

ESTUDIO Y MODELADO DE FUENTES DE ENERGÍA LIMPIA COMO UNA ALTERNATIVA PARA VIVIENDAS RURALES

LAURA ISABEL ALVAREZ QUIÑONES
FRANCIA ELENA NARANJO GÓMEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
POPAYÁN
2012

ESTUDIO Y MODELADO DE FUENTES DE ENERGÍA LIMPIA COMO UNA ALTERNATIVA PARA VIVIENDAS RURALES

LAURA ISABEL ALVAREZ QUIÑONES
FRANCIA ELENA NARANJO GÓMEZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de:
Ingeniera Física

Director:
Msc. Juan Fernando Flórez Marulanda

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
POPAYÁN
2012

Nota de Aceptación:

Director: _____
MSc. Juan Fernando Flórez Marulanda

Jurado: _____
MSc. Jorge W. Coronel G.

Jurado: _____
MSc. Luis Fernando Echeverri

Fecha de Sustentación: Popayán 1 de marzo de 2013.

Dedicatoria

A mis padres:

Quienes sin esperar nada, lo dieron todo. Porque gracias a su apoyo y consejos he cumplido una de mis metas en la vida. Gracias especialmente a mi madre, por hacerme quien soy, porque todo el tiempo que me dedicó sirvió para aprender de ella los valores que hoy rigen mi vida.

Laura A.

A Dios por la sabiduría, voluntad y fuerza que me otorga en mis acciones diarias y por su incondicional cuidado y guarda. A mi familia y a Fabián por acompañarme desde el inicio de este reto hasta su culminación. A todas las personas que de una u otra forma aportaron en mi crecimiento personal durante esta etapa de mi vida, gracias de corazón.

Francia E.

Agradecimientos

Al Ing. Juan Fernando Flórez Marulanda, por haber sido el gestor y director de la idea de este trabajo y por el tiempo que le dedicó. Al Ing. German Bacca, al profesor Jorge W. Coronel y al profesor Luis Fernando Echeverry por los aportes fisicomatemáticos, bibliográficos y de simulación de sistemas físicos reales, que fueron de gran utilidad en este trabajo. A la universidad del Cauca por acogernos en su claustro y brindarnos la formación y valores que nos regirán en el ámbito profesional.

Resumen

Al ser el Cauca un departamento que cuenta con recurso solar y biomásico, la producción de energía alternativa a partir de ellos es una solución energética para aquellas familias, especialmente las pertenecientes al sector rural, que poseen un fluido eléctrico de manera parcial, nula o simplemente para las que desean ahorrar en sus facturas energéticas. Para comprender las plantas de producción de energía alternativa se desarrollan unos árboles tecnológicos a través de los cuales se propone una guía que, por medio de una serie de formatos de llenado, facilitan la elección de la tecnología de producción de energía renovable más apropiada para la zona y el usuario. Finalmente, se presentan unas recomendaciones técnicas para el uso y mantenimiento de los tres (3) sistemas seleccionados.

En el presente trabajo se selecciona, estudia y modela física y matemáticamente un sistema termosolar de calentamiento de agua por efecto termosifón, un sistema fotovoltaico independiente para iluminación nocturna y un biodigestor que trata excretas de cerdo para la producción de biogas. El sistema fotovoltaico independiente se calcula con una irradiancia constante y una carga que está activa sólo en las noches; el sistema termosolar funciona bajo una irradiancia y caudal de carga y descarga constante; los sistemas anteriormente nombrados están ubicados en el municipio de Santander de Quilichao (Departamento del Cauca), a una temperatura promedio de 26 °C. Por último, un biodigestor que trata los purines de cerdo por digestión anaerobia se encuentra en el municipio del Patía ubicado en el Departamento del Cauca, a una temperatura promedio de 26 °C. Con el modelo matemático y la respectiva simulación, se realizan análisis de estabilidad en los tres sistemas propuestos.

Palabras clave: energía renovable, vivienda rural, energía termosolar, energía fotovoltaica, bioenergía, termosifón, colector de placa plana, celda solar, batería, bioreactor, digestión anaerobia.

Contenido

Agradecimientos	v
Resumen	vi
Lista de símbolos	xii
1. Energía Renovable para Viviendas Rurales en el Cauca	1
2. Parámetros de Clasificación y Selección de Tecnología Renovable	6
2.1. Energía Termosolar	6
2.2. Energía Fotovoltaica	12
2.3. Bioenergía	16
2.4. Selección de Tecnologías de Energía Renovable para Viviendas Rurales en el Cauca	20
3. Calentador de Agua con Colector Termosolar de Placa Plana y Flujo Termosifón en Lazo Abierto	31
3.1. Modelado Fisicomatemático del Calentador de Agua Termosolar	32
3.1.1. Modelo del Colector Solar de Placa Plana	32
3.1.2. Modelo del Tanque Estratificado por Temperatura	42
3.1.3. Modelo Tanque - Colector Unificados	49
3.2. Análisis de Estabilidad del Calentador de Agua Termosolar	51
4. Sistema Fotovoltaico Independiente para Iluminación Nocturna	56
4.1. Modelado Fisicomatemático del Sistema Fotovoltaico	57
4.1.1. Modelo del Módulo Fotovoltaico	57
4.1.2. Modelo de una Batería de Plomo Ácido	79
4.1.3. Modelo del Controlador de Carga	85
4.1.4. Modelo del Sistema Fotovoltaico Unificado	86
4.2. Análisis de Estabilidad del Sistema Fotovoltaico	88
5. Biodigestor Anaerobico de Mezcla Completa y Flujo Continuo para Tratamiento de Residuos Porcinos	90
5.1. Modelado Fisicomatemático del Biodigestor	90
5.1.1. Conceptos de Microbiología y Bioreactores	91
5.1.2. Modelo del Biodigestor	100
5.2. Análisis de estabilidad del Biodigestor	104

6. Conclusiones y Recomendaciones	112
6.1. Conclusiones	112
6.2. Recomendaciones	113
Anexos	115
A. Cálculo del Coeficiente de Transferencia de Calor Total del Colector Solar de Placa Plana	115
B. Cálculo de la Resistencia Térmica del Tanque de Almacenamiento	124
C. Conceptos Básicos de Semiconductores	128
D. Ecuaciones de Dispositivos Semiconductores	131
E. Glosario Digestión Anaerobia	133
F. Leyes Químicas	135
G. Identificación de Parámetros para Proceso de Tratamiento de Aguas Residuales [80]	139
Bibliografía	142

Lista de Figuras

2.1. Clasificación de dispositivos termosolares según la temperatura máxima de trabajo	7
2.2. Clasificación de las tecnologías termosolares según su relación de concentración	8
2.3. Clasificación de las tecnologías termosolares según el seguimiento al sol	9
2.4. Clasificación de las tecnologías termosolares según el uso o aplicación	10
2.5. Clasificación de las tecnologías termosolares según el tipo de fluido termosolar que utilizan	11
2.6. Clasificación de las tecnologías termosolares según la forma de captación de la radiación	12
2.7. Clasificación de las tecnologías termosolares según el tipo de sistema de distribución y circulación	13
2.8. Clasificación de las celdas fotovoltaicas según su eficiencia de conversión	14
2.9. Clasificación de las celdas fotovoltaicas según su material de fabricación	15
2.10. Clasificación de los procesos de transformación de biomasa en energía	16
2.11. Clasificación de los sistemas bioenergéticos según el costo de inversión	17
2.12. Organización de los procesos de transformación de biomasa según el tipo de materia prima	18
2.13. Clasificación de los procesos de transformación de biomasa en energía según el producto resultante	19
2.14. Clasificación de la biomasa según su contenido de humedad	20
3.1. Diagrama esquemático de un calentador de agua con colector solar de placa plana y flujo termosifón en lazo abierto	31
3.2. Diagrama esquemático de un colector solar de placa plana	32
3.3. Diagrama esquemático de la absorción de radiación y las pérdidas de energía en un colector solar de placa plana	33
3.4. Diagrama esquemático de la configuración de los tubos y la lamina de una placa plana	35
3.5. Diagrama esquemático del balance de energía en la aleta	35
3.6. Red térmica para el flujo de calor de la soldadura hacia el fluido	38
3.7. Flujo de energía a través de un elemento del tubo	40
3.8. Representación esquemática de un tanque estratificado	42
3.9. Representación esquemática de un tanque estratificado a tres nodos	43
3.10. Representación esquemática del sistema durante el proceso de calentamiento	44
3.11. Representación esquemática del sistema durante el proceso de consumo	44
4.1. Diagrama esquemático de un sistema fotovoltaico independiente	56
4.2. Principales características de una celda solar de silicio con unión simple pn	57
4.3. Corte transversal de una celda fotovoltaica de unión pn simple	58
4.4. Generación y movimiento de las corrientes libres en una celda solar de unión pn	58

4.5. Estructura de las bandas de energía en una celda solar de unión <i>pn</i> simple en la oscuridad	59
4.6. Región de agotamiento en una unión <i>pn</i>	61
4.7. Celda solar de unión <i>pn</i> simple en la oscuridad	63
4.8. Concentración de electrones y huecos en la oscuridad a través de una unión <i>pn</i> . .	70
4.9. Celda solar de unión <i>pn</i> iluminada	71
4.10. Curva de corriente-voltaje representativa de una celda fotovoltaica	74
4.11. Curva de potencia-voltaje representativa de una celda fotovoltaica	75
4.12. Influencia de la irradiancia y la temperatura en las características de una celda fotovoltaica	77
4.13. Diagrama esquemático de un módulo fotovoltaico	77
4.14. Diagrama esquemático de un arreglo fotovoltaico	78
4.15. Diagrama esquemático de una batería de plomo ácido	79
4.16. Zonas de trabajo de la batería ácido-plomo utilizada en sistemas fotovoltaicos . .	81
4.17. Representación esquemática del modelo de Copetti	83
4.18. Principio de funcionamiento de un controlador de carga	86
4.19. Variación del voltaje en el sistema	89
5.1. Biodigestor anaerobio para tratamiento de residuos ganaderos.	90
5.2. Ilustración de la cinética de crecimiento de Monod.	92
5.3. Rendimiento microbiano y del sustrato a través del tiempo.	93
5.4. Esquema de reacciones de la digestión anaerobia	97
5.5. Producción de gas metano durante el proceso de digestión.	111
A.1. Diagrama espacial de las pérdidas de calor en el plato absorbedor	116
A.2. Red térmica para las pérdidas de calor superior e inferior en el plato absorbedor .	116
A.3. Red térmica para la transferencia de calor entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio	117
A.4. Red térmica para la transferencia de calor entre el plato absorbedor y el aislante inferior	121
A.5. Diagrama para la transferencia de calor entre los bordes del plato absorbedor y el aislante lateral	122
B.1. Diagrama esquemático de la geometría del tanque de almacenamiento y su recubrimiento de poliuretano	125
B.2. Diagrama esquemático de la transferencia de calor a través del recubrimiento de poliuretano en las tapas del tanque	125
B.3. Diagrama esquemático de la transferencia de calor a través del recubrimiento de poliuretano en la pared del tanque	126
C.1. Diagrama esquemático de las bandas de energía de un material semiconductor . .	128
C.2. Diagrama esquemático de un material semiconductor tipo <i>p</i> y tipo <i>n</i>	129
C.3. Diagrama esquemático de una tuntura <i>pn</i>	129
C.4. Diagrama de energía de un semiconductor tipo <i>p</i> y un semiconductor tipo <i>n</i> . . .	130

Lista de Tablas

1.1. Potencial energético del Cauca de la biomasa residual para el rector agrícola . . .	4
1.2. Potencial energético del Cauca de la biomasa residual para el sector pecuario . . .	4
2.1. Parámetros de clasificación más relevantes de la energía termosolar, fotovoltaica y de la bioenergía	21
2.2. Características principales de las energías renovables.	21
2.3. Parámetros de clasificación de las tecnologías termosolares para viviendas rurales.	21
2.4. Parámetros de clasificación de las tecnologías fotovoltaicas para viviendas rurales.	22
2.5. Parámetros de clasificación de tecnologías biomásicas para viviendas rurales. . . .	23
2.6. Formato principal: elección de energía renovable.	23
2.7. Formato secundario: elección de tecnología termosolar.	24
2.8. Formato secundario: elección de tecnología fotovoltaica.	24
2.9. Formato secundario: elección de tecnología biomásica.	25
2.10. Ejemplo 1: Llenado del formato principal - elección de energía renovable.	26
2.11. Ejemplo 1: Llenado del formato secundario - elección de tecnología termosolar. . .	27
2.12. Ejemplo 1: Llenado del formato secundario - elección de tecnología fotovoltaica. .	28
2.13. Ejemplo 2: Llenado del formato principal - elección de energía renovable.	29
2.14. Ejemplo 2: Llenado del formato secundario - elección de tecnología biomásica. . .	30
3.1. Simulación de la etapa de calentamiento de un calentador de agua con colector solar de placa plana	52
3.2. Simulación de la etapa de consumo de un calentador de agua con colector solar de placa plana	55
5.1. Diferentes cinéticas de crecimiento de microorganismos usadas en la literatura . .	92
5.2. Cinéticas de inhibición y expresión matemática de la cinética	92
5.3. Simulación del funcionamiento del biodigestor	110
G.1. Características de las aguas residuales industriales de una destilería de vino	139
G.2. Características principales del afluente empleados en la identificación del estado estacionario	141
G.3. Estimación de los parámetros cinéticos	141
G.4. Estimación de los coeficientes de generación	141

Lista de Símbolos

Abreviaturas

BRV:	Biomasa Residual Vegetal.
CF:	Celda Fotovoltaica.
CIEMAT:	Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas de España.
ER:	Energía Renovable
PC:	Parámetro de Clasificación.
PF:	Panel Fotovoltaico.
RC:	Relación de Concentración
ZNI:	Zonas no Interconectadas.
SIN:	Sistema de Interconexión Nacional.
SOC:	State Of Charge

Símbolos con letras latinas

A	Area [m^2].
AV	Concentración de ácidos volátiles [g/l].
C	Conductancia [\mathcal{U}].
C_{10}	Capacidad nominal a 10 horas [$A \cdot h$].
C_p	Calor específico [$J/Kg \cdot ^\circ C$].
D	Velocidad de dilución [$dias^{-1}$].
DOD	Profundidad de descarga [<i>Adimensional</i>].
\mathcal{E}	Campo eléctrico [V/m].
E	Energía [J].
E_b	Poder de emisión de cuerpo negro [W/m^2].
E_c	Energía en la banda de conducción [eV].
E_F	Energía de Fermi [eV].
E_g	Gap de energía [eV].
E_v	Energía en la banda de valencia [eV].
e	Carga del electrón [C].
F	Eficiencia [<i>Adimensional</i>].
F_{ij}	Factor de visión de la superficie i a superficie j [<i>Adimensional</i>].
F_R	Factor de disipación de calor [<i>Adimensional</i>].
FF	Factor de llenado [<i>Adimensional</i>].
G	Irradiación [W/m^2].

G_t	Cantidad de insolación que incide sobre una superficie terrestre [W/m^2].
h	Coefficiente de transferencia de calor por convección [$W/m^2 \cdot ^\circ C$].
i	Corriente [A].
i_0	Corriente de saturación [A].
i_{gen}	Corriente de generación bajo polarización [A].
i_{gen0}	Corriente de generación en la oscuridad [A].
i_j	Corriente oscura [A].
i_{ph}	Fotocorriente [A].
i_{rec}	Corriente de recombinación bajo polarización [A].
i_{rec0}	Corriente de recombinación en la oscuridad [A].
i_{sc}	Corriente de una celda fotovoltaica en corto circuito [A].
J	Radiosidad [W/m^2].
K_S	Constante de saturación debida al sustrato [<i>Adimensional</i>].
k	Conductividad térmica [$W/m \cdot ^\circ C$].
k	Constante de Boltzmann [J/K].
k_i	Coefficientes pseudoestequiométricos asociados a las bioreacciones [$mmol/g$].
m	Masa [Kg].
\dot{m}	Flujo másico [Kg/s].
N_a	Densidad lineal de aceptores [<i>Átomos/m</i>].
N_c	Densidad efectiva de los estado de la banda de conducción.
N_d	Densidad lineal de donadores [<i>Átomos/m</i>].
N_v	Densidad efectiva de los estado de la banda de valencia.
n	Densidad lineal de electrones [C/m].
n_i	Número de electrones intrínsecos.
L	Longitud [m].
L_e	Longitud de difusión de electrones en el semiconductor tipo p [m].
L_h	Longitud de difusión de huecos en el semiconductor tipo n [m].
L_n	Longitud de Debye en el semiconductor tipo n [m].
L_p	Longitud de Debye en el semiconductor tipo p [m].
P	Potencia [W].
p	Densidad lineal de huecos [C/m].
q'	Flujo de calor por unidad de longitud [W/m].
q_C	Flujo molar de CO_2 [$mol/l \cdot dia$].
q_M	Flujo molar de gas metano [$mol/l \cdot dia$].
\dot{Q}	Velocidad de transferencia de calor [W].
R	Resistencia térmica o eléctrica [$^\circ C/W$] o [Ω].
R_{in}	Resistencia intena de la batería [Ω].
S	Concentración de sustrato orgánico soluble [g/l].
SOC	Estado de carga de la batería [<i>Adimensional</i>].
T	Temperatura [$^\circ C$].
U	Coefficiente de transferencia de calor [$W/m^2 \cdot ^\circ C$].
V	Voltaje [V].
V_{co}	Voltaje de una celda fotovoltaica en circuito abierto [V].
V_c	Voltaje de carga de la batería [V].
V_d	Voltaje de difusión de una unión [V].

V_{ec}	Voltaje final de carga de la batería [V].
V_g	Voltaje de gaseo de la batería [V].
V_j	Voltaje de polarización de una celda fotovoltaica en la oscuridad [V].
V_{ja}	Separación entre los niveles de Fermi en una unión polarizada [V].
X	Concentración de bacterias [g/l].

Símbolos con letras griegas

α	Absortividad [<i>Adimensional</i>].
β	Tiempo de vida de los portadores de carga minoritarios [s].
γ	Constante de tiempo de la sobrecarga [h].
ϵ	Permisividad [F/m].
ε	Emisividad [<i>Adimensional</i>].
η	Eficiencia [<i>Adimensional</i>].
ϑ	Fracción de biomasa presente en la fase líquida [<i>Adimensional</i>].
μ	Tasa de crecimiento específica de bacterias [<i>dias</i> ⁻¹].
μ_{max}	Tasa máxima de crecimiento para bacterias [<i>dias</i> ⁻¹].
ρ	Reflectividad [<i>Adimensional</i>].
ρ^*	Densidad [<i>Kg/m</i> ³].
ρ^{e^-}	Densidad lineal de carga [C/m].
σ	Constante de Stefan-Boltzmann [<i>W/m</i> ² · <i>K</i> ⁴].
τ	Trasmisividad [<i>Adimensional</i>].
Φ	Función de trabajo de un material [eV].
ψ	Potencial electrostático [eV].
ψ_0	Potencial de contacto de una unión <i>pn</i> [V].

Subíndices

<i>a</i>	Ambiente.
<i>ad</i>	Acidogénicas.
<i>b</i>	Aislante inferior del colector solar.
<i>c</i>	Colector solar de placa plana.
<i>e</i>	Electrones.
<i>h</i>	Huecos.
<i>i</i>	<i>i</i> -ésimo componente.
<i>j</i>	<i>j</i> -ésimo componente.
<i>m</i>	Metanogénicas.
<i>p</i>	Plato absorbedor del colector solar.
<i>s</i>	Tanque de almacenamiento.
<i>v</i>	Cubierta de vidrio del colector solar.

Superíndices

- A* Arreglo fotovoltaico.
- M* Modulo fotovoltaico.
- Dk* Condiciones bajo oscuridad.
- Lt* Condiciones bajo iluminación.
- Ph* Fotovoltaico o fotogenerado.

Capítulo 1

Energía Renovable para Viviendas Rurales en el Cauca

Todas las especies del planeta se abastecen de la tierra para su subsistencia pero el hombre, a diferencia de los demás seres vivos, utiliza los recursos naturales para modificar drásticamente su entorno. Desde la revolución industrial el hombre avanza tecnológicamente a gran velocidad, lo cual le ha permitido mejorar su calidad de vida, longevidad y población. Las necesidades creadas por la vida moderna se traducen en una gran demanda energética a escala mundial que está sujeta a factores como el crecimiento poblacional, el desarrollo económico y el progreso tecnológico.

Actualmente, el crecimiento poblacional está estimado en 200.000 personas por día [1], mientras que el consumo de petróleo se establece en 4,5 barriles por persona al año [2]. Por otro lado, la industria mundial obtiene su energía primaria principalmente de los combustibles fósiles, debido a que la tecnología amigable con el medio ambiente tiene costos de inversión elevados que se recuperan lentamente y generan ganancias a largo plazo. El uso de tecnologías contaminantes contribuye al incremento del efecto invernadero y causa fenómenos como la lluvia ácida, que deteriora los ecosistemas y afecta no sólo a la flora y fauna sino también al ser humano.

Debido al carácter no renovable de los combustibles fósiles, el consumo indiscriminado de éstos hace que se agoten progresivamente, pues se consumen más rápido de lo que la naturaleza los puede generar. Adicionalmente, los nuevos yacimientos son de difícil extracción y la energía que se invierte para la explotación se incrementa en relación a la energía que será obtenida del crudo; ésto repercute en el alza de los precios del barril de petróleo.

El acelerado declive del delicado equilibrio del planeta tierra a causa de las acciones humanas ha generado una gran problemática medioambiental de la cual hacen parte: la deforestación, la contaminación de diversos tipos, el calentamiento global, la extinción de especies y climas inesperados. Todo esto ha generado que el planeta cambie drásticamente sus características naturales poniendo en peligro la capacidad de generar y sustentar la vida. Para evitarlo, hoy en día se plantea la necesidad de la explotación moderada del medio ambiente, permitiendo mejorar las condiciones de vida al satisfacer las necesidades del presente sin comprometer el futuro de las próximas generaciones, esto es *Desarrollo Sostenible* [3].

La tierra posee una serie de insumos que pueden ser renovados sin dificultad mediante procesos naturales, éstos son denominados *Recursos Renovables*; entre ellos se encuentran los bosques, los prados, el agua superficial y subterránea, el aire, la biodiversidad, etc [3]. Estos recursos

tienen el potencial de proporcionar energía con poco o ningún residuo contaminante, aunque sus inconvenientes más sobresalientes son su intermitencia y las pocas políticas existentes para incentivar su uso. Este tipo de energía limpia es llamada *Energía Renovable (ER)* y representa una alternativa ante el uso de recursos fósiles. Existen diversos métodos para obtener este tipo de energía; las principales formas de ER son [4]:

- **Energía Solar Fotovoltaica:** Energía generada por la transformación directa de la luz solar en electricidad, por medio de dispositivos optoelectrónicos, que generalmente son semiconductores, denominados celdas solares.
- **Energía Solar Térmica o Termosolar:** Calor producido por la radiación del sol. La energía es aprovechada mediante colectores o captadores solares que absorben la radiación para transformarla en calor.
- **Bioenergía:** Energía que se obtiene de materiales orgánicos de origen biológico o animal, particularmente estiércol y desechos urbanos o industriales.
- **Energía Eólica:** Energía generada por máquinas eólicas, que transforman la energía cinética del viento en energía mecánica de rotación para accionar directamente máquinas de tracción o para la producción de electricidad.
- **Energía Geotérmica:** Calor natural que se encuentra almacenado en el interior de la tierra. Puede ser transportada hacia la superficie mediante la extracción o inyección de fluidos que al interaccionar con la roca caliente adquieren condiciones de presión y temperatura elevadas, lo que favorece la producción de vapor.
- **Energía Hidráulica a Pequeña Escala:** Tecnología de mínimo impacto ambiental que aprovecha la energía potencial asociada a las caídas de agua, la diferencia de alturas entre dos puntos del curso de un río y la energía cinética del agua al pasar por una turbina para generar electricidad.
- **Energía Oceánica:** Energía mecánica que puede ser obtenida del océano a partir de mareas, olas, corrientes, gradientes térmicos y gradientes salinos.

Colombia dispone de recursos naturales suficientes para la obtención de cualquiera de las ER mencionadas anteriormente. La topografía del país permite que se formen gradientes de temperatura y presión en la atmósfera, adecuados para la generación de vientos aprovechables por sistemas eólicos; el mapa de campos geotérmicos de Colombia muestra que existen suficientes fuentes geotérmicas para la explotación; la hidrografía confirma la gran disponibilidad de locaciones para centrales hidráulicas a pequeña escala y para la energía oceánica se cuenta con dos océanos limitando la nación [5].

En Colombia existen condiciones climáticas variadas y especiales que afectan la disponibilidad del recurso solar. La intensidad de la radiación solar en la región Andina muestra que las zonas del Valle del Cauca y Magdalena poseen el mayor potencial de esta región. A medida que se asciende a las cimas de las cordilleras el potencial solar va disminuyendo gradualmente, con excepción de algunos núcleos localizados en zonas llamadas altiplanos, donde se observa un potencial solar mayor comparado con el de las laderas. En las regiones costeras: atlántica y pacífica, la Guajira cuenta con un potencial solar promedio diario entre 5,0 y 6,0 kWh/m^2 , el mayor del país. Este valor va disminuyendo gradualmente en dirección sur-oeste hacia la costa pacífica, donde se presenta el

menor potencial solar del país, con valores menores a $3,5 \text{ kWh/m}^2$ [6].

Colombia también cuenta con condiciones favorables para el desarrollo de las actividades agropecuarias. El territorio nacional tiene una superficie continental de 11.417.800 Ha, de las cuales el 44,77 % se estima que se destina a la actividad agropecuaria que es una fuente importante de biomasa residual vegetal (BRV). Por otra parte Colombia posee un área marítima de 928.600 Km^2 , con una enorme variedad de especies acuáticas en las que es posible encontrar una gran biodiversidad y por lo tanto disponer de alternativas para fuentes de biomasa [7].

En el 2005 Colombia reportó 4.058.470 Ha dedicadas al cultivo de especies permanentes y transitorias como la caña de azúcar, la palma de cera, el arroz, el maíz, el café, el banano y el plátano. Del proceso de corte y transformación de la cosecha se generan diferentes tipos de biomasa residual agrícola que se clasifica según su origen y residuos agroindustriales [7].

En Colombia, el sector pecuario cuenta con el 76 % (38.848.204 Ha) del área total destinada a las actividades agropecuarias. El sector está representado en un 40 % por la explotación de la ganadería bovina, 40 % por la avícola, 10 % por la actividad porcícola y el 10 % restante reúne las actividades caprinas, ovinas, piscícolas y equinas. Según los datos anteriores, los sistemas de producción pecuaria que se desarrollan en el país generan grandes volúmenes de estiércol, que constituyen una fuente importante de biomasa residual. La producción de biomasa del sector pecuario depende principalmente de factores como el tipo de animal, su estado fisiológico, su peso corporal y su dieta alimenticia, siendo su grado de dispersión en el terreno donde se produce, un elemento limitante de su aprovechamiento [7].

Por otra parte, los 32 departamentos con sus 1.085 municipios, que conforman el territorio colombiano, generaron en el 2008 aproximadamente 21.000 Ton/día de residuos sólidos procedentes de las actividades residenciales, comerciales e institucionales, con un porcentaje de material orgánico del 56,44 %. Según datos de la Superintendencia de Servicios Públicos Domiciliarios, la generación de residuos ordinarios en cabeceras municipales para el año 2000 fue de 7.921.034,78 Ton, equivalente a una producción per cápita de 0,721 Kg/hab/día; mientras que para el año 2004, se generaron 8.558.981,47 Ton (0,716 Kg/hab/día). Esto indica que la generación per cápita promedio de residuos sólidos en Colombia constituye otra fuente importante de biomasa residual [7].

El departamento del Cauca cuenta con material orgánico apto para la producción de energía. La **Tabla 1.1** contiene información sobre la biomasa proveniente de la agricultura, la **Tabla 1.2** muestra datos sobre la cantidad de estiércol que producen las actividades pecuarias. Para las dos tablas se especifica la cantidad de material orgánico y su potencial energético:

En cuanto a los residuos sólidos, para el 2007 de los 42 municipios del Cauca sólo Popayán elaboró un Plan de Gestión Integral de Residuos Sólidos. Este plan se encuentra actualmente aprobado y en desarrollo mediante diversos proyectos de educación y concientización sobre el manejo de las basuras, pero ninguno enfocado a la generación de energía [8]. Así mismo, los residuos se depositan en rellenos sanitarios, 9 municipios realizan enterramiento, 29 municipios desechan sus basuras en botaderos a cielo abierto y los otros 2 municipios no informan el tipo de disposición final que utilizan [9]. El departamento del Cauca no cuenta con información del potencial energético de sus residuos sólidos.

Tabla 1.1: *Potencial energético del Cauca de la biomasa residual para el sector agrícola. Adaptado de [7]*

Tipo de Cultivo	Área Sembrada (Ha)	Producción (Ton producto/año)	Residuos (Ton/año)	Potencial Energético (TJ/año)
Arroz	1.446	5.352	13.648	60,47
Banano	473	2.370	14.576	8,32
Café	53.996	59.933	321.263	3.123,23
Azúcar	34.486	390.142	2.317.443	17.689,55
Caña de Panela	17.426	94.263	591.969	5.043,58
Maíz	7.540	13.633	19.290	207,16
Plátano	14.153	130.249	801.632	457,41
TOTAL	129.520	695.942	4.079.821	26.589,72

Tabla 1.2: *Potencial energético del Cauca de la biomasa residual para el sector pecuario. Adaptado de [7]*

Sector Pecuario	Población (cabezas/año)	Cantidad de Estiércol (Ton/año)	Potencial Energético (TJ/año)
Avícola	2.029.100	63.000	587,28
Bobino	250.824	1.111.160	922,89
Porcino	80.423	65.987	93,98
TOTAL	2.360.347	1.240.146	1.604,16

En vista de la gran abundancia de recursos renovables que posee el Cauca, es una opción viable llevar electricidad y otros combustibles generados a partir de este tipo de recursos, especialmente a aquellas zonas poco asequibles que no se encuentran conectadas a la red eléctrica nacional.

En cuanto al servicio de electricidad, aproximadamente el 4% de la población colombiana no está conectada al sistema de transmisión eléctrica nacional [10]. Dicha población ocupa el 66% del territorio nacional. Las zonas no interconectadas (ZNI) están definidas como aquellas que no tienen acceso al servicio de electricidad a través del Sistema de Interconexión Nacional (SIN) [11], [12]. Generalmente su interconexión es financieramente inviable por falta de economías de escala [13], [14]; el servicio de energía en estas zonas es caracterizado por baja cobertura (34% de la población), reducido número de horas de servicio (8 horas en promedio), baja calidad del servicio, altas pérdidas técnicas y precios altos, cultura del no pago y usuarios con muy bajo nivel de ingresos [15]. En estas zonas existe una capacidad instalada de 102 MW de los cuales 97 MW corresponden a generación autónoma convencional (principalmente plantas Diesel), 4,7 MW a pequeñas centrales hidroeléctricas y alrededor de 100 kW a paneles solares fotovoltaicos [10].

De acuerdo con la información suministrada por Cedelca, en el 2007 esta empresa atendía a 37 municipios Caucanos y mantenía un déficit en la cobertura rural de energía del 38%, que corresponde a cerca de 64.631 viviendas del sector rural que no contaban con servicio de suministro de energía eléctrica. Para el año 2012 la Compañía Energética de Occidente no tiene información acerca de las veredas que carecen del servicio de energía eléctrica en el Departamento del Cauca [16], pero el UPME [17] (Unidad de Planeación Minero-Energética) registra una cobertura nacional eléctrica promedio del 89% para enero del 2012. Varios sistemas locales aislados denominados ZNI, por su parte, cuenta con alrededor de 12 mil usuarios y el servicio es prestado por la Empresa de Energía de Guapi-Energuapi, la Empresa Mixta de Servicios Públicos de Energía Eléctrica Timbiquí S.A-E.S.P, la Empresa de Energía Eléctrica de López de Micay S.A, y las alcaldías municipales de Santa Rosa y Piamonte [9].

El abastecimiento energético para viviendas rurales es un tema de vital importancia en el país. Se han creado entidades estatales como la UPME e IPSE [18] (Instituto de Planificación y Promoción de Soluciones Energéticas para las Zonas no Interconectadas) las cuales han desarrollado programas como el PROURE (Programa de Uso Racional y Eficiente de Energía y Fuentes No Convencionales de Energía), según el cual la capacidad instalada para generación eléctrica en las Zonas No Interconectadas a 2010 es de 118 *MW*, de los cuales el 108,5 *MW* instalados corresponden a la generación con plantas Diesel y el restante corresponde a generación con plantas hidroeléctricas a pequeña escala (PCH's) y sistemas fotovoltaicos. La meta que se propone este programa a 2015 es aumentar la participación de las FNCE (Fuentes No Convencionales de Energía) en las ZNI al 20 %, este porcentaje compuesto por 8 % de la capacidad instalada hasta el 2010 de fuentes de producción de energía no convencional, más del 12 % por desarrollos con energía eólica, plantas hidráulicas a pequeña escala, biomasa y energía solar. Al 2020 la meta de participación de las FNCE en las ZNI será del 30 % [19]. Dentro de este mismo programa se definen subprogramas como el de hornillas eficientes y el programa de diseño y construcción y uso eficiente y sostenible de viviendas, con los cuales se pretenden cumplir las diversas metas establecidas en el mismo.

El suministro energético y de combustibles de forma constante a las viviendas rurales, es de suma importancia como elemento del desarrollo socioeconómico rural, ya que hace viable la demanda de otros servicios, como el bombeo de agua potable, la prolongación del día gracias a la iluminación y la preparación de alimentos. En general, el aumento de la demanda de energía, tanto en cantidad como en calidad, está directamente relacionado con el desarrollo socioeconómico, a través de los múltiples servicios que permite ofrecer [20].

Las fuentes de energía alternativa vistas anteriormente son una opción energética para aquellas áreas del Cauca que no gozan de fluido energético comercial constante, amortiguando el consumo masivo de combustibles fósiles, mediante sistemas de suministro de energía a pequeña escala que aprovechan los recursos renovables. La ubicación geográfica de la vivienda rural hace únicas sus necesidades a suplir, requerimientos energéticos, recursos naturales e intermitencia de los mismos, por lo cual es de suma importancia su conservación, orden y estudio.

La información de los párrafos precedentes confirma que las tecnologías apropiadas para la región caucana son aquellas que utilizan el recurso solar y biomásico, pues el Departamento del Cauca cuenta con una irradiancia promedio de 3,5 *kWh/m²* [6] y un gran recurso biomásico ganadero [7], por esta razón el proyecto se enfoca en el estudio y modelado de sistemas para generar energía fotovoltaica, termosolar y procedente de biomasa.

Capítulo 2

Parámetros de Clasificación y Selección de Tecnología Renovable

La selección adecuada de un sistema que provee ER a una vivienda ubicada en un área rural, debe realizarse teniendo en cuenta variables que caracterizan el ambiente de funcionamiento para garantizar un óptimo desempeño. Así mismo es importante conocer costos estimados de inversión, dependiendo de la tecnología que se desee implementar. Para una mejor organización, en este documento se le ha llamado “*Parámetro de Clasificación*” (PC) a todas aquellas características que se han considerado relevantes para el desarrollo de este proyecto.

En la siguiente sección se presenta una propuesta de PC para cada una de las tres tecnologías seleccionadas: termosolar, fotovoltaica y proveniente de biomasa. Para cada parámetro ha sido elaborado un mapa conceptual que ayuda a visualizar la clasificación de las tecnologías.

2.1. Energía Termosolar

Existen muchos PC para las diversas tecnologías termosolares disponibles. En esta sección se consideran los ocho (8) principales que diferencian más claramente una tecnología de otra como lo son: temperatura máxima de operación, relación de concentración, seguimiento solar, uso o aplicación, tipo de fluido termosolar, forma de captación de la energía, sistema de distribución y costos.

- **Temperatura máxima de trabajo u operación:** Según el Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas (CIEMAT) [21] los sistemas termosolares se clasifican según la temperatura de operación como lo muestra la **Figura 2.1** [22], los rangos de trabajo de cada tecnología son tomados de [23]. El rango de temperatura define la complejidad tecnológica del mismo; así, para alcanzar temperaturas mayores al punto de ebullición del agua se involucran dispositivos ópticos, seguidores de sol, etc.

En la **Figura 2.1** se catalogan las tecnologías termosolares en tres rangos de acuerdo a la temperatura alcanzada por el sistema durante su funcionamiento: $T < 80\text{ }^{\circ}\text{C}$, $125\text{ }^{\circ}\text{C} < T < 250\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $T > 250\text{ }^{\circ}\text{C}$.

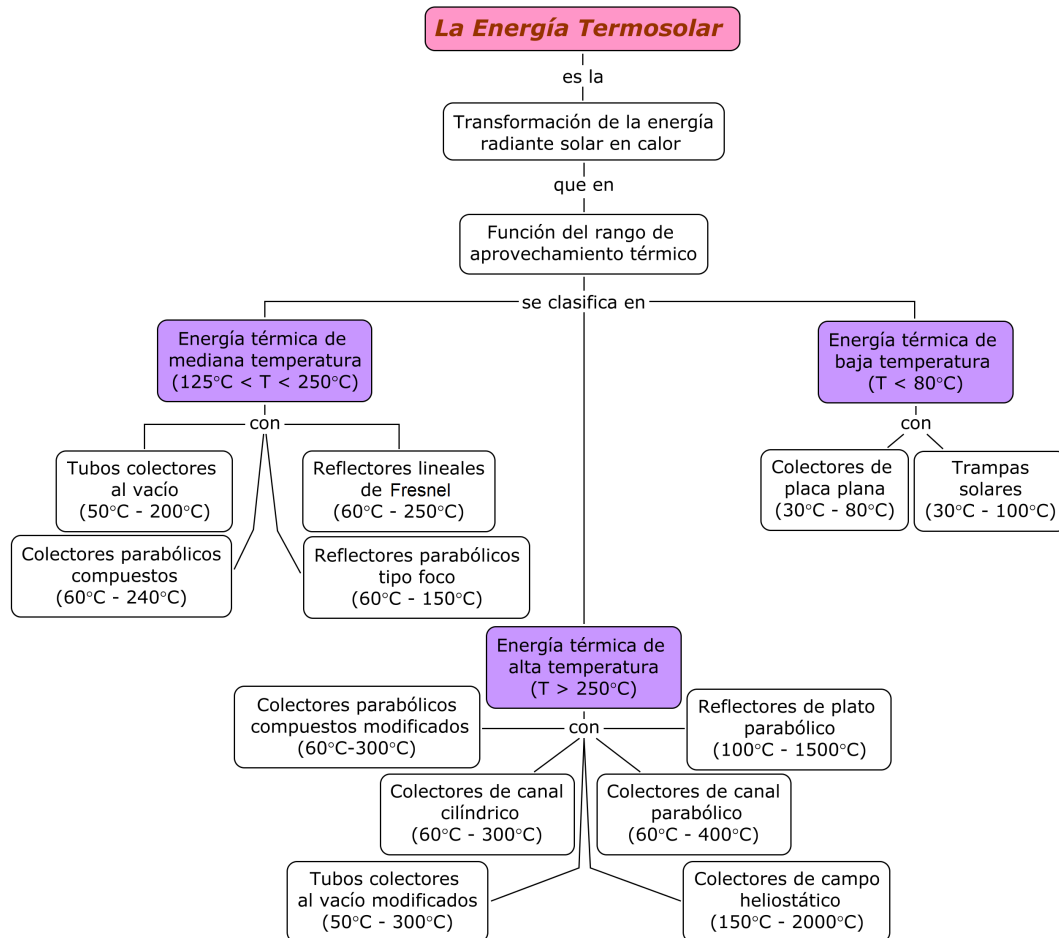


Figura 2.1: Clasificación de dispositivos termosolares según la temperatura máxima de trabajo.
Fuente Propia

- **Relación de concentración:** Este parámetro es definido como la relación entre el área de apertura del receptor o colector y la superficie de absorción [22]. Incrementar este coeficiente implica seleccionar un sistema de mayor temperatura y con mayores requerimientos ópticos y de posicionamiento de los mismos. Los rangos de relación de concentración (RC) para cada tecnología son tomados de [23]. En la **Figura 2.2** se muestra el mapa conceptual para esta clasificación.

En la **Figura 2.2** se clasifican las tecnologías termosolares en dos grupos; el primero incluye todas aquellas tecnologías cuyo RC es casi la unidad y el segundo todas aquellas cuyo RC es > 1 .

- **Seguimiento solar:** El seguimiento al sol permite que el dispositivo solar alcance mayores rangos de temperatura, pero incluir esta aplicación implica un incremento en los costos. El mapa conceptual para esta clasificación se muestra en la **Figura 2.3**.

En la **Figura 2.3** se presenta una clasificación para sistemas termosolares donde los dispositivos pueden ser: estacionarios, de seguimiento en un eje y de seguimiento en dos ejes (azimutal y altura) lo cual permite seguir exactamente al sol [23].

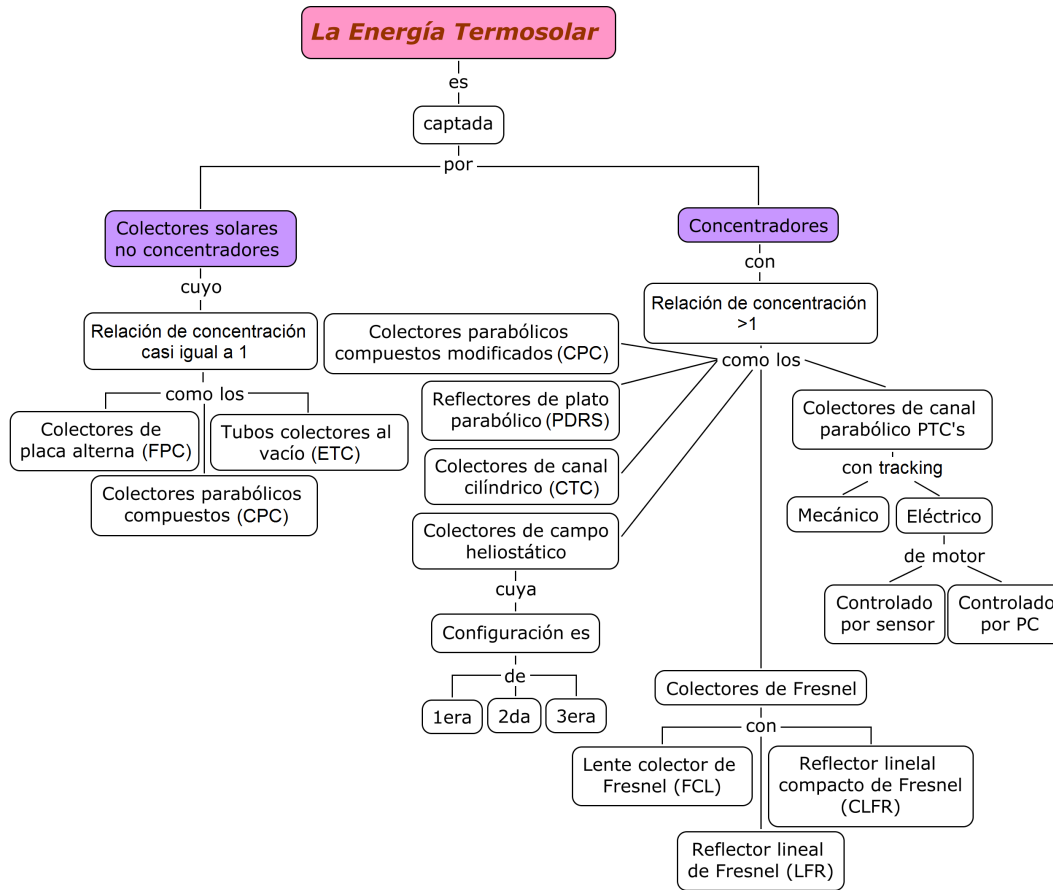


Figura 2.2: Clasificación de las tecnologías termosolares según su relación de concentración.
Fuente Propia

- **Uso o aplicación:** Las aplicaciones son variadas y amplias; en general el dispositivo se selecciona según la necesidad de temperatura y tamaño a cubrir [24]. Otras aplicaciones son la detoxificación solar¹ [22] y la desalinización de agua para el consumo humano [25]. El mapa conceptual para esta aplicación se muestra en la **Figura 2.4**.

En la **Figura 2.4** el primer grupo de aplicaciones lo conforman aquellas cuyo rango de temperatura está por debajo del punto de ebullición del agua y son: agua caliente sanitaria, calefacción de piscinas y espacios pequeños, refrigeración de espacios pequeños y detoxificación fotoquímica². El segundo grupo de aplicaciones lo conforman aquellas cuyo rango de temperatura está entre 100 °C y 200 °C y son: producción de vapor de agua, industrias y hospitales, calefacción y refrigeración de grandes espacios, calefacción urbana y desalinización. El tercer grupo lo conforman las aplicaciones cuyo rango de temperatura puede alcanzar hasta los 400 °C y su principal uso es la venta de energía termosolar a la red eléctrica y en instalaciones de investigación [24].

- **Tipo de fluido termosolar:** Los colectores solares convierten la radiación solar directa en energía térmica, la cual es transmitida a un fluido calor portador o de trabajo, este a su

¹Utilización de la radiación del sol para eliminar sustancias contaminantes presentes en el agua

²Tipo de detoxificación solar que aprovecha el rango del espectro solar ultravioleta-visible para desarrollar reacciones de oxidación

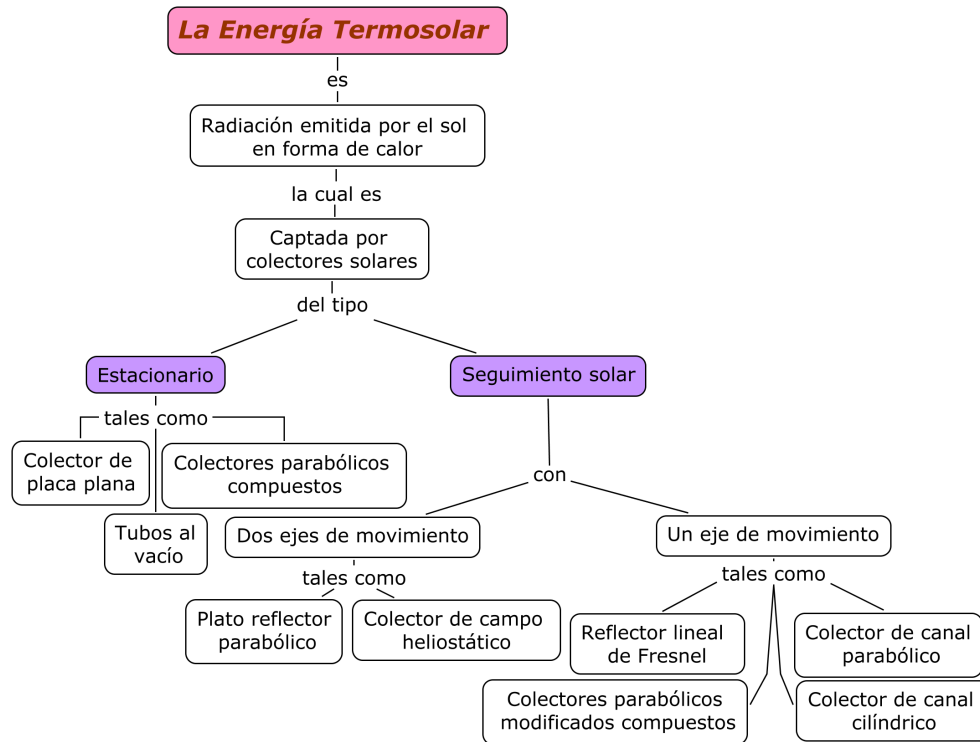


Figura 2.3: Clasificación de las tecnologías termosolares según el seguimiento al sol. Fuente Propia

vez es enviado a un intercambiador de calor, donde se produce vapor sobrecalentado, para accionar un turbo-alternador [26]. El mapa conceptual para esta clasificación se muestra en la **Figura 2.5**.

En la **Figura 2.5**, el tipo de fluido de trabajo que se utiliza depende de la temperatura que se desee alcanzar. Si las temperaturas que se desean son moderadas, es decir, $T < 200\text{ }^{\circ}\text{C}$, se utiliza agua desmineralizada, etilen glicol o metanol como fluidos de trabajo. Por el contrario, se emplean aceites sintéticos en aquellas aplicaciones donde se desean temperaturas de $200\text{ }^{\circ}\text{C} < T < 400\text{ }^{\circ}\text{C}$ [26].

- **Forma de captación de la radiación y energía contenida en la misma:** La energía se puede captar de forma directa con dispositivos tan simples como los que proporciona la arquitectura de una casa: amplias ventanas, un material aislante, techos bajos, etc; o también ser captada por dispositivos tecnológicamente más complejos, discos parabólicos, heliostatos, etc. A los primeros se les denomina sistemas pasivos y a los segundos sistemas activos. El mapa conceptual para esta clasificación se muestra en la **Figura 2.6**.

La **Figura 2.6** presenta una clasificación de las tecnologías termosolares entre sistemas activos y pasivos. Los primeros transforman la energía solar mediante dispositivos capaces de captar la energía proveniente del sol y la transforman en otra forma de energía compatible con la demanda que se pretende satisfacer. Mediante el aprovechamiento solar activo, se puede producir electricidad (energía solar fotovoltaica) y obtener calor (energía solar térmica). Los segundos, captan de forma directa la energía del sol, sin ningún tipo de mecanismo ni

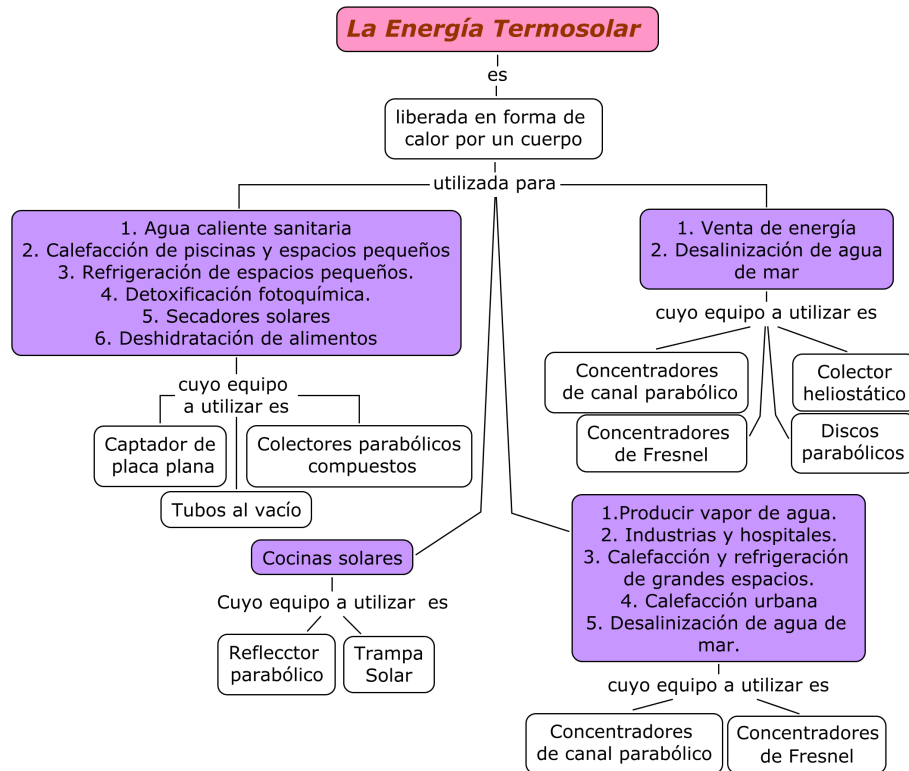


Figura 2.4: Clasificación de las tecnologías termosolares según el uso o aplicación. Fuente Propia

transformación previa. Así la arquitectura solar pasiva consiste en aprovechar la radiación solar sin la utilización de dispositivos intermedios, mediante la adecuada ubicación, diseño y orientación de los edificios, empleando correctamente las propiedades de los materiales y los elementos arquitectónicos de los mismos: aislamientos, tipos de cubiertas, protecciones, etc [24].

- **Sistema de distribución:** El sistema de distribución es el que se encarga de transportar el fluido caliente contenido en los captadores solares hasta el punto de consumo. Existen diferentes circuitos de distribución, dependiendo de las necesidades que se requiera satisfacer o las condiciones climáticas del lugar donde se realiza la captación. El mapa conceptual para esta clasificación se muestra en la **Figura 2.7**.

La **Figura 2.7** presenta las dos formas posibles para el circuito, el cual puede ser abierto o cerrado. Las instalaciones de circuito abierto son empleadas en lugares donde no se dan heladas a lo largo del año, o bien en aplicaciones temporales (establecimientos vacacionales de temporada, piscinas descubiertas). A su vez el fluido que circula por el circuito puede circular de manera forzada (con bombas) o por termosifón [27].

- **Costos:** Una estimación del costo de instalación para la tecnología solar termoelectrica en España es de 1.000 a 2.000 €/kWh [22]. El costo promedio para tecnologías de calefacción de agua y piscina para hogares oscila entre \$1.500.000 - \$3.000.000 pesos Colombianos [28], [29], y las estufas solares están en el rango de 170 - 330 €[30], [31], [32].
- **Piso térmico:** Al usar el agua como uno fluido de circulación, se corre el riesgo, en épocas

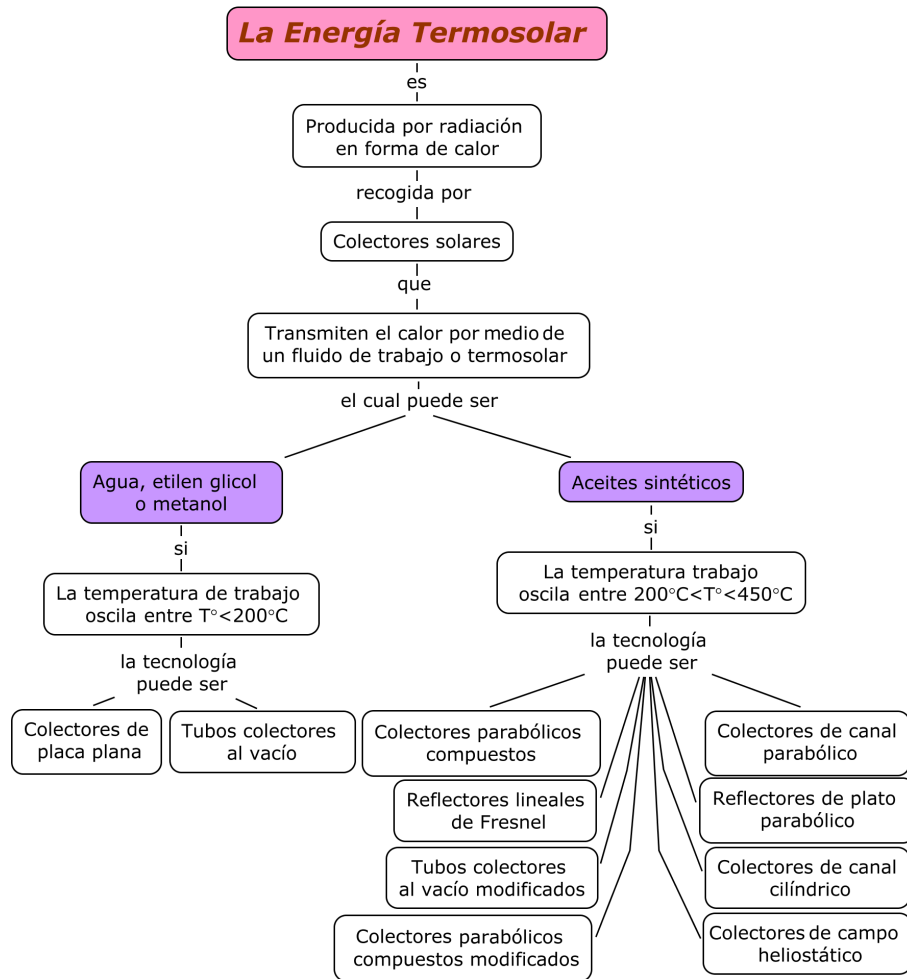


Figura 2.5: Clasificación de las tecnologías termosolares según el tipo de fluido termosolar que utilizan. Fuente Propia

de heladas, de roturas en los tubos u obstrucciones [22]. Las heladas se dan generalmente en el piso térmico frío y superiores, por esto se recomiendan sistemas de circulación forzados, anticongelantes y dispositivos electrónicos. Sólo se han considerado los pisos térmicos presentes en el departamento del Cauca: cálido, templado, frío y páramo. El piso cálido corresponde a una temperatura mayor a 24°C y a una altitud de 0m - 1.000m sobre el nivel del mar; el piso templado a temperaturas entre 17°C y 24°C a una altitud de 1.000m - 2.000m; el piso frío a temperaturas entre 12°C y 17°C a una altitud de 2.000m - 3.000m y el páramo a temperaturas entre 6°C y 12°C a una altitud de 3.000m - 4.000m.

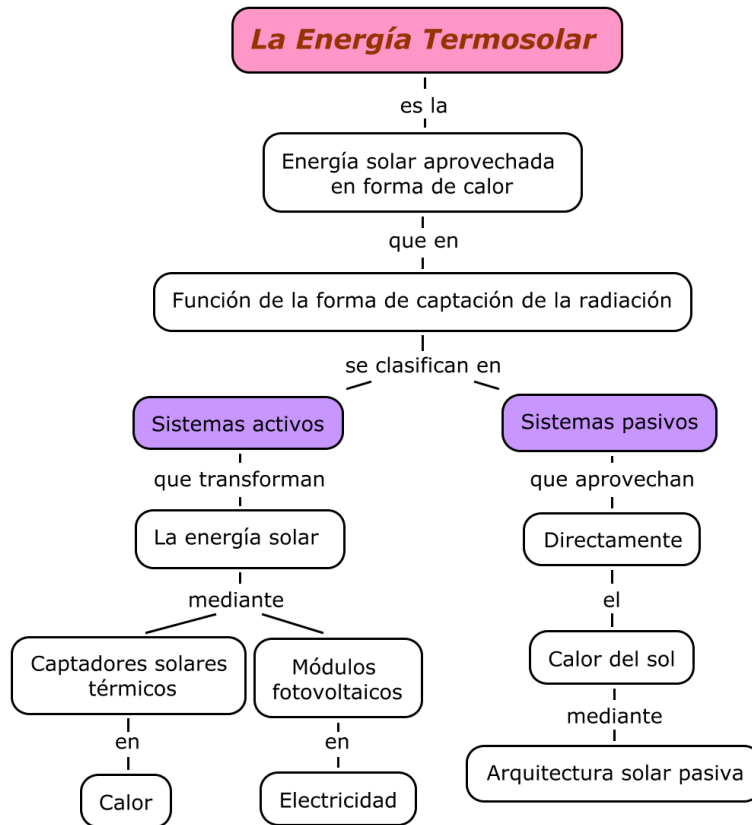


Figura 2.6: Clasificación de las tecnologías termosolares según la forma de captación de la radiación. Fuente Propia

2.2. Energía Fotovoltaica

En esta sección se presentan tres (3) de los PC más relevantes para este proyecto en la identificación y organización de las diversas tecnologías de energía solar fotovoltaica, como lo son: material, eficiencia y costos.

- **Material:** Teniendo en cuenta que todas las celdas fotovoltaicas (CF) funcionan basadas en el mismo principio físico, se considera un PC importante el material del cual están hechas. El uso de diferentes materiales, su dopaje o combinaciones multicapas entre ellos generan variaciones en la eficiencia y costo de la celda. La **Figura 2.9** presenta los diferentes tipos de CF, disponibles en el mercado y bajo investigación, según su material de fabricación [33].

En la **Figura 2.9** se tienen en cuenta materiales como: semiconductores tipo III y IV, celdas de juntura simple o múltiple, materiales sensibilizados al tinte, silicio cristalino, películas policristalinas delgadas, materiales amorfos, materiales plásticos, nitruro de Indio-Galio, materiales orgánicos y celdas de punto de contacto; que son los más reconocidos en el ámbito comercial y de desarrollo tecnológico.

- **Eficiencia:** La eficiencia de conversión es un PC muy importante para un sistema alternativo de energía, ya que brinda información sobre la cantidad de energía que generará para la

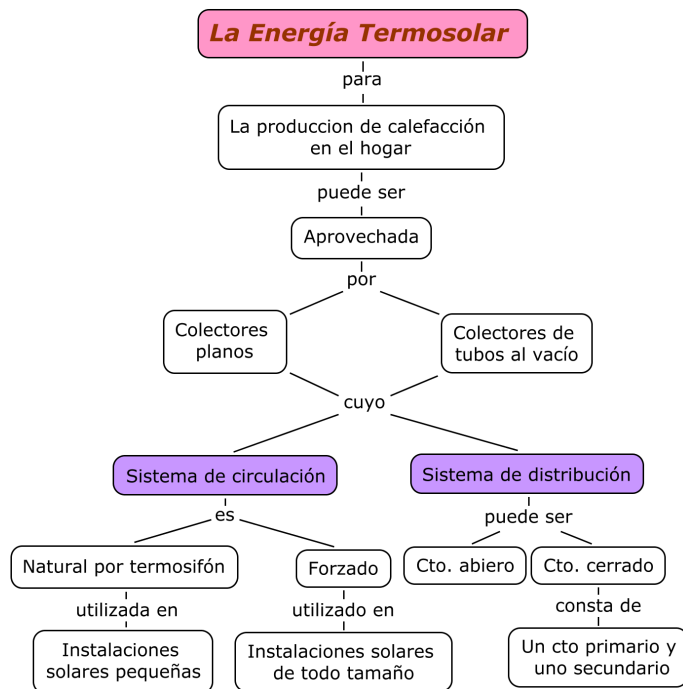


Figura 2.7: Clasificación de las tecnologías termosolares según el tipo de sistema de distribución y circulación. Fuente Propia

vivienda. Dependiendo de los requerimientos energéticos es posible seleccionar o descartar opciones de paneles fotovoltaicos (PF), para esto, la **Figura 2.8** muestra un cuadro donde se organizan los diferentes tipos de CF según la eficiencia de conversión [34].

La **Figura 2.8** muestra una posible organización de las CF según su eficiencia de conversión, estableciendo rangos subjetivos de alto, medio y bajo dependiendo del promedio de eficiencia total. Los rangos de eficiencia tomados corresponden a los siguientes límites: Bajo [0 %, 20 %), Medio [20 %, 30 %) y Alto [30 %, 100 %].

- **Costos (Relativo):** Al momento de realizar la elección del tipo de PF a instalar en una vivienda rural, es importante saber el presupuesto disponible para la inversión. Durante el año 2010 el costo promedio de los PF en España osciló entre $0,63€/Wp$ y $0,98€/Wp$ [35].
- **Vida útil:** La vida útil de los PF de silicio depende de la pureza del material, por lo tanto los que están hechos de silicio monocristalino duran aproximadamente 25 años, los de silicio policristalinos alrededor de 20 años y los amorfos cerca de 10 años [36].

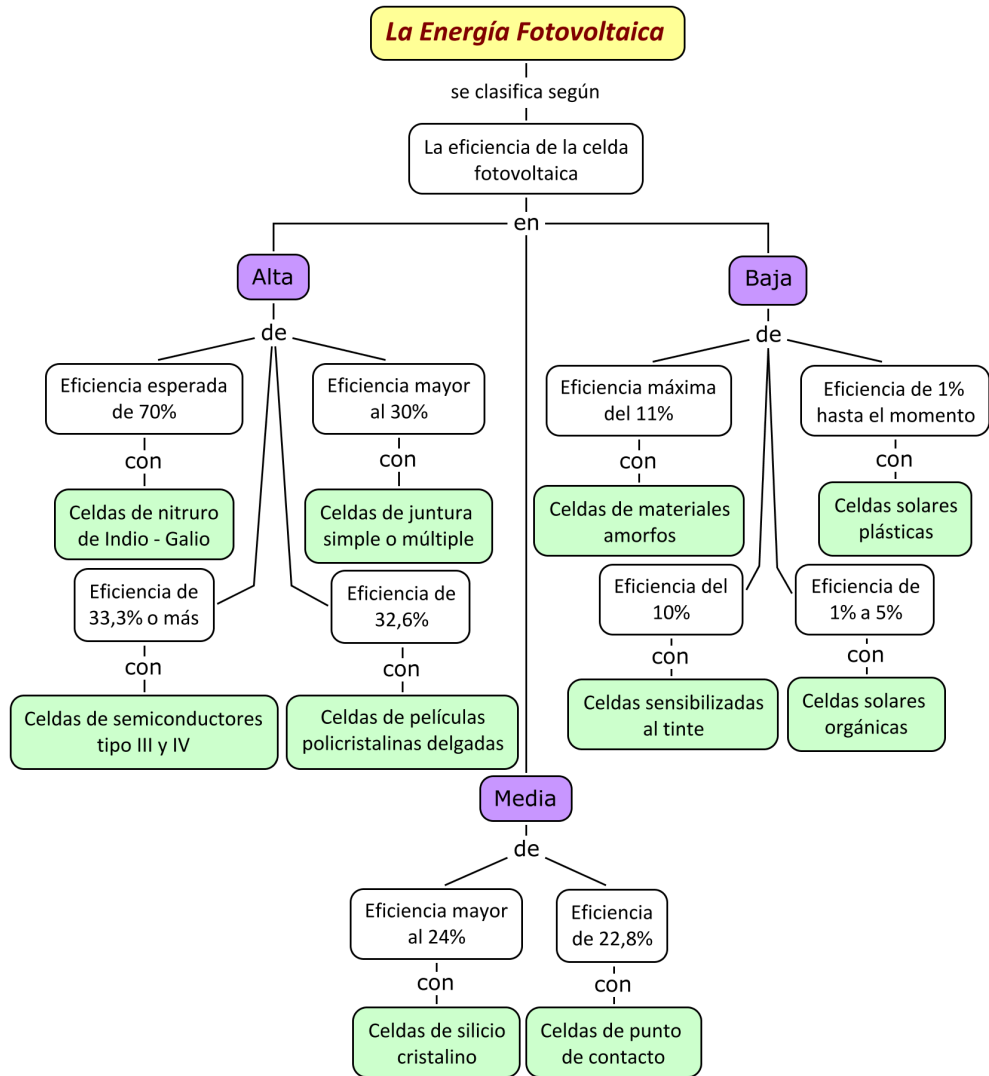


Figura 2.8: Clasificación de las celdas fotovoltaicas según su eficiencia de conversión. Fuente Propia

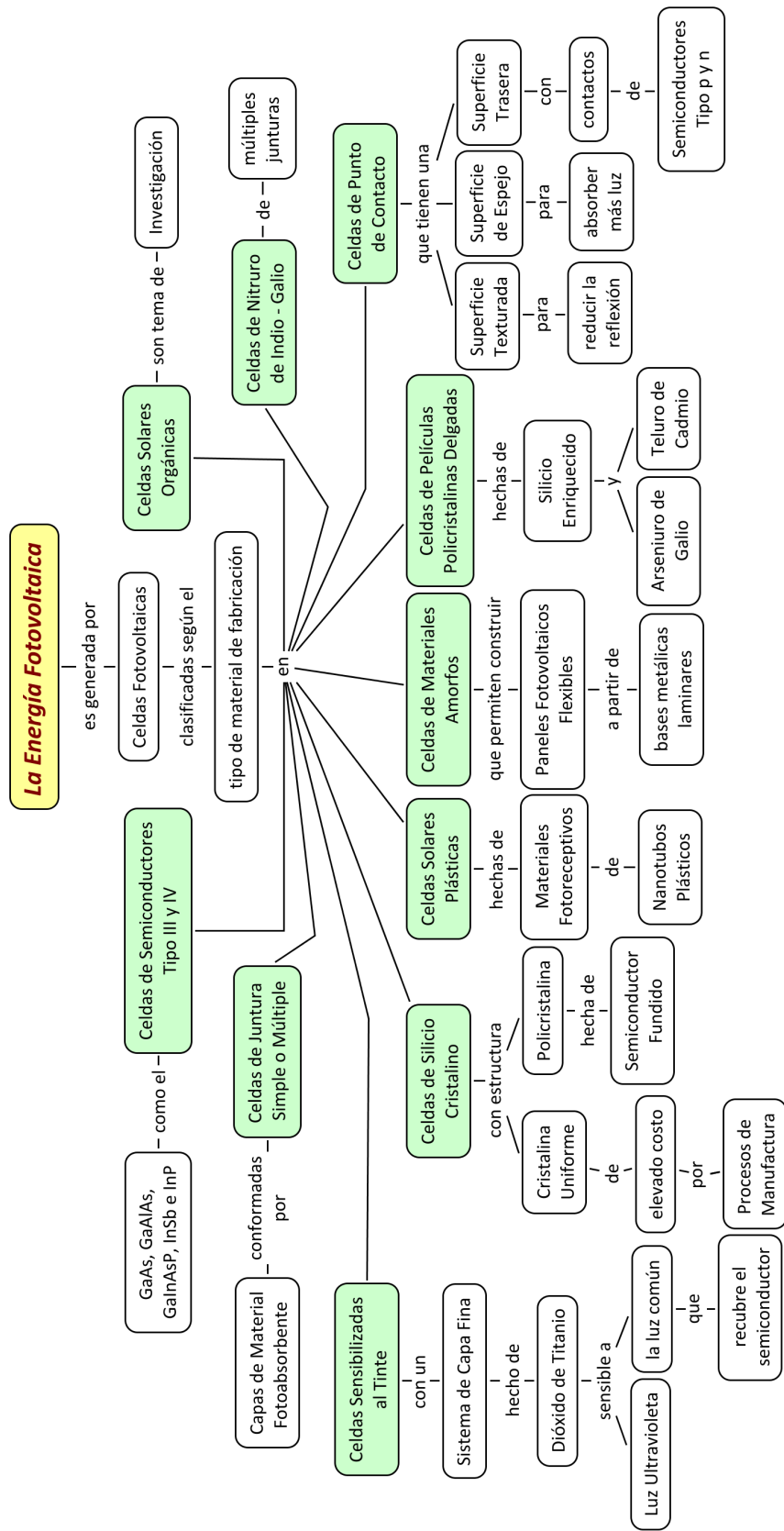


Figura 2.9: Clasificación de las celdas fotovoltaicas según su material de fabricación. Fuente Propia

2.3. Bioenergía

La bioenergía es una de la formas de ER más versátiles en su obtención. Existen muchos procesos que la generan y por ello es tan importante una clasificación que permita dar un orden para hacer más fácil y rápida su selección y aplicación. En la siguiente sección se presentan seis (6) de los PC más generales para las diversas tecnologías de bioenergía, como lo son: proceso, costos, materia prima, productos, humedad de la biomasa y volumen del sistema.

- **Proceso:** La biomasa es una fuente de energía que puede ser aprovechada mediante numerosos procesos, la **Figura 2.10** muestra un mapa de procesos mediante los cuales se puede obtener energía a partir de la biomasa [37], [38], [39], [40], [41].

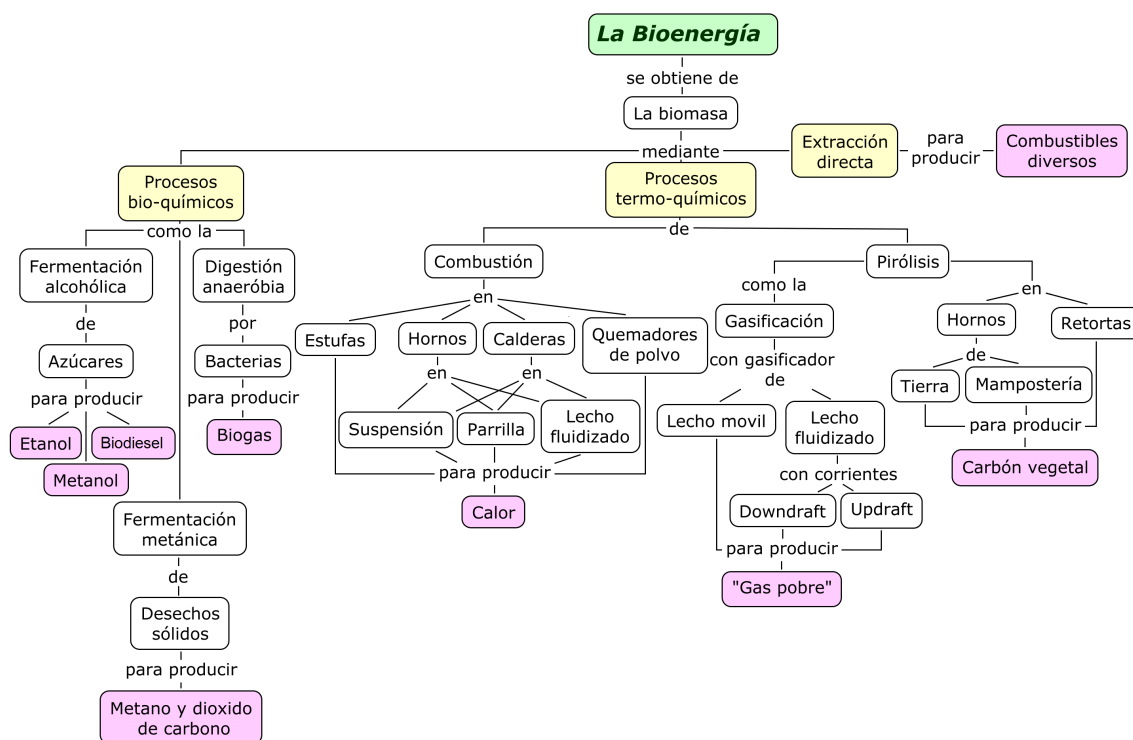


Figura 2.10: Clasificación de los procesos de transformación de biomasa en energía. Fuente Propia

En la **Figura 2.10** se tiene en cuenta tres grandes ramas para la clasificación de los procesos bioenergéticos. Estas son: procesos bio-químicos, termo-químicos y de extracción directa. Para cada una de estas divisiones se ha especificado la forma en la que se genera la energía y los productos resultantes.

- **Costos (Relativo):** Al momento de realizar la elección del sistema generador de energía a partir de biomasa para una vivienda rural, es importante saber el presupuesto disponible para la inversión. La **Figura 2.11** presenta una clasificación de los diferentes tipos de sistemas de biomasa según el costo de inversión [42], [43], [44], [45], [39].

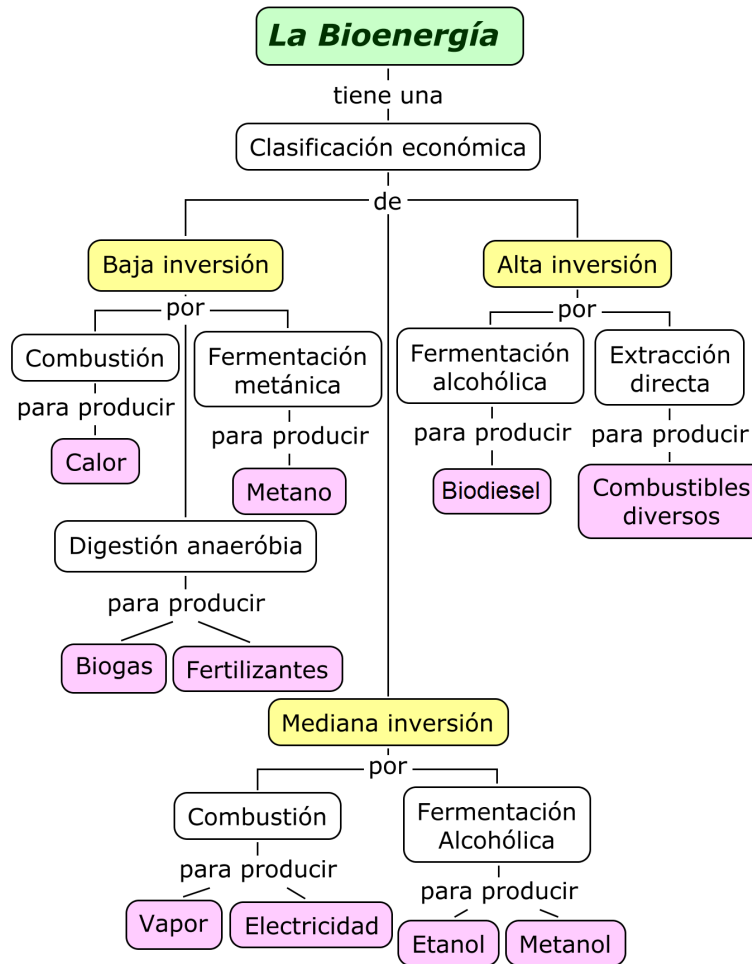


Figura 2.11: Clasificación de los sistemas bioenergéticos según el costo de inversión. Fuente Propia

La **Figura 2.11** hace una representación relativa del costo de inversión de un sistema bioenergético. El costo varía según el proceso de conversión y el producto que se desee obtener. Por esta razón en las clasificaciones de costo de inversión bajo, medio y alto se repiten procesos como la combustión y la fermentación alcohólica.

- **Materia prima:** Para tomar la decisión de instalar un sistema generador de energía sustentado por biomasa se debe tener en cuenta la disponibilidad de materia prima; ésta debe ser suficiente y constante para garantizar el funcionamiento continuo del proceso. Por esta razón es importante tener claro que tipo de materia prima utiliza cada sistema bioenergético. Para ello, la **Figura 2.12** clasifica los sistemas de bioenergía según la materia prima que utilizan [38], [42], [39].

En la **Figura 2.12** se muestra una organización por materia prima utilizada. La clasificación se hace por: residuos industriales, forestales, ganaderos, urbanos y cultivos energéticos. Para cada materia prima se indica el proceso mediante el cual se puede obtener bioenergía.

- **Productos:** Al igual que la materia prima, el producto final del proceso también es muy importante ya que de él depende la selección del sistema a implementar de acuerdo con

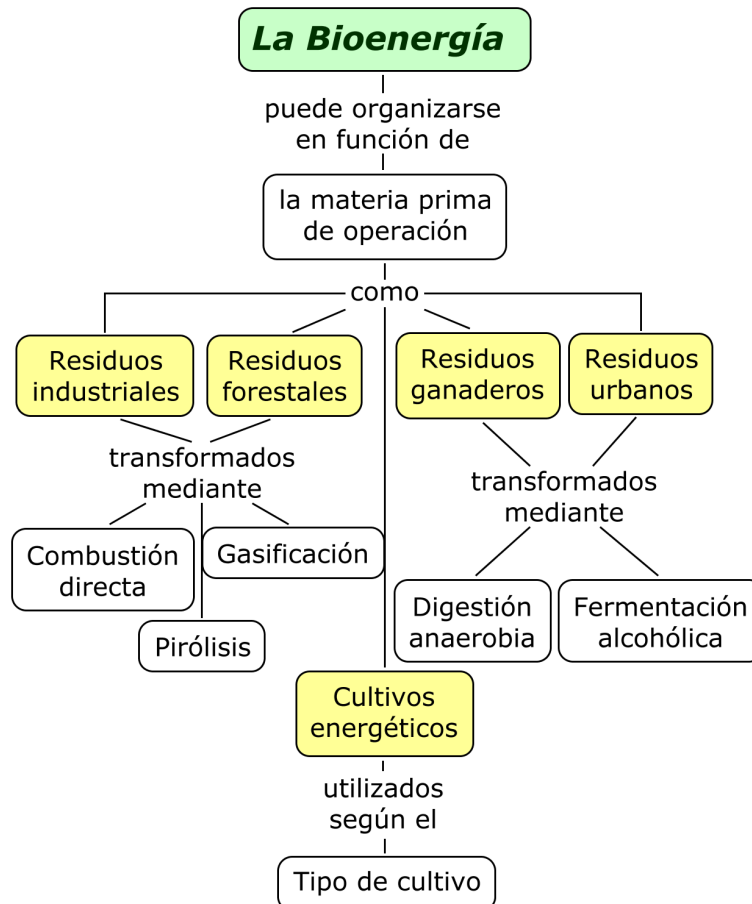


Figura 2.12: Organización de los procesos de transformación de biomasa según el tipo de materia prima. Fuente Propia

las necesidades del usuario. La **Figura 2.13** clasifica los sistemas de bioenergía según el producto energético resultante [37], [38], [42], [39].

En la **Figura 2.13** se tiene en cuenta los productos principales que se generan a partir de procesos bioenergéticos. Entre estos resultados se encuentra una forma de energía directa como el calor y la electricidad; materia como el vapor, los fertilizantes y aceites para uso variado; y combustibles como el metano, biogas, metanol, etanol y biodeisel.

- **Humedad de la Biomasa:** El contenido de humedad de la biomasa es la relación de la masa de agua contenida por kilogramo de materia seca, éste es un parámetro relevante en la elección del proceso de conversión de la biomasa disponible. Como lo muestra la **Figura 2.14** no todo tipo de biomasa es apta para cualquier proceso; por ejemplo, la biomasa seca es ideal para sistemas de combustión, pero ineficiente ante un proceso de digestión o fermentación [37], [39], [46].

En la **Figura 2.14** se presenta una clasificación de la biomasa según su humedad establecida en los rangos de: biomasa seca para una humedad menor al 30% y biomasa húmeda para una humedad mayor al 50%. La biomasa que no se encuentra en estos rangos, bien puede ser deshidratada mediante procesos de secado en hornos para convertirse en biomasa seca; o puede ser hidratada para clasificarse como biomasa húmeda.

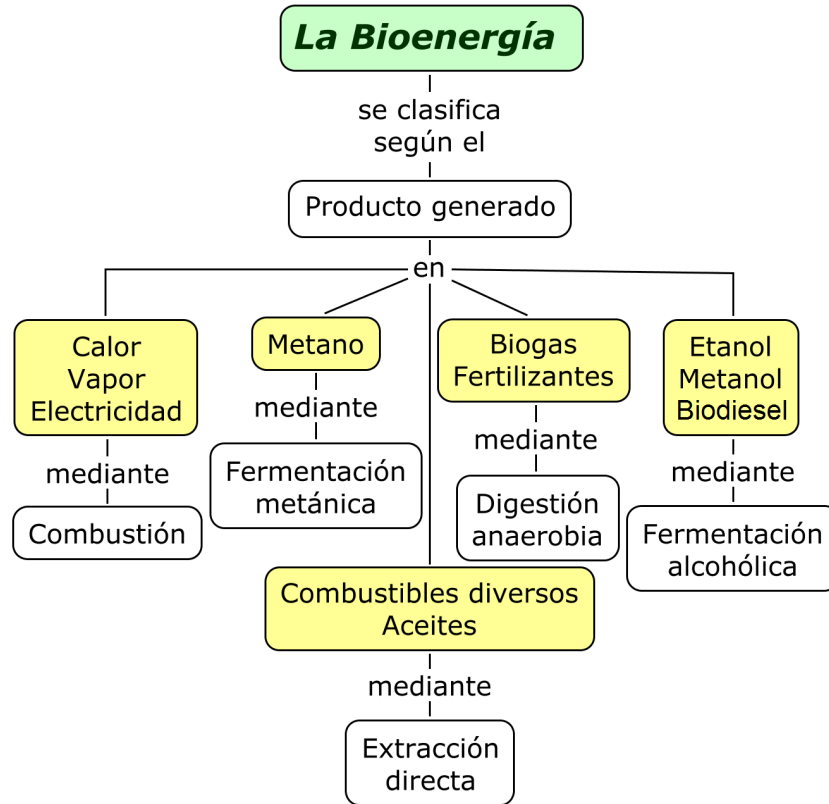


Figura 2.13: Clasificación de los procesos de transformación de biomasa en energía según el producto resultante. Fuente Propia

- **Volumen del Sistema:** El volumen de un sistema varía con la capacidad de producción que se desee tener, además de esto, el tipo de proceso también influye ya que una caldera (combustión) ocupa más espacio que un biodigestor (digestión anaerobia)[37], [43], [45], [64].
- **Piso Térmico:** En los procesos bioquímicos no controlados como la digestión anaerobia, el piso térmico es fundamental para la actividad bacteriana. A menor temperatura se necesita de un mayor volumen de la planta y mayores tiempos de estadía de la biomasa dentro de la misma para obtener los productos deseados. Es importante resaltar que a temperaturas menores a 5°C los organismos microbianos quedan completamente adormecidos y el procesamiento de la biomasa se suspende [45].

Finalmente, en la **Tabla 2.1** se listan los PC más representativos identificados para las tres energías renovables abordadas en el presente proyecto.

En la **Tabla 2.1** se observa que el PC costos es común a los tres (3) tipos de ER, mientras los restantes parámetros caracterizan o son específicos para cada ER.

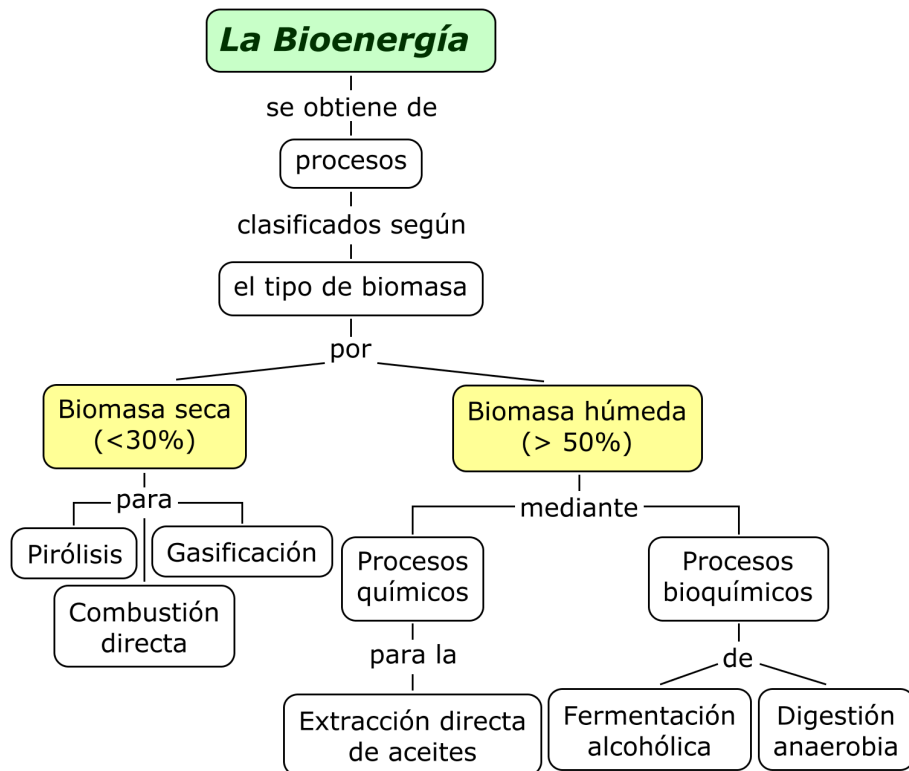


Figura 2.14: Clasificación de la biomasa según su contenido de humedad. Fuente Propia

2.4. Selección de Tecnologías de Energía Renovable para Viviendas Rurales en el Cauca

En esta sección se propone un mecanismo de selección de ER, de las tres (3) propuestas en el presente trabajo, para una vivienda rural. Al identificar sus principales características es posible establecer metódicamente la tecnología que mejor se adapta a las condiciones y necesidades de la vivienda para la producción de energía. Para ello, se han elaborado unas tablas que contienen de forma organizada y práctica la información de los cuadros sinópticos de la sección anterior.

La **Tabla 2.2** contiene a modo general las principales características de los tres tipos de energía renovable: energía termosolar, energía fotovoltaica y bioenergía; con el fin de visualizar claramente las diferencias entre ellas.

Con la **Tabla 2.2** se pretende que el lector tenga claras las diferencias entre cada ER para que, de acuerdo con sus necesidades y las de la vivienda, sea distinguible el tipo de energía que debe implementarse. Es importante aclarar que estas características no son PC ya que no dependen de la tecnología en específico sino que son una herramienta para visualizar a modo general las diferencias o similitudes de cada ER. La primera característica es el recurso empleado, el cual es el mismo para la energía fotovoltaica y termosolar independientemente de la tecnología; lo mismo ocurre con la bioenergía, todos sus sistemas procesan biomasa. La segunda característica se refiere a la forma en que se obtiene la energía: todos los sistemas termosolares generan energía en forma de calor, los sistemas fotovoltaicos en forma de electricidad y los sistemas que procesan biomasa

Tabla 2.1: *Parámetros de clasificación más relevantes de la energía termosolar, fotovoltaica y de la bioenergía. Fuente Propia*

Energía Termosolar	Energía Fotovoltaica	Bioenergía
Temperatura máxima de trabajo u operación	Material	Tipo de proceso
Relación de concentración	Eficiencia	Costos
Seguimiento solar	Costos	Materia prima
Uso o aplicación	Vida útil	Tipo de producto
Tipo de fluido termosolar		Humedad de la biomasa
Forma de captación de la energía		Volumen del sistema
Sistema de distribución		Piso térmico
Costos		
Piso térmico		

Tabla 2.2: *Características principales de las energías renovables. Fuente Propia.*

ER	Bioenergía	Energía Fotovoltaica	Energía Termosolar
Recurso Empleado	biomasa	recurso solar	insolación > 1KWh/m ²
Energía Obtenida	calor, vapor, electricidad, combustibles, fertilizantes y aceites	electricidad	calor
Superficie Necesaria	> 0,32m ²	de 0,01m ² a 0,5m ² por panel	de 0,5m ² a 8m ² por placa

generan varios tipos de productos dependiendo de la tecnología que se utilice. Por último, la superficie necesaria brinda el rango espacial aproximado mínimo que se debe tener para implementar cada ER.

Una vez establecidas las diferencias de cada tipo de energía y cuándo se debe utilizar cada una, es necesario decidir que tecnología se va a implementar. Si la tecnología a determinar es termosolar, la **Tabla 2.3** muestra los PC a tener en cuenta para elegir un dispositivo. La tabla se elaboró en base a los árboles tecnológicos de *uso o aplicación* de la **Figura 2.4**, *temperatura máxima de trabajo u operación* de la **Figura 2.1** y *sistema de distribución* de la **Figura 2.7**, presentados en la sección anterior.

Tabla 2.3: *Parámetros de clasificación de las tecnologías termosolares para viviendas rurales. Fuente Propia.*

Tecnología	Tubos al Vacío	Colectores de Placa Plana	Colectores Parabólicos Compuestos	Reflectores Parabólicos Tipo Foco	Trampa Solar
Uso o aplicación	agua caliente, calefacción para hogar y piscinas, secadores solares y deshidratación de alimentos	agua caliente, calefacción para hogar y piscinas, secadores solares y deshidratación de alimentos	agua caliente, calefacción para hogar y piscinas, secadores solares y deshidratación de alimentos	cocción de alimentos	cocción de alimentos
Costos	medio alto	bajo	alto	medio	bajo
Piso Térmico Calido	innecesario	termosifón cto. abierto	innecesario	aplica	aplica
Piso Térmico Templado	termosifón cto. cerrado	termosifón cto. cerrado	termosifón cto. cerrado	aplica	aplica
Piso Térmico Frío y Páramo	forzado cto. cerrado	forzado cto. cerrado	forzado cto. cerrado	aplica	aplica

Para la energía fotovoltaica se hace distinción entre tipos de PF y no entre tecnologías, ya que la forma de producción energética es la misma en todos los casos. Los paneles que se tienen en cuenta para ser implementados son los de silicio monocristalino, policristalino y amorfo, los demás se omiten por no ser comerciales. Identificar el PF ideal puede facilitarse si se consideran parámetros como: costo del panel, eficiencia de conversión y vida útil o durabilidad; debido a que éstos presentan diferencias drásticas de un tipo a otro.

Los costos de los paneles varían por el método de fabricación, el silicio amorfo se encuentra de forma natural y sólo es fundido para moldear los paneles mientras que para obtener cristales son necesarios procesos físicos y químicos que incrementan el valor de la producción. De igual forma, la estructura cristalina influye en la eficiencia y vida útil del material. Por esta razón, la **Tabla 2.4** presenta claramente las características de cada uno de los tipos de paneles.

Tabla 2.4: *Parámetros de clasificación de las tecnologías fotovoltaicas para viviendas rurales.*
Fuente Propia.

PC \ PF	Monocristalino	Policristalino	Amorfo
Costo	alto	medio	bajo
Eficiencia	≈ 17 %	≈ 15 %	5 % – 10 %
Vida Útil	≈ 25 años	≈ 20 años	≈ 10 años

Seleccionar una tecnología para la obtención de bioenergía en el Cauca se reduce a analizar PC como costos de inversión, el tipo de biomasa que utiliza el sistema, el producto energético que se genera, la humedad de la biomasa y la superficie que se necesita para su instalación.

Los costos se estiman considerando el proceso del sistema y el producto que genera, como se presentó en la **Figura 2.11** de *costos*, al igual que el tipo de *materia prima* en la **Figura 2.12**, los *productos* en la **Figura 2.13** y la *humedad de la biomasa* en la **Figura 2.14**. El *volumen del sistema* necesario para la instalación ha sido definido teniendo en cuenta el sistema más pequeño encontrado en la literatura, a diferencia de la energía fotovoltaica y termosolar, éste espacio disponible debe ser adicional al ocupado por la vivienda, ya que los sistemas no pueden estar situados sobre los techos. La tabla guía para la bioenergía se aprecia en la **Tabla 2.5**.

A partir de las tablas anteriores es posible elaborar una serie de formatos para que usuarios no especialistas en el tema puedan identificar el sistema que necesitan. Estos formatos consisten en la reorganización de las **Tablas 2.2, 2.3, 2.4 y 2.5**; para generar celdas en las cuales el usuario pueda marcar las características de la vivienda o necesidades, llegando a la solución de su problema. Los formatos de identificación de tecnología renovable (ITR) se presentan en las **Tablas 2.6, 2.7, 2.8 y 2.9**.

Los formatos ITR para viviendas rurales en el Departamento del Cauca son una propuesta de cuatro (4) tablas diseñadas para que las personas interesadas en implementar un sistema, que aprovecha los recursos naturales, puedan establecer cuál es el tipo de energía renovable: termosolar, fotovoltaica y bioenergía y la tecnología que mejor se ajusta a sus necesidades, presupuesto de inversión y características tanto de la región, como del tipo de vivienda rural.

Tabla 2.5: *Parámetros de clasificación de tecnologías biomásicas para viviendas rurales. Fuente Propia.*

PC \ Tecnología	Fermentación Alcohólica	Fermentación Metánica	Digestión Anaerobia	Combustión	Extracción Directa
Costo	medio alto	bajo	bajo	bajo medio	alto
Materia prima	residuos ganaderos y urbanos	residuos ganaderos y urbanos	residuos ganaderos y urbanos	residuos forestales e industriales	residuos forestales y cultivos energéticos
Productos	etanol metano biodiesel	metano	biogas fertilizantes	calor vapor electricidad	combustibles diversos y aceites esenciales
Humedad de la biomasa	húmeda	húmeda	húmeda	seca	húmeda
Volumen del sistema	área > 0,5m ²	área > 0,32m ²	área > 0,32m ²	depende de la caldera	no registra

Tabla 2.6: *Formato principal: elección de energía renovable. Fuente Propia.*

ER \ Característica	Bioenergía	Energía Fotovoltaica	Energía Termosolar
Disposición de biomasa			
Disposición de recurso solar			
Insolación > 1KWh/m ²			
Genera electricidad			
Genera combustibles			
Genera calor			
Genera fertilizantes			
Genera aceites esenciales			
Superficie disponible > 0,32m ²			
Superficie disponible de 0,01m ² a 0,5m ²			
Superficie disponible de 0,5m ² a 8m ²			

La identificación de la o las tecnologías a utilizar se hace mediante un conjunto de parámetros cualitativos consignados en los formatos y siguiendo una serie de pasos propuestos, que se presentan a continuación, se diligencian fácil y correctamente los mismos. Como resultado se obtiene la o las tecnologías apropiadas para aprovechar el recurso solar o biomásico disponible por una vivienda rural del Departamento Cauca.

Para establecer la tecnología renovable adecuada para una determinada casa rural en el Cauca, se debe llenar el formato ITR siguiendo los siguientes pasos:

1. Ir al formato principal de energías renovables contenido en la **Tabla 2.6**, con el cual se determina la o las energías renovables que son viables.

Tabla 2.7: *Formato secundario: elección de tecnología termosolar. Fuente Propia.*

Característica \ Tecnología	Tubos al Vacío	Colectores de Placa Plana	Colector Parabólico Compuesto	Reflector Parabólico Tipo Foco	Trampa Solar
Agua caliente					
Calefacción para hogar					
Calefacción para piscinas					
Secadores solares					
Deshidratación de alimentos					
Cocción de alimentos					
Inversión alta					
Inversión media					
Inversión baja					
Piso Térmico calido					
Piso Térmico templado					
Piso Térmico frío y páramo					

Tabla 2.8: *Formato secundario: elección de tecnología fotovoltaica. Fuente Propia.*

Cracterística \ PF	Monocristalino	Policristalino	Amorfo
Costo alto			
Costo medio			
Costo bajo			
Eficiencia $\approx 17\%$			
Eficiencia $\approx 15\%$			
Eficiencia $5\% - 10\%$			
Vida Util ≈ 25 años			
Vida Util ≈ 20 años			
Vida Util ≈ 10 años			

- Para diligenciar de manera correcta el formato principal, el usuario debe apoyarse en la tabla guía de la **Tabla 2.2**, cuya primera columna presenta las características: recurso empleado, energía obtenida y superficie necesaria; en las otras columnas se han ubicado las energías renovables bajo estudio.
- En la intersección entre filas y columnas se han especificado las características, opciones y rangos que representan cada parámetro de clasificación para su energía renovable correspondiente.
- El formato debe ser llenado marcando las intersecciones vacías entre filas y columnas con un visto bueno (\checkmark) si se cuenta con la característica, de lo contrario la celda se deja vacía.
- Al finalizar la revisión se deben contar los vistos buenos de cada columna de energía renovable. La energía que más celdas llenas tenga es la que se considera más apta para implementar, aunque las demás no se descartan y son viables con al menos un visto bueno. Si una energía tiene su columna totalmente vacía, se considera que no es apta para la vivienda.
- Después de determinar las energías que aplican para la vivienda, es necesario determinar la o las tecnologías que pueden satisfacer las necesidades del usuario.
- El usuario puede determinar la tecnología que mejor aproveche los recursos renovables que posee mediante los formatos secundarios. Los formatos que se deben llenar son los relacionados a las energías resultantes de los pasos anteriores. Si el resultado del formato principal

Tabla 2.9: *Formato secundario: elección de tecnología biomásica. Fuente Propia.*

Característica \ Tecnología	Fermentación Alcohólica	Fermentación Metánica	Digestión Anaerobia	Combustión	Extracción Directa
Costo alto					
Costo medio					
Costo bajo					
Residuos ganaderos					
Residuos urbanos					
Residuos forestales					
Residuos industriales					
cultivos energéticos					
Genera etanol					
Genera biogas					
Genera calor					
Genera combustibles					
Genera metano					
Genera fertilizantes					
Genera vapor					
Genera biodisel					
Genera electricidad					
Genera aceites escenciales					
Biomasa húmeda					
Biomasa seca					

fue la energía termosolar el usuario debe ir al formato de la **Tabla 2.7**, si el resultado fue energía fotovoltaica el usuario debe remitirse al formato de la **Tabla 2.8** y si el resultado fue bioenergía el usuario debe remitirse al formato de la **Tabla 2.9**.

8. Los formatos secundarios deben llenarse de la misma forma que el formato principal anterior, para ello se debe apoyar en las tabla guía de las **Tablas 2.3, 2.4 y 2.5** que corresponde a tecnologías termosolares, fotovoltaicas y biomásicas, respectivamente.
9. Una vez se llenan los formatos secundarios pertinentes, la tecnología con más vistas buenos es la más adecuada para la vivienda. En algunos casos pueden resultar elegidas varias opciones, unas pueden desempeñar las mismas funciones que las otras o suplir necesidades distintas. En el caso de un empate, la decisión final la toma el usuario basándose en su criterio personal.

A continuación se presentan dos (2) ejemplos, en los cuales se llenan los formatos basándose en la información y requerimientos de dos (2) viviendas rurales hubicadas en el Departamento:

Ejemplo 1: Una casa-finca ubicada en la vereda de San Pedro, perteneciente al municipio de Santander de Quilichao (Departamento del Cauca), con un núcleo familiar conformado por 4 integrantes, cuenta con una empresa familiar que produce y comercializa dulce manjarblanco. La fabricación se hace de forma continua las 24 horas del día, por lo cual la propiedad está iluminada en las noches de forma constante en el área de fabricación por 15 lámparas halógenas de 24 W cada una, igualmente las zonas exteriores cuentan con 10 lámparas halógenas de 20 W cada una. La finca cuenta con una malla eléctrica que rodea todo su perímetro. Para reducir costos en el consumo de electricidad la familia desea un sistema alternativo de energía que apoye la iluminación nocturna de toda la fábrica y los requerimientos de agua caliente para la ducha de la familia. La propiedad de $1,000m^2$ cuenta con tres edificaciones: la vivienda principal con un área de $170m^2$,

una casa de huéspedes de $100m^2$ y la fábrica que ocupa $310m^2$. El área restante corresponde a zonas verdes y de recreación. Para la inversión se dispone de un presupuesto moderado-alto.

Para tener claridad sobre lo que desea el usuario es pertinente determinar cuales son los requerimientos. Según la situación anterior las necesidades a suplir son:

- Disminución de los costos en consumo de electricidad.
- Agua caliente.
- Inversión media en la tecnología.

Siguiendo los pasos del capítulo anterior se llena primero el formato principal con base en la guía de la **Tabla 2.2**:

Tabla 2.10: *Ejemplo 1: Llenado del formato principal - elección de energía renovable.*

ER Característica	Bioenergía	Energía Fotovoltaica	Energía Termosolar
Disposición de biomasa			
Disposición de recurso solar		√	
Insolación $> 1KWh/m^2$			√
Genera electricidad		√	
Genera combustibles			
Genera calor			√
Genera fertilizantes			
Genera aceites esenciales			
Superficie disponible $> 0,32m^2$			
Superficie disponible de $0,01m^2$ a $0,5m^2$		√	
Superficie disponible de $0,5m^2$ a $8m^2$			√

En la **Tabla 2.10** las celdas que se llenan son las siguientes: “disposición de recurso solar” para energía fotovoltaica y la de “insolación $> 1KWh/m^2$ ” para energía termosolar, ya que la vivienda se encuentra en Santander de Quilichao (piso térmico calido) y la radiación solar promedio para esta región es más que suficiente para garantizar el buen funcionamiento de cualquier tecnología para estas dos energías; “genera electricidad” para energía fotovoltaica ya que se necesita un apoyo para la red eléctrica; “genera calor” para energía termosolar ya que se necesita agua caliente para la ducha y no hay recursos de biomasa para este producto; “superficie disponible” para energía fotovoltaica y termosolar ya que hay espacio suficiente sobre la vivienda y la fábrica para realizar las instalaciones pertinentes.

La bioenergía es descartada debido a que no contiene ningún visto bueno. Las otras dos energías tienen 3 vistos buenos cada una, por lo que son aplicables hasta el momento. Los formatos secundarios que se deben llenar para determinar la tecnología a implementar son los de energía

termosolar y fotovoltaica teniendo en cuenta la guías de la **Tabla 2.3** y la **Tabla 2.4** respectivamente. El llenado de estos formatos se presenta a continuación:

Tabla 2.11: *Ejemplo 1: Llenado del formato secundario - elección de tecnología termosolar.*

Tecnología Parámetro	Tubos al Vacío	Colectores de Placa Plana	Colector Parabólico Compuesto	Reflector Parabólico Tipo Foco	Trampa Solar
Agua caliente	✓	✓	✓		
Calefacción para hogar					
Calefacción para piscinas					
Secadores solares					
Deshidratación de alimentos					
Cocción de alimentos					
Inversión alta					
Inversión media	✓			✓	
Inversión baja		✓			✓
Eficiencia alta					
Eficiencia media	✓			✓	
Eficiencia baja		✓			✓
Piso Térmico calido		✓		✓	✓
Piso Térmico templado					
Piso Térmico frío y páramo					

En la **Tabla 2.11** las celdas que se llenan son las siguientes: “agua caliente” para tubos al vacío, colectores de placa plana y colector parabólico compuesto ya que son los tres sistemas que sirven para este fin; “inversión media” para tubos al vacío y reflector parabólico tipo foco debido a que estos corresponden a un presupuesto medio; “inversión baja” para colectores de placa plana y trampa solar por estar dentro de las posibilidades del presupuesto; “eficiencia media” y “eficiencia baja” ya que están íntimamente relacionadas al presupuesto disponible y “piso térmico cálido” para colector de placa plana, reflector parabólico tipo foco y trampa solar ya que son los sistemas que aplican para una región con las características climáticas de Santander de Quilichao.

De este formato se recomienda que la tecnología que se debe implementar para calentar el agua de la ducha es la de colectores de placa plana. Los demás se descartan ya que no cumplen con todos los requerimientos de la vivienda y el usuario.

En la **Tabla 2.12** las celdas que se llenan son las siguientes: “costo medio” para policristalino y “costo bajo” para amorfo debido al presupuesto disponible, “eficiencia $\approx 17\%$ ” para policristalino y “eficiencia $\approx 15\%$ ” para amorfo ya que sólo se requiere como iluminación nocturna de apoyo y se cuenta con una radiación solar suficiente para cargar las baterías durante el día; “vida útil ≈ 20 años” para policristalino y “vida útil ≈ 10 años” para amorfo ya que corresponden a los costos del material.

En este caso hay dos tecnologías con la misma cantidad de vistos buenos. Los dos tipos de paneles fotovoltaicos desempeñan la misma función y sólo se diferencian en la calidad del material; es aquí donde el criterio del usuario juega un papel fundamental, ya que es él quien decide qué tipo de panel usar según sus prioridades. Se recomienda la selección del panel fotovoltaico de silicio policristalino por la ventaja que tiene en eficiencia y vida útil.

Tabla 2.12: *Ejemplo 1: Llenado del formato secundario - elección de tecnología fotovoltaica.*

PC \ PF	Monocrystalino	Policristalino	Amorfo
Costo alto			
Costo medio		✓	
Costo bajo			✓
Eficiencia $\approx 17\%$			
Eficiencia $\approx 15\%$		✓	
Eficiencia $5\% - 10\%$			✓
Vida Util ≈ 25 años			
Vida Util ≈ 20 años		✓	
Vida Util ≈ 10 años			✓

Ejemplo 2: Una finca de $1,500m^2$ ubicada en las afueras del municipio del Patía (Departamento del Cauca), cuyo núcleo familiar está conformado por 4 integrantes, se sostiene económicamente de la cría de ganado porcino para la venta, manteniendo un promedio de 70 cerdos en el criadero por año. La zona de la cochera ocupa un área de $250m^2$, la vivienda un área de $150m^2$ y la superficie restante se destina a zonas verdes y cultivos mixtos de café, maíz, frijol, yuca y plátano para consumo interno y alimentación de los cerdos. La familia desea aprovechar los residuos ganaderos ya que llegan a ser aproximadamente de 245Kg de estiércol diarios, con una inversión baja, pues sus recursos económicos son limitados. La cocción de alimentos es una de las actividades que más demanda energía para ellos, por esta razón desean obtener una fuente energética térmica y eliminar malos olores.

Para tener claridad sobre lo que desea el usuario es pertinente determinar cuales son los requerimientos. Según la situación anterior las necesidades a suplir son:

- Combustible para cocción de alimentos.
- Eliminar malos olores.
- Inversión baja en la tecnología.

De nuevo, se llena primero el formato principal con base en la guía de la **Tabla 2.2:**

En la **Tabla 2.13** las celdas que se llenan son las siguientes: “disposición de biomasa” para bioenergía ya que se dispone de residuos ganaderos, “disposición de recurso solar” para energía fotovoltaica e “insolación $> 1KWh/m^2$ ” para energía termosolar ya que la finca se encuentra en el Patía (piso térmico cálido) y la radiación solar promedio para esta región es más que suficiente para garantizar el buen funcionamiento de cualquier tecnología para estas dos energías y “genera combustibles” para bioenergía ya que los gases para la cocción de alimentos son considerados combustible.

La energía fotovoltaica y termosolar son descartadas debido a que, aunque se dispone del recurso y del espacio suficiente para su instalación, no satisfacen las necesidades de la finca. La bioenergía es la energía renovable seleccionada en este caso y el formato secundario que se debe llenar, según la tabla guía de la **Tabla 2.5**, para determinar la tecnología a implementar es el de la bioenergía.

Tabla 2.13: Ejemplo 2: Llenado del formato principal - elección de energía renovable.

ER Característica	Bioenergía	Energía Fotovoltaica	Energía Termosolar
Disposición de biomasa	✓		
Disposición de recurso solar		✓	
Insolación > 1KWh/m ²			✓
Genera electricidad			
Genera combustibles	✓		
Genera calor			
Genera fertilizantes			
Genera aceites esenciales			
Superficie disponible > 0,32m ²	✓		
Superficie disponible de 0,01m ² a 0,5m ²		✓	
Superficie disponible de 0,5m ² a 8m ²			✓

En la **Tabla 2.14** las celdas que se llenan son las siguientes: “costo bajo” para fermentación metánica, digestión anaerobia y combustión ya que son los sistemas que se ajustan al presupuesto limitado de la familia; “residuos ganaderos” para fermentación alcohólica, fermentación metánica y digestión anaerobia ya que son los sistemas que utilizan esta materia orgánica disponible; “genera biogas” para digestión anaerobia ya que contiene metano y por lo tanto puede utilizarse para cocinar; “genera metano” para fermentación alcohólica y fermentación metánica ya que la cocción de alimentos es una necesidad que puede suplir y finalmente “biomasa húmeda” para fermentación alcohólica, fermentación metánica, digestión anaerobia y extracción directa ya que éste es el tipo de biomasa del que se dispone y se utiliza en estos sistemas.

Al realizar el conteo de los vistos buenos se registran cuatro (4) marcas a favor de la digestión anaerobia. Este resultado recomienda que la tecnología más adecuada para implementar es un biodigestor que provee de biogas y fertilizantes naturales a la vivienda.

Después de conocer los formatos ITR y su forma de empleo, se utilizan para recomendar el tipo de tecnología que se debe implementar en dos viviendas rurales del Departamento del Cauca; una ubicada en el Municipio de Santander de Quilichao y la otra en el Patía. Los resultados obtenidos fueron: calentador de agua termosolar con colector de placa plana y flujo termosifón y sistema independiente fotovoltaico de apoyo para iluminación DC para la vivienda en Santander de Quilichao y un Biodigestor para la generación de biogas para la vivienda en el Patía. En la sección siguiente se verá el modelo físico y matemático que describe la dinámica de cada sistema y el análisis del mismo.

Tabla 2.14: Ejemplo 2: Llenado del formato secundario - elección de tecnología biomásica.

PC \ Tecnología	Fermentación Alcohólica	Fermentación Metánica	Digestión Anaerobia	Combustión	Extracción Directa
Costo alto					
Costo medio					
Costo bajo		✓	✓	✓	
Residuos ganaderos	✓	✓	✓		
Residuos urbanos					
Residuos forestales					
Residuos industriales					
cultivos energéticos					
Genera etanol					
Genera biogas			✓		
Genera calor					
Genera combustibles					
Genera metano	✓	✓			
Genera fertilizantes					
Genera vapor					
Genera biodisel					
Genera electricidad					
Genera aceites escenciales					
Biomasa húmeda	✓	✓	✓		✓
Biomasa seca					

Capítulo 3

Calentador de Agua con Colector Termosolar de Placa Plana y Flujo Termosifón en Lazo Abierto

Este capítulo esta dedicado al calentador de agua con colectores termosolares de placa plana en paralelo y flujo termosifón en lazo abierto. El calentador completo está conformado por un arreglo de colectores solares de placa plana y un tanque de almacenamiento como lo muestra la **Figura 3.1**. En la **Figura 3.2** se presenta un colector que consta de cuatro componentes principales: una cubierta de vidrio, el plato absorbedor, el aislamiento y un marco de aluminio para contener todo [23]. La función de la cubierta de vidrio, ademas de proteger el plato absorbedor de polvo, suciedad y el medio ambiente, es crear una trampa de calor para que la radiación infrarroja no regrese al ambiente. El plato absorbedor es la unión de una lamina de cobre (buen conductor térmico) recubierta con una capa de pintura negra mate para minimizar las perdidas por reflexión y una red de tubos en paralelo, conectados todos a la cabecera por donde se carga y descarga el agua. El aislamiento cubre la parte posterior y los bordes del plato absorbedor para reducir las perdidas de energía hacia el ambiente.

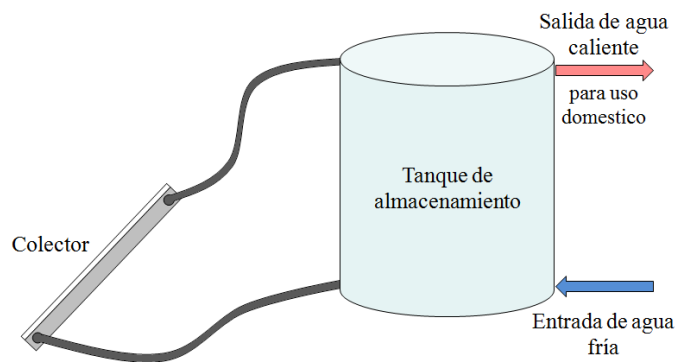


Figura 3.1: *Diagrama esquemático de un calentador de Agua con colector Solar de placa plana y flujo termosifón en lazo abierto. Fuente Propia.*

El arreglo de colectores puede ser en serie o en paralelo. Por lo general la conexión en serie se utiliza para alcanzar temperaturas más altas que las que proporciona un solo colector; la conexión en paralelo no incrementa la temperatura sino que reduce el tiempo de calentamiento, ya que

incrementa el flujo de agua caliente hacia el tanque según el número de colectores.

El ciclo del sistema lo cierra un tanque cilíndrico de almacenamiento vertical que conecta la parte inferior y superior a la entrada y salida del colector, respectivamente. Debido a que el agua potable se calienta directamente dentro del colector, sin utilizar ningún fluido transportador intermedio, el sistema se cataloga como de lazo abierto [48]. El efecto termosifón ocurre porque la densidad del agua disminuye con el incremento de la temperatura, en el interior del colector el fluido se expande y se eleva hasta llegar a la parte superior del tanque de almacenamiento.

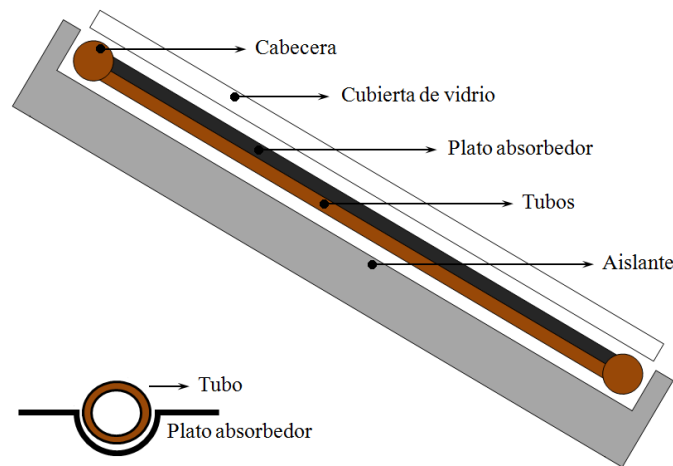


Figura 3.2: Diagrama esquemático de un colector solar de placa plana. Fuente Propia.

Dentro del tanque, el agua caliente reemplaza al agua fría, desplazándola hacia el fondo, donde fluye al colector. La circulación es continua mientras el colector recibe radiación solar y como la fuerza motriz es originada por sólo una pequeña diferencia de densidad, se utiliza una tubería más larga de lo normal para minimizar la fricción dentro de ella (opcional: y la fuerza motriz es causada por sólo una pequeña diferencia de densidad y empuje entre las capas de agua fría y caliente).

3.1. Modelado Fisicomatemático del Calentador de Agua Termosolar

En esta sección se desarrolla paso a paso el modelo físico y matemático del calentador de agua termosolar. Este procedimiento se lleva a cabo realizando los modelos por separado del colector de placa plana y el tanque estratificado por temperatura. En las subsecciones siguientes se presenta el modelo de cada elemento por separado, hasta finalmente realizar la unión entre los dos.

3.1.1. Modelo del Colector Solar de Placa Plana

Para iniciar el modelado del colector se deben dejar muy claras las consideraciones que se van a tener en cuenta para restringir, delimitar y/o simplificar la matemática que describe los fenómenos físicos que se presentan en el sistema. Una vez hecho esto, es posible continuar con la deducción

de la o las ecuaciones que definen el comportamiento del colector.

Consideraciones

- El desempeño del colector es en estado estacionario.
- La construcción del colector es de tubos paralelos.
- Las cabeceras cubren solo una pequeña parte del colector y pueden ser despreciadas.
- Las cabeceras proveen flujo uniforme a los tubos.
- El cielo es considerado como un cuerpo negro para radiación de longitud de onda larga a la temperatura equivalente a la del ambiente.
- El gradiente de temperatura alrededor de los tubos es despreciable.
- Los gradientes de temperatura en la dirección de flujo y entre los tubos pueden ser tratados independientemente.
- La propiedades de los materiales son independientes de la temperatura.
- Los efectos del polvo y la suciedad sobre la cubierta de vidrio son despreciables.
- No hay sombreado sobre el plato absorbedor.

Deducción Fisicomatemática

En condiciones de estado estacionario, el balance de transferencia de energía para un colector solar de placa plana como el de la **Figura 3.3**, con una entrada y una salida; y con cambios despreciables en la energía cinética y potencial, se puede expresar como [23]:

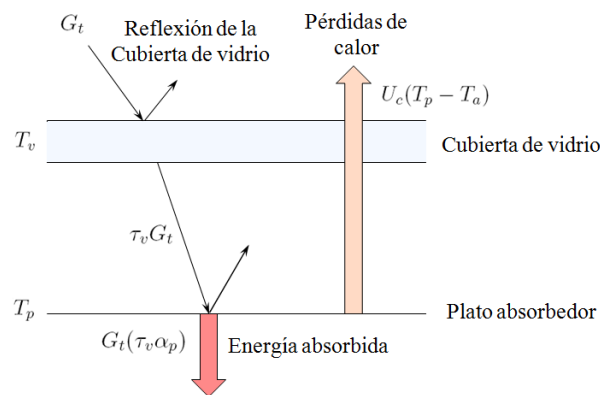


Figura 3.3: Diagrama esquemático de la absorción de radiación y las pérdidas de energía en un colector solar de placa plana. Fuente Propia.

$$\left(\begin{array}{c} \text{Velocidad de transferencia} \\ \text{de calor útil entregado} \\ \text{por el colector} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Velocidad de transferencia} \\ \text{de energía que absorbe} \\ \text{el plato absorbedor} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Velocidad de pérdida de} \\ \text{calor directa o indirecta} \\ \text{hacia el ambiente} \end{array} \right)$$

De la energía total que incide sobre el colector, $\tau_v \alpha_p$ se absorbe por el plato absorbedor y $(1 - \alpha_p) \tau_v$ se refleja en la cubierta de vidrio. Según esto, la transferencia de energía hacia el plato absorbedor de área A_c esta dada por la **Ecuación 3.1**:

$$\dot{Q}_p = A_c G_t (\tau_v \alpha_p) \quad [W] \quad (3.1)$$

Donde G_t es la cantidad de insolación que incide sobre cualquier superficie en la tierra, τ_v es la trasmisividad de la cubierta de vidrio y α_p es la absorptividad del plato absorbedor.

En una analogía con la Ley de Ohm de los circuitos eléctricos, la velocidad de pérdida de energía hacia el ambiente se puede expresar como lo muestra la **Ecuación 3.2** [49]:

$$\dot{Q}_a = \frac{T_p - T_a}{R_c} = U_c A_c (T_p - T_a) \quad [W] \quad (3.2)$$

Donde T_p es la temperatura a la que se encuentra el plato absorbedor, T_a es la temperatura ambiente, R_c es la resistencia térmica total del colector y U_c es el coeficiente de transferencia de calor total del colector. Éste coeficiente permite cuantificar las pérdidas de energía en términos de las propiedades y dimensiones de los materiales que componen el colector, el modelo de su expresión se presenta en el **Anexo A**.

Una vez establecido el coeficiente de pérdidas U_c es posible generar la expresión analítica para la velocidad de transferencia de energía útil que entrega el colector en la **Ecuación 3.3**:

$$\dot{Q}_u = A_c [G_t (\tau_v \alpha_p) - U_c (T_p - T_a)] \quad [W] \quad (3.3)$$

El factor de eficiencia del colector puede ser calculado considerando la distribución de la temperatura entre dos tubos del plato absorbedor y asumiendo que el gradiente de temperatura en el sentido del flujo es despreciable [23]. Este análisis parte de la configuración de los tubos que se muestra en la **Figura 3.4**.

La región $(W - D)/2$ se comporta como una aleta, ya que incrementa el área para la recepción de la energía. Para facilitar el modelado, la simetría del plato permite separar la aleta y el tubo de la forma en que lo muestra la **Figura 3.5**.

El aislante en el extremo izquierdo de la aleta se coloca para cancelar el flujo de energía en la punta, ya que en la realidad dicho extremo no existe y se conecta directamente con la aleta adyacente.

cobre. Dividiendo entre Δx y evaluando el límite cuando $\Delta x \rightarrow 0$ se obtiene la **Ecuación 3.4**:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{U_c}{k_p \delta} \left(T - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c} \right) \quad (3.4)$$

Para solucionar la ecuación diferencial de segundo orden de la **Ecuación 3.4** se hace el siguiente cambio de variable:

$$\Psi = T - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c} \quad \text{y} \quad m = \sqrt{\frac{U_c}{k_p \delta}}$$

Las condiciones de frontera quedan:

$$\begin{array}{ll} \text{cuando} & \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{entonces} \quad \left. \frac{d\Psi}{dx} \right|_{x=0} = 0 \\ \text{cuando} & T(x=L) = T_c \quad \text{entonces} \quad \Psi(x=L) = T_c - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c} \end{array}$$

Introduciendo los cambios de variable, la **Ecuación 3.4** se transforma en la **Ecuación 3.5**:

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} - m^2 \Psi = 0 \quad (3.5)$$

La solución de la **Ecuación 3.5** se halla encontrando las raíces de la ecuación cracterística del sistema:

$$\begin{aligned} u^2 - m^2 &= 0 \\ u^2 &= m^2 \\ u &= \pm m \end{aligned}$$

Por lo tanto la solución de la **Ecuación 3.5** es:

$$\Psi = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$

Donde C_1 y C_2 son constantes que se determinan evaluando las condiciones de frontera de la siguiente manera:

$$\Psi' = C_1 m e^{mx} - C_2 m e^{-mx}$$

$$\Psi'(x = 0) = C_1 m - C_2 m = 0$$

$$C_1 = C_2 = C$$

y

$$\Psi(x = L) = C (e^{mL} + e^{-mL}) = T_c - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c}$$

$$C = \frac{T_c - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c}}{2 \cosh(mL)}$$

Reemplazando el valor de C en la solución de la **Ecuación 3.5** y regresandola a la variable T se obtiene la solución dada por la **Ecuación 3.6**:

$$\frac{T - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c}}{T_c - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c}} = \frac{\cosh(mx)}{\cosh(mL)} \quad (3.6)$$

La **Ecuación 3.6** da la distribución de la temperatura dentro de la aleta en la dirección x para todo y . La energía conducida a la región del tubo por unidad de longitud en la dirección del flujo puede ser evaluada por la Ley de Fourier de la conducción en la base de la aleta como sigue [49], por las siguientes derivadas con respecto a la coordenada x :

$$q' = -k_p \delta \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=L}$$

$$T' = \frac{T_c - T_a - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)}{U_c}}{\cosh(mL)} m \sinh(mx)$$

$$q' = \frac{k_p \delta m}{U_c} [G_t(\tau_v \alpha_p) - U_c(T_c - T_a)] \tanh(mL) \quad [W/m] \quad (3.7)$$

Sin embargo, $k_p \delta m / U_c$ es $1/m$. La **Ecuación 3.7** tiene en cuenta sólo la energía que se colecta en un lado del tubo, para los dos lados la expresión del flujo esta dada por la **Ecuación 3.8**:

$$q'_{aleta} = 2q'$$

$$q'_{aleta} = (W - D) F_{aleta} [G_t(\tau_v \alpha_p) - U_c(T_c - T_a)] \quad [W/m] \quad (3.8)$$

Donde $F_{aleta} = \frac{\tanh(mL)}{mL}$ es la eficiencia de la aleta.

Una vez se tiene la energía que recoge la aleta, es necesario establecer la energía que capta el tubo directamente. La transferencia sobre al región del tubo esta dada por la **Ecuación 3.9**:

$$q'_{tubo} = D [G_t(\tau_v \alpha_p) - U_c(T_c - T_a)] \quad [W/m] \quad (3.9)$$

Por lo tanto, la ganancia de energía útil por unidad de longitud en la dirección del flujo del fluido es:

$$q'_u = q'_{aleta} + q'_{tubo}$$

$$q'_u = [(W - D)F_{aleta} + D] [G_t(\tau_v \alpha_p) - U_c(T_c - T_a)] \quad [W/m] \quad (3.10)$$

La **Ecuación 3.10** es la energía transferida al fluido y puede ser expresada en términos de dos resistencias como lo muestra la **Figura 3.6**.

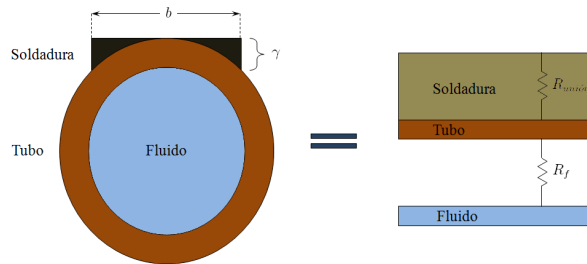


Figura 3.6: Red térmica para el flujo de calor de la soldadura hacia el fluido. Fuente Propia.

La resistencia térmica $R_{unión}$ puede ser expresada en términos de la conductancia del material usado para la soldadura de la siguiente forma:

$$R_{unión} = \frac{1}{C_{unión}}$$

Donde $C_{unión}$ es la conductancia por unidad de longitud y depende del ancho b , el grosor γ y la conductividad $k_{unión}$ de la unión:

$$C_{unión} = \frac{k_{unión}b}{\gamma}$$

La resistencia hacia el fluido resulta por convección a partir de la Ley de enfriamiento de Newton [49]:

$$q' = h_f(\pi D_i)(T_c - T_f)$$

Donde h_f es el coeficiente de transferencia de calor por convección del fluido (agua), D_i es el diámetro interno del tubo y T_f es la temperatura a la que se encuentra el agua. Por lo tanto la transferencia de calor y la resistencia térmica están dadas por la **Ecuación 3.11**:

$$q' = \frac{T_c - T_f}{R_f} \quad \text{con} \quad R_f = \frac{1}{h_f(\pi D_i)} \quad (3.11)$$

Entonces:

$$q'_u = \frac{T_c - T_f}{R_f + R_{unión}} \quad (3.12)$$

Despejando T_c de la **Ecuación 3.12** se tiene $T_c = q'_u(R_f + R_{unión}) + T_f$ y reemplazando esta relación en la **Ecuación 3.10** se llega a la **Ecuación 3.13**:

$$q'_u = W F_p [G_t(\tau_v \alpha_p) - U_c(T_f - T_a)] \quad [W/m] \quad (3.13)$$

Donde $F_p = \frac{1/U_c}{W \left\{ R_f + R_{unión} + \frac{1}{U_c [(W - D)F_{aleta} + D]} \right\}}$ es la eficiencia del plato absorbedor.

Para determinar la eficiencia del colector en su totalidad, se considera una longitud infinitesimal δy del tubo [50], como se muestra en la **Figura 3.7**. El balance de energía a través del fluido está dado por:

$$q'_u \delta y + \dot{m}_c C_p T_f - \dot{m}_c C_p \left(T_f + \frac{dT_f}{dy} \delta y \right) = 0$$

si el colector consta de n tubos, luego el balance de energía para uno solo está dado por la **Ecuación 3.14**:

$$q'_u \delta y - \frac{\dot{m}_c}{n} C_p \frac{dT_f}{dy} \delta y = 0 \quad (3.14)$$

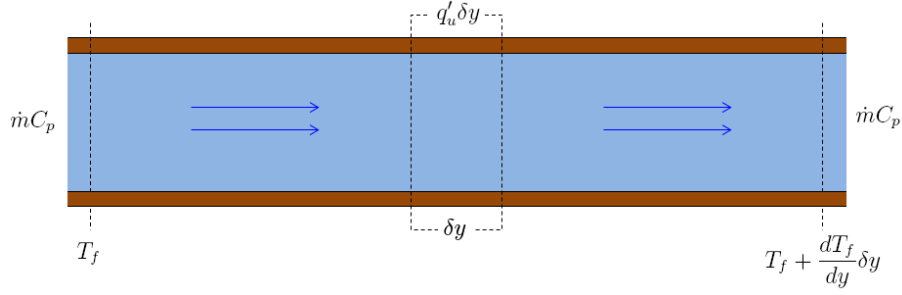


Figura 3.7: Flujo de energía a través de un elemento del Tubo. Fuente Propia.

dividiendo la **Ecuación 3.14** entre δy y sustituyendo q'_u por la **Ecuación 3.13** se tiene:

$$-\dot{m}_c C_p \frac{dT}{dy} + nW F_p [G_t(\tau_v \alpha_p) - U_c(T_f - T_a)] = 0$$

Separando variables, asumiendo que F_p , U_c y C_p son constantes y resolviendo las integrales entre los límites: de 0 a L (largo del tubo) para y , y de T_{fi} (temperatura de entrada del fluido) a T_{fo} (temperatura de salida del fluido) para T_f ; se llega a:

$$\ln \left(\frac{T_{fo} - T_a - G_t(\tau_v \alpha_p)/U_c}{T_{fi} - T_a - G_t(\tau_v \alpha_p)/U_c} \right) = - \frac{nW L F_p U_c}{\dot{m}_c C_p}$$

pero $nW L = A_c$, entonces:

$$\frac{T_{fo} - T_a - G_t(\tau_v \alpha_p)/U_c}{T_{fi} - T_a - G_t(\tau_v \alpha_p)/U_c} = e^{- \frac{A_c F_p U_c}{\dot{m}_c C_p}} \quad (3.15)$$

Usualmente es necesario expresar la ganancia total de energía útil del colector en términos de la temperatura de entrada del fluido T_{fi} . Esto se hace mediante el factor de disipación de calor F_R , el cual representa la velocidad de ganancia de energía útil actual que resulta si la superficie absorbadora del colector se encuentra a la temperatura local del fluido [23]:

$$F_R = \frac{\dot{m}_c C_p}{A_c U_c} \left[1 - \frac{G_t(\tau_v \alpha_p)/U_c - (T_{fo} - T_a)}{G_t(\tau_v \alpha_p)/U_c - (T_{fi} - T_a)} \right]$$

Reemplazando la **Ecuación 3.15** en F_R se llega a:

$$F_R = \frac{\dot{m}_c C_p}{A_c U_c} \left[1 - e^{-\frac{A_c F_p U_c}{\dot{m}_c C_p}} \right] \quad (3.16)$$

Si la **Ecuación 3.16** y la **Ecuación 3.3** se unen, se llega al resultado:

$$\dot{Q}_u = A_c F_R [G_t (\tau_v \alpha_p) - U_c (T_i - T_a)] \quad [W] \quad (3.17)$$

La **Ecuación 3.17** esta en términos de la temperatura inicial del fluido T_i , reemplazando la temperatura del plato absorbedor T_c y empleando el factor F_R . La temperatura T_i depende de las características del sistema termosolar completo y la demanda de agua caliente. Sin embargo, F_R solo se afecta por las características del colector.

El nivel crítico de radiación G_{tc} se puede definir según la **Ecuación 3.18**:

$$G_{tc} = \frac{F_R U_c (T_i - T_a)}{F_R (\tau_v \alpha_p)} \quad [W/m^2] \quad (3.18)$$

Este es el nivel crítico de radiación donde la radiación solar absorbida y las perdidas son iguales, es decir $\dot{Q}_u = 0$. El colector provee energía solamente cuando el nivel de radiación es superior al crítico.

Teniendo en cuenta que la transferencia de calor general para el agua que se calienta dentro del colector esta dada por la **Ecuación 3.19**:

$$\dot{Q}_u = \dot{m}_c C_p (T_c - T_i) \quad [W] \quad (3.19)$$

Donde T_c es la temperatura del agua que sale del colector, es posible obtener una relación que no incluya la variable no medible \dot{Q}_u y solo este en términos de la radiación que recibe el colector, su eficiencia y la temperatura inicial del agua, esto se logra mediante la unión de la **Ecuación 3.17** y la **Ecuación 3.19**, llegando a la siguiente expresión:

$$T_c = \left(1 - \frac{A_c F_R U_c}{\dot{m}_c C_p} \right) T_i + \frac{A_c F_R}{\dot{m}_c C_p} (\tau_v \alpha_p) G_t + \frac{A_c F_R}{\dot{m}_c C_p} U_c T_a \quad (3.20)$$

La **Ecuación 3.20** cuantifica la temperatura a la cual sale el agua del colector y tiene en cuenta propiedades del plato y del fluido, dimensiones y materiales de fabricación.

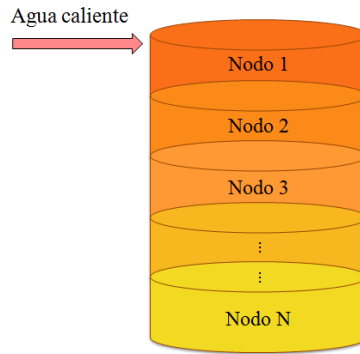


Figura 3.8: Representación esquemática de un tanque estratificado. Fuente Propia.

3.1.2. Modelo del Tanque Estratificado por Temperatura

La energía que le brinda el sol al agua a través del colector debe ser almacenada, pues puede no ser consumida en periodos cortos de tiempo, por esta razón es habitual guardarla en tanques cilíndricos, los cuales permiten conservar la energía durante periodos de hasta 2 días. El agua caliente se expande y se hace menos densa, ubicándose en la parte superior del tanque, que se encuentra por encima del colector, desplazando el agua que se encuentra a una menor temperatura, así se da en el sistema una circulación natural. Dentro del tanque, el agua se almacena de forma estratificada por temperaturas, a este método de circulación natural se le denomina termosifón [48].

Hay diferentes formas de modelar un sistema termosolar en términos de la estratificación del agua y su flujo, aquí se describe física y matemáticamente este proceso por el método de multinodos, en el cual se divide el tanque en N nodos (secciones), como se muestra en la **Figura 3.8**, y se hace un balance de energía para cada sección del tanque, resultando N ecuaciones diferenciales, que son resueltas para las temperaturas de los N nodos, en función del tiempo [48].

Consideraciones:

- Se consideran tres estratos, secciones o nodos con temperaturas T_1 , T_2 y T_3 , en donde $T_1 > T_2 > T_3$.
- Los nodos se distribuyen en partes iguales dentro del tanque, por lo tanto los tres tienen una masa M .
- Los caudales que entran y salen del colector son iguales, así como los caudales que entran y salen del tanque.
- Los tubos que unen el colector y el tanque entre si están aislados perfectamente y cualquier influencia sobre el sistema se desprecia.

Deducción Fisicomatemática

Despreciando los cambios en la energía cinética y potencial del sistema, así como también las interacciones de trabajo, el balance de energía para un flujo estacionario, en general, se puede expresar como [49]:

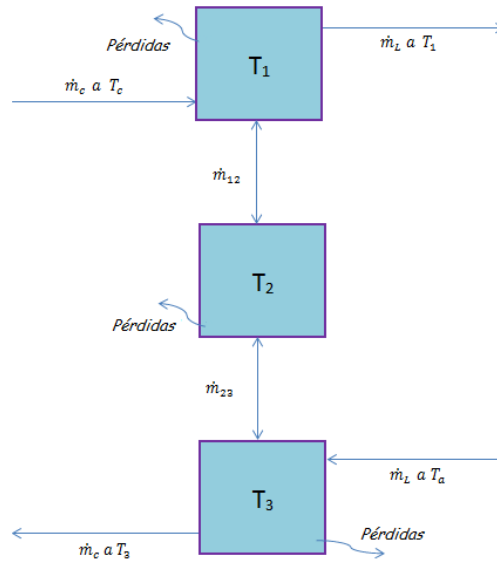


Figura 3.9: Representación Esquemática de un tanque estratificado a tres nodos. Fuente Propia.

$$\dot{Q} = \dot{m}C_p\Delta T \quad [W]$$

Donde \dot{Q} es la velocidad de transferencia de neta de calor hacia dentro o hacia afuera del volumen de control, \dot{m} es la velocidad del flujo másico, C_p es calor específico del fluido a presión constante y ΔT es una diferencia de temperatura entre dos ambientes.

Para el balance de energía de cada nodo, se tiene en cuenta la energía que se le suministra a éste, menos las pérdidas de calor hacia el ambiente y menos la energía que él mismo entrega.

El tanque estratificado por temperaturas de la **Figura 3.8** puede representarse como N tanques isotérmicos independientes que se relacionan o conectan mediante un flujo. En la **Figura 3.9** se muestra la representación de un tanque estratificado a tres nodos. El flujo hacia el colector siempre sale por el fondo del nodo 3 y el flujo del colector hacia el tanque siempre va al nodo 1, éstos flujos se consideran iguales a \dot{m}_c . De forma similar, el flujo hacia la carga siempre sale de la parte superior del nodo 1 y el flujo que alimenta al sistema siempre entra al nodo 3, éstos flujos se consideran iguales a \dot{m}_L .

Para modelar matemáticamente el comportamiento del calentador de agua es necesario dividir en dos la dinámica del sistema. Esto se hace debido a que el flujo y la temperatura en el interior del tanque se comportan completamente diferente durante el calentamiento del agua y luego durante su consumo. El primer sistema de ecuaciones representa el proceso de calentamiento del agua de la **Figura 3.10**, en el cual el sistema se encuentra cerrado y no entra ni sale masa alguna en él; mientras que el segundo sistema representa la etapa de consumo del agua de la **Figura 3.2**, cuando esta ya está caliente, en el que el líquido que sale se repone con agua fría. Para este sistema se emplea un arreglo de colectores en paralelo, ya que la temperatura proporcionada por un solo colector es insuficiente para la aplicación requerida y, por el contrario, es necesario agilizar

el proceso de calentamiento [23].

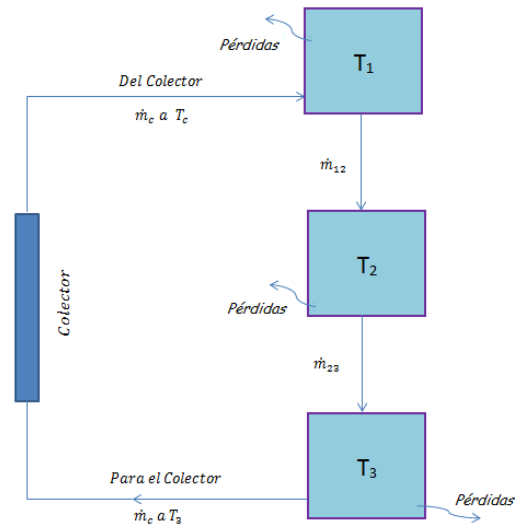


Figura 3.10: Representación esquemática del sistema durante el proceso de calentamiento. Fuente Propia.

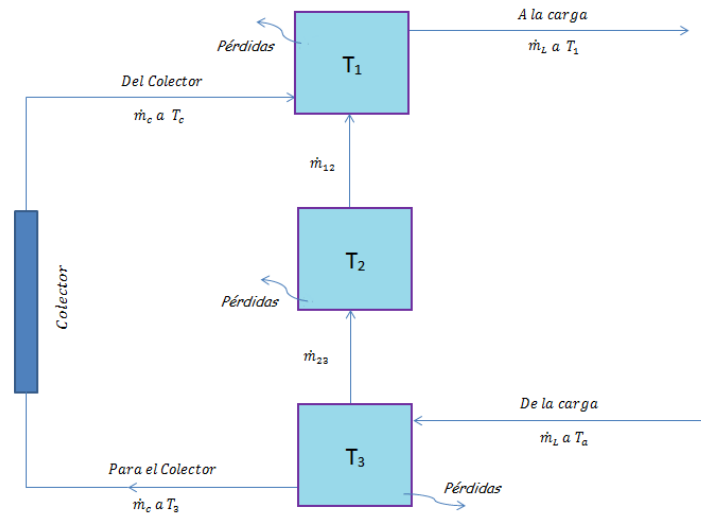


Figura 3.11: Representación esquemática del sistema durante el proceso de consumo. Fuente Propia.

A continuación se realiza el balance de energía para los tres tanques en la etapa de calentamiento, comenzando con el nodo 1:

$$\Delta E_{Nodo1} = E_c - E_{12} - E_a$$

Donde E_c es la energía proporcionada al agua por el colector y llega al nodo 1, E_a es la energía liberada por el nodo al ambiente y E_{12} es la energía que sede el nodo 1 al nodo 2.

La ecuación diferencial para el balance de energía del nodo 1 esta dada por la **Ecuación 3.21**:

$$MC_p \frac{dT_1}{dt} = n\dot{m}_c C_p T_c - \dot{m}_{12} C_p T_1 - \frac{T_1 - T_a}{R_s} \quad (3.21)$$

Donde T_c es la temperatura del agua que sale del colector, n es el número de colectores conectados en paralelo, \dot{m}_{12} es el flujo másico del nodo 1 al nodo 2 y R_s es la resistencia térmica correspondiente al nodo 1. El flujo del nodo 1 al nodo 2, por conservación de la masa, esta dado por:

$$\dot{m}_{12} = n\dot{m}_c$$

Reacomodando los términos de la **Ecuación 3.21** se tiene la **Ecuación 3.22**:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{n\dot{m}_c}{M} T_c - \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_1 + \frac{1}{MC_p R_s} T_a \quad (3.22)$$

Ahora, el balance de energía para el segundo nodo queda:

$$\Delta E_{Nodo2} = E_{12} - E_a - E_{23}$$

Donde E_{23} es la energía que le entrega el nodo 2 al nodo 3.

La ecuación diferencial para el balance de energía del nodo 2 esta representada por la **Ecuación 3.23**:

$$MC_p \frac{dT_2}{dt} = n\dot{m}_{12} C_p T_1 - \frac{T_2 - T_a}{R_l} - \dot{m}_{23} C_p T_2 \quad (3.23)$$

Donde \dot{m}_{23} es el flujo másico del nodo 2 al nodo 3 y R_l es la resistencia térmica correspondiente al nodo 2, cuyo cálculo se presenta en el **Anexo B**. El flujo del nodo 2 al nodo 3, por conservación de la masa, esta dado por:

$$\dot{m}_{23} = n\dot{m}_c$$

Reacomodando los términos de la **Ecuación 3.23** se obtiene la **Ecuación 3.24**:

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{n\dot{m}_c}{M}T_1 - \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_l} \right) T_2 + \frac{1}{MC_p R_l} T_a \quad (3.24)$$

Por último, para el nodo 3 el balance de energía en la etapa de calentamiento esta dado por:

$$\Delta E_{Nodo3} = E_{23} - E_a - E_{3c}$$

Donde E_{23} es la enegía que proporciona el nodo 2 al 3 y E_{3c} es la energá que sede el nodo 3 al colector.

La ecuación diferenciales para el balance de energía del nodo 3 esta dada por la **Ecuación 3.25**:

$$MC_p \frac{dT_3}{dt} = \dot{m}_{23} C_p T_2 - \frac{T_3 - T_a}{R_s} - n\dot{m}_c C_p T_3 \quad (3.25)$$

Reacomodando los términos de la **Ecuación 3.25** se llega a la **Ecuación 3.26**:

$$\frac{dT_3}{dt} = \frac{n\dot{m}_c}{M}T_2 - \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_3 + \frac{1}{MC_p R_s} T_a \quad (3.26)$$

Una vez se tiene el conjunto de ecuaciones diferenciales que representa la etapa de calentamiento, se procede a obtener el que representa la etapa de consumo comenzando por el balance de energía para el nodo 1:

$$\Delta E_{Nodo1} = E_c - E_a + E_{21} - E_L$$

Donde E_{21} es la energía que recibe el nodo 1 del nodo 2 y E_L es la energía que el nodo 1 cede a la carga.

La ecuación diferencial para el balance de energía del nodo 1 esta dada por la **Ecuación 3.27**:

$$MC_p \frac{dT_1}{dt} = n\dot{m}_c C_p T_c - \frac{T_1 - T_a}{R_s} + \dot{m}_{21} C_p T_2 - \dot{m}_L C_p T_1 \quad (3.27)$$

Donde \dot{m}_{21} es el flujo másico del nodo 2 al nodo 1 y por conservación de la masa, esta dado por:

$$\dot{m}_{12} = \dot{m}_L - n\dot{m}_c$$

Reacomodando los términos de la **Ecuación 3.27** se tiene obtiene la **Ecuación 3.28**:

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{n\dot{m}_c}{M}T_c - \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_pR_s} \right) T_1 + \frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M}T_2 + \frac{1}{MC_pR_s}T_a \quad (3.28)$$

Ahora, el balance de energía para el segundo nodo queda:

$$\Delta E_{Nodo2} = E_{32} - E_a - E_{21}$$

Donde E_{32} es la energía que le entrega el nodo 3 al nodo 2.

La ecuación diferencial para el balance de energía del nodo 2 esta dada por la **Ecuación 3.29**:

$$MC_p \frac{dT_2}{dt} = \dot{m}_{32}C_pT_3 - \frac{T_2 - T_a}{R_l} - \dot{m}_{21}C_pT_2 \quad (3.29)$$

Donde \dot{m}_{32} es el flujo másico del nodo 3 al nodo 2 y por conservación de la masa, esta dado por:

$$\dot{m}_{23} = \dot{m}_L - n\dot{m}_c$$

Reacomodando los términos de la **Ecuación 3.29** se obtiene la **Ecuación 3.30**:

$$\frac{dT_2}{dt} = - \left(\frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_pR_l} \right) T_2 + \frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M}T_3 + \frac{1}{MC_pR_l}T_a \quad (3.30)$$

Por último, para el nodo 3 el balance de energía en la etapa de consumo esta dado por:

$$\Delta E_{Nodo3} = E_L - E_a - E_{3c} - E_{32}$$

Donde E_{3c} es la energía que sede el nodo 3 al colector y E_L es al energía que la carga le entrega al nodo 3.

La ecuación diferenciales para el balance de energía del nodo 3 esta dada por la **Ecuación 3.31**:

$$MC_p \frac{dT_3}{dt} = \dot{m}_L C_p T_a - \frac{T_3 - T_a}{R_s} - n \dot{m}_c C_p T_3 - \dot{m}_{32} C_p T_3 \quad (3.31)$$

Reacomodando los términos de la **Ecuación 3.31** se llega a la **Ecuación 3.32**:

$$\frac{dT_3}{dt} = - \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_3 + \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_a \quad (3.32)$$

Para un análisis más detallado se debe tener en cuenta que la densidad del agua varía con la temperatura. Aunque estas variaciones son pequeñas dentro del rango de trabajo del colector (desde T_a hasta 40 o 70°C), son significativas para una circulación natural o termosifón.

Una regresión cuadrática de los datos experimentales de la variación de la densidad del agua con respecto a la temperatura, genera una aproximación analítica para este comportamiento:

$$\rho^*(T) = AT^2 + BT + C$$

Donde $A = -0,0078025 Kg/m^3 \text{ } ^\circ C^2$, $B = 0,064335 Kg/m^3 \text{ } ^\circ C$ y $C = 999,8395 Kg/m^3$.

Al modificarse la densidad del agua de acuerdo a su temperatura, también dejan de ser constantes otras características, tales como el calor específico y la presión generada entre estratos, todas estas en últimas dependientes de la temperatura. Los volúmenes de cada estrato realmente no son constantes, pues el agua que entra al tanque del colector se acomoda en un estrato determinado dependiendo de su densidad, la que a su vez depende de la temperatura y ésta última de la radiación solar que incida sobre el colector. Por tanto, un estrato puede recibir constantemente agua solo si los niveles de radiación que se le proporcionan a ésta permiten alcanzar la temperatura de dicho estrato; la radiación y por ende la temperatura, no varía en proporciones iguales durante el día para que a cada estrato le llegue la misma cantidad de agua. La variación del volumen y de la densidad también originan una variación en el empuje entre los estratos, lo que hace que los caudales de entrada y salida de colector y algunos del tanque no sean constante, es decir, la velocidad a la que circula el agua en el sistema no es siempre la misma. Las variaciones anteriores generan no linealidades en el sistema, las cuales requieren de métodos matemáticos y análisis físicos rigurosos, complejos y extensos.

Las no linealidades expuestas no se introducen en éste modelo, ya que las ecuaciones diferenciales no lineales que resultan no permiten llegar a una ecuación de salida que representa al sistema.

Este resultado se debe a que el tanque estratificado es un sistema acoplado en el cual todas las variables están estrechamente relacionadas y no es posible establecer una relación matemática analítica para la interacción entre estratos ni la forma en la que se distribuye la temperatura en el interior del tanque.

3.1.3. Modelo Tanque - Colector Unificados

Una vez se tienen las ecuaciones que representan la dinámica de cada elemento del sistema por separado, es necesario unirlos para obtener la representación completa del mismo. La etapa de calentamiento está conformada por las **Ecuaciones 3.22, 3.24 y 3.26**, donde T_c se ha reemplazado por la **Ecuación 3.20** y la temperatura de entrada T_i es la temperatura a la que se encuentra el nodo 3, dando origen al sistema de ecuaciones diferenciales de la **Ecuación 3.33**:

$$\begin{aligned}
\frac{dT_1}{dt} &= - \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_1 + \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} - \frac{nA_c F_R U_c}{MC_p} \right) T_3 \\
&\quad + \frac{nA_c F_R}{MC_p} (\tau_v \alpha_p) G_t + \left(\frac{nA_c F_R U_c}{MC_p} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_a \\
\frac{dT_2}{dt} &= \frac{n\dot{m}_c}{M} T_1 - \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_l} \right) T_2 + \frac{1}{MC_p R_l} T_a \\
\frac{dT_3}{dt} &= \frac{n\dot{m}_c}{M} T_2 - \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_3 + \frac{1}{MC_p R_s} T_a
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Por otro lado, la etapa de consumo está conformada por las **Ecuaciones 3.28, 3.30 y 3.32** con el mismo reemplazo anterior de T_c , para llegar al sistema de la **Ecuación 3.34**:

$$\begin{aligned}
\frac{dT_1}{dt} &= - \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_1 + \frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} T_2 + \left(\frac{n\dot{m}_c}{M} - \frac{nA_c F_R U_c}{MC_p} \right) T_3 \\
&\quad + \frac{nA_c F_R}{MC_p} (\tau_v \alpha_p) G_t + \left(\frac{nA_c F_R U_c}{MC_p} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_a \\
\frac{dT_2}{dt} &= - \left(\frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_l} \right) T_2 - \frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} T_3 + \frac{1}{MC_p R_l} T_a \\
\frac{dT_3}{dt} &= - \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_3 + \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) T_a
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Los sistemas de las **Ecuaciones 3.33 y 3.34** se representan en espacio de estados por una ecuación de estado (**Ecuación 3.35**) y una ecuación de salida (**Ecuación 3.36**). La forma general de las **Ecuaciones 3.35 y 3.36** es la misma para las dos etapas pero las matrices que intervienen en ellas son diferentes:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A}\mathbf{T} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{3.35}$$

$$y = C\mathbf{T} + D\mathbf{u} \quad (3.36)$$

Donde el vector de estado \mathbf{T} , su derivada y el vector de entrada \mathbf{u} estan dados por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \\ \dot{T}_3 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} G_t \\ T_a \end{bmatrix}$$

Las matrices de estado A y las de entrada B , para las dos etapas estan dadas por:

- **Etapas de Calentamiento**

$$A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s}\right) & 0 & -\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{nA_c F_R U_c}{m_c C_p} \\ \frac{n\dot{m}_c}{M} & -\left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_l}\right) & 0 \\ 0 & \frac{n\dot{m}_c}{M} & -\left(\frac{n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{nA_c F_R (\tau_v \alpha_p)}{MC_p} & \frac{nA_c F_R U_c + \frac{1}{MC_p R_s}}{MC_p} \\ 0 & \frac{1}{MC_p R_l} \\ 0 & \frac{1}{MC_p R_s} \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 0 \ 0] \quad \text{y} \quad D = 0$$

- **Etapas de Consumo**

$$A = \begin{bmatrix} -\left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s}\right) & \frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} & \frac{n\dot{m}_c}{M} - \frac{nA_c F_R U_c}{m_c C_p} \\ 0 & -\left(\frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_l}\right) & \frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} \\ 0 & 0 & -\left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s}\right) \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{A_c F_R}{MC_p} (\tau_v \alpha_p) & \frac{A_c F_R}{MC_p} U_c + \frac{1}{MC_p R_s} \\ 0 & \frac{1}{MC_p R_l} \\ 0 & \frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0 \ 0] \quad \text{y} \quad D = 0$$

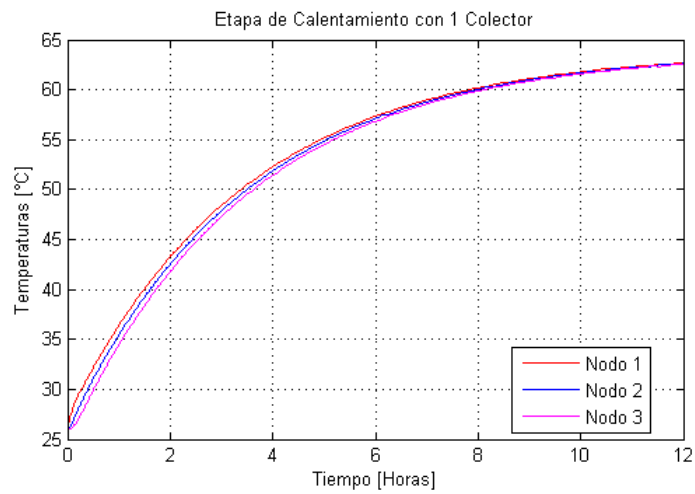
3.2. Análisis de Estabilidad del Calentador de Agua Termosolar

En esata sección se presenta el análisis de estabilidad del calentador de agua que opera en el municipio de Santander de Quilichao (Departamento del Cauca), donde se mantiene una temperatura ambiente (T_a) promedio de 26°C y una irradiación sobre la superficie terrestre (G_t) de $333\text{W}/\text{m}^2$ [6]. Los colectores solares empleados son de placa plana con un área (A_c) de 4m^2 , un factor de disipación de calor (R_R) de $0,866$, un coeficiente de transferencia de calor (U_c) de $6,9\text{W}/\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$, un coeficiente ($\tau_v \alpha_c$) de $0,8$ y un flujo másico (\dot{m}_c) en su interior de $0,06\text{Kg}/\text{s}$ [23]. De igual forma, el tanque de almacenamiento es un tanque de 20 gal, aislado térmicamente por un recubrimiento de poliuretano para mantener las resistencias térmicas R_s a $4,995^\circ\text{C}/\text{W}$ y R_L a $8,385^\circ\text{C}/\text{W}$ con un flujo másico de la carga (\dot{m}_L) de $0,2\text{Kg}/\text{s}$. Los tres (3) estratos del tanque contienen una masa (M) de agua de $25,145\text{Kg}$ cada uno y el calor específico del líquido (C_p) ha sido tomado a la temperatura ambiente y se considera constante a través de los procesos de intercambio de energía en un valor de $4.180\text{J}/^\circ\text{C} \cdot \text{Kg}$.

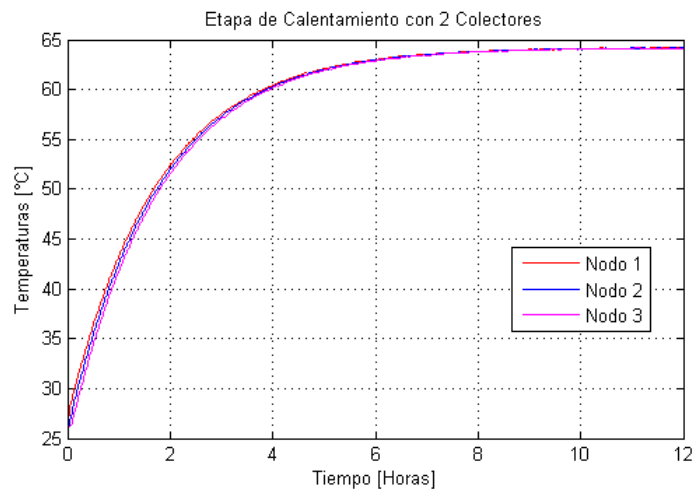
La etapa de calentamiento para el sistema termosolar, se analiza partiendo de que la temperatura inicial de cada nodo es la del ambiente y con esta consideración se halla el punto de equilibrio donde los estados del sistema alcanzan la estabilidad y dejan de variar con el tiempo, para ello las derivadas de las **Ecuaciones 3.33** se igualan a cero y se calcula el valor de cada estado. Así, el punto de equilibrio con las características anteriormente descritas está dado en (63.718°C , 63.697°C , 63.662°C), donde la primera coordenada corresponde a la temperatura del nodo 1, la segunda coordenada a la del nodo 2 y la tercera a la del nodo 3.

Durante el calentamiento, el tanque alcanza una temperatura promedio de 63.692°C , la cual se encuentra dentro del rango establecido por los manuales de energía renovable [51]. Este punto de equilibrio encontrado analíticamente se aproxima a los puntos de estabilidad generados mediante simulación con MATLAB © 2010. El comportamiento dinámico del calentador de agua se simula para un sistema de 1, 2 y 3 colectores en paralelo durante un periodo de sol diario (12 horas) a irradiación constante. La **Tabla 3.1 a.** muestra la etapa de calentamiento para un solo colector, la **Tabla 3.1 b.** muestra la misma curva para 2 colectores en paralelo y la **Tabla 3.1 c.** para 3 colectores.

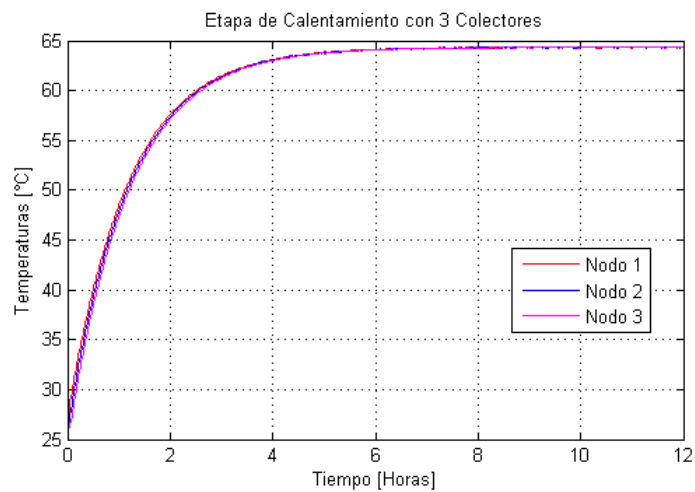
En las curvas de la **Tabla 3.1** se puede observar que aumentar el número de colectores en paralelo no altera el punto de equilibrio, por lo tanto es el mismo para los tres casos. También se nota que el calentador de agua es un sistema sobreamortiguado en el que variá la constante



a.



b.



c.

Tabla 3.1: Simulación de la etapa de calentamiento con a. 1, b. 2 y c. 3 colectores Solares . Fuente Propia.

de tiempo y de asentamiento según el número de colectores conectados en paralelo. Esto ocurre debido al incremento en el flujo que ingresa al tanque, el cual disminuye las constantes de tiempo y por lo tanto aumenta la velocidad de respuesta. Las constantes de tiempo para el sistema son 3 horas : 27 minutos, 1 hora : 45 minutos y 1 hora : 10 minutos para 1, 2 y 3 colectores respectivamente. El hecho de que estas constantes estén en horas implica que que la dinámica del sistema no es rápida y esto se debe a que, además de tratar con una variable de naturaleza lenta, como lo es la temperatura, la fuente energética es el sol y su energía se atenúa al atravesar las diferentes capas atmosféricas por efectos de absorción y reflexión. Todo esto también se suma a que antes de llegar al tanque la radiación se transforma en energía térmica dentro del colector, en el cual la transferencia de calor es lenta y existen pérdidas.

En la realidad, el consumo del agua caliente dentro del tanque de almacenamiento puede hacerse antes de llegar a la estabilidad. Para el estudio de la etapa de consumo, en este caso, se ha considerado que el sistema está en el equilibrio cuando ésta inicia. El flujo \dot{m}_L al que sale el agua se considera como el máximo que da la carga, es decir, solo permanece abierta la llave de agua caliente; por lo cual los tiempos de disponibilidad del líquido a una temperatura superior que la del ambiente son en la realidad mayores. La **Tabla 3.2 a.** muestra la etapa de consumo para un solo colector, la **Tabla 3.2 b.** muestra la misma curva para 2 colectores en paralelo y la **Tabla 3.2 c.** para 3 colectores.

Ahora, tomando como condiciones iniciales el punto de equilibrio de la etapa de calentamiento, se puede observar que en la etapa de consumo si influye sobre el punto de equilibrio el número de colectores empleados. Los nodos 2 y 3 se estabilizan a la temperatura ambiente para todos los casos, pero el nodo 1 que recibe el flujo caliente del colector incrementa su temperatura final a medida que se agregan colectores al arreglo. Los puntos de equilibrio para el sistema en la etapa de consumo son (27.103 °C, 26 °C, 26 °C), (28.207 °C, 26 °C, 26 °C) y (29.311 °C, 26 °C, 26 °C) para 1, 2 y 3 colectores respectivamente.

Para el análisis del punto de estabilidad de la etapa de calentamiento es necesario determinar la ecuación característica de la matriz A asociada al sistema. Ésta ecuación es un polinomio de grado 3, cuyos coeficientes contienen un promedio de 10 variables, relacionadas mediante extensas fracciones que exige utilizar un paquete computacional, específicamente MATLAB © 2010, para determinar los auto valores. Cada valor está representado por una expresión general de la forma:

$$\lambda_1 = -a \quad (3.37)$$

$$\lambda_2 = -b + ci \quad (3.38)$$

$$\lambda_3 = -d + fi \quad (3.39)$$

Realizando el análisis dimensional y evaluando de forma general las magnitudes físicas de los parámetros del sistema, se nota que la etapa de calentamiento es en general estable. Es de resaltar que al adicionar más colectores, el sistema llega a su punto de equilibrio en menos horas y su valor es mismo sin afectar la dinámica del mismo.

Realizando el mismo procedimiento anterior para la etapa de consumo, el punto de estabilidad parte del estudio de la matriz de estado A mediante el cálculo de los valores propios. La matriz

de 3×3 esta asociada a los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= - \left(\frac{\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) && \text{siempre } < 0 \\
 \lambda_2 &= - \left(\frac{\dot{m}_L - n\dot{m}_c}{M} + \frac{1}{MC_p R_l} \right) && (3.40) \\
 \lambda_3 &= - \left(\frac{\dot{m}_L}{M} + \frac{1}{MC_p R_s} \right) && \text{siempre } < 0
 \end{aligned}$$

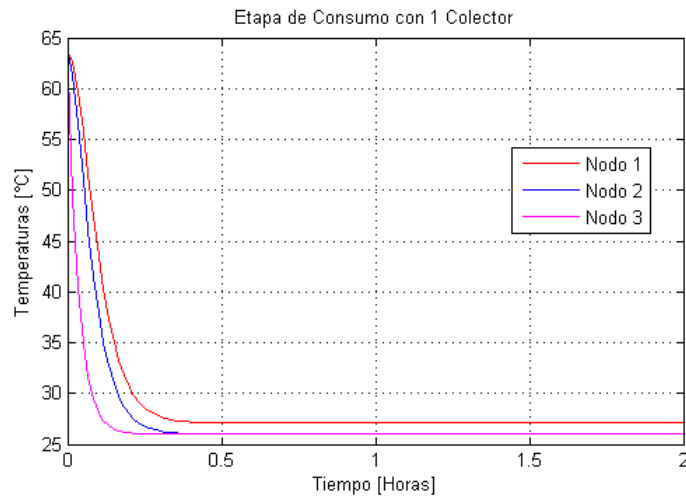
Estos valores son todos reales, por lo que el punto de estabilidad es un nodo. Para determinar si es estable o no se evalúa cada valor propio y se observa que λ_1 y λ_3 siempre son menores que cero ya que físicamente las magnitudes de los parámetros siempre son positivas. Por otro lado el valor λ_2 puede en algún momento ser mayor que cero, por lo tanto se considera para la estabilidad que:

$$\dot{m}_L - n\dot{m}_c \geq 0$$

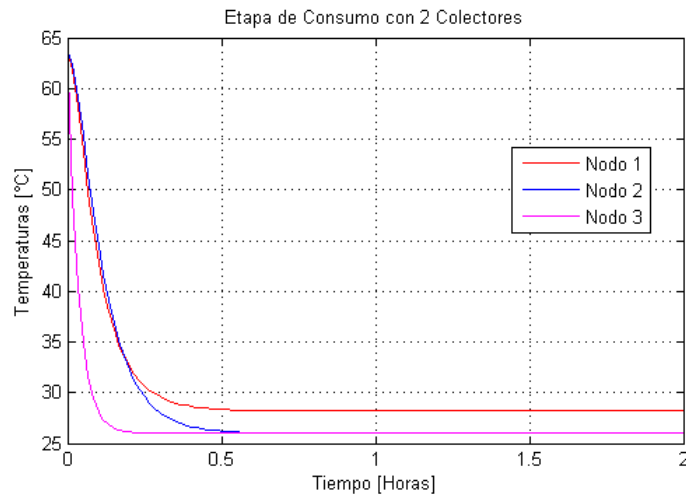
Y esto se cumple si:

$$\begin{aligned}
 \frac{n\dot{m}_c - \dot{m}_L}{M} &\leq -\frac{1}{MC_p R_l} \\
 n\dot{m}_c - \dot{m}_L &\leq -\frac{1}{C_p R_l} \\
 n &\leq -\frac{1}{C_p R_l \dot{m}_c} + \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_c}
 \end{aligned}$$

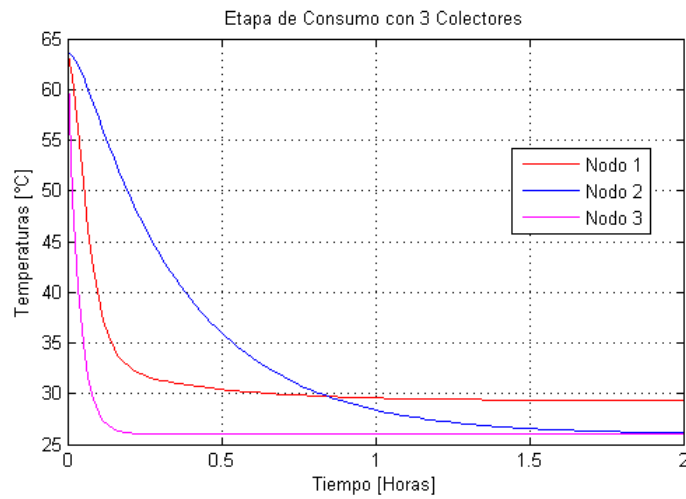
De acuerdo a los parámetros del calentador de agua que se esta estudiando el rango de n para obtener un nodo estable es $n \leq 3$, lo que implica que para mas de 3 colectores conectados en paralelo, los valores de las temperaturas en los estratos divergen. Por lo tanto, este modelo solo es válido si la diferencia entre los flujos se cumple, ya que si $n\dot{m}_c > \dot{m}_L$ la dirección para los flujos entre estratos y la temperatura a la cual fluye el agua cambian y las **Ecuaciones 3.33** ya no representan al sistema.



a.



b.



c.

Tabla 3.2: Simulación de la etapa de consumo con a. 1, b. 2 y c. 3 colectores solares . Fuente Propia.

Capítulo 4

Sistema Fotovoltaico Independiente para Iluminación Nocturna

En este capítulo se presenta el modelo fisicomatemático de un sistema fotovoltaico independiente que funciona como apoyo para la iluminación nocturna, conformado por un arreglo de paneles fotovoltaicos en paralelo, una batería y un controlador de carga, como lo muestra la **Figura 4.1**. Este conjunto de equipos ha sido seleccionado para realizar cuatro funciones: transformar directa y eficientemente la energía solar en energía eléctrica, almacenar adecuadamente la energía eléctrica generada y proveer la energía producida y almacenada a la carga. La primera función la realizan los módulos fotovoltaicos, que son paneles solares rectangulares conformados por una serie de celdas fotovoltaicas. Éstas son las encargadas de transformar la radiación solar en una corriente eléctrica mediante el efecto fotovoltaico. Los módulos también cuentan con un marco de vidrio antirreflejante, para optimizar la captación de los rayos solares, y aluminio que da soporte mecánico a las celdas al mismo tiempo que las protege del medio ambiente [36].

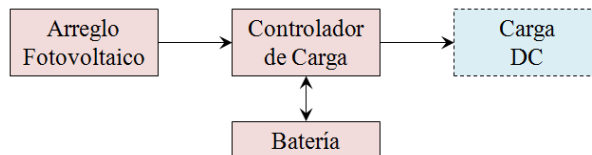


Figura 4.1: *Diagrama esquemático de un sistema fotovoltaico independiente. Fuente Propia.*

Debido a que el sistema funciona como apoyo para la iluminación nocturna, es necesario almacenar la energía eléctrica cuando existe radiación durante el día. El almacenamiento de la energía producida por los módulos fotovoltaicos se hace a través de baterías, construidas especialmente para sistemas fotovoltaicos. Estas proveen un suministro de electricidad estable y están construidas especialmente para trabajar con ciclos de carga/descarga lentos y profundos. La tercera y última función la realiza el controlador de carga que se ocupa de administrar tanto el flujo de la corriente de carga proveniente de los módulos hacia la batería, como el flujo de la corriente de descarga que va desde la batería hacia las lámparas. Cuando la batería está cargada, el controlador cancela el paso de corriente de los módulos hacia ésta, si por el contrario, ha alcanzado el nivel máximo de descarga, el controlador cancela el paso de corriente desde la batería hacia las lámparas [23].

El arreglo de módulos fotovoltaicos puede ser en serie o en paralelo. Por lo general la conexión en serie se utiliza para generar mayores voltajes que los que proporciona un solo módulo. La co-

nexión en paralelo conserva el voltaje pero incrementa la corriente según el número de módulos.

4.1. Modelado Fisicomatemático del Sistema Fotovoltaico

En esta sección se desarrolla paso a paso el modelo físico y matemático del sistema fotovoltaico. Para poder modelar el sistema en su totalidad se realizan los modelos por separado de cada uno de los componentes mencionados anteriormente. En las subsecciones siguientes se presenta cada modelo hasta finalmente realizar la unión entre ellos.

4.1.1. Modelo del Módulo Fotovoltaico

Para construir el modelo fisicomatemático del módulo fotovoltaico en general, es necesario comprender el funcionamiento de su unidad básica que es la celda fotovoltaica. Todas ellas funcionan basadas en el mismo proceso físico y están formadas por una unión entre dos materiales diferentes sobre la cual existe un campo eléctrico incorporado. Cuando la celda absorbe la radiación solar, electrones y huecos móviles se crean, generando un flujo en direcciones opuestas a través de la unión que se convierte en energía DC [52].

Las celdas fotovoltaicas de Silicio cristalino (*c-Si*) tienen una estructura de unión simple y su funcionamiento se estudia a partir del efecto fotovoltaico. La **Figura 4.2** muestra las características esenciales de una celda que por lo general, es cuadrada. La región superior es el emisor y es una capa de Si tipo *n* de aproximadamente $0,5\mu m$ de grosor, la región base es otra capa de Si pero tipo *p* que es el receptor y tiene un espesor de aproximadamente $300\mu m$ (los conceptos básicos sobre semiconductores se presentan en el **Anexo C**). La función de trabajo del material tipo *p* es mayor que la del material tipo *n*, por esta razón las dos capas alcanzan el equilibrio electrónico dentro de la celda a circuito abierto y en la oscuridad, por la transferencia de algunos electrones del lado *n* hacia el lado *p* [52].

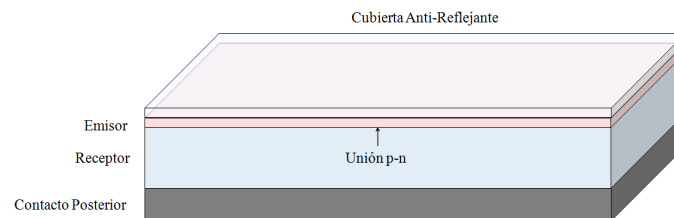


Figura 4.2: Principales características de una celda solar de silicio con unión simple *pn*. Fuente Propia.

La estructura como un todo permanece eléctricamente neutra pero la región de la unión contiene una doble capa eléctrica consistente en dos *regiones de agotamiento* como se muestra en la **Figura 4.3** que forman una *capa vacía* o *capa barrera* donde se genera una carga espacial neta remanente. Las regiones de agotamiento contienen cargas de los dopantes ionizados y bajo ellas se encuentra una zona casi neutral que no contiene espacio para cargas [53].

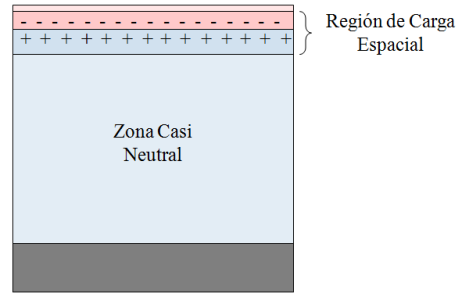


Figura 4.3: Corte transversal de una celda fotovoltaica de unión pn simple. Fuente Propia.

La **Figura 4.4** muestra lo que sucede en una celda de c -Si iluminada. La absorción de fotones con una energía mayor que la del gap del Si promueve electrones desde la banda de valencia a la banda de conducción, creando pares de electrones-huecos a lo largo de la celda iluminada. En el c -Si la mayoría de estos pares se disocian en cargas libres (huecos móviles y electrones que se mueven independientes unos de otros), pero si antes de eso, éstas cargas libres se aproximan a la unión, caen bajo la influencia del campo eléctrico y son barridas del lado p al n si es un electrón y del lado n al p si es un hueco [52].

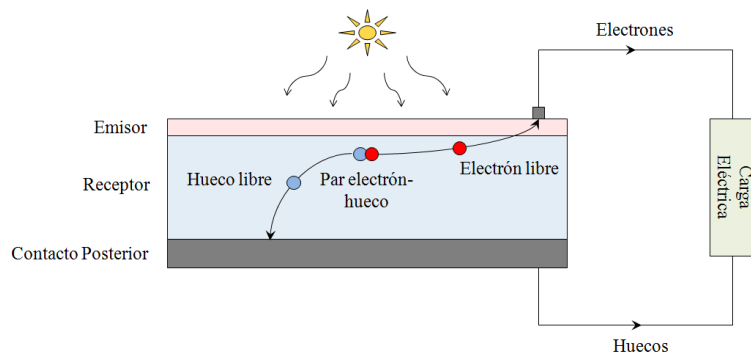


Figura 4.4: Generación y movimiento de las corrientes libres en una celda solar de unión pn . Fuente Propia.

Consideraciones

- La celda fotovoltaica se encuentra en equilibrio térmico con el ambiente.
- La celda fotovoltaica opera en condiciones de baja inyección.
- El dopaje de las regiones p y n es constante, con un salto abrupto de dopantes en la zona de transición.
- La unión pn cumple las condiciones de saturación extrínseca.
- La fotocorriente es independiente del voltaje aplicado en los extremos de la celda, por lo tanto es posible aplicar el principio de superposición.
- Los efectos de la resistencia interna y la resistencia de desviación de la celda son despreciables.

- En la celda iluminada se asume el caso de generación homogénea espacial de huecos y electrones.
- Las aproximaciones se hacen sobre la región de agotamiento, en los límites de la zona de deplexión.

Deducción Fisicomatemática

Antes de formar una celda de unión pn simple, los materiales por separado de la **Figura 4.5 a.** tienen las mismas energías en la banda de valencia E_v y en la de conducción E_c separadas por la zona prohibida con el gap de energía E_g , pero con funciones de trabajo Φ_p y Φ_n diferentes, lo cual implica niveles de Fermi diferentes [52].

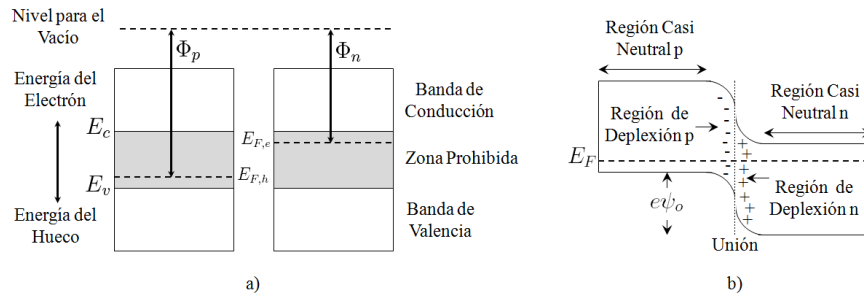


Figura 4.5: Estructura de las bandas de energía en una celda solar de unión pn simple en la oscuridad: **a.** materiales p y n por separado y **b.** materiales p y n unidos y en equilibrio. Fuente Propia.

Una vez que se unen los materiales, la celda en equilibrio de la **Figura 4.5 b.** tiene el mismo nivel de Fermi a lo largo del dispositivo pero las bandas de energía de valencia y de conducción se curvan alrededor de la unión por efecto del campo eléctrico local [54]. La magnitud de esta curvatura se mide a través del *potencial de contacto* de la unión ψ_0 , donde la diferencia total en altura de los bordes de las bandas de energía esta dada por:

$$e\psi_0 = \Phi_n - \Phi_p$$

Como el nivel de Fermi en un semiconductor dopado se encuentra dentro de la zona prohibida, cerca a la banda de mayor carga, $e\psi_0$ es menor que el gap de energía, donde e es la carga del electrón [54].

Para una unión pn sin polarizar y en la oscuridad las condiciones de equilibrio térmico se cumplen. En la **Figura 4.5 b.** se muestra una unión que esta en equilibrio, por lo tanto tiene un nivel de Fermi E_F constante logrado por difusión de los portadores de carga móviles de un lado y otro de la juntura. Una corriente de difusión transitoria de electrones del lado n pasa al lado p dejando una carga positiva en la región n , mientras que la difusión de huecos desde el lado p hacia el lado n causa un espacio de carga negativa en la región p . El campo eléctrico resultante produce

una fuerza que se opone a la fuerza de difusión, pero en el equilibrio estas dos son iguales.

En condiciones de saturación extrínseca, la concentración de portadores de carga mayoritarios n_n y p_p , de las **Ecuaciones 4.1** y **4.2** respectivamente, están dados por la densidad de los dopantes ionizados en la región casi neutral [54]:

$$n_n \approx N_d \quad (4.1)$$

$$p_p \approx N_a \quad (4.2)$$

Donde N_d es la densidad de donadores y N_a es la densidad de aceptores. Para un semiconductor no degenerado en equilibrio térmico, la concentración de cargas libres está dada por la distribución de Boltzmann, como se presenta en las **Ecuaciones 4.3** y **4.4** [54]:

$$n = N_c e^{-\frac{E_c - E_F}{kT}} \quad (4.3)$$

$$p = N_v e^{-\frac{E_F - E_v}{kT}} \quad (4.4)$$

Donde N_c es la densidad efectiva de los estados de la banda de conducción, N_v es la densidad efectiva de los estados de la banda de valencia, k es la constante de Boltzmann y T la temperatura a la que se encuentra la celda.

En el equilibrio térmico, el semiconductor sigue la ley de acción de masas [54], por lo tanto:

$$n_i^2 = n(x)p(x)$$

Donde n_i es el número de electrones intrínsecos. Según esto, las **Ecuaciones 4.3** y **4.4** se convierten en la **Ecuación 4.5**:

$$n_i^2 = np = N_c N_v e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad (4.5)$$

El modelo simple de Schotky para la región de agotamiento asume distribuciones de densidades de carga rectangulares como las de la **Figura 4.6 a.**:

La densidad de carga en la región de agotamiento está dada por:

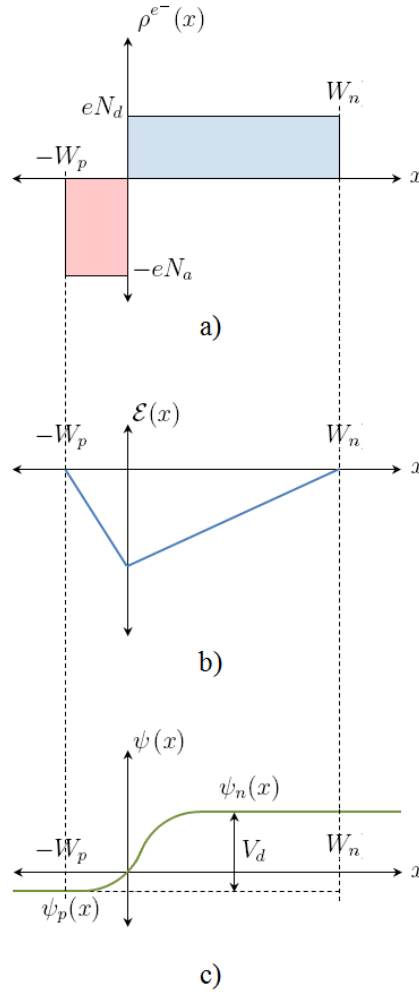


Figura 4.6: *Región de agotamiento en una unión pn: a. densidad de carga espacial, b. campo eléctrico y c. potencial interno en la unión. Fuente Propia.*

$$\rho^{e^-}(x) = -eN_a \quad (-W_p \leq x \leq 0)$$

$$\rho^{e^-}(x) = eN_d \quad (0 \leq x \leq W_n)$$

El campo eléctrico en esta zona se puede encontrar integrando la ecuación de Poisson **D.1** desde $x = 0$ hasta los bordes de la zona de depleción con las densidades de carga constantes. Esto genera las **Ecuaciones 4.6** y **4.7** para el campo eléctrico en la zona p y n respectivamente:

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{eN_a}{\epsilon_0\epsilon_m}(W_p + x) \quad (-W_p \leq x \leq 0) \quad (4.6)$$

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{eN_d}{\epsilon_0\epsilon_m}(W_n - x) \quad (0 \leq x \leq W_n) \quad (4.7)$$

La **Figura 4.6 b.** muestra la dependencia lineal del campo eléctrico en la región de agotamiento, donde la longitud de Debye en donde éste se desvanece esta dada por las **Ecuaciones 4.8 y 4.9:**

$$L_p = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_m kT}{e^2 N_a} \right)^{1/2} \quad (4.8)$$

$$L_n = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_m kT}{e^2 N_d} \right)^{1/2} \quad (4.9)$$

Por lo tanto el campo eléctrico puede ser expresado como:

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{kT}{eL_p^2}(W_p + x) \quad (-W_p \leq x \leq 0) \quad (4.10)$$

$$\mathcal{E}(x) = -\frac{kT}{eL_n^2}(W_n - x) \quad (0 \leq x \leq W_n) \quad (4.11)$$

Integrando las **Ecuaciones 4.10 y 4.11** a lo largo de x el potencial electrostático de la **Figura 4.6 c.** en las zona de agotamiento esta dado por las **Ecuaciones 4.12 y 4.13:**

$$\psi_p(x) = \frac{eN_a}{2\epsilon_0\epsilon_m}x(2W_p + x) \quad (-W_p \leq x \leq 0) \quad (4.12)$$

$$\psi_n(x) = \frac{eN_d}{2\epsilon_0\epsilon_m}x(2W_n - x) \quad (0 \leq x \leq W_n) \quad (4.13)$$

En los extremos de la región de agotamiento la diferencia de potencial es $V_j = \psi_n(W_n) - \psi_p(-W_p)$. Para condiciones de equilibrio V_j es llamado voltaje de difusión de la unión V_d y esta dado por la **Ecuación 4.14:**

$$V_d = \frac{e}{2\epsilon_0\epsilon_m}(N_d W_n^2 + N_a W_p^2) \quad (4.14)$$

Como la unión en su totalidad debe ser eléctricamente neutra: $N_a W_p = N_d W_n$. Utilizando estas consideraciones, el ancho de la zona de agotamiento en condiciones de equilibrio viene dada por las **Ecuaciones 4.15 y 4.16:**

$$W_p = \left(\frac{2\epsilon_0\epsilon_m V_d}{e} \frac{N_a/N_d}{N_a + N_d} \right)^{1/2} \quad (4.15)$$

$$W_n = \left(\frac{2\epsilon_0\epsilon_m V_d}{e} \frac{N_d/N_a}{N_a + N_d} \right)^{1/2} \quad (4.16)$$

Ahora, la **Figura 4.7** muestra cómo la curvatura de las bandas se afecta y cómo se genera una corriente cuando un voltaje V_j se aplica en los terminales de la celda. En la **Figura 4.7 a.** la unión está en equilibrio y no hay flujos de corriente neta. Sin embargo, pequeños flujos de electrones en la banda de conducción y huecos en la banda de valencia, pasan a través de la unión debido a fenómenos de generación y recombinación.

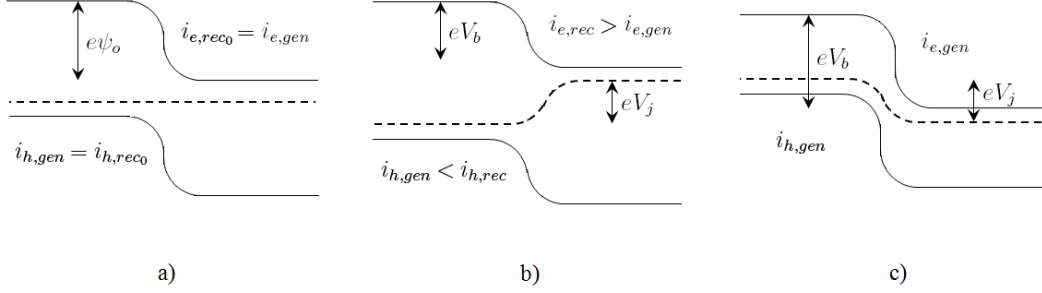


Figura 4.7: Celda solar de unión pn simple en la oscuridad: **a.** en el equilibrio, **b.** polarizada con un voltaje V_j y **c.** polarizada con un voltaje inverso V_j . Fuente Propia.

Las corrientes de generación de huecos $i_{h,gen}$ y electrones $i_{e,gen}$ que se muestran en la **Figura 4.7 a.** contienen los portadores de carga minoritarios generados en el dispositivo. Las cargas de este tipo que llegan a la unión, sin recombinarse en el camino, son barridas hacia el lado contrario por la fuerza del campo eléctrico. Las corrientes de recombinación de huecos i_{h,rec_0} y electrones i_{e,rec_0} de la **Figura 4.7 a.** vienen dadas por los portadores de carga mayoritarios que fluyen hacia la región de agotamiento [52].

La suma de las corrientes de generación de huecos y electrones es llamada *corriente de saturación*. En el equilibrio y cuando no hay tensión aplicada a la unión, las corrientes de generación y recombinación se compensan, por lo tanto se tiene:

$$i_0 = i_{h,gen} + i_{e,gen} = i_{h,rec_0} + i_{e,rec_0}$$

Cuando se aplica una tensión V_j en los terminales de la celda a oscuras, la altura de la barrera se reduce a $eV_b = e(\psi_0 - V_j)$ como se muestra en la figura **Figura 4.7 b.** Esto no afecta las corriente de generación ya que solo dependen de las propiedades del material y no del voltaje V_j , pero si incrementa las corrientes de recombinación, por lo tanto las corriente neta a través de la unión es la diferencia entre las corrientes de generación y de recombinación, y es llamada *corriente oscura* i_j :

$$i_j = i_{h,rec}(V_j) + i_{e,rec}(V_j) - i_{h,gen} - i_{e,gen}$$

$$i_j = i_{h,rec}(V_j) + i_{e,rec}(V_j) - i_{h,rec_0} - i_{e,rec_0}$$

Cuando se aplica un voltaje V_j inverso la altura de la barrera se incrementa a $eV_b = e(\psi_0 + V_j)$ como se muestra en la figura **Figura 4.7 c**. Las corrientes de recombinación se cancelan y solo queda la corriente de saturación:

$$i_j(V_j) = -i_0$$

Bajo condiciones de polarización directa, las corrientes de recombinación se incrementan con el factor exponencial de Boltzmann y la separación entre los niveles de Fermi V_{ja} se relaciona con la diferencia de potencial aplicado a la unión como $V_{ja} = V_d - V_j$, por lo tanto las corrientes de recombinación de electrones y huecos están dadas por las **Ecuaciones 4.17 y 4.18**, respectivamente:

$$i_{e,rec}(V_{ja}) = i_{e,rec}(V_{ja} = 0)e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} \quad (4.17)$$

$$i_{h,rec}(V_{ja}) = i_{h,rec}(V_{ja} = 0)e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} \quad (4.18)$$

Por otro lado, la velocidad de generación de portadores de carga no depende del voltaje V_{ja} , por lo tanto las corrientes de generación de electrones y huecos están dadas por las **Ecuaciones 4.19 y 4.20**, respectivamente:

$$i_{e,gen}(V_{ja}) = i_{e,gen}(V_{ja} = 0) \quad (4.19)$$

$$i_{h,gen}(V_{ja}) = i_{h,gen}(V_{ja} = 0) \quad (4.20)$$

Entonces las corrientes externas están dadas por las **Ecuaciones D.2 y D.3**:

$$i_e = i_{e,rec} - i_{e,gen} \quad (4.21)$$

$$i_h = i_{h,rec} - i_{h,gen} \quad (4.22)$$

La corriente neta de la **Ecuación 4.23** es la suma del flujo de electrones y huecos, por lo tanto:

$$i = i_e + i_h \quad (4.23)$$

Utilizando las **Ecuaciones 4.17** y **4.23**, se llega a la corriente neta de la **Ecuación 4.24**:

$$i(V_{ja}) = i_0 \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \quad (4.24)$$

Para un análisis cuantitativo es necesario evaluar las densidades de los portadores de carga fuera del equilibrio. Esta condición ocurre cuando los portadores de carga son inyectados por un voltaje aplicado o generados ópticamente [52]. Para ello es posible derivar condiciones de frontera en el equilibrio térmico con la ayuda de las **Ecuaciones 4.3** y **4.4**. En los bordes de la región de agotamiento los niveles de Fermi de los portadores de carga mayoritarios y minoritarios están separados por eV_j dada por la **Ecuación 4.25**:

$$eV_{ja} = E_{F,h}(-W_p) - E_{F,e}(W_n) \quad (4.25)$$

Bajo condiciones de baja inyección, las concentraciones de portadores de carga mayoritarios no se alteran, por lo tanto:

$$p_p(-W_p) = p_{p,0} \quad (4.26)$$

$$n_n(W_n) = n_{n,0} \quad (4.27)$$

Donde $p_{p,0}$ y $n_{n,0}$ son las concentraciones de portadores de carga mayoritarios en el equilibrio. Mediante las **Ecuaciones 4.26** y **4.27** es posible encontrar las condiciones de frontera para las concentraciones de portadores de carga minoritarios en la región de agotamiento descritas en las **Ecuaciones 4.28** y **4.29**:

$$n_p(-W_p) = n_{p,0} e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} \quad (4.28)$$

$$pn(-W_n) = p_{n,0} e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} \quad (4.29)$$

Las ecuaciones de transporte de las **Ecuaciones D.6** y **D.7** de huecos y electrones contienen el campo eléctrico \mathcal{E} , formando una pareja de ecuaciones diferenciales para la concentración de carga n y p . Como éste campo se desvanece en la región casi neutral, el transporte de carga es netamente difuso y los portadores de carga minoritarios pueden calcularse por separado para las dos regiones. En condiciones de baja inyección, la alteración de la concentración de portadores de carga mayoritarios debido a procesos de generación y recombinación pueden ser despreciados. La velocidad de recombinación de portadores de carga minoritarios es proporcional al exceso de cargas $n - n_0$ en el lado p y $p - p_0$ en el lado n , por lo tanto a velocidad de recombinación de los

portadores de carga minoritarios esta dado por las **Ecuaciones 4.30 y 4.31**:

$$r_e = \frac{n - n_0}{\beta_e} \quad (4.30)$$

$$r_h = \frac{p - p_0}{\beta_h} \quad (4.31)$$

Donde β_e y β_h son los tiempos de vida de los portadores de carga minoritarios de electrones y huecos respectivamente. Las **Ecuaciones D.6 y D.7** de transporte se simplifican a las **Ecuaciones 4.32 y 4.33** para la región casi neutral si los tiempos de vida no dependen de la concentración de carga:

$$D_e \frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{n - n_0}{\beta_e} + g_e(x) = 0 \quad (4.32)$$

$$D_h \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{p - p_0}{\beta_h} + g_h(x) = 0 \quad (4.33)$$

Adicionalmente se asume que las velocidades de generación $g_e(x)$ y $g_h(x)$ también son independientes de las concentraciones de carga y solo influye en ellas la distancia x desde la superficie [52]. En las oscuridad $g(x) = 0$.

Con las condiciones de frontera de las **Ecuaciones 4.28 y 4.29**, las ecuaciones de transporte del **Anexo D** pueden solucionarse para encontrar una expresión cuantitativa para la densidad de corriente de saturación en la unión. Para ello se resuelven las ecuaciones de transporte de cargas difusivas y se aplica el principio de superposición a las **Ecuaciones 4.32 y 4.33** en condiciones de oscuridad, lo que resulta en las **Ecuaciones 4.34 y 4.35**:

$$D_e \frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{n - n_0}{\beta_e} = 0 \quad (4.34)$$

$$D_h \frac{d^2 p}{dx^2} - \frac{p - p_0}{\beta_h} = 0 \quad (4.35)$$

La solución general para la **Ecuación 4.34** se presenta en la **Ecuación 4.36**:

$$n - n_0 = A \cosh\left(\frac{x}{L_e}\right) + B \sinh\left(\frac{x}{L_e}\right) \quad (4.36)$$

Donde $L_e = \sqrt{D_e \beta_e}$ es la longitud de difusión de los electrones en el lado p . Esta longitud es la distancia promedio a la cual un portador de carga minoritario se puede difundir durante el tiempo

β_e . Asumiendo que no hay pérdidas por recombinación en la superficie de la zona casi neutral p , las condiciones de frontera se transforman en la **Ecuación 4.37**:

$$\left. \frac{dn}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (4.37)$$

Aplicando la condición de frontera de la **Ecuación 4.37** a la **Ecuación 4.36** se llega a que $A = B$, entonces la solución general se transforma en la **Ecuación 4.38**:

$$n - n_0 = A e^{\frac{x}{L_e}} \quad (4.38)$$

Para encontrar el valor de A se evalúa la solución en el límite de la región de agotamiento W_p de la **Ecuación 4.28** y se llega a la **Ecuación 4.39**:

$$A = n_0 \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{W_p}{L_e}} \quad (4.39)$$

En el borde de la región de agotamiento la corriente esta dada por:

$$i_e(-W_p) = eD_e \left. \frac{d}{dx} (n - n_0) \right|_{x=-W_p}$$

Con la ayuda de la solución general de la **Ecuación 4.38** se llega a la **Ecuación 4.40**:

$$i_e(-W_p) = \frac{eD_e n_0}{L_e} \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \quad (4.40)$$

Realizando el mismo procedimiento para los huecos se obtiene que el exceso de huecos esta dado por la **Ecuación 4.41**:

$$p - p_0 = p_0 \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) e^{\frac{W_n - x}{L_h}} \quad (4.41)$$

y la corriente de huecos difundidos en $x = W_n$ por la **Ecuación 4.42**:

$$i_h(W_n) = \frac{eD_h p_0}{L_h} \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \quad (4.42)$$

Para encontrar expresiones analíticas de las densidades de carga de electrones y huecos en la región de deplexión se asume que las perdidas por recombinación no influyen y se pueden despreciar, esto es $r = 0$ para $-W_p \leq x \leq W_n$. De esta forma la **Ecuación D.6** de transporte se reduce a la **Ecuación 4.43**:

$$D_e \frac{d^2 n}{dx^2} + \mu_e \mathcal{E} \frac{dn}{dx} + n \mu_e \frac{d\mathcal{E}}{dx} = 0 \quad (4.43)$$

El campo eléctrico puede ser expresado en términos de la longitud de Debye de la **Ecuación 4.9** en la región de carga espacial como lo muestra la **Ecuación 4.44**:

$$\frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{1}{L_n^2} (W_n - x) \frac{dn}{dx} + n(x) \frac{1}{L_n^2} = 0 \quad (4.44)$$

En $x = W_n$ la concentración de carga debe igualarse a la solución para la región casi neutral, generando las **Ecuaciones 4.45** y **4.46**:

$$n(W_n) = n_0 \quad (4.45)$$

$$p(W_n) = p_0 e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} \quad (4.46)$$

En condiciones de baja inyección el gradiente de concentración de portadores de carga mayoritarios se desvanece en W_n [52], dando origen a las condiciones de frontera de las **Ecuaciones 4.47** y **4.48**:

$$\left. \frac{dn}{dx} \right|_{x=W_n} = 0 \quad (4.47)$$

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x=W_n} = -\frac{p_0}{L_h} \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \quad (4.48)$$

Integrando la **Ecuación 4.44** desde W_n hasta x y utilizando las condiciones de frontera de la **Ecuación 4.47** se obtiene la **Ecuación 4.49**:

$$\frac{dn(x)}{dx} + \frac{x - W_n}{L_n^2} n(x) = 0 \quad (4.49)$$

Para la concentración de huecos se realiza el mismo procedimiento y se utiliza la condición de frontera de la **Ecuación 4.48**, generando la **Ecuación 4.50**:

$$\frac{dp(x)}{dx} - \frac{x - W_n}{L_n^2} p(x) = -\frac{p_0}{L_h} \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \quad (4.50)$$

La densidad de carga de electrones en la zona de depleción se encuentra integrando la **Ecuación 4.49** y evaluando las condiciones de frontera de la **Ecuación 4.45** para llegar a la **Ecuación 4.51**:

$$n(x) = n_0 e^{-\frac{(x-W_n)^2}{2L_n^2}} \quad (0 \leq x \leq W_n) \quad (4.51)$$

Integrando la **Ecuación 4.50** y evaluando las condiciones de frontera de la **Ecuación 4.46** se llega a la densidad de carga de huecos en la zona de depleción de la **Ecuación 4.52**:

$$p(x) = \left[\left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \frac{L_n}{L_h} \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \operatorname{erf} \left(\frac{W_n - x}{\sqrt{2}L_n} \right) + e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} \right] \times p_0 e^{\frac{(x-W_n)^2}{2L_n^2}} \quad (0 \leq x \leq W_n) \quad (4.52)$$

Como la longitud de Debye es varios órdenes de magnitud menor que las longitudes de difusión, la **Ecuación 4.52** puede reducirse a la **Ecuación 4.53**:

$$p(x) = p_0 e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} e^{-\frac{(x-W_n)^2}{2L_n^2}} \quad (0 \leq x \leq W_n) \quad (4.53)$$

El perfil de concentración en la zona de depleción que predicen las **Ecuaciones 4.51** y **4.53** se ilustra en la **Figura 4.8**. Estas ecuaciones son conocidas como las expresiones de casi-equilibrio e indican que hay un flujo neto de cargas a lo largo de la unión polarizada.

Fisicamente esto ocurre debido a las corrientes netas de huecos y electrones en la zona de depleción, que se originan por una pequeña diferencia entre las corrientes opuestas y la fuerza de difusión. Estas se balancean por completo en el equilibrio pero cuando la unión se polariza moderadamente las corrientes pierden su balance [52]. El perfil de carga continúa casi igual ya que solo se determina por el potencial eléctrico local y es independiente de cualquier propiedad de transporte como lo es la movilidad de carga.

Si las corrientes de electrones y huecos permanecen constantes en la oscuridad, en la unión polarizada todos los portadores de carga mayoritarios inyectados en los límites de la zona de depleción deben emerger como portadores de carga minoritarios del otro lado de la unión. Es

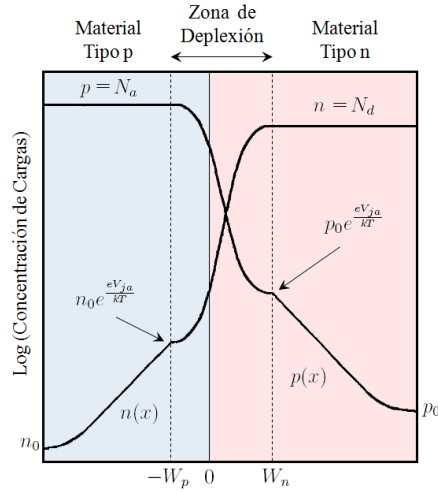


Figura 4.8: Concentración de electrones y huecos en la oscuridad a través de una unión pn.
Fuente Propia.

posible calcular la corriente de saturación a partir de las **Ecuaciones 4.40** y **4.42** como la suma de las corrientes de portadores de carga minoritarios que emergen de la unión en la **Ecuación 4.54**:

$$\begin{aligned} i(V_{ja}) &= i_e(-W_p) + i_h(W_n) \\ &= i_0 \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

donde:

$$i_0 = \frac{eD_e n_0}{L_e} + \frac{eD_h p_0}{L_h} \quad (4.55)$$

Después de analizar la celda en la oscuridad, se continúa con el estudio bajo iluminación. Bajo estas condiciones se generan una *fotocorriente* y un *fotovoltaje* debido a un exceso de portadores de carga minoritarios a lo largo de la zona iluminada. Las cargas minoritarias generadas por efecto fotovoltaico se difunden hacia la unión donde son barridas por el campo eléctrico. Este flujo de cargas da a lugar a las fotocorriente de huecos $i_{h,ph}$ y electrones $i_{e,ph}$ de la **Figura 4.9**.

La suma de las fotocorrientes de huecos y electrones da como resultado la fotocorriente total i_{ph} :

$$i_{ph} = i_{h,ph} + i_{e,ph}$$

La fotocorriente es directamente proporcional al número de fotones absorbidos e independiente del voltaje aplicado. En el circuito abierto de la **Figura 4.9 a**. no hay corrientes fluyendo en la

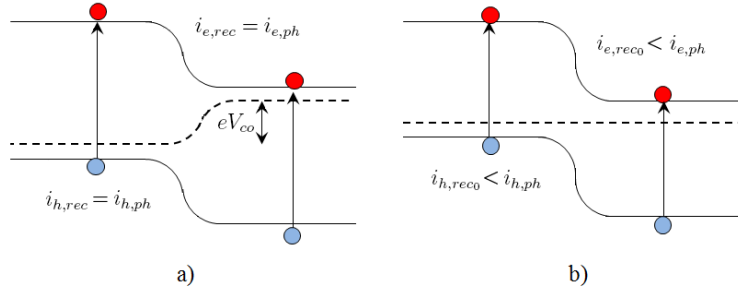


Figura 4.9: Celda solar de unión pn simple iluminada: **a.** en circuito abierto, **b.** en corto circuito. Fuente Propia.

celda y la fotocorriente se anula con las corrientes de recombinación:

$$i_{ph} - i_j(V_{co}) = 0$$

El voltaje de circuito abierto en la unión es V_{co} y como se muestra en la **Figura 4.9 a.**, eV_{co} es la diferencia entre los niveles de Fermi en los dos lados de la unión.

La **Figura 4.9 b.** muestra lo que ocurre cuando la celda iluminada se corto-circuita. La celda entrega una corriente máxima a un voltaje de salida cero. La corriente de corto circuito i_{sc} esta dada por:

$$i_{sc} = |i_{ph}| - i_0$$

En un circuito cerrado la curvatura de la banda y la corriente en la unión son intermedias entre el circuito abierto y el corto circuito. Bajo estas condiciones la celda entrega una corriente i dada por:

$$i = i_{ph} - i_j(V_j)$$

Como la fotocorriente es independiente del voltaje aplicado, las características de corriente-voltaje ($i - V$) del la celda iluminada pueden representarse por superposición con la curva ($i - V$) de la celda en la oscuridad.

La concentración de carga bajo iluminación se encuentran adicionando una solución particular a la solución general de las ecuaciones diferenciales. Para electrones en la región tipo p se tiene la **Ecuación 4.56:**

$$n^{Lt} = n^{Dk} + n^{Ph} \quad (4.56)$$

Donde n^{Dk} es la solución para condiciones de oscuridad, n^{Ph} es la densidad de electrones fotogenerados y n^{Lt} es la concentración de electrones bajo iluminación. Para encontrar una expresión para la concentración de carga bajo iluminación, se utiliza el principio de superposición en la región casi neutral p , resolviendo las **Ecuaciones 4.32** y **4.33** donde la velocidad de fotogeneración $g(x)$ depende de la posición. En este caso para simplificar los cálculos se considera el caso de generación homogénea espacial de pares de electrones-huecos, lo cual implica una absorción débil por parte del material. Por el principio de superposición se obtiene la **Ecuación 4.57**:

$$D_e \frac{d^2 n^{Lt}}{dx^2} - D_e \frac{(n^{Lt} - n_0)}{L_e^2} + g = 0 \quad (x \leq -W_p) \quad (4.57)$$

De la **Ecuación 4.56** se nota que $n^{Ph} = n^{Lt} - n^{Dk}$ y extrayendo la **Ecuación 4.34** de la **Ecuación 4.57** se llega a la **Ecuación 4.58**:

$$D_e \frac{d^2 n^{Ph}}{dx^2} - \frac{D_e n^{Ph}}{L_e^2} + g = 0 \quad (x \leq -W_p) \quad (4.58)$$

La corriente fotogenerada en el borde de la región de carga espacial se considera despreciable y esta descrita por la **Ecuación 4.59**:

$$n^{Ph}(-W_p) = 0 \quad (4.59)$$

Asumiendo que no hay pérdidas por recombinación en la superficie, las condiciones de frontera de la **Ecuación 4.37** también aplican para n^{Ph} :

$$\left. \frac{dn^{Ph}}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} = 0 \quad (4.60)$$

La solución general de la **Ecuación 4.58** es:

$$n^{Ph} = g\beta_e + Ce^{x/L_e} + De^{-x/L_e} \quad (4.61)$$

Donde las constantes C y D se encuentran por medio de las condiciones de frontera, utilizando la **Ecuación 4.59** se obtiene:

$$g\beta_e + Ce^{-W_p/L_e} + De^{W_p/L_e} = 0$$

La condición de frontera de **Ecuación 4.60** implica que $D = 0$ para que la solución tenga un sentido físico, entonces:

$$C = -g\beta_e e^{W_p/L_e}$$

Por lo tanto la corriente fotogenerada se encuentra como:

$$n^{Ph}(x) = g\beta_e \left(1 - e^{-\frac{W_p+x}{L_e}}\right) \quad (4.62)$$

Sustituyendo las **Ecuaciones 4.38**, **4.39** y **4.62** en la **Ecuación 4.56** se obtiene la concentración de electrones en la región casi neutral bajo iluminación de la **Ecuación 4.63**:

$$n^{Lt} = n_0 + g\beta_e + \left(e^{-\frac{W_p+x}{L_e}}\right) \left[n_0 \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) - g\beta_e \right] \quad (x \leq -W_p) \quad (4.63)$$

El flujo difusivo de electrones en la región casi neutral resulta derivando la **Ecuación 4.63** con respecto a x para llegar a la **Ecuación 4.64**:

$$i_e(x) = en_0 \frac{D_e}{L_e} e^{-\frac{W_p+x}{L_e}} \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) - egL_e e^{-\frac{W_p+x}{L_e}} \quad (x \leq -W_p) \quad (4.64)$$

De forma similar se encuentra la expresión para el flujo difusivo de huecos de la **Ecuación 4.65**:

$$i_h(x) = ep_0 \frac{D_h}{L_h} e^{-\frac{W_n-x}{L_h}} \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) - egL_h e^{-\frac{W_n-x}{L_h}} \quad (x \geq W_n) \quad (4.65)$$

La corriente total se encuentra adicionando el flujo de portadores de carga minoritarios difundidos en los bordes de la zona de depleción. Incluyendo la corriente egW que surge de la generación de pares de electrones-huecos en la zona de depleción de grosor $W = W_n + W_p$ se obtiene la **Ecuación 4.66**:

$$i_{total} = i_e(-W_p) + i_h(W_n) - egW \quad (4.66)$$

Sustituyendo las **Ecuaciones 4.64** y **4.65** en la **Ecuación 4.66** se obtiene:

$$i = i_0 \left(e^{\frac{eV_{ja}}{kT}} - 1 \right) - i_{ph} \quad (4.67)$$

La cual tiene la misma forma de la ecuación del diodo ideal. En este caso, i_0 es la corriente de saturación de la **Ecuación 4.55** y i_{ph} es la corriente generada por la luz y expresada en la **Ecuación 4.68**:

$$i_{ph} = eg(W + L_e + L_h) \quad (4.68)$$

La **Figura 4.10** muestra la curva $i - V$ característica de una celda solar para una irradiancia G_t y a una temperatura fija T . La corriente en una celda depende del voltaje externo aplicado y de la cantidad de radiación solar incidente. Cuando la celda se cortocircuita la corriente es la máxima y el voltaje a través de ella es cero. Cuando el circuito de la celda se abre el voltaje es el máximo y la corriente en la celda es cero. En los dos casos la potencia es cero. Entre el circuito abierto y el corto circuito la potencia entregada es mayor que cero.

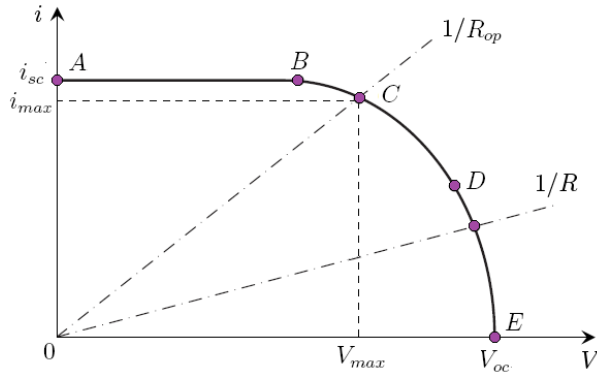


Figura 4.10: Curva de corriente-voltaje representativa de una celda fotovoltaica. Fuente Propia.

Como se observa en la **Figura 4.10**, para una carga resistiva la curva característica es una línea recta de pendiente $1/V = 1/R$. Si la resistencia de carga es pequeña la celda opera en la región AB de la curva, donde la celda se comporta como una fuente de corriente constante, casi igual a la corriente de corto circuito [23]. Por otro lado, si la resistencia de carga es grande, la celda opera en la región DE de la curva, donde se comporta como una fuente de voltaje constante, casi igual al voltaje de circuito abierto. La potencia puede ser calculada mediante el producto iV . La **Figura 4.11** muestra esta curva, la potencia máxima pasa por el punto máximo C , en el cual la resistencia

de carga R_{op} es optima y la potencia máxima entregada a la carga esta dada por la **Ecuación 4.69**:

$$P_{max} = i_{max}V_{max} \quad (4.69)$$

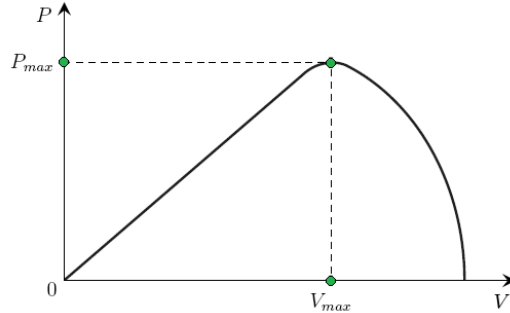


Figura 4.11: Curva de potencia-voltaje representativa de una celda fotovoltaica. Fuente Propia.

El punto C de la **Figura 4.10** es llamado *punto de potencia máxima* y corresponde a los valores P_{max} , i_{max} y V_{max} en los cuales la potencia de salida se maximiza. Si se tiene P_{max} , otro parámetro importante es el *Factor de Llenado* FF [23], que puede ser calculado mediante las **Ecuaciones 4.70** o **4.71**, donde i_{sc} es la corriente de corto circuito y V_{oc} el voltaje de circuito abierto :

$$P_{max} = i_{sc}V_{oc}FF \quad (4.70)$$

o

$$FF = \frac{P_{max}}{i_{sc}V_{oc}} = \frac{i_{max}V_{max}}{i_{sc}V_{oc}} \quad (4.71)$$

El factor de llenado es una medida de las características $i - V$ reales.

Otros parámetros fundamentales que se pueden extraer de la **Figura 4.10** son la corriente de corto circuito i_{sc} y el voltaje de circuito abierto V_{oc} de la **Ecuación 4.72**. La corriente de corto circuito tiene un valor más alto que la de la corriente generada por la celda y es obtenida bajo condiciones de corto circuito con $V = 0$, y es igual a i_{ph} . El voltaje de circuito abierto corresponde al voltaje que cae a lo largo del diodo cuando a este lo atraviesa la fotocorriente i_{ph} , que es igual a i_D cuando la corriente generada es cero. Este es el voltaje de la celda durante la noche y se obtiene de la **Ecuación 4.67**:

$$e^{\frac{eV_{oc}}{kT}} - 1 = \frac{i_{sc}}{i_0}$$

$$V_{oc} = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{i_{sc}}{i_0} + 1 \right) \quad (4.72)$$

La potencia de salida P de una celda fotovoltaica esta dada por $P = iV$ y también depende de la resistencia de carga R como $P = i^2R$. Ingresando estas relaciones en la **Ecuación 4.67** se obtiene la **Ecuación 4.73**:

$$P = \left[i_{sc} - i_0 \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) \right] V \quad (4.73)$$

Derivando la **Ecuación 4.73** e igualando a cero se encuentra el voltaje externo V_{max} que da la potencia máxima de la celda en la **Ecuación 4.74**:

$$e^{\frac{eV_{max}}{kT}} \left(1 + \frac{eV_{max}}{kT} \right) = 1 + \frac{i_{sc}}{i_0} \quad (4.74)$$

La corriente de carga máxima i_{max} puede encontrarse sustituyendo la **Ecuación 4.74** en la **Ecuación 4.67**, obteniendo la **Ecuación 4.75**:

$$\begin{aligned} i_{max} &= i_{sc} - i_0 \left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1 \right) \\ &= i_{sc} - i_0 \left(\frac{1 + i_{sc}/i_0}{1 + \frac{eV}{kT}} - 1 \right) \\ &= \frac{eV_{max}}{kT + eV_{max}} (i_{sc} + i_0) \end{aligned} \quad (4.75)$$

Utilizando la **Ecuación 4.69** se llega a la **Ecuación 4.76**:

$$P_{max} = \frac{eV_{max}^2}{kT + eV_{max}} (i_{sc} + i_0) \quad (4.76)$$

La eficiencia es otra característica de una celda fotovoltaica. Ésta se define como la potencia eléctrica máxima de salida dividida entre la potencia de luz incidente, como lo indica la **Ecuación 4.77**:

$$\eta = \frac{P}{AG_t} \quad (4.77)$$

Donde A es el área de la celda fotovoltaica.

En la **Figura 4.12 a.** el voltaje de circuito abierto se incrementa logarítmicamente si se incrementa la irradiancia incidente mientras que la corriente de corto circuito se incrementa linealmente. Por otro lado, en la **Figura 4.12 b.** se observa que el principal efecto de incrementar la temperatura de la celda esta en el voltaje de circuito abierto, que crece de manera lineal, por lo tanto la eficiencia de la celda cae.

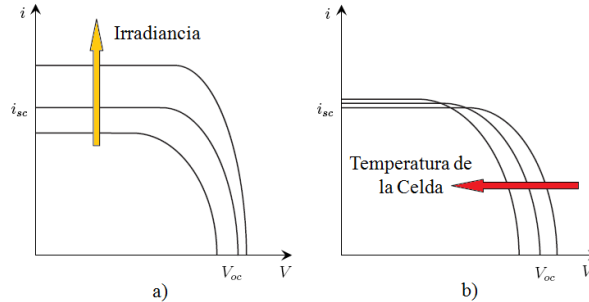


Figura 4.12: Influencia de la irradiancia y la temperatura en las características de una celda fotovoltaica: **a.** Efecto de incrementar la irradiancia y **b.** Efecto de incrementar la temperatura de la celda. Fuente Propia.

Cuando dos celdas idénticas se conectan en paralelo, el voltaje se mantiene en el mismo valor pero la corriente se dobla. Cuando las celdas se conectan en serie, la corriente permanece igual pero el voltaje se dobla. Normalmente las celdas están agrupadas por módulos que consisten en N_{pm} ramas en paralelo, cada una con N_{sm} celdas solares en serie.

En esta sección se emplea el superíndice M para hacer referencia al módulo fotovoltaico y C a la celda. Como se muestra en la **Figura 4.13**, el voltaje aplicado en los terminales del módulo se denota por V^M y la corriente total generada por i^M .

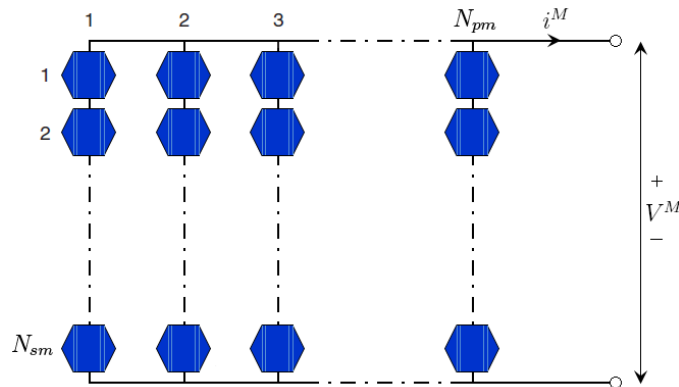


Figura 4.13: Diagrama esquemático de un módulo fotovoltaico. Fuente Propia.

Un modelo de un módulo fotovoltaico puede obtenerse reemplazando cada celda de la **Figura 4.13** por su equivalente en circuitos eléctricos (diodo) y simplificando el sistema se llega a la **Ecuación 4.78**:

$$i^M = i_{sc}^M \left(1 - e^{-\frac{e(V^M - V_{oc}^M)}{N_{sm}kT}} \right) \quad (4.78)$$

Donde la corriente de corto circuito del módulo esta dada por:

$$i_{sc}^M = N_{pm} i_{sc}^C$$

Y el voltaje de circuito abierto del módulo esta dado por:

$$V_{oc}^M = N_{pm} V_{oc}^C$$

Los módulos se conectan en arreglos fotovoltaicos con M_p ramas en paralelo cada una con M_s módulos en serie, como se muestra en la **Figura 4.14**.

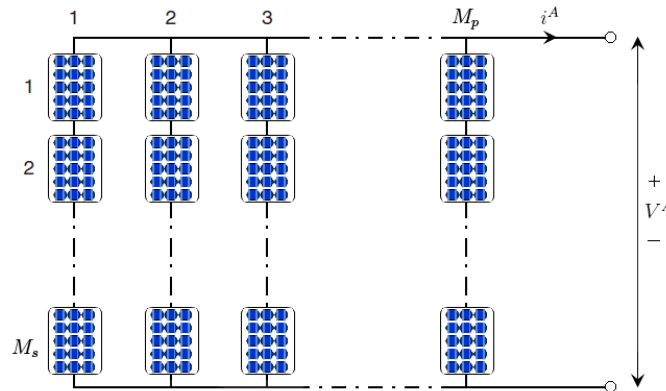


Figura 4.14: Diagrama esquemático de un arreglo fotovoltaico. Fuente Propia.

El superíndice A se emplea para denotar las características del arreglo, el voltaje aplicado en los terminales es V^A , mientras que la corriente total del mismo es i^A dada por la **Ecuación 4.79**:

$$i^A = M_p i^M \quad (4.79)$$

4.1.2. Modelo de una Batería de Plomo Ácido

La batería es un reservorio capaz de entregar energía eléctrica a un circuito exterior a expensas de la energía química, contenida en las sustancias activas que existen en su interior. Puede acumular energía química en las sustancias que contiene a partir de la energía eléctrica suministrada desde el exterior [55]. En la **Figura 4.15**, la batería se visualiza como un circuito eléctrico interior y un circuito eléctrico exterior. El primero está formado por la sustancia activa del electrodo positivo, el electrolito y la sustancia activa del electrodo negativo. El electrolito de una batería está formado por un compuesto activo y un solvente. Las baterías se diferencian principalmente por la composición del electrolito y la sustancia activa, en el caso de las baterías de plomo ácido, la sustancia del electrodo negativo es Plomo (Pb), la del electrodo positivo es Óxido de Plomo (PbO_2) y el electrolito está formado por ácido sulfúrico H_2SO_4 disuelto en agua.

El circuito exterior en el momento de la descarga lo conforman las estructuras conductoras que soportan el material activo, los bornes, el cableado exterior, el controlador y la carga (por ejemplo, lamparas, electrodomésticos, etc.); cuando la batería esta siendo cargada el circuito externo lo conforman lo paneles solares, el controlador y la batería como carga.

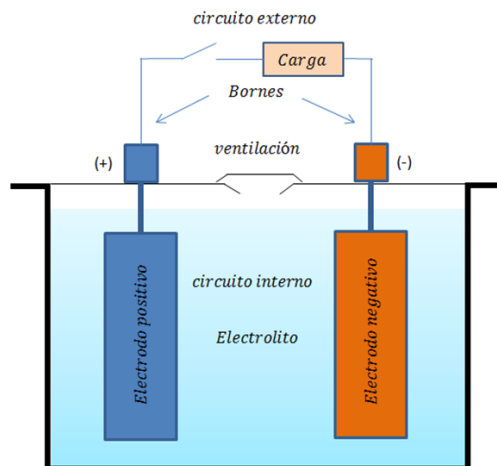


Figura 4.15: Diagrama esquemático de una batería de plomo Ácido. Fuente Propia.

Cuando la sustancia activa del electrodo negativo entra en contacto con el electrolito, los átomos de la superficie de contacto se ionizan, formando iones positivos. En este proceso los electrones de valencia del metal se difunden hacia el interior del electrodo negativo, alejándose de la superficie. Simultáneamente los iones positivos formados, se orientan de tal forma q pueden combinarse con los iones negativos existentes en el electrolito. De la misma manera, al entrar en contacto la sustancia activa del electrodo positivo con el electrolito, los átomos de la superficie de contacto se ionizan formando iones negativos. En este proceso, huecos positivos se difunden hacia el interior del electrodo positivo. Al mismo tiempo, los iones negativos formados se orientan en el sentido necesario para combinarse con los iones positivos existentes en el electrolito [55].

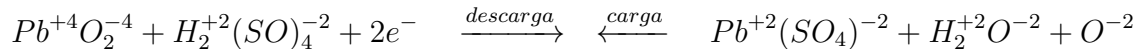
En los dos casos se genera una barrera de potencial de signos opuestos, que generan en cada electrodo un campo eléctrico mayor que el que permite la atracción y posterior combinación de los iones en las superficies de contacto. Para que se produzcan las reacciones químicas, es necesario que tanto los electrones de valencia del electrodo negativo, como los huecos del electrodo

positivo se alejen de la superficie de contacto. La solución es agregar un circuito eléctrico exterior que permita la conducción de electrones de valencia desde el electrodo negativo hacia el electrodo positivo, o de igual manera, huecos desde el electrodo positivo hacia el electrodo negativo.

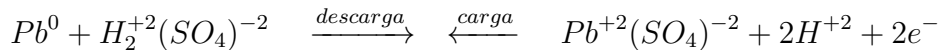
Debido a que las sustancias activas en cada electrodo son distintas, las barreras de potencial y los campos eléctricos asociados también lo son. Luego, en los bornes de la batería y sin la presencia de un circuito exterior, se aprecia una tensión de circuito abierto estacionario o de equilibrio V_{oc} . A esta tensión también se le conoce como fuerza electromotriz (f.e.m.) y es característica de cada tipo de batería.

Al cerrar el interruptor, como se observa en la **Figura 4.15**, se completa el circuito eléctrico necesario para que puedan circular los electrones de valencia. La tensión efectiva aplicada al sistema electroquímico está dada por la diferencia entre la tensión externa aplicada V y la tensión en circuito abierto V_{oc} . Dependiendo del signo de dicha tensión efectiva se lleva a cabo las reacciones electroquímicas de carga o de descarga en la batería. Estas reacciones son:

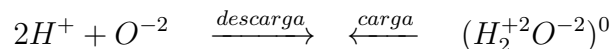
Electrodo Positivo:



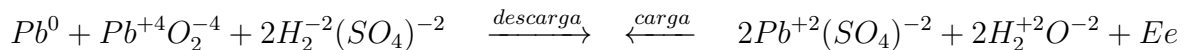
Electrodo Negativo:



Interior del Electrolito:



Al unificar las reacciones anteriores se obtiene un balance total de:



La batería de plomo ácido posee varias zonas de trabajo: carga, sobrecarga, saturación, transición carga/descarga, descarga y sobredescarga. La unión de estas zonas describe con una muy buena aproximación el comportamiento real de la batería durante su funcionamiento haciendo uso de varias relaciones matemáticas y algoritmos numéricos ampliados de gran complejidad [56],

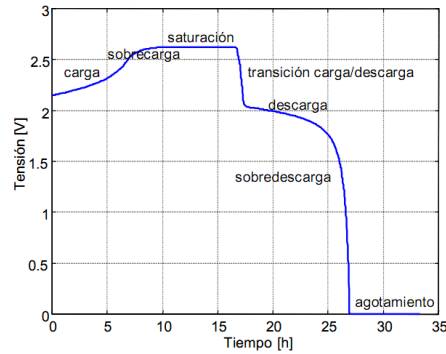


Figura 4.16: Zonas de trabajo de la batería ácido-plomo utilizada en sistemas fotovoltaicos. Tomado de [56].

como se muestra **Figura 4.16**.

Para análisis prácticos no tan reales, resulta suficiente trabajar con las zonas en las que opera la batería bajo condiciones óptimas y sin sufrir daño o deterioro, estas son [55]:

- **Proceso de descarga:** Cuando $V < V_{oc}$ se produce una inyección de energía desde el circuito interior hacia el exterior. Las reacciones químicas generan sustancias con menor nivel energético que las sustancias originales, por lo tanto, se libera energía hacia el circuito exterior.
- **Proceso de carga:** Cuando $V > V_{oc}$ se produce una inyección de energía al sistema electroquímico desde el circuito exterior. Las reacciones químicas generan sustancias con mayor nivel energético que las sustancias originales, por lo tanto, se consume energía desde el circuito exterior.
- **Proceso de sobrecarga:** Debido que en este proceso los iones tienen un nivel energético mayor que la molécula de agua, éste se lleva a cabo por el consumo de energía externa. En [55] se llega a la conclusión que la tensión externa aplicada, para que la electrólisis tenga lugar, debe ser mayor o igual a la denominada tensión de gaseo $V_g = 2,3 V$.

Durante los procesos de carga y descarga, los iones del sistema electroquímico se aceleran por efecto del campo, moviéndose al interior del electrolito, colisionando a su paso con las moléculas del soluto. En este proceso se transfiere energía cinética a las moléculas del soluto, es decir, se consume energía. Desde el punto de vista eléctrico estas pérdidas pueden modelarse mediante una resistencia. La resistencia del electrolito depende de las siguientes variables: la densidad del electrolito, la temperatura del mismo y el estado de carga de la batería [55].

- **Resistencia v/s Densidad:** Al aumentar la concentración de iones libres en el electrolito aumenta también la conductividad de éste. Por lo tanto la resistencia disminuye con el aumento de la densidad.

- **Resistencia v/s Temperatura:** Al aumentar la temperatura aumenta la energía cinética de las moléculas del electrolito, por lo tanto, los iones disueltos también aumentan su energía cinética, y debido a que la conductividad es un indicador de movilidad de electrones, se concluye que la resistencia interna disminuye con un aumento de temperatura.
- **Resistencia v/s Estado de Carga:** A medida que el estado de carga disminuye, la cantidad de sustancia activa en los electrodos decae y aumenta la superficie sulfatada. En consecuencia, la superficie conductora útil disminuye y es reemplazada por una superficie aislante. Por lo tanto, a medida que la batería se descarga, la resistencia interna aumenta. Para el caso en que la batería se esté cargando la superficie útil es la que esté cubierta por la sustancia degradada y los papeles se invierten, pero en definitiva la resistencia también aumenta durante carga.

El estado de carga de una batería (SOC, State of Charge) indica cuánta energía ha almacenado la batería con respecto a su capacidad instantánea. Por otra parte, la profundidad de descarga de una batería (DOD, Depth of Charge) indica cuánta energía se ha extraído de la batería con respecto a su capacidad instantánea. Entonces se tiene que $DOD = 1 - SOC$.

Es importante notar que el indicador debe estar referenciado a la capacidad instantánea. Esto quiere decir que, dependiendo del punto de operación, la capacidad de almacenamiento o de descarga puede variar.

- **Capacidad Útil:** Se define como la carga que puede entregar una batería durante un tiempo t , para una determinada corriente de descarga i_d , de tal manera que la tensión en bornes al final de la descarga sea igual o superior a una determinada tensión mínima admisible V_{min} . En operación dinámica la corriente de descarga varía, por lo tanto, la capacidad útil también.
- **Capacidad Nominal:** Es la capacidad útil que puede entregar de tal manera que la tensión, medida en bornes, sea igual o superior a la tensión mínima comercial admisible, para un determinado tiempo normalizado de descarga a corriente constante.

Consideraciones

- Solo son tomadas en cuenta tres zonas de operación para la batería: carga, descarga y sobrecarga.
- Para la zona de descarga se asume la eficiencia $\eta_c = 1$.
- La batería trabaja a una temperatura constante y no se considera su deterioro por el uso continuo y las condiciones climáticas.
- Para la zona de sobrecarga se considera que la batería se encuentra saturada a un 95 % de su capacidad nominal.

Deducción Fisicomatemática

El modelo que se adopta es el Modelo de Copetti [56], en el cual la batería se modela como el circuito eléctrico equivalente de la **Figura 4.17**, en donde la fuente de voltaje $V_{oc}(t)$ representa la tensión en circuito abierto y la resistencia en serie $R_{in}(t)$ representa la oposición al flujo de

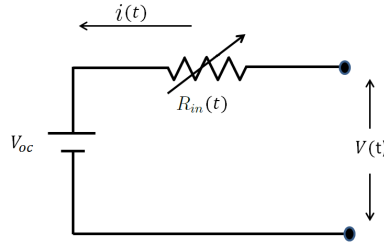


Figura 4.17: Representación esquemática del modelo de copetti. Fuente Propia.

electrones al interior de la batería:

$$V = V_{oc} + i(t)R_{in} \quad (4.80)$$

La corriente $i(t)$ que circula por la batería es positiva durante la carga y negativa durante la descarga. El modelo describe variaciones en las características externas: voltaje, corriente, estado de carga y temperatura. Tres procesos son considerados: carga, descarga y sobrecarga. El modelo de batería que se muestra a continuación, es propuesto como una herramienta para simular y optimizar los sistemas de almacenamiento fotovoltaicos. Los parámetros numéricos expresados en las ecuaciones son valores nominales, para una batería de 2V basados en [56] y la siguiente es su formulación matemática:

El proceso de descarga ocurre cuando $i(t) < 0$. La batería se encuentra entregando energía al sistema y el voltaje en bornes esta dado por la **Ecuación 4.81**:

$$V = [2,085 - 0,12(1 - SOC)] - \frac{|i|}{C_{10}} \left(\frac{4}{1 + |i|^{1,3}} + \frac{0,27}{SOC^{1,3}} + \frac{0,27}{SOC^{1,5}} + 0,02 \right) (1 - 0,007\Delta T) \quad (4.81)$$

El primer término representa el voltaje de circuito abierto con el estado de carga (concentración de electrolito) y el segundo es debido a la variación de la resistencia interna el cual es representado por la suma de las resistencias en serie. Donde la variación de la temperatura esta dada por:

$$\Delta T = T - 25$$

La profundidad de descarga (DOD) y el estado de carga (SOC) están dados por:

$$\begin{aligned} SOC &= 1 - Q/C \\ DOD &= Q/C \\ Q &= |i|t \end{aligned}$$

La eficiencia durante la descarga es asumida como el 100 %, es decir se asume como 1 en los cálculos. Sin embargo, la cantidad de la carga útil disponible durante la descarga es limitada por la variación de la corriente y temperatura, dada por la capacidad. Esta última es normalizada con respecto a la corriente de descarga correspondiente a C_{10} :

$$\frac{C}{C_{10}} = \frac{1,67}{1 + 0,67 \left(\frac{|i|}{i_{10}} \right)} (1 + 0,005\Delta T)$$

Cuando la corriente de descarga tiende a cero, la capacidad máxima que puede ser removida es cerca del 67 % de la capacidad C_{10} total a 25 °C.

El proceso de carga ocurre cuando $i(t) > 0$. Ahora la batería recibe energía del sistema, la eficiencia depende de las condiciones de operación y la tensión en bornes esta dada por la **Ecuación 4.82**:

$$V = [2 - 0,16SOC] + \frac{i}{C_{10}} \left(\frac{6}{1 + i^{0,86}} + \frac{0,48}{(1 - SOC)^{1,2}} + 0,036 \right) (1 - 0,025\Delta T) \quad (4.82)$$

En este caso, el estado de carga (SOC) es función de la eficiencia de la carga η_c y SOC_0 inicial:

$$\begin{aligned} SOC &= SOC_0 + \frac{\eta_c Q}{C} \\ \eta_c &= 1 - e^{\frac{20,73}{i/i_{10}}(SOC-1)} \end{aligned}$$

Cuando la batería se ha cargado lo suficiente, se llega al punto donde se produce la electrólisis del agua, reduciéndose la asimilación de carga por efecto de gaseo del electrolito, y por lo tanto la batería cambia su comportamiento. La sobrecarga se distingue por tener $i(t) > 0$ y $V > V_g$, luego la tensión de bornes esta dada por la **Ecuación 4.83**:

$$V = V_g + (V_{ec} + V_g) \left[1 - e^{\frac{0,95C - Ah_{restored}}{i\gamma}} \right] \quad (4.83)$$

Donde V_g y V_{ec} representan el voltaje de gaseo de la **Ecuación 4.90** y voltaje de carga final de la **Ecuación 4.85**, respectivamente. Cuando la batería sobrepasa el voltaje de gaseo V_g , se empieza a liberar hidrógeno a la atmósfera, lo que genera una pérdida de masa activa y el incremento de

riesgo de explosión.

$$V_g = \left[2,2 + 1,97 \ln \left(1 + \frac{i}{C_{10}} \right) \right] (1 - 0,002\Delta T) \quad (4.84)$$

$$V_{ec} = \left[2,45 + 2,11 \ln \left(1 + \frac{i}{C_{10}} \right) \right] (1 - 0,002\Delta T) \quad (4.85)$$

$Ah_{restored}$, representa los amperios-hora almacenados en la batería, con respecto a la capacidad C para la corriente de carga i , durante esta hora. Esto implica que el 95 % de la capacidad es casi restaurada al comienzo de la carga.

La constante de tiempo γ de la sobrecarga es inversamente proporcional a la intensidad de la corriente de carga, en una aproximación puede ser descrita como:

$$\gamma = \frac{17,3}{1 + 852\left(\frac{i}{C_{10}}\right)^{1,67}} \quad (4.86)$$

La evolución del voltaje durante el proceso de carga es representado por la ecuación 4.81 hasta el voltaje de gaseo ($V_c \leq V_g$) y la ecuación 4.83 ($V_c > V_g$) hasta el voltaje final de carga (V_{ec}) es alcanzado.

4.1.3. Modelo del Controlador de Carga

Los controladores de carga regulan la potencia de los módulos fotovoltaicos y proveen a la batería de carga. El controlador puede ser de tipo derivativo (shunt) o de tipo serie, e incluso funciona como un desacoplador de bajo voltaje en la batería para protegerla de sobredescargas. El controlador se selecciona de acuerdo a la capacidad y a las características de diseño [23].

Normalmente los controladores permiten que el voltaje de la batería determine el voltaje de operación de los sistemas fotovoltaicos. Por lo tanto, el voltaje de la batería puede no ser el voltaje óptimo de operación del sistema. Algunos controladores pueden optimizar el voltaje de operación de los módulos, independientemente del voltaje de la batería, de tal manera que la operación de los módulos puede estar en el punto máximo [23].

Cualquier sistema de potencia posee un controlador y un control de estrategia, los cuales describen la interacción entre los componentes. Los sistemas fotovoltaicos que utilizan baterías como medio de almacenamiento necesitan del uso de un controlador de carga. Este es utilizado para manejar el flujo de energía desde sistema fotovoltaico a la batería y la carga mediante el uso del voltaje de la batería y sus valores máximos y mínimos aceptables. Casi todos los controladores tienen dos modos de operación:

1. Condición normal de operación, donde el voltaje de la batería varía entre el valor máximo y mínimo aceptable.
2. Condición de sobrecarga y sobredescarga, donde el voltaje de la batería alcanza valores críticos.

El segundo modo de operación es obtenido utilizando un switch con un ciclo de histéresis como un dispositivo de estado sólido o electromecánico. La operación del switch se muestra en la **Figura 4.18**:

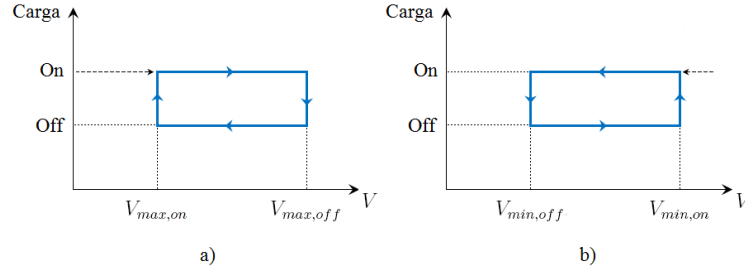


Figura 4.18: Principio de funcionamiento de un controlador de carga. Fuente Propia.

Como se puede apreciar en la **Figura 4.18 a.**, cuando el voltaje en los terminales se incrementa sobre un umbral de $V_{max,off}$ y cuando la corriente requerida por la carga es menor que la corriente que provee el arreglo fotovoltaico, las baterías son protegidas del exceso de carga desconectando el arreglo fotovoltaico. El arreglo se conecta de nuevo cuando los voltajes en los terminales decrecen bajo cierto valor $V_{max,on}$.

De forma similar como se muestra en la **Figura 4.18 b.**, cuando la corriente requerida por la carga es mayor que la corriente proporcionada por el arreglo fotovoltaico, para proteger la batería del exceso de descarga, la carga es desconectada cuando el voltaje en los terminales cae bajo cierto valor límite $V_{min,off}$. La carga se conecta al sistema de nuevo cuando el voltaje en los terminales esta arriba del valor límite $V_{min,on}$.

4.1.4. Modelo del Sistema Fotovoltaico Unificado

Una vez se tienen las ecuaciones que representan la dinámica de cada elemento del sistema por separado, es necesario unir las para obtener la representación completa del mismo. El proceso de carga esta conformado por las **Ecuaciones 4.67, 4.55, 4.68, 4.78, 4.79 y 4.82**, donde i se ha reemplazado por la **Ecuación 4.79** para conectar el arreglo fotovoltaico con la batería, como se observar en la **Ecuación 4.89**:

$$V = [2 - 0,16SOC] + \frac{M_p i_{sc}^M \left(1 - e^{-\frac{e(V^M - V_{oc}^M)}{N_{sm} k T}} \right)}{C_{10}} \left(\frac{6}{1 + M_p i_{sc}^M \left(1 - e^{-\frac{e(V^M - V_{oc}^M)}{N_{sm} k T}} \right)^{0,86}} \right) + \frac{0,48}{(1 - SOC)^{1,2}} + 0,036 \Big) (1 - 0,025\Delta T) \quad (4.87)$$

El límite del proceso lo establece la **Ecuación 4.90**.

Por otro lado, el proceso de descarga esta conformado por la **Ecuación 4.81** donde la corriente i es la corriente que pide la carga resistiva de las lamparas i_L y el límite de consumo se establece en $SOC = 0,3$ para obtener la **Ecuación 4.91**:

$$V = [2,085 - 0,12(1 - SOC)] - \frac{|i_L|}{C_{10}} \left(\frac{4}{1 + |i_L|^{1,3}} + \frac{0,27}{SOC^{1,3}} + \frac{0,27}{SOC^{1,5}} + 0,02 \right) (1 - 0,007\Delta T) \quad (4.88)$$

El comportamiento del sistema fotovoltaico puede visualizarse como dos procesos diferentes que tienen como eje central la batería del sistema. El primer proceso es el de carga, donde la fuente es el arreglo fotovoltaico que provee de energía a la batería mientras cumple la función de carga. El segundo proceso es el de descarga, donde la fuente es la batería ya cargada que alimenta las lámparas durante la noche mientras cumplen la función de carga. Estos procesos estan representados por las **Ecuaciones 4.89** y **4.91**:

• Proceso de Carga

El proceso de carga se representa mediante la **Ecuación 4.89**, que es una función de voltaje para los terminales de la batería y varia con el tiempo mientras el arreglo fotovoltaico esta activo:

$$V(t) = [2 - 0,16SOC] + \frac{M_p i_{sc}^M \left(1 - e^{\frac{e(V^M - V_{oc}^M)}{N_{sm} k T_a}} \right)}{C_{10}} \left(\frac{6}{1 + M_p i_{sc}^M \left(1 - e^{\frac{e(V^M - V_{oc}^M)}{N_{sm} k T_a}} \right)^{0,86}} + \frac{0,48}{(1 - SOC)^{1,2}} + 0,036 \right) (1 - 0,025\Delta T) \quad (4.89)$$

Donde el límite del proceso lo establece el voltaje de gaseo de la **Ecuación 4.90** como:

$$V_g = \left[2,2 + 1,97 \ln \left(1 + \frac{i}{C_{10}} \right) \right] (1 - 0,002\Delta T) \quad (4.90)$$

Donde V es el voltaje en los terminales de la batería, SOC es la cantidad de energía que alberga la batería, M_p es el número de paneles fotovoltaicos conectados en paralelo, i_{sc}^M es la corriente de corto circuito del modulo fotovoltaico, e es la carga del electrón, V^M es el voltaje en los terminales del modulo fotovoltaico, V_{oc}^M es el voltaje en circuito abierto del modulo fotovoltaico, N_{sm} es el

número de celdas solares en serie dentro del modulo fotovoltaico, k es la constante de Boltzmann, C_{10} es la capacidad nominal de la batería a 10 horas, ΔT es la variación de la temperatura con respecto al valor de referencia que se toma como 25°C , V_g es el voltaje de gaseo de la batería e i es la corriente en el interior de la misma.

- **Proceso de Descarga**

El proceso de descarga se representa mediante la **Ecuación 4.91**, que es una función de voltaje en los terminales de la batería y varía con el tiempo mientras las lámparas están encendidas:

$$V(t) = [2,085 - 0,12(1 - SOC)] - \frac{|i_L|}{C_{10}} \left(\frac{4}{1 + |i_L|^{1,3}} + \frac{0,27}{SOC^{1,3}} + \frac{0,27}{SOC^{1,5}} + 0,02 \right) (1 - 0,007\Delta T) \quad (4.91)$$

Donde el límite de consumo se establece en $SOC = 0,3$ e i_L es la corriente que la carga le exige a la batería.

La variación de la carga en la batería está implícita en el SOC y la corriente, éstos son parámetros que describen la variación del voltaje en la batería y se encuentran ligados el uno al otro de una forma compleja en las ecuaciones que describen el elemento de almacenamiento energético. Por estas razones no es posible aislar el SOC y/o la corriente para realizar un análisis de la variación o del estado de equilibrio de las mismas. Los sistemas electroquímicos varían muy fácilmente pues las sustancias químicas en su interior, cambian su concentración con los más mínimos cambios de corriente, carga y temperatura, alterando radicalmente el funcionamiento del sistema. En los modelos consultados no se describen ecuaciones que muestren directamente el intercambio iónico dentro de la batería, lo que permitiría describir precisamente el flujo de las cargas en el sistema.

4.2. Análisis de Estabilidad del Sistema Fotovoltaico

En esta sección se presenta el análisis de estabilidad del sistema fotovoltaico que opera en el municipio de Santander de Quilichao (Departamento del Cauca), donde se mantiene una temperatura ambiente (T_a) promedio de 26°C y una irradiación sobre la superficie terrestre (G_t) de $333\text{W}/\text{m}^2$. El módulo fotovoltaico a utilizar es un BP 4175T, cuyas dimensiones son $1,587\text{m} \times 0,790\text{m} \times 0,05\text{m}$, con una eficiencia del $13,9\%$ y sus características eléctricas, de acuerdo a la irradiancia promedio considerada para la zona, son: potencia máxima (P_{max}) de $57,86\text{W}$, tensión (V_{mpp}) en P_{max} de $35,49\text{V}$ a una corriente (i_{mpp}) en P_{max} de $1,63\text{A}$ y una corriente de corto circuito (i_{sc}) de $5,45\text{A}$. Para esta aplicación en particular se utilizan 15 paneles de los descritos anteriormente en paralelo.

La batería a utilizar está compuesta de 6 vasos de 2V , referenciada en el mercado como TUDOR 7TSE70, con una capacidad nominal de $550\text{A} \cdot \text{h}$, pues su tamaño se ajusta a la necesidad de la aplicación y el modelo matemático que se emplea está en términos de parámetros experimentales extraídos de esta batería en particular.

La carga que se requiere alimentar esta conformada por 15 lamparas halógenas DC , 5 de ellas de $24W$ y las 10 restantes de $20W$. El sistema debe alimentar esta carga durante las 12 horas de la noche sin interrupción, según las especificaciones hechas en el ejemplo 1, sección 2.4, por lo cual la carga total diaria es de $3840W \cdot h$. Debido a la capacidad de la batería, para el primer uso es necesario que esté totalmente cargada lo cual lleva más de un día y la corriente i_L que consume la carga es de $26,66A$. La simulación se desarrolla en MATLAB © 2010. La variación del voltaje en el sistema con respecto al tiempo arroja el siguiente comportamiento:

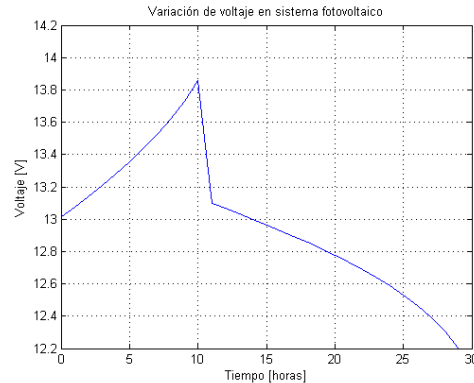


Figura 4.19: Variación del voltaje en el sistema. Fuente Propia

En la gráfica , el tiempo $t = 0$ hasta $t = 10h$, muestra el proceso de carga del sistema en donde, la batería es cargada por los módulos fotovoltaicos a una corriente constante de $24,45A$ en total. Se asume que la batería esta a un 30% de carga inicial para un $SOC = 0,3$, pues ésta nunca llega a descargarse completamente, ya que si esto sucede aparecen fenómenos de degradación importantes como corrosión, sulfatación en los electrodos y estratificación del electrolito que provocan una aumento permanente en la resistencia interna y perdida en la capacidad.

El límite de carga de la batería lo da el voltaje de gaseo $V_g = 2,3210$, ya que un gaseo excesivo puede producir una gran perdida de agua en el electrolito, modificando la densidad sobre los valores de diseño y la falta de líquido alrededor de las placas, lo cual afecta la vida útil de la batería [57]. En este punto, el controlador de carga toma como referencia el V_g aislando la batería del sistema mediante un interruptor. Bajo estas condiciones la corriente que le llega es nula y el momento se aprovecha para que la batería estabilice su voltaje.

En seguida, el controlador de carga cierra el interruptor permitiendo el paso de corriente hacia las lamparas, las cuales imponen la demanda de corriente. Para el caso particular, el interruptor se abre cuando se detecta un estado de carga del 30%, evitando la sobredescarga en el sistema. En la gráfica se observa que la descarga completa tarda unas 18 horas aproximadamente.

El proceso de de carga y descarga mostrado en la **figura 4.2** concuerda con curvas reales de sistemas fotovoltaicos implementados para uso domestico implemetados en la localidades españolas como se muestra en [57].

Capítulo 5

Biodigestor Anaerobico de Mezcla Completa y Flujo Continuo para Tratamiento de Residuos Porcinos

Este capítulo esta dedicado al biodigestor anaerobio de mezcla completa y flujo continuo para el tratamiento de residuos porcinos. El sistema natural aprovecha la digestión anaerobia de las bacterias que habitan en el estiércol, para transformar éste en biogás y fertilizante. El biodigestor de la **Figura 5.1**, propuesto en [45] para viviendas rurales, está construido en polietileno dentro de una zanja y en sus extremos posee dos tubos: uno para la entrada de residuos porcinos, los cuales son los más recomendados para la producción de biogás; y el otro para la salida del sustrato ya tratado, que puede ser utilizado como fertilizante. El biogás extraido sale por un tubo ubicado en la parte superior del biodigestor y puede ser empleado como combustible en las cocinas, calefacción, iluminación y en grandes instalaciones se puede emplear para alimentar un motores y generar electricidad. El fertilizante, llamado biól, es de origen natural y mejora el rendimiento de las cosechas [45]. En las siguientes secciones se presenta el estudio y modelado físico y matemático de los procesos que intervienen en el funcionamiento del biodigestor.

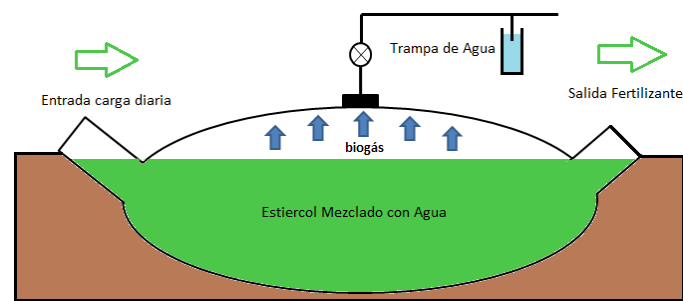


Figura 5.1: *Biodigestor anaerobio para tratamiento de residuos ganaderos. Fuente Propia.*

5.1. Modelado Fisicomatemático del Biodigestor

En esta sección se desarrolla paso a paso el modelo físico y matemático del biodigestor. Para este caso no se subdivide el sistema como en los capítulos anteriores, sino que se toma el reactor

como un todo. En las subsecciones siguientes se presentan algunos conceptos básicos para la comprensión del modelo y posteriormente el desarrollo de modelo fisicomatemático.

5.1.1. Conceptos de Microbiología y Bioreactores

Actividad Microbiana.

Se define la *tasa de crecimiento microbiano* como el aumento del número de microorganismos a lo largo del tiempo y no se refiere al crecimiento de un único microorganismo, sino al demográfico de una población. En condiciones ideales, el crecimiento de las poblaciones bacterianas sigue un incremento exponencial en el tiempo y ocurre por división de las células individuales, esta variación del crecimiento bacteriano es proporcional al tamaño de la población (reacción autocatalítica) y se describe mediante la cinética de primer orden de la **Ecuación 5.1** [58]:

$$\frac{dX}{dt} = \mu X \quad (5.1)$$

Lo anterior indica que el incremento del número de células dX por unidad de tiempo dt es proporcional al número de células presentes en el cultivo X . A la constante de proporcionalidad μ se le denomina tasa de crecimiento específica.

Existen factores que afectan el crecimiento, como la limitación del sustrato disponible o la presencia de tóxicos. La forma de simular ésta influencia es en función de las condiciones y del grupo de microorganismos. En general se acepta que se cumple la cinética de Monod (1950):

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S} \quad (5.2)$$

En la **Ecuación 5.2** [58], la tasa de crecimiento μ , depende de la tasa máxima de crecimiento μ_{max} que puede alcanzar el microorganismo, de la concentración de sustrato S y de un valor constante K_s , que representa la concentración de sustrato a la que se alcanza una tasa de crecimiento igual a la mitad de la máxima.

La velocidad de crecimiento específica μ depende del sustrato. Si la cantidad de éste es muy grande, la tasa específica se aproxima al valor máximo y si la concentración del sustrato tiende a cero, μ se aproxima a cero, como se muestra en la **Figura 5.2**.

En la **Tabla 5.1** se consideran otras funciones de sustrato para simular la cinética de crecimiento de microorganismos anaeróbios.

La capacidad de multiplicación de un microorganismo puede verse afectada por lesiones o por las condiciones físicas o químicas del entorno, a esto se le denomina *inhibición*. La presencia de un compuesto tóxico para los microorganismos se refleja en una menor tasa de crecimiento. Hay diferentes tipos básicos de inhibición, en función de la reversibilidad y del parámetro cinético al

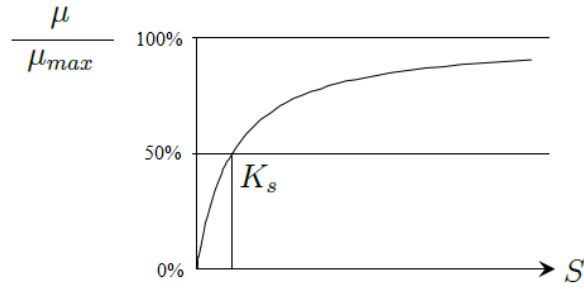


Figura 5.2: Ilustración de la cinética de crecimiento de Monod. Fuente Propia.

Tabla 5.1: Diferentes cinéticas de crecimiento de microorganismos usadas en la literatura. Tomado de [59].

Tipo de Cinética	$-\frac{dS}{dt}$	μ
Primer Orden	$K \cdot S$	$\frac{kS}{S_0 - S}$
Grau (1975)	$\frac{\hat{\mu}}{Y} \cdot \frac{S}{S_0} X$	$\hat{\mu} \frac{S}{S_0}$
Monod (1950)	$\frac{\hat{\mu}}{Y} \cdot \frac{S}{K_s + S} X$	$\hat{\mu} \frac{S}{K_s + S}$
Contois (1959)	$\frac{\mu_m}{Y} \cdot \frac{S}{B X + S} X$	$\mu_m \frac{S}{B X + S}$
Chen y Hashimoto (1978)	$\hat{\mu} \frac{S}{K \cdot X + Y \cdot S} X$	$\hat{\mu} \frac{S}{K \cdot S_0 + (1 - K)S}$

que afecta.

Las constantes de crecimiento de la ecuación de Monod [58], se pueden ajustar en el modelo para tener en cuenta los factores inhibidores. Lo más común en los modelos consultados en la bibliografía, es que sea la velocidad de crecimiento específica μ la variable afectada, aunque algunas sustancias pueden afectar el coeficiente de producción de biomasa, denominado también coeficiente de rendimiento del sustrato Y_s [59].

En la **Tabla 5.2** se muestran las ecuaciones de los diferentes tipos de inhibición que afectan la velocidad de crecimiento específica. Para todos los casos K_I es la constante de inhibición e I es la concentración del compuesto inhibidor.

Tabla 5.2: Cinéticas de inhibición y expresión matemática de la cinética. Tomado de [60].

Tipo de Inhibición	Parámetro Afectado	Expresión de la Cinética
Inhibición no competitiva	Tasa máxima de crecimiento	$\mu = \mu_{max} \left(\frac{S}{K_s + S} \right) \left(\frac{K_I}{K_I + I} \right)$
Inhibición competitiva	Constante de saturación	$\mu = \frac{\mu_{max} S}{K_s \left(1 + \frac{I}{K_I} \right) + S}$
Inhibición acompetitiva	Tasa máxima y constante de saturación	$\mu = \frac{\mu_{max}}{1 + \frac{K_s}{S} + \frac{I}{K_I}}$

La expresión “inhibición acompetitiva” se le aplica también a la cinética de Haldane y se utiliza

para expresar la inhibición por el propio sustrato S o por el producto P [61]:

$$\mu = \frac{\mu_{max}}{1 + \frac{K_s}{S} + \frac{S}{K_i}} \quad \mu = \frac{\mu_{max}}{1 + \frac{K_s}{S} + \frac{P}{K_I}}$$

También se utiliza la llamada “ecuación de Haldane generalizada”:

$$\mu = \frac{\mu_{max}}{1 + \frac{K_s}{S} + \left(\frac{S}{K_i}\right)^n}$$

Donde n es el orden de inhibición.

Desde el punto de vista microbiológico, un microorganismo muere cuando pierde de forma irreversible la capacidad de dividirse. Como consecuencia, no se produce aumento en el número de microorganismos y no hay crecimiento, produciéndose una reducción del número de bacterias en el cultivo. La *muerte microbiana* esta dada por:

$$\frac{dX}{dt} = -k_D X$$

Los microorganismos aumentan su población a lo largo del tiempo a expensas del consumo del sustrato, cuya concentración decrece de forma proporcional al crecimiento de la biomasa, como se muestra en la **Figura 5.3**:

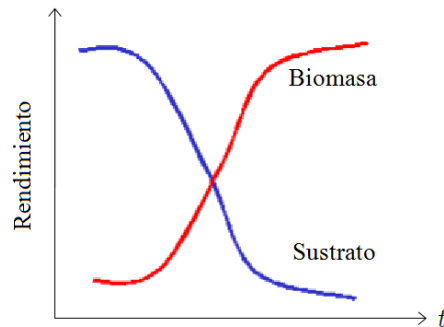


Figura 5.3: Rendimiento microbiano y del sustrato a través del tiempo Fuente Propia.

El *rendimiento* de la utilización del sustrato Y_s es el valor que representa la cantidad de biomasa o microorganismos producidos por unidad de sustrato consumido y se expresa mediante la **Ecuación 5.3**:

$$Y_s = \frac{dX}{dS} \tag{5.3}$$

El rendimiento de utilización de un mismo sustrato varia de un microorganismo a otro, dependiendo del estado fisiológico, metabólico y condiciones ambientales en que se encuentren las bacterias.

La **ecuación 5.3** se puede ver de la siguiente forma:

$$\frac{dX}{dt} = Y_s \frac{dS}{dt}$$

y multiplicando por a ambos lados por el número de células presentes en el cultivo:

$$\frac{dX}{dt} / X = Y_s \frac{dS}{dt} / X$$

De acuerdo a la ecuación 5.1, $\mu = (\frac{dX}{dt})/X$, queda:

$$\mu = Y_s q_s$$

La *tasa específica de consumo* de sustrato q_s es la velocidad con la que el organismo consume el sustrato. Cuanto mayor es la velocidad de consumo mayor es la tasa de crecimiento μ .

En un biodigestor la producción continua de biogás requiere un *cultivo continuo*, en el cual se mantengan los microorganismos en crecimiento constante. Para ésto se añade permanentemente sustrato fresco al cultivo denominado afluente, el cual aporta nuevos nutrientes y se elimina del cultivo el medio usado denominado efluente, con sus microorganismos correspondientes, a la misma velocidad con el objetivo de mantener el volumen total del cultivo constante.

En un cultivo continuo se pretende mantener un ambiente constante durante todo el tiempo de cultivo. Esto es imposible en un cultivo estanco o discontinuo en el que los nutrientes se van consumiendo progresivamente y el medio se va cargando de productos de desecho, hasta que se interrumpe la producción de biogas.

El tipo más frecuente de cultivo continuo es el *quimíostato* en el que se introduce medio fresco a un flujo constante denominado *velocidad de dilución (D)* a la vez que se elimina cultivo viejo. El medio de cultivo de un quimíostato contiene un nutriente esencial en una cantidad limitante (nutriente limitante, S). La siguiente ecuación relaciona los parámetros anteriores:

$$D = \frac{Q}{V}$$

Donde Q es la velocidad de flujo o caudal [l/dia] o [l/d] y V el volumen del reactor [l]. Las dimensiones de D son en d^{-1} . El valor D indica el número de veces que un volumen igual al volumen del reactor fluye a través del reactor por unidad de tiempo. Este valor es el recíproco del tiempo de residencia o tiempo que una unidad de sustrato está dentro del reactor.

A D muy baja, pequeños incrementos en ella producen una elevación de la densidad del cultivo debido a que se aportan más nutrientes al medio y el microorganismo no ve limitada su tasa de crecimiento μ . La velocidad de crecimiento aumenta cuando la energía aportada por los nutrientes entrantes supera la energía de mantenimiento de los microorganismos del cultivo. A valores bajos de D la concentración de nutriente limitante S en el efluente es baja ya que es consumido casi completamente por los microorganismos del cultivo que alcanzan unas poblaciones de gran tamaño, creciendo a una tasa μ baja porque se encuentran en condiciones de limitación de nutrientes ($S < K_s$). A valores más altos de D no todo el nutriente es consumido por los microorganismos del cultivo por lo que S en el efluente aumenta.

En una situación de equilibrio, velocidad de dilución D se iguala a la tasa de crecimiento μ , de forma que el control de la tasa de dilución (control del flujo o caudal Q), permite regular la tasa de crecimiento.

A valores de $D > \mu_{max}$, el microorganismo no es capaz de crecer lo suficiente como para evitar ser eliminado del cultivo por la compuerta de salida, por consiguiente S alcanza un valor máximo (el nutriente limitante no es consumido en el cultivo y la concentración del sustrato en el efluente es igual a la del sustrato en el medio inicial) y la tasa de crecimiento de microorganismos μ dentro del cultivo se hace nula (el cultivo desaparece).

La evolución de la biomasa de un quimíostato se ajusta a la ecuación siguiente:

$$\frac{dX}{dt} = \text{crecimiento} - \text{salida} = \mu X - DX$$

De la ecuación anterior se puede afirmar que si $\mu > D$, hay un incremento positivo de la población en el quimíostato. Cuando $\mu = D$ el tamaño de la población se mantendrá estable (equilibrio), y si $\mu < D$, la población disminuye como consecuencia de la dilución de las bacterias. En el estado estacionario $dN/dt = 0$ y $\mu = D$.

Digestión Anaerobia

La digestión anaerobia es un proceso biológico degradativo en el cual parte de los materiales orgánicos de un sustrato se convierten en biogás, mezcla de dióxido de carbono y metano con trazas de otros elementos, por bacterias que son sensibles o completamente inhibidas por el oxígeno. En la digestión anaerobia más del 90 % de la energía disponible por oxidación directa se transforma en metano, consumiéndose sólo un 10 % de la energía en crecimiento bacteriano frente al 50 % consumido en un sistema aerobio [62].

Los principales productos del proceso de digestión anaerobia, son el biogás y un efluente estabilizado llamado biól o bioabono [63]:

- **Biogás:** Es una mezcla gaseosa que se obtiene de la descomposición de la materia orgánica en condiciones anaerobias, cuyos principales componentes son el metano (55-80 %) y el anhídrido carbónico (35-45 %). En menor proporción contiene nitrógeno (0-3 %), hidrógeno (0-1 %), oxígeno (0-1 %) y sulfuro de hidrógeno (trazas).

El biogás posee un poder calorífico aproximado de 4500 a 5600 $Kcal/m^3$ y está determinado por la concentración de metano ($8500 Kcal/m^3$), el cual se puede aumentar eliminando todo o parte del CO_2 presente. La producción total de gas depende fundamentalmente de la cantidad de alimento consumido por las bacterias.

- **Efluente:** La fermentación anaerobia de la materia orgánica produce un residuo orgánico de excelentes propiedades fertilizantes mineralizado, rico en nitrógeno, fósforo y potasio. La composición del bioabono en promedio tiene 8.5 % de materia orgánica, 2.6 % de nitrógeno, 1.5 % de fósforo, 1.0 % de potasio y un pH de 7.5 [64]. Buena parte del nitrógeno presente en el estiércol, en forma de macromoléculas, es convertido a formas más simples como amonio (NH_4^+) y pueden ser aprovechadas directamente por las plantas.

En la digestión anaerobia las múltiples reacciones que se dan durante el proceso de mineralización de la materia orgánica ocurren en varias fases, llevadas a cabo por diferentes grupos de bacterias, lo que hace este proceso naturalmente complejo. Muchas de estas reacciones ocurren simultáneamente sin una separación clara de fases. En la **Figura 5.4** se muestra el esquema de las diferentes fases de la digestión anaerobia según [59], con los principales microorganismos de los diferentes procesos, con los compuestos intermedios generados. El proceso de descomposición anaerobia se divide en cuatro fases :

Hidrólisis.

La materia orgánica polimérica no puede ser utilizada directamente por los microorganismos a menos que se hidrolice en compuestos solubles que puedan atravesar la membrana celular. La hidrólisis es el primer paso para la degradación anaerobia de sustratos orgánicos complejos a materia orgánica soluble. La hidrólisis de estas partículas orgánicas se lleva a cabo por enzimas extracelulares excretadas por las bacterias hidrolíticas [59].

Cualquier sustrato se compone de los tres tipos básicos de macromoléculas: hidratos de carbono, proteínas y lípidos, como se observa en la parte inicial de la **Figura 5.4**. Los aminoácidos producidos en esta etapa son degradados a ácidos grasos volátiles, dióxido de carbono, hidrógeno, amonio y sulfuro reducido. [59].

La tasa de hidrólisis está limitada por la concentración total de ácidos grasos volátiles (AVG) [66] y es inhibida también por la concentración de oxígeno y nitrato [67].

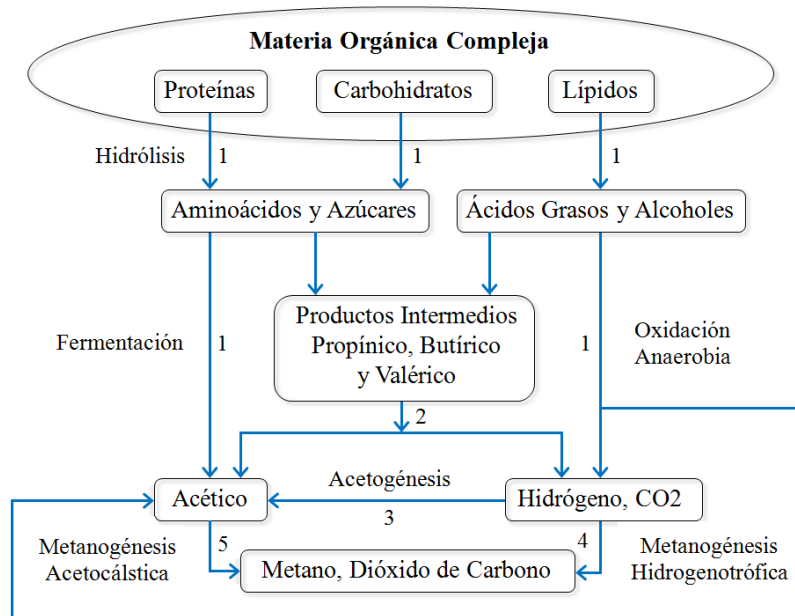


Figura 5.4: Esquema de reacciones de la digestión anaerobia. Los números indican la población bacteriana responsable del proceso: **1.** bacterias fermentativas, **2.** bacterias acetogénicas que producen hidrógeno, **3.** bacterias homoacetogénicas, **4.** bacterias metanogénicas hidrogenotróficas y **5.** bacterias metanogénicas acetoclásticas. Fuente Propia.

Etapa Fermentativa o Acidogénica.

Las moléculas orgánicas solubles son fermentadas por varios organismos formando compuestos que pueden ser utilizados directamente por las bacterias metanogénicas (acético, fórmico, H_2) y compuestos orgánicos más reducidos que tienen que ser oxidados en la siguiente etapa por bacterias acetogénicas a sustratos que puedan utilizar las metanogénicas [68]. Este proceso ocurre casi en paralelo con el proceso de hidrólisis.

Fase Acetogénica.

Mientras que algunos productos de la fermentación pueden ser metabolizados directamente por los organismos metanogénicos, otros necesitan ser transformados en productos más sencillos como el acetato e hidrógeno, a través de las bacterias acetogénicas. Los procesos acetogénicos son energéticamente difíciles, por lo que en ellos cooperan los organismos metanogénicos u otros organismos consumidores de hidrógeno [68]. La etapa acetogénica corresponde a los pasos dos (2) y tres (3) de la **Figura 5.4**.

En cuanto a los inhibidores de la acetogénesis el principal y cuya acumulación provoca la rápida acumulación de los sustratos, es el hidrógeno molecular.

Fase Metanogénica.

Los microorganismos metanogénicos son considerados como los más importantes dentro de la

sociedad de microorganismos anaerobios, ya que son los responsables de la formación de metano y de la eliminación del medio de los productos de los grupos anteriores, siendo los que dan nombre al proceso general de *Biometanización*. En la **Figura 5.4** se observa la etapa metangénica en los pasos cuatro (4) y cinco (5).

Para la cinética de la metanogénesis se utilizan la cinética de Monod para simular el crecimiento de los microorganismos, considerando como sustrato principal el acetato. Para el presente trabajo se describe el crecimiento por medio de la cinética Haldane de primer orden.

En cuanto a la inhibición de la metanogénesis diversos compuestos se han descrito como inhibidores del crecimiento de los microorganismos perteneciente a esta fase. Entre los más conocidos están el nitrógeno amoniacal, los ácidos grasos de cadena larga, ácidos grasos volátiles, algunos cationes, etc.

Influencia de Parámetros Ambientales y de Control.

De forma general, a altas *temperaturas* las tasas de reacción químicas y biológicas son más rápidas que a bajas temperaturas. La velocidad de reacción de los procesos biológicos dependen de la velocidad de crecimiento de los microorganismos responsables, que a su vez es dependiente de la temperatura [69]. Variaciones bruscas de la temperatura en el biodigestor pueden provocar desestabilización del proceso. Por ello, para mantener una temperatura adecuada, es necesaria la agitación y en lo posible un sistema de control.

La producción de biogás en ausencia de inhibidores aumenta con la temperatura, ya que aumenta la tasa de crecimiento de los microorganismos. Temperaturas más bajas implican tiempos de retención más largos, y por tanto mayores volúmenes de reactor, a su vez, la tasa de hidrólisis también aumenta con la temperatura [70].

Otro factor muy importante es el *tiempo de retención hidráulico* (TRH), el cual depende del tipo de reactor utilizado. En los sistemas de mezcla completa el tiempo de retención hidráulico coincide con el tiempo de retención celular, es decir de la biomasa, por lo que el tiempo de retención debe ser suficiente para permitir el desarrollo de la población bacteriana, desarrollo que está ligado fuertemente con la temperatura, así a menores temperaturas se necesita un mayor THR para que las bacterias, que tiene menor actividad, tengan tiempo de digerir el lodo y produzcan biogás. El tiempo de retención, junto con la velocidad de carga, determinada por el tipo de sustrato, son los principales parámetros de diseño, definiendo el volumen del digestor. La fracción de materia orgánica degradada aumenta al aumentar el TRH, sin embargo la producción volumétrica de metano disminuye, una vez superado el óptimo.

La *velocidad de carga orgánica* indica la cantidad de materia orgánica, expresada normalmente en unidades de *DQO* o de sólidos volátiles, por unidad de reactor y unidad de tiempo, siendo directamente dependiente de la concentración del sustrato y del tiempo de retención. Altas cargas orgánicas, en ausencia de inhibidores, proporcionan altas producciones volumétricas de biogás. La resistencia a ciertos inhibidores puede aumentar con la carga orgánica [71]. Sin embargo la inestabilidad aumenta también con el aumento de carga, especialmente en el caso de “sobrecargas” puntuales, que conllevan la acumulación de ácidos grasos volátiles [72].

La *Agitación* es un parámetro que puede ser controlado. En los reactores anaerobios tiene como

objetivos mas relevante [73]:

- Poner en contacto el afluente con la población bacteriana.
- Proporcionar una densidad uniforme de población bacteriana.
- Prevenir la formación de capa superficial y de espumas, así como la sedimentación en el reactor.
- Prevenir la formación de espacios muertos que reducen el volumen efectivo del reactor y la formación de caminos preferenciales en función de la hidráulica del sistema.
- Eliminar la estratificación térmica, manteniendo una temperatura uniforme en todo el reactor.

Los microorganismos anaerobios necesitan un pH cercano a la neutralidad para su correcto desarrollo, aunque permiten cierta oscilación. Se presentan problemas graves si el pH desciende por debajo de 6 o sube por encima de 8,3 [74]. Sin embargo, el proceso de inhibición es completamente reversible, aunque el tiempo de recuperación depende de la duración de la alteración [60]. Una de las consecuencias de que se produzca un descenso del pH a valores inferiores de 6 es que el biógas generado sea muy pobre en metano, por tanto tiene menores cualidades energéticas.

El pH es también una importante variable de diagnóstico de los sistemas anaerobios ya que puede advertir sobrecargas orgánicas o la presencia de un inhibidor, los cuales suelen provocar desequilibrios entre la producción y el consumo de ácidos grasos volátiles, produciendo la acumulación de éstos y el consiguiente descenso del pH mediante la *acidificación del reactor* [60].

La alcalinidad puede ser un importante modulador del sistema puesto que influye en varios equilibrios químicos y puede desplazarlos hacia la formación de una determinada componente que tenga influencia en el proceso. Su papel es fundamental en el equilibrio amonio-amoniaco y por lo tanto, una gran importancia en el proceso general, por ser el amoniaco libre un inhibidor de la fase metanogénica [75]. El pH influye también en el mecanismo de inhibición de degradación de propionato por acético, encontrando una mayor inhibición a pH bajos [76].

Por otro lado, la velocidad de crecimiento bacteriano aumenta con la concentración de sustrato, llegando a un punto en el que se estabiliza y dependiendo de cada caso, puede llegar a descender originando la inhibición por el sustrato. Una sustancia es un *tóxico* o un *sustrato* dependiendo de su concentración, este es un parámetro que debe de ser vigilado [60].

La acumulación de acético puede inhibir la acetogénesis a partir de propiónico [76], y la acetogénesis a partir de butírico [77]. Son necesarias concentraciones de acético muy altas para que llegue a afectar la producción de metano, por encima de 4000 *mg/l* o más [72].

Concentraciones de ácidos grasos volátiles por debajo de 50 *mM*, equivalente a 3000 *mg* acético/*l*, no producen ninguna disminución de la producción de metano. Son los ácidos propiónico y valérico los primeros que afectan al proceso, mientras que el butírico y el acético han de acumularse por encima de 100 *mM* para afectar a la tasa de producción de metano [72].

Todos los cationes y metales pesados pueden proporcionar toxicidad a algún nivel de concentración, aumentando la toxicidad con el peso molecular, por lo que los metales pesados son los que provocan toxicidad a menor concentración [78].

Finalmente, los *antibióticos y desinfectantes* son comúnmente añadidos a las dietas de los animales, para mejorar la producción o para control de enfermedades. La presencia de penicilina y tetraciclina en el purín de cerdo, tiene un efecto inhibitorio sobre el proceso, aunque parece haber una buena aclimatación a la presencia de dichas sustancias [79].

5.1.2. Modelo del Biodigestor

En esta sección se presenta el modelo matemático del biodigestor. Uno de los problemas comunes en la digestión de desechos de animales es el proceso de estabilidad, ya que el tratamiento digestivo puede ser inhibido por si mismo debido a altas concentraciones de ácidos orgánicos [80], pro esta razon, es necesario tener en cuenta ciertas consideraciones:

Consideraciones

- Solo se tienen en cuenta dos grandes grupos de bacterias: acetogénicas y metanogénicas.
- El sustrato se considera uniforme.
- La temperatura no varia en el tiempo.
- Se considera saturación por ácido acético y por el sustrato.
- En la primera etapa se considera hidrólisis/acidogénesis y en la segunda etapa la metanogénesis acetoclástica.
- La agitación y el flujo son continuos en el sustrato.

Deducción Fisicomatemática

Los parámetros a analizar en los afluentes y efluentes son: ácidos volátiles (AV), pH y alcalinidad ($CaCO_3$). El modelo matemático también puede predecir teóricamente el porcentaje de metano (CH_4) y de carbono inorgánico.

El modelo básico se consideran dos tipos de cultivos de bacterias conformados por formadores de ácidos (bacterias acidogénicas) (X_{ad}) y formadores de metano (bacterias metanogénicas) (X_m). El diagrama de la **Figura 5.4** describe la teoría completa del modelo matemático [80].

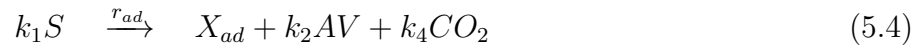
La fracción orgánica insoluble no sirve como sustrato para ninguno de los dos grupos microbianos. Esta es primero transformada en materia orgánica soluble por las enzimas extracelulares de las bacterias acidogénicas. Para propósitos estequiométricos, la glucosa se asume como orgánica soluble. Los formadores de metano no han mostrado sus capacidades para convertir la materia orgánica insoluble en compuestos solubles. Cuando ésta reacción ocurre, los formadores de ácido metabolizan la materia orgánica soluble y producen ácidos orgánicos volátiles. Una serie de estos ácidos se forma, pero el único camino directo al metano es a partir del ácido acético (CH_3COOH). Por esta razón, solo el ácido acético se utiliza en este modelo con fines estequiométricos. Durante

la formación de ácido, CO_2 también se produce por la respiración de los formadores de ácidos.

Las bacterias acidogénicas y metanogénicas intervienen en las dos siguientes reacciones biológicas:

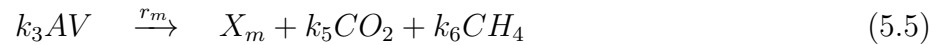
Acidogénesis:

La reacción de la acidogénesis esta representada por la **Ecuación 5.4:**



Metanogénesis:

La reacción de la metanogénesis esta representada por la **Ecuación 5.5:**



Donde $r_{ad} = \mu_{ad} X_{ad}$ y $r_m = \mu_m X_m$, denominadas tasas de reacción, las k_i son los coeficientes pseudoestequiométricos asociados a las bioreacciones, μ_{ad} y μ_m son las tasas de crecimiento específicas de las bacterias acidogénicas y metanogénicas respectivamente. S representa el sustrato orgánico caracterizado por el DQO soluble [mg/l]. Se asume que AV ésta principalmente compuesto por acetato puro.

Las reacciones químicas que involucran el carbono orgánico son consideradas, principalmente las que contienen CO_2 disuelto, bicarbonato (B) y carbonato. En condiciones normales de operación el pH se encuentra en un rango de 6 a 8 y la temperatura entre 35 y 38°C, con lo cual la constante de afinidad para el carbonato/bicarbonato ($K_c = 4,7 \times 10^{-11} mol/l$) indicando que la concentración del carbonato permanece despreciable con respecto a la del bicarbonato [80]. El carbono total inorgánico C es aproximadamente igual a:

$$C = CO_2 + B$$

Las concentraciones de bicarbonato y CO_2 disuelto son determinadas a partir de la reacción química de la **Ecuación 5.6:**



Donde H_+ son protones. La constante ($K_b = 6,5 \times 10^{-7} mol/l$) es la constante de afinidad de la reacción anterior y está definida como:

$$K_b = \frac{H^+B}{CO_2}$$

La concentración total de ácidos grasos volátiles esta compuesta principalmente por iones acetatos representados por A^- y el AH no ionizado, compuesto principalmente por ácido acético:

$$AV = [AH] + [AV^-]$$

La constante de afinidad correspondiente es:

$$K_{ad} = \frac{[H^+][AV^-]}{AH}$$

El valor numérico de K_{ad} es $1.5 \times 10^{-5} \text{ mol/l}$ mostrando que $[AH]$ es despreciable y por lo tanto:

$$AV \simeq AV^- \tag{5.7}$$

La alcalinidad total Z es definida como la suma de los ácidos disociados en el medio:

$$Z = B + [AV^-]$$

De la **Ecuación 5.7** y para el rango considerado de pH, Z se establece como:

$$Z \simeq B + AV$$

Por otro lado, se asume que el flujo de salida en estado gaseoso esta principalmente compuesto de CO_2 y CH_4 . Debido a que la solubilidad del metano es muy baja, la concentración de éste disuelta en la fase líquida es despreciable y se aume que el metano producidova directamente afuera del fermentador con una velocidad de flujo molar q_M , proporcional a la velocidad de reacción de la metanogénesis:

$$q_M = k_6 \mu_m X_m$$

Para el flujo de salida de CO_2 se tiene en cuenta el CO_2 almacenado en la totalidad del carbono inorgánico. Para este trabajo, el flujo molar de CO_2 denotado q_C se considera constante.

La velocidad de dilución D influye directamente sobre la dinámica de las especies químicas dentro del fermentador. Esta se define como la relación entre la velocidad del flujo del afluente y el volumen del fermentador.

El parámetro ϑ representa la fracción de biomasa presente en la fase líquida del proceso y se encuentra definido en un rango de 0 a 1, donde 0 corresponde a un reactor de lecho fijo ideal y 1 a un reactor de mezcla completa ideal [80]. Este parámetro refleja la heterogeneidad del proceso.

De considerar las reacciones de las **Ecuaciones 5.4, 5.5 y 5.6** se obtiene el siguiente balance de masa:

$$\frac{dX_{ad}}{dt} = X_{ad}(\mu_{ad} - \vartheta D) \quad (5.8)$$

$$\frac{dX_m}{dt} = X_m(\mu_m - \vartheta D) \quad (5.9)$$

$$\frac{dZ}{dt} = D(Z_{in} - Z) \quad (5.10)$$

$$\frac{dS}{dt} = D(S_{in} - S) - k_1\mu_{ad}X_{ad} \quad (5.11)$$

$$\frac{dAV}{dt} = D(AV_{in} - AV) + k_2\mu_{ad}X_{ad} - k_3\mu_mX_m \quad (5.12)$$

$$\frac{dC}{dt} = D(C_{in} - C) - q_C + k_4\mu_{ad}X_{ad} + k_5\mu_mX_m \quad (5.13)$$

Donde S_{in} es la concentración de sustrato [$gDQO/l$], AV_{in} es la concentración de ácido acético [$mmol/l$], C_{in} es la concentración de carbono inorgánico y Z_{in} es la alcalinidad total. Todas estas variables son características del afluente y por lo tanto se miden directamente en el mismo.

La cinemática bacteriana que se adopta en este trabajo corresponde a la cinemática de Monod de la **Ecuación 5.14**, para las bacterias acidogénicas y la de Haldane de la **Ecuación 5.15**, para las metanogénicas:

$$\mu_{ad} = \mu_{ad,max} \frac{S}{S + K_S} \quad (5.14)$$

Donde $\mu_{ad,max}$ es la tasa de crecimiento máxima bacteriana y K_S es la constante de saturación asociada al sustrato.

$$\mu_m = \mu_{m,max} \frac{AV}{\frac{AV^2}{K_{IAV}} + AV + K_{AV}} \quad (5.15)$$

Donde $\mu_{m,max}$ es la tasa de crecimiento máxima bacteriana, K_{AV} es la constante de saturación asociada al ácido acético y K_{IAV} es la constante de inhibición asociada al ácido acético.

Debido a la no linealidad de sistema, la representación en espacio de estados queda descrita en la forma de la **Ecuación 5.16**:

$$\dot{\xi} = \mathbf{f}(\xi) \quad (5.16)$$

Donde:

$$\xi = \begin{bmatrix} X_{ad} \\ X_m \\ Z \\ S \\ AV \\ C \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{X}_{ad} \\ \dot{X}_m \\ \dot{Z} \\ \dot{S} \\ \dot{AV} \\ \dot{C} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}(\xi) = \begin{bmatrix} X_{ad}(\mu_{ad} - \vartheta D) \\ X_m(\mu_m - \vartheta D) \\ D(Z_{in} - Z) \\ D(S_{in} - S) - k_1\mu_{ad}X_{ad} \\ D(AV_{in} - AV) + k_2\mu_{ad}X_{ad} - k_3\mu_mX_m \\ D(C_{in} - C) - q_C + k_4\mu_{ad}X_{ad} + k_5\mu_mX_m \end{bmatrix}$$

5.2. Análisis de estabilidad del Biodigestor

En esta sección se presenta análisis de estabilidad del bioreactor que opera en el municipio del Patía (Departamento del Cauca), donde la temperatura ambiente promedio se mantiene en 26°C. El biodigestor para una vivienda rural fue dimensionado con base en los criterios tomados del manual para implementación de biodigestores para viviendas rurales [45]: posee un volumen de 3400 L, un tiempo de retención de 30 días, requiere 17 Kg de estiércol porcino diario, pues según [45] es el mejor para producción de metano y debe producir aproximadamente 840 L de biogas diario.

Para realizar el análisis de estabilidad del proceso es necesario encontrar los puntos de equilibrio del sistema, donde los estados dejan de variar con el tiempo. Para ello las seis (6) ecuaciones diferenciales que lo caracterizan se igualan a cero y se calcula el valor de cada estado. Una vez se tienen identificados los puntos, el estudio de ellos y la determinación del tipo de estabilidad se lleva a cabo mediante una linealización alrededor del mismo. Para esto se emplea una matriz

Jacobiana que proviene de $\mathbf{f}(\xi)$. La matriz de la **Ecuación 5.17** es la original para el sistema de seis (6) ecuaciones diferenciales es de 6×6 , lo cual dificulta la obtención de los valores propios.

$$A = \begin{bmatrix} \mu_{ad} - \vartheta D & 0 & 0 & X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_m - \vartheta D & 0 & 0 & X_m \frac{d\mu_m}{dAV} & 0 \\ 0 & 0 & -D & 0 & 0 & 0 \\ -k_1\mu_{ad} & 0 & 0 & -D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & 0 & 0 \\ k_2\mu_{ad} & -k_3\mu_m & 0 & k_3 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & -D - k_s X_m \frac{d\mu_m}{dAV} & 0 \\ k_4\mu_{ad} & k_5\mu_m & 0 & k_4 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & k_5 X_m \frac{d\mu_m}{dAV} & -D \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Donde las derivadas son:

$$\frac{d\mu_{ad}}{dS} = \mu_{ad,max} \frac{K_S}{(S + K_S)^2} \quad y \quad \frac{d\mu_m}{dAV} = \mu_{m,max} \frac{\frac{-AV^2}{K_{IAV} + AV}}{\left(\frac{AV^2}{K_{IAV}} + AV + K_{AV}\right)^2}$$

En la matriz de la **Ecuación 5.17** se observa que la influencia de Z y C es nula en la evaluación de la estabilidad de los puntos, por lo tanto es posible elaborar una matriz reducida de 4×4 que solo tiene en cuenta los estados relevantes para el sistema:

$$A = \begin{bmatrix} \mu_{ad} - \vartheta D & 0 & X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & 0 \\ 0 & \mu_m - \vartheta D & 0 & X_m \frac{d\mu_m}{dAV} \\ -k_1\mu_{ad} & 0 & -D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & 0 \\ k_2\mu_{ad} & -k_3\mu_m & k_3 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} & -D - k_s X_m \frac{d\mu_m}{dAV} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

El nuevo sistema de ecuaciones diferenciales es:

$$\begin{aligned} \frac{dX_{ad}}{dt} &= X_{ad}(\mu_{ad} - \vartheta D) \\ \frac{dX_m}{dt} &= X_m(\mu_m - \vartheta D) \\ \frac{dS}{dt} &= D(S_{in} - S) - k_1\mu_{ad}X_{ad} \\ \frac{dAV}{dt} &= D(AV_{in} - AV) + k_2\mu_{ad}X_{ad} - k_3\mu_mX_m \end{aligned} \quad (5.19)$$

Los puntos de estabilidad se encuentran a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
0 &= X_{ad}(\mu_{ad} - \vartheta D) \\
0 &= X_m(\mu_m - \vartheta D) \\
0 &= D(S_{in} - S) - k_1\mu_{ad}X_{ad} \\
0 &= D(AV_{in} - AV) + k_2\mu_{ad}X_{ad} - k_3\mu_mX_m
\end{aligned}$$

Los primeros dos (2) puntos se dan cuando $X_{ad} \neq 0$, $X_m \neq 0$ y $\mu_{ad} = \mu_m = \vartheta D$:

Punto 1:

$$\begin{aligned}
X_{ad} &= \frac{S_{in}}{\vartheta k_1} - \frac{DK_S}{k_1(\mu_{ad,max} - \vartheta D)} \\
X_m &= \frac{1}{\vartheta k_3} \left[AV_{in} + \frac{K_{IAV}}{2} \left(1 - \frac{\mu_{m,max}}{\vartheta D} \right) - \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}} \right] \\
&\quad \frac{k_2}{\vartheta k_1 k_3} \left(S_{in} - \frac{\vartheta DK_S}{\mu_{ad,max} - \vartheta D} \right) \\
S &= \frac{\vartheta DK_S}{\mu_{ad,max} - \vartheta D} \\
AV &= -\frac{1}{2} \left(K_{IAV} - \frac{\mu_{m,max} K_{IAV}}{\vartheta D} \right) + \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}}
\end{aligned}$$

Punto 2:

$$\begin{aligned}
X_{ad} &= \frac{S_{in}}{\vartheta k_1} - \frac{DK_S}{k_1(\mu_{ad,max} - \vartheta D)} \\
X_m &= \frac{1}{\vartheta k_3} \left[AV_{in} + \frac{K_{IAV}}{2} \left(1 - \frac{\mu_{m,max}}{\vartheta D} \right) + \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}} \right] \\
&\quad \frac{k_2}{\vartheta k_1 k_3} \left(S_{in} - \frac{\vartheta DK_S}{\mu_{ad,max} - \vartheta D} \right) \\
S &= \frac{\vartheta DK_S}{\mu_{ad,max} - \vartheta D} \\
AV &= -\frac{1}{2} \left(K_{IAV} - \frac{\mu_{m,max} K_{IAV}}{\vartheta D} \right) - \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}}
\end{aligned}$$

Estos dos (2) primeros puntos tienen la particularidad de que ninguno de los estados es igual a cero (0). La estabilidad del proceso implica condiciones donde la población de bacterias, tanto

acidogénicas como metanogénicas, se mantiene constante, es decir, la reproducción y la inhibición de las mismas es igual; y la cantidad de sustrato S y AV se equilibra mediante la velocidad de ingreso de afluente (D) y el consumo del mismo.

Los puntos 3 y 4 se obtienen si $X_{ad} = 0$, $X_m \neq 0$, $\mu_{ad} - \vartheta D \neq 0$ y $\mu_m = \vartheta D$:

Punto 3:

$$\begin{aligned}
 X_{ad} &= 0 \\
 X_m &= \frac{1}{\vartheta k_3} \left[AV_{in} + \frac{K_{IAV}}{2} \left(1 - \frac{\mu_{m,max}}{\vartheta D} \right) - \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}} \right] \\
 S &= S_{in} \\
 AV &= -\frac{1}{2} \left(K_{IAV} - \frac{\mu_{m,max} K_{IAV}}{\vartheta D} \right) + \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}}
 \end{aligned}$$

Punto 4:

$$\begin{aligned}
 X_{ad} &= 0 \\
 X_m &= \frac{1}{\vartheta k_3} \left[AV_{in} + \frac{K_{IAV}}{2} \left(1 - \frac{\mu_{m,max}}{\vartheta D} \right) + \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}} \right] \\
 S &= S_{in} \\
 AV &= -\frac{1}{2} \left(K_{IAV} - \frac{\mu_{m,max} K_{IAV}}{\vartheta D} \right) - \sqrt{\frac{K_{IAV}^2}{4\vartheta^2 D^2} (\vartheta D - \mu_{m,max})^2 - K_{AV} K_{IAV}}
 \end{aligned}$$

Los puntos 3 y 4 presentan ausencia de bacterias acidogénicas dentro del bioreactor, lo cual implica un cese en la producción de ácido acético (AV) y por lo tanto, una limitación en la reproducción de las bacterias metanogénicas y la generación de gas metano.

Para el punto 5 las consideraciones son: $X_{ad} \neq 0$, $X_m = 0$, $\mu_{ad} = \vartheta D$ y $\mu_m - \vartheta D \neq 0$:

Punto 5:

$$\begin{aligned}
 X_{ad} &= \frac{S_{in}}{\vartheta k_1} - \frac{DK_S}{k_1(\mu_{ad,max} - \vartheta D)} \\
 X_m &= 0 \\
 S &= \vartheta DK_S \\
 AV &= AV_{in} + \frac{k_2}{k_1} \left(S_{in} - \frac{DK_S}{k_1(\mu_{ad,max} - \vartheta D)} \right)
 \end{aligned}$$

En este punto no hay bacterias metanogénicas, lo cual interrumpe la producción de gas metano y genera una saturación de ácido acético dentro del fermentador.

El sexto y último punto se encuentra cuando $X_{ad} = X_m = 0$, $\mu_{ad} - \vartheta D \neq 0$ y $\mu_m - \vartheta D \neq 0$:

Punto 6:

$$\begin{aligned} X_{ad} &= 0 \\ X_m &= 0 \\ S &= S_{in} \\ AV &= AV_{in} \end{aligned}$$

Este punto es conocido como condición de lavado y es indeseable durante la operación del sistema. Aquí todas las bacterias son arrojadas fuera del reactor antes de poder consumir y/o generar algo.

La estabilidad de cada punto se evalúa encontrando los valores propios de la matriz Jacobiana A , de la siguiente manera:

$$\det[A - \lambda I] = 0$$

$$\begin{aligned} &(\mu_{ad} - \vartheta D - \lambda)(\mu_m - \vartheta D - \lambda) \left(-D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} - \lambda \right) \left(-D - k_3 X_m \frac{d\mu_m}{dAV} - \lambda \right) + \\ &\quad (\mu_a - \vartheta D - \lambda) \left(k_3 X_m \mu_m \frac{d\mu_m}{dAV} \right) \left(-D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} - \lambda \right) - \\ &(-\mu_m + \vartheta D + \lambda) \left(k_1 X_{ad} \mu_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} \right) \left(D - k_3 X_m \frac{d\mu_m}{dAV} - \lambda \right) + \left(k_1 k_3 \mu_{ad} \mu_m \frac{d\mu_{ad}}{dS} \right) \left(X_m \frac{d\mu_m}{dAV} \right) = 0 \end{aligned}$$

Evaluando cada punto en el determinante se obtienen los siguientes resultados:

Punto 1 y 2:

$$\begin{aligned} &\lambda^2 \left(-D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} - \lambda \right) \left(-D - k_3 X_m \frac{d\mu_m}{dAV} - \lambda \right) - \\ &\quad \lambda \left(k_3 X_m \vartheta D \frac{d\mu_m}{dAV} \right) \left(-D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} - \lambda \right) - \\ &\quad \lambda \left(k_1 X_{ad} \vartheta D \frac{d\mu_{ad}}{dS} \right) \left(D - k_3 X_m \frac{d\mu_m}{dAV} - \lambda \right) + \\ &\quad \left(k_1 k_3 \vartheta^2 D^2 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} \right) \left(X_m \frac{d\mu_m}{dAV} \right) = 0 \end{aligned}$$

Punto 3 y 4:

$$(\mu_{ad} - \vartheta D - \lambda)(-\lambda)(-D - \lambda) \left(-D - k_3 X_m \frac{d\mu_m}{dAV} - \lambda \right) +$$

$$(\mu_{ad} - \vartheta D - \lambda) \left(k_3 X_m \vartheta D \frac{d\mu_m}{dAV} \right) (-D - \lambda) = 0$$

Punto 5:

$$-\lambda(\mu_m - \vartheta D - \lambda) \left(-D - k_1 X_{ad} \frac{d\mu_{ad}}{dS} - \lambda \right) (-D - \lambda) -$$

$$\left(k_1 X_{ad} \vartheta D \frac{d\mu_{ad}}{dS} \right) (D - \lambda) (-\mu_m + \vartheta D + \lambda) = 0$$

Punto 6:

$$(-D - \lambda)^2 (\mu_{ad} - \vartheta D - \lambda) (\mu_m - \vartheta D - \lambda) = 0$$

Para poder hacer conclusiones sobre la estabilidad de los puntos 1 a 5 es necesario tener los valores de los parámetros del sistema, ya que la complejidad del polinomio de cuarto orden en forma simbólica es alta y difícil de solucionar para encontrar las raíces analíticamente. Por otro lado, el punto 6, debido a su simplicidad permite un análisis simbólico directo que puede ser aplicado a cualquier sistema en general, donde:

$$(-D - \lambda)^2 = 0 \implies \lambda = -D \quad \text{con multiplicidad dos (2)}$$

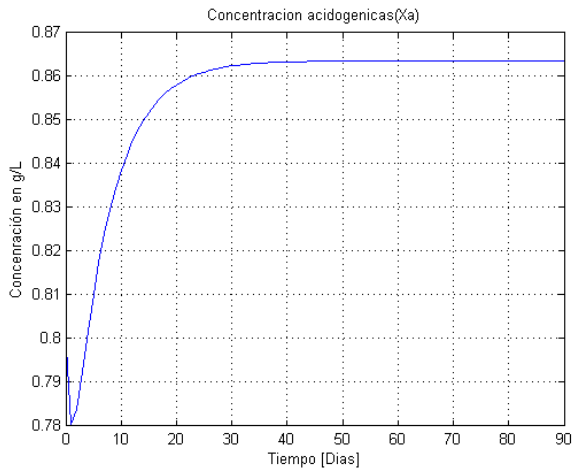
$$(\mu_a - \vartheta D - \lambda) = 0 \implies \frac{\mu_{ad,max} S_{in}}{S_{in} + K_S} < \vartheta D \quad \text{para que } \lambda < 0$$

$$(\mu_m - \vartheta D - \lambda) = 0 \implies \frac{\mu_{m,max} AV_{in}}{\frac{AV_{in}}{K_{IA}} + AV_{in} + K_{AV}} < \vartheta D \quad \text{para que } \lambda < 0$$

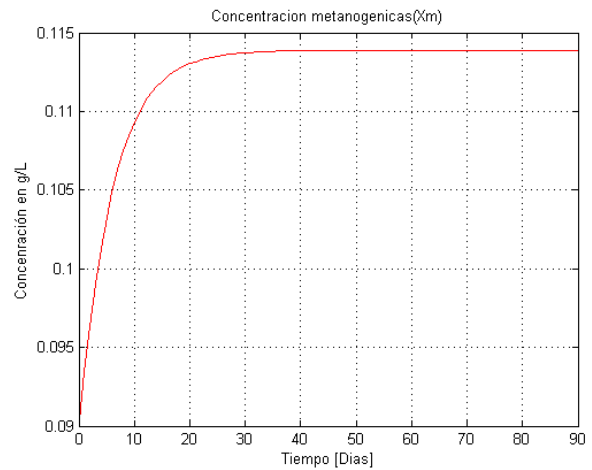
Implica que la condición de lavado depende única y exclusivamente de la velocidad de dilución D .

Al no contar con un conjunto de datos reales que describan el comportamiento de un biodigestor que trata excretas de cerdo para la producción de biogas, se toman datos experimentales de un bioreactor que trata aguas residuales de un viñedo (ver **Anexo G**), con el fin de validar el modelo y realizar un análisis numérico de los puntos de equilibrio 1 a 5. En las **Figuras 5.3.a, 5.3.b, 5.3.c y 5.3.d** se presentan las curvas de simulación para el proceso de fermentación con los datos de [80]:

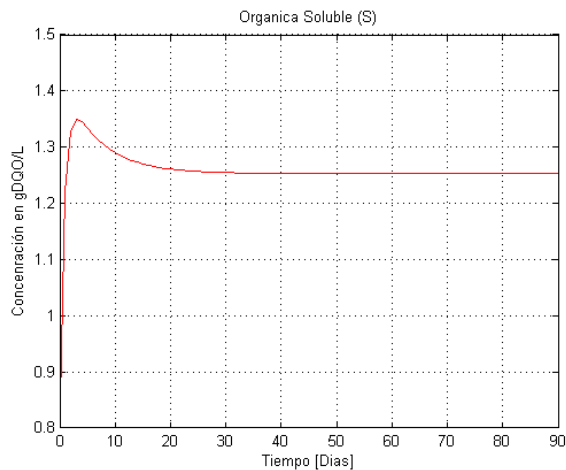
En las **Figuras 5.3.a, 5.3.b, 5.3.c y 5.3.d** se observa el comportamiento de los estados dentro del reactor durante el proceso de digestión. Las curvas de concentración bacteriana presentan un crecimiento hasta llegar a un punto de estabilización, esto implica que las condiciones



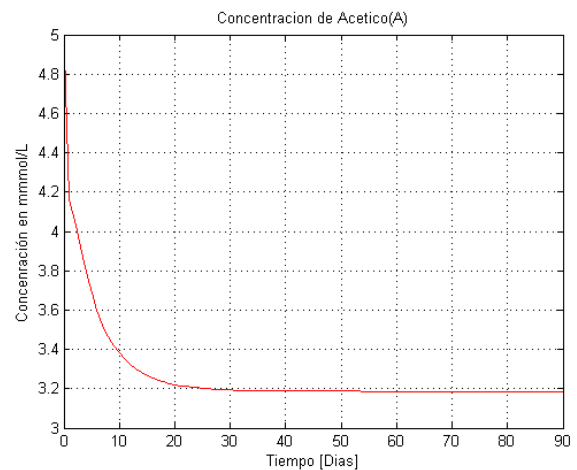
a.



b.



c.



d.

Tabla 5.3: Simulación del funcionamiento del biodigestor con **a.** concentración de bacterias acidogénicas durante el proceso de digestión, **b.** concentración de bacterias metanogénicas durante el proceso de digestión, **c.** concentración de materia orgánica soluble durante el proceso de digestión y **d.** concentración de ácido acético durante el proceso de digestión. Fuente Propia.

dentro del reactor son ideales para un buen consumo de los sustratos S y AV y moderados agentes inhibidores. La curva de la materia orgánica soluble presenta un crecimiento momentáneo debido al periodo en el cual las bacterias acidogénicas comienzan su alimentación y reproducción, de allí en adelante la concentración del sustrato disminuye hasta estabilizarse cuando las velocidades de consumo e ingreso del afluente son las mismas. El ácido acético por su parte, disminuye debido al consumo de las bacterias metanogénicas y es coherente con el crecimiento de las mismas ya que éste actúa como agente inhibidor.

Los puntos de equilibrio según los datos de [80] quedan de la siguiente forma:

Punto 1: $[0.8641, 0.1149, 1.2535, 2.950]$, el cual genera los valores propios: $[-5.7276, -1.3187, -0.1520, -0.1738]$.

Punto 2: $[0.8641, -1.3582, 1.2535, 793.34]$, el cual genera los valores propios: $[-1.3188, -0.5237,$

-0.1520, -0.0866].

Punto 3: [0, -1.3815, 5.10, 793.34], el cual genera los valores propios: [-0.5262, -0.0864, -0.43, 0.3595].

Punto 4: [0, 0.0921, 5.10, 2.9948], el cual genera los valores propios: [-4.6128, -0.1727, -0.43, 0.3595].

Punto 5: [0.8636, 0, 1.2529, 64.35], el cual genera los valores propios: [-0.360, -0.1520, -1.3190, 0.3502].

Punto 6: [0, 0, 5.10, 55], el cual genera los valores propios: [-0.43, -0.43, 0.3599, 0.3546].

De los seis (6) puntos solo los dos primeros son estables, pero, el punto 2 carece de sentido físico por presentar una concentración negativa. La simulación anterior confirma el único punto de estabilidad productivo, ya que como se había sustentado en párrafos anteriores, los puntos 3 a 6 son indeseables para la operación del bioreactor ya que en ellos se puede alcanzar la condición de lavado para una o ambos tipos de bacterias. Estos cuatro (4) puntos son de naturaleza inestable y no hay producción de metano en ellos.

La generación de gas metano para el bioreactor que trata aguas residuales de un viñedo [80] es estimada en la **Figura 5.5**:

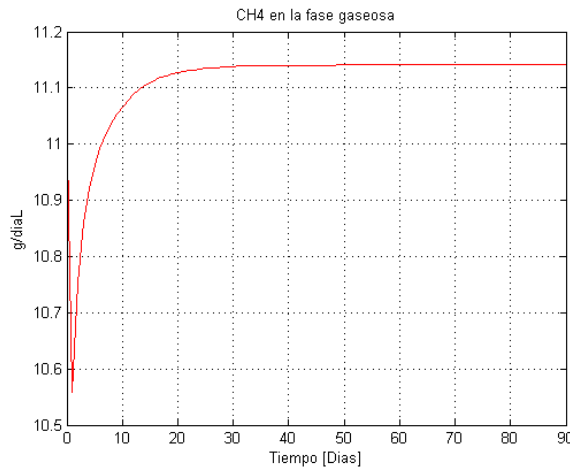


Figura 5.5: Producción de gas metano durante el proceso de digestión. Fuente Propia.

Teóricamente, según la literatura [45], los desechos de cerdo son más eficientes en cuanto a la producción de gas metano que las aguas residuales urbanas o industriales a pequeña escala de producción. Esta afirmación permite deducir que la generación de gas metano del biodigestor que trata excretas de cerdo modelado en este proyecto debe ser superior a la de la **Figura 5.5**.

Capítulo 6

Conclusiones y Recomendaciones

6.1. Conclusiones

- Es posible hacer una clasificación esquemática de los diversos tipos de sistemas que aprovechan los recursos naturales para generar energía alternativa, los cuales permiten al lector, en poco tiempo, conocer las diferentes tecnologías disponibles en el mercado y algunas en experimentación hasta la fecha y seleccionar la planta tentativa a utilizar, según parámetros tales como: la disponibilidad del recurso en el área, el nivel de demanda, el proceso para poderlos aprovechar, su eficiencia en otros.
- Dentro de los parámetros propuestos en la simulación, la etapa de calentamiento de un calentador de agua termosolar es siempre estable, mientras que la etapa de consumo puede llegar a la inestabilidad cuando los flujos de agua caliente que ingresan al tanque son mayores que el caudal de salida hacia la carga. Éste límite está definido por el número de colectores conectados en paralelo.
- El número óptimo de paneles termosolares conectados en paralelo para un calentador de agua depende del volumen del tanque de almacenamiento y de la velocidad con la que el usuario requiere el servicio.
- El sistema fotovoltaico propuesto en este trabajo satisface la demanda energética calculada y, desde este punto de vista, lo hace teóricamente fiable como fuente energética complementaria para una vivienda rural.
- Con los métodos utilizados en éste trabajo no es posible hacer conclusiones acerca de la estabilidad del sistema fotovoltaico.
- Para un proceso de digestión anaerobia descrito con el modelo propuesto en este trabajo, se encontraron seis puntos de equilibrio, de los cuales cuatro de ellos son indeseados de alcanzar para el sistema, pues, en ellos se presenta el lavado de algunas o todas las bacterias, lo que impide la degradación de los sustratos y por ende la producción de biogas.
- Los dos primeros puntos de equilibrio encontrados para el biodigestor descritos de manera analítica, no arrojan ningún argumento concluyente, pues su estabilidad depende de los valores de las constantes con que se calculen.
- El modelo de fermentación anaerobia planteado es funcional siempre y cuando se determinen las constantes para la planta a tratar y datos experimentales del comportamiento del hidráulico y de composición del afluente y efluente.

6.2. Recomendaciones

Los diagramas de clasificación estructurados, las tablas y formatos de las secciones anteriores son una propuesta para que las personas conozcan de forma rápida y sencilla los diferentes dispositivos que aprovechan las ER. A partir de estas herramientas es posible identificar de manera clara las características más generales de las tecnologías y posteriormente particularizarlos según sus necesidades.

Para este proyecto en particular, en la presente sección se brindan unas recomendaciones técnicas que han sido tomadas de manuales de usuarios y de operación [39] [51] [45] que son competentes para aplicaciones ubicadas en el Departamento del Cauca:

Energía Calentador de Agua Termosolar

- Un sistema termosolar adecuadamente calculado e instalado no debe presentar problemas en su operación y manejo, su mantenimiento se reduce a un control visual de fugas de agua y un lavado de vidrio de los colectores, especialmente durante el verano.

Energía Fotovoltaica

- El mantenimiento del panel solar consiste en una limpieza del vidrio, para prevenir que las celdas fotovoltaicas no puedan capturar la radiación solar.
- Se recomienda en lo posible utilizar una sola batería con la capacidad necesaria, ya que al utilizar dos o más en paralelo se presentan desbalances en los procesos de carga/descarga. Esto ocasiona inversión en la polaridad en las placas y por ende, pérdida de capacidad de todo el conjunto de baterías.
- Se recomienda colocar la batería en un ambiente alejado de la humedad y muy bien ventilado principalmente con el fin de que en el recinto donde se encuentra se eviten concentraciones tóxicas de hidrógeno, que se produce en el momento en que la batería entra a la región de sobrecarga.

Biodigestor Anaerobio

- Para regiones tropicales se recomienda que este protegido del sol con un tejado de aluminio u hoja de Palma, para evitar la rápida degradación del poliuretano del cual está hecho el biodigestor y alargar así su vida útil.
- Una vez instalado el biodigestor se realiza la primera carga. Lo más importante es adicionar buena cantidad de estiércol mezclado con agua, suficiente para que la mezcla esté lo más uniforme posible y seguir adicionando hasta que las bocas de los tubos queden tapadas y el aire no tenga acceso al interior del biodigestor para la producción del metano.
- Si el acceso de agua se ve restringido, se recomienda utilizar fertilizante líquido de salida como “agua” de mezcla con estiércol fresco.

- Durante la producción de metano se acumula agua en las tuberías que conducen el biogas, por tanto, se recomienda colocar una “T con la tercera salida tapada por un tapón de rosca, de manera que regularmente, se abra el tapón para que salga el agua acumulada.
- En caso de que no se consuma el biogas, se recomienda colocar una válvula de seguridad que permita su escape y a la vez no permita el paso de aire hacia afuera.
- Cuidar que ramas o herramienta no estén cerca del biodigestor.
- Verificar que el invernadero siempre esté cubierto del sol.
- Mezclar el contenido del biodigestor desde afuera o en el interior con una vara introducida en los tubos, con el fin de evitar exceso de sedimentación. Mantener tenso.
- Enmallarlo para que no se metan animales.
- Hacer cajas de mezcla a la entrada y a la salida del el biodigestor, para poder mezclar bien el estiércol con el agua y poder acumular el fertilizante y llevarlo a la zona de riego.
- Estar atento a la trampa de agua para que nunca falte en ella agua, ya que de evaporarse, el biogas se escapara y las bacterias dentro del biodigestor moriran al entrarle aire.

Anexo A

Cálculo del Coeficiente de Transferencia de Calor Total del Colector Solar de Placa Plana

En este anexo se desarrolla el cálculo del coeficiente de transferencia de calor total del colector solar de placa plana U_c , para ello se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

- El desempeño del colector es en estado estacionario.
- No hay absorción de radiación por la cubierta de vidrio.
- El flujo a través de la cubierta de vidrio y el aislante posterior es unidimensional.
- Hay una caída despreciable de temperatura a través de la cubierta de vidrio.
- La cobertura de vidrio es opaca para la radiación infrarroja.
- El cielo es considerado como un cuerpo negro para radiación de longitud de onda larga a la temperatura equivalente del ambiente.
- Las propiedades de los materiales son independientes de la temperatura.
- La temperatura del ambiente en la parte superior y posterior del colector es la misma.
- Los efectos del polvo y la suciedad sobre la cubierta de vidrio son despreciables.
- No hay sombreado sobre el plato absorbedor.

Las pérdidas de energía hacia el ambiente pueden dividirse en tres (3), por comodidad, para representar el flujo de la superficie superior e inferior del plato absorbedor y el flujo a través de los bordes o caras laterales del mismo; como lo muestra la **Figura A.1**. Por lo tanto, el coeficiente de transferencia de calor U_c puede expresarse como:

$$U_c = U_t + U_b + U_e \quad [W/m^2 \cdot ^\circ C] \quad (A.1)$$

Donde U_t es el coeficiente de transferencia de calor superior, U_b es el coeficiente de transferencia de calor inferior y U_e es el coeficiente de transferencia de calor lateral del colector.

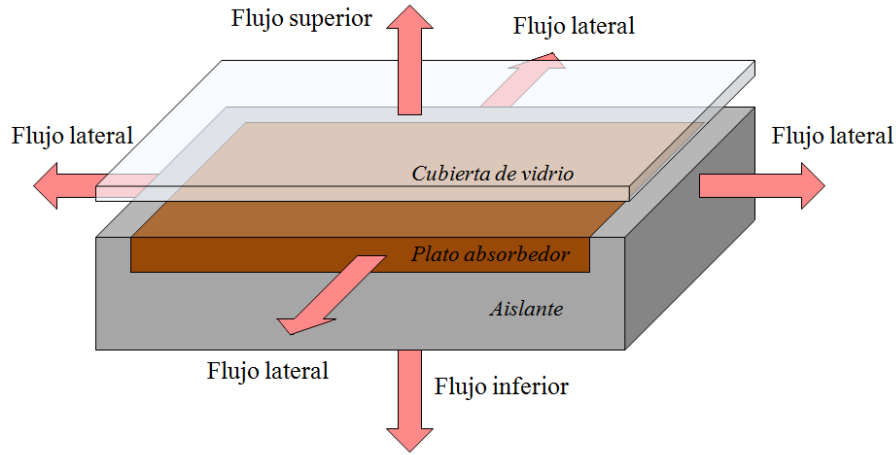


Figura A.1: Diagrama espacial de las pérdidas de calor en el plato absorbedor. Fuente Propia

El cálculo de U_t parte de la red térmica de la **Figura A.2**, en la cual se observa que éste está relacionado con una resistencia térmica superior R_t . Esta resistencia se puede encontrar resolviendo el circuito térmico equivalente:

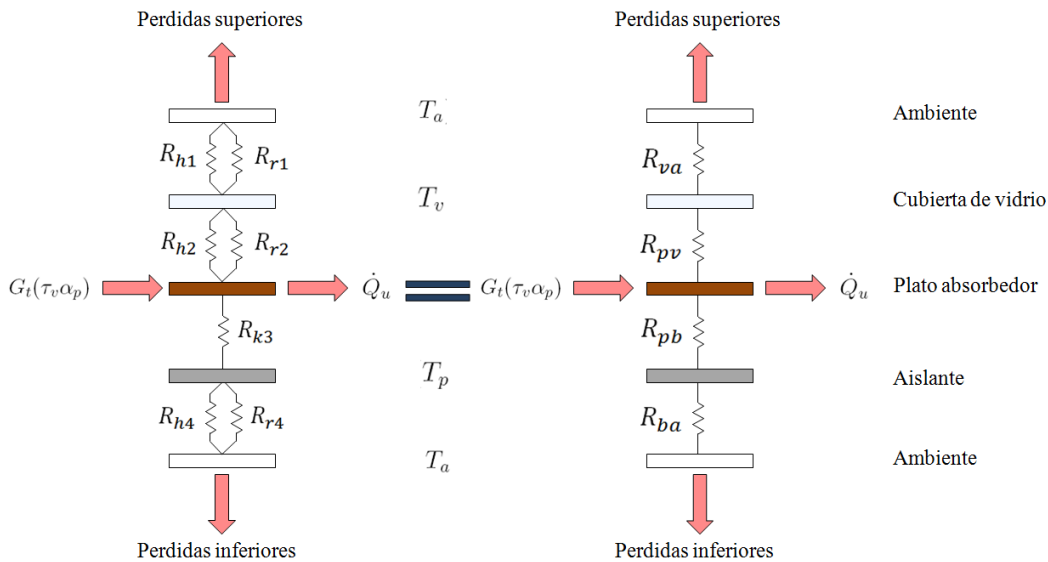


Figura A.2: Red térmica para las pérdidas de calor superior e inferior en el plato absorbedor. Fuente Propia

$$U_t = \frac{1}{A_c R_t} = \frac{1}{A_c (R_{pv} + R_{va})} \quad [W/m^2 \cdot ^\circ C] \quad (A.2)$$

Donde R_{pv} es la resistencia térmica total entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio; y R_{va} es la resistencia térmica entre la cubierta de vidrio y el ambiente. Cada una de estas resistencias es el resultado de la suma en paralelo de resistencias térmicas a la radiación y a la convección,

debido a que entre las superficies existe una separación con aire.

Las pérdidas de calor por radiación entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio se calculan a partir de la red térmica de la **Figura A.3**, en la cual se ve claramente que:

$$R_{r2} = R_p + R_{p \rightarrow v} + R_v \quad [^{\circ}C/W] \quad (A.3)$$

Donde R_{r2} es la resistencia térmica a la radiación entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio, R_p es la resistencia térmica del plato absorbedor a la radiación, $R_{p \rightarrow v} + R_v$ es la resistencia térmica del espacio entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio y R_v es la resistencia térmica de la cubierta de vidrio a la radiación.

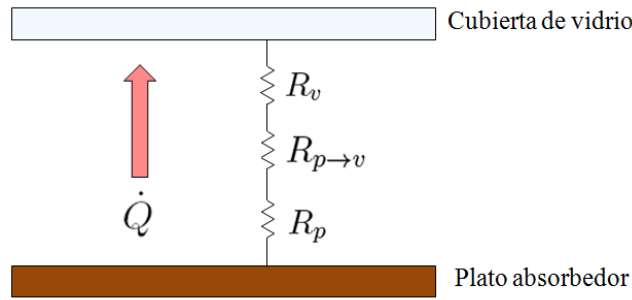


Figura A.3: Red térmica para la transferencia de calor entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio. Fuente Propia

Por balance superficial de flujo de calor se tiene que la velocidad neta de transferencia de calor por radiación para el espacio entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio es:

$$\dot{Q} = \left(\begin{array}{l} \text{Radiación que sale del} \\ \text{plato absorbedor y choca} \\ \text{contra la cubierta de vidrio} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} \text{Radiación que sale de la} \\ \text{cubierta de vidrio y choca} \\ \text{contra el plato absorbedor} \end{array} \right)$$

$$\dot{Q} = A_c J_p F_{pv} - A_c J_v F_{vp}$$

Donde J_p es la radiosidad del plato absorbedor, F_{pv} es el factor de visión del plato absorbedor a la cubierta de vidrio, J_v es la radiosidad de la cubierta de vidrio y F_{vp} es el factor de visión de la cubierta de vidrio al plato absorbedor.

Como la relación de reciprocidad establece que para dos superficies i y j , $A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$. En este caso $A_i = A_j = A_c$, entonces $F_{pv} = F_{vp}$, por lo tanto:

$$\dot{Q} = A_c F_{pv} (J_p - J_v) = \frac{J_p - J_v}{R_{p \rightarrow v}} \quad \text{con} \quad R_{p \rightarrow v} = \frac{1}{A_c F_{pv}}$$

Teniendo en cuenta que las placas están ubicadas paralelas entre sí y las dos superficies tienen la misma área A_c , toda la radiación que sale de la superficie del plato absorbedor llega a la superficie de la cubierta de vidrio, por lo tanto el factor de visión entre ellas es 1. La resistencia térmica $R_{p \rightarrow v}$ queda entonces:

$$R_{p \rightarrow v} = \frac{1}{A_c} \quad [^{\circ}C/W] \quad (A.4)$$

Por otro lado, para encontrar las resistencias térmicas propias de cada superficie se parte de que:

$$\left(\begin{array}{c} \text{Velocidad neta de} \\ \text{transferencia de calor} \\ \text{desde una superficie} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Radiación} \\ \text{que sale de} \\ \text{la superficie} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Radiación que} \\ \text{incide sobre} \\ \text{la superficie} \end{array} \right)$$

Por lo tanto, para la superficie del plato absorbedor se tiene:

$$\dot{Q} = A_c J_p - A_c G_p$$

Donde G_p es la irradiación del plato absorbedor. La radiosidad J está definida como:

$$J = \left(\begin{array}{c} \text{Radiación} \\ \text{que emite} \\ \text{la superficie} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{Radiación que} \\ \text{refleja} \\ \text{la superficie} \end{array} \right)$$

entonces:

$$J_p = \varepsilon_p E_{bp} + \rho_p G_p$$

Donde ε_p es la emisividad del plato absorbedor, E_{bp} es el poder de emisión de cuerpo negro para el plato absorbedor y ρ_p es la reflectividad del plato absorbedor.

Para superficies grises y opacas $\tau = 0$ y $\varepsilon = \alpha$, entonces $\alpha + \rho = 1$ y:

$$J_p = \varepsilon_p E_{bp} + (1 - \varepsilon_p) G_p$$

Despejando G_p se tiene $G_p = \frac{J_p - \varepsilon_p E_{bp}}{1 - \varepsilon_p}$ y reemplazando:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= A_c \left[J_p - \left(\frac{J_p - \varepsilon_p E_{bp}}{1 - \varepsilon_p} \right) \right] \\ &= \frac{A_c \varepsilon_p}{1 - \varepsilon_p} (E_{bp} - J_p)\end{aligned}$$

El mismo procedimiento se aplica para la cubierta de vidrio y finalmente se obtiene para el plato absorbedor:

$$\dot{Q} = \frac{E_{bp} - J_p}{R_p} \quad \text{con} \quad R_p = \frac{1 - \varepsilon_p}{A_c \varepsilon_p} \quad (\text{A.5})$$

y para la cubierta de vidrio:

$$\dot{Q} = \frac{E_{bv} - J_v}{R_v} \quad \text{con} \quad R_v = \frac{1 - \varepsilon_v}{A_c \varepsilon_v} \quad (\text{A.6})$$

Donde ε_v es la emisividad de la cubierta de vidrio.

Retomando la **Ecuación A.3** y reemplazando las expresiones de la **Ecuación A.5** y **Ecuación A.6** se tiene:

$$\begin{aligned}R_{r2} &= \frac{1 - \varepsilon_p}{A_c \varepsilon_p} + \frac{1}{A_c} + \frac{1 - \varepsilon_v}{A_c \varepsilon_v} \\ R_{r2} &= \frac{1}{A_c} \left(\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1 \right)\end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Las pérdidas de calor por radiación del plato absorbedor a la cubierta de vidrio son:

$$\dot{Q} = \frac{E_{bp} - E_{bv}}{R_{r2}} = \frac{A_c \sigma (T_p^4 - T_v^4)}{\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1} \quad (\text{A.8})$$

Donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann y es igual a $5,67 \times 10^{-8} \text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$.

Ahora, la velocidad de transferencia de calor por convección del plato absorbedor a la cubierta de vidrio se expresa según la Ley de enfriamiento de Newton en la **Ecuación A.9**:

$$\dot{Q} = h_2 A_c (T_p - T_v) = \frac{T_p - T_v}{R_{h2}} \quad \text{con} \quad R_{h2} = \frac{1}{A_c h_2} \quad (\text{A.9})$$

Donde h_2 es el coeficiente de transferencia de calor por convección del plato absorbedor al la cubierta de vidrio y R_{h2} es la resistencia térmica a la convección entre el plato absorbedor y la cubierta de vidrio.

Uniendo la **Ecuación A.8** y la **Ecuación A.9** se obtiene la velocidad total de transferencia de calor del plato absorbedor a la cubierta de vidrio:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= h_2 A_c (T_p - T_v) + \frac{A_c \sigma (T_p^4 - T_v^4)}{\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1} \\ &= U_{pv} A_c (T_p - T_v) \end{aligned}$$

$$\text{donde } U_{pv} = h_2 + \frac{\sigma (T_p + T_v)(T_p^2 + T_v^2)}{\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1}.$$

Para analizar el flujo de calor de la cubierta de vidrio al ambiente, se considera el cielo como un cuerpo negro irradiando a la temperatura ambiente T_a y se realiza el mismo procedimiento anterior para la transferencia de calor de la superficie, obteniendo para la transferencia de calor por radiación:

$$\dot{Q} = A_c \sigma \varepsilon_v (T_v^4 - T_a^4) \quad (\text{A.10})$$

y para la transferencia de calor por convección:

$$\dot{Q} = h_1 A_c (T_v - T_a) = \frac{T_v - T_a}{R_{h1}} \quad \text{con} \quad R_{h1} = \frac{1}{A_c h_1} \quad (\text{A.11})$$

Donde h_1 es el coeficiente de transferencia de calor por convección de la cubierta de vidrio al ambiente.

Uniendo la **Ecuación A.10** y la **Ecuación A.11** se obtiene la velocidad total de transferencia de calor de la cubierta de vidrio al ambiente:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= h_1 A_c (T_v - T_a) + A_c \sigma \varepsilon_v (T_v^4 - T_a^4) \\ &= U_{va} A_c (T_v - T_a)\end{aligned}$$

donde $U_{va} = h_1 + \sigma \varepsilon_v (T_v + T_a)(T_v^2 + T_a^2)$

Finalmente se tiene:

$$U_t = U_{pv} + U_{va}$$

$$\boxed{U_t = h_1 + h_2 + \frac{\sigma(T_p + T_v)(T_p^2 + T_v^2)}{\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1} + \sigma \varepsilon_v (T_v + T_a)(T_v^2 + T_a^2)} \quad (\text{A.12})$$

Para hallar el coeficiente de transferencia de calor inferior U_b del colector se tiene en cuenta que las pérdidas de calor se dan primero por conducción entre el plato absorbedor y el aislante y luego por convección y radiación del aislante al ambiente. Debido a que el incremento de temperatura en la superficie exterior del aislante es muy pequeña, las pérdidas de calor por radiación y convección al ambiente se desprecian, por lo tanto $R_{ba} = 0$. La red térmica para la transferencia de calor del plato absorbedor al aislante se muestra en la **Figura A.4**:

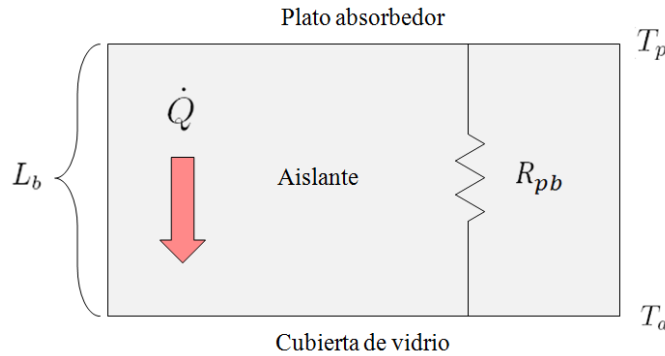


Figura A.4: Red térmica para la transferencia de calor entre el plato absorbedor y el aislante inferior. Fuente Propia

En la **Figura A.4** las superficies superior e inferior del aislante se encuentran a las temperaturas T_p y T_a respectivamente, ya que por la Cero de la Termodinámica, al estar en contacto con el plato absorbedor y el ambiente, llegan al equilibrio térmico.

De acuerdo con la Ley de Fourier de la conducción, la velocidad de transferencia de calor hacia el aislante se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -k_b A_c \frac{dT}{dx} \\ &= k_b A_c \frac{T_c - T_a}{L_b}\end{aligned}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_c - T_a}{R_{pb}} \quad \text{con} \quad R_{pb} = \frac{L_b}{A_c k_b} \quad (\text{A.13})$$

Donde k_b es la conductividad térmica del material aislante, L_b es el grosor del aislante en la dirección del flujo y R_{pb} es la resistencia térmica a la conducción en el aislante. Entonces:

$$U_b = \frac{k_b}{L_b} \quad (\text{A.14})$$

Las pérdidas de calor en los bordes laterales del plato absorbedor se calculan de igual forma que las pérdidas por el aislante inferior, pero para poder sumarlo con los demás coeficientes es necesario poner U_e en términos del área A_c del colector. Para ello se introduce el factor de relación $r_e = A_e/A_c$, donde $A_e = a_e \cdot (\text{Perímetro del Colector})$ es el área lateral del colector por la cual fluye el calor. La **Figura A.5** muestra las superficies que intervienen en la transferencia de calor y permite deducir fácilmente que:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= k_b A_e \frac{T_c - T_a}{L_e} \\ &= k_b r_e A_c \frac{T_c - T_a}{L_e} \\ &= U_e A_c (T_c - T_a)\end{aligned}$$

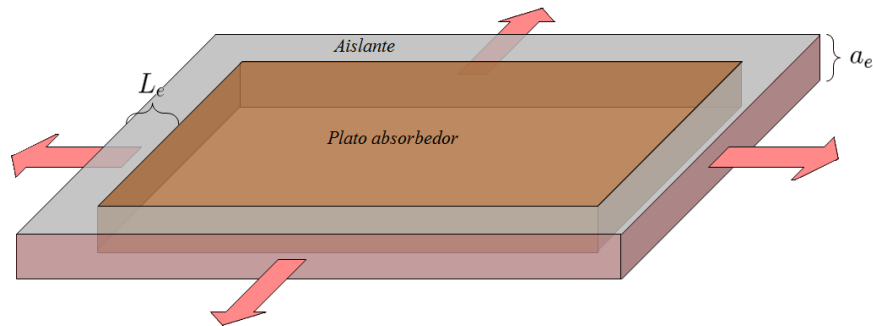


Figura A.5: Diagrama para la transferencia de calor entre los bordes del plato absorbedor y el aislante lateral. Fuente Propia

Donde:

$$\boxed{U_e = \frac{k_b r_e}{L_e}} \quad (\text{A.15})$$

Finalmente, retomando la **Ecuación A.1** y reemplazando en ella la **Ecuación A.12**, la **Ecuación A.14** y la **Ecuación A.15** se llega a:

$$\boxed{U_c = h_1 + h_2 + \frac{\sigma(T_p + T_v)(T_p^2 + T_v^2)}{\frac{1}{\varepsilon_p} + \frac{1}{\varepsilon_v} - 1} + \sigma\varepsilon_v(T_v + T_a)(T_v^2 + T_a^2) + k_b \left(\frac{1}{L_b} + \frac{r_e}{L_e} \right)} \quad (\text{A.16})$$

Anexo B

Cálculo de la Resistencia Térmica del Tanque de Almacenamiento

En este anexo se desarrolla el cálculo de la resistencia térmica del tanque de almacenamiento R_s , para ello se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

- El tanque de almacenamiento tiene una forma cilíndrica perfecta y se utiliza en posición vertical.
- Los estratos de temperatura se distribuye equitativamente dentro del tanque.
- El tanque ésta hecho de una material térmicamente aislante.

Considerando un tanque recubierto de poliuretano, material aislante térmico, como lo muestra la **Figura B.1**; las pérdidas de calor se dividen según la superficie. En este caso el flujo de energía a través de la pared del tanque y el flujo a través de las tapas del mismo se analizan por separado. En los dos casos, se desprecian la pérdidas de calor por radiación y convección entre el aislamiento de poliuretano y el ambiente ya que son mínimas y la superficie externa del aislamiento prácticamente no incrementa su temperatura.

Para calcular la resistencia térmica a través de las tapas del cilindro R_f solo se consideran las pérdidas de calor por conducción entre el fluido y el poliuretano como lo muestra la **Figura B.2**.

Las pérdidas de calor para las tapas del tanque, en general, se pueden expresar como:

$$\dot{Q}_a = -k_s A_f \frac{dT}{dz} \quad (\text{B.1})$$

Donde k_s es la conductividad térmica del poliuretano y A_f es el área de las caras o tapas del cilindro que conforma el tanque. Como la transferencia de energía se realiza dentro del material aislante, por equilibrio térmico la superficie interna se encuentra a la temperatura del fluido y la externa a la temperatura ambiente, de esta forma la **Ecuación B.1** queda:

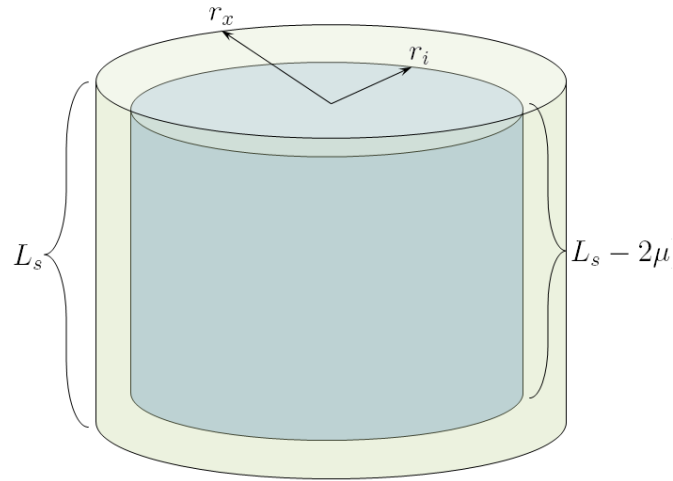


Figura B.1: Diagrama esquemático de la geometría del tanque de almacenamiento y su recubrimiento de poliuretano. Fuente Propia

$$\dot{Q}_a = -k_s \pi r_i^2 \frac{(T_a - T_s)}{\mu}$$

Donde r_i es el radio interno del tanque y T_s la temperatura a la que se encuentra el fluido dentro del mismo.

$$\dot{Q}_a = \frac{T_s - T_a}{R_f}$$

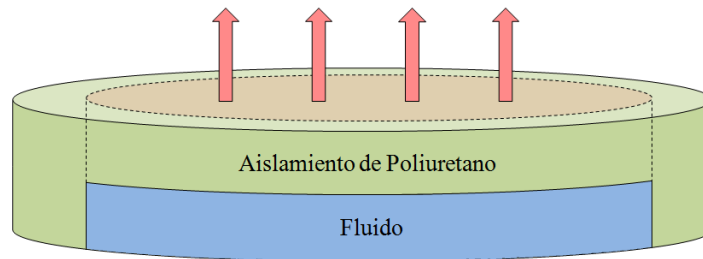


Figura B.2: Diagrama esquemático de la transferencia de calor a través del recubrimiento de poliuretano en las tapas del tanque. Fuente Propia

Donde:

$$R_f = \frac{\mu}{\pi k_s r_i^2} \tag{B.2}$$

Por simetría, la **Ecuación B.2** es válida para las dos caras del tanque. Por otro lado, el cálculo de la resistencia térmica a través de la pared del tanque R_l parte de la **Figura B.3**, en la cual se muestra que el tanque se divide en tres (3) secciones iguales (estratos). Debido a que cada sección tiene una temperatura diferente, para aplicaciones prácticas, R_l se calcula para una sección y no para todo el cilindro.

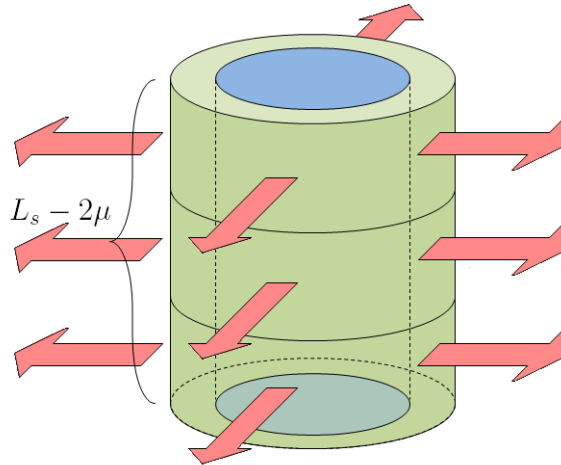


Figura B.3: Diagrama esquemático de la transferencia de calor a través del recubrimiento de poliuretano en la pared del tanque. Fuente Propia

Las pérdidas de calor para la pared del tanque, en general, se pueden expresar como:

$$\dot{Q}_a = -k_s A_l \frac{dT}{dz} \quad (\text{B.3})$$

Donde A_l es el área de las caras o tapas del cilindro que conforma el tanque. Reacomodando e integrando en los dos lados, la **Ecuación B.3** queda:

$$\int_{r_i}^{r_x} \frac{\dot{Q}_a}{A_l} dr = -k_s \int_{T_s}^{T_a} dT$$

$$\frac{3\dot{Q}_a}{2\pi(L_s - 2\mu)} \int_{r_i}^{r_x} \frac{1}{r} dr = -k_s(T_a - T_s)$$

Donde r_x es el radio externo del tanque, L_s es el alto total del cilindro y μ es el grosor del aislante.

$$\frac{3\dot{Q}_a}{2\pi(L_s - 2\mu)} \ln \left(\frac{r_i}{r_x} \right) = -k_s(T_a - T_s)$$

$$\dot{Q}_a = \frac{2\pi(L_s - 2\mu)k_s}{3 \ln(r_i/r_x)}(T_s - T_a)$$

$$\dot{Q}_a = \frac{T_s - T_a}{R_l}$$

Donde:

$$\boxed{R_l = \frac{3 \ln(r_i/r_x)}{2\pi(L_s - 2\mu)k_s}} \quad (\text{B.4})$$

La resistencia térmica para el segundo estrato es simplemente R_l debido a la ausencia de superficies adicionales. El inverso de la resistencia térmica para el primer y tercer estrato es la suma en paralelo de R_l y R_f de modo que:

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_l} + \frac{1}{R_f}$$

$$\boxed{R_s = \frac{R_l + R_f}{R_l R_f}} \quad (\text{B.5})$$

Anexo C

Conceptos Básicos de Semiconductores

Como en los átomos, la mayoría de las propiedades de los sólidos se expresan en términos de energía que está estrechamente ligada a los electrones. Pero mientras en los átomos las energías se encuentran en niveles discretos, en los sólidos se extienden en *bandas de energía*. Cuando los átomos se juntan para formar un cristal los niveles energéticos asociados a las orbitas de los electrones externos se separan para formar bandas. En cada banda permitida existen los niveles discretos de los electrones y la separación entre ellos es pequeña comparada con el ancho total de la banda. Los electrones de la capa externa son los únicos que interactúan con otros átomos y están en la banda más alta que corresponde al estado de electrones de valencia llamada *banda de valencia*. Algunos electrones de la banda de valencia pueden poseer la energía suficiente para saltar a una banda más alta llamada *banda de conducción*, la cual es la responsable de la conductividad eléctrica y térmica. En la **Figura C.1** se puede ver la diferencia de energía de un electrón en la banda de valencia y otro en la capa más interna de la banda de conducción, ésta región es llamada *gap de energía* o *zona prohibida* [54].

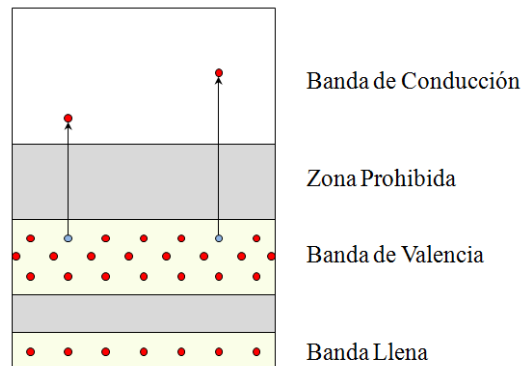


Figura C.1: Diagrama esquemático de las bandas de energía de un material semiconductor.
Fuente Propia.

Los materiales semiconductores en su estado puro se denominan *semiconductores intrínsecos*, y éstos a su vez dan origen a los *semiconductores extrínsecos* mediante procesos de dopaje con impurezas. Si el material de dopaje tiene más electrones en la banda de valencia que el semiconductor, el material dopado es llamado *semiconductor tipo n* y contiene un exceso de electrones; si por el contrario contiene menos electrones que el semiconductor, el material dopado es un *semiconductor tipo p* con un exceso de huecos positivos que pueden acomodar electrones, los dos tipos

de material se muestran en la **Figura C.2** [53].

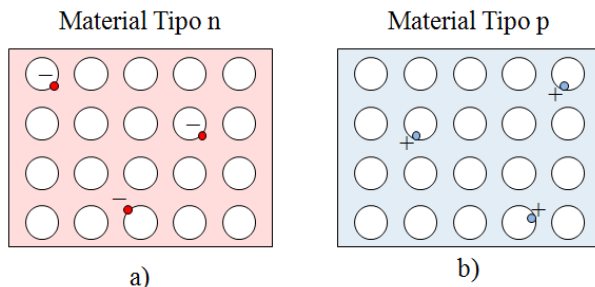


Figura C.2: Diagrama esquemático de un material semiconductor (a.) tipo n y (b.) tipo p . Fuente Propia.

Los electrones y huecos de estos semiconductores pueden moverse a través de la red cristalina mediante difusión y cuando los dos tipos de material se unen, el exceso de electrones del material tipo n salta la unión para llenar los huecos del material tipo p , los cuales a su vez se difunden hacia el material tipo n dejando este lado de la unión cargado positivamente y el lado p cargado negativamente como se observa en la **Figura C.3**.

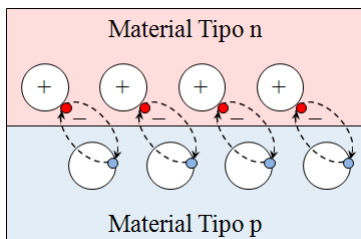


Figura C.3: Diagrama esquemático de una juntura pn . Fuente Propia.

Las cargas negativas del lado p restringen el movimiento de electrones adicionales desde el material tipo n . El material donador tipo n contiene electrones con una energía localizada en la zona prohibida, esta nueva banda es llamada *nivel de donador*, por su parte el material receptor tipo p acepta electrones adicionales con energía en el *nivel de receptor* que también se encuentra dentro de la zona prohibida. En la **Figura C.4** se presenta el diagrama esquemático de los niveles de donador y receptor [23].

En un material tipo n el número de portadores de carga negativa es mucho mayor que el número de portadores de carga positiva. Por lo tanto los electrones son *portadores mayoritarios* y los huecos son *portadores minoritarios*. La observación inversa se aplica al material tipo p , donde los huecos son los portadores mayoritarios y los electrones los minoritarios.

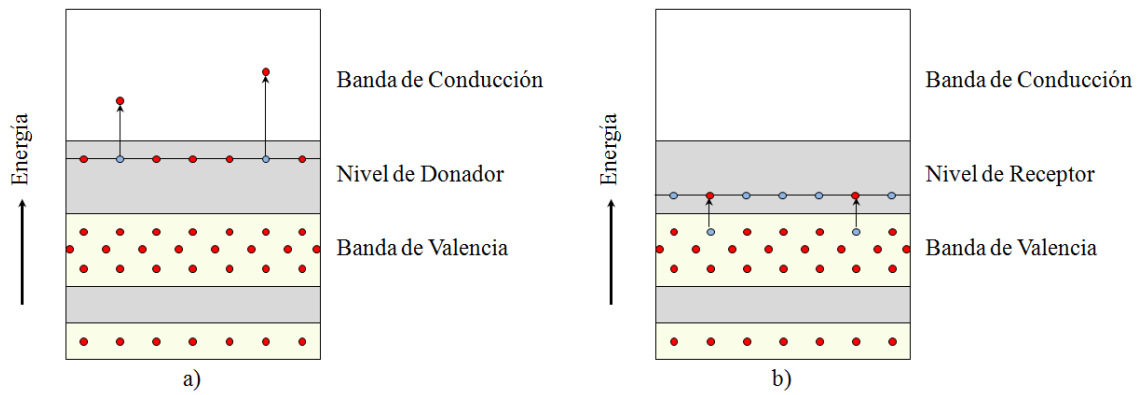


Figura C.4: Diagrama de energía de un semiconductor (a.) tipo n y (b.) tipo p. Fuente Propia.

Anexo D

Ecuaciones de Dispositivos Semiconductores

Las ecuaciones básicas para la operación de un dispositivo semiconductor describen el comportamiento de los portadores de carga en los semiconductores bajo la influencia de un campo eléctrico y/o iluminación, los cuales causan desviaciones del punto de equilibrio electrónico y/o térmico. En una sola dimensión la ecuación de Poisson relaciona el campo eléctrico \mathcal{E} con la densidad espacial de carga ρ^{e^-} :

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = -\frac{d\mathcal{E}(x)}{dx} = -\frac{\rho^{e^-}(x)}{\epsilon_0\epsilon_m} \quad (\text{D.1})$$

Donde ψ es el potencial electrostático, ϵ_0 la permisividad eléctrica en el vacío y ϵ_m es la permisividad eléctrica del medio. Las corrientes de electrones i_e y de huecos i_h están dadas por:

$$i_e(x) = eD_e \frac{dn(x)}{dx} + e\mu_e n(x)\mathcal{E}(x) \quad (\text{D.2})$$

$$i_h(x) = -eD_h \frac{dp(x)}{dx} + e\mu_h p(x)\mathcal{E}(x) \quad (\text{D.3})$$

Donde p y n son las densidades de huecos y electrones respectivamente, μ es la movilidad de los portadores de carga y D es la constante de difusión de los huecos o electrones. El primer término de la derecha de la **Ecuación D.2** y la **Ecuación D.3** son corrientes de difusión impulsadas por un gradiente de concentración de cargas y el segundo, son corrientes impulsadas por el campo eléctrico \mathcal{E} .

Las ecuaciones de continuidad que relacionan la divergencia de la corriente i con las velocidades de generación y recombinación de los portadores de carga están dadas de la siguiente manera:

$$0 = \frac{1}{e} \frac{di_e(x)}{dx} - r_e(x) + g_e(x) \quad (\text{D.4})$$

$$0 = -\frac{1}{e} \frac{di_h(x)}{dx} - r_h(x) + g_h(x) \quad (\text{D.5})$$

Donde $r(x)$ y $g(x)$ son las velocidades volumétricas de recombinación y generación, respectivamente, dependientes de la posición x .

Sustituyendo las corrientes de las **Ecuaciones D.2** y **D.3** en las ecuaciones de continuidad de las **Ecuaciones D.4** y **D.5** se obtiene una pareja de ecuaciones diferenciales: las ecuaciones de transporte.

$$D_e \frac{d^2 n}{dx^2} + \mu_e \mathcal{E} \frac{dn}{dx} + n \mu_e \frac{d\mathcal{E}}{dx} - r_e(x) + g_e(x) = 0 \quad (\text{D.6})$$

$$D_h \frac{d^2 p}{dx^2} + \mu_h \mathcal{E} \frac{dp}{dx} - p \mu_h \frac{d\mathcal{E}}{dx} - r_h(x) + g_h(x) = 0 \quad (\text{D.7})$$

Anexo E

Glosario Digestión Anaerobia

Ácidos Grasos: Biomolécula de naturaleza lipídica formada por una larga cadena hidrocarbonada lineal, de diferente número de átomos de carbono, en cuyo extremo hay un grupo carboxilo ($-COOH$).

Ácidos Orgánicos: Variedad de ácidos que se concentran habitualmente en los frutos de numerosas plantas. Son compuestos orgánicos que poseen al menos un grupo ácido. Se distinguen el ácido cítrico, fórmico, acético, málico, tartárico, salicílico, oxálico, y los grasos.

Aminoácido: Molécula orgánica con un grupo amino ($-NH_2$) y un grupo carboxilo ($-COOH$) unidos a un carbono central.

Acetato: El anión acetato, $[C_2H_3O_2^-]$, es un carboxilato y es el base conjugada del ácido acético. El ión acetato está formado por la desprotonación del ácido acético: $CH_3COOH \rightleftharpoons CH_3COO^- + H^+$.

Celulosa: Polisacárido compuesto exclusivamente de moléculas de β -glucosa (desde cientos hasta varios miles de unidades), es un homopolisacárido rígido y no soluble en agua.

Demanda Química de Oxígeno (DQO): Medida indirecta del contenido de materia orgánica y compuestos oxidables en una muestra líquida. Se define como la cantidad de oxígeno necesaria para oxidar completamente la materia orgánica y los compuestos oxidables de una determinada muestra. Se da en $mg\ O_2/l$.

Demanda Química de Oxígeno Soluble (DQO_{sol}): Medida indirecta del contenido de materia orgánica soluble.

Electrolito: Especies que en disolución acuosa conducen la corriente eléctrica. Los *electrolitos fuertes* son sustancias que conducen bien la electricidad en disoluciones acuosas diluidas. Los *electrolitos débiles* conducen la electricidad muy poco en disoluciones acuosas.

Glucosa: Monosacárido con fórmula molecular $C_6H_{12}O_6$.

Hidratos de Carbono o Carbohidratos: Biomoléculas compuestas por carbono, hidrógeno y oxígeno. Estas moléculas no son átomos de carbono hidratados, es decir, enlazados a moléculas de agua, sino que constan de átomos de carbono unidos a otros grupos funcionales como carbonilo

e hidroxilo.

Lípido: Conjunto de moléculas orgánicas, la mayoría biomoléculas, compuestas principalmente por carbono e hidrógeno y en menor medida oxígeno, aunque también pueden contener fósforo, azufre y nitrógeno.

Mineralización de la Materia Orgánica: Degradación completa de un compuesto a sus constituyentes minerales.

Nitrógeno Amoniacal: Nitrógeno combinado en forma de amoníaco (NH_3) o amonio (NH_4^+).

Polimerización: Proceso químico por el que los reactivos, en este caso monómeros que son compuestos de bajo peso molecular, se agrupan químicamente entre sí, dando lugar a una molécula de gran peso, llamada polímero, o bien una cadena lineal o una macromolécula tridimensional.

Proteína: Macromoléculas formadas por cadenas lineales de aminoácidos.

Reacción Autocatalítica: Reacción en la que uno de los productos actúa como catalizador.

Sólidos Volátiles o Materia Volátil: Representan la parte de los sólidos totales del estiércol que están sujetos a pasar a fase gaseosa.

Tampón: Buffer, solución amortiguadora o solución reguladora. Mezcla en concentraciones relativamente elevadas de un ácido débil y su base conjugada, es decir, sales hidrolíticamente activas. Tienen la propiedad de mantener estable el pH de una disolución frente a la adición de cantidades relativamente pequeñas de ácidos o bases fuertes. Tampónes típicos son el par amoníaco-catión amonio, ácido acético-anión acetato, anión carbonato-anión bicarbonato.

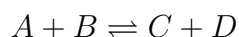
Sólidos Totales: Representan el peso del estiércol una vez seco, y por tanto es la carga real de materia sólida que se introduce en el biodigestor.

Anexo F

Leyes Químicas

Equilibrio Químico

Supongase una reacción química descrita de modo general como sigue:



Donde A y B son los reactivos y C y D son los productos. La velocidad con la cual A y B reaccionan es proporcional a sus concentraciones es decir:

$$\begin{aligned}v_1 &= k_1[A]^a[B]^b \text{ velocidad directa} \\v_2 &= k_2[C]^c[D]^d \text{ velocidad indirecta}\end{aligned}$$

Donde k_1 y k_2 son las constantes de velocidad de reacción directa e inversa respectivamente y a , b , c y d son el orden de la reacción, para reacciones de primer orden estos coeficiente valen 1.

Cuando se alcanza el equilibrio, las velocidades a las que transcurre la reacción, de reactivos a productos es igual a la velocidad en sentido inverso, es decir, de productos a reactivos:

$$v_1 = v_2$$

De los cual:

$$\begin{aligned}k_1[A]^a[B]^b &= k_2[C]^c[D]^d \\k_e &= k_1/k_2 \\k_e &= \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}\end{aligned}$$

Donde k_e es la constante de equilibrio y expresa la relación entre las concentraciones molares (mol/L) de reactivos y productos. Esta depende de la temperatura y la presión.

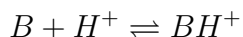
Equilibrio Químico de Ácidos y Bases Débiles

De acuerdo con la teoría clásica de la ionización electrolítica desarrollada de manera independiente por Brösnted y Lowry en 1923, un ácido es especie química que cede un protón y genera una base conjugada de la siguiente manera:



Donde HA es un ácido y A^- es la base conjugada.

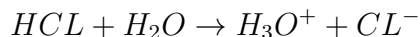
Una base se define como una especie química que acepta un protón y genera un ácido conjugado de la siguiente manera:



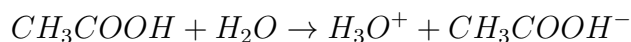
Donde $B + H^+$ es la base y BH^+ es el ácido conjugado.

Un par ácido base conjugado consiste en dos especies relacionadas entre sí por la donación y aceptación de un simple ión hidrógeno: HA/A^- y B/BH^+ . De la definición anterior se puede ver que un ácido posee un H^+ más que una base conjugada. En consecuencia, un ácido puede ser un catión, una molécula o un anión, ocurriendo lo mismo para las bases.

El comportamiento de una especie química como un ácido se define en gran medida por el disolvente en el que se disuelve. Cuando un ácido se disuelve en agua y se ioniza completamente se lo denomina *ácido fuerte*:



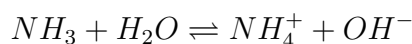
Por el contrario, cuando un ácido se disuelve en agua y se ioniza parcialmente se lo denomina *ácido débil*:



Análogamente, cuando una base se disuelve en agua y se disocia completamente se la denomina *base fuerte*:

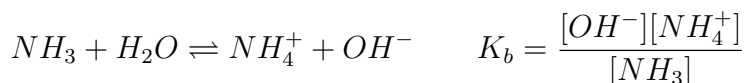


mientras que si se ioniza parcialmente se la denomina *base débil*:



Hay diferencia entre los conceptos concentrado y diluido, y los conceptos fuerte y débil. Los primeros se refieren a la cantidad de soluto disuelto en la disolución, en general, expresado en número de moles de ácido o base presentes en un litro de disolución; los segundos se refieren al poder dador o aceptor de protones del ácido o la base con respecto al disolvente.

En equilibrio químico, la ionización de los ácidos y bases débiles está gobernada por una constante termodinámica, que en rigor debe expresarse como relación de actividades de las especies, pero para disoluciones diluidas se puede usar concentraciones como aproximación:



Donde K_a y K_b son las constantes de ionización del ácido acético y el amoníaco respectivamente.

La constante de ionización de un ácido o una base se emplea como una medida cuantitativa de la fuerza del ácido o la base en la solución acuosa. Si la constante de equilibrio es mayor a 1000, el equilibrio está muy desplazado hacia los productos y por lo tanto puede considerarse que las especies están casi totalmente ionizadas. En este caso se denomina *ácido base fuerte*. Por otro lado, si la constante de equilibrio es menor que 1, el equilibrio está poco desplazado hacia los productos y por lo tanto puede considerarse que las especies están poco ionizadas, por lo cual se denomina *ácido o base débil*.

Ley de Henry

Enuncia que a temperatura constante la solubilidad de un gas en un líquido es directamente proporcional a la presión parcial que ejerce el gas en la solución. Matemáticamente esta ley esta dada como sigue:

$$C = k_s P \quad (\text{F.1})$$

Donde C es la concentración molar en mol/l , P es la presión parcial del gas en $mmHg$ y k_s es la constante de Henry cuyo valor depende de la naturaleza del gas y del líquido.

La ecuación anterior considera, que el número de moléculas de gas que choca contra la superficie del líquido, y que por lo tanto puede entrar en solución, es directamente proporcional a la presión.

Anexo G

Identificación de Parámetros para Proceso de Tratamiento de Aguas Residuales [80]

En este anexo se presenta la identificación de parámetros de un fermentador de mezcla completa de $1m^3$ localizado en LBE-INRA (Narbonne, France) [80]. Estos parámetros son identificados bajo un conjunto de datos tomados en estado estacionario y corresponden a un amplio rango de operación que cubre tres (3) meses de proceso.

Los experimentos fueron desarrollados con desechos industriales de un viedo en el área de Narbonne, Francia. El afluente no es esterilmente homogéneo y se almacena en tres (3) tanques de $27m^3$ cada uno, que están conectados al reactor. Las características del sustrato en el interior de los tanques está dado en la **Tabla G.1**:

Tabla G.1: *Características de las aguas residuales industriales de una destilería de vino.
Tomado de [80].*

Componente	Rango
Acidos Grasos Volátiles (g/l)	[5.00-6.00]
% acético	[35-55]
% propiónico	[15-30]
% butírico	[15-35]
% isobutírico	[0-1]
% pentanóico	[5-15]
% isopentanóico	[0-0.1]
Carbono Orgánico Total (g/l)	[2.50-6.00]
COD Total (g/l)	[9.00-17.4]
COD Soluble (g/l)	[7.60-16.0]
Sólidos Suspendidos Totales (g/l)	[2.40-5.00]
Sólidos Suspendidos Volátiles (g/l)	[1.20-2.70]
Alcalinidad (mEq/l)	[30.8-62.4]
pH	[5.00-5.40]

La planta piloto es un digestor de lecho fijo y flujo ascendente. Está conformado por una columna circular de $3,4m$ de altura y $0,6m$ de diámetro. El volumen efectivo del medio es $0,948m^3$ y la superficie de soporte tiene un área de $135m^2$. La dilución del afluente está diseñada para que se agreguen agua a $20l$ de desechos en un tanque de $200l$. El tanque de alimentación está equipado

con sensores de nivel y el pH se mide y controla.

La temperatura en el interior del reactor esta controlada a $35^{\circ}C$. La velocidad de flujo del afluente es medida con un sensor electromagnético. El lazo de análisis del gas consiste de un secador que elimina la humedad enfriando el gas. Un sensor Ultramat 22P se encarga de la medición del porcentaje de CO_2/CH_4 del gas analizado. El medidor de flujo del gas esta localizado en la salida del lazo y emplea un flotador electromagnético para medir continuamente la velocidad de flujo del gas producido.

Las muestras utilizadas para determinar la concentración en la entrada son tomadas en la tubería justo despues de la bomba de alimentación. Las muestras para la concentración de salida son tomadas justo antes de su expulsión. Las muestras son almacenadas a $4^{\circ}C$ y la parte disuelta se obtiene despues de un centrifugado de 15 minutos a $15000rpm$.

El residuo de la centrifugación se pasa a la habitación de vapor a $105^{\circ}C$ en un recipiente cerámico pesado de $30ml$. 24 horas despues, el resipiente es pesado nuevamente con presición para obtener los solidos suspendidos totales y posteriormente es puesto en un horno a $550^{\circ}C$ durante 2h. El recipiente es pesado nuevamente. La diferecia entre los dos pesos da los solidos suspendidos volátiles.

Los ácidos grasos volátiles son medidos con un cromatógrafo de gases equipado con una columna Econocap FFAP de $15m$ de longitud, $1,2\mu m$ de grosor en la película, una temperatura máxima de $250^{\circ}C$ y una regeneración a $200^{\circ}C$ toda la noche.

Las muestras centrifugadas son diluidas a la escala estandar externa y mezcladas con el mismo volumen del estandar interno ($1g/l$ de etil 2 acido butírico, acidificado al 5% con H_3PO_4).

El principio de la medición de la demanda química de oxigeno es la oxidación de la materia orgánica por exceso de bicromato de potasio, en un medio ácido (H_2SO_4) a temperatura de hervor.

Acido clorídrico (HCl) es adicionado a las muestras para elevar el pH a 5.75. Psterormente, el ácido es agregado hasta alcanzar un valor de 4.3 y el volumen total de ácido adicionado es la alcalinidad total.

El protocolo experimental cubre un amplio rango de velocidades de carga orgánica para obtener puntos cerca a estabilidad del fermentador. Esto se logra mediante la variación paso a paso de la velocidad de dilución y la COD del afluente. Estos valores son sostenidos constantes el tiempo suficiente para lograr condiciones de estado estacionario.

La primera aproximación para la identificación de los parámetros de un modelo, es encontrar el conjunto de los mismos que minimiza un criterio global basado en el error entre los valores simulados y los medidos.

Los datos se agrupan en un conjunto de calibración de parámetros y otro de validación de los mismos. Una vez se tiene un modelo apto para predecir apropiadamente el proceso en estado estacionario, se selecciona un conjunto de valores para la calibración de parámetros.

La estructura del modelo esta compuesta por la combinación de términos hidrodinámicos,

líquido-gas, y de conversión. Los dos últimos contienen todos los parámetros a ser calibrados, mientras que los primeros son caracterizados por valores de la velocidad de flujo en el afluente y effluente.

Los valores en estado estacionario son tomados durante el periodo considerado, y son empleados en la regresión. Las características del afluente durante este tiempo se muestran en la **Tabla G.2**. La desviación estandar estimada para algunos parámetros es un poco alta, sin embargo, lo mas probable es que estos parámetros sean sobre-estimados si se tiene en mente el relativo pequeño número de puntos de equilibrio desde un punto de vista estadístico.

Tabla G.2: *Características principales del afluente empleados en la identificación del estado estacionario. Tomado de [80].*

D (d^{-1})	COD_{in} g/l	VFA_{in} mmol/l	pH_{in}
0.34	9.5	93.6	5.12
0.35	10	73.68	4.46
0.35	4.8	38.06	4.49
0.36	15.6	112.7	4.42
0.26	10.6	72.98	4.42
0.51	10.7	71.6	4.47
0.53	9.1	68.78	5.30

La **Tabla G.3** muestra los parámetros cinéticos y valores de coeficientes de velocidad. La **Tabla G.4** da los valores obtenidos para todos los coeficientes de producción.

Tabla G.3: *Estimación de los parámetros cinéticos. Tomado de [80].*

Parámetro	Significado	Unidades	Valor	Desviación Estandar
$\mu_{a,max}$	Velocidad de crecimiento máxima para bacterias acidogénicas	d^{-1}	1.2	
K_S	Constante de saturación asociada a S	g/l	7.1	5.0
$\mu_{m,max}$	Velocidad de crecimiento máxima para bacterias metanogénicas	d^{-1}	0.74	0.9
K_A	Constante de saturación asociada a A	mmol/l	9.28	13.7
K_{IA}	Constante de inhibición asociada a A	mmol/l	256	320
α	Proporción de la velocidad de dilución para las bacterias	mmol/l	0.5	0.4
K_{La}	Velocidad de transferencia líquido/gas	d^{-1}	19.8	3.5

Tabla G.4: *Estimación de los coeficientes de generación. Tomado de [80].*

Parámetro	Significado	Unidades	Valor	Desviación Estandar
k_1	Velocidad de degradación de COD		42.14	18.94
k_2	Velocidad de producción de VFA	mmol/l	116.5	113.6
k_3	Velocidad de consumo de VFA	mmol/l	268	52.31
k_4	Velocidad de producción de CO_2	mmol/l	50.6	143.6
k_5	Velocidad de producción de CO_2	mmol/l	343.6	75.8
k_2	Velocidad de producción de CH_4	mmol/l	453.0	90.9

Bibliografía

- [1] (2011) Crecimiento Poblacional, DEPweb Grupo del Banco Mundial website. [Online]. Available: <http://www.worldbank.org/depweb/spanish/modules/social/pgr/index.html>
- [2] International Energy Agency (IEA), “Key World Energy Statistics”, *OECD/IEA*, Paris, France, 2010.
- [3] C. Linaje de García, “*Guía de Sencibilización de Problemas Ambientales*”, 2000-2006.
- [4] C. Estrada y J. Islas, “*Energías Alternas: Propuesta de Investigación y Desarrollo Tecnológico para México*”, 1ra ed. Ed. Academia Mexicana de Ciencias, Cuernavaca, México, 2010.
- [5] “*Las Ciencias en Colombia - Geografía, Cartografía*”, Academia Colombiana de Historia, Historia Extensa de Colombia, v. XXIV, Bogotá, Ediciones Lerner, 1974, pp. 1-284.
- [6] IDEAM, “*Atlas de Radiación Solar de Colombia*”, Sección: Apéndice D, 2005.
- [7] “*Atlas de Potencial Energético de la Biomasa Residual en Colombia*”, IDEAM y la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME), 2006.
- [8] Consulta con: Ing. Fernando Tovar, Secretario de Infraestructura Municipal, Planeación Municipal Popayán, Cauca, Colombia, 2012.
- [9] Consejo Nacional de Política Económica y Social República de Colombia Departamento Nacional de Planeación , “*Acciones y Estrategias para Impulsar el Desarrollo Sostenible del Departamento del Cauca.*”, Bogotá, D.C., 12 de marzo de 2007.
- [10] E. Pérez, “*Utilización de Fuentes Alternas de Energía en Zonas No Interconectadas*”, II Encuentro nacional de uso racional de energía y fuentes de energía no convencionales. Instituto de Planeación y Promoción de Soluciones Energéticas (IPSE), 2004.
- [11] Ley 143 de 1994. Ley Eléctrica. Artículo 11 °. Santafé de Bogotá. 1994.
- [12] Ley 855 de 2003. Definición de Zonas No Interconectadas al SIN. Santafé de Bogotá. 2003.
- [13] L. Naranjo y S. Botero. “*Informe Marco Legal*”. En Proyecto COLCIENCIAS. Plataforma para el soporte a la evaluación de políticas y a la toma de decisiones en energización de zonas no interconectadas en Colombia. En Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín. Mayo 2005.
- [14] F. Narváez, “*Políticas de energización rural para la expansión del servicio público de electricidad Colombia Perú*”, Seminario Servicios Públicos. Experiencias Colombianas y Latinoamericanas. Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá.

- [15] J. Zapata y I. Bayona, “*Nuevo esquema de organización para el suministro energético en las zonas no interconectadas de Colombia*”, Revista Escenarios y Estrategias, N °8. Bogotá, Diciembre de 2001. Disponible En: <http://www.upme.gov.co/revista/web/nuevo.htm>, [Fecha de consulta: Marzo de 2005].
- [16] Comunicado, “*Compañía Energética de Oxidente*”, Popayán, 24 de Octubre de 2012.
- [17] (2012) Unidad de Planeación Minero Energética website. [Online]. Available: <http://www1.upme.gov.co/>
- [18] (2012) Instituto de Planeación y de Soluciones Energéticas para las Zonas no Interconectadas website. [Online]. Available: <http://www.ipse.gov.co/>
- [19] O. Prias , “*Plan de Acción 2010-2015: Programa de Uso Racional y Eficiente de Energía y Fuentes no Convencionales PROURE*”, Misniterios de Minas y Energía, República de Colombia, Bogotá D.C., 19 de Abril de 2010.
- [20] B. van Campen, D. Guidi y G. Best, “*Energía Solar Fotovoltaica para la Agricultura y Desarrollo Rural Sostenibles*”, Documento de Trabajo sobre Medio Ambiente y Recursos Naturales, No. 3 FAO, Roma, 2000.
- [21] (2012) Sitio web del Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas (CIEMAT). [Online]. Disponible: <http://www.ciemat.es/>
- [22] M. Prez y otros, “*Energía Solar Termoeléctrica*”, Ciemat: Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas, Ministerio de Educación y Ciencia de España, Enero de 2008.
- [23] S. Kalogirou, “*Solar Energy Engineering*”, 1st ed. Elsevier, ISBN 978-0-12-374501-9.
- [24] “*ATECOS: Asistente Técnicos para la Construcción Sostenible*”, Patrocinado por Ministerio de Medio Ambiente y Medio Rural y Marino, Gobernación de España, Documento procedente de <http://www.atecos.es>.
- [25] “*Solar Heating and Cooling for a Sustainable Energy Future in Europe*”, Sixth Framework Programme, European Solar Thermal Technology Platform (ESTTP).
- [26] Director de la Plataforma Solar de Almera- CIEMAT: J. Romero, “*ENERGIA SOLAR TERMOELECTRICA*”, Apartado 22; 04200 TABERNAS (Almera)”
- [27] 42. J.M López-Cózar, “*Energía Solar Térmica, Dirección Técnica: Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía (IDAE)*”, Madrid (España) octubre de 2006.
- [28] *Equiparts LTDA: Equipment, Parts y Supplies*, Disponible online: www.equiparts.com.
- [29] *APTROTEC: Tecnología Apropriada*, Disponible en: <http://www.aprotec.com.co>.
- [30] *Biohabitat: Fundación Terra*, Disponible en: <http://www.terra.org>.
- [31] *Asociación Solemyo*, Disponible en: <http://www.cuisineisolaire.com>.
- [32] *Bolivia Inti*, Disponible en: <http://www.boliviainti.org>.

- [33] Martin A. Green, *“Third Generation Photovoltaics: Advanced Solar Conversion”*, Springer, 2006.
- [34] Castillo Miranda J. P. A., “Sistema Fotovoltaico para Aplicaciones Móviles de Tracción Eléctrica”, *Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas*, Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile, 2008.
- [35] (2011) Top Modulos, Photovoltaics Systems website. [Online]. Available: http://www.photovoltaicsystem.biz/es?_kk=precio\%20paneles\%20solares\%20fotovoltaicos&_kt=afe664bd-bdda-4dd5-a943-945dbbae738b
- [36] FOCER (Fortalecimiento de la capacidad en energía renovable para América Central), “Manuales Sobre Energía Renovable: Solar Fotovoltaica”, 1ra ed., *BUN-CA*, San José, Costa Rica, 2002.
- [37] BESEL, S.A. (Departamento de Energía), “Biomasa: Gasificación”, *Ed. IDEA (Instituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía)*, Madrid, España, 2007.
- [38] Pablo Salvador Gonzalez, “Biomasa”, *Best Result. Building and Energy Systems and Technologies in Renewable Energy Sources Update and Linked Training*, España.
- [39] FOCER (Fortalecimiento de la capacidad en energía renovable para América Central), “Manuales Sobre Energía Renovable: Biomasa/Biomass”, 1ra ed., *BUN-CA*, San José, Costa Rica, 2002.
- [40] Francisco Córdoba García, “Recursos Bioenergéticos”, Nerva, 2000.
- [41] PT René Lesme Jaén, “Pirólisis de Biomasa. Experiencias y Aplicaciones”, *CEEFE*.
- [42] Emmanuel G. Koukios, “Desarrollo de Sistemas de Biomasa Integrados como Estrategia Alternativa para Zonas Rurales. El Ejemplo de Grecia”, *Departamento de Ingeniería Química*, Universidad Nacional Técnica de Atenas.
- [43] C. Filippín, J. Follari, J. Vigil, “Diseño de un Biodigestor para Obtener Gas Metano y Fertilizantes a Partir de la Fermentación de Excremento de Vacas Lecheras en la Facultad de Agronomía de la Universidad Nacional de Pampa”. *Santa Rosa*, La Pampa.
- [44] Secretaría de Estado de Industria y Comercio (SEIC), Colegio Dominicano de Ingenieros Arquitectos y Agrimensores (CODIA), Instituto de Desarrollo Comunitario y Ambiental “La Esperanza, Inc.” (IDECAE), “Etanol como Combustible. Producción de Etanol”, *Diplomado Practico en Energías Alternativas*, Brasil.
- [45] Herreo J., “Guía de Diseño y Manual de Instalación de Biodigestores Familiares, Bolivia, 2008.
- [46] Rolando Chamy, Elba Vivanco, Escuela de Ingeniería Bioquímica (PUCV), “Potencial de Biogás. Identificación y Clasificación de los Distintos Tipos de Biomasa Disponibles en Chile para la Generación de Biogás”, *Proyecto Energías Renovables No Convencionales en Chile (CNE/GTZ)*, Santiago de Chile, 2007.
- [47] Raúl Botero Botero, Thomas R. Preston, “Biodigestor de Bajo Costo para la Producción de Combustible y Fertilizante a Partir de Excretas”, *Manual para su Instalación, Operación y Utilización*, 1987.

- [48] J. A. Duffi, W. A. Beckman , *Solar Engineering of Thermal Processes* , 3rd ed, John Wiley & Sons, New York, 2006.
- [49] Y. A. Çengel, *Transferencia de Calor* , 2nd ed, Mc Grow Hill, México, 2004.
- [50] Y. A. Çengel, J. M. Cimbala, *Fluid Mechanics Fundamentals and Applications* , 2nd ed, Mc Grow Hill, 2010.
- [51] FOCER (Fortalecimiento de la capacidad en energía renovable para América Central), “Manuales Sobre Energía Renovable: Solar Térmica”, 1ra ed., *BUN-CA*, San José, Costa Rica, 2002.
- [52] M. D. Archer, R. Hill, *Clean Electricity From Photovoltaics*, Series on Photoconversion of Solar Energy - Vol. 1, Imperial College Press, London, 2001.
- [53] C. Kittel, *Introducción a la Física del Estado Solido*, 3rd ed, Ed. Reverté, Barcelona, España, 2003.
- [54] P. Hlawiczka, *Introducción a la Electrónica Cuántica*, 1st ed, Editorial Reverté, s.a., España, 1977.
- [55] B. Severino, *Modelación de un Generador Fotovoltaico y Banco de Baterías de Plomo Ácido como elementos de una Microred*. Universidad de Chile. Santiago de Chile, Junio de 2011.
- [56] J. B. Copetti, E. Lorenzo, and F. Chenlo, *A general battery model for pv system simulation*, Progress in Photovoltaics: Research and Applications, vol. 1, pp. 283292, May 1993.
- [57] P. Díaz, *Confiabilidad de los Sistemas Fotovoltaicos Autónomos: Aplicación a la electrificación Rural*, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid (España), Abril de 2003.
- [58] J. Monod, (1950). *La technique de Culture Continue. Théorie et Applications*. Annals Institute Pasteur. Vol. 79, pag. 390-410.
- [59] S.G. Pavlostathis, E. Giraldo-Gmez, (1991). *Kinetics of Anaerobic Treatment: a critical review. Critical reviews in environmental control*. Vol.21 (5,6), pag. 411-490.
- [60] A. Campo, *Optimización de la digestión Anaerobia de Purines de Cerdo Mediante la Codi-gestión con Residuos Orgánicos de la Industria Agralimentaria*, Tesis Doctoral, Universidad de Leida (España), julio de 2011.
- [61] J. F. Andrews, S.P. Graef, (1971). *Dynamic Modeling and simulation of the anaerobic diges-tion process. En Anaerobic biological treatment processes*. Advances in chemistry series, 105. American Chemical Society. Washington D.C.
- [62] J.A. Muñoz Valero, J. Ortiz Cañavate, J. Vázquez Minguela, (1987). *Técnica y Aplicaciones Agrícolas de la Biometanización. Serie Técnica*, Ministerio de Agricultura Pesca y Alimen-tación. Madrid (España).
- [63] A. Bautista, *Sistema Biodigestor para el Tratamiento de Desechos Orgánicos (Estelí, Nicaragua)*, Universidad Carlos III de Madrid, Escuela Técnica Superior, Léganes (España) Octubre 2010.

- [64] R. Botero y T. R. Preston, (1987). "Biodigestor de bajo costo para la producción de combustible y fertilizante a partir de excretas. Manual para su instalación, operación y utilización". Centro para la Investigacin en Sistemas Sostenibles de Producción Agropecuaria (CIPAV), Cali, Colombia.
- [65] D.J. Hills, K. Nakano (1984). *Effects of particle size on anaerobic digestion of tomato solid wastes*. Agricultural Wastes. Vol. 10, pag. 285-295.
- [66] I. Angelidaki, L. Ellegaard, B.K. Ahring (1999). *A comprehensive model of anaerobic bioconversion of complex substrates to biogas*. Biotechnology and Bioengineering. Vol, 63 (3), pag 363-372.
- [67] M. Henze, (1995). *Basic biological processes in Wastewater treatment*. Biological and chemical processes. Henze, M., Harremes, P., Cour Jansen, J., Arvin, E Springer-Verlag.
- [68] A.J.M. Stams, (1994). *Metabolic interactions between anaerobic bacteria in methanogenic environments*. Antonie van Leeuwenhoek. Vol. 66, pag. 271-294.
- [69] J.B. Van Lier, (1995). "Temperature optima of thermophilic methanogenic sludge: implications for reactor start-up and operation", en *Thermophilic anaerobic wastewater treatment; temperature aspects and process stability*". Tesis doctoral. Universidad de Wageningen.
- [70] A.Veeken, B. Hamelers, (1999) *Effect of temperature on hydrolysis rates of selectes biowaste components*. Bioresource technology. Vol. 29, pag. 249-254.
- [71] I. Angelidaki, L. Ellegaard, B.K. Ahring, (1993). *A mathematical model for dynamic simulation of anaerobic digestion of complex substrates: focusing on ammonia inhibition*. Biotechnology and Bioengineering. Vol, 42, pag 159-166.
- [72] B.K. Ahring (1995). *Methanogenesis in thermophilic biogas reactors*. Antonie van Leeuwenhoek. Vol. 67, pag. 91-102.
- [73] G.P. Noone, (1990) *The treatment of domestic wastes, en Anaerobic digestion: a waste treatment technology*. Editado por Wheatley, Critical reports on applied chemistry. Vol. 31, pag.139-170.
- [74] J.J. Lay, Y.Y. Li, T. Noike (1997). *Influences of pH and moisture content on the methane production in high-solids sludge digestion*. Water Research, vol. 31 (10), pag., 1518-1524.
- [75] G. Zeeman, W.M. Wiegant, M.E. Koster-Treffers, G. Lettinga (1985). *The influence of total ammonia concentration on the thermophilic digestion of cow manure*. Agricultural Wastes. Vol. 14, pag. 19-35.
- [76] S. Fukuzaki, N.Nishio, M. Shobayashi, S. Nagai (1990). *Inhibition of fermentation of propionate to methane by hydrogen, acetate, and propionate*. Applied and Environmental Microbiology, 56 (3), 719-723.
- [77] B.K.Ahring, P. Westermann (1988). *Product Inhibition of butyrate metabolism by acetate and hydrogen in a thermophilic coculture*. Applied and environmental microbiology. Vol. 54 (10), pag. 2393-2397.
- [78] T.D. Hayes, T.L. Theis (1978). *The distribution of heavy metals in anaerobic digestion*. Journal water pollution control federation Vol. 50 (1), pag. 31-72.

- [79] D.I. Massé, D.Lu Masse, R.L. Droste (2000). *Effect of antibiotics on psychrophilic anaerobic digestion of swine manure slurry in sequencing batch reactors*. Bioresource Technology. Vol. 75, pag. 205-211.
- [80] O. Bernard, Z. Hadj-Sadok, D. Dochai, A. Genovesi, J. P. Steyer, “Dynamical Model Development and Parameter Identification for an Anaerobic Wastewater Treatment Process”, *INRIA, COMORE Project*, LBE-INRA, Narbonne, France, 2001.