

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Análisis de la Comprensión de Gráficos Estadísticos a partir de Situaciones

Matemáticas Escolares

Maestrante

Nidia Yelitza Burbano Burbano

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Universidad del Cauca

Maestría en Educación

Línea de Investigación en Educación Matemática

Popayán 23 de septiembre de 2022

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Análisis de la Comprensión de Gráficos Estadísticos a partir de Situaciones

Matemáticas Escolares



Trabajo para optar al título de

MAGISTER EN EDUCACIÓN

Modalidad Investigación – Línea en Educación Matemática

Maestrante

Nidia Yelitza Burbano Burbano

Director

Mg. Jhon Jair Jiménez Gutiérrez

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Maestría en Educación

Línea de Investigación en Educación Matemática

Popayán 23 de septiembre de 2022

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Nota de aceptación

El director y los jurados del presente trabajo de grado titulado “Análisis de la Comprensión de Gráficos Estadísticos a partir de Situaciones Matemáticas Escolares”, elaborado por Nidia Yelitza Burbano Burbano, una vez revisado y aprobado el presente documento y la sustentación del mismo, autorizan a la estudiante para dar inicio a los trámites académicos para obtener el título de Magister en Educación, línea en Educación Matemática.

Mg. JHON JAIR JIMÉNEZ GUTIÉRREZ

Director Trabajo de grado

Mg. YENNY LEONOR ROSERO ROSERO

Jurado

Mg. SANDRA MARCELA CHITO CERÓN

Jurado

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Agradecimientos

Durante esta etapa de formación fueron varias las dificultades que se han tenido que superar con amor, fortaleza y disciplina. El sacrificio de tiempo personal y espacios dejados de compartir con nuestras familias y amigos permitieron la exigencia al máximo como persona y profesional.

Gracias a Dios, a la vida, a mi familia, mi institución, mis estudiantes, director, evaluadoras, compañeros y docentes de la maestría en educación, línea en Educación Matemática de UNICAUCA por participar, acompañar y guiar este proceso formativo.

¡Gratitud infinita a todos Ustedes!

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Contenido

Introducción

Capítulo I: De donde parte la investigación.....	14
Contexto de la investigación.....	14
Problema de Investigación.....	16
Planteamiento del problema y pregunta de investigación	17
Justificación	20
Descripción de Antecedentes.....	23
Objetivos de la investigación.....	26
Objetivo general.....	26
Objetivos específicos	26
Capítulo II: Fundamentación Teórica de la Investigación	28
El Pensamiento Aleatorio, Sistemas de Datos como Componente Curricular	28
Recuento histórico de los gráficos estadísticos.....	33
Gráficos estadísticos	36
Lectura e interpretación de gráficos estadísticos	38
Niveles de Comprensión de Gráficos Estadísticos según la Taxonomía de Curcio	40
Herramienta de análisis para el sistema de prácticas de los estudiantes: Configuración Epistémica desde el Enfoque Ontológico Semiótico del Conocimiento (Godino et al, 2007).	46
Capítulo III: Metodología de la Investigación	49
Tipo de Investigación.....	49
Población y participantes	50
Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información	50
Método.....	56

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Fases de la Investigación	56
Fase Uno	56
Fase Dos.....	57
Fase Tres.....	58
Capítulo IV: Análisis de la Información.....	60
Lectura y Elaboración del Gráfico Estadístico	61
Uso de Procedimientos Matemáticos.....	67
Deducción de información.....	69
Algoritmo de Regla de Tres Simple Directa.....	70
Verificación de los procedimientos matemáticos	76
Relación tanto de Conceptos como de Procedimientos dentro del Gráfico Circular y de Barra, así como su Utilidad en la Solución de una Situación Matemática Escolar .	78
Capítulo V: Conclusiones de la Investigación	87
Consideraciones Generales	94
Referentes Bibliográficos.....	98
Anexo A.....	103
Anexo B.....	106
Anexo C.....	107

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Tabla de imágenes

Imagen 1. Comparativo de resultados pruebas SABER de Latinoamérica	18
Imagen 2. Resultado de pruebas SABER 9	19
Imagen 3. Dificultades en el pensamiento aleatorio sistemas de datos	20
Imagen 4. Primer gráfico estadístico de la historia.....	36
Imagen 5. Recolección de información	54
Imagen 6. Práctica de los estudiantes	55
Imagen 7. Criterios de análisis.....	56
Imagen 8. Elementos estructurales del gráfico estadístico	62
Imagen 9. Símbolos y operaciones matemáticas.....	62
Imagen 10. Interpretación de las variables	63
Imagen 11. Dificultades en la interpretación de variables	63
Imagen 12. Reconocimiento de variables	65
Imagen 13. Situación matemática escolar.....	66
Imagen 14. Gráfico de barra	66
Imagen 15. Lectura literal.....	67
Imagen 16. Procedimientos matemáticos	69
Imagen 17. Deducción de información.....	70
Imagen 18. Identificación de magnitudes.....	71
Imagen 19. Procedimientos matemáticos	72
Imagen 20. Uso de Procedimientos matemáticos	73
Imagen 21. Tabla de frecuencias 1	73
Imagen 22. Tabla de frecuencias 2	74

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 23. Procedimientos matemáticos sin resultado	75
Imagen 24. Procedimiento matemático sin respuesta	75
Imagen 25. Verificación de procedimientos	76
Imagen 26. Gráfico circular	77
Imagen 27. Análisis de gráficos estadísticos	77
Imagen 28. Análisis de los porcentajes del gráfico estadístico.....	78
Imagen 29. Relación algorítmica	80
Imagen 30. Lenguaje y conceptos matemáticos	80
Imagen 31. Construcción de gráficos estadísticos	81
Imagen 32. Relación de lenguajes	82
Imagen 33. Utilidad de los gráficos estadísticos.....	83
Imagen 34. Análisis de los estudiantes	83
Imagen 35. Argumentación.....	84

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Resumen

En este documento se presentan los resultados de la investigación llamada **Análisis de la Comprensión de Gráficos Estadísticos a partir de Situaciones Matemáticas Escolares**, realizada con estudiantes de grado noveno de La Institución Educativa Francisco José de Caldas del municipio de La Sierra, en el departamento del Cauca, relacionada con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, la cual se estructuró y desarrolló en medio de la anormalidad académica causada por la pandemia Covid 19.

La metodología de investigación es de carácter cualitativo y la recolección de la información se dio a partir del diseño y aplicación de dos situaciones matemática escolares acordes al contexto de la institución, con ello se analiza desde las prácticas de los estudiantes los niveles de comprensión de la información representada mediante gráficos estadísticos según la Taxonomía de Curcio (2001), utilizando como herramienta de análisis la configuración epistémica del enfoque ontológico semiótico del conocimiento (Godino et al, 2007c). Como resultado del análisis, en la práctica de los estudiantes, se identificaron los niveles de comprensión leer los datos y leer entre los datos, dentro de los cuales se ubican las conductas propuestas por Curcio para desarrollar la comprensión de gráficos estadísticos o sentido gráfico.

Palabras claves: Niveles de comprensión en gráfico de barra y circular, Pensamiento aleatorio, sentido gráfico y Taxonomía de Curcio.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Abstract

This document presents the results of the research named Analysis of the Comprehension of Statistical Graphs ABOUT School Mathematical Situations, carried out with ninth grade students from Institution Educativa_Francisco José de Caldas in the municipality of La Sierra, in the department of Cauca-COLOMBIA related to random thinking and data systems, which was structured and developed in the midst of the academic abnormality caused by the Covid 19 pandemic.

The research methodology is of a qualitative nature and for the collection of information it was given from the design and application of two school mathematical situations according to the context of the institution, with this, the levels of comprehension of the information represented by statistical graphs according to Curcio's Taxonomy (2001) are analyzed from the students' practices, using as an analysis tool the epistemic configuration of the ontological semiotic approach of knowledge (Godino et al, 2007c). As a result of the analysis, the levels of comprehension read data and read between data are identified in the students' practice, within which the behaviors proposed by Curcio to develop the comprehension of statistical graphics or graphic sense are located.

Keywords: Levels of comprehension in bar and pie charts, random thinking, graphic sense and Curcio's Taxonomy.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Introducción

La presente investigación llamada Análisis de la comprensión de gráficos estadísticos a partir de situaciones matemáticas escolares nace desde la experiencia y la preocupación generada por los bajos desempeños que presentan los estudiantes de la Institución Educativa Francisco José de Caldas del municipio de La Sierra Cauca, Colombia, en las pruebas internas y externas relacionadas con la comprensión de la información representada mediante gráficos estadísticos, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, los cuales están ubicados dentro de la competencia comunicativa y pensamiento aleatorio (Duarte & Zanabria, 2018); esto puede ser originado entre otras situaciones, por la priorización de actividades de aula en el pensamiento numérico y sistemas numéricos dentro del plan de aula y las prácticas de los docentes del área.

El interés de la investigación se centra en el análisis de los gráficos de barra y circular, siendo estos los que usualmente se trabajan dentro de la propuesta curricular de la institución; además, son usados frecuentemente para representar información en las pruebas SABER¹ 9 y en informaciones dadas en medios de comunicación, reconociendo la potencialidad de la estadística en la actualidad, lo que hace necesario que todo ciudadano desarrolle la capacidad de lectura, interpretación y evaluación de la información a la que tiene acceso, y con ello tome posición crítica y objetiva de la misma dentro de su contexto (Arteaga et al., 1969).

El desarrollo de la investigación se llevó a cabo mediante el diseño e implementación de dos situaciones matemáticas escolares teniendo en cuenta información actual y relevante para los estudiantes, así como las características de su contexto, las cuales permitieron evidenciar los niveles de comprensión a partir de conjuntos de datos presentados en gráficos estadísticos, haciendo uso de la herramienta de análisis de la configuración epistémica del Enfoque

¹ Las pruebas Saber son evaluaciones externas estandarizadas aplicadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, las cuales evalúan el desempeño alcanzado por los estudiantes (Ministerio de educación Nacional de Colombia [MEN], 2020)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Ontológico semiótico del conocimiento (Godino et al., 2007), con ello se relacionó cada una de las entidades primarias con las conductas propuestas para desarrollar el sentido gráfico (Curcio et al, 2001), y de esta manera se categorizó los niveles de comprensión que muestran los estudiantes según la Taxonomía de Curcio (2001).

El diseño, aplicación y análisis de las situaciones matemáticas se realizó con 19 estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa, quienes debido a su ubicación, contexto y centros educativos de la región, en un 90% provienen de la zona rural y escuelas unitarias, lo que hace que en ocasiones el conocimiento acerca de gráficos estadísticos sea limitado o nulo y por tanto los procesos de interpretación y análisis no sean cotidianos y en ocasiones totalmente desconocidos, esto se afirma desde la experiencia docente.

Se aclara que para ese momento la institución se encontraba laborando bajo la modalidad “Alternancia Educativa” después de aproximadamente dos años por fuera de las aulas de clase como consecuencia de la pandemia Covid 19. Tiempo en el cual el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes se dio por medio de la priorización de contenidos mediante guías taller para cada una de las áreas, y particularmente en al área de matemáticas se priorizó el trabajo del pensamiento numérico y sistemas numéricos, dejando de lado el trabajo en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

En educación matemática la comprensión no solo debe ser examinada desde lo cognitivo sino también desde lo matemático (Duval, 2007), en esta investigación la comprensión se evidencia a través de las prácticas² de los estudiantes. Con el fin de acercarse a lo cognitivo y categorizar los niveles de comprensión de gráficos estadísticos se usó como herramienta la

² “Se considera práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarse a otros contextos y problemas” (Godino y Batanero, 1994, p.334).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

configuración epistémica (Godino et al, 2007), la cual permite identificar en los estudiantes la comprensión de la información de los gráficos estadísticos a través de sus prácticas.

Como resultado del análisis se estableció correspondencia entre las entidades primarias del conocimiento evidenciadas en el trabajo escrito de los estudiantes y las conductas propuestas en la Taxonomía de Curcio para alcanzar la comprensión de la información, con ello se concluye que en las prácticas de los estudiantes se identifican los niveles de comprensión: leer los datos y leer entre los datos, según la Taxonomía de Curcio (2001), recalando la ausencia de la capacidad de argumentación en la mayoría de los estudiantes y en la totalidad de ellos el conocimiento del contexto de aplicación de la situaciones matemáticas escolares.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Capítulo I: De donde parte la investigación

Contexto de la investigación

La Institución Educativa Francisco José de Caldas, es una entidad de carácter oficial y mixta aprobada por la resolución Nro. 3005 del 09 de abril de 2014; la cual está ubicada al sur del departamento del Cauca, zona del Macizo Colombiano, en el barrio Norte del Municipio de la Sierra. A ella acuden aproximadamente 680 estudiantes entre población campesina, indígena, desplazados, población con necesidades educativas especiales y jóvenes venezolanos. La institución ofrece los niveles de preescolar, básica primaria, secundaria, y media con énfasis en Informática. Es una institución sin ánimo de lucro creada para responder a las necesidades educativas de la región, de la cual la mayoría de las familias derivan su sustento de la agricultura. Además, cuenta con un grupo de profesionales de distintas disciplinas, interesados en la actualización de competencias y comprometidos con la educación integral de los jóvenes serranos.

El Proyecto Educativo Institucional (PEI³) busca formar individuos líderes, autónomos, competentes y con un alto grado de sensibilidad social. Desde el área de matemáticas se apoya académicamente este objetivo mediante el uso de las TIC⁴, el diseño y actualización del plan de estudios basado en lineamientos curriculares, estándares básicos de competencia y Derechos Básicos de Aprendizaje, acordes a las necesidades del contexto y respondiendo a los requerimientos del Ministerio de Educación Nacional; por tanto se busca que los conocimientos recibidos por los estudiantes dentro del aula de clase sean significativos y aplicables en su vida cotidiana.

³ “Define los énfasis de la Institución y orienta la forma como se planifican, desarrollan y valoran los propósitos educativos, los cuales a su vez se insertan en el proyecto de Nación, tal como lo exige nuestra constitución política” (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p.13)

⁴ “Tecnologías de la información y la comunicación”(Sánchez, 2001, p.1)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

El municipio de la Sierra está ubicado a 60 Km de la ciudad de Popayán, cuenta con aproximadamente 11.000 habitantes de los estratos 1 y 2 que se caracterizan por ser gente trabajadora y honesta; un gran número de familias son disfuncionales, de bajos recursos económicos y en algunos casos afectados por el consumo de sustancias psicoactivas, lo cual incide en la deserción escolar y en el bajo rendimiento académico de los estudiantes. Aunque esta se localiza en la zona urbana de municipio, el 90% de los estudiantes provienen de la zona rural y de escuelas unitarias; lo que hace que no todos lleguen con el mismo nivel de conocimiento.

Teniendo en cuenta lo anterior, el trabajo en el área de matemáticas no es ajeno a esta problemática que se presenta dentro de la institución, ya que en las pruebas internas (de la institución) y externas (SABER 9), los estudiantes presentan bajos desempeños en la comprensión de la información representada mediante gráficos estadísticos, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

La investigación se realizó con estudiantes de grado noveno, quienes oscilan entre 12 y 14 años, caracterizados por ser respetuosos, activos y con interés por aprender mediante estilos de aprendizaje social, cooperativo y por competencias, ya que se esfuerzan por preguntar, mostrar sus aprendizajes, superar las dificultades y trabajar en equipo. Es importante mencionar que existe una buena comunicación con los padres de familia, aunque muchos de ellos no culminaron sus estudios, lo cual dificulta el acompañamiento académico hacia sus hijos, se muestran interesados por la educación de los mismos.

El desarrollo de la misma se llevó a cabo dentro del aula de clase, permitiendo tener un contacto directo con los estudiantes en su entorno educativo natural. El tema a trabajar es la comprensión de la información que se representa mediante gráficos estadísticos, debido a que los

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

estudiantes presentan dificultades en la comprensión de la información plasmada en ellos. Cabe aclarar que este tema se encuentra enmarcado dentro de la unidad temática Estadística y Probabilidad, correspondiente al desarrollo del Pensamiento Aleatorio y Sistemas de datos, que a su vez hace parte del Derecho Básico de Aprendizaje relacionado con la elaboración, reconocimiento y análisis de diferentes representaciones gráficas; lo anterior hace parte del plan de estudios para grado noveno y el proyecto educativo institucional.

Dadas las condiciones académicas de la institución, se consideró pertinente investigar y categorizar los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos. Los resultados de la investigación permitirán trabajar en las dificultades y el fortalecimiento frente al trabajo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

Finalmente, es importante mencionar que la investigación se desarrolló en el contexto de la pandemia Covid 19, lo cual hizo necesario realizar ajustes en los instrumentos, recolección de la información y análisis de datos. Específicamente en el sector educativo, las instituciones se vieron obligadas a cerrar sus instalaciones e iniciar el proceso de educación a distancia o modalidad de estudio “Trabajo en casa” y en ocasiones alternancia educativa bajo la priorización de contenidos y guías taller en cada una de las áreas, atendiendo la declaratoria de pandemia Covid 19 dada por Ministerio de Salud de Colombia según el decreto 385 del año 2020. En el área de matemáticas se priorizó el trabajo del pensamiento numérico frente al aleatorio y sistemas de datos.

Problema de Investigación

En Colombia según los reportes del Ministerio de Educación Nacional existen dificultades en la comprensión de gráficos estadísticos; lo cual genera inquietud y se convierte en

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

el interés de esta investigación enmarcada en el campo de la Educación Matemática, particularmente el pensamiento aleatorio y sistemas de datos se ocupa de la toma de decisiones en situaciones que representan incertidumbre o ambigüedad acerca de la información presentada (Duarte & Zanabria, 2018). Por lo tanto, se trabajó en la categorización de los niveles de comprensión de gráficos estadísticos a partir de la solución dada por los estudiantes a las situaciones matemáticas escolares.

Los estudios en Educación Estadística han tomado gran importancia. En lo académico, la estructura de las pruebas externas en matemáticas está diseñada dentro del pensamiento aleatorio, análisis y comprensión gráficos. En lo social, la mayoría de la información y análisis de situaciones actuales se presenta por medio de gráficos estadísticos, los cuáles a través de su lenguaje deben comunicar información de forma sencilla basada en datos cuantitativos que permitan deducir conclusiones generales. Por tanto, es necesario que todo ciudadano y en particular los estudiantes de la Institución Educativa Francisco José de Caldas tengan la capacidad de leer y comprender dicha información, además de generar autonomía, responsabilidad, posición crítica y objetiva frente a las problemáticas que se puedan presentar en la vida cotidiana.

Planteamiento del problema y pregunta de investigación

Uno de los problemas que afecta a la educación pública en el país, en el área de matemáticas, es la dificultad en la comprensión de los gráficos estadísticos; la cual en esta investigación se entiende no como proceso mental sino desde la respuesta dada por los estudiantes a una situación matemáticas escolar, en otras palabras “se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas” (Godino et al, 2007, p.10).

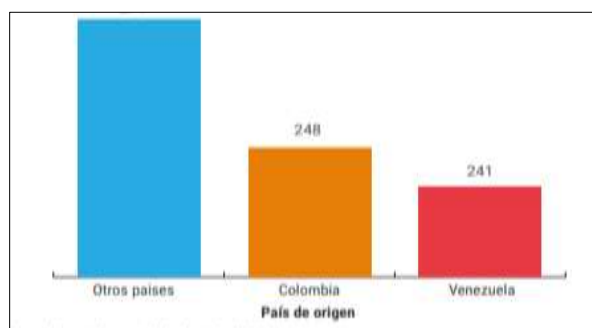
ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Según los resultados de los últimos años de la Prueba SABER 9, las matemáticas como área básica del conocimiento (Prelim, 2020) presentan mayor porcentaje de estudiantes en nivel de desempeño mínimo e insuficiente; de donde se infiere que la problemática es nacional.

La imagen 1 muestra el comparativo de los resultados de las pruebas SABER 9 de algunos países de Latinoamérica en los años 2017, 2018, 2019 y 2020, donde Colombia se ubica por debajo del promedio de desempeños a nivel educativo de estos países.

Imagen 1

Comparativo de resultados pruebas SABER 9 de Latinoamérica



Nota: Resultados de Colombia en pruebas SABER 9, años 2017, 2018, 2019 y 2020. Fuente: Álvarez (2016, p.16)

En la imagen 2 se observa los resultados de cada una de las áreas en el departamento del Cauca en los años 2017, 2018, 2019 y 2020, en el área de matemáticas se observa que el desempeño de los estudiantes se encuentra por debajo de la media nacional.

ANÁLISIS DE LA COMPRESIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 2

Resultado de pruebas SABER 9

		Año			
		2015	2016	2017	2018
ETC*	TOTAL	200	200	210	210
	PROBLEMAS				
	Lectura Crítica	42	46	47	46
	Matemáticas	47	46	43	43
	Ciencias naturales	45	47	47	47
	Idiomas y comunicación	44	46	43	41
Arte	44	46	47	46	
ETC Oficial	TOTAL	211	217	216	216
	PROBLEMAS				
	Lectura Crítica	45	46	47	46
	Matemáticas	44	46	43	44
	Ciencias naturales	47	46	43	42
	Idiomas y comunicación	46	45	43	41
Arte	44	46	47	47	
ETC No Oficial	TOTAL	200	200	240	244
	PROBLEMAS				
	Lectura Crítica	52	54	52	52
	Matemáticas	52	52	50	51
	Ciencias naturales	51	51	48	52
	Idiomas y comunicación	50	52	48	48
Arte	43	52	49	46	
Oficial Caldas	TOTAL	200	200	242	236
	PROBLEMAS				
	Lectura Crítica	53	52	52	50
	Matemáticas	52	52	50	49
	Ciencias naturales	51	50	48	48
	Idiomas y comunicación	50	48	46	46
Arte	43	50	47	44	
No Oficial Caldas	TOTAL	204	244	276	274
	PROBLEMAS				
	Lectura Crítica	52	52	52	52
	Matemáticas	44	52	50	52
	Ciencias naturales	50	50	54	54
	Idiomas y comunicación	50	54	52	52
Arte	54	60	58	56	
Cauca**	TOTAL	242	239	281	247
	PROBLEMAS				
	Lectura Crítica	54	54	52	52
	Matemáticas	52	52	52	51
	Ciencias naturales	52	51	48	48
	Idiomas y comunicación	52	50	47	46
Arte	51	52	50	47	

Nota: Resultado de pruebas SABER 9 en cada una de las áreas básicas del conocimiento. Fuente: Informe de entidad territorial certificada Cauca (MEN, 2021, p.3).

En particular en la Institución Educativa Francisco José de Caldas, la imagen 3 muestra los resultados de la Prueba SABER 9 en los últimos años, en promedio, el 73 % de los estudiantes del grado noveno tienen dificultades en la comprensión de gráficos estadísticos, esto posiblemente se debe a que el trabajo en el pensamiento aleatorio queda relegado frente a los otros pensamientos matemáticos, es decir se hace mayor énfasis en el trabajo del pensamiento numérico y sistemas numérico, dejando de lado el trabajo en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, lo cual refleja la baja o nula respuesta de los estudiantes a actividades de comprensión de información a través de gráficos estadísticos; lo cual se encuentra dentro del aprendizaje “comparar, usar e interpretar datos de situaciones reales y traducir entre diferentes representaciones de un conjunto de datos” (Duarte & Zanabria, 2018, p. 23), donde se presenta un porcentaje de respuestas incorrectas de 73.7, 61.5 y 81.3 en los años 2015, 2016 y 2017 respectivamente. De igual manera se muestran dificultades en el aprendizaje de “reconocer las relaciones entre diferentes representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

la representación”, con un porcentaje de respuestas incorrectas 46.0, 59.0 y 73.2 en los mismos años de análisis (Duarte & Zanabria, 2018, p. 23).

Imagen 3

Dificultades en el pensamiento aleatorio sistemas de datos

Saber 9 ^a		Aprendizajes de la competencia Comunicación				Matemáticas			
1. La diferencia con el promedio de todos los colegios del país									
Aprendizajes	Porcentaje de respuestas correctas				Diferencia con Colombia				
	2014	2015	2016	2017	2014	2015	2016	2017	Media
Comprender, leer e interpretar datos de situaciones reales y fabricar otros, diversas representaciones de un conjunto de datos (Medidas)	11	11	11	11	14.8	4.4	23.8	14.1	
Identificar y describir los elementos de un sistema de coordenadas (Medidas)	11	11	11	11	7.1	15.8	13.3		
Interpretar representaciones de un conjunto de datos y analizar la pertinencia de su representación (Medidas)	11	11	11	11	13	10.8	16	13.1	
Interpretar y explicar la información contenida en un gráfico de barras (Medidas)	11	11	11	11	4.3	25.5	18.8		
Interpretar y explicar la información contenida en un gráfico de líneas (Medidas)	11	11	11	11	1.4	18.3	11.8	18.1	
Interpretar y explicar la información contenida en un gráfico de sectores (Medidas)	11	11	11	11	4.2	22.4	14.4	17.1	
Identificar relaciones entre distintos gráficos de medidas de tendencia central (Medidas)	11	11	11	11	1.4	10.4	16	14	
Identificar características de gráficos relacionados en un mismo eje de abscisas que representen (Medidas)	11	11	11	11	1.4	14.1	17	17.1	
Usar sistemas de referencia para leer e interpretar datos (Medidas)	11	11	11	11	17	16.8	11	11	
Identificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes (Medidas)	11	11	11	11	1.4	14.4	11	11	

Nota: Informe por Colegio del Cuatrienio, análisis histórico y comparativo. Fuente: Duarte y Zanabria (2018, p. 23).

Lo anterior lleva la atención de la investigación hacia el estándar básico de competencia “Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, consultas, entrevistas)” (García, 2006, p. 87), relacionado con el análisis y comprensión de gráficos estadísticos. Frente a ello, se plantea la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuáles son los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares, a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos, que resuelven los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas?

Justificación

Este trabajo fue pertinente ya que en la institución educativa Francisco José de Caldas y el municipio de La Sierra no hay trabajos relacionados con el análisis del pensamiento aleatorio y sistemas de datos en ningún nivel de estudios; como consecuencia de ello no existe una categorización de la comprensión presentada por los estudiantes con relación a los gráficos

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

estadísticos, además, fue factible de llevarse a cabo puesto que desde hace algunos años y hasta la actualidad la docente investigadora labora en la institución. Además, se cuenta con la autorización de directivos y padres de familia para realizar el trabajo con los estudiantes, se conoce el contexto y se tiene acceso al material de trabajo necesario. Los resultados que se obtengan de la investigación permitirán a la institución conocer cuáles son los niveles de comprensión de gráficos alcanzados por los estudiantes y cuáles son los que se deben fortalecer desde las prácticas pedagógicas.

Desde el Ministerio de Educación Nacional y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas se proponen cinco tipos de pensamiento; particularmente para el desarrollo del pensamiento Aleatorio y sistemas de datos es de vital importancia la interpretación de gráficas estadísticas, el cual según estas directrices se deben orientar en todos los grados de educación básica, básica secundaria y media.

En ese sentido, es importante que para el desarrollo de las competencias no solo se le dé importancia a la adquisición de conocimientos, sino también al desarrollo de un “pensamiento crítico capaz de enfrentarse a situaciones de la vida cotidiana y que tenga la habilidad para interpretarlas y solucionarlas”(Cano & Zapata, 2016, p.14). Para ello, los Lineamientos curriculares y Estándares básicos de competencias no proponen una ruta, “lo cual deja abierta la posibilidad de utilizar cualquier estrategia bien pensada, con fundamentos coherentes, consistentes y acordes con la realidad del estudiante donde el docente establezca un balance entre el saber específico y el saber pedagógico”(Cano & Zapata, 2016, p.14).

Por lo anterior es beneficioso evaluar métodos de enseñanza y aprendizaje propios de las matemáticas y la estadística, teniendo en cuenta los conocimientos previos se reconoce que “el aprendizaje de la estadística no es ajeno a la realidad, pues en la mayoría de los casos el alumno,

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

para tratar de comprender el entorno de sus experiencias, construye representaciones de los casos que le rodean”(Cano & Zapata, 2016, p.14).

En Colombia, el Cauca y en particular en la Institución Educativa Francisco José de Caldas del Municipio de La Sierra, según los reportes internos y externos emitidos por el Ministerio de Educación Nacional, los estudiantes presentan bajo rendimiento académico en la comprensión de gráficos estadísticos así como deficiente desempeño en las pruebas externas relacionadas con la competencia de comunicación, representación y modelación bajo el componente aleatorio, expresado mediante el aprendizaje “El estudiante compara, usa e interpreta datos que provienen de situaciones reales y traduce entre diferentes representaciones de un conjunto de datos” (Duarte & Zanabria, 2018. p.23) .

La situación descrita genera inquietudes frente a las posibles causas de las dificultades, por tanto, la presente investigación buscó categorizar los niveles de comprensión de gráficos estadísticos en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas, basados en la Taxonomía de niveles de comprensión de gráficos estadísticos propuesta por Curcio, et al (2001); lo cual fue importante realizar porque también permitió identificar debilidades y fortalezas en los estudiantes acerca de la comprensión de gráficos estadísticos, así como la reflexión crítica sobre la práctica pedagógica de la investigadora; y de esta manera aportar al mejoramiento de la calidad de la educación en Colombia y en particular de los estudiantes de la Institución Educativa Francisco José de Caldas. Por tanto, esta investigación es valiosa y los resultados que de ella surjan serán insumo para próximas investigaciones a fines con la temática trabajada.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Descripción de Antecedentes

Los estudios realizados en Educación Matemática, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos dentro de los cuales se encuentra el análisis y comprensión de gráficos estadísticos como tema central de la presente investigación, permitió atender los intereses de la misma y con ello se realizó una revisión bibliográfica preliminar especialmente en los niveles de básica secundaria y media a fines con los procesos de comunicación, razonamiento, comparación y ejercitación de procedimientos (Ministerio de Educación Nacional, [MEN], 2006) a partir de gráficos estadísticos, los resultados se muestran a continuación:

Arteaga en su trabajo llamado “Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos” publicado en el año 2009 en España, realiza un estudio de la comprensión de los gráficos estadísticos en futuros maestros haciendo uso de algunas nociones teóricas desarrolladas por Godino et al (2007) en el marco teórico llamado Enfoque Ontosemiótico (EOS), con el objetivo de analizar los gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos, lo cual permitió definir una jerarquía en la construcción de los gráficos estadísticos en función de la complejidad semiótica de los mismos.

Además, se evidencian las dificultades y errores en la construcción de los gráficos estadísticos como el uso incorrecto de los rótulos, distribución de frecuencias no proporcional a la escala utilizada, confusión en las variables trabajadas y el tipo de gráfico usado; y como consecuencia de ello se afirma que la mayoría de los futuros profesores no alcanzan niveles superiores de complejidad semiótica definidos en la investigación.

Postigo y Pozo (2000) realizan en España la investigación denominada “Cuando una gráfica vale más que 1.000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes”; en ella desarrollaron tareas relacionadas con gráficos estadísticos como medio de recolección de datos,

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

con el objetivo de analizar la comprensión de los estudiantes frente a los gráficos estadísticos en tres niveles de lectura a partir de su estructura gráfica y numérica. Se concluye que existen tres niveles de aprendizaje al leer o interpretar una gráfica: información explícita, información implícita, información conceptual; sin embargo, en la primera de ellas se evidencia una mejor comprensión.

Por otra parte Díaz et al, en el año 2014 desarrollan la investigación cualitativa llamada “Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos Chilenos de educación básica” donde se plantea como objetivo general analizar los niveles de lectura y comprensión que requieren los gráficos estadísticos incluidos en los libros de texto de educación básica Chilena, propuestos para grado séptimo haciendo uso de los niveles de comprensión propuestos por Friel y Curcio (2001). Como uno de sus resultados se tiene las diferencias estructurales en las unidades temáticas de los textos, “las actividades están planteadas para que los estudiantes elijan el gráfico estadístico y con un predominio de los gráficos de barras y circulares” (Díaz et al.,2014, p. 1). Al igual que Postigo y Pozo (2000) concluyen que el nivel de lectura más frecuente es “Leer entre de los datos” al que corresponde la lectura explícita de la información, además, se afirma que en los textos y prácticas educativas se debe incluir actividades donde el nivel de lectura sea superior y se valore críticamente la información estadística.

Dolores y Cuevas en el año 2007 realizan la investigación llamada “Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas” en la ciudad de México, la cual tiene como objetivo explorar qué lecturas o interpretaciones realizan los estudiantes de educación básica sobre gráficas que circulan en ambientes extraescolares y medios de información. El análisis estuvo basado en los niveles de interpretación propuestos por Wainer (1992), los cuales permitieron concluir la existencia que la mayoría de los estudiantes realizan lectura específica

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

del gráfico estadístico, solo en algunos casos se evidenció que los estudiantes se interesaron por la relación o cambios de las variables incluidas dentro del gráfico mediante la comparación de sus comportamientos y teniendo en cuenta los valores máximos y mínimos.

Con el fin de categorizar la comprensión de gráficos estadísticos, Muñoz realiza la investigación llamada “Niveles de comprensión de información y gráficas estadísticas en estudiantes de centros de educación básica para jóvenes y adultos de México” en el año 2009. La recolección de datos se hizo mediante entrevista acerca de una tarea de análisis e interpretación de tablas y gráficos estadísticos; a partir de esta información se logró establecer los niveles de comprensión de los datos estadísticos en los jóvenes y adultos de México teniendo en cuenta la Taxonomía propuesta por Curcio (1987).

De la misma manera Vigo et al, en el año 2017 trabajan en el “Análisis semiótico de una tarea de comprensión gráfica y de las respuestas de los estudiantes” en la Universidad de Granada España, desarrollado a partir del Enfoque Ontológico Semiótico del Conocimiento (EOS) (Godino et al, 2007c). En él se analizan los objetos matemáticos involucrados en la tarea, centrando la atención en la competencia de lectura e interpretación de gráficos y haciendo uso de lo propuesto por Bertín (1971), con ello se definen los niveles de lectura que presentan los estudiantes del curso de Formación Profesional Básica con especialidad en peluquería y estética.

El estudio además permitió analizar los objetos matemáticos utilizados y la identificación de algunos conflictos semióticos en las respuestas de los estudiantes como objetivo general de la investigación. Algunos de los conflictos semióticos identificados son los siguientes: confusión de la pregunta planteada en una de las tareas; dificultades en la comparación del comportamiento y la identificación de los intervalos de cada una de las variables.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Finalmente Cazares en el año 2015 investiga los “Niveles de interpretación que muestran los estudiantes sobre gráficas para comunicar información de contextos económicos y sociodemográficos” en el año 2015, usando como instrumento de recolección de datos un cuestionario basado en gráficos estadísticos con información demográfica y socioeconómica publicada en diferentes medios de comunicación de México. Sus conclusiones afirman que la comprensión gráfica de los estudiantes se ubicó en los niveles idiosincrático y lectura básica; la interpretación estuvo enfocada principalmente en aspectos locales de las gráficas y con dificultades para relacionar información relevante y del contexto.

Al analizar los diferentes trabajos relacionados con la comprensión de gráficos estadísticos; es posible inferir que aunque existen varias investigaciones relacionadas con el tema, estas son realizadas en contextos diferentes al del interés investigativo y ninguna de ellas aborda en su totalidad la comprensión de gráficos estadísticos analizado desde los niveles de comprensión de la Taxonomía de Curcio (2001) en educación básica secundaria y específicamente en el grado noveno.

Objetivos de la investigación

Objetivo general

Categorizar los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos.

Objetivos específicos

- Formular situaciones matemáticas escolares que permitan evidenciar niveles de comprensión a partir de conjuntos de datos presentados en gráficos estadísticos.
- Examinar las prácticas de los estudiantes haciendo uso de las herramientas teóricas de la configuración epistémica del Enfoque Ontológico semiótico del Conocimiento.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- Interpretar y describir los datos obtenidos ubicándolos en los niveles de comprensión propuestos en la Taxonomía de Curcio.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Capítulo II: Fundamentación Teórica de la Investigación

El Pensamiento Aleatorio, Sistemas de Datos como Componente Curricular

El sistema educativo Colombiano a través del Ministerio de Educación Nacional, regula las orientaciones para las instituciones educativas del país; entre ellas los llamados Estándares Básicos de Competencias, los cuales son “referentes que permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los y las estudiantes en el transcurrir de su vida escolar” (MEN, 2006, p.12) y de esta manera constituyen los parámetros de lo que todo niño, niña y joven debe saber y saber hacer para lograr el nivel de calidad esperado a su paso por el sistema educativo, sin desconocer que “la evaluación externa e interna es el instrumento por excelencia para saber qué tan lejos o tan cerca se está de alcanzar la calidad establecida con los estándares” (MEN, 2006, p.9).

Los estándares están organizados para la educación básica, básica secundaria y media, especificando por grupos de grados⁵ el nivel de calidad que se aspira alcanzar; esto constituye una guía particularmente en el área de matemáticas para el desarrollo de los pensamientos matemáticos numérico y sistemas numéricos; espacial y sistemas geométricos; métrico y sistemas de medidas; aleatorio y sistemas de datos así como el variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Esta investigación se centra en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos correspondiente a los grados octavo y noveno, específicamente en el estándar “Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)” (MEN, 2006, p. 87).

En ese sentido, es importante adicionar que según el Ministerio de Educación Nacional el proceso de aprendizaje de las matemáticas debe permitir al estudiante la aplicación de sus

⁵ “Los estudiantes deben saber y saber hacer al finalizar su paso por ese grupo de grados, así: de primero a tercero, de cuarto a quinto, de sexto a séptimo, de octavo a noveno, y de décimo a undécimo” (MEN, 2006, p.15).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

conocimientos fuera del ámbito escolar y en situaciones cotidianas, donde es necesario tomar postura y decisiones frente a la información presentada; exponer y argumentar sus opiniones relacionadas con los conocimientos adquiridos académicamente y con los de la experiencia; conociendo además su contexto en diferentes situaciones de la vida cotidiana. De esta manera se generan procesos de reflexión y análisis crítico, preparando al estudiante hacia el dominio de competencias e incorporando un saber pragmático e instrumental de las matemáticas, por lo dicho anteriormente, se puede hablar del aprendizaje por competencias como un aprendizaje significativo y comprensivo (Galindo & Gill, 2016).

Por tanto, no es posible pensar en valorar un aprendizaje o niveles de competencias con sentido dicotómico (se tiene o no se tiene), y por el contrario se debe considerar como un proceso no espontáneo, evolutivo y relativo, en el cual es posible determinar el nivel de desarrollo de cada competencia teniendo en cuenta los contextos institucionales en donde se desarrolla. A ello Curcio (2001) dentro de su Taxonomía de Niveles de comprensión lo denomina sentido gráfico, el cual se “desarrolla gradualmente como resultado de la creación de gráficos y el uso de gráficos ya diseñados en una variedad de contextos de problemas que requieren dar sentido a los datos” (p.22), considerando también la construcción de ellos como herramientas para estructurar datos y teniendo en cuenta la utilidad de un determinado gráfico en una situación dada.

Para Garfield, et al (2003, citados por Galindo y Gill, 2016) “el razonamiento estadístico se define como la manera en que las personas razonan con ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística” (p.72), y para ello se requiere de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más complejos. De la misma forma, en los estándares básicos de competencia se afirma que “ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

eficiente en el desarrollo de cada uno de los procesos generales” (MEN, 2006, p.56). Por esta razón, se debe tener en cuenta que las matemáticas son una actividad humana que utiliza recursos tanto lingüísticos como expresivos para plantear y solucionar problemas cotidianos, y con ello es posible distinguir dos tipos de conocimiento matemático: el conceptual y el procedimental.

El primero de ellos se refiere a la reflexión mediante un conocimiento teórico producido por la actividad cognitiva, asociado al saber qué y el saber por qué. Por el contrario, el segundo está asociado al saber cómo, refiriéndose a “la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente” (MEN, 2006, p.50). Conforme a lo anterior, es posible aproximarse al significado de ser matemáticamente competente con la precisión de algunos de sus procesos tales como: formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas.

Además, es importante que el estudiante use diferentes tipos de representación o simbología para para “crear, expresar y representar ideas matemáticas; para utilizar y transformar dichas representaciones y, con ellas, formular y sustentar puntos de vista” (MEN, 2006, p.51). De esta manera también se desarrolla la capacidad de argumentación, prueba y refutación por medio de ejemplos y contraejemplos; haciendo uso de procesos matemáticos con criterio de saber cómo y cuándo usarlos; es decir, se establece relación entre la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos.

Como consecuencia de lo anterior es necesario que el estudiante avance por los distintos niveles de competencia en los cinco tipos de pensamiento matemático, los cuales según lineamientos curriculares se desarrollan a través de los siguientes procesos: “formular y resolver

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (MEN,2006, p.51).

El desarrollo de estos procesos y los pensamientos matemáticos se llevan a cabo en tres tipos de contextos. El contexto inmediato, entendido como lo que se desarrolla dentro del aula de clase con las normas establecidas y las situaciones problema preparadas por el docente. El contexto escolar o institucional está dado por las diferentes actividades cotidianas dentro de la institución, las cuales obedecen a lo estipulado en el PEI y el currículo del área de matemáticas. Finalmente, en el contexto extraescolar o sociocultural, se contempla lo que sucede fuera del ambiente de la institución educativa y debe guardar relación con los conocimientos adquiridos, así se establece en los propósitos de los estándares Básicos de competencia.

La propuesta curricular desarrollada en la Institución Educativa Francisco José de Caldas, el PEI y el plan de estudios del área de matemáticas en los últimos años, responden parcialmente a las orientaciones dadas en los lineamientos curriculares, estándares básicos de competencias y derechos básicos de aprendizaje, ya que en la formulación del documento se detalla el trabajo en matemáticas, geometría y estadística para la educación básica secundaria y media; pero en la realidad del contexto y en los términos de currículo oculto como lo llama Stenhouse (1984), el tiempo y trabajo dedicado a cada uno de los pensamientos matemáticas no refleja igualdad de la importancia entre ellos.

Muestra de ello es la asignación académica de los últimos años dentro de la institución, en ella se nota que la distribución en los tiempos para el trabajo en estadística en la educación media se reduce a una hora a la semana y es común que quienes orientan esta asignatura no sean los docentes titulares del área de matemáticas. Al revisar el comportamiento de la misma, en los tres últimos años, la estadística no se orienta como asignatura dentro del aula de clase, por tal

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

razón debe ser trabajada dentro del área de matemáticas, por ello, en ocasiones este trabajo se deja para final del año, se orienta de manera rápida y en otros casos no se orienta. Por tales razones y considerando la importancia del trabajo en el pensamiento aleatorio en todos los grados, el interés investigativo se ubica en el grado noveno como grado inicial de la educación básica secundaria.

Uno de los retos de la enseñanza debe centrarse en establecer relaciones y aplicabilidad entre los contenidos trabajados en el aula de clase y la vida cotidiana; para ello es importante tener en cuenta el frecuente uso de los gráficos estadísticos en textos y medios de comunicación; en ese sentido cobra importancia la apropiación e interpretación que cada persona/estudiante realiza de dicha información, Gal (2000) lo denomina cultura estadística, ejemplo de ello es el propósito con el que está diseñada la prueba SABER en el área de matemáticas, la cual propone específicamente el manejo e interpretación de información representada en gráficos estadísticos, por otro lado, desde lo cotidiano se evidencia que en los medios de comunicación es frecuente el uso de dichos gráficos para representar información actual y de contexto.

La revisión de los lineamientos curriculares emitidos por el Ministerio de Educación Nacional en el año 2006, ubica al pensamiento aleatorio y sistemas de datos dentro de los estándares básicos de competencia en el área de matemáticas, donde se menciona que:

El empleo cada vez más generalizado de las tablas de datos y de las recopilaciones de información codificada llevó al desarrollo de la estadística descriptiva, y el estudio de los sistemas de datos por medio del pensamiento aleatorio llevó a la estadística inferencial y a la teoría de probabilidades. El manejo y análisis de los sistemas de datos se volvió inseparable del pensamiento aleatorio (MEN, 2006, p.65).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En ese sentido, el trabajo mediante uso e interpretación de gráficos estadísticos se ubica dentro del pensamiento aleatorio y sistemas de datos, como se orienta en el siguiente estándar:

Reconozco cómo diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones; Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas); Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) (MEN, 2006, p.87).

Lo anterior, ratifica la importancia y auge que tiene la comprensión de la información presentada mediante gráficos estadísticos como herramienta para comunicar información actual y de contexto en diferentes fuentes de información.

Recuento histórico de los gráficos estadísticos

A continuación, se muestra un recorrido histórico de los gráficos estadísticos desde su aparición hasta su desarrollo.

Según Vilafañe (1996) la aparición del lenguaje gráfico se dio como respuesta a la necesidad de nuevas formas de representar la realidad y sus cambios de manera clara. Se evidencia que desde la cultura Egipcia, Griega, Babilónica y el movimiento renacentista de los siglos XV y XVI han existido representaciones gráficas que dan cuenta de la realidad en diferentes aspectos, las cuales según el autor pueden ser considerados como las primeras manifestaciones de situaciones reales mediante representaciones gráficas elaboradas por autores no matemáticos, dando a conocer información cuantitativa y cualitativa en los aspectos económico, deportivo así como en diferentes medios de comunicación; los cuales tuvieron

ANÁLISIS DE LA COMPRESIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

dificultades para ser aceptados a nivel científico, en particular por la comunidad matemática, ya que por mucho tiempo se consideró que esta técnica de representar información era poco precisa.

Hacia los años 950 DC se ubica lo que se considera como la primera construcción gráfica relacionada con la visualización de datos en diagramas geométricos, en su época usado como apoyo para el proceso de navegación y exploración. Pfannkuch (1999) afirma que dicho gráfico estaba constituido por elementos geométricos y acompañado de una descripción de los movimientos planetarios a través del zodiaco en función del tiempo.

En el siglo XVII hubo un gran avance en las teorías de probabilidad y estadística demográfica lo cual dio “origen a las primeras construcciones de tablas, gráficos y a la recopilación sistemática de datos estadísticos. La combinación de la cartografía y las habilidades estadísticas produjo mapas de datos” (Pontis, 2007, p.5), una muestra de ello fue el primer mapa de datos relacionado con la representación de estados del tiempo y previsiones de viento creado por Edmond Halley en el año de 1686, el cual se apoyó en las nociones de geometría analítica impartidas por Descartes en el año de 1637, donde se determina la relación y representación gráfica de una curva, una ecuación y la relación de cada punto en dicha curva.

En el siglo XVIII se dieron las primeras creaciones sobre la visualización de datos que mostraban posiciones geográficas, dando surgimiento a nuevos tipos de gráficos, entre ellos el mapa y sus diferentes representaciones (contorno, cronológicos y geológicos); posteriormente se da el surgimiento de nuevos gráficos con información diferente a posiciones geográficas.

En su documento Pfannkuch (1937) reconoce a Joseph Priestley como el creador de los gráficos estadísticos, mientras que otros historiadores reconocen a Johann Heinrich Lambert y William Playfair como sus creadores. La historia muestra que en el año 1876 en el Atlas de Playfair (2004) fue publicado el primer gráfico de coordenadas con información relacionada con

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

economía; lo cual es asumido como el nuevo método gráfico y en palabras de Playfair (año, citado por Egea, 2016) “*Los gráficos son preferibles a las tablas porque los gráficos muestran la forma de los datos desde una perspectiva comparativa*”(p. 135). Para él, uno de los principales beneficios de usar gráficos es el desarrollo de las capacidades y habilidades cognitivas humanas que se producen al memorizar datos y conocimientos.

En el siglo XIX se registra un avance significativo en el diseño de los gráficos estadísticos, la invención de nuevas formas como representaciones visuales llevó a la construcción de gráficos de barras y circulares, histogramas, gráficos de línea, líneas de tiempo, mapas de contornos, gráficos isotérmicos y en forma de ojiva, cartogramas, mapas de puntos, de transporte y compuestos (Pontis, 2007). En esta época se reconocen dos grupos de trabajo acerca de la visualización de datos, divididos en quienes se inclinaban por las tablas tabulares o por el método de representación visual, reconociendo en ellos a los primeros economistas y políticos que en un inicio criticaron el rigor y credibilidad del método gráfico.

Se reconoce también al francés Charles Joseph Minard, quien incorporó gráficos estadísticos y de barras a mapas cartográficos y es considerado por algunos autores como el creador del impresionante gráfico estadístico en el año 1869 que representa las pérdidas humanas del ejército que libraba la batalla de Napoleón acontecida en Rusia (Ver imagen 4). Él describe los hechos mediante la siguiente metáfora: “las pérdidas humanas son como un río sobre un mapa, que se va estrechando según pasa el tiempo” (Serrano, 2009, p.134); de esta manera logra hacer la comparación entre la cantidad de soldados que sobreviven, el tiempo transcurrido y los lugares que recorre el ejército al librar sus batallas.

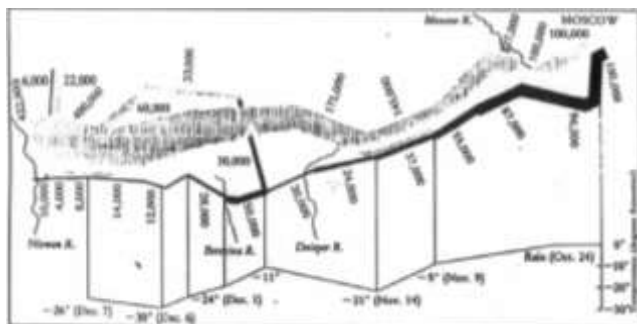
Lo anterior fue importante ya que dio origen a la consolidación del método gráfico, referido por varios autores como los años dorados de dicho método y las diferentes

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

representaciones visuales y lenguajes de la información, las cuales fueron oficialmente reconocidas por las agencias gubernamentales y las revistas de comunicación como un medio más de información.

Imagen 4

Primer gráfico estadístico de la historia



Nota: Campaña de Napoleón en Rusia. Fuente: Candelaria y Febles (2006, p.17).

En los aspectos económico, social, político y psicológico los gráficos representan, por ejemplo, los índices de precios al consumidor, nivel educativo de la población, intención de voto de los ciudadanos y test para evaluar competencias. Por tanto, es importante la formación de ciudadanos alfabetizados capaces de leer y comprender la información representada en ellos, los cuales son de gran utilidad para el análisis estadístico de datos; en ese sentido Tufte (2001, citado por Serrano, 2009) afirma que la eficacia de los gráficos estadísticos consiste en comunicar ideas complejas con claridad y precisión.

Gráficos estadísticos

Los gráficos estadísticos según Cazares (2015) son un potente instrumento de representación visual y comunicación de información estadística resumida de forma eficiente, los cuales despliegan información y relación numérica de una o más variables a través de la combinación de recursos como puntos, líneas, coordenadas, figuras, números, símbolos y color.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En ellos se distinguen elementos de fondo y estructura (plano cartesiano, círculos), contenido (líneas) y etiquetas (títulos y escalas), a los cuales Curcio (1987) adiciona el “contenido matemático que subyace, como números, áreas o longitudes de líneas; y convenciones específicas usadas en cada gráfica” (p.29).

Los anteriores elementos se identifican y desarrollan en cualquier tipo de gráfico estadístico; se reconoce según García (2011) como gráficos estadísticos el histograma, gráfico de barra, línea y circular, diagramas de puntos, tallo, hojas y pictograma; sin embargo, el interés investigativo se centra en el gráfico de barra y circular. En lo académico, son los que usualmente se trabajan dentro de la propuesta curricular de la institución y forman parte de la estructura de la prueba SABER 9, ya que desde la experiencia se reconoce que el trabajo en el pensamiento aleatorio va encaminado en estos tipos de gráficos, por otra parte, en lo social sirve como herramienta de información actualizada, relevante y relacionada con el contexto que se representa en diferentes medios de comunicación.

En el gráfico de barras la información se representa por medio de rectángulos, barras o histogramas (Montero, 2003). Su elaboración se basa en construcciones geométricas de rectas perpendiculares y haciendo semejanza a uno de los cuadrantes del plano cartesiano; en cada una de las rectas perpendiculares se representa las variables y sus valores correspondientes que se encuentran dentro del conjunto de los números naturales y racionales.

Según Altamirano y Espinoza (2009) no existen reglas estrictas aplicables a los gráficos de barra; pero, se sugiere tener en cuenta la uniformidad en el ancho de todas las barras su longitud y altura debe ser proporcional a la cantidad representada, la separación entre las barras por cada una de las variables debe ser constante y su organización puede ser horizontal o vertical.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Por otra parte, el gráfico circular “permite ver la distribución interna de los datos que representan un hecho, en forma de porcentajes sobre un total. Son adecuados para recalcar la magnitud relativa de los componentes del total” (Altamirano & Espinoza, 2009, p.37). En ellos “el área total del círculo corresponde al total de la muestra manejada y los valores que toma la variable ocupan un sector de tamaño proporcional a la frecuencia o al porcentaje con que ocurren” (Montero, 2003, p. 186); es decir los porcentajes de cada una de las particiones del círculo corresponde a la frecuencia de cada una de las variables.

Lectura e interpretación de gráficos estadísticos

El estudio de los diversos fenómenos presentes en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha hecho que varios autores pongan su atención en la Didáctica de las Matemáticas, la cual como “campo de investigación, es el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos” (Godino et al, 2007, p.1).

Las dificultades en el pensamiento aleatorio y la comprensión de gráficos estadísticos son una problemática educativa en Colombia y debido al uso frecuente de los gráficos como herramienta para representar información, es importante que toda persona desarrolle la capacidad de entender e interpretar dicha información y tomar posición crítica frente a ella. Postigo y Pozo (2000) afirman que es necesaria una “verdadera alfabetización gráfica, como complemento de la alfabetización literaria, que ayude a los estudiantes a descifrar mensajes gráficos de una manera autónoma, en lugar de dejarse llevar simplemente por la fuerza, la aparente sencillez y la inmediatez de la imagen” (p.4).

En el mismo sentido Batanero (2014) refiere que la estadística es parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos adultos, quienes adquieren la capacidad de lectura e

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los medios informativos. Además, el trabajo sobre gráficos estadísticos según Ottaviani (1998) ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico basado en la valoración de la evidencia objetiva y con ello todo ciudadano desarrolla la capacidad de analizar e interpretar datos cuantitativos para controlar sus juicios e interpretar los de los demás.

Para la interpretación de la información que se representa en los gráficos estadísticos se debe traducir y relacionar lo representado tanto en el contexto como en situaciones de la vida cotidiana. Para ello, Curcio (1987) propone como factor importante para la comprensión de la información tener en cuenta los siguientes elementos estructurales dentro del gráfico:

- Título: son palabras útiles para indicar el contenido contextual del gráfico y las variables representadas expresadas mediante etiquetas en cada uno de los ejes, las cuales proporcionan las claves necesarias para comprender el contexto, las variables y las relaciones expresadas en el gráfico.
- El contenido matemático: se refiere a la información numérica y conceptos implícitos en el gráfico, entendidos como conocimientos previos que el lector debe conocer y usar para la interpretación del mismo.
- Los convenios: usados en cada uno de los gráficos según el tipo de información que se está manejando, los cuales deben ser claros, sin ambigüedades y de fácil lectura para no generar confusiones en la comprensión de gráfico estadístico; por ejemplo, el uso de colores, cantidades y las diferentes formas de representar una variable.
- El marco del gráfico: hace referencia a la parte geométrica como ejes, escalas y proporcionalidad en cada uno de ellas. Se encuentran diferentes tipos de marcos y

ANÁLISIS DE LA COMPRESIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

sistemas de coordenadas (lineales, cartesianas bidimensionales o multidimensionales, polares) para representar la información.

- Los especificadores del gráfico: son la forma de representar los datos según el tipo de información y gráfico usado, haciendo claridad que cada uno de los especificadores tienen diferente dificultad para su comprensión.
- Rótulos: incluye imágenes y colores de fondo sobre las que el gráfico puede presentarse.

Teniendo en cuenta los anteriores elementos estructurales necesarios para el proceso de lectura, construcción y comprensión de la información representada en el gráfico estadístico; es posible según Curcio (1987) desarrollar los siguientes tipos de competencias para comprender la información que en ellos se representa:

- Reconocimiento e identificación de los elementos estructurales del gráfico y la relación de ellos con el tipo y contexto de la información representada, analizando el uso de dichos elementos con el tipo de gráfico utilizado.
- Análisis de la diferencia en representación y/o comportamiento del gráfico estadístico al pasar la información de uno a otro tipo de gráfico.
- Traducción y comprensión del comportamiento de los datos en términos de representación gráfica así como su significado con relaciones y conceptos matemáticos.

Para ello es necesario establecer los criterios frente al uso de una determinada variable y gráfico según el tipo de información que se va a representar.

Niveles de Comprensión de Gráficos Estadísticos según la Taxonomía de Curcio

La comprensión de gráficos estadísticos según Curcio, et al (2001) está relacionada con las conductas de traducción, interpretación, extrapolación/interpolación de la información que se

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

representa en gráficos estadísticos, para ello es necesario leer, describir, interpretar, inferir, deducir y analizar a partir de los datos representados en dichos gráficos.

Particularmente la traducción se refiere al cambio en la forma de comunicación de la información, según Jolliffe (1991, citado por Curcio, 2001), para traducir información de un gráfico estadístico a una tabla de datos “uno podría describir el contenido de una tabla de datos en palabras o interpretar un gráfico a un nivel descriptivo”(p. 6), lo cual se entiende como la interpretación de los datos mediante la relación establecida por el lector entre los especificadores e indicadores del gráfico.

La extrapolación e interpolación de la información son consideradas extensiones de la interpretación, donde es necesario observar los contextos de aplicación, “por ejemplo, para comparar y contrastar conjuntos de datos, para hacer una predicción sobre un caso desconocido, para generalizar a una población o para identificar una tendencia” (Curcio, 200, p.9) y sobre ello realizar deducciones a partir de los datos representados en el gráfico estadístico.

Según Curcio (2001) en la comprensión de los gráficos estadísticos influyen los siguientes factores: propósitos del uso de los gráficos, características de la disciplina y situación trabajada así como de las características del lector. El primero de ellos hace referencia a las razones por las que se usa un tipo de gráfico, las cuales pueden ser con propósitos analíticos y comunicativos.

En lo analítico, los gráficos funcionan como herramienta de las primeras etapas de análisis donde se busca dar sentido a los datos mediante la descripción, resumen, comparación, contrastación y generalización de la información. En otras palabras, según Spence y Lewandowsky (s.f., citados por Curcio, 2001), afirman que los gráficos usados con fines analíticos “son predominantes herramientas para la detección de características importantes o

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

inusuales en los datos” (p.9), por ello el estudiante además de construirlo debe entender para que sirve y darle sentido a las convenciones usadas en él. Los gráficos empleados para la comunicación tienen la finalidad de transmitir información estadística, ya que un buen gráfico obliga al lector a ver y comprender la información que se quiere transmitir.

Para Mooney (1999, citado por Curcio, 2001) el desarrollo de las habilidades estadísticas dentro de una situación, se denomina intuición estadística dentro de uno o varios contextos de aplicación, definida como “el sentido de sensatez, es decir, el uso de la lógica o la sensibilidad para conectar el pensamiento estadístico al contexto” (Curcio, 2001, p.17); sin embargo, es importante aclarar que el interpretar la información puede verse afectada por algunos factores como el tipo y tamaño del conjunto de datos, forma de representación y la complejidad en la estructura del gráfico.

Dicho de otra manera, el conjunto de datos hace que el manejo de conceptos numéricos, relaciones y operaciones fundamentales sea un factor en el que el conocimiento previo resulta necesario para la comprensión del gráfico, a ello Curcio (2001) lo relaciona con el sentido gráfico en el que se tiene en cuenta el significado de los números y símbolos, los cuales pueden ser representativos en ciertas formas de análisis.

A continuación, se enuncian algunos comportamientos o habilidades que según Curcio (2001) deben ser considerados dentro de los propósitos del uso de los gráficos y la comprensión de los mismos:

- Reconocer los componentes y las interrelaciones de la información representada en el gráfico estadístico.
- Comprender el lenguaje usado en el gráfico y los elementos estructurales utilizados para representar la información.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- Comprender las relaciones entre una tabla, un gráfico y los datos que se analizan.
- Responder a diferentes niveles de preguntas asociadas con la comprensión de gráficos, en otras palabras, interpretar la información que se muestra en los gráficos.
- Reconocer cuándo un gráfico es más útil que otro según el tipo de información representada y su contexto.
- Establecer la relación de la información y el contexto con el fin de interpretar dando sentido a los datos representados en el gráfico estadístico.

Con lo anterior, se identifican tres componentes dentro de la comprensión de gráficos: lectura de la información y las convenciones representadas directamente en el gráfico, análisis de la información representada en el gráfico mediante comparaciones y cálculos matemáticos, además de la generalización, predicción o identificación de tendencias en el comportamiento de la información de acuerdo al contexto. Según Curcio (2001) conocer el contexto es importante para la comprensión así como lo es para la mayoría de los aprendizajes, ya que la familiaridad del lector con este permite la interpretación y comprensión de los gráficos estadísticos.

Respecto al uso de los gráficos como herramientas para dar sentido a la información, es posible afirmar según Curcio (2001) que es necesario desarrollar la capacidad de leer y dar sentido a los gráficos estadísticos ya construidos o mediante la construcción de ellos, como elementos que a menudo se encuentra en los medios de comunicación.

Por otra parte, Russell (1991, referido por Curcio,2001) afirma que “las actividades de análisis de datos están estrechamente relacionadas con las ideas matemáticas involucradas en los procesos de contar, medir y clasificar” (p.21), por tanto el conocimiento y la experiencia en matemáticas son características necesarias para la comprensión de la información representada

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

en gráficos estadísticos, en la mayoría de los casos esta comprensión se da desde lo cuantitativo mediante el uso de operaciones aritméticas que fortalezcan el conocimiento numérico.

En ese sentido, la comprensión y análisis de la información contenida en gráficos estadísticos requiere la identificación, orden, comparación de tendencias y cambios de una variable (Cazares, 2015) para obtener nueva información mediante el desarrollo del sentido gráfico y la comprensión de los gráficos estadísticos así como el uso en varios contextos que requieren dar sentido a los datos relacionándolos con la construcción gráfica o a la extracción de datos simples (Muñoz, 2009). De esta manera, se relacionan los datos y la comprensión de gráficos presentes en medios de comunicación; desarrollando la habilidad de argumentación y discusión de carácter estadístico a partir de la apropiación de conocimientos matemáticos, extra matemáticos y la relación de ellos en situaciones de contexto.

Para Curcio y Friel (2001) la comprensión o sentido gráfico además de desarrollarse gradualmente mediante la identificación de elementos básicos y estructurales de los gráficos, reconoce la relación de objetos (ostensivos y no ostensivos⁶), incluyendo acciones (reales y mentales) necesarias en el proceso de comprensión. Para ello, y teniendo en cuenta la complejidad de la información que se representa y el tipo de análisis realizado sobre la misma, Curcio (2001) afirma que “ diferentes niveles de cuestionamiento provocan diferentes niveles de comprensión” (p.9) y por lo tanto propone la Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs o también llamada Taxonomía de Curcio donde plantea los siguientes niveles de comprensión de la información que se presenta en los gráficos estadísticos:

⁶ “Se entiende por ostensivo cualquier objeto que es público y que, por tanto, se puede mostrar a otro. Los objetos institucionales y personales tienen una naturaleza no ostensiva (no perceptibles por sí mismos). Esta clasificación entre ostensivo y no ostensivo es relativa al juego de lenguaje en que participan” (Godino et al, 2007, p. 8).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Leer los datos: habla de la lectura literal y específica, se cuenta con la capacidad de leer los datos explícitos representados en el gráfico; pero no interpreta la información contenida en el mismo.

Leer entre los datos: referida a la lectura, comparación e interpretación de los datos y variables incluidas en el gráfico estadístico, y la relación de cantidades mediante procedimientos matemáticos sencillos.

Leer más allá de los datos: asumida como la capacidad de trascender, interpretar, generalizar tendencias de los datos que están implícitos en el gráfico obteniendo información que no está contenida en él, y para ellos se requiere conocer el contexto en que los datos se presentan.

Leer detrás de los datos: hace referencia a la valoración crítica de las conclusiones, recolección y análisis de datos. Este nivel requiere conocer de manera amplia el contexto de aplicación y un nivel avanzado en conocimientos matemáticos.

En lo anterior se plantean los conocimientos y habilidades que se desarrollan al interpretar críticamente una información para luego ser confrontada con otros resultados. A esto Gal (2000) lo denomina Alfabetización Estadística, entendido como el desarrollo de las capacidades para comprender, interpretar, evaluar críticamente y si es necesario, reaccionar de manera argumentada a los mensajes estadísticos a través de los cuales se comunica la información. Para ello es importante relacionar los conocimientos matemáticos y estadísticos básicos para determinar el sentido de los números, variables, interpretación de tablas y gráficos, así como de métodos de recopilación y análisis de datos.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Herramienta de análisis para el sistema de prácticas de los estudiantes: Configuración Epistémica desde el Enfoque Ontológico Semiótico del Conocimiento (Godino et al, 2007).

En educación matemática la comprensión no solo debe ser examinada desde lo cognitivo sino también desde lo matemático (Duval, 2007), en esta investigación la comprensión se evidencia a través de las prácticas de los estudiantes, es decir “se considera que un sujeto comprende un determinado objeto matemático cuando lo usa de manera competente en diferentes prácticas” (Godino et al., 2007, p.10).

Con el fin de acercarse a lo cognitivo y categorizar los niveles de comprensión de gráficos estadísticos se usó como herramienta de análisis la configuración epistémica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento (Godino et al., 2007), donde se propone como entidades primarias: situaciones problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, las cuáles se relacionan directamente con cada una de las conductas propuestas en el desarrollo del sentido gráfico (Curcio et al., 2001), permitiendo describir los datos obtenidos y categorizar los niveles de comprensión de gráficos estadísticos según la Taxonomía de Curcio (2001) a través de la práctica de los estudiantes y teniendo en cuenta las unidades de análisis gráficos estadísticos, situaciones matemáticas escolares y niveles de comprensión de gráficos estadísticos.

Se considera apropiado el uso de esta herramienta, ya que permite relacionar la comprensión de gráficos estadísticos y el desarrollo de las habilidades argumentativas y discursivas de carácter estadístico, mediante la apropiación de conocimientos matemáticos y extra matemáticos en situaciones de contexto, reflejado en el análisis de la naturaleza de los objetos matemáticos y su desarrollo tanto personal e institucional en las respuestas a tareas

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

específica dentro del sistemas de prácticas, la cual tiene como base para su realización el objeto matemático y su relación con la noción de comprensión (Godino & Batanero, 1994).

El objeto matemático se entiende como lo emergente de un sistema de prácticas operatorias y discursivas ligado a las actividades de resolución de problemas, dentro de las dimensiones social y personal del conocimiento. Este puede ser objeto institucional si los sistemas de prácticas son compartidos en el seno de una institución o será objeto personal si dichos sistemas son realizados por una persona (Godino et al, 2007). Por ello, no se puede reducir el significado del objeto solo a su definición matemática dentro del proceso de construcción, comunicación y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 2002).

De lo anterior, según Godino et al. (2007), se desprenden las siguientes seis herramientas teóricas que permiten analizar y describir la forma como se adoptan los conocimientos matemáticos dentro de la práctica matemática en distintos contextos y uso de lenguajes.

- **Situaciones problemas:** hace referencia a las aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, problemas, acciones que llevan o conducen a la actividad matemática. En particular, la solución de las situaciones matemáticas escolares en relación con gráficos estadísticos, requiere el uso de conocimientos matemáticos previos, habilidades para la interpretación y representación de la información.
- **Lenguajes:** son términos, expresiones, notaciones, símbolos o representaciones gráficas utilizadas para representar los datos del problema. En el caso de los gráficos estadísticos los lenguajes a utilizar son de tipo verbal, gráfico y simbólico, los cuales se ven representados mediante su título, ejes, escalas, marcas del eje y elementos geométricos específicos del gráfico.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- **Conceptos- definición:** se refiere a la definición formal de los objetos y conocimiento matemático que se debe tener y usar de manera implícita o explícita para resolver de manera correcta la situación o problema matemático. Por ejemplo, el concepto de números enteros, decimales, variable estadística, frecuencia, proporcionalidad, sistema de coordenadas cartesianas, longitud y segmento.
- **Proposiciones:** son las relaciones que se puede establecer entre los conceptos matemáticos empleados en la solución de la situación problema.
- **Procedimientos:** Son los algoritmos, operaciones y técnicas de cálculo aprendidos previamente por el estudiante y que se deben aplicar en la solución de la situación problema.
- **Argumentos:** referido a las expresiones dadas por el estudiante para validar o explicar las proposiciones y procedimientos utilizados en la solución de la situación problema.

Es importante mencionar también que según Arteaga (2009) un gráfico estadístico puede considerarse como una función semiótica⁷, donde se relacionan los datos y convenios usados para la comprensión e interpretación de la información que allí se representa a partir de su lectura y construcción dentro de las situaciones matemáticas escolares, las cuales en esta investigación se entienden como una situación problema que contiene información actualizada, relevante y de contexto tomada de diferentes fuentes de información y representada por medio de gráficos estadísticos.

⁷ “La función semiótica surge cuando entre dos objetos (ostensivos o no ostensivos) se establece una dependencia representacional o instrumental, donde uno de los objetos se pone en el lugar del otro o bien uno es usado por otro” (Godino et al, 2007, p. 20).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Capítulo III: Metodología de la Investigación

Tipo de Investigación

La metodología cualitativa desde un enfoque descriptivo es la que se trabaja en esta investigación debido a que pretende:

Explorar la complejidad de los factores que rodean a un fenómeno y la variedad de perspectivas y significados que tiene para los implicados, y de esta forma poder conocer, comprender las experiencias, opiniones y significados que envuelven un fenómeno desde la perspectiva de los involucrados y sus relaciones con el entorno (Velez, 2018, p.37).

Por su parte Hernández y Mendoza (2018) afirman que la metodología de tipo cualitativo “constituye abordajes generales para responder al planteamiento del problema, describe el fenómeno de interés y su significado para los participantes y el investigador” (p.523), y por tanto el análisis de los datos no es un paso a paso, sino que consiste en estudiar cada dato en sí mismo y en relación con los demás.

Así mismo, la investigación es de carácter descriptivo cuyo “propósito principal es explorar, describir y comprender las experiencias de las personas respecto a un fenómeno y descubrir los elementos en común de tales vivencias”(Hernández & Mendoza, 2018, p.548). Es decir, se enfoca más en la parte descriptiva que interpretativa de las experiencias y datos aportados por los participantes; permitiendo detallar cómo se manifiestan los fenómenos y situaciones relacionados con los objetivos y preguntas de investigación (Fernandez et al, 2015).

Por tanto, este tipo de metodología es flexible y permitió analizar las prácticas de los estudiantes a través de las solución dada a las situaciones matemáticas escolares, con el fin de categorizar los niveles de comprensión según la Taxonomía de Curcio (2021), a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Población y participantes

La investigación se desarrolló en la Institución Educativa Francisco José de Caldas, ubicada en el municipio de La Sierra Cauca con un grupo de 19 estudiantes de grado noveno, quienes oscilan entre los 13 y 14 años de edad, de diferente género y pertenecientes a familias campesinas de nivel socioeconómico bajo, lo cual según de Hernández y Mendoza (2018) corresponde a un grupo de estudiantes con características homogéneas, ya que quienes participan en ella “poseen un mismo perfil o características, o bien comparten rasgos similares” (p.431); particularmente guardan similitud en su contexto, edad, grado y nivel de estudios. La investigación se llevó a cabo desde finales del año lectivo 2020 hasta la mitad del año lectivo 2022, en medio de la anormalidad académica, a causa de la pandemia Covid 19.

Los estudiantes participaron en la investigación de manera voluntaria, disciplinada, con entusiasmo y autorización de sus representantes legales, conocedores del objetivo planteado alrededor de la problemática relacionada con la comprensión de la información representada en gráficos estadísticos, el pensamiento aleatorio y sistemas de datos así como los fines del análisis de la información brindada en el desarrollo de las prácticas matemáticas.

Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

Las técnicas para la recolección de la información que se emplearon fueron la observación participante y la entrevista. La primera de ellas, en el ámbito educativo “se utiliza para la realización de estudios de evaluación, descripción e interpretación” (Cerdeña, 1993, p.234). En este caso se empleó para describir la comprensión de los estudiantes acerca de la información presentada mediante gráficos estadísticos; haciendo uso de instrumentos como cuestionarios con las situaciones matemáticas escolares, documentos físicos de las prácticas matemáticas realizadas, además de audios y videos tomados a través de dispositivos mecánicos como

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

producto del diálogo que se llevó a cabo con los estudiantes (Cerde, 1993). Aclarando que el uso de los dispositivos mecánicos puede inducir una actitud desfavorable en las personas o en el grupo, ya que en ocasiones hay apatía a ser grabados mientras hablan o se expresan.

Al realizar la observación se registró lo percibido en un cuaderno de notas o diario de campo, para ello según Cerda (1993) es importante saber escuchar y utilizar todos los sentidos, poner atención a los detalles y poseer habilidades para descifrar y comprender conductas no verbales, guardando el proceso de reflexión y disciplina dentro del proceso de investigación.

La otra técnica empleada fue la entrevista semiestructurada, la cual es flexible y abierta. Hernández y Mendoza (2018) la definen como una reunión para intercambiar información entre una persona (entrevistador) y otras (entrevistado u entrevistados). En ella, el investigador tiene la libertad de guiarse en una serie de preguntas, las cuales no son de estricto cumplimiento y por el contrario el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas o separar algunas de ellas para precisar y recoger la información de interés.

En la presente investigación esta entrevista se entiende como un diálogo informal entablado con los estudiantes para fortalecer la interpretación y descripción de sus prácticas. Para ello fue necesario la revisión de documentos escritos y audios; ya que según Cerda (1993) cada una de las observaciones y entrevistas realizadas se pueden apoyar mediante un “registro sonoro, fotográfico o filmico de los diversos aspectos observados”(p.241) haciendo uso de dispositivos mecánicos como grabadora, cámara fotográfica o filmadora.

La implementación de cada una de las técnicas para la recolección de la información, en este caso la observación participante y la entrevista se llevaron a cabo en ambientes naturales y cotidianos para que los participantes expresen con total tranquilidad y en su lenguaje natural las razones y argumentos acerca del proceso realizado (Hernandez & Mendoza, 2018); haciendo

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

referencia a los ambientes de aprendizaje dentro de la institución, los cuales deben ser generados y garantizados por el investigador para realizar un buen proceso de investigación.

Como instrumento para la recolección de la información se diseñaron dos situaciones matemáticas escolares, cada una con seis ítems relacionados con la representación de un conjunto de datos mediante gráficos estadísticos, en este caso gráfico de barra y circular, en los cuales se centra el interés de la investigación (Ver anexo B y anexo C). Para su elaboración fue necesario la revisión de los Derechos Básicos de Aprendizaje en el área de matemáticas, simulacros Pruebas SABER⁸ 9 y material bibliográfico teniendo en cuenta información actual, relevante y relacionada con el contexto del municipio de la Sierra y la Institución Educativa Francisco José de Caldas.

La situación matemática escolar uno, se denominó “Interpretación de gráficos y procesos analíticos”, la cual fue planteada en el contexto de salud pública y las razas de perros que habitan las calles del municipio de La Sierra Cauca. Para su solución se requiere que los estudiantes realicen conductas de lectura, análisis y construcción de gráficos estadísticos a partir de información dada en el planteamiento de la situación o hallada por los mismos estudiantes. Estas conductas son necesarias para desarrollar el sentido gráfico y alcanzar uno de los niveles de comprensión de gráficos estadísticos propuestos en la Taxonomía de Curcio (2001).

La situación matemática escolar dos, llamada “Identificación de variables y análisis de gráficos estadísticos”, fue diseñada a partir de las vivencias cotidianas de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas, relacionada con el reporte de venta de los tres artículos más vendidos en un almacén de ropa en la ciudad de Popayán. En ella es necesario realizar conductas de lectura, extrapolación/interpolación, análisis y descripción de

⁸ Las pruebas Saber son evaluaciones externas estandarizadas aplicadas por el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación ICFES, las cuales evalúan el desempeño alcanzado por los estudiantes (Ministerio de educación Nacional de Colombia [MEN], 2020).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

la información mostrada inicialmente en los gráficos estadísticos; esto se verifica particularmente en los ítems a y b del formulario mediante la comparación de la información dada en los gráficos de barra, circular y a partir de ello emitir respuestas argumentadas a los interrogantes propuestos.

El diseño de las dos situaciones se hizo teniendo en cuenta el contexto matemático escolar, privilegiando las competencias de tipo interpretativo y reconociendo que los estudiantes regresan al proceso de educación presencial después de aproximadamente dos años de educación virtual, en los cuales no han desarrollado procesos que en el aula normalmente favorecerían la competencia propositiva.

En ese tiempo el proceso de enseñanza aprendizaje se llevó a cabo desde casa bajo la priorización de contenidos y guías taller en cada una de las áreas. En matemáticas se priorizó el trabajo del pensamiento numérico frente al aleatorio y sistemas de datos, con algunas sesiones virtuales de asesoría y aclaración de dudas a los estudiantes de acuerdo a las condiciones de conectividad. Esta modalidad de estudio dejó afectaciones en los conocimientos, procesos y ritmos de aprendizaje de los estudiantes; lo anterior atendiendo a la declaratoria de pandemia Covid 19 dada por Ministerio de Salud de Colombia según el decreto 385 del año 2020.

Atendiendo las difíciles condiciones de conectividad del contexto y las orientaciones dadas por el Ministerio de Educación Nacional, el consejo académico de la Institución decidió priorizar contenidos en cada una de las asignaturas, concretamente en el área de matemáticas se dio prioridad al trabajo en el pensamiento numérico y sistemas numéricos. De manera ocasional se trabajó en el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pero desde el manejo de conceptos y procedimientos generales sin llegar a la aplicación de los mismos dentro de una situación problema.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

La recolección de la información se realizó a finales del año lectivo 2021 con la participación de 19 estudiantes, a los cuales se les entregó el cuestionario con las dos situaciones matemáticas en forma física, acompañado de papel en blanco para su solución, con lo cual se destaca que la totalidad de los estudiantes trabajaron y respondieron al trabajo propuesto. La codificación de los estudiantes se estructuró de la siguiente manera □-□□, en donde se ubica el número de estudiante y las iniciales de su nombre respectivamente.

En las imágenes 5 y 6 se observa que el proceso se llevó a cabo dentro del aula de clase y en los horarios habituales de trabajo; sin embargo, fue necesario dividir al grupo de estudiantes en dos subgrupos y dos jornadas diferentes de trabajo, debido a que hasta ese momento como consecuencia de la pandemia la institución se encontraba laborando bajo el plan de alternancia educativa⁹ y atendiendo los protocolos de aforo y bioseguridad.

Imagen 5

Recolección de información



Nota: Recolección de la información con los estudiantes en el aula de clase. Fuente: elaboración propia (2021).

⁹ “El plan de alternancia educativa se constituye en una herramienta de gestión al servicio del sector educación en cada territorio, para reservar el bienestar de la comunidad educativa y avanzar hacia el retorno a las aulas, en medio de un proceso gradual, progresivo y seguro que permite construir la confianza necesaria para retomar la experiencia educativa en la presencialidad” (Ministerio de Educación Nacional, 2020, p.2)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 6

Práctica de los estudiantes



Nota: Trabajo de los estudiantes mientras resuelven el cuestionario con las situaciones matemáticas escolares.

Fuente: elaboración propia (2021).

La organización de la información se realizó primero mediante la observación general de las prácticas de los estudiantes, separando las soluciones según la situación matemática escolar trabajada. Luego se establecieron los criterios o elementos requeridos para la solución a los ítems propuestos, tomando como herramienta de análisis la configuración epistémica del conocimiento, la cual considera como entidades primarias el lenguaje, situaciones problema, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentación (Godino et al., 2007), lo que permite relacionarlas con los procedimientos utilizados por los estudiantes en la solución de las situaciones matemáticas considerados en la Taxonomía de Curcio para desarrollar el sentido gráfico, entendido como el desarrollo progresivo de la capacidad para comprender la información en gráficos estadísticos, y de esta manera categorizar los niveles de comprensión de la información que se representa mediante gráfico de barra y circular.

El análisis se realizó apoyado en una tabla como se representa en la imagen 7 donde se registraron e identificaron cuáles de esos criterios se evidencian en las prácticas de los estudiantes, detallando diferencias y similitudes entre ellos a través de la comparación de las respuestas a cada uno de los interrogantes.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 7

Criterios de análisis

CATEGORÍA DE ÍTEM DE ANÁLISIS	SITUACIÓN PROBLEMA DE MATEMÁTICA					PROCEDIMIENTOS DE MATEMÁTICA					CONCEPTOS DE MATEMÁTICA					MATEMÁTICA EN SU CONTEXTO					MATEMÁTICA EN SU CONTEXTO					MATEMÁTICA EN SU CONTEXTO					MATEMÁTICA EN SU CONTEXTO				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
ÍTEM 1																																			
ÍTEM 2																																			
ÍTEM 3																																			
ÍTEM 4																																			
ÍTEM 5																																			
ÍTEM 6																																			
ÍTEM 7																																			
ÍTEM 8																																			

Nota: Criterios de análisis establecidos para cada uno de los ítems de las situaciones matemáticas escolares. Fuente: elaboración propia (2021).

Método

La recolección de la información y el análisis de la misma se realizó a partir del desarrollo de las situaciones matemáticas escolares, con ello fue posible describir la experiencia vivida o las expresiones de los estudiantes acerca de un concepto o fenómeno, en este caso la comprensión de la información representada mediante gráficos estadísticos, lo cual llevó a categorizar los niveles de comprensión como objetivo principal de la investigación.

Fases de la Investigación

A continuación, se muestran las fases de la investigación las cuales corresponden al logro de los objetivos específicos con sus respectivas actividades, con ello se dio respuesta a la pregunta de investigación ¿Cuales son los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares, a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos, que resuelven los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas?

Fase Uno

Formular situaciones matemáticas escolares que permitan evidenciar niveles de comprensión a partir de conjuntos de datos presentados en gráficos estadísticos.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Actividades

- Documentación y apropiación tanto de la temática como del problema a abordar, antecedentes, niveles de comprensión propuesto por Curcio et al (2001) y la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al., 2007) como soporte teórico de la investigación.
- Revisión bibliográfica de textos educativos e información actual para la selección de ejemplos de gráficos estadísticos.
- Estructuración del cuestionario de recolección de la información con las situaciones matemática escolares relacionadas con la comprensión de gráficos estadísticos.
- Diligenciamiento de los consentimientos informados de los estudiantes de grado noveno para su participación en el desarrollo de la investigación, ver Anexo A.
- Se garantizó las condiciones de trabajo y bioseguridad para la realización de la práctica con los estudiantes de grado noveno.

Fase Dos

Examinar las prácticas de los estudiantes haciendo uso de las herramientas teóricas de la configuración epistémica del Enfoque Ontológico semiótico del Conocimiento.

Actividades

- Recolección de la información a analizar mediante la solución las situaciones matemáticas escolares con información representada en gráficos estadísticos.
- Identificación en la práctica de los estudiantes de las seis herramientas de la configuración epistémica del Enfoque Ontológico semiótico del conocimiento.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Fase Tres

Interpretar y describir los datos obtenidos ubicándolos en los niveles de comprensión propuestos en la Taxonomía de Curcio.

Actividades

- Establecimiento de criterios de análisis para cada una de las entidades primarias de la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al., 2007) y la identificación de los mismos en las prácticas matemáticas de los estudiantes.
- Identificación de los niveles de comprensión de gráficos estadísticos presentes en las prácticas de los estudiantes de grado noveno, según lo propuesto en la Taxonomía de Curcio.
- Sistematización de los resultados de la investigación.

Una vez recolectada la información cobran importancia “los conceptos, percepciones, imágenes mentales, creencias, emociones, interacciones, pensamientos, prácticas, experiencias, vivencias y roles manifestados en el lenguaje de los participantes, ya sea de manera individual, grupal o colectiva” (Hernandez & Mendoza, 2018, p.443); los cuales pueden estar expresados en narrativas escritas, verbales, visuales, auditivas, audiovisuales, entre otros; para luego ser interpretados y comprendidos dentro del análisis de la información.

Una vez se obtuvo la información suficiente se llegó a la saturación¹⁰ de categorías de análisis las cuales Hernández y Mendoza (2018) la definen como “categorías o códigos emanados de la codificación abierta o comparación de unidades” (p.441) .

Finalmente, el análisis de la información se realizó siguiendo la ruta de la investigación cualitativa, mediante la revisión inicial y general de los datos, la organización y preparación para

¹⁰ “El hecho de que la nueva información o datos que se agreguen ya no produzcan o aporten conocimientos novedosos o adicionales” (Hernandez & Mendoza, 2018, p. 427).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

su análisis bajo el establecimiento de características similares y unidades de análisis para finalmente determinar las categorías centrales que expliquen el fenómeno o problema de investigación; esto, apoyados en la configuración epistémica del conocimiento propuesta en el Enfoque Ontológico Semiótico del Conocimiento (Godino et al., 2007c). Posteriormente se pusieron en diálogo los resultados entre las conductas propuestas para desarrollar el sentido gráfico y los niveles de comprensión de la Taxonomía de Curcio (2001). De esta manera se dio cumplimiento a los objetivos propuestos mediante la categorización de los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Capítulo IV: Análisis de la Información

Realizada la comparación y verificación de cada uno de los criterios establecidos para el análisis de las prácticas de los estudiantes, con el fin de categorizar sus niveles de comprensión a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos¹¹ y haciendo uso de la herramienta de la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al., 2007), se validó la información y se inició su estudio bajo los siguientes criterios:

- Lectura y elaboración del gráfico estadístico: en él se examina los tipos de lectura, reconocimiento así como el uso de los elementos estructurales en la lectura y elaboración del gráfico estadístico, además, el manejo de conocimientos previos y conceptos matemáticos por medio de los diferentes lenguajes.
- Uso de procedimientos matemáticos: hace referencia a las diferentes formas de trabajo realizadas por los estudiantes para dar solución a la situación matemática escolar.
- Relación tanto de conceptos como de procedimientos dentro del gráfico circular y de barra, así como su utilidad en la solución de una situación matemática escolar: examina la entidad primaria de proposiciones, entendida como la relación de los conceptos matemáticos y la interpretación de los resultados numéricos, teniendo en cuenta los tipos de argumentación usados para la misma.

El análisis y la comparación de cada una de las soluciones permitieron identificar las siguientes conductas por parte de los estudiantes:

- Comprensión y uso del lenguaje.
- Lectura y elaboración del gráfico de barra y circular.
- Comprensión y uso de convenciones.

¹¹ Los gráficos estadísticos son un potente instrumento de representación visual y comunicación de información estadística resumida de forma eficiente, los cuales despliegan y relacionan información numérica de una o más variables a través recursos como puntos, líneas, coordenadas, figuras, números, símbolos y color (Cazares, 2015).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- Interpretación (concepción, comprensión) de la situación matemática escolar.
- Relación: lenguaje, procedimientos geométricos y matemáticos.
- Reconocimiento de la información implícita de los gráficos estadísticos.
- Observación directa.
- Realización de proceso matemático.
- Relación de procesos matemáticos y la interpretación de sus resultados.
- Identificación de variables estadísticas.
- Uso del concepto de proporcionalidad.
- Argumentación de los procedimientos matemáticos.
- Utilidad y facilidad en la interpretación de la información en los diferentes gráficos estadísticos para solucionar situaciones cotidianas.

Los análisis y conclusiones se muestran a continuación:

Lectura y Elaboración del Gráfico Estadístico

Los estudiantes partícipes de la investigación se expresaron mediante lenguaje verbal, gráfico y simbólico para dar respuesta a los ítems de las situaciones matemáticas escolares.

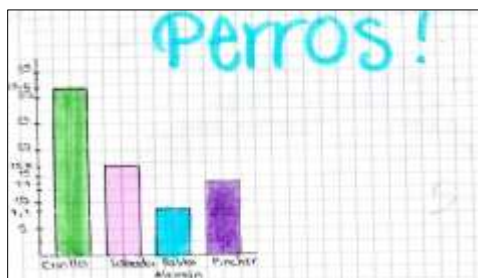
En el lenguaje gráfico los 19 estudiantes representaron la información en los gráficos estadísticos teniendo en cuenta sus elementos estructurales. Para ello analizaron, interpretaron y expresaron la información de manera diferente, particularmente pasaron los porcentajes a cantidades numéricas mediante la ejercitación de procedimientos matemáticos. En la imagen 8 el estudiante 16-JRVQ representó en el gráfico de barra la misma información que el planteamiento de la situación matemática escolar propuso mediante gráfico circular, donde se evidenció el conocimiento y uso de los elementos estructurales como el título, ejes coordenados y escala; sin

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

embargo, hay ausencia de rótulos en cada uno de los ejes que indique la información representada.

Imagen 8

Elementos estructurales del gráfico estadístico



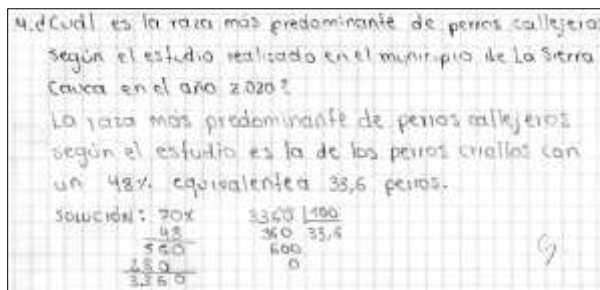
Nota: Construcción del gráfico de barra con sus elementos estructurales. Fuente: Estudiante 16-JRVQ (2021).

Desde Curcio (2001), identificar los componentes estructurales dentro del gráfico estadístico permite reconocer los datos cuantitativos, aproximándose a la comprensión, interpolación y relación de los mismos para hallar nueva información.

En el lenguaje simbólico, según la imagen 9, el estudiante 16-JRVQ usa la numeración arábiga (0, 1, 2,..) así como los símbolos de representación para cada una de las operaciones (+, -, \times , \div) y procedimientos matemáticos en el conjunto de los números reales.

Imagen 9

Símbolos y operaciones matemáticas



Nota: Uso de simbología y operaciones matemáticas en la solución de las situaciones matemáticas escolares. Fuente: Estudiante 16-JRVQ (2021).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En cuanto a las formas de organizar la información, Curcio (2001) refiere que “las tablas de datos también se pueden usar para organizar información como un paso intermedio para crear representaciones gráficas”(p.5), particularmente la tabla de frecuencias se entiende según Montero (2003) como un mecanismo para organizar información estadística. La elaboración de la tabla de datos realizada por 17 de los 19 estudiantes mostró que los resultados obtenidos en los procedimientos matemáticos fueron leídos literalmente, es decir no se tuvo en cuenta su relación con el contexto, específicamente cuando se habla de seres vivos.

En las imágenes 10 y 11 pertenecientes a las prácticas de los estudiantes 1-HAMCH y 2-AHH respectivamente, se evidencian expresiones como “15,4 perros pertenecen a la raza Labrador” y “Entre las razas de Pastor Alemán y criollo hay un total de 40,6 perros”, que dejan entrever dificultades para diferenciar el tipo de variable, y la relación de las mismas con el contexto.

Imagen 10

Interpretación de las variables

H: 15,4 perros pertenecen a la raza Labrador

Nota: Desconocimiento de la variable perros como tipo discreto. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

Imagen 11

Dificultades para diferenciar el tipo de variables

Perros	Porcentaje
15	100%
15.4	22%

$15.4 \times 100 = 1540$
 $\frac{1540}{100} = 15.4$

Entre las razas Labrador pertenecen 15.4 perros.

$33.6 + 3 = 40.6$

Entre las razas de Pastor Alemán y Criollo hay un total de 40.6 perros.

Nota: Desconocimiento de la variable perros como tipo discreto. Fuente: Estudiante 2-AHH (2021).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Aunque se consideraron todos los datos de las situaciones matemáticas escolares, no se evidencia en los escritos de los estudiantes el conocimiento ni la diferencia entre variable cualitativa¹² o cuantitativa¹³ y dentro de esta última no se reconoce las variables discretas, en las situaciones matemáticas propuestas se trabajaron las razas de perros y artículos vendidos en un almacén como variables de tipo cuantitativo y discreto.

Según Joya (2016) “los valores de una variable discreta pertenecen a un conjunto numerable, por ejemplo (los números enteros y los números naturales)” (p.261), el mismo autor afirma que la “variable continua puede tomar cualquier valor en un rango determinado” (p.261), por ejemplo la cantidad de agua que contiene una botella, la cual puede tomar cualquier valor decimal comprendido entre dos números enteros, esto último no es aplicable cuando se habla de la variable perros, pues no es coherente manejar la expresión “*15,4 perros pertenecen a la raza Labrador*” ya que se está haciendo referencia a seres vivos y por tanto no es posible considerar fragmentaciones dentro de ellos.

Es importante aclarar que no se realizó la edición de los datos y teniendo en cuenta que la investigadora es la misma docente del área de matemáticas, se presume que el estudiante no aproxima los números decimales a números enteros debido a la concepción de las matemáticas como ciencia exacta, por tanto, no se debe realizar cambios o aproximaciones en los valores hallados en los procedimientos matemáticos, lo cual obedece al desconocimiento del tipo de variable y su interpretación dentro del contexto.

Por su parte, el estudiante 16-MAB como se evidencia en la imagen 12 responde a los interrogantes haciendo aproximaciones de los números decimales a números enteros; es decir, se

¹² “aquella que no se puede expresar mediante números. Por ejemplo: comida preferida, religión, tipo de música”. (Joya et al, 2016, p. 252)

¹³ “aquella característica de la ovación o de la muestra que es posible representar numéricamente; por ejemplo, la edad, el peso, el tiempo, entre otras.” (Joya et al, 2016, p. 261).

ANÁLISIS DE LA COMPRESIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

reconoce la variable perros como una variable de tipo discreta, ya que en los procedimientos matemáticos se obtiene que hay 7 perros para la raza Criollo y 33,6 para la raza Pastor Alemán, pero en la respuesta dada para el ítem 3, se ve la expresión “Hay 40 perros entre Pastor Alemán y Criollo”, la cual no es correcta, pues el número entero dado por el estudiante no corresponde a la sumatoria de la cantidad de perros de las razas Criollo y Pastor Alemán.

Imagen 12

Reconocimientos de variables



Nota: Aproximación del valor decimal a número entero y reconocimiento de la variable perros como tipo discreto.

Fuente: Estudiante 2-MAB (2021).

Esta aproximación dentro de los procesos propuestos por Curcio (1987) para la comprensión de gráficos estadísticos se reconoce como interpretación de las variables que están dentro del gráfico de acuerdo al contexto de aplicación; corresponde al segundo nivel de comprensión llamado leer entre los datos. En la configuración epistémica del conocimiento esta aproximación se relaciona con la entidad primaria de procedimientos tanto algorítmicos como analíticos, así como el uso de conceptos de variable y tipos de variable.

Para la interpretación, análisis y solución de las situaciones matemáticas los estudiantes entendieron las convenciones utilizadas en su planteamiento. La imagen 13 muestra el enunciado

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

de la situación matemática escolar uno y en la imagen 14 el estudiante 1-HAMCH representa en el gráfico de barra la información que inicialmente se mostró en el gráfico circular distinguiendo los colores, proporciones, formas, particiones y rótulos en los dos tipos de gráfico estadístico.

Imagen 13

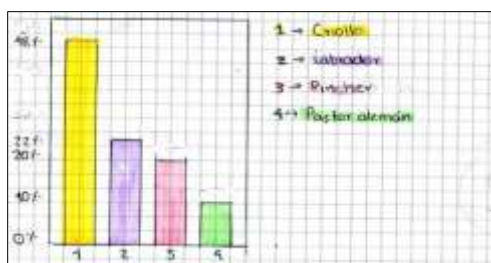
Situación matemática escolar



Nota: Planteamiento de la situación matemática escolar uno. Fuente: elaboración propia (2021).

Imagen 14

Gráfico de barra



Nota: Elaboración del gráfico de barra teniendo en cuenta las convenciones del planteamiento inicial. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

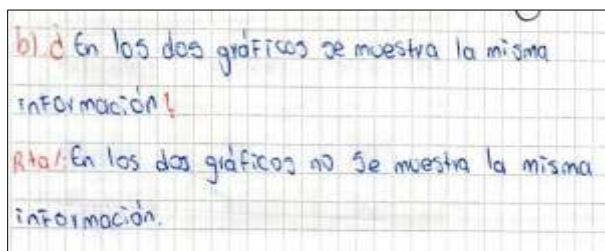
Haciendo referencia a la situación matemática escolar dos, el 24% de los estudiantes realizó lectura literal u observación directa de la información representada en los gráficos estadísticos para responder a los interrogantes propuestos. Un ejemplo de ello se observa en la imagen 15 mediante la afirmación del estudiante 12-ISPV, “*los dos gráficos no muestran la misma información*”, la cual no es argumentada bajo procesos mentales, entendidos como

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

razonamientos analíticos que no requieren de la ejecución de algoritmos y que son expresados oralmente; tampoco es argumenta desde la expresión verbal o procedimientos matemáticos.

Imagen 15

Lectura literal



Nota: Respuesta dada desde la observación directa del gráfico circular. Fuente: Estudiante (2021).

Uso de Procedimientos Matemáticos

Las situaciones matemáticas escolares desde la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al., 2007) se entienden como situaciones extra matemáticas, ejercicios, problemas o acciones que llevan o conducen a la actividad matemática, y de esta forma fueron entendidas por el 95% de los estudiantes, ya que a partir de la lectura e interpretación de los enunciados se dio origen a la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos matemáticos como respuesta a cada uno de los ítems propuestos. Esta afirmación se corrobora con los argumentos orales de los estudiantes, los cuáles se relacionan a continuación.

- 3-AHH: *“En ocasiones anteriores se ha realizado estas encuestas en el Municipio de la Sierra, y no solamente sobre perros, sino sobre otras cosas como las materias que más nos gustan en el colegio, y las puede realizar cualquier persona y en cualquier parte”*
- 5-JAIO: *“El tema y las cosas que se habla en el ejercicio son entendibles y conocidas”*
- 2-MAB: *“Cuando a uno le preguntan por total, predominante o cantidad le están diciendo es cuantos perros hay de cada raza”*

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- 10-NVPM: *“Para resolver lo que preguntan en los ejercicios hay que hacer operaciones de matemáticas”*

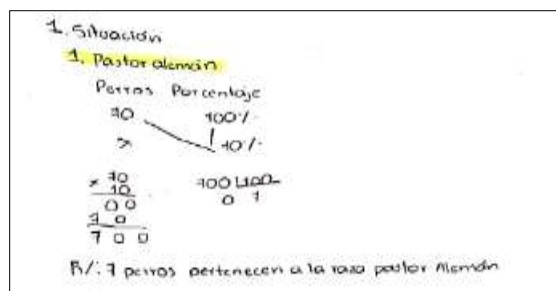
Desde el Ministerio de Educación Nacional (2006) la ejercitación de procedimientos matemáticos como proceso de las matemáticas propuesto en referentes curriculares “implica la construcción y ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o de rutina, también llamados algoritmos” (p.55); en otras palabras, son herramientas eficaces en determinadas situaciones y por lo tanto pueden modificarse a nuevas situaciones, o ser sustituidas por otras. Desde la configuración epistémica del conocimiento esta ejercitación se refiere a “algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo aprendidos previamente por el estudiante y que se deben aplicar en la solución del problema” (Godino et al., 2007).

Dicha ejercitación de procedimientos usada para interpretar información debe relacionar las variables involucradas en el gráfico estadístico, en la imagen 16 el estudiante 1- HAMCH por medio del algoritmo de la regla de tres simple directa¹⁴ llegó al resultado esperado en cuanto a la cantidad de perros de la raza Pastor Alemán; aunque no se evidenció el establecimiento de las proporciones¹⁵ ni se identificó el tipo de variable trabajada.

¹⁴ “La regla de tres simple directa es una forma de resolución de problemas de proporcionalidad directa entre dos o más valores conocidos y una incógnita. En ella se establece una relación de linealidad (proporcionalidad) entre los valores involucrados” (Moya, 2014, p.137)

¹⁵ “Igualdad entre dos razones equivalentes” (Moya, 2014, p.136).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 16*Procedimientos matemáticos*

Nota: Relación de procedimientos matemáticos y la variable razas de perros. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

En la solución de las situaciones matemáticas se identificó la ejecución de tres procedimientos matemáticos: deducción de información, algoritmo de regla de tres simple directa y verificación de procedimientos matemáticos.

Deducción de información

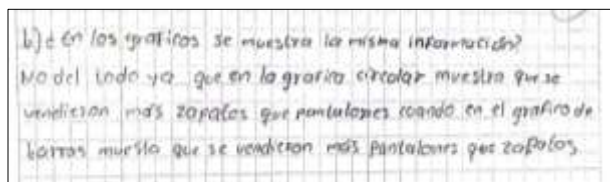
Se entiende deducción como el proceso de concluir, afirmar (Real Academia Española (2001) o tomar postura a partir de la información brindada en los gráficos estadísticos. El 65% de los 19 estudiantes concluyeron a partir de la información presentada implícitamente en el gráfico circular y de barra, en términos de porcentaje y cantidades respectivamente, a partir de ello respondieron directamente cada uno de los interrogantes propuestos. Este proceso Curcio (2001), lo considera como una de las conductas necesarias para alcanzar la comprensión de la información que se representan en los gráficos estadísticos. En la configuración epistémica del conocimiento según Godino et al. (2007), la deducción de información a partir de la dada inicialmente se ubica dentro de entidades primarias: procedimientos y conceptos, ya que es necesario que los estudiantes analicen y usen sus conocimientos previos para la comprensión de la información y las respectivas deducciones a partir de la misma.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En la imagen 17 el estudiante 9-MYHS analiza la información dada en el planteamiento de la situación matemática escolar dos, a partir de ella concluye que las gráficas no muestran la misma información bajo el siguiente argumento: “*la gráfica circular muestra que se vendieron más zapatos que pantalones cuando en el gráfico de barras muestra que se vendieron más pantalones que zapatos*”, en otras palabras el estudiante relaciona y compara cada una de las variables y su representación dentro del gráfico estadístico, lo que le permite emitir un criterio de igualdad o diferencia entre la información representada.

Imagen 17

Deducción de información



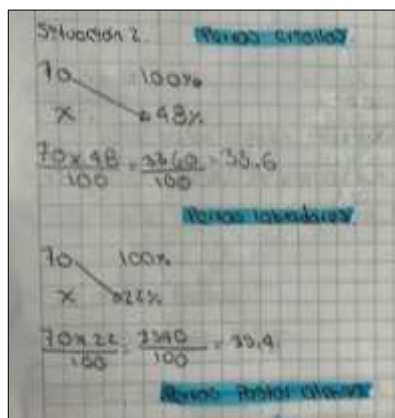
Nota: Comparación de información brindada en diferentes gráficos estadísticos. Fuente: Estudiante MYHS (2021).

Algoritmo de Regla de Tres Simple Directa

El 92 % de los estudiantes reconoce y usa el algoritmo de regla de tres desde su interpretación, desarrollo y hallazgo de nuevos resultados, los cuales relaciona con cada una de las variables e interrogantes a responder. La situación matemática uno proporciona la frecuencia relativa de la variable perros e indaga por la frecuencia absoluta. Para ello, por ejemplo, el estudiante 10-NVPM en la imagen 18 usa el algoritmo de regla de tres simple directa como estrategia de solución, sin embargo en el trabajo escrito no se distinguen las magnitudes¹⁶ que intervienen en ella, pero se representa simbólicamente las variables para hallar las cantidades y relacionarlas con las razas de perros Criollo y Pastor Alemán.

¹⁶ “Una magnitud es una cualidad de un objeto a la cual se le puede asignar una medida” (Joya et al., 2016, p.115)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 18*Identificación de magnitudes*

Nota: Algoritmo matemático para regla de tres simple directa. Fuente: Estudiante 10-NVPM (2021).

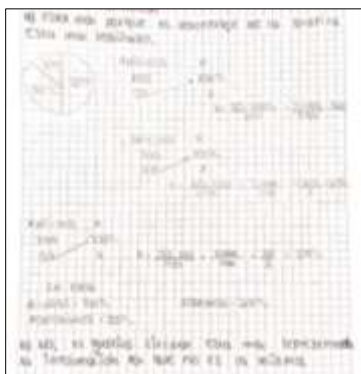
Particularmente la pregunta ¿Cuál de las razas de perros predomina en las calles del municipio de La Sierra?, fue diseñada para ser respondida a partir de la observación directa de la información que se representa en el gráfico circular; sin embargo, el 86% de los estudiantes la respondió a través de la ejercitación de procedimientos matemáticos como regla de tres simple directa para hallar la cantidad de perros en cada una de las razas.

Ejemplo de ello es lo realizado por el estudiante 10-NVPM en la imagen 19, quien a partir de los procedimientos matemáticos compara los resultados hallados y expresa “*la raza menos predominante de perros callejeros son los Pastores Alemanes, ya que solo 7 perros pertenecen a esta raza, después le siguen los Pincher*”. Esta afirmación es argumentada mediante la ejecución del algoritmo de regla de tres simple directa o expresión oral; lo cual se reconoce como una de las entidades primarias de la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al, 2007) y como uno de los procesos propuestos en la Taxonomía de Curcio (2001).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 20

Uso de procedimientos matemáticos



Nota: Algoritmo matemático para regla de tres simple directa. Fuente: Estudiante 3_ICSM (2021).

Posteriormente, en la imagen 21 y 22, los estudiantes 1-HAMCH y 2-AHH organizaron la información hallada por ellos mismo y suministrada por la situación matemática escolar uno y dos, teniendo en cuenta la coherencia y correspondencia de las variables. Para ello se realizó la traslación de información de uno a otro gráfico estadístico para organizar la tabla de frecuencias, donde se ubican la frecuencia relativa y absoluta de cada variable; pero, esta no es reconocida como una tabla de frecuencia, ya que no es evidente en el escrito de los estudiantes el uso del término frecuencia; lo que permite concluir que los estudiantes no manejan los conceptos de frecuencia relativa y absoluta, por tanto la información hallada corresponde solamente a la ejecución de algoritmos matemáticos.

Imagen 21

Tabla de frecuencias

Perros callejeros		
Raza	Porcentaje	Total
1. Criollo	48,7%	35,6
2. Labrador	22,7%	15,4
3. Pastor Alemán	10,7%	7
4. Pinches	10,7%	14

Nota: Desconocimiento de la frecuencia relativa y absoluta de la variable. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 22*Tabla de frecuencias*

D) Artículos	Cantidad	Porcentaje.
Blusas	50	50%
Pantalón	30	30%
Zapatos	20	20%

Nota: Desconocimiento de la frecuencia relativa y absoluta de la variable. Fuente: Estudiante 2-AHH (2021).

Se observó también el uso de procedimientos matemáticos diferentes al de regla de tres simple directa, en los cuales no hubo secuencia en su desarrollo, esto posiblemente hizo que no se llegara a dar respuesta a los interrogantes propuestos. Adicionalmente, no fueron identificados los porcentajes ni la totalidad de perros o artículos vendidos representados de manera implícita en los gráficos de barra y circular de las situaciones matemáticas escolares.

Un ejemplo de ello se muestra en la imagen 23 perteneciente al estudiante 2-JAIO, donde se intentó hacer una aproximación a la cantidad de perros de cada una de las razas, tratando de dar respuesta a los ítems 1, 2 y 3 de la situación matemática escolar uno. El estudiante parte de la afirmación " $70 \text{ perros} = 100\%$ ", donde relaciona el porcentaje y la totalidad de los perros de todas las razas, luego aproxima estas cantidades a la mitad de los perros y su respectivo porcentaje, con lo cual se relaciona una parte y el todo de la información representada en el gráfico circular, se obtiene que " $35 \text{ perros} = 50\%$ " y así sucesivamente busca obtener los porcentajes que se representan en el gráfico circular para cada una de las razas; pero, al final no es posible llegar a un dato claro, ya que aparecen números decimales y esto dificulta las aproximaciones dejándolas inconclusas y sin claridad sobre cuál de las razas de perros del Municipio de la Sierra se está trabajando.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 23*Procedimientos matemáticos sin resultado*

Handwritten work on grid paper showing calculations for dog breeds. The text at the top reads: "Suma: Nueva Imbach, Orobaza, rouno lra." Below this, there are several lines of calculations:

30 perros	100%	10 milés	10%
10 x 11,5		11,5 x 10	
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110

Nota: Aproximación de valores en el procedimiento matemático. Fuente Estudiante 2-JAIO (2021).

En la imagen 24, el estudiante 7-LCZZ desarrolló operaciones básicas definidas en el conjunto de los números reales, pero estas no llevaron a concluir o emitir una respuesta a los interrogantes propuestos; con ello se afirma que no hay interpretación de los valores hallados para cada una de las variables. Aunque la imagen muestra la suma, multiplicación y división de algunos valores por separado de las variables Pastor Alemán, Labrador y Criollo, no hay una respuesta frente a la cantidad de perros de cada una de estas razas.

Imagen 24*Procedimientos matemáticos*

Handwritten work on grid paper showing calculations for dog breeds. The text at the top reads: "Interpretación de Grupos y Procesos Reales". Below this, there are several lines of calculations:

30 Perros	100%	10 milés	10%
10 x 11,5		11,5 x 10	
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110
10 x 11	110	11 x 10	110

Nota: Procedimientos matemáticos que no llevaron a ninguna respuesta. Fuente: Estudiante 7-LCZZ (2021).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

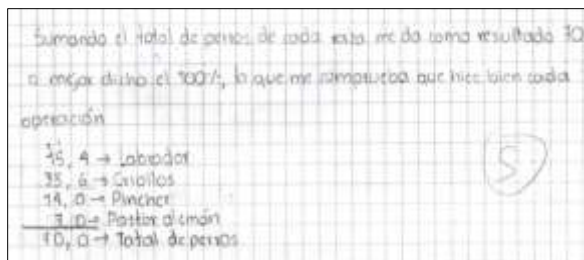
Verificación de los procedimientos matemáticos

En este aspecto, lo evidenciado en la práctica de los estudiantes permitió afirmar que el 60% de ellos usaron las proposiciones¹⁷ para revisar la coherencia de los datos presentados inicialmente en cada uno de los gráficos estadísticos, o de los datos hallados por ellos mismos mediante la formulación y ejercitación de procedimientos matemáticos y analíticos.

Particularmente en la situación matemática uno, la imagen 25 muestra que el estudiante 1-HAMCH por medio de la ejercitación de procedimientos halló la cantidad de perros para cada una de las razas, verificó que la suma de dichas cantidades es exactamente 70 y que corresponde a la totalidad de los perros, lo cual indica que el proceso realizado es correcto y permite responder a los interrogantes propuestos en la situación matemática a escolar.

Imagen 25

Verificación de procedimientos



Nota: Revisión de la coherencia de los datos hallados mediante los procedimientos matemáticos. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

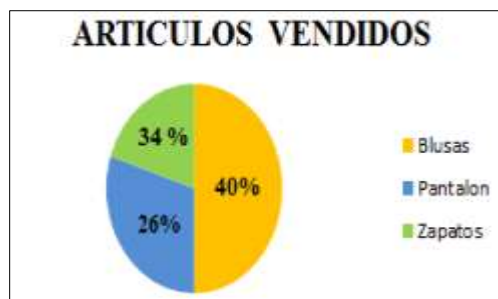
En la situación matemática escolar dos, el 12% de los estudiantes identificó los errores en el gráfico circular inicial (ver imagen 26) que representa los tres artículos más vendidos dentro de un almacén.

¹⁷ “Enunciados y relaciones que se puede establecer entre los conceptos matemáticos” (Godino et al., 2007, p.7)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Imagen 26

Gráfico circular



Nota: Planteamiento de la situación matemática escolar dos. Fuente: elaboración propia (2021).

La imagen 27 muestra que el estudiante 1-HAMCH revisó que la suma de los porcentajes de ventas de pantalones, blusas y zapatos corresponda al 100%, así como la suma del total de cada uno de los artículos debe corresponder a 100 unidades, con ello realiza la corrección de los porcentajes y particiones del gráfico circular.

Imagen 27*Análisis de gráficos estadísticos*

Nota: Verificación de la coherencia de los datos del gráfico circular del planteamiento de la situación matemática escolar dos. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

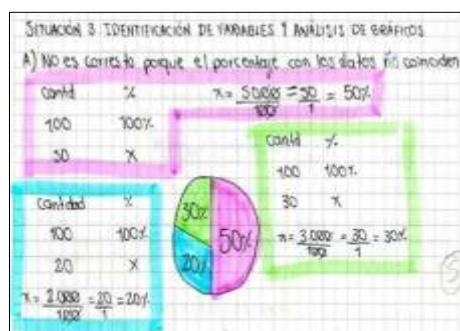
De la misma manera, se percibieron los errores en la construcción del gráfico circular mostrado inicialmente, los cuales fueron planteados para que los estudiantes leyeran la información y a partir de ello realizaran las respectivas comparaciones y conclusiones.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

La imagen 28 deja ver el análisis y la afirmación hecha por el estudiante 2-AHH, acerca de la incoherencia de los valores representados en el planteamiento de la situación matemática escolar dos, expresándolo de la siguiente manera “*No es correcto porque el porcentaje con los datos no coinciden*”, refiriéndose a los porcentajes y la porción correspondiente dentro del gráfico circular. Adicionalmente, 2-AHH verificó la coherencia de las cantidades, particiones y porcentajes de los tres artículos más vendidos en el almacén mediante el algoritmo de regla de tres simple directa sin indicar sobre cuál de las variables se está trabajando, con ello realizó nuevamente la construcción del gráfico circular de manera correcta.

Imagen 28

Análisis de los porcentajes del gráfico estadístico



Nota: Corrección de la construcción y los valores numéricos del gráfico circular por parte del estudiante. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

Relación tanto de Conceptos como de Procedimientos dentro del Gráfico Circular y de Barra, así como su Utilidad en la Solución de una Situación Matemática Escolar

El análisis de la información deja ver que el 90% de los estudiantes entendieron las situaciones matemáticas como problemas, ejercicios o aplicaciones extra matemáticas (Godino et al., 2007); en otras palabras como situaciones cotidianas, realizables, evocadas, contextualizadas que requieren para su solución el uso de conocimientos matemáticos previos, comprensión de lectura y habilidades para la interpretación de la información representada mediante gráficos

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

estadísticos. En particular, el enunciado de dichas situaciones induce a la actividad matemática a partir del análisis, construcción y ejecución de algoritmos matemáticos.

Según las expresiones escritas y orales de los estudiantes, se afirma que trabajar con situaciones del contexto facilita la comprensión de la información que se representa en los gráficos estadísticos, ya que ellas permiten relacionar los conocimientos matemáticos con información de la vida cotidiana. Así queda claro en las siguientes expresiones *“si el ejercicio que nos ponen a hacer es de situaciones de la vida diaria es más fácil de entender porque son cosas conocidas”*, *“si toca hallar cosas o valores de cosas que uno no conoce, es más difícil”* y *“es más fácil y me gusta más trabajar con cosas que yo conozco, sino no entiendo”* dadas por los estudiantes 3-ICSM, 13-ADZG y 16-MAB respectivamente.

Por otro lado, para que toda persona y en particular los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas desarrollen el sentido gráfico o comprensión de la información como lo propone Curcio (2001), se debe establecer relación entre lenguaje, procedimientos algorítmicos, analíticos y construcción de gráficos estadísticos con cada una de las variables que intervienen en la situación matemática.

El enunciado de las situaciones matemáticas se acompañó de un gráfico circular donde se representa la información en términos de porcentaje, y a partir de ello el estudiante calculó los datos faltantes por medio de algoritmos matemáticos. Por tanto, fue necesario recordar conceptos, relaciones de orden y operaciones básicas de números reales, en este caso para determinar cuál es la cantidad de perros de cada una de las razas en el municipio de la Sierra y la cantidad de artículos más vendidos dentro de un almacén.

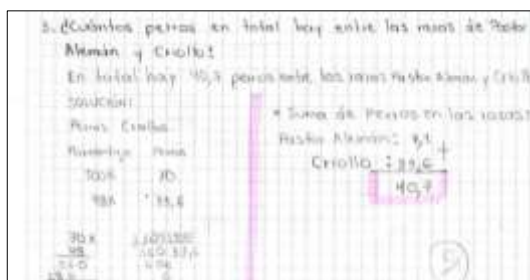
La imagen 29 muestra la solución dada por el estudiante 1- HAMCH al ítem 3 de la situación matemática escolar uno mediante el algoritmo de regla de tres simple directa para

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

calcular la cantidad de perros pertenecientes a las razas Pastor Alemán y Criollo. En él relaciona los términos “total” con la operación básica de los números reales suma, “cuántos” con valores numéricos y el término “predominante” con la mayor frecuencia de una variable, esto último se evidencia en la imagen 30 correspondiente al trabajo del estudiante 9-MYHS.

Imagen 29

Relación algorítmica



Nota: Relación del lenguaje y los procedimientos matemáticos. Fuente: Estudiante 1- HAMCH (2021).

Imagen 30

Lenguaje y conceptos matemáticos

4. Respuesta la raza predominante es la callejera con el 48% de los 70 perros.

La raza predominante es la de los pastores alemanes con el 10% de los 70 perros.

Perros callejeros

Nota: Relación del lenguaje y los conceptos matemáticos. Fuente: Estudiante 9-MYHS (2021).

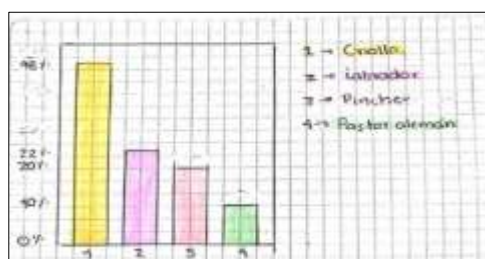
De acuerdo a la Taxonomía de Curcio (2001), este proceso de interpretación se reconoce como una de las conductas propuestas en los niveles de comprensión de información de gráficos estadísticos, el cual lleva a la deducción de nueva información; siendo necesario que el estudiante avance del proceso de lectura literal a lectura crítica mientras desarrolla la capacidad de comprender la información, tomar posición y generar conclusiones frente a ella.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

En la construcción de los gráficos se relacionó la expresión “representación de la información” del enunciado de la situación matemática escolar dos, con la aplicación de trazos y conceptos implícitos de geometría, teniendo en cuenta la correspondencia entre las particiones del gráfico circular, el tamaño de las barras y sus valores numéricos. Los gráficos de barra construidos por el estudiante 13-ADZG en la imagen 31 representan en el eje *X* cada una de las variables analizadas e identificadas con su nombre o etiqueta haciendo uso de las convenciones y sobre el eje *Y* el valor, en este caso en términos de porcentaje de cada una de ellas.

Imagen 31

Construcción de gráficos estadísticos



Nota: Gráfico de barra construido teniendo en cuenta las convenciones y las variables trabajadas. Fuente: Estudiante 13-ADZG (2021).

Considerando proposiciones y situaciones problema como entidades primarias de la configuración epistémica del conocimiento (Godino et al, 2007); en el aspecto analítico hay relación entre los resultados de los procesos matemáticos, su interpretación y significado en la respuesta dada a los interrogantes, lo cual se corrobora en la expresión oral de los estudiantes 11-KJOF y 2-AHH se resaltan expresiones como “*cuando a uno le preguntan cuántos, le están preguntando es por la cantidad de perros*” y “*total significa, que toca hallar cuantos son los perros de los que se habla en la encuesta de la actividad que hicimos*” respectivamente.

Dentro de la expresión escrita y teniendo en cuenta la respuesta dada a cada uno de los interrogantes, se afirma que el 92 % de los estudiantes establecieron relación entre los procesos

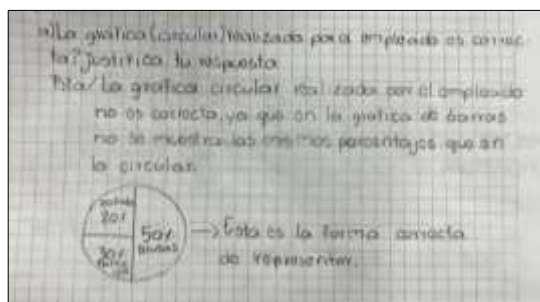
ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

matemáticos¹⁸ y la interpretación de sus resultados con las variables que intervienen en el gráfico, y a partir de ello formularon respuestas coherentes a los interrogantes.

En la imagen 32 el estudiante 11-KJOF relacionó los valores numéricos de las variables pantalones, blusas y zapatos con las particiones o alturas expresadas en el planteamiento de la situación matemática escolar dos, correspondientes al gráfico circular y de barra respectivamente; afirmando que la información representada en el gráfico de barra y circular son distintas, ya que el gráfico de barra muestra la venta de 30 pantalones, lo cual corresponde al 30% de la venta total, pero el gráfico circular muestra que la venta de pantalones es 26% lo que hace que la información representada no sea similar. Con ello, el estudiante realizó la corrección de las particiones correspondientes al gráfico circular.

Imagen 32

Relación de lenguajes



Nota: Relación de los valores numéricos y la construcción del gráfico circular. Fuente: Estudiante 11-KJOF (2021).

Frente a la utilidad y pertinencia de los gráficos estadísticos como medio para representar información, el 86% de los estudiantes participantes de la investigación, afirmaron mediante expresiones escritas y orales que los gráficos estadísticos son una herramienta llamativa y fácil de entender y representar información importante en contextos cotidianos o en cualquier otro

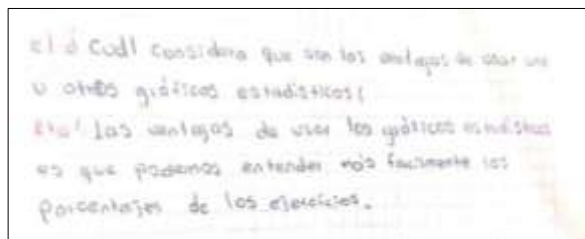
¹⁸ “Los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (MEN, 2006, p.51)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

contexto, esto se corroboró en la expresión “*la ventaja de usar los gráficos estadísticos es que podemos entender más fácilmente los porcentajes de los ejercicios*”, dada por el estudiante 11-KJOF, ver imagen 33.

Imagen 33

Utilidad de los gráficos estadísticos



Nota: Expresión oral del estudiante acerca de la conveniencia de usar un tipo de gráfico estadístico. Fuente: Estudiante 11-KJOF (2021).

En ese sentido teniendo en cuenta el contexto y tipo de información a representar, es conveniente usar un determinado tipo de gráfico estadístico como lo recomiendan (Altamirano & Espinoza, 2009). Por ejemplo, los estudiantes 2-AHH y 10-NVPM mediante la expresión oral afirmaron respetivamente: “*en el gráfico circular se representa generalmente datos con porcentaje y en el gráfico de barras de representa la información de las variables con números naturales*” y “*en la tabla de datos se relaciona la información de todas las variables que están en el problema*”, lo cual permite inferir que se analizó la información que se va a representar y el tipo de gráfico conveniente para facilitar su comprensión.

Según el análisis del trabajo escrito y oral de los estudiantes, es evidente la inclinación y facilidad dada al trabajo con los gráficos de barra, debido a la forma en que en ellos se representan los datos estadísticos, aludiendo a las barras verticales que indican el valor de cada una de las variables, en la mayoría de los casos dentro del conjunto de los números naturales; lo cual facilita la interpretación y comprensión de la información. Por su parte en el gráfico circular

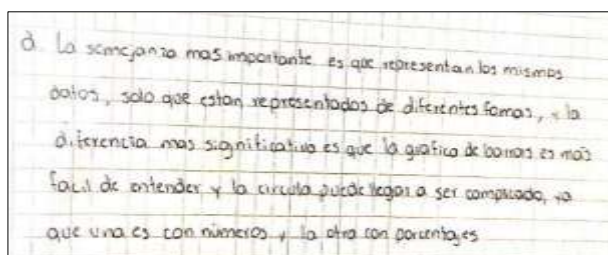
ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

se representan cantidades expresadas como porcentajes, lo cual dificulta la comprensión de la información, ya que estos porcentajes no son usados cotidianamente por los estudiantes.

La anterior afirmación se evidencia en la imagen 34 y corresponde a la respuesta del ítem e) de la situación dos, donde el estudiante 10_NVPM manifestó la conveniencia de usar el gráfico de barra o circular mediante la siguiente expresión: *“La gráfica de barras es más fácil de entender y la circular puede llegar a ser más complicados, ya que una es con números y la otra con porcentajes”*.

Imagen 34

Análisis de los estudiantes



Nota: Diferencia en la comprensión de la información al usar gráfico de barra y circular. Fuente: Estudiante 1-HAMCH (2021).

Además, es importante tener en cuenta que la información representada mediante gráficos estadísticos es dirigida a los ciudadanos en general, reconociendo que no todos tienen el conocimiento respecto al manejo de porcentajes, lo cual genera dificultades en la interpretación y comprensión de la información y por tanto imposibilita la toma de una postura crítica y decisoria frente a la misma, a esto último Gal (2000) lo denomina cultura estadística.

Respecto a la argumentación, el 21% de los estudiantes dio respuesta a los interrogantes a partir de los argumentos escritos u orales, sin la ejercitación de procedimientos matemáticos y en otros casos como complemento de ellos. En la imagen 35 se muestra la argumentación escrita dada por el estudiante 13_ADZG a dos de los ítems propuestos en la situación matemática dos.

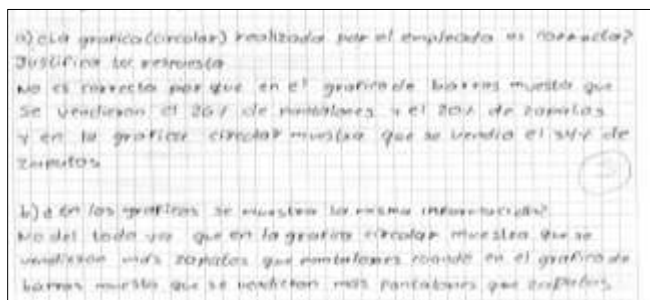
ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

El primero de ellos es: ¿la gráfica circular realizada por el empleado es correcta?, a lo cual el estudiante respondió mediante la comparación de la variable zapatos “*No es correcta porque en el gráfico de barras se muestra que se vendieron el 26% de pantalones y el 20% de zapatos, y en la gráfica circular muestra que se vendió el 34 % de zapatos*”.

Frente al segundo interrogante ¿En los dos gráficos se muestra la misma información?, la respuesta fue “*No del todo ya que en la gráfica circular muestra que se vendieron más zapatos que pantalones cuando en el gráfico de barras muestra que se vendieron más pantalones que zapatos*”.

Imagen 35

Argumentación



Nota: Argumentación escrita de las respuestas dadas a los interrogantes. Fuente: Estudiante 13-ADZG (2021).

Con relación al algoritmo matemático que evoca la regla de tres simple directa, el 80% de los estudiantes explicó su uso en la expresión oral mediante las siguientes afirmaciones: “*es el único proceso que recuerdo*”, “*fue el proceso que me enseñó la profesora el año pasado*” y “*ese el proceso que se usa cuando le dan a uno unos datos, y toca hallar otros*”, las cuales corresponden a los estudiantes 3-ICSM, 17-NJIP y 19-YESL respectivamente.

Para finalizar, el análisis de la práctica de los estudiantes permite afirmar que hay dificultades en relación con la competencia de razonamiento. Según el Ministerio de Educación Nacional el desarrollo de esta competencia “permite percibir regularidades y relaciones; hacer

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones; respuestas posibles y adoptarlas y rechazarlas con argumentos y razones” (2006, p. 54). Por esta razón y teniendo en cuenta la argumentación mediante ejercitación de procedimientos, expresiones verbales u orales; el restante 20 % de los estudiantes no realizó ningún tipo de argumentación a sus afirmaciones.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Capítulo V: Conclusiones de la Investigación

Analizada la práctica de los estudiantes desde los criterios establecidos, a saber: lectura y elaboración del gráfico estadístico, uso de procedimientos matemáticos y la relación tanto de conceptos como de procedimientos dentro del gráfico circular y de barra, así como su utilidad en la solución de una situación matemática escolar, los cuales están directamente relacionados con las conductas propuestas en los niveles de comprensión de gráficos estadísticos de la Taxonomía de Curcio (2001). Se llega a las siguientes conclusiones:

Se identifica en los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas, el primer nivel de comprensión de gráficos estadísticos llamado leer los datos, según la Taxonomía de Curcio, ya que a partir del enunciado de las situaciones matemáticas se realizó lectura literal y explícita de la información representada en los gráficos estadísticos para responder a los interrogantes propuestos; esto según la respuesta dada a la pregunta *¿Cuál es la raza más predominante de perros callejeros según el estudio realizado en el municipio de La Sierra Cauca en el año 2020?*, respondida por el 82% de los estudiantes de la siguiente manera *“La raza más predominante según el estudio en el municipio de La Sierra Cauca del año 2020 es la criolla”*, la cual fue dada a partir de la observación directa de la partición más grande del gráfico circular, donde no fue necesario analizar o interpretar la información del gráfico estadístico, pues no se evidencia interpretación, argumentación o un algoritmo matemático que la soporte mediante expresión escrita u oral.

La lectura literal y específica de la información representada en el gráfico estadístico con ausencia de interpretación y análisis de la misma para deducir nueva información, Curcio (2001) la reconoce como una de las conductas necesarias para desarrollar el sentido gráfico.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Después de realizar lectura literal, los estudiantes identificaron cada una de las variables, sin distinguir en ellas su carácter cuantitativo o cualitativo, particularmente si la variable perros o artículos vendidos dentro de un almacén son de tipo continuo o discreto, y como consecuencia de ello no se interpreta el significado de la misma dentro del contexto de solución a las situaciones matemáticas escolares.

Sin embargo es importante aclarar dentro de esta investigación que a partir de la lectura, interpretación y ejercitación de procedimientos matemáticos, los estudiantes hallaron los datos faltantes o los ya existentes pero expresados de manera diferente, los cuales finalmente fueron organizados en una tabla, que no es reconocida por ellos como una tabla de frecuencias. Se entiende que a partir de los tipos de lenguaje usados en el planteamiento de la situación matemática como lenguaje verbal, gráfico y simbólico se dio el proceso de lectura literal y se avanzó a la identificación e interpretación las variables que intervienen en la situación matemática escolar.

En la práctica matemática, el 96% de los estudiantes tuvieron en cuenta si los datos estadísticos estaban expresados en números naturales o en porcentajes y según eso decidieron usar el gráfico de barra o circular según corresponda, esto atendiendo las recomendaciones¹⁹ de algunos autores como Altamirano y Espinoza (2009) acerca del tipo de información que se representa en estos gráficos estadísticos. Por su parte el 92% de los estudiantes respondieron a los interrogantes a partir de los valores numéricos hallados en la ejercitación de los procedimientos matemático y su relación con cada una de las variables. Adicional a ello, los

¹⁹ “Los gráficos de columnas o verticales son apropiados para presentar información a lo largo del tiempo. Las barras superpuestas permiten estudiar de forma independiente varias series de datos y compararlas. El gráfico circular o de torta, es útil para representar proporciones relativas de un total. Apropiado hasta con cinco o seis partes, ya que si hay más partes, es mejor utilizar el gráfico de columnas apiladas al 100%” (Altamirano & Espinoza, 2009, p.54)

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

estudiantes construyeron los gráficos de barra y circular reconociendo cada uno de sus elementos estructurales.

Para determinar la equivalencia de la información representada en los gráficos estadísticos, el 65% de los estudiantes buscó mediante la ejecución de algoritmos matemáticos expresar los porcentajes representados en el gráfico circular en números enteros o decimales y con ello comparar estos valores con los indicados en el gráfico de barra. De esta manera, se evidencia la relación de las cantidades y variables mediante procesos matemáticos, en este caso la relación de los artículos vendidos dentro de un almacén y sus porcentajes o números enteros y decimales.

También se identificó en la práctica de los estudiantes conductas de lectura, comparación de datos y variables incluidas en el gráfico, así como la relación de cantidades mediante procedimientos matemáticos, quienes corresponden al nivel de comprensión leer entre los datos, reconocido como el segundo nivel de comprensión de gráficos estadísticos en la Taxonomía de Curcio (2001). Lo anterior haciendo referencia a los interrogantes ¿La gráfica circular realizada por el empleado es correcta? y ¿En los dos gráficos se muestra la misma información? de la situación matemática escolar dos, los cuales permitieron identificar en el trabajo de los estudiantes la comparación e interpretación de las variables incluidas en el gráfico. Para dar respuesta a ellos, los estudiantes compararon las particiones del gráfico circular con el porcentaje que esta indica, concluyendo que no son correctos debido a que gráficamente se muestra la mitad del círculo, pero se indica numéricamente que esta porción equivale a 40%, lo cual no es coherente.

En cuanto a los interrogantes relacionados con la comprensión de las situaciones matemáticas escolares y el uso de los gráficos, el 90% de los estudiantes expresaron de manera

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

escrita y oral sus percepciones y razonamientos sobre el uso de los gráficos estadísticos según el tipo de información y el contexto en el que se trabaja. Adicionalmente, se reconoce en la práctica de los estudiantes el uso de conocimientos previos obtenidos dentro de su formación académica y en la vida cotidiana.

Es importante aclarar que los niveles de comprensión propuestos en la Taxonomía de Curcio (2001) son jerárquicos, teniendo en cuenta las conductas desarrolladas dentro de cada nivel y la complejidad de la información que se representa en los gráficos estadísticos. En otras palabras al afirmar que se identificó el segundo nivel de comprensión de la Taxonomía de Curcio, implica que el primer nivel ya se da por sentado.

Sin embargo se recalca la ausencia de interpretación de las variables frente al contexto y los procesos matemáticos para la solución de las situaciones matemáticas escolares. Dicha ausencia puede derivarse como se había anunciado en el capítulo II de las dificultades en las prácticas pedagógicas de los docentes o estudiantes, o por factores alternos relacionados con la distribución en tiempos de trabajo dentro del aula de clase de los diferentes pensamientos del conocimiento matemático, dejando de lado el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas datos, lo cual ocurre en el contexto de la Institución Educativa Francisco José de Caldas. Esto desde la experiencia y según la revisión de los planes de estudio de los últimos años, sin desconocer las consecuencias en el proceso enseñanza y aprendizaje que dejó la educación a distancia debido a la pandemia Covid 19.

Los factores mencionados y otros posibles se dejan como insumo para próximas investigaciones.

Se concluye también que el 92% de los estudiantes argumentaron sus respuestas a los interrogantes, en algunos casos mediante formulación y ejercitación de procedimientos

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

matemáticos como regla de tres simple directa u otro tipo de procesos, en otros casos mediante análisis mentales de la información que son exteriorizados a través de la expresión escrita y oral, lo cual les permite avances y fortalecimiento en la escritura y sus razonamientos.

Esta argumentación no es propuesta dentro de las conductas de la Taxonomía de Curcio (2001), pero es considerada dentro de este análisis ya que la configuración epistémica del conocimiento la propone como una de sus entidades primarias, definiéndola como las expresiones dadas por el estudiante para validar o explicar las proposiciones, procedimientos o solución de los problemas (Godino et al, 2007); en otras palabras, los estudiantes se apropiaron de la información y los procedimientos realizados para emitir con argumentos una respuesta. Como se ha mencionado antes, dentro de esta investigación la comprensión se evidencia desde el trabajo escrito de los estudiantes como respuesta a las situaciones matemáticas escolares dentro de sus prácticas matemáticas.

La implementación de dichas situaciones aportó la información necesaria y suficiente para analizar las prácticas de los estudiantes haciendo uso de las herramienta de la configuración epistémica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento (Godino et al, 2007). Para ello, se establecieron los siguientes tres criterios de análisis: lectura y elaboración del gráfico estadístico, uso de procedimientos matemáticos y la relación tanto de conceptos como de procedimientos dentro del grafico circular y de barra, así como su utilidad en la solución de una situación matemática escolar. En cada uno de ellos se reconocieron las entidades primarias de la configuración epistémica, las cuales están relacionadas con las conductas propuestas dentro de la taxonomía de Curcio (2001).

Por otra parte, no se identificaron procesos matemáticos avanzados como generalizar tendencias, obtener información que no está contenida en el gráfico estadístico mediante la

ANÁLISIS DE LA COMPRESIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

extrapolación de datos y deducción a partir de la información implícita en el gráfico; y para ello según Curcio (2001) se requiere conocer el contexto en que los datos se presentan, estos procesos corresponden al tercer nivel de la comprensión de la información representada en gráficos estadísticos llamado leer más allá de los datos.

El cuarto nivel de comprensión leer detrás de los datos es una ampliación de los niveles anteriores, en él según Curcio et al (Curcio et al, 2001) se debe realizar una valoración crítica de las conclusiones, recolección y análisis de datos mediante una mirada crítica y amplia del gráfico estadístico en el contexto de aplicación. De esta manera se realiza un análisis profundo del gráfico estadístico basado en el conocimiento de la materia y la experiencia, con el fin de examinar la cantidad y calidad de los datos, metodología de recolección y la elaboración de modelos alternativos y representaciones gráficas para la información presentada.

Así pues, el trabajo realizado por los estudiantes no evidenció los procesos requeridos según la taxonomía de Curcio (2001) para alcanzar los niveles de comprensión leer más allá de los datos y leer detrás de los datos, reconociendo por parte de los estudiantes el conocimiento del contexto en el cual se está trabajando. Por consiguiente se concluye que los niveles leer más allá de los datos y leer detrás de los datos no se identificaron en las prácticas de los estudiantes en relación con la comprensión de la información presentada mediante gráficos estadísticos.

Lo anterior responde según Curcio (2001) a que “diferentes niveles de cuestionamiento provocan diferentes niveles de comprensión”(p.9); en otras palabras, de acuerdo a la complejidad de la información representada en los gráficos estadísticos y los interrogantes derivados de la misma, son las conductas de mayor o menor complejidad requeridas y utilizadas por los estudiantes dentro de sus prácticas y el desarrollo de la habilidad de comprensión o sentido gráfico, en este caso dentro de la solución de las situaciones matemáticas escolares, las cuales

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

fueron diseñadas atendiendo las condiciones del contexto y la afectaciones académicas causadas por la educación a distancia a causa de la pandemia Covid 19.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Consideraciones Generales

A continuación se expresan las consideraciones y recomendaciones generales según los objetivos propuestos y el aporte de los resultados de esta investigación dentro de la comunidad educativa de la Institución Educativa Francisco José de Caldas del Municipio de La Sierra.

La elección del referente teórico para desarrollar esta investigación fue apropiado, puntualmente se habla de los niveles de comprensión de gráficos estadísticos propuestos en la Taxonomía de Curcio (2001), ya que permitió analizar los gráficos estadísticos como objeto de estudio dentro del grupo de estudiantes de grado noveno de la mencionada institución. Y con ello, categorizar los niveles de comprensión de gráficos estadísticos mediante el uso como herramienta de análisis de las entidades primarias la configuración epistémica del conocimiento desarrolladas por Godino, et al (2002).

Esto es significativo para la institución, ya que facilitó la identificación y visibilización de las fortalezas y debilidades de los estudiantes frente a la comprensión de la información que se presenta en gráficos estadísticos, particularmente en los gráficos de barra y circular. Se espera que como institución en un término de tiempo prudente se generen e implementen estrategias para el mejoramiento de las dificultades en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos.

En cuanto a la pregunta de investigación ¿Cuáles son los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares, a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos, que resuelven los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Francisco José de Caldas?, fue posible darle respuesta mediante el análisis de la información e identificación de conductas propuestas por Curcio (2001) para los niveles leer los datos y leer entre los datos relacionado con la comprensión de la información que se representa mediante gráficos estadísticos, los cuales se hicieron evidentes en la práctica de los estudiantes mediante

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

lectura literal, comparación e interpretación de los datos mediante la ejercitación de procedimientos matemáticos y la relación de los mismos con cada una de las variables.

Respecto a categorizar los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos como objetivo general dentro de esta investigación, se afirma que se le dio cumplimiento ya que en las prácticas de los estudiantes se identificaron los niveles de comprensión de gráficos estadísticos leer los datos y leer entre los datos teniendo en cuenta las conductas propuestas en la Taxonomía de Curcio (2001) para cada uno de ellos.

Para el cumplimiento del objetivo general, se plantearon tres objetivos específicos, sobre los cuales se desprenden las siguientes conclusiones:

Frente al primer objetivo: formular situaciones matemáticas escolares que permitan evidenciar niveles de comprensión a partir de conjuntos de datos presentados en gráficos estadísticos, este fue cumplido en su totalidad ya que a partir de la revisión bibliográfica de información actualizada y de contexto se logró estructurar las situaciones matemáticas, teniendo en cuenta que para su solución se requiera de las conductas necesarias para alcanzar la comprensión o sentido gráfico propuestas por Curcio (2001). El segundo objetivo llamado examinar las prácticas de los estudiantes haciendo uso de las herramientas teóricas de la configuración epistémica del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento (Godino et al, 2007) se cumplió mediante la implementación de las situaciones matemáticas y el análisis de las prácticas de los estudiantes bajo los criterios establecidos, reconociendo en cada uno de ellos las entidades primarias de la configuración epistémica del conocimiento y su relación con las conductas propuestas dentro de la taxonomía de Curcio (2001).

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

A partir de este reconocimiento se describió cada uno de los criterios de análisis establecidos y se relacionó dicha información con las conductas propuestas en los niveles de comprensión de gráficos estadísticos, permitiendo interpretar e identificar en la práctica de los estudiantes cada uno de estos niveles. Con ello se dio cumplimiento al tercer objetivo específico, el cual consiste en interpretar los datos obtenidos ubicándolos en los niveles de comprensión propuestos en la Taxonomía de Curcio (2001).

A manera de recomendación para posteriores investigaciones, se considera importante realizar este estudio con estudiantes pertenecientes a todos los niveles académicos de la Institución Educativa Francisco José de Caldas con el fin de identificar también en ellos los niveles de comprensión de gráficos estadísticos de la Taxonomía de Curcio (2001), haciendo el análisis pertinente con los estudiantes provenientes de la zona rural y urbana del Municipio de La Sierra Cauca. En este punto es pertinente recordar que el desarrollo de esta investigación se llevó a cabo en medio de las dificultades y consecuencias tanto académicas como emocionales de modalidad de estudio trabajo en casa, como forma de atención educativa durante la pandemia Covid 19.

Es importante también que para próximas investigaciones relacionadas con la comprensión de información representada mediante gráficos estadísticos, las situaciones matemáticas escolares sean ajustadas con el propósito que en sus interrogantes y en su solución se evidencie las conductas propuestas por Curcio (2001) en los niveles leer más allá de los datos y leer detrás de los datos. Finalmente, los resultados de esta investigación coincidan con trabajos previos relacionados con el pensamiento aleatorio y la comprensión de información representada mediante gráficos estadísticos.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Particularmente, se hace referencia a los trabajos llamados gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos Chilenos de educación primaria y Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos realizados por Díaz et al, (2014) y Arteaga (2014) respectivamente. En ellos, como resultado del análisis se identifica leer entre los datos como el nivel más frecuente de comprensión presente en la solución de los ejercicios relacionados con gráficos estadísticos propuestos en los textos de educación primaria de Chile y, como el nivel de lectura más frecuente entre los estudiante de primer semestre de la educación superior; esto último haciendo uso de algunas nociones teóricas Enfoque Ontosemiótico del conocimiento (Godino et al, 2007).

Por lo tanto, las mencionadas investigaciones y la presente coinciden que el nivel de lectura frecuente en la comprensión de gráficos estadísticos es leer entre los datos propuestos como el segundo nivel de comprensión en la Taxonomía de Curcio (2001). Además, concuerdan que dentro de los textos educativos y el trabajo desarrollado dentro del aula de clase, se debe ahondar dentro del pensamiento aleatorio mediante el desarrollo de conductas que permitan alcanzar la comprensión o sentido grafico como una necesidad actual de todo ciudadano.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Referentes Bibliográficos

- Altamirano, P. A., & Espinoza, E. H. (2009). Guía para la presentación de Gráficos Estadísticos. *Centro de Investigación y Desarrollo*, 57. <https://www.salud.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2014/09/ESTATUTO-SUSTITUTIVO-MSP-ALCANCE-REFORMA-ABRIL17.pdf>
- Alvarez, E. (2016). Análisis de resultados escolares del Examen de Estado de la Educación Media, ICFES – SABER 11 (2020) en los estudiantes colombianos. *Procede Del Padre y Del Hijo*, 11(2020). <https://doi.org/10.3726/978-3-0352-0094-2/1>
- Arteaga, P. (2009). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos*.
- Batanero, C. (2014). *¿ Hacia dónde va la educación estadística ? May*.
- Bertin. (1971). Réflexions sur la “ Sémiologie graphique ” de Jacques Bertin. *Annales. Histoire, Sciences Sociales*, 26(3–4), 741–767. <https://doi.org/10.3406/ahess.1971.422441>
- Candelaria, M., & Febles, E. (2006). *Gráficas estadísticas : perspectiva desde la educación matemática*.
- Cano & Zapata. (2016). *Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto*. 31–48.
- Cazares. (2015). Niveles de interpretación que muestran estudiantes sobre gráficas para comunicar información de contextos económicos y sociodemográficos. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 20(65), 529–555.
- Cerda. (1993). *Los Elementos De La Investigación*. 449.
- Curcio. (1987). *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*. *Journal for Research in Mathematics Education*.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Curcio. (2001). *Dar sentido a los gráficos : factores críticos que influyen Comprensión y*

Implicaciones educativas. 32, 124–158.

Curcio, F. R., & Bright, George W. Friel, S. N. (2001). Making sense of graphs: Critical factors

influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in*

Mathematics Education, 32(2), 124–158. <https://doi.org/10.2307/749671>

Díaz-Levicoy, D. y Arteaga, P. (2014). Análisis de gráficos estadísticos en textos escolares de

séptimo básico en Chile. *Diálogos Educativos*, 14(28), 89–112.

Duarte & Zanabria, 2018. (2018). *Institución Educativa Francisco José de Caldas*.

Duval, R. (2007). El funcionamiento cognitivo y la comprensión de los procesos matemáticos de

la prueba. *Theorems in Schools: From History, Epistemology and Cognition to Classroom*

Practice, 137–161.

Egea, B. (2016). Un modelo de sistema de información para la eficiencia en la gestión de las

organizaciones. *Universidad de Oviedo*, 342.

Fernandez. (2015). Fundamentos de Metodología de Investigación. *Fundamentos de*

Metodología de Investigación, April. <https://doi.org/10.3926/oss.38es>

Friel, S. N., & Curcio, F. R. (2021). *Entender los gráficos : Factores críticos que influyen*

Comprensión y Implicaciones educativas. 1–33.

Gal, I. (2000). *Statistical Literacy : Conceptual and Instructional issues*. 135–136.

Galindo & Gill. (2016). *Desarrollo del pensamiento aleatorio a partir de un proyecto en*

contexto rural. 1–208.

García. (2011). *Guía para docentes*.

García, G. (2006). Lineamientos Curriculares para Matemáticas. *Magisterio*, 46–48.

https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- Godino. (2002). Un Enfoque Ontológico Y Semiótico. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 22(2.3), 237–284.
- Godino et al. (2007a). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 10(2), 191–218.
- Godino et al. (2007b). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135.
<https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino et al. (2007c). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (versión ampliada y revisada al 8/Marzo/2009). *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 39(1–2), 127–135.
- Godino, J., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 14(3), 325–335.
- Hernandez y Mendoza. (2018). Metodología de la Investigación. Las rutas Cuantitativa Cualitativa y Mixta. In *universidad tecnologica laja Bajío*.
<http://repositorio.uasb.edu.bo:8080/handle/54000/1292>
- Ministerio de Educación Nacional. (2020). *ALTERNANCIA EDUCATIVA.pdf*.
- Ministerio de Educación Nacional. (2021). Informe de entidad territorial certificada Cauca. *La Educación Es de Todos.*, 57(57).
- Ministerio de Educación Nacional, 2006. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*.
- Montero. (2003). *Inteligencia 6, lógico matemática*.
- Muñoz, D. E. (2009). *Niveles de comprensión de información y gráficas estadísticas en estudiantes de centros de educación básica para jóvenes y adultos de México*. 21, 5–37.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- Ottaviani, M. G. (1998). Developments and perspectives in statistical education. *Statistics for Economic and Social Development*, June, 1–11.
https://www.researchgate.net/profile/Maria_Ottaviani2/publication/228717569_Developments_and_perspectives_in_statistical_education/links/575e863c08aec91374b3c6ba
- Pfannkuch, W. y. (1999). *Statistical-Thinking.pdf*.
- Postigo & Pozo. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1.000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 23(90), 89–110.
<https://doi.org/10.1174/021037000760087982>
- Prelim, D. (2020). *Ley 115 de 1995 (Ley general de educación)*. 1995, 1–2.
- Sánchez, J. H. (2001). Integración Curricular de las TICs : Conceptos e Ideas. *Departamento de Ciencias de La Computación, Univ. de Chile.*, 1–6. <https://doi.org/CurricularTICs.pdf>
- Serrano, L. (2009). *Tendencias actuales de la Investigación en educación estocástica*.
- Sheila Pontis. (2007). *La historia de la esquemática en la visualización de datos Serie de gráficos comparativos que representan los ind ...*
- Stenhouse, L. (1984). Investigación y desarrollo del curriculum. *Ediciones Morata, S.L.*, 3(1), 1–8. <https://www.campus.fundec.org.ar/admin/archivos/STENHOUSE.pdf>
- Velez. (2018). Estudio Descriptivo Fenomenológico de las Prácticas de Liderazgo Pedagógico de los Directores de Tres Establecimientos Fiscales que ofertan Educación Inicial en la ciudad de Guayaquil. *Computers and Industrial Engineering*, 2(January), 6.
<http://ieeauthorcenter.ieee.org/wp-content/uploads/IEEE-Reference-Guide.pdf>
<http://wwwlib.murdoch.edu.au/find/citation/ieee.html>
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.07.022>
<https://github.com/ethereum/wiki/wiki/White-Paper>
<https://tore.tuhh.de/hand>

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Vilafañe. (1996). *Introduccion a la teoria de la imagen: Vol. I.* <http://www.aepcp.net/arc/Vol. I. N3, pp. 205-221, 1996.pdf>

W. Playfair. (2004). Atlas Play fair The _Commercial_and_Political_Atlas_repre. *Biologia Centrali-Americaa*, 2, v-413.

Wainer, H. (1992). Understanding Graphs and Tables. *Educational Researcher*, 21(1), 14-23.
<https://doi.org/10.3102/0013189X021001014>

Anexos**Anexo A****FORMATO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO**

Nosotros: _____, identificado(a) con la cédula de ciudadanía número _____ de _____, en calidad de representante legal (madre), y _____, identificado(a) con la cédula de ciudadanía número _____ de _____, en calidad representante legal (padre), de _____ (estudiante), deseamos manifestar a través de este documento, que fuimos informados suficientemente y comprendemos la justificación, los objetivos, los procedimientos y las posibles molestias y beneficios implicados en la participación de nuestro hijo(a), en el proyecto de investigación: “**ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS A PARTIR DE SITUACIONES MATEMÁTICAS ESCOLARES**”. La investigación está a cargo de la docente Yelitza Burbano Burbano con CC. 1.058.962.599 de Bolívar Cauca, como maestrante en la línea de Educación matemática de la Universidad del Cauca.

Objetivo de la Investigación: Categorizar los niveles de comprensión en situaciones matemáticas escolares a partir de un conjunto de datos presentados en gráficos estadísticos, en los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Francisco José de Caldas del municipio de la Sierra Cauca.

Procedimiento: Los estudiantes que participen en el proceso de recolección de la información de la investigación mencionada deberán contestar un cuestionario de manera clara y detallada, acerca de la información que allí se les presenta por medio de gráficos estadísticos. El proceso de

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

dura aproximadamente noventa (120) minutos. Nuestro hijo (a) se compromete a contestar sincera y disciplinadamente para que la investigación arroje resultados válidos.

Dentro del proceso se desarrollarán actividades en las aulas de clase de la Institución Educativa en donde se realizará el uso de cuestionarios y encuesta de percepción sobre el trabajo realizado.

Atendiendo al ejercicio de la patria potestad, establecido en el código civil colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del decreto 2820 de 1974 y la Ley de infancia y adolescencia, se realizarán registros fotográficos y filmicos con fines pedagógicos.

Se aclara que el fin de la investigación es netamente educativo e investigativo orientado al mejoramiento de procesos pedagógicos, que bajo ninguna circunstancia la información suministrada por los estudiantes será utilizada para otros fines y que se reservará la confidencialidad de datos personales de los participantes. Los investigadores no publicarán resultados en medios de comunicación masiva, sólo será utilizado para publicaciones académicas, guardando la confidencialidad de los participantes.

Participación Voluntaria: La participación de nuestro hijo(a) en este estudio es completamente voluntaria, si él o ella se negara a participar o decidiera retirarse, esto no le generará ningún problema, ni tendrá consecuencias a nivel institucional, académico o social. Si lo desea, nuestro hijo(a) informaría los motivos de dicho retiro del proceso de recolección de información de la investigación. La información suministrada por nuestro hijo(a) será usada para el análisis y la categorización de los niveles de comprensión de gráficos estadísticos.

Los resultados podrán ser publicados o presentados en reuniones o eventos con fines académicos sin revelar su nombre o datos de identificación. Se mantendrán los cuestionarios y en general cualquier registro en un sitio seguro; todos los participantes serán identificados por un código que será usado para referirse a cada uno. Así se guardará el secreto profesional de acuerdo con lo

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

establecido en la Ley 1090 de 2006, que rige el ejercicio de la profesión de psicología en Colombia.

Así mismo, declaramos que fuimos informados suficientemente y comprendemos que tenemos derecho a recibir respuesta sobre cualquier inquietud que mi hijo(a) o nosotros tengamos sobre dicha investigación, antes, durante y después de su ejecución; que mi hijo(a) y nosotros tenemos el derecho de solicitar los resultados de los cuestionarios y pruebas que conteste durante la misma. Considerando que los derechos que mi hijo(a) tiene en calidad de participante de dicho estudio, a los cuales hemos hecho alusión previamente, constituyen compromisos del equipo de investigación responsable del mismo, nos permitimos informar que consentimos, de forma libre y espontánea, la participación de nuestro hijo(a) en el mismo.

En constancia de lo anterior, firmamos el presente documento, en la ciudad de _____, el día _____, del mes _____ de _____.

PADRE DE FAMILIA	MADRE DE FAMILIA
Nombre:	Nombre:
Firma:	Firma:
C. C. No.	C. C. No.

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Anexo B

Situación Matemática Escolar Uno

Interpretación de Gráficos y Procesos Analíticos

En el municipio de La Sierra Cauca se han detectado dificultades sociales relacionadas con el espacio y salud públicos, debido a la alta población de perros que habitan las calles del casco urbano del municipio. Por tal razón, una fundación protectora de animales decide recoger y clasificar un total de 70 perros callejeros, según su raza.

Los resultados del estudio y la opinión de los habitantes se representan en el siguiente gráfico:



Teniendo en cuenta la información presentada por favor analizar y responder las siguientes preguntas y justificar tu respuesta.

1. ¿Cuántos perros pertenecen a la raza Pastor Alemán?
2. ¿Cuántos perros pertenecen a la raza Labrador?
3. ¿Cuántos perros en total hay entre las razas de Pastor Alemán y Criollo?
4. ¿Cuál es la raza más predominante de perros callejeros, según el estudio realizado en el municipio de La Sierra Cauca en el año 2020?
5. ¿Cuál es la raza menos predominante entre los perros callejeros, según el estudio realizado en el municipio de La Sierra Cauca en el año 2020?
6. Representar la anterior información mediante tabla de datos y diagrama de barra.

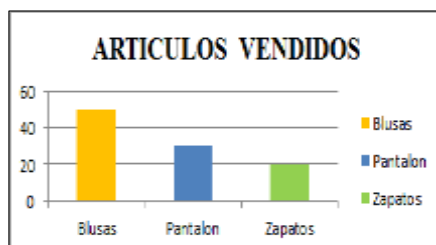
ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

Anexo C

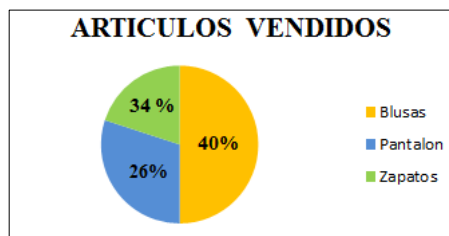
Situación Matemática Escolar Dos

Identificación de Variables y Análisis de Gráficos

En un almacén de ropa y accesorios para de hogar en la ciudad de Popayán, se registra la información de sus ventas en un determinado tiempo. La siguiente gráfica muestra el número de unidades vendidas de los tres productos más comercializados en el almacén:



El dueño del almacén le pide a uno de sus empleados que represente la anterior información en un diagrama circular, en el que se muestre la distribución de las ventas de cada producto sobre el total de unidades vendidas de todos los productos. El empleado construye la siguiente gráfica:



Según lo anterior:

- ¿La gráfica (circular) realizada por el empleado es correcta? Justifica tu respuesta.
- ¿En los dos gráficos se muestra la misma información?
- Según su criterio ¿cuál de las dos gráficas considera más práctica y entendible para la interpretación de la información?
- ¿Cuál considera que son las semejanzas y diferencias en cada de los gráficos usados?

ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

- e) ¿Cuál considera que son las ventajas o desventajas de usar uno u otro gráficos estadísticos?
- f) Representar la anterior información mediante una tabla de datos.