

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR DE NIVEL PARA UN
SISTEMA DE LLENADO DE UN TANQUE CÓNICO APLICANDO LA TEORÍA
DE CONTROL NO LINEAL**

**GERMÁN ANDRÉS MUÑOZ DÍAZ
HUMBERTO GÓMEZ OTERO**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
INGENIERÍA FÍSICA
POPAYÁN
2011**

**DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR DE NIVEL PARA UN
SISTEMA DE LLENADO DE UN TANQUE CÓNICO APLICANDO LA TEORÍA
DE CONTROL NO LINEAL**

**GERMÁN ANDRÉS MUÑOZ DÍAZ
HUMBERTO GÓMEZ OTERO**

**Trabajo de grado como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Físico**

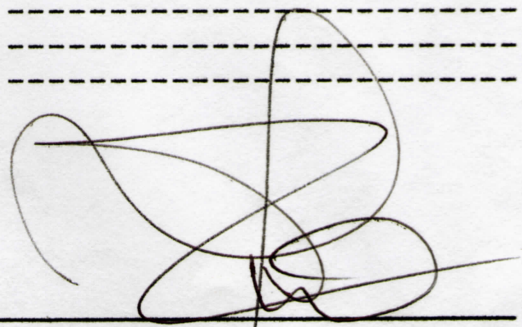
**Director del proyecto
GERMÁN ARTURO BACCA, Ingeniero Mecánico.**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
INGENIERÍA FÍSICA
POPAYÁN
2011**

Nota de Aceptación

Aprobado

Director



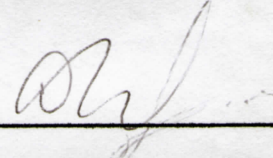
Ingeniero. Germán Arturo Bacca

Jurado

Carlos f. Rengifo R

Doctor. Carlos Felipe Rengifo

Jurado



Magister. Diego Alberto Bravo

Sustentación: Popayán 6 Septiembre de 2011

AGRADECIMIENTOS

Cuando comencé a escribir los agradecimientos pensé que por descuido podía dejar a alguien importante fuera de la mención, por eso desde ya pido las disculpas correspondientes en caso de que suceda.

Primero que todo, agradezco a mis padres, Humberto y Edilma, y a mis hermanos. A mi prima Yodany y su esposo Eider por la confianza depositada en mí y el apoyo constante recibido durante todos estos años de estudiante, a mi demás familia y a todos mis amigos que de una u otra manera hicieron posible con su apoyo la culminación de este proyecto.

Por último, agradezco a la Universidad del Cauca y a sus profesores, por haberme brindado la oportunidad de adquirir excelentes conocimientos y así formarme como profesional, y en especial a los ingenieros Germán Arturo Bacca por haber dirigido este proyecto, y Mario Milver Patiño por ser mi amigo, compañero y profesor, en todo el camino recorrido.

Humberto Gómez Otero.

AGRADECIMIENTOS

A lo largo de la carrera, mis profesores me enseñaron a simplificar, me dijeron que era la mejor manera al enfrentar un problema. Ahora, aunque no es para mí un problema, creo que no podría nombrar de forma certera a todas las personas que contribuyeron con su apoyo y ayuda, más bien, me veo en la tarea de agradecer de manera general para no incurrir en la omisión de no nombrar a alguno.

Primero que todo, agradezco a mi madre Alba Nelly Díaz por ser la fuente y mi guía en cada paso que doy, porque ella es la gran precursora e inversora de este proyecto llamado Germán. A mis hermanos Miguel, Néstor y Jairo por apoyarme y tenerme la paciencia que han tenido. A Carolina Marcela Bravo, mi novia, por estar a mi lado y recordarme que la poesía si puede cambiar el mundo, y más aún, el amor.

Quiero darles las gracias a mis profesores por hacer de mí una mejor persona y ayudarme a crecer en mi formación profesional. En particular, a mi director de trabajo de grado, Germán Arturo Bacca Bastidas, quien nos orientó durante todo el desarrollo del trabajo de grado.

A todos mis amigos que de una u otra manera hicieron que el recorrido por la U, fuera agradable e inspirador.

Por último, agradezco a la Universidad del Cauca, por abrirme las puertas y haberme brindado la oportunidad de adquirir excelentes conocimientos y así formarme como profesional.

Germán Andrés Muñoz Díaz.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. ANTECEDENTES	4
1.1 SISTEMAS HIDRÁULICOS	4
1.2 COMPONENTES BÁSICOS DE UN SISTEMA DE LLENADO	5
1.2.1 Tanque de almacenamiento	6
1.2.2 Válvula de carga	6
1.2.3 Bomba hidráulica	6
1.2.4 Elemento final de control	9
1.2.5 Dispositivos de Medición de señales	9
1.2.5.1 Sensores de Caudal	9
1.2.5.2 Sensores de Nivel	11
1.3 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS NO LINEALES	12
1.3.1 Características que identifican a los sistemas ni lineales	12
1.3.2 Ventajas de los sistemas de control no lineales	14
2. DISEÑO Y MODELADO DEL SISTEMA DE LLENADO AUTOMÁTICO	16
2.1 DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL DE LLENADO	16
2.2 MODELADO DEL SISTEMA DE LLENADO	18
2.2.1 Introducción	19
2.2.2 Conservación de la masa	23
2.2.3 Ecuación de Bernoulli	24
2.3 MODELO DE LA PLANTA	26
2.3.1 Diseño y modelo Experimental de la válvula digital	31

2.3.2	Modelo matemático del sistema de llenado del tanque cónico	33
3.	ANÁLISIS NO LINEAL DEL SISTEMA	36
3.1	TEORÍA DE LYAPUNOV	36
3.2	LINEALIZACIÓN EXACTA POR REALIMENTACIÓN	39
3.2.1	Preliminares teóricos	39
3.2.2	Linealización Entrada-Estado	42
3.2.3	Diseño del controlador de nivel	45
3.3	ESTABILIDAD DEL SISTEMA	48
3.3.1	Estabilidad en lazo cerrado	49
3.3.2	Estabilidad en Lazo Abierto	49
4.	IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR DE NIVEL	53
4.1	COMPONENTES DEL SISTEMA DE CONTROL	53
4.1.1	Microcontrolador PIC18F4420	53
4.1.2	Sensor MPX2010	55
4.1.3	Amplificador de instrumentación AD620	56
4.1.4	Válvula Digital	57
4.1.4.1	Válvula de compuerta	57
4.1.4.2	Motor Paso a Paso	58
4.1.4.3	Driver Motor ULN2803	59
4.1.5	Teclado matricial	59
4.1.6	Dispositivo de despliegue de información	60
4.1.7	Relé de Estado sólido TSS8G48S	61
4.2	Controlador de nivel	62

5.	SISTEMA DE ADQUISICIÓN Y PRESENTACIÓN DE DATOS	64
5.1	Tarjeta de adquisición PCI-1200	65
5.2	Interfaz de visualización de señales	66
6.	ANÁLISIS Y RESULTADOS	68
6.1	CARACTERIZACIÓN DE LOS DISPOSITIVOS	68
6.1.1	Caracterización del sensor de presión MPX2010	69
6.1.2	Caracterización del sensor de flujo DRS-9350	71
6.2	ACONDICIONAMIENTO DE LA SEÑAL	72
6.3	CARACTERIZACIÓN LAZO ABIERTO DEL SISTEMA DE LLENADO	75
6.4	VALIDACIÓN DEL CONTROLADOR	80
6.4.1	Caracterización Lazo Cerrado	83
6.4.1.1	Entradas paso	83
6.4.1.2	Entrada seno y rampa	85
6.5	FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA DE LLENADO AUTOMÁTICO	88
	CONCLUSIONES	92
	RECOMENDACIONES	94
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	95
	ANEXOS 1	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1	Bucla típica análoga	5
Figura 1.2	Partes de una bomba centrífuga	8
Figura 1.3	Medidor de caudal	10
Figura 2.1	Diagrama ISA del sistema de control de nivel	17
Figura 2.2	Vaciado de un depósito por un orificio en el fondo	20
Figura 2.3	Volumen de control aplicado a una región de estudio	23
Figura 2.4	Volumen de control de la planta	27
Figura 2.5	Geometría del tanque cónico	28
Figura 2.6	Modelo caja Negra	31
Figura 2.7	Caracterización de la válvula digital	32
Figura 3.1	Curva de los puntos de equilibrio del sistema	51
Figura 3.2	Curva de autovalores del sistema	52
Figura 4.1	Diagrama del microcontrolador PIC18F4420 en Configuración XT de oscilador	54
Figura 4.2	Sensor de presión MPX2010	55
Figura 4.3	Configuración de los pines para el amplificador de instrumentación AD620	56
Figura 4.4	Válvula digital	57
Figura 4.5	Válvula de compuerta TOYO 125S	58
Figura 4.6	Circuito para el control de un motor paso a paso con driver ULN2803	59
Figura 4.7	Conexión del teclado matricial 3x4 con microcontrolador	60
Figura 4.8	Conexión de la pantalla LCD con el microcontrolador	61
Figura 4.9	Relé de estado sólido TSS8G48S	61

Figura 4.10	Circuito implementado para el controlador de nivel	62
Figura 4.11	Diagrama de flujo del algoritmo para implementar la ley de control en el PIC	63
Figura 5.1	Esquema general de sistema de adquisición de datos	64
Figura 5.2	Diagrama de bloques del sistema de adquisición	65
Figura 5.3	Interfaz de usuario del sistema de adquisición y presentación de datos	67
Figura 6.1	Caracterización sensor MPX2010	69
Figura 6.2	Curva característica del sensor de flujo	71
Figura 6.3	Esquema de filtro pasa bajas con $f_c=2\text{Hz}$	73
Figura 6.4	Curva de respuesta del filtro pasa bajas con $f_c=2\text{ Hz}$	73
Figura 6.5	Respuesta sin filtrar del sistema a una entrada de 600 pasos	74
Figura 6.6	Respuesta filtrada del sistema a una entrada de 600 pasos	75
Figura 6.7	Caracterización experimental del vaciado del tanque cónico para diferentes alturas	77
Figura 6.8	Simulación del vaciado del tanque para diferentes alturas	77
Figura 6.9	Caracterización experimental lazo abierto para varias entradas paso	78
Figura 6.10	Simulación lazo abierto para varias entradas paso	78
Figura 6.11	Simulación de la ley de control a $x_d=30\text{cm}$	82
Figura 6.12	Respuesta del controlador a diferentes x_d	84
Figura 6.13	Respuesta a una entrada seno de la forma $x_d = 0.02 \sin 0.1t + 0.2$	85
Figura 6.14	Curva de respuesta simulada para una entrada senoidal $x_d = 0.02 \sin 0.1t + 0.2$	86
Figura 6.15	Respuesta experimental del sistema de control a la función rampa	87
Figura 6.16	Información desplegada por la LCD al iniciar el proceso	89
Figura 6.17a	Opciones para el nivel a controlar	89
Figura 6.17b	Opciones para el nivel a controlar	89
Figura 6.18	Sistema de control de nivel del tanque cónico	91

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1.	Datos característicos de la bomba hidráulica QB-60	8
Tabla 1.2.	Datos técnicos sensor de caudal tipo turbina	11
Tabla 2.1.	Descripción parámetros del diagrama ISA	17
Tabla 2.2.	Características de los componentes de la válvula digital	32
Tabla 2.3.	Parámetros de la caracterización de la válvula digital	33
Tabla 2.4.	Parámetros del modelo matemático del sistema de llenado	35
Tabla 4.1.	Características principales del PIC18F4420	54
Tabla 4.2.	Características del sensor MPX2010	55
Tabla 4.3.	Características del AD620	56
Tabla 4.4.	Características del motor paso a paso	58
Tabla 4.5.	Características del relé de estado sólido TSS8G48S	62
Tabla 5.1.	Principales características de la tarjeta PCI-1200	66
Tabla 6.1.	Parámetros de la caracterización del sensor MPX2010	70
Tabla 6.2.	Datos caracterización tanque cónico	76

LISTA DE ANEXOS

ANEXOS		Pág.
1	NORMALIZACIÓN DEL SENSOR MPX2010	99

INTRODUCCIÓN

La teoría y la práctica de los sistemas de control tienen un amplio rango de aplicaciones en los campos de ingeniería aeronáutica, química, física, mecánica, ambiental, civil, electrónica y eléctrica, así como en muchas otras disciplinas no ingenieriles. Así mismo, las ventajas del control eficiente en la industria son inmensas, e incluyen mejoras en la calidad de los productos, reducción en consumo de energía, líneas de ensamble automático, control de máquinas, minimización de los materiales, mayores niveles de seguridad y reducción de la contaminación, lo que demuestra que los sistemas de control han asumido un papel cada vez más importante en el desarrollo y avance de la civilización moderna y de la tecnología.

La teoría de sistemas de control se ocupa del análisis y diseño de componentes interactuantes de un sistema el cual proporcione el comportamiento requerido. El punto de partida para estudiar un sistema de control es su representación dinámica por un modelo matemático. Al estudiar los sistemas dinámicos se encuentra que estos se clasifican en lineales y no lineales, dependiendo de la relación matemática que los describa. A lo largo de la historia, el estudio de los sistemas lineales ha permitido el desarrollo y la solución de diferentes problemas en la industria; pero a medida que los procesos modernos se volvieron más y más complejos, la descripción de los sistemas de control también demandó modelos matemáticos más complejos, conduciendo a la inclusión de no linealidades para describir las complejidades de los sistemas.

En nuestro medio, la mayoría de los controladores industriales son lineales, esto se debe a que en el pasado los cálculos y la matemática relacionada a los sistemas no lineales eran difíciles de procesar e implementar, problema que en los años recientes ha sido solucionado por los avances tecnológicos que en el campo computacional se han desarrollado, permitiendo que la capacidad de cálculo de los computadores sea cada vez mayor, de tal

forma que se pueden implementar algoritmos de control más sofisticados. Por consiguiente, en la actualidad hay un gran entusiasmo para desarrollar investigaciones y aplicaciones de los métodos del control no lineal, como reflejo de esto se tiene el alto número de publicaciones de investigaciones y aplicaciones en esta materia, la mayoría a nivel de post-grado, haciendo que el control no lineal se convierta en una parte fundamental del estudio de la ingeniería de control moderna.

Al modelar matemáticamente el flujo de agua del tanque cónico se encuentra que la ecuación diferencial, que describe el cambio en el volumen alojado por el fluido en cualquier instante de tiempo, se comporta de manera no lineal. Esto se debe a que el volumen del fluido contenido en el tanque en cualquier instante de tiempo, depende tanto de la altura del nivel del fluido como del radio generado por el fluido en el tanque. Teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del fluido en el tanque, en éste trabajo se diseñó e implementó un controlador de nivel para este sistema de llenado. Es decir, un sistema que tiene la capacidad para medir y evaluar las variables necesarias para un desempeño automático, con lo que se garantizan acciones correctivas sobre la variable a controlar, en este caso el nivel del fluido en el tanque; haciendo uso de tecnología accesible, a un costo reducido y aplicando la teoría de control no lineal. La estructura cónica del tanque proporciona un completo drenaje cuando se trata con fluidos viscosos, lo que hace que este tipo de tanques tengan un amplio rango de aplicaciones en la industria.

El documento está organizado de la siguiente manera. El primer capítulo se divide en dos partes, en la primera se hace una introducción a los sistemas hidráulicos, exponiendo las características de los diferentes componentes que lo constituyen, se examina las variables de interés al momento de diseñar un sistema de llenado y se describe los diferentes instrumentos que permiten obtener información del sistema. En la segunda parte se expone una introducción a los sistemas no lineales, tratando sus ventajas sobre los sistemas lineales.

En el segundo capítulo se propone el sistema de llenado a controlar, se presenta el modelado matemático del sistema de control, asimismo, se presentan los conceptos necesarios para entenderlo.

El tercer capítulo está dividido en tres partes. En la primera parte, se presenta la teoría de Liapunov para el análisis de la estabilidad de los sistemas no lineales. En la segunda parte, se introduce los conceptos principales referentes a la linealización por realimentación, y se aplica estos conceptos para diseñar el controlador de nivel no lineal. En la tercera parte, se realiza el estudio de estabilidad del sistema de control de nivel, para lazo abierto se utiliza la teoría de Liapunov y para lazo cerrado se utiliza el criterio de Routh-Hurwitz, de sistemas lineales.

En el cuarto capítulo, se muestra la arquitectura electrónica del sistema de control y su implementación en el sistema de llenado.

En el quinto capítulo, se presenta el sistema de adquisición de datos, que permite el análisis y monitoreo de las variables de interés en el sistema.

En el sexto capítulo, se presentan los resultados obtenidos al igual que el funcionamiento del sistema de control, se presenta su validación por medio de diferentes entradas al sistema y se compara el controlador propuesto con un controlador lineal.

En el séptimo capítulo, se muestran las conclusiones del proyecto desarrollado.

En el Octavo capítulo, se presentan las recomendaciones para trabajos futuros.

1. ANTECEDENTES

1.1 SISTEMAS HIDRÁULICOS

Debido a la versatilidad en su transmisión y potencia los líquidos son uno de los medios de mayor aplicabilidad en la industria, razón de esto que los sistemas hidráulicos se encuentren con mayor frecuencia en diferentes procesos industriales.

Los sistemas hidráulicos son capaces de producir muchas combinaciones diferentes de movimiento y fuerza. Sin embargo, en esencia son lo mismo, independientemente de su aplicación. Estos sistemas están compuestos por cuatro componentes básicos: un depósito para guardar el fluido hidráulico, una bomba o unas bombas para dar energía al fluido, válvulas para controlar la presión del fluido y su flujo, y un actuador o unos actuadores para convertir la energía hidráulica.

En los sistemas hidráulicos las variables de interés son presión y caudal, sin embargo se debe tener en cuenta que los modelos matemáticos para estos casos suelen plantearse en función de la altura de la columna del líquido del sistema [1]. Esto hace que el control del nivel de líquidos para tanques de almacenamiento de agua sea una importante y común tarea en los sistemas hidráulicos.

Al momento de controlar el nivel de un tanque de almacenamiento de agua, encontramos dos tareas que son muy comunes. Controlar el nivel máximo de agua y controlar el nivel mínimo de agua. El control de nivel máximo de agua tiene la doble función de garantizar la seguridad de las estructuras y de evitar el desperdicio de agua. El control mínimo de agua tiene la función de garantizar el buen funcionamiento del sistema evitando la entrada de

aire en la tubería que se encuentra aguas abajo del tanque, como por ejemplo, en la red de distribución de agua, o en la succión de las bombas.

1.2 COMPONENTES BÁSICOS DE UN SISTEMA DE CONTROL HIDRÁULICO

Los sistemas de control tienen muchas clasificaciones, para el interés de estudio, se puede dar una primera definición si se clasifica de acuerdo a la acción de control. De esta manera, se pueden clasificar en sistemas de control en lazo abierto y sistemas de control en lazo cerrado. Lazo abierto se refiere a que la acción de control es independiente de la salida del sistema. Lazo cerrado se refiere a que la acción de control compara la entrada con la salida y utiliza su diferencia como acción de control, esta es una acción basada en la realimentación.

Los componentes básicos de un sistema de control son los sensores, transmisores, controladores y los elementos finales de control, tales componentes desempeñan tres operaciones básicas de todo sistema de control: medición, decisión y acción [2]. En la figura 1.1. se presenta la bucla típica análoga de un sistema de control.

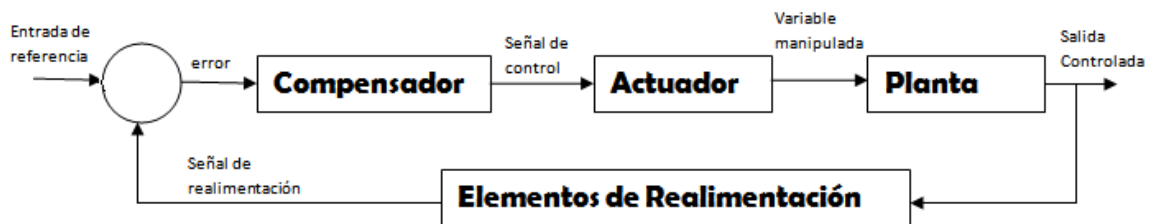


Figura 1.1. Bucla típica análoga

En las siguientes secciones se describirán diferentes componentes de un sistema de control hidráulico para el llenado de tanques de almacenamiento.

1.2.1 Tanque de almacenamiento. Es la fuente de fluido hidráulico. La función principal de un tanque hidráulico o tanque de almacenamiento es contener o almacenar el fluido de un sistema hidráulico, de tal manera que se pueda distribuir el flujo a determinado lugar. Se puede utilizar como unidad de potencia hidráulica para sistemas de bombeo o como unidad de almacenamiento en sistemas distribuidores.

1.2.2 Válvula de Carga. Dispositivo que permite regular el caudal, después de las bombas y motores, son los componentes más importantes de los sistemas hidráulicos. Las tres funciones distintas que pueden realizar se pueden utilizar para la clasificación de las válvulas [3].

- *Válvulas de control de presión*
- *Válvulas de control de caudal*
- *Válvulas de control de dirección*

Entre las válvulas de control de presión, se encuentran las válvulas de seguridad, que son las encargadas de limitar la presión de un sistema o más comúnmente para reducir la fuerza de cilindros hidráulicos. También se encuentra las válvulas reductoras de presión, como su nombre lo indica se encargan de regular la presión de trabajo a niveles inferiores para ciertas etapas de un circuito hidráulico. Y también las válvulas de secuencia que se encargan de controlar la secuencia de operaciones entre diferentes ramas del sistema hidráulico. Las válvulas de control de flujo se encargan de controlar la velocidad. Las válvulas de control de dirección se encargan de bloquear el paso a ciertas direcciones del sistema.

1.2.3 Bomba Hidráulica. La mayoría de los procesos en las industrias incluyen conducción de líquidos, o transferencia de un valor de presión o de energía estática en otro.

La bomba es el medio mecánico para obtener esta conducción o transferencia y por ello es parte esencial en los procesos.

La bomba es una máquina que absorbe energía mecánica y restituye al líquido que la atraviesa energía hidráulica [3]. En otras palabras es un dispositivo hidráulico que se utiliza para agregar energía a un líquido, usualmente para moverlo de un lugar a otro ó para adicionarle presión. Las bombas se utilizan para impulsar toda clase de líquidos (agua, aceites de lubricación, combustibles, ácidos) también se emplean para bombear líquidos espesos con sólidos en suspensión como pastas de papel, específicos, desperdicios, etc.

Las bombas se clasifican en bombas rotodinámicas y de desplazamiento positivo. En las bombas rotodinámicas se añade energía continuamente para incrementar las velocidades de los fluidos dentro de la máquina a valores mayores de los que existen en la descarga, de manera que la subsiguiente reducción en velocidad dentro, o más allá de la bomba, produce un incremento en la presión. En las bombas de desplazamiento positivo se agrega energía periódicamente mediante la aplicación de fuerza a uno o más partes móviles de un número deseado de cantidades que contienen un fluido, lo que resulta en un incremento en la presión hasta el valor requerido para desplazar el fluido a través de válvulas o aberturas en la línea de descarga.

El funcionamiento de las bombas rotodinámicas se basa en la ecuación de Euler [3], [4]. La bomba centrífuga es un tipo particular de bomba rotodinámica, se denomina así porque la cota de presión que crea es ampliamente atribuible a la acción centrífuga. Es una turbomáquina tipo radial con flujo de adentro hacia afuera, presentando por lo general un área de paso de agua relativamente reducida en relación con el diámetro del rotor o impulsor [4]. Su funcionamiento se puede describir como sigue; las bombas centrífugas utilizan un disco o impeler rotativo, el cual arroja el líquido a bombear entre una carcasa gracias a la fuerza centrífuga. En la medida que el líquido abandona el impeler, éste es reemplazado continuamente cuando la bomba succiona más líquido a su interior. El caudal y la presión de una bomba centrífuga operando a una velocidad determinada, son variables,

dependiendo y acomodándose al sistema en el cual estén operando. En la figura 1.2. se muestran las partes más importantes de una bomba centrífuga.

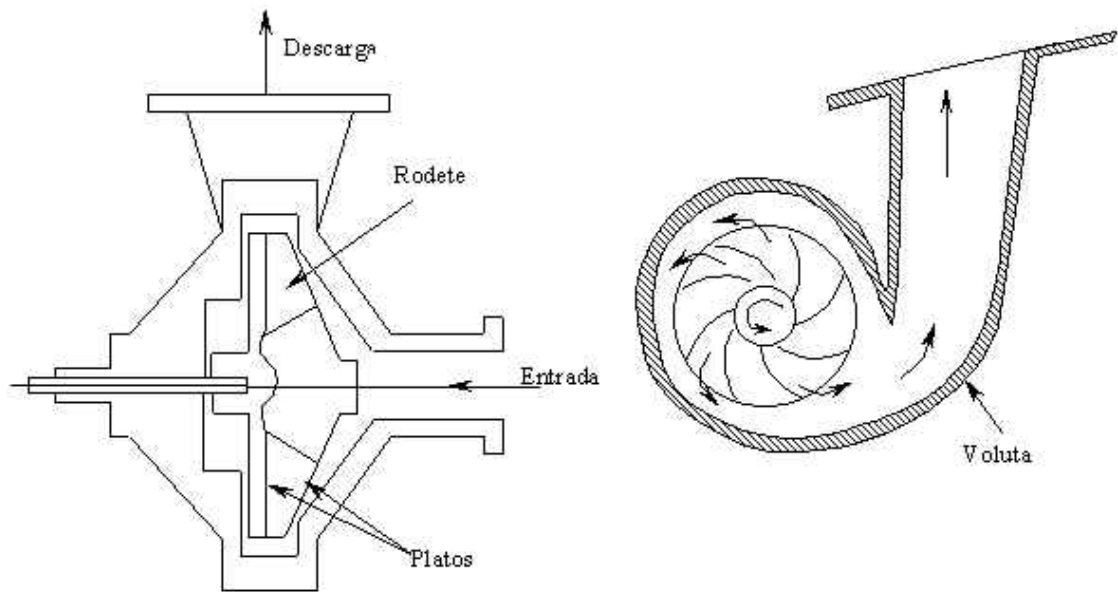


Figura 1.2. Partes de una bomba centrífuga

Para el proyecto se adquirió una bomba centrífuga marca KAILI, modelo QB-60, cuyas características se muestran en la tabla 1.1.

Tabla 1.1. Datos Característicos de la bomba hidráulica QB-60

Parámetro	Valor	Unidades
Q_{MAX}	40	L/min
H_{MAX}	40	m
Succión	5	m
Voltaje	110	V AC
Potencia	0.5	HP
Velocidad	3450	RPM

1.2.4 Elemento final de control. Es el elemento del sistema de control que transforma la salida del controlador en una acción de control para una maquina o proceso. Entre los dispositivos más comunes se tiene las válvulas de control, que permiten controlar el gasto de un fluido. Uno de los elementos básicos de estas válvulas es un actuador que desplaza un tapón en la tubería por donde circula el fluido modificando así la sección transversal de dicha tubería. Otro elemento que se usa como elemento final de control es el variador de frecuencia, el cual permite regular la velocidad de giro de una bomba, por lo que permite regular el caudal por medio de una señal de entrada.

1.2.5 Dispositivos de medición de señales. En todos los procesos industriales es absolutamente necesario medir y observar algunas magnitudes, tales como presión, caudal, nivel, temperatura, pH, conductividad, velocidad, humedad, etc. Las variables a sensar de manera directa en el sistema de llenado son caudal y presión, y de manera indirecta se medirá el nivel. Para la adquisición de estas variables es necesario encontrar dispositivos que permitan obtener medidas de acuerdo a las necesidades según el diseño del sistema. La selección eficaz de un medidor de caudal y presión exige un conocimiento práctico de la tecnología del medidor, además de un profundo conocimiento del proceso y del fluido que se quiere medir.

1.2.5.1 Sensores de Caudal. Existen dos tipos de medidores, los volumétricos para medida general de caudal y los medidores de caudal másico, destinados para aquellas aplicaciones en que la exactitud de la medida es la prioridad. Entre los principales medidores volumétricos se tiene presión diferencial, área variable, fuerza, desplazamiento positivo, velocidad, tensión inducida [5]. Entre los principales medidores de caudal másico se tiene: compensación por presión y temperatura en medidores volumétricos, térmico, momento y fuerza de coriolis.

A continuación se presenta el funcionamiento de un caudalímetro tipo turbina, el cual se basa en la medición de la velocidad, puesto que es el sensor con que se cuenta para medir el caudal para el proyecto.

- **Medidor tipo turbina.** Los medidores para gas y líquido funcionan bajo el mismo principio. Consta de un rotor con varios álaves y se coloca en medio de la tubería del flujo que interesa [6]. El líquido fluye primero a través de un elemento de flujo laminar para eliminar turbulencia y llevar la corriente de flujo a la rueda de turbina. La turbina empieza entonces a rotar. Este movimiento rotatorio es sentido sin contactos por magnetos acoplados en la turbina y convertida a una señal de frecuencia. La frecuencia es proporcional al caudal.

Para el proyecto se contó con un medidor tipo turbina de marca KOBOLD, modelo DRS-9350-L3420, el cual se muestra en la figura 1.3, y sus especificaciones se muestran en la tabla 1.2.



Figura 1.3. Medidor de caudal

Tabla 1.2 Datos técnicos sensor de caudal tipo turbina

Datos técnicos Sensor KOBOLD modelo DRS-9350	
Rango medición	2-40 L/min agua
Salida de pulsos	352 Hz a 40 L/min
Presión máxima de operación	16 bar
Precisión Medición	±1.5% de F.S
Linealidad	±0.5% de F.S
Repetibilidad	±0.1% de F.S
Material	Plástico (Noryl)
Protección eléctrica	IP 65

1.2.5.2 Sensores de Nivel. El nivel de líquido en un recipiente se mide en forma directa monitoreando la posición de la superficie del líquido, o de manera indirecta midiendo alguna variable relacionada con la altura. En los métodos directos una posibilidad es usar flotadores, entre los indirectos figura el monitoreo del peso del recipiente, utilizando, por ejemplo, indicadores de presión [6]. Es común que en los métodos indirectos se mida la presión en alguna parte del líquido, que se produce por una columna de líquido h , puesto que la presión es igual a $h\rho g$, en donde ρ es la densidad del líquido y g la aceleración de la gravedad.

Para el proyecto se usó un método indirecto para medir el nivel del agua en el tanque, para éste se utilizó el sensor MPX2010 el cual es un sensor de presión, para más información ir a la sección 4.1.2.

1.3 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS NO LINEALES

Dependiendo de la relación matemática que describa el sistema de control este se llama lineal o no lineal. Un sistema se denomina lineal si se aplica el principio de superposición [1], lo que quiere decir que la respuesta a varias entradas se calcula cada una a la vez y sumando los resultados, de lo contrario, el sistema es considerado no lineal. La linealidad permite usar una gran cantidad de poderosas herramientas matemáticas para el análisis de sistemas, tales como la transformada de Laplace y el lugar de las raíces.

Sin embargo, los sistemas lineales, o que pueden ser considerados como tales, constituyen un conjunto limitado dentro del universo de los sistemas [7], estrictamente hablando los sistemas lineales no existen en la práctica, ya que todos los sistemas físicos son en esencia no lineales [1], [8], [9], lo que hace que estos sistemas no puedan ser controlados en amplios rangos de medida, sino que deben ser restringidos a zonas que puedan ser consideradas lineales, alrededor de un punto de operación determinado. Por esto se tiene que el comportamiento de los sistemas lineales es limitado a un cierto tipo de respuestas, mientras que los no lineales presentan un comportamiento de mayor riqueza.

Debido a la sofisticación de la tecnología, la teoría de sistemas no lineales de control ha experimentado una fuerte expansión en las últimas dos décadas, la cual se ha visto reflejada por el número creciente de publicaciones de libros de texto científicos de sistemas no lineales. Sin embargo, en nuestro medio, la utilización de estas técnicas no ha sido muy común, y, generalmente cualquier necesidad de control en la industria se resuelve por medio del control PID convencional [7].

1.3.1 Características que identifican a los sistemas no lineales. Los sistemas no lineales presentan comportamientos que nunca aparecen en un sistema lineal y, por ello, es más

complicado su tratamiento. Los ejemplos más característicos de fenómenos no lineales son:

- ***Múltiples puntos de equilibrio:*** Un punto de equilibrio es aquel estado del sistema que una vez alcanzado, no se abandona. Este estado corresponde al conjunto de valores que toman las variables representativas dentro del sistema, que no cambiarían sino ante la presencia de una perturbación. Un sistema lineal tiene únicamente un punto de equilibrio, el cual es independiente del estado inicial, mientras que los sistemas no lineales pueden tener más de un punto de equilibrio.
- ***Tiempo de escape finito:*** El estado de un sistema lineal puede incrementarse indefinidamente, llegando a tomar valores infinitos, siempre que se le permita evolucionar un tiempo infinito. En un sistema no lineal, sin embargo, esta situación puede ocurrir en un tiempo finito, que se conoce como tiempo de escape.
- ***Ciclos límite:*** Existen sistemas no lineales que alcanzan estados oscilatorios de amplitud y frecuencia fija, que son independientes del estado inicial, estas oscilaciones se conocen con el nombre de ciclos límite. Además, cuando el sistema no lineal es excitado periódicamente, su salida no necesariamente tiene la misma frecuencia de la señal de entrada.
- ***Órbitas homoclínicas:*** En un sistema lineal, cuando el punto de equilibrio es del tipo punto de silla, una trayectoria que inicie en el vector propio inestable viajará por ese vector hasta infinito. En algunos sistemas no lineales puede darse un comportamiento especial: una trayectoria que inicie en un punto de equilibrio del tipo punto de silla puede llegar a terminar en el mismo punto de equilibrio. Cuando esto sucede la trayectoria descrita se denomina una órbita homoclínica.
- ***Bifurcaciones:*** Si las ecuaciones de un sistema dinámico dependen de un parámetro, es lógico pensar que el comportamiento de dicho sistema dependa del valor de ese parámetro. Esto es cierto tanto para sistemas lineales como no lineales.

Sin embargo, las variaciones de comportamiento que puede tener un sistema lineal son menores en comparación con las que pueden suceder en sistemas no lineales. Si al variar un parámetro el comportamiento del sistema cambia estructuralmente (de forma muy notoria), se dice que el parámetro ha tomado un valor de bifurcación.

- **Comportamientos caóticos:** El comportamiento de un sistema dinámico, lineal o no lineal, depende de las condiciones iniciales. En los sistemas lineales esta dependencia es suave, es decir, que si escogen dos condiciones iniciales cercanas el comportamiento del sistema será muy parecido. Existen algunos sistemas no lineales en los que las pequeñas variaciones en las condiciones iniciales desencadenan comportamientos muy diferentes; tales sistemas se denominan caóticos.

1.3.2 Ventajas de los sistemas de control no lineales. Hay un interés reciente en el desarrollo y aplicaciones de metodologías del control no lineal. Muchas razones pueden ser citadas

- **Mejoras de controles existentes:** Los métodos de control lineal confían en la suposición de que los sistemas tienen intervalos de operación en los cuales se comportan linealmente, y su modelo es válido. Pero cuando se requieren de intervalos de operación más grandes, el sistema se comporta de manera inestable, esto se debe porque las no linealidades no pueden ser compensadas. El control no lineal, puede manejar las no linealidades de forma directa, y por lo cual tener intervalos más grandes de operación, lo que permite, entre otras cosas, hacer cambios en el punto de control, operar el sistema en tandas y hacer diversificación de productos.

- ***Análisis de no linealidades duras:*** Otra de las suposiciones del control lineal es que todos los sistemas se pueden linealizar, sin embargo en los sistemas de control hay muchas no linealidades cuya naturaleza discontinua no permite que se le pueda aproximar por modelos lineales, estas son las llamadas Linealidades Duras, entre estas encontramos la fricción de Coulomb, saturación, zona muerta, fenómeno de histéresis son algunas encontradas en la ingeniería de control.
- ***Manejo de incertidumbres en el modelo:*** Los sistemas de control lineal e invariante en el tiempo, suponen que todos los parámetros del modelo son conocidos e invariantes en el tiempo. Lo que hace que los modelos lineales puedan llegar a predecir, erróneamente, el comportamiento del sistema e inclusive conducir al diseño de controladores que en la práctica hacen el sistema de control inestable. Los controles no lineales permiten introducir no linealidades intencionalmente, que enfrentan mejor las incertidumbres del sistema.
- ***Simplicidad de diseño:*** En muchos casos, los métodos de diseño no lineales son más intuitivos que los lineales. Esto se debe, principalmente, a que los modelos no lineales están relacionados con la física del sistema y trabajan en el dominio del tiempo.

2. DISEÑO Y MODELADO DEL SISTEMA DE LLENADO AUTOMÁTICO

2.1 DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL DE LLENADO

El sistema de llenado propuesto es un sistema de recirculación de agua, este sistema está compuesto por dos subsistemas; el sistema de control y el sistema de adquisición y presentación de datos medidos. El sistema de control está conformado por un tanque cónico, una válvula de bola para regulación de flujo, una bomba hidráulica, un tanque de recirculación y una válvula digital, se le llama válvula digital al elemento final de control que se diseñó para regular el caudal de entrada (Ver sección 4.1.4). El sistema de adquisición está compuesto por una tarjeta PCI1200 y un PC, el sistema de adquisición y presentación de datos se tratará en el capítulo 5.

El diagrama esquemático ISA y la descripción de los componentes del sistema de control se muestra en la figura 2.1 y tabla 2.1. La bomba impulsa agua desde el tanque de recirculación hacia el tanque cónico generando un caudal de entrada que es regulado de manera controlada por la válvula digital. El tanque tiene un orificio el cual permite que haya un caudal de salida por gravitación, éste se conduce hacia el tanque de recirculación formando un circuito cerrado de caudal de agua.

Se debe tener en cuenta que el agua almacenada en el tanque de recirculación no puede estar demasiado tiempo almacenada, ya que esto produce en él malos olores, así mismo, esto puede hacer que el tanque se convierta en un foco de crianza de mosquitos.

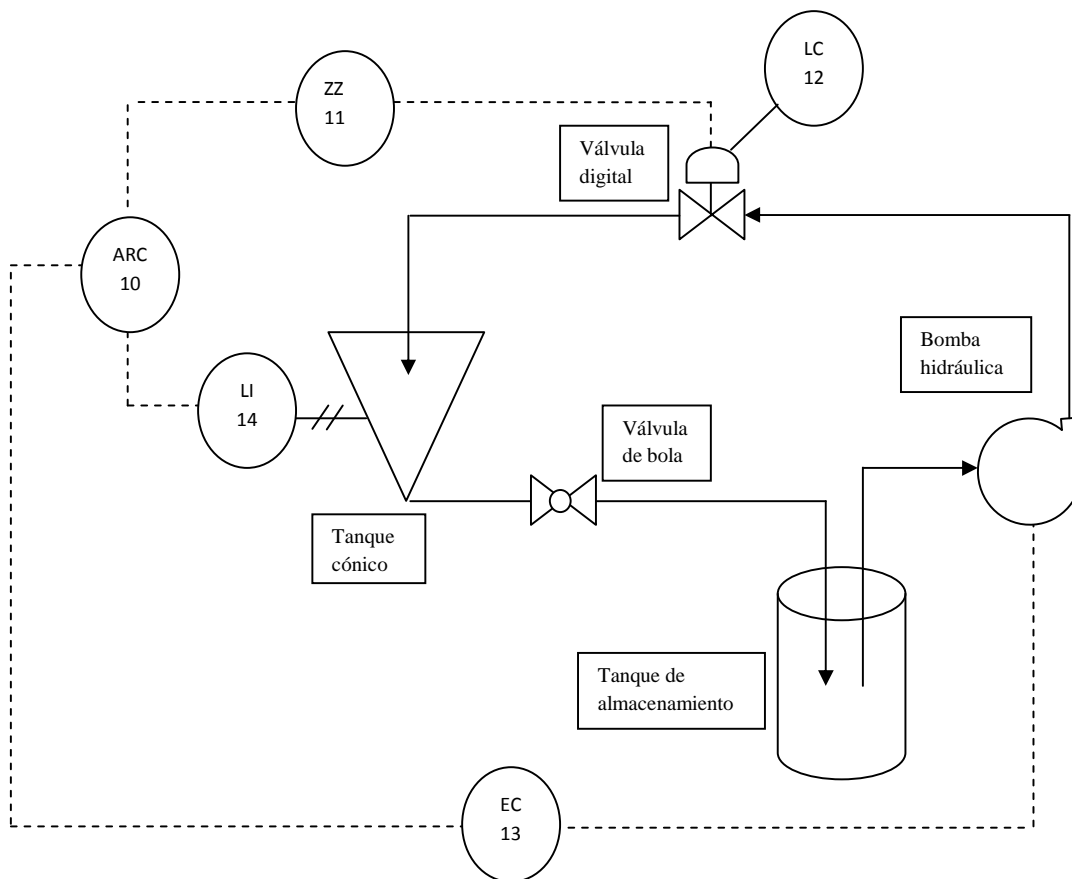


Figura 2.1. Diagrama ISA del sistema de control de nivel

Tabla 2.1 Descripción parámetros del diagrama ISA

Símbolo del instrumento	Primera letra	Letras posteriores
	A Análisis	C Control
———— Conecta a proceso	E Voltaje	I Indicador
----- Señal eléctrica	L Nivel	R Registra
——//—— Señal neumática	Z Posición	Z Driver

2.2 MODELADO DEL SISTEMA DE LLENADO

Un sistema es un conjunto de componentes interconectados entre sí, de forma que actúan conjuntamente entre sí para lograr un determinado objetivo [12]. Según el criterio al momento de estudiar la teoría de sistemas, estos se pueden clasificar en base a sus características y propiedades. Para este caso; el criterio que se propone, es tomar en cuenta las características que poseen los modelos matemáticos empleados para describir el comportamiento del sistema. De este modo, tomando en cuenta las características dinámicas del modelo matemático se puede tener dos modos: sistemas dinámicos y sistemas estáticos. Los sistemas representados por modelos dinámicos, son aquellos en los que la salida en un tiempo t , depende de la entrada aplicada en ese mismo tiempo y tiempo anteriores, también son conocidos como sistemas dinámicos o sistemas con memoria, y se representan por ecuaciones diferenciales o en diferencias. Un sistema representado por un modelo estático es aquél en el que la salida producida en un tiempo determinado depende de forma única de la entrada aplicada en ese mismo tiempo, los sistemas estáticos son también conocidos como sistemas sin memoria, y se representan por ecuaciones algebraicas.

Los sistemas de mayor importancia en la física son los sistemas dinámicos, esto se debe a que todo sistema físico puede ser descrito mediante ecuaciones matemáticas y/o ecuaciones diferenciales, lo que permite predecir el comportamiento de un sistema en función de una o varias variables. Los modelos físicos se basan en la incorporación de leyes físicas para la caracterización del sistema bajo estudio, al mismo tiempo involucran características geométricas de los componentes, propiedades de los materiales e inclusive datos y correlaciones de los instrumentos utilizados y que son proporcionados por los fabricantes. En la estructura de estos modelos también es posible identificar y ajustar parámetros mediante el conocimiento de datos experimentales, se debe tener en cuenta que este tipo de modelos y su validez dependen de la calidad de la información empírica requerida. Para una descripción más completa de la teoría de sistemas se sugiere revisar [11].

Se debe tener en cuenta, que ningún modelo matemático puede representar cualquier componente o sistema físico con precisión, debido a que los sistemas involucran aproximaciones o suposiciones (idealizaciones), lo que restringe el nivel de validez del modelo matemático. Así pues, debe tenerse en cuenta cualquier aproximación o suposición involucrada en el modelo. Una vez se determine el modelo del sistema se debe comparar con los resultados experimentales, para saber cuán válido es el modelo.

Al momento de modelar un sistema físico, se puede modelar el sistema total, o se puede modelar cada componente y combinar estos elementos para construir el modelo completo.

Para obtener el modelo matemático del sistema de llenado propuesto, se utilizó leyes físicas de la hidrodinámica. Para entender cómo se construyó este modelo, primero se hará una introducción a la dinámica de fluidos y se expondrá de manera sencilla los principios aplicados.

2.2.1 Introducción. La dinámica de fluidos o hidrodinámica es la rama de la mecánica de fluidos que se ocupa del estudio de las leyes de los fluidos en movimiento. El flujo de fluidos es complejo y no siempre puede ser estudiado de forma exacta mediante el análisis matemático. Contrariamente a lo que sucede con los sólidos, las partículas de un fluido en movimiento pueden tener diferentes velocidades y estar sujetas a distintas aceleraciones. Cuando se estudia el comportamiento dinámico de los fluidos, generalmente se interesa estudiar algunos aspectos llamados fenómenos de transferencia, esto es, en la capacidad de los fluidos en movimiento, de llevar materiales y propiedades de un lugar a otro, y del mecanismo por medio del cual estos materiales y propiedades se difunden y transmiten a través de un medio fluido [12]. Los procesos fundamentales de transferencia que están asociados con el movimiento de un fluido, son la transferencia de masa, calor y de cantidad de movimiento. Cada uno de estos procesos, a su vez, está asociado con una ley física básica la cual ha sido formulada como un resultado de la observación y experiencia.

Para entender los fenómenos del flujo de fluidos es necesario tener claro diferentes conceptos referidos del tema, a continuación se enuncian algunos.

- **Corriente permanente y corriente variable.** Permanente si en cualquier punto del espacio por donde circula el fluido no varían con el tiempo las características de éste (aunque varíen de un punto a otro).

Variable si sucede lo contrario. Ejemplo: vaciado de un depósito por un orificio en el fondo, en la figura 2.2. se puede observar

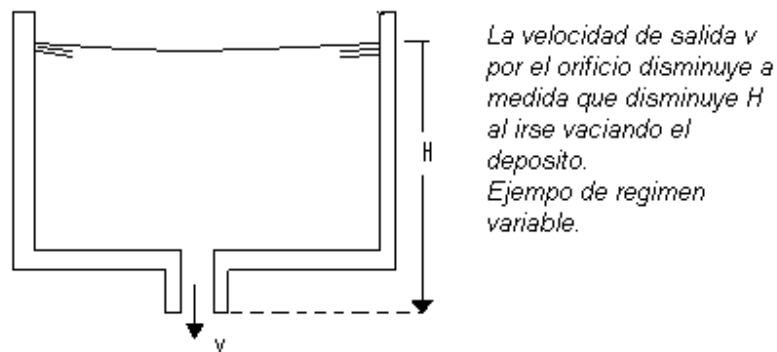


Figura 2.2. Vaciado de un depósito por un orificio en el fondo.

- **Corriente laminar o turbulenta.** Laminar si es perfectamente ordenada de manera que el fluido se mueve en láminas paralelas. Turbulenta, si se da el caso contrario. El que se de uno u otro régimen depende del número de Reynolds.
- **Definición de Caudal.** El caudal Q , es el volumen de fluido por unidad de tiempo que pasa a través de una sección transversal de la corriente.

$$\text{Ecuación de dimensiones} \quad [Q] = [L]^3 [T]^{-1}$$

$$\text{Unidad} \quad 1Q = 1 \text{ m}^3/\text{s S.I}$$

Si la superficie a través de la cual se calcula el caudal es finita es evidente que la velocidad puede variar de un punto a otro de la misma. Entonces, llamando dA al elemento infinitesimal de área, y v la componente de la velocidad normal a ese elemento se tendrá.

$$Q = \int v dA$$

Si v es la velocidad media normal de la sección A , se deduce:

$$Q = vA \quad (2.1)$$

- **Número de Reynolds.** El número de Reynolds es adimensional, viene dado por el cociente de las fuerzas de inercia por las fuerzas debidas a la viscosidad. Como anteriormente se dijo, dependiendo de este número se puede garantizar que el flujo es laminar o turbulento. Así, por ejemplo, si el número de Reynolds es menor a 2000 el flujo será laminar y estacionario, si es mayor de 4000 el flujo será turbulento y desordenado, si el número está entre 2000 y 4000 se denomina estado de transición, estado en el cual la el flujo empieza a presentar pequeñas ondulaciones, sin perder su carácter laminar.

Para tuberías circulares, en flujo a tubería llena, el número de Reynolds está definido de la siguiente manera [13]:

$$Re = \frac{\rho L v_l}{\mu} \quad (2.2)$$

Donde:

ρ : Densidad del fluido $[kg/m^3]$.

- L : Largo de la placa [m].
- v_l : Velocidad del fluido [m/s].
- μ : Viscosidad dinámica del fluido [kg/m s].

- **Coefficiente de descarga.** El coeficiente de descarga cd es la relación entre el caudal real que pasa a través de un orificio y el caudal ideal. Este coeficiente se expresa así.

$$cd = \frac{\text{caudal real } Q \text{ [m}^3/\text{s]}}{\text{caudal ideal [m}^3/\text{s]}} = \frac{Q}{A\sqrt{2gh}}$$

En la práctica, cuando el coeficiente de descarga cd se ha determinado experimentalmente; éste se expresa como:

$$Q = cd \cdot A\sqrt{2gh} \quad (2.3)$$

Donde

- A : Área de la sección transversal [m²].
- h : Carga total que produce el flujo [m].

- **Volumen de control.** Para describir el comportamiento del flujo en una región es necesario el concepto de volumen de control. El volumen de control está formado por el espacio delimitado por una superficie cerrada, real o virtual, donde una de sus características, en general, será la permanencia de la forma y el tamaño del volumen así delimitado. En este enfoque, las leyes observacionales pueden formularse en términos del flujo a través del volumen de control y de la rapidez con la cual se acumula la masa, el calor o la cantidad de movimiento, dentro del volumen de control.

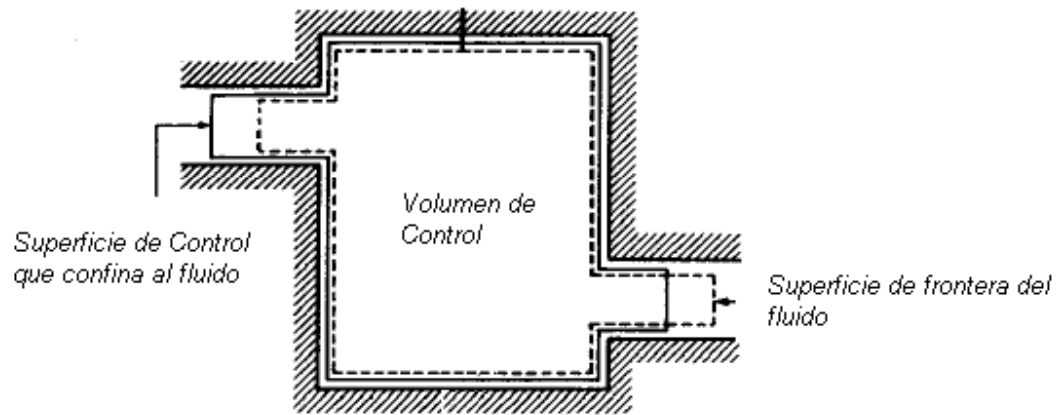


Figura 2.3 Volumen de control aplicado a una región de estudio.

2.2.2 Conservación de la Masa. Con excepción de los efectos cuánticos y relativistas, todos los movimientos de los fluidos deberán satisfacer el principio de conservación de la materia [12]. El principio de conservación de la masa es una consecuencia de la ley universal de la conservación de la energía o primer principio de la termodinámica [3], [12].

La ley de conservación de la masa establece que la suma algebraica de gastos en un nodo es igual a cero, o las variaciones de volumen con respecto al tiempo es igual a la suma de los gastos de entrada menos la suma de los gastos de salida [11]. Esta ley puede expresarse así:

$$\begin{bmatrix} \textit{Acumulación} \\ \textit{dentro del} \\ \textit{sistema} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textit{Entrada por} \\ \textit{los límites} \\ \textit{del sistema} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \textit{Salida por} \\ \textit{los límites} \\ \textit{del sistema} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \textit{generación} \\ \textit{dentro} \\ \textit{del sistema} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \textit{Consumo} \\ \textit{dentro} \\ \textit{del sistema} \end{bmatrix}$$

Si no hay generación o consumo de materia dentro del sistema.

$$\begin{bmatrix} \textit{Acumulación} \\ \textit{dentro del} \\ \textit{sistema} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textit{Entrada por} \\ \textit{los límites} \\ \textit{del sistema} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \textit{Salida por} \\ \textit{los límites} \\ \textit{del sistema} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Es importante definir el concepto de estado estacionario o uniforme, que es el estado donde las entradas son igual a las salidas.

Para fluidos homogéneos (de una sola especie) o mezclas uniformes, la expresión de la conservación de la materia es conocida como la ecuación de continuidad.

- **Ecuación de la Continuidad.** Como se dijo, la ecuación de la continuidad es una consecuencia del principio de conservación de la masa. Para un fluido permanente, la masa de fluido que atraviesa cualquier sección de una corriente de fluido, por unidad de tiempo, es constante. Esta puede calcularse como sigue [13]

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \text{Constante}$$

$$w_1 A_1 V_1 = w_2 A_2 V_2 \quad [kg/s]$$

Para fluidos incompresibles y para todos los casos prácticos en que $w_1 = w_2$, la ecuación se transforma en

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2 = \text{Constante} \quad (2.5)$$

Donde,

A_1 : Área de la sección transversal en la sección 1 $[m^2]$.

A_2 : Área de la sección transversal en la sección 2 $[m^2]$.

V_1 : Velocidad media de la corriente en la sección 1 $[m/s]$.

V_2 : Velocidad media de la corriente en la sección 2 $[m/s]$.

2.2.3 Ecuación de Bernoulli. La ecuación de Bernoulli describe el comportamiento de un fluido moviéndose a lo largo de una línea de corriente. Fue expreso por Bernoulli en su obra *Hidrodinámica* (1738) y expresa que en un fluido ideal (sin viscosidad ni rozamiento)

en régimen de circulación por un conducto cerrado, la energía que posee el fluido permanece constante a lo largo de su recorrido. La energía de un fluido en cualquier momento consta de tres componentes: energía cinética, debida a la velocidad que posee el fluido, energía gravitacional, debida a la altitud que posee el fluido, y energía de flujo, energía que posee un fluido debido a la presión que posee.

En un fluido ideal que no hay viscosidad, ni rozamiento, ni por tanto transformación de energía hidráulica en energía térmica, la ecuación de Bernoulli entre la sección 1 y 2 para un tubo de corriente se escribe así

$$\frac{p_1}{\rho} + z_1 g + v_1^2 = \frac{p_2}{\rho} + z_2 g + v_2^2 \quad (2.6)$$

Donde,

- p_1, p_2 : Presión en la sección 1 y 2 $[N/m^2]$.
- z_1, z_2 : Altura de la sección 1 y 2 respecto a una referencia $[m]$.
- v_1, v_2 : Velocidad media de la corriente en la sección 1 y 2 $[m/s]$.
- g : Aceleración de la gravedad $[m/s^2]$.

Esta ecuación es válida solamente si se considera fluido ideal e incompresible y se mueve en régimen permanente. Además los puntos entre los que se establece la ecuación se supone que están situados en una misma línea de corriente.

2.3 MODELO DE LA PLANTA

En la sección 2.1 se especificó el esquema del sistema de llenado. Para modelar la variación del flujo de agua en el tanque cónico, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

- El agua es un fluido incompresible, su densidad no varía y no se tiene en cuenta su elasticidad.
- El flujo de agua se da en régimen permanente y la corriente es uniforme en el volumen de control, esto se comprueba en seguida.
- El flujo se considera irrotacional

Los cálculos se simplifican mucho si se garantiza que hay un régimen laminar, este parámetro lo confirma del número de Reynolds.

Del diseño físico del sistema de llenado, se tiene que la altura (Cabeza estática de descarga de la bomba hidráulica) es de 0.58 m, esto permite calcular experimentalmente la velocidad promedio del fluido para el caudal de trabajo de la bomba hidráulica, el caudal de trabajo de la bomba hidráulica es de 22,2 L/min. Como el tubo de descarga de la bomba es de ½ pulgada se tiene que la velocidad es de 1.84 m/s. Según [3], la densidad dinámica del agua a condiciones ambientes es $\mu = 1006 \times 10^{-6}$, de esta manera se tiene

$$Re = 1055.6$$

Lo que quiere decir que el régimen se puede considerar laminar y estacionario.

Partiendo con estas consideraciones se aplica la conservación de la materia al sistema. En la figura 2.4, se representa el sistema de llenado donde se puede observar el volumen de control que se escoge para realizar su estudio y poder aplicar la ley de la conservación de la masa.

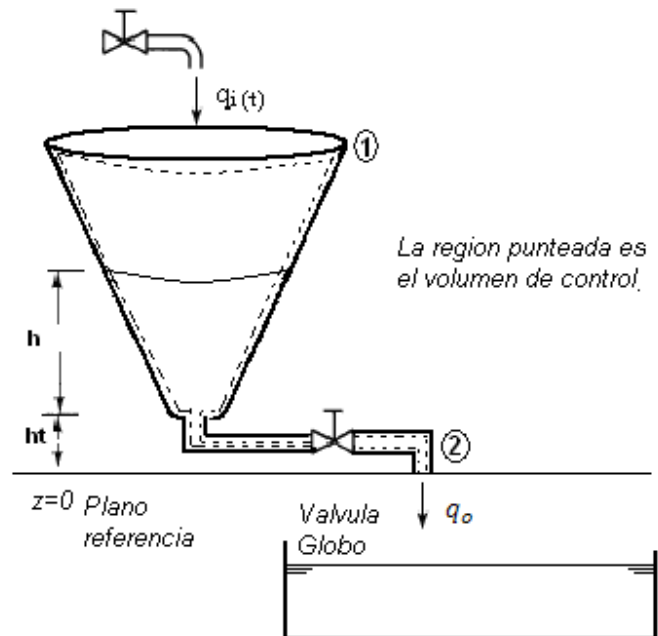


Figura 2.4. Volumen de control de la planta.

De la ecuación (2.4), teniendo en cuenta que la densidad del líquido es constante, se obtiene:

$$\frac{dV_{sistema}}{dt} = q_i - q_o \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) expresa que el volumen contenido dentro del sistema es igual a la diferencia entre caudal que entra menos el caudal que sale.

El volumen contenido dentro del sistema es el volumen del tanque cónico truncado más el volumen que se encuentra en la tubería. El volumen alojado en la tubería es muy pequeño comparado con el volumen del tanque, $V_{tanque\ cónico} \gg V_{tubería}$ por lo que se desprecia el volumen de la tubería.

De esta manera se tiene,

$$V_{sistema} = V_{tanque\ cónico}$$

El volumen del tanque cónico es el volumen de un cono truncado y esta dado por

$$V_{tanque\ cónico} = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr) \quad (2.8)$$

Donde

R : Radio de la base mayor del tanque truncado [m].

r : Radio de la base menor del tanque truncado [m].

h : Altura del tanque cónico [m].

Como tal, se necesita una expresión de la variación del volumen del tanque en términos de la variación de la altura. En la figura 2.5 se observa que si se deja constante r y se varía h de forma que R_x sea igual a R , es decir, a medida que el nivel del líquido sube desde $h = 0$ a $h = h_T$ en éste se forman diferentes tanques truncados con diferente área transversal, esto permite que de manera geométrica se encuentre una nueva expresión utilizando semejanza de triángulos.

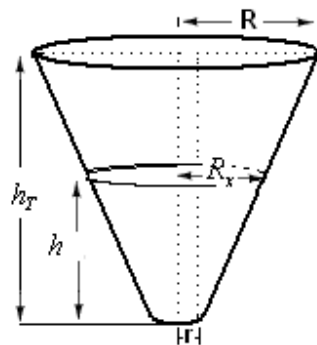


Figura 2.5 Geometría del tanque cónico

Aplicando triángulos semejantes se tiene:

$$R_x = \frac{R_T - r}{h_T} h + r$$

Esta expresión se calculo teniendo R y r constantes, de manera que R_x solo depende de la altura h , se observa que el valor R_x es equivalente a R en la expresión (2.8) entonces se reemplaza el valor de R_x en (2.8) y se obtiene la expresión del volumen del tanque cónico truncado en términos de la altura h . De esta manera el volumen de un tanque cónico truncado en términos de la h es:

$$V_{\text{tanque cónico}} = \frac{\pi h}{3} \left(\left(\frac{h(R_T - r)}{h_T} + r \right)^2 + r^2 + \left(\frac{h(R_T - r)}{h_T} + r \right) r \right)$$

Simplificando

$$V_{\text{tanque cónico}} = \left(\frac{R_T - r}{h_T} \right)^2 \frac{\pi}{3} h^3 + \left(\frac{R_T - r}{h_T} \right) r \pi h^2 + r^2 \pi h$$

Derivando y aplicando regla de la cadena se tiene

$$\frac{dV_{\text{tanque cónico}}}{dt} = (\alpha h^2 + \beta h + \gamma) \frac{dh}{dt} \quad (2.9)$$

Donde,

$$\alpha = \left(\frac{R_T - r}{h_T} \right)^2 \pi \quad \beta = 2r\pi \left(\frac{R_T - r}{h_T} \right) \quad \gamma = r^2 \pi$$

Como el flujo de corriente es uniforme y en régimen permanente se puede aplicar la ecuación (2.1) para calcular el caudal de salida del sistema, de esta forma se tiene

$$q_o = Av \quad (2.10)$$

Donde A es el área transversal de la tubería de salida. Para encontrar la velocidad v se aplica la ecuación de Bernoulli en la dirección del flujo, considerando el agua como fluido ideal.

Se considera las dos secciones así: la primera a la entrada del volumen de control sección 1, y la segunda sección a la salida de la tubería de desagüe, salida del volumen de control (plano de referencia $z=0$), sección 2, ver figura 2.4. Entonces, al aplicar la ecuación se obtiene que la velocidad del flujo a la salida del sistema sea

$$v = \sqrt{2g(h + ht)} \quad (2.11)$$

Donde ht es la altura de la tubería.

Al reemplazar (2.11) en (2.10) se tiene el caudal de salida del volumen de control,

$$q_o = A\sqrt{2g(h + ht)}$$

Esta expresión es el valor del caudal *ideal* que sale por el orificio de salida, como se dijo anteriormente, para determinar el caudal real, se debe encontrar el coeficiente de descarga del orificio, ecuación (2.3). El caudal real que sale por el orificio de salida es

$$q_o = C_d A \sqrt{2g(h + ht)} \quad (2.12)$$

Se debe tener en cuenta que el coeficiente C_d se determina experimentalmente.

Reemplazando (2.9) y (2.12), en (2.7) y reordenando se tiene

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\alpha h^2 + \beta h + \gamma} (q_i - C_d A \sqrt{2g(h + ht)}) \quad (2.13)$$

La ecuación (2.13) expresa la dinámica del sistema de llenado de un tanque cónico en términos de variación del nivel h y el caudal de entrada q_i , esta es una ecuación diferencial ordinaria no lineal, quiere decir que no se puede resolver por métodos analíticos de ecuaciones diferenciales.

Para completar el modelo del sistema de control se debe saber cómo varía el caudal de entrada al sistema, esto se desarrolla en la siguiente sección.

2.3.1 Diseño y modelo experimental de la válvula digital. Se denominó válvula digital al dispositivo que se diseñó para regular la entrada de caudal al sistema, éste está formado por una válvula de compuerta y un motor paso a paso, la descripción de estos componentes se hace en la sección (4.1.4). Para modelar este dispositivo se utilizó el modelo de caja negra, que es un método que establece correlaciones paramétricas de datos de salida en función de datos de entrada, sin tener en cuenta su dinámica interna.

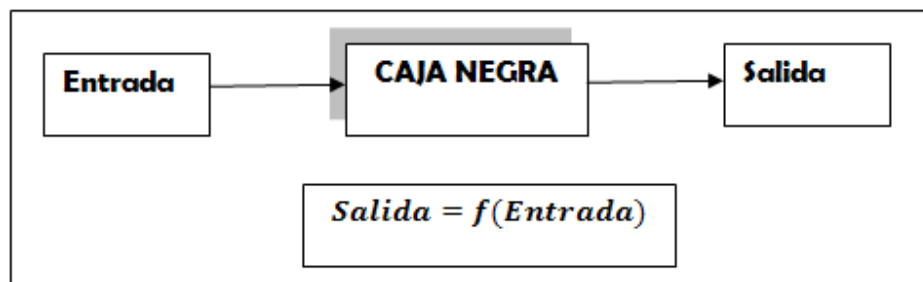


Figura 2.6 Modelo caja Negra

Para modelar este dispositivo se debe tener en cuenta los rangos de las variables a modelar, en este caso se tiene:

Tabla 2.2 Características de los componentes de la válvula digital

	Parámetro	Mínimo	Máximo
Válvula Compuerta	Numero de vueltas	0	4 y 1/4
Motor Paso a Paso	Pasos	0	Infinito

El motor paso a paso que se seleccionó es un motor que da pasos de $1,8^\circ$ esto significa que requiere de 200 pasos para dar una vuelta. Para dar las 4 vueltas y cuarto de la válvula de compuerta, el motor debe dar 880 pasos.

Para modelar la válvula digital, se considera que el caudal que llega desde la Bomba hidráulica es constante. De esta manera se presenta la caracterización de la válvula digital.

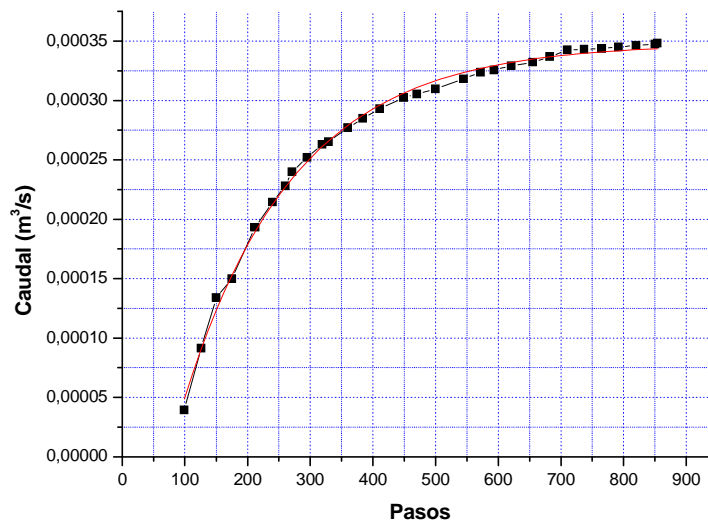


Figura 2.7 Caracterización de la válvula digital

La figura 2.7 representa el caudal de entrada en función de los pasos del motor paso a paso. Haciendo una regresión no lineal de la caracterización se obtiene

$$caudal = a + b \cdot e^{\frac{-pasos}{c}}$$

Donde a, b y c son constantes determinadas experimentalmente, El valor de estas constantes se muestra en la tabla 2.2

Parámetro	Valor	Error
a	3.4792×10^{-4}	$1,80616 \times 10^{-6}$
b	-5.21997×10^{-4}	$9,85338 \times 10^{-6}$
c	177.83038	3,38051

Tabla 2.3 Parámetros de la caracterización de la válvula digital

Es importante tener en cuenta que este dispositivo presenta una zona muerta, comprendida entre 0-80 pasos aproximadamente, en la cual, la válvula no deja pasar flujo. Teniendo en cuenta, que la teoría que se va a utilizar para diseñar el controlador exige que el modelo matemático que expresa el comportamiento del sistema sea suave, hace que se desprece la zona muerta, esto se puede observar en la figura 2.7, donde no se observan las imágenes de los primeros valores de pasos, debido a que la zona muerta no se modeló.

El caudal de salida de la válvula digital es igual al caudal de entrada al sistema de llenado, de esta manera se tiene $caudal = q_i$, entonces

$$q_i = a + b \cdot e^{\frac{-pasos}{c}} \tag{2.14}$$

2.3.2 Modelo matemático del sistema de llenado del tanque cónico. Al reemplazar la ecuación (2.14) en (2.13)

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{\alpha h^2 + \beta h + \gamma} \left(a + b \cdot e^{\frac{-pasos}{c}} - C_d A \sqrt{2g(h + ht)} \right) \quad (2.15)$$

Esta es una ecuación diferencial no lineal de primer orden. Para realizar el análisis de sistemas dinámicos es conveniente convertir el modelo al espacio de estados.

Según [1], un modelo en espacio de estados se representa así

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

Donde $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ es el vector de estado y $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^p$ es el vector de entradas. A veces es necesario considerar también una ecuación de salida

$$\mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

Donde $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$, es un vector de variables de interés. De esta manera, para el análisis en el espacio de estados es importante definir tres tipos de variables involucradas en el modelado de sistemas dinámicos: variables de entrada, variables de salida y variables de estado.

Haciendo,

$$\mathbf{x} = h$$

$$\mathbf{u} = \text{pasos}$$

$$\mathbf{y} = h$$

La ecuación (2.15) se convierte en,

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma} \left(a + b \cdot e^{\frac{-\mathbf{u}}{c}} - C_d A \sqrt{2g(\mathbf{x} + ht)} \right) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \quad (2.17)$$

La ecuación (2.16) es una ecuación diferencial vectorial de primer orden, donde \mathbf{x} es la variable de estado y \mathbf{u} la variable de entrada (Entrada de control).

La ecuación (2.17) es la ecuación que expresa la salida del sistema de control, donde y es la variable de interés, variable físicamente medible y que se desea se comporte de manera especial.

Del diseño físico del sistema se obtiene el valor de las constantes implicadas en el modelo matemático del sistema de llenado, ecuación (2.16), en la tabla 2.3 se muestra el valor de las constantes que se utilizan en el modelo.

Tabla 2.4 Parámetros del modelo matemático del sistema de llenado

Parámetro	Descripción	Valor	Unidades
α	Característico del tanque cónico	0.2124	Adimensional
β	Característico del tanque cónico	0.067	Adimensional
γ	Característico del tanque cónico	0.0053	Adimensional
a	Característico de la válvula digital	3.4792×10^{-4}	Adimensional
b	Característico de la válvula digital	-5.21997×10^{-4}	Adimensional
c	Característico de la válvula digital	177.83038	Adimensional
ht	Altura de la tubería	0.06	m
A	Área sección transversal tubería de salida	0.000201	m^2
g	Aceleración de la gravedad	9.81	m/s^2
C_d	Coefficiente de descarga	0.7	Adimensional

3. ANÁLISIS NO LINEAL DEL SISTEMA

El punto de partida del análisis de un sistema de control es su representación por un modelo matemático, generalmente como un operador de entradas y salidas del sistema, o como un conjunto de ecuaciones diferenciales o en diferencia. Una vez validado el modelo, se procede a determinarle sus características de funcionamiento que cuantifiquen entre otras cosas, su velocidad de respuesta, su exactitud permanente y su grado de estabilidad. De estas características, la primordial es que el sistema dinámico sea estable. Cuando se habla de sistemas lineales, hay diferentes métodos y formas de analizar su estabilidad según la manera en que se caracterice y el sistema en consideración, entre los diferentes métodos están, el criterio de la respuesta impulso, y el criterio de Routh y el de Nyquist. Sin embargo, cuando se tratan sistemas no lineales, estos métodos no tienen validez.

Para estudiar la estabilidad de un sistema no lineal se estudia la estabilidad de sus puntos de equilibrio. En este capítulo se analiza la estabilidad de los puntos de equilibrio mediante el estudio del comportamiento del estado en un entorno de los mismos. Para ello se presenta el concepto de estabilidad en el sentido de Lyapunov, así como una introducción a uno de los métodos propuestos por Lyapunov para el análisis de la estabilidad. Esta sección se basa completamente en [8].

3.1 TEORÍA DE LYAPUNOV

La estabilidad de puntos de equilibrio se caracteriza generalmente en sentido de Lyapunov, un matemático e ingeniero ruso (1857-1918) que estableció las bases de la teoría que hoy lleva su nombre. Lyapunov presentó dos métodos para determinar la estabilidad de un sistema dinámico. El primer método se compone de todos los procedimientos en los cuales

se usa la forma explícita de la solución de las ecuaciones diferenciales para el análisis. El segundo método no requiere de las soluciones de las ecuaciones diferenciales, se requiere de mucha experiencia e ingenio para poderlo aplicar. En esta sección se hablará de las definiciones y teoremas básicos de Lyapunov para sistemas estacionarios, sistemas que no cambian en el tiempo.

Como se dijo en el segundo capítulo, un modelo en espacio de estados se representa así

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (3.1)$$

Donde $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ es el vector de estado y $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^p$ es el vector de entradas. A veces es necesario considerar también una ecuación de salida

$$\mathbf{y} = h(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

Donde $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^m$, es un vector de variables de interés. De esta manera, para el análisis en el espacio de estados es importante definir tres tipos de variables involucradas en el modelado de sistemas dinámicos: variables de entrada, variables de salida y variables de estado.

Definición 1.1 (Puntos de equilibrio). Un punto $\mathbf{x} = \mathbf{x}^*$ en el espacio de estado, es un *punto de equilibrio* (PE) de (1.3) si tiene la propiedad de que cuando el estado inicial del sistema es \mathbf{x}^* , el estado permanece en \mathbf{x}^* en todo tiempo futuro.

Los puntos de equilibrio son las raíces de la ecuación

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0$$

Definición 1.2. El punto de equilibrio $\mathbf{x} = 0$ de (3.1) es

- Estable, si para cada $R > 0$ existe un $r > 0$, tal que

$\|x(0) < r\|, \text{Entonces } \|x(t) < R\| \text{ Para todo } t \geq 0$

- Inestable si no es estable
- Asintóticamente Estable, si es estable y existe un $r > 0$ tal que, $\|x(0)\| < r$ Implica que $x(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

Por conveniencia, se asumió que $x^* = 0$ (esto no hace perder generalidad, ya que para cualquier punto de equilibrio $x^* \neq 0$ puede ser trasladado al origen mediante el cambio de variable $y = x - x^*$)

Una vez definidos los diferentes tipos de estabilidad de los puntos de equilibrio, es necesario encontrar métodos para determinar la misma.

El siguiente teorema establece condiciones bajo las cuales es posible extraer conclusiones sobre la estabilidad del origen como punto de equilibrio del sistema no lineal a través del análisis de estabilidad del modelo linealizado en torno a dicho punto de equilibrio [14].

Teorema 1 (Método Indirecto de Lyapunov). Sea $x = 0$ un punto de equilibrio del sistema no lineal dado por $\dot{x} = f(x)$ donde $f: D \rightarrow R^n$, con $D \subset R^n$, es continuamente diferenciable y D es un entorno del origen. Sea la matriz Jacobiana

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x) \right|_{x=0}$$

Entonces, notando con λ_i a los autovalores de A ($i=1, \dots, n$)

- El origen es asintóticamente estable si sus autovalores son menores de cero $\lambda_i < 0$, para todo λ_i .
- El origen es inestable si $\lambda_i > 0$ para uno o más autovalores de A .
- El origen es marginalmente estable si uno o más de sus autovalores $\lambda_i = 0$.

3.2 LINEALIZACIÓN POR REALIMENTACIÓN

La linealización por realimentación es un método de diseño de sistemas de control no lineales. La idea principal es la de transformar, de forma parcial o total, la dinámica no lineal del sistema a controlar en una dinámica lineal. El hecho de obtener una dinámica lineal, permite utilizar técnicas de análisis lineales para determinar la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Entre los métodos de linealización exacta por realimentación se encuentran, linealización entrada-estado, y linealización entrada-salida. Estos métodos se basan en diversos conceptos matemáticos de geometría diferencial, los cuales se presentarán en la siguiente sección. En este trabajo solo se tratará de los conceptos de linealización entrada-estado, ya que este fue el método utilizado para el diseño del controlador.

3.2.1 Preliminares teóricos. El método de linealización Entrada-Estado, linealiza la ecuación de estado completa, eliminando la dinámica interna del sistema no lineal. La teoría de linealización se basa en diversos conceptos matemáticos de geometría diferencial, para entender de una mejor manera el método, a continuación se presentan conceptos matemáticos como el de la derivada direccional de un campo escalar en la dirección de un campo vectorial, también conocida como *derivada de Lie*, así mismo se presenta el concepto de difeomorfismo. Para entender bien estos conceptos es necesario que se recuerden conceptos matemáticos como el gradiente de una función escalar, el Jacobiano de una función vectorial, se sugiere revisar estos conceptos. Después del formalismo matemático se presenta la técnica de linealización Entrada-Estado

Definición 1.3. Sea la función escalar $h: R^n \rightarrow R$ y el campo vectorial $\mathbf{f}: R^n \rightarrow R^n$. Se define la derivada de Lie o derivada direccional de h en la dirección de \mathbf{f} como la función escalar dada por:

$$L_{\mathbf{f}}h = \nabla h \cdot \mathbf{f} \quad (3.2)$$

Del mismo modo, si $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ es otro campo vectorial, entonces la función escalar doble derivada direccional de h respecto de \mathbf{f} y \mathbf{g} viene dada por:

$$L_{\mathbf{g}}L_{\mathbf{f}}h = \nabla(L_{\mathbf{f}}h) \cdot \mathbf{g} \quad (3.3)$$

Definición 1.4. Sean \mathbf{f} y \mathbf{g} dos campos vectoriales en R^n . Se define el campo adjunto de \mathbf{g} respecto de \mathbf{f} ó corchete de Lie como:

$$ad_{\mathbf{f}}\mathbf{g} = [\mathbf{f}, \mathbf{g}] = \nabla\mathbf{g} \cdot \mathbf{f} - \nabla\mathbf{f} \cdot \mathbf{g} \quad (3.4)$$

Y de forma recursiva

$$ad^0_{\mathbf{f}}\mathbf{g} = \mathbf{g}; \quad ad^i_{\mathbf{f}}\mathbf{g} = [\mathbf{f}, ad^{i-1}_{\mathbf{f}}\mathbf{g}] \quad i = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Definición 1.5. Una función $\phi: R^n \rightarrow R^n$ definida en una región Ω del espacio de estado es un Difeomorfismo si es suave y su inversa ϕ^{-1} existe y es también suave. Si Ω es todo el espacio R^n entonces $\phi(\mathbf{x})$ se denomina Difeomorfismo global

Lema 1. Sea $\phi(\mathbf{x})$ una función suave definida en una región Ω de R^n . Si el Jacobiano $\nabla\phi$ es no singular en un punto \mathbf{x}_0 de Ω , entonces $\phi(\mathbf{x})$ es un difeomorfismo local de una subregión de Ω .

Los difeomorfismos son transformaciones no lineales que sirven para cambiar las variables de estado en las que se expresa un sistema no lineal.

Definición 1.6. Se dice que un conjunto linealmente independiente de campos vectoriales $\{\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_m\}$ en R^n es completamente integrable si y sólo si existen $n - m$ funciones escalares $h_1(\mathbf{x}), h_2(\mathbf{x}), \dots, h_{n-m}(\mathbf{x})$, donde \mathbf{x} es el estado del sistema, tales que satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales:

$$L_{\mathbf{f}_j} h_i = \nabla h_i \cdot \mathbf{f}_j = 0 \quad 1 \leq i \leq n - m; \quad 1 \leq j \leq m \quad (3.6)$$

Y los gradientes ∇h_i son linealmente independientes.

Definición 1.7 Se dice que un conjunto de campos vectoriales linealmente independientes $\{\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_m\}$ en R^n es involutivo si y sólo si existen funciones escalares $\alpha_{ijk} : R^n \rightarrow R$ tales que

$$[\mathbf{f}_i, \mathbf{f}_j](\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^m \alpha_{ijk}(\mathbf{x}) \mathbf{f}_k(\mathbf{x}) \quad \forall i, j \quad (3.7)$$

Involutividad significa que si se forman los corchetes de Lie de cualquier par de campos vectoriales del conjunto $\{\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_m\}$, entonces el campo vectorial resultante puede ser expresado como combinación lineal del conjunto original de campos vectoriales. Nótese que:

- Los campos vectoriales constantes son siempre involutivos. De hecho, el corchete de Lie de dos vectores constantes es cero, que puede ser trivialmente expresado como combinación lineal de los campos vectoriales.
- Un conjunto compuesto de un vector f es involutivo. De hecho,

$$[f, f] = (\nabla f) \cdot f - (\nabla f) \cdot f = 0$$

Teorema 2. Teorema de Frobenius. Sea $\{f_1, \dots, f_m\}$ un conjunto de campos vectoriales linealmente independientes. El conjunto es completamente integrable si y sólo si es involutivo.

Tras el formalismo matemático a continuación se presenta la técnica Linealización Entrada-Estado.

3.2.2 Linealización entrada-estado. En esta sección, se presenta la linealización Entrada-Estado, la cual es una técnica de diseño de sistemas de control no lineales.

Un sistema no lineal de una sola entrada es representado por las ecuaciones de estado

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \tag{3.8}$$

Donde f y g son campos vectoriales suaves. Los sistemas de la forma (3.8) son llamados *sistemas afines en la entrada de control*. Es útil señalar, que para sistemas no lineales de la forma

$$\dot{x} = f(x) + g(x)w[u]$$

Con w siendo una función escalar, con una simple sustitución de variable $v = w[u]$ se establece una dinámica de la forma (3.8). Se puede diseñar una ley de control para v y luego calcular u invirtiendo w , $u = w^{-1}(v)$.

Definición 1.8 Un sistema no lineal descrito por la ecuación (3.8) con f y g siendo campos vectoriales suaves para todos los vectores de campo en R^n . Se dice que es linealizable entrada-estado si existe una región Ω en R^n , un difeomorfismo $\phi: \Omega \rightarrow R^n$ y una ley de control no lineal

$$\mathbf{u} = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v \quad (3.9)$$

Tal que las nuevas variables de estado $\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x})$ y la nueva entrada v satisfagan la relación lineal invariante en el tiempo siguiente:

$$\dot{\mathbf{z}} = A\mathbf{z} + \mathbf{b}v \quad (3.10)$$

Donde A y \mathbf{b} están definidos por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

El nuevo estado \mathbf{z} se denomina estado linealizante, y la ley de control (3.9) se denomina ley de control linealizante.

Teorema 3. El sistema no lineal (3.9), donde $f(\mathbf{x})$ y $g(\mathbf{x})$ son campos vectoriales suaves, es linealizable entrada-estado si y sólo si existe una región Ω tal que se cumplen las dos siguientes condiciones:

- Los campos vectoriales $\{\mathbf{g}, ad_f \mathbf{g}, \dots, ad_f^{n-1} \mathbf{g}\}$ son linealmente independientes en Ω .
- El conjunto $\{\mathbf{g}, ad_f \mathbf{g}, \dots, ad_f^{n-2} \mathbf{g}\}$ es involutivo en Ω .

La primera condición representa una condición de controlabilidad generalizada para sistemas no lineales afines en la actuación. La segunda condición siempre es satisfecha por los sistemas lineales, lo que quiere decir que un sistema lineal es linealizable entrada-estado si y sólo si es controlable.

Método para linealizar entrada-estado. Los pasos para linealizar por realimentación entrada-estado un sistema no lineal de la forma $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u$, son los siguientes:

- Construir los campos vectoriales $\{\mathbf{g}, ad_f \mathbf{g}, \dots, ad_f^{n-1} \mathbf{g}\}$ para el sistema dado.
- Probar si se cumplen las condiciones de controlabilidad generalizada y la de Involutividad.
- Si se cumplen ambas condiciones, encontrar la primera componente del nuevo vector de estado, z_1 , resolviendo las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \nabla_{z_1} \cdot \mathbf{g} = \nabla_{z_1} \cdot ad_f \mathbf{g} = \nabla_{z_1} \cdot ad_f^2 \mathbf{g} = \dots = \nabla_{z_1} \cdot ad_f^{n-2} \mathbf{g} = 0 \\ \nabla_{z_1} \cdot ad_f^{n-1} \mathbf{g} \neq 0 \end{aligned}$$

- Calcular el nuevo vector de estado completo a partir de su primera componente z_1 , mediante la transformación

$$\mathbf{z}(\mathbf{x}) = [z_1 \ L_f z_1 \ \dots \ L_f^{n-1} z_1]^T$$

Y la ley de control linealizante

$$\mathbf{u} = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v$$

$$\mathbf{u} = \frac{v - L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \quad (3.11)$$

Donde

$$\alpha(\mathbf{x}) = \frac{-L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \quad \beta(\mathbf{x}) = \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} \quad (3.12)$$

El cambio de variables $\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x})$, y la ecuación (3.11) transforman el sistema no lineal (3.8) en

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}} &= A\mathbf{z} + Bv \\ y &= \mathbf{z} \end{aligned}$$

El cual es un sistema lineal.

3.2.3 Diseño del controlador de nivel. El modelo a controlar esta descrito por (2.16). Lo primero que se hace es llevar este modelo a la forma afín a la entrada de control. Para lograr esto, se reordena (2.16), se obtiene

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{a - C_d A \sqrt{2g(\mathbf{x} + ht)}}{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma} + \left(\frac{b}{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma} \right) e^{\frac{-u}{c}}$$

Haciendo la sustitución $w = e^{\frac{-u}{c}}$ se obtiene el modelo en la forma afín a la entrada de control, Los campos vectoriales están dados por:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{a - C_d A \sqrt{2g(\mathbf{x} + ht)}}{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \left(\frac{b}{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma} \right)$$

Como $\gamma > 0$ las funciones vectoriales $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ son suaves, lo que quiere decir que su Jacobiano existe.

De la definición 1.8, se supone que el sistema es linealizable entrada-estado de forma que se pueda utilizar una realimentación de estados de la forma (3.9), para esto, se comprueba esta definición. Primero se debe comprobar el teorema 3. Para esto, se construye los campos vectoriales del sistema.

$$\{\mathbf{g}, ad_f \mathbf{g}, \dots, ad_f^{n-1} \mathbf{g}\} = \left\{ \left(\frac{b}{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma} \right) \right\}$$

El conjunto de campos vectoriales está formado sólo por el campo vectorial \mathbf{g} , por lo tanto se cumplen las condiciones de la definición 1.8, por lo que el sistema es linealizable entrada-estado.

Comprobada la condición de controlabilidad y la de Involutividad, se procede a calcular la componente de vector de la nueva transformación. Para esto, tenemos en cuenta las condiciones no triviales, se debe garantizar que $\nabla h \cdot ad_f^{n-1} \mathbf{g} \neq 0$, lo cual se satisface si escogemos $z_1 = h(\mathbf{x}) = \mathbf{x}$, lo que significa que el problema de la linealización en el espacio de estados se puede solucionar para cualquier punto del espacio de estados.

De esta manera, de (3.12) se tiene

$$\begin{aligned} \alpha(\mathbf{x}) &= \frac{-L_f^n z_1}{L_g L_f^{n-1} z_1} = \frac{C_d A \sqrt{2g(\mathbf{x} + ht)} - a}{b} \\ \beta(\mathbf{x}) &= \frac{1}{L_g L_f^{n-1} z_1} = \frac{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma}{b} \end{aligned}$$

La transformación lineal está dada por $\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x}) = \text{col}(h(\mathbf{x})) = \mathbf{x}$.

Hasta ahora se tiene la ley de control de la forma

$$w(v) = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v$$

Para calcular la ley de control en términos de u , se calcula la inversa $u = w^{-1}(v)$.

Entonces se tiene

$$u = -c \cdot \text{Ln}(\alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v)$$

Reemplazando los valores de determinados para $\alpha(\mathbf{x})$ y $\beta(\mathbf{x})$ se tiene la ley de control

$$u = -c \cdot \text{Ln} \left(\frac{C_d A \sqrt{2g(\mathbf{x} + ht)} - a}{b} + \frac{\alpha \mathbf{x}^2 + \beta \mathbf{x} + \gamma}{b} v \right) \quad (3.13)$$

El cambio de variables $\mathbf{z} = \mathbf{x}$, y la ecuación (3.13) transforman el sistema (2.15) en

$$\dot{\mathbf{x}} = v \quad (3.14)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} \quad (3.15)$$

Las ecuaciones (3.14) y (3.15), representan un sistema con dinámica lineal, con v como nueva entrada de control. De esta manera, se tienen dos casos:

- Si se desea controlar el nivel según la consigna $\mathbf{x}_d = \text{cte}$, se tiene

$$v = K(\mathbf{x}_d - \mathbf{x})$$

Donde $k > 0$

- Si se desea que el nivel deseado varíe con el tiempo

$$v = K(x_d - x) + \dot{x}_d$$

Así, se tiene la ley de control no lineal del sistema de llenado del tanque cónico. El control estabilizante completo es no lineal.

- Nivel deseado constante

$$u = -c \cdot \text{Ln} \left(\frac{C_d A \sqrt{2g(x + ht)} - a}{b} + \frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{b} K(x_d - x) \right) \quad (3.16)$$

- Nivel deseado variable

$$u = -c \cdot \text{Ln} \left(\frac{C_d A \sqrt{2g(x + ht)} - a}{b} + \frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{b} (K(x_d - x) + \dot{x}_d) \right) \quad (3.17)$$

Aplicando (3.16) y (3.17) en (2.15), se obtienen dinámicas lineales de la forma

$$\dot{x} = K(x_d - x) \quad (3.18)$$

$$\dot{x} = K(x_d - x) + \dot{x}_d \quad (3.19)$$

3.3 ESTABILIDAD DEL SISTEMA

Cuando se estudia un sistema de control, es evidente que la estabilidad es el requerimiento básico que se debe satisfacer. Para estudiar la estabilidad, hablamos de dos tipos de estabilidad.

- Estabilidad de la dinámica externa. Se refiere a la estabilidad del sistema autónomo (sin entradas).
- Estabilidad de la dinámica interna. Se refiere a la estabilidad del sistema con condiciones iniciales nulas.

Ya que la linealización exacta entrada-estado elimina la dinámica interna del sistema. Para el análisis, hablaremos de estabilidad en lazo abierto y estabilidad en lazo cerrado.

3.3.1 Estabilidad en lazo cerrado. Estudiar la estabilidad del sistema de control en lazo cerrado, es estudiar la estabilidad del sistema lineal descrito por (3.18) ó (3.19). Estos sistemas son sistemas lineales y son controlables, teorema 3. Como tal, para que el sistema sea estable, sus autovalores deben tener parte real negativa. Para tener esto más claro se hace el siguiente análisis, para un sistema lineal de la forma (3.10), con $v = Kx$

$$\dot{x} = Ax + bKx$$

Donde

$$A = [0] \qquad b = [1]$$

Para que este sistema sea estable basta calcular $A + bK$ de tal forma que la parte real de los autovalores de esta solución sean negativos. Se tiene que los autovalores de $A + bK$ siempre tienen parte real negativa para cualquier valor de K .

Esto también se puede observar en la expresión (3.18) y (3.19), cuando $t \rightarrow \infty$, $x_d \rightarrow x$ es decir cuando el tiempo tiende a infinito el error tiende a cero.

3.3.2 Estabilidad en lazo abierto. La estabilidad en lazo abierto se refiere a la estabilidad de la dinámica interna del sistema de control, la dinámica interna del sistema de llenado es

no lineal. Como se vio en la sección 3.1, para analizar la estabilidad de un sistema no lineal, se estudia la estabilidad de sus puntos de equilibrio.

Los puntos de equilibrio de (2.16), son las raíces de la ecuación

$$\frac{1}{\alpha x^2 + \beta x + \gamma} \left(a + b \cdot e^{\frac{-u}{c}} - C_d A \sqrt{2g(x + ht)} \right) = 0 \quad (3.20)$$

Como $\frac{1}{\alpha x^2 + \beta x + \gamma} \neq 0$, (3.17) se convierte en

$$x = \left(\frac{a + b \cdot e^{\frac{-u}{c}}}{C_d A \sqrt{2g}} \right)^2 - ht \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21) representa el equilibrio del sistema, el cual depende de la entrada del sistema. La curva de equilibrio se muestra en la figura 3.1.

Como se dijo en la sección (2.3.1) no se tiene en cuenta la zona muerta. Entonces, se presenta la curva de equilibrio desde los primeros 100 pasos, esta curva de equilibrio representa los estados estacionarios a los que tiende el sistema. En el capítulo 6, se comprueba experimentalmente la curva de equilibrio del sistema por medio de la caracterización en lazo abierto del sistema.

Al tener la curva de los puntos de equilibrio del sistema, se aplica el teorema 1 de Lyapunov para poder extraer información sobre la estabilidad de los puntos de equilibrio. Para esto se calcula el Jacobiano a lo largo de la trayectoria de la curva de los puntos de equilibrio.

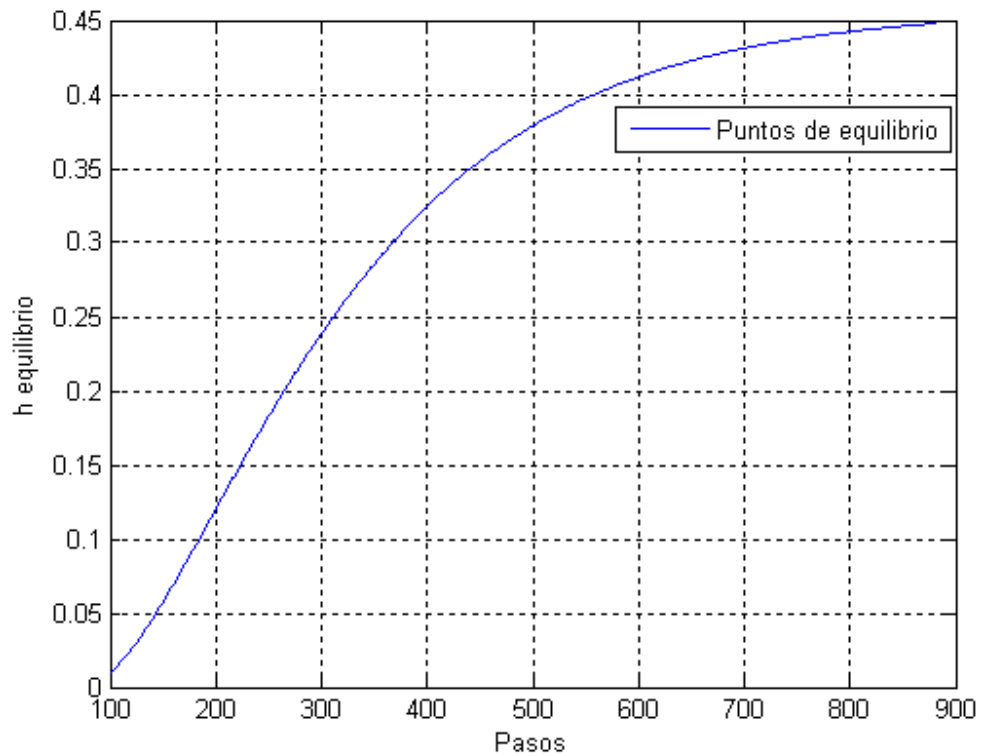


Figura 3.1. Curva de los puntos de equilibrio del sistema

En la figura 3.2, se muestra la gráfica de los autovalores característicos del Jacobiano del sistema a lo largo de los puntos de equilibrio. Como se puede observar, todos los valores propios son negativos, demostrando que el sistema es asintóticamente estable según Lyapunov. De esta manera, se tiene que el sistema es estable tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, en la práctica se encontrará que el sistema se estabiliza para los valores deseados, lo cual es consecuencia de los resultados obtenidos.

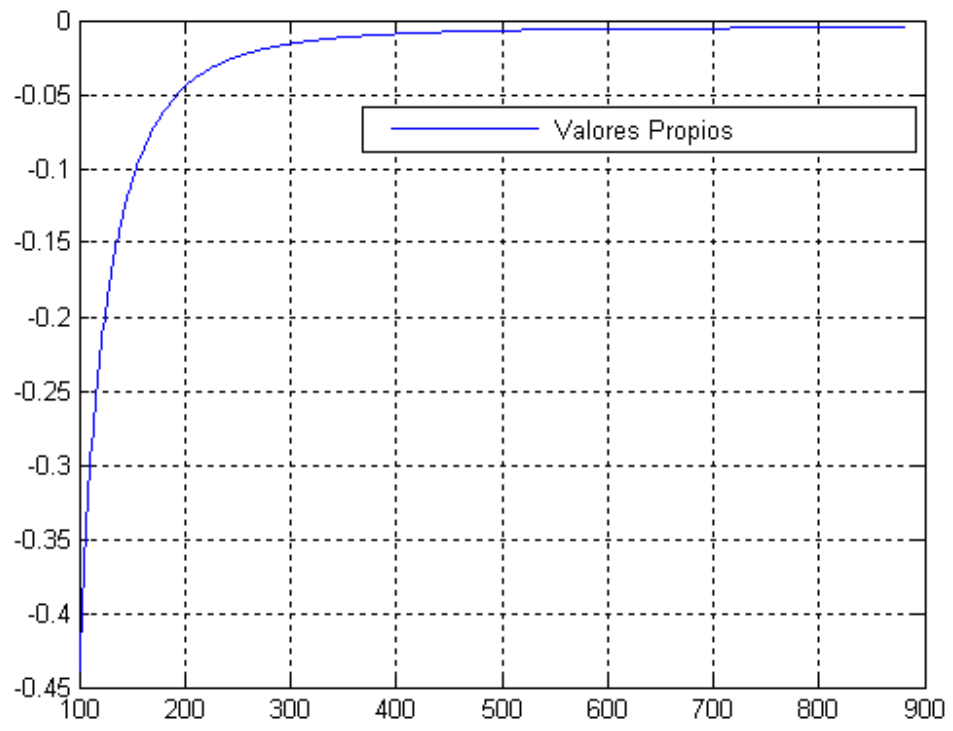


Figura 3.2. Curva de autovalores del sistema

4. IMPLEMENTACION DEL CONTROLADOR DE NIVEL

El sistema de control de nivel, está conformado por diferentes componentes tanto electrónicos como mecánicos.

4.1 COMPONENTES DEL SISTEMA DE CONTROL

En esta sección se describen los componentes principales del sistema de control.

4.1.1 Microcontrolador PIC18F4420. Este componente es el encargado del manejo y control de la información del sistema, permitiendo manipular los actuadores del proceso a través de los puertos digitales de entrada/salida. Hace la conversión análoga a digital de la variable censada del proceso, la procesa y genera la señal para los actuadores, se debe tener en cuenta que la señal que genera depende del proceso y por ende de lo que el usuario programe en él.

Este dispositivo es fabricado por Microchip® [15], sus principales características se nombran en la tabla 4.1.

En la figura 4.1 se muestra un diagrama esquemático del PIC18F4420, en el cual se puede observar los diferentes pines, al igual que se observa la configuración del cristal XT.

Tabla 4.1. Características principales del PIC18F4420

Características
Convertor análogo digital de 10 bits de resolución.
Dos módulos PWM.
Módulos de comunicación MSSP, EUSART, PSP.
Memoria de programa de 16KBytes.
Memoria EPROM de 256 bytes.
Unidad de comparación/Captura/PWM(CCP).
Puertos de entrada/salida.
4 módulos temporizadores.

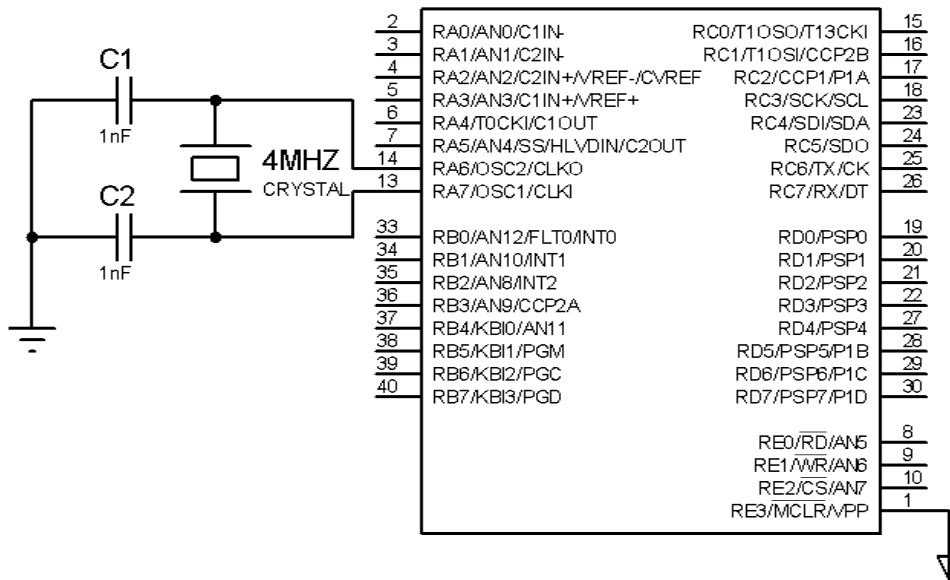


Figura 4.1. Diagrama del microcontrolador PIC18F4420 en Configuración XT de oscilador.

4.1.2 Sensor MPX2010. Este dispositivo es un sensor de presión, piezoresistivo de silicio, sensible a la presión que proporciona una variación de tensión. Al aplicarle una presión al diafragma se produce un cambio de resistencias en la galga extensiométrica, que causa a su vez un cambio en el voltaje de salida en proporción directa a la presión aplicada. Este dispositivo es fabricado por Motorola [16]. Sus características se nombran en la tabla 4.2. Su estructura se muestra en la figura 4.2.

Tabla 4.2. Características del sensor MPX2010

Características	Valor
Rango de medición	0 – 10 <i>KPa</i>
Tensión de entrada	10 V
Tensión de salida	25 <i>mV</i> (Presión máxima).
Linealidad	$\pm 0,15\%$
Sensibilidad	2,5 <i>mV/Kpa</i>
Consumo de corriente	6 <i>mA</i>
Temperatura	0°C y 85°C
Peso	2g



Figura 4.2. Sensor de presión MPX2010

4.1.3 Amplificador de instrumentación AD620. Este elemento es un amplificador de instrumentación de alta ganancia y bajo ruido fabricado por Analog Devices® [17]. La ganancia de voltaje es controlada por una única resistencia que se determina con la siguiente ecuación.

Es el encargado de dar una ganancia a la señal entregada por el sensor. Posee una alta impedancia de entrada lo que asegura un acople óptimo con el transductor. Sus características se nombran a continuación en la tabla 4.3. Y la configuración de sus pines se muestra en la figura 4.3.

Tabla 4.3. Características del AD620.

Características	Valores
Ganancia	
Desviación	
Temperatura	
Corriente de alimentación	
Voltaje de operación bipolar	$\pm 2.3\text{V}$ a $\pm 18\text{V}$

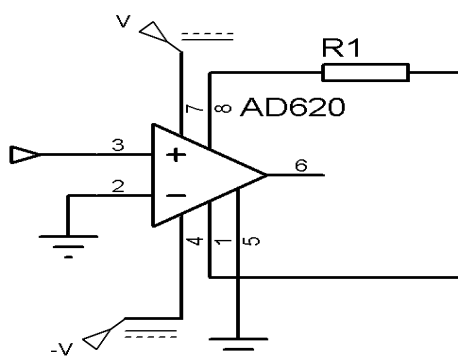


Figura 4.3 Configuración de los pines para el amplificador de instrumentación AD620.

4.1.4 Válvula Digital. Es el dispositivo que se diseñó como elemento final de control [sección 2.3.1], está compuesto por una válvula de compuerta y un motor paso a paso, el acople de estos elementos se hace por medio de un cilindro y se sujetan con dos prisioneros, este componente se muestra en la figura 4.4.

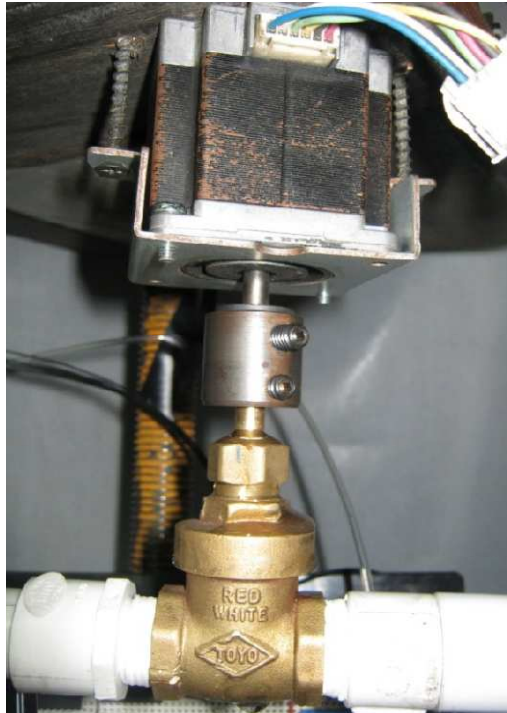


Figura 4.4. Válvula digital

En la sección siguiente se describen las características de los componentes que conforman la válvula digital.

4.1.4.1 Válvula de compuerta. Es un elemento mecánico que permite modificar la circulación de líquidos o gases que pasan a través de él, mediante una pieza móvil que abre o cierra. De referencia RED-WHITE TOYO 125S, con conexión de rosca NPT, dimensión de 1/2 pulgada, y presión de 95,76 Pascales, la cual se muestra en la figura 4.5.



Figura 4.5. Válvula de compuerta TOYO 125S.

4.1.4.2 Motor Paso a Paso. Es un dispositivo electromecánico que convierte una serie de impulsos eléctricos en desplazamientos angulares, es decir avanza una cantidad de grados (pasos) dependiendo de sus entradas de control. Sus características se muestran en la tabla 4.4.

Tabla 4.4. Características del motor paso a paso

Características	Valores
Unidad de secuencia	unipolar
Angulo de paso	1,8°
Voltaje	4,7 V
Corriente de alimentación	15 mA
Tiempo de pulsos	8ms

El circuito para el control de un motor paso a paso se muestra en la Figura 4.5, en el que se ha realizado la conexión del motor a través del driver ULN2803. Las líneas RC4, RC5, RC6 y RC7 del PIC18F4420 serán las encargadas de generar la secuencia de activación, Las salidas del driver se conecta a las bobinas del motor para conseguir la corriente necesaria para que este se ponga en funcionamiento.

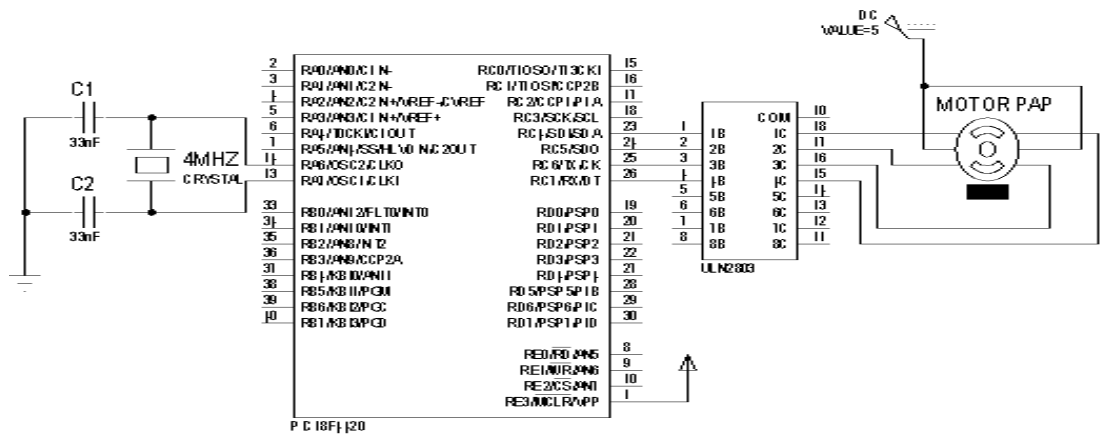


Figura 4.6. Circuito para el control de un motor paso a paso con driver ULN2803.

4.1.4.3 Driver Motor ULN2803. Este dispositivo, es un integrado driver que empaqueta 8 transistores Darlington PNP y sus respectivos diodos en emisor común, capaces de manejar cargas de hasta 500 mA y 50 voltios de salida. Sus entradas de activación pueden ser directamente activadas por un microcontrolador. Se utilizan para acondicionar pulsos o señales digitales de baja intensidad de tal manera que puedan mover componentes que requieren altas corrientes o voltajes, como motores paso a paso, relevadores, focos, cabezales de impresoras. Fabricado por Motorola [18]. La configuración de pines para el driver ULN2803 se muestra en la figura 4.6.

4.1.5 Teclado matricial. Es el elemento de entrada de datos constituido por una matriz 3x4 de teclas o pulsadores. Estos permiten trabajar con información alfanumérica en los sistemas con microcontroladores. La conexión con el microcontrolador se muestra en la figura 4.7.

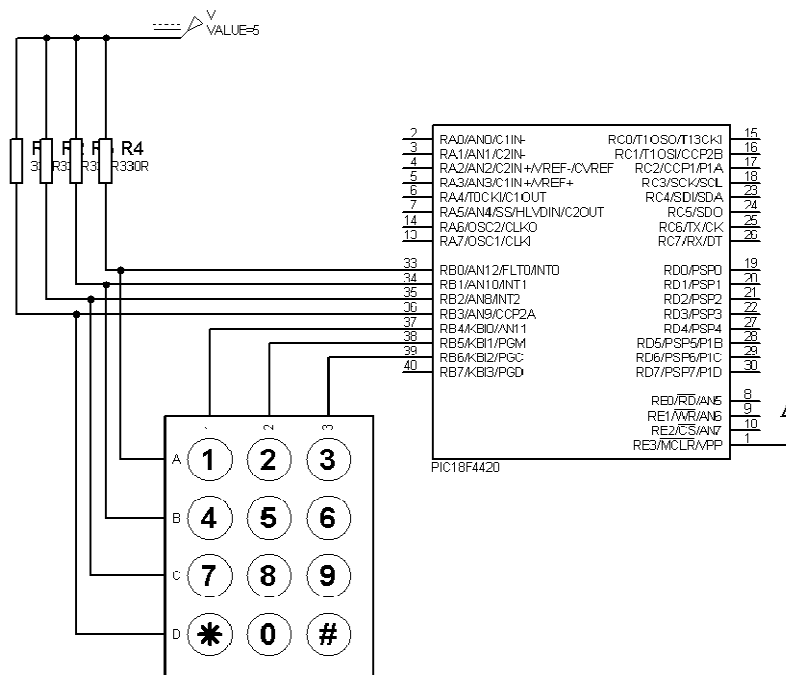


Figura 4.7. Conexión del teclado matricial 3x4 con microcontrolador.

4.1.6 Dispositivo de despliegue de información. Es un dispositivo de visualización gráfico por el cual, la información utilizada en el sistema de control es adquirida e indicada a través de una pantalla de cristal líquido o LCD (Liquid Crystal Display) de referencia YJ-162A, La cual posee 2 líneas de 16 caracteres cada una. El bus de datos que maneja es de 8 bits, aunque puede trabajar con 4 bits (con un menor número de caracteres), el tiempo de muestreo de datos esta en el rango de los microsegundos.

Este dispositivo utiliza una fuente de alimentación de 5 voltios, además se puede regular el contraste de los caracteres por medio de un potenciómetro (R_1). El circuito de la conexión con el microcontrolador se muestra en la figura 4.8.

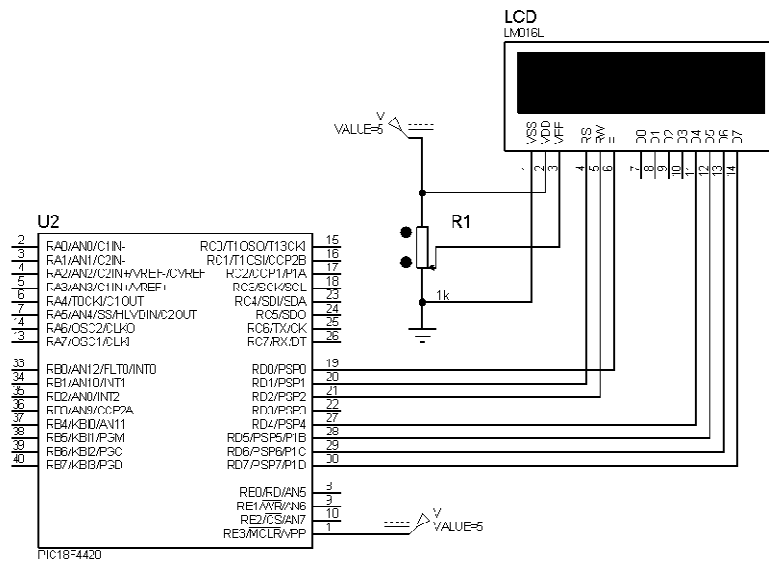


Figura 4.8. Conexión de la pantalla LCD con el microcontrolador.

4.1.7 Relé de estado sólido TSS8G48S. Es un dispositivo que utiliza un interruptor de estado sólido (transistores, tiristor o triacs), en lugar de contactos mecánicos, para conmutar cargas de potencia a partir de señales de control de bajo nivel. Estas señales pueden provenir de circuitos digitales.

El relé de estado sólido TSS8G48S se muestra en la figura 4.9. Y sus características aparecen en la tabla 4.5.



Figura 4.9. Relé de estado sólido TSS8G48S

Tabla 4.5. Características del Relé de Estado Sólido TSS8G48S.

Características	Valor
Voltaje DC	5 V
Voltaje AC	120 V
Corriente	8 A

4.2. CONTROLADOR DE NIVEL

El sistema de control implementado depende de la unidad central en la cual está programada el algoritmo de control y en la cual se genera la señal que manipula el actuador. La unidad central de control utilizada para el sistema de control de nivel fue el microcontrolador PIC18F4420. En la figura 4.10. Se muestra el circuito implementado con sus componentes principales.

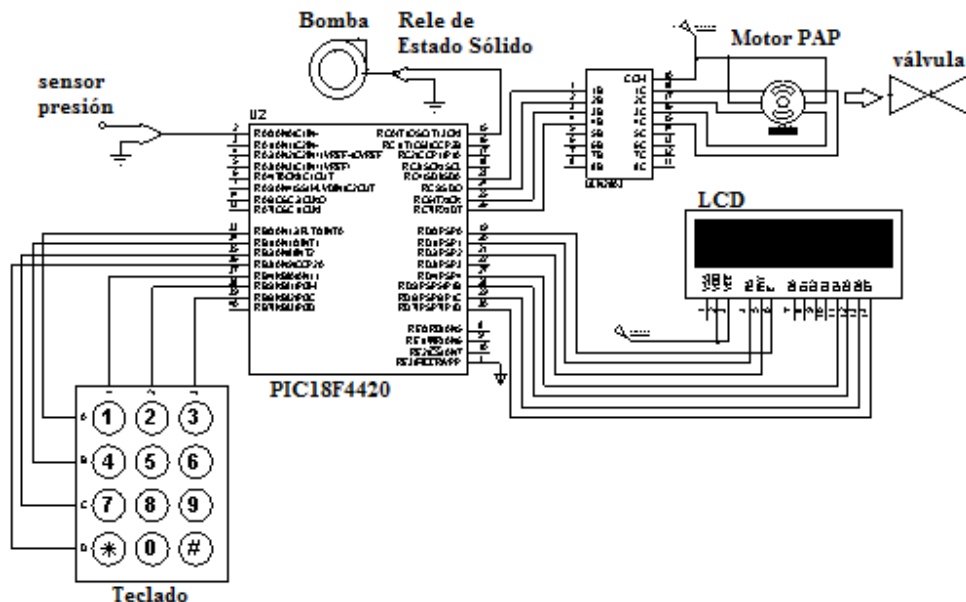


Figura 4.10. Circuito implementado para el controlador de nivel.

Para la Programación del PIC, fue necesario escribir el código a partir de lenguaje C, en la figura 4.11 se describe mediante un diagrama de flujo la manera en que se implementó la ley de control no lineal en el PIC.

Para el diagrama de flujo se tiene:

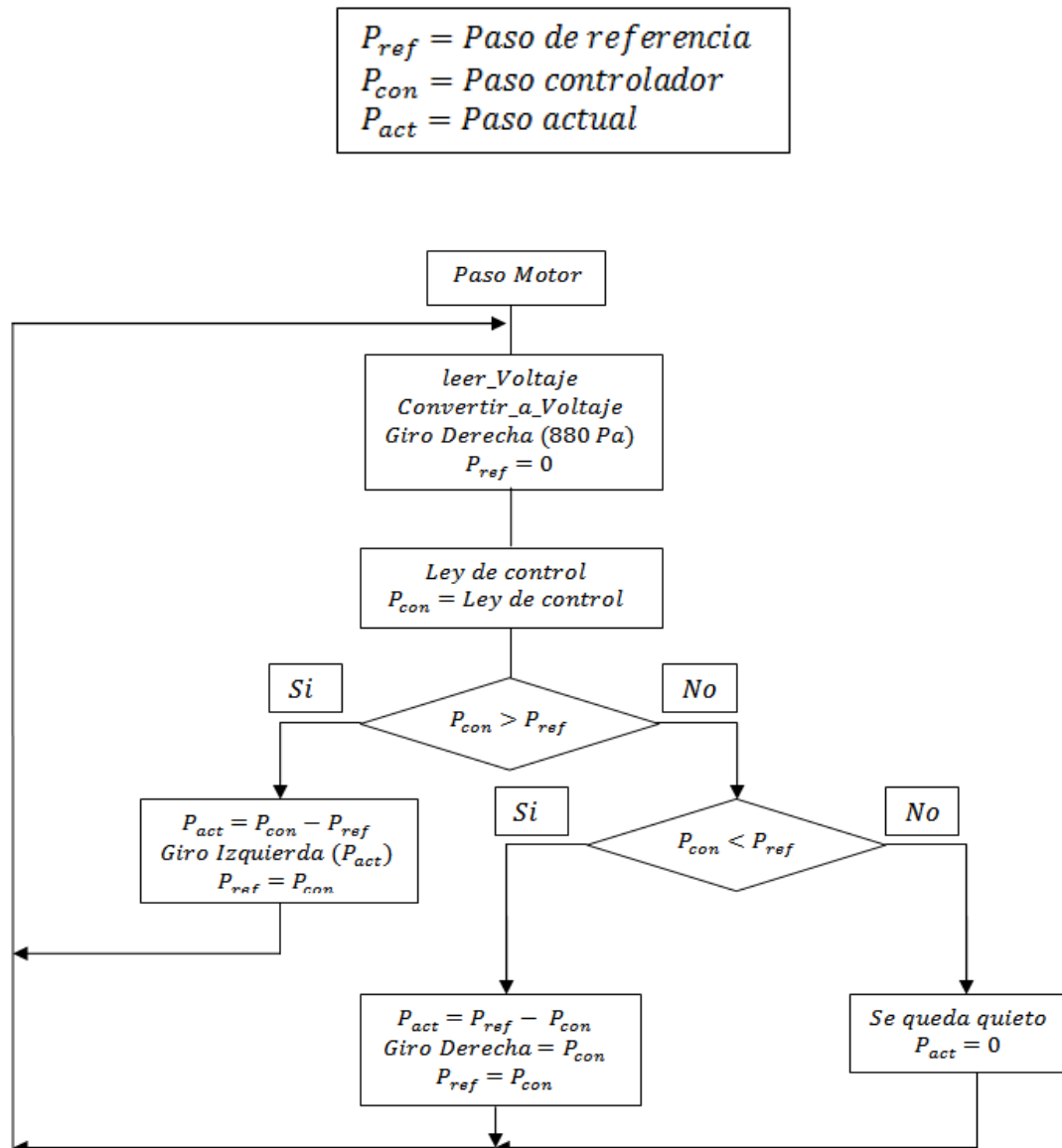


Figura 4.11. Diagrama de flujo del algoritmo para implementar la ley de control en el PIC

5. SISTEMA DE ADQUISICIÓN Y PRESENTACIÓN DE DATOS

El sistema consiste en una interfaz gráfica desarrollada en “LabView 6i”, (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench), el cual es un programa orientado a la programación gráfica de instrumentos virtuales. Por medio de este programa el usuario puede capturar la señal, y almacenar los datos en archivos de texto (.TXT) para luego procesar esta información.

En la figura 5.1 se muestra el esquema general de una cadena de medida cuya misión es la adquisición y muestra de datos. Este esquema se aplica en entornos de laboratorio y procesos industriales entre otros.

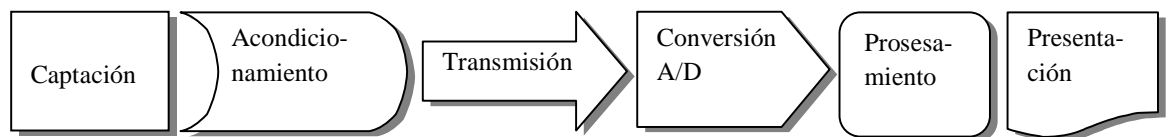


Figura 5.1. Esquema general de un sistema de adquisición de datos.

El diagrama de bloques del sistema de adquisición de datos que se implementó se describe en la figura 5.2. Este sistema realiza el sensado y adecuación de las señales para la óptima presentación al usuario.

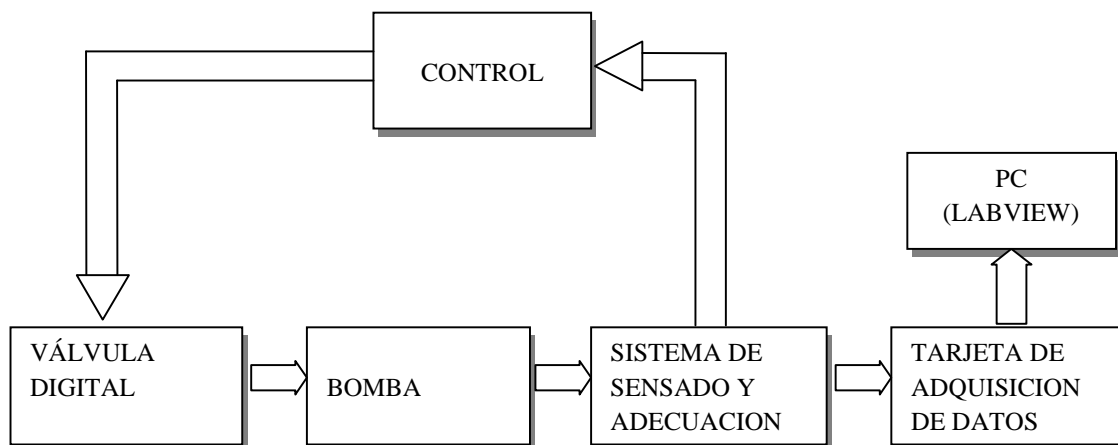


Figura 5.2. Diagrama de bloques del sistema de adquisición.

5.1. TARJETA DE ADQUISICIÓN PCI-1200

Es el dispositivo encargado de la adquisición de los datos del proceso. Distribuido por National Instruments, para más información revisar [19]. Las principales características de la PCI-1200 se muestran en la tabla 5.1. Se debe tener en cuenta que para la utilización de la tarjeta se necesita un bloque conector de 50 pines que permite la comunicación entre los sensores y el PC.

Tabla 5.1. Principales características de la tarjeta PCI-1200

2 salidas analógicas
24 líneas digitales I/O
Resolución de 12 bits
Velocidad de 100 K muestras/s
8 entradas analógicas
3 entradas de 16 bits
Voltaje de operación $\pm 5V$

5.2. INTERFAZ DE VISUALIZACIÓN DE SEÑALES

Para la interfaz de usuario, se diseñó una plataforma sencilla y amigable con el software Labview 6i. Se utilizó este programa, porque es un programa enfocado hacia la instrumentación virtual, por lo que cuenta con numerosas herramientas de presentación

En la figura 5.3. Se presenta la gráfica esquemática de la interfaz de usuario que permite la comunicación con el proceso. A continuación se da una explicación detallada de ésta.

La interfaz grafica es totalmente sencilla, cuenta con dos indicadores gráficos que permiten observar el historial del voltaje medido en el sensor, y la altura del nivel de agua en el tanque cónico. Además esta interfaz cuenta con un botón para almacenar los datos medidos, los datos almacenados se guardan en dos archivos de texto, uno guarda el tiempo y el otro los valores del nivel del agua en el tanque. La interfaz también cuenta con un indicador en forma de tanque que muestra en forma grafica el nivel del tanque.

En esta interfaz se dan opciones las cuales se ajustan antes de comenzar con la adquisición de la señal:

- Se puede cambiar la velocidad de muestreo de los datos.
- Escoger el directorio donde se quiere guardar los datos adquiridos en archivos TXT, para análisis estadístico.

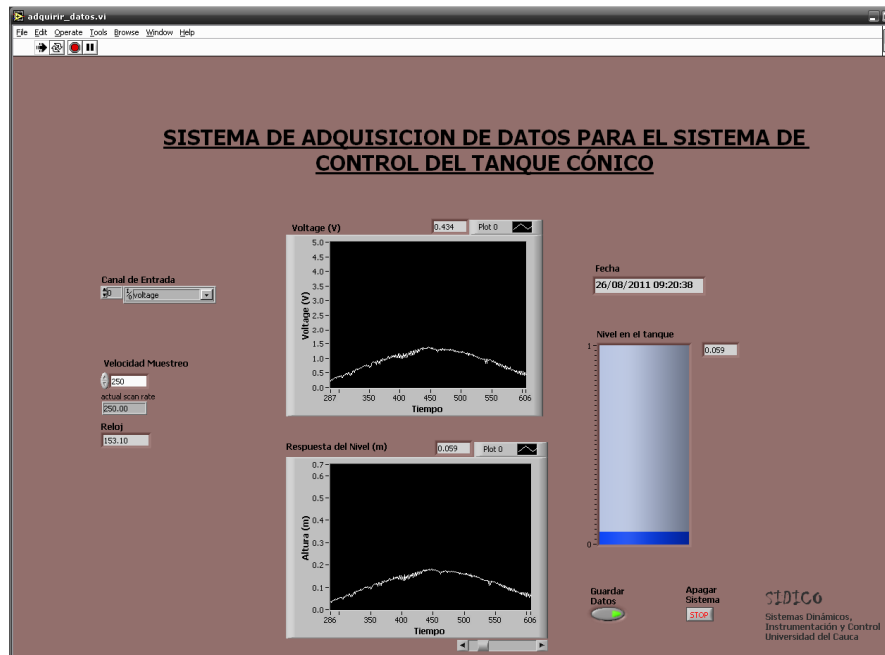


Figura 5.3. Interfaz de usuario del sistema de adquisición y presentación de datos

6. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Como se definió en capítulos anteriores, un sistema es un conjunto de elementos interconectados que operan entre sí para desarrollar una tarea determinada, si alguno de estos elementos falla, el sistema general fallará. En base a esta consigna, en este capítulo se irán presentando los resultados individuales obtenidos a medida que se desarrolló el proyecto y con cada uno de ellos se llegará hasta el resultado final que es el controlador de nivel. De esta forma, este capítulo se divide así: primero se presenta la caracterización del sensor de presión, la cual permite validar el funcionamiento y correcta relación con la variable que se está midiendo. Teniendo ajustada la variable a medir se procede a caracterizar experimentalmente el sistema de llenado en lazo abierto, esta caracterización permite correlacionar por medio de algoritmos de optimización el modelo teórico con el modelo físico real de la planta, de tal forma que permita validar el modelo teórico con el sistema real. Al tener un modelo que se aproxime al sistema físico del sistema de llenado, se diseña una ley de control adecuada al sistema, esta se simula y luego se implementa en el sistema físico. Por último, se valida la ley de control con determinadas entradas que permitan verificar el funcionamiento del sistema.

6.1 CARACTERIZACIÓN DE LOS DISPOSITIVOS

Para el correcto funcionamiento de cualquier sistema se debe garantizar que las medidas en las variables involucradas en éste, sean las más adecuadas. Esto se logra mediante un proceso de caracterización. La caracterización de un dispositivo consiste en la determinación matemática de la ecuación característica de su comportamiento, esta ecuación determina la razón de cambio de la variable medida, generalmente una variable

eléctrica, con respecto a la variable de entrada, generalmente de índole físico ó viceversa. Una buena caracterización genera mediciones con un buen nivel de exactitud.

6.1.1 Caracterización del Sensor de presión MPX2010. Como se dijo en el capítulo 4, el sensor MPX2010 es un sensor de presión piezoresistivo de silicio compensado por temperatura, sensible a la presión que proporciona una variación de tensión exacta y lineal directamente a la presión que se le aplica, su rango de medida es de 1 hasta 10kPa.

Para encontrar la sensibilidad estática del sensor se deben tomar valores dentro de un rango preestablecido. Esto quiere decir, que se debe normalizar los valores de entrega del sensor, En el anexo 1 se muestra el proceso de normalización del sensor MPX2010. De esta manera, se tiene que el sistema de sensado se diseñó de forma que su rango de operación sea de 0 a 6.5kPa, lo que equivale a una altura de 0 hasta 0.65 metros, que es la altura total del tanque cónico. Esto quiere decir, que este será el rango de caracterización del sensor. La caracterización se desarrolló por medio de dos pruebas, la primera llenando el tanque (Altura ascendente) y la segunda vaciando el tanque (altura descendente).

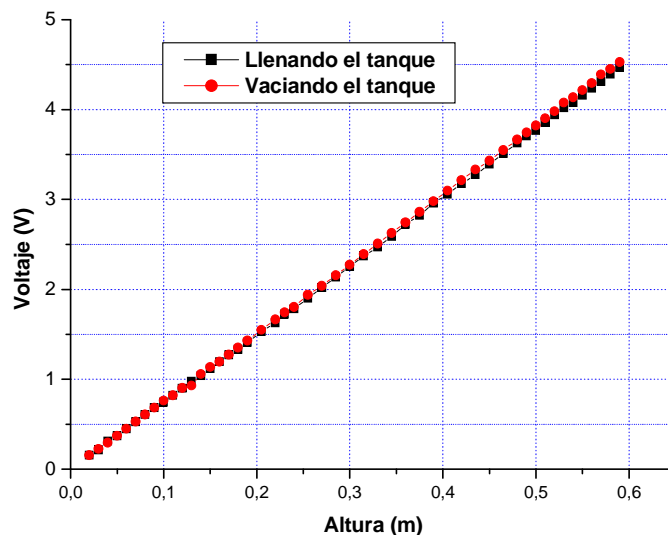


Figura 6.1. Caracterización sensor MPX2010

En la figura 6.1 se observan las graficas de la caracterización en función de la señal obtenida. Se observa que la respuesta de las dos graficas es muy parecida. Teniendo en cuenta la referencia lineal del sensor, se hace una regresión lineal para la obtención de los parámetros correspondientes, y así poder analizar su caracterización.

En la tabla 6.1 se muestran los valores de los parámetros del resultado de la regresión lineal.

Tabla 6.1 Parámetros de la caracterización del sensor MPX2010

ASCENDENTE (Llenando)		DESCENDENTE (Vaciando)	
Parámetro	Error	Parámetro	Error
m=7.5800	0.00933	m=7.62766	0.01046
b=-0.01382	0.00324	b=-0.0226	0.00363
R=0.99996		R=0.99996	
SD=0.01162		SD=0.01302	
<i>voltage = 7.58 * altura - 0.0138</i>		<i>voltage = 7.62 * altura - 0.0226</i>	

En base a los resultados de las dos pruebas se comparan los resultados, a fin de establecer la repetibilidad y linealidad del acondicionamiento. En la tabla 6.1 se puede observar que la desviación estándar de los datos obtenidos es muy pequeña, esto se puede interpretar en que el sensor da resultados iguales para pruebas que se realicen en las mismas condiciones.

La linealidad se expresa como la máxima desviación entre la respuesta real y la curva de calibración. Analizando las dos curvas se observa que el valor de las pendientes y sus puntos de corte son muy similares por no decir iguales, esto quiere decir que el sensor es lineal en todo el rango de la caracterización. Ya que se comprobó la linealidad y repetibilidad del sensor, se puede tomar una de las dos ecuaciones de la caracterización con la confianza que cualquiera de ellas representa bien al sensor.

La histéresis se refiere a la diferencia en la salida para una misma entrada, cuando la variable altura recorre la escala en ambos sentidos, ascendente y descendente. Según los valores de la adquisición el sensor tiene una histéresis de 49 mV, comparado con la resolución de la caracterización se tiene que la sensibilidad estática del sensor de presión es 75.8 [mV/cm] muy parecida a la que se diseñó en el acondicionamiento 76.9 [mV/cm] en la sección 6.2.

El corte o offset obtenido de la calibración es 0,01 [V] el cual es muy pequeño por lo que es imperceptible por la resolución del ADC.

6.1.2 Caracterización de sensor de flujo DRS-3950. Como se mencionó en la sección 1.2.5.2, el sensor de caudal utilizado es un flujómetro tipo turbina. Como en el laboratorio no se tenía un instrumento patrón para su caracterización, se tomó la curva de respuesta sugerida por el fabricante, de esta manera, se tiene

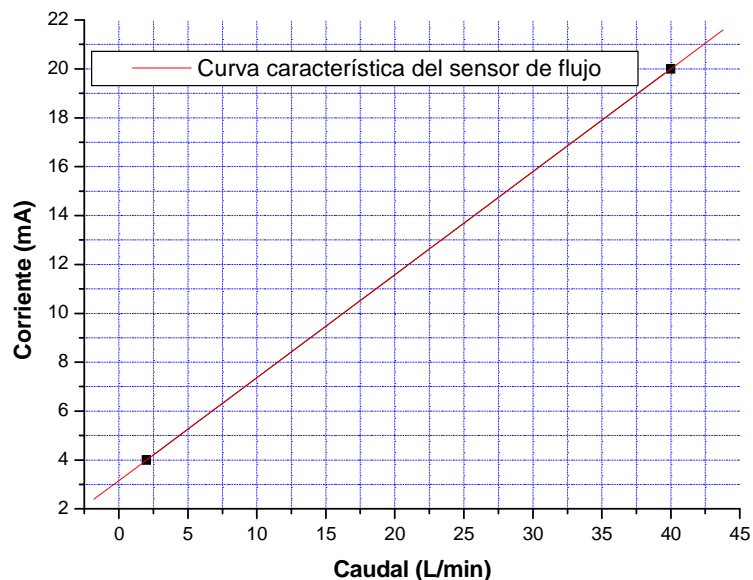


Figura 6.2 Curva característica del sensor de flujo

La relación de la corriente [mA] con el caudal de entrada [L/min], está dada por

$$i = 0.42105 * q + 3.15789$$

La sensibilidad estática del sensor es 0.42105 [mA/L.min].

6.2 ACONDICIONAMIENTO DE LA SEÑAL

En el capítulo 2, se dijo que el sistema de control de nivel automático propuesto, cuenta con dos subsistemas, el sistema de control, y el sistema de adquisición y presentación de datos. Tanto para el correcto desempeño del sistema de control y para que el sistema de adquisición de señales pueda adquirir y presentar con precisión la señal medida, se debe garantizar que las señales sean lo más confiables posible. Debido a muchos factores, como lo son el ruido eléctrico, señales parasitas de frecuencia, entre otras, la variable medida se ve afectada, por lo que es necesario un proceso de acondicionamiento, en el cual la señal es preparada antes de ser digitalizada, ya sea por el ADC del PIC o en la tarjeta de adquisición.

Al proceso de permitir el paso o no de un determinado rango de señales en un rango determinado de frecuencia, se le conoce como filtrado. De esta forma, en el sistema se desarrollaron dos filtros, uno análogo y otro digital.

Para el filtrado de la señal análoga del sensor de presión ya normalizada, se diseñó un filtro activo de segundo orden pasa bajas, su esquema se muestra en la figura 6.3, para su diseño, se seleccionó una frecuencia de corte de 2Hz de tal forma que solo entregue la componente continua DC de la señal.

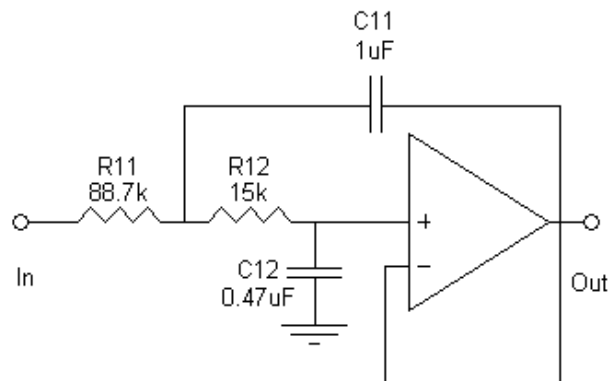


Figura 6.3 Esquema de filtro pasa bajas con $f_c=2\text{Hz}$

El filtro diseñado es un filtro Butterworth de ganancia unitaria, frecuencia de corte de 2 Hz, y atenuación de la banda de paso de 3 dB, se diseñó con filterlab, software desarrollado por MICROCHIP, para más información de este programa revisar [20]. La respuesta de este tipo de filtros se observa en la figura 6.4.

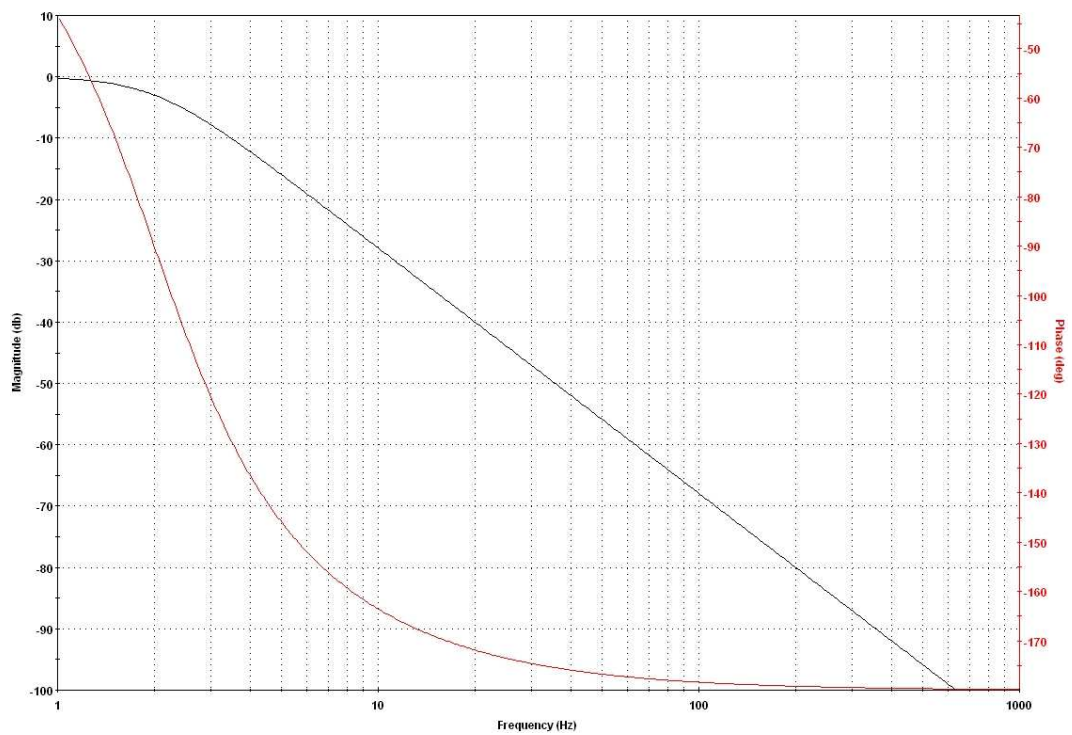


Figura 6.4 Curva de respuesta del filtro pasa bajas con $f_c=2\text{ Hz}$

La figura 6.4 es un diagrama de bode de la respuesta del filtro con frecuencia de corte de 2 Hz. Esta gráfica consta de dos graficas que se pueden separar, una que corresponde a la magnitud de la ganancia (dB) y otra que corresponde a la fase (grados), ambas en función de la frecuencia en escala logarítmica. Por lo tanto se hacen dos lecturas de la gráfica. Del gráfico de respuesta en magnitud (dB), se puede observar que el filtro atenúa todas las magnitudes que tengan frecuencia superior a la frecuencia de corte, mientras que para frecuencias menores el filtro tendrá una atenuación de 0 dB, la pendiente negativa de respuesta del grafico es de -3. Del gráfico de fase, se puede observar como la entrada al filtro se desfasa en la salida del filtro, de tal manera que para frecuencias mayores a la frecuencia de corte, el desfase es cada vez mayor. Como se mencionó en el capítulo 5, para el sistema de adquisición y presentación de señales también se diseñó un filtro digital pasa bajas Butterworth. Este filtro es un filtro de cuarto orden (orden 4). En las figuras 6.5 y 6.6 se puede observar la diferencia entre una señal filtrada y otra sin filtrar. Estas figuras muestran la respuesta del sistema en lazo abierto a una entrada escalón de 600 pasos, el análisis de esta señal se discutirá más adelante.

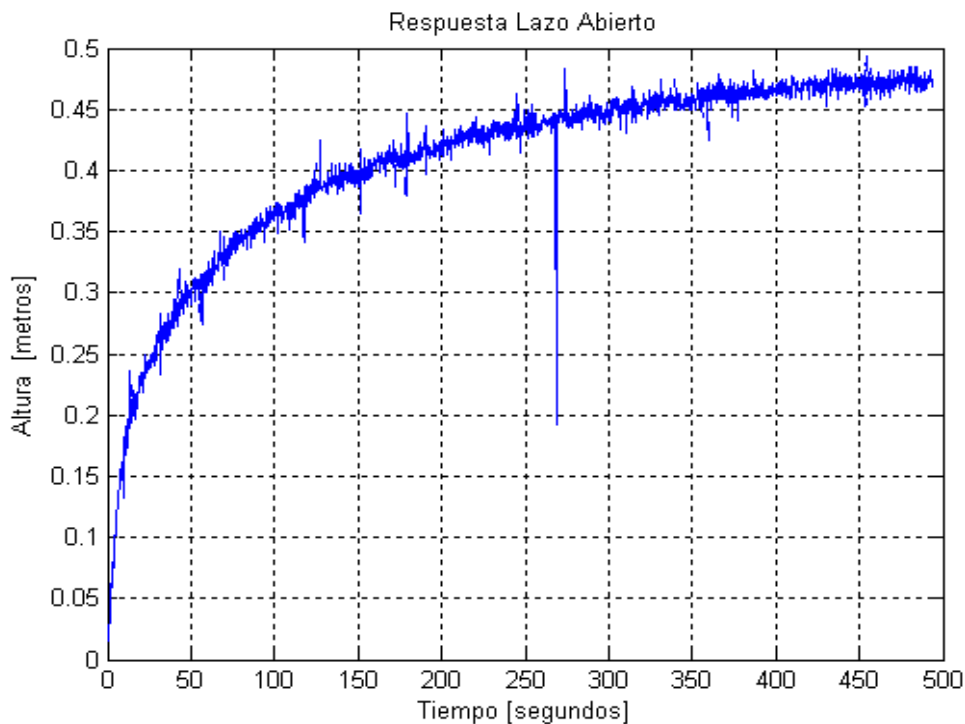


Figura 6.5 Respuesta sin filtrar del sistema a una entrada de 600 pasos

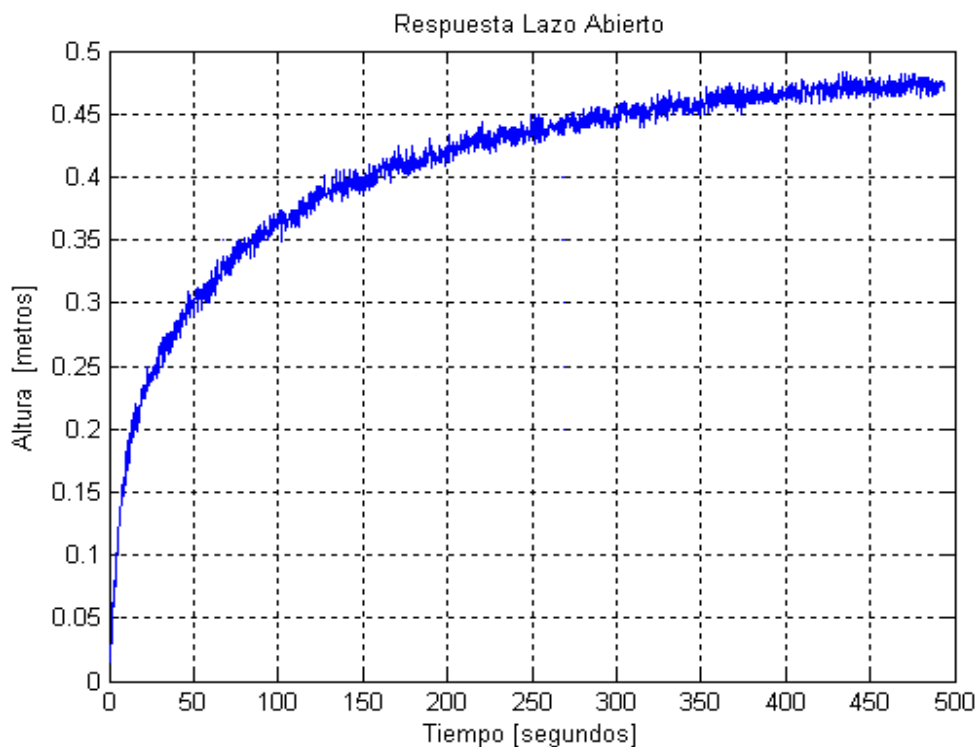


Figura 6.6 Respuesta filtrada del sistema a una entrada de 600 pasos

6.3 CARACTERIZACIÓN LAZO ABIERTO DEL SISTEMA DE LLENADO

Al aplicar las leyes físicas a un sistema específico, es posible desarrollar un modelo matemático que describa el modelo. Tal sistema puede incluir parámetros desconocidos, los cuales deben evaluarse mediante pruebas reales [10]. Para aplicar el método de Linealización por realimentación entrada-estado, es necesario conocer el modelo exacto, o más aproximado posible si se quiere eliminar las no linealidades del sistema. De esta manera, es imprescindible contar con un modelo que describa de manera óptima el sistema físico real, lo que hace imperioso determinar de manera precisa el valor de los parámetros desconocidos del sistema modelado.

De la ecuación (2.16), ecuación dinámica del sistema, se tiene que la única constante desconocida del sistema, y que debe ser determinada experimentalmente es el coeficiente de descarga C_d .

La ecuación (2.12) relaciona dos variables físicamente medibles con el coeficiente de descarga C_d . Para obtener el valor de estas variables, se caracterizó el sistema en lazo abierto, garantizando que se diera estado estacionario para cada altura, una vez que esto sucedió, se midió el caudal de salida del tanque correspondiente para cada altura.

Tabla 6.2 Datos caracterización Tanque cónico

Altura [m]	Caudal [m ³ /s]
0.030	1,11062 x10 ⁻⁴
0.095	2,00381 x10 ⁻⁴
0.200	2,78798 x10 ⁻⁴
0.220	2,7987 x10 ⁻⁴
0.250	3,11701 x10 ⁻⁴
0.260	3,22408 x10 ⁻⁴
0.290	3,3092 x10 ⁻⁴
0.320	3,47606 x10 ⁻⁴
0.350	3,68806 x10 ⁻⁴
0.410	3,99179 x10 ⁻⁴

De esta forma, se aplicó el método iterativo de Gauss-Newton a los datos de la tabla 6.2 para determinar el C_d . Este método utiliza rutinas de optimización no lineal por mínimos cuadrados. El valor obtenido para el coeficiente de descarga, es $C_d = 0.7$. De esta manera, el modelo dinámico del sistema está completo. A continuación, se presenta la validación del modelo. Para verificar la validez del modelo, se comparó los resultados teóricos con los experimentales. Se realizó pruebas de vaciado del tanque cónico para diferentes alturas iniciales, y se comparó la respuesta del sistema en lazo abierto para diferentes entradas paso.

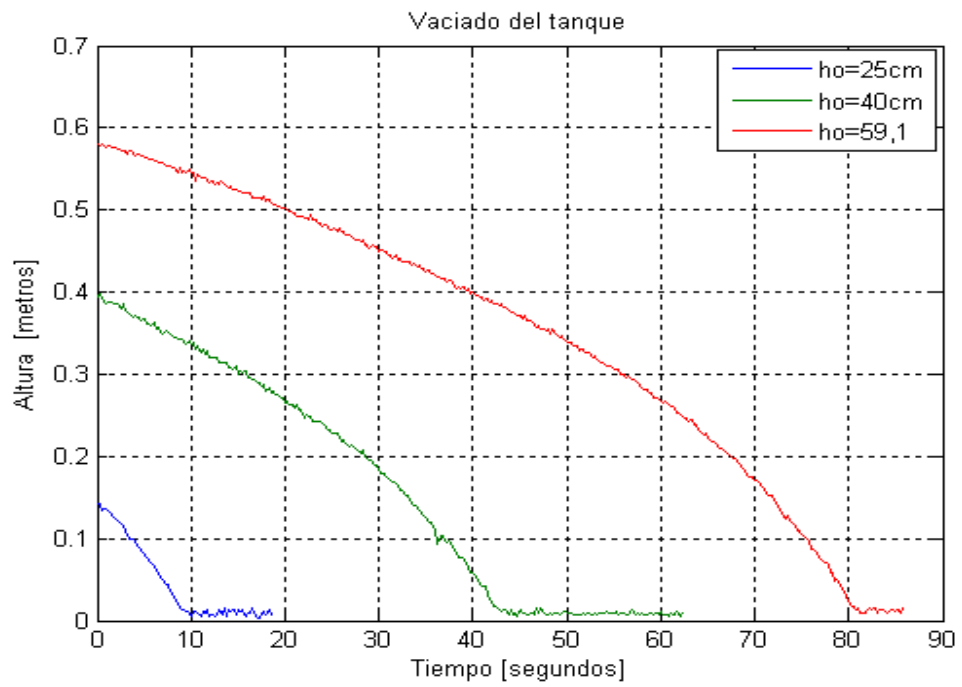


Figura 6.7 Caracterización experimental del vaciado del tanque cónico para diferentes alturas

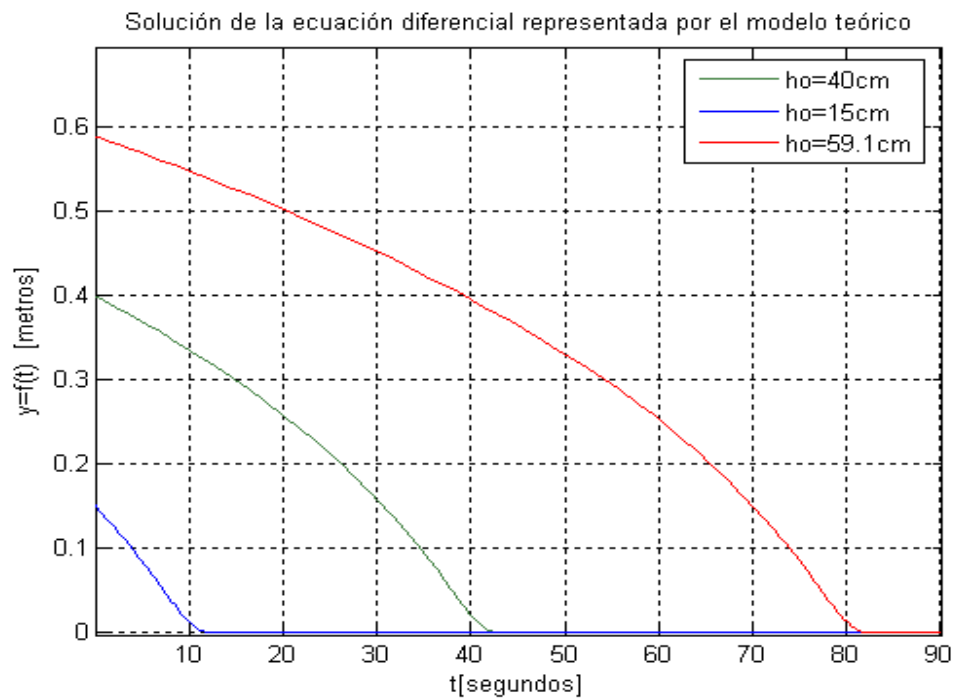


Figura 6.8 Simulación del vaciado del tanque para diferentes alturas

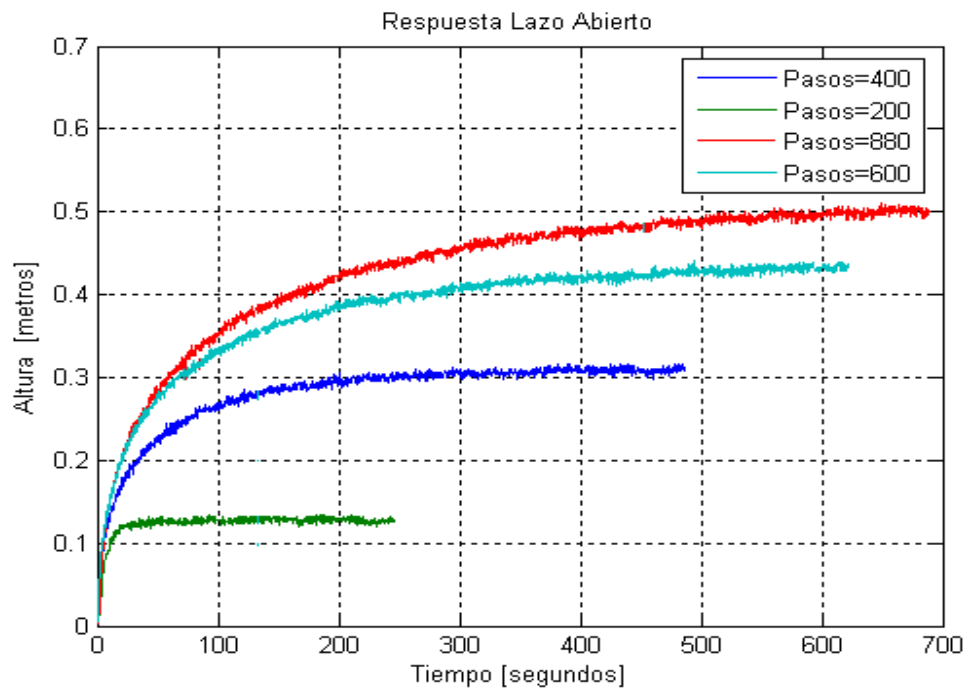


Figura 6.9 Caracterización experimental lazo abierto para varias entradas paso

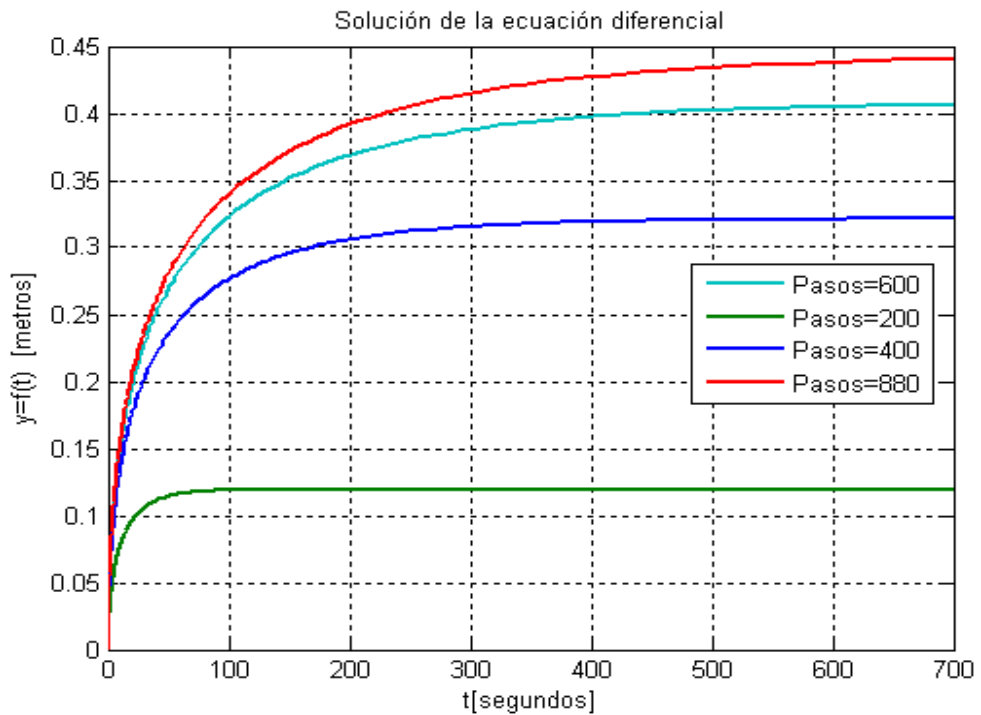


Figura 6.10 Simulación lazo abierto para varias entradas paso.

De las figuras 6.7 y 6.8 se puede observar que el modelo propuesto responde muy bien a los valores experimentales, Los datos obtenidos de la simulación verifican la validez del modelo con el sistema real. De las graficas 6.9 y 6.10, se puede inferir que el modelo responde de buena manera para entradas paso pequeñas, mientras que para la entrada paso de 880 el sistema empieza a presentar un pequeño error. Las curvas de la figura 6.9 permiten validar y corroborar la ecuación (3.21), ecuación de los puntos de equilibrio del sistema.

En general, se puede inferir que el modelo matemático desarrollado para simular y estudiar el sistema de llenado real, responde satisfactoriamente mostrando una exactitud razonable, permitiendo predecir el comportamiento y funcionamiento general del sistema ante cualquier estímulo.

En el capítulo tres se demostró que el sistema de control es estable, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, pero los datos experimentales muestran que el nivel así se encuentre en estado estacionario, siempre está oscilando, esto se debe a la conicidad del tanque, propiedad que hace que el agua adquiera un movimiento rotacional, condición que no se tuvo en cuenta en el modelado, de ahí que se empiecen a presentar diferencias entre el modelo físico y el modelo matemático, esto hace que el modelo simulado responda siempre de forma lineal sin oscilaciones, mientras que los datos experimentales siempre estén oscilando. También se debe a que cuando el agua se deposita en el tanque produce turbulencia en la superficie del nivel, haciendo que la adquisición de la señal varíe, esto se puede apreciar cuando el tanque se está vaciando (no hay entrada de flujo), la señal es limpia y tiende a verse como una línea. Aunque el nivel esté oscilando debido a los fenómenos que se acabaron de describir e incluso debido a otros, los resultados obtenidos de la estabilidad (sección 3.2) del sistema se cumplen en el sistema físico, y debido a esto el sistema llegará siempre será estable.

6.4 VALIDACIÓN DEL CONTROLADOR

Una vez diseñado el controlador, es necesario poder evaluar sus características y demostrar su desempeño. Por lo tanto, en esta sección se valida el funcionamiento de las dos leyes de control diseñadas en la sección 3.2.3, permitiendo comprobar el desempeño de estas.

Las leyes de control propuestas, tanto para el nivel deseado constante como para nivel deseado variable, expresiones (3.16) y (3.17), dependen del valor de la constante K . Para saber cuál es el valor óptimo de K , se discutirá la implementación de la ley de control en el Microcontrolador.

Para implementar la ley de control en el PIC (controlador), es necesario interpretar la información que entrega la ley de control, ya que en cualquier aplicación práctica el valor de la variable manipulada está limitado por restricciones físicas, por ejemplo, la válvula digital no puede ser más que abierta o cerrada completamente. De esta manera, al simular la ley de control se encontró dos casos especiales, como se verá en seguida, estos casos dependen del valor de K .

Si el sistema se encuentra en un estado inicial x_0 y se desea controlar a otro estado x_1

- Si $x_1 > x_0$ la ley de control genera números complejos.
- Si $x_1 < x_0$ la ley de genera valores negativos.

Estos valores generados por la ley de control en los casos mencionados no tienen explicación física real, pues como se sabe, el número de pasos que gira el motor solo pueden ser positivos, o análogamente, la válvula solo puede estar cerrada o abierta completamente. El primer caso se interpretó como un sobreesfuerzo del controlador al querer controlar la consigna de la entrada. El segundo caso interpreta como si la válvula digital empezara a succionar agua del tanque.

Para desacoplar la ley de control de la simulación y acoplarla a la realidad, se debe hacer una restricción unilateral para la válvula. La restricción surge de una desigualdad matemática, cuyo dominio son los pasos del motor.

Para restringir la ley de control, se define su dominio, que es igual al dominio de la válvula digital. Si se hace

$$m = \frac{C_d A \sqrt{2g(x + ht)} - a}{b} + \frac{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}{b} K(x_d - x)$$

La expresión (3.16), se convierte en

$$u = -c \cdot \ln(m) \tag{6.1}$$

De aquí se puede observar que la ley de control

- Es negativa si $m > 1$
- Da complejos si $m < 0$

Entonces para restringir la ley de control al dominio de la válvula se hace

- Si $m > 1$, hacer $m = 1$
- Si $m < 1$, hacer $m = 0.0071$

La primera condición impuesta a la ley de control garantiza que lo mínimo que puede hacer la válvula es cerrarse completamente, excluyendo los valores negativos.

La segunda condición garantiza que la ley de control no generará valores complejos, en vez de eso, lo máximo que puede hacer la válvula digital es abrirse completamente, en este caso

la ley de control producirá 880 pasos. Cuando la ley de control sea $m = 1$ ó $m = 0.0071$ se hablará de saturación del actuador, de no ser así, el actuador trabajará en modo normal.

En (6.1) se observa que m depende de K . Experimentalmente se comprobó que la dependencia de la ley de control respecto a K dirá si el actuador trabaja en saturación o no.

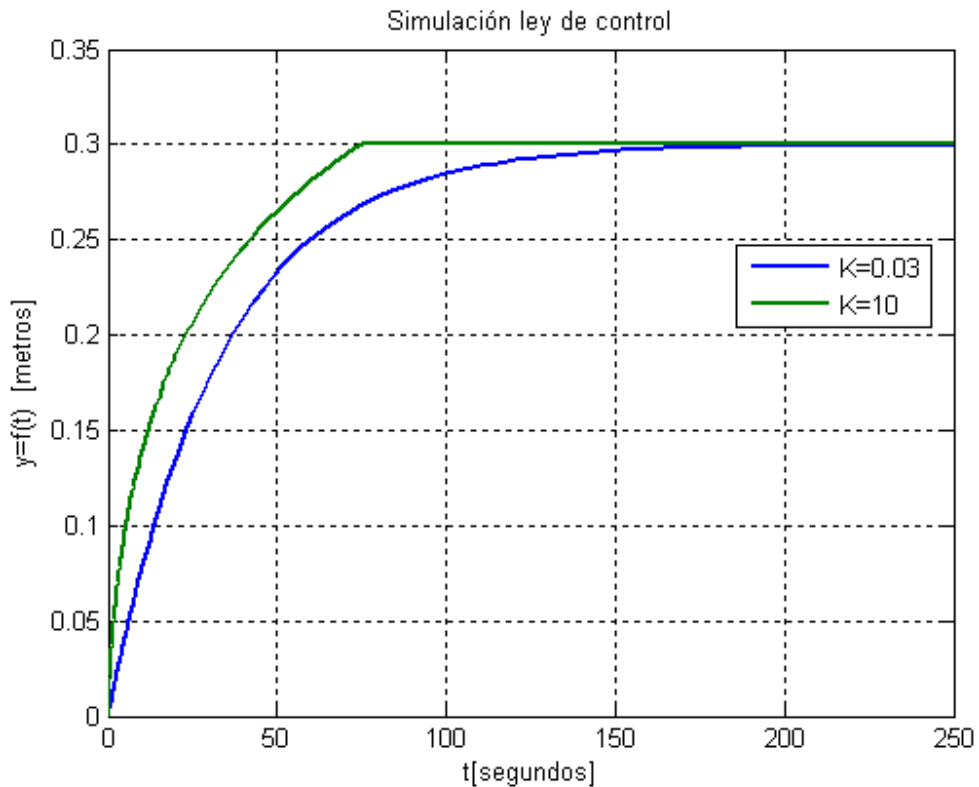


Figura 6.11 Simulación de la ley de control a $x_d=30\text{cm}$

En la figura 6.11 se muestra la ley de control para dos valores diferentes de K . Para $K = 10$ el actuador trabaja en saturación hasta llegar al equilibrio, lo que hace que la respuesta del controlador será más rápida, mientras que para $K = 0.03$ el actuador no entra en saturación y se demora más tiempo en estabilizar. Es importante ver que si el actuador trabaja en saturación el sistema tendrá un transitorio más corto. En la práctica, que el actuador trabaje en saturación puede hacer que el error en estado estacionario sea grande y que el sistema tienda a ser inestable, por ejemplo, que la válvula digital en estado estable

pase de abrir completamente a cerrarse completamente, y así sucesivamente haciendo que el nivel deseado oscile en valores grandes.

Experimental se encontró que para $K = 0.5$, el actuador se sature al comienzo, pero a medida que avanza el tiempo el éste trabaje en su modo normal, permitiendo controlar el sistema sin tender a la inestabilidad.

Antes de presentar la validación de las leyes de control experimentalmente, se debe tener en cuenta que estas fueron simuladas, en base a los buenos resultados de las simulaciones realizadas se procedió a implementar estas leyes físicamente.

6.4.1 Caracterización Lazo Cerrado. En esta sección se realizan las pruebas experimentales para comprobar las leyes de control planteadas, tanto para nivel constante y nivel variable.

6.4.1.1 Entradas paso. Se le llama entradas paso, a las entradas de magnitud constante. Con este tipo de entrada se puede validar la ley de control (3.16) propuesta para niveles deseados constantes.

En la figura 6.12, se observa que la ley de control propuesta cumple con el objetivo principal que se le impuso, que es la de seguir una consigna constante.

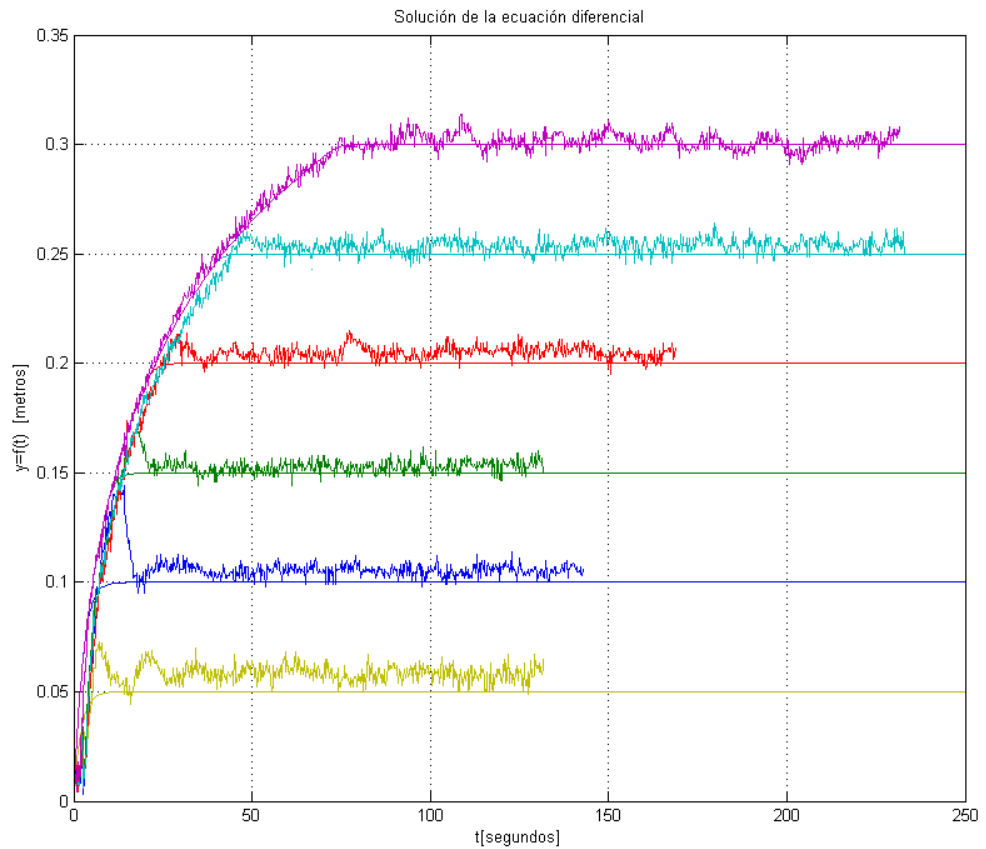


Figura 6.12 Respuesta del controlador a diferentes x_d .

Se observa que para cada nivel a controlar el sistema presenta un transitorio significativo al arranque, las entradas de 5, 10, 15 y 20 cm tienen un transitorio menor de 40 segundos. Para 25 y 30 cm su transitorio aumenta un poco. También se puede observar que la curva de respuesta del sistema para cada una de las señales es muy parecida al comienzo, esto se debe a que la primer orden del controlador al actuador es que abra completamente, haciendo que el actuador trabaje en saturación para cada una de las consignas, De esta manera la curva de repuesta del sistema bajo la consigna $x_d=30$ cm cubre todas las otras, pues esta trabaja más tiempo en saturación.

6.4.1.2 Entradas seno y rampa. Para validar la ley de control (3.17) se generó mediante el PIC una función de haga variar la consigna x_d de forma senoidal y de forma de una función rampa. Estas funciones se realizaron por medio del TIMER1 del PIC. Se debe tener en cuenta que las funciones que se generan por medio del TIMER1 del PIC tienen un retraso de 6 segundos por cada minuto de tiempo real.

Para seguir una trayectoria senoidal, primero se garantizó que la función seno generada

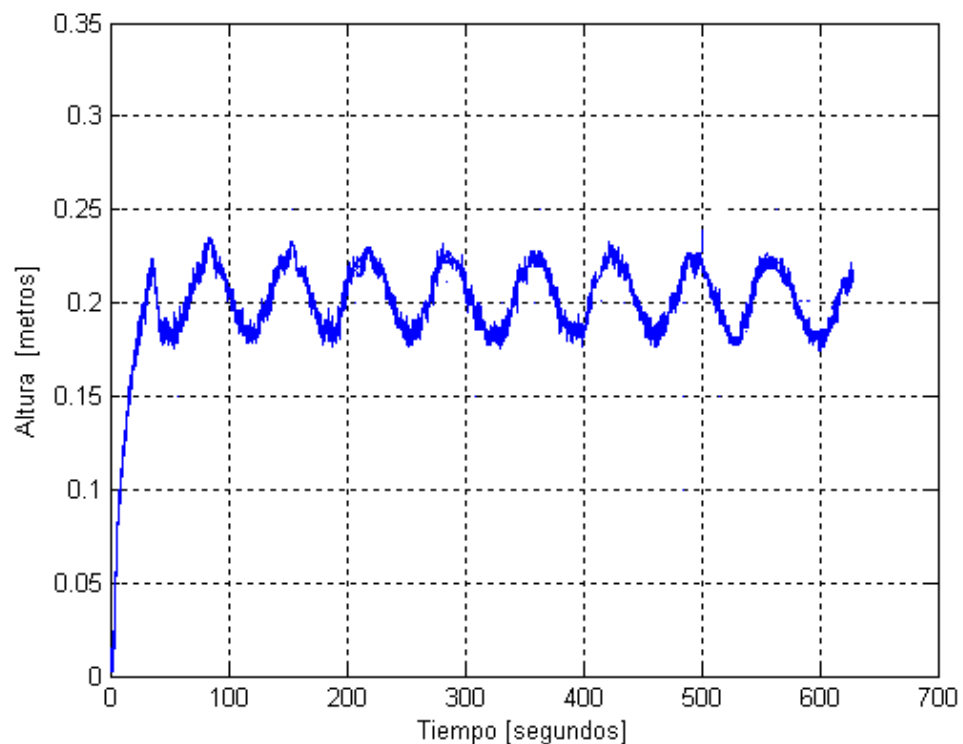


Figura 6.13 Respuesta a una entrada seno de la forma $x_d = 0.02 \sin 0.1t + 0.2$

tuviera valores positivos, de esta forma se formuló la función seno a seguir

$$x_d = 0.02 \sin 0.1t + 0.2$$

Esta es una función seno que va a estar variando sus valores entre 18 cm y 22 cm con una frecuencia de $0.1 \text{ radianes}^{-1}$, lo que quiere decir que se van a encontrar valores pico cada 31 segundos y se va a repetir la misma función cada 62 segundos. Teniendo en cuenta el

retraso del reloj del PIC, se tiene que en 10 minutos este habrá perdido un minuto, de esta forma, en la grafica de la respuesta experimental del sistema se mostrará 9 picos mínimos y 9 picos máximos. La figura 6.13 comprueba que la ley de control propuesta para seguir niveles variables cumple con su objetivo.

Se debe tener en cuenta que dependiendo de la frecuencia de la función seno el sistema de control podrá o no seguir la trayectoria deseada. A continuación en la figura 6.14, se observa la respuesta del sistema de control simulado para una función con una frecuencia mayor a seguir, esta no puede seguir perfectamente consigna.

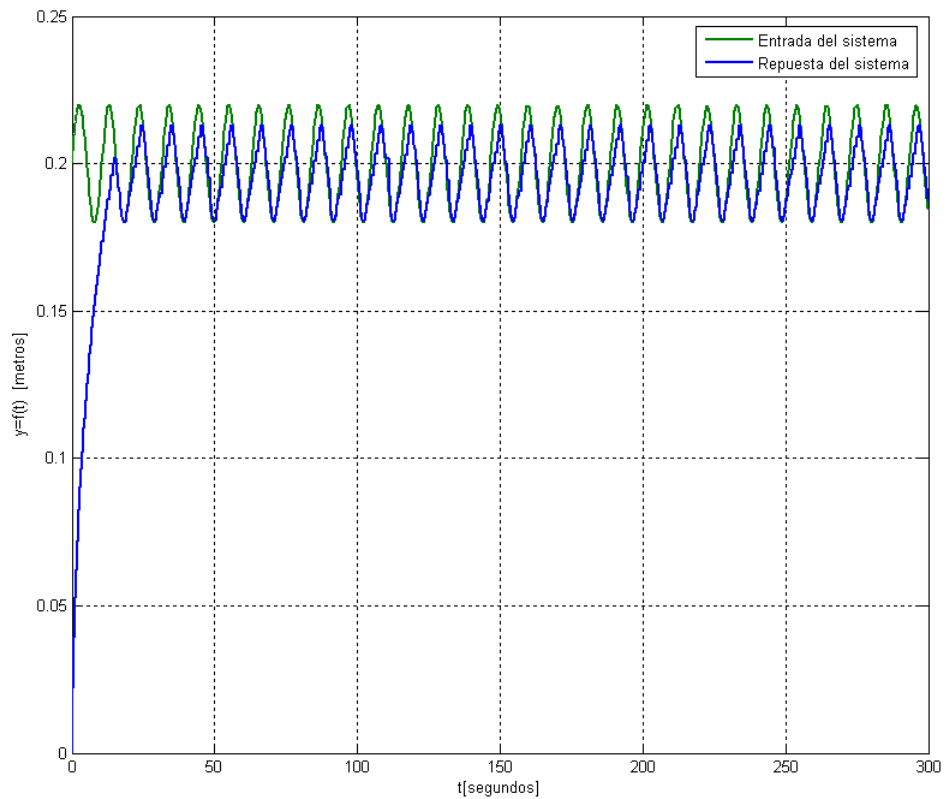


Figura 6.14 Curva de respuesta simulada para una entrada senoidal $x_d = 0.02 \sin 0.1t + 0.2$

Para simular una entrada rampa, se generó una función lineal que hace que el nivel deseado varíe según la consigna

$$xd = 0.0016t$$

Esta es una función rampa con pendiente de 0.0016, se debe limitar el valor de la función de tal manera que se pueda ver su respuesta en la práctica, para esto se programó el PIC de tal manera que en los primeros 180 segundos siga la trayectoria de la rampa, y después de los 180 segundos siga una entrada paso de 5 cm. Esto se hace pues no se puede seguir siempre la función rampa en un sistema de nivel, pues haría que éste rebozara. La función rampa a 29 cm en 180 segundos, en la práctica se debe tener en cuenta el tiempo de atraso del tiempo del PIC, entonces la respuesta experimental del sistema seguirá la función rampa hasta 198 segundos y luego descenderá hasta 5 cm.

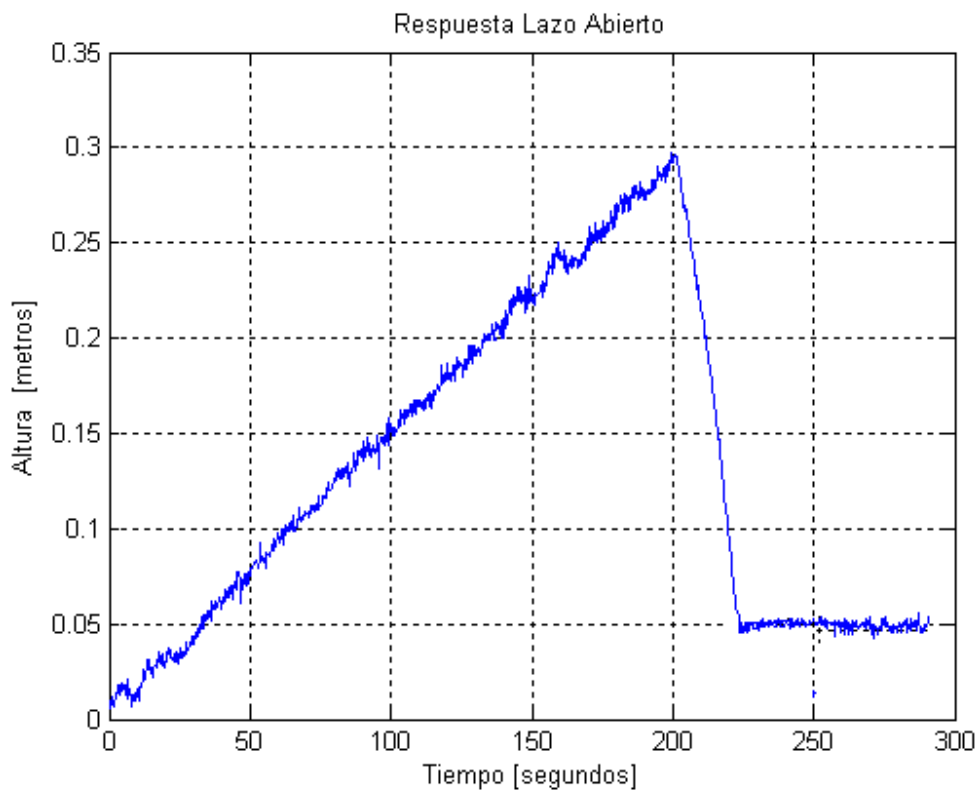


Figura 6.15 Respuesta experimental del sistema de control a la función rampa

La figura 6.15 comprueba el desempeño del controlador para un nivel deseado variable. De esta manera, se puede decir que el sistema de control para niveles deseados variables funciona satisfactoriamente.

6.5. FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA DE LLENADO AUTOMÁTICO

El sistema de control del nivel es totalmente automático, el cual consiste en mantener un control sobre el nivel de llenado de un tanque cónico. Este proceso se hace por medio del sistema de control propuesto, sección (4.2). Éste sistema utiliza una válvula digital como actuador, la cual permite o no el paso de flujo del líquido, que es bombeado por una bomba hidráulica desde un tanque de almacenamiento.

Para dar inicio al proceso de control primero se debe activar el interruptor del sistema electrónico, y luego se activa el interruptor de la motobomba. Esto se hace para evitar daños a la motobomba puesto que, el microcontrolador inicia con sus pines C en altos mandando una orden de disparo a la motobomba.

Al iniciar el proceso por primera vez, despliega un menú de información el cual indica el rango de valor en el cual se puede controlar el nivel dentro del tanque cónico. Este rango está entre 0 y 35 centímetros tal como aparece en la figura 6.16. En las figuras 6.17.a y 6.17.b aparecen las opciones del nivel a controlar.

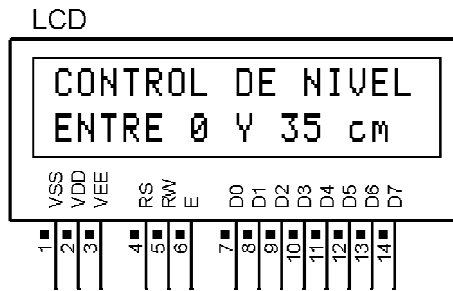
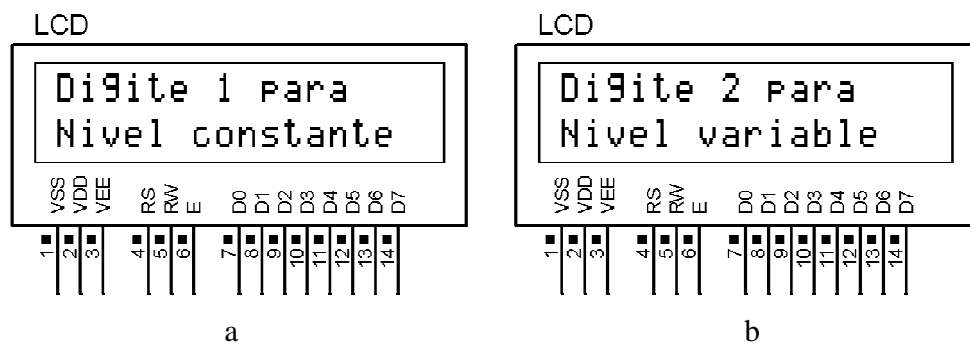


Figura 6.16. Información desplegada por la LCD al iniciar el proceso



Figuras 6.17.a. y 6.17.b. opciones para el nivel a controlar.

Al presionar la tecla número [1] menú principal se accede a la opción de controlar un nivel constante que está entre 0 y 35 centímetros, este valor es pedido por el sistema y debe ser introducido por el usuario mediante el teclado matricial.

Para dar el valor de control al sistema, el usuario primero debe digitar el valor de las decenas y posteriormente el valor de las unidades.

Si el usuario desea controlar a un valor menor de diez, deberá digitar primero el número [0] que es el valor de las decenas y luego el valor de las unidades. Dando así el valor del nivel a controlar.

Si el usuario digita un valor que no esté dentro del rango de control el sistema no realizará ninguna función.

Al presionar la tecla [2] en el menú principal se accede a la opción de nivel variable en el tiempo. En la cual, el proceso sigue una función senoidal de entrada.

En la LCD se despliega un nuevo menú con las opciones de tres diferentes frecuencias ya establecidas por el diseñador.

Opción 1: Al presionar la tecla numero [1], el controlador sigue una entrada seno con periodo de 120 segundos.

Opción 2: Al presionar la tecla numero [2], el controlador sigue una entrada seno son periodo 62.3 segundos.

Opción 3: Al presionar la tecla numero [3], el controlador sigue una entrada seno son periodo de 20.93 segundos.

Una vez configurada la acción de control, ya sea de nivel constante con el valor a controlar o variable en el tiempo con su determinada periodo. El sistema inicia el proceso de control, dando una orden de cerrar completamente la válvula digital por medio del microprocesador y el driver de potencia ULN2803, evitando el paso del fluido. Al encontrarse la válvula digital totalmente cerrada se enciende la moto bomba debido a una señal de salida del microcontrolador que activa el relé de estado sólido. La válvula digital se abre de nuevo llenando el tanque, en este, el sensor de presión MPX2010DP manda una señal al Microcontrolador, el cual, se encarga de analizar, registrar y controlar esta señal, manteniendo el valor de nivel ingresado por el usuario constante dentro del tanque cónico. En la figura 6.18. Se muestra el sistema de control del nivel del tanque cónico.

La información del nivel dentro del tanque cónico se muestra a través de la LCD, y además se adquieren datos del proceso de control por medio de una tarjeta PCI-1200 y se muestran gráficamente a través de Labview 6i en el computador.

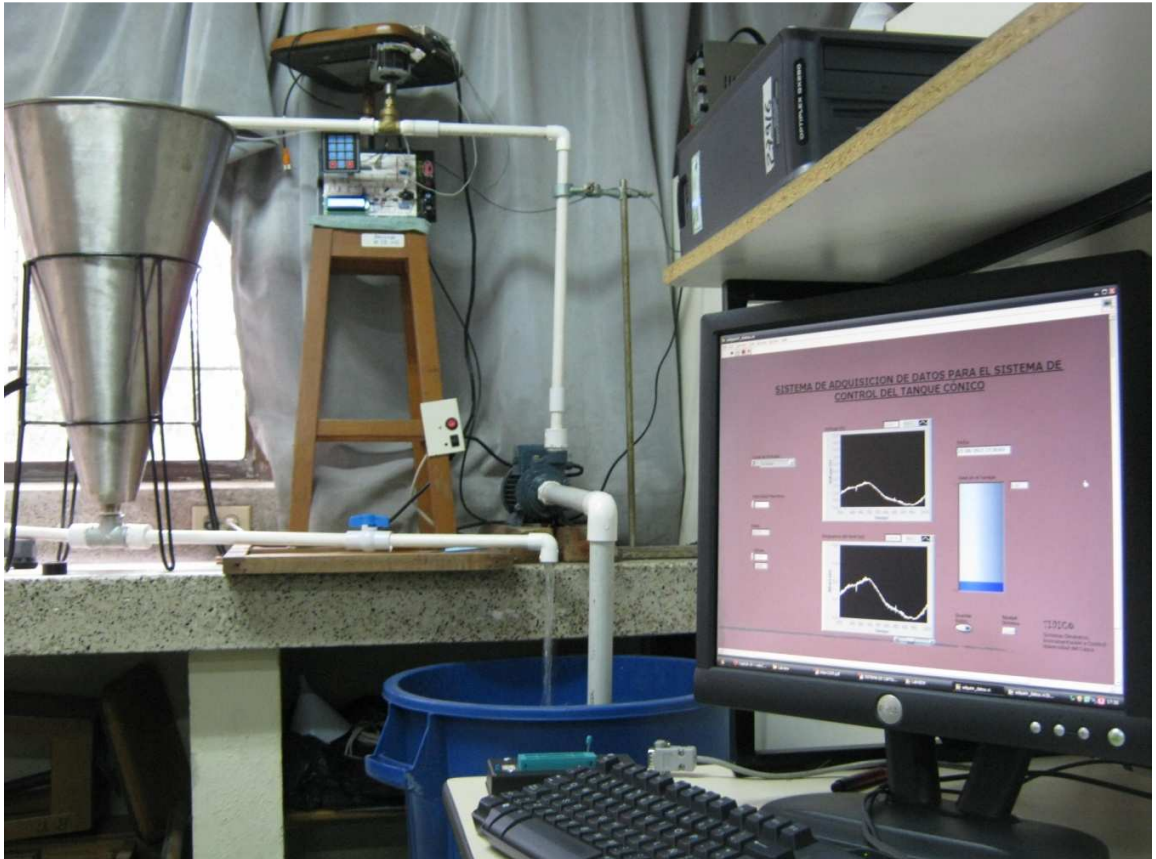


Figura 6.18.Sistema de control de nivel del tanque cónico

CONCLUSIONES

- Se diseñó e implementó un controlador de nivel automático para un sistema de llenado de un tanque cónico aplicando linealización entrada-estado, que es una técnica no lineal de control.
- Del diseño del sistema de llenado, se obtuvo un modelo matemático viable el cual fue validado por medio de datos experimentales.
- Del modelado del sistema se obtuvo información acerca de los detalles del proceso (caudal, coeficiente de descarga, presión de descarga), que fueron factores determinantes al momento de implementar el sistema.
- Se diseñó y modeló una válvula digital como elemento final de control, la cual permite regular el caudal que se suministra al tanque. El caudal a través de la válvula, depende del caudal arrojado por la bomba hidráulica.
- Se construyó un controlador para el motor paso a paso de la válvula digital de manera que se pueda encontrar su máxima velocidad de operación, la velocidad se manipula con un potenciómetro.
- Se pudo comprobar que para utilizar el método de linealización por realimentación entrada-estado es necesario disponer de un modelo exacto del sistema. De esta manera, el modelo del proceso a controlar, es la parte primordial del diseño del sistema de control.

- De la caracterización del sensor de presión MPX2010, se encontró que éste es adecuado para obtener una medida confiable, además, su respuesta a los cambios de nivel es muy buena. También es el sensor adecuado para implementar un sistema de bajo costo.
- Se desarrolló un sistema de adquisición de datos confiable, que permite el almacenamiento de la variable del sistema, para su correspondiente análisis. Además, el sistema permite el monitoreo por medio de un PC del sistema.
- Al momento de implementar la ley de control en el PIC, se debe hacer una restricción unilateral del dominio y el rango del actuador, porque si no se tiene en cuenta el actuador simplemente no haría nada, al no poder interpretar los valores arrojados por la ley de control.
- El sistema de control diseñado, se restringió a valores de nivel de 0-35 cm porque en este rango de valores se puede encontrar una pronta respuesta de la ley de control, además, en este rango es donde el sistema muestra de manera significativa su no linealidad.

RECOMENDACIONES

- Gestionar un banco de pruebas para el sistema.
- Implementar otras leyes de control no lineal.
- Independizar la válvula digital

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] OGATTA, Katsuhiko. Ingeniería de Control moderna. Prentice Hall, Pearson Educacion, 3 Ed. 1998.
- [2] SMITH, Carlos y CORRIPIO, Armando. Control automático de procesos, teoría y práctica. Noriega editores. Editorial Limusa, 1991.
- [3] MATAIX, Claudio. Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. Ediciones Castillo, S.A. Madrid. 2da Ed. 1986
- [4] POLO ENCINAS, Manuel. Turbomáquinas Hidráulicas. Editorial Limusa, México. 1983
- [5] CREUS SOLÉ, Antonio. Instrumentación industrial. Editorial Marcombo S.A. 6 Ed. 1997.
- [6] BOLTON, W. Mecatrónica, Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica. Editorial Alfaomega, 3 Ed. Mexico. 2006
- [7] OSORIO, Marisol. HERNANDEZ, Fabio. ISAZA, Manuela. ¿Por qué investigar en control no lineal? En: Universitas Científica (Universidad Pontificia Bolivariana) No. 7 (2006). p. 43-47. ISSN 16920155
- [8] SLOTINE, Jean-Jacques. WEIPING LI. A. Applied Nonlinear control. Prentice-Hall Internacional.1991.

- [9] KUO, Benjamin. Sistemas de Control Automático. Prentice Hall. 7ma Ed. 1996
- [10] OGATTA, Katsuhiko Dinámica de sistemas. Prentice hall, México. 1987
- [11] RODRIGUEZ, Francisco. Dinámica de sistemas. Editorial TRILLAS. México. 1989
- [12] DAILY, James. HARLEMAN, Donald. Dinámica de los fluidos con aplicaciones en ingeniería. Editorial TRILLAS. México. 1975
- [13] GILES, Ranald. Mecánica de los fluidos e hidráulica. Mc Graw Hill. 2 Ed.
- [14] KHALIL, Hassan. Nonlinear System. Third Edition. Prentice Hall. USA. 2002
- [15] Microchip Inc. PIC18F4420 Data sheet. En línea.
<<http://www.datasheetcatalog.org/datasheet2/f/0xwypjaz882icwuhol9cl7exy37y.pdf>>. Citado en 24 enero 2011.
- [16] MOTOROLA Inc. SEMICONDUCTOR TECHNICAL DATA MPX2010. En línea. <<http://www.atmicroprog.com/download/metrologie/MPX2010.pdf>>. Citado en 4 febrero 2011
- [17] ANALOG DEVICES Inc. Low Cost Low Power Instrumentation Amplifier AD620. En línea. <http://www.stanford.edu/class/ee122/Parts_Info/datasheets/ad620.pdf>. Citado en 1 de febrero 2011
- [18] MOTOROLA, Inc. ULN2803. En línea. <http://www.datasheetcatalog.org/datasheets/90/366828_DS.pdf>. Citado 12 febrero 201.

- [19] NATIONAL INSTRUMENT Inc. NI PCI1200. En línea.<
<http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/5497> >. Citado en agosto 29 de 2011
- [20] MICROCHIP INC. FilterLab Filter Design Software. En línea. <
http://www.microchip.com/stellent/idcplg?IdcService=SS_GET_PAGE&nodeId=1406&dDocName=en010007>. Citado en agosto 29 de 2011
- [21] COUGHANOWR, Donald. Process Systems análisis and control. Second edition. MacGRAW-HILL INTERNATIONAL EDITIONS
- [22] GELB, Artur. VANDER, Wallace. Multiple-Input describing function and nonlinear system desing. MacGRAW-HILL ELECTRONICS SCIENCES SERIES.
- [23] CARNICER, E. MANIAR, C. Bombas centrífugas. Thompson-Paraninfo. 1996.
- [24] HANGOS, K. BOKOR, J. SZEDERKÉNYI, G. Analysis and Control of Nonlinear Process Systems. Springer. Hungary. 2004
- [25] RAMIRES, Hebertt. MARQUEZ, Richard. RIVAS, Franklin. ORESTES, Echecceria. LLANES, Santiago. Control de sistemas no lineales. Pearson Educacion, S.A. Madrid, 2005.
- [26] SUAREZ, Eduardo. SÁNCHEZ, Santiago. Control de velocidad del motor de inducción empleando linealización por realimentación de estados. En: Revista Ingenierías Universidad de Medellín, Vol. 8, No 14, pp. 145-152, Enero-Junio 2009
- [27] ISIDORI, Alberto. Nonlinear Control System. Springer Verlag, London, 1995.
- [28] SASTRY, Shankar. Nonlinear Systems, Analysis, Stability and Control. En: InterdisciplinaryAppliedMathematics. UnitedStates, Springer, 1999, vol. 10.

- [29] MORALES, Jesús de León. DAZA, Salvador. Estabilización de una clase de sistemas no lineales, aplicación a un generador síncrono. En: Revista Ingenierías, México, vol. 1, No 2, Julio-Diciembre, 1998.
- [30] IBRAHIM, Dogan. Microcontroller basic applied digital control. JhonWiley, England, pp. 269-282, 2006
- [31] MARTINEZ, Manuel López. Diseño de sistemas no lineales. Notas de clase, Máster en Automática, robótica y telemática, capítulo 3, Universidad de Sevilla, 2009.
- [32] SLUIS, Willeim M. A necessary condition for dynamic feedback linearization. En: IEEE Systems& Control Letters 21, North-Holland, pp. 277-283, 1997.

ANEXO 1

NORMALIZACIÓN DEL SENSOR MPX2010

El diseño implementado para conocer la información sobre el valor del nivel dentro del tanque cónico, se describe a continuación.

La altura del tanque cónico es de 0.65 metros, por lo tanto, se requiere que el sensor mida una presión en el rango de 0 a 0.65 metros, este rango de altura equivale a tener un rango en presión de 0 y 6.5 KPa.

El sensor MPX2010 mide un rango de presión de 0 a 10 KPa, el cual, se encuentra dentro de los valores requeridos. Y el máximo voltaje arrojado es de 25 mV con alimentación de 10 V. El rango de medida cambia linealmente con el voltaje suministrado.

Por lo que una entrada de 5 V tendrá una salida de 12.5 mV.

$$\frac{\text{Voltaje suministrado}}{\text{voltaje de alimentacion}} * \text{voltje de salida especificado} = \text{voltaje de salida}$$

$$\frac{5V}{10V} * 25mV = 12.5mV$$

En esta aplicación solo se utiliza el 65% del rango de la presión medida de modo que el máximo voltaje de salida es el 65% del rango del sensor.

$$12.5mV * 65\% = 8.125mV$$

Para determinar la amplificación requerida, la salida del sensor de presión debe de estar entre 0 a 5 Voltios, para que se pueda conectar al puerto ADC del PIC.

El sensor de presión tiene un offset de $\pm 1mV$ en el mínimo valor de presión.

Para evitar una respuesta no lineal, cuando el sensor tenga un offset negativo se agrega un offset de 5 mV positivos a la señal de salida.

Para determinar la ganancia (G) requerida del sistema, se parte del máximo valor de voltaje requerido para la aplicación. El cual, tiene un voltaje de entrada de 5 V

Para la aplicación implementada, el sistema tendrá un máximo de presión de 6.5 KPa a 0.65 metros, para este caso se calculo la salida del sensor será 8.125 mV a 65KPa.

$$G = \left[\frac{\text{maximo voltaje de salida}}{\text{maxima salida del sensor} + \text{offset}} \right]$$

$$G = \left[\frac{5V}{8.125mV + 5mV} \right] = 380.9$$

Para generar esta ganancia se utilizó el amplificador instrumental AD620, en el cual, la ganancia G es:

$$G = 1 + \left(\frac{49.4}{R_G} \right)$$

$$R_G = \left(\frac{49.4}{G - 1} \right)$$

Para la aplicación se tiene $G = 380.9$ por lo tanto.

$$R_G = 130\Omega$$

Resolución del sistema del sensor

Para esta se tiene. 650 mm que es la máxima altura del tanque y 256 que es la resolución del ADC en el PIC.

$$\text{Resolución} = \frac{650\text{mm}}{256 \text{ ADC}} = 2.539 \frac{\text{mm}}{\text{ADC}}$$

Por lo tanto la resolución del sistema es de 2.539 mm por unidad ADC.