda etapa se realizó una entrevista semiestructurada a cada una de las profesoras participantes.

3.4.3.1. Observación no participante.

Es una de las técnicas más utilizadas en la investigación cualitativa, ya que permite el acceso a la información de manera directa, el investigador recoge la información en persona. Por medio de ella se intenta captar los significados que los sujetos observados dan a su comportamiento, por lo tanto es importante que durante la observación se afecte lo menos posible la situación observada dejando que los acontecimientos ocurran tal y como son, para lo cual el investigador asume la actitud de “mosca en la pared”, tratando de que su presencia no influya en el modo de actuar de los sujetos observados. La observación no participante implica una interacción intensa y continúa con los sujetos participantes para conocer su lenguaje y sus

formas de actuar, por eso es importante que además de mirar atentamente, el investigador mantenga un oído fino y una buena memoria.

Los procesos de observación en nuestro trabajo se llevaron a cabo al interior del salón de clase, tratando de mantener una secuencia continua con cada una de las profesoras participantes, realizando cinco observaciones en cada caso. Una vez realizada cada observación, se recogieron las notas iniciales y luego se elaboraron las transcripciones ampliadas. Para evitar sesgos en el trabajo y poder obtener una visión más completa de los acontecimientos observados, se recurrió al uso de una grabadora para lograr una mayor textualidad en los registros verbales.

Durante las observaciones se prestó especial atención a aspectos relacionados con: el papel que desempeña el profesor, el papel que desempeñan los alumnos, las formas de participación de los mismos, la metodología seguida por el profesor, su forma de evaluar y el sentido que le otorga a la asignatura. Estos aspectos representaron las dimensiones de análisis, a partir de las cuales se formularon las categorías que fueron emergieron del análisis de los datos.

3.4.3.2. La entrevista semiestructurada.

La entrevista es una técnica muy utilizada actualmente en la investigación cualitativa, en parte por el creciente interés en los aspectos subjetivos del comportamiento humano, y también porque el avance de la tecnología nos permite la captura directa de los datos, en forma de lenguaje oral o en video.

Si bien es cierto que se puede considerar la entrevista como una técnica sencilla, en el sentido de asumirla como una conversación entre dos personas, en la cual una de ellas intenta obtener información relevante de la otra, también es cierto que, como lo plantea Stake (1999) citado por Antón Nuño (2012): “formular preguntas y lanzar sondas para provocar buenas respuestas es todo un arte” (p. 156), ya que lo que se busca no es sólo recoger datos, sino crear las condiciones para que estos emerjan.

Aunque existen distintas clasificaciones para las entrevistas, se sugiere la que establece Ferrándiz (2011), según la cual existen cuatro tipos de entrevistas: Informal, No dirigida, Semiestructurada y Estructurada, las cuales se diferencian principalmente por el grado de control que el entrevistador ejerce sobre la interacción que se genera con el entrevistado, y por la estructuración misma de la entrevista. Según esta clasificación se optó por la entrevista semiestructurada, la cual tiene la misma flexibilidad de la entrevista no dirigida, dejando bastante autonomía al entrevistado, pero con la diferencia que en este caso se usa una “guía de entrevista”, que es una lista de preguntas y temas que tienen una secuencia definida, lo cual permite ejercer mayor control por parte del entrevistador. Este tipo de entrevista se caracteriza por tratar de comprender más que explicar, adopta un formato de estímulo – respuesta sin esperar una respuesta objetivamente verdadera, pero si subjetivamente sincera, por lo que con frecuencia nos podemos encontrar con respuestas emocionales más que racionales.

Para la elaboración del protocolo de preguntas para la entrevista semiestructurada se tuvo en cuenta el cuestionario validado e implementado por Gil Cuadra y Rico (2003), utilizado para describir las concepciones y creencias que sobre la enseñanza y el aprendizaje tienen los profesores de matemáticas de educación secundaria de la Comunidad Autónoma de Andalucía.

En la siguiente tabla se presenta el protocolo de preguntas guía elaborado para la realización de las entrevistas.

Temas a tratar	Preguntas guía
Historia personal como profesora de matemáticas.	1. Cuéntanos sobre tú historia personal, ¿cómo llegaste a ser profesora?, ¿qué te hizo decidirte por esta profesión? 2. ¿Recuerdas de tu vida como estudiante (en el colegio o en la universidad) algún profesor que te haya marcado de manera especial? ¿Por qué fue especial?
Naturaleza de las matemáticas	3. ¿Para ti qué son las matemáticas? 4. ¿Por qué deben los alumnos estudiar matemáticas en el colegio?
Enseñanza de las matemáticas	5. ¿Qué significado tiene para ti enseñar? 6. ¿Consideras que la manera como te enseñaron a ti las matemáticas representa un referente de la forma como realizas tu practica de enseñanza? 7. ¿Cuándo preparas una clase qué aspectos tienes en cuenta para hacerlo? 8. ¿Qué tipo de actividades son más recomendables para enseñar matemáticas? 9. ¿Cuál consideras es la principal causa de las dificultades en la enseñanza de las matemáticas?
Sobre los estudiantes de matemáticas.	10. ¿Cómo definirías a un buen estudiante de matemáticas? 11. ¿Durante las clases como consideras que debe actuar un buen estudiante de matemáticas? 12. ¿qué opinas de las dificultades que generalmente manifiestan los estudiantes para aprender matemáticas?
Sobre la evaluación.	13. ¿Cómo evalúas el aprendizaje de tus estudiantes? ¿Cuál es el propósito de la evaluación? 14. ¿Qué papel juega el error en la enseñanza de las matemáticas? ¿Cómo lo manejas? 15. ¿Qué hecho te hace sentir que has realizado un buen trabajo enseñando matemática?
Pregunta Final	16. ¿Para ti cómo debería ser un buen profesor de matemáticas?

Tabla 6. Guía de preguntas para entrevista semiestructurada

3.4.4. Selección de las profesoras participantes.

Las profesoras participantes fueron elegidas de forma intencional, dado que las conocíamos previamente y que cumplían unos criterios básicos de selección como son: contar con formación profesional en el área de matemáticas; experiencia docente superior a cinco años en la Institución Educativa Técnico Ambiental Fernández Guerra, haber laborado exclusivamente como profesores del área de matemáticas y tener una vinculación en propiedad en el cargo.

Además de los anteriores criterios, se consideró que las profesoras seleccionadas debían cumplir con un rasgo fundamental, y es que fueran “profesoras preocupadas por su docencia”, es decir, que tuvieran gran dedicación e interés por el aprendizaje de los estudiantes, ya que cuando esto ocurre, no suelen conformarse con lo que hacen, sino que quieren hacerlo mejor, lo que les lleva a probar alternativas y a estar abiertos a los cambios, por lo que la información que pueden aportar constituye una gran oportunidad de aprendizaje. De acuerdo con estos criterios se eligieron los tres casos del estudio, cuyos datos descriptivos básicos son:

	Informante 1	Informante 2	Informante 3
Código	A	B	C
Sexo	Mujer	Mujer	Mujer
Edad	58	62	34
Años Experiencia	32	40	10

Tabla 7. Datos descriptivos de las profesoras participantes en el estudio

3.4.5. Análisis de datos mediante Atlas. ti 6.2

Atlas. ti es un programa informático desarrollado para el análisis de datos cualitativos, con el fin de facilitar al investigador la realización de las tareas propias del proceso de análisis, tales

como ordenar, procesar, comparar, contrastar, establecer nexos y relaciones, codificar y manipular categorías. Tareas que de no disponer del programa, el investigador tendría que realizar de forma manual valiéndose de otras herramientas como papel, lápices de colores, tijeras, fichas, fotocopias, etc., lo que conlleva el uso de una gran cantidad de tiempo.

Ahora bien, hay que aclarar que el uso del programa Atlas. ti, no exime al investigador de la difícil tarea de analizar los datos, ya que ésta sigue siendo su responsabilidad, de lo que se trata es de facilitar un poco el proceso gracias a las herramientas que el programa brinda, como por ejemplo el editor de textos, el cual permite crear e incorporar comentarios (memos) durante el proceso de análisis; la posibilidad de hacer análisis estadísticos a través de la exportación de datos a la hoja de cálculo EXCEL; la facilidad para la redefinición y ajuste constante de los códigos (categorías) en cualquier momento del proceso; la opción de trabajar con datos textuales, en audio y video; y además la “expresión gráfica” de los análisis de los datos que elabora el programa a través de mapas mentales. El proceso realizado con el software de análisis de datos Atlas. ti. 6.2 en este estudio se describe a continuación.

El primer paso consistió en convertir al formato RTF (formato de texto enriquecido) los diarios de campo y las transcripciones de las entrevistas para luego subirlos como documentos primarios a la *Unidad Hermenéutica*, que es el archivo que el programa crea automáticamente, donde se almacena todo el trabajo de análisis que se va realizando.

El segundo paso fue realizar el primer nivel de análisis, nivel textual, que consistió en identificar y codificar patrones primarios en los datos, es decir identificar palabras, frases, temas o conceptos dentro de los datos de manera tal que los patrones subyacentes pudieran ser

develados y a los cuales se les asigna un nombre tratando de definirlos con la mayor precisión posible. Este proceso implica una toma continua de decisiones, en ocasiones difícil de realizar, pues no deja de ser una evaluación de lo que dicen las profesoras, sin embargo se trató al máximo de mantener la objetividad en este proceso.

El segundo nivel de análisis o nivel conceptual, consistió en crear categorías más grandes en las cuales se agrupan varias de las categorías que surgieron en el primer nivel de análisis, a partir de las relaciones (links) que surgen entre ellas. Estas categorías más grandes fueron extraídas de la propia formulación teórica del estudio y de las dimensiones directamente relacionadas con los objetivos de investigación, de esta manera, para el análisis de las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, se asumieron tres categorías grandes que fueron: concepción centrada en el alumno, concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión y concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución, a partir de la clasificación que para tal efecto proponen Kuhs y Ball (1986) citados por Thompson (1992). Y para el análisis de las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas, también se asumieron tres categorías grandes que fueron: concepción instrumental, platónica y de resolución de problemas, siguiendo la clasificación aportada por Ernest (1989). El ejercicio en esta parte consistía en ver si cada una de las categorías iniciales se podía relacionar con al menos una de las tres categorías más grandes, y aunque esto se hace después del primer nivel de análisis, hay que decir que se produce un continuo ir y venir entre los dos niveles, modificando o generando nuevas categorías, al tiempo que se establecen nuevas relaciones. Finalmente, una vez establecidas las relaciones y vínculos entre categorías, se llega a la representación gráfica del proceso de análisis, que en el programa se llaman *NETWOKS*, y que consisten en mapas mentales que proporcionan una visión global de lo realizado.

4. Resultados y Análisis de Resultados

Para este estudio, atendiendo a los objetivos propuestos, los resultados están representados en las concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y sobre la enseñanza de las mismas, que fueron identificadas a partir de los diarios de observaciones de clase y de la entrevista semiestructurada, realizadas a cada profesora participante del estudio.

La presentación de estos resultados está organizada a partir de tres niveles de análisis. El primer nivel corresponde a la descripción de las concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir del análisis de los diarios de observación de clase. En el segundo nivel de análisis se presentan las descripciones de las concepciones identificadas a partir de las entrevistas realizadas a cada una de las profesoras. En cada caso se describe primero la concepción de la naturaleza de las matemáticas y luego la concepción de la enseñanza de las matemáticas. Y en el tercer nivel de análisis, se realizan comparaciones para cada caso estudiado, primero entre las dos concepciones identificadas a partir de la entrevista (naturaleza de las matemáticas vs enseñanza de las matemáticas) y luego entre las dos concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas en cada caso (a partir de la entrevista y a partir de la observación de clases).

Las descripciones de las concepciones, bien sea de la enseñanza de las matemáticas o de la naturaleza de las matemáticas, en cada caso comienzan con la presentación del mapa mental obtenido a partir del análisis de datos utilizando el programa Atlas.ti. Estos mapas están conformados por las categorías que surgieron del proceso de análisis, y por las categorías teóricas asumidas en cada caso, así por ejemplo, en el análisis de las concepciones de la enseñanza de las matemáticas, se asumieron tres categorías teóricas: concepción centrada en el

alumno, concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión y concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución. Y en el análisis de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas, las categorías teóricas asumidas fueron: concepción instrumental, concepción platónica y concepción de resolución de problemas.

Para apoyar la descripción de las categorías se presentan algunas expresiones verbales de los profesores y/o los alumnos (citas), tal cual como aparecen en la transcripción de los diarios de observación y de las entrevistas. Las citas seleccionadas correspondientes a las categorías descritas se presentan agrupadas en un recuadro, y para facilitar su lectura, a lo largo de las descripciones, se señala con un número entre paréntesis la cita seleccionada de la que se ha extraído la información, número que se repite en el recuadro donde están las citas agrupadas correspondientes a ese apartado. De esta forma, cuando se realice su lectura, se puede elegir entre leer cada cita seleccionada en el momento en que aparece o leer de forma seguida todas las citas que aparecen en el recuadro después de leer las descripciones que le anteceden.

4.1. Primer Nivel de Análisis: *Descripción de concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las observaciones de clase.*

En esta sección del trabajo presentamos el resultado del análisis de las observaciones de clase realizadas a cada una de las profesoras participantes en el estudio con el objetivo de identificar sus concepciones de enseñanza de las matemáticas. Aclaramos que en esta sección presentamos solamente la descripción de la concepción de la enseñanza que se manifiesta con mayor fuerza en cada caso, por lo tanto invitamos al lector que desee conocer la descripción completa de las categorías, a consultar el anexo 1.

4.1.1. Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso A.

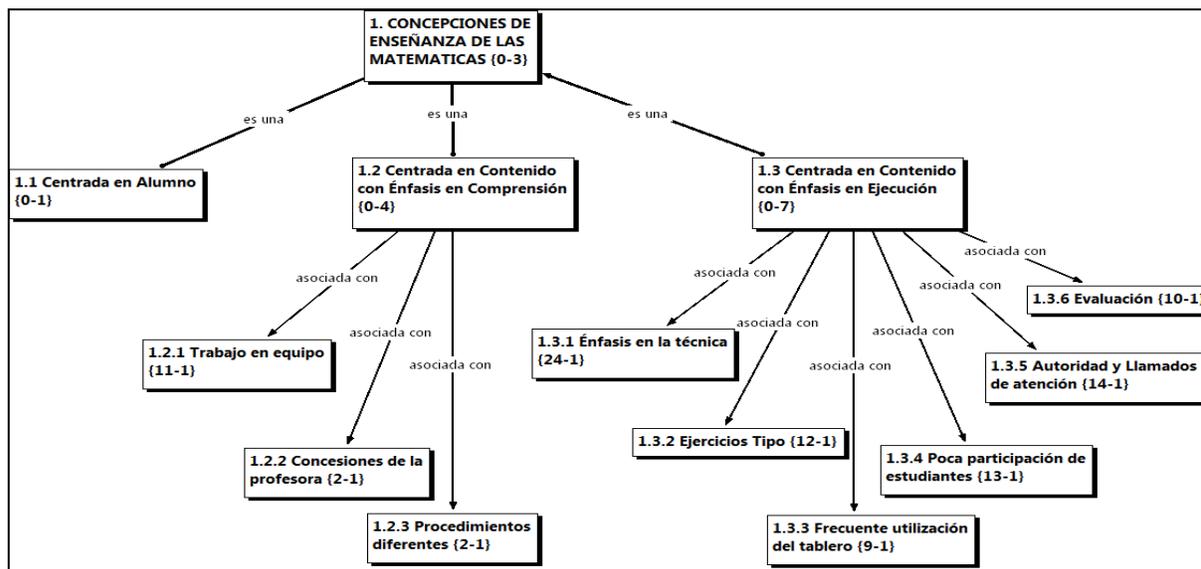


Grafico 2. Caso A. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de observaciones de clase.

Como se puede observar en el grafico 2, la mayoría de las categorías en el mapa mental están asociadas con la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución. A continuación se describen dichas categorías a partir de las expresiones y actitudes de la misma profesora, las cuales se presentan en los recuadros que aparecen en seguida de las descripciones.

Se empieza esta descripción con la categoría que ha sido denominada *énfasis en la técnica*, con la cual se hace referencia a aquellas expresiones de la profesora A que manifiestan la importancia que ella le otorga al hecho de que los estudiantes logren dominar las técnicas que están asociadas a la solución de los ejercicios que ella les propone. En este sentido, ella se empeña en que al solucionar los ejercicios los estudiantes realicen el proceso como ella se los ha enseñado, siguiendo el paso a paso, a tal punto que si un estudiante logra llegar a la

solución sin hacer todo el procedimiento, ella no se lo valida (1, 2). También se observó, que la profesora les da instrucciones o indicaciones detalladas a los estudiantes en el momento de realizar los ejercicios, de manera que ellos vayan siguiendo el proceso paso a paso sin tener que plantearse estrategias para resolverlos, al parecer de lo que se trata es de que el estudiante logre interiorizar, así sea de forma mecánica el procedimiento, poniendo el énfasis en la manipulación de los símbolos aunque su significado no sea del todo comprendido (3).

Una segunda categoría asociada con la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución, tiene que ver con los ejercicios propuestos por la profesora a sus estudiantes, los cuales corresponden a lo que en este trabajo se ha llamado *Ejercicios tipo*, expresión con la que se quiere referir a la formulación de una serie de ejercicios que la profesora plantea a partir de uno que ella previamente ha explicado y que por consiguiente se solucionan de la misma manera, como ella misma lo dice en determinado momento de la clase (4). Estos ejercicios la profesora los trae preparados a la clase (5) y para su realización ella recurre frecuentemente a sacar al tablero a uno de los estudiantes, generalmente él que más rápido termina de hacerlos en su cuaderno, para que solucione el primer ejercicio y les pide a los demás estudiantes que observen cuidadosamente para que vean como se hace y luego puedan hacer ellos los demás (6).

(1) *Miren lo primero que se hace es, ya no recibo más, no, siempre lo que se hace es, los que están separados por el signo mas no tienen ningún problema... [señala los términos del polinomio que están separados por el signo mas], ¿quiénes están separados por el signo menos?, este y este [señala el tercer y quinto término del polinomio], recuerden que a todos los tengo que separar por el signo más, entonces, debo aplicar la definición de sustracción, le sumo al minuendo el inverso aditivo del sustraendo, aquí se convierte en más y este se convierte en más [señala los dos signos menos que preceden al número 20], este se convierte en más y este se convierte en menos [aquí señala los dos signos que preceden al número 14, el menos y el más respectivamente], ahora saco aparte los positivos y aparte los negativos. DIARIO No. 3.rtf - 3:25*

(2) *Únicamente los que había recibido antes, de resto a nadie le había dado dos, la primera que dijo que daba dos fue la niña Lisa Liseth, pero sin el proceso, si no sabe hacer el proceso no vale, tiene que saber el proceso, entonces la niña Correa y Reyes.* (DIARIO No. 3.rtf - 3:26).

(3) *Entonces, yo aquí le voy a subrayar lo primero que debe hacer, debe hacer primero esto, esto, esto y esto [va colocando una línea encima de los binomios que están encerrados en paréntesis], esto lo estoy subrayando, que es lo primero que tiene que hacer, porque apenas estamos comenzando a desarrollar los polinomios aritméticos, pero en un futuro, cada uno de ustedes debe hacerlo aplicando todo lo que ya se ha enseñado, ya no tengo que subrayarle que es lo primero que tiene que hacer.*

$$e) [(-4 + 7) - (-26 + 14)] - \{(+6 - 15) + [-8 - (-19 + 6)]\} \quad \text{DIARIO No. 3.rtf - 3:11}$$

(4) *¿Hasta aquí que no han entendido, por favor?, porque los otros ejercicios se hacen de la misma manera. ¿Qué no han entendido hasta aquí?, ¿Hasta aquí que no han entendido?* DIARIO No. 2.rtf - 2:3

(5) *La profesora termina de copiar los diez ejercicios y traza dos signos de llaves verticales al lado izquierdo de la lista de ejercicios, una para agrupar los cinco primeros y otra para los otros cinco. A ver, cinco y cinco [pausa], cinco únicamente con paréntesis aplicando la definición de sustracción y cinco con varios signos, [corrige] símbolos de agrupación.* DIARIO No. 3.rtf - 3:37

(6) *eh, vamos a sacar a uno que lo haga acá al frente, para que todo el mundo vea como se hace, uno de los primeros, los demás los siguen haciendo ustedes...* DIARIO No. 4.rtf - 4:5

Otra categoría que ha surgido en este análisis de las concepciones que sobre la enseñanza de las matemáticas tiene la profesora A está relacionada con la *poca participación de los estudiantes* durante las clases. En este sentido, el papel que juegan los estudiantes en la clase es un aspecto relevante, es así como en una concepción centrada en el alumno (constructivista) el papel que ellos desempeñan es activo, al punto que son sus propias ideas e intereses las que guían el desarrollo de la clase, mientras que en una concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución, como es el caso de la profesora A, la participación de los estudiantes es de tipo pasivo, ellos se limitan a escuchar, a responder las preguntas que hace la profesora, y hacer los ejercicios que han sido modelados por ella o por el texto (1,2,3). En este sentido,

durante las observaciones de las clases de la profesora A fueron pocas las ocasiones en que algún estudiante le formuló preguntas a la profesora, y una de ellas fue cuando una niña le preguntó por el signo de un número, a lo cual la profesora le contesta un poco impaciente, dándole a entender que eso ya lo debería saber (4).

- (1) La profesora pregunta *¿quién lo quiere salir a hacer?*, los estudiantes guardan silencio durante un rato, y después un niño se decide a salir al tablero. DIARIO No. 1.rtf - 1:6
- (2) Una de las estudiantes que ya terminaron el ejercicio sale al tablero a resolver el problema. Mientras lo hace los demás estudiantes siguen trabajando en sus cuadernos, sin prestar mucha atención a lo que hace su compañera en el tablero. DIARIO No. 1.rtf - 1:21
- (3) Mientras el estudiante resolvía el ejercicio la mayoría de los demás estudiantes lo observaban e iban copiando en sus cuadernos. DIARIO No. 3.rtf - 3:14
- (4) Cuando la profesora termina de dictar este ejercicio, una estudiante pregunta si al número 15 le hace falta el signo, y la profesora le corrige:
Mamita cuando digo igual a 15, ¿el signo de 15 cuál es? [Los estudiantes responden en coro: positivo], todo el mundo ya sabe que es positivo. DIARIO No. 1.rtf - 1:24

Una cuarta categoría relacionada con esta concepción, tiene que ver con expresiones de la profesora A que hacen referencia a la *Autoridad y llamados de atención*. En este sentido, si bien no se pone en duda las buenas intenciones de la profesora al tratar de conformar grupos de trabajo con los estudiantes cuando estos se disponen a solucionar un ejercicio, se observa que ella impone su criterio al de los mismos estudiantes para determinar con quién trabaja cada uno de ellos (1, 2). De la misma manera estas actitudes relacionadas con la aplicación de autoridad aparecen también cuando les pide a los estudiantes que pongan atención a lo que hace algún compañero que sale a resolver un ejercicio al tablero, al punto que prácticamente les ordena que hagan silencio y se concentren en observar lo que él hace en el tablero, que se limiten a observar sin permitirles prácticamente nada más (3, 4). Estas actitudes relacionadas

con la aplicación de autoridad generalmente estaban acompañadas de frecuentes llamados de atención de la profesora hacia sus estudiantes, generalmente para pedirles que hagan silencio y se concentren en la realización de los ejercicios propuestos por ella (5).

- (1) Es la misma profesora la que determina a que pareja se debe unir cada uno de los cuatro estudiantes, y se asegura que el nuevo integrante se siente en medio de los otros dos. Como hay algunos estudiantes que no habían conformado pareja, la profesora decide unirlos, uno por uno, a uno de los cuatro grupos de tres estudiantes que ya se habían conformado. DIARIO No. 4.rtf - 4:2
- (2) *Bueno, la persona que vea que está molestando, que se está riendo, que no está poniendo cuidado al compañero que está explicando, le quito del grupo, yo voy a colocar a otras personas ahí [pausa], para que se ayuden con los otros, usted pase aquí, Arbey pase aquí, eh, usted se hace aquí, rápido, trae la silla no más, ... hágase allá mi amor, usted se hace con Clayderman, eh, con, digo con Chasqui...* DIARIO No. 4.rtf - 4:4
- (3) *Nos vamos a callar nosotros y vamos a observar el desarrollo del ejercicio, ¡oiga, oiga!, nos vamos a callar y vamos a seguir el proceso del desarrollo del ejercicio, todos mirando al tablero sin escribir nada.*
¿Ustedes están siguiendo lo que él está haciendo, no?, todos, tenemos que seguir el ejercicio que él está haciendo, ... ay, que dije, no escriban pero sigan el proceso del desarrollo del ejercicio del compañero en el tablero... Mamita no escriba, pero observe... no, le dije no escriban todavía nada, pero observen el proceso. DIARIO No. 4.rtf - 4:6
- (4) *Por favor hagamos silencio un minuto, ¡oigan!, nadie escribe y todo el mundo le pone cuidado al tablero, lo que ella está haciendo, siéntese caballero, miremos al tablero.* DIARIO No. 4.rtf - 4:13
- (5) *Entonces miren, ¡niño! [llama la atención a estudiante que está hablando] Aquí tenemos al profesor Miguel, que también es profesor de matemáticas... él está, ¡niño!* [Interrumpe para llamar nuevamente la atención al estudiante que está hablando]. *Lo primero que saben ustedes es que hay que escuchar a los demás, que hay que escuchar al otro, que hay que respetarlo, estoy presentando al profesor...* DIARIO No. 3.rtf - 3:40

Durante las observaciones realizadas surgieron expresiones de **A** que están relacionadas con su forma de evaluar a los estudiantes, y que a su vez guardan relación con su tendencia a hacer énfasis en la técnica para resolver los ejercicios, es así como en ocasiones les dice a los

estudiantes que a medida que van desarrollando el ejercicio le vayan mostrando el proceso para irles calificando (1). También se observó que, con el fin de que los estudiantes vayan desarrollando la habilidad para resolver estos ejercicios, los alienta proponiéndoles un juego que consiste en calificarle a los que más rápido terminen de hacerlo (2), aunque más adelante parece contradecirse cuando les dice que no lo hagan a la carrera, porque con un solo error que tengan no se los califica (3). Así mismo, en ocasiones utiliza la evaluación como una forma de presionar a los estudiantes que no muestran la mejor disposición o disciplina en el desarrollo de las clases, advirtiéndoles que los va a sacar al tablero o les va a revisar el cuaderno (4).

(1) *Lo van desarrollando y me van mostrando el proceso del desarrollo del ejercicio.* DIARIO No. 1.rtf - 1:11

(2) *¿Falta otro?, porque ahora vamos a jugar al que mas rápido haga el ejercicio y les califico a los cinco primeros [pausa]. ... todo el mundo debe tratar, porque si llegan diez juntos, a todos les tengo que recibir. Yo estoy diciendo los primeros cinco, pero si terminaron diez juntos a todos los diez les tengo que calificar.* DIARIO No. 3.rtf - 3:10

(3) *¿Qué vamos a hacer ahorita?, en seguida yo voy a colocar un ejercicio, uno solo, y a los cinco primeros les califico, la persona que tenga un solo error, así tenga un solo error no le valgo, es decir, para que no lo hagan a la carrera, oigan, para que no lo hagan a la carrera por el solo hecho de terminar las cosas a la carrera sino, hacer las cosas despacio pero hacerlas bien [pausa] aplicando todo lo que hemos visto.* DIARIO No. 3.rtf - 3:19

(4) *Recuerden que es trabajo en clase y que todo el mundo debe tener... a ver, ¿quién es él de la bullita?, [pausa larga], el segundo yo llamo a las personas, este es voluntario [pausa], los cinco primeros, en el segundo es: tal, tal y tal. [Un estudiante pregunta: ¿usted llama?], sí, yo llamo, en el segundo yo llamo.* DIARIO No. 3.rtf - 3:20

4.1.2. Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso B

Como se puede observar en el grafico 3, en el caso de la profesora B la mayoría de las categorías que surgieron del análisis de los diarios de observación están asociadas con la *concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión.*

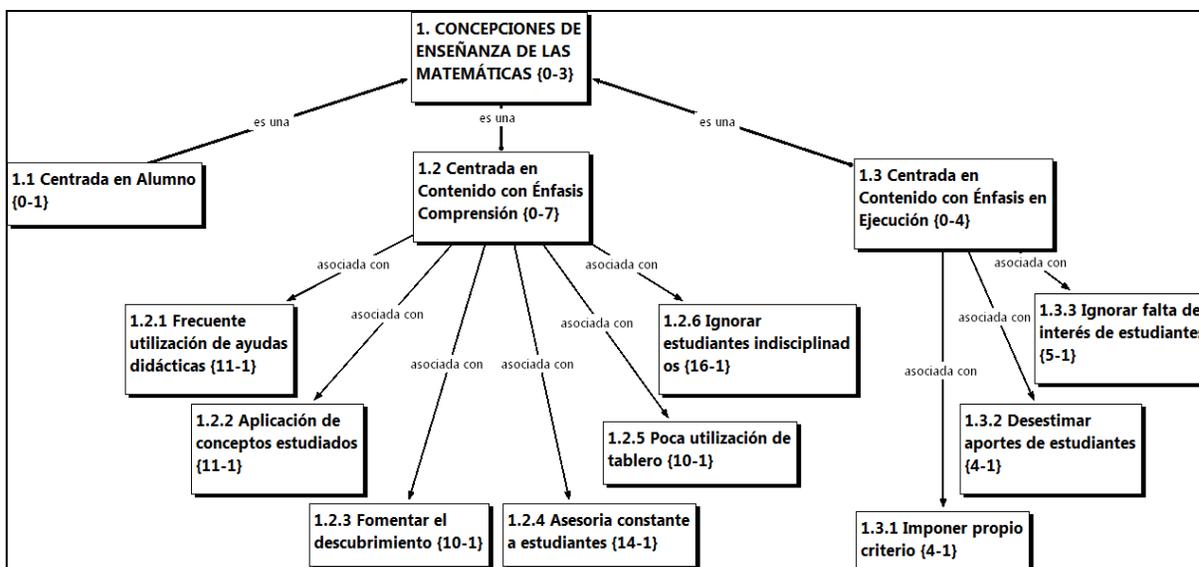


Grafico 3. Caso B. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de observaciones de clase.

De manera general, si bien los contenidos de las clases son seleccionados por la profesora, se logró observar que ella se esfuerza para que los estudiantes lleguen a la comprensión de esos contenidos, es decir que el interés no solo está puesto en el contenido sino también en el estudiante, lo cual es característico de esta concepción y eso se pudo notar, por ejemplo a partir de las ayudas didácticas que utiliza en las clases, en los ejercicios que propone a los estudiantes, en la forma como explica los conceptos, en la poca utilización del tablero y en las acciones que en general realizó en el salón de clases. A continuación se describen las categorías que permitieron concluir que la profesora B tiene una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión.

Se comienza esta descripción con la categoría denominada *Frecuente utilización de ayudas didácticas*, la cual se refiere a aquellos elementos, de distintos tipos, que la profesora utiliza para apoyar sus explicaciones dependiendo del tema que este enseñando, y con los cuales se supone, busca facilitar la comprensión de los temas estudiados, es así como ella utiliza por

ejemplo los recibos de agua y alcantarillado de los hogares de los estudiantes para explicar la elaboración de las gráficas de la función lineal (1), también lleva a la clase diferentes tipos de cajas y elementos cilíndricos para que los estudiantes realicen mediciones de áreas laterales y calculen la cantidad de material utilizado en su elaboración (2), previendo que algún estudiante no cuente con una regla para realizar las mediciones lleva elementos para elaborarlas como tiras de papel milimetrado, cartón y pegante (3). En otra clase utiliza hojas de papel milimetrado, rollos de papel y cintas métricas para explicar las relaciones entre las unidades de superficie, tratando de que los estudiantes puedan verificar la información que ella les presenta a través de la manipulación de estos elementos (4, 5, 6, 7).

Complementaria a la anterior categoría está la que se ha denominado *Aplicación de conceptos estudiados*, en la cual se han incluido las expresiones de la profesora B que hacen referencia a los ejercicios que ella propone a sus estudiantes durante las clases, y en los que se ha notado, por una parte la intención de contrastar los temas estudiados con aspectos relacionados con la vida de los estudiantes, por ejemplo cuando utiliza la información de los recibos de agua y alcantarillado de sus hogares para explicar el concepto de función lineal (1). Y por otra parte, la intención de que los estudiantes comprendan y apliquen lo que están estudiando, por ejemplo cuando les plantea calcular la cantidad de material que se ha utilizado en la elaboración de unos empaques que ella les ha entregado, para lo cual tienen que aplicar los conceptos de medición de áreas (2), o cuando les propone que determinen el número de baldosas que hay en un metro cuadrado y que además midan el área del salón utilizando los implementos didácticos que ella les ha llevado (6, 7).

En este mismo sentido, en otros ejercicios se observó que la profesora les propuso a los estudiantes que hallaran el área de diferentes figuras planas, concediéndoles la libertad de dibujarlas a su propio gusto, de la forma y tamaño que ellos quisieran, pero haciendo que tengan que medir las longitudes de los lados. En este sencillo ejercicio hay un aspecto que puede redundar en una mejor comprensión de los conceptos, comparado con el hecho de copiar del libro o del tablero figuras dadas con sus respectivas dimensiones, que en ocasiones no se corresponden con la realidad, como suele suceder en otros casos (8).

- (1) La profesora comienza la clase preguntando a los estudiantes si trajeron los recibos de acueducto y alcantarillado de sus casas. La intención de la profesora es que con la información del consumo de agua en los hogares de los estudiantes, ellos practiquen la elaboración de las gráficas de la función lineal y la función afín. DIARIO 1.rtf - 1:1
- (2) *Bueno, yo traje unas cajitas para que midamos las áreas laterales [pausa], bueno entonces tenemos esta cajita, vamos a medir qué cantidad de material usaron para elaborar esta caja ¿cierto?, y para eso vamos a hallar las áreas de cada una de las caras, ¿sí?, para mirar que material se utilizó para esta cajita, [pausa], cuanto cartón se utilizó ahí, hagamos grupitos para trabajar en estas mediciones...* DIARIO 4.rtf - 4:4
- (3) Ahora la profesora le pregunta a un estudiante si tiene regla, él le contestan que no, entonces ella le dice que va a elaborar una regla y va hasta su escritorio y saca de su bolso cintas de papel milimetrado que previamente ha recortado de forma rectangular y también trozos rectangulares de cartón del mismo tamaño de las anteriores, toma en sus manos una de las cintas de papel y le aplica pegante, luego toma con su otra mano uno de los trozos de cartón y lo une a la cinta de papel, de ese modo elabora la regla y se la entrega al estudiante. DIARIO 4.rtf - 4:7
- (4) *Cada cuadrado de esta hojita, es un centímetro cuadrado, estas son hojitas de papel milimetrado, papel milimetrado, cada cuadrado tiene un centímetro cuadrado, vamos a pasar la hojita y vamos mirando...* DIARIO 3.rtf - 3:9
- (5) La profesora toma de su escritorio un pliego de papel blanco que ha traído y mientras lo desenrolla les dice a los estudiantes: *Les presento el metro cuadrado, este es un metro cuadrado porque tiene un metro por cada lado.* DIARIO 3.rtf - 3:20
- (6) Ahora la profesora tiende el pliego de papel sobre el piso y les dice a los estudiantes que cuenten cuántas baldosas hay en 1 m^2 . DIARIO 3.rtf - 3:24
- (7) Después de esto la profesora les propone a los estudiantes que midan el salón, y para ello toma

de su escritorio una cinta que tiene un metro exacto de longitud, y pregunta quién quiere medir el salón. DIARIO 3.rtf - 3:27

(8) *Muchachos, vamos a... vamos a dibujar eh, figuras planas en el cuaderno, pueden ser cuadrados, rectángulos, triángulos, les vamos a hallar el área y vamos a expresar esas áreas en m^2 , a ustedes las medidas les van a dar en cm^2 , porque son figuras pequeñas, ¿sí?..*
DIARIO 3.rtf - 3:35

Siguiendo con la descripción de las categorías asociadas a la concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión, ahora se aborda la categoría denominada *Fomentar el descubrimiento*, en la cual se han agrupado expresiones de la profesora que tienen que ver con su interés en que los estudiantes logren llegar por sí mismos a la solución de un ejercicio o problema, para lo cual se apoya en elementos sencillos, como el caso de los recortes de papel milimetrado cuando les explica las equivalencias entre unidades de superficie, haciéndoles preguntas y forzándolos a encontrar las respuesta por ellos mismos, aunque no siempre tenga éxito en sus intentos (1, 2). O cuando les explica a los estudiantes que tratan de hallar el área de un cilindro, ella no les presenta la fórmula matemática que existe para tal fin, sino que prefiere mostrarles la relación entre la forma del cilindro hueco y la de un rectángulo, utilizando para ello una hoja de papel que primero enrolla y luego desenrolla, de manera que los estudiantes logren comprender que el área del uno la pueden hallar a partir del área del otro (3).

Por otra parte está la categoría *Asesoría constante a los estudiantes*, en la cual se han agrupado expresiones que tienen que ver con lo que la profesora hace cuando está en el salón, lo cual guarda relación con la categoría que acabamos de describir, pues se notó que la profesora con la intención puesta en que los estudiantes logren encontrar la solución a los ejercicios por sí mismos, se esfuerza en caminar y pasar constantemente por en medio de los

estudiantes atendiendo las dudas que ellos le formulan. Ella pasa la mayor parte del tiempo de pie, caminando de puesto en puesto a medida que los estudiantes la iban llamando y en este punto se aclara que ella se acercaba o se detenía solamente donde la llamaban, es decir en aquellos grupos de estudiantes que mostraban interés en hacer los ejercicios (4). Además cabe decir que durante las clases nunca se ausento del salón y siempre estuvo atenta a los llamados de los estudiantes, incluso al de aquellos que por momentos hacían indisciplina pero que luego se interesaban en hacer el ejercicio (5).

Otra categoría incluida en este apartado hace referencia a la *Poca utilización del tablero*. La profesora pocas veces utiliza esta herramienta, lo hace solamente para indicar a los estudiantes el tema que se va a estudiar en la clase y para dar algunas indicaciones sobre los ejercicios que tienen que realizar. En este sentido se percibe un alejamiento de las posturas caracterizadas por las clases magistrales, en las que la actividad se centra en el profesor y los alumnos asumen una actitud pasiva. De hecho, durante las clases presenciadas, nunca se observó que la profesora o algún estudiante resolviera en el tablero algún ejercicio, normalmente lo hacían en sus puestos y en grupos de dos o tres personas (6).

Una última categoría, relacionada con las acciones o actitudes de la profesora en la clase, se ha denominado *Ignorar estudiantes indisciplinados* y a ella están asociadas aquellas expresiones o actitudes de la profesora B que tienen que ver con la forma como ella asume los actos de indisciplina de los estudiantes, tales como la bulla, el jugar en clase, las groserías que se dicen entre ellos, las llegadas tarde al salón, el ausentarse sin pedir permiso y la displicencia para hacer los ejercicios. En este sentido se observó que la profesora ante cualquiera de estos actos ha mantenido la calma, no ha levantado la voz en ningún momento para llamar la

atención a algún estudiante, al contrario cuando el ruido es muy fuerte es ella la que opta por guardar silencio y en la mayoría de las ocasiones lo que hace es ignorar a quienes hacen indisciplina. Se ha asociado esta categoría con la concepción que hace énfasis en la comprensión, ya que representa una posición opuesta a la que se esperaría de un docente con una concepción que hace énfasis en la ejecución, donde la autoridad del docente, la rigidez y la disciplina suelen ser característicos (7, 8, 9, 10).

- (1) Como siguen dando respuestas equivocadas, la profesora les dice que la pregunta se refiere a los cuadritos pequeñitos que están dentro del cuadrado grande, que esos son los milímetros cuadrados: *Hay unos cuadritos pequeñitos que son los milímetros cuadrados, ¿cuántos hay de esos?* DIARIO 3.rtf – 3:11
- (2) *Esto es un centímetro cuadrado, ¿sí?, y dentro hay unos cuadritos chiquiticos, ¿cuántos habrá de esos?, esos son milímetros cuadrados.* DIARIO 3.rtf – 3:44
- (3) Ellos no han entendido aún como hallar el área del cilindro, entonces la profesora toma el cilindro en sus manos y les pregunta: *¿qué les queda si hacen un corte longitudinal aquí?*, ella les señala como si trazara una línea con su dedo a lo largo del cilindro, y luego les dice: *les queda un rectángulo, y entonces, ¿cómo hallan el área del rectángulo?* DIARIO 4.rtf – 4:10
- (4) La profesora ha pasado todo el tiempo de pie, caminando por los puestos tratando de atender las consultas que le hacen los estudiantes que se interesan por resolver el taller. DIARIO 2.rtf – 2:11
- (5) Uno de los estudiantes que hace un rato hablaba y molestaba con otro compañero, ahora parece interesarse en el taller y lo hace junto a su compañero que ha estado trabajando con más disciplina desde el comienzo, entonces llama a la profesora para preguntarle algo y en seguida ella se dirige a sus puestos a atender sus dudas y les explica con cordialidad, permanece un par de minutos con ellos y luego continua caminando. DIARIO 2.rtf – 2:15
- (6) Ya casi vamos a completar una hora de clase, y desde que los estudiantes empezaron a hacer el ejercicio (minuto 17:30), la profesora no ha vuelto a utilizar el tablero. DIARIO 1.rtf – 1:27
- (7) Durante la clase la profesora no ha regañado o gritado a ningún estudiante. De vez en cuando pide que hagan silencio, pero lo hace de forma general y sin alterarse. DIARIO 1.rtf – 1:37
- (8) ... mientras tanto entra al salón un grupo de estudiantes que además de llegar tarde entran haciendo bulla, pero la profesora, sin llamarles la atención, ni alterarse por su llegada tarde, se dispone a entregarles el taller y les recuerda que lo tienen que entregar cuando termine la hora.

DIARIO 2.rtf – 2:7

(9) Otro estudiante que está sentado en la parte de adelante cerca del escritorio de la profesora ha hecho sonar tres veces una corneta en el salón y a la tercera vez la profesora que está en su escritorio revisando el trabajo de unos estudiantes, pregunta: *por favor ¿quién molesta con eso?* Algunos estudiantes le dicen quien es, y la profesora no dice nada sino que continua revisando los trabajos que los estudiantes le llevan a mostrar. DIARIO 3.rtf – 3:40

(10) un estudiante que está sentado en la parte de adelante ha tomado el cilindro metálico que les entrego la profesora para hacer el ejercicio y dándole golpes con su lapicero lo hace sonar como si fuera una campana, el ruido que provoca se escucha en todo el salón, sin embargo la profesora continua explicándole a un grupo de estudiantes y no le dice nada al estudiante, que después de un par de minutos deja de hacer este ruido. DIARIO 4.rtf – 4:13

4.1.3. Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso C

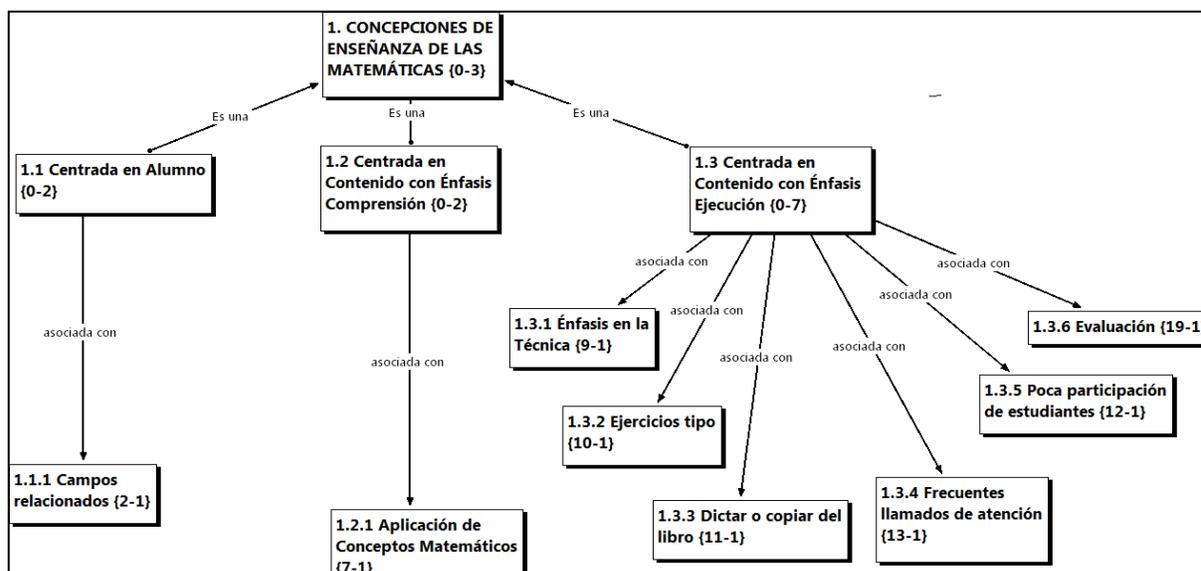


Grafico 4. Caso C. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de observaciones de clase.

Como se puede observar en el grafico 4, en el caso de la profesora C la mayoría de las categorías están asociadas con la *concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución*. A continuación se describen las principales categorías que llevaron a concluir que ésta es la concepción de enseñanza de las matemáticas de la profesora C.

Para empezar, se describen de manera simultánea tres categorías que se considera están relacionadas entre sí, ellas son: *énfasis en la técnica*, *ejercicios tipo* y *dictar o copiar del libro*. En este sentido Kuhs y Ball (1986) citado por Thompson (1992), refiriéndose a las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas plantean que una de las principales características de la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución tiene que ver, con que las reglas son elementos básicos para la construcción de los conocimientos matemáticos y que los procedimientos deben ser automatizados por los estudiantes (p. 137). Al respecto se observó que la profesora C se esfuerza en explicar con detalle la técnica o el procedimiento que se debe seguir en el momento de realizar los ejercicios y para ello inicialmente les dicta a los estudiantes cada paso que deben seguir en el momento de solucionar los ejercicios (1) y después desarrolla un par de ejemplos en el tablero donde pone en práctica dichos pasos (2, 3). Estos ejercicios que desarrolla en el tablero constituyen una especie de modelo para solucionar los que ella luego les propone a los estudiantes (4, 6), y por eso ella les recuerda constantemente que los copien en el cuaderno. Adicional a esto se pudo notar que la profesora siempre llevaba consigo el libro de texto, el cuál utilizaba para dictar las definiciones, los procedimientos, y para copiar de él los ejercicios que les formulaba a los estudiantes (1, 4, 5, 6).

(1) *Bueno entonces vamos a colocar como título, [pausa], coloquen como título: Transformación de binarios a decimales, voy a dictar o sea que tienen que hacer silencio... Para transformar...para transformar un número de sistema binario... [repíte], entre paréntesis van a colocar dos..., entre paréntesis dos, a decimal, ¿el dos que quiere decir?, que es en base dos, al sistema decimal,... [repíte], abren paréntesis colocan base diez ..., se realiza de la siguiente manera [pausa] [repíte], aparte. Se multiplica el último dígito [pausa][repíte], a la derecha [pausa], por dos elevado a la cero... DIARIO 2.rtf - 2:18*

(2) La profesora realiza en el tablero el procedimiento para convertir a binario el número 19, haciendo las divisiones correspondientes, y mientras lo hace los estudiantes van contestando en coro los resultados que la profesora les va preguntando. Cuando termina de hacer las divisiones,

escribe aparte, el número que se forma con los resultados de cada división, empezando por el resultado de la última hasta llegar a la primera, el cual corresponde al número 19 convertido a binario: 10011. DIARIO 1.rtf - 1:27

(3) *Ahorita ¿cómo lo vamos hacer?, lo vamos a hacer como lo hemos estado haciendo, lo vamos a pasar a binario, vamos a hacer las divisioncitas, siempre lo vamos a dividir por dos porque vamos a pasarlo a binario, después de que lo pasemos de binario, ahora si ¿qué vamos hacer?, lo vamos a pasar a ¿qué?, a números decimal...* DIARIO 2.rtf - 2:28

(4) La profesora escribe en el tablero una actividad para que la realicen los estudiantes, que consiste en convertir a sistema binario los números: 9, 17, 25, 50, 92, 110, siguiendo el procedimiento que les acaba de explicar. DIARIO 1.rtf - 1:12

(5) *A ver, coloquen como título Sistema de Numeración Binario, [pausa] ya, aparte. Un sistema de numeración binario [pausa] [repite]... El sistema de numeración binario [pausa] [repite] es un sistema [pausa] en el cual se utilizan únicamente dos dígitos, [pausa] [repite] que son, [pausa] esos dos dígitos son...* DIARIO 1.rtf - 1:5

(6) La profesora va pasando por las mesas y les entrega a cada grupo dos hojas que ha fotocopiado del libro de matemáticas con los ejercicios que tienen que realizar. DIARIO 3.rtf - 3:1

Otra categoría que ha sido asociada con la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución se ha denominado: *Frecuentes llamados de atención*, en la cual se han agrupado aquellas expresiones y actuaciones de la profesora C en las que ejerce su autoridad en el salón de clases para tratar de que los estudiantes cumplan con aspectos relacionados con la disciplina y las normas de comportamiento, tales como la llegada a tiempo a clase, hacer silencio, no levantarse de sus puestos, respetar las filas de los pupitres, entre otras. En este sentido se observó una tendencia de la profesora a llamar constantemente la atención a sus estudiantes, en ocasiones en tonos fuertes y aireados, llegando al punto de amenazarlos con dejarlos por fuera del salón si llegan tarde (1), de sacarlos del salón si los ve conversando (3, 4) o de frenar la participación de una estudiante que quiere salir al tablero (2). Parece ser muy importante para la profesora que los estudiantes acaten estas normas de disciplina, al punto que en ocasiones llega a reprimir las libertades de los mismos estudiantes, como en el caso de

la niña que desea prestarle un lápiz a su compañera, y la profesora no deja que se lo preste por el hecho de estar hablando (5). Se asocia esta categoría con la concepción centrada en el contenido que hace énfasis en la ejecución porque con la adopción de esta postura rígida en cuanto a la disciplina, la profesora termina creando un ambiente en el aula donde reina la pasividad de los estudiantes, que por momentos parecen resignarse a acatar las órdenes que la profesora les imparte.

- (1) *Ustedes están llegando muy tarde a clase, la próxima vez les cierro el portón y se quedan por fuera, me hacen el favor...* DIARIO 1.rtf - 1:7
- (2) La profesora se enoja con la estudiante que quiere salir a resolver el problema adelantándosele a su compañera y la manda a sentarse: *¡A ver se sienta que usted no manda aquí! ¡No señor, se sienta!* DIARIO 1.rtf - 1:13
- (3) *El que este conversando que se hace, se anula el examen, se sale y se le hace el reporte, entonces vamos a hacer la pruebita rapidito para que podamos...* DIARIO 2.rtf - 2:7
- (4) *A ver niña allá, póngase a leer, para eso es que se han hecho en esa montonera, para estar charle y charle, hágame el favor y se hace acá en este asiento de acá, usted, si señora... se van a poner a leer y van a ponerse a repasar, que ahora voy a hacerles la pruebita, en el cuaderno... ojala la tarea este bien hecha y que no me van a salir con ¡no la hice!* DIARIO 5.rtf - 5:2
- (5) Unos minutos después otra estudiante le ofrece un lápiz a la niña que no tiene, y la profesora cuando la escucha hablar le llama la atención diciéndole que no hable y que no le preste el lápiz: *Bueno, quien no va a hacer silencio se puede salir allá, nadie va a prestar nada, se me sienta...* DIARIO 5.rtf - 5:10

Otra categoría asociada con la concepción que hace énfasis en la ejecución es: *Poca participación de los estudiantes*, la cual hace referencia a expresiones y actitudes de la profesora relacionadas con el papel que les otorga a los estudiantes en la clase. En este sentido Kuhs y Ball (1986) citados por Thompson (1992), plantean que desde la concepción que hace énfasis en la ejecución el papel de los estudiantes es: “escuchar, participar en las interacciones

didácticas (por ejemplo, responder a las preguntas de profesor) y hacer ejercicios o problemas utilizando procedimientos que han sido modelados por el profesor o el texto” (p. 136). En el caso de la profesora **C**, se observó por ejemplo, que ella promueve la participación de los estudiantes a través de las salidas al tablero, sin embargo lo que los estudiantes hacen cuando salen al tablero resulta ser una prolongación de lo que hacen en sus cuadernos, es decir salen a resolver los ejercicios que la profesora les ha puesto con anterioridad y que han resuelto en el cuaderno, convirtiéndose esta actividad en una forma de comprobar la aplicación de los procedimientos enseñados (1, 2). También se observó que los estudiantes participan respondiendo las preguntas que la profesora les hace, que generalmente tienen que ver con el seguimiento al proceso de solución de un ejercicio. En cambio, fueron pocas las ocasiones en que alguno de los estudiantes le formulo alguna pregunta a la profesora, una de ellas fue cuando una estudiante le pregunto por qué el resultado de dos elevado a la cero es uno, ella creía que daba cero, a lo cual la profesora le contesta que da uno porque, todo número elevado a la cero da uno (3). Esta respuesta de la profesora, que si bien es cierta, muestra su tendencia hacia una concepción que hace énfasis en la ejecución, caracterizada por asumir las normas y reglas matemáticas como elementos básicos para la construcción del conocimiento y donde los procedimientos de cálculo deben ser automatizados.

Finalmente, se han incluido aquellas expresiones de la profesora **C** relacionadas con su forma de evaluar a los estudiantes, en la categoría denominada: *evaluación*. En este sentido, se observó que la profesora evalúa a los estudiantes a partir de ejercicios en clase, talleres y exámenes escritos que llama “pruebitas”. Con respecto a los ejercicios en clase y talleres, se observó una especie de rutina que consiste en que la profesora copia los ejercicios en el tablero, los estudiantes los resuelven y ella les califica a medida que van terminando

colocándoles una nota en sus cuadernos que luego pasa a su listado de calificaciones, después ella designa a uno de los estudiantes para que resuelva el ejercicio en el tablero o lo hace ella misma y les dice a los que aún no han terminado que comparen lo que han hecho con lo que hace su compañero o ella en el tablero (4, 5, 6), y en algunos casos les pide que se califiquen ellos mismos de acuerdo a como ha sido resuelto el ejercicio (5, 6). En general, la profesora les evalúa la aplicación del procedimiento que ella les ha explicado, mediante el cual deben llegar a una respuesta única que en últimas es lo que ella observa al calificarles.

- (1) Algunos estudiantes se ofrecen de forma desordenada para hacer el primer ejercicio, ante el desorden, la profesora encarga a dos estudiantes para que hagan los dos primeros ejercicios: *Miriam y después viene usted, ella empieza y después usted. Los demás van chuliando si les queda bien.* DIARIO 1.rtf - 1:30
- (2) Mientras la primera estudiante está solucionando el primer ejercicio, otra estudiante, distinta a las dos que la profesora selecciono para hacer los ejercicios se adelanta a salir al tablero para hacer el segundo y dice: *Profesora yo hago la segunda, ¡oyó!* DIARIO 1.rtf - 1:31
- (3) Después una niña le pregunta por el resultado de 2 elevado a la cero, la niña parece no entender porque da uno, entonces la profesora le explica que existe la ley de la potenciación que dice que todo número elevado a la cero da uno.
Estu.: ¿profe, dos elevado a la cero no da cero?
Prof.: ¿a dónde?
*Prof.: ahh, dos a la cero da uno, porque todo número elevado a la cero da uno...*DIARIO 2.rtf - 2:24
- (4) Mientras camina la profesora dice en voz alta que a lo largo del periodo todos los estudiantes tienen que salir al tablero, y que por eso ella va anotando en su listado aquellos que han salido hoy. DIARIO 1.rtf - 1:17
- (5) *Cada uno se va calificando, ya todo el mundo tiene que estar calificado, ustedes mismos, y el que ha tenido un error haberlo corregido, no puede tener ningún error ahora que yo pase.* DIARIO 1.rtf - 1:37
- (6) *Listo, todo mundo va corrigiendo, porque como yo califique a la carrera a veces hay algún error, entonces, por eso la estamos haciendo acá en el tablero, pa' que ustedes corrijan. Y entonces los que tienen algún error se van a calificar y los que no, abajito se colocan otra E.* DIARIO 2.rtf - 2:16

4.2. Segundo Nivel de Análisis: *Descripción de las concepciones de la naturaleza y de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevistas semiestructuradas.*

En esta sección se presenta el análisis de las entrevistas realizadas a las profesoras para identificar en cada caso, primero sus concepciones sobre la naturaleza de las matemáticas y luego sus concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas. Se aclara que, al igual que se hizo en el primer nivel de análisis, en esta sección solo se presenta la descripción de la concepción que se manifiesta con mayor fuerza en cada caso e invitamos al lector que desee conocer la descripción completa de las categorías, a consultar el anexo 2.

4.2.1. Concepciones de la Naturaleza de las Matemáticas – Caso A

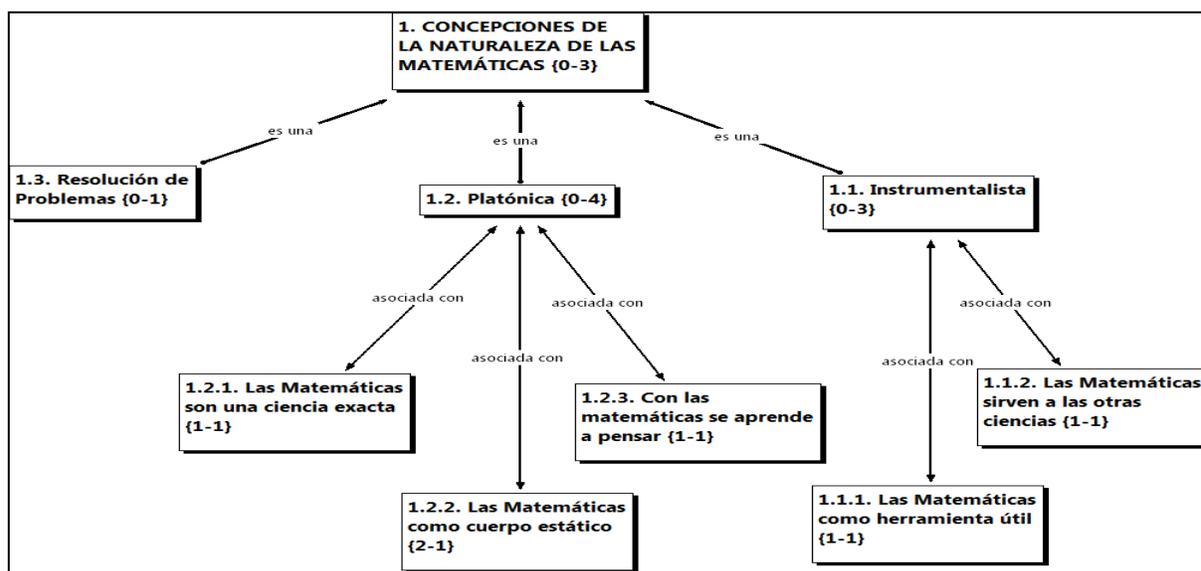


Grafico 5. Caso A. Concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.

Como se comentó en el capítulo anterior, para la identificación de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas se ha asumido como referente teórico la clasificación que al

respecto plantea Ernest (1989), quien distingue tres concepciones de las matemáticas: instrumentalista, platónica y de resolución de problemas.

En el caso de la profesora A, la mayoría de sus expresiones con respecto a la naturaleza de las matemáticas están asociadas a la concepción platónica, la cual según Ernest (1989), se caracteriza por considerar a las matemáticas como *un cuerpo estático pero unificado de un conocimiento seguro* (p.1), con lo cual parece estar de acuerdo la profesora cuando dice, refiriéndose a los profesores en general, que nos hemos quedado con los conceptos que los grandes matemáticos descubrieron en su época y que a diferencia de otras ciencias, las matemáticas en el sentido de nuevos descubrimientos se han quedado estática (1, 2). Además comenta, que para ella las matemáticas son una ciencia prácticamente exacta (3), expresión que guarda relación con lo que Ernest (1989), asume como conocimiento seguro, un conocimiento cuyos resultados no están sujetos a revisión, que no se discuten, porque las matemáticas desde esta visión se consideran como: *una estructura objetiva y consistente* (p.2).

Cuando a la profesora A se le pregunto por qué los estudiantes deben estudiar matemáticas en el colegio, ella contesto refiriéndose a la utilidad que las matemáticas representan para todas las personas sea cual sea el campo de la vida en el que se desempeñen (4), expresión que se categorizó con el nombre: *las matemáticas como una herramienta útil* y que al igual que la categoría *las Matemáticas sirven a las otras ciencias* (5), se asociaron con la concepción instrumental. Sin embargo, en otro punto de la entrevista, hablando sobre la naturaleza de las matemáticas la profesora resalta la importancia de aprender esta ciencia porque a través de ella el estudiante aprende a pensar y analizar mejor las cosas (6). Esta expresión se codifico con el nombre: *con las matemáticas se aprende a pensar*, y a diferencia de las dos categorías

anteriores, ésta se asoció con la concepción platónica, porque esta expresión muestra que para la profesora A, además de considerar las matemáticas como una herramienta útil para desempeñarse en la vida, ellas también son importantes para desarrollar el intelecto de las personas, lo cual representa trascender de la concepción instrumental a una concepción que plantea hacer mayor énfasis en la comprensión de los elementos que constituyen la estructura de las matemáticas y de las relaciones y conexiones entre dichos elementos, lo cual es característico de la concepción platónica.

- (1) *Quizás nosotros, me involucro también yo, nos hemos quedado únicamente con los conceptos que aquellos grandes matemáticos y físicos descubrieron en su época, y de esa época atrás, son poquitos los matemáticos que se hayan dedicado a descubrir otras cosas de las matemáticas, por ejemplo en el campo de la medicina se siguen descubriendo cosas, pero en el campo de las matemáticas están estáticas.*
- (2) *pero de resto en la matemática, matemática pura, pura, así, nos hemos quedado con los descubrimientos de hace miles y miles de años.*
- (3) *Es decir la matemática es una ciencia, y es una ciencia para mí prácticamente exacta, si me entiende.*
- (4) *Es decir, todos nosotros tenemos que aprender matemáticas, porque en cualquier campo que vayamos a desempeñar se utilizan las matemáticas, si vas a ser mamá tenés que saber manejar tu dinero, tenés que saber manejar el mercado, las cosas que compras y para poderlo manejar tenés que tener una noción clara de lo que es matemáticas, que tanto tenés que echarle de arroz, que tanto tenés que echar de azúcar, que tanto tenés que echar de papa, lo mismo para que la comida le quede bien elaborada, es decir que en todos los campos de la vida se utilizan las matemáticas.*
- (5) *Que es una ciencia que está involucrada o inmersa en todas las demás áreas del conocimiento, sin la matemática no funciona prácticamente ninguna de las otras áreas, porque para todo, hasta para deporte, para psicología, para todo, todo, es decir, informática, todo lleva matemática.*
- (6) *Generalmente yo les digo a los estudiantes que, el estudiante que por lo general maneja las matemáticas, las demás áreas del conocimiento le son fáciles también, las demás áreas del conocimiento le son fáciles porque con las matemáticas es como que aprenden a pensar, a analizar mejor las cosas.*

4.2.2. Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso A

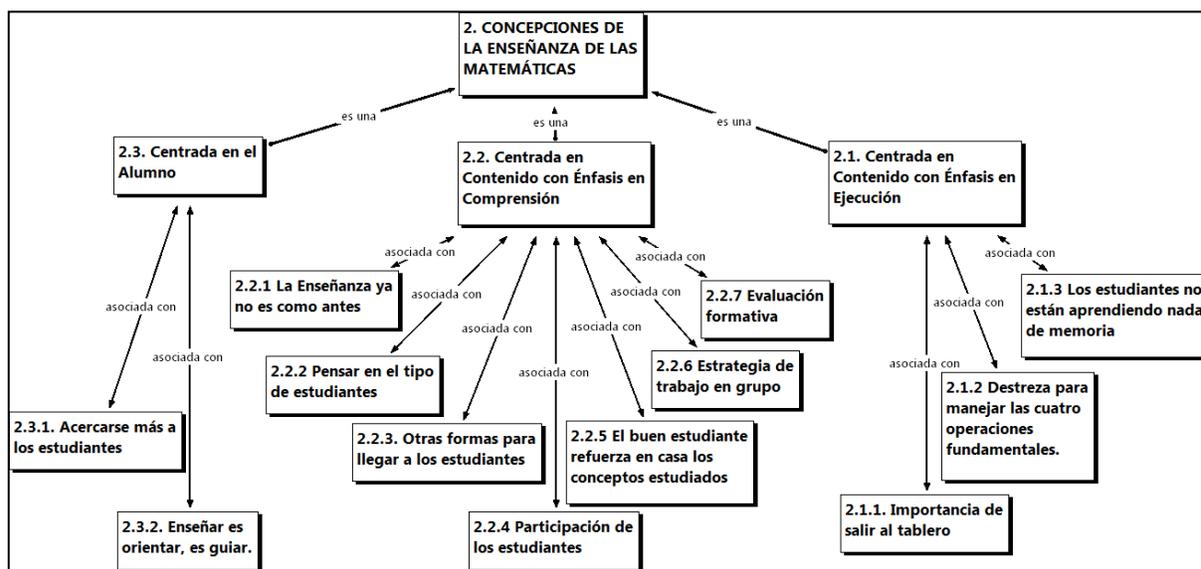


Grafico 6. Caso A. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.

Como se puede observar en el grafico 6, la mayoría de las categorías que emergieron en el análisis de la entrevista realizada a la profesora A están asociadas con la concepción de la enseñanza de las matemáticas *centrada en el contenido con énfasis en la comprensión*. Por ello, a continuación se intentará mostrar, a partir de la descripción de las categorías emergentes, que es ésta la concepción de la enseñanza que la profesora A manifiesta con mayor fuerza.

Desde una concepción de la enseñanza de las matemáticas centrada en el contenido con énfasis en la comprensión, si bien el contenido sigue siendo el foco de la actividad del aula, el papel del estudiante gana un poco de protagonismo, ya que se asume que él es quien realiza y construye el proceso de comprensión de los contenidos, dando como resultado lo que Kuhs y Ball (1986) citados por Thompson (1992), definieron como: *la influencia dual de contenido y*

alumno. (p. 136). Influencia que se traduce en que el interés en la enseñanza de las matemáticas estará puesto no tanto en la ejecución de procedimientos, sino en que el estudiante comprenda las relaciones lógicas entre los distintos conceptos estudiados y la lógica que acompaña la realización de los procedimientos matemáticos.

En este sentido, una primera categoría relacionada con la concepción de la enseñanza que hace énfasis en la comprensión ha sido denominada: *la enseñanza ya no es como antes*, la cual recoge lo que la profesora respondió cuando se le preguntó si en su forma de enseñar tiene en cuenta la forma como a ella le enseñaron. En su respuesta se percibe, por una parte un distanciamiento de aquella estrategia que utilizaban los profesores en anteriores épocas, que enfatizaba en la ejecución y que consistía en poner a resolver una gran cantidad de ejercicios a los estudiantes y por otra parte, que la profesora le otorga a los estudiantes un papel más activo en el proceso de formación, cuando dice que ellos a veces le llevan información que no conoce y que le sirve para reflexionar y realimentar su práctica (1), lo cual muestra cierto grado de disposición de la profesora para permitir la participación de los estudiantes en la clase de una forma que va más allá del solo hecho de escuchar y responder las preguntas que ella les plantea, como suele suceder en la concepción que hace énfasis en la ejecución. A este aspecto nos seguiremos refiriendo porque durante la entrevista surgieron otras expresiones que guardan relación con el papel de los estudiantes en la clase y que pueden ser esclarecedoras de la concepción que la profesora A tiene de la enseñanza de las matemáticas.

Otra categoría relacionada con la concepción de la enseñanza que hace énfasis en la comprensión fue codificada con el nombre: *pensar en el tipo de estudiantes*, la cual surgió cuando se le preguntó a la profesora qué tenía en cuenta cuando preparaba sus clases, a lo cual

contesto que en primer lugar ella pensaba a qué grupo iba a ir y la clase de estudiantes con los que se iba a encontrar (2), dando a entender que dependiendo del grupo y de los estudiantes ella utiliza distintas estrategias, como lo dice también cuando se le pregunto qué hacer con los estudiantes que no quieren estudiar, y cuya respuesta dio origen a la categoría: *otras formas para llegar a los estudiantes*, en la que ella plantea que en aquellos grupos donde la mayoría de estudiantes no están comprometidos con el estudio ella busca distintas estrategias para tratar de motivarlos (3).

Continuando con el papel de los estudiantes en la clase, hay una categoría llamada: *participación de los estudiantes*, la cual recoge un par de expresiones de la profesora A acerca de como ella considera debe ser la participación de los estudiantes, y de las cuales se rescata el carácter activo que espera de ellos, entendiendo por actividad a la participación de los estudiantes básicamente haciendo preguntas sobre los contenidos impartidos, buscando de esta manera avanzar en la comprensión de los conceptos enseñados (4, 5).

Una categoría que guarda relación con estos procesos de construcción de la comprensión de los contenidos que los estudiantes realizan, surgió cuando a la profesora se le pregunto por las cualidades que debe tener un buen estudiante de matemáticas, a lo cual ella contesto que un buen estudiante es aquel que refuerza en casa los contenidos vistos en clase, y de esta respuesta queremos resaltar que la profesora no hace alusión directa a la realización de ejercicios, pero en cambio sí es muy clara cuando se refiere a afianzar conceptos fundamentales (6), razón por la cual hemos asociado la categoría *el buen estudiante refuerza en casa los conceptos estudiados*, con la concepción que hace énfasis en la comprensión.

Por otra parte, cuando se le pregunto a la profesora A por las actividades o estrategias que ella consideraba más efectivas para la enseñanza de las matemáticas, ella hablo de la estrategia de trabajo en grupo, la cual, a su juicio, le ha funcionado muy bien, porque considera que entre los mismos estudiantes, entre pares se puede llegar a dar un mejor entendimiento de los contenidos (7), tal vez por los niveles de confianza y compañerismo que puedan existir entre ellos. Se ha asociado esta categoría con la concepción que hace énfasis en la comprensión porque a partir de esta estrategia la profesora no solo centra la atención en el contenido que está impartiendo sino que además tiene en cuenta al estudiante, tratando de favorecer su proceso de aprendizaje y entendiendo que no todos aprenden de la misma manera.

Por último, la influencia dual tanto del contenido como del alumno, se observó también en la categoría denominada: *evaluación formativa*, la cual hace referencia a lo que la profesora comento sobre los fines de la evaluación, y en la que se percibe la intención de asumirla desde un punto de vista formativo, de manera que además de evaluar a los estudiantes, también sirva para evaluarse a sí misma y para retroalimentar aspectos fundamentales de la materia que no hayan sido comprendidos por la mayoría de los estudiantes (8). A estos aspectos también se refiere la profesora cuando se le pregunto: qué le hace sentir que ha hecho una buena clase y cómo maneja los errores que suelen cometer los estudiantes, presentando a través de sus respuestas una interesante reflexión acerca de la importancia de saber llegar a los estudiantes y de aceptar que como docentes a veces cometemos fallas en nuestra manera de enseñar que se ven reflejadas en el aprendizaje de los estudiantes y que por lo tanto en ocasiones es necesario volver a explicar y realizar procesos de refuerzo para aclarar aquellos conceptos que no han sido comprendidos (9, 10).

- (1) *ya no es como antes que a uno le enseñaban esas matemáticas de Baldor y que tenía que desarrollar miles y miles de ejercicios y que tenía que aprendérselos de memoria, ahora ya no, ahora el muchacho ya tiene muchas herramientas que él puede hacer uso de ellas y muchas veces traerle hasta información a uno, que de pronto el profesor esta como anticuado y el muchacho lo, lo hace a uno reflexionar, realimentar para que uno también vaya cambiando, ¿ya?*
- (2) *Lo primero que tengo en cuenta es a que grupo voy a ir, que clase de estudiantes son los que tengo allí, porque hay unos grupos que sin necesidad de proponérselos las personas, eh llegan la gran mayoría muchachos que no se preocupan nada por el estudio, mientras que hay otros grupos que uno llega y el ochenta, el ochenta y cinco, el ochenta y seis, el noventa por ciento de esos estudiantes si están comprometidos con el estudio.*
- (3) *en esos grupos en los que la gran mayoría de muchachos no están comprometidos con el estudio uno tiene que buscar otra didáctica, otra forma, otra manera de llegar a ellos, a veces hasta cambiar todo para poder llegar a ellos, para que ellos realmente capten o estén interesados por la materia de uno, y especialmente las matemáticas, ¿no?*
- (4) *que él haga preguntas, que él también sea parte activa de la... de la clase, que pregunte, que porque esto, porque lo otro, de donde salió esto, para donde va esto, eso, o profe eso no va allí yo pienso que debe ser así.*
- (5) *entonces ellos pueden también aportarle a uno como profesor en la clase y en mejorar la clase también, pero no esos muchachos psicorrígidos que estén allí, pasivos no, callados no, esa no es la idea.*
- (6) *aquel que sin necesidad del profesor haber dejado tarea, llegue a su casa a repasar lo visto, por lo menos a afianzar esos conceptos fundamentales o los temas que haya visto en esa semana o en ese día, que llegue a reforzarlos en la casa, y que si por x o y circunstancia el estudiante tiene alguna dificultad pregunte tanto en la casa, alguien que le pueda colaborar, o llegue antes de la clase y le pregunte a cualquier profesor.*
- (7) *Pues, generalmente en estos grados de bachillerato, a mí me gusta más y me da más resultado trabajo en grupo, yo sí, por lo general siempre trabajo en grupo, es decir coloco dos estudiantes que casi no entienden con otro estudiante que entiende y maneja las matemáticas, y entre ellos y entre pares ellos llegan más a ellos y la gran mayoría de grados van casi a la par.*
- (8) *Pues para mí es saber yo que tanto han asimilado ellos, que tanto, porque si yo veo que la gran mayoría de ellos en alguna pregunta que es primordial, que es la base para otros temas que se tienen que estar viendo en matemáticas y que la gran mayoría de los muchachos no les fue bien, entonces automáticamente tengo que yo volver a explicar el tema para que la gran mayoría de los estudiantes o todos vuelvan a adquirir realmente el concepto de ese tema que*

se está viendo.

(9) *pero cuando uno está repite y repite, repite y repite, repite y que la gran mayoría no ha asimilado, sinceramente hay fallas en uno también, hay fallas en uno como docente también porque no ha llegado al estudiante, ¿ya?*

(10) *Vuelvo y lo refuerzo, es decir si el error fue casi común en la gran mayoría, o en uno, en dos o en tres, hay una falla de uno como profesor, es decir que uno no ha llegado al muchacho, el muchacho no le ha entendido lo que uno le quiso transmitir, ¿si me entiende?, entonces hay que volver a reforzar eso, para que el muchacho aclare sus conceptos.*

4.2.3. Concepciones de la Naturaleza de las Matemáticas – Caso B

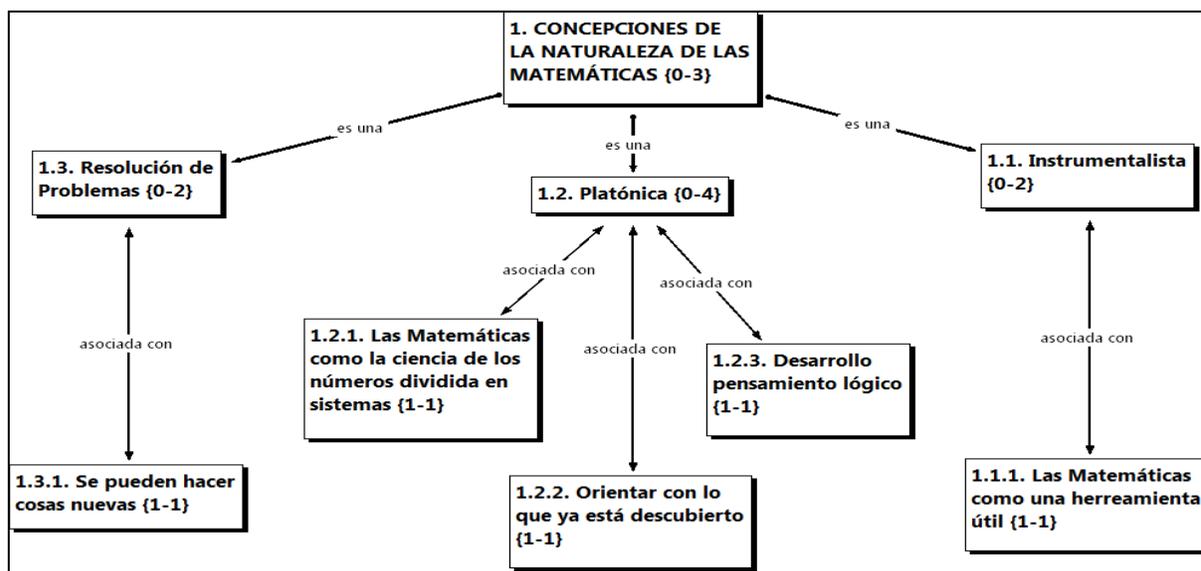


Grafico 7. Caso B. Concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.

En el caso de la profesora B, se puede observar en el grafico 7 que la mayoría de las categorías están asociadas con la concepción platónica de la naturaleza de las matemáticas, la cual además de considerar las matemáticas como un cuerpo acabado y unificado de conocimientos, plantea que ellas están conformadas por una serie de estructuras interconectadas atadas por los filamentos de la lógica, lo cual se asemeja a lo que la profesora piensa sobre las matemáticas, cuando se refiere a ellas como una ciencia que está dividida en sistemas relacionados entre sí

(1) y cuando dice que como maestros nos hemos centrado en orientar a los estudiantes con lo que ya está descubierto (2).

En este mismo sentido, al preguntarle por la importancia de enseñar las matemáticas en el colegio ella inicialmente contesta refiriéndose a la utilidad que ellas representan para desenvolverse en la vida, expresión que fue asociada con la visión instrumentalista, sin embargo más adelante ella hace alusión a un aspecto que fue asociado con el desarrollo de pensamiento lógico que una persona puede lograr a partir de las matemáticas, cuando plantea el ejemplo de las promociones que suelen ofrecer en los supermercados, de pagar uno y llevar dos productos, en la cual se espera que a partir del conocimiento matemático una persona sea capaz de discernir sobre la verdadera conveniencia de dicha promoción (3). A partir de esta situación se infiere que la profesora, además de considerar las matemáticas como una herramienta para ser utilizada en determinada situación, también las asume como una construcción del pensamiento que involucra el desarrollo de ciertos procesos mentales como el análisis, la deducción, la inducción, entre otros, que estarían asociados a una concepción de mayor trascendencia que la instrumental, en este caso la concepción platónica de las matemáticas.

(1) *Bueno, yo creo que es una ciencia que recopila toda la información que tenga que ver con los números, y los, pues ya vemos que la matemática está dividida en sistemas, está el sistema numérico, sistema algebraico, sistema de medidas, sistema de datos, o sea lo relacionado con la estadística, con la probabilidad... si, con el azar que tiene que ver con la probabilidad, entonces, todo lo relacionado con la parte numérica está muy bien, muy bien dividido, ¿no?, en sistemas que se relacionan entre sí.*

(2) *A nosotros como maestros no nos prepararon para eso, para ser científicos, para descubrir otras cosas, sino que más bien nos hemos como centrado en pensar en la forma en que vamos a orientar a nuestros estudiantes con lo que ya está descubierto.*

(3) *Que me están vendiendo, que pago uno y llevo dos, eso, mirar a ver si en realidad me están dando esa promoción, o sencillamente me están engañando porque me están dando un tamaño menor, menos cantidad y a la hora estoy es pagando las dos cosas...*

4.2.4. Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso B

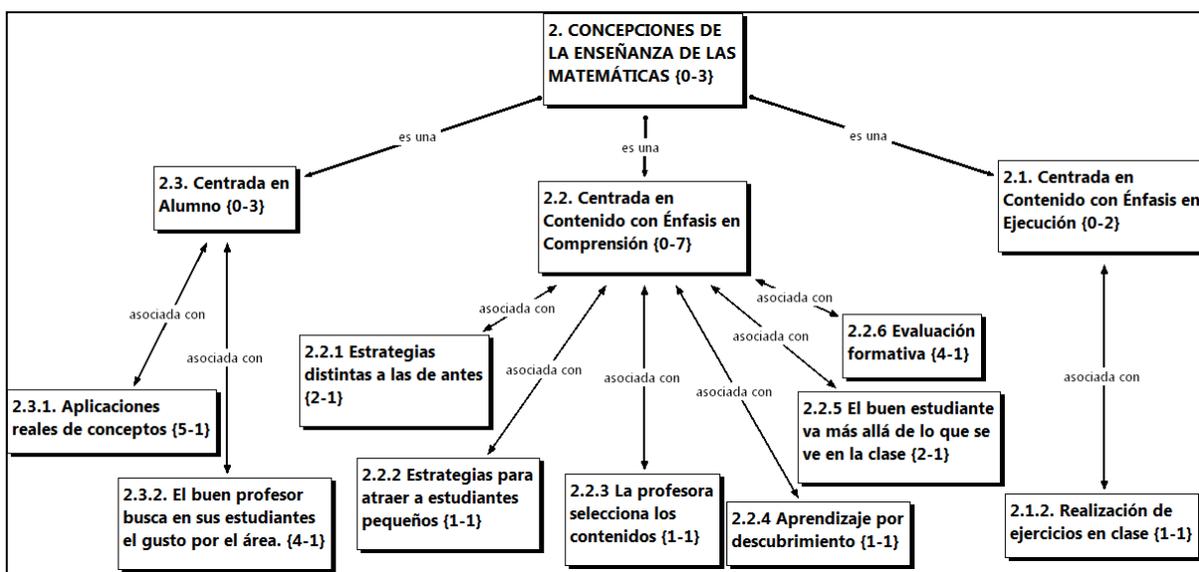


Grafico 8. Caso B. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.

La concepción de la enseñanza de las matemáticas que se manifiesta con mayor fuerza en el caso de la profesora B, es la *concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión*, no solo por ser la que más categorías tiene asociadas, sino también por algunos aspectos determinantes que se describen a continuación.

La primera categoría asociada a la concepción que hace énfasis en la comprensión ha sido llamada: *Estrategias distintas a las de antes*, la cual surgió de la respuesta de la profesora cuando se le pregunto si al dar una clase recuerda o recurre a la forma como a ella le enseñaron cuando era estudiante, a lo cual contesto que no, porque los estudiantes de hoy son diferentes y ya no se puede hacer lo que se hacía antes, refiriéndose a aquellas tareas en las

que se tenían que resolver una gran cantidad de ejercicios, en este sentido ella considera que hay que buscar estrategias distintas con los estudiantes de hoy en día (1), distanciándose de la concepción que hace énfasis en la ejecución. En relación con lo anterior, la profesora comenta un recuerdo no muy grato de su profesora de química en el colegio, la cual era muy teórica en su forma de enseñar, y que por eso ella no aprendió química en el colegio (2), razón por la cual nuestra profesora considera importante contrastar los contenidos teóricos con la práctica, y en el caso de las matemáticas con ejemplos o situaciones reales en las que se puedan aplicar los conceptos estudiados para facilitar a los estudiantes su comprensión.

Una segunda categoría, relacionada con la anterior, se ha denominado: *Estrategias para atraer a estudiantes pequeños*, que surgió cuando se le pregunto a la profesora sobre qué hacer con los estudiantes que no quieren estudiar, a lo cual ella contesta que dependiendo del grado del estudiante hay que buscar estrategias para que le cojan amor a las matemáticas (3), pero nos da a entender que ese esfuerzo lo hace con los estudiantes pequeños, los de los grados inferiores, más no con los estudiantes de los grados superiores, en los que ella deja a voluntad de los mismos estudiantes, que se interesen o no en la materia, lo cual a nuestro parecer la aleja de la concepción centrada en el alumno, pues consideramos que también en los grados superiores se requiere motivar y atraer a los estudiantes.

Cuando a la profesora se le pregunto si alguna vez un estudiante le ha sugerido un tema o una práctica para desarrollar en el salón, ella contesto que nunca le ha sucedido, que siempre han trabajado con lo que ella les lleva a la clase (4). A partir de esta respuesta surgió la categoría: *La profesora selecciona los contenidos*, la cual está relacionada con el papel que desempeñan los estudiantes en la clase y que muestra, que por lo menos en este sentido los

estudiantes desempeñan un papel pasivo, contrario a lo que se espera de una enseñanza centrada en el alumno.

Otra categoría que se ha asociado con la concepción de la enseñanza que hace énfasis en la comprensión surgió de la pregunta sobre los aspectos que tiene en cuenta la profesora cuando prepara sus clases, la cual se ha denominado: *Aprendizaje por descubrimiento*. En este sentido, la profesora responde que ella parte del concepto que va a enseñar (se centra en el contenido), pero complementa su respuesta diciendo que no se trata de darles el concepto como tal a los estudiantes, sino de que ellos lo descubran a partir de algo práctico (5). Es decir, le concede importancia al contenido pero también a la actividad comprensiva que tiene que realizar el estudiante. (*Influencia dual de contenido y alumno*, Kuhs y Ball, 1986).

Cuando a la profesora se le pregunto por las cualidades que debe tener un buen estudiante de matemáticas, ella contesto diciendo que un buen estudiante: *va más allá de lo que se ve en la clase* (6), y en este sentido comento un recuerdo grato que guarda de su profesor de matemáticas, quien valoraba sus esfuerzos especialmente los relacionados con buscar otras formas de solucionar los ejercicios que les dejaba de tarea, encontrar formas más rápidas para solucionarlos (7). La profesora considera que buscar otras formas de resolver un problema, permite al estudiante avanzar en la comprensión de los contenidos matemáticos, dejando atrás la mera ejecución de los procedimientos, y es esta otra razón para asociar a la profesora con la concepción que hace énfasis en la comprensión.

Finalmente, en la categoría *evaluación formativa* se recoge lo expresado por la profesora cuando se le pregunto acerca de para qué evaluar a los estudiantes, a lo que ella contestó con

tres razones, la primera dice ella, es para que el estudiante mismo evalúe su propio proceso de aprendizaje (autoevaluación), la segunda para que el profesor también se evalúe a sí mismo, y una tercera tiene que ver con la retroalimentación que se debe dar después de haber pasado las anteriores (8). Esta postura de la profesora B con respecto a la evaluación, muestra que para ella la evaluación tiene un carácter formativo, que la asume como una herramienta de aprendizaje más allá de considerarla un fin en sí misma, razón por la cual se ha asociado esta categoría con la concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión.

- (1) *No, es muy diferente. Muy diferente porque nuestros estudiantes de ahora, no son dedicados a que, a que tú les dejes pues de tal página a tal página de un libro y que ellos te vayan a ir a ese libro, y te hagan todos los ejercicios, no. Ya no se puede hacer eso con ellos, hay que buscar estrategias distintas con estos estudiantes.*
- (2) *Sí, en la Normal yo recuerdo que yo no aprendí química, por la profesora de química, yo no aprendí química... Porque era muy teórica, o sea yo no recuerdo nunca que nos haya llevado al laboratorio. Muy teórica, entonces no.*
- (3) *Bueno, ahí si depende del grado donde estemos, si es en un grado sexto pues hay que buscar todos los recursos que más se puedan, mediante el juego, o medianteee, llevarlos a la sala de, interactiva, a la sala interactiva, bueno mirar de que otra manera uno les puede llegar a ellos para que le cojan amor a la matemática, si es en grado sexto y en grado séptimo, hasta en octavo uno, hay que buscar todas las maneras para que el niño le guste la matemática, atraerlos, si, atraerlos. Ya en los grados superiores pues, ya yo creo que ya es voluntad de los muchachos, si ya no quieren, ni modo.*
- (4) *Um, pues aquí en el colegio no, no, como que no, únicamente lo que uno les lleve.*
- (5) *Bueno lo primero que pienso es, de qué manera vamos a, voy a hacer de que los estudiantes entiendan el concepto, que es tan importante. Primero que ellos entiendan el concepto, el concepto de número fraccionario, por ejemplo. No es, o sea no es darle el concepto a ellos, sino que ellos lo descubran, tratar de que lo descubran con algo práctico, ¿no cierto?. Si, mirar en que, en varios contextos donde se aplique el concepto, no solo en un contexto, sino en varios contextos, y que sea más que todo de la realidad de ellos.*
- (6) *Bueno, un estudiante ideal pues es aquel que, que cumple o que esta, que participa en las clases, que te trae otros, otros problemas de aplicación, que no se queda solamente con lo que ven en clase sino que te avanza mas allá, que es autodidacta, que busca otras formas de hacer los ejercicios...*

(7) *Inclusive yo trataba de mirar si ese ejercicio se podía hacer de una forma más rápida, entonces el profesor en clase decía, él hacía tal ejercicio, y yo le decía profesor tengo una forma más corta de hacer ese mismo ejercicio, entonces yo buscaba otros métodos, y él profesor valoraba esos esfuerzos.*

(8) *La evaluación es importante porque sirve para que el estudiante mismo reconozca que tanto ha avanzado, si, que él se autoevaluó para mirar su avance en el área y también para que el profesor se dé cuenta que tanto el estudiante, que tanto se le ha quedado a él de los temas vistos, y también para retroalimentar lo que uno vea que hace falta.*

4.2.5. Concepciones de la Naturaleza de las Matemáticas – Caso C

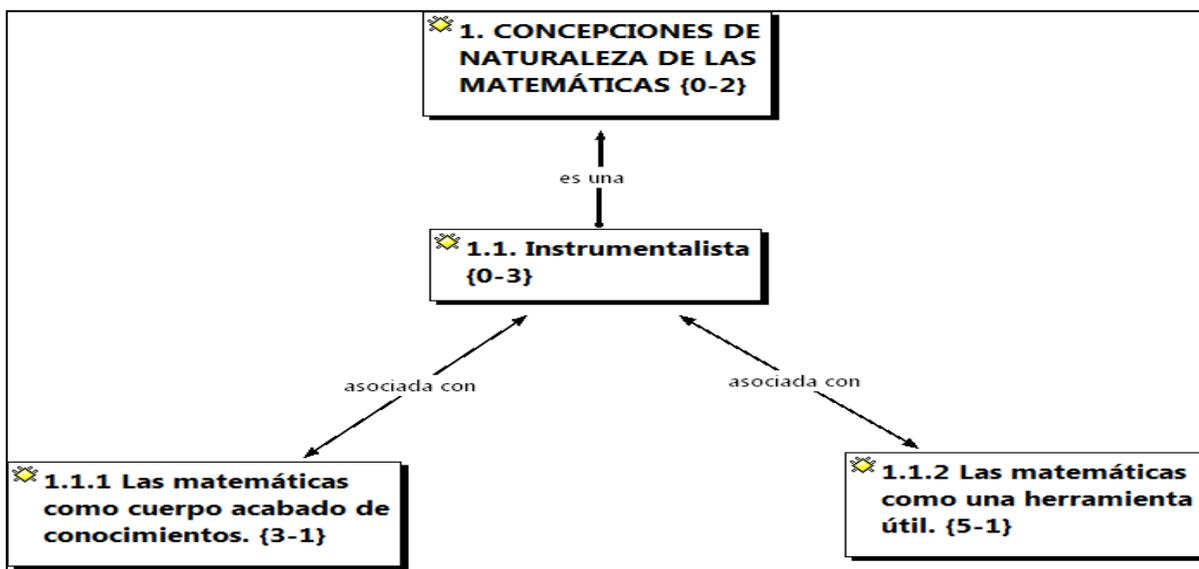


Grafico 9. Caso C. Concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.

En el caso de la profesora C, los conceptos aportados a través de la entrevista manifiestan la tenencia de una concepción instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas. La primera categoría asociada con esta concepción, se ha denominado: *Las matemáticas como cuerpo acabado de conocimientos*, en la cual se han agrupado las expresiones de la profesora en las que manifiesta que para ella, las matemáticas ya están escritas y que en ese sentido lo que se

debe hacer como profesor es ayudar a los estudiantes a descubrirlas (1, 2). Este es un aspecto que, desde la epistemología de las matemáticas resulta esclarecedor de la concepción de un profesor acerca de la naturaleza de las matemáticas, el cual tiene que ver con el histórico dilema sobre si las matemáticas son descubiertas o si son creadas, así por ejemplo, Ernest (1989), diferencia la concepción de la naturaleza de las matemáticas basada en la resolución de problemas de las otras dos (platónica e instrumentalista) precisamente porque la primera considera que las matemáticas son fruto de la creación humana, mientras que para las otras dos, las matemáticas no se crean sino que se descubren (p.1). La profesora B también hace alusión al carácter estático que desde la concepción instrumentalista se le concede a las matemáticas, cuando cita el ejemplo del Teorema de Pitágoras para decir que, así como se lo enseñaron a ella en el colegio lo sigue enseñando ahora que es profesora (3).

La segunda categoría asociada con la concepción instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas es: *Las matemáticas como herramienta útil*, en la cual se agrupan las respuestas de la profesora a la pregunta sobre por qué se debe enseñar matemáticas en el colegio, en las cuales ella resalta la característica de utilidad que las matemáticas representan, considerándolas una herramienta útil para la vida, por medio de la cual las personas entre otras cosas, aprenden a manejar sus recursos, su dinero y aprenden a defenderse en la vida (4,5). En este sentido se perciben semejanzas entre lo que la profesora piensa sobre las matemáticas y lo que Ernest (1989), dice acerca de la concepción instrumentalista, según la cual las matemáticas se consideran como: “una acumulación de hechos, reglas y habilidades para ser utilizadas con el objetivo de algún fin externo. Así, las matemáticas son un conjunto de reglas y hechos no relacionados, pero útiles” (p. 1).

- (1) *Para mí las matemáticas están ya escritas, para mí las matemáticas ya están hechas, y que de pronto cambian algunas vías vivenciales, algunas didácticas, que hay que tener en cuenta algunos referentes y que hay que llevar a los estudiantes a que innoven, a que conmutan, que produzcan, tanto los estudiantes como nosotros como docentes, pero las matemáticas están ya escritas.*
- (2) *... a mí en el transcurso de la práctica de matemáticas, yo he aprendido de que algo que ya está escrito en un libro, yo lo puedo como transformar o modificar solamente en el momento de un ejemplo, pero como teorema, como fórmula, como está no, siempre nos hemos propuesto llegar a ese resultado, de diferentes formas pero eso ya está, entonces por eso yo a veces digo que sí, las matemáticas están escritas, lo que a nosotros como docentes en el aula nos toca es que los estudiantes puedan llegar o acceder a ese conocimiento, de cómo demostrar lo que ya está demostrado ...*
- (3) *... que la matemática ya está escrita es así, porque yo no he visto, por ejemplo en el teorema de Pitágoras yo no he visto, a mí me lo enseñaron así y hasta ahora yo lo estoy enseñando como me lo enseñaron, que es un teorema de Pitágoras y que tiene la suma de dos lados y que eso da una hipotenusa, y que esa hipotenusa va a ser C y que los ángulos pueden ser rectos, adyacentes y van a tener ... y eso me lo enseñaron a mí en octavo, en noveno y décimo, y no ha cambiado.*
- (4) *Pues yo siempre digo que las matemáticas son una forma para uno no dejarse dar en la cabeza. Es una forma de contar, sumar y restar, es una forma donde uno aprende a poder manejar su propio dinero, su propio recurso, su propio recreo.*
- (5) *Porque es una herramienta esencial para la vida, porque es una forma de ellos aprenderse a defender y de aprender a manejar sus recursos, es una forma donde ellos tienen la oportunidad de decir, cuanto tengo, cuanto debo, y no necesita una forma mágica, sino que uno, por sí mismo, la misma experiencia le va enseñando.*

4.2.6. Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso C

Como se puede observar en el gráfico 10, la mayoría de las categorías que surgieron del análisis de la entrevista a la profesora C están asociadas con la concepción de la enseñanza de las matemáticas que está *centrada en el contenido con énfasis en la ejecución*, y en este sentido será esta la concepción que se describirá en esta sección, sin embargo se le recuerda al

lector que en el anexo 2 se presentan las descripciones de las categorías asociadas con las otras dos concepciones de la enseñanza de las matemáticas.

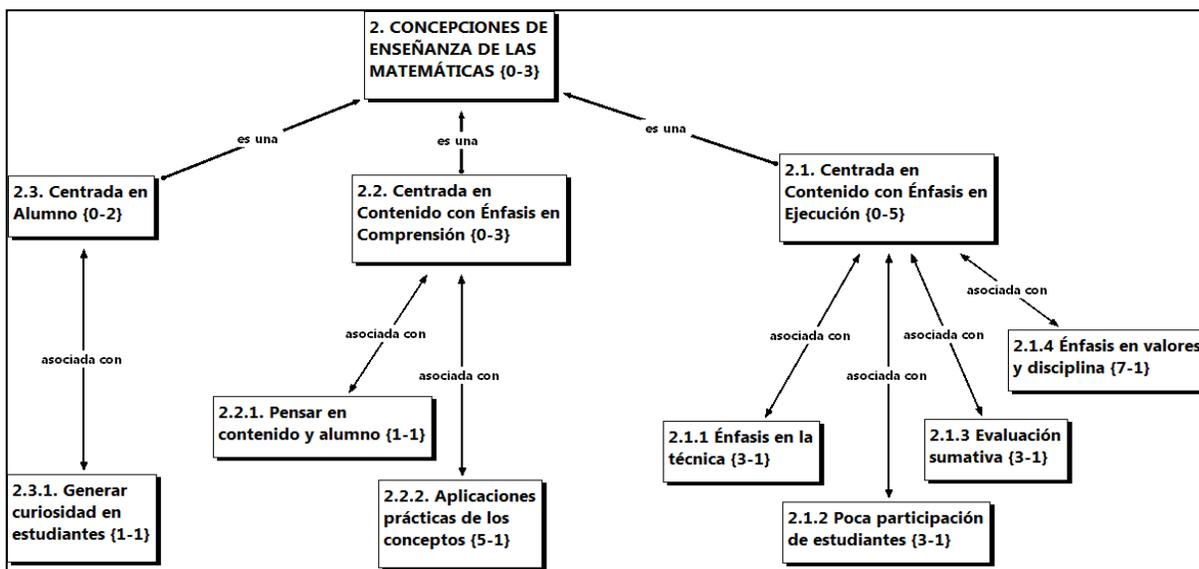


Grafico 10. Caso C. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de entrevista semiestructurada.

La descripción comienza con la categoría *énfasis en la técnica*, que tiene que ver con el sentido que la profesora le otorga a la asignatura y con las actividades que propone para que los estudiantes la aprendan. En este sentido la profesora resume lo que normalmente hace en sus clases diciendo que, primero ella explica el tema en el tablero, luego realiza un par de ejercicios, y con base en ellos deja otros para que los realicen los estudiantes, después de un rato elige a algún estudiante, generalmente al que primero termina, para que resuelva los ejercicios en el tablero (1). De lo anterior se percibe el énfasis que la profesora pone en la realización de ejercicios por parte de los estudiantes y en la aplicación de las técnicas que ella les ha enseñado para ello, lo cual es característico de la concepción que hace énfasis en la ejecución. Relacionado con lo anterior, la profesora comenta que a ella le gustan los “ejercicios competidos”, que es una especie de estrategia que utiliza la profesora para motivar

a los estudiantes y que consiste en premiar con una buena nota a los que primero terminan de hacer los ejercicios (2).

La categoría *poca participación de los estudiantes*, hace alusión al papel que desempeñan los estudiantes en la clase, y en este sentido, si bien inicialmente la profesora comenta que en sus clases los alumnos siempre van a tener la palabra, también aclara que es ella la que da las directrices del tema, al punto que lo que se infiere de lo que la profesora dice acerca de cómo participan los estudiantes, es que es una participación pasiva, que se limita a la realización de los ejercicios, a responder y hacer preguntas relacionadas con las técnicas y procedimientos que se deben utilizar, y a salir al tablero a solucionar los mismos ejercicios (3). En este sentido, cuando se le pregunto si alguna vez un estudiante le ha propuesto algún tema o alguna actividad para hacer en la clase de matemáticas, ella contesta tajantemente que no, que hasta ahora no le ha pasado (4).

La tercera categoría asociada con la concepción de la enseñanza que hace énfasis en la ejecución se ha denominado: *evaluación sumativa*, y tiene que ver con la forma como la profesora evalúa a sus estudiantes. En este sentido la profesora comenta que para obtener la nota definitiva, promedia las calificaciones de todo el periodo, en las que incluye las notas de los talleres, los exámenes y las tareas, de esta manera, la profesora dice que durante un periodo el estudiante puede llegar a acumular hasta diez calificaciones (5). Se ha vinculado esta categoría con la concepción que hace énfasis en la ejecución, porque se considera que con esta manera de evaluar, la profesora podría estar privilegiando aspectos relacionados con el cumplimiento y la disciplina en la entrega de los trabajos, en lugar de valorar los avances particulares en cuanto al aprendizaje de las matemáticas.

Un aspecto relacionado con la manera de evaluar, tiene que ver con lo que la profesora respondió cuando se le pregunto por la forma como ella maneja los errores que cometen los estudiantes, a lo cual contesto refiriéndose a la corrección de las evaluaciones escritas, la cual consiste en que, una vez terminada la evaluación ella o alguno de los estudiantes sale al tablero para resolver los ejercicios propuestos en la prueba (6). De acuerdo con lo anterior, teniendo en cuenta que la actividad se realiza el mismo día en que se aplica la prueba, es probable que la profesora no sepa que errores han cometido los estudiantes, con lo cual la retroalimentación que se puede generar durante la actividad tal vez no sea muy completa y se limite a mostrar el procedimiento correcto para resolver los ejercicios, lo cual es muestra del énfasis que se pone en la ejecución y la aplicación de los procedimientos enseñados, dejando de lado las particularidades que pueden resultar del proceso de evaluación del aprendizaje.

- | |
|--|
| <p>(1) <i>Pero no me gusta estar como en el tablero siempre, siempre es, el tema es este, trabajamos esto, esto lo vamos a hacer así, así y así, explicamos unos ejercicios, dejamos otros, luego sacamos al tablero, y ya, ellos son los dueños de la clase. Es así la mecánica, más que todo eso.</i></p> <p>(2) <i>En cuanto a los ejercicios, yo soy más dada a hacer ejercicios aquí, me gusta los ejercicios competidos, yo coloco diez ejercicios y los primeros cinco o los primeros diez estudiantes que los hagan les coloco un revisado.</i></p> <p>(3) <i>En el salón de clase ellos siempre van a tener la palabra, es muy poco lo que yo hablo, yo hablo 10 minutos y yaaa, doy las directrices del tema y yaaa, el resto va fluyendo por ellos, por las preguntas que ellos hacen, por las dudas que ellos tienen y cómo hago profe, y qué hago profe, y qué entrego, entonces así es...</i></p> <p>(4) <i>¿alguna vez un estudiante le ha propuesto algún tema o alguna actividad para hacer en la clase de matemáticas? No, hasta ahora no.</i></p> <p>(5) <i>el estudiante durante un periodo puede llegar a tener diez calificaciones, en esas diez calificaciones esta una de un trabajo, entrega de talleres, tareas, cuaderno, exámenes, y de todas esas notas promediamos y sacamos la definitiva.</i></p> <p>(6) <i>Siempre terminada la evaluación, siempre yo pregunto: ¿quién hizo el primer punto?, ¿quién quiere salir al tablero?, entonces yo les digo: van a colocar abajo corrección de la evaluación, entonces salimos al tablero o yo les explico, va saliendo uno por uno, entonces yo les digo, sin</i></p> |
|--|

mirar, entonces cuando les entrego les digo volteemos la hoja, y miren si está bien calificado o está mal calificado.

Finalmente, la cuarta categoría asociada con la concepción de la enseñanza que hace énfasis en la ejecución es: *énfasis en valores y disciplina*, la cual surgió de algunas expresiones en las que la profesora C, da muestras de la importancia que le otorga a valores como la responsabilidad, el cumplimiento y la disciplina de los estudiantes. En este sentido, cuando se le pregunto por las cualidades que debería tener un buen estudiante de matemáticas, ella contesto que un buen estudiante debe ser aplicado, cumplido con la entrada a clase, con la entrega de los talleres y con las evaluaciones, al punto que para ella es más importante que un estudiante sea cumplido así no logre aprender matemáticas, en lugar de un estudiante que sabe matemáticas pero que no cumple con todas su obligaciones académicas (1, 2, 3). Se vinculó esta categoría con la concepción que hace énfasis en la ejecución porque, al privilegiar actitudes como la disciplina y el cumplimiento en la entrega de trabajos, se considera que la profesora puede estar sobreestimando aspectos relacionados con la ejecución de tareas, que en ocasiones pueden resultar repetitivas, en lugar de valorar los procesos de comprensión y aprendizaje que el estudiante va logrando por su propia cuenta.

- (1) *Yo pienso que el buen estudiante de matemáticas es el que cumple con todas sus actividades y con todos los procesos de matemáticas, no el que es nerd y saca siempre E, sino el que está allí, que cumple, que es responsable, que tiene sus valores, que trae sus tareas, que hace sus consultas, que está activo a colaborarle al compañero.*
- (2) *Siempre trato que mis estudiantes no se retiren o no pierdan matemáticas porque no saben, sino porque de pronto no tienen interés, porque no son cumplidos, porque no son responsables, más no porque no saben... En pocas palabras conmigo no pierde matemáticas el estudiante que siempre saque cero, sino el estudiante que nunca entra a sacar cero.*
- (3) *Yo siempre les digo, no los puedo pasar porque ustedes no vienen, aunque yo sé que ustedes saben, sino que yo los tengo que pasar porque ustedes han cumplido con un proceso, han estado aquí, con dificultades y todo pero están.*

4.3. Tercer Nivel de Análisis: *Comparación entre las concepciones identificadas*

En este apartado se tratará de establecer relaciones, primero entre las concepciones identificadas en el análisis de las entrevistas, es decir entre la concepción de la naturaleza de las matemáticas y la concepción de la enseñanza de las matemáticas que cada profesora tiene. Y luego, entre las concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas y las que se identificaron a partir de las observaciones de clase de cada profesora (en la práctica).

4.3.1. Comparación entre la concepción de la naturaleza de las matemáticas y la concepción de la enseñanza de las matemáticas, identificadas a partir de la entrevista.

Distintos autores se han referido a la relación que existe entre la concepción que un profesor tiene de la naturaleza de las matemáticas y la que tiene de su enseñanza, planteando que la primera ejerce influencia sobre la segunda. Al respecto Hersh (1986) citado por Thompson (1992), plantea que: “Las concepciones de lo que las matemáticas son afecta la concepción de cómo deben ser presentadas. La forma de presentación es una indicación de lo que uno cree que es más esencial en ella...” (p. 127).

En este sentido Thompson (1992) establece para cada una de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas identificadas por Ernest (1989), la correspondencia con una de las concepciones de la enseñanza identificadas por Kuhs y Ball (1986), de tal manera que la concepción de la enseñanza centrada en el alumno es la que se seguiría naturalmente desde la concepción de resolución de problemas de la naturaleza de las matemáticas, la concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión es la que se seguiría desde la concepción platónica y la concepción de la enseñanza centrada en el contenido con

énfasis en la ejecución es la que se seguiría desde la concepción instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas (p. 136).

En la siguiente tabla se presentan a manera de resumen, las concepciones de la naturaleza y de la enseñanza de las matemáticas identificadas en cada caso a partir de las entrevistas realizadas.

Caso	Concepción de Naturaleza de las Matemáticas	Concepción de Enseñanza de las Matemáticas
Caso A	Platónica	Centrada en contenido con énfasis en comprensión
Caso B	Platónica	Centrada en contenido con énfasis en comprensión
Caso C	Instrumentalista	Centrada en contenido con énfasis en ejecución

Tabla 8. Concepciones de la naturaleza y de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas.

En el caso de la profesora A se observa que la correspondencia planteada por Thompson (1992) entre la concepción de la naturaleza de las matemáticas y la concepción de la enseñanza de las matemáticas, al menos en las que se identificaron a partir de la entrevista se cumple, pues la profesora manifiesta una concepción platónica de la naturaleza de las matemáticas y a su vez, con respecto a la enseñanza una concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión. Notamos que con respecto a la naturaleza de las matemáticas ella las asume como una ciencia exacta, segura, un cuerpo estático de estructuras interconectadas, por medio de la cual el estudiante aprende a pensar; y con respecto a la enseñanza de las matemáticas, ella además de considerar el contenido que se enseña, también

tiene en cuenta al estudiante y los procesos de comprensión de las relaciones lógicas entre las diferentes ideas matemáticas que él debe realizar, es decir el proceso de descubrir las matemáticas.

Ahora bien, también hay que decir que, tanto con respecto a la naturaleza de las matemáticas como a la enseñanza de las matemáticas, en ninguno de los dos casos, la profesora A manifiesta una identificación plena con la concepción identificada, pues como se pudo observar en la sección anterior, al describir las concepciones de la naturaleza y de la enseñanza, surgieron categorías que estaban asociadas a concepciones distintas a las señaladas arriba. Estas categorías estaban asociadas especialmente a la concepción instrumentalista en el caso de la naturaleza y a la centrada en el contenido con énfasis en la ejecución en el caso de la enseñanza. Sin embargo, esto también confirma la relación que plantea Thompson (1992) con respecto a la influencia que la concepción de la naturaleza de las matemáticas ejerce sobre la de la enseñanza, pues desde la naturaleza hay expresiones de la profesora que presentan a las matemáticas como una herramienta útil y desde la enseñanza otras que muestran que para la profesora es importante el dominio y la habilidad de los estudiantes para ejecutar los procedimientos que ella les enseña.

En el caso de la profesora B también se cumple la correspondencia planteada por Thompson (1992), en el sentido de que la profesora manifiesta con mayor fuerza una concepción platónica de la naturaleza de las matemáticas y a su vez, una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión. Una de las categorías que emergieron del análisis de la concepción de la naturaleza de las matemáticas fue: *Las matemáticas como la ciencia de los números dividida en sistemas*, la cual guarda relación con

algunas de las categorías que surgieron al identificar la concepción de la enseñanza de las matemáticas, como por ejemplo: *Aprendizaje por descubrimiento* y *El buen estudiante va más allá de lo que se ve en la clase*. Se considera que estas categorías se relacionan en el sentido de que cuando la profesora define las matemáticas como una ciencia dividida en sistemas y que estos sistemas se relacionan entre sí, plantea la necesidad de ayudar al estudiante a comprender esas relaciones lógicas que existen entre las ideas y conceptos matemáticos, lo cual entra en consonancia con lo que ella expresa a cerca de la enseñanza, por ejemplo cuando dice que su interés está en que al presentar un contenido sean los estudiantes mismos los que descubran el concepto a partir de un ejemplo sin tener que ella dárselos directamente, o cuando plantea que un buen estudiante debe ir más allá de lo que se ve en la clase, refiriéndose a los esfuerzos que deben realizar para ir profundizando en los conceptos por cuenta propia, lo mismo que ocurre cuando buscan otros métodos para solucionar los ejercicios, lo cual les permite avanzar en la comprensión de los conceptos, ideas y procedimientos matemáticos.

En este mismo sentido, otra categoría que surgió del análisis de la concepción de la naturaleza de las matemáticas fue: *orientar con lo que ya está descubierto*, en la cual la profesora expresa su acuerdo con el hecho de considerar las matemáticas como un cuerpo acabado de conocimientos, lo cual es característico de la concepción platónica de la naturaleza de las matemáticas. Esta categoría guarda relación con otra que se identificó en el análisis de la concepción de la enseñanza y llamada: *la profesora selecciona los contenidos*, en la cual la profesora expresa que los estudiantes no participan en la elección de los temas que se imparten en el salón y que siempre han trabajado con lo que ella les lleva. La relación se plantea en el sentido de que considerar las matemáticas como un cuerpo acabado de

conocimientos, podría llevar a la profesora B a asumir desde la enseñanza, que los contenidos de las clases ya están definidos, bien sea en los libros, los planes de estudio o el currículo escolar, por lo cual la participación de los estudiantes en este aspecto no sería necesaria.

En el caso de la profesora C, la correspondencia entre la concepción de la naturaleza de las matemáticas y la concepción de la enseñanza también se cumple, pero a diferencia de las otras dos profesoras, la profesora C tiene una concepción instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas y en consecuencia una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la ejecución. Al preguntarle por la naturaleza de las matemáticas, la profesora contesta haciendo énfasis en la utilidad que ellas representan para desenvolverse en la vida, lo cual se vincula con la concepción instrumentalista planteada por Ernest (1989), desde la cual se asumen las matemáticas como un conjunto de reglas y hechos no relacionados, pero útiles. La concordancia con la concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la ejecución, consiste en que desde esta concepción el interés no está puesto en la comprensión de las relaciones lógicas entre las ideas y procesos matemáticos sino en demostrar el dominio de las habilidades para desarrollar ejercicios utilizando las reglas que han sido aprendidas, es decir la habilidad para utilizar la “herramienta” apropiada en el momento de resolver un determinado ejercicio, semejante a lo que Ernest (1989) plantea acerca de las matemáticas cuando las define como una “caja de herramientas” para referirse a la concepción instrumentalista de la naturaleza de las matemáticas.

4.3.2. Comparación entre las concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas y a partir de los diarios de observación de clase.

En la siguiente tabla se presentan a manera de resumen las concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas realizadas a las profesoras y las que se identificaron a partir de los diarios de observación de clase.

Caso	Concepción de Enseñanza de las Matemáticas - Entrevista	Concepción de Enseñanza de las Matemáticas – Observaciones
Caso A	Centrada en contenido con énfasis en comprensión.	Centrada en contenido con énfasis en ejecución.
Caso B	Centrada en contenido con énfasis en comprensión.	Centrada en contenido con énfasis en comprensión.
Caso C	Centrada en contenido con énfasis en ejecución.	Centrada en contenido con énfasis en ejecución.

Tabla 9. Concepciones de la enseñanza de las matemáticas identificadas a partir de las entrevistas y a partir de las observaciones de clase

Se considera importante realizar esta comparación partiendo del hecho que plantea Thompson (1992), en el sentido de que las concepciones de la enseñanza de las matemáticas de los profesores no mantienen una relación causa-efecto sencilla con sus prácticas de enseñanza, y que en cambio la relación es más compleja, por la incidencia de distintas fuentes entre las que se puede nombrar el contexto social donde la enseñanza tiene lugar. Al respecto el autor plantea:

Debe ser claro desde el debate anterior que la relación entre concepciones de la enseñanza de los profesores y su práctica no es una relación simple. Sin embargo, un supuesto que parece subyacer en la mayoría de las investigaciones es que la relación es de una causalidad lineal, donde primero vienen las creencias y, a continuación, sigue la práctica. La literatura, sin

embargo, sugiere que la relación es más compleja, que implica un dar y tomar entre las creencias y la experiencia y, por lo tanto, es de naturaleza dialéctica. (p. 134)

Antes de iniciar la comparación para cada caso de las profesoras, es importante precisar que el interés no está puesto en buscar las causas de las posibles incoherencias o contradicciones que puedan surgir entre las concepciones de enseñanza identificadas, y tampoco lo es, el establecer juicios sobre las prácticas de enseñanza de las profesoras. Esta comparación se hace porque se considera que puede aportar de manera significativa a la caracterización de las concepciones de la enseñanza de los profesores que participaron en este estudio, tal como lo plantea Thompson (1992):

Cualquier intento serio para caracterizar las concepciones de los docentes de la disciplina que él o ella enseña no debería limitarse a un análisis de los puntos de vista profesados del profesor. También debe incluir un examen de la configuración de la enseñanza, las características de las prácticas de ese profesor y la relación entre las visiones profesadas del profesor y la práctica. (p. 134)

En el caso de la profesora A, al realizar la comparación de las concepciones identificadas en uno y otro momento se observa una especie de inversión del fenómeno analizado, es así como a partir de las entrevistas la profesora manifiesta una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión, pero al analizar los diarios de las observaciones de sus prácticas de enseñanza la concepción identificada correspondió a la que está centrada en el contenido con énfasis en la ejecución.

De manera general, en el análisis de la entrevista realizada a la profesora, las categorías que fueron asociadas a la concepción que hace énfasis en la comprensión están relacionadas con la

tendencia de la profesora a considerar la importancia del estudiante en el proceso de enseñanza, es así que surgieron categorías como: *pensar en el tipo de estudiantes, otras formas de llegar a los estudiantes, estrategia de trabajo en grupo, la enseñanza ya no es como antes y evaluación formativa*, en las cuales se percibe la intención de la profesora de no solo prestar atención al contenido que se imparte, sino también a los procesos de comprensión que realiza el alumno, lo cual es característico de esta concepción. Sin embargo, al observar sus prácticas de enseñanza se encontró que el énfasis está puesto en la ejecución, como lo muestran las categorías que surgieron del análisis de los diarios de observación, entre las cuales están: *énfasis en la técnica, autoridad y llamados de atención, ejercicios tipo, frecuente utilización del tablero y poca participación de estudiantes*. De este análisis también surgieron algunas categorías que fueron asociadas a la concepción que hace énfasis en la comprensión, tales como: *trabajo en equipo, concesiones de la profesora y procedimientos diferentes*, las cuales si bien muestran el interés de la profesora en el estudiante y en los procesos de comprensión que él realiza, no son suficientes para concluir que esa sea la concepción de la enseñanza de la profesora A, entre otras cosas porque no se apartan totalmente del hecho de buscar desarrollar en los estudiantes la habilidad y destreza en la aplicación de procedimientos para resolver los ejercicios, lo cual es característico de la concepción que hace énfasis en la ejecución.

En el caso de la profesora B, se encontró un alto grado de coherencia entre las concepciones de la enseñanza identificadas a partir, tanto de la entrevista como de las observaciones de clase. En ambos casos la concepción de la enseñanza que la profesora manifiesta con mayor fuerza es la que está centrada en el contenido con énfasis en la comprensión.

La coherencia señalada se manifiesta en las categorías que surgieron en cada uno de los análisis, por ejemplo cuando se realizó el análisis de la entrevista surgió la categoría *aprendizaje por descubrimiento*, que recogió las expresiones de la profesora relacionadas con su interés en que los estudiantes descubran por sí mismos los conceptos, a partir de ejemplos prácticos sin tener que ella presentarles el concepto terminado. Esta categoría guarda relación con otras que surgieron del análisis de los diarios de observación como: *ayudas didácticas* y *fomentar el descubrimiento*, las cuales muestran lo que la profesora hace en las clases para tratar de que los estudiantes logren comprender los conceptos que se estudian, ayudándose de distintos elementos dependiendo del tema de estudio. En este sentido se observó en las clases de la profesora que ella trataba de que los estudiantes llegaran al concepto por sí mismos, generalmente planteándoles preguntas de manera continua de tal forma que poco a poco con sus respuestas se fueran acercando a la solución de los problemas planteados.

También se observó la coherencia entre las concepciones de la enseñanza que manifiesta la profesora B, cuando en la entrevista comenta acerca de la necesidad de utilizar estrategias distintas a las de antes para enseñar las matemáticas, refiriéndose a no hacer énfasis en la realización de gran cantidad de ejercicios como se hacía antes y en cambio buscar otras estrategias para que los estudiantes comprendan los conceptos, como lo demostró en sus clases a partir de los ejercicios que propone, las ayudas didácticas que utiliza y la poca utilización del tablero.

En el caso de la profesora C, se observó que también hay coherencia entre las concepciones identificadas a partir del análisis de la entrevista y a partir de los diarios de observación de clase, pero a diferencia de lo que ocurrió con la profesora B, en este caso la

concepción de la enseñanza de las matemáticas es la que está centrada en el contenido con énfasis en la ejecución.

Como se puede observar en los mapas mentales que surgieron del análisis de la entrevista y de los diarios de observación de clase, en ambos casos la mayoría de las categorías están asociadas a la concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la ejecución. Se notan ciertas semejanzas entre las categorías de uno y otro análisis, por ejemplo en el análisis de las entrevistas surgió la categoría: *énfasis en valores y disciplina*, la cual incluían expresiones de la profesora relacionadas con la importancia que ella le otorga a aspectos de la personalidad de los estudiantes como ser cumplido en la entrega de los trabajos, ser disciplinado, entrar y llegar temprano a todas las clases, etc. Y en el análisis de los diarios de observación de clase surgió la categoría: *frecuentes llamados de atención*, que recoge aquellas expresiones y actuaciones de la profesora en las que ejerce su autoridad en el salón de clases para tratar de que los estudiantes cumplan con aspectos también relacionados con la disciplina y las normas de comportamiento.

También hay semejanza entre las categorías *énfasis en la técnica*, que surgió del análisis de la entrevista, con las categorías: *énfasis en la técnica y ejercicios tipo*, que surgieron del análisis de los diarios de observación. La relación está en que en ambos casos se manifiesta la realización de ejercicios en clase como estrategia para enseñar las matemáticas, estos ejercicios los estudiantes primero los realizan en sus cuadernos, tomando como modelo uno o dos que la profesora ha resuelto con anterioridad, y después algún estudiante sale a resolverlos en el tablero para mostrar el procedimiento correcto y permitir que los demás estudiantes corrijan los errores que se hayan cometido.

La coherencia entre las concepciones de la enseñanza identificadas en el caso de la profesora C se manifiesta también en la participación de los estudiantes en clase, pues tanto en el análisis de la entrevista como en el de los diarios de observación este aspecto fue asociado con la concepción que hace énfasis en la ejecución, porque en ambos casos se infiere que la participación de los estudiantes se limita a escuchar, responder a las preguntas de la profesora y hacer los ejercicios que ella les propone, lo cual es característico de la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución.

5. Conclusiones y Reflexiones

El punto de partida del presente estudio fue identificar las concepciones que algunos profesores tienen sobre la naturaleza y la enseñanza de las matemáticas, con el fin de conocer y comprender su influencia en sus prácticas de enseñanza. El camino recorrido, hasta llegar a este punto, ha sido largo y, en ocasiones, tortuoso; comprender es más complicado que conocer. Por ello, inicialmente me gustaría exponer lo que me ha aportado esta investigación.

Los capítulos dedicados a la revisión teórica han sido de gran ayuda. Conocer los aportes de algunos de los trabajos vinculados al objeto de estudio, me ha proporcionado una visión de las concepciones, que, además de ganar en profundidad, me ha hecho remodelar, incluso modificar, mis concepciones previas y mis prácticas docentes.

Entender cómo funcionan y cómo influyen las concepciones sobre la naturaleza y la enseñanza de las matemáticas en nuestro quehacer cotidiano en la escuela, también me ha ayudado a comprender la dificultad del cambio de los docentes. Es por eso que considero que el primer aporte de este estudio, es personal: asumir en carne propia la transformación de mis concepciones (cambio representacional) con sus consecuencias en la propia práctica docente, me llevan a concluir que este estudio ha contribuido a mejorar mi docencia.

Por otra parte, haciendo alusión al objeto de este estudio, al intentar identificar las concepciones de la naturaleza de las matemáticas, se encontró que de manera general en los tres casos estudiados, se presentan debilidades conceptuales al intentar responder a la pregunta ¿qué son las matemáticas?, lo cual dio muestra de la ausencia en los profesores de perspectivas históricas y filosóficas, cultivadas, de las matemáticas. Para ellos las matemáticas son las

matemáticas del currículo de la escuela: aritmética, álgebra, geometría, etcétera. Esta visión estrecha de las matemáticas, como lo plantea Thompson (1992), puede ayudar a explicar la preponderancia de las visiones instrumentalista y platónica de las matemáticas en las profesoras participantes de este estudio.

No obstante las deficiencias teóricas manifestadas por los profesores, al comparar sus concepciones de la naturaleza de las matemáticas con las que se identificaron sobre la enseñanza de las matemáticas a partir de la entrevista realizada a cada uno de ellos, se encontró que la estrecha correspondencia planteada por Thompson (1992) entre los modelos de enseñanza de las matemáticas identificados por Kuhs y Ball (1986), con los modelos de la naturaleza de las matemáticas que propuso Ernest (1988), se cumplió, en el sentido que en las dos profesoras con una concepción platónica de la naturaleza de las matemáticas, se identificó una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión; y en la profesora con una concepción instrumentalista de las matemáticas, se identificó una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la ejecución.

Sin embargo, al comparar las concepciones de la enseñanza identificadas a partir de la entrevista, con las que se identificaron a partir de las observaciones de la práctica de las profesoras, se encontró que en uno de los tres casos, la concepción no es la misma, pasando de una concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión (identificada en entrevista), a tener en la práctica una concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución. Esta incoherencia presentada entre la concepción profesada y la concepción en la enseñanza práctica, entre otras cosas confirma una consideración metodológica importante, que afortunadamente se tuvo en cuenta al abordar este estudio, en relación a que el esfuerzo de

identificar las concepciones de la enseñanza de los profesores no se debe limitar al análisis de sus puntos de vista sobre la enseñanza, sino que también debe incluir la observación de sus prácticas de enseñanza.

A propósito de la incoherencia presentada en el caso de la profesora A, entre la concepción de la enseñanza identificada a partir de la entrevista y la concepción identificada a partir de las observaciones de clase, y teniendo en cuenta que entre los propósitos de un trabajo de investigación está el de plantear nuevos temas de investigación que ayuden a profundizar un determinado campo de estudio, considero pertinente plantear, a quienes consideren continuar investigando sobre el tema, el indagar por las causas que suscitan dichas discrepancias, las cuales generalmente están asociadas al contexto social en el que la enseñanza de las matemáticas tiene lugar, y que como lo plantea Ernest (1988) es tan poderoso que en ocasiones profesores en la misma escuela con concepciones de la naturaleza y de la enseñanza de las matemáticas distintas, terminan adoptando prácticas de aula similares.

En este mismo sentido, en el caso de las profesoras que manifiestan coherencia entre las concepciones de la enseñanza identificadas, especialmente el caso de la profesora B que tiene una concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión, también puede ser enriquecedor indagar acerca de cómo ella llegó a las concepciones y prácticas actuales, pues dicha información será valiosa para entender cómo los profesores modifican y reorganizan sus creencias a través del tiempo, y cómo sus concepciones influyen sus prácticas de enseñanza.

Al realizar el análisis de las entrevistas y de los diarios de observación de clase, si bien fueron pocas las expresiones y actitudes de las profesoras relacionadas con el hecho de sostener una concepción de la enseñanza centrada en el alumno, en el caso de la profesora B y en el de la profesora C, surgieron en cada uno un par de categorías que fueron asociadas a dicha concepción. Por ejemplo, tanto en la entrevista como en la práctica, B manifiesta que para ella es importante que los estudiantes apliquen los conceptos que se estudian, en situaciones de su propio contexto. Y en el caso de la profesora C, de la entrevista surgió una categoría que hace alusión a despertar la curiosidad en los estudiantes, y en la observación de sus prácticas se notó algún interés en tratar de relacionar los conceptos matemáticos estudiados con otros campos del conocimiento. Con esto se quiere mostrar que, aunque estas expresiones no son suficientes para concluir que las profesoras sostienen una concepción de la enseñanza centrada en el alumno, si son muestra de que al menos, en alguna medida se tiene conciencia de la importancia de considerar al estudiante como el centro de la enseñanza, de manera que sean sus ideas e intereses los que determinen la forma como se organiza la materia. Y en este sentido considero que se podrá ir avanzando en la medida en que también se logren superar las deficiencias conceptuales a las que nos referimos antes, y que tienen que ver con la ausencia en los profesores de perspectivas históricas y filosóficas, cultivadas, de las matemáticas.

La categoría mencionada en el caso de la profesora C, sobre su interés en tratar de relacionar los conceptos matemáticos estudiados con otros campos del conocimiento, y que surgió a partir del intento de relacionar sin mucho éxito, el tema que estaba enseñando sobre números binarios con la computación y la informática, constituye un buen ejemplo para concluir que determinados modelos de la enseñanza de las matemáticas requieren una gran cantidad de conocimientos esenciales por parte del profesor para poderlos aplicar con éxito. Y

por lo tanto, esto también puede ser causa de las incoherencias que suelen presentarse al identificar las concepciones de la enseñanza de los profesores y sus prácticas, como lo plantea Thompson (1992):

Así, algunas incoherencias entre creencias profesadas de los docentes y prácticas también pueden ser manifestaciones de ideales planteados de enseñanza que no pueden realizarse porque los profesores no poseen las habilidades y conocimientos necesarios para ponerlos en práctica. (P. 138)

Finalmente, se propone ampliar el estudio de identificación de las concepciones de la naturaleza de las matemáticas y de la enseñanza de las mismas, a otras instituciones del Departamento del Cauca, para tener mayor información del estado actual de la enseñanza de las matemáticas y poder así implementar estrategias que redunden en una mejor calidad de la educación en nuestro departamento.

Bibliografía

- Agudelo Valderrama, C. (2008). The power of colombian mathematics teachers' conceptions of social/institutional factors of teaching. *Educational Study in Mathematics*, 68, 37–54.
- Andrews, P., y Hatch, G. A. (1999). A new look at secondary teachers' conceptions of mathematics and its teaching. *British Educational Research Journal*, 25(2), 203-214.
- Antón Nuño, M. (2012). Docencia Universitaria: Concepciones y Evaluación de los Aprendizajes. Estudio de Casos. Tesis doctoral. Universidad de Burgos, Facultad de Humanidades y Educación. Burgos, España.
- Arancibia, M., Caro, C., Casanova, R., y Godoi, V. (2014). *¿Existe relación entre las concepciones sobre aprender y enseñar con TIC en profesores de diferentes disciplinas?* Artículo publicado en: Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires, Noviembre de 2014. Disponible en: www.oei.es/congreso2014/memoriactei/884.pdf
- Azcárate, C. (1998). La formación del profesor de matemáticas. Fundamentos, principios y estrategias. Seminario de doctorado dictado en la Universidad del Zulia, Venezuela (material mimeografiado).
- Azcárate, C., García, L. y Moreno, M. (2005). Conocimiento del Contenido Didáctico del profesor de matemáticas de universidad y su relación con otros contenidos disciplinares. Algunas consideraciones sobre los créditos ECTS. *IX SIMPOSIO SEIEM*. Córdoba.
- Azcárate, C., García, L. y Moreno, M. (2006). Concepciones, creencias y conocimiento profesional de profesores que enseñan cálculo diferencial a estudiantes de ciencias económicas. *Relime*, 9(1), 85-116.

- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, Vol. 22 (2), pp. 241-250.
- Beltrán, Y., Quijano, M., y Villamizar, G. (2008). *Concepciones y prácticas pedagógicas de los profesores que enseñan ciencias naturales y ciencias humanas en programas de ingeniería de dos universidades colombianas*. Ponencia, en: Segundo Coloquio de Investigación e Innovación en Enseñanza de Las Ciencias -CIEC Colombia. 2008. Disponible en: http://portalweb.ucatolica.edu.co/easyWeb2/files/21_986_v-3-n-1-i-beltran-y-otros.pdf
- Benítez, W. (2011). *Concepciones acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: Un estudio comparativo entre docentes en ejercicio y docentes en formación*. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación. Universidad del Cauca, Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación. Popayán, Colombia.
- Binimelis, M. (2011). Creencias de los docentes de matemática sobre la naturaleza y enseñanza de su disciplina. Integrar: Un blog sobre Matemática y TIC. Recuperado: <https://mbini.wordpress.com/2011/01/27/%EF%BB%BF%EF%BB%BF%EF%BB%BFcreencias-de-los-docentes-de-matematica-sobre-la-naturaleza-y-ensenanza-de-su-disciplina/>
- Buendía, L., Carmona, M., González, D., y López, R. (1999). *Concepciones de los profesores de Educación Secundaria sobre evaluación*. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. *Revista Educación XXI*, 2, 125-154.
- Caballero Pérez, M. A. (2010). *“Concepciones y enseñanza del concepto ecuación lineal. Un estudio con profesores de bachillerato”*. México.
- Caballero, A. (2007). Las actitudes y emociones ante las Matemáticas de los estudiantes para Maestros de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Trabajo

final de Máster de Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y de las Matemáticas. Departamento de Didáctica de las CC. Experimentales y de las Matemáticas, Universidad de Extremadura.

Campanario, J. M. (2003). Contra algunas concepciones y prejuicios comunes de los profesores universitarios de ciencias sobre la didáctica de las ciencias. *Revista de enseñanza de las ciencias* 21 (2), 319-328. Documento consultado el día 5 de octubre de 2014 y recuperable en <http://www2.uah.es/jmc/an33.pdf>

Carrillo, J. (1998). Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones. Servicio de Publicaciones. Universidad de Huelva.

Climent, N., Romero, J., Carrillo, J., Muñoz, M.C, y Contreras, L.C. (2013). *¿Qué conocimientos y concepciones movilizan futuros maestros analizando un vídeo de aula?* Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, México, D.F., v. 16, n. 1, p. 13-36.

Contreras, L. (1998). *Marco Teórico sobre concepciones acerca de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*. Capítulo 2. Disponible en: <http://www.uhu.es/luis.contreras/tesis texto/cap2.htm>

Contreras, L. (2009). *Concepciones, Creencias y Conocimiento: Referentes de la Práctica Profesional*. Conferencia dictada en el Primer Congreso Internacional de Educación en Ciencia y Tecnología, Catamarca 2009. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología — Volumen 1, Número 1, Diciembre 2009.

Cortés, J., y Sanabria, F. (2012). *Concepciones y creencias de profesores de matemáticas sobre resolución de problemas: Un estudio de casos*. Trabajo de Grado Licenciatura

en Matemáticas y Física. Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía. Santiago de Cali, Colombia.

- Dodera, M., Burrioni, E., Lázaro, M., y Piacentini, B. (2008). *Concepciones y creencias de profesores sobre enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Revista Premisa, 10 (39), 5-16. Recuperado de: <http://www.soarem.org.ar/Documentos/39%20Dodera.pdf>
- Ernest, P. (1989). *The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics at 6th International Congress of Mathematical Education, Budapest, August 1988*. Budapest. Traducido por: Laura Sampson.
- Ferrándiz, F. (2011). *Etnografías contemporáneas. Anclajes, métodos y claves para el futuro*. Editorial Anthropos. Barcelona, España.
- Flores, P. (1998). *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje: Investigación durante las prácticas de enseñanza*. Editorial Comares, Granada, España.
- Gil Cuadra, F., y Rico, L. (2003). *Concepciones y creencias del profesorado de secundaria sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Enseñanza de las ciencias, 21 (1), 27-47. Disponible en: www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21885/
- Godino, J., Batanero, C., y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Granada: Universidad de Granada. Disponible en <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Guerrero, F., Sánchez, N., y Lurdu, O. (2006). *La práctica docente a partir del modelo deca y la teoría de las situaciones didácticas*. Recuperado el 12 de Febrero de 2014, de <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/>

- Homilka, L. (2008). *Influencia de las prácticas docentes en la visión de estudiantes y profesores de matemática acerca de la matemática en el aula y las decisiones didácticas. Tesis de maestría publicada. Cicata - IPN, México.*
- Jarauta, B., y Medina, J. (2009). La formación pedagógica inicial del profesorado universitario: repercusión en las concepciones y prácticas docentes. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 2, 357-370.
- Leal, F. (2005), *Efecto de la formación docente inicial en las creencias epistemológicas.* Revista Iberoamericana de Educación. Número 34/5, Fecha de publicación: 10/01/2005. Disponible en: <http://www.rieoei.org/profesion35.htm>
- Llinares, S. (1989). *Las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas y su enseñanza en estudiantes para profesores de primaria: dos estudios de casos. Tesis doctoral.* Universidad de Sevilla.
- Llinares, S. (1999). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. Publicado en J. Ponte & Serrazina, L. (Eds.) (2000) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas da Escola de Verao-1999* (pp. 109-132).
- Martínez, M. (2003). *Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. Tesis doctoral.* Universidad Autónoma de Barcelona, Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales.
- MEN (1998). *Serie Lineamientos Curriculares, Matemáticas.* Ministerio de Educación Nacional, Santa Fe de Bogotá. Disponible en: <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-89869.html>
- Moreano, G., Asmad, U., Cruz, G., y Cuglievan, G. (2008). *Concepciones sobre la enseñanza de Matemática en un grupo de docentes de primaria de escuelas estatales de Lima.*

Artículo publicado en la Revista de Psicología de la Pontificia Universidad Católica del Perú. Vol. XXVI (2) 2008.

Moreno, M., y Azcárate, C. (2003). Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Enseñanza de las Ciencias*, 265-280.

Moreno, R., y Ríos, P. (2006). Concepciones en la enseñanza del cálculo. *Sapiens Revista Científica de Investigación* (2).

Patiño, G. (2014). *Caracterización de las concepciones de naturaleza del conocimiento matemático en estudiantes de la institución educativa José Celestino Mutis*. Trabajo de grado para optar al título de Magister en Educación. Universidad del Tolima, Facultad de Educación. Ibagué, Colombia.

Pajares, M. (1992). Teachers' Beliefs and Educational Research: Cleaning up a messy Construct. *Review of Educational Research*. 62 (3), pp. 307-332.

Pochulu, M. (2004). Configuraciones en las prácticas docentes de Matemática en la Universidad _ Estudio de un caso: Álgebra en las carreras de Ciencias. *Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales Vol. 2 (4), págs. 31-61. 2004.*

Remesal, A. (2006). *Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático en la educación obligatoria: Perspectiva de profesores y alumnos*. Tesis doctoral.

Rodríguez, G., Gil, J., y García, E. (1996). *Metodología de la investigación cualitativa*. Granada: Editorial Aljibe.

Ruiz, L. (1994). Concepciones de los alumnos de secundaria sobre la noción de función. Tesis doctoral inédita. Universidad de Granada.

- Thompson, A. (1992). *Teacher's beliefs and conceptions: a synthesis of the research*. New York: Macmillan. En D.A. Grouws, (Ed.), *Handbook on mathematics teaching and learning*. Traducido por César Delgado G.
- Vasco, C. (1990). *Algunas reflexiones sobre la pedagogía y la didáctica. Pedagogía, Discurso y Poder*. Santafé de Bogotá: Mario Díaz & José Muñoz.
- Vicente, L. (1995). *Palabras y creencias. Ensayo crítico acerca de la comunicación humana y de las creencias*. Universidad de Murcia, Murcia.
- Vila, A., y Callejo, M. (2005). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Narcea S.A. Madrid.
- Zapata, M., y Blanco, L. (2007). Las concepciones sobre las matemáticas y su enseñanza-aprendizaje de los profesores de matemáticas en formación. *Campo Abierto: Revista de educación*. Vol. 26, No. 2, pp. 83-108.

Referencias Bibliográficas

- Abelson, R. (1979). Differences between belief systems and knowledge systems. *Cognitive Science*, 3, 355-366.
- Atkinson, T. y Claxton, G. (Ed.) (2002). *El profesor intuitivo*. Barcelona: Octaedro.
- Artigue, M. (1990). Epistemologie et Didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 10, nº 2-3, pp. 241-286.
- Biggs, J. B. y Moore, P. J. (1993) *The process of learning*. Sydney: Prentice Hall of Australia.
- Bouazoui, H. (1988) *Conceptions des élèves et des professeurs á propos de la notion de continuité d'une fonction*. Thèse du Doctorat. Université de Laval.
- Brown, A. L. (1987). Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. En E. Weinert, y R. Kluwe, (Ed.). *Metacognition, motivation, and understanding*. Hillsdale, NJ. LEA.
- Claxton, G. (1990). *Teaching to learn. A direction for education*. London: Cassell.
- Davis, P. y Hersh, R. (1989). *Experiencia matemática*. Madrid: MEC, Labor. Original de 1982.
- Green, T. E. (1971). *The activities of teaching*. New York: McGraw-Hill.
- Hofer, B.K. (2002). Personal epistemology as a psychological and educational construct: An Introduction. En B.K. Hofer y P. Pintrich (Ed.). *Personal epistemology: The psychology of beliefs about knowledge and knowing*. Mahwah, NJ. LEA.
- Jackson, P.W. (1975). *La vida en las aulas*. Madrid: Marova.

- Jáuregui, R., Carrasco, L. y Montes, I. (2003). Evaluando, evaluando: ¿Qué piensa y qué hace el docente en el aula? Universidad católica de Santamaría. Recuperado de <http://www.consortio.org/CIES/html/pdfs/R0204.pdf>
- Kelly, G.A. (2001). *Psicología de los constructos personales*. Barcelona: Paidós, 2001.
- Kline, M. (1985). *La pérdida de la certidumbre*. Madrid: Siglo XXI.
- Kuhs, T. M., y Ball, D. L. (1986). Approaches to teaching mathematics: *Mapping the domains of knowledge, skills, and dispositions*. East Lansing: Michigan State University, Center on Teacher Education.
- Lakatos, I. (1978). *Pruebas y Refutaciones*. Madrid: Alianza Universidad. Original de 1976.
- Lerman, S. (1983). Problem solving or knowledge centred: the influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematics and Science Technologic*, 14 (1), pp. 59-66.
- Llinares, S. (1991). *La Formación de profesores de matemáticas*. Sevilla: GID.
- Marton, F. y Saljö, R. (1976a). On qualitative differences in learning-I: Outcome and process. *British Journal of Educational Psychology*. 46, 4-11.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19 (4), 317– 328.
- Pintor, M. (2005). Las concepciones del aprendizaje de los profesores. Tesis doctoral. Universidad Autónoma de Madrid. España.
- Ponte, J.P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. *Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

- Ponte, J.P. (1994). "Knowledge, beliefs and conceptions in mathematics teaching and learning". En L. Bazzini (Ed.), *Theory and practice in mathematics education. Proceedings of the 'Fifth international conference on systematic cooperation between theory and practice in mathematics education*. Grado Italia.
- Pozo, J.I. (1996). *Teorías cognitivas del aprendizaje*. Madrid: Morata.
- Reber, A.S. (1993). *Implicit learning and tacit knowledge*. New York: Oxford University Press.
- Rodrigo, M.J.; Rodríguez, A. y Marrero, J. (1993). *Las teorías implícitas. Una aproximación al conocimiento cotidiano*. Madrid: Visor.
- Samuelowicz, K. y Bain, J.D (2002). Identifying academics' orientations to assessment practice. *Higher Education*, 43, 173-201.
- Schön, D.A. (1998). "*El profesional reflexivo*". Barcelona: Paidós.
- Schraw, G. y Olafson, L. (2003). Teacher's Epistemological World Views and Educational Practices. *Journal of Cognitive Education and Psychology*, 3 (2), 178-235.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22. (pp.1- 36)
- Shavelson, R.J. y Stern, P. (1983). Investigación sobre el pensamiento pedagógico del profesor, sus juicios, decisiones y conductas. En J. Gimeno, J. y A. Pérez, (Ed.), *La enseñanza: su teoría y su práctica* (pp. 372-419). Madrid: Akal.
- Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, 26(3), 9-15.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Segunda Edición. Madrid: Morata.

Tymoczko, T. (1986). *New Direction in the Philosophy of Mathematics*. Boston: Birkhauser.

Vergnaud, G. (1990). Epistemology and psychology of mathematics education. En P. Nesher y J. Kilpatrick, (Eds),. *Mathematics and cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp 14-30). Cambridge: Cambridge University Press.

ANEXO 1

En esta sección presentamos el complemento del primer nivel de análisis, es decir el que se realizó a los diarios de observación de clase, para identificar sus concepciones de la enseñanza de las matemáticas.

- Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso A.

Concepción Centrada en el Contenido con Énfasis en la Comprensión.

Hasta aquí hemos descrito los códigos o categorías asociadas con la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución, que como dijimos al comienzo es la que la profesora A manifiesta con mayor fuerza, sin embargo en las observaciones surgieron otras categorías que hemos asociado con la concepción también centrada en el contenido pero con énfasis en la comprensión, que nos parece importante describir aunque el número de citas en este caso haya sido menor. Nos referimos a expresiones de A que hacen referencia a: *trabajo en equipo, concesiones que hace la profesora y procedimientos diferentes*. En las cuales se nota, de manera general que la profesora además de prestar atención a los contenidos que tienen que aprender los estudiantes, también presta atención a los estudiantes y a los procesos de comprensión que ellos deben ir construyendo de manera individual, lo que Kuhs y Ball (1986) al referirse a la concepción que hace énfasis en la comprensión definieron como: *la influencia dual de contenido y alumno. Por un lado, el contenido es focal, pero por el otro, la comprensión es vista como construida por el individuo* (p. 15).

En este sentido, durante las observaciones de las clases de A encontramos que en todas ellas los pupitres al llegar los estudiantes al salón, por voluntad de la propia profesora se encontraban dispuestos por pares, aclarando que se trataba de mesas individuales con su respectivo asiento, de manera que siempre quedaban dos estudiantes emparejados y así permanecían durante toda la clase, a no ser que por decisión de la profesora tuvieran que cambiar de puesto (1). Esta disposición de pupitres tiene como objetivo que los estudiantes trabajen de manera colaborativa y así se los recuerda ella en distintas oportunidades (4), a tal punto que en una ocasión le llamo la atención a un estudiante que prefirió trabajar solo en lugar de hacerlo con algún compañero (3). Para la profesora parece ser importante que los

estudiantes trabajen en grupo y más aún que los estudiantes aventajados en el tema les colaboren a los que presentan dificultades en la solución de los ejercicios, por lo cual en ocasiones al conformar los grupos de trabajo ella misma decide quién debe trabajar con quién o nombra como *monitor* de la clase al estudiante que mejor resuelve los ejercicios para que pase por las mesas ayudándole a sus compañeros (2, 5). Consideramos que si bien la profesora es quién determina los contenidos que deben aprender los estudiantes, al insistir en que trabajen en grupo está considerando aspectos relacionados con la dimensión humana de los estudiantes como son la confianza, la amistad, el compañerismo, las facilidades de lenguaje y comunicación que puedan existir entre ellos y que a su vez puedan incidir positivamente en la comprensión de los conceptos estudiados.

Siguiendo con la descripción de las categorías asociadas a la concepción que hace énfasis en la comprensión vamos a referirnos a una que recoge un par de expresiones de la profesora **A**, en la cual ella reconoce como válido el procedimiento que efectúa un estudiante al salir al tablero a solucionar un ejercicio, el cual de alguna manera resulta diferente porque el estudiante realiza el ejercicio omitiendo un par de los pasos que ella les ha enseñado, ante lo cual la profesora admite que el estudiante tiene un buen dominio del tema y que es correcto lo que ha hecho (6). A esta categoría la hemos llamado *procedimientos diferentes*, y la asociamos con esta concepción porque consideramos que al aceptar formas distintas de resolver los ejercicios, la profesora se aleja un poco de la concepción que hace énfasis en la ejecución para centrarse en los procesos de comprensión conceptual que debe ir construyendo el estudiante, los cuales se manifiestan en situaciones como esta, en la que se pueden omitir pasos de un procedimiento gracias a los avances que se van dando en la comprensión del mismo.

Otra categoría que hemos asociado con esta concepción la hemos llamado *concesiones de la profesora*, la cual surgió de la reacción de la profesora ante la actitud de un par de estudiantes que no estaban haciendo los ejercicios que ella les había dejado porque no habían traído el cuaderno donde los tenían anotados, ante esto la profesora inicialmente les llama la atención pero luego accede a prestarles sus propios apuntes con tal de que puedan hacer el trabajo que les ha pedido (7). Notamos en la actitud de la profesora el interés en que los

estudiantes se involucren en el trabajo del aula, así sea que para ello en ocasiones tenga que tolerar ciertas situaciones de indisciplina por parte de los estudiantes.

- (1) *Recuerden que siempre han trabajado y los pupitres están colocados de dos en dos para que entre pares se ayuden el uno al otro y así el uno aprenda del otro.* DIARIO No. 1.rtf - 1:31
- (2) Cuando termina de dictar los ejercicios, la profesora les dice a los estudiantes que los pueden trabajar en grupo, pero que sean de máximo tres personas. Y rápidamente sugiere a algunos estudiantes que trabajen con determinados compañeros. DIARIO No. 1.rtf - 1:26
- (3) *¿La Torre por qué no se hace con alguien?... Recuerde La Torre que no hay que ser egoísta, que uno debe compartir el conocimiento con los compañeros.* DIARIO No. 1.rtf - 1:27
- (4) *Entonces, vamos a hacer siempre como hacemos, que el que más o menos entiende le va a explicar al que no entiende.* DIARIO No. 4.rtf - 4:3
- (5) Al estudiante que resolvió el ejercicio en el tablero, la profesora lo ha nombrado monitor, y le dice que su función es ir pasando por las mesas y colaborarle a sus compañeros con lo que no entiendan. DIARIO No. 4.rtf - 4:18
- (6) *Venga les digo una cosa, lo que pasa es que él trabaja diferente, él de una vez, venga le explico como trabaja él, él no saca aparte todos los positivos, aparte todos los negativos, como él ya aprendió a sumar y restar los enteros él de una vez va haciendo la operación, aquí los bajo común y corriente, pero... y así son formas diferentes de hacer lo mismo, llega al mismo sitio pero los caminos son diferentes, y esta correcto.* DIARIO No. 3.rtf - 3:34
- (7) La profesora se acerca a los puestos de los dos estudiantes que no están trabajando y le dice al que no ha traído el cuaderno que trabaje con su compañero, pero él le contesta que tampoco ha copiado los ejercicios. Entonces el estudiante le pide a la profesora que le preste el libro para copiar los ejercicios, y ella le dice que no son de ningún libro, entonces el estudiante le dice que le preste la hoja donde los tiene copiados, y después de cierta insistencia la profesora accede a prestársela. El estudiante camina al lado de la profesora hasta su escritorio, ella le entrega la hoja con los diez ejercicios que habían copiado al finalizar la clase pasada, y el estudiante regresa a su puesto. Cuando se sienta le entrega a su compañero la hoja diciéndole: *cópielos y yo los desarrollo.* DIARIO No. 4.rtf - 4:16

- Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas - Caso B

Concepción Centrada en el Contenido con Énfasis en la Ejecución.

Hasta ahora hemos descrito las categorías que están asociadas a la concepción centrada en el contenido con énfasis en la comprensión, y de acuerdo a ellas podemos decir que es la concepción que manifiesta en mayor medida la profesora B, sin embargo en las observaciones de las clases surgieron también expresiones y actitudes de ella que están asociadas a una concepción centrada en el contenido pero con énfasis en la ejecución, a las que hemos llamado: *Imponer propio criterio*, *Desestimar aportes de los estudiantes* e *Ignorar la falta de Interés de estudiantes*, las cuales pasamos a describir a continuación.

En la categoría *imponer propio criterio* se han incluido expresiones de la profesora **B** en la que ella impone su criterio en algún momento de la clase, por ejemplo cuando están resolviendo el ejercicio de construcción de graficas de la función lineal para lo cual los estudiantes llevaron los recibos de acueducto y alcantarillado de sus hogares, de manera que con los datos del consumo de agua construyeran la grafica, se observa que llega un momento en que la profesora decide que todos van a trabajar con los datos de consumo de 1 hasta 7 metros cúbicos, sin importar lo que diga en los recibos, cambiando un poco el sentido del ejercicio ya que el componente de relacionar los temas de la clase con situaciones de la vida de los estudiantes se desvanece y pasa a ser un ejercicio que hace énfasis en la ejecución (1).

También se observó esta actitud de la profesora en otra clase cuando pareció coartar las expresiones de los estudiantes al no darle suficiente crédito a sus ideas, por ejemplo cuando les pregunta qué se debe hacer para saber cuántos metros cuadrados se necesitan para colocar la baldosa en una casa. Cuando los estudiantes empiezan a plantear las soluciones, uno de ellos dice que se tiene que tener en cuenta el tamaño de la baldosa, a lo cual la profesora le contesta que eso no importa (2) y si bien ella puede tener razón consideramos que valdría la pena preguntar al estudiante porque cree que el tamaño de la baldosa si importa. O cuando les propone que midan el salón de clases, hay un estudiante que propone una forma distinta a la que ella les ha propuesto, sin embargo ella no le da crédito a su idea y les entrega el metro a otros dos estudiantes que lo hacen como ella les ha dicho (3).

La anterior situación está relacionada también con otra categoría que hemos llamado *desestimar aportes de los estudiantes*, en la cual se han incluido expresiones o actitudes de la profesora en la que se muestra un poco distante en el trato con ellos, sin prestar atención a lo que ellos le dicen o le preguntan (2, 3, 4).

Otra categoría que hemos asociado a la concepción que hace énfasis en la ejecución tiene que ver con las actitudes que asume la profesora B, con respecto a aquellos estudiantes que durante la clase muestran poco interés en desarrollar los ejercicios que ella les propone, se ha denominado *Ignorar la falta de interés de estudiantes* y en este sentido se observó que ella no les presta atención, ni siquiera para llamarles la atención, simplemente los ignora. Se asocia esta categoría con la concepción centrada en el contenido con énfasis en la ejecución, porque se considera que en este caso el interés no está puesto en el estudiante, en sus intereses o motivaciones, sino que está puesto en el contenido, de tal manera que la profesora se esfuerza en atender las preguntas y dar explicaciones a los estudiantes que se muestran interesados en el tema, sin prestar atención a los que no lo están (5, 6).

(1) Estudiante: *¿profe y yo como lo hago si yo no sé cuanto...?*

Profesora: *vamos a trabajar con estos datos todo el mundo [señala la primera fila que lleno con los números de 1 a 7]. DIARIO 1.rtf - 1:14*

(2) Otro estudiante dice que hay que tener en cuenta que hay diferentes tamaños de baldosas, que hay grandes, pequeñas y medianas. A este último estudiante la profesora le dice que el tamaño de la baldosa no importa, porque de todas formas se está comprando por metro cuadrado. DIARIO 3.rtf - 3:26

(3) Un estudiante que está en el último puesto de su fila le propone otra forma de medir el área del salón, el dice que se mida una baldosa y que ese resultado se multiplique por el número de baldosas que hay, pero la profesora no le presta atención a su propuesta, tal vez porque lo dice de forma desparpajada: *¡Hagamos un cuadro profe, medimos una baldosa y lo multiplicamos por el número que haiga!* DIARIO 3.rtf - 3:28

(4) La estudiante que insistentemente interrumpía a la profesora cuando estaba hablando, ahora le lanza la pregunta, ella quiere saber cuándo la profesora les va a dar la clase de estadística, en que hora. Y en ese momento, sin dejar hablar a la profesora, otra estudiante le pide que les dé el nuevo horario de clases, pero la profesora no les presta atención y continúa con lo que tiene preparado para la clase de hoy. DIARIO 2.rtf - 2:4

(5) En la parte de atrás del salón, cerca de donde estoy sentado hay una estudiante que muestra poco interés en realizar el ejercicio, no ha sacado su cuaderno y por momentos reclina su cabeza sobre el maletín que ha colocado encima del pupitre, parece que se estuviera quedando dormida. La profesora al pasar no le presta atención a la estudiante y continua caminando y revisando los trabajos de los estudiantes. DIARIO 1.rtf - 1:25

(6) En la parte de atrás del salón, en el último puesto, muy cerca a mí, está sentado un estudiante que no está haciendo el taller, está solo observando una hoja en la que tiene pegados los stickers de las banderas de algunos países, un estudiante que está un poco más adelante que él y que ha estado hablando y molestando durante la clase, se para de su puesto y se dirige hasta donde está el otro para que le deje ver las banderas, después de discutir entre ellos por la hoja con las banderas, el dueño de la hoja se las deja ver y el otro con su celular le toma varias fotos, luego vuelve a su puesto. Mientras esto la profesora, sin decirles nada, sigue caminando por los puestos y deteniéndose a explicar a los estudiantes que muestran interés en resolver el ejercicio. DIARIO 2.rtf - 2:12

- Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso C

Concepción Centrada en el Contenido con Énfasis en la Comprensión.

La categoría *aplicación de conceptos matemáticos* está relacionada con expresiones de la profesora C en la que intenta contrastar los temas que se están estudiando con situaciones del contexto de los estudiantes. Lo hace para formular un ejercicio en el que los estudiantes tienen que convertir números del sistema decimal al sistema binario, y para ello decide preguntar a los estudiantes lo que comieron en las vacaciones de Semana Santa. Si bien es cierto que esto no es suficiente para declarar que la profesora tiene una concepción de la enseñanza que hace énfasis en la comprensión, nos parece importante incluirla en este análisis en el sentido de que muestra que la profesora reconoce la importancia de contrastar los conceptos estudiados en clase con situaciones de la vida de los estudiantes, así sea que lo haya hecho en una sola ocasión y que el ejercicio al final de cuentas haya terminado siendo uno más de aplicación y ejecución de los procedimientos enseñados.

(1) *Alcen la mano cuantas personas comieron pescado en Semana Santa...* La profesora cuenta los que levantan la mano, son 30 los que la levantaron, y dice que ese número 30 lo van a convertir en número binario. DIARIO 2.rtf - 2:1

(2) Luego pregunta: *¿quiénes comieron champús?*, la profesora cuenta los estudiantes que

levantaron la mano, esta vez son 20 estudiantes, entonces la profesora dice: *20 mas la profesora que también comió entonces son 21*, y anota en el tablero el numero 21 debajo de la palabra champús. Y finalmente pregunta: *¿quiénes comieron envuelto?*, ahora son 8 estudiantes los que levantan la mano, y la profesora dice: *8 más la profesora 9*, y anota en el tablero el número 9 debajo de la palabra envuelto. Además de estos tres números, también anota el número 36, que corresponde al número de estudiantes que hay en el salón. DIARIO 2.rtf - 2:35

Concepción Centrada en el Alumno.

A la categoría *campos relacionados* se han asociado dos expresiones de la profesora C en las que relaciona el concepto de números binarios que están estudiando en clase con un campo distinto al de la enseñanza de las matemáticas, como lo es la computación. Hemos asociado esta categoría con una concepción centrada en el alumno ya que, aunque fueron solamente dos ocasiones en las que la profesora intento establecer este tipo de relaciones, de alguna manera nos está mostrando que para ella este es un aspecto que se debe incluir en la enseñanza de las matemáticas.

(1) *Bueno según la compañera, ¿qué vamos a ver?, ¿en qué otros casos los podemos utilizar?, además de hacerlo aquí, en el tablero, en el cuadernito y todo eso, los números binarios los podemos también trabajar en computación. [pausa] y en computación utilizamos ¿qué números? siempre los números binarios que están representados por el 1 y el 0.* DIARIO 1.rtf - 1:3

(2) *Bien, en dos sistemas trabajan las computadoras, ¿listo?, entonces, que otro campo de acción, fuera de hacerlo aquí, lo podemos trabajar también en el computador.* DIARIO 1.rtf - 1:4

ANEXO 2

En esta sección presentamos el complemento del segundo nivel de análisis, es decir el que se elaboro a partir de las entrevistas realizadas a las profesoras, para identificar sus concepciones de la enseñanza de las matemáticas.

- Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso A

Concepción Centrada en el Contenido con Énfasis en la Ejecución.

Si bien es cierto hemos dicho que la concepción que con mayor fuerza manifiesta la profesora A es la que hace énfasis en la comprensión, preferimos empezar describiendo las categorías asociadas a la concepción que hace énfasis en la ejecución porque consideramos que pueden ser punto de partida para entender mejor la descripción de las categorías asociadas a la concepción que hace énfasis en la comprensión.

En este sentido las categorías asociadas a la concepción que hace énfasis en la ejecución las hemos llamado así: *Importancia de salir al tablero, el buen estudiante tiene la destreza y habilidad para manejar las cuatro operaciones fundamentales y los estudiantes no están aprendiendo nada de memoria.* Como podemos ver la primera categoría nos muestra la importancia que para nuestra profesora tiene que los estudiantes salgan al tablero a realizar los ejercicios que ella les propone en las clases, actividad a la que, como ella misma dice le dedica una buena parte del tiempo que permanece con los estudiantes (1) y que hemos asociado con la concepción que hace énfasis en la ejecución porque precisamente es eso lo que normalmente se pondera en este tipo de actividades, que los estudiantes pongan en práctica las reglas y los procedimientos matemáticos que se les han enseñado.

Otra categoría que hemos asociado con esta concepción surgió de la respuesta dada por la profesora cuando se le pregunto por las cualidades que debería tener un buen estudiante de matemáticas, a lo cual ella contesto que el buen estudiante es aquel que tiene la destreza y la habilidad para manejar las cuatro operaciones fundamentales (2), respuesta que se asemeja mucho a una de las premisas centrales que Kuhs y Ball (1986) establecieron al definir esta concepción: *En la escuela, saber matemáticas significa ser capaz de demostrar el dominio de*

las habilidades descritas por objetivos educativos. (p. 22), y que como vemos exalta el énfasis que se pone en la ejecución de los procedimientos matemáticos.

Finalmente, la tercera categoría asociada a esta concepción la hemos llamado: *los estudiantes no están aprendiendo nada de memoria*, la cual surgió de la preocupación que manifiesta nuestra profesora cuando nos dice que los estudiantes ya no están utilizando la memoria, que ellos no aprenden nada de memoria y que lo que ella les enseña, ellos lo olvidan rápidamente (3, 4). Hemos asociado esta categoría con la concepción que hace énfasis en la ejecución porque consideramos que la importancia que la profesora le concede a la memoria coincide con que, de las tres concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas, es precisamente esta concepción la que más importancia le otorga a esa función del cerebro humano, lo cual está relacionado con el hecho de que bajo esta concepción se asume que los procedimientos de cálculo deben ser automatizados.

(1) *Y colocar a los que saben y a los que no saben a desarrollar a veces los ejercicios en el tablero, el manejo del tablero, porque es que hay muchos estudiantes que no le gusta el tablero, no les gusta salir, y ellos saben que conmigo la mayor parte del tiempo tienen que estar en el tablero, que no soy yo, que ellos salgan, porque ellos ahí pierden el miedo, pierden la timidez y ese nerviosismo que uno como ser humano siente cuando el profesor lo saca allá al tablero y que hace que se le olviden las cosas.*

(2) *Pues, aquel muchacho que tenga destreza o habilidades para en cualquier momento desarrollar cualquiera de las operaciones fundamentales, suma, resta, multiplicación y división, el muchacho que aprendió los conceptos básicos en primaria, ahora en el bachillerato, si las aprendió realmente como es, en el bachillerato casi no va a encontrar muchas dificultades, es decir que haya adquirido las destrezas, las habilidades para manejar las cuatro operaciones fundamentales.*

(3) *me preocupa es que la memoria ya el muchacho no la utiliza, en ese tiempo muchas cosas, por ejemplo la Historia Sagrada uno se la colocaban a aprendérsela de memoria, que al principio Dios creó el cielo y la tierra, que la Tierra es redonda, que la poesía rin rin renacuajo, todas esas cosas uno se las aprendía, pero el muchacho de ahora no está aprendiendo absolutamente nada de memoria.*

(4) *la memoria ya se está borrando ya, ya el muchacho no, además está aprendiendo únicamente para el momento, como yo les digo a ellos, yo lo que aprendí, es decir ciertas cosas fundamentales yo no las aprendí en la universidad, yo las aprendí fue en la primaria y en el bachillerato, y a mí nunca se me ha olvidado, ahora uno le enseña a ellos una cosa hoy, va y le*

pregunta dentro de tres días, dos días, ocho días, y tal es así que le dicen que ellos nunca han visto eso, que a ellos no les han enseñado eso, y uno mismo habiéndoles enseñado.

Concepción Centrada en el Alumno.

Como se puede observar en el mapa mental hay tres categorías asociadas a la concepción de la enseñanza de las matemáticas centrada en el alumno, y si bien tenemos que aclarar que no es ésta la concepción que la profesora A manifiesta con mayor fuerza, queremos referirnos a ellas porque consideramos que hay algunos aspectos para destacar. Por ejemplo en la categoría *Acercarse más a los estudiantes* notamos que para la profesora es importante entablar relaciones de confianza con los estudiantes que permitan, por una parte mejorar el aprendizaje de las matemáticas, y por otra atender otras necesidades de los estudiantes distintas a las relacionadas propiamente con el aprendizaje de la materia (1). Esta dimensión humana de la profesora también salió a relucir cuando se le pregunto qué hacer con los estudiantes que no quieren estudiar, a lo que ella contesto refiriéndose a la importancia de dialogar con ellos y de tratar de hacerles entender que la vida es un proceso y que la etapa en la que se encuentran ahora es para cultivar lo que más adelante, cuando se tengan que valer por si solos van a necesitar (2).

Otro aspecto que queremos comentar tiene que ver con lo que la profesora contesto cuando se le pregunto qué significa para ella enseñar, pues vemos que para ella más que enseñar, de lo que se trata es de orientar y guiar, lo cual podría entenderse como un acercamiento al rol que Kuhs y Ball (1986) definieron para el profesor desde una perspectiva de la enseñanza centrada en el alumno y que consiste en ser facilitador y estimulador del aprendizaje. En este sentido, también notamos en la respuesta de la profesora una tendencia constructivista al considerar la existencia de unos conocimientos previos que el estudiante trae al salón y a partir de los cuales él continúa construyendo su propio conocimiento (3).

(1) *Muchas veces si uno se acerca más a ellos la materia se vuelve más fácil, más llevadera, ya, acercarse más al muchacho eh, no únicamente preocuparse por transmitir los conceptos de uno sino mirar también ese estado anímico del muchacho, sus problemas que tienen de edad también, porque muchas veces no es porque ellos no quieran sino que ellos también como seres humanos también traen sus propios, sus propios problemas.*

- (2) *Pues yo trato de dialogar con ellos, yo les hago ver que ellos están en un proceso de crecimiento personal, que ellos tienen que entender la vida como un proceso, y que esa vida cada día les va exigiendo más a ellos, que va llegando un momento en que ellos tienen que valerse por ellos mismos, ¿si me entiende?, y que si ellos desde ahora no comienzan a sembrar, no comienzan a cultivar, la edad adulta de ellos va a ser muy difícil.*
- (3) *Yo pienso que más que enseñar es orientar, es guiar, ¿si me entiende?, es como abrirle un camino o algo para que el muchacho vaya adquiriendo sus propios conocimientos, y no adquirir sino ir mejorando porque él ya los tiene, ya los trae, sino ir perfeccionando e ir mejorando día a día esos conceptos que él ya tiene.*

- Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso B

Concepción Centrada en el Alumno:

En este punto queremos señalar que si bien la profesora B manifiesta con mayor fuerza una concepción de la enseñanza centrada en el contenido con énfasis en la comprensión, también es cierto que algunas de sus expresiones podrían ser asociadas con una concepción centrada en el alumno, sin caer en contradicción con lo dicho anteriormente. Tal es el caso de la categoría que hemos llamado *aplicaciones reales de conceptos*, en la cual hemos agrupado expresiones en las que la profesora hace alusión a su interés en que los estudiantes busquen o investiguen aplicaciones de los conceptos estudiados en sus propios contextos, en los sitios donde viven, en su propia realidad, lo cual puede convertirse en punto de partida para que los estudiantes inicien el proceso de construcción personal del conocimiento matemático en la medida que logren una participación más activa en las sesiones de clase (1, 2, 3, 4).

La otra categoría que hemos asociado con la concepción centrada en el alumno es: *el buen profesor busca en sus estudiantes el gusto por el área*, la cual surgió de las respuestas dadas por la profesora cuando se le pregunto por las cualidades que ella considera debe tener un buen profesor de matemáticas, y la asociamos con esta concepción porque notamos que en todas las expresiones la profesora centra su atención en el estudiante, resaltando la gran responsabilidad que demanda su oficio y asumiendo el compromiso paciente de atraer y motivar al estudiante hacia el estudio de las matemáticas (5, 6, 7).

- (1) *Eh, a ver, me ayudo de libros de texto, sí, pero también más que todo busco es, en la realidad con, con valores actuales, de la actualidad, eh, como se aplica el concepto. Sí, de textos muy poco.*
- (2) *Si, mirar en que, en varios contextos donde se aplique el concepto, no solo en un contexto, sino en varios contextos, y que sea más que todo de la realidad de ellos.*
- (3) *Según el tema que se vaya a tratar viene la actividad, pero si, la actividad que a mí me parece más, que dan mayor resultado, son las que tienen que ver con la investigación de ese concepto, o la aplicabilidad de ese concepto en la vida diaria.*
- (4) *Se dejan tareas, pero que tienen que ser tareas como de, del uso que se le da al concepto en, en, en su mismo sitio donde él vive.*
- (5) *Según las experiencias anteriores es que a ellos les gusta o no les gusta la matemática. O sea, un profesor es clave para que a un muchacho le guste o no le guste la materia.*
- (6) *Si, un buen profesor es aquel que, que busca en sus estudiantes el gusto por el área.*
- (7) *Bueno, un buen profesor creo yo que, que es aquel que, que busca las herramientas, los recursos pues, todas las formas de que el estudiante le guste la matemática.*

- **Concepciones de la Enseñanza de las Matemáticas – Caso C**

Concepción Centrada en el Contenido con Énfasis en la Comprensión.

Una característica clave de esta concepción que hace énfasis en la comprensión y que la diferencia de la anterior tiene que ver con la importancia que se le otorga en la enseñanza tanto al contenido como al alumno, ya que si bien el contenido matemático sigue siendo el foco de la actividad del aula, también se hace énfasis en la comprensión de las ideas y de los procedimientos matemáticos por parte del alumno. La profesora C da muestras de esa doble valoración, tanto del contenido como del alumno cuando responde la pregunta sobre los aspectos que tiene en cuenta cuando prepara una clase, pues vemos que si bien inicialmente piensa en el contenido o tema que tiene que enseñar su interés también está puesto en cómo hacer para que el estudiante le pueda entender con facilidad (1).

Por otra parte vemos que la profesora intenta contrastar con ejemplos prácticos los temas que se estudian en la clase, lo cual de alguna manera está relacionado con buscar que los estudiantes comprendan los conceptos vistos, y esa es una de las cosas que la profesora recuerda gratamente de los profesores que tuvo en el colegio, el hecho de utilizar ejemplos prácticos para explicar los conceptos estudiados (2). Y tratando además que esos ejemplos estén relacionados con el contexto de los mismos estudiantes (3,4).

- (1) *Siempre tengo en cuenta mi vivencia, como entiendo yo, como entendería mejor o más fácil eso. Siempre llego y digo bueno, a mi me enseñaron así, eh, que hago como para mejorar esta parte, porque uno no se puede quedar con lo que le enseñaron, que le meto de didáctica, que le meto de picante, como pa' que los muchachos, quien sabe, la cojan mejor o más fácil.*
- (2) *El profesor Fredy lo recuerdo por esos ejemplos prácticos que él siempre utilizaba, él sabía mucho de constitución, de leyes, de lo que iba a pasar con la educación y muchas cosas de las que él decía en ese tiempo, en el 97, en el 98, yo veo que se hicieron realidad...*
- (3) *Háganme una lista de cuanto ustedes se gastan en el desayuno, que les dan en el desayuno, entonces empiezan que arroz, que huevo, pan, bueno algunos fantasean. Entonces mañana me van a ir a la tienda del barrio y van a preguntar qué vale cada una de esas cosas que ustedes se comen en el desayuno, cuando ellos van y preguntan eso les digo bueno, entonces súmenme eso, vamos a colocarle a ese valor X, entonces empezamos, de pronto en la parte de ecuaciones, en la parte de pronto de números enteros, entonces yo les digo, si es en ecuaciones les digo, si un desayuno vale tanto, ¿cuánto valen 20 desayunos?, ¿Cuánto valen 30 desayunos, 300 desayunos?, entonces empiezan a hacer esas operaciones y yo les digo, eso es matemáticas.*
- (4) *Ahora en las recuperaciones yo les coloco a ellos mucho de esos programas, de esos realitys que pasan, yo les digo bueno, en esta semana en estadística me van a hacer el registro de cuanto saca en votación cada uno de los participantes que están en el reality de "Yo me llamo"...*

Concepción Centrada en el Alumno.

Kuhs y Ball (1986) plantean que desde una perspectiva de la enseñanza centrada en el alumno, el profesor es visto como facilitador y estimulador del aprendizaje del estudiante, planteando preguntas interesantes y situaciones para la investigación, retando a los estudiantes a pensar y ayudándoles a descubrir deficiencias en su propia forma de pensar. En este sentido, cuando se le pregunto a la profesora C que profesores recordaba con agrado de su época de estudiante, ella se refirió a su profesora de Español y nos conto que para motivarlas a la lectura ella llegaba a las clases disfrazada de alguno de los personajes principales de los libros que

quería que ellas leyeran y los personificaba tan bien que lograba despertar en las estudiantes el deseo de ir a los libros para conocer más sobre ellos (1). Ahora bien, aclarando que esta actitud de motivar y generar curiosidad en los estudiantes no es propia de nuestra profesora C sino de su profesora de Español, consideramos que el hecho de recordar con agrado esa característica de su profesora, representa al menos un acercamiento a una concepción de la enseñanza centrada en el alumno. Así mismo ella recuerda con agrado de sus profesores del colegio la forma como ellos valoraban su esfuerzo y dedicación, un aspecto que ella trata de aplicar con sus estudiantes, acompañando y orientando su proceso de aprendizaje (2).

(1) *Ella siempre al empezar la clase dramatizaba, la profesora llegaba con sus atuendos y que estaba representando al Quijote de la Mancha, que estaba representando a Sancho Pansa, siempre representaba a uno de los personajes, entonces uno, ¿ay verdad?, ¿ese señor era así?, entonces uno ya iba al libro y así, ella siempre llegaba a las clases disfrazada, se personificaba, o llegaba hablando como uno de ellos, entonces uno empezaba como a decir, pues vamos a ver que dice el libro, si es verdad lo que la profesora dice.*

(2) *pienso yo que fueron profesores que siempre se dedicaron a ver la parte positiva y la parte de ejecución mía, entonces esa parte es importante, yo creo que es muy importante cuando a uno lo valoran, cuando a uno le dicen tu eres buena para esto, tu eres buena para lo otro, si te metes por aquí trata de hacer esto o lo otro.*