

**ELIMINACIÓN DE INTERFERENCIAS EN SEÑALES
ELECTROCARDIOGRÁFICAS (ECG) UTILIZANDO UN SISTEMA DE FILTRAJE
ADAPTATIVO BASADO EN EL ALGORITMO ACELERADOR REGRESIVO
VERSIÓN γ (AR γ)**



**José Julián Galvis Díaz
Juan Camilo Manzano Cardona**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL
INGENIERÍA EN AUTOMÁTICA INDUSTRIAL
POPAYÁN
Mayo de 2009**

**ELIMINACIÓN DE INTERFERENCIAS EN SEÑALES
ELECTROCARDIOGRÁFICAS (ECG) UTILIZANDO UN SISTEMA DE FILTRAJE
ADAPTATIVO BASADO EN EL ALGORITMO ACELERADOR REGRESIVO
VERSIÓN γ (AR γ)**

Monografía presentada como requisito parcial para optar por el título de
Ingenieros en Automática Industrial

José Julián Galvis Díaz
Juan Camilo Manzano Cardona

Directora
Ing. Judy Cristina Realpe Chamorro

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL
INGENIERÍA EN AUTOMÁTICA INDUSTRIAL
POPAYÁN
Mayo de 2009**

Nota de aceptación:

Firma presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Popayán, Julio de 2009

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo, manifiestan sus agradecimientos a su directora la Ing. Judy Cristina Realpe Chamorro, a la Universidad del Cauca, familiares, amigos y compañeros, quienes contribuyeron con el desarrollo de este trabajo.

*"Hay un instante del crepúsculo
en que las cosas brillan más,
fugaz momento palpitante
de una morosa intensidad.*

*Se aterciopelan los ramajes,
pulen las torres su perfil,
burila un ave su silueta
sobre el plafondo de zafir.*

*Muda la tarde, se concentra
para el obrido de la luz,
y la penetra un don suave
de melancólica quietud,*

*como si el orbe recogiese
todo su bien y su baldad,
toda su fe, toda su gracia
contra la sombra que vendrá...*

*Así ser florece en esa hora
de misterioso florecer,
lleva un crepúsculo en el alma,
de ensoñadora placidez,*

*en él reventan los renuevos
de la ilusión primaveral,
y en él me embriago con aromas
de algún jardín que hay ¡más allá!..*

Hay un instante... - Guillermo Valencia

Gracias a Dios por su Infinito Amor...

Gracias a mi madre por su gran paciencia y abnegado amor

Gracias a mi padre por depositar gran confianza en mí

Gracias a toda mi familia que me brindo su apoyo en todo momento y

*Gracias a mis amigos y compañeros por estar a mi lado brindándome su apoyo y su mano
amiga*

A todos ustedes dedico este logro...

JOSÉ JULIÁN GALVIS

Gracias a Dios por su bendición...

A mi madre por su comprensión y amor,

A mi padre por su esfuerzo y valentía,

A mi familia por su apoyo y fe incansable,

A mis amigos y compañeros por su compañía eterna y creer...

A todos ustedes dedico este logro...

JUAN CAMILO MANZANO

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN	1
INTRODUCCIÓN	2
1. GENERALIDADES.....	3
1.1. SEÑALES BIOELÉCTRICAS	3
1.2. SEÑAL ECG.....	3
1.2.1. Onda P	3
1.2.2. Complejo QRS	3
1.2.3. Onda T	3
1.2.4. Onda U	4
1.2.5. Intervalo PR	4
1.2.6. Intervalo ST.....	4
1.2.7. Intervalo RR	4
1.3. INTERFERENCIAS ASOCIADAS A SEÑALES ECG	5
1.3.1. Interferencia Línea de Potencia AC	5
1.3.2. Interferencia Desplazamiento de Línea Base	5
1.3.3. Interferencia Movimiento de electrodo.....	6
1.3.4. Interferencia Electromiográfica	6
1.4. ADQUISICIÓN DE SEÑALES ECG	7
1.4.1. Derivaciones Bipolares de las Extremidades	8
1.4.2. Derivaciones Monopolares de los Miembros	8
1.4.3. Derivaciones Precordiales	9
2. FILTROS ADAPTATIVOS.....	10
2.1. ELEMENTOS DE UN FILTRO ADAPTATIVO.....	10
2.1.1. Estructura del Filtro	10
2.1.2. Algoritmo Adaptativo.....	10
2.2. PRINCIPIOS MATEMÁTICOS.....	11

2.3. APLICACIONES DE LOS FILTROS ADAPTATIVOS	11
2.3.1. Identificación de Sistemas	11
2.3.2. Inversión de Sistemas	12
2.3.3. Seguimiento de Señales	13
2.3.4. Eliminación de Interferencias	14
3. ALGORITMOS ADAPTATIVOS	15
3.1. ALGORITMO LMS	15
3.1.1. Convergencia	16
3.1.1. Velocidad de Convergencia	19
3.2. ALGORITMO NLMS	20
3.2.1. Convergencia	20
3.3. ALGORITMO AR_{γ}	21
3.3.1. Algoritmo Acelerador de Tiempo Continuo	21
3.3.2. Algoritmo Acelerador de Tiempo Discreto	21
3.3.3. Convergencia	23
3.4. DESEMPEÑO DEL ALGORITMO ADAPTATIVO	24
4. SIMULACIÓN DE LA ELIMINACIÓN DE INTERFERENCIAS ASOCIADAS A LAS SEÑALES ECG UTILIZANDO UN SISTEMA DE FILTRAJE ADAPTATIVO BASADO EN LOS ALGORITMOS LMS, NLMS Y AR_{γ}	25
4.1. IMPLEMENTACIÓN DE LAS SEÑALES ECG	26
4.2. IMPLEMENTACIÓN DE LAS INTERFERENCIAS	27
4.2.1. Implementación de la Interferencia I_{pac}	27
4.2.2. Implementación de las Interferencias b_w, e_m y m_a	28
4.2.3. Implementación de las Interferencias Estimadas	29
4.3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS SEÑALES CONTAMINADAS	31
4.4. SEÑALES OBTENIDAS	33
4.4.1. Interferencias 1 y Pasos de Adaptación Óptimos Teóricos	34
4.4.1.1. Simulación Total	34
4.4.1.2. Simulación Inicial	36

4.4.1.3. Simulación Intermedia	37
4.4.1.4. Simulación Final.....	39
4.4.2. Interferencias 1 y Pasos de Adaptación Probados	40
4.4.2.1. Simulación Total	40
4.4.2.2. Simulación Inicial.....	41
4.4.2.3. Simulación Intermedia	43
4.4.2.4. Simulación Final.....	44
4.4.3. Interferencias 2 y Pasos de Adaptación Óptimos Teóricos	45
4.4.3.1. Simulación Total	45
4.4.3.2. Simulación Inicial.....	47
4.4.3.3. Simulación Intermedia	48
4.4.3.4. Simulación Final.....	49
4.4.4. Interferencias 2 y Pasos de Adaptación Probados	51
4.4.4.1. Simulación Total	51
4.4.4.2. Simulación Inicial.....	52
4.4.4.3. Simulación Intermedia	53
4.4.4.4. Simulación Final.....	55
4.5. <i>COMPARACIONES DE LAS SEÑALES CON EL ALGORITMO ARγ</i>	56
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	60
6. BIBLIOGRAFÍA.....	62
7. GLOSARIO	64

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1. Componentes de la señal ECG	4
Figura 1.2. Señal ECG contaminada con interferencia de línea de potencia AC.....	5
Figura 1.3. Señal ECG contaminada con desplazamiento de línea base	5
Figura 1.4. Señal ECG contaminada con movimiento de electrodo	6
Figura 1.5. Señal ECG contaminada con interferencia electromiográfica	6
Figura 1.6. Diagrama en bloques de la adquisición de señales bioeléctricas.....	7
Figura 1.7. Colocación de los electrodos para obtener las derivaciones Einthoven ...	8
Figura 1.8. Colocación de los electrodos para obtener las derivaciones de Goldberger	9
Figura 1.9. Colocación de los electrodos para obtener las derivaciones de Wilson ...	9
Figura 2.1. Elementos de un filtro adaptativo	10
Figura 2.2. Modelo adaptativo convencional	11
Figura 2.3. Identificación de sistemas	12
Figura 2.4. Inversión de Sistemas	13
Figura 2.5. Sistema seguimiento de señales (predicción lineal).....	13
Figura 2.6. Sistema de eliminación de interferencias	14
Figura 3.1. Modos de operación de un algoritmo adaptativo.....	24
Figura 4.1. Eliminación de Interferencias del proyecto.....	25
Figura 4.2. Señal ECG	26
Figura 4.3. Interferencia I_{pac} de 50Hz.....	27
Figura 4.4. Interferencias bw_1 , em_1 y ma_1	28
Figura 4.5. Interferencias bw_2 , em_2 y ma_2	29
Figura 4.6. Adquisición de las señales tomadas al paciente	30
Figura 4.7. Estimación de las interferencias 1	30
Figura 4.8. Estimación de las interferencias 2	31
Figura 4.9. Señales ECG y contaminada 1.....	32

Figura 4.10. Señales ECG y contaminada 2	32
Figura 4.11. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación total	35
Figura 4.12. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación inicial.....	36
Figura 4.13. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación intermedia	38
Figura 4.14. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación final	39
Figura 4.15. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación total	40
Figura 4.16. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación inicial.....	42
Figura 4.17. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación intermedia	43
Figura 4.18. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación final	44
Figura 4.19. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación total	46
Figura 4.20. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación inicial.....	47
Figura 4.21. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación intermedia	48
Figura 4.22. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación final	50
Figura 4.23. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación total	51
Figura 4.24. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación inicial.....	52
Figura 4.25. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación intermedia	54
Figura 4.26. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación final	55

Figura 4.27. Comparación de las señales contaminada 1, obtenida del algoritmo $AR\gamma$ y ECG con pasos de adaptación óptimos teóricos.....	56
Figura 4.28. Comparación de las señales contaminada 1, obtenida del algoritmo $AR\gamma$ y ECG con pasos de adaptación probados.....	57
Figura 4.29. Comparación de las señales contaminada 2, obtenida del algoritmo $AR\gamma$ y ECG con pasos de adaptación óptimos teóricos.....	58
Figura 4.30. Comparación de las señales contaminada 2, obtenida del algoritmo $AR\gamma$ y ECG con pasos de adaptación probados.....	59

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 3.1. Valores de h para diferentes condiciones	24
Tabla 4.1. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación total.....	35
Tabla 4.2. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación inicial	37
Tabla 4.3. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación intermedia.....	38
Tabla 4.4. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación final.....	39
Tabla 4.5. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación total	41
Tabla 4.6. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación inicial	42
Tabla 4.7. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación intermedia.....	43
Tabla 4.8. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación final.....	45
Tabla 4.9. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación total.....	46
Tabla 4.10. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación inicial	47
Tabla 4.11. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación intermedia.....	49
Tabla 4.12. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación final.....	50
Tabla 4.13. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación total	51
Tabla 4.14. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación inicial	53

Tabla 4.15. *Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación intermedia*..... 54

Tabla 4.16. *Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación final*..... 55

LISTA DE ABREVIATURAS

AR γ : Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ

bw: Baseline Wander (Desplazamiento de Línea Base)

CAD: Computer Aided Design (Diseño Asistido por Computador)

ECG: Electrocardiográfica

EEG: Electroencefalográficas

em: Electrode Motion (Movimiento de Electrodo)

EM: Error Medio

EMG: Electromiográficas

LMS: Least Mean Square

Ipac: Línea de Potencia AC

ma: Muscle Artifact (Electromiográfica)

MSE: Mean Squared Error (Error Cuadrático Medio)

NLMS: Normalized Least Mean Square

RESUMEN

El registro de señales bioeléctricas en el área de la medicina se ha convertido en el soporte esencial para el diagnóstico y tratamiento de diversos tipos de patologías, ya que a través de la lectura clínica de las señales emitidas por el cuerpo humano se puede detectar el buen o mal funcionamiento del mismo.

En particular en electrocardiografía se estudia la actividad eléctrica del corazón a través de las señales ECG, las cuales, como en cualquier tipo de señal biológica, en su fase de adquisición están sujetas a un gran número de interferencias asociadas de diversos orígenes, que deben ser correctamente eliminadas o filtradas para que la lectura e interpretación de las señales ECG sea apropiada por el personal experto y permita emitir juicios certeros.

La naturaleza aleatoria de las señales interferentes hace que su eliminación difícilmente pueda ser realizada mediante métodos de filtraje cuyos coeficientes o pesos sean estáticos o fijos, es por esta razón que se propone que dicha eliminación se realice mediante algoritmos adaptativos, ya que estos permiten implementar sistemas de adecuación que pueden adaptarse fácilmente a las condiciones cambiantes del entorno.

En el tratamiento de señales bioeléctricas el desempeño de los algoritmos se evalúa mediante su velocidad de convergencia y el mínimo error obtenido. Por esto y por la naturaleza de las señales se propone utilizar el algoritmo adaptativo llamado AR γ , debido a que las características asociadas al desempeño de este son muy buenas en comparación a otros algoritmos adaptativos convencionales.

INTRODUCCIÓN

El presente documento presenta la eliminación de interferencias con filtros adaptativos con los algoritmos adaptativos: Least Mean Square (LMS), Normalized Least Mean Square (NLMS) y AR_{γ} en señales ECG. Esto mediante simulación con la ayuda del editor de la herramienta de Diseño Asistido por Computador (CAD) llamada MATLAB®.

El proyecto tiene como objetivo principal determinar el desempeño del algoritmo adaptativo AR_{γ} en la aplicación de eliminación de interferencias en señales ECG con relación al desempeño de los algoritmos adaptativos ampliamente reconocidos lo son el LMS y el NLMS. En la parte inicial del trabajo se exponen las señales bioeléctricas, señales ECG y las interferencias asociadas. Posteriormente se referencia, con una breve descripción, cómo se hace la adquisición de las señales ECG; igualmente se expone lo que son los filtros adaptativos teniendo en cuenta los elementos que los componen, sus principios matemáticos y sus aplicaciones. Subsecuentemente se presentan los algoritmos empleados en el proyecto. Después se hace la descripción sobre la metodología empleada para la eliminación de las interferencias asociadas con los resultados obtenidos en donde se hacen las comparaciones cualitativas y cuantitativas de las señales obtenidas y el desempeño de los diversos algoritmos. Finalmente, se describen las conclusiones y recomendaciones, bibliografía, glosario y anexos.

1. GENERALIDADES

1.1. SEÑALES BIOELÉCTRICAS

En los seres vivos, se generan señales de origen biológico, señales eléctricas, físicas o químicas. Las señales eléctricas denominadas señales bioeléctricas, pueden ser emitidas por el corazón llamándolas señales ECG, por el cerebro llamándolas señales Electroencefalográficas (EEG) y por los músculos llamándolas señales Electromiográficas (EMG), entre otras. Estas reflejan variables fisiológicas que contienen información sobre ellas. Las unidades generadoras de dichas señales son las células nerviosas o musculares, estructuradas en grupos, los efectos acumulados de todas las células activadas en una vecindad producen un campo eléctrico extendido en el volumen de acción constituido por varios tejidos del cuerpo. La activación de un músculo o de alguna red neuronal puede medirse con algunos electrodos [1].

1.2. SEÑAL ECG

La señal ECG es un estímulo eléctrico asociado a la actividad cardiaca, que hace que las cavidades del corazón se contraigan y bombeen sangre. Al registro de esta actividad se le denomina electrocardiograma y se realiza a través de un dispositivo llamado electrocardiógrafo [2].

El patrón de la señal ECG está compuesto por los siguientes segmentos (ver **Figura 1.1.**):

1.2.1. Onda P

Simboliza la despolarización o contracción de las aurículas impulsando la sangre hacia los ventrículos. Normalmente dura 0,1 segundos [2].

1.2.2. Complejo QRS

Simboliza la despolarización de los ventrículos. Está formado por las ondas Q, R y S normalmente dura aproximadamente 100 milisegundos [2].

1.2.3. Onda T

Simboliza la relajación de los ventrículos; normalmente es asimétrica en sus ramas y es redondeada en su vértice [2].

1.2.4. Onda U

Tiene un origen fisiológico poco claro, se piensa que esta onda se produce por la repolarización del sistema de conducción interventricular [2].

1.2.5. Intervalo PR

Reflejo de parte del tiempo de conducción auriculo-ventricular incluyendo el tiempo necesario para la despolarización auricular [2].

1.2.6. Intervalo ST

Representa el tiempo en que los ventrículos permanecen en estado activado y en el que puede iniciarse la repolarización ventricular [2].

1.2.7. Intervalo RR

Intervalo de tiempo entre dos complejos QRS consecutivos, representa la frecuencia cardiaca por minuto con un ritmo ventricular regular. La frecuencia normal en reposo oscila entre 50 y 100 latidos por minuto ó entre 0,83 Hz y 1,67 Hz [2].

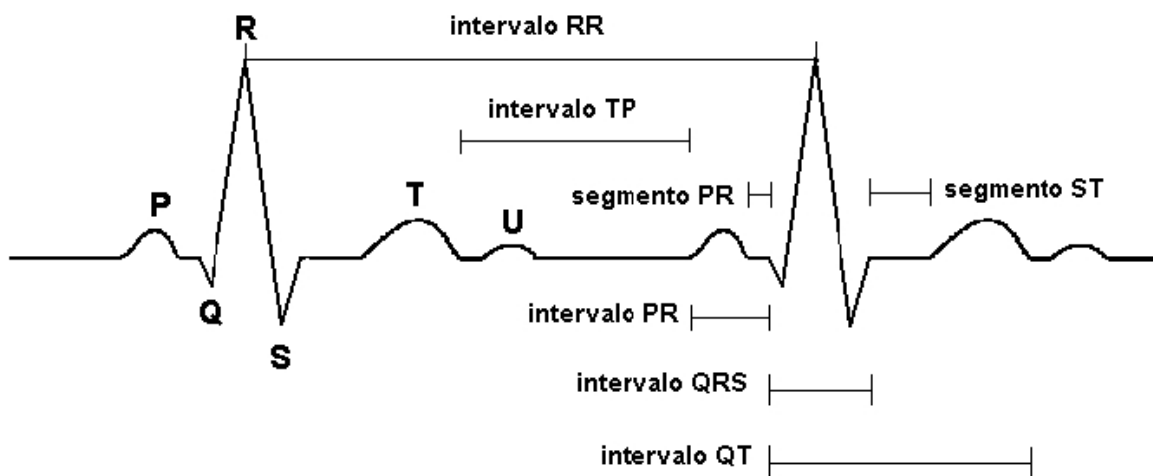


Figura 2.1. Componentes de la señal ECG. Tomada de [2].

1.3. INTERFERENCIAS ASOCIADAS A SEÑALES ECG

Durante la captación de señales bioeléctricas pueden asociarse a ellas varias señales no deseadas, denominadas interferencias. En el contexto de las señales ECG [2]. Las principales interferencias asociadas a la señal ECG son:

1.3.1. Interferencia Línea de Potencia AC

Es también conocida como interferencia de la red, es una señal sinusoidal alrededor de 60 Hz o 50 Hz. Causada por inducción magnética o por efecto electrostático, dificulta la detección de los potenciales ventriculares tardíos [2].

En la **Figura 1.2.** se muestra un ejemplo de una señal ECG contaminada con una interferencia de línea de potencia AC.

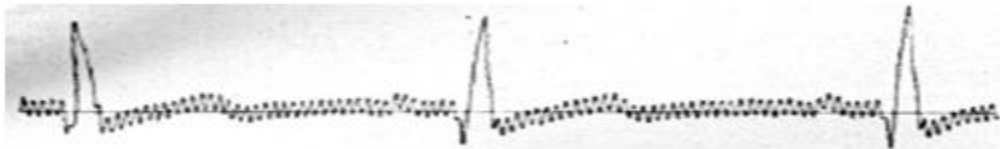


Figura 1.2. Señal ECG contaminada con interferencia de línea de potencia AC. Tomada de [1].

Parámetros típicos: amplitud: más del 50% de la amplitud pico a pico de la señal ECG [2].

1.3.2. Interferencia Desplazamiento de Línea Base

El desplazamiento de línea base es causado por la respiración del paciente, puede ser representado como una componente sinusoidal en la frecuencia de respiración adherida a la señal ECG [2].

En la **Figura 1.3.** se muestra un ejemplo de una señal ECG contaminada con un desplazamiento de línea base.



Figura 1.3. Señal ECG contaminada con desplazamiento de línea base. Tomada de [3].

Parámetros típicos: amplitud: 15% de la amplitud pico a pico de la señal ECG, variación de línea base: 15% de la amplitud pico a pico de la señal ECG y variación de frecuencia: 0.15 Hz a 0.3 Hz [2].

1.3.3. Interferencia Movimiento de Electrodo

El movimiento de electrodo causa cambios transitorios de la señal ECG, debido a cambios de impedancia electrodo-piel, fruto de movimientos del electrodo, por movimiento del paciente o por algunas vibraciones (por ej. producto de la respiración) [2].

En la **Figura 1.4.** se muestra un ejemplo de una señal ECG contaminada con un movimiento de electrodo.



Figura 1.4. Señal ECG contaminada con movimiento de electrodo. Tomada de [4].

Parámetros típicos: amplitud: 30% de la amplitud de la señal ECG y duración: 100 a 500 milisegundos [2].

1.3.4. Interferencia Electromiográfica

La interferencia electromiográfica, está usualmente en el rango de los μV . Generalmente las señales resultantes de contracciones musculares pueden asumirse como quiebres transitorios [2].

En la **Figura 1.5.** se muestra un ejemplo de una señal ECG contaminada con una interferencia electromiográfica.

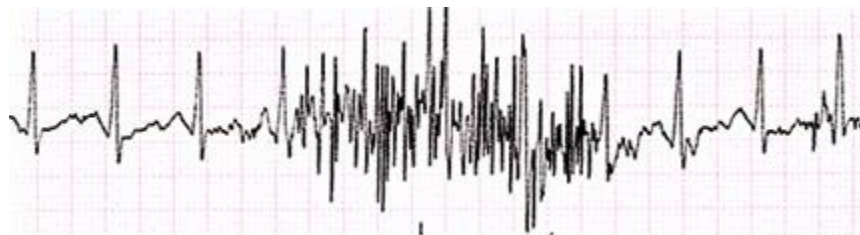


Figura 1.5. Señal ECG contaminada con interferencia electromiográfica. Tomada de [3].

Parámetros típicos: desviación estándar: 10% de la amplitud de la señal ECG, duración: 50 milisegundos y contenido de frecuencia DC: 10 kHz [2].

1.4. ADQUISICIÓN DE SEÑALES ECG

La señal ECG se estructura en la medición del potencial eléctrico entre varios puntos corporales utilizando electrodos, cuya forma más simple es la de componentes de metal anclados en la piel o que hacen contacto con ella a través de un gel conductor entre sus superficies. Estos electrodos están conectados a un aparato electrocardiográfico [1].

Los electrodos llevan la señal ECG a un sistema de amplificación como se muestra en la **Figura 1.6**.

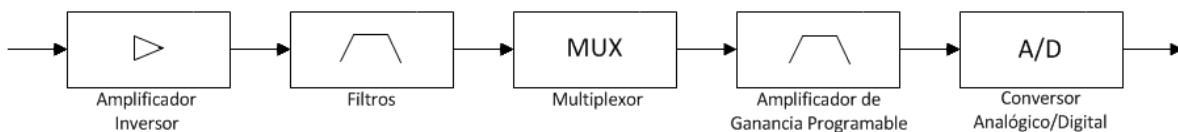


Figura 1.6. Diagrama en bloques de la adquisición de señales bioeléctricas. Basado en [1].

Cuando los electrodos captan las señales, estas se llevan a un amplificador aislador que amplifica la señal originada y proporciona aislamiento. Sus salidas pasan por una etapa de filtraje, en la que se atenúan señales no deseadas captadas por los electrodos.

En los sistemas de adquisición en donde existen varias señales de entrada, no es conveniente usar un conversor analógico/digital (A/D) por cada señal y es común usar un multiplexor para operar varias entradas en una salida.

Como las señales ECG tienen diferente amplitud es necesario el uso de un amplificador con diferente ganancia para cada una de ellas, por lo tanto se utiliza un amplificador con ganancia controlada llamado amplificador de ganancia programable [1].

Por otra parte, la disposición específica que guardan los electrodos en el cuerpo humano recibe el nombre de “derivación”. Un ECG normal está compuesto por doce derivaciones diferentes que se dividen en tres grupos [2].

A continuación se describen las derivaciones con sus grupos.

1.4.1. Derivaciones Bipolares de las Extremidades

También son llamadas derivaciones de Einthoven, estas registran la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos [2] (ver **Figura 1.7.**):

- *Derivación I:* entre brazo izquierdo (+) y brazo derecho (-).
- *Derivación II:* entre pierna izquierda (+) y brazo derecho (-).
- *Derivación III:* entre pierna derecha (+) y brazo izquierdo (-).

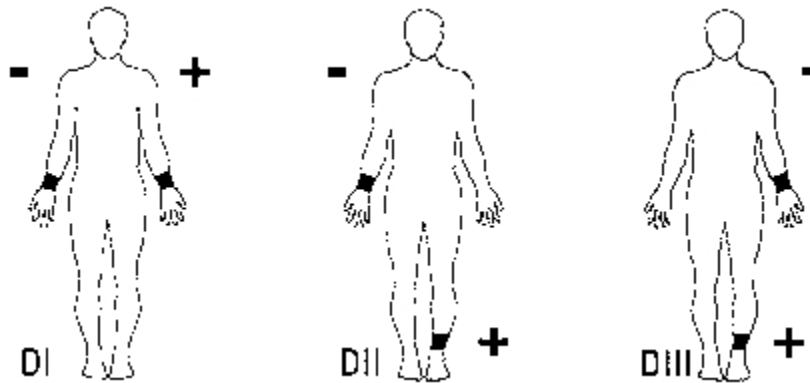


Figura 1.7. Colocación de los electrodos para obtener las derivaciones Einthoven. Tomado de [2].

1.4.2. Derivaciones Monopolares de los Miembros

También son llamadas derivaciones de Goldberger, estas registran las variaciones de potencial de un punto con respecto a otro que se considera con actividad eléctrica cero. Se denominan aVR, aVL y aVF [2] (ver **Figura 1.8.**) por:

- *a:* significa aumento y se obtiene al eliminar el electrodo negativo dentro del propio aparato de registro.
- *V:* vector.
- *R (right), L (left) y f (foot):* según el lugar donde se coloque el electrodo positivo, brazo derecho, brazo izquierdo o pierna izquierda.

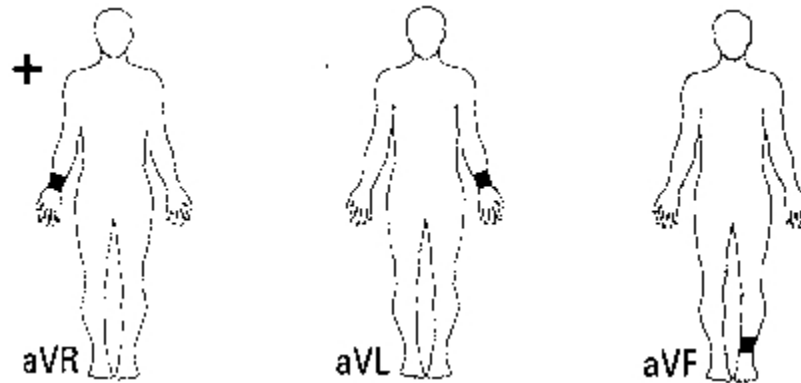


Figura 1.8. Colocación de los electrodos para obtener las derivaciones de Goldberger. Tomado de [2].

1.4.3. Derivaciones Precordiales

También son llamadas derivaciones de Wilson [2], el electrodo se coloca en (ver Figura 1.9.):

- V1: 4º espacio intercostal derecho, línea paraesternal derecha.
- V2: 4º espacio intercostal izquierdo, línea paraesternal izquierda.
- V3: simétrico entre V2 y V4.
- V4: 5º espacio intercostal izquierdo, línea medioclavicular.
- V5: 5º espacio intercostal izquierdo, línea anterior axilar.
- V6: 5º espacio intercostal izquierdo, línea axilar media.

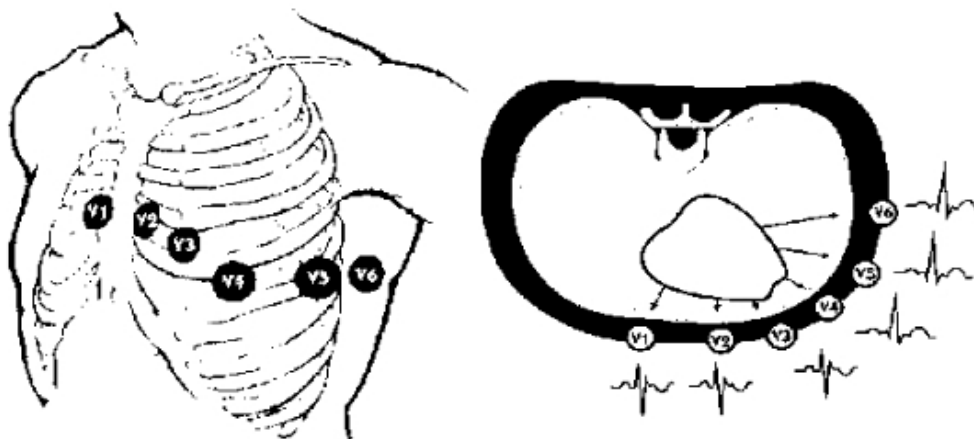


Figura 1.9. Colocación de los electrodos para obtener las derivaciones de Wilson. Tomado de [2].

2. FILTROS ADAPTATIVOS

Un sistema adaptativo es aquel cuya estructura es alterable o ajustable, de tal forma que su comportamiento o desempeño mejore, de acuerdo con algún criterio deseado.

Enmarcando los sistemas adaptativos en el contexto del filtraje adaptativo, existen varias aplicaciones prácticas que muy difícilmente pueden ser resueltas utilizando filtros digitales fijos, porque no se posee la información suficiente para diseñar dichos sistemas con pesos fijos debido a que las características de las señales o los sistemas pueden cambiar con el tiempo. Una buena parte de estas aplicaciones pueden ser resueltas con un tipo especial de filtro, llamado filtro adaptativo, cuya característica principal es que puede cambiar su respuesta automáticamente para mejorar su desempeño durante el proceso de filtrado [5].

2.1. ELEMENTOS DE UN FILTRO ADAPTATIVO

Los filtros adaptativos están compuestos básicamente por dos módulos fundamentales [6], los cuales se ilustran en la **Figura 2.1**.

2.1.1. Estructura del Filtro

Este módulo produce la señal de salida del filtro a partir de mediciones de la señal de entrada. Esta estructura fija sus pesos, los cuales son ajustados a través del filtro adaptativo [6].

2.1.2. Algoritmo Adaptativo

Este módulo realiza la comparación de la señal de entrada y la señal deseada, para actualizar los pesos del filtro por medio de una función determinada [6].

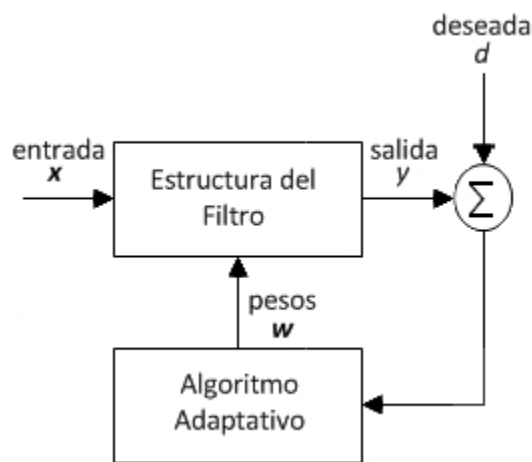


Figura 2.1. Elementos de un filtro adaptativo. Basado en [5].

2.2. PRINCIPIOS MATEMÁTICOS

La **Figura 2.2.** muestra la estructura de un filtro adaptativo.

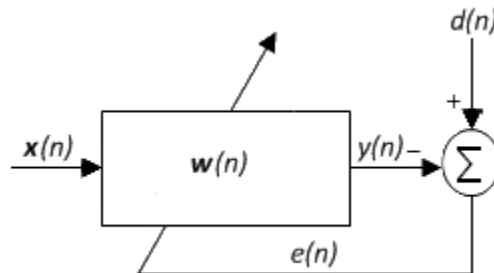


Figura 2.2. Modelo adaptativo convencional. Basado en [5].

Donde: $x(n)$ es el vector de la señal de entrada; $w(n)$ es el vector de pesos del filtro; $e(n)$ es un escalar que corresponde al error de medida en el instante n ; $y(n)$ es la salida del filtro; y $d(n)$ es un escalar que corresponde a la señal deseada en el instante n .

Los pesos del filtro se actualizan de acuerdo a un criterio en específico y estos se multiplican a la entrada para obtener la salida, como lo ilustra la expresión (2.1):

$$y(n) = w(n) x(n) \quad (2.1)$$

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (2.2)$$

En la expresión (2.2) se puede entender que el objetivo es hacer que el error sea cero, para esto, el sistema se debe configurar para que a partir de la entrada se genere la salida y esta se asemeje a la señal deseada. Hay diferentes formas en que los filtros adaptativos minimizan ese error, las cuales se diferencian en el algoritmo utilizado para actualizar los pesos o coeficientes del filtro [6].

2.3. APLICACIONES DE LOS FILTROS ADAPTATIVOS

Existen varias aplicaciones en donde los filtros adaptativos pueden ser empleados, las cuales se clasifican en cuatro clases: identificación de sistemas, inversión de sistemas, seguimiento de señales y eliminación de interferencias [7].

2.3.1. Identificación de Sistemas

En la **Figura 2.3.** se presenta el diagrama en bloques para la identificación de sistemas, a esta clase de aplicación también se le conoce como modelamiento de

sistemas. La meta es estimar los coeficientes del sistema desconocido a partir de los pesos entregados por el algoritmo adaptativo para minimizar la diferencia entre la señal de salida del sistema desconocido d y la señal de salida del filtro adaptativo y [7].

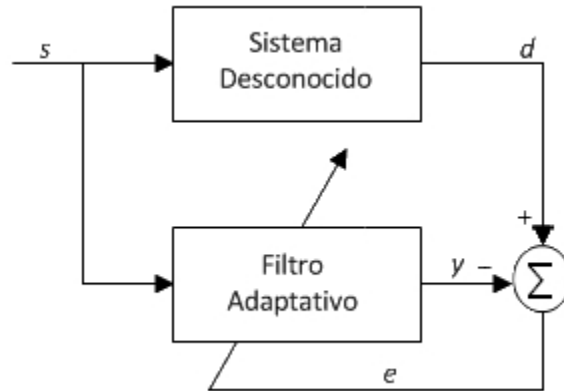


Figura 2.3. Identificación de sistemas. Basado en [5].

Entre las aplicaciones que se encuentran bajo esta categoría se encuentran:

- *Eliminación de Eco:* En sistemas de conferencia por ejemplo, se utilizan filtros adaptativos para estimar cual es la señal de eco que sale de los parlantes y regresa nuevamente a través del micrófono. La salida del filtro adaptativo contiene una estimación de la señal de eco que es utilizada para eliminar el eco de la señal transmitida [7].
- *Control Adaptativo:* En muchos sistemas de control modernos, los coeficientes de la planta se estiman on-line, a través de un filtro adaptativo y el resultado es usado para establecer los parámetros de un regulador autoajustable [7].

2.3.2. Inversión de Sistemas

Este tipo de aplicación también se conoce como sistema de modelamiento inverso cuya meta es estimar e invertir la función de transferencia de un sistema. En la **Figura 2.4.** se muestra el diagrama en bloques general de inversión de sistemas [7].

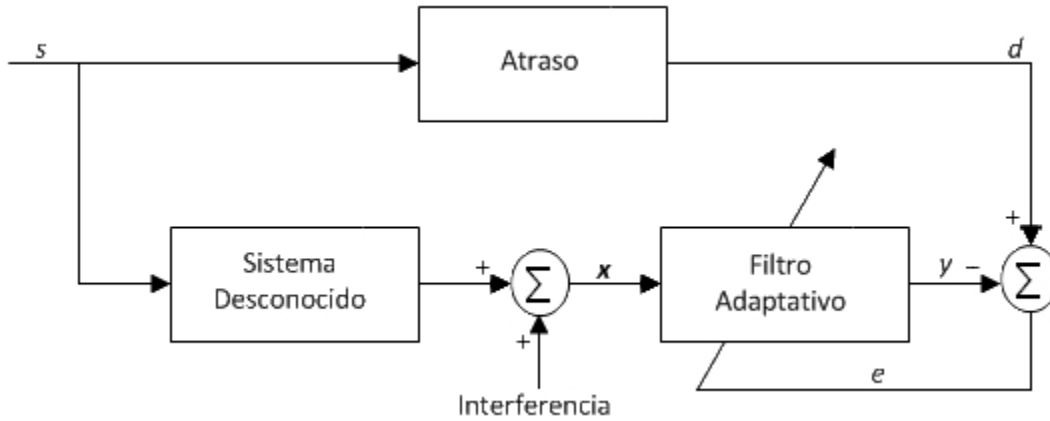


Figura 2.4. Inversión de sistemas. Basado en [5].

Entre las aplicaciones de inversión de sistemas se encuentran los ecualizadores de canales [7].

2.3.3. Seguimiento de Señales

También denominado tracking. En esta clase de aplicaciones se pretende estimar el valor de una señal deseada d a partir de muestras consecutivas de esta, con $d = s$. Existen tres casos de interés, seguimiento hacia delante, seguimiento hacia atrás e interpolación. El más utilizado es el primero que también se conoce como sistema de predicción lineal y se puede apreciar en la **Figura 2.5.** [7].

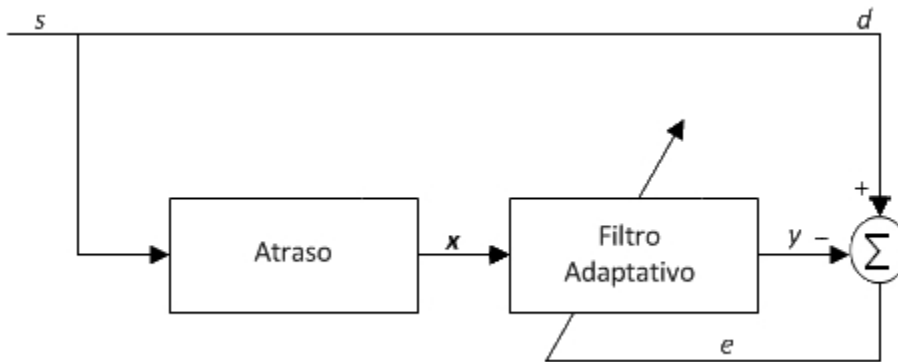


Figura 2.5. Sistema seguimiento de señales (predicción lineal). Basado en [5].

Una de las aplicaciones de este tipo de sistemas es la codificación lineal predictiva [7].

2.3.4. Eliminación de Interferencias

Como se puede apreciar en la **Figura 2.6.** en estos sistemas se requiere eliminar una señal interferente n de una señal dada o contaminada d , la cual está compuesta por la mezcla de la señal deseada s y la interferente n ($d = s + n$), n' es una aproximación de n . El objetivo del filtro adaptativo es el de producir una señal de salida y , muy parecida a la entrada x , la cual es una versión atrasada de n' , de tal forma que la diferencia e sea prácticamente igual a la señal deseada s [7].

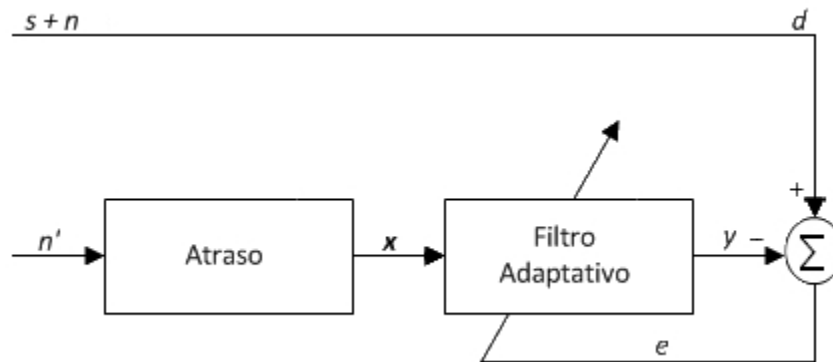


Figura 2.6. Sistema de eliminación de interferencias. Basado en [5].

Una de las aplicaciones de estos sistemas es el control activo de ruido en conductos estrechos tales como tubos de escape y sistemas de ventilación [7].

3. ALGORITMOS ADAPTATIVOS

El algoritmo adaptativo realiza la comparación de la señal de entrada y la señal deseada, para actualizar los pesos del filtro adaptativo por medio de una función determinada. Los algoritmos adaptativos son aquellos que modifican su conducta durante su ejecución, atendiendo a los cambios que se producen en su entorno o en el propio programa [6].

3.1. ALGORITMO LMS

El algoritmo LMS es un miembro importante de la familia de los algoritmos de gradiente estocástico. Con el término "estocástico" se pretende distinguir este algoritmo del Steepest Descent, que utiliza un gradiente determinista para el cálculo de los pesos del filtro. No requiere de medidas de las pertinentes funciones de correlación, ni requiere de la inversión de la matriz de correlación. Una característica significativa de este es la simplicidad, la cual lo ha hecho un estándar contra otros algoritmos de filtraje adaptativo. Este algoritmo realiza el ajuste automático de los pesos del filtro, de acuerdo con la estimación del error, basado en el gradiente del error con respecto a la variación de los pesos del filtro (primera derivada) [5].

El algoritmo realiza dos procesos básicos:

- **Proceso de Filtraje:** Calcula la salida de un filtro lineal en respuesta a una señal de entrada y genera una estimación del error (o un error estimado) por medio de la comparación de la salida calculada con la señal deseada.
- **Proceso Adaptativo:** Ajusta automáticamente los pesos del filtro de acuerdo al error estimado.

Tomando como referencia la aplicación de identificación de sistemas (ver **Figura 2.3.**), por medio del proceso de adaptación, el filtro realiza el ajuste automático de los pesos, teniendo como base la señal de error $e(n)$ que es obtenida a través de la comparación de la señal de salida $y(n)$ con la señal deseada $d(n)$. Con el objetivo de obtener un error $e(n)$ mínimo, el algoritmo LMS procura minimizar la función de costo (J), expresada en (3.1). Esta función depende de la estimación del error por medio del cálculo del Error Cuadrático Medio (MSE), expresado en (3.2), ajustando sucesivamente los pesos del filtro en la dirección opuesta al vector gradiente $\nabla J(\mathbf{w})$.

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{2}MSE \quad (3.1)$$

$$MSE = E[|e(n)|^2] \quad (3.2)$$

Las ecuaciones que describen este algoritmo son:

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (3.3)$$

$$d(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}_0 + r(n) \quad (3.4)$$

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) \quad (3.5)$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu_{LMS}\mathbf{x}^*(n)e(n) \quad (3.6)$$

Donde: $y(n)$ es la salida del filtro; $\mathbf{w}(n)$ es el vector de pesos del filtro; $\mathbf{x}(n)$ es el vector de la señal de entrada; $d(n)$ es un escalar que corresponde a la señal deseada en el instante n ; \mathbf{w}_0 es el vector de pesos óptimos del filtro; $r(n)$ es un escalar que corresponde al ruido de medida; $e(n)$ es un escalar que corresponde al error de medida en el instante n ; y μ_{LMS} es un parámetro de ajuste o paso de adaptación fijo.

3.1.1. Convergencia

Dos tipos de convergencia:

- **Convergencia en media**

Puesto que el vector $\mathbf{w}(n)$ se compone de variables aleatorias, para estudiar la convergencia del algoritmo, se debe trabajar dentro de un marco estadístico.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[\mathbf{w}(n)] = \mathbf{w}_0$$

Partiendo de la ecuación de actualización de los pesos del filtro (3.6) y modificándola con (3.5), se tiene:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu_{LMS}\mathbf{x}^*(n)[d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n)] \quad (3.7)$$

Aplicando el valor esperado, se obtiene:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + \mu_{LMS}E[\mathbf{x}^*(n)d(n)] - \mu_{LMS}E[\mathbf{x}^*(n)\mathbf{w}(n)\mathbf{x}^T(n)]$$

Como el vector de pesos $\mathbf{w}(n+1)$ es independiente de $\mathbf{x}(n+1)$ y $d(n+1)$, se tiene:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + \mu_{LMS}E[\mathbf{x}^*(n)d(n)] - \mu_{LMS}E[\mathbf{x}^*(n)\mathbf{x}^T(n)]E[\mathbf{w}(n)]$$

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = E[\mathbf{w}(n)] + \mu_{LMS}M - \mu_{LMS}RE[\mathbf{w}(n)]$$

Con M número de pesos del filtro (carga computacional de orden M) y \mathbf{R} matriz de autocorrelación de la entrada $\mathbf{x}(n)$, entonces:

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = (\mathbf{I} - \mu_{LMS}\mathbf{R})E[\mathbf{w}(n)] + \mu_{LMS}\mathbf{p}$$

$$E[\mathbf{w}(n+1)] = (\mathbf{I} - \mu_{LMS}\mathbf{R})E[\mathbf{w}(n)] + \mu_{LMS}\mathbf{R}\mathbf{w}_0$$

De esta forma, se define el mismo vector de traslación al punto óptimo $\mathbf{c}(n)$ como:

$$\mathbf{c}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_0 \quad (3.8)$$

Descomponiendo la matriz \mathbf{R} en función de sus autovalores y autovectores ($\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}\mathbf{Q}$) y aplicando la rotación para obtener los autovectores como ejes de representación, se llega a:

$$E[\mathbf{v}(n)] = (\mathbf{I} - \mu_{LMS}\mathbf{\Lambda})^n E[\mathbf{v}(0)] \text{ ó } E[\mathbf{v}(n)] = (\mathbf{I} - \mu_{LMS}\mathbf{\Lambda})^n \mathbf{v}(0)$$

Donde $\mathbf{v}(0)$ es el valor inicial del vector de pesos en los ejes principales del sistema.

μ_{LMS} Debe cumplir la misma condición que en el algoritmo Steepest-Descent, es decir:

$$0 < \mu_{LMS} < \frac{2}{\lambda_{m\acute{a}x}} \quad (3.9)$$

Donde: $\lambda_{m\acute{a}x}$ es el mayor de los autovalores de la matriz de autocorrelación de la entrada $\mathbf{x}(n)$ [5].

Este límite asegura la convergencia en media, pero no impone restricciones en la varianza. Es decir, cumpliéndose la condición anterior, el sistema puede converger en media pero no en varianza. Además, para obtener $\lambda_{m\acute{a}x}$ la matriz de autocorrelación \mathbf{R} debe ser conocida. Para evitar este problema, se puede utilizar:

$$\lambda_{m\acute{a}x} \leq \sum_{k=0}^{M-1} \lambda_k = \text{tr}(\mathbf{R}) \quad (3.10)$$

Y así se obtiene la condición de convergencia en media:

$$0 < \mu_{LMS} < \frac{2}{\text{tr}(\mathbf{R})} \quad (3.11)$$

Con el fin de asegurar la **convergencia en varianza**, el parámetro μ_{LMS} debe elegirse de forma más restrictiva:

$$0 < \mu_{LMS} < \frac{2}{3\lambda_{m\acute{a}x}} \quad (3.12)$$

- **Convergencia en error cuadrático medio (MSE)**

Requiere condiciones más restrictivas que la convergencia en media.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[J(n)] = cte = J(\infty)$$

Evolución de la función de coste:

$$J(n) = J_{\min} + tr[\mathbf{R}\mathbf{K}(n)] \quad (3.13)$$

Donde, $\mathbf{K}(n) = E[(\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_0)(\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_0)^H]$

Cuando el vector de pesos comienza a converger en media, los pesos empiezan a fluctuar en torno a sus valores óptimos. Estas fluctuaciones son debidas a que el vector gradiente utilizado para realizar las correcciones al vector de pesos es ruidoso. En consecuencia, la varianza del error no tiende a cero y el error cuadrático medio es mayor que el error cuadrático medio mínimo en una cantidad denominada **exceso de error cuadrático medio** [5]. Para determinar este exceso de error, comenzamos escribiendo el error en el instante n de la siguiente forma:

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n) = d(n) - \mathbf{w}_0^T\mathbf{x}(n) - \mathbf{c}^H(n)\mathbf{x}(n) = e_{\min}(n) - \mathbf{c}^H(n)\mathbf{x}(n)$$

Donde $e_{\min}(n)$ es el error correspondiente al vector de pesos óptimo, es decir:

$$e_{\min}(n) = d(n) - \mathbf{w}_0^T\mathbf{x}(n) \quad (3.14)$$

Suponiendo que el filtro se encuentra en estado estacionario, $E[(c(n))] = 0$, y el error cuadrático medio puede ser expresado como:

$$\mathbf{x}(n) = E[|e(n)|^2] = \mathbf{x}_{\min} + \mathbf{x}_{ex}(n)$$

Donde $\mathbf{x}_{\min} = E[|e(n)|^2]$ es el mínimo error cuadrático medio y $\mathbf{x}_{ex}(n)$ es el exceso de error cuadrático medio, que depende de las estadísticas de $\mathbf{x}(n)$, $\mathbf{c}(n)$ y $d(n)$. Asumiendo la condición de independencia, podemos llegar a la siguiente propiedad del LMS:

El error cuadrático medio $\mathbf{x}(n)$ converge a un valor estacionario de:

$$\xi(\infty) = \xi_{\min} + \xi_{\max}(\infty) = \xi_{\min} \frac{1}{1 - \mu_{LMS} \sum_{k=0}^{M-1} \frac{\lambda_k}{2 - \mu_{LMS} \lambda_k}}$$

y el algoritmo converge en sentido cuadrático medio si el paso de convergencia μ_{LMS} satisface las condiciones:

$$0 < \mu_{LMS} < \frac{2}{\lambda_{m\acute{a}x}}$$

$$\mu_{LMS} \sum_{k=0}^{M-1} \frac{\lambda_k}{2 - \mu_{LMS}\lambda_k} < 1$$

Si se cumple $\mu_{LMS} \ll \frac{2}{\lambda_{m\acute{a}x}}$, esta última ecuación puede simplificarse a:

$$\frac{1}{2} \mu_{LMS} \sum_{k=0}^{M-1} \lambda_k < 1$$

De aquí,

$$\mu_{LMS} < \frac{2}{\sum_{k=0}^{M-1} \lambda_k}$$

La suma de los autovalores de una matriz definida positiva es igual a la suma de los elementos de la diagonal principal

$$\mu_{LMS} < \frac{2}{\text{Potencia de la señal de entrada}} \quad (3.15)$$

3.1.2. Velocidad de Convergencia

La velocidad de convergencia es máxima cuando $|1 - \mu_{LMS}\lambda_k|$ es pequeño, siendo λ_k los autovalores de la matriz de autocorrelación de la señal de entrada. Entonces, si se toma el límite $\mu_{LMS} = \frac{2}{\lambda_{m\acute{a}x}}$:

$$|1 - \mu_{LMS}\lambda_k| \text{ m\acute{i}nimo} = \left| 1 - 2 \frac{\lambda_k}{\lambda_{m\acute{a}x}} \right| \text{ m\acute{i}nimo} = \left| 1 - 2 \frac{\lambda_{m\acute{i}n}}{\lambda_{m\acute{a}x}} \right| \quad (3.16)$$

Así, lo más pequeño que puede hacerse $|1 - \mu_{LMS}\lambda_k|$ viene determinado por la relación $\frac{\lambda_{m\acute{i}n}}{\lambda_{m\acute{a}x}}$, siendo esta relación quien fija la velocidad de convergencia. Si $\frac{\lambda_{m\acute{i}n}}{\lambda_{m\acute{a}x}}$ es pequeño, la convergencia será lenta, porque $|1 - \mu_{LMS}\lambda_k|$ es grande, por el contrario si la relación es grande, la convergencia será rápida, permitiendo usar el filtrado adaptativo en aplicaciones en tiempo real [5].

3.2. ALGORITMO NLMS

Cuando la entrada $x(n)$ es grande, el algoritmo LMS experimenta un problema de amplificación de ruido del gradiente. Para superar esta dificultad, se puede utilizar el algoritmo LMS normalizado, el cual es el compañero del algoritmo LMS ordinario, descrito anteriormente. En particular, la corrección aplicada al vector de pesos $\mathbf{w}(n)$ en la iteración $n + 1$ es “normalizada” haciéndolo con la norma euclidiana elevada al cuadrado de la entrada, de ahí viene el término “normalizado”. Todo esto con el fin de amortiguar las amplias variaciones de la señal de entrada [5]. Lo descrito se expresa claramente en la expresión (3.7):

$$\mathbf{w}(n + 1) = \mathbf{w}(n) + \mu_{NLMS} \mathbf{x}^*(n) e(n) \quad (3.17)$$

Donde: $\mathbf{w}(n)$ es el vector de pesos del filtro; μ_{NLMS} es un paso de adaptación fijo; ε es un valor para evitar divisiones por cero cuando la entrada es muy pequeña; $\mathbf{x}(n)$ es el vector de la señal de entrada; y $e(n)$ es un escalar que corresponde al error de medida en el instante n .

Se observa en (3.17) que se procura realizar un auto ajuste de $x(n)$.

3.2.1. Convergencia

El algoritmo NLMS tiene por objetivo independizar la convergencia de la potencia de la señal de entrada. Es, por ello, más robusto que el algoritmo LMS.

El criterio de convergencia debe cumplir con:

$$\mu_{NLMS} = \frac{\mu_{LMS}}{\varepsilon + \|\mathbf{x}(n)\|^2}$$

Donde μ_{LMS} debe cumplir:

$$0 < \mu_{LMS} < 2$$

Y

$$\varepsilon > 0$$

En el algoritmo LMS, la corrección aplicada al vector de pesos $\mathbf{w}(n)$ es proporcional al vector de entrada $\mathbf{x}(n)$. Por tanto, si $\mathbf{x}(n)$ es elevado, el algoritmo LMS experimenta un problema de amplificación de ruido de gradiente. Con la normalización del parámetro de convergencia μ_{NLMS} , este problema se reduce, de igual manera que se evita una subida desmesurada de la corrección al vector $\mathbf{w}(n)$ cuando la entrada disminuye drásticamente.

3.3. ALGORITMO AR γ

3.3.1. Algoritmo Acelerador de Tiempo Continuo

En 1998 fue propuesto por F. Pait, el algoritmo de tiempo continuo que ajusta la segunda derivada (aceleración) del error con respecto a los pasos de adaptación del algoritmo, llamado algoritmo acelerador cuya principal característica es que adquiere un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y la variación del error de estimación. Las ecuaciones que describen este algoritmo son:

$$\dot{\mathbf{w}} = -\mathbf{M}\mathbf{x}(t)e(t) = \mathbf{q}(t) \quad (3.18)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = -\mathbf{M}_1(\mathbf{x}(t)e(t) + 2(\mathbf{M}_2 + \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{M}_2\mathbf{M}_3)\mathbf{q}(t) \quad (3.19)$$

$$e(t) = \mathbf{x}^T\mathbf{w}(t) - d(t) \quad (3.20)$$

Donde: $\mathbf{w}(t)$ es el vector de los pesos del filtro adaptativo, $\mathbf{x}(t)$ corresponde a la señal de entrada, $e(t)$ el error de estimación, $d(t)$ la señal deseada, $\mathbf{q}(t)$ la velocidad de adaptación de los pesos del filtro y $\dot{\mathbf{q}}(t)$ la aceleración de adaptación de los pesos del filtro. Las matrices \mathbf{M} , \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 y \mathbf{M}_3 son M -dimensionales, simétricas y definidas positivas.

De acuerdo al criterio de estabilidad de Lyapunov este sistema es estable cuando las matrices \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 y \mathbf{M}_3 satisfacen las siguientes condiciones [8]:

$$4\mathbf{M}_1\mathbf{M}_3\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 > \mathbf{I} \quad (3.21)$$

Y

$$\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1\mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_1\mathbf{M}_3\mathbf{M}_2 > \frac{\mathbf{M}_1^{-1}}{2} \quad (3.22)$$

Este algoritmo presenta un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y la variación del error de estimación, en relación a los algoritmos de gradiente estocástico [8].

3.3.2. Algoritmo Acelerador de Tiempo Discreto

En 1999 se realizó la discretización del algoritmo acelerador, generando tres versiones del algoritmo en tiempo discreto [8]. Estas versiones fueron obtenidas utilizando los métodos de discretización de Euler y la transformación bilineal. Los resultados obtenidos con los métodos de discretización de Euler arrojaron buenos

resultados con respecto a desempeño y complejidad computacional. Los algoritmos obtenidos son:

- **Algoritmo Acelerador Progresivo Convencional Matricial (APCM)**
- **Algoritmo Acelerador Regresivo Convencional Matricial (ARCM)**

Este algoritmo fue obtenido con el método de Euler regresivo y las ecuaciones que lo describen son las siguientes:

$$e(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n-1) - d(n) \quad (3.23)$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I} + 2\alpha\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2)^{-1} \quad (3.24)$$

$$\mathbf{B} = \alpha(\alpha\mathbf{I} + 2\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2)\mathbf{A}\mathbf{M}_1 \quad (3.25)$$

$$\mathbf{C}(n) = \frac{\alpha e(n) + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{B}\mathbf{M}_1^{-1}\mathbf{q}(n)}{1 + \mathbf{x}^T(n)\mathbf{B}\mathbf{x}(n)} \mathbf{M}_1 \quad (3.26)$$

$$\mathbf{q}(n) = \mathbf{A}(\mathbf{q}(n-1) - \mathbf{C}(n)\mathbf{x}(n)) \quad (3.27)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \alpha\mathbf{q}(n) \quad (3.28)$$

nuevamente los términos $e(n)$ y $\mathbf{w}(n)$ corresponden al error de medida y al vector de pesos del filtro; \mathbf{I} es la matriz identidad y \mathbf{A} , \mathbf{B} y $\mathbf{C}(n)$ son vectores auxiliares.

El análisis realizado por P. E. Jojoa [8] de las versiones del algoritmo en tiempo discreto obtenidas, arrojó como resultado, que el algoritmo **APCM** presenta una baja complejidad computacional, en contraste con el buen desempeño del algoritmo **ARCM**. Además por medio del estudio de estabilidad realizado [8] se demostró que el algoritmo **ARCM** era estable.

- **Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ (AR_γ).**

En 2003 P. E. Jojoa obtuvo el algoritmo AR_γ [8], cuya principal característica es la disminución del número de pasos de adaptación a tres, denominados α , γ y $m1$.

Este algoritmo ajusta la segunda derivada (aceleración) de los pesos de un filtro adaptativo [9]. Su principal característica es la de adquirir un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y el error obtenido. Su comportamiento se describe con las siguientes expresiones:

$$d(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}_0 + r(n) \quad (3.29)$$

$$e(n) = \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n-1) - d(n) \quad (3.30)$$

$$g(n) = \frac{e(n) + \gamma x^T(n) \mathbf{w}(n-1)}{1 + \alpha \gamma x^T(n) \mathbf{M}_1 x(n)} \quad (3.31)$$

$$\mathbf{q}(n) = \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} [q(n-1) - \alpha g(n) \mathbf{M}_1 x(n)] \quad (3.32)$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \alpha \mathbf{q}(n) \quad (3.12)$$

Donde: $d(n)$ es un escalar que corresponde a la señal deseada en el instante n ; $x(n)$ es el vector de la señal de entrada; \mathbf{w}_0 es el vector de pesos óptimos del filtro; $r(n)$ es un escalar que corresponde al ruido de medida; $e(n)$ es un escalar que corresponde al error de medida en el instante n ; $\mathbf{w}(n)$ es el vector de pesos del filtro; $g(n)$ es un escalar auxiliar en el instante n ; α es un paso de adaptación fijo; γ es un paso de adaptación fijo; \mathbf{M}_1 es una matriz definida positiva, tal que: $\mathbf{M}_1 = m1 * \mathbf{I}$, con $m1$ un paso de adaptación fijo e \mathbf{I} la matriz identidad; y $\mathbf{q}(n)$ es un vector auxiliar.

La ventaja que presenta este algoritmo es que los parámetros de ajuste se reducen a cantidades escalares (α , γ y $m1$).

3.2.3. Convergencia

La convergencia del algoritmo es gobernada por los autovalores $\frac{\gamma}{\alpha + \gamma}$ y $1 - \frac{\alpha \gamma m1}{\theta} \lambda_{ii}$, tal que:

$$0 < \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} < 1$$

Y

$$1 - \frac{\alpha \gamma m1}{1 + \alpha \gamma m1 \sum_{i=1}^M \lambda_{ii}} \lambda_{ii} < 1$$

Donde λ_{ii} son los autovalores de la matriz de autocorrelación de la entrada.

Lo anterior indica que el algoritmo converge para valores de α , γ y $m1$ positivos.

Para análisis en la aplicación tracking del algoritmo AR_γ , en ambientes no estacionarios en [8] se establece que el algoritmo presenta un mínimo error de desajuste cuando:

$$\alpha \gamma m1 \approx h \quad (3.13)$$

Donde $h \approx 2$ y se denomina el criterio de mínimo error.

En la **Tabla 3.1.** se indican algunos valores de h obtenidos para diversos valores de α , γ y $m1$ con los que se obtiene un mínimo desajuste en la aplicación tracking.

Tabla 3.1. Valores de h para diferentes condiciones. Tomada de [8].

α	γ	$m1$	h
1,0	2,04	1	2,040
1,5	1,35	1	2,025
3,0	0,68	3	2,040
1,5	0,45	3	2,025
1,0	0,18	11	1,980
1,5	0,12	11	1,980

3.4. DESEMPEÑO DEL ALGORITMO ADAPTATIVO

La curva de aprendizaje de un algoritmo adaptativo es la curva del MSE en función del tiempo (ver **Figura 2.7.**). En la curva MSE se pueden observar dos cuantificaciones importantes para evaluar el algoritmo adaptativo, las cuales son: la velocidad de convergencia y el error mínimo obtenido. Al iniciar la operación del filtro adaptativo los valores de los pesos pueden ser diferentes a su valor óptimo resultando un gran MSE pero durante la ejecución del algoritmo adaptativo éstos se aproximan a sus valores óptimos y disminuye el MSE. Ésta fase se denomina adaptación, después de ésta, el filtro entra en régimen permanente [10].

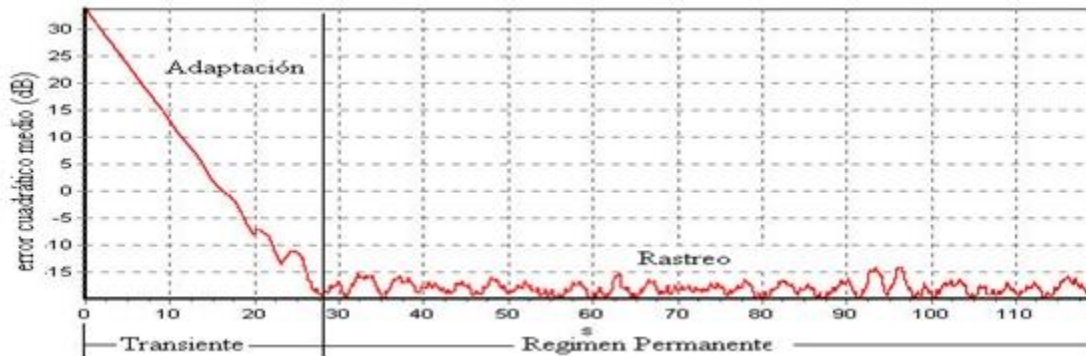


Figura 3.1. Modos de operación de un algoritmo adaptativo. Tomada de [1].

4. SIMULACIÓN DE LA ELIMINACIÓN DE INTERFERENCIAS ASOCIADAS A LAS SEÑALES ECG UTILIZANDO UN SISTEMA DE FILTRAJE ADAPTATIVO BASADO EN LOS ALGORITMOS LMS, NLMS Y AR_γ

Para hacer la simulación de la eliminación de interferencias asociadas a las señales ECG con el sistema de filtraje adaptativo basado en los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ, se maneja la herramienta CAD nombrada MATLAB® trabajando en el editor. Para esta simulación, se utiliza la aplicación de eliminación de interferencias, la cual se menciona en el capítulo 2 (ver **Figura 2.6.**). En el presente proyecto la eliminación de interferencias se implementa como lo muestra la **Figura 4.1.**

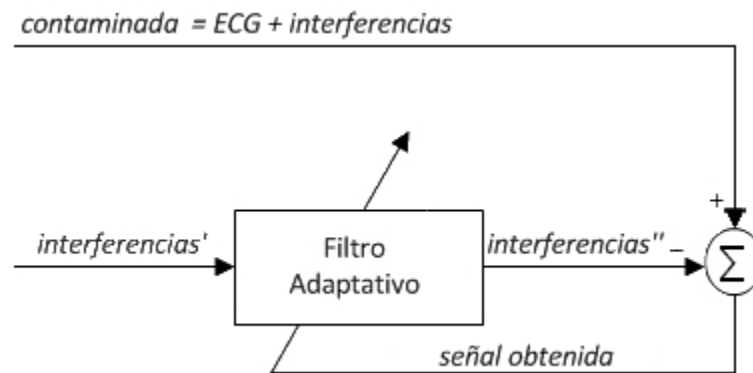


Figura 4.1. Eliminación de Interferencias del proyecto. Basado en [5].

Comparando las figuras se tiene:

$$d = \text{contaminada} \quad (4.1)$$

$$s = \text{ECG} \quad (4.2)$$

$$n = \text{interferencias} \quad (4.3)$$

$$x = \text{interferencias}' \quad (4.4)$$

$$y = \text{interferencias}'' \quad (4.5)$$

$$e = \text{eliminación obtenida} \quad (4.6)$$

Donde: d es la señal ECG con las interferencias o la señal contaminada; s es la señal deseada; n es la señal obtenida de sumar las interferencias; x es la señal de entrada al filtro y a su vez una estimación de las interferencias sumadas; y es la salida del filtro; e es la señal obtenida del algoritmo adaptativo o es la aproximación de la señal deseada obtenida del algoritmo adaptativo.

A continuación se describe como se implementaron y obtuvieron estas señales:

4.1. IMPLEMENTACIÓN DE LAS SEÑALES ECG

Para trabajar con la señal deseada, para el caso de estudio señal ECG, se necesita de dos consignas: que la señal esté limpia y que se haya obtenido de un paciente sano. Una señal ECG limpia es aquella que no contiene ninguna interferencia en ella, mientras que una señal ECG de un paciente sano es aquella que no presenta ninguna enfermedad patológica. Para adquirir la señal que cumpla con estas consignas y poder trabajar con ella desde el editor de MATLAB®, se recurre a la página de internet de Physionet [11], la cual es un recurso de investigación para señales fisiológicas complejas; en esta se encuentran diferentes bases de datos de cualquier tipo de señal fisiológica. Como el caso de estudio son las señales ECG, se procedió a utilizar señales limpias y sanas, obtenidas de las bases de datos mencionadas. Al final de este procedimiento queda resultando una base de datos propia del proyecto, la cual solo contiene las señales ECG requeridas.

La señal deseada empleada, se muestra en la **Figura 4.2.** ante una simulación de 0 a 5400 muestras que son aproximadamente 15 segundos, a esta simulación en este proyecto se le denomina total.

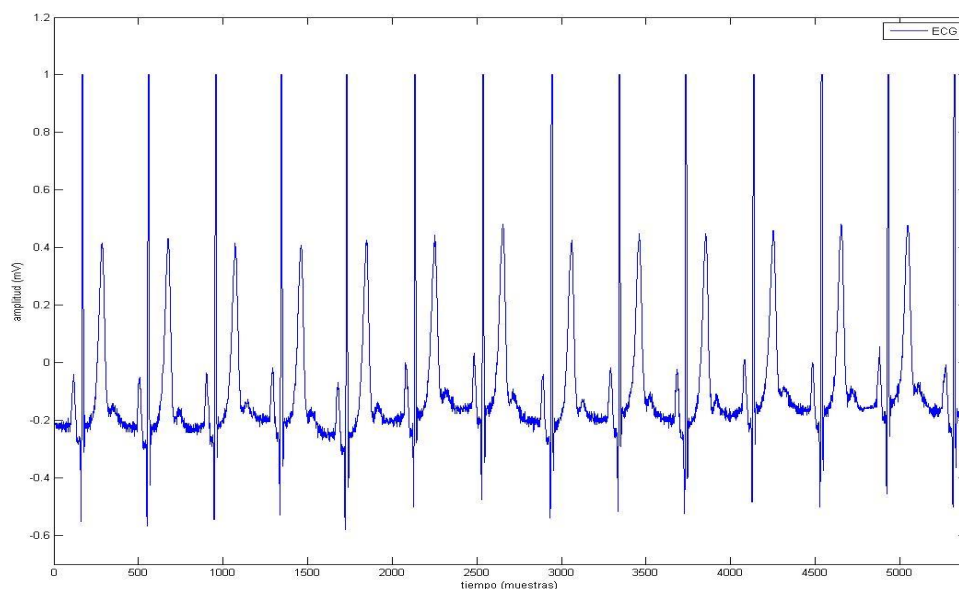


Figura 4.2. Señal ECG. Tomada de [12].

Esta señal es tomada de la base de datos MIT-BIH ST Change Database [12], la cual cumple con las características de un paciente sano (ver **Figura 1.1.**).

4.2. IMPLEMENTACIÓN DE LAS INTERFERENCIAS

Al igual que la implementación de la señal ECG en la implementación de las interferencias: desplazamiento de línea base, movimiento de electrodo e interferencia electromiográfica, denominadas en el proyecto como: bw, em y ma, respectivamente, se recurrió a Physionet pero esta vez se descargaron las interferencias puntualmente de la base de datos llamada MIT-BIH Noise Stress Test Database, encontrada en [13]. Por último, la interferencia línea de potencia AC denominada en el proyecto como lpac, se implementó de acuerdo a las características mencionadas en el capítulo 1.

A continuación se describen las implementaciones de las interferencias, en detalle, con sus respectivas figuras obtenidas del editor.

4.2.1. Implementación de la Interferencia lpac

Como se mencionó anteriormente para la interferencia lpac se implementa un programa en .m, el cual entrega un archivo en .wav que contiene esta interferencia con sus respectivas características (mencionadas en el capítulo 1).

La interferencia lpac se muestra en la **Figura 4.4.** ante una simulación de 0 a 361 muestras que es aproximadamente 1 segundo.

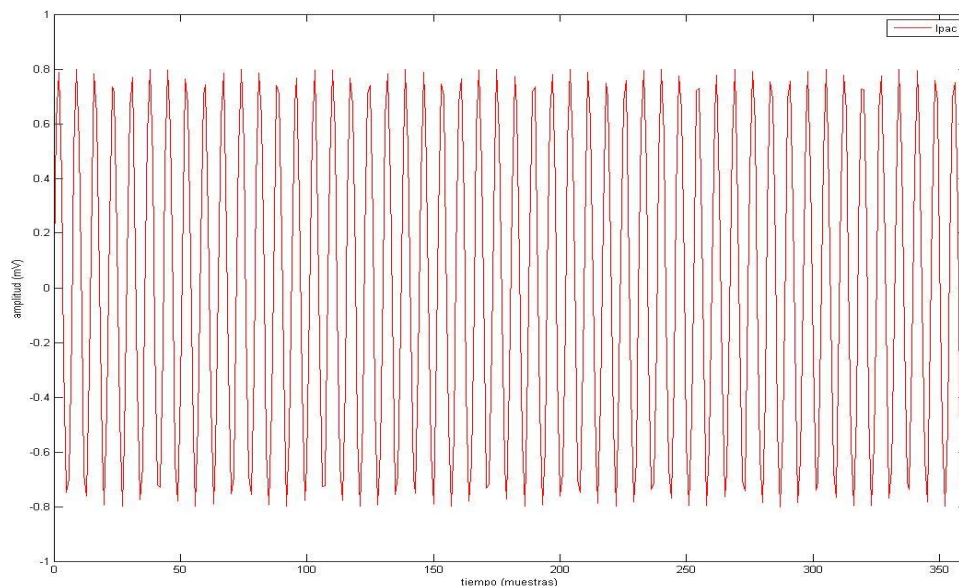


Figura 4.3. Interferencia lpac de 50Hz.

Se puede notar que esta señal cumple con las características mencionadas en el capítulo 1, con amplitud de aproximadamente 0,8 mV que es aproximadamente el

55% de la amplitud pico a pico de la señal ECG y también una frecuencia aproximada de 50 Hz.

4.2.2. Implementación de las Interferencias bw, em y ma

Como se mencionó anteriormente, para las implementaciones de las interferencias bw, em y ma en el editor se descargaron de la base de datos MIT-BIH Noise Stress Test Database [13] en forma de vectores matriciales, tal cual como se hizo para las señales ECG, es decir implementando los programas en MATLAB. En esta base de datos existen dos vectores para cada una de las interferencias, esto debido a la naturaleza aleatoria de estas (explicado en el capítulo 1), por lo tanto, se obtienen dos versiones de cada una de las interferencias las cuales se denominan con los índices 1 y 2 (bw1, bw2, em1, em2, ma1 y ma2 respectivamente).

Las interferencias bw1, em1, ma1, bw2, em2, y ma2 se muestran en las **Figuras 4.5. y 4.6.** respectivamente ante una simulación total.

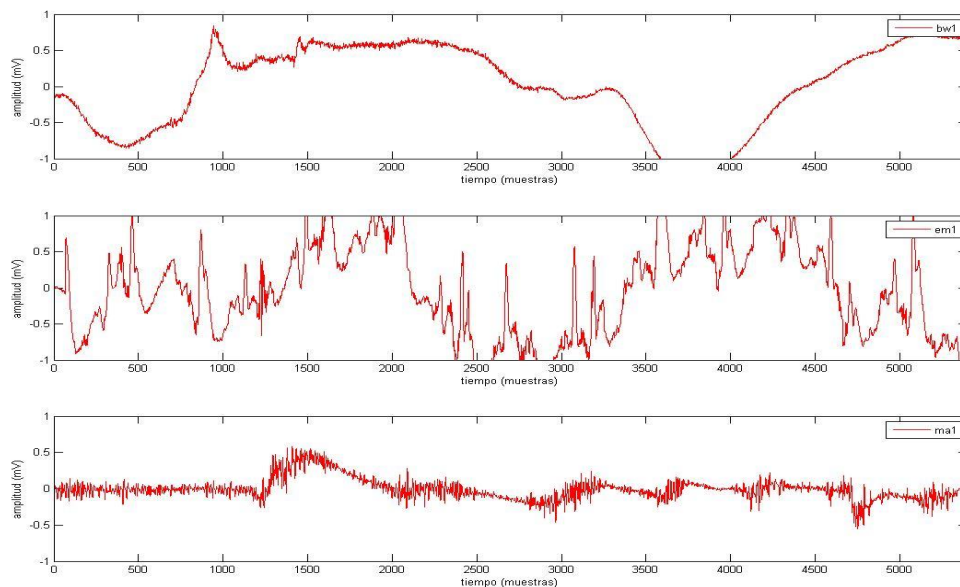


Figura 4.4. Interferencias bw1, em1 y ma1. Tomadas de [13].

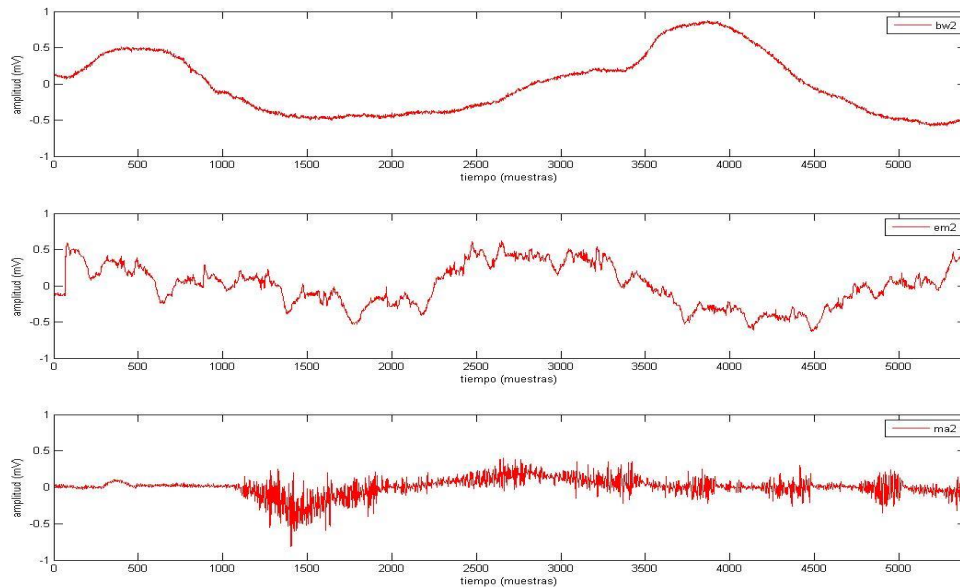


Figura 4.5. Interferencias *bw2*, *em2* y *ma2*. Tomadas de [13].

De estas interferencias se resalta que:

- Todas las interferencias son aleatorias.
- Las interferencias *bw1* y *bw2* son las de menor frecuencia comparadas con *em1*, *em2*, *ma1* y *ma2*.
- Las interferencias *em1* y *em2* son de frecuencia mayor a *bw1* y *bw2*, estas tienen en común los rangos de magnitud.
- Las interferencias *ma1* y *ma2* son las que tienen mayor frecuencia comparadas con *bw1*, *bw2*, *em1* y *em2*; pero sus órdenes de magnitud son los menores.

4.2.3. Implementación de las Interferencias Estimadas

Las interferencias estimadas se tomarían del propio paciente a partir de un electrodo ubicado en la espalda del mismo y no directamente del corazón, como se hace para la adquisición de las señales ECG (ver capítulo 1) [2], esto para tener estas interferencias estimadas como una señal referente y a la vez cumpla de entrada al filtro adaptativo. Lo anterior se ilustra en la **Figura 4.6**.

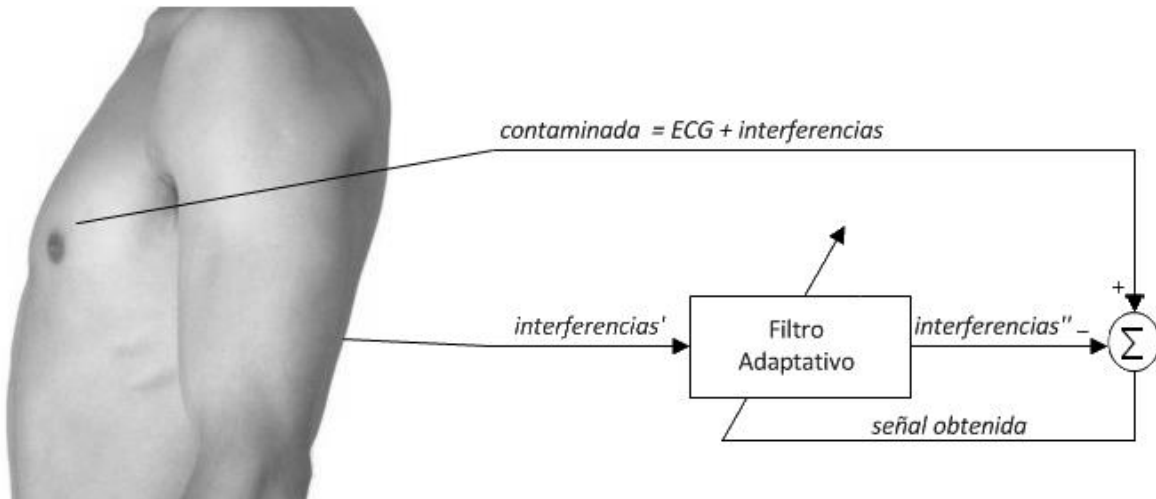


Figura 4.6. Adquisición de las señales tomadas al paciente.

Se tienen dos grupos de interferencias, el primero conformado por la interferencia I_{pac} y las interferencias con índice 1, el segundo conformado por la interferencia I_{pac} y las interferencias con índice 2, debido a esto también se tienen dos interferencias estimadas. Entonces para implementar las estimaciones de las interferencias en MATLAB® se procede a sumar las cuatro interferencias, tanto de los grupos 1 y 2, adicionándole un ruido blanco Gaussiano de media cero y desviación estándar de 0,4.

Las estimaciones de las interferencias 1 y 2 se muestran en las **Figuras 4.7.** y **4.8.** respectivamente ante una simulación total.

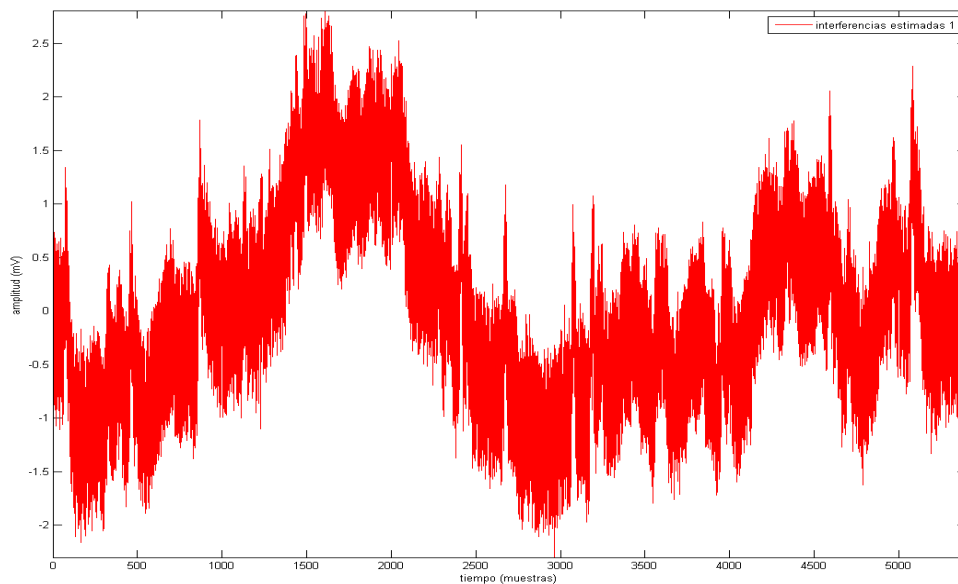


Figura 4.7. Estimación de las interferencias 1.

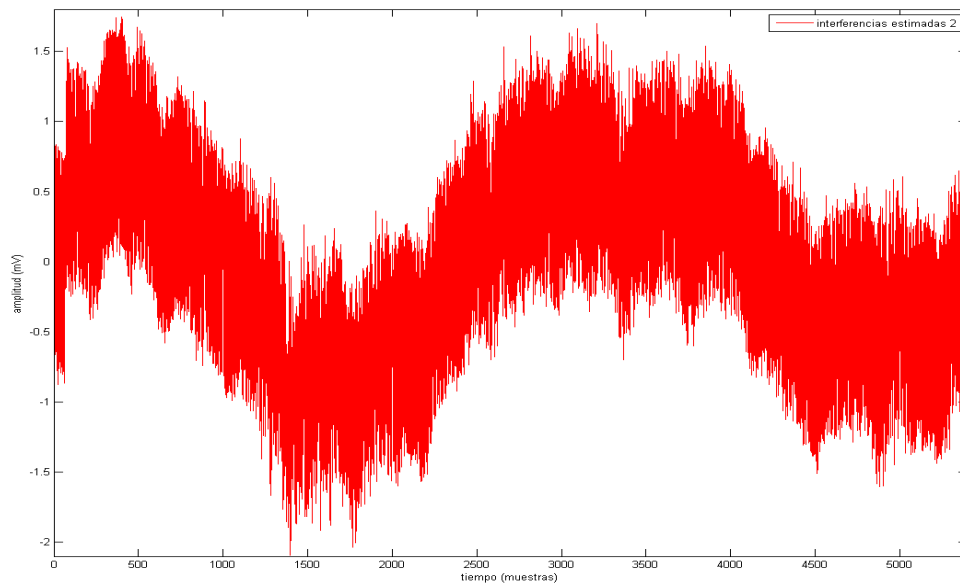


Figura 4.8. Estimación de las interferencias 2.

4.3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS SEÑALES CONTAMINADAS

Al igual que las estimaciones de las interferencias también se obtienen dos señales contaminadas por la misma razón. La señal contaminada 1 está conformada por la señal ECG y el grupo de interferencias 1 y la señal contaminada 2 está conformada por la señal ECG y el grupo de interferencias 2.

Las señales ECG, contaminada 1 y contaminada 2 se muestran en las **Figuras 4.7.** y **4.8.** respectivamente, ante una simulación total.

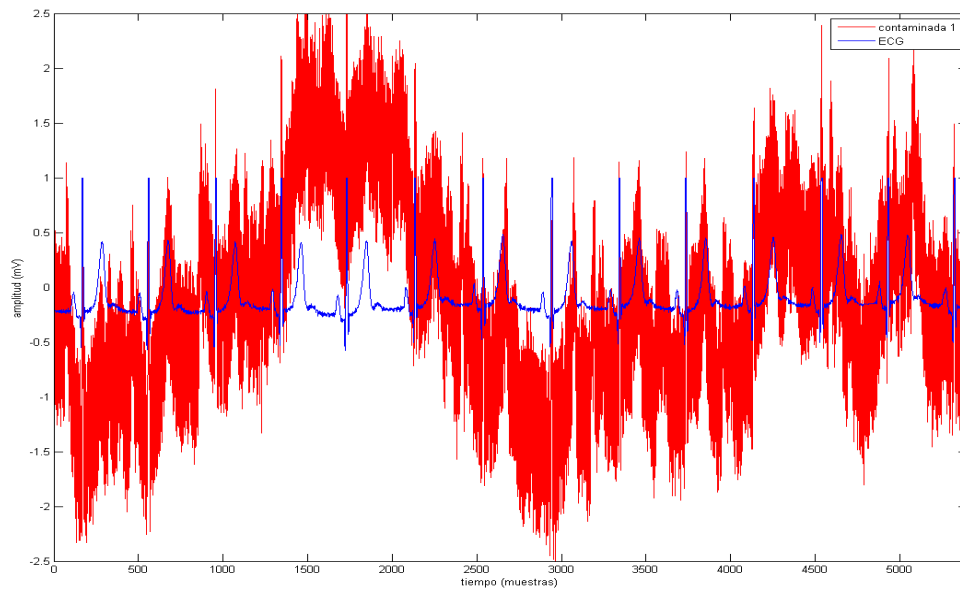


Figura 4.9. Señales ECG y contaminada 1.

La señal contaminada 1 se aparta bastante de la señal ECG y fácilmente puede llevar a un diagnóstico equivocado.

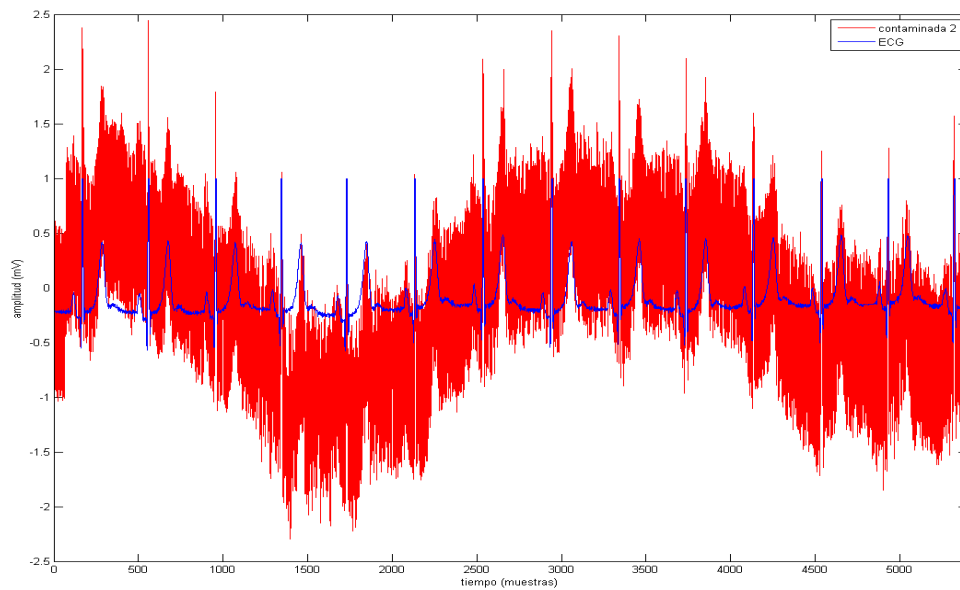


Figura 4.10. Señales ECG y contaminada 2.

La señal contaminada 2 da un diagnóstico equivocado más peligroso que la anterior en el momento de hacer el análisis de esta, porque la presencia de las interferencias no es tan evidente.

4.4. SEÑALES OBTENIDAS

En esta parte se comparan los desempeños de los algoritmos adaptativos trabajados. Para la evaluación del desempeño, se recurre a observar el comportamiento de la señal obtenida, por parte de cada uno de los algoritmos adaptativos, para ver el tiempo en tarda en la eliminación de las interferencias, esto referente a la velocidad de convergencia. Para la segunda fase, el mínimo error obtenido se da con un valor numérico por intervalos, el cual es el valor medio o valor promedio de la curva MSE durante ese periodo de tiempo, este valor es denominado en este proyecto como Error Medio (EM).

Para hacer un análisis completo en las señales obtenidas por parte de los algoritmos adaptativos trabajados en este proyecto, se vio la necesidad de, en primera parte, hacer la simulación ante dos valores de pasos de adaptación para determinar qué valores se acercan a la eliminación más adecuada; como segunda parte, hacer simulaciones ante cuatro intervalos, esto para ver cuál es el EM en cada uno de estos.

A continuación se describen como se denominaron los pasos de adaptación y los intervalos de simulación en el proyecto:

Pasos de Adaptación

- **Óptimos teóricos:** estos son los utilizados como criterio de convergencia mencionados en el capítulo 2, refiriéndose a los algoritmos LMS y NLMS. Para el algoritmo AR_{γ} , se utilizan los mencionados en [10] que obtienen un mínimo desajuste en la aplicación de tracking (ver **Tabla 3.1.**). Se utilizan los pasos de adaptación de la aplicación tracking para validar si sirven los mismos valores para la aplicación de eliminación de interferencias ya que no se tienen referenciados valores óptimos de esta aplicación.
- **Probados:** para el algoritmo LMS se le asignó a $\mu_{LMS} = 0,001$, para el algoritmo NLMS se le asignó a $\mu_{NLMS} = 0,0008$ y para el algoritmo AR_{γ} , se le asignaron a $\alpha = 0,001$, $\gamma = 0,12$ y $m1 = 23$. Estos valores tienen la mejor eliminación de las interferencias para la señal contaminada 1 y se lograron a prueba y error.

Intervalos de Simulación

- **Simulación total:** ya mencionada, va de 0 a 15 segundos o de 0 a 5400 muestras, este tiempo de simulación es suficiente para determinar el comportamiento de los algoritmos.
- **Simulación inicial:** va de 0 a 5 segundos o de 0 a 1800 muestras aproximadamente.
- **Simulación intermedia:** va de 5 a 10 segundos o de 1800 a 3600 muestras aproximadamente.
- **Simulación final:** va de 10 a 15 segundos o de 3600 a 5400 muestras aproximadamente.

A continuación se muestran las señales obtenidas, por cada algoritmo adaptativo, tanto de la señal contaminada 1 como de la señal contaminada 2.

4.4.1. Interferencias 1 y Pasos de Adaptación Óptimos Teóricos

4.4.1.1. Simulación Total

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.11.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación total.

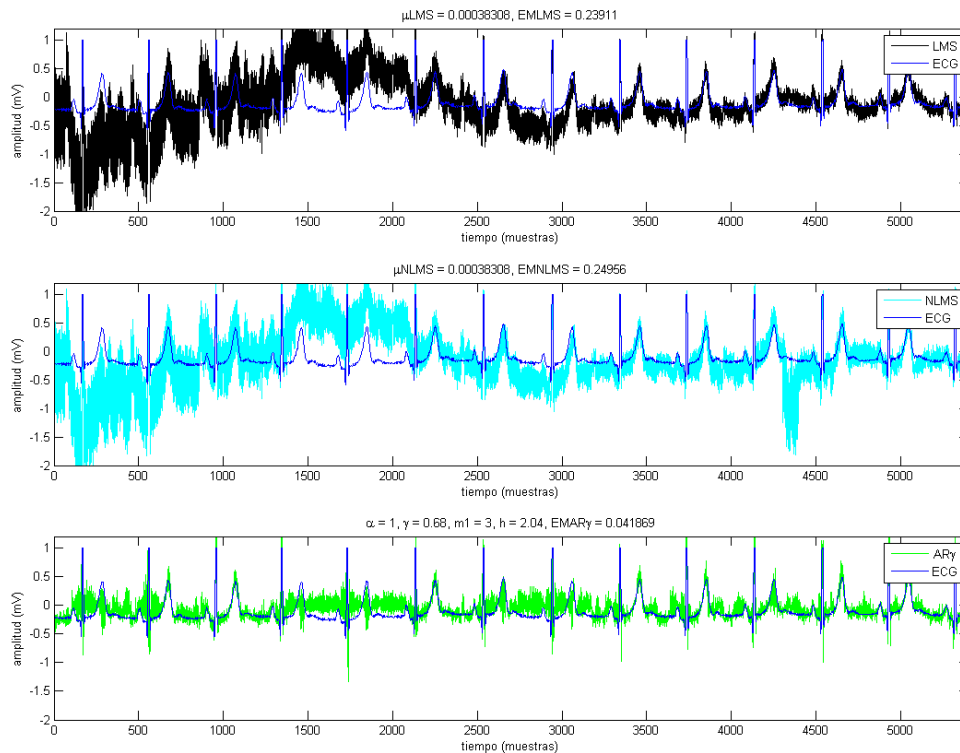


Figura 4.11. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación total.

Tabla 4.1. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación total.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,00038308	EM_{LMS}	0,23911
μ_{NLMS}	0,00038308	EM_{NLMS}	0,24956
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,041869
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida del algoritmo LMS alcanza a converger en aproximadamente 3500 muestras y tiene un EM_{LMS} de término medio.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS alcanza a converger en aproximadamente 3000 muestras, pero tiene un sobresalto en 4500, el cual hace que la eliminación no sea adecuada. También tiene un EM_{NLMS} medio.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ alcanza a converger de inmediato, se podría decir que en 0 muestras ó 0 segundos, tiene algunos rizados y el $EM_{AR\gamma}$ es el menor en comparación a los otros algoritmos.

El algoritmo adaptativo que mejor elimina las interferencias de la señal contaminada 1 es el $AR\gamma$, durante esta simulación de 15 segundos, aunque se considera que no es una eliminación apropiada ya que puede resultar de la señal obtenida $AR\gamma$ un diagnóstico erróneo.

4.4.1.2. Simulación Inicial

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.12.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación inicial.

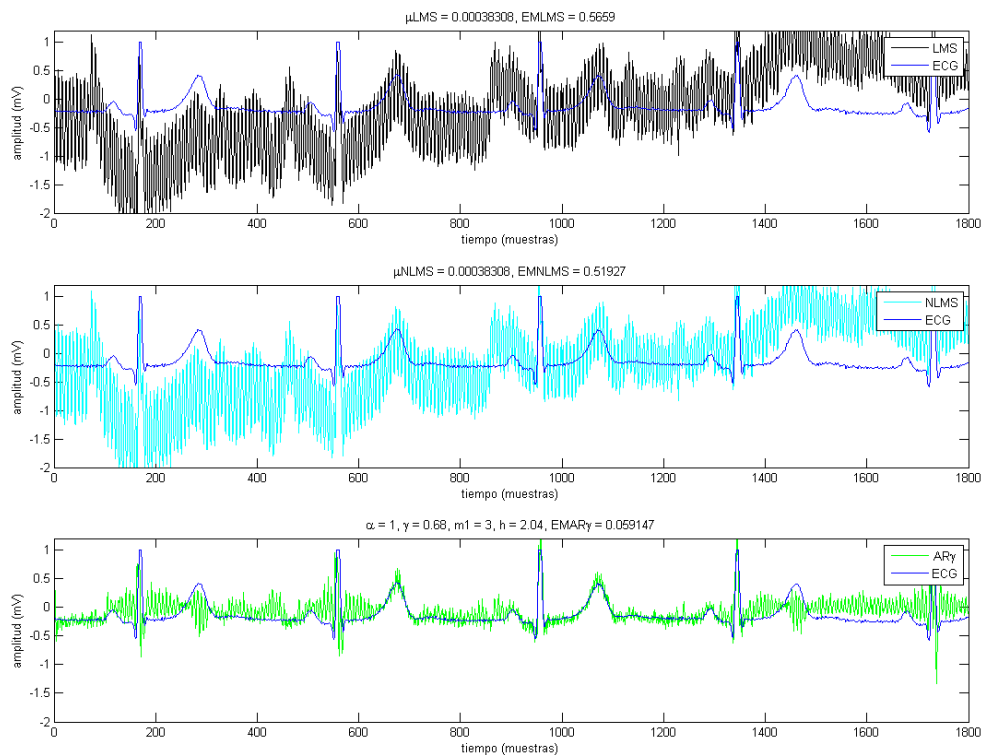


Figura 4.12. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación inicial.

Tabla 4.2. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación inicial.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,00038308	EM_{LMS}	0,5659
μ_{NLMS}	0,00038308	EM_{NLMS}	0,51927
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,059147
γ	0,68		
$m1$	3		

- En la señal obtenida del algoritmo LMS se puede notar a simple vista que tiene propiedades de las interferencias $lpac$, $bw1$ y $em1$; por último tiene el EM_{LMS} incluso más grande que el de la simulación total.
- En la señal obtenida del algoritmo NLMS se llega al mismo análisis que a la del algoritmo LMS en esta simulación, pero la del NLMS con una magnitud más amplia y también un EM_{NLMS} más grande en comparación con la simulación total.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ alcanza a disminuir notablemente las propiedades de $lpac$, $bw1$ y $em1$, pero parece no eliminar del las de $ma1$; por último tiene el $EM_{AR\gamma}$ del mismo orden al de la simulación total.

4.4.1.3. Simulación Intermedia

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.13.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación intermedia.

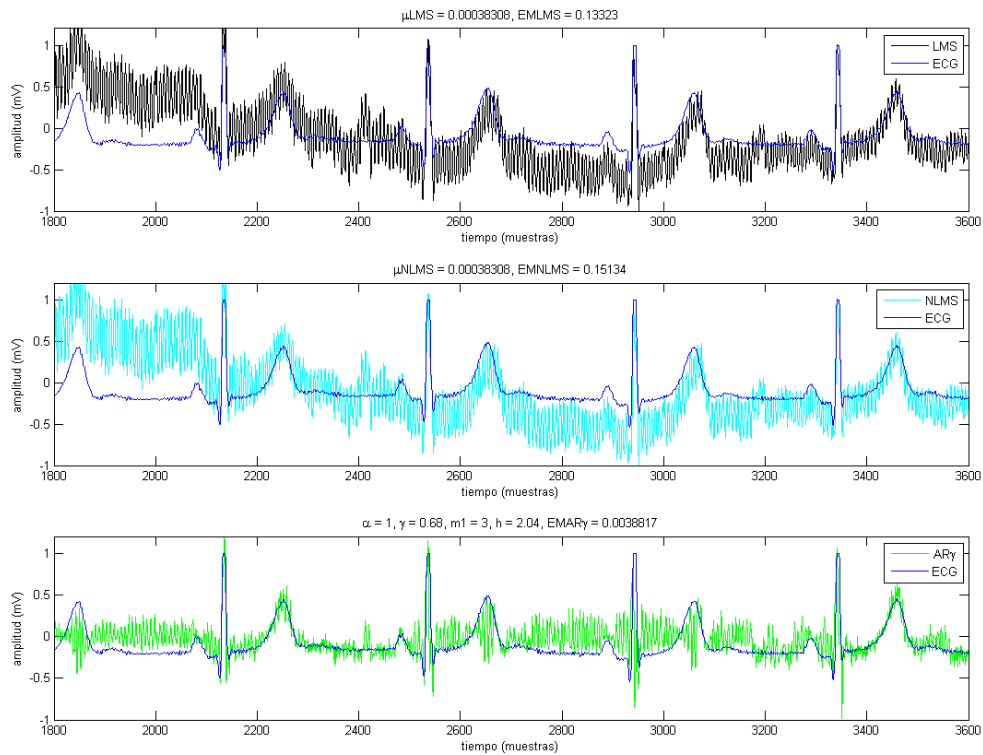


Figura 4.13. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación intermedia.

Tabla 4.3. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación intermedia.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,00038308	EM_{LMS}	0,13323
μ_{NLMS}	0,00038308	EM_{NLMS}	0,15134
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,0038817
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida del algoritmo LMS sigue teniendo propiedades altas de l_{pac} pero disminuyen de cierto modo las de $bw1$ y $em1$, es por esto que se tiene una pequeña disminución de EM_{LMS} .
- Se llega al mismo análisis que en el algoritmo LMS en esta simulación, referente a la señal obtenida del algoritmo NLMS.
- En esta simulación la señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ continúa con el comportamiento de la inicial pero disminuye notoriamente el $EM_{AR\gamma}$ a un valor que se le puede denominar como bueno.

4.4.1.4. Simulación Final

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.14.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación final.

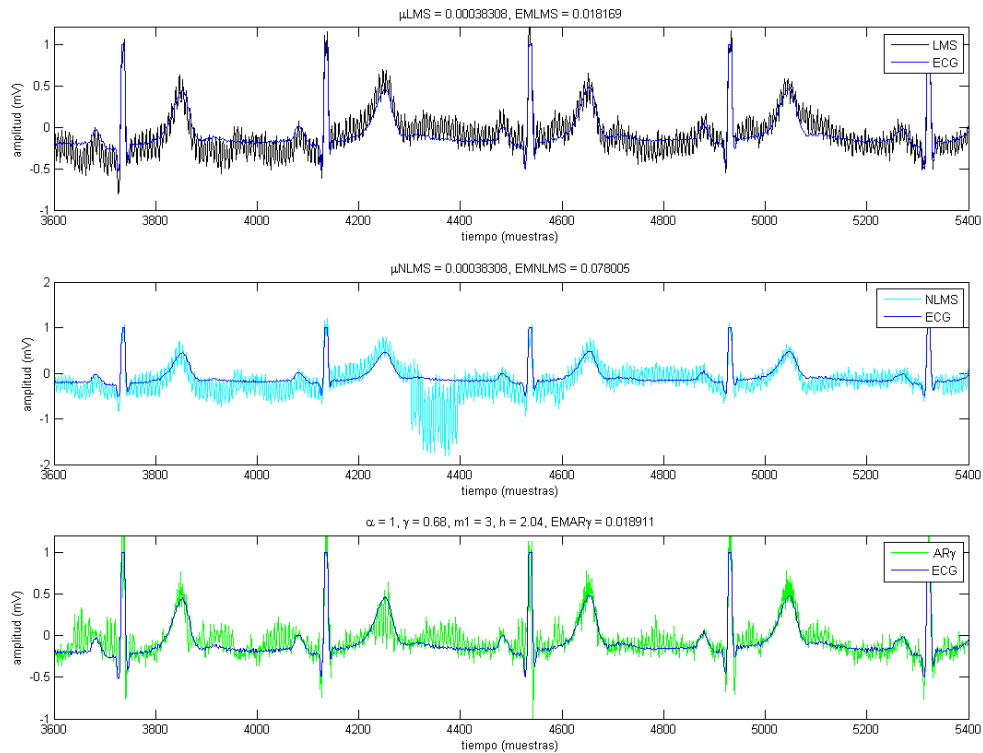


Figura 4.14. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación final.

Tabla 4.4. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación final.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,00038308	EM_{LMS}	0,018169
μ_{NLMS}	0,00038308	EM_{NLMS}	0,078005
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,018911
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida del algoritmo LMS sigue teniendo altas propiedades de lpac y relativamente bajas de bw1 y em1; tiene el EM_{LMS} bajo con referencia a las anteriores simulaciones.

- La señal obtenida del algoritmo NLMS también mejora con respecto a las anteriores simulaciones y también disminuye el EM_{LMS} en esta simulación.
- Se llega al mismo análisis que en la simulación intermedia, pero esta vez vuelve a aumentar el $EM_{AR\gamma}$.

4.4.2. Interferencias 1 y Pasos de Adaptación Probados

4.4.2.1. Simulación Total

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.15**. ante pasos de adaptación probados y simulación total.

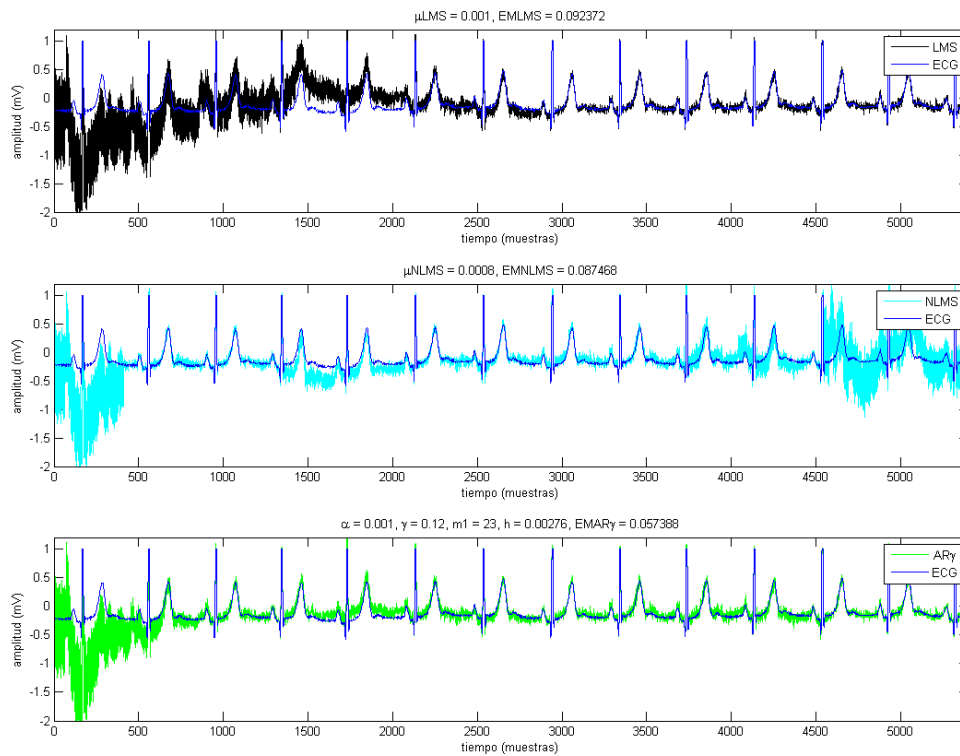


Figura 4.15. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación total.

Tabla 4.5. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación total.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,092372
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	0,087466
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,057388
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS alcanza a converger en aproximadamente 6 segundos ó 2100 muestras, después de esta convergencia se observa un comportamiento de la eliminación obtenida muy buena y tiene el EM_{LMS} de término medio esto debido al retardo que tiene el algoritmo con respecto a la convergencia.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS alcanza a converger en aproximadamente 500 muestras pero tiene un sobresalto en 4500 muestras y tiene el EM_{NLMS} medio.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$, es la de mejor comportamiento comparada con las otras 2 obtenidas, alcanza a converger en aproximadamente 500 muestras, la eliminación de las interferencias es muy buena a partir de esta convergencia se podría decir que no habría diagnóstico erróneo en esta señal; tiene el $EM_{AR\gamma}$ de término medio esto debido al pequeño retardo que tiene el algoritmo con respecto a la eliminación de las interferencias.

4.4.2.2. Simulación Inicial

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.16.** ante pasos de adaptación probados y simulación inicial.

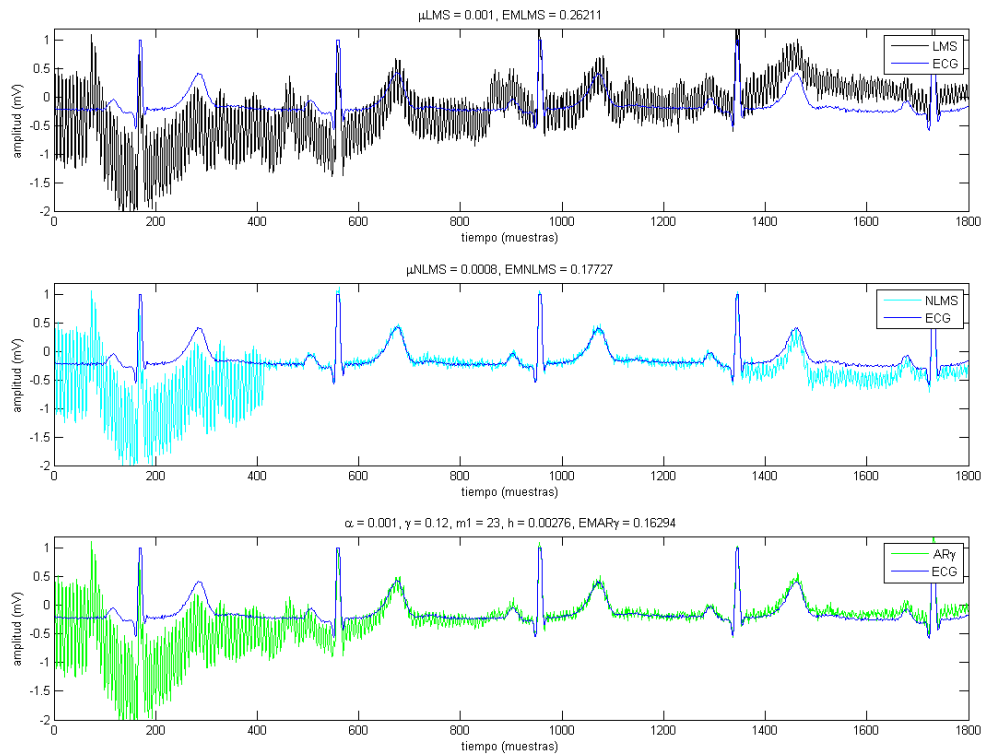


Figura 4.16. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación inicial.

Tabla 4.6. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación inicial.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,26211
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	0,17727
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,16294
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS no alcanza a converger en esta simulación y tiene un EM_{LMS} grande.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS alcanza a converger en esta simulación y tiene un EM_{NLMS} grande.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ alcanza a converger, la eliminación es muy buena y tiene un $EM_{AR\gamma}$ grande.

4.4.2.3. Simulación Intermedia

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.17**. ante pasos de adaptación probados y simulación intermedia.

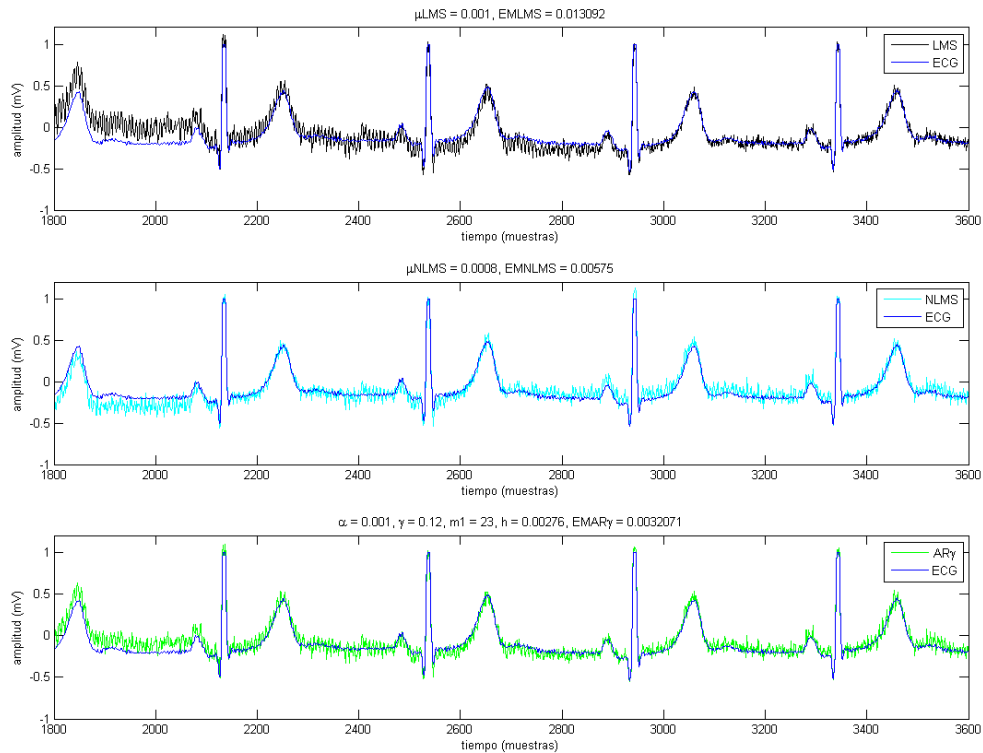


Figura 4.17. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación intermedia.

Tabla 4.7. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación intermedia.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,013092
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	0,00575
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,0032071
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS alcanza a converger en esta simulación con una eliminación buena y tiene el EM_{LMS} más pequeño que en la simulación inicial.

- La señal obtenida del algoritmo NLMS tiene una eliminación buena y tiene el EM_{NLMS} bueno.
- La señal obtenida del algoritmo AR_{γ} tiene mínimos rizados, es decir que la eliminación es muy buena y el $EM_{AR_{\gamma}}$ es el menor de los tres algoritmos en esta simulación.

4.4.2.4. Simulación Final

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 1, se muestran en la **Figura 4.18.** ante pasos de adaptación probados y simulación final.

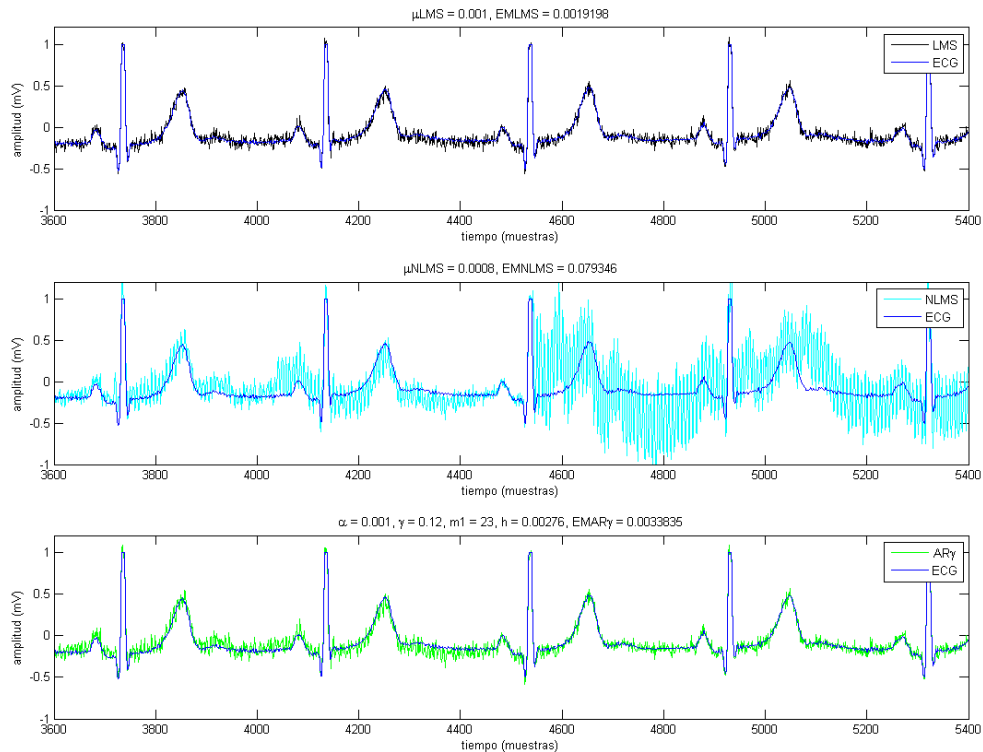


Figura 4.18. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 1 con pasos de adaptación probados – simulación final.

Tabla 4.8. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación final.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,0019198
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	0,079346
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,0033835
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS en esta simulación tiene en eliminación muy buena y el EM_{LMS} es el menor de los tres algoritmos.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS en esta simulación tiene un sobresalto en aproximadamente 4500 muestras y EM_{NLMS} es bueno.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ tiene eliminación muy buena en aproximadamente 4500 muestras y el $EM_{AR\gamma}$ es muy bueno.

4.4.3. Interferencias 2 y Pasos de Adaptación Óptimos Teóricos

4.4.3.1. Simulación Total

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.19.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación total.

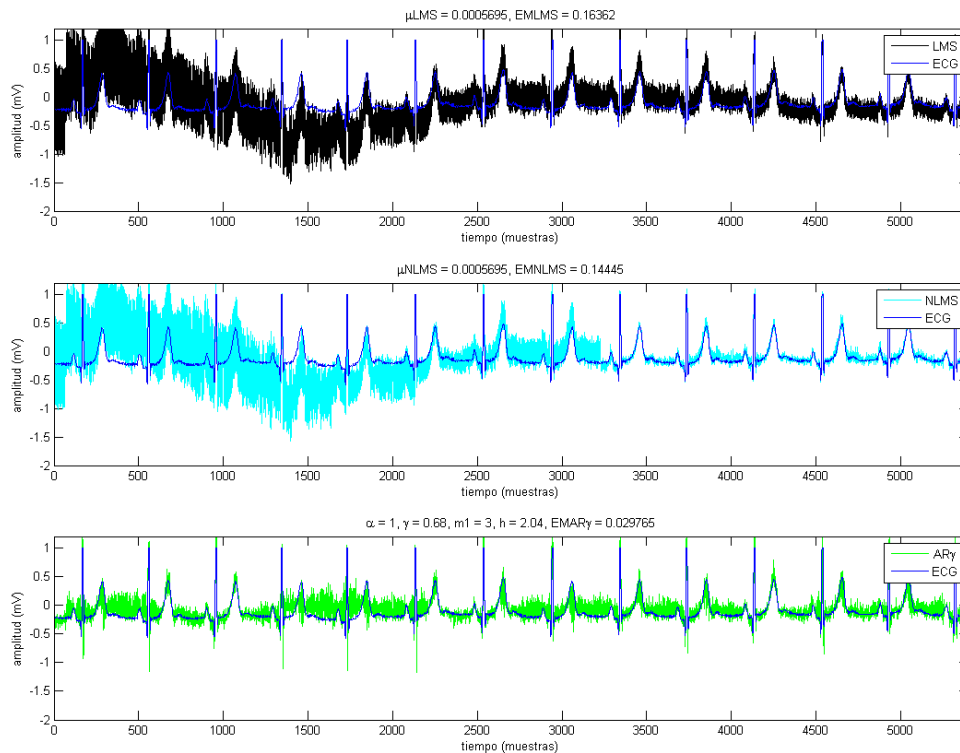


Figura 4.19. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación total.

Tabla 4.9. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación total.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,0005695	EM_{LMS}	0,16362
μ_{NLMS}	0,0005695	EM_{NLMS}	0,14445
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,029765
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida del algoritmo LMS no converge rápidamente presentando bastante rizado y el EM_{LMS} es medio.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS converge en un menor tiempo comparándola con la del algoritmo LMS con menor rizado de los tres algoritmos adaptativos y el EM_{NLMS} es medio.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ converge de inmediato, pero con rizados y el $EM_{AR\gamma}$ es el menor de los tres algoritmos.

El algoritmo adaptativo que mejor elimina las interferencias en señal contaminada 2 es el NLMS, durante esta simulación de 15 segundos, y se puede considerar que es una eliminación óptima para llevar a un diagnóstico certero.

4.4.3.2. Simulación Inicial

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.20.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación inicial.

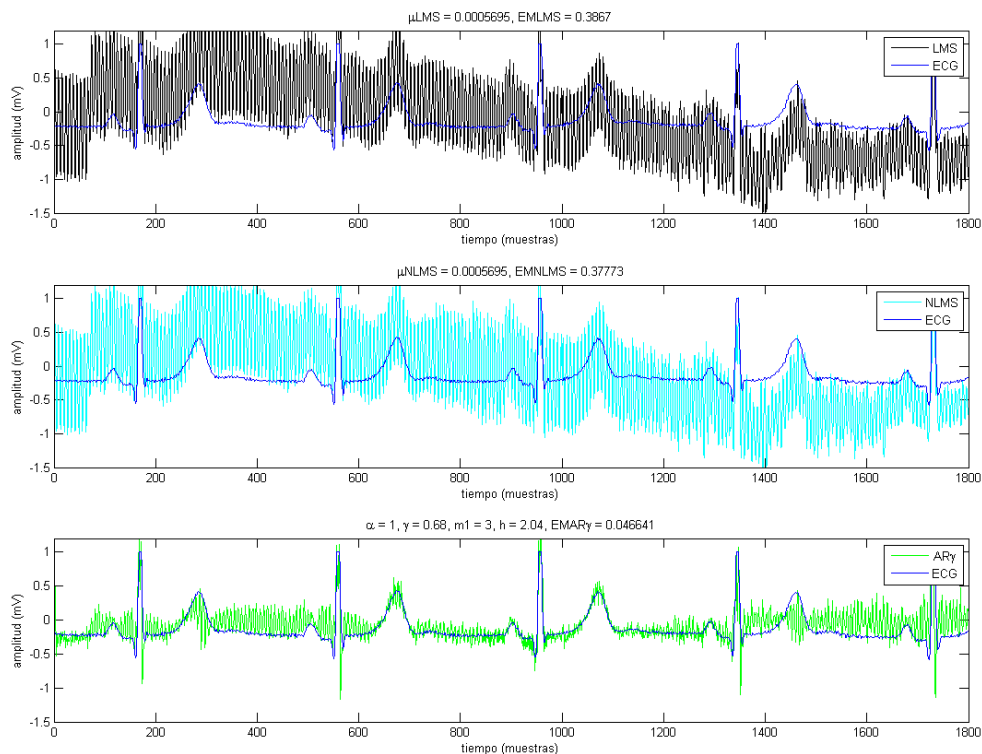


Figura 4.20. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación inicial.

Tabla 4.10. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación inicial.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,0005695	EM_{LMS}	0,3867
μ_{NLMS}	0,0005695	EM_{NLMS}	0,37773
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,046641
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida con el algoritmo LMS no converge y tiene el EM_{LMS} medio.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS no converge y el EM_{NLMS} también es medio.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ alcanza a converger de inmediato, se podría decir que en 0 segundos ó 0 muestras pero con rizados y se advierte cierto desaprendizaje de la señal ECG aunque el $EM_{AR\gamma}$ es el menor.

4.4.3.3. Simulación Intermedia

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.21**. ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación intermedia.

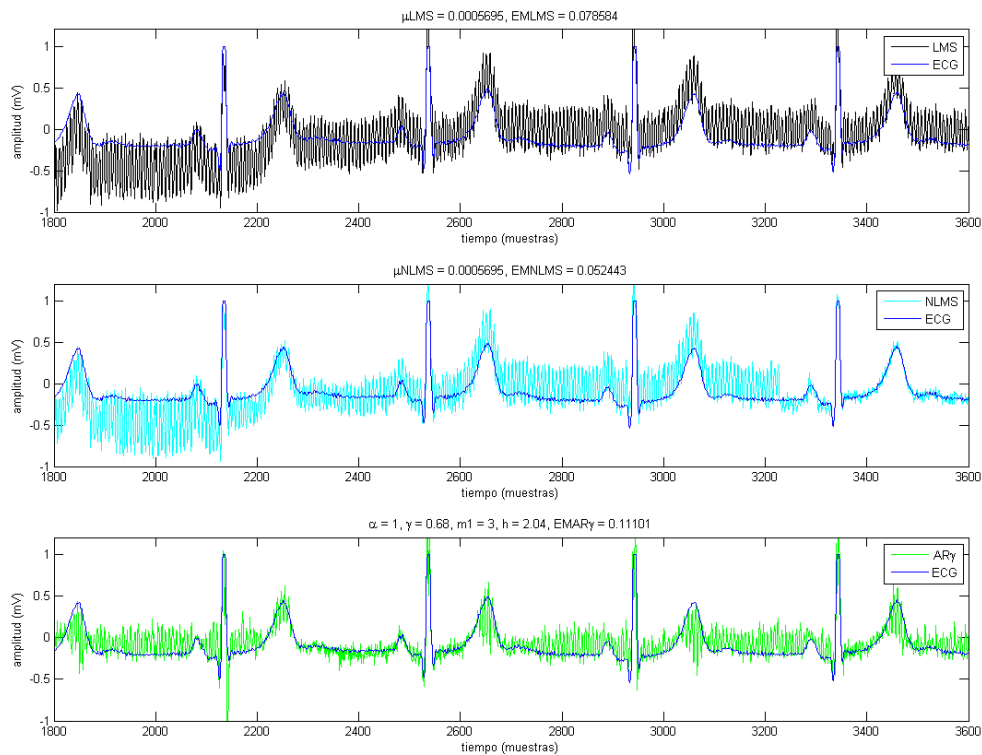


Figura 4.21. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación intermedia.

Tabla 4.11. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación intermedia.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,0005695	EM_{LMS}	0,078584
μ_{NLMS}	0,0005695	EM_{NLMS}	0,052443
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,11101
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida del algoritmo LMS converge pero con un gran rizado y el EM_{LMS} es bueno.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS converge con un rizado estimable y el EM_{NLMS} es bueno.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ no tarda en converger, pero aun el rizado es apreciable y el $EM_{AR\gamma}$ es el mayor de los tres algoritmos.

4.4.3.4. Simulación Final

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.22.** ante pasos de adaptación óptimos teóricos y simulación final.

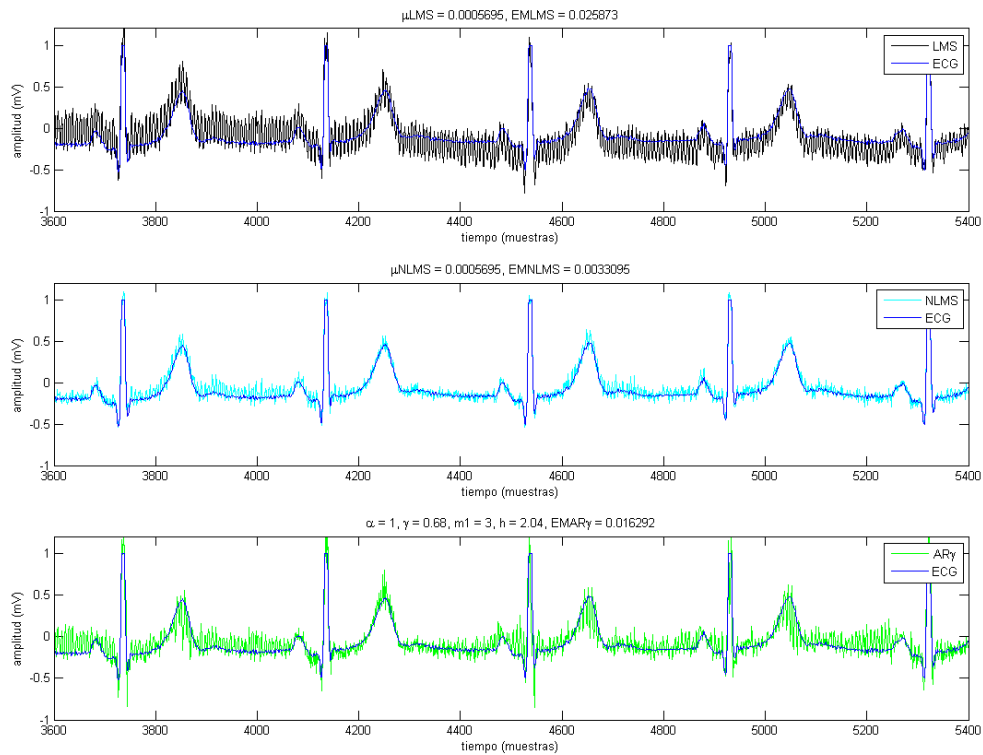


Figura 4.22. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación óptimos teóricos – simulación final.

Tabla 4.12. Pasos de adaptación óptimos teóricos y errores medios obtenidos – simulación final.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,0005695	EM_{LMS}	0,025873
μ_{NLMS}	0,0005695	EM_{NLMS}	0,0033095
α	1	$EM_{AR\gamma}$	0,016292
γ	0,68		
$m1$	3		

- La señal obtenida del algoritmo LMS tiene un rizado apreciable y el EM_{LMS} es bueno.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS tiene una muy buena eliminación y el EM_{NLMS} es el menor de los tres algoritmos.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ sigue teniendo un rizado apreciable y tiene el $EM_{AR\gamma}$ bueno.

4.4.4. Interferencias 2 y Pasos de Adaptación Probados

4.4.4.1. Simulación Total

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.23.** ante pasos de adaptación probados y simulación total.

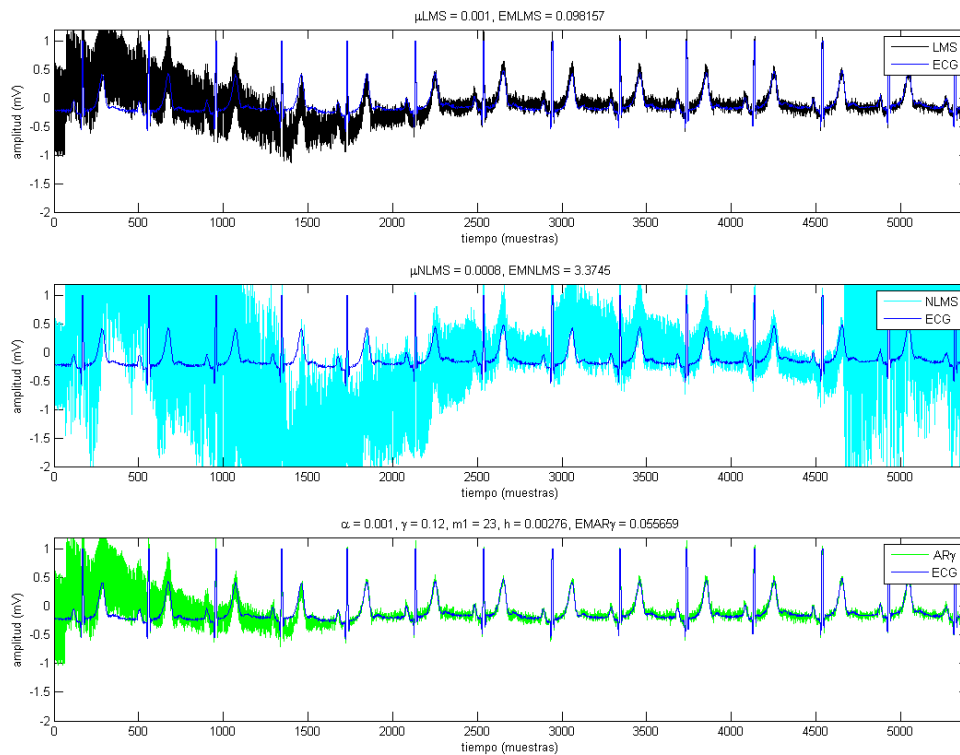


Figura 4.23. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación total.

Tabla 4.13. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación total.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,098157
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	3,3745
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,055659
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal del algoritmo LMS converge en aproximadamente 2000 muestras y el EM_{LMS} es mediano.

- La señal del algoritmo NLMS no converge y el EM_{NLMS} es muy grande.
- La señal del algoritmo AR_{γ} tarda poco en converger, en aproximadamente 1400 muestras y el $EM_{AR_{\gamma}}$ es bueno.

Los algoritmos adaptativos LMS y AR_{γ} eliminan muy bien las interferencias de la señal contaminada 2, durante esta simulación de 15 segundos, los diagnósticos de las señales obtenidas de estos algoritmos pueden ser muy acertados. Por el contrario al algoritmo NLMS no le sirven los pasos de adaptación utilizados para la eliminación de la señal contaminada 1.

4.4.4.2. Simulación Inicial

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.24.** ante pasos de adaptación probados y simulación inicial.

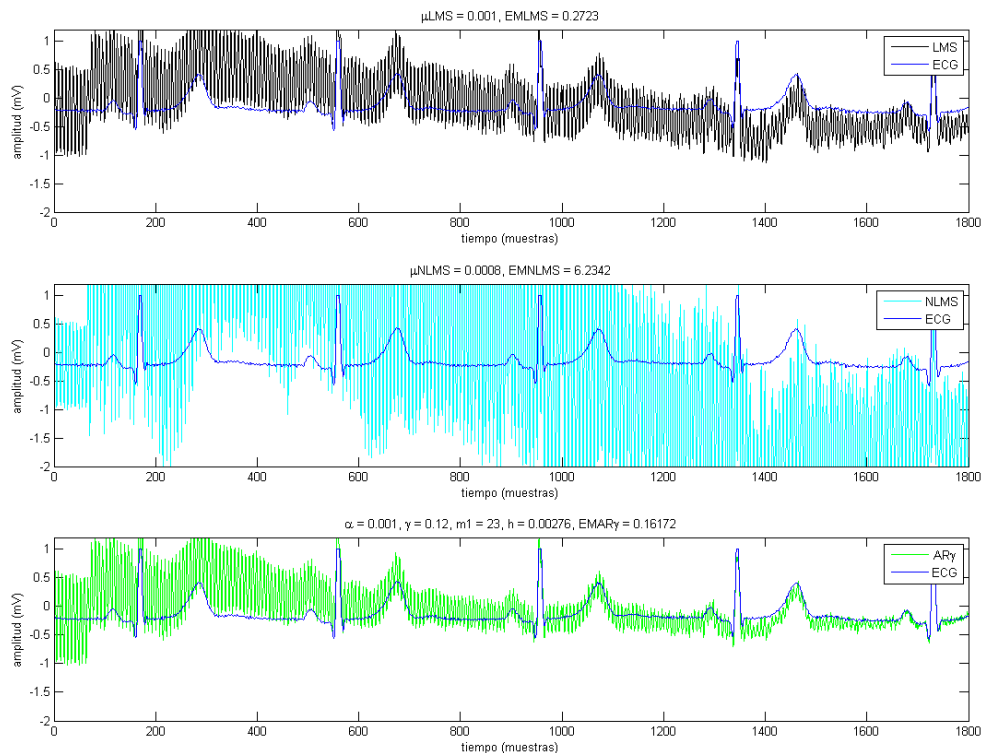


Figura 4.24. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación inicial.

Tabla 4.14. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación inicial.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,2723
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	6,2342
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,16172
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS no converge en esta simulación teniendo un rizado considerable y el EM_{LMS} es medio.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS no converge y tiene el EM_{NLMS} desproporcionadamente grande.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ converge y el $EM_{AR\gamma}$ es el menor de los tres algoritmos.

4.4.4.3. Simulación Intermedia

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.25.** ante pasos de adaptación probados y simulación intermedia.

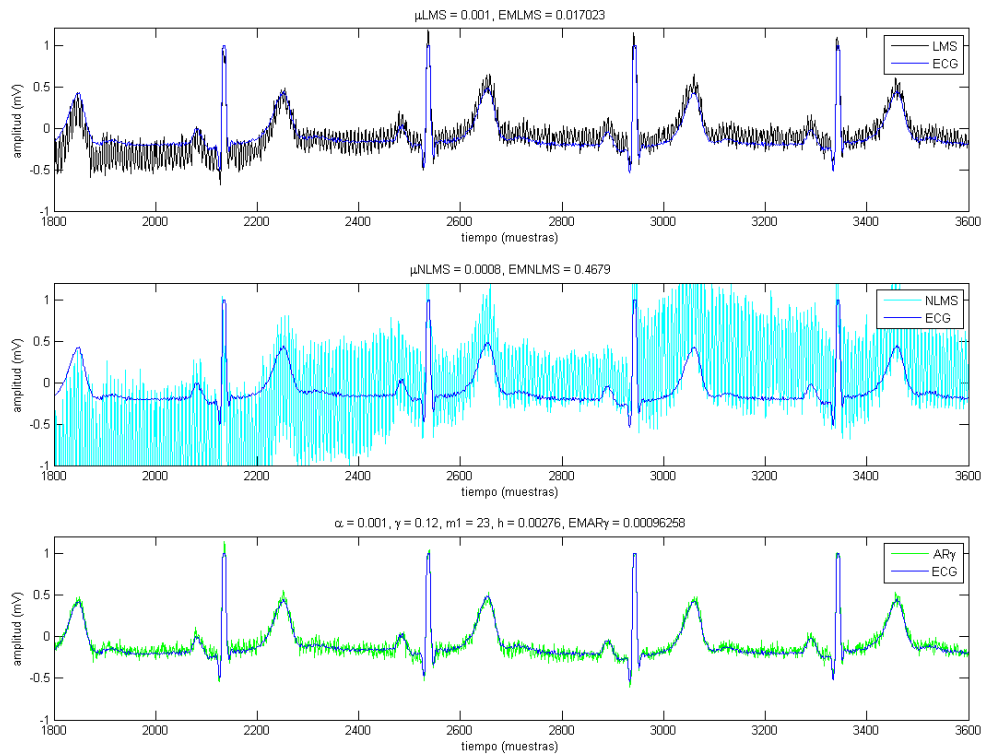


Figura 4.25. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación intermedia.

Tabla 4.15. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación intermedia.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,017023
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	0,4679
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,00096258
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS converge pero el rizado es un poco apreciable y el EM_{LMS} es bueno.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS es muy mala y el EM_{NLMS} es el más grande de los tres algoritmos.
- La señal obtenida del algoritmo $AR\gamma$ es la mejor de las tres y el $EM_{AR\gamma}$ es el menor de todas las simulaciones.

4.4.4.4. Simulación Final

Las señales ECG y obtenida de los algoritmos, de la señal contaminada 2, se muestran en la **Figura 4.26**. ante pasos de adaptación probados y simulación final.

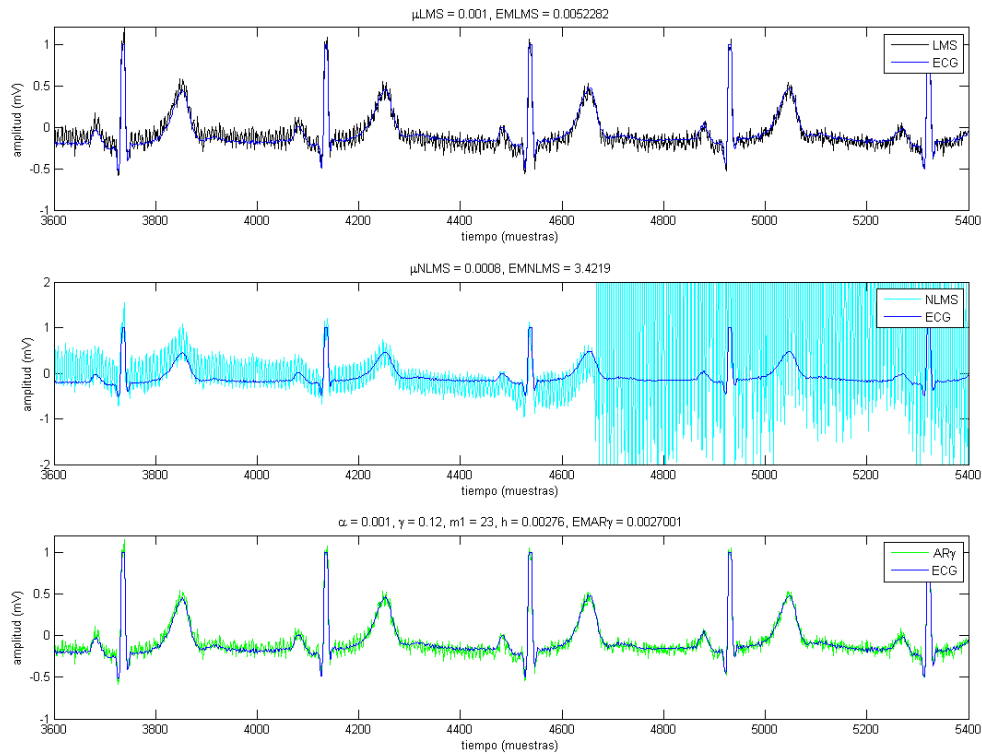


Figura 4.26. Señales ECG y obtenidas de la señal contaminada 2 con pasos de adaptación probados – simulación final.

Tabla 4.16. Pasos de adaptación probados y errores medios obtenidos – simulación final.

Pasos de adaptación		EM	
μ_{LMS}	0,001	EM_{LMS}	0,0052282
μ_{NLMS}	0,0008	EM_{NLMS}	3,4219
α	0,001	$EM_{AR\gamma}$	0,0027001
γ	0,12		
$m1$	23		

- La señal obtenida del algoritmo LMS es muy buena, tiene un rizado pequeño y el EM_{LMS} es muy bueno.
- La señal obtenida del algoritmo NLMS tiene un sobresalto muy grande en aproximadamente 4700 muestras y el EM_{NLMS} es muy grande.

- La señal obtenida del algoritmo AR_γ es perfecta al final y el EM_{AR_γ} es el menor de los tres algoritmos.

4.5. COMPARACIONES DE LAS SEÑALES CON EL ALGORITMO AR_γ

A continuación se mostraran las comparaciones de las señales contaminadas, obtenidas y ECG.

La **Figura 4.27.** muestra la comparación de las señales contaminada 1, obtenida del algoritmo AR_γ y ECG ante pasos de adaptación óptimos teóricos.

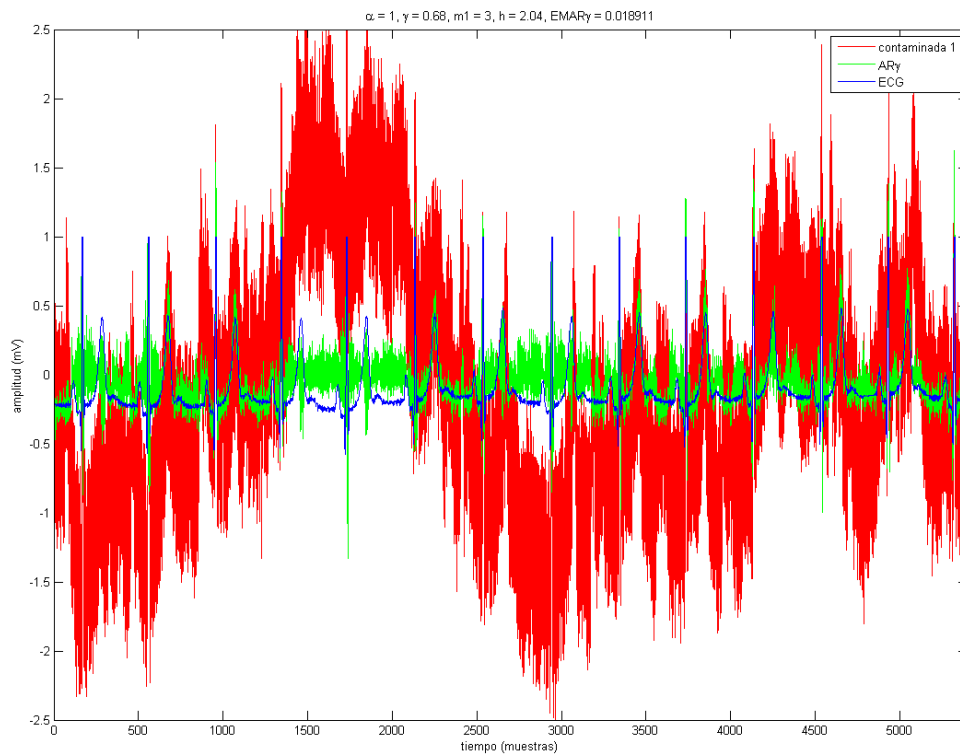


Figura 4.27. Comparación de las señales contaminada 1, obtenida del algoritmo AR_γ y ECG con pasos de adaptación óptimos teóricos.

La **Figura 4.28.** muestra la comparación de las señales contaminada 1, obtenida del algoritmo AR_γ y ECG ante pasos de adaptación probados.

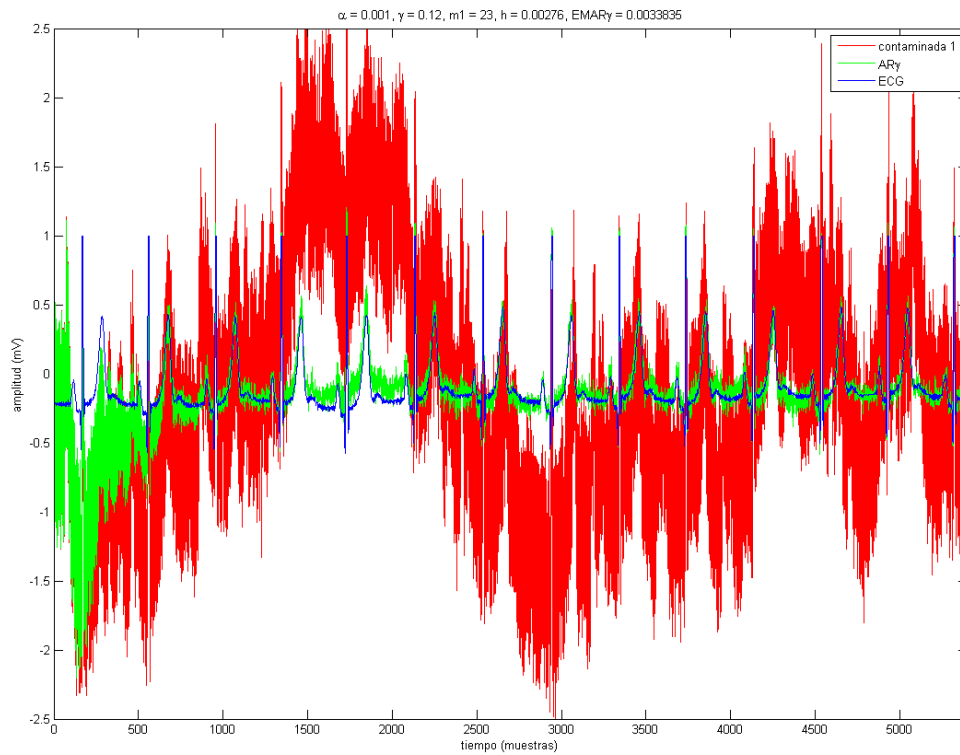


Figura 4.28. Comparación de las señales contaminada 1, obtenida del algoritmo $AR\gamma$ y ECG con pasos de adaptación probados.

La **Figura 4.29.** muestra la comparación de las señales contaminada 2, obtenida del algoritmo $AR\gamma$ y ECG ante pasos de adaptación óptimos teóricos.

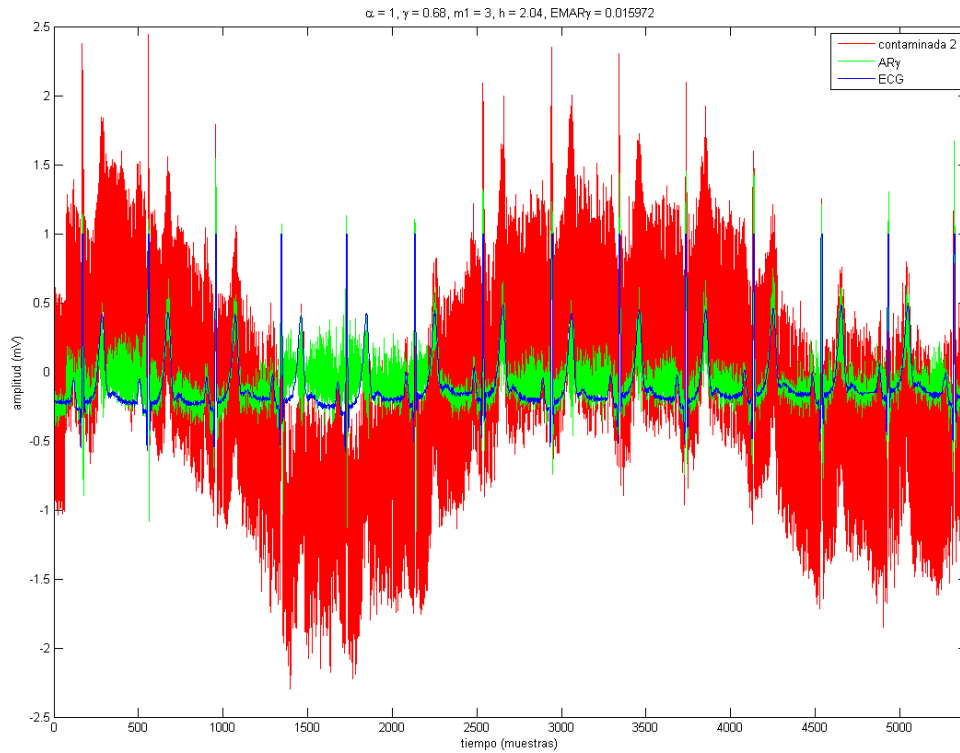


Figura 4.29. Comparación de las señales contaminada 2, obtenida del algoritmo AR_{γ} y ECG con pasos de adaptación óptimos teóricos.

La **Figura 4.30.** muestra la comparación de las señales contaminada 2, obtenida del algoritmo AR_{γ} y ECG ante pasos de adaptación probados.

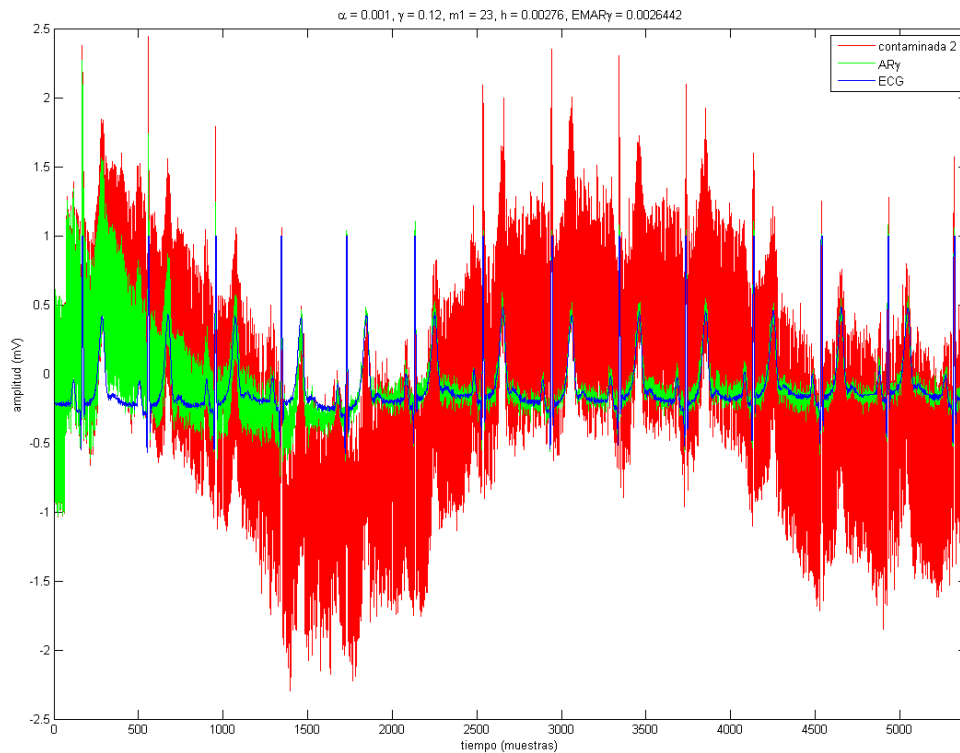


Figura 4.30. Comparación de las señales contaminada 2, obtenida del algoritmo AR_{γ} y ECG con pasos de adaptación probados.

- De las anteriores figuras se puede apreciar que para los pasos de adaptación óptimos teóricos se tiene una velocidad de convergencia inmediata y que pasa lo contrario para los pasos de adaptación probados el algoritmo tarda considerablemente para converger.
- También se puede apreciar un menor EM de todo el intervalo en las simulaciones con pasos de adaptación probados.
- Por último la mejor eliminación al final de las simulaciones las obtienen los pasos de adaptación probados.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

- Este trabajo presenta un estudio profundo en el desempeño de los algoritmos LMS, NLMS y AR_{γ} en la aplicación de eliminación de interferencias asociadas a señales ECG.
- En el análisis de desempeño de los algoritmos se pudo apreciar que ante valores altos en los pasos de adaptación los algoritmos poseen mejor velocidad de convergencia, pero igualmente aumenta el error obtenido.
- Hay que sacrificar bastante la velocidad de convergencia para minimizar los errores y lograr una mejor adaptación. Por esta causa debe sopesarse si es de interés la velocidad de adaptación o el mínimo error obtenido.
- Con la finalidad de obtener un análisis más completo del desempeño de los algoritmos trabajados en el proyecto, se realizó también una simulación de aplicación tracking, teniendo el mejor resultado en el algoritmo AR_{γ} . Esta simulación se encuentra en el CD de los anexos.
- Del análisis teórico al de los resultados obtenidos con el algoritmos NLMS, se mostro que este algoritmo presenta inestabilidad, en algunos casos, comparándolo con los algoritmos LMS y AR_{γ} .
- En general este trabajo define que el algoritmo que mejor compromiso presenta en desempeño, en eliminación de interferencias asociadas a señales ECG, es el AR_{γ} . Teniendo en cuenta que en algunos intervalos de simulación resulta que los algoritmos LMS y NLMS presentan una mejor velocidad de convergencia y un mejor error medio obtenido.

RECOMENDACIONES

- Sería muy útil contar con una base de datos que reúna las características de pacientes y de interferencias propias de la región dado que las disponibles actualmente aunque tienen características generales, poseen algunas características que pueden considerarse particulares, tales como la frecuencia de la interferencia de red.
- Hallar un método que pueda encontrar los pasos de adaptación más adecuados para la aplicación de eliminación de interferencias.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] SIQUEIRA BORN, R. "Filtros Adaptativos Aplicados a Sinais Biomédicos" Universidad Federal de Pelotas Instituto de Física y Matemática, Curso de Bacharelado en Informática, Pelotas – RS 2000.
- [2] ÁLVARES L; HENAO, R; DUQUE, E. "Análisis de Esquemas de Filtrado Análogo para Señales ECG", Universidad Tecnológica de Pereira. ISSN 0122-1701 Scientia et Technica Año XIII, No 37, diciembre de 2007.
- [3] University of Utah School of Medicine, http://medstat.med.utah.edu/kw/ecg/image_index/index.html consultado: noviembre de 2008.
- [4] PULAGRÍN, J; "Regularización Mediante Molificación Discreta de Señales ECG Perturbadas", Universidad Nacional de Colombia. 2003.
- [5] HAYKIN, S; "Adaptive Filter Theory", Third Edition, Upper Saddle River, Prentice Hall, USA, 1996.
- [6] WIDROW, B; STEARNS, S; "Adaptive Signal Processing", Englewood Cliffs, Prentice Hall, USA, 1985.
- [7] MANOLAKIS, D. "Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing", McGraw-Hill, USA, 2000.
- [8] JOJOA, P. E; "Um Algoritmo Acelerador de Parâmetros", Tese apresentada Descola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doctor Em Engenharia, Brasil, 2003.
- [9] PAIT, F; "Tuner That Accelerates Parameters, Systems and Control Letters 35", Brasil, 1998.
- [10] MONTES, V; GUARIN, G; CASTELLANOS, G; "Extracción de Características de ECG Basadas En Transformaciones no Lineales y Wavelets", Ing. Investig. [Online], sep. - dic. 2005.
- [11] PhysioNet the research resource for complex physiologic signals <http://www.physionet.org/> consultado: mayo de 2008.
- [12] PhysioNet the research resource for complex physiologic signals <http://www.physionet.org/>, "MIT-BIH ST Change Database (stdb) – 307_1" consultado: mayo de 2008.

[13] PhysioNet the research resource for complex physiologic signals <http://www.physionet.org/>, "MIT-BIH Noise Stress Test Database" consultado: mayo de 2008.

7. GLOSARIO

Adaptativo: Modelizar la relación de señales en tiempo real de forma iterativa.

Adquisición: Toma de muestras del mundo real (sistema analógico) para generar datos que puedan ser manipulados por un ordenador (sistema digital). Consiste, en tomar un conjunto de variables físicas, convertirlas en tensiones eléctricas y digitalizarlas de manera que se puedan procesar en una computadora.

Algoritmo: Lista bien definida, ordenada y finita de operaciones que permite hallar la solución a un problema. Dado un estado inicial y una entrada, a través de pasos sucesivos y bien definidos se llega a un estado final, obteniendo una solución.

Convergencia: Propiedad que poseen algunas sucesiones numéricas de tender a un límite.

Eliminación: Excluir las interferencias.

Error: Inexactitud que se acepta como inevitable al comparar una magnitud con su patrón de medida. El error depende de la escala de medida empleada.

Interferencia: Proceso que altera, modifica o destruye una señal durante su trayecto en el canal existente entre el emisor y el receptor.

MATLAB: (Abreviatura de *MATrix LABoratory*, "laboratorio de matrices") Es un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows y Apple Mac OS X.

Señal: Es un símbolo, un gesto u otro tipo de signo que informa o avisa de algo. La señal sustituye por lo tanto a la palabra escrita o al lenguaje. Ellas obedecen a convenciones, por lo que son fácilmente interpretadas.

ANEXO A: IMPLEMENTACIÓN DE LAS SEÑALES ECG EN MATLAB®

Para adquirir señales ECG limpias y tomadas a pacientes sanos para tenerlas como vectores matriciales de MATLAB®, se descargaron un determinado número de cada una de las bases de datos contenidas en Physionet. Con estas descargas de vectores se implementó el código en .m para cada señal ECG, este entrega un archivo .wav el cual contiene el vector ECG. Por último, quedó una Base de Datos propia que contiene señales ECG limpias y de pacientes sanos.

ANEXO B: IMPLEMENTACIÓN DE LAS INTERFERENCIAS EN MATLAB®

Para las interferencias, se descargaron los vectores de las nombradas anteriormente como bw, em y ma desde la base de datos “MIT-BIH Noise Stress Test Database”, obteniéndose de esta dos versiones de cada una de estas interferencias las cuales se denominan con los índices 1 y 2 (bw1, bw2, em1, etc. respectivamente); y para la nombrada lpac se implementó un corto código en .m el cual entrega una señal sinusoidal de aproximadamente 50 Hz de amplitud 1 mV; este código se llama “Linea_de_potencia.m”.

ANEXO C: IMPLEMENTACIÓN DE LOS ALGORITMOS ADAPTATIVOS EN MATLAB®

Teniendo en cuenta que los algoritmos adaptativos son la base para implementar los filtros adaptativos, se realizaron los códigos que contienen las funciones determinadas de cada uno de los algoritmos. A estos códigos se les denomina en este proyecto como: “eliminacion_lms.m”, “eliminacion_nlms.m” y, “eliminacion_arg.m”.

ANEXO C: IMPLEMENTACIÓN DE LOS PROGRAMAS PRINCIPALES EN MATLAB®

Se tienen diferentes cuatro programas principales para las simulaciones, ya que para hacer un análisis completo de las eliminaciones se necesita de trabajar con los grupos de interferencias 1 y 2, como también de los pasos de adaptación denominados como óptimos teóricos y probados. Debido a esto hubo la necesidad de elaborar 6 códigos llamados:

- “Eliminacion_de_Interferencias1_con_Pasos_Optimos.m”
- “Eliminacion_de_Interferencias1_con_Pasos_Probados.m”
- “Eliminacion_de_Interferencias2_con_Pasos_Optimos.m”
- “Eliminacion_de_Interferencias2_con_Pasos_Probados.m”

En estos Programas Principales:

1. se llama a la señal ECG para crear s,
2. se llama a las interferencias,

3. se suman las interferencias para crear n ,
4. se suman la señal ECG y n para crear d ,
5. se crea el ruido Gaussiano con media cero llamándolo r ,
6. se suman n y r para crear x ,
7. se le dan valores a los pasos de adaptación para los para los tres algoritmos,
8. se llaman las funciones que implementan los algoritmos adaptativos correspondientes,
9. se definen los EM para los tres algoritmos,
10. se procede a mostrar los resultados obtenidos a través de diferentes simulaciones que se diferencian en sus intervalos.

ANEXO D: MANUAL DE USUARIO

1. Abrir la herramienta CAD, MATLAB®.
2. Seleccionar File → Open...
3. Buscar la carpeta, en el ordenador llamada Eliminacion, y abrir por ej. "Eliminacion_de_Interferencias1_con_Pasos_Optimos.m".
4. En el editor puede ubicarse donde se encuentra la señal ECG y llamar a cualquier otro vector .wav que se encuentre en la base de datos de señales limpias y sanas.
5. Después se puede ubicar en Interferencia l_{pac} y cambiar el parámetro llamado Amplitud aumentando su valor o disminuyéndolo, de tal forma que no sea menor al 50% de la amplitud pico a pico de la señal ECG.
6. Por último se pueden modificar los pasos de adaptación para observar el comportamiento de las señales obtenidas de los algoritmos adaptativos, estos cambios se realizan en: μ_{lms} , μ_{nlms} , α , γ y $m1$, respectivamente.