Análisis de Técnicas Empleadas en la Adición de Números Enteros desde Contextos Cotidianos para Educación Básica y Media: Una Mirada desde la TAD

Maestrante

Ceyda Benavides Chilito

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Maestría en Educación

Línea de Investigación en Educación Matemática

Popayán, Colombia

26 de septiembre de 2022

Análisis de Técnicas Empleadas en la Adición de Números Enteros desde contextos cotidianos para Educación Básica y Media: Una Mirada desde la TAD

Trabajo para optar al título de

MAGÍSTER EN EDUCACIÓN

Modalidad Investigación- Línea en Educación Matemática

Maestrante

Ceyda Benavides Chilito

Director

Mg. Jhon Jair Jiménez Gutiérrez

Universidad del cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Maestría en Educación

Línea de Investigación en Educación Matemática

Popayán, 2022

Nota de Aceptación

El Director y los jurados del presente trabajo de grado denominado “Análisis de técnicas empleadas en la adición de números enteros desde contextos cotidianos para educación básica y media: Una mirada desde la TAD”, elaborado por Ceyda Benavides Chilito, una vez revisado y aprobado el presente documento y la sustentación del mismo, autorizan a la estudiante para dar inicio a los trámites académicos para obtener el título de Magíster en Educación, Línea en Educación Matemática.

____

Mg. JHON JAIR JIMENEZ GUTIÉRREZ

Director de Trabajo de Grado

____

Dr. SAMIN INGRITH CERÓN BRAVO

Jurado

____

Mg. DEISY YAMILE RUIZ ROSERO

Jurado

<u>26 de septiembre de 2022</u>

Dedicatoria

A Dios por darme las fuerzas necesarias para culminar con éxito esta meta, a los estudiantes por su participaron voluntaria en la investigación, a mis profesores, quienes con su sabiduría y conocimiento ampliaron mi expectativa como docente de matemáticas y a mis adoradas hijas Natalia (q.e.p.d), Karen, Maira y Nathaly, por ser la motivación más importante para continuar demostrándome que cuando se quiere se puede.

Agradecimientos

En primer lugar, a papito Dios por acompañarme en este proceso del cual quise desistir muchas veces, pero su compañía me brindo la fuerza para continuar.

A mis amadas hijas que con su amor, compresión y apoyo me impulsaron cada día.

A mi director el magister, Jhon Jair Jiménez Gutiérrez, por la paciencia, compromiso y aporte a este trabajo.

A los docentes de la línea de Educación Matemática de la Universidad del Cauca, por sus enseñanzas y el nivel de exigencia con el que guiaron este proceso.

A la persona que me hizo reflexionar sobre la necesidad de avanzar en mi carrera profesional.

A mis compañeros de la línea de matemáticas quienes siempre estuvieron animándome a seguir y terminar con éxito esta investigación.

A mis compañeros de trabajo, familiares y amigos que me dieron su apoyo y voz de aliento en los momentos de debilidad, destacando siempre mis cualidades.

A Colciencias por la oportunidad de participar en la convocatoria para la formación de capital humano de alto nivel.

A todos infinitas gracias, espero Dios me siga bendiciendo con la vida para compartir con mis estudiantes lo aprendido.

Contenido

Índice de figuras

Índice de tablas

Resumen

A partir de la experiencia docente se identificaron algunas problemáticas que presentan los estudiantes de los grados séptimos a undécimos de la Institución Educativa Domingo Belisario Gómez de Bolívar Cauca, al resolver situaciones aditivas con números enteros porque ignoran las soluciones negativas, desconocen el número signado y el triple significado que tiene el signo menos, usan equivocadamente la regla multiplicativa de los signos, operan incorrectamente en la esfera aritmética y conservan la convicción de que la adición solo significa aumento.

Estas dificultades evidenciadas en el bajo rendimiento en las pruebas internas y las externas emitidas desde (Ministerio de Educación Nacional, 2018). Por tal razón, se planteó el objetivo de analizar las técnicas desplegadas por los estudiantes durante el desarrollo de tareas propias relacionadas con la adición de números enteros en contextos cotidianos; Para ello, desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico de Chevallard (1999), se diseñaron y aplicaron tres tareas propias denominadas como presupuesto, recorrido y elevación, que involucraban situaciones aditivas con números enteros dirigidas a estudiantes de básica y media, donde se identificaron siete técnicas de las cuales se categorizó una como emergente nombrada *resolución de situaciones aditivas a partir del contexto*. Este contexto cotidiano tiene gran potencial, porque permitió que algunos estudiantes resolvieran las tareas a partir de los conocimientos que tienen de él, sin tener en cuenta los algoritmos mecánicos y rutinarios propuestos desde un aula de clase, mostrando con esto el predomino de sus saberes respecto a los conocimientos matemáticos del docente.

Palabras claves: Teoría Antropológica de lo Didáctico, números enteros, adición de números enteros, tareas propias, técnicas, contexto cotidiano.

Abstract

From the teaching experience, some problems presented by students from seventh to eleventh grades of the Domingo Belisario Gómez Educational Institution in Bolívar Cauca were identified, when solving additive situations with integers because they ignore the negative solutions, they do not know the signed number and the triple meaning that the minus sign has, they mistakenly use the multiplicative rule of signs, they operate incorrectly in the arithmetical sphere and they maintain the conviction that addition only means increase.

These difficulties evidenced in the low performance in the internal and external tests issued from (Ministry of National Education, 2018). For this reason, the objective was to analyze the techniques deployed by students during the development of their own tasks related to the addition of integers in everyday contexts; to do this, from Chevallard's Anthropological Theory of Didactics (1999), three specific tasks were designed and applied, called budget, route and elevation, which involved additive situations with integers aimed at elementary and middle school students, where seven techniques of which one was categorized as emergent named resolution of additive situations from the context. This everyday context has great potential, because it allowed some students to solve the tasks based on the knowledge they have of it, without taking into account the mechanical and routine algorithms proposed from a classroom, thus showing the predominance of their knowledge regarding to the mathematical knowledge of the teacher.

Keywords: Anthropological Theory of Didactics, integers, addition of integers, own tasks, techniques, daily context.

Introducción

La presente investigación está enmarcada en el campo de la Educación Matemática y se realizó con estudiantes de la Institución Educativa Técnico Domingo Belisario Gómez, de Bolívar Cauca. Surge de la necesidad de dar respuesta a las vivencias propias en el ejercicio docente y es presentada como requisito para obtener el título de Magíster en Educación de la Universidad del Cauca.

El ejercer la profesión de docencia en el área de matemáticas de básica secundaria en el sector público durante más de veinte años, ha permitido compartir experiencias y vivencias las cuales han hecho posible detectar dificultades en el área, como lo es la resolución de problemas donde se requiere el uso de la adición de números enteros ($\mathbb{Z}$).

Es por ello que se diseñaron tres tareas propias desde los planteamientos de la escuela francesa a través de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard en el año 1999, cuyo postulado admite que toda actividad humana puede describirse con un modelo único, llamado *praxeología* u *organización matemática,* la cual está constituida por uno o varios *tipos de tareas* que al realizarlas crean las *técnicas* que son justificadas a través de *tecnologías* y estas a la vez fundamentadas por una *teoría*. Lo anterior, adaptado a un contexto de tradición cultural como es la elaboración de globos de papel que se lleva a cabo de manera anual en la localidad, permitió identificar y analizar las técnicas de resolución que utilizaron los estudiantes.

Con este trabajo se espera que la Institución Educativa desde el departamento de matemáticas, cree una praxeología didáctica donde se busquen estrategias para afianzar y/o mejorar el proceso de aprendizaje en el área respecto al objeto de estudio. Es oportuno aclarar que el planteamiento y desarrollo de la investigación se llevó a cabo en medio de la anormalidad académica provocada por la pandemia SARS-CoV-2.

Capítulo I

Aspectos Generales De La Investigación

Planteamiento y formulación del problema

Este trabajo se desarrolló a partir del aprendizaje de la adición de números enteros, enmarcado en la línea de investigación de Educación Matemática, asumiéndola desde el sentido que la escuela francesa le da a la didáctica donde es definida como la ciencia de la comunicación de los conocimientos y de sus transformaciones; una epistemología experimental que intenta teorizar la producción y la circulación de los saberes (Brousseau, 2006:260). También, se abordó desde el pensamiento numérico el cual propone actividades centradas en la comprensión de los números, el uso, los significados y la numeración. En este pensamiento se tendrá en cuenta el estándar de comparación y contraste de las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales, y reales), sus relaciones y operaciones para construir, manejar y utilizar apropiadamente los distintos sistemas numéricos (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006:58).

Para alcanzar dicho estándar, uno de los procesos trabajados es el planteamiento y resolución de problemas donde se requiere el uso de la adición de números enteros, a partir de esta necesidad se observaron falencias que presentan los estudiantes, ya que al plantear un problema, lo resuelven pero omiten el uso de los números enteros negativos, proponiendo una solución solamente con números positivos e ignorando lo previamente aprendido y dejando el interrogante a si estas dificultades se generan por la comprensión parcial del concepto de número entero, el número como expresión de cantidad, la suma como aumento, ignoran el signo o lo real como obstáculo, debido a que el estudiante interpreta partiendo de las representaciones de situaciones reales y concretas (Aponte & Rivera, 2017).

Estas dificultades evidenciadas desde la experiencia y consideradas a través la práctica docente, entendida como " la práctica de enseñanza, propia de cualquier proceso formativo y como apropiación del oficio docente y sus inicios" (Achilli, 2008: 23), donde se puede ratificar que los estudiantes presentan falencias en el aprendizaje de ciertas temáticas que ellos consideran complicadas, reflejándolo en el bajo rendimiento académico y los resultados de las diferentes pruebas internas y externas. Cabe resaltar que a pesar de los esfuerzos realizados para cambiar la perspectiva que tienen los estudiantes frente al área, sigue siendo difícil, ya que como menciona Rojas (2008) en el ambiente educativo las matemáticas siguen siendo " el coco" en el proceso formativo.

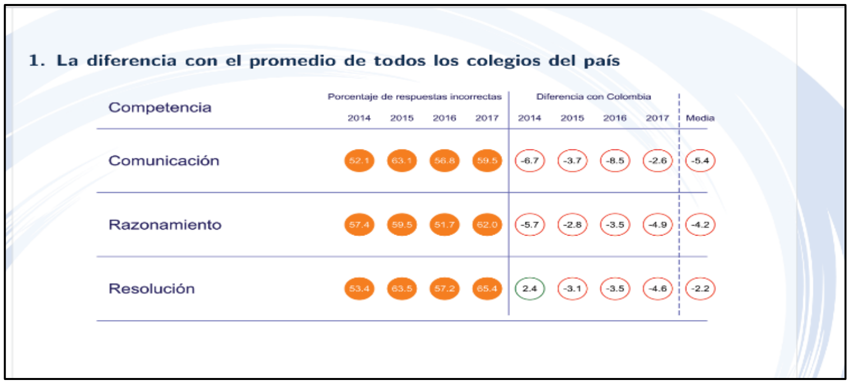
Después de tener un encuentro con el departamento de matemáticas de la institución educativa, donde se discutieron las temáticas que presentan mayor grado de dificultad en el aprendizaje para los estudiantes, se determinó que la resolución de situaciones problemáticas que requieren el uso de la adición de números enteros es una de ellas, al presentar varios errores y dificultades, por lo tanto, en vista de la importancia que tienen estos números para situarse en la vida diaria y como base para dar continuidad al plan de estudios, se consideró un objeto matemático que debe ser investigado.

Cabe resaltar que esta problemática no solo se evidencia en la Institución Educativa, ya que existen varias investigaciones a nivel nacional que dan cuenta del tema demostrando las vivencias de esta problemática en los estudiantes que cursan básica secundaria y media, entre ellos Otero, 2015, Bustamante, 2015 y Muñoz et al., 2018. De igual manera se afirma que "los números enteros forman parte de los conceptos matemáticos que generan dificultades en su proceso de aprendizaje" (Díaz, 2016:4).

De hecho, estas dificultades se vieron reflejadas en los resultados de las diferentes pruebas externas e internas de los últimos años, al observar bajo desempeño, por ejemplo en el informe por colegios del cuatrienio del Ministerio de Educación Nacional con los resultados de las pruebas saber 9° del año 2017 respecto a la Institución educativa, se tiene que en las competencias del área de matemáticas, en el componente de resolución se obtuvo 65,4 % de respuestas incorrectas con una diferencia respecto a Colombia del -4,6 % (Ministerio de Educación Nacional, 2018). Ver Figura 1.

Figura 1

Resultados pruebas saber 2018



1. La diferencia con el promedio de todos los colegios del país

Competencia	Porcentaje de respuestas incorrectas				Diferencia con Colombia				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Comunicación	52.1	63.1	56.8	59.5	-6.7	-3.7	-8.5	-2.6	-5.4
Razonamiento	57.4	59.5	51.7	62.0	-5.7	-2.8	-3.5	-4.9	-4.2
Resolución	53.4	63.5	57.2	65.4	2.4	-3.1	-3.5	-4.6	-2.2

Nota. Informe por colegios del cuatrienio, análisis histórico y comparativo 2018.

Respecto a las pruebas internas desde la experiencia en el aula, también se puede comprobar las dificultades en el proceso de desarrollo de las actividades. Un ejemplo, es cuando a los estudiantes se les plantea un ejercicio como: Un equipo de fútbol tiene 9 goles en contra y 15 a favor. ¿Cuál es la situación final del equipo?, ellos responden: "*Pues que un equipo tiene 24 al final*". Se podría plantear el interrogante ¿los estudiantes identifican el uso de números enteros en la adición solo como aumento? por lo que ahí desconocen la operación -9 +15 = 6, también la situación de los goles en contra de un equipo, que debe ir representado con el signo menos (-). Partiendo de estas actividades y el reporte del Ministerio de Educación Nacional, que permiten concluir que existen dificultades y es necesario investigarlas para tratar de buscar posibles alternativas de solución.

Hay que tener en cuenta otros factores como el inicio de la temática en el plan de estudios, ya que en la mayoría de los colegios se comienza a hablar del conjunto de números enteros a partir del grado sexto, como lo mencionan los derechos básicos de aprendizaje del MEN y lo expresado por Herrera y Zapatera (2019)

> Al final de la Educación Primaria y, especialmente, en la Educación Secundaria, la enseñanza de los números enteros produce una ruptura con lo concreto y físico. Se inicia al estudiante en la matemática formal donde, en muchas ocasiones, su actividad matemática no tendrá fundamentación en lo real, intuitivo y concreto y, para soportar sus argumentos, conclusiones y respuestas, tendrá que hacerlo dentro de las mismas reglas matemáticas (p.199).

Así pues, fue necesario diseñar e implementar tareas propias de situaciones aditivas tomadas de la vida cotidiana adaptando la tradición cultural de elaboración de globos de papel, de la cual la Institución educativa es la formadora. En estas tareas se plantearon diferentes actividades donde los estudiantes determinaron presupuesto, ingresos, egresos, déficit, ascensos y descensos, recorridos, alturas, entre otras, y posteriormente se analizó la manera cómo las resolvieron. Lo anterior llevó a proponer la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuáles son las técnicas que desarrollan los estudiantes en situaciones aditivas con números enteros a partir de tareas propias desde un contexto cotidiano?

Justificación

Es importante destacar que en nuestro diario vivir utilizamos los números enteros para desarrollar diferentes situaciones y operaciones, por lo cual se deja entrever que es indispensable la manera correcta de aprender su aplicabilidad desde las matemáticas, según lo expresado por SED (2007, como se cito en Medina Sánchez et al., 2014) cuando dice que “la importancia no surge del aprendizaje de las definiciones y algoritmos, sino que debe generar en el estudiante herramientas que permitan facilitar la comprensión y el actuar en situaciones que involucren los diferentes tipos de números” (p.624).

De esta manera, fue conveniente investigar cómo los estudiantes resuelven problemas de situaciones aditivas con números Z para analizar la concepción de número, resolución de algoritmos, aplicación según el contexto mediante el uso en la secuencia convencional numérica, empleo de ella para contar y la utilidad para indagar la posición relativa de los objetos en un contexto de medida que el estudiante maneja. (Castro et al., 1995)

Se puede destacar que, aunque algunos autores como Hernández et al., 2018, Castrillón, 2013, Otero, 2015 y Cárdenas et al., 2018, han presentado estudios donde se tienen en cuenta las diferentes estrategias utilizadas para la comprensión del conjunto de los números enteros y sus operaciones, no se encontró un registro donde se pudiera observar la aplicación de ellos en el contexto regional como el de Bolívar Cauca y sus características, desde la TAD.

Por lo anterior, al realizar este estudio se pretende brindar un aporte al proceso de aprendizaje en términos de prevención y corrección en las dificultades que presentan los estudiantes para resolver situaciones aditivas con números $\mathbb{Z}$, indicando que se deben implementar estrategias generales y específicas a largo plazo y corto plazo, las cuales permitan generar una enseñanza adecuada y ofrecer un mejor aprendizaje que no sólo retribuya al desempeño del estudiante, sino que sea una herramienta que facilite el trabajo del docente.

Objetivos

Objetivos General

Analizar las técnicas desplegadas por los estudiantes al desarrollar tareas propias relacionadas con la adición de números enteros en contextos cotidianos.

Objetivos específicos

Diseñar tareas propias que involucren situaciones aditivas con números enteros para estudiantes de educación básica y media.

Identificar las técnicas desarrolladas por los estudiantes en la solución de situaciones aditivas con números enteros en contextos cotidianos.

Categorizar las técnicas emergentes en la resolución de tareas propias de la adición de números enteros en contextos cotidianos.

Antecedentes

La comprensión de la adición de números enteros y su aplicabilidad en contextos cotidianos, ha sido motivo de investigación en territorios nacionales e internacionales porque es un tema álgido con el cual los estudiantes presentan dificultades en las aulas de clase y aunque son muchos los avances y aportes que han dado dichos trabajos, aun se continúa con esa problemática en las diferentes instituciones.

En España se llevó a cabo la investigación denominada *los obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*, cuyo objetivo fue el diseño de una génesis escolar del número entero que afronte la superación de los obstáculos epistemológicos, evite la aparición de obstáculos didácticos y permita al estudiante construir una concepción inicial del número entero negativo; los resultados indicaron que las técnicas de cálculo con números enteros que trasmite la trasposición didáctica de los textos trabajados son un obstáculo didáctico para el desarrollo de unas buenas técnicas de cálculo algebraico (Cid, 2015).

En Colombia se llevó a cabo un estudio llamado *el uso de elementos de los números enteros en la solución de problemas de esquema aditivo de transformación en estudiantes de séptimo grado de dos instituciones educativas de Cali*, donde indagaron sobre los diferentes procesos a los que recurren los estudiantes a la hora de solucionar problemas que requieran el uso de números enteros y las dificultades que tienen al establecer esos conceptos en su vida cotidiana, llegando a la conclusión que el uso de materiales mejora de manera significativa la resolución de problemas (Pachecho y Torres, 2018).

Así mismo, un antecedente que aporta al interés investigativo es uno realizado en la ciudad de Cali, titulado *potencialidades y limitaciones de una obra matemática propuesta para la enseñanza de los números enteros: una mirada desde la TAD,* donde buscaron determinar las potencialidades y limitaciones que eventualmente pueden manifestarse en el proceso de enseñanza de los números enteros y sus operaciones, llegando a concluir que el entorno en el cual se proponga el cálculo con números enteros, debe permitir que se justifique la necesidad de hacer operaciones con números precedidos de los signos “+” y “-” (Camacho y Valencia, 2018).

También se encuentra la monografía sobre *dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del número entero presentadas en un objeto virtual de aprendizaje***,** llevada a cabo en la ciudad de Bogotá y cuyo propósito fue elaborar un objeto virtual de aprendizaje (OVA) para docentes en formación y en ejercicio que servirá para mostrar los errores, obstáculos y dificultades en el aprendizaje del número entero, llegando a la conclusión que la elaboración de OVA es pertinente para el aprendizaje de los docentes porque al tener en cuenta los errores que se pueden presentar, las dificultades que se evidencian y los obstáculos que se deben superar la metodología puede mejorar ya que al estar precavido de las falencias que se puedan mostrar en el salón de clase su planeación será más eficiente y así el aprendizaje de sus estudiantes va a ser mejor (Aponte y Rivera, 2017).

De igual manera, se encuentra un trabajo de investigación denominado *el juego como estrategia didáctica en la enseñanza de los números enteros basado en aprendizaje significativo*, llevado a cabo en la Institución Educativa Normal Superior Santa Teresita del Municipio de Sopetran, Antioquia, cuyo objetivo fue diseñar una estrategia didáctica para la enseñanza de operaciones básicas con números enteros basado en el juego, obteniendo como resultado que el juego es un recurso innovador y atractivo a través del cual se pueden orientar diferentes contenidos, dinamizando el aprendizaje y haciendo de las clases algo creativo, despertando así el agrado e interés por aprender en los estudiantes (Bustamante, 2015).

En el departamento de Nariño, se llevó a cabo el trabajo investigativo *aprendizaje de la adición con números enteros a través de prácticas matemáticas lúdicas con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Nuestra señora de Belén*, su objetivo fue facilitar a través de actividades lúdicas el aprendizaje de la adición de números enteros, obteniendo como resultado que el empleo de instrumentos mediadores ayudan a generar un aprendizaje creativo, lúdico y práctico, además cambian la mecánica tradicional de enseñar los números enteros, la cual carece de un verdadero sentido crítico que permita entender el significado y su aplicabilidad en el contexto (Muñoz et al., 2018).

Al analizar los diferentes trabajos relacionados con la búsqueda de mejorar la adquisición de conocimiento respecto a la adición de números enteros, se puede vislumbrar que ninguno investiga en su totalidad las técnicas que despliegan los estudiantes al desarrollar tareas propias en situaciones problemáticas del contexto cotidiano a través de la TAD, por lo cual, se hace necesario y valioso conocer los resultados que surjan y nos permitirán proponer soluciones alternativas que disminuyan las dificultades y sus efectos; de igual manera, identificar las potencialidades y convertirlas en referentes para el desarrollo del aprendizaje.

Capítulo II

Referente contextual

Teoría antropológica de lo didáctico (TAD)

El enfoque Antropológico en didáctica de las matemáticas, aparece en el marco de la didáctica fundamental como resultado del desarrollo de la transposición didáctica. De igual manera la TAD resalta la matemática escolar en el modelo de las matemáticas institucionales donde incluyen la enseñanza-aprendizaje escolar, desde este enfoque la actividad matemática debe ser interpretada o modelizada conforme a las actividades humanas, en lugar de considerarla únicamente como la construcción de un sistema de conceptos, la utilización de un lenguaje o un proceso cognitivo (Chevallard,1999, citado en Gascón, 1998).

Del modelo que proporciona la TAD, en esta investigación se desarrollaron aspectos importantes desde una institución[1] particular, entendida esta como las practicas que realizan un grupo de estudiantes de la institución educativa en un contexto extraescolar, tales como:

- Reconocer los significados que los estudiantes le atribuyen a las situaciones aditivas con números enteros.
- Identificar las interpretaciones o enfoques que pueden utilizar los estudiantes para el desarrollo del objeto matemático de estudio.
- Relacionar los procesos que los estudiantes llevan a cabo en la práctica con los lineamientos curriculares establecidos para el trabajo con números enteros.

---

[1] Chevallard extendió su teoría de la transposición didáctica a las dimensiones de una antropología (Sierpinska y Lerman, 1996), al decir que todo conocimiento es conocimiento de una institución. Bajo este enfoque, la investigación profesional en matemáticas es una institución, la escuela otra, la familia otra. Además, la matemática vive en la industria y los negocios, pero por medio de una adaptación, se convierte en una matemática diferente.

- Interpretar los significados que los estudiantes le otorgaron al concepto de números enteros negativos.
- Establecer un estudio de las técnicas utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas propias para crear una praxeología didáctica.

La noción de organización praxeológica

En esta investigación se considera que el objeto primario de la didáctica, es la actividad matemática tal como se realiza en distintas instituciones de la sociedad y es desde la didáctica de las matemáticas que se estudia las condiciones de difusión y trasmisión del conocimiento matemático (Brousseau, 2004). No se considera el "conocimiento" desde el punto de vista psicológico, sino como el producto del quehacer humano caracterizado por las actividades de las que surge y las que permite realizar.

La TAD tiene como postulado que toda actividad humana realizada puede describirse como un modelo único mediante una herramienta fundamental llamada Praxeología, compuesta por praxis + logos. Así pues, la praxeología matemática también llamada Organización Matemática, hace referencia a la realidad matemática que puede construirse, es decir la forma como puede llevar a cabo el estudio de un tema, según Chevallard (1999):

> Los elementos que forman la estructura de una praxeología matemática se pueden representar a través de la siguiente simbología: [T/τ; θ/φ]. En esta se distinguen dos aspectos inseparables: el nivel de la práctica o "praxis" que consta de tareas y técnicas (T/τ) que se identifican generalmente con el saber-hacer. De forma vinculada e inseparable se encuentra el discurso razonado sobre la práctica o "logos" formados por las tecnologías y las teorías (θ/φ)(p.3).

Para tener mayor claridad a continuación se describen los elementos mencionados:

Tarea

Es todo lo que se propone para ser ejecutado dentro de una institución, que se materializa a través de actividades, ejercicios y preguntas para ser desarrolladas por los participantes. En la mayoría de los casos la tarea y el tipo de tarea asociado se definen por un verbo; cuando se nombra solamente el verbo, es lo que se denomina un género de tareas que se toma como un determinativo. Es así como, Chevallard (1999) define:

> tareas, tipos de tareas, géneros de tareas no son datos de la naturaleza, son “artefactos”, “obras”, construcciones institucionales, cuya reconstrucción en tal institución, y por ejemplo en tal clase, es un problema completo, que es el objeto mismo de la didáctica. Por otro lado, un género de tareas no existe más que bajo la forma de diferentes tipos de tareas, cuyo contenido está estrechamente especificado. Calcular... es, se ha dicho, un género de tareas; pero calcular el valor (exacto) de una expresión numérica conteniendo un radical es un tipo de tareas, lo mismo que calcular el valor de una expresión conteniendo la letra x cuando se da a x un valor determinado (p.3).

A partir de esta conceptualización, se inicia a hablar del diseño de ***Tareas propias*** propuestas para esta investigación, cuya denominación se debe a que los ejercicios no son tomados de la literatura, sino que son planteados desde una institución social y un contexto particular como el de la elaboración de globos de papel en el Municipio de Bolívar Cauca, actividad común para los estudiantes de la Institución Educativa Domingo Belisario Gómez, por ser esta la cuna donde se enseña a diseñar, construir y elevar esta clase de globos. Los resultados de esta actividad se evidencian al finalizar el año escolar y en los carnavales de Negros y Blancos que se realizan en el municipio en el mes de enero, los cuales son reconocidos a nivel mundial por los Guinness récord (López, 2021).

En ese orden de ideas, se diseñaron tres Tareas propias organizadas a partir de un género (G^x) y un tipo de tarea (T_a^x **)**, cada una con el propósito de identificar las diferentes maneras o ***técnicas*** como los estudiantes las desarrollan.

La Tarea propia (t) se estructuró de la siguiente manera t_T^G, **#, z** y su codificación se muestra en la tabla No.1. Codificación de la tarea propia

Tabla 1

Codificación de la Tarea propia

DESCRIPCIÓN	SÍMBOLO
Género de la tarea	$G^{\#}$
tipo de tarea	$T_{\#}$
N. de la tarea	$\#$
orden del ítem	z

Nota. Códigos utilizados para la estructuración de la Tarea propia. Fuente. Elaboración propia.

Las tareas propias establecidas se nombraron de la siguiente manera: Tarea 1 $(t_T^G, 1)$, presupuesto; Tarea 2 $(t_T^G, 2)$, recorrido y Tarea 3 $(t_T^G, 3)$, elevación.

En la creación de los géneros se tuvo en cuenta el trabajo de Camacho y Valencia (2018) y se organizaron de la siguiente manera:

G^1 Calcular: Se refiere a tareas propias que implican llevar a cabo algunos procedimientos basados en reglas que son tomadas como verdaderas para obtener un resultado y predecir algunos acontecimientos dentro de la matemática u otras disciplinas.

G^2 Hallar**:** hace referencia a las tareas propias que implican relacionar una cierta cantidad de datos conocidos para encontrar un dato desconocido.

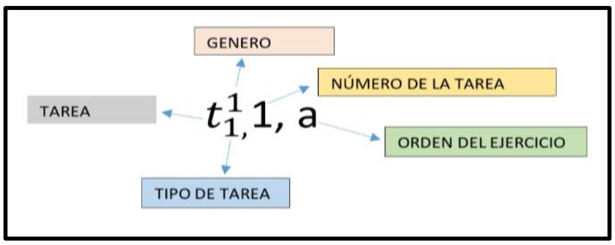
G^3 Crear**:** hace referencia a las tareas propias que implican plantear algunas situaciones con los datos proporcionados desde un gráfico, una tabla de datos o seleccionar algunos datos conocidos que permitan encontrar la solución.

G^4 Deducir**:** hace referencia a las tareas propias que, valiéndose de la lógica, deduce el dato desconocido a partir de datos conocidos.

A partir de lo anterior se organizaron los tipos de tarea ($T\,{}^{x}_{a}$) y tareas propias $(t^G_T, \#, z)$ diseñadas para ser desarrolladas por los estudiantes. La estructura de la primera tarea se muestra en la figura 2.

Figura 2

Estructura de la Tarea propia No.1



Nota. Indica la ubicación de cada elemento que tiene la tarea No.1. Fuente. Elaboración propia.

Tarea 1$(t^G_T, 1)$: Esta tarea propia consta de un género, tres tipos de tarea y cinco ítems.

Presupuesto.

G^1 : **Calcular**

Tipo de tarea $T\,{}^{1}_{1}$: Calcular a partir de la interpretación de los datos de la tarea y su relación con la pregunta.

$t\,{}^{1}_{1}, 1,$ a: Interpretar los datos de la tarea relacionándolos con la pregunta de tal manera que a través de un cálculo mental puedan responder sin necesidad de realizar una operación escrita

$t\,{}^{1}_{1}, 1,$ b: Calcular la adición entre dos o más números enteros positivos y negativos

Tipo de tarea $T\,{}^{1}_{2}$: Calcular el resultado de un polinomio con números enteros

$t\,{}^{1}_{2}, 1,$ c: Calcular el resultado de un polinomio de sumas y restas con números enteros

$t\,{}^{1}_{2}, 1,$ e: Calcular el resultado de un polinomio de sumas y restas con números enteros positivos

Tipo de tarea $T\,^{1}_{3}$: Calcular el resultado seleccionando varios datos

$t\,^{1}_{3}, 1$, d: Calcular a través de una selección de datos

En esta primera tarea se propone que el estudiante realice una lectura del problema planteado, analice los datos y los relacione con la pregunta, además, identifique las cantidades y los datos importantes para la resolución, asigne el valor relativo del número, ejecute la operación indicada para los números enteros y obtenga un resultado.

Tarea 2 $(t_{T}^{G}, 2)$: La cual consta de dos géneros, tres tipos de tarea y cuatro ítems.

Recorrido.

G^{2} **: Hallar**

Tipo de tarea $T\,^{2}_{4}$: Hallar una cantidad conociendo el número relativo que la relaciona con un punto de referencia también conocido.

$t\,^{2}_{4}, 2$, a: hallar una cantidad conociendo el número relativo (precedido del signo +) que la relaciona con un punto de referencia también conocido.

$t\,^{2}_{4}, 2$, b: hallar una cantidad conociendo el número relativo (que debe estar precedido del signo -) y que debe relacionarse con el punto de referencia conocido.

Tipo de tarea $T\,^{2}_{5}$: hallar la distancia entre dos puntos conociendo los números enteros que los relacionan con un punto de referencia.

$t\,^{2}_{5}, 2$, c: hallar la distancia total recorrida entre los ascensos y descensos conociendo los números enteros que los relacionan con un punto de referencia.

G^{3} **: Crear**

Tipo de tarea $T\,^{3}_{6}$: Crear un recorrido utilizando los datos que se le presentan en un gráfico.

$t\,^{3}_{6}, 2$, d: Crear un recorrido diferente utilizando las alturas de ciertos lugares que se muestran en un gráfico.

En esta segunda tarea propia se busca que reconozcan el valor relativo del número, traduzca una situación aditiva a una expresión aritmética, gráfica, verbal y/o viceversa, ejecute la operación y obtenga un resultado. Así mismo, se pretende que los estudiantes se ubiquen a partir de un punto de referencia para designar los números relativos correspondientes al problema planteado, escriban y ejecuten una expresión aritmética que representa el recorrido realizado y cree nuevas situaciones aditivas con los datos aportados desde un gráfico.

Tarea 3 ($t\,^{G}_{T}, 3$): La cual consta de dos géneros, dos tipos de tarea y cinco ítems.

Elevación.

G^{1} **: Calcular**

Tipo de tarea $T\,^{1}_{1}$: Calcular la adición entre números enteros

$t\,^{1}_{1}, 3$, a: Calcular la adición entre más de dos números enteros positivos

$t\,^{1}_{1}, 3$, b: Calcular la adición entre más de dos números enteros negativos

$t\,^{1}_{1}, 3$, c: Calcular la adición entre más de dos números enteros positivos y negativos

$t\,^{1}_{1}, 3$, d: Calcular la adición entre dos números enteros de diferente signo

G^{4} **: Deducir**

Tipo de tarea $T\,^{4}_{7}$: Deducir a partir de los datos de una tabla

$t\,^{4}_{7}, 3$, e: Deducir la respuesta a partir de la observación de los datos de una tabla.

La tercera tarea propia comprende los propósitos previamente establecidos en las Tareas No. 1 y No.2, además, busca que el estudiante reconozca el sentido de los números enteros a partir de los desplazamientos.

Técnica.

Una praxeología relativa al tipo de tareas T contiene en principio, una *técnica* τ, dicha **técnica** entendida como la *manera de realizar* la tarea t. Cuando se tiene una técnica τ relativa a T, se ha conformado el bloque *práctico-técnico* (T/τ) de la praxeología, llamado comúnmente *un saber hacer*.

Según D'Amore y Godino (2007) la teoría Antropológica no indica que las técnicas se consideran como herramientas para el análisis de la cognición del sujeto, sino que la cognición se interpreta sólo en un sentido institucional. Por tanto, son herramientas de tipo epistémico, no cognitivo.

Desde el tipo de tareas T dado en una Institución, existe una o por lo menos un pequeño número de técnicas que se reconocen institucionalmente, excluyendo las posibles técnicas alternativas que se pueden presentar en otra institución. Chevallard (1999) lo muestra en el siguiente ejemplo:

> Se puede determinar el signo de un binomio ax + b escribiendo esta expresión como a [x – (– $\frac{b}{}a$)], lo que permite concluir mediante un pequeño razonamiento: $2 - 3x = -3\ (x - \frac{2}{}3)$ es negativo si $x > \frac{2}{}3$, positivo para $x < \frac{2}{}3 -; 5x + 3 = 5\ [\ x - (-0{,}6)]$ es positivo para $x > -0{,}6$, negativo para $x < -0{,}6$; etc. Pero esta manera de hacer, prácticamente desconocida en la enseñanza secundaria francesa actual, recibiría sin duda una oleada de críticas (p.4)

Esta "manera de hacer" como lo define Chevallard, fue lo que se analizó en las tareas que desarrollaron los estudiantes, observando desde las matemáticas escolares como resuelven las adiciones con los números enteros si es: en forma vertical u horizontal, tienen en cuenta el valor posicional de las cantidades, a los números negativos les anteponen el signo, cambian de operación y la adición la realizan como una sustracción, entre otras. A demás se buscó mirar que tanta influencia tiene el contexto en el momento de desarrollar esas tareas y la interpretación que le dan a las mismas.

Tecnología.

Se entiende por tecnología, "un discurso racional -el logos- sobre la técnica, cuyo primer objetivo es justificar "racionalmente" la técnica ô, para asegurarse de que permite realizar las tareas del tipo T, es decir, realizar lo que se pretende" (Chevallard, 1999). Además de esto, aporta elementos que modifican la técnica ampliando su alcance, logrando superar sus limitaciones y posibilitando la producción de nuevas técnicas (Gascón, 1998).

Para la argumentación tecnológica se tuvo en cuenta como base el trabajo de Ordoñez y Chavarro (2012) donde hacen una descripción concreta de conceptos, definiciones, teoremas y características claves que se encuentran en los textos escolares y los denominan enunciados matemáticos y que aquí se simbolizan Em, los cuales permiten el uso de determinada técnica al momento de desarrollar una tarea relacionada con la adición de números enteros.

Em1. La ubicación de un objeto con respecto a un punto de referencia determina la posición relativa del mismo. Para determinar posiciones relativas se establecen sentidos contrarios: Arriba/abajo, Atrás/adelante, Antes/después, Sobre/bajo

Em2. El valor absoluto de un número entero a se define como la distancia entre a y 0. Se simboliza $/a/$ y es siempre una cantidad positiva.

Em3. Dado dos números enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

Em4. Dos números enteros son opuestos si su suma es 0. El opuesto de un número entero es otro número entero con el mismo valor absoluto y distinto signo.

Em5. Para sumar dos números enteros del mismo signo, se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo.

Em6. Para sumar dos números enteros de distinto signo, se restan sus valores absolutos (al mayor se le resta en menor) y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

Em7. Para sumar varios números enteros se puede:

Sumar de dos en dos de izquierda a derecha.
Sumar los números positivos, por un lado, los negativos por otro, y sumar los resultados.

Em8. Para restar dos números enteros, se suma al primero el opuesto del segundo.

Em9. Para calcular el cociente de dos números enteros:

Se halla el cociente de sus valores absolutos, al resultado se le añade el signo (+) si ambos tienen el mismo signo, y el signo (-) si tienen distinto signo.

Em10. Un número entero está formado por:

Un signo (+ o -) que indica si es positivo o negativo.
Un número natural que sigue al signo y que representa su valor absoluto.

Teoría.

La teoría es la justificación y explicación que se le da a la tecnología respecto a la técnica, así pues, el discurso tecnológico contiene afirmaciones más o menos explícitas, de las que se puede pedir razón.

Contextos Cotidianos

Para iniciar el contexto para el aprendizaje de las matemáticas se entiende como el lugar tanto físico y especialmente sociocultural desde donde su puede construir, dar sentido y significado a las actividades y contenidos matemáticos (MEN, 2006). Según los lineamientos curriculares de matemáticas:

> El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y le dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas (MEN, 1998. p.19).

El diseño de las tareas propias se trabajó desde un contexto extraescolar[2] como es el Municipio de Bolívar Cauca, donde al inicio de cada año se lleva a cabo un evento de tradición cultural que consiste en la elaboración y elevación de globos de papel, del cual la Institución Educativa Técnico Domingo Belisario Gómez, es formadora desde hace ya varios años. Estos globos se realizan a partir de unas ideas o representaciones de los acontecimientos más importantes que han sucedido durante el año, un mensaje que se quiere trasmitir o resaltando la labor de algunos personajes.

Después de escoger el motivo se comienza a organizar un presupuesto con los materiales que se necesitan para la elaboración y es desde ahí donde el objeto matemático de interés cobra sentido en esa institución, dando inicio a situaciones aditivas donde se puede mirar como los estudiantes conciben y aplican los números enteros en fenómenos financieros, de recorrido, gráficos y algorítmicos.

Lo anterior permitirá mirar el papel preponderante de la contextualización en la enseñanza de las matemáticas para evitar la barrera en la comprensión de conceptos, como el de número entero y hacer que sea más significativa. Si se observa desde un aula de clase, en la mayoría de los casos el contexto no se tiene en cuenta como referencia impidiendo con esto que puedan relacionarse las matemáticas con fenómenos y situaciones propias de las prácticas sociales de los estudiantes (Caicedo et al., 2018).

[2] Contexto extraescolar o contexto sociocultural, conformado por todo lo que pasa fuera de la institución en el ambiente de la comunidad local, de la región, el país y el mundo. (MEN, 2006)

En cuanto al contexto escolar, la filosofía de la Institución educativa, está orientada a brindar una formación integral al estudiante, fundamentada en un modelo pedagógico humanista con tendencia desarrollista, cultural y autogestionaria del proceso educativo, que tiene como eje la formación de estudiantes en las especialidades: contabilidad, sistemas e industrial (ebanistería y metalistería). La Institución Educativa tiene como visión al año 2026 posicionarse como una de las más importantes a nivel regional, con su formación de bachilleres académicos y técnicos, proyectados a continuar estudios superiores y/o universitarios con una mentalidad emprendedora y empresarial. A si mismo su misión es la de formar bachilleres competentes y comprometidos con el mejoramiento personal, familiar y comunitario.

Respecto al plan de estudio está organizado teniendo en cuenta metas, objetivos, ejes temáticos, estándares básicos de competencias, derechos básicos de aprendizaje, contenidos temáticos y evidencias de aprendizaje. En cuanto a este plan se puede decir que está estructurado con todos los requisitos que se exige, pero se queda corto en la práctica porque muchos docentes solo lo tienen como un documento más en sus archivos.

Por otra parte, en relación al proceso general de resolución de problemas y su aplicación en contextos cotidianos los estándares MEN (2006) exponen que:

> Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo en matemáticas, porque las situaciones problema proporcionen el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos, estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de conexión e interdisciplinariedad (p.52).

Números enteros

Para iniciar se debe tener en cuenta la historia de las matemáticas, porque ayuda a dimensionar cuándo un concepto es difícil de comprender para el estudiante y puede contribuir también en el desarrollo de estrategias de enseñanza. Se puede decir que "la matemática surge por la necesidad de contar y representar situaciones que utilizaban lo concreto, lo intuitivo y lo real para justificar el pensamiento que involucraba la representación y uso del número como cantidad o medida de magnitud " (Cid, 2015, p.198).

Ella da cuenta que en la antigüedad no se utilizaba la notación indo- arábiga, si no que se representaba las cantidades con los dedos, las marcas en los árboles, montones de piedras, palos, nudos en las sogas, etc. Esto dependía de la cultura donde estuviera ubicado. A medida que avanzaba la civilización aparecieron las notaciones de cantidad como la romana, babilónica, griega entre otras.

> Un ejemplo práctico reside en que el hombre al realizar tantas marcas, juntar tantas piedras, hacer tantos nudos deduce racionalmente, según la contabilidad de cada objeto, que dichas contabilidades conllevan a "representaciones", que no depende de qué estuviese contando, sino más bien del número de marcas, de piedras, de nudos, etc. Entonces se estableció un símbolo para cada contabilidad respectiva. La contabilidad de una oveja se simbolizaría con I, 1, etc., según cada cultura establezca como universal (Torres, 2007, p.2).

Aparece entonces el conjunto de los números naturales con los cuales se podían realizar operaciones cómo suma y multiplicación, pero no siempre era posible con las restas y divisiones, por lo tanto, fue necesario su extensión generando así el conjunto de los números enteros negativos.

Estos números tuvieron dificultad para ser aceptados inicialmente por los matemáticos de la época y su formalización fue un proceso muy lento. Se les denominaba "números deudos" o “números absurdos” y sus primeras manifestaciones de uso se dieron en el siglo V en oriente donde se utilizaban los ábacos, tablillas y bolas de distintos colores.

Los primeros que dieron uso al número entero negativo fueron los chinos, quienes lo asociaban con situaciones de la vida cotidiana como compras, ventas, ganancias y pérdidas, lo cual, permitió establecer la aparición de la negatividad aproximadamente desde el año 400 a.c. Para distinguir los números positivos de los negativos, ellos utilizaban varillas de color rojo y negro respectivamente, además la forma de indicar los números negativos era colocar una varilla en forma diagonal, por ejemplo, el número -806 se representaba como lo muestra la figura 3.

Figura 3

Número entero negativo chino

Nota. Tomada de (Giraldo, 2014).

En occidente aparecen a finales del siglo xv como una génesis algebraica, relacionada a la solución de ecuaciones, donde las soluciones negativas eran consideradas como ficticias para muchos matemáticos, inclusive en algunas ocasiones no las consideraban raíces, sólo se tenían en cuenta las soluciones con números positivos, así mismo no se admitían a los negativos como coeficientes de las ecuaciones.

Desde las matemáticas se puede decir que los números enteros surgen a raíz de las restricciones que se presentan en la operatividad de los números naturales. Esta limitación se presenta de la siguiente forma de acuerdo con el teorema mostrado por Recalde et al. (1998) según el cual para dos números naturales m y n, con $m < n$, existe un número natural s, tal que $m + s = n$, que permite incorporar la resta como operación entre naturales. El número s se denomina la diferencia entre n y m, y se representa como n – m. Tenemos entonces que s = n – m si y sólo si n = m + s. Al número n se le llama el minuendo y a m el sustraendo.

Observemos que n – 0 = n. En el conjunto de los números naturales el minuendo n siempre debe ser mayor que el sustraendo, de lo contrario no es posible realizar la operación.

Lo expuesto en el teorema anterior deja ver las limitaciones de $\mathbb{N}$ cuando aparecen expresiones como x+a=b, que puede escribirse x=b−a, donde no se cumpla la condición de que a≤b, lo cual implica que x carezca de sentido dentro de este conjunto numérico. Este tipo de limitaciones de los naturales requieren de la creación de otro conjunto numérico en donde las soluciones no generen discusiones, es así como surgen los números enteros. (González et al., 1990).

Cabe considerar, por otra parte, que no solo existían limitaciones en la operatividad con los $\mathbb{N}$, porque se presentan situaciones de la vida cotidiana en las que surge la necesidad de cantidades negativas como las temperaturas bajo cero en sitios con climas demasiado fríos, un submarino cuando está en sus desplazamientos, algunas pérdidas o ganancias, los sótanos de un edificio. No obstante, al utilizar los números enteros a partir de este tipo de situaciones tiene algunas restricciones, cuando dicen que los modelos concretos pueden contribuir a que los alumnos adquieran creencias erróneas sobre los números negativos y sus operaciones, porque enfatizan las estructuras de espacio vectorial y espacio afín, en lugar de la estructura de anillo totalmente ordenado así lo plantea (Cid & Bolea, 2010).

Desde los inicios históricos de la Matemática podemos encontrar reflexiones acerca de las dificultades que pueden generar la enseñanza y aprendizaje de los números enteros esencialmente en lo que atañe a los números negativos para su comprensión y total aceptación, por lo que no debería resultar tan extraño que los alumnos presenten dificultades a la hora de construir conocimientos en torno a ellos (Abrate et al., 2006, p.106).

Según (Recalde et al., 1998) algunos elementos como los que se describen a continuación derrotaron la resistencia a considerar los números negativos, en primer lugar se podían extender las operaciones de suma y producto sin ningún sacrificio teórico, la existencia de fenómenos físicos, como el movimiento, que llevan al planteamiento de ecuaciones como $3 + x = 2$ ó $5x + 6 = 0$ y cuyas soluciones requieren de la existencia de los números negativos, la matematización de ciertos fenómenos como la altitud y la medida de la temperatura, el desarrollo de sistemas contables por parte de los comerciantes, que exigían un método de consignar las deudas, incluyendo la acumulación progresiva de las mismas.

Adición De Números Enteros

Al mismo tiempo que se incorporan los números enteros se tiene en cuenta el interés por manifestar diferentes situaciones o contextos no solo de recuento sino también de operatoria, según Castro et al., (1995) “con los números no sólo se simbolizan cantidades, también las acciones, relaciones y transformaciones cuantitativas, que deben realizarse sobre los objetos tienen un reflejo en las operaciones numéricas” (p. 17). Es así como la adición es una de las operaciones de los números enteros, entendida como lo expresa Castrillón,(2013) “… las operaciones de suma y resta pueden ser entendidas como una sola operación de agrupación de cantidades, en ocasiones positivas, en otras negativas y a veces una combinación de ambas, positivas y negativas” (p.40).

En el marco de la educación matemática, ha sido complicado que los estudiantes posean habilidad para resolver situaciones aditivas con números enteros. Es posible que esta dificultad inicie en los primeros años escolares donde se trabaja con los números naturales y en este conjunto, los términos agregar y aumentar están relacionadas con la adición; quitar y disminuir con la sustracción, además no se habla de signo menos (-). En cambio, en el conjunto de los números enteros, se puede observar que estas palabras, aumentar o disminuir, no siempre se relacionan en forma natural con la adición y sustracción respectivamente. En algunas ocasiones, el cálculo de una adición con números de diferentes signos puede dar como resultado un número negativo.

Es desde allí, cuando se comienza a enseñar matemáticas, en la escuela, al no resaltar la importancia del cero y la negatividad, como elementos fundamentales en la construcción del concepto de números enteros, siendo que este es uno de los conceptos más difícil de adquirir por los estudiantes debido al conocimiento arraigado que ellos tienen de los números naturales, de ahí que sea difícil, entender las operaciones en las que se tiende a ignorar el "-" del número identificándose con el signo de la operación (Navia & Orozco, 2012).

Algunas de estas dificultades se evidencian cuando se trata resolver situaciones aditivas con números enteros negativos tanto en el aula de clase como en su vida cotidiana, al observar cómo lo expresa Gallardo (1994, citado en Puig & Gutierrez, 1996) que existen problemas en los niveles de conceptualización del número negativo en el cálculo formal, entre ellos; la presencia del dominio multiplicativo en las situaciones aditivas, ignorancia de la triple naturaleza de la sustracción (completar, quitar y diferencia entre dos números) y de la triple naturaleza del signo menos (binaria, unaria y el simétrico de un número), operatividad incorrecta en las esferas aritmética y algebraica, inconsistencia en el uso del lenguaje algebraico, preferencia por los métodos aritméticos de resolución de problemas y la ignorancia de las soluciones negativas de los problemas.

Capítulo III

Metodología

Desarrollo metodológico de la investigación

La investigación se desarrolló dentro del enfoque cualitativo-interpretativo. Este enfoque resulta conveniente para comprender fenómenos desde la perspectiva de quienes lo viven y cuando buscamos patrones y diferencias en estas experiencias y su significado como lo expresa (Hernández & Mendoza, 2018). Desde este enfoque se buscó comprender el fenómeno que viven los estudiantes al desarrollar una tarea propia y que significado le dan a la misma.

A partir de esa perspectiva y para dar respuesta a la pregunta de investigación teniendo en cuenta los objetivos específicos que consistían en el diseño de tareas propias que involucraran situaciones aditivas con números enteros, la identificación de las técnicas desarrolladas por los estudiantes en la solución de estas tareas y la caracterización de las técnicas emergentes, se organizó un plan con tres fases, cada una con sus respectivas actividades que permitirán conseguir la información suficiente y necesaria para alcanzar la meta fijada así:

Fase 1: Diseño de tareas propias en el marco de TAD que permitan evidenciar el uso de la adición de números enteros en una situación problemática del contexto.

Actividades:

- ✓ Revisión del material bibliográfico que aporte elementos necesarios para la elaboración de tareas en el marco de la TAD.
- ✓ Documentación y apropiación de la teoría TAD.
- ✓ Indagación de diferentes contextos cotidianos que permitieran trabajar situaciones aditivas con números enteros.
- ✓ Creación de varias tareas propias desde diferentes contextos.

- ✓ Selección de algunas tareas propias en un contexto determinado.
- ✓ Validación de las tareas propias seleccionadas por un grupo de estudiantes de otra Institución Educativa.
- ✓ Establecimiento de las tareas propias que se van a trabajar con el grupo de estudiantes.

Fase 2: Identificación de las técnicas que emergen en la solución de las tareas propias propuestas.

Actividades:

- ✓ Selección del grupo de estudiantes de básica y media que van a participar voluntariamente en la investigación.
- ✓ Diligenciamiento del consentimiento informado dirigido a los padres de familia (anexo D).
- ✓ Organización de los recursos y materiales necesarios para la aplicación de las tareas propias.
- ✓ Aplicación y desarrollo de las tareas propias, con el grupo de estudiantes de los grados séptimos hasta undécimos de la Institución.
- ✓ Recolección y organización de datos obtenidos en la resolución de las tareas propias propuestas.
- ✓ Creación de la matriz de análisis de las técnicas.
- ✓ Clasificación de las técnicas desarrolladas por los estudiantes al momento de resolver tareas propias de los números enteros a partir de la matriz de análisis.
- ✓ Realización de una charla informal con algunos estudiantes, para obtener la argumentación de los procesos que desarrollaron en la resolución de las tareas.

Fase 3: Categorización de las técnicas emergentes en la resolución de tareas propias donde se usa la adición de números enteros.

Actividades:

- ✓ Identificación de las diferentes técnicas empleadas por los estudiantes en la resolución de las tareas propias desde un contexto cultural.

- ✓ Categorización de las técnicas emergentes.
- ✓ Elaboración del informe final.

Este plan se llevó a cabo desde la TAD como componente metodológico, porque precisamente se enuncia en el caso de las **técnicas** (τ), las cuales emergen en el momento que el ser humano en general tiene un tipo de problema que resolver. En este caso está dado en el conjunto de los números enteros y su operacionalización, específicamente en la adición de ellos, siendo desde ahí donde se saca el tipo de problemas, ubicándose de esta manera en el bloque de la praxis que hace parte de la praxeología que se desarrolló en la institución.

El tipo de tarea propia se distinguió así: Números enteros y situaciones aditivas con ellos, pero dentro del contexto de Bolívar Cauca y particularmente en lo que tiene que ver con la elaboración de globos de papel, siendo esta una tradición cultural reconocida a nivel mundial, por la cual el municipio de Bolívar Cauca fue denominado por los Guinness récord como "la capital mundial del globo" (López, 2021).

Conviene subrayar que el propósito de la investigación fue analizar las técnicas empleadas por los estudiantes al resolver situaciones aditivas con los números enteros, y al capturar esas técnicas se cumplido con la meta, sin embargo, se tuvo en cuenta una praxeología general para entender los argumentos que exponían los estudiantes al desarrollar dichas técnicas.

Población

La Institución Educativa Técnico Domingo Belisario Gómez es de carácter pública y mixta de calendario B, aprobada legalmente por la Secretaría de Educación, Cultura y Deporte del Cauca, mediante la resolución número 00629 del 10 febrero de 2015 para impartir enseñanza en los niveles de educación preescolar, básica primaria, básica secundaria y educación media en la jornada de la mañana y educación por ciclos en la jornada nocturna. Se encuentra ubicada en la cabecera del municipio de Bolívar Cauca, en el barrio San Francisco.

De acuerdo al proyecto Educativo Institucional (P.E.I), la filosofía de esta Institución se fundamenta en los pilares: autonomía, respeto, amor, capacidad crítica y responsabilidad ciudadana. Las especialidades que ofrece la Institución son ebanistería, metalistería, comercio y sistemas en convenio con el Sena. Para la jornada nocturna otorga el título de bachiller académico. Cuenta con una sede educativa llamada escuela Felipe Castro, ubicada en el barrio Sur.

La población escolar está conformada por niños, niñas, adolescentes y adultos enmarcados en los estratos 1 y 2, de hogares humildes y muchos de ellos disfuncionales. Los estudiantes de la sede principal en un 60 % son provenientes del sector rural y deben desplazarse diariamente para llegar a la Institución. En este sentido, la muestra con la que se trabajó fue seleccionada por conveniencia, teniendo en cuenta que son estudiantes a los cuales se tiene acceso porque pertenecen a la Institución educativa donde labora el investigador y cumplen en su mayoría con algunas condiciones como la residencia en sector urbano, debido a que es más factible su disposición para posteriores entrevistas cuando se tiene tiempo extra escolar, la voluntad para realizar las tareas propias y el gusto por realizar una actividad que no va ser valorada académicamente.

El grupo se conformó por 23 estudiantes de básica y media, distribuidos de la siguiente manera: 4 de grado séptimo, 7 de grado octavo, 6 de grado noveno, 2 de grado décimo y 4 de grado undécimo, cuyas edades oscilan entre los 11 y 16 años, a los cuales se les explicó el objetivo de la investigación dejando claro que su participación era totalmente voluntaria y sin ningún reconocimiento académico. Se seleccionó hasta el grado undécimo para analizar si los estudiantes en su proceso de formación académica respecto a los números enteros y sus operaciones cambian a medida que avanzan o llegan al final de su bachillerato con las mismas técnicas que desarrollaron al resolver tareas, cuando estaban en grados inferiores.

A cada uno de los estudiantes se le entregó un documento con el consentimiento informado, donde se le explica al padre de familia la actividad que se iba a realizar, para que tuvieran claridad de la misma y llenaran los datos requeridos validándolo con sus firmas.

Instrumentos De Recolección De Información

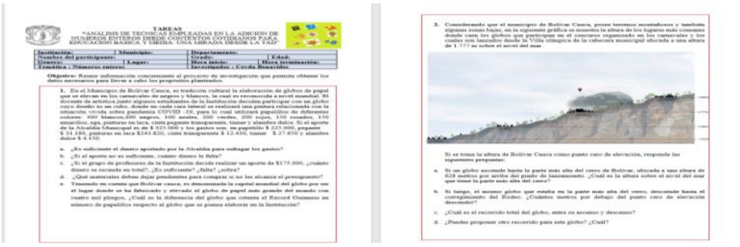
En cuanto a las técnicas de recolección de datos se utilizó la **observación participante** que Cerda (1993) la describe como una de las principales técnicas de los antropólogos, porque permite estar presente en cada momento que vive el estudiante al resolver dicha tarea y cuáles son las **técnicas** (τ) que utiliza para desarrollarlas, determinando las herramientas conceptuales y algorítmicas que tuvieron presente al solucionarlas, pero sin hacer intervención ni manipulación en dicho proceso.

Dicha observación se realizó desde el momento que se les entregó el *cuestionario* que tenía plasmadas las **tareas** (T) propias creadas por el investigador, con preguntas abiertas que exigían la realización de un proceso que les diera la validez necesaria, hasta lograr extraer de los cuestionarios resueltos las diferentes técnicas empleadas por los estudiantes para su posterior análisis. Para llevar a cabo esta técnica se tuvo en cuenta como instrumentos: el *cuestionario con tres tareas propias*, *un diario de campo*, *celular o cámara fotográfica* y *una guía de observación* que ayudará a orientar su desarrollo.

El cuestionario tenía plasmadas tres tareas propias, organizadas a partir de un género y un tipo de tarea. La primera denominada presupuesto, la segunda recorrido y la tercera elevación, nombres asignados desde el contexto cotidiano de la elaboración de globos de papel. A los estudiantes se les entregó de manera física (fotocopia) el *cuestionario* y una hoja de procesos para la resolución de las mismas como se muestra en las figuras 4 y 5 (anexo A, anexo B y anexo C).

Figura 4

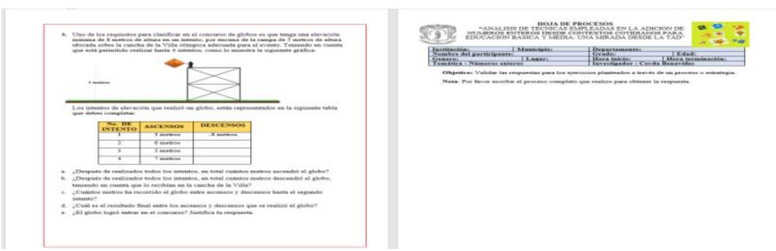
Cuestionario con las tareas propias



Nota. La imagen muestra las tareas propias No.1 y No.2 con sus respectivos ítems. Fuente. Elaboración propia.

Figura 5

Cuestionario con la tarea propia No.3 y hoja de procesos

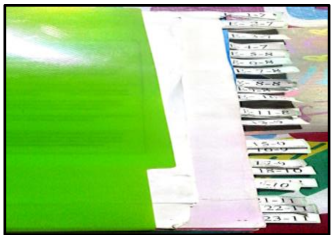


Nota. Cuestionario con la tarea No. 3 y la hoja de procesos. Fuente. Elaboración propia.

Después de aplicar las tres tareas propias y su posterior recolección en el cuestionario resuelto, se procedió a la segunda *observación* donde se organizaron de manera física en una carpeta, separadas con el código asignado a cada participante. Este código se estructuró de la siguiente manera: E que corresponde a estudiante, el No. De orden en la lista y el número que representa el grado. Ver figura 6.

Figura 6

Cuestionario con la tarea propia No.3 y hoja de procesos



SIMBOLO	DESCRIPCIÓN
E	Estudiante
#	Orden en la lista
#	Grado

Nota. Carpeta organizada por códigos de los estudiantes con los cuestionarios resueltos.

Posteriormente se dio inicio a la tercera *observación* del trabajo desarrollado por los estudiantes y se comienza a sistematizar en el formato de Excel la información, identificando ***los procesos*** que utilizaron para resolver las tareas propias propuestas. Esto se hizo para lograr organizar una matriz de análisis, comenzando con una codificación abierta como lo expresa Hernández y Mendoza (2018), quienes dicen que se debe codificar las unidades por comparación constante entre ellas para generar o descubrir categorías y designar un código o nombre. A continuación, se muestra en las siguientes figuras 7, 8 y 9 (anexo E, anexo F, anexo G, anexo H, anexo I, anexo J), el trabajo realizado con cada tarea describiendo los procesos en cada columna y su frecuencia en las filas. En total en este primer trabajo se obtuvieron 48 procesos en las tres tareas resueltas.

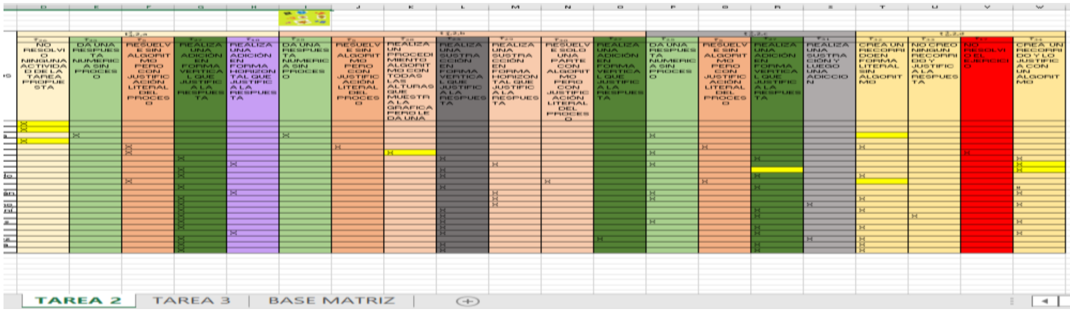
Figura 7

Matriz de análisis inicial

Nota. Primera matriz con 25 procesos para la Tarea No .1. Fuente. Elaboración propia.

Figura 8

Matriz de análisis inicial



Nota. Primera matriz de la Tarea No. 2 con 9 procesos diferentes respecto a la Tarea 1. Fuente. Elaboración propia. Matriz de análisis inicial

Figura 9

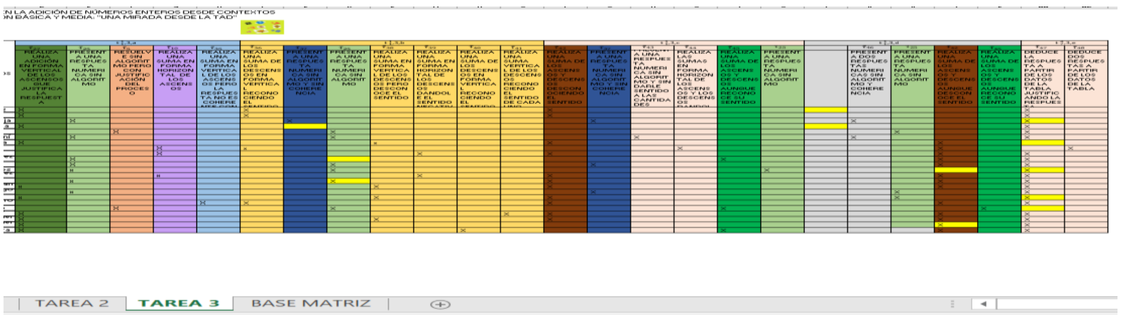
Matriz de análisis inicial

Nota. Primera matriz de la Tarea No. 3 con 14 procesos diferentes respecto a la Tarea 2. Fuente. Elaboración propia.

En el trascurso de la observación e identificación de las técnicas se realizaron diálogos informales con algunos estudiantes para aclarar información que no se obtuvo en la hoja de procesos, teniendo en cuenta algunas preguntas de hecho y orientación que permitieran evidenciar cómo el estudiante resolvió las tareas y cuáles son sus argumentos frente al proceso desarrollado, pero esas preguntas como base porque podían variar dependiendo de las respuestas de los estudiantes, además se hizo un registro de video como apoyo adicional para el investigador. Continuando con esta estrategia se buscó similitudes y diferencias, llegando a la segunda matriz de análisis donde se agruparon varias quedando al final 23 procesos en estudio. Eso lo muestra la figura 10 (anexo K, anexo L, anexo LL, anexo M, anexo N).

Figura 10

Segunda matriz de análisis



Nota. Compendio de los procesos que quedaron del conjunto de las tres tareas. Fuente. Elaboración propia.

Por último y después de un proceso de revisión continuo se *identificaron* las *técnicas* que a criterio del investigador los estudiantes emplearon para desarrollar las diferentes tareas, quedando establecidas siete. Es de aclarar que existen algunas casillas de color amarillo indicando que son los estudiantes a los cuales se les debía solicitar algunas aclaraciones o que sus maneras de resolver requerían de una descripción individual, como lo muestra la figura 11 (anexo Ñ, anexo O, anexo P, anexo Q). Tercera matriz de análisis

Figura 11

Tercera matriz de análisis

Nota. Compendio de las siete técnicas que se identificaron en las tres tareas. Fuente. Elaboración propia.

Capítulo IV

Análisis de los datos y conclusiones

Análisis de los datos

Terminada la aplicación de las tareas y la posterior recolección de los *cuestionarios resueltos,* se dio inicio al proceso de *identificación* y *análisis* de las ***técnicas*** que emplearon los estudiantes para resolver las situaciones problema desde el contexto de la elaboración de globos de papel, organizándose de tal manera que se hizo la descripción de cada una de ellas con su posterior análisis.

Dentro de la técnica que emplea el estudiante, en algunos casos, el mismo se encargó de ofrecer una argumentación, esta es vista desde el enfoque teórico de la TAD como la tecnología (θ), por lo tanto, se ha considerado importante y necesario en el análisis, aunque no está dentro de los objetivos propuestos en la investigación.

De este modo se da inicio al análisis, teniendo en cuenta la notación de las Tareas propias con las cuales se organizaron a partir del *tipo de tarea* T y el *género* G como lo muestra la tabla No. 1.

Tabla 1

Codificación de la Tarea propia

DESCRIPCIÓN	SÍMBOLO
Género de la tarea	$G^{\#}$
tipo de tarea	$T_{\#}$
tarea propia	$t\,{}^{G}_{T},\#,x$
N. de la tarea	$\#$
orden del ítem	z

Nota. Son los códigos utilizados para la creación de estructura de la Tarea propia. Fuente. Elaboración propia.

Análisis de la Tarea No. 1

Tarea ($t\,{}^{1}_{1}, 1$): Esta tarea propia consta de un género, tres tipos de tarea y cinco ítems.

Presupuesto

En el Municipio de Bolívar Cauca, es tradición cultural la elaboración de globos de papel que se elevan en los carnavales de negros y blancos, la cual es reconocida a nivel mundial. El docente de artística junto algunos estudiantes de la Institución deciden participar con un globo cuyo diseño es un cubo, donde en cada cara lateral se realizará una pintura relacionada con la situación vivida sobre pandemia COVID -19, para lo cual utilizará papelillos de diferentes colores: 300 blancos,400 negros, 100 azules, 200 verdes, 200 rojos, 150 rosados, 150 amarillos, ega, pinturas en laca, cinta pegante transparente, thinner y alambre dulce. Si el aporte de la Alcaldía Municipal es de $ 325.000 y los gastos son: en papelillo $ 225.000, pegante $ 31.180, pinturas en laca $243.820, cinta transparente $ 12.430, thinner $ 27.650 y alambre dulce $ 4.150.

a. ¿Es suficiente el dinero aportado por la Alcaldía para sufragar los gastos?

$t\,{}^{1}_{1}$,1, a: Interpretar los datos de la tarea relacionándolos con la pregunta de tal manera que a través de un cálculo mental puedan responder sin necesidad de realizar una operación escrita.

Punto de vista desde las matemáticas escolares*:*

Al leer los datos presentados en la tarea respecto a los gastos, El estudiante podría relacionar que existen dos de ellos (papelillo $ 225.000, pinturas en laca $243.820) que superarían el valor de los ingresos, por lo tanto, sin necesidad de recurrir a una adicción de todos los gastos, lograría deducir que el dinero aportado por la Alcaldía no es suficiente.

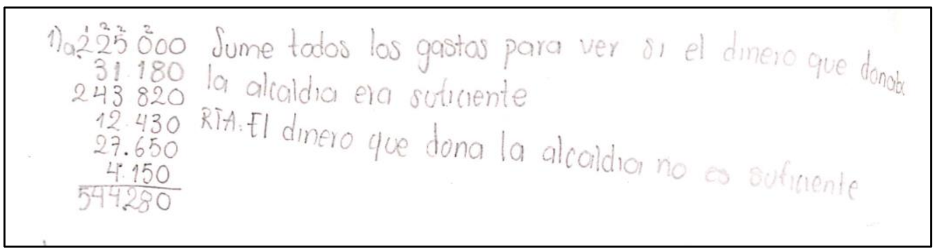
Para responder a la pregunta del ítem(a), los estudiantes desarrollaron las siguientes técnicas:

Técnica 1: Sumar en forma vertical u horizontal teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras

Doce estudiantes realizaron la adición disponiendo los valores que representan los gastos. Esta técnica evidenció que los estudiantes resuelven la situación calculando el costo total de los gastos, organizando y sumando los datos de manera vertical u horizontal respetando el valor posicional de las cifras, para luego comparar el dato obtenido con el valor aportado para sufragar los gastos y determinar por simple inspección la respuesta, un ejemplo de ello se da en las figuras 12 y 13.

Figura 12

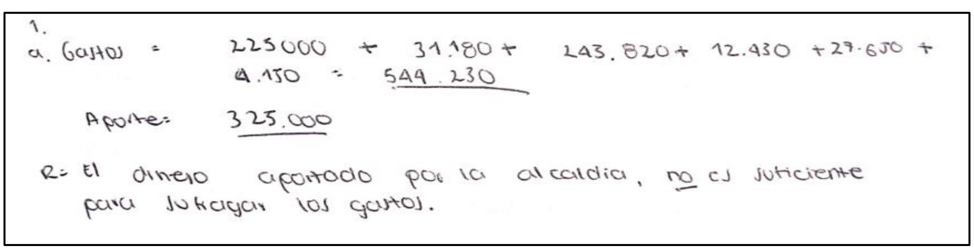
Técnica No.1 suma en forma vertical



Nota. En esta técnica el estudiante realiza una suma teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras. Fuente. (E-4-7, 2021).

Figura 13

Técnica No.1 suma en forma horizontal



Nota. En esta técnica el estudiante realiza una suma teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras. Fuente. (E-13-9, 2021).

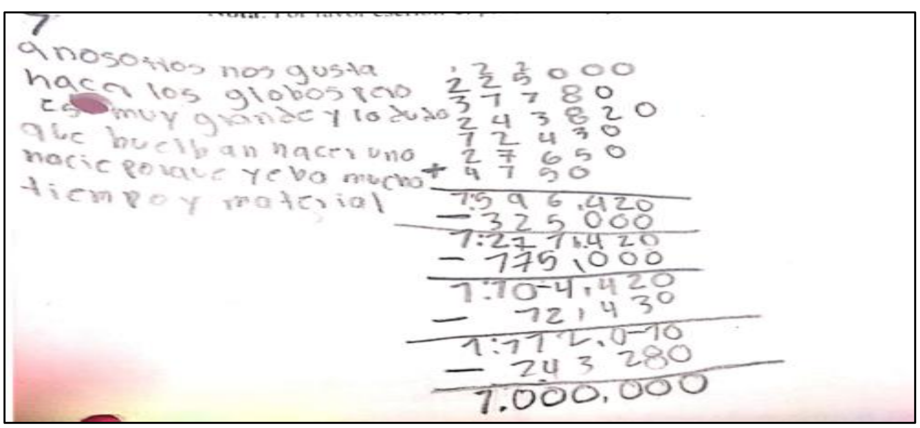
Al analizar esta técnica se observó cómo los estudiantes realizaron el mismo proceso algorítmico[3], con la suma en forma vertical u horizontal, obteniendo un total de $544.230, luego escribieron el valor de los ingresos; en este caso $325.000 y los compararon para terminar concluyendo sin necesidad de otra operación escrita que el aporte no es suficiente. En este ítem, la técnica de sumar todos los egresos se habría podido evitar si los estudiantes hubieran logrado hacer un cálculo mental solamente con los valores del papelillo y las pinturas en laca, cuyo total superaba el aporte, pero ellos decidieron sumar todos los datos.

Técnica 2: Sumar en forma vertical sin tener en cuenta el valor posicional de las cifras

En esta técnica se apreció que la estudiante E-3-7 realizó una suma en forma vertical organizando todas las cifras de izquierda a derecha con los datos que representan los gastos, es por eso que en la columna de las unidades aparecen cuatro espacios vacíos y uno en las decenas. A continuación, se muestra el proceso en la figura 14.

Figura 14

Técnica No.2 suma en forma vertical sin tener en cuenta el valor posicional de las cifras



Nota. En esta técnica la estudiante realiza una suma de los gastos sin tener en cuenta el valor posicional de las cifras. Fuente. (E-3-7, 2021).

[3] Un algoritmo es un conjunto ordenado y finito de operaciones que permiten solucionar un problema. (Vélez et al.,2007, p.101)

Al analizar esta técnica se podría pensar que la estudiante presenta dificultades en la realización de sumas, porque se evidenció que no tiene en cuenta el valor posicional de las cifras ya que las alineó de izquierda a derecha quedando en sentido contrario al que debe tenerse en cuenta para la realización de una suma en forma vertical. Aunque su análisis es similar al de los estudiantes que aplicaron la técnica No. 1, su proceso deja ver que existen falencias respecto al objeto de estudio.

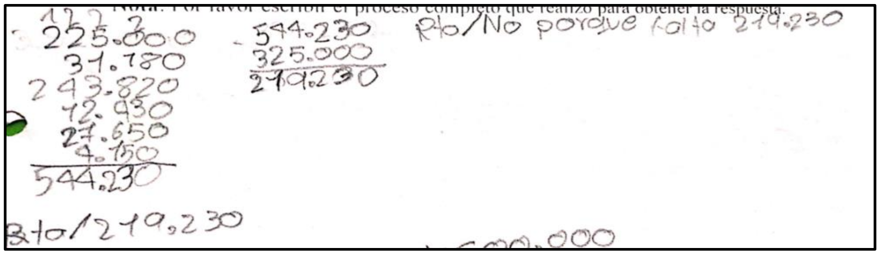
En la respuesta se observó que la estudiante al parecer habla desde la realidad que vive en el *contexto* de los globos, manifestando el gusto por su elaboración, cuando escribe "*a nosotros nos gusta hacer los globos"* además cree que no es posible se vuelva hacer otro tan grande porque dice que *"lleva mucho tiempo y material".* Se podría pensar que los comentarios que no tienen nada que ver con la pregunta de la tarea, los planteó basándose en la respuesta errada de su ejercicio.

Técnica 3: Restar en forma vertical u horizontal buscando que el minuendo sea mayor que el sustraendo

En la técnica No. 3 se observó que los estudiantes E10-8, E15-9, E16-9 y E23-11, realizaron dos operaciones en forma vertical; en primer lugar, una adición de todos los valores que representan los gastos para hallar su total, teniendo en cuenta el valor posicional de las cantidades y posteriormente hacen una sustracción donde el valor total de los gastos es el minuendo y el sustraendo es el valor de los ingresos. En la figura 15 se mira al lado izquierdo la adición de todos los gastos y al lado derecho la sustracción, donde ellos cambiaron la posición de los números dejando a 544.230 que es el total de los gastos como el minuendo y 325.000 que son los ingresos como el sustraendo.

Figura 15

Técnica No.3 resta en forma vertical u horizontal

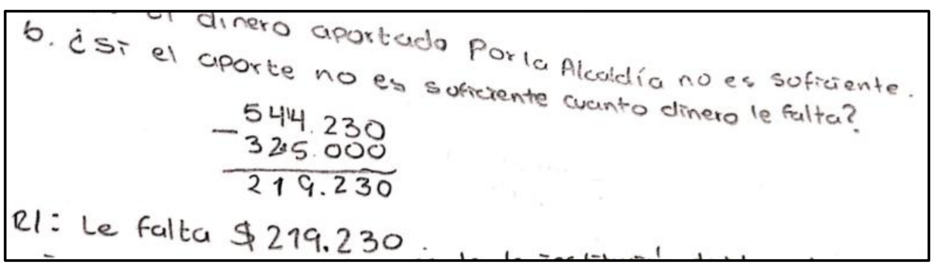


Nota. El estudiante realiza una suma de los egresos y a su total le resta el valor de los ingresos. Fuente. Tomada de (E-15-9, 2021).

Los estudiantes: E-1-7, E-2-7, E-3-7, E-4-7, E-7-8, E-8-8, E-9-8, E-12-9, E-14-9, E-15-9, E-16-9, E-17-9, E-18-10, E-19-10, E-20-11, E-21-11, E-22-11, E-23-11 utilizaron parte de esta técnica, porque realizaron una sustracción en forma vertical de egresos menos ingresos y en la respuesta no tienen en cuenta el signo (-). En este caso no realizaron la suma de los gastos. Un ejemplo se puede ver en la figura 16.

Figura 16

Técnica No.3 resta en forma vertical de egresos con ingresos

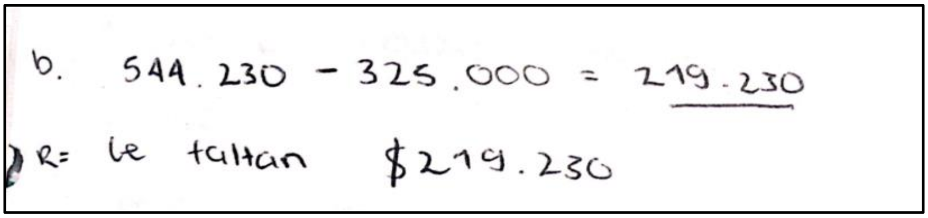


Nota. Técnica donde los estudiantes cambian el orden de las cantidades. Fuente. (E-12-9, 2021).

La estudiante E-13-9 realizó una sustracción de los gastos menos los ingresos, pero en forma horizontal como se muestra en la figura 17. Resta en forma horizontal de egresos con ingresos

Figura 17

Resta en forma horizontal de egresos con ingresos



Nota. El estudiante realiza una resta cambiando el orden de las cantidades. Fuente. (E-13-9,2021).

Al analizar esta técnica se miró que los estudiantes antes mencionados, respondieron con un proceso algorítmico donde plantearon una sustracción cuyo minuendo es el total de los egresos y el sustraendo el valor de los ingresos, evidenciándose así que implícitamente cambiaron el orden lógico de la situación planteada en la tarea buscando la forma de restar más fácilmente.

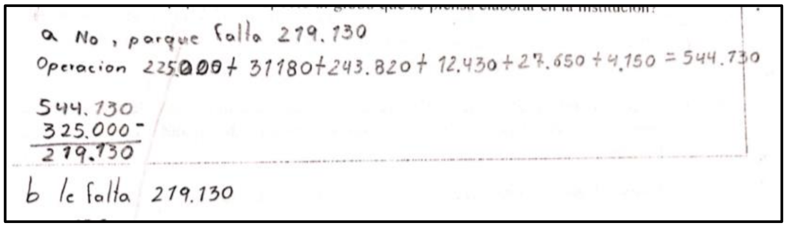
Es decir, al cambiar que el minuendo sea mayor que el sustraendo, ellos conocen el algoritmo, pero se evidencia que no saben aplicarlo, aunque reconocieron la situación planteada desde ese contexto, porque en la respuesta dijeron que hace falta, que es un déficit, pero no lo simbolizan como corresponde. Con esta técnica se corroboró la dificultad que presentan los estudiantes respecto al primer nivel de aceptación de los números negativos de los que habla Gallardo (1,996, como se citó en (Gallardo & Hernández, 1994) cuando dice: "Sustraendo donde la noción de número se subordina a la magnitud (en a - b, a siempre es mayor que b donde a y b son números naturales)".

Al respecto desde el punto de vista del investigador conviene decir que en la educación básica primaria y secundaria conforme están formulados los estándares básicos de competencias, los docentes desde el trabajo en el aula relacionan los términos: déficit, temperaturas bajo cero, saldos en rojo, descensos, etc., con cantidades negativas, sin embargo, en la técnica para resolver la tarea no se evidencia el uso de estas relaciones.

También se observó que los estudiantes E-8-8 y E-20-11 recurrieron al mismo proceso algorítmico, con la única diferencia que en la adición los datos de los egresos están escritos en forma horizontal como lo indica la figura 18.

Figura 18

Adición en forma horizontal de los egresos y resta en forma vertical de egresos con ingresos



Nota. El estudiante realiza una adición de los gastos y una sustracción entre el total de los gastos con los ingresos. Fuente. (E-8-8,2021).

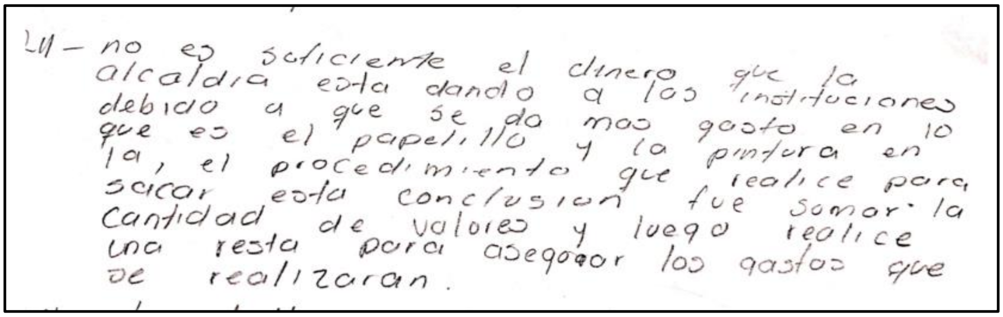
Técnica 4: Hace cálculos mentales y describe el proceso a través de una expresión verbal

En esta técnica la estudiante E-5-8 describió con palabras el proceso que realizó para obtener la respuesta a la tarea, explicando en su escrito que hizo una suma de los valores de dos materiales: el papelillo y las pinturas en laca, reconociendo en su argumento que son los que representan mayor gasto y luego ese total lo resto a los ingresos.

Al analizar esta técnica se apreció que la estudiante E-5-8 hizo una lectura al problema logrando relacionar las cantidades con mayor valor que se mostraron en los egresos con la pregunta que se realizó y dio una respuesta coherente a la tarea propuesta sin necesidad de recurrir a una expresión simbólica como tal. Desde la experiencia del investigador se infirió que ella hizo los cálculos mentales pertinentes para llegar a la respuesta acertada, además que para seleccionar los dos materiales de mayor gasto utilizó la comparación de las cantidades. Esto se puede ver en la figura 19.

Figura 19

Técnica No. 4 proceso descrito a través de expresiones verbales


4/ – no es soficiente el dinero que la
alcaldia esta dando a los instituciones
debido a que se da mas gasto en lo
que es el papelillo y la pintura en
la, el procedimiento que realice para
sacar esta conclusion fue somar la
cantidad de valores y luego realice
una resta para asegoror los gastos que
se realizaran.

Nota. Respuesta dada sin utilizar una operación escrita como tal. Fuente. (E-5-8,2021).

b. ¿Si el aporte no es suficiente, cuánto dinero le falta?

t_1^1,1, b: Calcular la adición entre dos o más números enteros positivos y negativos.

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

Enunciado de la tarea (325.000) - (225.000) - (31.180) -(243.820) - (12.430) - (27.650) - (4.150)

Se aplica la propiedad asociativa (325.000) – [(225.000) + (31.180) + (243.820) + (12.430) + (27.650) + (4.150)]

Se resuelve la sustracción 325.000 – 544.230 = - 219.230

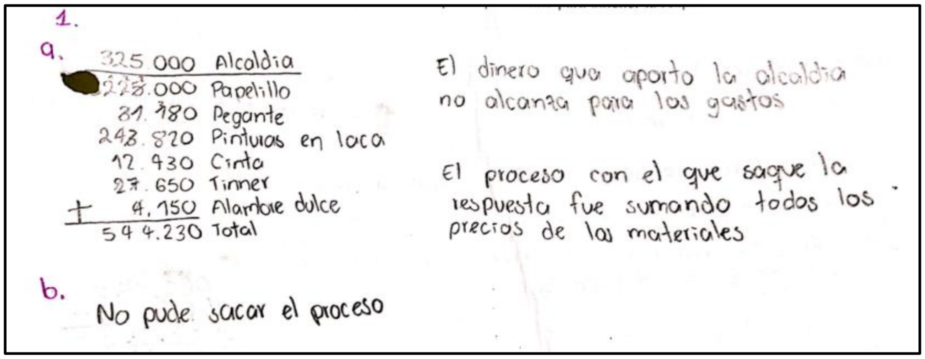
El aporte no es suficiente, le faltaría $ -219.230.

En este segundo ítem las técnicas utilizadas por los estudiantes son aquellas que ya fueron objeto de análisis en el ítem a, como son las técnicas 3 y 4, por lo cual se optó en el presente informe analizar aquellas que sean distintas al ítem anterior.

El estudiante E-6-8 expresó que no logró realizar el proceso porque no entendió la pregunta, sin embargo, el ítem anterior (a) lo resuelve desde un criterio algorítmico. Esto se puede observar en la figura 20.

Figura 20

La no existencia de una técnica



Nota. Argumentación que da un estudiante frente a la respuesta del ítem b en la Tarea No. 1. Fuente (E-6-8,2021).

c. Si el grupo de profesores de la Institución decide realizar un aporte de $175.000, ¿cuánto dinero se recauda en total?, ¿Es suficiente? ¿Falta? ¿sobra?

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

Primero se representan los ingresos con enteros positivos y los egresos con enteros negativos.

Luego se resuelve una adición así:

Enunciado del problema 325.000 + 175.000 – 544.230

Se aplica la propiedad asociativa = [325.000 + 175.000] – 544.230

Se resuelve la adición de números enteros positivos = 500.000 – 544.230

Se realiza la sustracción y el resultado es -44.230

Se recaudaron en total $500.000 pero no es suficiente porque todavía faltan $44.230.

$t\frac{1}{2}, 1,$ c: Calcular el resultado de un polinomio de adicción y sustracción con números enteros

En este tercer ítem algunas técnicas utilizadas por los estudiantes son aquellas que ya han sido objeto de análisis en el ítem a y b, como son las técnicas 1, 3 y 4 por lo tanto, a partir de este ítem solo se analizan aquellas que sean diferentes y de las demás solo se muestran evidencias.

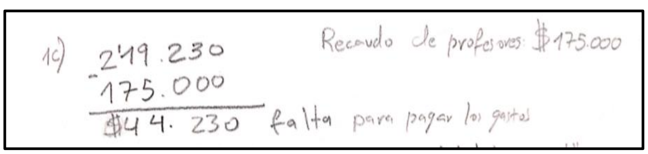
Para la resolución de este ítem los estudiantes desarrollaron las siguientes técnicas:

Técnica 5: Resta cantidades en forma vertical u horizontal, desconociendo el valor relativo

En esta técnica se observó que el estudiante E-18-10, retomando un dato del ítem (b), planteó *una operación* consistente en una sustracción en forma vertical teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras, donde a la cantidad que representa el déficit[4] sin valor relativo, le quitó el nuevo ingreso obteniendo así una de las respuestas a la tarea planteada. En la figura 21 se observa que al valor de 219.230 que representa el déficit, le restó 175.000 del nuevo ingreso.

Figura 21

Técnica No. 5 Resta del déficit con el ingreso



Nota. Sustracción en forma vertical donde al valor del déficit se le sustrae el valor del ingreso. Fuente (E-18-10, 2021).

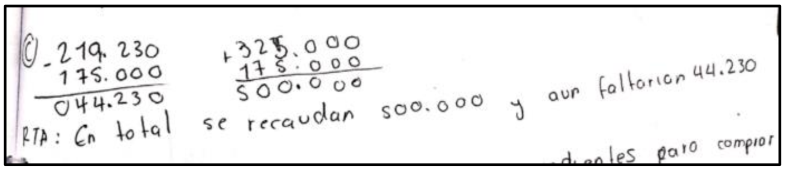
De modo similar el estudiante E-22-11 resolvió este ítem, sin embargo, primero realizó la sustracción del déficit con el ingreso y luego hizo una adición en forma vertical de los dos

[4] Situación financiera en la que los ingresos son inferiores a los gastos. https://acortar.link/Sa16d5 h

ingresos 325.000 y 175.000 para finalmente determinar cuánto se recauda en total y cuánto hace falta en este presupuesto, como se evidencia en la figura 22.

Figura 22

Técnica No. 5 Resta del déficit con el ingreso y suma de los ingresos



Nota. Técnica donde al déficit le sustraen el nuevo ingreso. Fuente. (E-22-11,2021).

Al analizar esta técnica se observó que los estudiantes continúan desconociendo el valor relativo en los datos porque no escribieron el signo menos en el déficit. Si lo hubieran utilizado entonces la operación a plantear sería una suma de una cantidad negativa con una positiva, no obstante, la resolvieron como una resta de dos números enteros positivos y la respuesta la contextualizaron, saben que es un faltante, un déficit en el presupuesto, pero lo escribieron sin el signo correspondiente, además que no responden a todos los interrogantes planteados en este ítem.

En este caso se puede afirmar que estos estudiantes se pueden ubicar en el perfil A de los de los niveles de conceptualización del número negativo del que habla Gallardo (1996, como se citó Gallardo & Hernández, 1994) donde expresa que la "Ignorancia de las soluciones negativas de los problemas se debe a que los estudiantes resuelven los problemas de enunciado verbal sin expresar la solución en términos negativos. Usan un lenguaje verbal para dar una respuesta positiva".

d. **¿Qué materiales deben dejar pendientes para comprar si no les alcanza el presupuesto?**

$t\,\frac{1}{3}$,1, d: Calcular la respuesta a través de una selección de datos

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

- Primero se tiene en cuenta los datos de los cuales se puede realizar la selección:

Papelillo $ 225.000, pegante $ 31.180, pinturas en laca $243.820, cinta transparente $ 12.430, thinner $ 27.650 y alambre dulce $ 4.150.

- Después se descartan los materiales que tienen los valores más altos que son: el papelillo y las pinturas en laca.
- Se aplica la propiedad asociativa = [31.180 + 12.430 + 27.650 + 4.150]
- A este resultado se le sustrae el saldo que hace falta del ítem anterior (c) = 75.410 - 44.230 = 31.180
- Por lo tanto, se deduce que hay sacar de la lista el pegante.
- Los materiales que se deben dejar pendientes son: cinta transparente, thinner, alambre dulce

Conviene destacar que las técnicas empleadas en este ítem ya han sido estudiadas, sin embargo, en algunas de ellas por la forma cómo seleccionaron las respuestas los estudiantes, se vio necesario hacer un análisis debido a la notable diferencia respecto al punto de vista desde las matemáticas escolares propuesto por el investigador.

Técnica 6: selecciona materiales desde la realidad del contexto

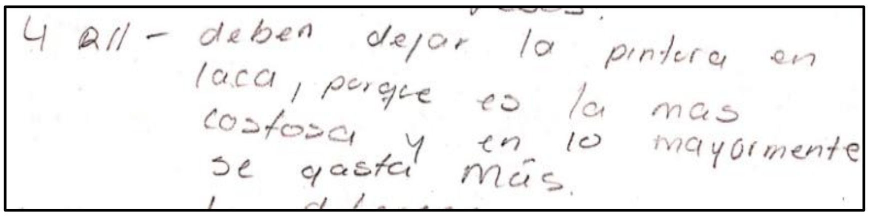
En esta técnica los estudiantes E-4-7, E-5-8, E-14-9, explicaron con palabras la forma como seleccionaron los materiales, algunos argumentando el proceso y otros simplemente escogen el material, sin embargo, todos coinciden en dejar pendiente *la pintura en laca*, entendiendo que sacarían el valor que falta del total que implica la compra de esta.

La estudiante E-5-8 dice en su escrito, que como es el material que implica mayor inversión, desde las matemáticas escolares mira que se puede dejar pendiente porque podrían comprar la mayoría de pinturas y es muy poco lo que haría falta para completar ese material. Al realizar un diálogo informal con la estudiante y preguntarle ¿Por qué dejó pendiente la pintura en laca? ella responde "*el gasto de la pintura en laca tiene un valor de $ 243.820 y el faltante son como*

$ 40.000, por lo tanto, no es mucho lo que falta para comprar las pinturas" (A. Gallardo, comunicación personal, 16 de marzo de 2022). En la figura 23 se puede observar la respuesta.

Figura 23

Evidencia de la selección de la pintura en laca

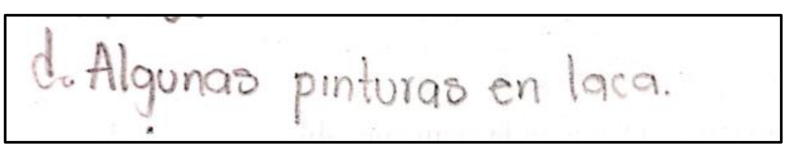

4 a// – deben dejar la pintura en laca, porque es la mas costosa y en lo mayormente se gasta más.

Nota. Selección del material que implica mayor gasto. Fuente. (E -5-8, 2021).

Los estudiantes E-4-7 y E-14-9 respondieron solamente con el nombre del material que dejaban pendiente para su compra "algunas pinturas en laca" por lo tanto al no tener claridad de porque dieron esta respuesta, el investigador recurrió a una charla informal con los dos estudiantes para aclarar las dudas y al preguntarles por qué hicieron esta selección ambos expresaron "*dejamos pendientes algunas pinturas porque este no es un material de primera necesidad al iniciar con la elaboración del globo, por lo tanto, hay tiempo para buscar el recurso que hace falta*" (A. Papamija & J. Gómez, comunicación personal, 11 de febrero de 2022). Con esta afirmación se puede decir que los estudiantes antes mencionados responden desde el conocimiento que tienen sobre la elaboración de globos y aplican su saber en la tarea propuesta. En la figura 24 se observa la respuesta.

Figura 24

Selección de algunas pinturas en laca


d. Algunas pinturas en laca.

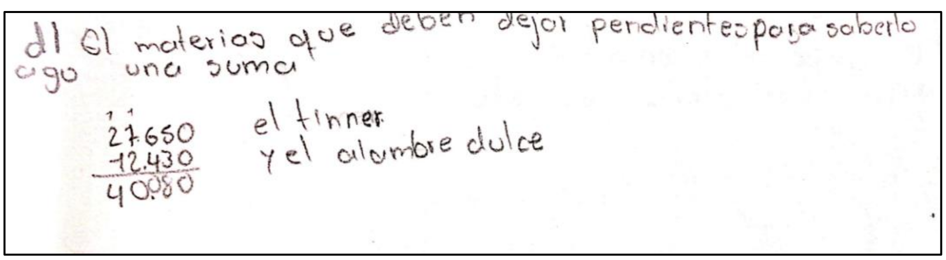
Nota. Esta es una respuesta dada desde el contexto. Fuente. (E-14-9, 2021).

Al contrastar esta técnica con lo propuesto desde el punto de vista de las matemáticas escolares, se logró inferir que para ellos predomina el *contexto* y los *saberes que tienen del mismo*, por eso se podría pensar que su interpretación de la situación tiene mayor coherencia que la propuesta por el investigador, ya que ellos contextualizan la tarea y por el saber que tienen reconocen que estas pinturas se necesitan después de haber armado la estructura del globo con el papelillo, por lo tanto consideran que no es necesario tenerlas todas al inicio.

Por otro lado, se observó que los estudiantes E-1-7, E-2-7, E-7-8, E-9-8, E-16-9, y E-22-11, tomaron dos datos que les brindará una aproximación a la respuesta, pero no verificaron si lo seleccionado responde a la pregunta, que podría intuir una posible solución más exacta si se hubiera tenido en cuenta el resultado del ítem anterior (c). En este ítem se pretendía mirar que los estudiantes utilizarán la técnica de ensayo y error ya que debían seleccionar datos de una lista de materiales hasta encontrar la solución. En la figura 25 se mira un ejemplo de cómo el estudiante E-1-7, toma dos cantidades que representan el thinner y el alambre dulce y realiza una suma cuyo total se aproxima al faltante en el presupuesto.

Figura 25

Selección de dos materiales: Thinner y alambre dulce

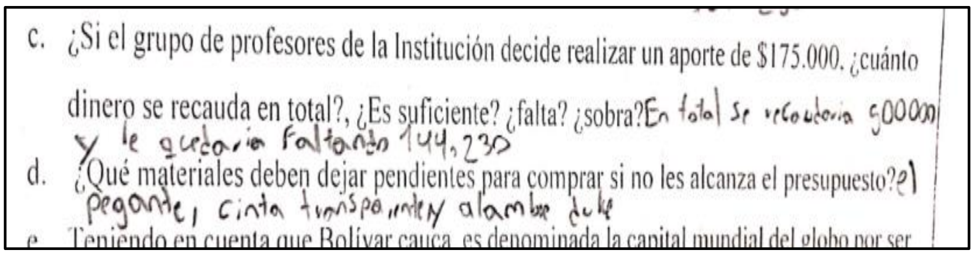


Nota. Aplicación de la técnica No.1 donde se busca una aproximación a la respuesta. Fuente. (E-1-7,2021).

El estudiante E-17- 9, dio la respuesta en forma en forma verbal describiendo los materiales que se debían dejar pendientes, pero no se observó un proceso algorítmico escrito que lo justifique. En este caso se podría pensar que Él relacionó la respuesta del ítem anterior con la pregunta y realizó sus cálculos mentales, pero queda la duda de la relación que hizo con la pregunta, teniendo en cuenta que la respuesta era incorrecta en el del ítem (c) de su trabajo. Así se mira en la figura 26.

Figura 26

Contraste de la respuesta del ítem c con el d en la Tarea No. 1


c. ¿Si el grupo de profesores de la Institución decide realizar un aporte de $175.000. ¿cuánto dinero se recauda en total?, ¿Es suficiente? ¿falta? ¿sobra? En total se recaudaria 500000 y le quedaria faltando 144,230

d. ¿Qué materiales deben dejar pendientes para comprar si no les alcanza el presupuesto? el pegante, cinta transparente y alambre dulce

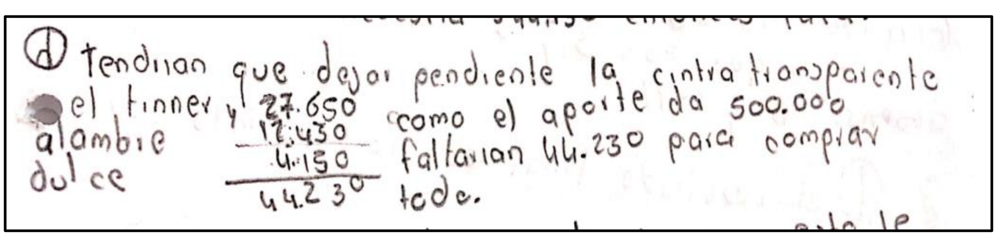
e. Teniendo en cuenta que Bolívar cauca, es denominada la capital mundial del globo por ser

Nota. Se puede inferir que el estudiante no tiene en cuenta la respuesta del ítem c para solucionar el ítem d. Fuente. (E-17-9,2021).

Igualmente se observó que los estudiantes E-10-8, E-12-9, E-13-9, E-15-9, E-18-9, E-20-11, E-21-11 relacionaron en primer lugar el resultado del ítem anterior (c) con la pregunta planteada y a partir de eso buscaron a través de un algoritmo consistente en una suma en forma vertical los tres materiales que le brindan un resultado con exactitud. Además, algunos estudiantes primero seleccionaron los elementos que dieran la totalidad de los ingresos para determinar que los restantes eran la respuesta. Una muestra se mira en la figura 27.

Figura 27

Aplicación de la técnica No. 1 en la selección de materiales


d Tendrian que dejar pendiente la cintra transparente el tinner y alambre dulce

27.650
17.430
4.150
44.230

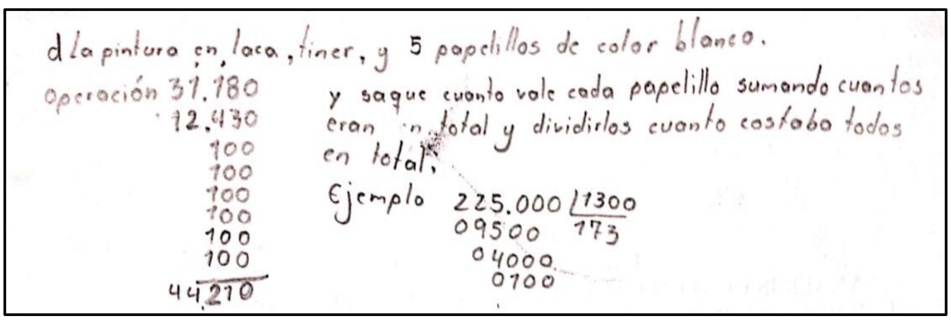
como el aporte da 500.000 faltarian 44.230 para comprar todo.

Nota. Ejemplo de la técnica 1 empleada por un estudiante del grado noveno. Fuente. (E-18-9,2021).

También se puede mirar que la estudiante E-8-8 seleccionó unos elementos con los cuales hizo una aproximación, pero su respuesta no coincide con el proceso desarrollado porque primero expresa en forma verbal que realizó una suma del total de papelillos, y este valor se lo dividió al total del valor que tiene este material, para saber cuánto vale un papelillo, luego tomó los datos de dos valores diferentes como son el pegante y la cinta transparente y lo fue complementando con el valor de un papelillo, hasta lograr una aproximación a la respuesta, pero este valor del papelillo no es el mismo que le dio en la división. No se logra evidenciar al final la estudiante para que recurrió al proceso de división si no tiene en cuenta sus resultados porque la respuesta tiene unos datos totalmente diferentes a los realizados en el proceso como se mira en la figura 28.

Figura 28

Suma en forma vertical de algunos valores de los materiales y una división

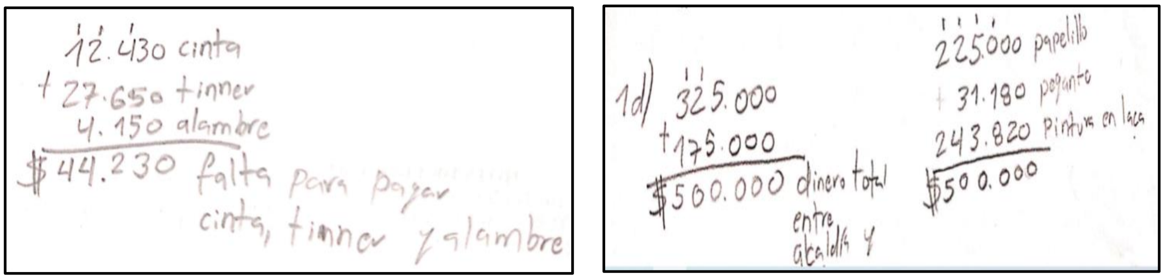


Nota. En este proceso se observa que no existe coherencia entre las operaciones realizadas y la respuesta dada por el estudiante. Fuente. (E-8-8, 2021).

Por otro lado, el estudiante E-18-10 resolvió este ítem haciendo varias sumas en forma vertical, donde primero sumó los ingresos, posteriormente realizó con algunos materiales una suma que diera exactamente el valor de esos ingresos, para finalmente, sumar los tres materiales restantes con los cuales concluyó que es la respuesta al interrogante que se había planteado, notándose una relación entre la respuesta del ítems anterior (c) con la pregunta y eso le permitió tener la claridad a la hora de seleccionar los materiales a operar matemáticamente. Ver figura 29.

Figura 29

Solución a través de varias sumas en forma vertical

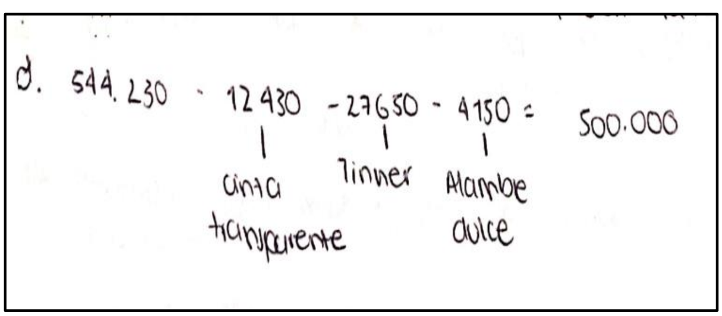


Nota. Se observa cómo el estudiante resuelve este ítem de la tarea a través de la aplicación de la técnica No. 1. Fuente. (E-18-10, 2021).

Asimismo, los estudiantes E-13-9 y E-6-8 realizaron el proceso algorítmico relacionando los datos del ítem anterior (c) con la pregunta, haciendo una sustracción, en forma vertical o horizontal donde al total de los egresos le van quitando los materiales que consideraron les daría la respuesta correcta porque ya conocían el déficit, así se mira en las figuras 30 y 31.

Figura 30

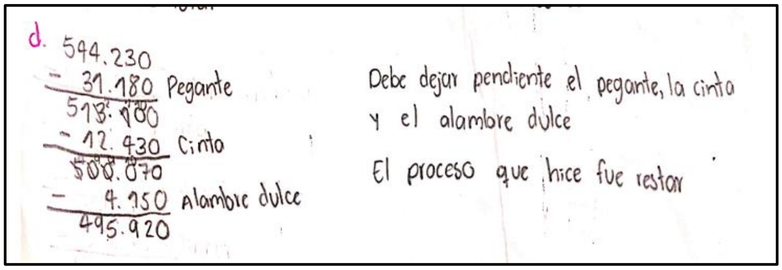
Restas al total de los egresos en forma horizontal



Nota. El estudiante al total de los egresos le va quitando las cantidades de los materiales que considera dejan el saldo exacto de los ingresos. Fuente. (E-13-9, 2021).

Figura 31

Restas al total de los egresos en forma vertical

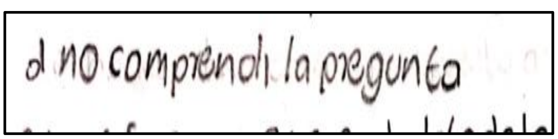


Nota. El estudiante al total de los ingresos le va quitando las cantidades que le parecen se aproximan a la respuesta*.* Fuente. (E-6-8,2021).

Por último, la estudiante E-11-8 no resolvió el ejercicio propuesto dentro de la tarea, escribiendo que no comprendió la pregunta. Se infiere que no la entendió porque dentro de las respuestas que dio a los procesos realizados en los ítems anteriores (a, b, c) el presupuesto asignado para la elaboración de globos es suficiente, por lo tanto, no tendría por qué dejar materiales pendientes para comprar. Ver figura 32.

Figura 32

Respuesta dada al ítem d de la Tarea No. 1



Nota. En la secuencia que la estudiante realiza a la tarea no es posible esta pregunta. Fuente. (E-11-8, 2021).

Al analizar las diferentes respuestas que dan los estudiantes, aunque utilizaron las técnicas 1, 4 y 6 se puede inferir que al momento de tener que realizar una selección por ser una pregunta abierta se pueden dar muchas interpretaciones donde para unos es valioso su conocimiento del contexto donde se está trabajando la tarea, primando en ella la necesidad que se tiene de cada material, mientras para otros matemáticamente la aproximación o exactitud juegan un papel muy importante.

e. Teniendo en cuenta que Bolívar Cauca, es denominada la capital Mundial del globo por ser el lugar donde se ha fabricado y elevado el globo de papel más grande del mundo con cuatro mil pliegos, ¿Cuál es la diferencia del globo que ostenta el Récord Guinness en número de papelillos respecto al globo que se piensa elaborar en La institución?

$t\,\frac{1}{2}, 1$, e: Calcular el resultado de un polinomio de sumas y restas con números enteros positivos

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

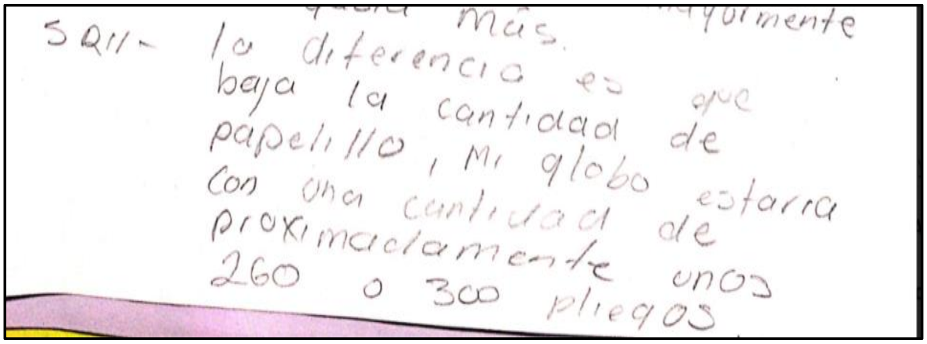
- Primero se realiza una suma de enteros positivos con los datos del número de papelillos que se va a utilizar: [300 + 400+ 100 + 200 + 200 + 150 + 150] = 1.500
- Luego ese total se le sustrae al dato sobre los papelillos utilizados en el globo más grande: 4.000 – 1.500 = 2.500
- La respuesta es que la diferencia son 2.500 pliegos de papelillos.

Para el desarrollo de este ítem se analizaron las siguientes evidencias de las técnicas:

En la respuesta de la estudiante E-5-8 se puede describir que realiza un proceso, pero al parecer con otra interpretación de la pregunta, porque toma la parte de "¿Cuál es la diferencia …?" como si se le estuviera pidiendo que propusiera otro ejercicio *diferente* al planteado y responde desde la experiencia que tiene del contexto. Así se muestra en la figura 33.

Figura 33

Respuesta dada desde la realidad de su contexto

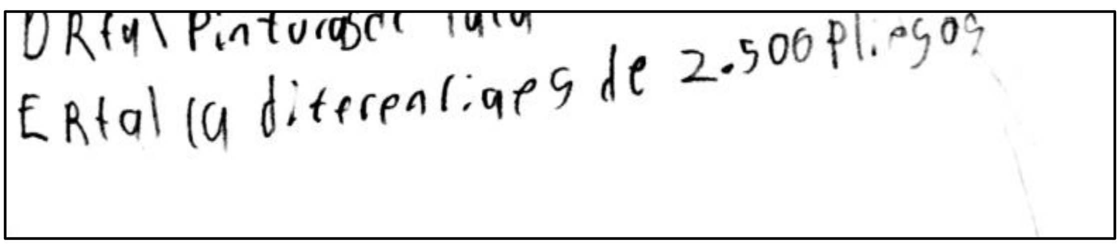


Nota. La estudiante responde desde el conocimiento que tiene del contexto. Fuente. (E-5-8, 2021).

Así mismo, el estudiante E-14-9 dio la respuesta al interrogante sin ninguna operación escrita, Ver figura 34.

Figura 34

Respuesta dada en forma verbal al ítem e de la Tarea No.1



Nota. Evidencia del proceso que realiza un estudiante grado noveno. Fuente. (E-14-9, 2021).

A continuación, se presenta la tabla No. 2 donde se muestra un cuadro de resumen sobre la frecuencia con la que los estudiantes emplearon cada técnica para resolver la tarea No. 1.

Tabla 2

Cuadro de resumen de la Tarea No. 1

Tarea propia No. 1 Presupuesto											
Genero	Tipos de tareas	tareas	Número de estudiantes emplearon cada técnica								Soporte Tecnológico-Teórico E M
$G^{\#}$	$T_{\#}$	$t\,{}^{G}_{T}$, $\#, x$	τ^1	τ^2	τ^3	$\tau^{1-}\tau^3$	τ^4	τ^5	τ^6	N	
	$T\,{}^{1}_{1}$	$t\,{}^{1}_{1}$,1, a	14	1		6	2				Em3-Em 5- Em8
	$T\,{}^{1}_{2}$	$t\,{}^{1}_{2}$,1, b		19	1	2				1	Em7
G^1	$T\,{}^{1}_{3}$	$t\,{}^{1}_{3}$,1, c	14		3	5		1			Em5 – Em8
	$T\,{}^{1}_{2}$	$t\,{}^{1}_{2}$,1, d	17				5			1	Em5 – Em7- Em8 – Em9
		$t\,{}^{1}_{2}$,1, e			3	9	5			6	Em8

Nota. Tabla que muestra la frecuencia con la que los estudiantes utilizaron las técnicas en la Tarea No. 1. N= No resolvió el ítem. Fuente. Elaboración propia (2022).

Análisis de la tarea No. 2

Tarea 2 ($t\,{}^{G}_{a}, 2$): La cual consta de dos géneros, tres tipos de tarea y cuatro ítems.

Recorrido

Considerando que el municipio de Bolívar Cauca, posee terrenos montañosos y también algunas zonas bajas, en la siguiente gráfica se muestra la altura de los lugares más comunes donde caen los globos que participan en el concurso organizado en los carnavales y los cuales son lanzados desde la Villa olímpica de la cabecera municipal ubicada a una altura de 1.777 m sobre el nivel del mar.

Figura 35

Imagen del recorrido de un globo

Nota. Se muestra algunas alturas del Municipio de Bolívar Cauca. Fuente. Elaboración propia (2021).

Si se toma la altura de Bolívar Cauca como punto cero de elevación, responde las siguientes preguntas:

a. Si un globo asciende hasta la parte más alta del cerro de Bolívar, ubicada a una altura de 628 metros por arriba del punto de lanzamiento. ¿Cuál es la altura sobre el nivel del mar que tiene la parte más alta del cerro?

Punto de vista desde las matemáticas escolares*:* Al leer los datos presentados en la tarea respecto al recorrido, El estudiante podría sumar la altura del cerro con la altura de Bolívar quedando así: 1.777 m + 628 m = 2.405 m es la altura del a parte más alta del cerro sobre el nivel del mar.

b. Si luego, el mismo globo que estaba en la parte más alta del cerro, desciende hasta el corregimiento del rodeo. ¿cuántos metros por debajo del punto cero de elevación descendió?

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

- Primero se tiene en cuenta que el globo ascendió a 2.405 m que es el punto más alto del cerro sobre el nivel del mar.

Luego se tiene en cuenta los descensos: -2.405 m y -1312 m. Como son cantidades negativas y se está trabajando con distancias que deben ser positivas se halla su valor absoluto así: |-2.405 | +|-1312 | = 3.717 m fueron los metros que descendió el globo.

c. ¿Cuál es el recorrido total del globo, entre su ascenso y descenso?

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

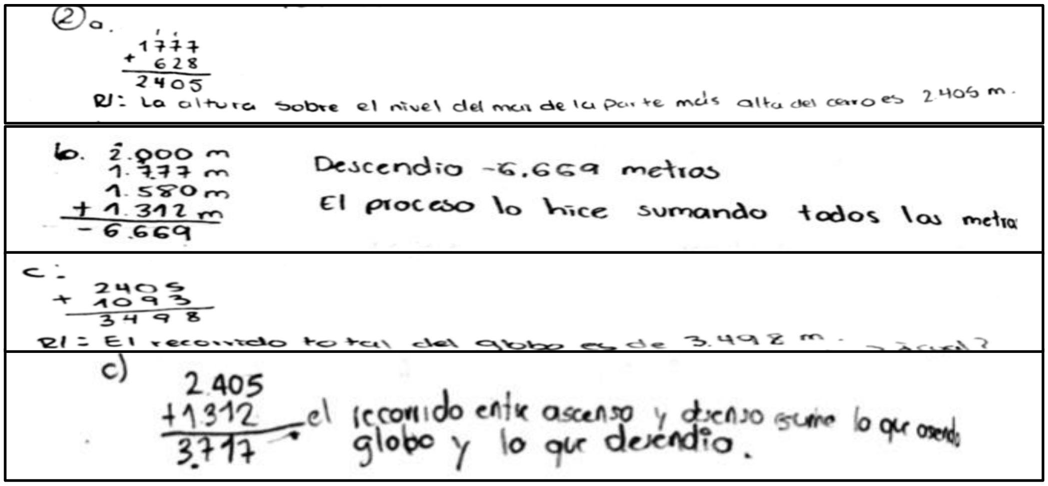
- Primero se tiene en cuenta que el globo ascendió a 2.405 m que es el punto más alto del cerro sobre el nivel del mar.
- Luego se tiene en cuenta los descensos: -2.405 m y -1312 m. Como son cantidades negativas y se está trabajando con distancias que deben ser positivas se halla su valor absoluto así: |-2.405 | +|-1312 | = 3.717 m fueron los metros que descendió el globo.
- Luego el recorrido total del globo es 2.405 + 3.717 = 6.122 mts

d. ¿Puedes proponer otro recorrido para este globo? ¿Cuál?

Ante la pregunta del ítem(d), no se escribe un punto de vista desde las matemáticas porque es una pregunta abierta donde los estudiantes pueden proponer varias opciones. A continuación, se van a mostrar en las siguientes figuras 36, 37 y 38 algunas evidencias de la de la aplicación de las técnicas ya analizadas:

Figura 36

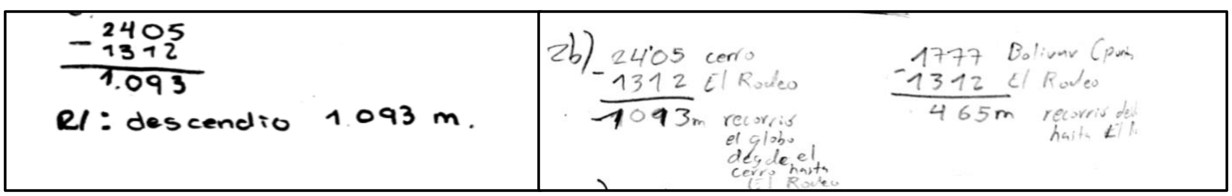
Aplicación de la técnica No. 1 en el ítem d de la Tarea No. 2



*Nota***.** Evidencias del trabajo de algunos estudiantes. Fuente. (E-6-8, E-12-9 y E-20-11, 2021).

Figura 37

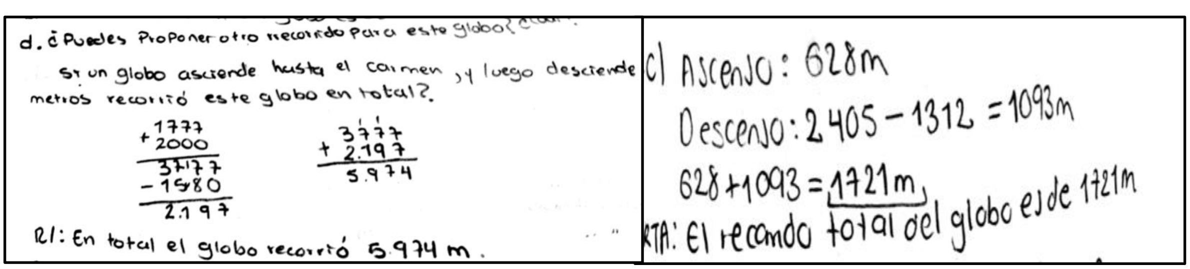
Aplicación de la técnica No. 5



Nota. Evidencias del trabajo de algunos estudiantes. Fuente. (E-18-9 y E-19-10, 2021).

Figura 38

Aplicación de las técnicas 1 y 5

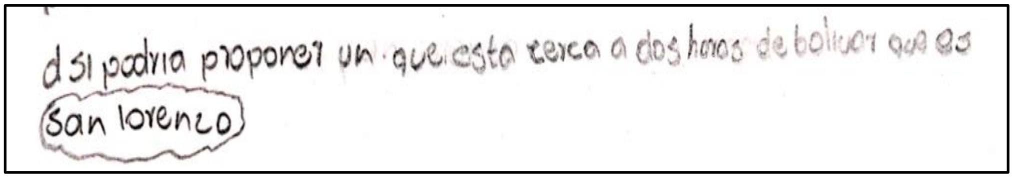


Nota. Evidencias de las respuestas de algunos estudiantes. Fuente. (E-12-9 y E-18-10, 2021).

En este ítem se puede apreciar que la estudiante E-11-8 propuso un recorrido muy diferente para el globo porque no tiene en cuenta la imagen que aporta tarea, sino que hace un recorrido expresado en forma escrita sin proceso algorítmico desde el medio donde vive ubicando otro lugar del Municipio de Bolívar. Ver figura 39.

Figura 39

Propuesta de recorrido sin tener en cuenta la imagen de la tarea

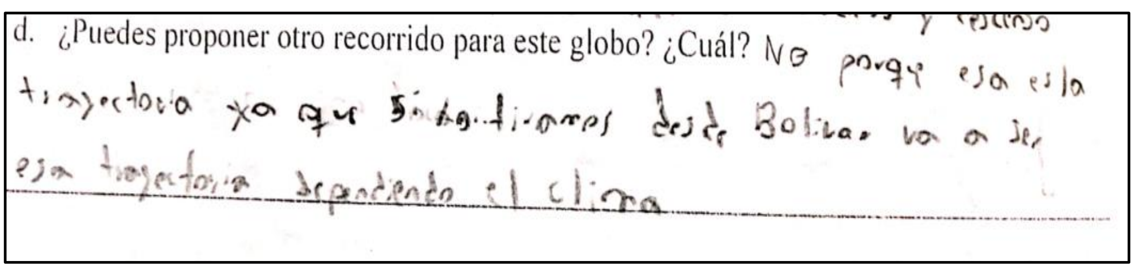

d si podria proponer un que esta cerca a dos horas de bolivar que es San lorenzo

Nota. Recorrido propuesto desde el conocimiento del Municipio. Fuente. (E-11-8, 2021).

En esta tarea de recorrido se puede observar que los estudiantes E-1-7, E-2-7, E-4-7 no la realizaron en su totalidad y los estudiantes E-6-8 y E-17-9 no proponen ningún recorrido en el ítem (d) porque argumentan que esa es la trayectoria si se lanzan desde Bolívar. A partir de estas respuestas queda la duda si el error fue del investigador en la formulación de la pregunta. A continuación, se muestra una respuesta en la figura 40.

Figura 40

Respuesta donde no proponen un recorrido


d. ¿Puedes proponer otro recorrido para este globo? ¿Cuál? No porqe esa es la trayectoria ya que si lo tiramos desde Bolivar va a ser esa trayectoria dependiendo el clima

Nota. Argumentación de porque no propone un recorrido. Fuente. (E-17-9,2021).

A partir del análisis realizado a la tarea No. 2, se pudo evidenciar en los diferentes procesos resueltos con operaciones o a través de expresiones escritas que los estudiantes reconocen los valores relativos que deben tomar los números dependiendo de la situación planteada y los operan de acuerdo a ello, pero no les asignan un signo como tal, por lo tanto, cuando se habla de ascensos ellos implícitamente suman y con descensos realizan sustracciones. Además, se observó que presentan mucha dificultad cuando se les solicita ubicarse desde un punto de referencia. Se podría decir que estas dificultades se ubican en el nivel de aceptación del número negativo: *Número signado* donde el signo más o menos es asociado con la cantidad, sin ser necesario agregarle significado alguno, como lo dice Gallardo (1996, como se citó Gallardo & Hernández, 1994).

En la tabla No. 3 se presenta la frecuencia con la que los estudiantes emplearon cada técnica para resolver la Tarea propia No. 2.

Tabla 3

Cuadro de resumen sobre la Tarea propia No. 2

Tarea propia No. 2 Recorrido											
Género $G^{\#}$	Tipos de tareas $T_{\#}$	tareas $t_{T}^{G}, \#, x$	Número de estudiantes emplearon cada técnica								Soporte Tecnológico-Teórico E M
			τ^1	τ^2	τ^3	$\tau^1\tau^3$	τ^4	τ^5	τ^6	N	
	T_{4}^{2}	t_{4}^{2},2, a	16				4			3	Em5
G^2	T_{4}^{2}	t_{4}^{2},2, b	1		17		2			3	Em1- Em2- Em5-Em8
	T_{5}^{2}	t_{5}^{2},2, c	9		2		10			3	Em5 – Em8
G^3	T_{6}^{3}	t_{1}^{1},2, d	8				10			5	Em5 – Em7- Em8 – Em9

Nota. Tabla que muestra la frecuencia con la que los estudiantes utilizaron las técnicas en la Tarea No. 2. N= No resolvió el ítem. Elaboración propia (2022).

Análisis de la tarea No. 3

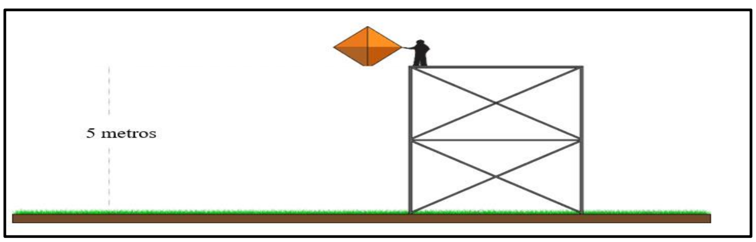
Tarea 3 ($t\,{}^{G}_{a}, 3$): La cual consta de dos géneros, dos tipos de tarea y cinco ítems.

Elevación

Uno de los requisitos para clasificar en el concurso de globos es que tenga una elevación mínima de 8 metros de altura en un intento, por encima de la rampa de 5 metros de altura ubicada sobre la cancha de la Villa olímpica adecuada para el evento. Teniendo en cuenta que está permitido realizar hasta 4 intentos, como lo muestra la siguiente gráfica:

Figura 41

Elevación de un globo desde una rampa



Nota. Esta imagen describe el proceso de un intento de elevación de un globo. Fuente. Elaboración propia (2021).

Los intentos de elevación que realizó un globo, están representados en la siguiente tabla que debes completar.

Tabla 4

Ascensos y descensos

No. DE INTENTO	ASCENSOS	DESCENSOS
1	3 metros	-8 metros
2	6 metros	
3	2 metros	
4	7 metros	

Nota. Tabla para completar. Fuente. Elaboración propia (2021)

a. ¿Después de realizados todos los intentos, en total cuántos metros ascendió el globo?

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

- Se resuelve una adicción con todos los ascensos: 3+ 6+ 2 +7 = 18 mts

b. ¿Después de realizados todos los intentos, en total cuántos metros descendió el globo, teniendo en cuenta que lo recibían en la cancha de la Villa?

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

- Primero se debe completar la tabla de los descensos para posteriormente realizar la suma de ellos quedando así: -8 + (-11) + (-7) + (-12) = -38 m.

c. ¿Cuántos metros ha recorrido el globo entre ascensos y descensos hasta el segundo intento?

Punto de vista desde las matemáticas escolares:

- Primero se suman los ascensos: 3 + 6 = 9 m
- Después se suman los descensos (-8) + (-11) = -19 m
- Finalmente se sacan los valores absolutos de los totales y se suman: |9 | +|-19 | = 28 m, que serían los metros que ha recorrido el globo hasta el segundo intento.

d. ¿Cuál es el resultado final entre los ascensos y descensos que se realizó el globo?

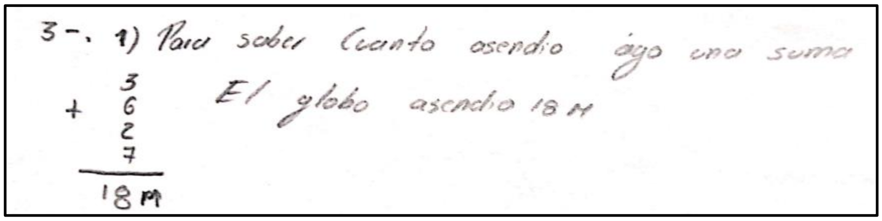
Punto de vista desde las matemáticas escolares*:*

- Primero se suman los ascensos: 3 + 6 + 2+ 7 = 18 m
- Después se suman los descensos (-8) + (-11) + (-7) + (-12) = -38 m
- Finalmente se sacan los valores absolutos de los totales y se suman: |18 | +|-38 | = 56 m, que serían los metros que ha recorrido el globo en total.

A continuación, se muestran algunas evidencias de la aplicación de las técnicas con las siguientes figuras:

Figura 42

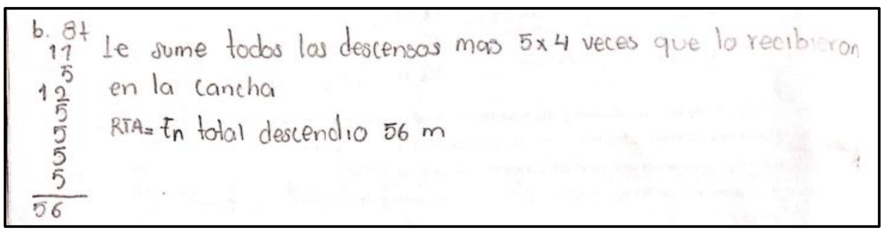
Aplicación de la técnica No. 1 en la tarea de elevación



Nota. Es una suma en forma vertical de los ascensos. Fuente. (E-2- 7, 2021).

Figura 43

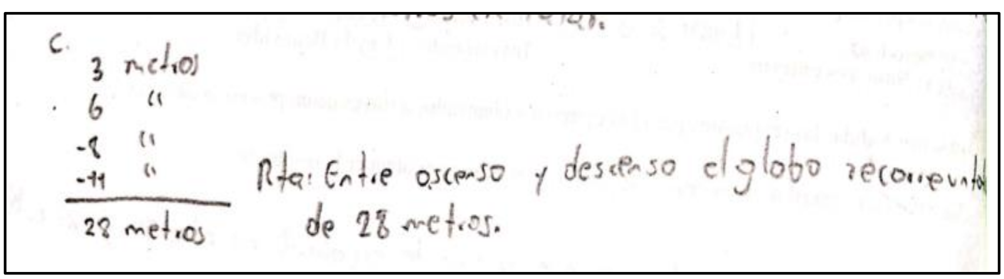
Aplicación de la técnica No. 1 en el ítem b de la Tarea No. 3



Nota. En este proceso se observa cómo el estudiante suma los descensos y le agrega un producto de los intentos de elevación. Fuente. (E-9- 8, 2021).

Figura 44

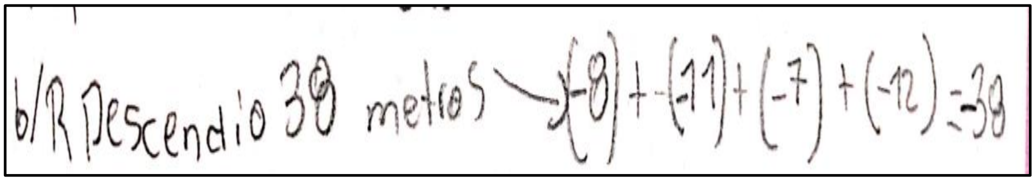
Aplicación de la técnica No. 1 en la respuesta del ítem c de la Tarea No. 3



Nota. En esta técnica se observa cómo el estudiante reconoce el valor relativo de los números y suma tanto los ascensos como los descensos en una sola operación. Fuente. (E-4- 7, 2021).

Figura 45

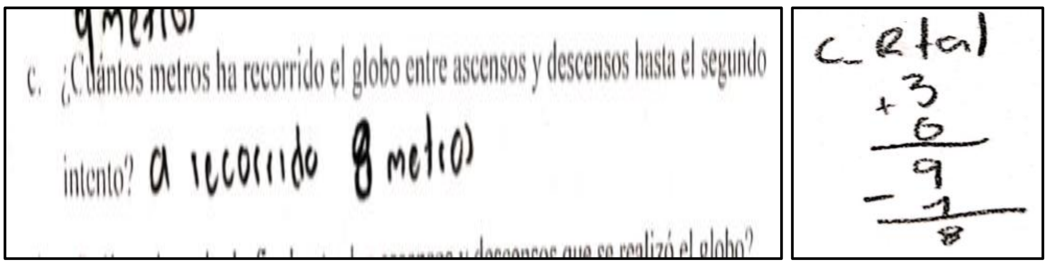
Suma en forma horizontal de cantidades negativas



Nota. El estudiante tiene en cuenta el valor relativo de los números en la suma. Fuente. (E-23- 11).

Figura 46

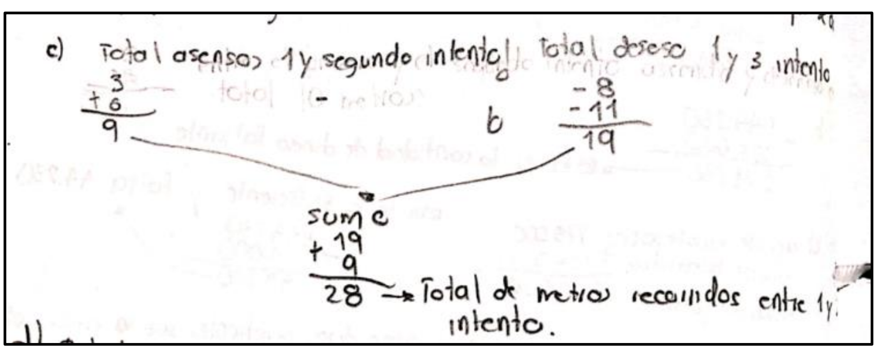
Respuesta sin coherencia para el ítem c de la tarea de elevación



Nota. Proceso que no presenta coherencia para la suma de los ascensos y descensos. Fuente. (E-16- 9, 2021).

Figura 47

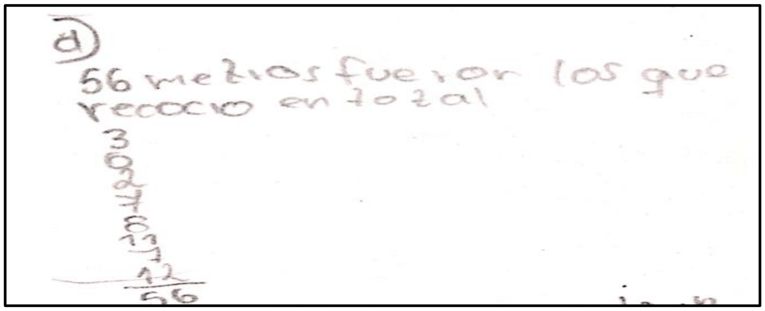
Sumas de ascensos y descensos para determinar el total del recorrido del globo



Nota. Suma de los ascensos y descensos reconociendo el valor relativo de los números. Fuente. (E-19- 10, 2021).

Figura 48

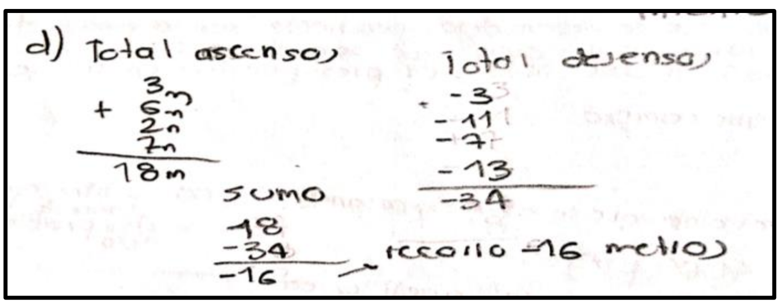
Suma de ascensos y descensos en una sola operación



Nota. Suma de los ascensos y descensos donde no se tiene en cuenta el valor relativo. Fuente. (E-7- 8, 2021).

Figura 49

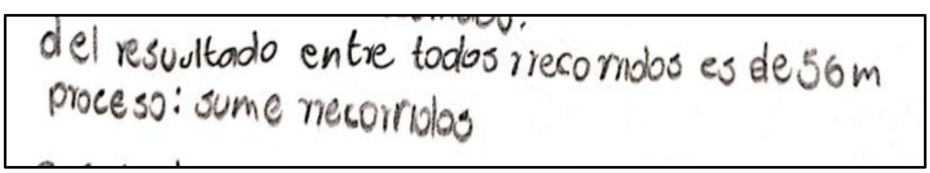
Sumas y restas en forma vertical del total de los ascensos y descensos



Nota. Sumas en forma vertical donde se tiene en cuenta el valor relativo de los números y una resta donde no se halla el valor absoluto. Fuente. (E-19-10, 2021).

Figura 50

Aplicación de la técnica No. 4 en la tarea de elevación



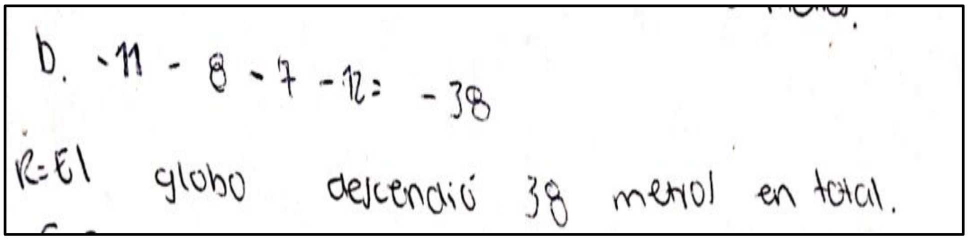
Nota. Describe en forma escrita el proceso que realizo en el ítem d. Fuente. (E-5-8).

Técnica 7: Restas sucesivas en forma horizontal

En esta técnica se observó que la estudiante E-13- 9 en primer lugar completo la tabla de los descensos, luego se infiere que aplica la ley de los signos que le permitieron convertir el ejercicio en sustracciones sucesivas en forma horizontal, para finalmente terminar sumando todos los descensos y colocando al resultado el signo correspondiente. Ver figura 51.

Figura 51

Evidencia de la técnica No. 6



Nota. La figura muestra unas restas sucesivas de los descensos. Fuente. (E-13- 9, 2021).

Al analizar esta técnica se puede concluir que la estudiante aplicó la segunda ley de los signos para sumar y restar números enteros, que dice que cuando se encuentren dos números negativos se suman y el signo sigue siendo negativo (Chavarro & Osorio, 2019).

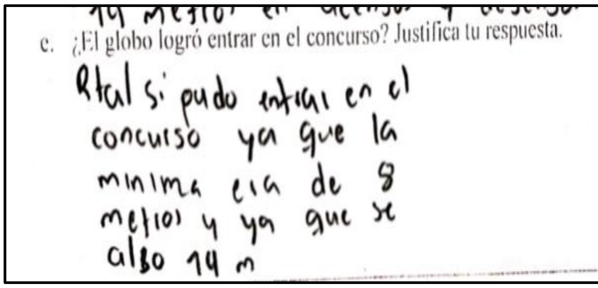
e. ¿El globo logró entrar en el concurso? Justifica tu respuesta

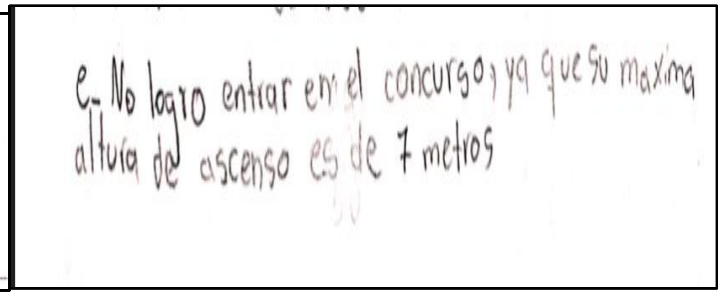
Punto de vista desde las matemáticas escolares*:* El globo no logró entrar en el concurso porque no superó el requisito mínimo de 8 m de altura en un solo intento.

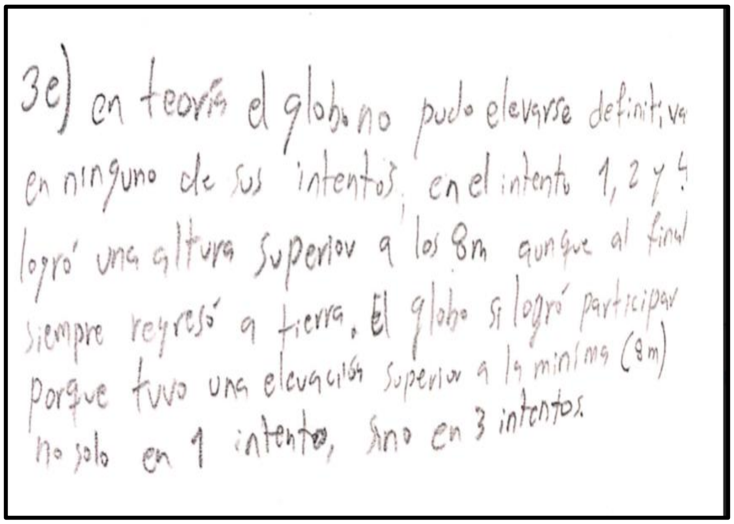
Para resolver este ítem el 77% de los estudiantes relacionaron los datos aportados en la tabla No.2 con la pregunta, para deducir la respuesta y lograr justificar porque no se requería un proceso algorítmico como tal, solo el 23% le dieron otra interpretación a la pregunta dónde se podría pensar que sus respuestas se deben a que no lograron completar la tabla con los datos correctos o realizaron un cálculo mental que no era necesario. A continuación, se muestra las figuras 52 que dan cuenta de ello.

Figura 52

Evidencias de las respuestas al ítem e de la Tarea No. 3







Nota. La figura muestra las diferentes respuestas dadas por los estudiantes. Fuente. (E-16- 9, E-17- 9, E-18- 10, 2021).

A continuación, se presenta la tabla No. 5 donde se muestra el cuadro de resumen de la frecuencia con la que los estudiantes emplearon cada técnica para resolver la tarea propia No. 3.

Tabla 5

Cuadro de resumen de la Tarea No. 3

Tarea propia No. 3 ELEVACIÓN											
Género $G^{\#}$	Tipos de tareas $T_{\#}$	tareas $t^{G}_{T}, \#, x$	Número de estudiantes emplearon cada técnica								Soporte Tecnológico-Teórico E M
			τ^1	τ^2	τ^3	$\tau^1\tau^3$	τ^4	τ^5	τ^6	N	
	T^{1}_{1}	t^{1}_{1},3, a	16				7				Em7
G^1	T^{1}_{1}	t^{1}_{1},3, b	15				7		1		Em7
	T^{1}_{1}	t^{1}_{1},3, c	15				8				Em5
	T^{1}_{1}	t^{1}_{1},3, d	18				5				Em7
G^4	T^{4}_{7}	t^{4}_{7},3, e					23				

Nota. Cuadro de resumen Tarea propia No.3. Fuente. Elaboración propia (2022).

Al analizar las técnicas utilizadas para resolución de la segunda y la tercera tarea se puede apreciar que los estudiantes a nivel general reconocen la diferencia entre los términos ascensos y descensos y les asignan los signos correspondientes para darles el valor relativo, pero a la hora de operar matemáticamente desconocen esa diferencia y los suman como si todos fueran enteros positivos dejando entrever que tienen sus conocimientos sobre el objeto matemático pero al momento de realizar el proceso buscan la manera más fácil de solucionarlo y una de ellas es ignorando el signo (-) en sus representaciones escritas. Además, no se observa en las respuestas que los estudiantes apliquen los conocimientos sobre el valor absoluto de un número entero, siendo este necesario cuando se trabaja con distancias.

Soporte Tecnológico –teórico

Terminado el análisis de cada una de las técnicas empleadas por los estudiantes, se puede reconocer en la parte que corresponde al logos (θ/φ) que hay algunas características de los siguientes enunciados matemáticos que se evidenciaron en el manejo de este conjunto numérico y de las cuales ellos hicieron un uso parcial o total.

Em1: La ubicación de un objeto con respecto a un punto de referencia determina la posición relativa del mismo. Para determinar posiciones relativas se establecen sentidos contrarios: Arriba/abajo, Atrás/adelante, Antes/después, Sobre/bajo

Em2: El valor absoluto de un número entero a se define como la distancia entre a y 0. Se simboliza $/a/$ y es siempre una cantidad positiva.

Em3: Dado dos números enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.

Em5: Para sumar dos números enteros del mismo signo, se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo.

Em7. Para sumar varios números enteros se puede:

- Sumar de dos en dos de izquierda a derecha.
- Sumar los números positivos, por un lado, los negativos por otro, y sumar los resultados.

Em8: Para restar dos números enteros, se suma al primero el opuesto del segundo.

Em9: Para calcular el cociente de dos números enteros:

- Se halla el cociente de sus valores absolutos.
- Al resultado se le añade el signo (+) si ambos tienen el mismo signo, y el signo (-) si tienen distinto signo.

Em10: Un número entero está formado por:

- Un signo (+ o -) que indica si es positivo o negativo.
- Un número que sigue al signo y que representa su valor absoluto.

En la reconstrucción de la praxis que es parte del objeto de estudio, se ha identificado para los tipos de tarea T_1 , T_2 , T_3, T_4 , T_5, T_6 , T_7 siete técnicas. Estas "*maneras de realizar*" como lo expresa Chevallard(1999), han mostrado un panorama de los conocimientos y el saber aplicarlo que tienen los estudiantes de la Institución Educativa Técnico Domingo Belisario Gómez, en la solución de Tareas propias que requieren la adición de números enteros.

En primer lugar al realizar el trabajo con una muestra escogida por conveniencia de grado séptimo al grado undécimo se esperaba observar que a mayor nivel de formación los estudiantes de grados superiores mostraran unas técnicas diferentes donde se consolidaran mejor los conceptos del objeto de estudio, pero se evidenció en sus respuestas el mismo dominio que realizaron los estudiantes de grados inferiores por lo tanto queda la duda de la metodología empleada para el proceso de enseñanza en el trabajo con este conjunto numérico a nivel de la Institución Educativa.

En segundo lugar, las tareas propias propuestas desde un *contexto cotidiano* permitieron ver cómo los estudiantes siempre buscan dar respuesta a los interrogantes y se sumergen en los conocimientos que tienen de él, ubicándose desde ahí para responder y crear nuevas opciones en los ejercicios planteados. El contexto de la elaboración de globos llevó a que los estudiantes hicieran lectura comprensiva de la tarea planteada, de tal manera que vincularon las matemáticas con la cotidianidad, demostrando con ello que pasaron de un nivel de abstracción a lo real respecto al objeto matemático. Con ello se puede corroborar lo que expresa Fuentes (2008) cuando dice:

> Concretamente, se puede afirmar que resolver problemas matemáticos más allá de un procedimiento, exige "vivir" las matemáticas, creando espacios de encuentros entre lo abstracto y lo real. Aplicar las matemáticas a contextos y situaciones cercanas, reales, laborales y científicas, permite considerarla como una herramienta útil y formadora. p.41)

En tercer lugar, las técnicas que emplearon los estudiantes frente a la adición de números enteros en contextos cotidianos permitieron ver los diferentes aciertos y falencias que se tienen al resolver tareas propuestas desde el enfoque teórico de la TAD.

Respecto a las técnicas 1,3 y 4 hubo predominio durante todo el proceso por lo tanto se consideran técnicas ***dominantes***. Estas técnicas al compáralas con las encontradas en otras investigaciones como la de (Camacho & Figueroa, 2018) donde el ***criterio algorítmico*** [5] es una de las más usadas**,** demuestra que existe una tendencia a la algoritmización**.** En el caso de esta investigación los estudiantes mostraron todo el tiempo que buscaban cifras, cantidades que les permitieran realizar una operación, escribir una expresión matemática, una secuencia lógica o a través de argumentaciones escritas, aunque algunos no hicieron claridad en la solución de las operaciones de suma y resta.

En estas técnicas se logró evidenciar el manejo que tienen del valor posicional de las cifras a la hora de sumar en sus diferentes formas, la exactitud de sus respuestas y el conocimiento del algoritmo como tal en sus cálculos aritméticos.

> Este cálculo aritmético se caracteriza por ser un procedimiento contextualizado en el que todas las operaciones que se proponen pueden realizarse, debido a que siempre se trabaja con números a los que se atribuye un significado como medidas, tal significado repercute en las decisiones que han de tomarse sobre la secuencia de operaciones aritméticas que resuelve el problema, lo que genera que no se justifique la necesidad de simbolizar el sentido de las magnitudes.(Cid & Bolea, s.f., p.4)

En esta parte se analizó como los estudiantes para resolver una tarea no plantean una adición de dos enteros de diferente signo si no que recurren a una sustracción, donde cambian que el minuendo sea mayor que el sustraendo, demostrando que conocen el algoritmo, pero se

---

[5] Criterio algorítmico: esta técnica hace referencia a todos esos modos de hacer o de resolver determinada tarea, en los cuales se deben claridad en la solución de las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y las propiedades de cada una de ellas. (Camacho & Figueroa, 2018)

evidencia que no saben aplicarlo, aunque reconocen la situación planteada desde ese contexto, porque en la respuesta dicen que hace falta, que es un déficit, pero no lo simbolizan como corresponde.

Para finalizar se encuentran los que ***No contestan*** como última categoría donde se hallan tres estudiantes que no realizan ningún procedimiento para la tarea No 2 y seis estudiantes que no respondieron algún ítem de las tres tareas propuestas, pero se desconoce el motivo por el cual no solucionaron porque solo dos de ellos argumentan que no entendieron la pregunta.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

Para concluir, en primer lugar, se puede decir que la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) fue un enfoque conveniente en esta investigación por los componentes teóricos y metodológicos que brindó para el análisis del objeto de estudio en relación a una determinada institución.

Con respecto a la pregunta de investigación: ¿Cuáles son las técnicas que desarrollan los estudiantes en situaciones aditivas con números enteros a partir de tareas propias desde un contexto cotidiano? se logró dar la respuesta a través de las siete técnicas que utilizaron los estudiantes, ellas son: Sumar en forma vertical u horizontal teniendo en cuenta el valor posicional de las cifras, sumar en forma vertical sin tener en cuenta el valor posicional de las cifras, restar en forma vertical u horizontal buscando que el minuendo sea mayor que el sustraendo**,** hace cálculos mentales y describe el proceso a través de una expresión verbal, resta cantidades en forma vertical u horizontal desconociendo su valor relativo, selecciona materiales desde la realidad del contexto, restas sucesivas en forma horizontal.

En cuanto al objetivo general, analizar las técnicas desplegadas por los estudiantes al desarrollar tareas propias relacionadas con la adición de números enteros en contextos cotidianos, se realizó lo planteado, porque se hizo el respectivo análisis de cada una de ellas, además, para cumplir con dicho objetivo, se llevaron a cabo los tres objetivos específicos propuestos.

El primer objetivo específico fue diseñar tareas propias que involucraran situaciones aditivas con números enteros para estudiantes de educación básica y media. Así pues, se diseñaron tres tareas propias organizadas a partir del tipo *de tarea* $T_{\#}$ y un género $G^{\#}$ quedando establecidas así: Tarea 1 ($t\,{}^{G}_{a}$,1) llamada Presupuesto; consta de un género, tres tipos de tarea y cinco ítems, tarea 2 ($t\,{}^{G}_{a}$,2) llamada recorrido; con dos géneros, tres tipos de tarea y cuatro ítems y la tarea 3 ($t\,{}^{G}_{a}$,3) llamada elevación; la cual consta de dos géneros, dos tipos de tarea y cinco ítems.

El segundo objetivo era identificar las técnicas desarrolladas por los estudiantes en la solución de situaciones aditivas con números enteros en contextos cotidianos y para ello en primer lugar se organizó una matriz de análisis donde se ubicaron los 48 procesos, después de continuas observaciones, comparaciones, búsqueda de similitudes, diferencias y teniendo en cuenta algunos aspectos teóricos y metodológicos que ofrece la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se identificaron 7 técnicas caracterizadas, completando así el bloque práctico-técnico. En algunas técnicas los estudiantes se encargaron de argumentar el porqué de sus procesos, por lo tanto, se tiene en cuenta en el bloque tecnológico-teórico, aunque dentro del interés investigativo no se planteó el trabajo con una praxeología completa.

El tercer objetivo consistía en categorizar las técnicas emergentes en la resolución de tareas propias de la adición de números enteros en contextos cotidianos, para el cual primero se realizó un análisis comparativo de las técnicas que emplearon los estudiantes, encontrando en una de ellas una nueva manera de resolverlas, que se ha denominado *resolución de situaciones aditivas a partir del contexto*, ubicándola como una categoría emergente que se presentó en la tarea propia No. 1, ítem (d). se la clasificó como emergente porque desde la organización para el análisis que se tenía se esperaba una aproximación a la respuesta desde el punto de vista de las matemáticas escolares propuesta por el investigador, sin embargo, las respuestas de algunos estudiantes quienes se ubicaron desde el contexto fueron más acertadas y coherentes por el análisis que le dieron a la misma.

Con esta categoría se confirma la importancia que tiene el contexto cotidiano en las tareas propias aplicadas, al mirar cómo supera al mismo contexto de las matemáticas por aquello que los estudiantes saben desde la elaboración de los globos y que si se piensa en trabajar estas tareas en otros lugares no van a emplear las mismas técnicas.

En la mayoría de las técnicas empleadas por los estudiantes se está utilizando el ***criterio algorítmico*** que al parecer predomina en las aulas de clase, porque no existe diferencia entre las técnicas desarrolladas por los estudiantes de grado séptimo respecto a los de grado undécimo, de manera que al resolver una tarea siempre buscan cifras que les permitan escribir una expresión simbólica y resolver la operación de manera mecánica y rutinaria. Con esto se evidencia lo que expresa Chevallard (1999):

> …Pero es verdad que parece existir una tendencia bastante general a la algoritmización -aun cuando este proceso de progreso técnico parezca a veces detenerse por largo tiempo, en una determinada institución, a propósito de tal o cual tipo de tareas o de tal o cual complejo de tipo de tareas. (p.2)

A nivel general, este trabajo investigativo permite concluir que:

- ✔ Los estudiantes en un 70% resolvieron las tareas propias aplicando unas técnicas.
- ✔ Se podría pensar que los estudiantes conocen el algoritmo para resolver situaciones aditivas con números enteros, pero no saben aplicarlos en situaciones de la vida cotidiana.
- ✔ Los errores que cometen los estudiantes se deben al uso incorrecto del algoritmo de la suma y la resta con números enteros.

- La mayoría de los estudiantes buscan técnicas económicas que le permitan dar solución a la tarea de una manera más fácil pero no hacen verificación de sus respuestas y validez de las mismas.
- El cálculo mental es una técnica a la que recurrieron varios estudiantes, por lo tanto, se debe estimular desde los inicios de la etapa escolar para así mejorar el nivel cognitivo y potenciar el pensamiento numérico.
- El contexto de la elaboración de globos en el que se trabajó es potencial, porque los estudiantes a partir de la lectura de las tareas, inmediatamente trataban de contextualizarlas, demostrando así que es muy bueno para la construcción de números y en particular de los números enteros.
- Una limitante que se presentó en este trabajo fue que, a pesar de las diferentes revisiones y asesorías recibidas respecto al diseño de las tareas propias, no se hizo una revisión exhaustiva de los ítems, por lo tanto, quedaron algunos muy similares y eso hizo que los estudiantes emplearán las mismas técnicas.

A modo personal este trabajo ayuda a reflexionar sobre lo que se enseña y cómo se enseña respecto al concepto de número entero negativo, siendo muy importante su enseñanza y aprendizaje bajo el punto de vista de los obstáculos históricos y epistemológicos, que permitan evitar dificultades en la comprensión del concepto y puedan ayudar a su apropiación y aplicación dentro de la cotidianidad.

En resumen, este trabajo quiere ser un aporte a la enseñanza y aprendizaje de la adición de números enteros desde el marco de la TAD y un punto de partida para otras investigaciones que profundicen los aspectos aquí tratados o exploren otros.

Recomendaciones

En un trabajo investigativo como éste, la intención es realizar un análisis de las "*maneras de hacer" que* presentan los estudiantes respecto a un objeto matemático en una institución determinada. Por esta razón, se les recomienda a los interesados en desarrollar ideas similares, profundizar y desarrollar una praxeología didáctica a partir del contexto cotidiano utilizado porque les va permitir un mejor acercamiento al concepto de número entero y su aplicación en las diferentes situaciones aditivas propuestas. Además, desde la actividad de elaboración de globos se puede construir conocimiento para cualquier pensamiento matemático.

Bibliografía

Alfaro, C. (2008). Las ideas de Pólya en la resolución de problemas. *Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática*, *0*(1), 1–13.

Aponte, P., & Rivera, M. (2017). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje del número entero presentadas en el objeto virtual de aprendizaje. *Universidad Distrital Francisco José de Caldas*, 64.

Bustamante, E. (2015). *El juego como estrategia didáctica en la enseñanza de los números enteros basado en aprendizajes significativos*. 1–79.

Camacho, B. J. D., & Valencia, F. L. A. (2018). *Potencialidades y limitaciones de una obra matemática propuesta para la enseñanza de los números enteros: Una mirada desde la TAD*.

Cárdenas, A. P., Cedeño, T. E. C., Martínez, J. M., & Villegas, A. M. A. (2018). *La Comprensión Lectora Para La Resolución De Problemas Matemáticos Mediante La Historieta Como Estrategia Didáctica*. 119.

Castrillón, L. (2013). Estrategia didáctica de enseñanza utilizando las TIC para Aritmética de Números Enteros en grado octavo: Estudio de caso. *Universidad Nacional de Colombia*, 113. http://www.bdigital.unal.edu.co/11013/

Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*.

Cid, C. (2015). *Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos*.

Herrera, J., & Zapatera, A. (2019). EL número como cantidad física y concreta, un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. *Pna*, *13*(4), 197–220. https://repositorioinstitucional.ceu.es/bitstream/10637/10879/1/Numero_PNA_Herrera_2019.pdf

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Cooperativa Editorial Magisterio*, 103.

MEN. (2009). *Derechos Básicos de Aprendizaje DBA versión 2*. http://iedar.edu.co/DBA/DBA MATEMATICAS 2 EDISION.pdf

Mendivil Zúñiga, T. (2012). Sistema de Evaluación del Aprendizaje en los Estudiantes de Educación Superior en la Región Caribe Colombiana. *Dimensión Empresarial*, *10*(1), 100–107.

Ministerio de Educación Nacional (M.E.N). (2006). *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, ciencias y Ciudadanas*.

Muñoz, B. V., Gómez, O. D., & Zambrano, S. O. (2018). *Aprendizaje de la adición con números enteros a través de prácticas matemáticas lúdicas con los estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Nuestra Señora de Belén* [Universidad del Cauca]. https://bit.ly/3QmZuKG

Navia, N., & Orozco, V. (2012). Una introducción al concepto de entero enfatizando en el número negativo en el grado séptimo de la educación básica. *Universidad Del Valle*. http://hdl.handle.net/10893/4584

Otero, C. (2015). Estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números enteros con los estudiantes del grado 7° de la Institución Educativa Ana de Castrillón. *Universidad Nacional de Colombia*, 162.

Pacheco, L. L. C., & Torres, C. S. P. (2018). *Uso de elementos de los números enteros en la solución de problemas de esquema aditivo de transformación en estudiantes de séptimo grado de dos instituciones educativas de Cali*.

Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. In *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. https://doi.org/10.31819/9783964565464-004

Anexos

Anexo A

TAREAS
“ANÁLISIS DE TÉCNICAS EMPLEADAS EN LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS DESDE CONTEXTOS COTIDIANOS PARA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA: UNA MIRADA DESDE LA TAD”

Institución:	**Municipio:**	**Departamento:**	
Nombre del participante:		**Grado:**	**Edad:**
Genero:	**Lugar:**	**Hora inicio:**	**Hora terminación:**
Temática: Números enteros		**Investigador: Ceyda Benavides**	

Objetivo: Reunir información concerniente al proyecto de investigación que permita obtener los datos necesarios para llevar a cabo los propósitos planteados.

En el Municipio de Bolívar Cauca, es tradición cultural la elaboración de globos de papel que se elevan en los carnavales de negros y blancos, la cual es reconocida a nivel mundial. El docente de artística junto algunos estudiantes de la Institución deciden participar con un globo cuyo diseño es un cubo, donde en cada cara lateral se realizará una pintura relacionada con la situación vivida sobre pandemia COVID -19, para lo cual utilizará papelillos de diferentes colores: 300 blancos,400 negros, 100 azules, 200 verdes, 200 rojos, 150 rosados, 150 amarillos, ega, pinturas en laca, cinta pegante transparente, thinner y alambre dulce. Si el aporte de la Alcaldía Municipal es de $ 325.000 y los gastos son: en papelillo $ 225.000, pegante $ 31.180, pinturas en laca $243.820, cinta transparente $ 12.430, thinner $ 27.650 y alambre dulce $ 4.150.

a. ¿Es suficiente el dinero aportado por la Alcaldía para sufragar los gastos?
b. ¿Si el aporte no es suficiente, cuánto dinero le falta?
c. ¿Si el grupo de profesores de la Institución decide realizar un aporte de $175.000, ¿cuánto dinero se recauda en total?, ¿Es suficiente? ¿falta? ¿sobra?

d. ¿Qué materiales deben dejar pendientes para comprar si no les alcanza el presupuesto?

e. Teniendo en cuenta que Bolívar cauca, es denominada la capital mundial del globo por ser el lugar donde se ha fabricado y elevado el globo de papel más grande del mundo con cuatro mil pliegos, ¿Cuál es la diferencia del globo que ostenta el Récord Guinness en número de papelillos respecto al globo que se piensa elaborar en la Institución?

Anexo B

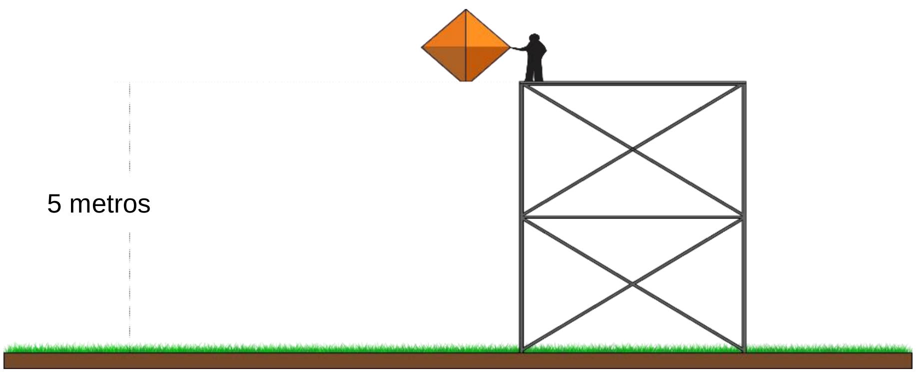
Considerando que el municipio de Bolívar Cauca, posee terrenos montañosos y también algunas zonas bajas, en la siguiente gráfica se muestra la altura de los lugares más comunes donde caen los globos que participan en el concurso organizado en los carnavales y los cuales son lanzados desde la Villa olímpica de la cabecera municipal ubicada a una altura de 1.777 m sobre el nivel del mar.

Si se toma la altura de Bolívar Cauca como punto cero de elevación, responde las siguientes preguntas:

a. Si un globo asciende hasta la parte más alta del cerro de Bolívar, ubicada a una altura de 628 metros por arriba del punto de lanzamiento. ¿Cuál es la altura sobre el nivel del mar que tiene la parte más alta del cerro?
b. Si luego, el mismo globo que estaba en la parte más alta del cerro, desciende hasta el corregimiento del Rodeo. ¿Cuántos metros por debajo del punto cero de elevación descendió?
c. ¿Cuál es el recorrido total del globo, entre su ascenso y descenso?
d. ¿Puedes proponer otro recorrido para este globo? ¿Cuál?

Anexo C

Uno de los requisitos para clasificar en el concurso de globos es que tenga una elevación mínima de 8 metros de altura en un intento, por encima de la rampa de 5 metros de altura ubicada sobre la cancha de la Villa olímpica adecuada para el evento. Teniendo en cuenta que está permitido realizar hasta 4 intentos, como lo muestra la siguiente gráfica:

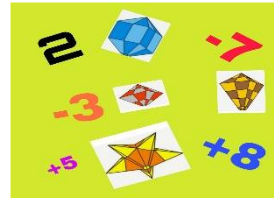


Los intentos de elevación que realizó un globo, están representados en la siguiente tabla que debes completar.

No. DE INTENTO	ASCENSOS	DESCENSOS
1	3 metros	-8 metros
2	6 metros	
3	2 metros	
4	7 metros	

a. ¿Después de realizados todos los intentos, en total cuántos metros ascendió el globo?
b. ¿Después de realizados todos los intentos, en total cuántos metros descendió el globo, teniendo en cuenta que lo recibían en la cancha de la Villa?
c. ¿Cuántos metros ha recorrido el globo entre ascensos y descensos hasta el segundo intento?
d. ¿Cuál es el resultado final entre los ascensos y descensos que se realizó el globo?
e. ¿El globo logró entrar en el concurso? Justifica tu respuesta.

Anexo D



CONSENTIMIENTO INFORMADO

"ANÁLISIS DE TÉCNICAS EMPLEADAS EN LA ADICIÓN DE NÚMEROS ENTEROS DESDE CONTEXTOS COTIDIANOS PARA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA: UNA MIRADA DESDE LA TAD"

Bolívar Cauca, ___________________de ________________

Nosotros: ______________________________, identificado(a) con la cédula de ciudadanía número ___________________ de ____________________, en calidad de progenitor(a)__ tutor(a) legal ___, y _________________________________, identificado(a) con la cédula de ciudadanía número ___________________ de ____________________, en calidad de progenitor(a)__ tutor(a) legal ___, de _________________________________, deseamos manifestar a través de este documento, que fuimos informados suficientemente y comprendemos la justificación, los objetivos, los procedimientos y las posibles molestias y beneficios implicados en la participación de nuestro hijo(a), en el proyecto de investigación: "_Análisis de técnicas empleadas en la adición de números enteros desde contextos cotidianos para Educación Básica y Media: Una mirada desde la TAD ", que se describe a continuación:

La investigación está a cargo de la docente: Ceyda Benavides Chilito, maestrante de la línea de investigación en Educación Matemática de la Universidad del Cauca.

Objetivo: Analizar las técnicas desplegadas por los estudiantes al desarrollar tareas propias relacionadas con la adición de números enteros en contextos cotidianos.

Procedimiento: Dentro del proceso se desarrollarán actividades en un aula de clase de la Institución Educativa en donde se desarrollarán tareas propias en cuestionarios con preguntas abiertas y una entrevista de argumentación sobre el trabajo realizado. Atendiendo al ejercicio de la patria potestad, establecido en el código civil colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del decreto 2820 de 1974 y la Ley de infancia y adolescencia, se realizarán registros fotográficos y fílmicos con fines pedagógicos. Nuestro hijo(a) se compromete a contestar sincera y responsablemente para que la investigación arroje resultados válidos.

Se aclara que el fin de la investigación es netamente educativo e investigativo orientado al mejoramiento de procesos pedagógicos, que bajo ninguna circunstancia la información suministrada por los estudiantes será utilizada para otros fines y que se reservará la confidencialidad de datos personales de los participantes.

El investigador no publicará resultados en medios de comunicación masiva, sólo será utilizado para publicaciones académicas, guardando la confidencialidad de los participantes.

Participación voluntaria

La participación de nuestro hijo(a) en este estudio es completamente voluntaria, si él o ella se negara a participar o decidiera retirarse, esto no le generará ningún problema, ni tendrá consecuencias a nivel institucional, ni académico, ni social. Si lo desea, nuestro hijo(a) informaría los motivos de dicho retiro al investigador responsable.

Riesgos de participación

No existe ningún riesgo por participar en este estudio investigativo.

Confidencialidad

La información suministrada por nuestro hijo(a) **será confidencial**. Los resultados podrán ser publicados o presentados en reuniones o eventos con fines académicos sin revelar su nombre o datos de identificación. Se mantendrán los cuestionarios y en general cualquier registro en un sitio seguro. En bases de datos, todos los participantes serán identificados por un código que será usado para referirse a cada uno. Así se guardará el secreto profesional de acuerdo con lo establecido en la Ley 1090 de 2006, que rige el ejercicio de la profesión de psicología en Colombia.

Así mismo, declaramos que fuimos informados suficientemente y comprendemos que tenemos derecho a recibir respuesta sobre cualquier inquietud que mi hijo(a) o nosotros tengamos sobre dicha investigación, antes, durante y después de su ejecución; que mi hijo(a) y nosotros tenemos el derecho de solicitar los resultados de los cuestionarios y pruebas que conteste durante la misma. Considerando que los derechos que mi hijo(a) tiene en calidad de participante de dicho estudio, a los cuales hemos hecho alusión previamente, constituyen compromisos del investigador responsable del mismo, nos permitimos informar que consentimos, de forma libre y espontánea, la participación de nuestro hijo(a) en el mismo.

Este consentimiento no inhibe el derecho que tiene mi hijo(a) de ser informado(a) suficientemente y comprender los puntos mencionados previamente y a ofrecer su asentimiento informado para participar en el estudio de manera libre y espontánea, por lo que entiendo que mi firma en este formato no obliga su participación.

En constancia de lo anterior, firmamos el presente documento, en la ciudad de ____________________________, el día __________, del mes _______________________ de _______,

Firma ____

Nombre ____

C. C. No. _____________________**de** ___________________________

Anexo E

t_1^1,1,a					t_1^1,1,b			t_2^1, 1,c					
τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5	τ_5	τ_6	τ_7	τ_8	τ_9	τ_5	τ_{10}	τ_{11}	τ_{12}
SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA VERTICAL	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA VERTICAL Y LUEGO LE RESTA AL TOTAL LOS INGRESOS	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA HORIZONTAL	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA HORIZONTAL Y LUEGO LE RESTA A ESTE TOTAL LOS INGRESOS	JUSTIFICA EL PROCESO ATRAVES DE UN LENGUAJE ESCRITO PERO SIN ALGORITMO	JUSTIFICA EL PROCESO ATRAVES DE UN LENGUAJE ESCRITO PERO SIN ALGORITMO	REALIZA UNA RESTA EN FORMA VERTICAL DESCONOCIENDO EL DEFICIT	REALIZA UNA RESTA EN FORMA HORIZONTAL DESCONOCIENDO EL DEFICIT	SUMA DE LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL	SUMA DE LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL Y SUSTRACCIÓN AL TOTAL DE EGRESOS	RESUELVE SIN ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN DEL PROCESO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL	AL DEFICIT LE SUSTRAE EL SEGUNDO INGRESO	AL DEFICIT LE SUSTRAE EL SEGUNDO INGRESO Y LUEGO SUMA LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL

Anexo F

t_3^1,1,d								t_2^1,1,e							
τ_{13}	τ_{14}	τ_{15}	τ_{16}	τ_{17}	τ_{18}	τ_{19}	τ_{20}	τ_{17}	τ_{14}	τ_5	τ_{21}	τ_{22}	τ_{23}	τ_{24}	τ_{25}
SELECCIONA DOS ELEMENTOS SUMANDOLOS EN FORMA VERTICAL QUE LE PERMITEN HACER UNA APROXIMACIÓN	RESUELVE SIN ALGORITMO NI JUSTIFICACIÓN	SELECCION A LOS ELEMENTOS CON EXACTITUD ATRAVES DE UN ALGOTIRMO	SELECCIÓN DE LOS ELEMENTOS CON EXACTITUD PERO SIN ALGORITMO	NO RESOLVIO EL EJERCICIO	AL TOTAL DE LOS EGRESOS LE SUSTRAE LOS TRES MATERIALES CON EXACTITUD	REALIZA LA SUMA DE LOS INGRESOS , LUEGO SUMA TRES MATERIALES QUE DAN CON EXACTITUD LOS INGRESOS, LUEGO SUMAN LOS MATERIALES QUE DAN CON EXACTITUD	SUMA DE LOS MATERIALES QUE DAN CON EXACTITUD EL VALOR DE LOS INGRESOS	NO RESOLVIO EL EJERCICIO	RESUELVE SIN ALGORITMO NI JUSTIFICACIÓN	RESUELVE EL EJERCICIO SIN ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN	REALIZA LA SUMA CON EL NÚMERO DE PAPELILLOS EN FORMA VERTICL Y LUEGO LE RESTA ESTE AL TOTAL	REALIZA LA SUMA CON EL NÚMERO DE PAPELILLOS EN FORMA HORIZONTAL Y LUEGO LE RESTA ESTE AL TOTAL	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL Y ARGUMENTA UNA ADICIÓN PERO SIN ALGORITMO	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO

Anexo G

t_4^2,2,a					t_4^2,2,b						
τ_{26}	τ_{25}	τ_5	τ_{27}	τ_{10}	τ_{25}	τ_5	τ_{28}	τ_{23}	τ_{29}	τ_{30}	τ_{27}
NO RESOLVIO NINGUNA ACTIVIDAD DE LA TAREA PROPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	RESUELVE SIN ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN LITERAL DEL PROCESO	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA HORIZONTAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	RESUELVE SIN ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN LITERAL DEL PROCESO	REALIZA UN PROCEDIMIENTO ALGORITMO CON TODAS LAS ALTURAS QUE MUESTRA LA GRAFICA PERO LE DA UNA RESPUESTA INTERPRETATIVA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA HORIZONTAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	RESUELVE SOLO UNA PARTE CON ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN LITERAL DEL PROCESO	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA

Anexo H

$t^{2}_{5},2,c$				$t^{3}_{6},2,d$			
τ_{25}	τ_{5}	τ_{27}	τ_{31}	τ_{32}	τ_{33}	τ_{17}	τ_{34}
DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	RESUELVE SIN ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN LITERAL DEL PROCESO	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN Y LUEGO UNA ADICCION	CREA UN RECORRIDO EN FORMA LITERAL SIN ALGORITMO	NO CREO NINGUN RECORRIDO Y JUSTIFICA LA RESPUESTA	NO RESOLVIO EL EJERCICIO	CREA UN RECORRIDO Y LO JUSTIFICA CON UN ALGORITMO

Anexo I

$t^{1}_{1},3,a$					$t^{1}_{1},3,b$						
τ_{27}	τ_{25}	τ_{5}	τ_{10}	τ_{35}	τ_{36}	τ_{37}	τ_{25}	τ_{38}	τ_{39}	τ_{40}	τ_{41}
REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL DE LOS ASCENSOS QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	RESUELVE SIN ALGORITMO PERO CON JUSTIFICACIÓN DEL PROCESO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL DE LOS ASCENSOS	REALIZA UNA SUMA EN FORMA VERTICAL DE LOS ASCENSOS PERO LA RESPUESTA NO ES COHERENTE CON LA PREGUNTA	REALIZA UNA SUMA DE LOS DESCENSOS EN FORMA VERTICAL RECONOCIENDO EL SENTIDO EN EL RESULTADO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO Y SIN COHERENCIA	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA VERTICAL DE LOS DESCENSOS PERO DESCONOCE EL SENTIDO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL DE LOS DESCENSOS DANDOLE EL SENTIDO NEGATIVO	REALIZA UNA SUMA DE LOS DESCENSOS EN FORMA VERTICAL RECONOCIENDO EL SENTIDO EN EL RESULTADO	REALIZA UNA SUMA VERTICAL DE LOS DESCENSOS RECONOCIENDO EL SENTIDO DE CADA UNO

Anexo J

$t^{1}_{1},3,c$						$t^{1}_{1},3,d$				$t^{4}_{7},3,e$	
τ_{42}	τ_{37}	τ_{43}	τ_{44}	τ_{45}	τ_{25}	τ_{46}	τ_{25}	τ_{42}	τ_{45}	τ_{47}	τ_{48}
REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS DESCONOCIENDO EL SENTIDO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO Y SIN COHERENCIA	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO Y SIN DARLE SENTIDO A LAS CANTIDADES	REALIZA LAS SUMAS EN FORMA HORIZONTAL DE LOS ASCENSOS Y LOS DESCENSOS DANDOLE EL SENTIDO CORRESPONDIENTE	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS AUNQUE RECONOCE SU SENTIDO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	PRESENTA DOS RESPUESTAS NUMERICAS SIN ALGORITMO O Y COHERENCIA	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS AUNQUE DESCONOCE EL SENTIDO	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS AUNQUE RECONOCE SU SENTIDO	DEDUCE LA RESPUESTA A PARTIR DE LOS DATOS DE LA TABLA JUSTIFICANDO LA RESPUESTA	DEDUCE DOS RESPUESTAS A PARTIR DE LOS DATOS DE LA TABLA

Anexo K

$t^{1}_{1},1,a$						$t^{1}_{1},1,b$					$t^{1}_{2}, 1,c$					
τ_{1}	τ_{2}	τ_{3}	τ_{4}	τ_{5}	τ_{6}	τ_{3}	τ_{6}	τ_{7}	τ_{8}		τ_{1}	τ_{3}	τ_{6}	τ_{4}	τ_{9}	τ_{10}
SUMA DE TODOS LOS DATOS EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA VERTICAL PERO SIN TENER ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL	REALIZA UNA SUMA EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL Y LUEGO UNA RESTA	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA HORIZONTAL	SUMA TODOS LOS GASTOS EN FORMA HORIZONTAL Y LUEGO LE RESTA A ESTE EL TOTAL DE LOS INGRESOS	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	SUMA TODOS LOS GASTOS EN FORMA VERTICAL Y LUEGO LE RESTA AL TOTAL LOS INGRESOS	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL DEL TOTAL DE EGRESOS CON EL INGRESO DESCONCIENDO EL DEFICIT	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA HORIZONTAL DEL TOTAL DE EGRESOS CON EL INGRESO DESCONCIENDO EL DEFICIT	NO RESOLVIO LA ACTIVIDAD PROPUESTA	SUMA DE TODOS LOS DATOS EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL	SUMA DE LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL Y SUSTRACCIÓN AL TOTAL DE EGRESOS	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL	AL SALDO LE SUSTRAE EL SEGUNDO INGRESO	AL SALDO LE SUSTRAE EL SEGUNDO INGRESO Y LUEGO SUMA LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL

Anexo L

t^1_3,1,d				t^1_2,1,e							
τ_{11}	τ_{12}	τ_{13}			τ_{14}	τ_6	τ_3	τ_5	τ_{15}	τ_{16}	τ_{17}
SELECCION A DOS ELEMENTOS SUMANDOLOS EN FORMA VERTICAL QUE LE PERMITEN HACER UNA APROXIMACIÓN	SELECCION A LOS MATERIALES SIN ALGORITMO	SELECCION A LOS ELEMENTOS ATRAVES DE ALGUNOS ALGOTIRMOS	NO RESOLVIO LA ACTIVIDAD PROPUESTA	NO RESOLVIO LA ACTIVIDAD PROPUESTA	DA UNA RESPUESTA PERO DESDE SU CONTEXTO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA SUMA EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSCIONAL Y LUEGO UNA RESTA	REALIZA LA SUMA CON EL NÚMERO DE PAPELILLOS EN FORMA HORIZONTAL Y LUEGO LE RESTA ESTE AL TOTAL	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL Y ARGUMENTA UNA ADICIÓN PERO SIN ALGORITMO	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO

Anexo LL

t^2_4,2,a					t^2_4,2,b						
	τ_{17}	τ_6	τ_1	τ_4	τ_{17}	τ_6	τ_{18}	τ_7	τ_8	τ_1	
NO RESOLVIO NINGUNA ACTIVIDAD DE LA TAREA PROPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA HORIZONTAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UN PROCEDIMIENTO ALGORITMO CON TODAS LAS ALTURAS QUE MUESTRA LA GRAFICA PERO LE DA UNA RESPUESTA INTERPRETATIVA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA HORIZONTAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	DA RE NU SIN PR

Anexo M

t^2_5,2,c				t^3_6,2,d			
τ_{17}	τ_6	τ_1	τ_{19}	τ_6	τ_{20}		τ_{21}
DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN Y LUEGO UNA ADICCION	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	NO CREO NINGUN RECORRIDO Y JUSTIFICA LA RESPUESTA	NO RESOLVIO EL EJERCICIO	CREA UN RECORRIDO Y LO JUSTIFICA CON UN ALGORITMO

Anexo N

t^1_1,3,a			t^1_1,3,b			t^1_1,3,c			t^1_1,3,d		t^1_1,3,e
τ_1	τ_{17}	τ_4	τ_1	τ_{17}	τ_4	τ_{22}	τ_{17}	τ_4	τ_{17}	τ_{22}	τ_{23}
REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL DE LOS ASCENSOS QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL DE LOS ASCENSOS	REALIZA UNA SUMA DE LOS DESCENSOS EN FORMA VERTICAL RECONOCIENDO EL SENTIDO EN EL RESULTADO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL DE LOS DESCENSOS DANDOLE EL SENTIDO NEGATIVO	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS DESCONOCIENDO EL SENTIDO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO Y SIN COHERENCIA	REALIZA LAS SUMAS EN FORMA HORIZONTAL DE LOS ASCENSOS Y LOS DESCENSOS DANDOLE EL SENTIDO CORRESPONDIENTE	PRESENTA DOS RESPUESTAS NUMERICAS SIN ALGORITMO Y COHERENCIA	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS AUNQUE DESCONOCE EL SENTIDO	DEDUCE LA RESPUESTA A PARTIR DE LOS DATOS DE LA TABLA JUSTIFICANDO LA RESPUESTA

Anexo Ñ

t^1_1,1,a						t^1_1,1,b					t^1_2, 1,c					
τ_1	τ_2	τ_{1-3}	τ_1	τ_{1-3}	τ_4	τ_{1-3}	τ_4	τ_3	τ_5		τ_1	τ_{1-3}	τ_4	τ_1	τ_3	τ_{1-3}
SUMA DE TODOS LOS DATOS EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA VERTICAL PERO SIN TENER ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL	REALIZA UNA SUMA EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSCIONAL Y LUEGO UNA RESTA	SUMA DE TODOS LOS GASTOS EN FORMA HORIZONTAL	SUMA TODOS LOS GASTOS EN FORMA HORIZONTAL Y LUEGO LE RESTA A ESTE EL TOTAL DE LOS INGRESOS	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	SUMA TODOS LOS GASTOS EN FORMA VERTICAL Y LUEGO LE RESTA AL TOTAL LOS INGRESOS	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	RESTAR EN FORMA VERTICAL U HORIZONTAL BUSCANDO QUE EL MIINUENDO SEA MAYOR QUE EL SUSTRAENDO	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA HORIZONTAL DESCONOCIENDO SU VALOR RELATIVO	NO RESOLVIO LA ACTIVIDAD PROPUESTA	SUMA DE TODOS LOS DATOS EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSICIONAL	SUMA DE LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL Y SUSTRACCIÓN AL TOTAL DE EGRESOS	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL	AL SALDO LE SUSTRAE EL SEGUNDO INGRESO	AL SALDO LE SUSTRAE EL SEGUNDO INGRESO Y LUEGO SUMA LOS INGRESOS EN FORMA VERTICAL

Anexo O

t^1_3,1,d				t^1_2,1,e							
τ_1	τ_4	τ_1			τ_6	τ_4	τ_{1-3}	τ_{1-3}	τ_3	τ_3	τ_4
SELECCIONA DOS ELEMENTOS SUMANDOLOS EN FORMA VERTICAL QUE LE PERMITEN HACER UNA APROXIMACIÓN	SELECCIONA LOS MATERAILES SIN ALGORITMO	SELECCIONA LOS ELEMENTOS ATRAVES DE ALGUNOS ALGOTIRMOS	NO RESOLVIO LA ACTIVIDAD PROPUESTA	NO RESOLVIO LA ACTIVIDAD PROPUESTA	DA UNA RESPUESTA PERO DESDE SU CONTEXTO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA SUMA EN FORMA VERTICAL TENIENDO ENCUENTA EL VALOR POSCIONAL Y LUEGO UNA RESTA	REALIZA LA SUMA CON EL NÚMERO DE PAPELILLOS EN FORMA HORIZONTAL Y LUEGO LE RESTA ESTE AL TOTAL	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL Y ARGUMENT A UNA ADICIÓN PERO SIN ALGORITMO	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO

Anexo P

t^2_4,2,a					t^2_4,2,b						t^2_5,2,c				t^3_6,2,d			
	τ_4	τ_4	τ_1	τ_1	τ_4	τ_4	τ_4	τ_3	τ_3	τ_1	τ_4	τ_4	τ_1	τ_{1-3}	τ_4			τ_1
NO RESOLVIO NINGUNA ACTIVIDAD DE LA TAREA PROPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA HORIZONTAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UN PROCEDIMIENTO ALGORITMO CON TODAS LAS ALTURAS QUE MUESTRA LA GRAFICA PERO LE DA UNA RESPUESTA INTERPRETATIVA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA SUSTRACCIÓN EN FORMA HORIZONTAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	DA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN PROCESO	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	REALIZA UNA SUSTRACIÓN Y LUEGO UNA ADICCION	DESCRIBE EN PALABRAS EL PROCESO QUE UTILIZO PARA RESOLVER LA TAREA	NO CREO NINGUN RECORRIDO Y JUSTIFICA LA RESPUESTA	NO RESOLVIO EL EJERCICIO	CREA UN RECORRIDO Y LO JUSTIFICA CON UN ALGORITMO

Anexo Q

t^1_1,3,a			t^1_1,3,b			t^1_1,3,c			t^1_1,3,d		t^1_1,3,e
τ_1	τ_4	τ_1	τ_1	τ_4	τ_7	τ_1	τ_4	τ_1	τ_4	τ_1	τ_4
REALIZA UNA ADICIÓN EN FORMA VERTICAL DE LOS ASCENSOS QUE JUSTIFICA LA RESPUESTA	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	REALIZA UNA SUMA EN FORMA HORIZONTAL DE LOS ASCENSOS	REALIZA UNA SUMA DE LOS DESCENSOS EN FORMA VERTICAL RECONOCIENDO EL SENTIDO EN EL RESULTADO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO	SUSTRACCIONES SUCESIVAS EN FORMA HORIZONTAL	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS DESCONOCIENDO EL SENTIDO	PRESENTA UNA RESPUESTA NUMERICA SIN ALGORITMO Y SIN COHERENCIA	REALIZA LAS SUMAS EN FORMA HORIZONTAL DE LOS ASCENSOS Y LOS DESCENSOS DANDOLE EL SENTIDO CORRESPONDIENTE	PRESENTA DOS RESPUESTAS NUMERICAS SIN ALGORITMO O Y COHERENCIA	REALIZA UNA SUMA DE LOS ASCENSOS Y DESCENSOS AUNQUE DESCONOCE EL SENTIDO	DEDUCE LA RESPUESTA A PARTIR DE LOS DATOS DE LA TABLA JUSTIFICANDO LA RESPUESTA

Anexo R