

IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DEL REHERVIDOR  
DE UNA COLUMNA DE DESTILACIÓN.

PABLO ANDRÉS ÑÁÑEZ OJEDA.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA.  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRONICA Y TELECOMUNICACIONES.  
PROGRAMA EN INGENIERÍA EN AUTOMÁTICA INDUSTRIAL.  
POPAYÁN, CAUCA.  
AGOSTO 2006.

IDENTIFICACIÓN Y CONTROL DEL REHERVIDOR  
DE UNA COLUMNA DE DESTILACIÓN.

PABLO ANDRÉS ÑÁÑEZ OJEDA.

DIRIGIDO POR: ING. CARLOS FELIPE RENGIFO R. Ms.C

UNIVERSIDAD DEL CAUCA.  
FACULTAD DE INGENIERIA ELECTRONICA Y TELECOMUNICACIONES.  
PROGRAMA EN INGENIERÍA EN AUTOMÁTICA INDUSTRIAL.  
POPAYÁN, CAUCA.  
AGOSTO 2006.

# Tabla de Contenido.

Lista de Tablas.	V
Lista de Figuras.	VI
Dedicatoria.	IX
Agradecimientos.	X
Resumen.	XI
Introducción.	1
<b>1. Descripción general de una columna de destilación.</b>	<b>3</b>
1.1. Partes constitutivas de un proceso de destilación . . . . .	4
1.1.1. Descripción general de la unidad de destilación por lotes DEST-FIQ. . . . .	4
1.2. Operación básica y terminología: . . . . .	9
<b>2. Detalles del experimento de adquisición de datos.</b>	<b>12</b>
2.1. Cambios al planteamiento inicial del experimento de identificación. . .	13
2.1.1. Replanteamiento del lazo de control. . . . .	13
2.1.2. Efecto de la cuantización en la identificación de sistemas. . . .	18
2.1.3. Necesidad de implementar técnicas de identificación en lazo cerrado . . . . .	32
2.2. Características de la extraseñal utilizada . . . . .	40
2.3. Sistema de control y adquisición de datos . . . . .	43
<b>3. Método utilizado para la identificación del sistema.</b>	<b>44</b>
3.1. Resultados de los experimentos en lazo cerrado. . . . .	46
3.1.1. Consideraciones previas a la identificación . . . . .	46

3.2. Método utilizado para la identificación del sistema. . . . .	57
3.2.1. Identificación indirecta no paramétrica, basada en identificación en el dominio de la frecuencia. . . . .	70
<b>4. Resultados obtenidos.</b>	<b>83</b>
4.1. Resultados en el lazo de control de temperatura. . . . .	83
4.2. Respuesta del sistema en lazo cerrado. . . . .	86
4.2.1. Validación del sistema en lazo cerrado. . . . .	86
4.3. Conclusiones y proyecciones. . . . .	89
4.3.1. Conclusiones. . . . .	89
4.3.2. Proyecciones. . . . .	90
<b>A. Código Matlab utilizado en el experimento de identificación.</b>	<b>92</b>
<b>Bibliografía.</b>	<b>99</b>

# Lista de tablas

2.1. Resultados obtenidos en las dos estimaciones de parámetros. . . . .	22
2.2. Lote de producción 26 de febrero de 2006 . . . . .	38
2.3. Propiedades térmicas de los componentes de la mezcla. <i>Fuente OCON, J y TOJO, G. Madrid 1967.</i> . . . . .	38

# Lista de figuras

1.1. Esquema general de una columna de destilación. . . . .	5
1.2. Diagrama de tubos e instrumentos. . . . .	10
2.1. Prueba de campo en lazo abierto, con precalentamiento. . . . .	15
2.2. Prueba de campo en lazo abierto, sin precalentamiento. . . . .	16
2.3. Diagrama de equilibrio para la resina a la presión de 640 mm Hg. [13]	17
2.4. Configuración de las termocuplas tipo J. <i>Medida de temperatura mediante termopares con una unión a temperatura de referencia constante [10]</i> . . . . .	17
2.5. Configuración de las termocuplas tipo J. <i>Circuito equivalente [10]</i> . . . . .	18
2.6. Instrumentación del rehervidor. [10] . . . . .	19
2.7. Conversión a Unidades de Ingeniería (1). . . . .	20
2.8. Conversión a Unidades de Ingeniería (2). . . . .	20
2.9. Esquema inicial. . . . .	21
2.10. Esquema utilizado. . . . .	21
2.11. Cuantización de la señal $y(k)$ . . . . .	23
2.12. Ruido blanco binario. . . . .	23
2.13. Ruido blanco uniformemente distribuido. . . . .	23
2.14. Modelo obtenido con ruido blanco binario. . . . .	24
2.15. Modelo obtenido con ruido blanco uniformemente distribuido. . . . .	24
2.16. Graficas de Bode para los distintos modelos identificados con ruido blanco binario. . . . .	25

2.17. Modelo equivalente de ruido aditivo para el proceso de cuantificación no lineal. . . . .	26
2.18. Función de densidad de probabilidad de Er. . . . .	27
2.19. Autocorrelación del ruido en el cuantizador cuando $u(k)$ es ruido blanco binario. . . . .	28
2.20. Autocorrelación de los residuos cuando $u(k)$ es ruido blanco binario. . . . .	29
2.21. Autocorrelación del ruido en el cuantizador cuando $u(k)$ es ruido blanco uniformemente distribuido. . . . .	30
2.22. Autocorrelación de los residuos cuando $u(k)$ es ruido blanco uniformemente distribuido. . . . .	31
2.23. Señal de salida de un sistema estable en lazo abierto. . . . .	32
2.24. Esquema general para la representación de sistemas dinámicos LTI. . . . .	33
2.25. Adquisición de los datos en lazo abierto. . . . .	33
2.26. Sistema de control en lazo cerrado. . . . .	34
2.27. Adquisición de los datos en lazo cerrado. . . . .	34
2.28. Diferencia de temperatura con 40 % del ciclo de PWM. . . . .	35
2.29. Temperatura de la mezcla contra la energía térmica añadida. . . . .	36
2.30. Consumo de energía térmica durante la destilación. . . . .	40
2.31. Gráficas de la extraseñal utilizada ( <i>inferior</i> ) y los ciclos del <i>PWM</i> ( <i>superior</i> ). . . . .	42
3.1. Configuración en lazo cerrado. . . . .	47
3.2. Respuesta del sistema en lazo cerrado. . . . .	48
3.3. Calentamiento del aceite por convección natural. . . . .	49
3.4. Oscilación debida al calentamiento del aceite por convección natural. . . . .	49
3.5. Configuración normal del proceso. 0 % de reflujo. . . . .	51
3.6. Configuración del proceso con 100 % de reflujo. . . . .	55
3.7. Gráficas de Bode de los modelos estimados. . . . .	56
3.8. Autocorrelación de la señal de temperatura en lazo cerrado. . . . .	56
3.9. Configuración del experimento de identificación en lazo cerrado. . . . .	71

3.10. Coeficientes de la respuesta al impulso. . . . .	73
3.11. Diagrama de simulación ( <i>Ec. 3.2.33</i> ) en <i>Simulink</i> . . . . .	76
3.12. Estimación del retardo de tiempo a partir de la función de correlación cruzada. . . . .	77
3.13. Gráficas de respuesta en frecuencia de lazo abierto obtenidas. . . . .	82
4.1. Función de correlación cruzada de los datos provenientes del sistema real. . . . .	84
4.2. Gráficas de respuesta en frecuencia de lazo abierto obtenidas a partir de los datos reales. . . . .	85
4.3. Respuesta del sistema de control de temperatura en lazo cerrado. . . . .	86
4.4. Identificación del sistema en lazo cerrado. . . . .	87
4.5. Validación del sistema en lazo cerrado. . . . .	88



*A mi familia, por su amor y apoyo incondicional.*

*A Ángela Sofía, por compartir el compromiso con mis  
sueños.*

*Pablo Andrés Nájñez Ojeda.*

# Agradecimientos.

A la Universidad del Cauca por su receptividad y apoyo a la investigación científica en el área de control de procesos industriales.

Al Ingeniero Carlos Felipe Rengifo “ Maestro emprendedor ”, quien me orientó con sus mejores aportes académicos y con su dedicación y esfuerzo me acompañó en la realización de este trabajo. Para él mi profunda admiración y agradecimiento.

Al Departamento de Electrónica Instrumentación y Control por facilitarme la infraestructura necesaria para la ejecución de este proyecto.

Al Profesor José Antonio Gallo Ms. C. director del grupo de Investigación en Química Analítica Ambiental (*GIQA*) por permitirme hacer parte de su proyecto de investigación y realizar los experimentos pertinentes en el laboratorio de productos forestales no maderables.

Al Ingeniero John Carlos Palta quien me acompañó durante extensas jornadas en laboratorio, aportando su experiencia y conocimiento del proceso de producción.

A mis familiares, amigos y profesores que de una u otra manera me ayudaron durante todo este tiempo.

*Pablo Andrés Nãñez Ojeda.*

# Resumen.

Este trabajo presenta la identificación del lazo de control de temperatura del re-hervidor presente en una torre de destilación por lotes, como una herramienta para la solución de un problema de control real en un ambiente industrial.

En el trabajo se plantean soluciones para algunos inconvenientes en la implementación de un experimento de identificación en el mundo real; ofreciendo la experiencia obtenida en el proceso de destilación para crear un referente para futuros proyectos que requieran diseñar un experimento de identificación.

El enfoque utilizado para la identificación del sistema es *Identificación indirecta, no paramétrica, basada en identificación en el dominio de la frecuencia* a partir de datos tomados con el sistema operando en lazo cerrado.

# Introducción.

La destilación es el proceso más utilizado en la industria para separar mezclas líquidas, esta técnica es responsable del 50% [2] de los costos operativos de planta por el alto consumo de energía en sus requerimientos de transferencia de calor, característica del proceso que exige incrementar la eficiencia de los equipos optimizando los sistemas de control y el diseño de los mismos.

Ante un problema de control donde las técnicas de sintonización clásicas no son suficientes y las dinámicas del sistema son desconocidas, la identificación de sistemas es una valiosa herramienta para calibrar el *lazo de control de temperatura del rehervidor de una Unidad de destilación por lotes*, aspecto determinante de la calidad del producto final.

Estos procesos industriales son clasificados según su configuración en planta en: *destilación por Lotes*, que consiste en que la columna de destilación es alimentada por *Lotes* de materia prima, para cada lote o parte de producción, y *destilación Continua* que se refiere a una alimentación de materia prima constante, permitiendo un mayor volumen de producción.

En éste trabajo se estudia la *Unidad de destilación por lotes DESTFIQ* de la *Universidad del Cauca*, columna de destilación que facilita el trabajo a presión atmosférica y a vacío, permitiendo la realización de prácticas de *destilación por lotes*, *diferencial* y *azeotrópica*[8].

Las principales ventajas del procesamiento en lotes son: mayor calidad del producto y flexibilidad en el procesamiento de diferentes clases de productos, gracias al mayor número de grados de libertad en comparación con un proceso continuo, y su principal desventaja es el excesivo gasto de energía [1].

En el desarrollo de este proyecto, la etapa de adquisición de datos, dio lugar a plantear el efecto de la cuantificación de señales digitales en la identificación de sistemas, tema escasamente tratado en la academia, que fortaleció la investigación como referente para futuros proyectos que requieran diseñar un experimento de identificación.

# CAPÍTULO 1

## Descripción general de una columna de destilación.

En el presente capítulo se ilustrará el proceso de destilación, sus características y componentes generales, al mismo tiempo que el lector se familiariza con la terminología que será utilizada a lo largo de los capítulos posteriores.

La destilación se puede definir como un proceso en el cual un fluido de una mezcla de dos o más componentes es separado en fracciones de cada uno de ellos con el nivel de pureza deseado, basándose en el hecho de que el vapor de una mezcla debe ser más rico en componentes con puntos de ebullición más bajos; se asegura de esta manera que el vapor condensado contiene más elementos volátiles en comparación con la mezcla original.

## 1.1. Partes constitutivas de un proceso de destilación

La configuración general de una torre de destilación se presenta en la *figura 1.1*.

**Columna ó torre de destilación:** Dentro de ella se encuentran una serie de pequeños discos acomodados al azar que generan turbulencia en el flujo de vapor que asciende por la columna y permite llevar a cabo la separación de las fases.

**El Rehervidor:** Es un recipiente que contiene la mezcla que se desea separar, aquí se transfiere calor al líquido para producir el vapor que subirá por la columna para el proceso de destilación. Es en esta parte del proceso donde se encuentra el lazo de control de temperatura, el que se calibró utilizando herramientas de identificación de sistemas.

**El Condensador:** Condensa el vapor que sale por la parte superior de la columna por medio un serpentín que transporta agua a temperatura ambiente en su interior .

**El tanque de reflujo:** Es donde se mantiene el fluido que ha de ser reciclado hacia el rehervidor o directamente a la columna.

### 1.1.1. Descripción general de la unidad de destilación por lotes DESTFIQ.

El equipo utilizado para realizar este proyecto es la *unidad de destilación por lotes DESTFIQ de la Universidad del Cauca*, que permite desarrollar prácticas de destilación *azeotrópica*, que consiste en adicionar un componente extra a la mezcla, para ayudar al proceso de destilación, y que aparece al inicio del fluido destilado [2].

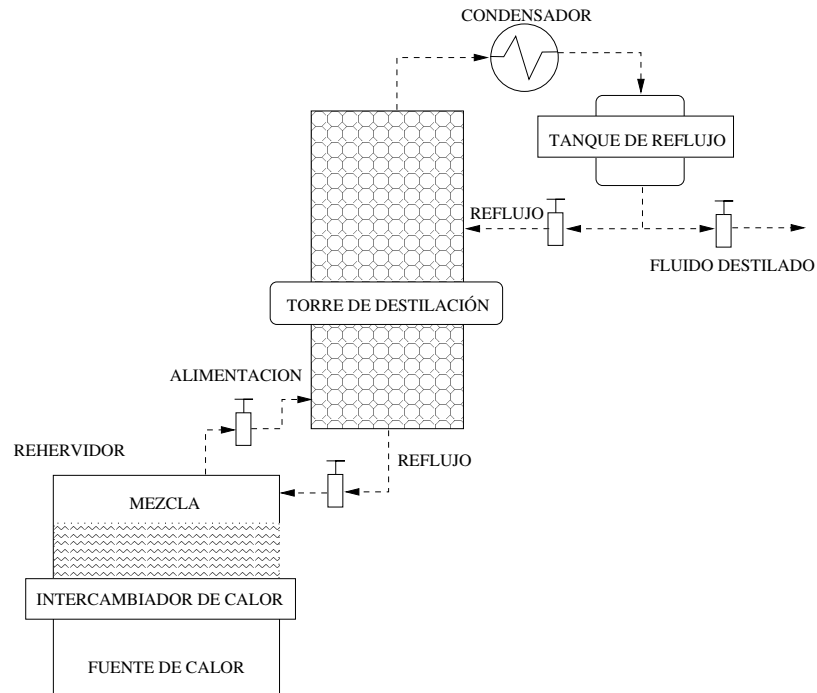


Figura 1.1: Esquema general de una columna de destilación.

En general una unidad de destilación se compone de las siguientes partes o elementos [8]:

1. Calderín o rehervidor.
2. Columna.
3. Condensador.
4. Separador de fases.
5. Post enfriador.
6. Sistema de vacío.
7. Tanques colectores.



8. Tuberías para líneas de proceso.
9. Tuberías para líneas de agua.
10. Instrumentación de proceso.
11. Tablero de control.

Los principales elementos del equipo son:

*El Calderín o rehervidor* esta construido en acero inoxidable 304 y tiene una capacidad de 15 litros por lote, estos son alimentados por una válvula ubicada en la parte superior del rehervidor. El calentamiento se realiza con aceite térmico a través de una camisa, esta opera por *convección natural*. Dos resistencias eléctricas de 6KW, ubicadas en la parte inferior del calderín o rehervidor entregan el calor necesario para el proceso, estas resistencias son controladas por un controlador PID industrial marca **SHIMADEN ref. SR3**. A pesar de que este PID es el que quedará instalado permanentemente para controlar sistema, el proceso de identificación será desarrollado con un controlador PID industrial **OMRON ref. E5EK**, puesto que este a diferencia del anterior cuenta con una interfaz *RS-232* para adquirir los pares de datos de entrada - salida, necesarios para realizar el procedimiento de identificación. Además del indicador digital de temperatura, el calderín posee un indicador analógico de presión. Las termocuplas instaladas son *tipo J*.

*La columna* está fabricada en acero inoxidable 304, está compuesta por una sección de doscientos centímetros de longitud la cual se encuentra aislada térmicamente, el sistema de destilación es de discos empaquetados.

**El condensador** está compuesto por un intercambiador de tubos y coraza de  $0.75m$  de longitud fabricado en acero inoxidable. Para enfriar el vapor se utiliza un serpentín que transporta agua a temperatura ambiente.

**El sistema de vacío** cuenta con una bomba de alto vacío de  $1/3$  de HP que brinda la presión de vacío necesaria para arrastrar los componentes más pesados al disminuir el punto de ebullición de los componentes.

Los elementos más relevantes presentados en el diagrama de tubos e instrumentos *figura 1.2* son:

1. 1001. Válvula manual para la evacuación del producto dentro del rehervidor.
2. 1002. Válvula manual de entrada de resina (mezcla a destilar).
3. 1007. Rehervidor de acero inoxidable, con una capacidad de 15 litros.
4. 1021. Válvula para la entrada del aceite térmico.
5. 1003. Sensor de temperatura en la camisa del rehervidor (temperatura del aceite térmico).
6. 1005. Sensor de temperatura en el interior del rehervidor (temperatura de la mezcla).
7. 1006. Sensor indicador de presión.
8. 1008. Controlador PID Industrial.
9. 2001. Columna de destilación compuesta por discos empaquetados.

10. 2002 y 2003. Válvulas que controlan el reflujo hacia el rehervidor.
11. 2005. Sensor indicador de temperatura (termocupla tipo J). Antes del condensador.
12. 2004. Válvula que controla el retorno del fluido de reflujo hacia la columna.
13. 2006. Separador de fases.
14. 2007. Válvula para el paso de aire a P.A. (presión atmosférica).
15. 3001. Condensador con serpentines que contienen agua a temperatura ambiente.
16. 3002 y 3003. Llave de paso de agua hacia los serpentines del condensador CWS (cooling water source).
17. 3004. Sensor indicador de temperatura (termocupla tipo J).
18. 4001. Válvula manual del paso del producto hacia el post - enfriador.
19. 4002. Post-enfriador del producto.
20. 4003 y 4004. Válvulas de paso manuales de agua hacia el post - enfriador.
21. 4005 y 4006. Válvulas de paso manuales del producto hacia los tanques colectores.
22. 4007 y 4008. Colectores del producto destilado.
23. 4009 y 4010. Válvulas de paso manuales del producto hacia el sistema de vacío.
24. 4013. Trampa de fluidos.
25. 4011. Sensor indicador de presión.

26. 4012. Bomba de alto vacío de 1/3 HP

## 1.2. Operación básica y terminología:

Esta sección presenta la operación básica de una columna de destilación con el objetivo de familiarizarse con la terminología y el funcionamiento de estos procesos.

Al iniciar el proceso de destilación la mezcla líquida es alimentada en el rehervidor; es allí donde se lleva a cabo la transferencia de calor. Una vez en ebullición, el vapor de la mezcla sube por la columna a través de los discos encapsulados. Es importante recordar que para destilar una sustancia no es suficiente con transferir el calor necesario sólo para lograr la ebullición de la mezcla, hay que tener en cuenta que la cantidad de calor que le suministremos debe ser suficiente para suplir las pérdidas hacia el medio ambiente y permitir el cambio de fase de las partículas de líquido a gaseoso, por lo que, como más adelante se explicará, desde el punto de vista de control de procesos, la variable física más relevante es la cantidad de calor transferido hacia la mezcla; por otra parte la temperatura de la misma, a pesar de ser controlable, no es relevante una vez se alcance el punto de ebullición.

En el interior de la columna se lleva a cabo la destilación, allí se encuentran una serie de pequeños discos acomodados al azar, los cuales generan un flujo turbulento a través de la columna y permiten el contacto del fluido condensado que baja con el vapor que se eleva, y así el vapor *arrastra* los componentes más volátiles que se condensaron.

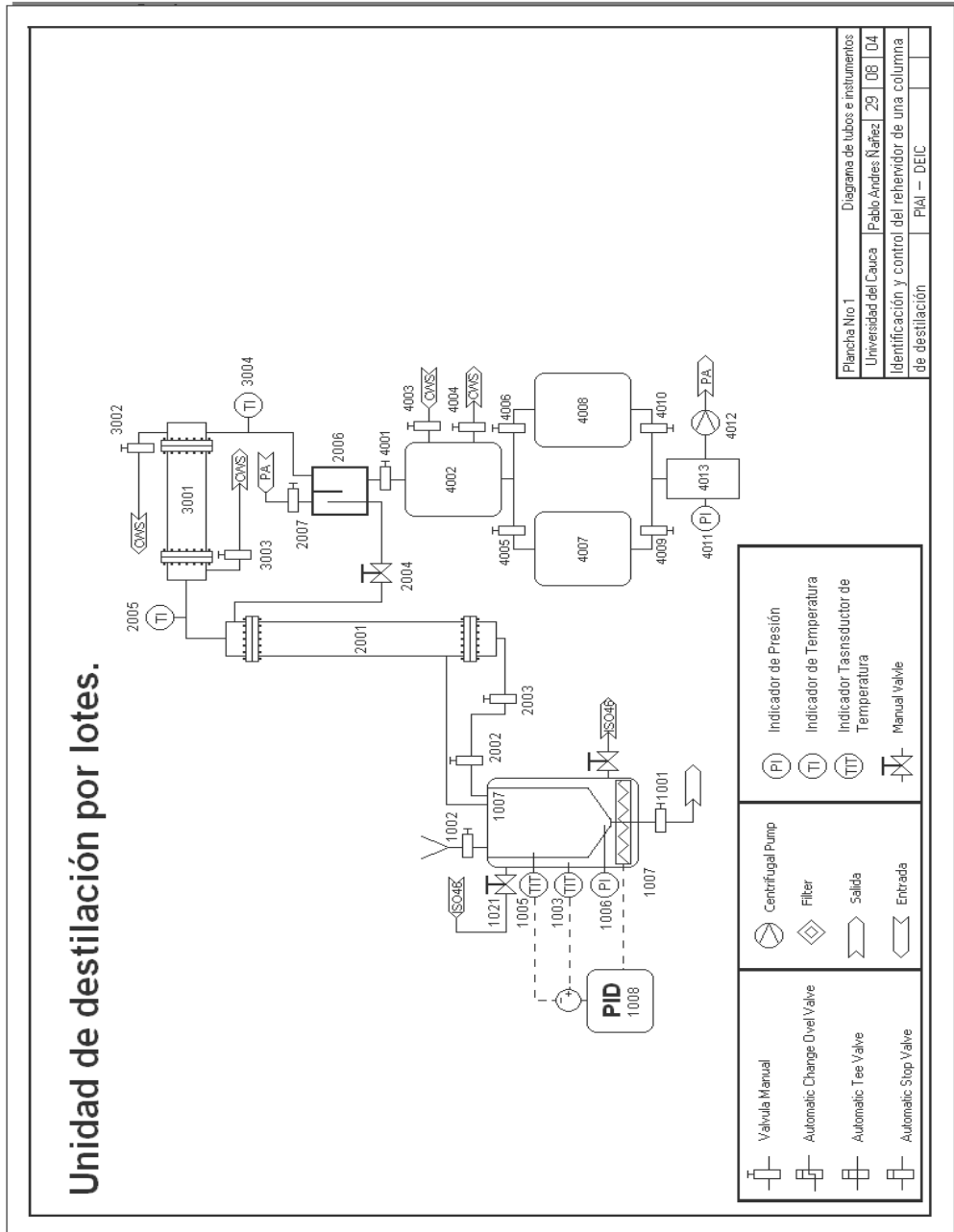


Figura 1.2: Diagrama de tubos e instrumentos.

Al llegar a la parte superior de la columna el vapor es enfriado por el condensador; este líquido es almacenado en el tanque de reflujo, una porción de este fluido es reciclado hacia el rehervidor o directamente a la columna (*dependiendo de la configuración del equipo*) este fluido se denomina *reflujo*, generalmente la cantidad de reflujo es constante aunque puede ser utilizada como una entrada del proceso. Dadas las limitaciones en cuanto a la instrumentación disponible este flujo será constante. El producto que se extrae del tanque de reflujo fuera de la columna se denomina *fluido destilado*. ver figura 1.1.

## CAPÍTULO 2

# Detalles del experimento de adquisición de datos.

En este capítulo se presentan las características del sistema utilizado para la recolección de los datos de entrada - salida del proceso; además se aclaran una serie de cambios con respecto al planteamiento original del experimento de adquisición, el que, gracias a pruebas de campo se concluyó que era necesario replantear el lazo de control, disminuir el efecto de la cuantización de los datos de salida y cambiar el enfoque inicial de identificación en lazo abierto por lazo cerrado. Todas estas variaciones conviene tenerlas en cuenta para futuros planteamientos en esta clase de experimentos.

## 2.1. Cambios al planteamiento inicial del experimento de identificación.

### 2.1.1. Replanteamiento del lazo de control.

El paso a seguir para diseñar un experimento de identificación después del conocimiento previo del sistema, es la selección de las señales de entrada y salida del proceso que se desea identificar. En algunas ocasiones las variables más obvias no son las más adecuadas. Por ejemplo, en un proceso de destilación una de las variables a controlar es la cantidad de calor suministrada a la mezcla, una de las variables "obvias" para tener en cuenta a la hora de controlar y / o identificar el sistema sería la temperatura del vapor de la mezcla, pero gracias a pruebas de campo, se llegó a la conclusión de que esta señal es poco informativa en términos de cantidad de calor transmitida a la mezcla en proceso, ya que con un sensor de temperatura sólo podemos determinar la cantidad de calor entrando en la mezcla (*cambio de la energía cinética de las moléculas*) hasta que alcanza su punto de ebullición, a partir de ese momento la energía adquirida será convertida en energía potencial de las partículas y su energía cinética permanecerá constante *hasta que la concentración de sus componentes varíe*, de la misma manera que su temperatura.

Debido a que los procesos de destilación se llevan a cabo cuando la mezcla alcanza la ebullición, la temperatura a pesar de ser controlable no es relevante con respecto a la destilación. En su lugar se plantea como variable de proceso la diferencia de temperatura entre el aceite térmico y la mezcla del proceso, esta variable representa mejor la cantidad de calor que absorbe la resina, además varía con respecto a la cantidad



de potencia eléctrica suministrada a las resistencias eléctricas, permitiendo una mejor comprensión de las características dinámicas del sistema, todo gracias a que el punto de ebullición del aceite térmico es muy superior al de la resina.

Inicialmente en este proyecto de investigación se planteó el experimento de identificación de la siguiente manera: <sup>1</sup>

1. Como variable manipulada la señal de *PWM* de las resistencias de potencia *1007*.
2. Como variable controlada la señal proveniente de la termocupa *1005*.

Y el modelo matemático pretendía relacionar la potencia eléctrica aplicada al sistema con respecto a la temperatura de la mezcla en el rehervidor. Pero debido a las características físicas del proceso las cuales se explican a continuación, la variable manipulada no puede ser la temperatura de la mezcla, en su lugar se instrumentó el sistema para sensar la diferencia de temperatura entre el aceite térmico *ISO46* y la mezcla a destilar, esta señal desde el punto de vista de la dinámica del sistema es mucho más informativa que la temperatura de la mezcla.

Las razones por las cuales es necesario seleccionar como variable controlada la diferencia de temperaturas en el rehervidor son:

1. En operación en lazo abierto para un lote de destilación azeotrópica (*50 % resina 50 % agua*) *figuras 2.1 y 2.2* podemos observar que para varios valores de

---

<sup>1</sup> Ver *figura 1.2*

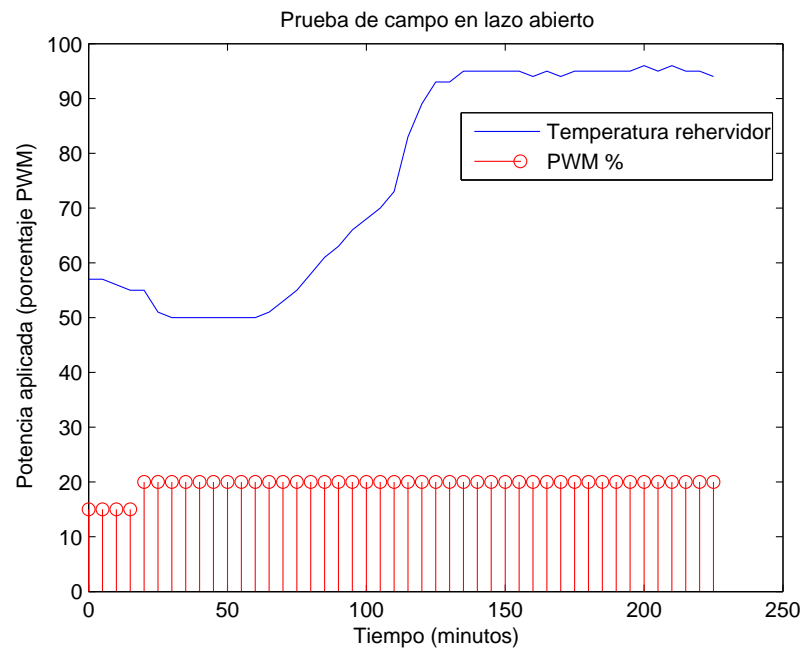


Figura 2.1: Prueba de campo en lazo abierto, con precalentamiento.

porcentaje de *PWM* (15 %, 20 %, 25 %) la mezcla se estabiliza en el punto de ebullición (*en este caso 95 grados centígrados*), esta propiedad impide observar el efecto de variar la potencia eléctrica en relación con la energía o calor transmitido a la mezcla, puesto que una vez que la mezcla se encuentre en ebullición el calor que le sea transmitido permitirá que las moléculas de trementina y agua pasen de su fase líquida a gaseosa ganando así energía potencial, y ya que la instrumentación disponible *1005* sensa temperatura (*o cambios en la energía cinética de las moléculas*) esta señal no es lo suficientemente informativa.

2. En operación en lazo abierto para un lote (*100 % resina*) los puntos de ebullición cambian dependiendo de la concentración de colofonia y trementina [13] como podemos observar en el diagrama de estabilidad de dos fases *figura 2.3*, por lo tanto los puntos de operación deseados (*tal como estaba planteado el lazo de*

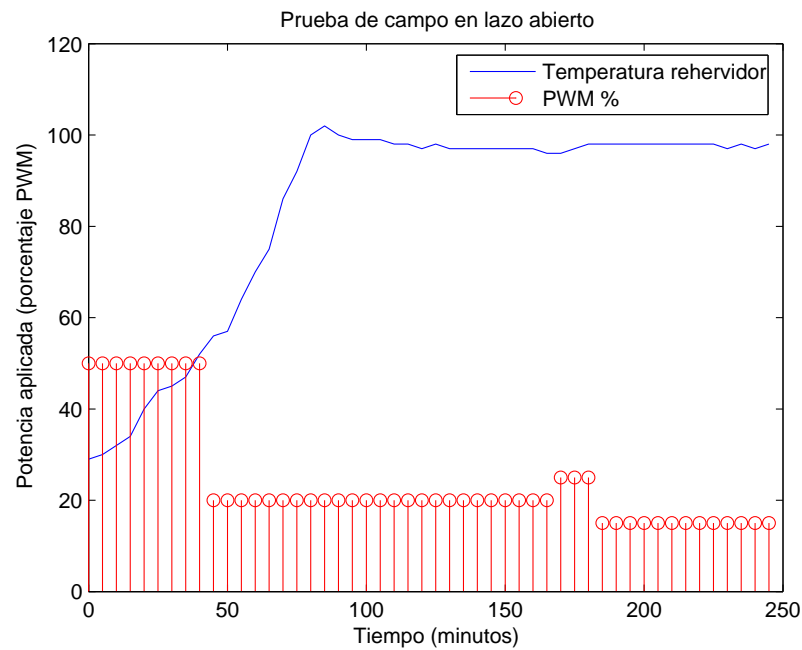


Figura 2.2: Prueba de campo en lazo abierto, sin precalentamiento.

*control en un principio)* serían los puntos de ebullición de la mezcla.

3. Se plantea entonces como variable de proceso la diferencia de temperatura entre el aceite térmico y la mezcla, dado que la cantidad de calor transferido a la mezcla está en función de dicha diferencia; este flujo de calor es el que permite la evaporación de la mezcla para su destilación. Es importante aclarar que el calor necesario para hacer pasar 1 gramo de cualquier sustancia de su fase líquida a vapor (*o calor latente de evaporación*) no es suficiente para destilar la sustancia, debido a las pérdidas a lo largo de la columna antes de llegar al condensador, así que la cantidad de calor que se requiere para destilar cualquier mezcla depende la concentración de sus componentes y de las pérdidas hacia el ambiente.

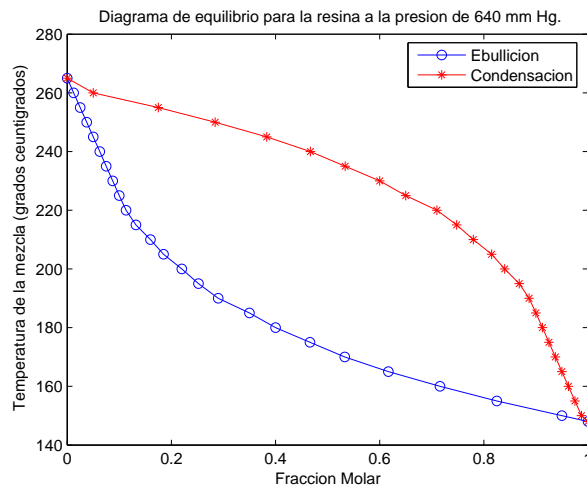


Figura 2.3: Diagrama de equilibrio para la resina a la presión de 640 mm Hg. [13]

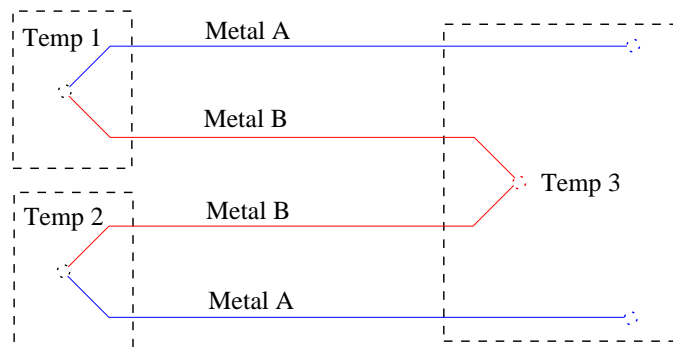


Figura 2.4: Configuración de las termoplas tipo J. *Medida de temperatura mediante termopares con una unión a temperatura de referencia constante [10]*

Debido a estas necesidades en la instrumentación fue necesario adquirir y configurar el sensor que permitiera monitorear la diferencia de temperatura, para ello se utilizaron dos termoplas tipo *J*, estos instrumentos fueron configurados para medir la temperatura del aceite térmico con respecto a la temperatura de la mezcla (*durante un experimento de destilación azeotrópica, esta temperatura puede considerarse constante*). Las termoplas fueron instaladas como se indica en las *figuras 2.4 y 2.5*.

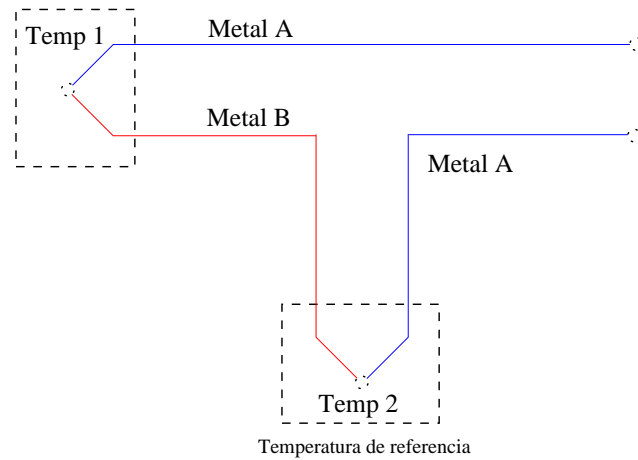


Figura 2.5: Configuración de las termocuplas tipo J. *Círculo equivalente [10]*

Por lo anterior las señales utilizadas para sintonizar el controlador PID fueron las siguientes:

1. **Entrada (Variable Manipulada):** Señal de PWM (*Modulación por ancho de pulso*), de la potencia suministrada a las resistencias eléctricas de  $6\text{ KW}$ .
2. **Salida (Variable Controlada):** La diferencia de temperatura entre el aceite térmico y la resina. Esta señal fue obtenida con dos termocuplas sumergidas en los dos fluidos y fueron acopladas como se muestra en la *figura 2.6*.

### 2.1.2. Efecto de la cuantización en la identificación de sistemas.

Otro de los inconvenientes encontrados al implementar el experimento de identificación fue la cuantización de los datos adquiridos con el PID usando la entrada para termocuplas, debido a que al configurar la entrada del conversor analógico / digital del PID *OMRON* para termocuplas, los datos transmitidos por el controlador hacia

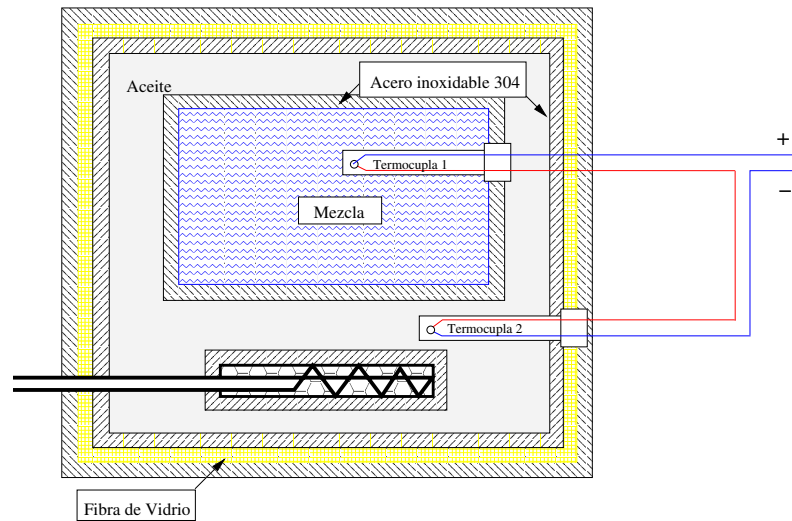


Figura 2.6: Instrumentación del rehervidor. [10]

el PC vía *RS – 232* son números enteros y no es posible configurarlo para que envíe datos con al menos una cifra decimal.

Para efecto de identificar un sistema dinámico como este que varía su temperatura pocos grados centígrados durante el experimento de identificación, dicha precisión es insuficiente. Se opta entonces por utilizar la entrada de  $0 / 10\text{ V}$  del conversor A/D con el que se tienen aproximadamente 11998 posibles valores. Para esto se implementa un amplificador  $0 / 50\text{ mV}$  a  $0 / 10\text{ V}$ . La conversión a unidades de ingeniería se implementa como se muestra en las *figuras 2.7 y 2.8*.

Cuando la entrada al PID *OMRON E5EK* se configura para recibir señales de termocupla, los datos transmitidos hacia el PC vía *RS – 232* son números enteros. En el experimento realizado el diferencial de temperatura medido varía alrededor de 4 grados centígrados con respecto a su valor nominal, en tal caso desconocer las cifras

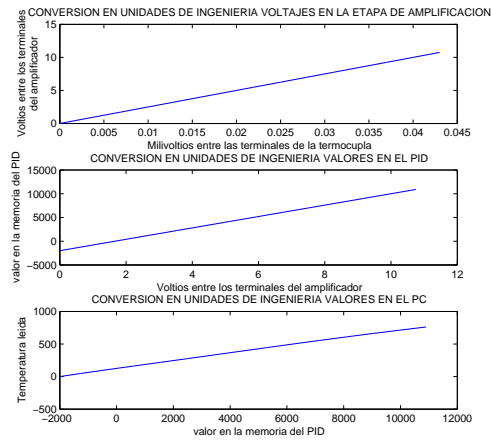


Figura 2.7: Conversión a Unidades de Ingeniería (1).

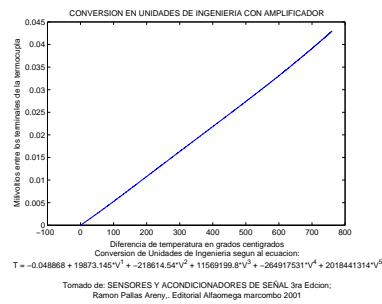


Figura 2.8: Conversión a Unidades de Ingeniería (2).

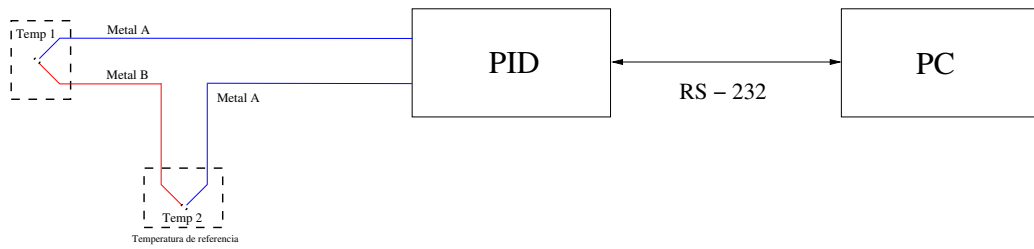


Figura 2.9: Esquema inicial.

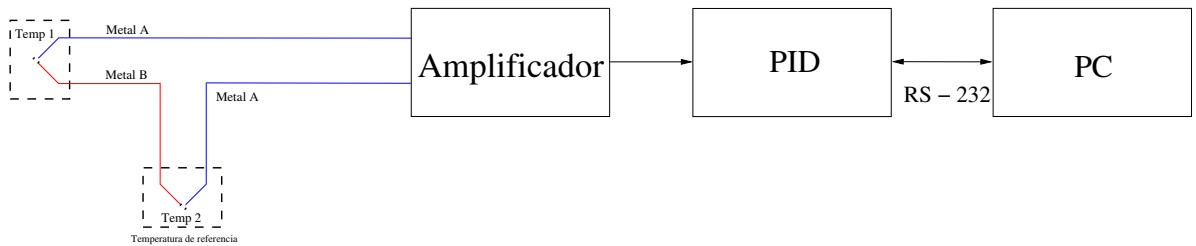


Figura 2.10: Esquema utilizado.

decimales representa un nivel de cuantización excesivo. De haber utilizado el esquema de la *figura 2.9* en lugar de el esquema de la *figura 2.10*, la señal medida se hubiera restringido a uno de los cuatro posibles valores.

*Para entender de una mejor manera el problema que representa la cuantización en identificación de sistemas es indispensable entender las características de las perturbaciones que introduce el cuantizador.*

Cuando nos enfrentamos al diseño de un experimento de identificación existen varios parámetros a ser tenidos en cuenta, como: el punto de operación, el tipo de extraseñal, el prefiltrado de los datos, el tiempo de muestreo, etc. todos ellos ampliamente tratados en la literatura. Por otra parte poco se ha dicho acerca del grado de cuantización de los datos y su efecto en la obtención de modelos, del límite en donde



Parámetro	$u(k) \rightarrow$ Ruido blanco binario	$u(k) \rightarrow$ Ruido blanco uniformemente distribuido	Valor real
$b_1$	0.937	1.009	1
$b_2$	0.1049	0.1006	0.1
$b_3$	0.1047	-0.09398	-0.09

Tabla 2.1: Resultados obtenidos en las dos estimaciones de parámetros.

el efecto de la cuantización se hace despreciable y como replantear los experimentos para así obtener una mejor información de los mismos.

Con el propósito de ilustrar el efecto de la cuantización de la señal de salida del sistema a identificar como una perturbación en el experimento en sí (*figura 2.11*), se presenta un ejemplo en donde el sistema representado con la (*Ec. 2.1.1*) es excitado con una señal aleatoria binaria como la mostrada en la *figura 2.12*, luego se repite el experimento pero esta vez se excita al sistema con una señal aleatoria uniformemente distribuida como la mostrada en la *figura 2.13*, los resultados obtenidos se muestran en la *Tabla 2.1*, y en las *figuras 2.14* y *2.15* respectivamente.

$$y(k) = (q^{-1} + 0,1q^{-2} - 0,09q^{-3})u(k) + e(k) \quad (2.1.1)$$

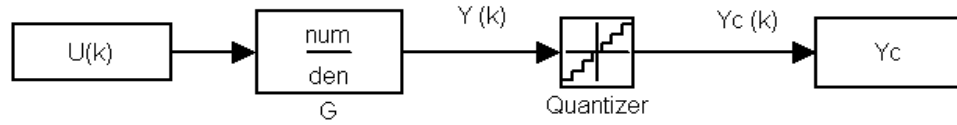


Figura 2.11: Cuantización de la señal  $y(k)$ .

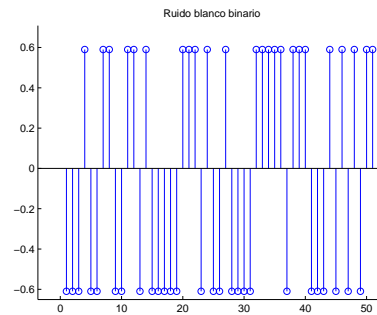


Figura 2.12: Ruido blanco binario.

Los resultados indican la importancia de la selección de  $u(k)$ , teniendo en cuenta la no linealidad del cuantificador. Cuando la excitación es ruido blanco binario introduce una distorsión mayor en comparación con el ruido blanco uniformemente distribuido, esto, como se explica más adelante, se debe al tipo de *modelo de ruido equivalente del cuantificador* para cada tipo de entrada  $u(k)$ .

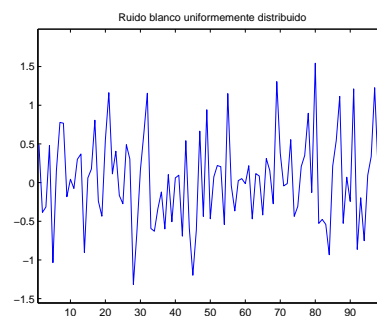


Figura 2.13: Ruido blanco uniformemente distribuido.

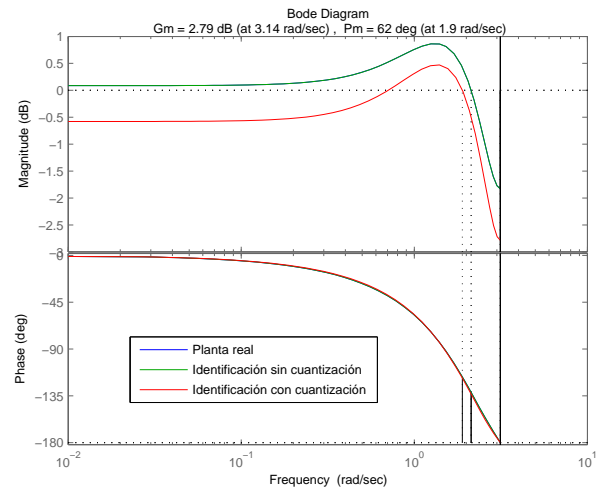


Figura 2.14: Modelo obtenido con ruido blanco binario.

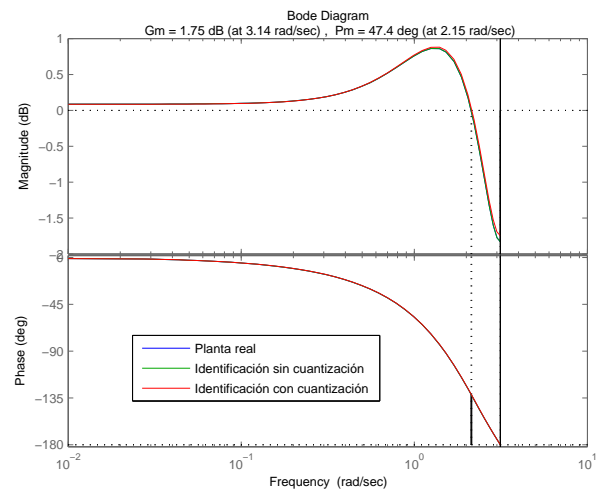


Figura 2.15: Modelo obtenido con ruido blanco uniformemente distribuido.

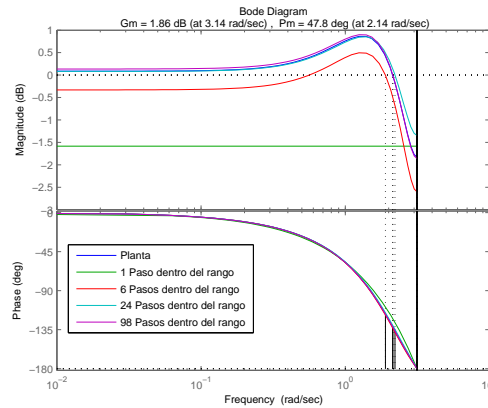


Figura 2.16: Graficas de Bode para los distintos modelos identificados con ruido blanco binario.

Así mismo el número de posibles valores que toma la señal cuantificada alrededor del punto de operación dentro del rango de variación de la señal digitalizada influye en la calidad del modelo obtenido, tal como se muestra en la *figura 2.16*.

### *Modelo de ruido equivalente al error de redondeo.*

Cuando una señal analógica es digitalizada pierde información al ser truncada o redondeada desde un nivel de precisión dado (*infinito*) hasta un nivel de precisión inferior. El error introducido en la señal depende del número de bits después de la cuantificación. Para el problema en particular el error que nos interesa es el de *redondeo* el cual esta definido como: (*Ec. 2.1.2*)<sup>2</sup>

$$\begin{aligned}
 e_r(k) &= Q_r(y(k)) - y(k) \\
 -\frac{1}{2}(2^{-b}) &\leq e_r \leq \frac{1}{2}(2^{-b})
 \end{aligned}
 \tag{2.1.2}$$

<sup>2</sup>Donde:  $b$  es el número de bits a la salida del conversor.

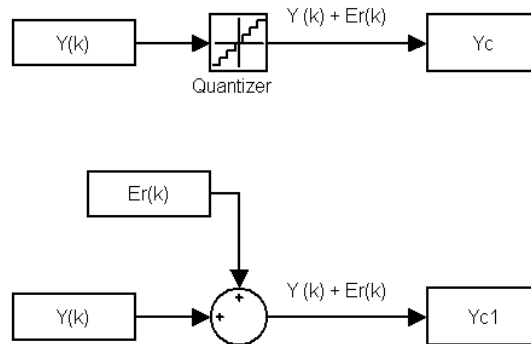


Figura 2.17: Modelo equivalente de ruido aditivo para el proceso de cuantificación no lineal.

Como  $y(k)$  puede ser cualquier número dentro del rango del cuantificador, el error de redondeo puede ser considerado como una variable aleatoria que cae dentro de los límites especificados, tal como se muestra en la *figura 2.17*.

Según [12] referente al *modelo de ruido equivalente al error de redondeo*, se trabaja sobre el supuesto de que **la variable aleatoria esta distribuida uniformemente dentro de los rangos especificados**. La función de densidad de probabilidad para  $e_r$  (Ec. 2.1.2) es uniforme como se muestra en la *figura 2.18*.

Para corroborar la anterior suposición se realizó un experimento de identificación del modelo (Ec. 2.1.3), se utilizaron para excitar al sistema el mismo tipo de señales que en el sistema anterior.

$$y(k) = (q^{-1} + 1,2q^{-2} - 1,7q^{-3})u(k) + e(k) \quad (2.1.3)$$

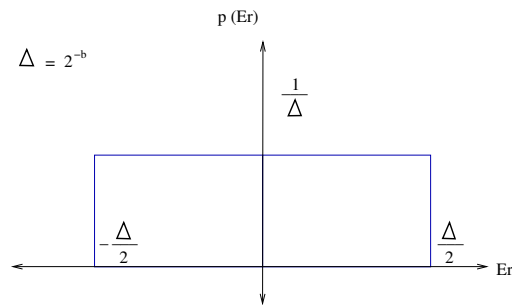


Figura 2.18: Función de densidad de probabilidad de Er.

Utilizamos un conversor de 16 bits con el que tendríamos un error de redondeo de  $\pm \frac{1}{2}(2^{-16}) = \pm 7,6294 \cdot 10^{-6}$ . Así el error de redondeo caería en el rango:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}(2^{-16}) &\leq e_r \leq \frac{1}{2}(2^{-16}) \\ -7,6294 \cdot 10^{-6} &\leq e_r \leq 7,6294 \cdot 10^{-6} \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

Para cualquier valor que tome  $y(k)$  dentro del rango del cuantificador.

Lamentablemente en muy pocos casos la variación alrededor del punto de operación utiliza todo el rango del conversor. Como apreciamos en el ejemplo anterior el rango del cuantificador alrededor del punto de operación equivale a tener solo 6 posibles valores útiles para la identificación.

Una manera de incrementar esta relación sería aumentando la variación de  $u(k)$ , pero ello en la práctica podría conllevar a sacar a la planta del punto de operación.

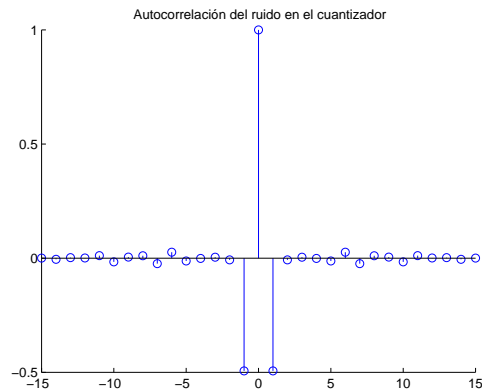


Figura 2.19: Autocorrelación del ruido en el cuantizador cuando  $u(k)$  es ruido blanco binario.

Con este rango de operación del cuantificador alrededor del punto de operación podemos asumir que estamos trabajando con un conversor de  $2.6781$  bits, y nuestro error de redondeo sería: (*Ec. 2.1.5*)

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}(2^{-2,6781}) &\leq e_r \leq \frac{1}{2}(2^{-2,6781}) \\ -0,0781 &\leq e_r \leq 0,0781 \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

Al observar la función de autocorrelación del error de redondeo (*Ec. 2.1.2*) del sistema excitado con ruido blanco binario mostrado en la *figura 2.19*, se concluye que el efecto de la cuantificación no puede ser modelado como ruido blanco.

Y al intentar identificar el sistema utilizando la estructura (*Ec. 2.1.6*):

$$y(k) = (b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3})u(k) + e(k) \quad (2.1.6)$$

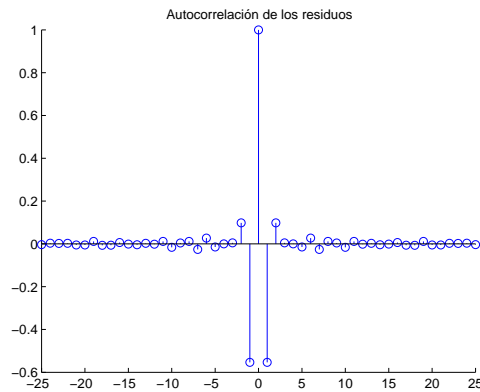


Figura 2.20: Autocorrelación de los residuos cuando  $u(k)$  es ruido blanco binario.

El vector de parámetros converge al real, pero es imposible ajustar el modelo de ruido, puesto que el modelo de ruido real simplemente no es 1, como se indica en la (Ec. 2.1.7):

$$y(k) = (b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + b_3q^{-3})u(k) + H(q)e(k) \quad (2.1.7)$$

Razón por la cual la función de autocorrelación de los residuos (Ec. 2.1.8) muestra claramente que el error de predicción  $e_p$  no es ruido blanco, como se indica en la figura 2.20, y el modelo no pasaría una prueba de blancura de ruido.

$$e_p = \hat{y}(k) - y(k) \quad (2.1.8)$$

Por otra parte, en el experimento donde se utilizó como señal de excitación *ruido*



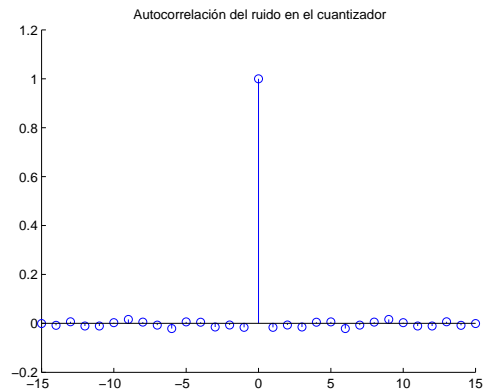


Figura 2.21: Autocorrelación del ruido en el cuantizador cuando  $u(k)$  es ruido blanco uniformemente distribuido.

*blanco uniformemente distribuido*, la función de autocorrelación de  $e_r$  y del los residuos  $e_p$ , como se muestra en las *figuras 2.21 y 2.22*, pueden asumirse como ruido blanco; y el efecto del cuantizador *sólo en este caso puede modelarse como una perturbación de ruido blanco*. Cuando el sistema es identificado los modelos de ruido coinciden (*Ec. 2.1.9*) y el sistema pasaría una prueba de blancura de ruido. (*Ver figura 2.22*).

$$\hat{H}(q) = H(q) = 1 \quad (2.1.9)$$

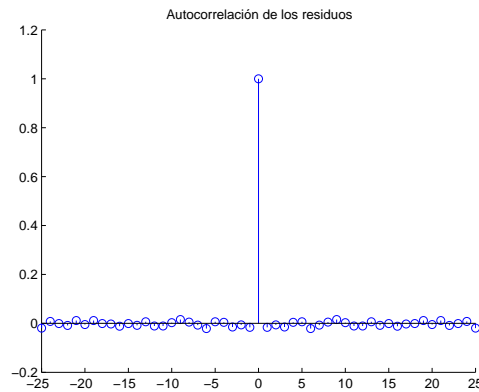


Figura 2.22: Autocorrelación de los residuos cuando  $u(k)$  es ruido blanco uniformemente distribuido.

*Se concluye entonces que la selección de  $u(k)$  con respecto al comportamiento no lineal de un cuantizador influye en el modelo finalmente identificado, puesto que, el modelo de ruido equivalente **no siempre puede considerarse como una perturbación de ruido blanco** y la estructura utilizada podría no representar adecuadamente el modelo de ruido real,  $H(q)$ . Así mismo una cuantificación excesiva supondría una perturbación de ruido aditivo alta, ocasionando posibles pérdidas de información de la dinámica del sistema, sobre todo en aquellas frecuencias con una baja relación señal a ruido.*

Además de la disminución de la cuantización de la señal proveniente del sensor fue necesario replantear la entrada de ruido blanco binario a ruido blanco uniformemente distribuido, como se explicará en la sección [2.2].

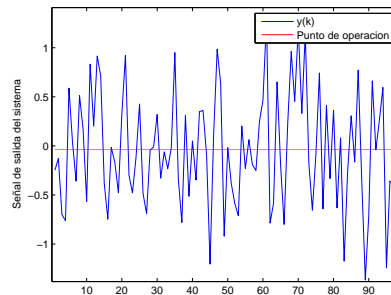


Figura 2.23: Señal de salida de un sistema estable en lazo abierto.

### 2.1.3. Necesidad de implementar técnicas de identificación en lazo cerrado

Existen algunas condiciones que se deben cumplir para utilizar algoritmos de identificación en lazo abierto, una de ellas es que la señal de salida del sistema en el experimento de identificación debe variar alrededor del punto de operación, tal como se muestra en la *figura 2.23*; en algunos casos prácticos esto es imposible de lograr en lazo abierto, como por ejemplo en plantas con integradores o plantas inestables en lazo abierto. [6]

La principal diferencia entre identificación en lazo cerrado e identificación en lazo abierto es el origen de los datos y no las técnicas de estimación empleadas. La diferencia parece ser sutil, pero como se observará más adelante, los datos tomados en lazo cerrado imponen serias limitaciones en cuanto a la aplicabilidad de algoritmos de estimación de parámetros. [6]

Los datos que fueron adquiridos siguiendo el esquema de identificación en lazo

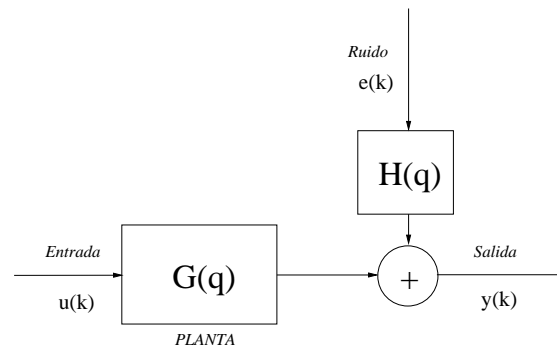


Figura 2.24: Esquema general para la representación de sistemas dinámicos LTI.

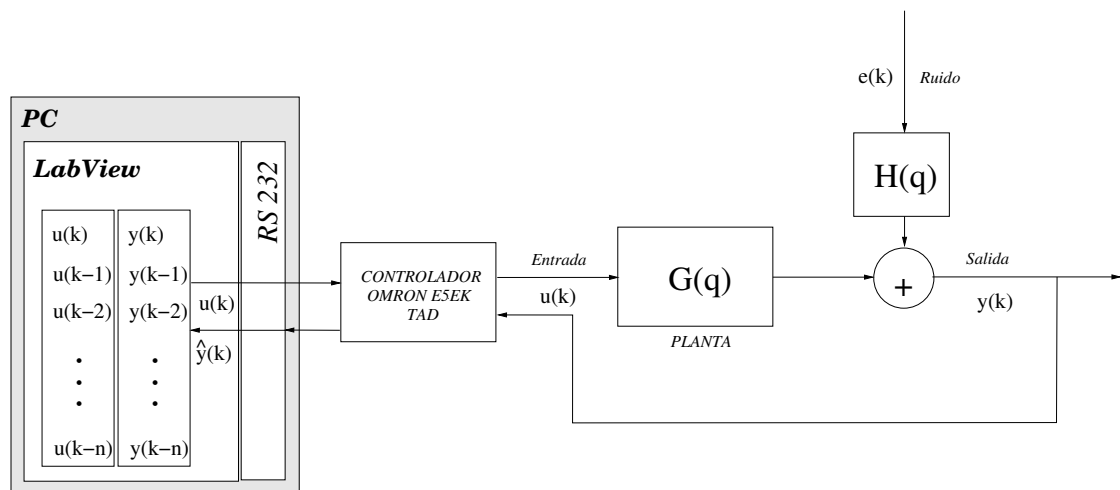


Figura 2.25: Adquisición de los datos en lazo abierto.

abierto (figura 2.24), fueron obtenidos usando el PID OMRON como una *tarjeta de adquisición de datos* mediante algoritmos desarrollados en LabView como se muestra en la figura 2.25, al utilizar identificación en lazo cerrado (ver figura 2.26) fue necesario replantear los algoritmos tal como lo representa la figura 2.27; para así cerrar el lazo de control.

### ¿Por qué identificación en lazo cerrado?

En un proceso de destilación por lotes, la masa dentro del rehervidor (*mezcla agua*

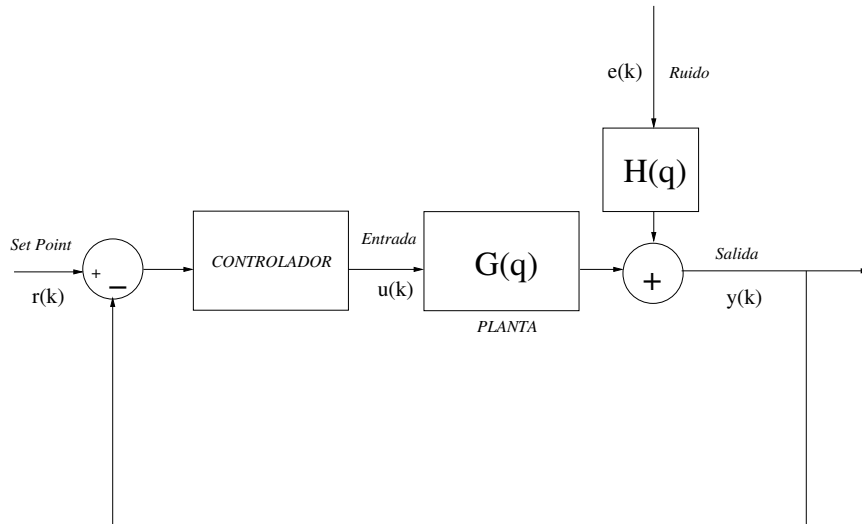


Figura 2.26: Sistema de control en lazo cerrado.

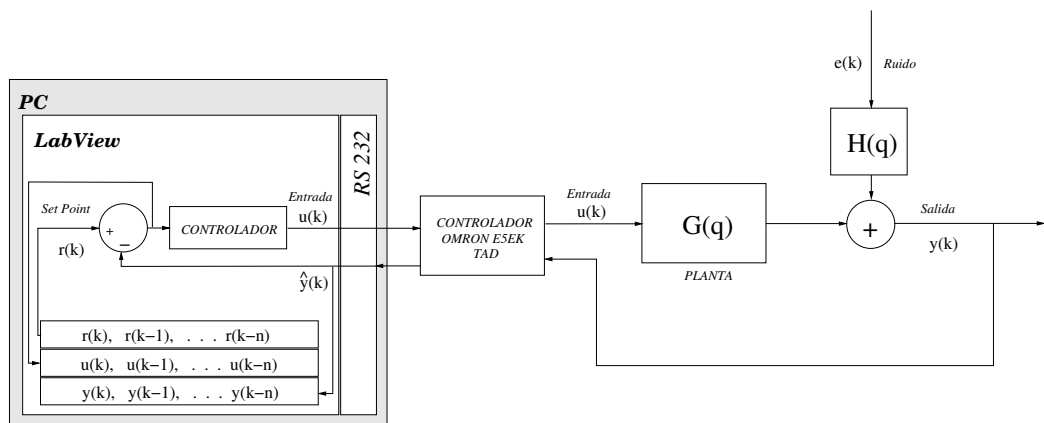


Figura 2.27: Adquisición de los datos en lazo cerrado.

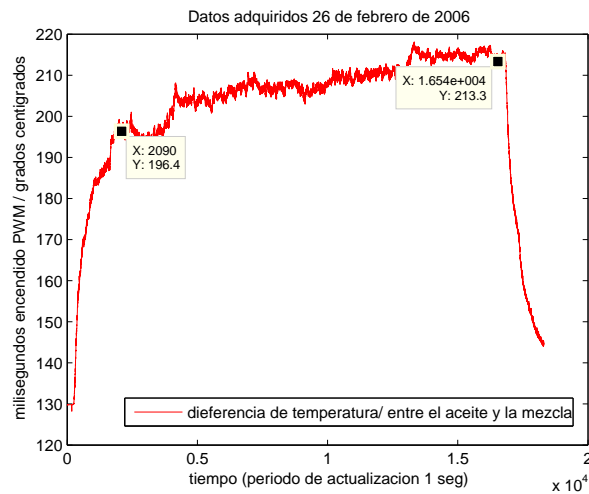


Figura 2.28: Diferencia de temperatura con 40 % del ciclo de PWM.

- *resina*) disminuye a medida de que el agua y la trementina son extraídas, esta disminución de la masa supone una menor capacidad de recibir calor desde la fuente de calor, y a pesar de que la temperatura en el interior del rehervidor puede considerarse constante, la diferencia de temperatura aumenta por el incremento de la temperatura en el aceite debido que el flujo de calor disminuye, esta característica hace que no sea posible utilizar el enfoque de identificación en lazo abierto tal como se tenía previsto en el anteproyecto.

El motivo por el que no se puede utilizar técnicas de identificación en lazo abierto es que la variable controlada (*Diferencia de temperatura*) no varía alrededor del punto de operación, como se muestra en la *figura 2.28*, en donde la diferencia de temperatura en lazo abierto se incrementa de 18 a 19 grados centígrados durante todo el experimento.

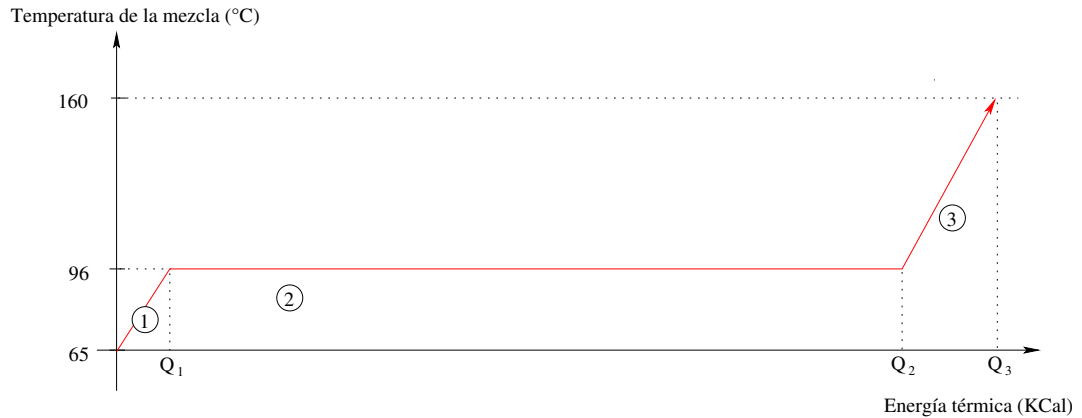


Figura 2.29: Temperatura de la mezcla contra la energía térmica añadida.

Para ilustrar este comportamiento se muestran los resultados obtenidos en un lote de producción en lazo abierto con un ciclo de trabajo constante a 40% (tabla 2.2); en la figura 2.29 se compara la temperatura dentro del rehervidor contra la energía térmica añadida; existen tres fases en donde la energía térmica entrando en la mezcla produce cambios en su temperatura y en sus características físicas (cambio de fase):

1. En este segmento la temperatura de la mezcla cambia de 65 a 96 grados centígrados, la cantidad de energía térmica necesaria depende del calor específico y la masa de la mezcla.

$$Q_1 = (X_{trementina}C_{ptrementina} + X_{colofonia}C_{pcolofonia} + X_{agua}C_{pagua})\Delta T^{\circ} \quad (2.1.10)$$

2. Cuando la mezcla alcanza los 96 grados centígrados (temperatura de ebullición del agua en Popayán) permanece en esta temperatura, aún cuando se siga agregando energía térmica.

Es en esta parte del proceso en donde el componente más volátil de la mezcla

es extraído junto con el agua (*destilación azeotrópica*).

La energía térmica necesaria para convertir la trementina y el agua en vapor depende del *calor latente de evaporación* y de la masa de estos dos componentes.

$$Q_2 = X_{trementina} \lambda_{trementina} + X_{agua} \lambda_{agua} \quad (2.1.11)$$

3. Cuando la trementina y el agua se han agotado, la energía térmica que adicionemos a la mezcla hará que la temperatura de la mezcla (*en su mayor parte colofonia*) incremente su temperatura.

$$Q_3 = X_{colofonia} C_{pcolofonia} \Delta T^\circ \quad (2.1.12)$$

Para el lote de producción de la *tabla 2.2* y reemplazando los valores de la *tabla 2.3* en las ecuaciones (*Ec. 2.1.10, 2.1.11 y 2.1.12*) tenemos:

$$\begin{aligned} Q_1 &= 200,23 & Kcal \\ Q_2 &= 2618,49 & Kcal \\ Q_3 &= 0,6 & Kcal \end{aligned} \quad (2.1.13)$$



Parámetros	Cantidad	Unidades	% Mezcla
Cantidad de Resina	3.000	g	34
Cantidad de Trementina	1.200	g	13,7931
Cantidad de agua	4.500	g	51,7241
Temperatura de filtración	65	°C	NA
Presión de filtración	20	Psig	NA
Temperatura de destilación	95	°C	NA
Temperatura de destilación al vacío	140	°C	NA
Presión de vacío	-8	Bar(0,8 Psia)	NA

Tabla 2.2: Lote de producción 26 de febrero de 2006

Componente	Punto de ebullición	Calor Especifico $C_p$	Calor Latente de evaporación
Agua	100°C (760 mmHg)	1 cal / g °C	545,3 cal / g
Trementina	156°C (760 mmHg)	0,453 cal / g °C	68,6 cal / g
Colofonia	NA	0,5 cal / g °C	NA

Tabla 2.3: Propiedades térmicas de los componentes de la mezcla. Fuente OCON, J y TOJO, G. Madrid 1967.

Estos resultados indican que los requerimientos de energía térmica son variables y dependen de la composición de la mezcla; el comportamiento de la composición de la mezcla durante el proceso de destilación requiere un análisis que va más allá del propósito de este documento.

Para explicar de una forma más clara el comportamiento de la temperatura del aceite térmico se desprecia el reflujo de la torre de destilación y las pérdidas de calor hacia el medio ambiente como se muestra en la *figura 2.30*. Una vez la mezcla alcanza su punto de ebullición *sección 2 de la figura 2.29*, basándonos en la *gráfica 2.28* y en el hecho de que la temperatura dentro del rehervidor  $T_{mezcla}$  puede considerarse constante durante esta parte del proceso podemos decir que:

1. El incremento en la diferencia de temperatura se debe al incremento de la temperatura del aceite térmico, por que este último adquiere calor ( $Q_a$ ).
2. A pesar de que la temperatura de la mezcla es estable, adquiere calor ( $Q_m$ ), el que permite que dos de sus componentes cambien de estado.
3. La tasa de transferencia de calor hacia la mezcla  $H$  depende de la diferencia de temperatura entre el aceite térmico y la mezcla.
4. La energía térmica entrante en el sistema ( $Q_0$ ) depende de la potencia eléctrica suministrada.

$$Q_0 = Q_a + Q_m$$

$$Q_a = C_{p\text{-aceite}} m_{\text{aceite}} \Delta T^\circ \quad (2.1.14)$$

$$Q_m = \lambda_{\text{trementina}} X_{\text{trementina}} + \lambda_{\text{agua}} X_{\text{agua}}$$

*Para que la diferencia de temperatura se mantenga constante ante una entrada constante se requiere que  $Q_0 = Q_m$ . Una pequeña diferencia provoca que el aceite incremente o disminuya su temperatura en varios grados centígrados gracias a su capacidad calorífica  $C_p$  baja. Esta característica del proceso sumado al efecto del reflujo de la torre de destilación y a las pérdidas de calor al ambiente hacen que sea necesario utilizar identificación en lazo cerrado.*

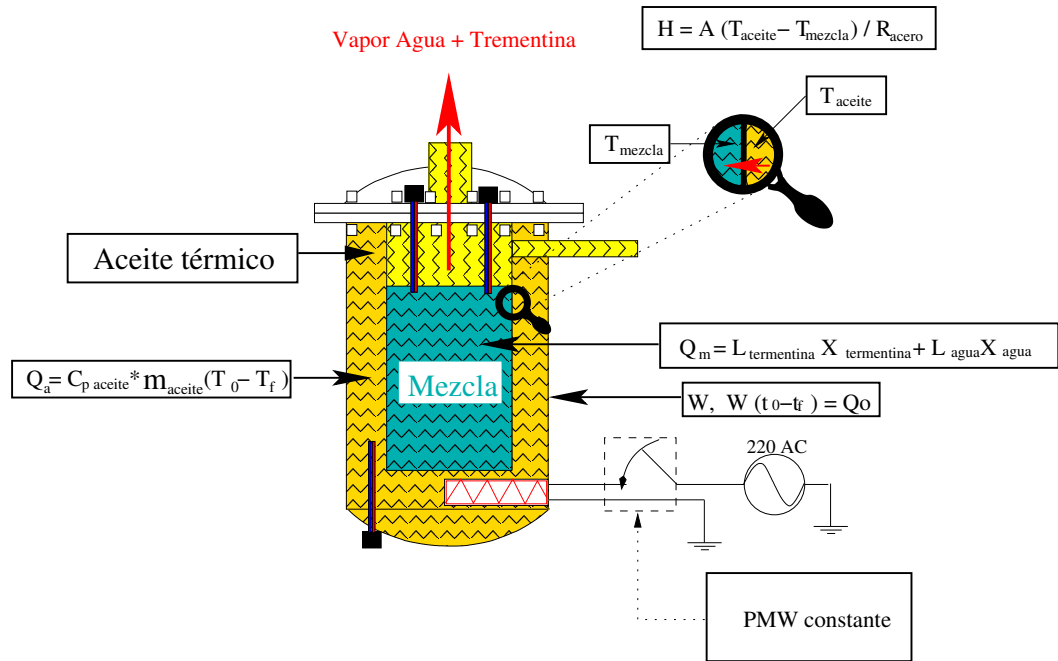


Figura 2.30: Consumo de energía térmica durante la destilación.

## 2.2. Características de la extraseñal utilizada

Es bien conocido en la teoría de identificación de sistemas que la señal de entrada debe tener características que permitan exponer las propiedades dinámicas del sistema, puesto que si usamos una señal demasiado simple para excitar al sistema tendremos una respuesta "simple" del mismo, tal como podríamos usar una de las técnicas del control clásico como la respuesta al escalón, que aunque extensamente utilizada en el pasado hasta nuestros días, sabemos de antemano que es poco informativa, o también podríamos usar una señal de entrada simple, por ejemplo una senoide pura:

$$u(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

Con esta excitación tendríamos información del comportamiento del sistema trabajando en una frecuencia  $w$  específica.

*¿Entonces, cómo excitar al sistema para que su respuesta sea lo suficientemente informativa?*

Con una señal que posea una función de densidad espectral que esté distribuida en el ancho de banda del sistema a identificar, o sea, que la entrada debe tener un contenido frecuencial significativo en el ancho de banda de interés.

Para estar seguros de cumplir con esta especificación es posible excitar al sistema con una señal de ruido blanco, esta contiene un espectro uniforme para todas las frecuencias [11], así mismo se podría utilizar una señal de ruido blanco filtrado, con esto se eliminan ciertas frecuencias no relevantes en el modelado del sistema.[12]

La señal de entrada utilizada fue un *PWM* con un ciclo de trabajo constante más una extraseñal de ruido blanco uniformemente distribuido, esta señal hace variar el ancho del pulso para cada ciclo del *PWM* de manera aleatoria alrededor del punto de operación, tal como se muestra en la *figura 2.31*. Como se puede observar en la gráfica, para cada valor de porcentaje de encendido del PWM, la señal de salida varía su tiempo de encendido durante ese período.

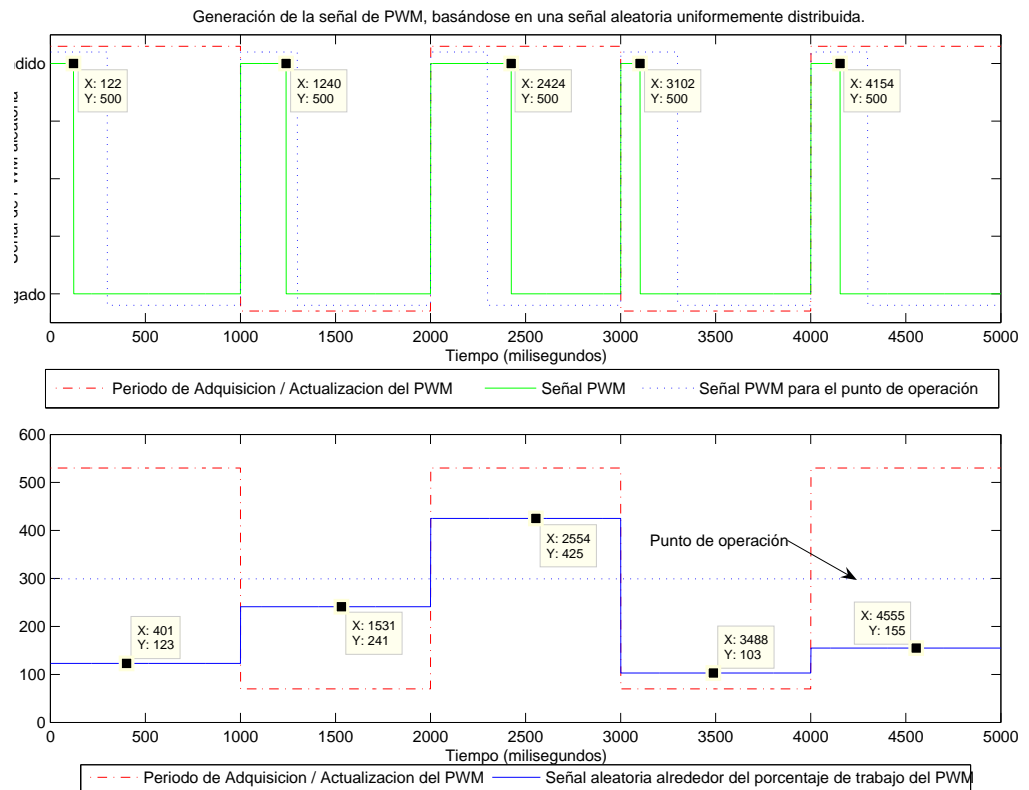


Figura 2.31: Gráficas de la extraseñal utilizada (*inferior*) y los ciclos del *PWM* (*superior*).

Inicialmente, la extraseñal utilizada era binaria pseudo aleatoria, pero como se demostró en el presente capítulo, ese tipo de excitación sumado al efecto de cuantización introduce altas perturbaciones que corrompen información de los datos adquiridos, razón por la cual se utilizó ruido blanco uniformemente distribuido.

## 2.3. Sistema de control y adquisición de datos

Como ya se mencionó anteriormente, los datos fueron adquiridos utilizando un controlador PID industrial *OMRON ref.E5EK* como tarjeta de adquisición de datos. Un programa diseñado en LabView 7.1.1 se comunica con el controlador PID vía serial *RS – 232* permitiendo obtener datos de experimentos de identificación en lazo abierto ó cerrado.

El código desarrollado permite entre otras cosas:

1. La selección del tiempo de muestreo.
2. Elección del tiempo de actualización de la señal de PWM. Teniendo en cuenta que esta actualización debía hacerse en tiempo real, se utilizaron las subrutinas del ToolBox de tiempo real (DEMO) para LabView 7.1.1
3. Operación en *lazo abierto* ó *lazo cerrado*
4. Filtro de media móvil.
5. Emulación de un PID en lazo cerrado.
6. Selección del rango de variación de la extraseñal  $r(k)$  ó  $u(k)$  según la configuración del lazo de control, además de los valores de voltaje a la salida del PID.
7. Almacenamiento de los datos para ser luego procesados en MATLAB.
8. Configuración general del *PID OMRON*.

## CAPÍTULO 3

# Método utilizado para la identificación del sistema.

El motivo principal para utilizar identificación de sistemas es la necesidad de encontrar una solución para un problema de control; las técnicas utilizadas en identificación permiten encontrar un modelo matemático que represente el sistema dinámico real, para así diseñar un controlador que solucione dicho problema de control. El objetivo de utilizar identificación de sistemas en esta investigación no es encontrar un modelo matemático que represente al sistema dinámico; si no que este sirva como medio para solucionar un problema de control real, en un ambiente industrial.

Para encontrar el modelo matemático de un sistema dinámico existen métodos que podemos utilizar, o en la mayoría de los casos una combinación de algunos de estos:

1. Conocimiento de las leyes físicas que rigen el comportamiento de la planta.
2. Información proporcionada por los fabricantes sobre sus parámetros principales.
3. Identificación experimental basada en el registro de datos entrada – salida.

El proceso de destilación al ser un sistema dinámico tan complejo, la obtención de un modelo *teórico* que represente adecuadamente al sistema basándose únicamente en el conocimiento de las leyes físicas resulta engorroso y posiblemente inútil.

Es importante recordar que en un proceso de destilación muchas variables físicas están *acopladas* entre sí, como por ejemplo la temperatura del aceite térmico con la temperatura en el interior del rehervidor, la cantidad de vapor entrando en la torre de destilación con la cantidad de calor radiada hacia el ambiente, la cantidad de masa saliendo del sistema como fluido destilado con la cantidad de calor transferida hacia la mezcla en ebullición, estas relaciones hacen posible identificar características del sistema asociadas a dinámicas ajenas a la simple transferencia de calor desde el aceite térmico hacia la mezcla, ya que, como se verá más adelante, a pesar de que el experimento de identificación solamente contaba con la instrumentación necesaria para adquirir datos del lazo de control de temperatura en el rehervidor, la dinámica de la torre de destilación, la disminución de la masa en el interior del rehervidor, y el calentamiento no uniforme del aceite térmico, se ven reflejadas en el comportamiento del lazo de control de temperatura.

Gracias a las herramientas que nos brindan las diferentes técnicas de identificación de sistemas no es necesario dilucidar un *modelo teórico* para sintonizar un controlador que solucione el problema de control. En este caso solucionar el problema de control es el principal objetivo de la identificación de sistemas y no el modelo matemático obtenido.



En este capítulo se presentan algunas consideraciones previas al experimento de identificación; mas adelante se aborda la metodología para la identificación del sistema y la técnica utilizada para la sintonización del controlador PID.

### **3.1. Resultados de los experimentos en lazo cerrado.**

Los resultados obtenidos en lazo cerrado muestran que el lazo de control de temperatura es perturbado por los efectos de la disminución de la masa dentro del rehervidor y el calentamiento por convección natural del aceite térmico, además de la dinámica relacionada con el reflujo interno de la torre de destilación.

#### **3.1.1. Consideraciones previas a la identificación**

Antes de iniciar con el procedimiento de identificación en lazo cerrado es necesario estudiar el comportamiento del proceso en lazo cerrado, brindando una panorámica de la dinámica del sistema, de las perturbaciones del lazo de temperatura y de la forma en la que otras variables influyen en el comportamiento del lazo de control.

Los resultados obtenidos con la configuración mostrada en la *figura 3.1* muestran una respuesta constante en comparación con la respuesta en lazo abierto estudiada en el capítulo 2 (*ver figuras 2.28 y 3.2*). En la *figura 3.2* las variaciones alrededor del punto de operación se deben principalmente a variaciones en la temperatura del aceite debido al calentamiento por convección natural y a la disminución de la masa

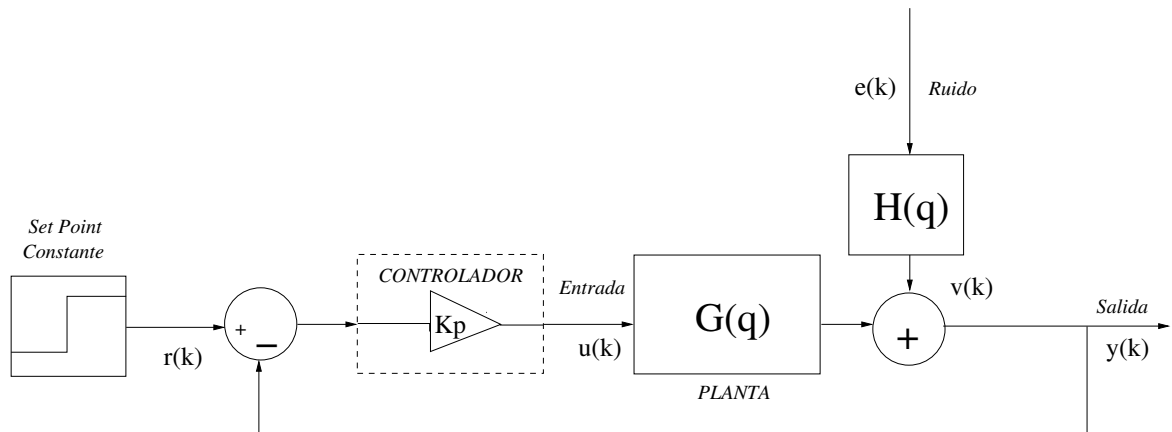


Figura 3.1: Configuración en lazo cerrado.

dentro del rehervidor y el reflujo de la torre de destilación.

A continuación se presenta una explicación de estas características del sistema basándose en una serie de experimentos enfocados a exponer la relación entre las distintas variables del proceso.

### 1. Calentamiento del aceite por convección natural:

Al excitar al sistema con un nivel de potencia constante (*lazo abierto*) se observó una oscilación en la señal de temperatura, tal como se muestra en la *figura 3.4*. Esta oscilación de aproximadamente  $3^{\circ}C$  de amplitud y un periodo inferior a tres minutos se detectó independientemente del contenido del rehervidor. Experimentos posteriores (*experimentos desarrollados en los meses de febrero y marzo de 2005*) indicaron que al incrementar el nivel DC de entrada, la oscilación disminuía su amplitud y aceleraba su frecuencia, sugiriendo el posible fenómeno físico que causa tal comportamiento.

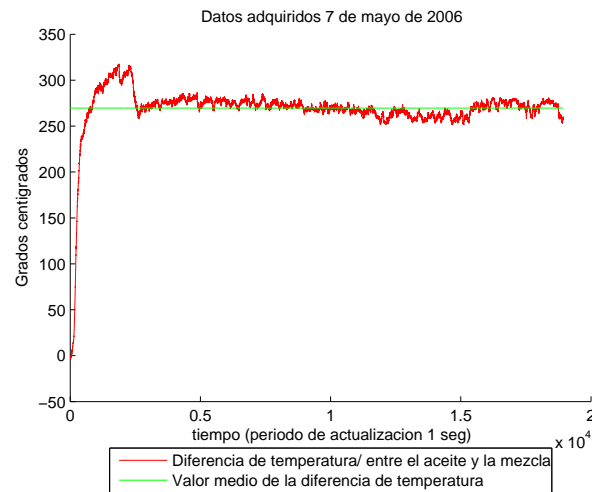


Figura 3.2: Respuesta del sistema en lazo cerrado.

Dicha variación se debe a que el calentamiento del aceite por convección natural introduce una oscilación en la señal de temperatura del aceite, debida a que las capas inferiores de aceite se calientan primero al estar más cerca de la fuente de calor (*resistencias*). Estas regiones calentadas se expanden, como resultado, la densidad del aceite disminuye y éste asciende. Al mismo tiempo, el aceite frío más denso sustituye al aceite caliente en el fondo del rehervidor de manera que pueda calentarse, estableciendo una oscilación en la temperatura medida en la parte inferior de la chaqueta que contiene al aceite, como se ilustra en la *figuras 3.3 y 3.4*.

Si bien es cierto que esta oscilación existe, la amplitud y la frecuencia de esa señal afecta muy poco a la identificación del sistema puesto que las dinámicas

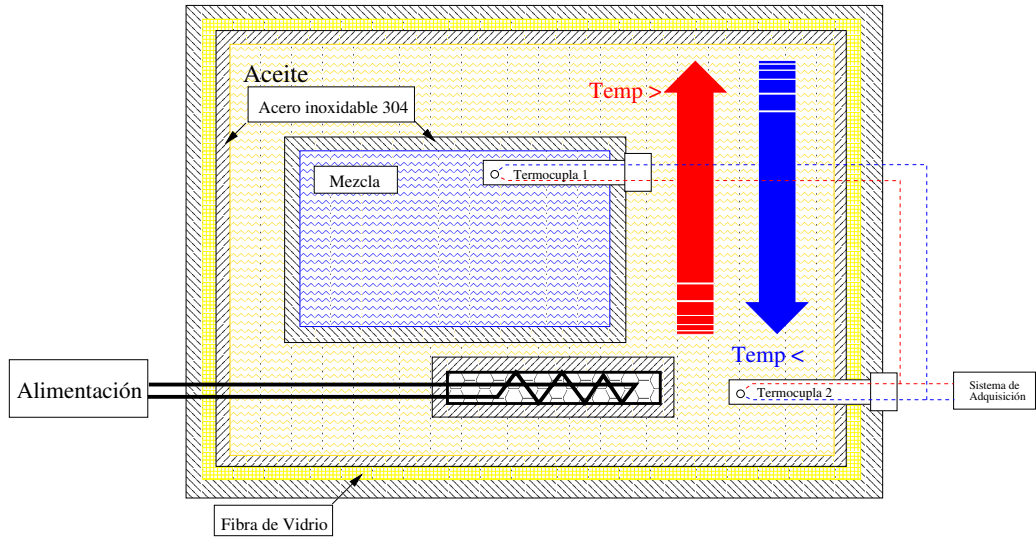


Figura 3.3: Calentamiento del aceite por convección natural.

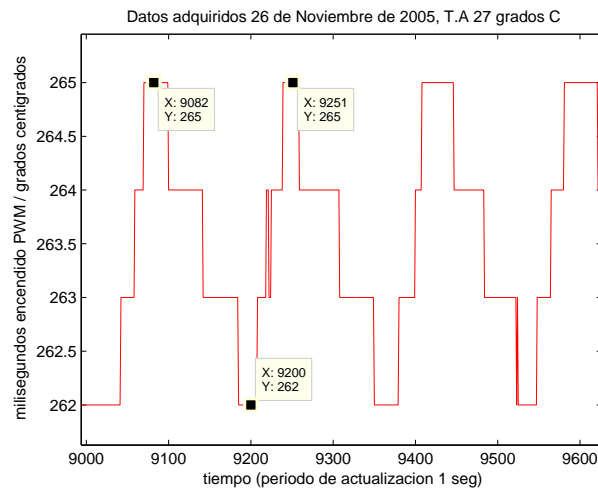


Figura 3.4: Oscilación debida al calentamiento del aceite por convección natural.

que nos interesan son mucho más lentas. *La frecuencia de la oscilación se encuentra muy por encima de la frecuencia de corte del proceso.*

## 2. Disminución de la masa dentro del rehervidor y el reflujo de la columna de destilación.

Puesto que no se contaba con la instrumentación necesaria para relacionar la cantidad de masa de la mezcla dentro del rehervidor o el reflujo de la torre de destilación con la señal de temperatura, se planteó un experimento que buscaba encontrar variaciones en la función de autocorrelación de la señal instrumentada al variar la configuración del equipo, estableciendo una relación entre la señal de temperatura y estas variables, que probaran su influencia en el comportamiento del lazo de control.

Como punto de referencia tenemos la respuesta del sistema en lazo cerrado en funcionamiento normal *0% reflujo*, en esta configuración (*ver figuras 3.1 y 3.5*) los componentes extraídos de la mezcla (*agua y trementina*) salen desde el condensador hacia afuera del sistema como fluido destilado, haciendo que la cantidad de masa dentro del rehervidor disminuya.

Las ecuaciones (*Ec. 3.1.1*) representan al sistema de la *figura 3.1*. La ecuación (*Ec. 3.1.2*) muestra la ley de control en términos de  $r(k)$  y del ruido  $u(k)$ .

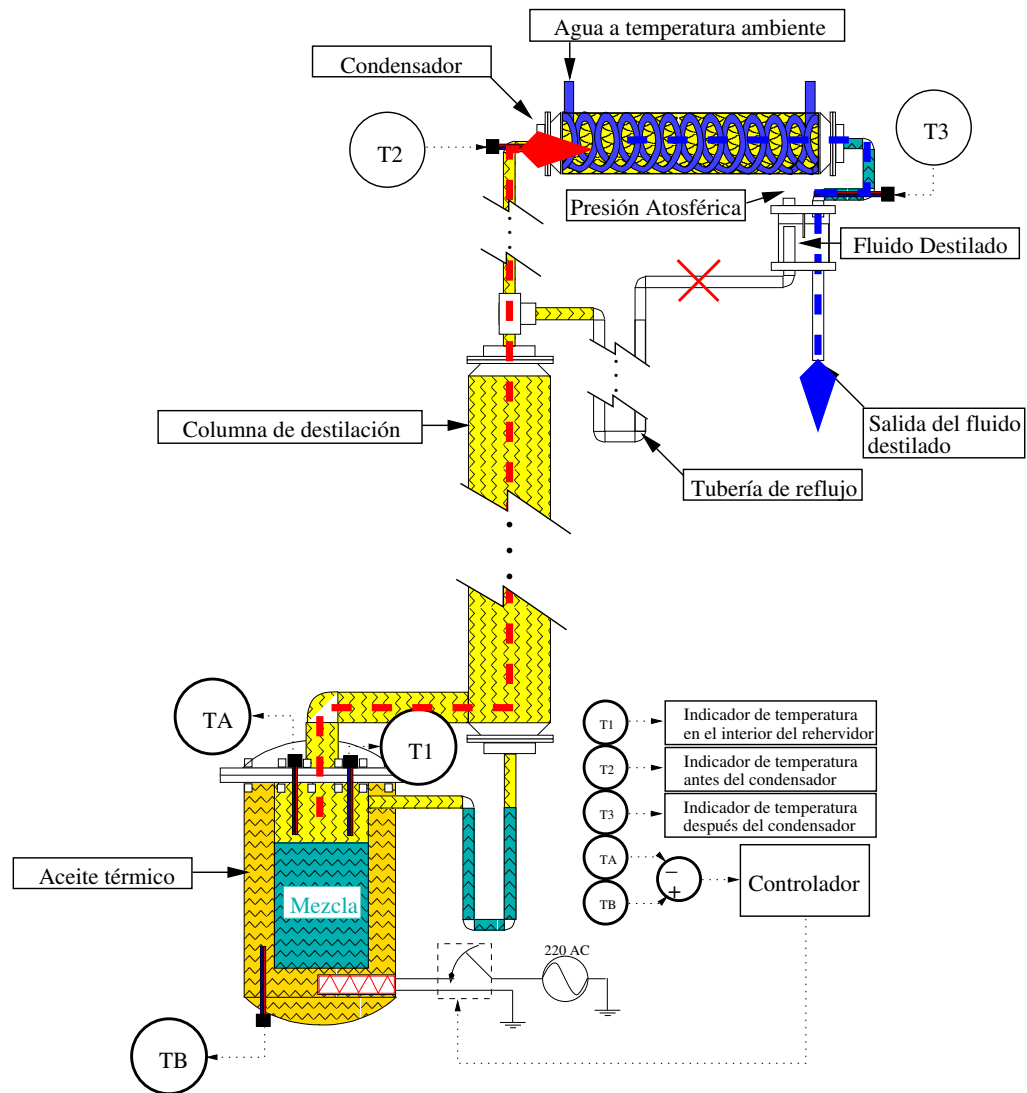


Figura 3.5: Configuración normal del proceso. 0% de reflujo.

$$\begin{aligned} y(k) &= G(q)u(k) + v(k) \\ v(k) &= H(q)e(k) \end{aligned} \tag{3.1.1}$$

$$\begin{aligned} u(k) &= G_c(q)\left(r(k) - y(k)\right) \\ &= G_c(q)\left(r(k) - G(q)u(k) - v(k)\right) \\ u(k)\left(1 + G_c(q)G(q)\right) &= G_c(q)r(k) - G_c(q)v(k) \\ u(k) &= S(q)r(k) - S(q)v(k) \end{aligned} \tag{3.1.2}$$

Siendo:

$$S(q) = \frac{G_c(q)}{1 + G_c(q)G(q)} \tag{3.1.3}$$

Se reemplaza la (Ec. 3.1.2) en (Ec. 3.1.1).

$$\begin{aligned} y(k) &= G(q)\left(S(q)r(k) - S(q)v(k)\right) + v(k) \\ &= G(q)S(q)r(k) - G(q)S(q)v(k) + v(k) \\ &= G(q)S(q)r(k) + \left(1 - G(q)S(q)\right)v(k) \\ &= G(q)S(q)r(k) + \left(1 - \frac{G(q)G_c(q)}{1 + G_c(q)G(q)}\right)v(k) \\ &= G(q)S(q)r(k) + \frac{S(q)}{G_c(q)}v(k) \end{aligned} \tag{3.1.4}$$

Las ecuaciones (Ec. 3.1.2) y (Ec. 3.1.4) se pueden combinar para expresar a  $y(k)$  y a  $u(k)$  como la salida de un sistema dinámico cuya excitación es  $r(k)$ .

$$\begin{bmatrix} y(k) \\ u(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G(q)S(q) \\ S(q) \end{bmatrix} r(k) + \begin{bmatrix} \frac{S(q)}{G_c(q)} \\ -S(q) \end{bmatrix} v(q) \quad (3.1.5)$$

Con el fin de analizar la respuesta del sistema en lazo cerrado la *ecuación* (Ec. 3.1.5) puede ser tratada como un problema de identificación en lazo abierto (Ec. 3.1.6) por que el ruido  $v(k)$  no afecta la señal de excitación  $r(k)$ . Si suponemos a  $G(q)$  lineal, la componente de  $y(k)$  debida a  $r(k)$  cuando  $r(k)$  es constante, es también una constante, dicha constante es eliminada durante el procesamiento de los datos. La eliminación del componente de respuesta debido a  $r(k)$ , es equivalente a igualar a cero esta señal.

$$\begin{aligned} A(q)y(k) &= \frac{B(q)}{F(q)}r(k) + C(q)e(k) \\ A(q)y(k) &= C(q)e(k) \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Para cada experimento se calculó un modelo **ARMA** con la estructura de la *ecuación* (Ec. 3.1.6). Las gráficas de Bode de los modelos estimados son mostradas en la *figura 3.7*.

**El experimento:** Para relacionar la disminución de la mezcla dentro del sistema con el lazo de control de temperatura, se cambió la configuración del equipo al mostrado en la (*figura 3.6*) (*100 % reflujó*). De esta manera, la cantidad de mezcla dentro del sistema se mantiene constante. Al analizar y comparar los datos adquiridos con la respuesta del sistema en operación normal (*0 % reflujó*) se hace evidente que la disminución en la masa es responsable de perturbaciones de baja frecuencia (*ver figura 3.7*).



En el gráfico de la función de autocorrelación de la señal de temperatura mostrada en la *figura 3.8* se utilizaron aproximadamente *5400* datos por cada experimento. Se puede observar una relación en los datos periódica, lenta en términos de la distancia entre instantes de muestreo; al comparar los dos prácticas, como era de esperarse, la relación entre instantes de muestreo es más lenta en la destilación con 0% de reflujo, demostrando que el efecto de la disminución de la cantidad de mezcla en el sistema afecta al funcionamiento del lazo de control de temperatura.

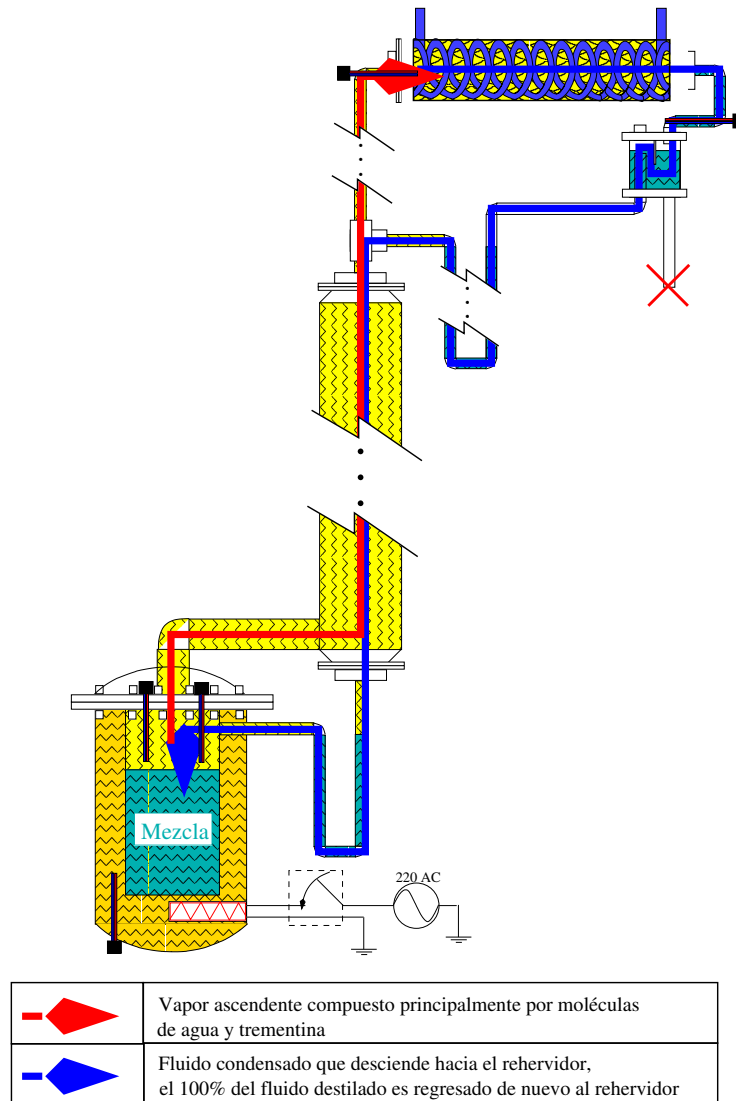


Figura 3.6: Configuración del proceso con 100 % de reflujo.

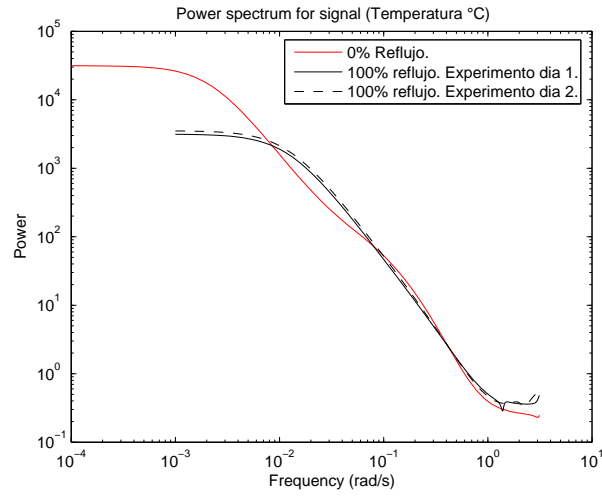


Figura 3.7: Gráficas de Bode de los modelos estimados.

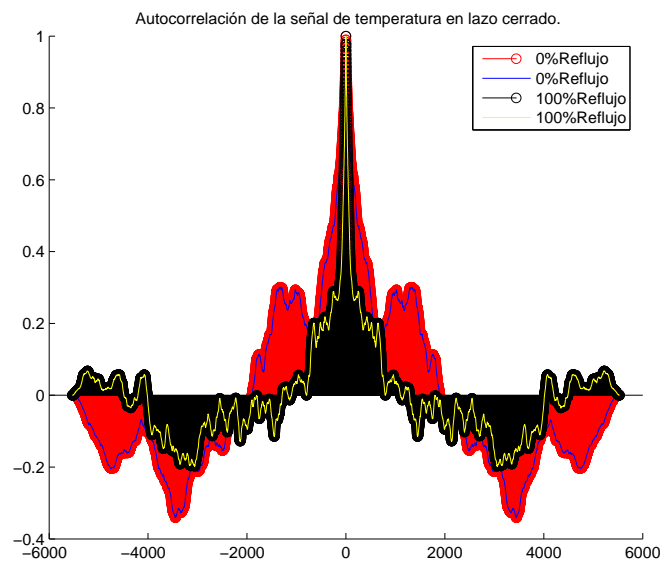


Figura 3.8: Autocorrelación de la señal de temperatura en lazo cerrado.

## 3.2. Método utilizado para la identificación del sistema.

Antes de explicar el método utilizado para la identificación del sistema es necesario recordar algunos conceptos básicos de la identificación en lazo cerrado, relacionados con la importancia de una buena selección en la estructura del modelo.

En identificación en lazo cerrado existen tres enfoques principales: [4][6]

1. **Identificación directa:** Se estiman los parámetros del modelo de lazo abierto con base en la medición de  $u(k)$  y  $y(k)$ . Cuando se hace identificación directa no se requiere conocer el modelo del controlador.
2. **Identificación indirecta:** Para identificar los parámetros del modelo de lazo abierto primero se realiza una estimación del modelo de lazo cerrado con base en  $u_c(k)$  y  $y(k)$ . A partir del modelo del controlador y el modelo de lazo cerrado, se obtiene mediante simple álgebra de bloques el modelo de lazo abierto.
3. **Identificación conjunta:** Utiliza enfoque totalmente diferente a los anteriores. Supone el sistema de lazo cerrado como una caja negra cuyas entradas son  $u_c(k)$  y  $v(k)$ , y sus salidas  $u(k)$  y  $y(k)$ .

En identificación paramétrica en lazo cerrado una mala selección de las estructuras del modelo del sistema y / ó el modelo de ruido originan modelos cuyas curvas de respuesta en frecuencia no representan adecuadamente al sistema real;<sup>1</sup> y al intentar

---

<sup>1</sup>[6] Ver Págs. 47, 49, 60, 61, 63 - 66, 72.

calibrar un controlador *PID* a partir de estos modelos errados no se obtendrá la respuesta del sistema en lazo cerrado deseada; el principal inconveniente en este enfoque es que *la selección de la estructura representa un problema que aún no a sido resuelto en la teoría de identificación de sistemas.*

A continuación se presentan dos ejemplos en donde se analiza la convergencia de los parámetros de dos estructuras que no representan adecuadamente al sistema a identificar. En el primer ejemplo (Ej. 3.2.1) se hace una sobrestimación en número de parámetros del polinomio  $B(q)$  (*componente FIR*) de la estructura *ARX*, luego en el (Ej. 3.2.2) se estudia el caso cuando el polinomio  $A(q)$  no coincide con el del sistema real.<sup>2</sup>

**Ejemplo 3.2.1.** *Estimar analíticamente la convergencia de los parámetros de la estructura **ARX** mostrada en la (Ec. 3.2.1):*

$$\begin{aligned} A(q)y(k) &= B(q)u(k) + e(k) \\ y(k) &= -a_1y(k-1) + b_1u(k-1) + b_2u(k-2) + e(k) \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

*Con datos generados a partir del modelo que representa al sistema real mostrado en la (Ec. 3.2.2)*

$$y(k) = -a_0y(k-1) + b_0u(k-1) + e(k) \tag{3.2.2}$$

---

<sup>2</sup>En [4] Pág. 106 Ej. 5.2 se estudia el efecto de una mala selección del modelo de ruido en los parámetros obtenidos.

Los parámetros de la estructura de la ecuación (Ec. 3.2.1) se pueden encontrar utilizando el método de los mínimos cuadrados. Si el conjunto de datos entrada - salida es lo suficientemente grande, los parámetros pueden ser calculados utilizando (Ec. 3.2.3).

$$\left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N \rightarrow \infty} \varphi(k) \varphi^T(k) \right) \hat{\theta}_N = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N \rightarrow \infty} \varphi(k) y(k) \quad (3.2.3)$$

Remplazando el vector de auto regresión para la ecuación (Ec. 3.2.1)

$\varphi(k) = [-y(k-1) \ u(k-1) \ u(k-2)]^T$  y  $\hat{\theta}_N = [a_1 \ b_1 \ b_2]^T$  en (Ec. 3.2.3).

$$\left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ u(k-1) \\ u(k-2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -y(k-1) & u(k-1) & u(k-2) \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \quad (3.2.4)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ u(k-1) \\ u(k-2) \end{bmatrix} y(k)$$

Efectuando la operación entre  $\varphi(k)$  y  $\varphi(k)^T$ .

$$\left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} y^2(k-1) & -y(k-1)u(k-1) & -y(k-1)u(k-2) \\ -y(k-1)u(k-1) & u^2(k-1) & u(k-2)u(k-1) \\ -y(k-1)u(k-2) & u(k-1)u(k-2) & u^2(k-2) \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} -y(k-1)y(k) \\ u(k-1)y(k) \\ u(k-2)y(k) \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

Si  $N \rightarrow \infty$  las anteriores expresiones se pueden presentar en términos de autocorrelación y correlación cruzada.

$$\begin{bmatrix} R_y(0) & -R_{yu}(0) & -R_{yu}(1) \\ -R_{yu}(0) & R_u(0) & R_u(1) \\ -R_{yu}(1) & R_u(1) & R_u(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_y(1) \\ R_{yu}(1) \\ R_{yu}(2) \end{bmatrix} \quad (3.2.6)$$

Para el sistema real (Ec. 3.2.2) las funciones  $R_y(\tau)$ ,  $R_{yu}(\tau)$  y  $R_u(\tau)$  dependen de la varianza de la señal  $u(k)$  y  $e(k)$  que se denotarán  $\sigma_u^2$  y  $\sigma_e^2$  respectivamente.

Se requiere calcular el valor de las funciones de autocorrelación  $R_y(\tau)$  y  $R_u(\tau)$  además de la función de correlación cruzada  $R_{yu}(\tau)$ .

### **Función de correlación cruzada $R_{yu}(\tau)$**

Reemplazando la ecuación (Ec. 3.2.2) en (Ec. 3.2.7).

$$\begin{aligned}
R_{yu}(\tau) &= E\{y(k + \tau)u(k)\} \\
&= E\{[-a_0y(k - 1 + \tau) + b_0u(k - 1 + \tau) + e(k + \tau)]u(k)\} \\
&= -a_0E\{y(k - 1 + \tau)u(k)\} + b_0E\{u(k - 1 + \tau)u(k)\} + E\{e(k + \tau)u(k)\} \\
&= -a_0R_{yu}(\tau - 1) + b_0R_u(\tau - 1) + R_{eu}(\tau)
\end{aligned} \tag{3.2.7}$$

Dada la operación en lazo abierto  $R_{eu}(\tau)$  vale cero para todo  $\tau$ .

$$R_{yu}(\tau) = -a_0R_{yu}(\tau - 1) + b_0R_u(\tau - 1) \tag{3.2.8}$$

*Cuando  $\tau < 0$  se tiene:*

$$\begin{aligned}
R_{yu}(\tau) &= -a_0R_{yu}(\tau - 1) + b_0R_u(\tau - 1) \\
&= R_{yu}(-|\tau|) \\
&= E\{y(k - |\tau|)u(k)\} \\
&= E\{u(k)y(k - |\tau|)\}
\end{aligned} \tag{3.2.9}$$

$R_{yu}(\tau)$  es cero para todo  $\tau < 0$  puesto que el futuro de la señal  $u(k)$  no afecta al pasado de  $y(k)$ .



*Cuando  $\tau \geq 0$  se tiene:*

$$\begin{aligned}
 R_{yu}(0) &= -a_0 R_{yu}(-1) + b_0 R_u(-1) \\
 &= 0 \\
 R_{yu}(1) &= -a_0 R_{yu}(0) + b_0 R_u(0) \\
 &= b_0 \sigma_u^2 \\
 R_{yu}(2) &= -a_0 R_{yu}(1) + b_0 R_u(1) \\
 &= -a_0 b_0 \sigma_u^2 \\
 R_{yu}(3) &= -a_0 R_{yu}(2) + b_0 R_u(2) \\
 &= -(a_0)^2 b_0 \sigma_u^2 \\
 &\vdots \\
 R_{yu}(\tau) &= (-a_0)^{\tau-1} b_0 \sigma_u^2
 \end{aligned} \tag{3.2.10}$$

*La función de correlación cruzada  $R_{yu}$  es mostrada en la (Ec. 3.2.11).*

$$R_{yu}(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau \leq 0 \\ (-a_0)^{\tau-1} b_0 \sigma_u^2 & \tau > 0 \end{cases} \tag{3.2.11}$$

***Función de correlación cruzada  $R_{ye}(\tau)$***

*Para calcular  $R_y(\tau)$  se requiere primero calcular  $R_{ye}(\tau)$*

$$\begin{aligned}
R_{ye}(\tau) &= E\{y(k + \tau)e(k)\} \\
&= E\{[-a_0y(k - 1 + \tau) + b_0u(k - 1 + \tau) + e(k + \tau)]e(k)\} \\
&= -a_0E\{y(k - 1 + \tau)e(k)\} + b_0E\{u(k - 1 + \tau)e(k)\} + E\{e(k + \tau)e(k)\} \\
&= -a_0R_{ye}(\tau - 1) + b_0R_{ue}(\tau - 1) + R_e(\tau)
\end{aligned} \tag{3.2.12}$$

Dada la operación en lazo abierto  $R_{ue}(\tau - 1)$  vale cero para todo  $\tau$ .

$$R_{ye}(\tau) = -a_0R_{ye}(\tau - 1) + R_e(\tau) \tag{3.2.13}$$

**Cuando  $\tau < 0$  se tiene:**

$$\begin{aligned}
R_{ye}(\tau) &= R_{ye}(-|\tau|) \\
&= E\{y(k - |\tau|)e(k)\} \\
&= E\{e(k)y(k - |\tau|)\}
\end{aligned} \tag{3.2.14}$$

$R_{ye}(\tau)$  es cero para todo  $\tau < 0$  puesto que el futuro de la señal  $e(k)$  no afecta al pasado de  $y(k)$ , ó lo que es igual, el ruido no es afectado por la señal  $y(k)$ .

**Cuando  $\tau \geq 0$  se tiene:**

$$\begin{aligned}
R_{ye}(\tau) &= -a_0 R_{ye}(\tau - 1) + R_e(\tau) \\
R_{ye}(0) &= -a_0 R_{ye}(-1) + R_e(0) \\
&= \sigma_e^2 \\
R_{ye}(1) &= -a_0 R_{ye}(0) + R_e(1) \\
&= -a_0 \sigma_e^2 \\
R_{ye}(2) &= -a_0 R_{ye}(1) + R_e(2) \tag{3.2.15} \\
&= -a_0^2 \sigma_e^2 \\
R_{ye}(3) &= -a_0 R_{ye}(2) + R_e(3) \\
&= (-a_0)^3 \sigma_e^2 \\
&\vdots \\
R_{ye}(\tau) &= (-a_0)^\tau \sigma_e^2
\end{aligned}$$

La función de correlación cruzada  $R_{ye}$  es mostrada en la (Ec. 3.2.16).

$$R_{ye}(\tau) = \begin{cases} 0 & \tau < 0 \\ \sigma_e^2 & \tau = 0 \\ (-a_0)^\tau \sigma_e^2 & \tau > 0 \end{cases} \tag{3.2.16}$$

**Función de autocorrelación  $R_y(\tau)$**

De manera similar al cálculo de las funciones de correlación cruzada  $R_{ye}(\tau)$  y  $R_{yu}(\tau)$  tenemos:

$$\begin{aligned}
R_y(\tau) &= E\{y(k+\tau)y(k)\} \\
&= E\{-a_0y(k-1+\tau) + b_0u(k-1+\tau) + e(k+\tau)\}y(k)\} \\
&= -a_0E\{y(k-1+\tau)y(k)\} + b_0E\{u(k-1+\tau)y(k)\} + E\{e(k+\tau)y(k)\} \\
&= -a_0R_y(\tau-1) + b_0R_{uy}(\tau-1) + R_{ey}(\tau)
\end{aligned} \tag{3.2.17}$$

En la (Ec. 3.2.6) la función  $R_y(\tau)$  es evaluada en  $\tau = 0$  y  $\tau = 1$ , para estos rezagos de  $R_y(\tau)$  tenemos:

**Para  $\tau = 0$ :**

$$\begin{aligned}
R_y(0) &= -a_0R_y(-1) + b_0R_{uy}(-1) + R_{ey}(0) \\
&= -a_0R_y(-1) + b_0R_{yu}(1) + R_{ey}(0) \\
&= -a_0R_y(-1) + b_0^2\sigma_u^2 + \sigma_e^2
\end{aligned} \tag{3.2.18}$$

**Para  $\tau = 1$ :**

$$\begin{aligned}
R_y(1) &= -a_0R_y(0) + b_0R_{uy}(0) + R_{ey}(1) \\
&= -a_0R_y(0) + 0 + R_{ye}(-1) \\
&= -a_0R_y(0)
\end{aligned} \tag{3.2.19}$$

Recordando que  $R_y(1) = R_y(-1)$ , las ecuaciones (Ec. 3.2.18 y Ec. 3.2.19) conforman un sistema de ecuaciones representado por:

$$R_y(0) = -a_0 R_y(1) + b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2$$

$$R_y(1) = -a_0 R_y(0)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a_0 \\ a_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_y(0) \\ R_y(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

$$\begin{bmatrix} R_y(0) \\ R_y(1) \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - a_0^2} \begin{bmatrix} 1 & -a_0 \\ -a_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Despejando  $R_y(0)$  y  $R_y(1)$  se obtiene:

$$\begin{aligned} R_y(0) &= \frac{b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2}{1 - a_0^2} \\ R_y(1) &= \frac{-a_0 b_0^2 \sigma_u^2 a_0 \sigma_e^2}{1 - a_0^2} \end{aligned} \quad (3.2.21)$$

Finalmente reemplazando los resultados obtenidos para  $R_y(\tau)$ ,  $R_u(\tau)$  y  $R_{yu}(\tau)$  en la ecuación (Ec. 3.2.6) tenemos:

$$\begin{bmatrix} \frac{b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2}{1 - a_0^2} & 0 & -b_0 \sigma_u^2 \\ 0 & \sigma_u^2 & 0 \\ -b_0 \sigma_u^2 & 0 & \sigma_u^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a_0 b_0^2 \sigma_u^2 a_0 \sigma_e^2}{1 - a_0^2} \\ b_0 \sigma_u^2 \\ -a_0 b_0 \sigma_u^2 \end{bmatrix} \quad (3.2.22)$$

Y al resolver el sistema de ecuaciones (Ec. 3.2.22) los parámetros  $a_1$ ,  $b_1$  y  $b_2$  cuando  $N \rightarrow \infty$  convergen a:

$$a_1 = a_0$$

$$b_1 = b_0$$

$$b_2 = 0$$

En el ejemplo anterior comprobamos que al sobredimensionar la *componente FIR* ( $B(q)$ ) de la estructura *ARX* los componentes *extras* convergen a cero, pero *¿cómo se comporta el componente auto regresivo*  $A(q)$  *cuando es sobre dimensionado?*

**Ejemplo 3.2.2.** *Estimar analíticamente la convergencia de los parámetros de la estructura ARX, sobre dimensionada en el polinomio*  $A(q)$  *mostrada en la (Ec. 3.2.23):*

$$\begin{aligned} A(q)y(k) &= B(q)u(k) + e(k) \\ y(k) &= -a_1y(k-1) - a_2y(k-2) + b_1u(k-1) + e(k) \end{aligned} \tag{3.2.23}$$

*Con datos generados a partir del modelo que representa al sistema real mostrado en la (Ec. 3.2.2)*

Nótese la diferencia con el ejemplo anterior, en donde el polinomio  $B(q)$  de la estructura seleccionada era el que contaba con un parámetro extra.

*De manera similar como en el ejemplo anterior al reemplazar el vector de regresión para la estructura de la ecuación (Ec. 3.2.23)  $\varphi(k) = [-y(k-1) \ y(k-2) \ u(k-1)]^T$  y  $\hat{\theta}_N = [a_1 \ a_2 \ b_1]^T$  en (Ec. 3.2.3) y si  $N \rightarrow \infty$  la respuesta se puede presentar en*

términos de autocorrelación y correlación cruzada.

$$\begin{bmatrix} R_y(0) & R_y(1) & -R_{yu}(0) \\ R_y(1) & R_y(0) & -R_{yu}(-1) \\ -R_{yu}(0) & -R_{yu}(-1) & R_u(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_y(1) \\ -R_y(2) \\ R_{yu}(1) \end{bmatrix} \quad (3.2.24)$$

Para la (Ec. 3.2.2) las funciones  $R_y(\tau)$ ,  $R_{yu}(\tau)$  y  $R_u(\tau)$  toman los valores mostrados en (Ec. 3.2.25).

$$\begin{aligned} R_y(0) &= \frac{b_0\sigma_u^2 + \sigma_e^2}{1 - a_0^2} \\ R_y(1) &= \frac{-a_0b_0\sigma_u^2 - a_0\sigma_e^2}{1 - a_0^2} \\ R_y(2) &= \frac{a_0^2b_0\sigma_u^2 + a_0^2\sigma_e^2}{1 - a_0^2} \end{aligned} \quad (3.2.25)$$

$$R_{yu}(-1) = 0$$

$$R_{yu}(0) = 0$$

$$R_{yu}(1) = b_0\sigma_u^2$$

Al reemplazar los valores de (Ec. 3.2.25) en (Ec. 3.2.24) y resolviendo el sistema de ecuaciones se obtienen los siguientes resultados para  $a_1$ ,  $a_2$  y  $b_1$ .

$$a_1 = -a_0 \left( \frac{b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2 + a_0 b_0 \sigma_u^2 - a_0^3 b_0 \sigma_u^2}{(b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2)(a_0^2 - 1)} \right)$$

$$a_2 = -a_0 \left( \frac{a_0 b_0^2 \sigma_u^2 + a_0 \sigma_e^2 + b_0 \sigma_u^2 - a_0^2 b_0 \sigma_u^2}{(b_0^2 \sigma_u^2 + \sigma_e^2)(a_0^2 - 1)} \right)$$

$$b_1 = b_0$$

El resultado del ejemplo anterior muestra que al seleccionar una estructura con parámetros de más en el polinomio  $A(q)$ , los parámetros extras no convergen a cero y además los parámetros de  $A(q)$  que coinciden con la estructura del sistema real no convergen al valor esperado, al contrario del resultado obtenido en el ejemplo 3.2.1.

De los resultados obtenidos en los dos ejemplos anteriores se concluye que a pesar de que el número de parámetros del polinomio  $B(q)$  no coincida con el del sistema real el efecto de esta discordancia no afecta la calidad del modelo que finalmente se pueda encontrar.

*Con base en anteriores investigaciones [6][7] la dificultad que plantea la selección de la estructura en identificación paramétrica y el comportamiento de la convergencia de los parámetros sobre estimados en una estructura FIR en relación con el análisis de la respuesta al impulso, se seleccionó el enfoque de **identificación indirecta no paramétrica**.*



### 3.2.1. Identificación indirecta no paramétrica, basada en identificación en el dominio de la frecuencia.

El método utilizado para la identificación del sistema hace uso de las técnicas de identificación indirecta en lazo cerrado, e identificación en el dominio de la frecuencia. Es importante aclarar que al utilizar identificación no paramétrica no se obtiene un modelo matemático representado en polinomios (*tal como las estructuras ARX, ARMAX, etc.*) en su lugar se obtienen puntos de la respuesta en frecuencia del sistema, que implícitamente representan un modelo matemático.[11].

A continuación se presenta la metodología empleada para la identificación del sistema, posteriormente se desarrolla un ejemplo con un sistema simulado, finalmente en el siguiente capítulo se presentan los resultados obtenidos con los datos provenientes de la torre de destilación.

#### *Identificación indirecta no paramétrica.*

1. **Paso:** *Estimación del retardo de tiempo del sistema en lazo cerrado.*

A partir de la función de correlación cruzada (*Ec. 3.2.26*) entre las señales  $y(k)$  y  $u_c(k)$  (*Ver figura 3.9*) se puede determinar el tiempo muerto del sistema en lazo cerrado.<sup>3</sup> La estimación de esta característica del sistema servirá posteriormente para la selección de la respuesta en lazo cerrado deseada.

$$R_{yu}(\tau) = E\{y(k + \tau)u(k)\} \quad (3.2.26)$$

---

<sup>3</sup>Las funciones `delayest()`, `impulse()` y `xcoor()` de Matlab pueden ser usadas para este propósito.

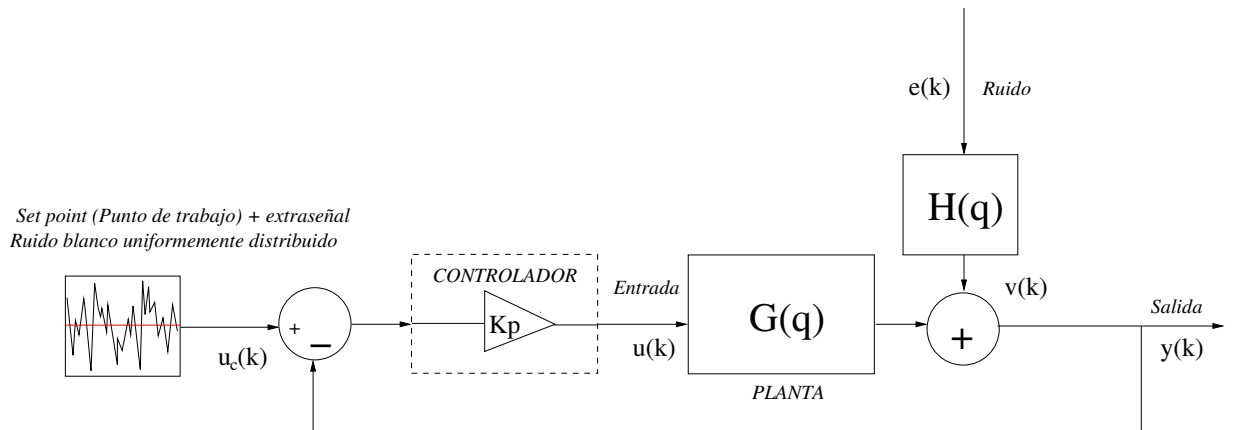


Figura 3.9: Configuración del experimento de identificación en lazo cerrado.

2. **Paso:** Selección de la respuesta de lazo cerrado deseada.

Se define la respuesta de lazo cerrado deseada, con el retardo de tiempo estimado  $L$ .

$$G_{cl}(s) = \frac{e^{-Ls}}{(\lambda s + 1)^\gamma} \quad (3.2.27)$$

$$G_{cl}(z) = Z \left\{ \frac{e^{-Ls}}{(\lambda s + 1)^\gamma} \right\}$$

3. **Paso:** Cálculo de los puntos de la curva de respuesta en frecuencia de lazo abierto deseada.

De (Ec. 3.2.27) se despeja con simple álgebra de bloques la respuesta en lazo abierto deseada.

$$G_D(e^{j\omega}) = \frac{G_{cl}(e^{j\omega})}{1 - G_{cl}(e^{j\omega})}$$

Luego se calculan los puntos de la respuesta en frecuencia alrededor de las frecuencias de los márgenes de fase y ganancia ( $\omega_F$  y  $\omega_G$ ) de la respuesta en frecuencia deseada.

$$G_{DMag}(j\omega_x) \Bigg|_{j\omega_F}^{j\omega_G} = |G_D(j\omega_x)|$$

$$G_{DPhase}(j\omega_x) \Bigg|_{j\omega_F}^{j\omega_G} = \angle G_D(j\omega_x)$$

4. **Paso:** *Estimación de la respuesta al impulso del sistema en lazo cerrado.*

A partir de los datos  $y(k)$  y  $u_c(k)$  se estiman los coeficientes de la respuesta al impulso. (Ver figura 3.10)

Se calcula un modelo *FIR* ( $\hat{G}_{cl}(z)$ ) cuyos parámetros del polinomio  $B(q)$  son los coeficientes de la respuesta al impulso.[11].<sup>4</sup>

5. **Paso:** *Estimación de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado a partir de la respuesta al impulso.*

Una vez obtenida la respuesta al impulso se estiman los puntos de la curva de

---

<sup>4</sup>Ver mas en Págs. 168 - 170.

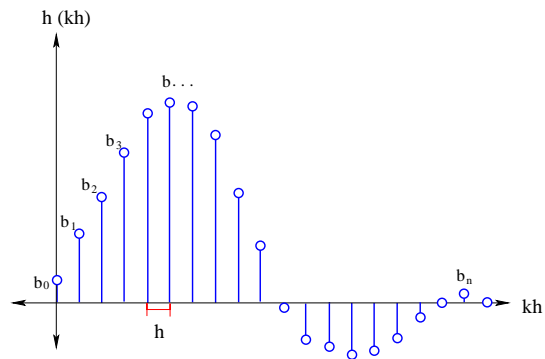


Figura 3.10: Coeficientes de la respuesta al impulso.

respuesta en frecuencia de lazo cerrado.

$$\hat{G}_{cl}(z) = \left. \frac{b_1 z^{n-1} + b_2 z^{n-2} + \dots + b_n}{z^n} \right|_{z=e^{j\omega}}$$

$$\hat{G}_{cl_{Mag}}(j\omega_x) \left. \begin{array}{l} j\omega_G \\ j\omega_F \end{array} \right| = \left| \hat{G}_{cl}(j\omega_x) \right|$$

$$\hat{G}_{cl_{Phase}}(j\omega_x) \left. \begin{array}{l} j\omega_G \\ j\omega_F \end{array} \right| = \angle \hat{G}_{cl}(j\omega_x)$$

6. **Paso:** Cálculo de la respuesta en frecuencia de lazo abierto.

A partir de la figura 3.9 y resolviendo para  $G(e^{j\omega})$  tenemos que:

$$G_{cl}(e^{j\omega_x}) = \frac{G_c(e^{j\omega_x})G(e^{j\omega_x})}{1 + G_c(e^{j\omega_x})G(e^{j\omega_x})}$$

$$G(e^{j\omega_x}) = \frac{G_{cl}(e^{j\omega_x})}{G_c(e^{j\omega_x})(1 - G(e^{j\omega_x}))}$$

$$G_{Mag}(j\omega_x) = |G(j\omega_x)|$$

$$G_{Phase}(j\omega_x) = \angle G(j\omega_x)$$

7. **Paso:** *Sintonización de los parámetros del controlador PID.*

Se encuentran los parámetros del *PID* que produzcan el mejor ajuste entre la curva de respuesta en frecuencia de  $G(z)G_c(z)$  y  $G_D(z)$ .

El índice de desempeño que minimiza la distancia entre los puntos de la respuesta en frecuencia esta determinado por la (Ec. 3.2.28).

$$J = \sum_{x=1}^{N_f} \left| \underbrace{G_D(z)}_{\text{Respuesta deseada}} - \underbrace{G(z)}_{\text{Proceso estimado}} \underbrace{G_c(z)}_{\text{Controlador PID}} \right|_{z=e^{j\omega_x}}^2 \quad (3.2.28)$$

Para encontrar el controlador *PID* que minimice a ( $J$ ) se parametriza al controlador y se reformula el índice de desempeño.

$$G_c(z) = K_p + K_i \frac{z+1}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z} \quad (3.2.29)$$

$$G_c(z) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{z+1}{z-1} & \frac{z-1}{z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix}$$

$$J = \sum_{x=1}^{N_f} \left| G_D(e^{j\omega_x}) - \varphi^T(e^{j\omega_x})\theta \right|^2$$

en donde  $\theta = \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \end{bmatrix}$  (3.2.30)

$$\text{y } \varphi^T(e^{j\omega_x}) = G(e^{j\omega_x}) \begin{bmatrix} 1 & \frac{e^{j\omega_x} + 1}{e^{j\omega_x} - 1} & \frac{e^{j\omega_x} - 1}{e^{j\omega_x}} \end{bmatrix}$$

Obsérvese que el vector de *regresión* ( $\varphi(e^{j\omega})$ ) es lineal con respecto al vector de parámetros  $\theta$ . El  $\theta$  que minimiza (Ec. 3.2.30) se denotará como  $\hat{\theta}_N$  y está dado por (Ec. 3.2.31).

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta \in D_\mu} J(\theta) \quad (3.2.31)$$

Para encontrar  $\hat{\theta}_N$  se deriva (Ec. 3.2.30) con respecto a  $\theta$  y se obtiene el gradiente de la función  $J$ , se iguala a cero y se despeja el vector de parámetros  $\hat{\theta}_N$ ,

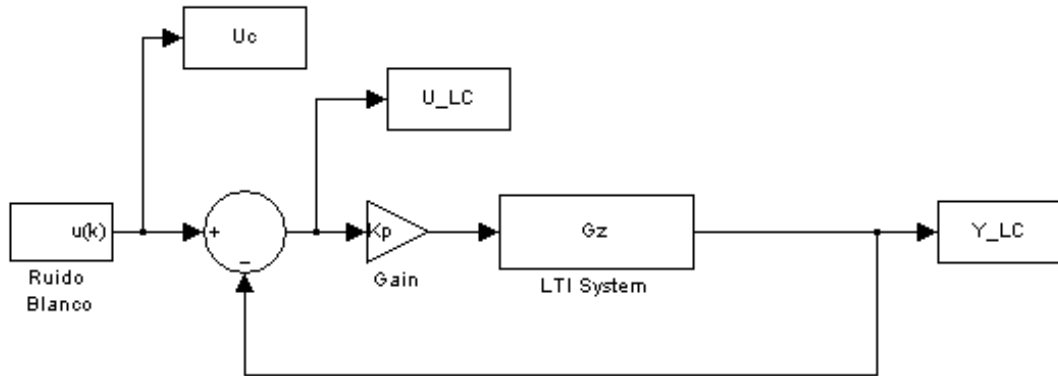


Figura 3.11: Diagrama de simulación (Ec. 3.2.33) en Simulink.

obteniendo (Ec. 3.2.32).<sup>5</sup>

$$\hat{\theta}_N = \left( \sum_{x=1}^{N_f} \text{Re} \left( \varphi(e^{j\omega_x}) \varphi^T(e^{j\omega_x}) \right) \right)^{-1} \left( \sum_{x=1}^{N_f} \text{Re} \left( \varphi(e^{j\omega_x}) \overline{G_D}(e^{j\omega_x}) \right) \right) \quad (3.2.32)$$

**Ejemplo 3.2.3.** Utilizando el método de Identificación indirecta no paramétrica identificar el sistema de la (Ec. 3.2.33).

$$G(s) = \frac{0,8e^{-5s}}{3s + 1} \quad (3.2.33)$$

Simulamos la respuesta del sistema en lazo cerrado ante una excitación de ruido blanco uniformemente distribuido, Ver figura 3.11.

1. **Paso:** Estimación del retardo de tiempo del sistema en lazo cerrado.

<sup>5</sup>Con respecto a este procedimiento mirar [4] págs. 99 y siguientes.

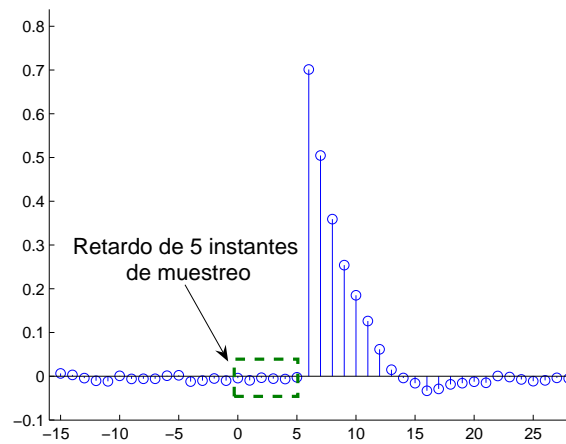


Figura 3.12: Estimación del retardo de tiempo a partir de la función de correlación cruzada.

A partir de la función de correlación cruzada estimamos el retardo de tiempo del sistema. Ver figura 3.12.

---

#### Código Matlab 3.2.1. Estimación del retardo de tiempo.

```
Ntau = 30;
Tau = -Ntau:1:Ntau;
EYUlc = xcorr(Ylc, Uc, Ntau, 'coeff');
stem(Tau, EYUlc);
```

#### 2. **Paso:** Selección de la respuesta de lazo cerrado deseada.

Tal como en la (Ec. 3.2.27) elegimos la respuesta de lazo cerrado deseada con el retardo de tiempo estimado.

---

#### Código Matlab 3.2.2. Definición del sistema de lazo cerrado deseado.

```
Lest = 5 % Retardo de tiempo estimado en el paso anterior.
Tcl = 2.1;
Gc1Ds = tf([1], conv([Tcl 1], [Tcl 1]));
```



```

set(Gc1Ds,'InputDelay',Lest);

%Se discretiza el sistema.
ts = 1;
Gc1Dz = c2d(Gc1Ds,ts,'zoh')

```

3. *Paso: Cálculo de los puntos de la curva de respuesta en frecuencia de lazo abierto deseada.*

---

Código Matlab 3.2.3. *Curvas de respuesta en frecuencia deseadas.*

---

```

% Función de transferencia de lazo abierto deseada.
GDz = Gc1Dz / (1-Gc1Dz);

% Margenes de fase y ganancia deseados.
[MG,MF,WG,WF] = margin(GDz);

% Rango de frecuencias de interes para la estimacion
% de la respuesta en frecuencia del proceso.
WMin = log10(0.8*WF);
WMax = log10(1.2*WG);
W = logspace(WMin,WMax,20);

% Calculo de la curvas de ganancia y desfase del modelo
% de lazo abierto deseado en el rango de interes.
[GD_M,GD_F] = bode(GDz,W);
GD_F = GD_F * pi / 180;
J = sqrt(-1);
GD = GD_M.*(cos(GD_F) + J*sin(GD_F));
GD = reshape(GD,length(GD),1,1);
GD_M = abs(GD);
GD_F = angle(GD);

```

4. *Paso: Estimación de la respuesta al impulso del sistema en lazo cerrado.*

---

Código Matlab 3.2.4. *Respuesta al impulso del sistema.*

---

```
Datos = iddata(Ylc,Uc,ts);
ModeloNP = impulse(Datos);
```

5. **Paso:** *Estimación de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado a partir de la respuesta al impulso.*

---

Código Matlab 3.2.5. *Respuesta en frecuencia de lazo cerrado.*

---

```
%Estimacion de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado de la respuesta al impulso estimada
[Gc1_M,Gc1_F,W] = bode(ModeloNP,W);
Gc1_F = Gc1_F * pi / 180;
Gc1 = Gc1_M.*(cos(Gc1_F)+j*sin(Gc1_F));
Gc1 = reshape(Gc1,length(Gc1),1,1);
```

6. **Paso:** *Cálculo de la respuesta en frecuencia de lazo abierto.*

---

Código Matlab 3.2.6. *Respuesta en frecuencia de lazo abierto.*

---

```
G = Gc1./(Kp*(1-Gc1));
G_M = abs(G);
G_F = angle(G);
```

7. **Paso:** *Sintonización de los parámetros del controlador PID.*

*Se calculan los parámetros del PID según la (Ec. 3.2.32).*

---

Código Matlab 3.2.7. *Ajuste del controlador PID.*

---

```
Suma1 = 0;
Suma2 = 0;

for i = 1:length(W);
    Z = exp(j*W(i)*ts);
    R = G(i)*[1;(Z+1)/(Z-1);(Z-1)/Z];
    Suma1 = Suma1 + real(R*R');
    Suma2 = Suma2 + real(conj(GD(i))*R);
```

```

end

Teta = inv(Suma1)*Suma2;
Kpp = Teta(1);
Ki = Teta(2);
Kd = Teta(3);

% Controlador Gc(z)
z = tf('z',ts);
pid = Kpp + Ki * (z+1) / (z-1) + Kd * (z-1) / z;

```

*A continuación se grafican los resultados.*

Código Matlab 3.2.8. Presentación de los resultados obtenidos. (Ver figura 3.13).

```

%Respuesta en frecuencia del sistema real
[Gzla_M,Gzla_F] = bode(Gz,W);
Gzla_F = Gzla_F * pi / 180;
Gzla = Gzla_M.*(cos(Gzla_F)+j*sin(Gzla_F));
Gzla = reshape(Gzla,length(Gzla),1,1);
Gz_M = abs(Gzla);
Gz_F = angle(Gzla);

%Respuesta del sistema G(z)Gc(z) en lazo abierto
[Gob_M,Gob_F] = bode((Gz*pid),W);
Gob_F = Gob_F * pi / 180;
Gob = Gob_M.*(cos(Gob_F)+j*sin(Gob_F));
Gob = reshape(Gob,length(Gob),1,1);
Gob_M = abs(Gob);
Gob_F = angle(Gob);

%Se grafican los resultados
subplot(1,2,1), semilogx(W,Gz_M,'ro-');
hold on;
subplot(1,2,2), semilogx(W,Gz_F,'ro-');
hold on;
subplot(1,2,1), plot(W,GD_M,'b');
subplot(1,2,2), plot(W,GD_F,'b');

```

```
subplot(1,2,1), plot(W,Gob_M,'ko');
subplot(1,2,2), plot(W,Gob_F,'ko');
subplot(1,2,1), plot(W,G_M,'c*');
legend('Gz','GDz','pid *Gz','Modelo',...
      'Location','SouthOutside','Orientation','horizontal');
subplot(1,2,2), plot(W,G_F,'c*');
legend('Gz','GDz','pid *Gz','Modelo',...
      'Location','SouthOutside','Orientation','horizontal');
```

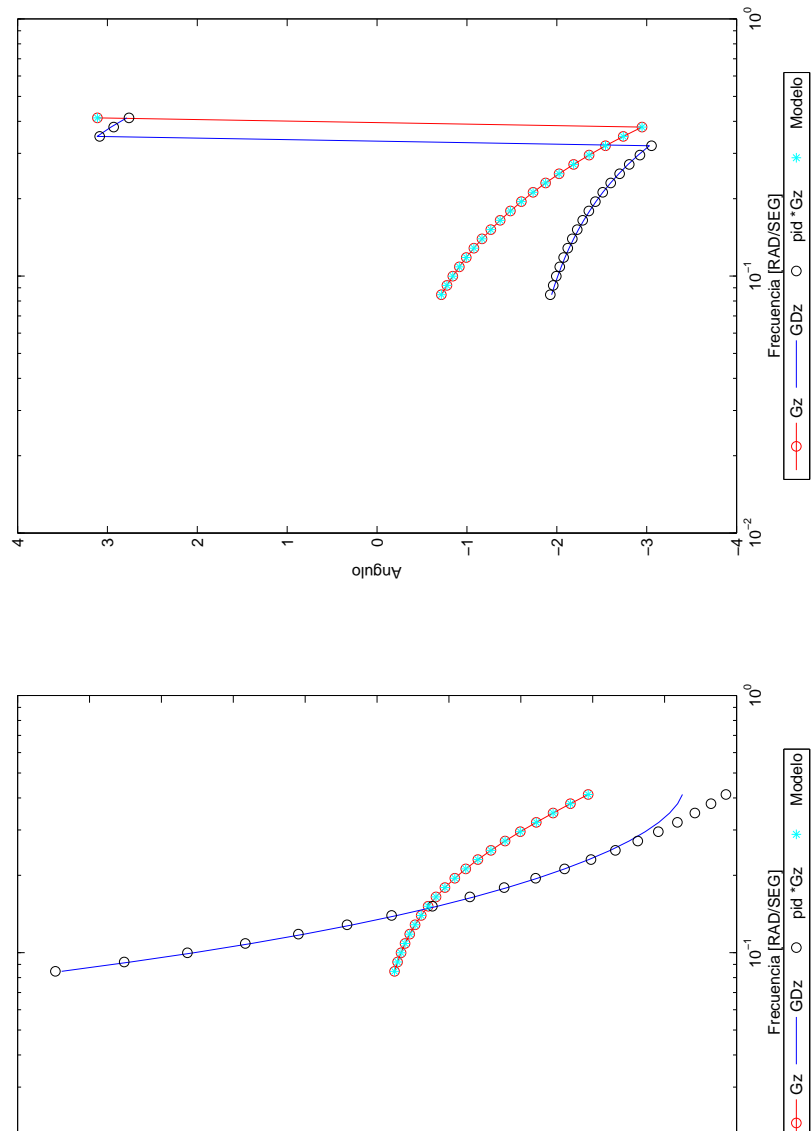


Figura 3.13: Gráficas de respuesta en frecuencia de lazo abierto obtenidas.

# CAPÍTULO 4

## Resultados obtenidos.

En el presente capítulo, se presentan los resultados obtenidos con el método de *identificación indirecta no paramétrica* en el lazo de control de temperatura, la respuesta y validación del sistema en lazo cerrado, y finalmente, se presentan las conclusiones y proyecciones de este documento.

### 4.1. Resultados en el lazo de control de temperatura.

Es importante recordar que en un experimento de identificación sobre una planta real lo único existente es el sistema y el conjunto de datos generados a partir de él [7], en el Ejemplo 3.2.3 se conoce de antemano el sistema "*real*" dado que es parte de una simulación, por otra parte, en el experimento de identificación del rehervidor, no se conoce de antemano el sistema "*real*", tan solo conocemos los pares de datos obtenidos en la etapa de adquisición.

Siguiendo los pasos del método de identificación descrito en la *sección 3.2*, la estimación del retardo de tiempo o *tiempo muerto* del sistema, a partir de la función

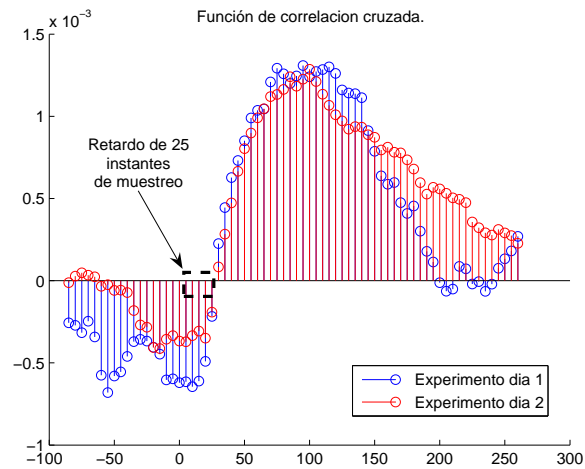


Figura 4.1: Función de correlación cruzada de los datos provenientes del sistema real.

de correlación cruzada, se obtiene la respuesta en la *figura 4.1*. La configuración del experimento se presenta en la *figura 3.9*.

Después de seleccionar el comportamiento en lazo cerrado deseado, y hacer la identificación no paramétrica del sistema se calcula el controlador *PID* (Ec. 4.1.1) que minimiza el índice de desempeño (Ec. 3.2.28).

$$G_c(z) = K_p + K_i \frac{z+1}{z-1} + K_d \frac{z-1}{z}$$

$$K_p = 4,7331$$

$$K_i = 0,103$$

$$K_d = 19,2235$$
(4.1.1)

El modelo no paramétrico en lazo abierto obtenido, así como el comportamiento en lazo abierto deseado, y la acción del controlador *PID* calculado sobre el modelo no paramétrico, se presentan en la *figura 4.2*.

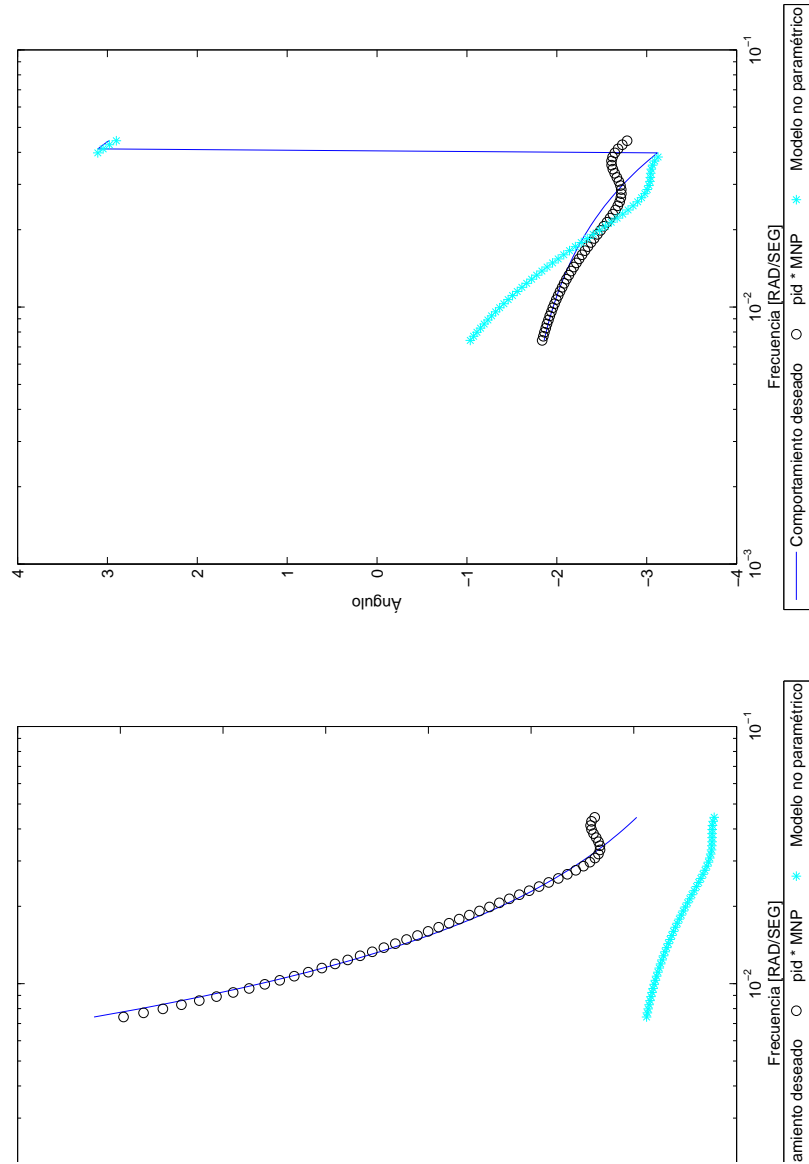


Figura 4.2: Gráficas de respuesta en frecuencia de lazo abierto obtenidas a partir de los datos reales.



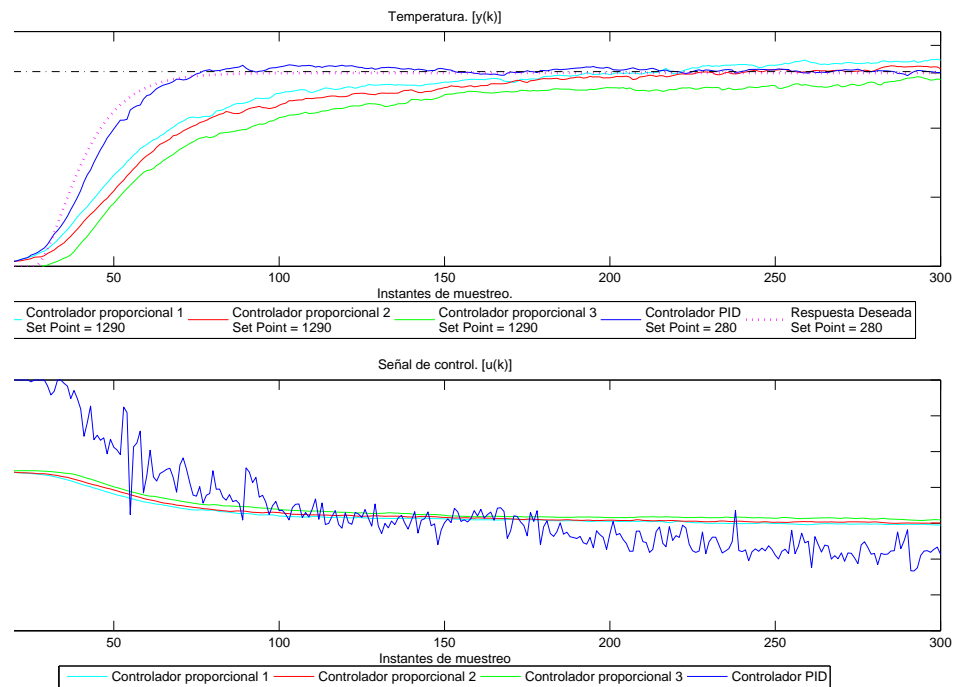


Figura 4.3: Respuesta del sistema de control de temperatura en lazo cerrado.

## 4.2. Respuesta del sistema en lazo cerrado.

En la *figura 4.3*, se presenta la respuesta del sistema real en lazo cerrado comparada con el comportamiento deseado. La selección de la respuesta de lazo cerrado deseada tiene como retardo de tiempo, el estimado en la *figura 4.2*.

### 4.2.1. Validación del sistema en lazo cerrado.

Siguiendo el enfoque de identificación en el dominio de la frecuencia, la validación del sistema aquí planteada, hace uso nuevamente de las técnicas de identificación no paramétrica para validar el efecto del controlador *PID* en lazo de control. En este

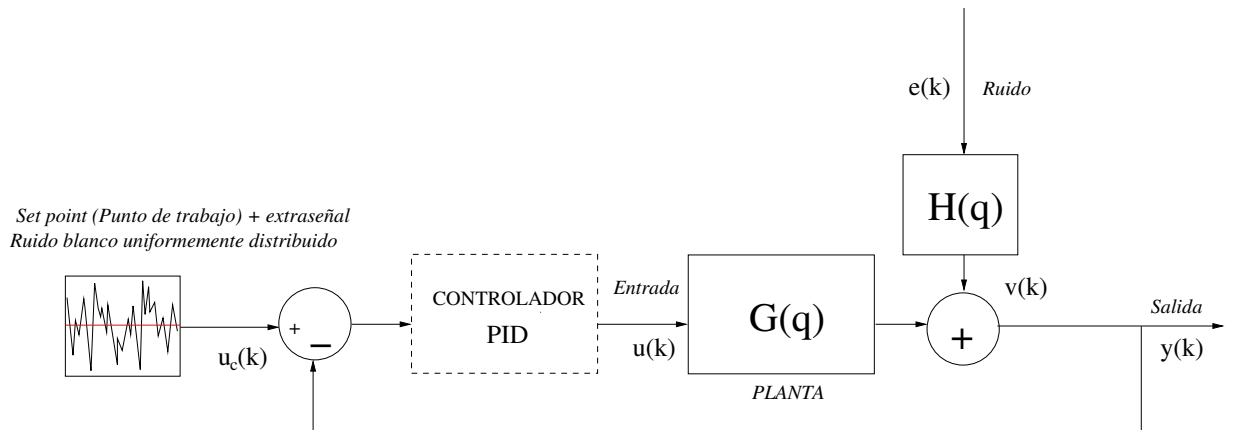


Figura 4.4: Identificación del sistema en lazo cerrado.

orden de ideas se plantea un nuevo experimento de identificación que tiene como objetivo identificar el sistema en lazo cerrado con el controlador *PID* calculado en la etapa previa, y de esta manera, validar el modelo no paramétrico.

La estructura del experimento de identificación del sistema en lazo cerrado se muestra en la *figura 4.4*.

De manera similar que en la *sección 4.1*, se obtiene la respuesta en frecuencia de lazo abierto a partir de la respuesta al impulso en lazo cerrado, resultando las curvas mostradas en la *figura 4.5*.

De esta manera se comprueba que el comportamiento del lazo de control se aproxima al deseado, como se puede corroborar en la *figura 4.3*.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>En el anexo A se presenta detalladamente el código desarrollado en Matlab para la identificación y validación del sistema.

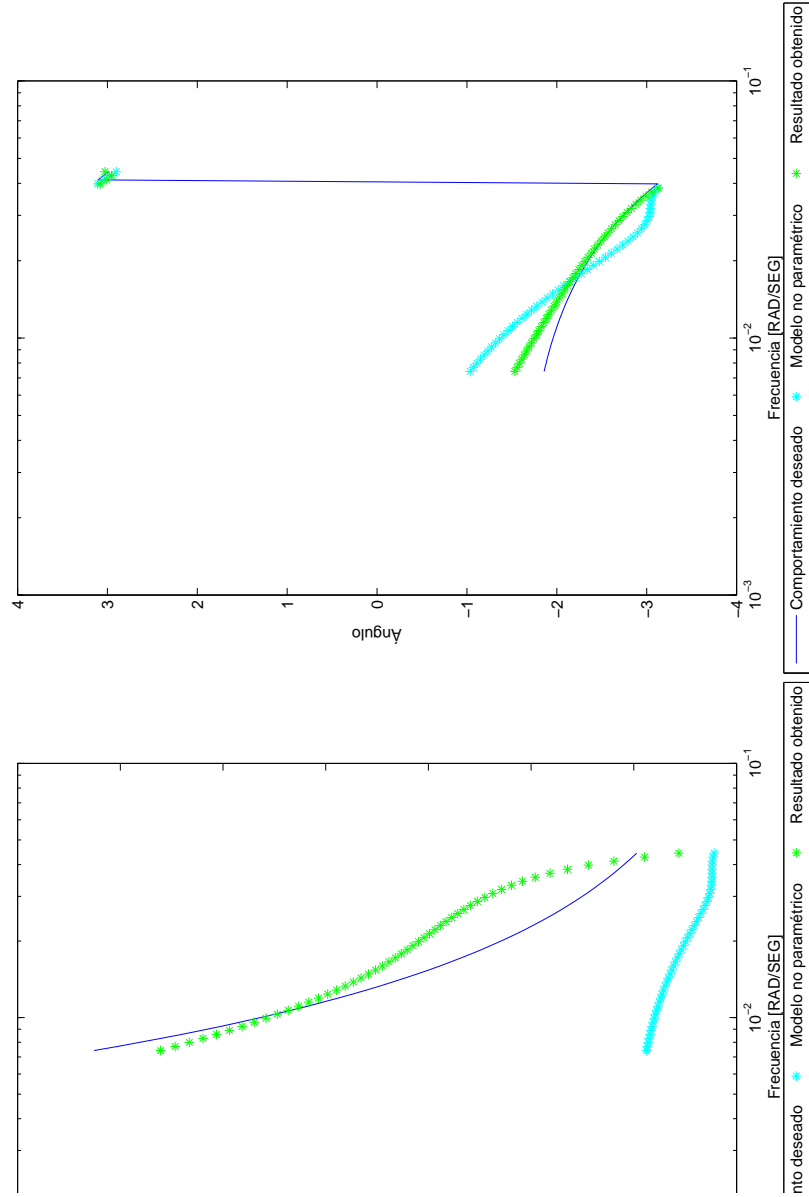


Figura 4.5: Validación del sistema en lazo cerrado.

## 4.3. Conclusiones y proyecciones.

### 4.3.1. Conclusiones.

- En la implementación de experimentos de identificación en el mundo *real*, además de las consideraciones típicas a ser tenidas en cuenta tal como: el tipo de extraseñal, el tiempo de muestreo, el prefiltrado de los datos, etc. es primordial estudiar el efecto de la cuantización del mecanismo de adquisición en el experimento, dado que las perturbaciones relacionadas con la no linealidad del cuantificador afectan la calidad de los modelos finalmente obtenidos. Es recomendable antes de intentar estimar un modelo, ponderar el ruido de cuantificación con respecto a la señal digitalizada.
- En el diseño de experimentos de identificación es fundamental una elección acertada de las variables del sistema que se van a adquirir, con respecto a las dinámicas de la planta que deseamos identificar. Aunque el equipo de destilación *DESTFIQ* desde su fabricación tenía como variable controlada la temperatura en el interior del rehervidor, fue necesario cambiarla por la diferencia de temperatura entre el aceite térmico y la mezcla, debido a que esta variable, sí es relevante con respecto a las dinámicas que se deseaban identificar. Así la selección de estas variables (*variable manipulada y variable controlada*) deben sustentarse en el conocimiento de las leyes físicas que rigen el comportamiento del sistema y no de la configuración de la instrumentación presente.
- A pesar de que el experimento de identificación solamente contaba con la instrumentación necesaria para adquirir datos del lazo de control de temperatura en el rehervidor, otros factores como, la dinámica de la torre de destilación,

la disminución de la mezcla en el sistema, y el calentamiento del aceite por convección natural (*todas estas variables fuertemente acopladas*), claramente influyen en el comportamiento del lazo de control de temperatura, haciendo que la *Identificación y control del rehervidor en una columna de destilación* no se limite únicamente al comportamiento de las dinámicas relacionadas con la transferencia de calor hacia la mezcla en proceso dentro del rehervidor.

- Con base en anteriores investigaciones [6][7], la dificultad que plantea la selección de la estructura en identificación paramétrica representa un problema que aún no ha sido resuelto en la teoría de identificación de sistemas, lo cual, sumado al comportamiento de la convergencia de los parámetros sobre estimados en una estructura *FIR* en relación con el análisis de la respuesta al impulso, justifican la selección del enfoque de *identificación indirecta no paramétrica*, con el cual se obtuvieron muy buenos resultados en cuanto al comportamiento del sistema en lazo cerrado.

#### 4.3.2. Proyecciones.

- En relación con el modelo de ruido equivalente al efecto de la cuantización de señales digitales, sería muy útil profundizar en la teoría estadística que permita condicionar la validez de estos modelos enmarcado en su aplicabilidad en identificación de sistemas.
- Continuando con la investigación de la producción de colofonia y trementina a partir de resina extraída de pino y eucalipto, puede ser muy útil hacer un estudio profundo acerca de la relación entre el control de la temperatura y la calidad del

producto final. Sería interesante que apoyado en un grupo interdisciplinario se estudiaran diferentes alternativas en miras de mejorar el método de producción actual.

# Apéndice A

## Código Matlab utilizado en el experimento de identificación.

### Código Matlab A.0.1. Código Matlab utilizado en el experimento de identificación.

```
% Sintonización de controladores PID utilizando modelos a partir de la
% respuesta al impulso

% Técnica de sintonía de controladores utilizando un modelo de la
% respuesta en frecuencia.

clc;
clear all;
close all;
%*****

load util_6_junio;

% Eliminación de los niveles de DC

Ylc = T'; Ylc = Ylc - mean(Ylc);
Ulc = U'; Ulc = Ulc - mean(Ulc);
Uc = Uc'; Uc = Uc - mean(Uc);

Kp = 0.5; % Controlador proporcional utilizado identificación en LC
```

```

ts = 5; % Tiempo de muestreo

%*****
% Paso 1.      *
%*****
% Estimación del retardo de tiempo.                *
%*****

% Opción 1

Datos_lc = iddata(Ylc,Ulc,ts);
Nk_lc = delayest (Datos_lc); % delayest() sólo esta disponible en
Lest_lc = Nk_lc * ts          % Matlab 7.0

% Opción 2

Ntau = 25;
Tau = -Ntau:1:Ntau;
EYUlc = xcorr(Ylc, Uc, Ntau, 'coeff');
figure;
stem(Tau, EYUlc);

% Opción 3

figure;
impulse(Datos_lc,'r');

%*****
% Paso 2.      *
%*****
% Selección de la respuesta en lazo cerrado deseada. *
%*****

Tc1 = 40;
Gc1Ds = tf([1],conv([Tc1 1],[Tc1 1]));
set(Gc1Ds,'InputDelay',Lest_lc);

```



```

Gc1Dz = c2d(Gc1Ds,ts,'zoh')

%*****
% Paso 3. *
%*****
% Cálculo de los puntos de la curva de respuesta en frecuencia de lazo abierto *
% deseados. *
%*****

GDz = Gc1Dz / (1 - Gc1Dz);

% Márgenes de fase y ganancia deseados:

[MG, MF, WG, WF] = margin(GDz);

%*****
% Rango de frecuencias de interés para la estimación de la respuesta en *
% frecuencia del proceso. *
%*****

WMin = log10(0.8*WF);
WMax = log10(1.1*WG);
W = logspace(WMin,WMax,50);

%*****
% Cálculo de las curvas de ganancia y desfase del modelo de lazo abierto *
% deseado en el rango de interés. *
%*****

[GD_M,GD_F] = bode(GDz,W);
GD_F = GD_F * pi / 180;
j = sqrt(-1);
GD = GD_M .* ( cos (GD_F) + j*sin(GD_F));
GD = reshape(GD,length(GD),1,1);
GD_M = abs(GD);
GD_F = angle(GD);

```

```

%*****
% Paso 4.          *
%*****
% Estimación de la respuesta al impulso del sistema en lazo cerrado.      *
%*****

Datos = iddata(Ylc,Uc,ts);
ModeloNP = impulse(Datos);

%*****
% Paso 5.          *
%*****
% Estimación de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado a partir de la   *
% respuesta al impulso.                                                    *
%*****

[Gcl_M,Gcl_F,W] = bode(ModeloNP,W);
Gcl_F = Gcl_F * pi / 180;
Gcl = Gcl_M.*(cos(Gcl_F)+j*sin(Gcl_F));
Gcl = reshape(Gcl,length(Gcl),1,1);

%*****
% Paso 6.          *
%*****
% Respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto.                    *
%*****

G = Gcl./(Kp*(1-Gcl));
G_M = abs(G);
G_F = angle(G);

%*****
% Paso 7.          *
%*****
% Cálculo los parámetros del PID que produzcan el mejor ajuste entre la curva *
% de respuesta en frecuencia de G(z)Gc(z) y GD(z).                        *
%*****

```

```

Suma1 = 0;
Suma2 = 0;

for i = 1:length(W);
    Z = exp(j*W(i)*ts);
    R = G(i)*[1;(Z+1)/(Z-1);(Z-1)/Z];
    Suma1 = Suma1 + real(R*R');
    Suma2 = Suma2 + real(conj(GD(i))*R);
end
Teta = inv(Suma1)*Suma2;
Kpp = Teta(1);
Ki = Teta(2);
Kd = Teta(3);

z = tf('z',ts);
pid = Kpp + Ki * (z+1) / (z-1) + Kd * (z-1) / z;

%*****
%   Presentación de los resultados obtenidos.
%*****

% Cálculo de G(z) * Gc(z)

[PID_M,PID_F,W] = bode(pid,W);
PID_F = PID_F * pi / 180;
PID = PID_M.*(cos(PID_F)+j*sin(PID_F));
PID = reshape(PID,length(PID),1,1);
ModNP_PID = G.*PID;
ModNP_PID_M = abs(ModNP_PID);
ModNP_PID_F = angle(ModNP_PID);

figure(3);
subplot(1,2,1), semilogx(W,GD_M,'b');
ylabel('Ganancia dB');
xlabel('Frecuencia [RAD/SEG]');
hold on;

```

```

subplot(1,2,2), semilogx(W,GD_F,'b');
ylabel('Ángulo');
xlabel('Frecuencia [RAD/SEG]');
hold on;
subplot(1,2,1), plot(W,ModNP_PID_M,'ko');
subplot(1,2,2), plot(W,ModNP_PID_F,'ko');
subplot(1,2,1), plot(W,G_M,'c*');
subplot(1,2,2), plot(W,G_F,'c*');

%*****
%  VALIDACIÓN DEL SISTEMA. *
%*****

load util_22_julio;

% Eliminación de los niveles de DC

Ylc = T'; Ylc = Ylc - mean(Ylc);
Ulc = U'; Ulc = Ulc - mean(Ulc);
Uc = Uc'; Uc = Uc - mean(Uc);

%*****
%  Estimación del retardo de tiempo. *
%*****

Datos_lc = iddata(Ylc,Ulc,ts);
Nk_lc = delayest (Datos_lc);
Lest_lc = Nk_lc * ts;

%*****
%  Estimación de la respuesta al impulso del sistema en lazo cerrado. *
%*****

Datos = iddata(Ylc,Uc,ts);
ModeloGPID = impulse(Datos);

```

```

%*****
% Estimación de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado a partir de la      *
% respuesta al impulso estimada.                                           *
%*****

[GPID_M,GPID_F,W] = bode(ModeloGPID,W);
GPID_F = GPID_F * pi / 180;
GPID = GPID_M.*(cos(GPID_F)+j*sin(GPID_F));
GPID = reshape(GPID,length(GPID),1,1);

%*****
% Respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto.G(z)Gc(z)           *
%*****

GOB = GPID./(1-GPID);
GOB_M = abs(GOB);
GOB_F = angle(GOB);

%*****
% Presentación de los resultados de la validación.                         *
%*****

figure(3);
subplot(1,2,1), plot(W,GOB_M,'g*');
legend('Comportamiento deseado','PID * MNP','Modelo no paramétrico',...
       'Resultado obtenido','Location','SouthOutside','Orientation',...
       'horizontal');
subplot(1,2,2), plot(W,GOB_F,'g*');
legend('Comportamiento deseado','PID * MNP','Modelo no paramétrico',...
       'Resultado obtenido','Location','NorthOutside','Orientation',...
       'horizontal');

```

# Bibliografía

- [1] Anna, Klingberg, 2000. *Modelling and Opimisation of Batch Distillation*, Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology.
- [2] Ming T, Tham, 1997. *DISTILLATION*, <http://lorien.ncl.ac.uk/ming/distil/distil0.htm>, Department of Chemical and Process Engineering at the University of Newcastle upon Tyne, UK.
- [3] Henley, 1996. *Operaciones de separacion por etapas de equilibrio*, Prentice Hall. Tercera edición.
- [4] Rengifo, Rodas, Carlos Felipe, 2004. *Notas de clase, Identificacion de sistemas.*,URL <http://www.unicauca.edu.co/caferen> ,Universidad del Cauca.
- [5] Rengifo, Rodas, Carlos Felipe, 2004. *Una herramienta para identificación recursiva de sistemas dinámicos.*,URL <http://www.unicauca.edu.co/~caferen> ,Universidad del Cauca.
- [6] Rengifo, Rodas, Carlos Felipe, 1998. *Tesis de postgrado, Identificación de sistemas dinámicos en lazo cerrado.*,URL <http://www.unicauca.edu.co/~caferen> ,Universidad del Valle.
- [7] Certuche, A., Julia Patricia., Acuña, B., Wilber. 2003. *Identificación de sistemas en lazo abierto usando programación genética.*,Universidad del Quindío.

- [8] Omar Javier Rodriguez, 2003. *Unidad de destilación por lotes. Manual de operación y mantenimiento*, INDUSTRIAS QUIMICAS FIQ LTDA Colombia.
- [9] Dr. M.J. Willis, 2000. *SELECTING A DISTILLATION COLUMN CONTROL STRATEGY*, University of Newcastle.
- [10] Ramón Pallas Areny, 2001. *Sensores y Acondicionadores de Señal*, Editorial Alfaomega. Tercera edición.
- [11] Lennart, LJung, 1999. *System Identification: Theory for the user*, Prentice Hall Information and System Sciences series. 2 edition
- [12] Lennart, LJung, 1995. *System Identification*, Linkopings universitet, URL <http://www.control.isy.lyu.se/publications>
- [13] Gallo, Corredor, José Antonio, 2002. *Obtención de productos lignocelulósicos derivados del Pino Patula, Pino Oocarpa, y Eucalipto Grandis en los bosques cultivados en el departamento del Cauca.*, Universidad del Cauca.
- [14] Ma. Elena Lopez Guillen, 1999. *Identificación de sistemas. Aplicación al modelado de un motor de continua.*