

PRINCIPALES ERRORES Y DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO
ESTOCÁSTICO

CÉSAR EDUARDO CANENCIO RIVERA
ADRIANA LUCÍA CUARÁN GUTIÉRREZ
FRANCY NOEMI MINOTA MOSQUERA
ADRIANA ISABEL OROZCO COBO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2006

PRINCIPALES ERRORES Y DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO
ESTOCÁSTICO

CÉSAR EDUARDO CANENCIO RIVERA
ADRIANA LUCÍA CUARÁN GUTIÉRREZ
FRANCY NOEMI MINOTA MOSQUERA
ADRIANA ISABEL OROZCO COBO

Seminario de grado presentado como requisito para optar al título de Licenciado
en Educación con Especialidad en Matemáticas

Director:

Magíster YILTON RIASCOS FORERO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2006

NOTA DE ACEPTACIÓN:

Director: _____

MSc. Yilton Riascos Forero

Jurado: _____

MSc. Ángel Hernán Zúñiga Solarte

Jurado: _____

MSc. Edwin Rengifo Canizales

Popayán, 4 de Julio de 2006.

AGRADECIMIENTOS

A nuestro más grande Maestro: Dios, por darnos la vida, sabiduría, perseverancia, y bendición en el transcurso de nuestra carrera.

Al Magíster Yilton Riascos Forero, por su amistad, dedicación, comprensión y valiosa colaboración durante el desarrollo del seminario.

A MSc. Ángel Hernán Zúñiga Solarte, MSc. Edwin Rengifo Canizales, miembros del Comité de Seguimiento y Evaluación.

A nuestros padres, hijos, familiares y amigos por su apoyo permanente y constante motivación en el transcurso de nuestra licenciatura.

A la Universidad del Cauca y demás personas que colaboraron con la realización de este seminario.

CONTENIDO

	pág.
1. PRESENTACIÓN.....	1
2. JUSTIFICACIÓN.....	10
3. OBJETIVOS.....	14
3.1 GENERAL.....	14
3.2 ESPECÍFICOS.....	14
4. METODOLOGÍA.....	15
5. MARCO DE REFERENCIA.....	19
5.1 ORIGEN Y PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA.....	19
5.1.1 Recuentos históricos del origen de la Estadística.....	19
5.1.2 La Estadística como ciencia social.....	22
_Génesis de las sociedades estadísticas.....	22
5.1.3 La Educación Estadística y su incorporación en la escuela.....	26
5.2 RAZONAMIENTO ESTOCÁSTICO.....	30
5.3 PENSAMIENTO ESTADÍSTICO.....	35
5.3.1 Referencias del Pensamiento Estadístico en el Nivel Profesional.....	35
5.3.2 Referencias del Pensamiento Estadístico en el Nivel Institucional.....	37
• Perspectiva Psicológica.....	37

• Perspectiva Escolar	44
_> Nivel Básico y Nivel Medio	45
_> Nivel Superior	51
_> Todos los Niveles	53
6. CONCORDANCIA ENTRE LOS RESULTADOS DE LOS ESTUDIOS.....	57
7. DIVULGACIONES	62
8. CONCLUSIONES	63
9. RECOMENDACIONES.....	66
BIBLIOGRAFÍA.....	68
ANEXOS.....	73

1. PRESENTACIÓN

De acuerdo con la Resolución 197 de 2002 emanada del Consejo de la Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación (FACNE), uno de los requisitos para optar al título de Licenciado en Educación con Especialidad en Matemáticas es realizar un Seminario de Grado. Motivados por haber cursado asignaturas en Didáctica de la Matemática y Estadística dentro del área electiva, decidimos realizar un seminario cuyo objetivo es conocer los resultados de las principales investigaciones que han llevado a observar, medianamente, cuáles son los errores en el razonamiento estocástico y las dificultades en el empleo de técnicas estadísticas elementales por parte de los alumnos. Para esto, se hace necesario recopilar diversos documentos realizados por algunos autores, como Carmen Batanero, Joan Garfield, Juan Díaz Godino, María Gabriella Ottaviani, entre otros, interesados en el tema; hacer una síntesis de estas ideas y dar a conocer, confrontando con lo que acontece en nuestro medio en este aspecto, los adelantos en el razonamiento estocástico.

Autores reconocidos en esta área, plantean posiciones acerca del papel de la estadística en la formación de los futuros ciudadanos argumentando que: “La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos y mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre”¹.

Es importante resaltar la estadística como una disciplina que ha desarrollado técnicas e instrumentos para utilizar en diversas situaciones que se presentan en

¹ BATANERO, Carmen. Los Retos de la Cultura Estadística. Granada España: Universidad de Granada, 2002. p.1.

la vida diaria; de esta manera se hace imprescindible fomentar el razonamiento estocástico para contribuir en “el desarrollo de una sociedad estadísticamente culta”² como la que requiere nuestro país cuando se tiene la intención de incrementar las posibilidades de progreso y subsistencia.

El objetivo principal de la incursión de la estadística en el currículo, no es convertir a los futuros ciudadanos en "estadísticos aficionados", lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística que, como indica Batanero (2002), “se refiere a dos componentes interrelacionados:

a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas puedan encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos.

b) Capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante”³.

Además, debe tenerse en cuenta que actualmente, las investigaciones en Educación Estadística son pocas y aún se desconocen las dificultades primordiales de los estudiantes en diferentes conceptos básicos, que se trabajan actualmente en los niveles básicos de formación.

La importancia de la incorporación de conceptos estadísticos en el currículo escolar, junto con el limitado conocimiento sobre el desarrollo cognitivo, aprendizaje de las matemáticas en general y concepciones erróneas sobre estadística y probabilidad, indican que es un buen momento para un asalto

² Lema del Sexto Congreso Internacional sobre Enseñanza de la Estadística, celebrado en la Ciudad del Cabo en Julio de 2002.

³ BATANERO, Op. cit., p.2.

intensivo y coherente al problema de dificultad de aprendizaje de los conceptos básicos en procesos estocásticos.

No debemos olvidar que mientras que los conceptos estadísticos son sencillos, desde un punto de vista matemático, existen numerosas dificultades de tipo filosófico ligadas a la interpretación de estos conceptos y su aplicación a situaciones prácticas. El profesor debe ser consciente de la pluralidad de significados atribuibles a conceptos como el de aleatoriedad o probabilidad y de las controversias existentes en torno a la inferencia estadística, puesto que las dificultades epistemológicas se reproducen con frecuencia en el aprendizaje de los alumnos.

2. JUSTIFICACIÓN

Es importante señalar a la estadística como una disciplina científica que ha desarrollado métodos y técnicas para recopilar, organizar e interpretar datos correspondientes a fenómenos de carácter colectivo (económico, demográfico, técnico, etc.), ello proporciona elementos para la toma de decisiones frente a situaciones de incertidumbre. Actualmente la estadística es una herramienta fundamental en nuestra sociedad, día a día se observa la fuerte presencia de datos e informes estadísticos que intervienen en nuestra forma de vida, como por ejemplo los resultados de las encuestas que se encuentran en los diferentes medios de comunicación, los indicadores económicos y los juegos de azar; a pesar de esto todavía se tienen dificultades para interpretar acertadamente dichas situaciones. Este hecho hace necesario la incorporación del pensamiento estadístico en las aulas de clase para contribuir en la formación de individuos capaces de comprender sucesos de este tipo.

Los Lineamientos Curriculares en Colombia plantean como propósito central de la educación matemática en los niveles de básica y media, contribuir al desarrollo del pensamiento matemático a partir del trabajo con situaciones problema provenientes del contexto sociocultural. Dentro de los pensamientos se menciona en forma directa el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, pretendiendo su desarrollo mediante contenidos de probabilidad y estadística que conlleven a crear un espíritu de exploración y de investigación por parte de estudiantes y docentes.

Al introducir la estadística en las instituciones educativas se hace necesario replantear los diseños curriculares y estudiar las dificultades que presentan los

estudiantes hacia la comprensión de los conceptos estadísticos, es por esta razón que nuestro interés es conocer los resultados de las principales investigaciones⁴ que han llevado a observar, medianamente, cuáles son los errores en el razonamiento estocástico y las dificultades en el empleo de técnicas estadísticas elementales por parte de los alumnos.

El razonamiento estocástico es un proceso mental que encierra incertidumbre, se compone del razonamiento estadístico y el razonamiento probabilístico; y ubicado en la teoría de Brosseau⁵ pueden identificarse en él, situaciones así: de acción cuya finalidad es hacer y lograr, de formulación cuya finalidad es producir un mensaje y comunicarlo y de validación cuyo objetivo es demostrar la verdad de un enunciado o de una teoría y lograr la adhesión de los demás.

Este proyecto está basado en el documento titulado *Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias*, realizado por Carmen Batanero, Joan Garfield, Maria Gabriella Ottaviani y John Truran, quienes dejan a consideración algunas inquietudes importantes para la educación estadística tales como: ¿Cuáles son las diferencias entre capacidad estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico?, ¿Cuáles son las metas de desarrollo de los estudiantes de estos tipos de procesos cognitivos y como evaluarlos?, ¿Qué modelos psicopedagógicos pueden ayudarnos a comprender el desarrollo del razonamiento estadístico y cómo podemos usar estos modelos para facilitar este desarrollo?, ¿Qué teorías de enseñanza-aprendizaje nos pueden ayudar a comprender y a explicar la enseñanza y aprendizaje de la estadística?, ¿Cuáles son los efectos de las herramientas tecnológicas sobre el aprendizaje de los estudiantes?, ¿Qué tipo de actividades, demostraciones, simulaciones y explicaciones (del profesor, materiales multimedia y/o libros) pueden ayudar al

⁴ Se entienden como principales investigaciones aquellas que resultaron referenciadas en la mayoría de los documentos de investigación revisados.

⁵ VERGNAUD, Gérard. Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas, volumen XXVI, nº 1. Marzo, 1996. p.2.

estudiante a construir una comprensión profunda de los conceptos estadísticos, frente a una mera comprensión superficial de algoritmos y procedimientos?. Frente a estos interrogantes se presentan reacciones de diversos autores donde se comenta sobre el documento y se pretende dar solución a algunas de estas inquietudes.

Dentro de estas reacciones surgen especial atención aquellas realizadas por:

- P.K. Ito, profesor emérito, Universidad de Nagoya, Japón, quien limita su discusión a las diferencias entre capacidad estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico, y hace una clasificación de los problemas de la educación estadística.
- Maxine Pfannkuch, Universidad de Auckland, Nueva Zelanda, quien enfoca su reacción a tres áreas que son importantes en el desarrollo del pensamiento estadístico, como son investigación empírica, evaluación de investigaciones y la vida cotidiana.
- Theodore Chadjipadelis, Departamento de Educación, Aristotle University of Thessaloniki, Grecia, el cual trata de responder la pregunta sobre qué es la investigación en educación estadística y considera el hecho de que la investigación y la enseñanza varían dependiendo del entorno académico. Dichos entornos son clasificados en tres categorías: estudiantes con buenas bases estadísticas, estudiantes con sólidas bases matemáticas y estudiantes con pocas bases matemáticas.

Estos, entre otros autores, destacan la importancia del razonamiento estocástico y es por ello que decidimos crear un plan de trabajo a partir del mencionado documento. Dicho plan consiste en realizar un seminario de estudio donde no hay un planteamiento de un problema, sino que a partir de la revisión bibliográfica de documentos, elaboración de fichas y divulgación de resultados se alcanzará el propósito del proyecto.

Aunque hasta el momento son pocas las investigaciones que se han realizado sobre ella y aún no se conocen las principales dificultades de los alumnos en muchos conceptos importantes, la educación estadística es reconocida hoy en día por su inminente desarrollo a nivel mundial y su evidente incorporación en los currículos escolares, involucrando de manera directa a los docentes de matemáticas para desempeñar esta labor. En Colombia sólo existen dos personajes reconocidos por su trabajo en este campo; ellos son Gabriel Yañez de la Universidad Industrial de Santander, siendo el único Doctor en Didáctica de la Probabilidad y la Estadística, y Roberto Behar Gutiérrez, Doctor en Probabilidad y Estadística, docente de la Universidad del Valle.

Este trabajo es de suma importancia para nuestro desempeño como futuros licenciados en matemáticas, puesto que nos permite tener una visión diferente sobre cómo abordar los problemas estadísticos, teniendo en cuenta ciertos errores y dificultades que presentan los alumnos. Además como individuos pertenecientes a una sociedad, el proyecto nos hace un llamado de atención acerca de la gran información estadística que se maneja diariamente, y de la importancia de crear una cultura alrededor de ella para formar individuos con buena capacidad de interpretación.

3. OBJETIVOS

3.1 GENERAL

Conocer los resultados de las principales investigaciones que han llevado a observar medianamente cuáles son los errores en el razonamiento estocástico y las dificultades en el empleo de técnicas estadísticas elementales por parte de los alumnos.

3.2 ESPECÍFICOS

- ✓ Revisar y seleccionar el trabajo de diferentes autores que han basado sus investigaciones en el razonamiento estocástico.

- ✓ Establecer una concordancia entre los resultados de las investigaciones realizadas sobre los errores en el razonamiento estocástico y las dificultades en el empleo de técnicas estadísticas elementales.

4. METODOLOGÍA

La construcción del conocimiento es un proceso teórico – práctico, donde las ideas deben ser confrontadas permanentemente con los hechos para poder afirmarlas o negarlas. Es por ello que se considera importante trazar el modelo conceptual y operativo que permita alcanzar los objetivos propuestos en este trabajo. Dadas las características del documento que se ha de elaborar, se clasifica este trabajo como un diseño de tipo bibliográfico, puesto que se parte de una información previamente elaborada la cual sirve de referente para su desarrollo. El diseño de tipo bibliográfico termina en principio con el registro de lo consultado donde se reúnen las piezas fundamentales para la construcción del documento, nuestra labor consistirá en armar con estas piezas el cuerpo del proyecto hasta su presentación en el documento final.

Debido a que el diseño posibilita una amplia gama de fenómenos y métodos, surge la necesidad de delimitar el material bibliográfico a trabajar, para lo cual se tienen en cuenta los siguientes criterios:

1. Calidad y confiabilidad del material fuente de información.
2. Acceso a la documentación requerida.
3. Vigencia de los documentos.

Ya que no existe un camino preestablecido para el manejo de la información bibliográfica, se enuncian a continuación las tareas o etapas básicas que se desarrollan:

1. Conocer y explorar todo conjunto de fuentes capaces de ofrecer utilidad respecto al tema tratado, en este caso artículos de revista, de Internet, libros de texto y algunas tesis doctorales desarrolladas en el campo.
2. Lectura discriminatoria de los documentos seleccionados, con el fin de reconocer los aspectos esenciales del tema. Para la discriminación de documentos se tendrá en cuenta la lectura estructural que supone trazarse un mapa mental del texto para saber a dónde apunta y cuáles son las ideas principales.
3. Elaboración de fichas tipo R.A.E.S. (Resúmenes Analíticos en Educación) ordenadas según los contenidos de los documentos.
“En los R.A.E.S. se busca condensar la información contenida en obras o trabajos, que deben tener como requisito su calidad y aporte a la educación, en materia de propuestas y tratamiento teórico y metodológico de los temas. Entre estas obras o trabajos se cuentan libros, documentos, estudios, ponencias, tesis de grado, artículos de revista, ensayos, textos escolares, módulos, e investigaciones.

El objetivo es ofrecer al lector un texto analítico, redactado en forma clara y concisa, con las siguientes características:

- Fidelidad al texto que se resume, lo cual implica que existe correspondencia con el contenido de este texto y que no se tergiversan las ideas del autor del mismo.
- Objetividad, esto es, ausencia de interpretaciones, opiniones personales, juicios críticos o visiones subjetivas sobre el texto que se resume.
- Consideración de las ideas básicas del texto que se resume.
- Precisión, es decir, que sea exacto, puntual y riguroso en su desarrollo.

- Capacidad comunicativa, determinada por el uso adecuado de la lengua y la agilidad en la composición del resumen.
- Extensión limitada, la cual se calcula entre 400 y 450 palabras. En caso de documentos muy extensos, se recomienda hacer varios R.A.E.S., teniendo en cuenta que en uno de ellos se resume el documento completo y se destinan otros R.A.E.S. para partes específicas del mismo”⁶.

Los R.A.E.S. tendrán en su elaboración la siguiente estructura:

- Encabezamiento: Número del resumen y ficha bibliográfica, la cual consta de título, autor y publicación.
- Palabras claves: Palabras o expresiones que definen el contenido del documento.
- Descripción: Idea general y completa del documento.
- Fuentes: Fundamentación del autor del documento.
- Contenido: Aquí se reseñan los pasos del estudio, los objetivos y los principales elementos que aluden al contenido mismo del documento.
- Metodología: Señalar los pasos y técnicas metodológicas empleados en el trabajo.
- Conclusiones: Destacar sólo aquellas que se señalan en el documento consultando para ello el final de cada capítulo.

4. Comparación de fichas para desarrollar los conceptos, definiciones y aportes que puedan formar parte del contenido de este trabajo. Dicha comparación consiste en colocar en correspondencia los desarrollos de los diferentes autores, enfocándose en cada uno de los niveles en los que se haya trabajado.

⁶ FRÍAS NAVARRO, Matilde. Procesos creativos para la construcción de textos. Interpretación y composición. Bogotá, D.C.: Cooperativa editorial magisterio aula abierta, 2002. p.222-223.

5. Divulgación de los resultados obtenidos: Con el fin de dar a conocer los resultados obtenidos, así como de conocer las experiencias que los maestros de básica, media y superior de nuestra región tienen, se considera la siguiente estrategia:
- Instituciones educativas:
Colegio Champagnat
Colegio Melvin Jones
Universidad del Valle.
 - Dirigido a: Docentes que orientan el área de estadística.
 - Propósito: Realizar conversatorios donde se confronten los resultados obtenidos con las experiencias vividas por los docentes.

Elaboración de conclusiones del proceso realizado para dar paso a la presentación del documento final, desarrollando para esto la decantación de los conceptos en los diferentes niveles y teniendo en cuenta los comentarios y aportes que fueron producto de la divulgación.

5. MARCO DE REFERENCIA

El seminario “*PRINCIPALES ERRORES Y DIFICULTADES EN EL RAZONAMIENTO ESTOCÁSTICO*” se desarrolla a partir de la recopilación y el estudio de diferentes investigaciones sobre didáctica de la estadística, algunas de ellas se originaron en el Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. El documento base para el desarrollo del seminario es Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias⁷, incluyendo también diversos artículos de autores como: Angustias Vallecillos, Antonio Moreno Verdejo, Roberto Behar, Chris Wild, Maxine Pfannkuch entre otros, y publicaciones en Internet relacionadas con el tema.

5.1 ORIGEN Y PERSPECTIVA DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA

5.1.1 Recuentos históricos del origen de la Estadística. Es posible observar cómo desde los comienzos de la civilización han existido formas sencillas de estadística, pues al utilizarse representaciones gráficas y otros símbolos en pieles, rocas, palos de madera y paredes de cuevas para contar el número de personas, animales o cosas, se pueden interpretar estos resultados, hoy en día, como resúmenes estadísticos.

⁷ BATANERO, Carmen; GARFIELD, Joan B.; OTTAVIANI, M. Gabriella y TRURAN, John. Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias. Statistical Education Research Newsletter 1(2). 2000.

Se sabe que hacia el año 3000 a.C. los babilonios usaban pequeñas tablillas de arcilla para recopilar datos sobre la producción agrícola y sobre los géneros vendidos o cambiados mediante trueque. Igualmente, se encuentran referencias acerca de que en el siglo XXXI a.C., mucho antes de construir las pirámides, los egipcios analizaban los datos de la población y la renta del país. En la revisión de las Sagradas Escrituras se puede observar que los libros bíblicos de Números y Crónicas incluyen, en algunas partes, trabajos de estadística. El primero hace referencia a dos censos de la población de Israel y el segundo describe el bienestar material de las diversas tribus judías. En China existían registros numéricos similares con anterioridad al año 2000 a.C. Los griegos clásicos realizaban censos cuya información se utilizaba hacia el 594 a.C. para cobrar impuestos.

Los textos antiguos han permitido establecer que el Imperio Romano fue el primer gobierno que recopiló una gran cantidad de datos sobre la población, superficie y renta de todos los territorios bajo su control. Durante la edad media sólo se realizaron algunos censos exhaustivos en Europa. Los reyes carolingios Pipino el Breve y Carlomagno ordenaron hacer estudios minuciosos de las propiedades de la Iglesia en los años 758 y 762 respectivamente. Después de la conquista normanda de Inglaterra en 1066, el rey Guillermo I de Inglaterra encargó la realización de un censo. La información obtenida con este censo, llevado a cabo en 1086, se recoge en el Domesday Book. El registro de nacimientos y defunciones comenzó en Inglaterra a principios del siglo XVI, y en 1662 apareció el primer estudio estadístico notable de población, titulado "Observations on the London Bills of Mortality" (Comentarios sobre las partidas de defunción en Londres). Un estudio similar sobre la tasa de mortalidad en la ciudad de Breslau, en Alemania, realizado en 1691, fue utilizado por el astrónomo inglés Edmund Halley como base para la primera tabla de mortalidad.

La palabra estadística parece que se deriva del latín STATUS que significa estado político⁸, se empleó por primera vez en “Elementos de Erudición Universal “del barón J.F. Von Bielfeld, traducido al inglés por W. Hooper M.D. (Vol.3,Londres 1770), uno de sus capítulos se titula “estadística” y en él se define ésta como “*La ciencia que nos enseña la situación política de los estados modernos del mundo conocido*”; otra definición más amplia de la Estadística es la dada por Zimmermann (1787) como “*La rama del conocimiento político, que tiene por objeto estudiar la potencia real y relativa de los distintos estados modernos, de la capacidad derivada de sus condiciones naturales, la industria y la civilización de sus habitantes y la sabiduría de sus gobernantes*”.

Realizando también un recuento en la historia de la probabilidad, aproximadamente por el año 3500 a.C., los juegos de azar eran practicados con objetos de hueso, considerados como los precursores de los dados y fueron ampliamente desarrollados en Egipto y otros lugares. En las ideas de Aristóteles (384-322 AC) se encuentran tres tipos de nociones de probabilidad, que definen más bien actitudes frente al azar y la fortuna, que siguen vigentes hoy en día: (1) el azar no existe y refleja nuestra ignorancia; (2) el azar proviene de causas múltiples y (3) el azar es divino y sobrenatural.

En la sociedad francesa, el juego era uno de los entretenimientos más frecuentes. Los juegos cada vez más complicados y las apuestas muy elevadas hicieron sentir la necesidad de calcular las probabilidades de los juegos de manera racional. El caballero de Méré, planteó algunas preguntas que permitieron, en particular, iniciar una discusión entre Blaise Pascal y Pierre Fermat (1601-1665) y así el desarrollo de la teoría de las probabilidades. El caballero De Méré, que jugaba con frecuencia, había acumulado muchas observaciones en diversos juegos y constató una cierta regularidad en los resultados. Esta regularidad, a pesar de tener como

⁸ BEHAR GUTIÉRREZ, Roberto y YEPES A., Mario. Estadística Un Enfoque Descriptivo. Cali, Colombia: Universidad del Valle, 1996. p.14-16.

base un hecho empírico, permitió relacionar la frecuencia relativa de la ocurrencia de un suceso y su probabilidad. Las reglas de cálculo desarrolladas hasta entonces para los juegos de azar vieron sus aplicaciones en otras disciplinas.

5.1.2 La Estadística como ciencia social. Un aspecto importante que se destaca en la sociedad francesa del siglo XIX fue la preocupación de los estadísticos por tratar de explicar fenómenos desordenados y variables como el crimen y el suicidio, se pensaba que hombres y mujeres eran dirigidos por un destino maléfico. La constante presencia de crímenes fue causa de asombro, que pronto se convirtió en una ventaja ideológica que motivó al astrónomo belga Adolphe Quetelet a manifestar que podía haber una ciencia de la sociedad, capaz de predecir y descubrir las causas del crimen y proveer los instrumentos para combatirlo. Sus estudios fueron tan lejos como para aplicar la teoría de los errores matemáticos a la variación humana, además realizó estudios en estadística, a la que dio una orientación diferente, creando un nuevo aspecto de ella, el que se podría llamar moral, es decir, el que se refiere a las leyes que regulan los fenómenos morales y físicos de la vida individual y colectiva.

Génesis de las sociedades estadísticas. En 1833 Quetelet fue invitado a Cambridge a la reunión de la Asociación Británica para el Avance de la Ciencia (BA). Con él llevó su trabajo estadístico realizado en Francia y Bélgica sobre la relación entre el crimen y la edad, pero la asociación no tenía ninguna sección para la estadística. Debido a esto se le pidió sustentar su trabajo en privado, hecho que lo defraudó, pero aún así expuso sus ideas, causando gran impacto entre los presentes. Uno de ellos, Charles Babbage, interesado por sus aportes sugirió la creación de una nueva sección dedicada a la estadística, esta idea fue

aceptada por la asociación, con la condición de que ella no interviniera en las discusiones de las demás secciones.

Es así como el 21 de febrero de 1834 en una reunión en la casa de Babbage se decidió establecer la Statistical Society in London (Sociedad Estadística de Londres). Dos semanas después se organizó la primera reunión, el 3 de mayo se eligieron los primeros funcionarios y a finales del año la sociedad tenía 378 miembros, y consiguió el reconocimiento de la familia Real. Mediante una carta constitucional en 1887 la Statistical Society in London se convirtió en la Royal Statistical Society (RSS). Es preciso resaltar que esta sociedad definió la Estadística como *“la investigación de los hechos objeto de cálculos para poner de manifiesto las condiciones y perspectivas de la sociedad”*. Hoy en día, el propósito de la RSS es *“desarrollar, adoptar y difundir el conocimiento, metodología y buena práctica de la estadística para el beneficio de toda la sociedad”*.

Sus objetivos son:

- ▶ Estimular y promover el avance general de la ciencia y metodología estadística.
- ▶ Animar y promover la colección rigurosa de estadísticas.
- ▶ Fomentar el desarrollo y promoción de aplicaciones estadísticas en todas las áreas que se puedan beneficiar.
- ▶ Establecer, apoyar y adelantar las normas de competencia estadística dentro de la sociedad y al alcance de la comunidad.
- ▶ Atender los intereses del público, actuando en calidad de asesor en materias que se relacionan con la ciencia, metodología y aplicación estadística, la colección, uso, y análisis de datos.
- ▶ Promover y difundir el conocimiento y la buena práctica de la estadística, dónde su aplicación sería de beneficio a productores o consumidores de estadísticas, y adelantaría el bienestar de la sociedad en general.
- ▶ Difundir y promover el uso de datos estadísticos.

La RSS tiene actualmente alrededor de 7000 miembros. A través de sus actividades y publicaciones ofrece estímulo y comunicación, a usuarios de la estadística en su vida profesional y cotidiana, interesados por el análisis de datos, aplicaciones de la estadística en la industria, comercio, gobierno, educación o investigación.

En 1853 se convocó al primer congreso estadístico internacional por la iniciativa de Quetelet, esto se mira generalmente como el principio de la cooperación estadística internacional culminando en la fundación del International Statistical Institute (Instituto Internacional de Estadística) (ISI) en 1885. El ISI es una de las más antiguas asociaciones científicas internacionales que funcionan en el mundo moderno. Es una sociedad autónoma que intenta desarrollar y mejorar métodos estadísticos y su uso, con la promoción de la actividad y la cooperación internacional. El ISI está constituido por 7 secciones:

- ▶ International Association of Survey Statistician (IASS): Se fundó en 1973. Apunta a promover el estudio y desarrollo de la teoría y práctica de estudios de muestreo y censos.
- ▶ Bernoulli Society for Mathematical Statistics and Probability: Se fundó en 1975 y tiene alrededor de 1500 miembros representando casi 70 países. Sus objetivos son el avance de las ciencias de la Probabilidad (incluyendo los procesos estocásticos) y las Estadísticas Matemáticas y sus aplicaciones a todos esos aspectos del esfuerzo humano que se dirigen hacia el aumento de conocimiento natural y el bienestar de la humanidad.
- ▶ International Association for Statistical Computing (IASC): Se fundó durante la 41ª sesión del ISI en 1977. Los objetivos de la Asociación son motivar el interés mundial en la informática estadística eficaz e intercambiar el

conocimiento técnico a través de los contactos internacionales y reuniones entre estadísticos, capacitando a los profesionales, organizaciones, instituciones, gobiernos y el público en general.

- ▶ International Association for Official Statistics (IAOS): Fundada en 1985. Es una organización no gubernamental internacional. Es una Asociación de personas físicas y legales que tienen el interés científico o profesional en el campo, reúne a productores y usuarios de estadísticas oficiales. Los objetivos de la IAOS son promover la comprensión y avance de las estadísticas oficiales y motivar el desarrollo de servicios estadísticos oficiales eficaces, particularmente en los países en vías de desarrollo, a través de los contactos internacionales entre individuos y organizaciones.
- ▶ International Association for Statistical Education (IASE): En 1948 el ISI preocupado por la situación del mundo a causa de la posguerra, creó el Comité de Educación con el objetivo de formar estadísticos profesionales, que ayudaran con la economía y desarrollo de los países afectados . En este proceso se evidenciaron dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, es así como en 1991 es creada la IASE como evolución del Comité de Educación, y su objetivo principal es contribuir al desarrollo y mejora de la educación estadística en el ámbito Internacional. En la actualidad cuenta con unos 500 miembros, que son personas interesadas en la enseñanza de la estadística en al menos uno de los niveles educativos
- ▶ Irving Fisher Society on Financial and Monetary Statistics: El 18 de agosto de 2003, en reunión del ISI, la Asamblea General concedió formalmente el establecimiento de esta sociedad. En abril de 2005 en Sydney, fue anunciado que el Irving Fisher Society seguirá siendo una sección provisional para un periodo indefinido.

- ▶ International Society for Business and Industrial Statistics (ISBIS): Es una de las más nuevas secciones del ISI y se fundó en Abril de 2005 durante la 55ª Sesión del ISI realizada en Sydney, Australia. Los objetivos de la ISBIS son: Promover el avance e intercambio de conocimiento entre las estadísticas de negocios y la estadística industrial, intercambiar ideas e información a un nivel internacional a través de las conferencias, talleres y publicaciones, desarrollar y promover la relación entre la nación y las sociedades profesionales regionales o grupos involucrados en actividades relacionadas al negocio y la industria.

Aunque somos conscientes que existen otras sociedades estadísticas establecidas y funcionando en la actualidad a nivel mundial pero con carácter más regional, como por ejemplo la American Statistical Society (Sociedad Americana de Estadística)(ASA) fundada en Estados Unidos en 1839, con una trayectoria tan importante como la de la RSS, y que igualmente ha mostrado preocupación por la evolución de la Estadística, nuestro objetivo se ha centrado en la ubicación de la más grande asociación mundial, que es la IASE, preocupada por la difusión de la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, la cual involucra una reflexión teórica e intenta llevarla principalmente a los países menos desarrollados del planeta.

5.1.3 La Educación Estadística y su incorporación en la escuela. Para el ISI, no ha sido ocasional su preocupación por que la Educación Estadística se consolide como un campo científico. Precisamente Batanero (2000) al definirla como *“el campo de innovación, desarrollo e investigación constituido por todas aquellas personas (educadores estadísticos) que se interesan o trabajan por mejorar la enseñanza, el aprendizaje, la comprensión, la valoración, el uso y las actitudes hacia la estadística”*, plasma los intereses y esfuerzos realizados por alcanzar el estatus propuesto.

La IASE, dentro de sus mecanismos de difusión viene realizando diversas actividades entre las que se encuentran las conferencias, en particular la International Conference of Teaching Statistical (Conferencia Internacional sobre Enseñanza de la Estadística) (ICOTS), donde se han discutido temas como “Educación en la escuela”, “Educación postsecundaria”, y “Perspectiva internacional de la educación estadística”, entre otras. Los ICOTS a nivel mundial convocan a toda la comunidad de educadores estadísticos para que presenten proyectos y resultados de investigación, al tiempo que se discute el papel fundamental que cumple la estadística actualmente en la sociedad. Esto conlleva a la necesidad de incorporar la estadística en la escuela en forma generalizada, al currículo de matemáticas. La comunidad de educadores estadísticos ha manifestado diferentes razones por las cuales se debe realizar dicha incorporación. Vale la pena resaltar algunos autores mencionados por Batanero (1999) como por ejemplo, en Holmes (1980) se destaca que *“La estadística es una parte de la educación general, pues se precisa adquirir capacidad de lectura e interpretación en tablas y gráficos que aparecen en los medios”*; también se asume como una herramienta útil para la vida por la aplicación de sus conceptos básicos en varias ocupaciones; otro aspecto que fue señalado por Fishbein (1975) es el carácter exclusivamente determinista que el currículo de matemáticas ha tenido hasta hace unos años, y la necesidad de mostrar al alumno una imagen mas equilibrada de la realidad. Recientemente Begg (1997) señala que la estadística es un buen vehiculo para alcanzar las capacidades de comunicación, tratamiento de información, resolución de problemas, uso de ordenador y trabajo cooperativo y en grupo; y, según Batanero (2001), Cabriá (1994) afirma que: *“La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final”*.

El objetivo principal de la enseñanza de la estadística no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”; ya que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, puesto que los ordenadores hoy día resuelven este problema, lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, que involucra dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante.

Se consideran que son dos los fines fundamentales de la enseñanza de la estadística en la escuela:

- Que los alumnos lleguen a comprender y a apreciar el papel de la estadística en la sociedad, incluyendo sus diferentes campos de aplicación y el modo en que la estadística ha contribuido a su desarrollo.
- Que los alumnos lleguen a comprender y a valorar el método estadístico, esto es, la clase de preguntas que un uso inteligente de la estadística puede responder, las formas básicas de razonamiento estadístico, su potencia y limitaciones.

Uno de los más importantes grupos de habla Hispana que actualmente adelanta desarrollos en esta línea, es el coordinado por Carmen Batanero y colaboradores, quienes en uno de sus documentos, Batanero y cols. (2000), plantean ocho grandes preguntas de investigación y sugieren cuatro áreas específicas que

requieren atención, como son: razonamiento estadístico, tecnología, razonamiento inferencial y formación de profesores. Ese documento pretende propiciar un espacio en donde se reflejen las diversas opiniones y posibles respuestas a estas inquietudes. También se observa como algunas personas interesadas en este campo reaccionaron desde varios puntos de vista, de acuerdo al área en la cual trabajan, y plantean alternativas para buscar respuesta a dichas preguntas.

Por otra parte, Batanero (1999), refiere uno de los tres campos en los que se han llevado a cabo investigaciones sobre educación como es la perspectiva psicológica: investigación sobre el razonamiento estocástico; en este aspecto se mencionan trabajos de Piaget e Inhelder (1951), quienes lograron determinar diferentes etapas en el desarrollo del razonamiento probabilístico de los niños. Así mismo muestra como Fishbein destaca la necesidad de vincular el desarrollo del razonamiento estocástico en la escuela, afirmando que *“sin instrucción es difícil que se desarrolle un razonamiento estocástico adecuado”*.

La estadística cobró gran importancia en numerosos países por sus diversas aplicaciones en el ámbito social, económico y político, esto llevó a promover la formación de técnicos estadísticos y es así como nacieron diferentes instituciones dedicadas a dicha formación. En nuestros días, la estadística se ha convertido en un método efectivo para describir con exactitud los valores de datos económicos, políticos, sociales, psicológicos, biológicos o físicos, y sirve como herramienta para relacionar y analizar dichos datos. El trabajo del experto estadístico no consiste ya sólo en reunir y tabular los datos, sino sobre todo en centrar su atención en el proceso de “interpretación” de esa información. El desarrollo de la teoría de la probabilidad ha aumentado el alcance de las aplicaciones de la estadística. Muchos conjuntos de datos se pueden aproximar, con gran exactitud, utilizando determinadas distribuciones probabilísticas; los resultados de éstas se pueden utilizar para analizar datos estadísticos. La probabilidad es útil para

comprobar la fiabilidad de las inferencias estadísticas y para predecir el tipo y la cantidad de datos necesarios en un determinado estudio estadístico.

5.2 RAZONAMIENTO ESTOCÁSTICO

La importancia que la estadística ha alcanzado a nivel mundial, así como su incorporación en el currículo de matemáticas en los distintos niveles escolares, ha llevado a los Educadores Estadísticos a acuñar términos como pensamiento estadístico, razonamiento estadístico, razonamiento estocástico, cultura estadística o capacidad estadística, entre otros, para referirse a diferentes aspectos que la enseñanza, el aprendizaje y la implementación de la estadística implican.

A pesar de que el término pensamiento estadístico hace alusión a un concepto complejo y que en la actualidad no se ha establecido un consenso acerca de su definición, algunos autores que han incursionado en esta línea, han arriesgado distintas aproximaciones. Entre ellos se encuentran, Wild y Pfannkuch (1999) quienes expresan que el término pensamiento estadístico es como un mantra que evoca cosas entendidas de manera vaga, de nivel intuitivo, pero sobre todo muy poco estudiadas. En este documento se cita a Snee (1990), quien considera el pensamiento estadístico como “procesos de pensamiento que reconocen que la variación está presente entre nosotros y en todo lo que hacemos, todo trabajo es una serie de procesos interconectados que al identificar, caracterizar, cuantificar, controlar y reducir la variación proveen oportunidades para mejorar”. Igualmente citan a Moore (1997), que presenta la lista de los elementos del pensamiento estadístico: La necesidad de los datos, la importancia de la producción de datos, la omnipresencia de la variabilidad, la medición y la modelación de la variabilidad. Estas apreciaciones concuerdan con lo expresado por Salcedo (2005) quien manifiesta que el pensamiento estadístico implica la comprensión del por qué y del

cómo se realizan las investigaciones estadísticas. Esto incluye reconocer y comprender el proceso investigativo completo (desde la pregunta de investigación hasta la recolección de datos, así como la selección de la técnica para analizarlos, probar las suposiciones, etc.), entendiendo cómo se utilizan los modelos para simular los fenómenos aleatorios, cómo los datos se producen para estimar las probabilidades, reconocimiento de cómo, cuándo, y por qué los instrumentos deductivos existentes se pueden utilizar, y permiten entender y utilizar el contexto de un problema para emitir conclusiones y planear investigaciones.

Estos autores realizan sus aportes basándose en la experiencia que en prácticas investigativas han tenido.

En otra apreciación, presentada por Moreno y Vallecillos (2001) e inferida de las ideas expuestas por Wild y Pfannkuch, se plantea que el pensamiento estadístico resulta de la integración entre la comprensión del problema real y el problema estadístico; y que elementos como la interconexión de procesos, comprender y ocuparse de la variación, buscar explicaciones alternativas para los fenómenos bajo estudio, y la transnumeración, lo facilitan.

Por otra parte, y en la dirección de la calidad de los productos, Ito⁹, cita la definición de pensamiento estadístico del AQL¹⁰ (1996) que establece que el pensamiento estadístico es una filosofía más que el uso de ciertas herramientas. En la misma dirección, Behar y Grima (2004) comentan que cuando se habla de pensamiento se intenta expresar la necesidad de trascender el conocimiento, entendido éste último, como cosas que ahora se saben, pero que pueden olvidarse, mientras que pensamiento estadístico tiene la acepción de algo permanente, algo que forma parte de nuestra lógica corriente, es trascender la

⁹ Citado por Batanero 2000, p.14.

¹⁰ Acceptable Quality Level

lógica determinística y complementarla con nuevos elementos que resultan más eficientes en situaciones de variabilidad e incertidumbre.

De una manera más general, se infiere de Porter¹¹, que el pensamiento estadístico es una herramienta social, construida con métodos estadísticos a partir de la necesidad de ordenar y tener conocimiento de la sociedad, en procura de mejorar sus condiciones.

Las definiciones anteriores están referidas explícitamente al término pensamiento estadístico, pero también se encuentran definiciones que utilizan otros términos para referir el mismo concepto, como la presentada por Garfield (1998)¹², quien asegura que el razonamiento estadístico se puede definir como la manera en la que los sujetos razonan con ideas estadísticas o dan sentido a la información estadística. Esto abarca las interpretaciones de conjuntos de datos, representaciones de datos, o resúmenes estadísticos de datos. Implícito al razonamiento estadístico está la comprensión de importantes ideas como distribución, incertidumbre, aleatoriedad y muestreo. En forma similar, Salcedo (2005) enuncia que el razonamiento estadístico es la manera como las personas argumentan sobre las ideas estadísticas y el sentido que le dan a la información estadística. El razonamiento estadístico implica conectar un concepto a otro (por ejemplo, el centro de la distribución y la variabilidad) o combinar ideas acerca de los datos y la probabilidad. Razonar estadísticamente significa entender y estar en capacidad de explicar los procesos estadísticos y de interpretar completamente los resultados estadísticos.

Batanero (2002) utiliza definiciones de Wild y Pfannkuch (1999), para mencionar las cinco componentes fundamentales del razonamiento estadístico que son:

¹¹ PORTER, Ted. La Emergencia del Pensamiento Estadístico. Documento en línea <http://www.uned.es/dpto-sociologia-I/Arribas/Enquete/PORTER.HTML>

¹² Citado por Moreno y Vallecillos 2001, p.5.

reconocer la necesidad de los datos, transnumeración, percepción de la variación, razonamiento con modelos estadísticos e integración de la estadística y el contexto; y en esta misma dirección se encuentran los aportes de Álvarez y Vallecillos (1999), quienes presentan los elementos básicos a tener en cuenta para el razonamiento estadístico:

- El razonamiento debe describir en general las acciones de un investigador para resolver un problema de la vida, y particulariza las acciones para la resolución del problema estadístico.
- El razonamiento debe manifestar la interrelación de la teoría con la técnica.
- El razonamiento debe ser concebido por etapas que concretizan las acciones mentales, evidenciando una estructura orgánica de principio a fin.

Adicionalmente explican que la participación del razonamiento estadístico en la resolución de problemas estadísticos se presenta a través de cinco etapas que son: 1) Interpretación del problema general y derivación del problema particular; 2) exploración de los conocimientos conocidos y elección y/o creación del (los) método(s) adecuado(s); 3) construcción de la técnica de solución a emplear (entendida la técnica de solución como la estructuración adecuada de métodos); 4) aplicación de la técnica construida y 5) análisis de resultados y elaboración de las respuestas.

Ito¹³ expresa que aunque algunas personas parecen sugerir que el pensamiento estadístico y el razonamiento estadístico son casi sinónimos, piensa que el razonamiento estadístico subyace la frontera entre la “ciencia” estadística y el “arte” estadístico; visualizando la primera como un sistema deductivo matemáticamente orientado; bien sea fisheriano, frecuentista o bayesiano y la segunda se relaciona con la lógica inductiva, en la que una aplicación informada de los métodos estadísticos basados en un sistema deductivo se lleva a cabo en un campo de aplicación, concluyendo que el razonamiento estadístico queda así

¹³ Citado por Batanero 2000, p.14.

presente, explícita o implícitamente, en cualquier nivel de la educación estadística. También Lajoie¹⁴ menciona que la capacidad estadística puede considerarse como algo más general, mientras que el razonamiento estadístico debiera considerarse en el contexto de un contenido estadístico particular.

Aunque no se conocen muchas investigaciones que relacionen las similitudes entre todos estos términos, Salcedo (2005) manifiesta que en las investigaciones de delMas (2002) se señala que a menudo se utilizan de forma indiferente términos como cultura estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico; y que hasta la fecha no se ha establecido una definición formal de estos términos.

Después de hacer este recorrido y revisión de definiciones, así como una reflexión al respecto, estableceremos considerar, en forma sucinta, al *pensamiento estadístico como la capacidad mental que tiene un individuo para leer, analizar e interpretar datos estadísticos; complementada esta capacidad con la actitud que se asume al enfrentar dichos datos.*

En lo que concierne al alcance de este trabajo y sus objetivos, no se intentará plantear una diferencia entre estos conceptos. La intención se centrará en establecer una organización, desde la perspectiva de los resultados de investigación estudiados, que permita visualizarlos y ubicarlos en función de su utilización y aplicación.

En consecuencia y por convención, en este documento, en adelante se utilizará el término pensamiento estadístico, para referir el concepto antes mencionado.

¹⁴ *Ibíd.*, p.19.

5.3 PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

Desde las investigaciones que sobre pensamiento estadístico se reportan en la bibliografía, es posible para su interpretación identificar dos caminos distintos; de un lado las investigaciones que referencian este concepto en el quehacer profesional y de otro las que lo aluden a la parte institucional. En la primera se hace un énfasis en la importancia del pensamiento estadístico en las distintas disciplinas y en la segunda en cómo éste aparece en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

5.3.1 Referencias del Pensamiento Estadístico en el Nivel Profesional. El pensamiento estadístico en el nivel profesional es un aspecto que diversos autores le han dado una importancia especial, debido a que éste es en algunas carreras concebido como vital para la correcta o adecuada manipulación de los datos. Es así como Álvarez¹⁵ invita a la capacitación de técnicos, en especial a los de mantenimiento, para que adquieran habilidades relacionadas con la capacidad de mejorar los diseños de las bases de datos, con la forma cómo deben registrar la información diaria producida buscando su utilidad y adecuado tratamiento estadístico, con la capacidad de analizar, leer, interpretar y actuar sobre la base de estos datos; actividades donde la actitud estadística es fundamental. A este nuevo comportamiento de los profesionales de mantenimiento es lo que él llama pensamiento estadístico en mantenimiento. Por otro lado Weaver¹⁶ relaciona el pensamiento estadístico con el razonamiento inductivo, puesto que de algún modo éste nos ayuda a comprender los sucesos y fenómenos de la naturaleza, que son demasiado multiformes, numerosos e incomprensibles, lo cual dificulta su completa observación, por ello se debe recurrir a las muestras, las cuales deben

¹⁵ ÁLVAREZ, Héctor René. Pensamiento Estadístico en Mantenimiento. Documento en línea <http://www.ceroaverias.com/centroTPM/articulospublicados/2003-5.htm>, 2003.

¹⁶ WEAVER, Warren. El Pensamiento Estadístico. Matemáticas en el Mundo Moderno, Selecciones de Scientific American. Documento en línea <http://www.lamolina.edu.pe/facultad/economia/estadistica/estadi.htm>, Madrid: Ed. Blume, 1974. p.1.

arrojar suficiente información acerca de la población de la cual se derivan. Comenta que la labor del estadístico es de suma relevancia ya que es indispensable tener el conocimiento adecuado sobre el cómo se puede describir la muestra de forma útil y clara, cómo se deben inferir de la mejor manera posible conclusiones que se refieran a la población total, así como hasta qué punto son de fiar las conclusiones y cómo se deberían tomar las muestras con el fin de que puedan ser tan iluminadoras y de tan buena garantía como sea posible.

Se resalta también el hecho de que el pensamiento estadístico es muy utilizado en distintas profesiones, lo resalta su interdisciplinariedad y la necesidad de que los nuevos profesionales se apropien más de él y de sus aplicaciones.

La investigación realizada por Wild y Pfannkuch (1999) plantea los procesos de pensamiento utilizados en la resolución de problemas estadísticos evidenciados en las entrevistas realizadas a estudiantes de estadística y a estadísticos profesionales, llegando a identificarse cuatro dimensiones desde las cuales se pueda abordar este pensamiento. Estas dimensiones son:

Dimensión Uno: El Ciclo Investigativo; referido a la manera en que el individuo actúa y piensa durante el desarrollo de una investigación estadística. Adoptando el modelo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis, Conclusiones).

Dimensión dos: Tipos de Pensamiento; dividido en tipos fundamentales (inherentemente estadísticos) y tipos generales (relacionados con el contexto estadístico). Dentro de los tipos fundamentales se encuentran el reconocimiento de la necesidad de los datos, la transnumeración, la variación, un conjunto específico de modelos, el conocimiento del contexto, el conocimiento estadístico y la síntesis. Y dentro de los tipos generales está el pensamiento estratégico, la modelación y la aplicación de técnicas.

Dimensión tres: El ciclo interrogativo; es un proceso de pensamiento genérico en constante uso en la solución de problemas estadísticos, sus componentes son: generar, buscar, interpretar, criticar, juzgar.

Dimensión cuatro: Las disposiciones; se discuten las cualidades personales que afectan la entrada a un modo de pensamiento, ellas son: la curiosidad y el conocimiento, la imaginación, el escepticismo, el ser lógico y la tendencia a buscar significados profundos.

La descripción de estas cuatro dimensiones es un paso importante para el reconocimiento de los modelos mentales que se estructuran al enfrentarse con un problema de tipo estadístico. Estos modelos junto con algunas aproximaciones de pensamiento estadístico pueden dar “luces” de una posible aproximación a la definición de este término.

5.3.2 Referencias del Pensamiento Estadístico en el Nivel Institucional.

Dentro de este nivel se pueden identificar dos perspectivas desde las cuales se abordan las situaciones de enseñanza y aprendizaje de la estadística, para el adecuado desarrollo del pensamiento estadístico en los diferentes niveles educativos.

- **Perspectiva Psicológica.** Esta perspectiva apunta, en primer lugar al reconocimiento de diferentes investigaciones que brindan aportes significativos sobre el desarrollo cognitivo del individuo, identificando diversas etapas en la evolución del pensamiento. En segundo lugar a la identificación de diferentes errores en el razonamiento estocástico, que encierra al razonamiento estadístico y probabilístico, pues es de completa importancia para este seminario ubicar dichos errores y encontrar explicaciones para sus posibles causas.

Autores renombrados, como Piaget¹⁷ interesado por la comprensión de este tipo de actividades y trabajando específicamente en el área de la probabilidad, presenta las etapas del desarrollo cognitivo desde la infancia hasta la adolescencia, explicando cómo las estructuras psicológicas se desarrollan a partir de los reflejos innatos, se organizan durante la infancia en esquemas de conducta, se interiorizan durante el segundo año de vida como modelos de pensamiento, y se desarrollan durante la infancia y la adolescencia en complejas estructuras intelectuales que caracterizan la vida adulta. Piaget divide el desarrollo cognitivo en cuatro periodos importantes:

Etapa Sensoriomotora (0-2 años); en la cual la conducta del niño es esencialmente motora, no hay representación interna de los acontecimientos externos, ni piensa mediante conceptos.

Las siguientes etapas se han adaptado al estudio de la evolución del razonamiento probabilístico, analizando las características como intuición del azar, la intuición de la frecuencia relativa, la estimación de posibilidades y la noción de probabilidad, que se deben tener en cuenta para su desarrollo.

La etapa Preoperacional (2-7 años); es la etapa del pensamiento y del lenguaje en la cual se gradúa la capacidad de pensar simbólicamente y se imitan objetos de conducta, juegos simbólicos, dibujos, imágenes mentales y el desarrollo del lenguaje hablado. Piaget y Fischbein¹⁸ concluyen que no existe una intuición del azar innata en el niño, por lo que dirigen sus investigaciones a determinar cómo se desarrolla esta intuición en la mente del niño. Para Piaget, esta comprensión presupone previa la posesión de un esquema lógico, combinatorio (que el niño debe construir). Para Fischbein, una cierta comprensión intuitiva del azar opera sin instrucción previa, estando presente

¹⁷ www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml

¹⁸ www.uco.es/~ma1marea/profesor/primaria/estadist/cognitiv/indice.htm

en la conducta diaria de cada niño, de modo que si se le presentan ejemplos donde el número de posibilidades es pequeño, el niño razona correctamente. En la Intuición de frecuencia relativa, el niño adapta sus predicciones a las probabilidades de los sucesos que se le presentan como estímulo, aunque sus respuestas no llegan a coincidir totalmente con la frecuencia de los mismos. Esta conducta también se puede obtener sin que se estimule al niño cuando acierta, lo que demuestra que este fenómeno es una formación cognitiva mental. Y en la estimación de posibilidades y la noción de probabilidad, Piaget e Inhelder consideran que el niño no es capaz de estimar las posibilidades a favor o en contra de los sucesos aleatorios, pero Fischbein piensa que el niño es capaz de hacer juicios probabilísticos en el sentido de que, cuando es posible un control experimental y operaciones auxiliares de comparación y cálculos simples, el niño puede partir de una estimación intuitiva de posibilidades a favor de algún suceso.

La etapa de las Operaciones Concretas (7-11 años); es la etapa donde los procesos de razonamiento se vuelven lógicos y pueden aplicarse a problemas concretos o reales. En el aspecto social, el niño ahora se convierte en un ser verdaderamente social y en esta etapa aparecen los esquemas lógicos de seriación, ordenamiento mental de conjuntos y clasificación de los conceptos de causalidad, espacio, tiempo y velocidad. En esta etapa el razonamiento probabilístico se visualiza en la Intuición del azar, a través de la adquisición de esquemas operaciones espacio-temporales y lógicos-matemáticos, el niño adquiere la capacidad de distinguir entre el azar y lo deducible, incluso a nivel conceptual; el niño comienza a comprender la interacción de cadenas causales que conducen a sucesos predecibles, y la irreversibilidad de los fenómenos aleatorios. La Intuición de la frecuencia relativa, a través de experimentos de aprendizaje probabilístico, se mejora con la edad; si la intuición se observa como un resultado cognitivamente fijado de experiencias acumulables, parece razonable que la intuición de esta frecuencia se desarrolle de un modo natural

como resultado de las experiencias del niño con situaciones que implican sucesos aleatorios, en los cuales las respuestas deben expresar una estimación correcta de las frecuencias relativas de los fenómenos. También en la estimación de probabilidades y la noción de probabilidad, de acuerdo con Piaget e Inhelder, los niños de 9-10 años que no han recibido una instrucción específica muestran, para el caso de comparación de probabilidades, un porcentaje de respuestas acertadas, mayor que en niños de preescolar. Dentro de esta etapa aparece otra característica del razonamiento probabilístico llamada operaciones combinatorias, donde los niños buscan modos de realizar inventarios de todas las permutaciones, variaciones y combinaciones posibles en un conjunto dado con un número pequeño de elementos, y llegan a procedimientos rudimentarios de cálculo mediante ensayo y error; al final de este periodo (10-11 años), Fischbein ha demostrado que los niños con ayuda de instrucción, asimilan procedimientos enumerativos usados en la construcción de diagramas de árbol¹⁹.

La etapa de las Operaciones Formales (11 años en adelante), es en la que el adolescente logra la abstracción sobre conocimientos concretos observados que le permiten emplear el razonamiento lógico inductivo y deductivo. Desarrolla sentimientos idealistas y se logra formación continua de la personalidad, hay un mayor desarrollo de los conceptos morales. Se distinguen las mismas características del razonamiento probabilístico enunciadas en la etapa de las operaciones concretas. Para Piaget e Inhelder²⁰, en la Intuición del azar, el adolescente agrupa las relaciones no determinadas de fenómenos aleatorios según esquemas operacionales. Una vez que se presenta una situación aleatoria, por medio del uso de estos esquemas, se hace inteligible, y la síntesis entre el azar y lo operacional conduce al adolescente al concepto de

¹⁹ El diagrama de árbol se puede entender como la técnica estadística que permite la determinación del número de posibilidades de un evento o experimento estadístico.

²⁰ www.uco.es/~maImarea/profesor/primaria/estadist/cognitiv/indice.htm

probabilidad. Pero, para Fischbein, la síntesis entre el azar y lo deducible no se realiza espontáneamente y completamente al nivel de las operaciones formales; razona que esta deficiencia radica en que las tradiciones culturales y educativas de la sociedad moderna orientan el pensamiento hacia explicaciones deterministas unívocas, según las cuales los sucesos aleatorios caen fuera de los límites de lo racional y científico.

Otros estudios de Piaget e Inhelder (1951) se centran en el razonamiento combinatorio²¹. Relacionan el concepto de permutaciones con el de mezcla aleatoria que fundamenta la idea de azar en el niño y la predicción de resultados al realizar múltiples veces un experimento aleatorio con la construcción de las combinaciones. También describen el desarrollo psicogenético de las operaciones combinatorias en los distintos estadios de desarrollo a partir de sus observaciones y entrevistas a niños, proponiéndoles tareas combinatorias con materiales concretos. Sus experimentos han probado que el niño de preescolar sólo puede hacer algunas combinaciones, permutaciones y variaciones de una manera empírica, y no intentan encontrar un método de realizar un inventario exhaustivo. Por ejemplo, puede formar parejas de objetos o permutar objetos entre sí, pero nunca de una forma completa y siempre con pocos elementos.

Fischbein (1975) concede, una gran importancia a la intuición como componente de la inteligencia. Las intuiciones son, según él, procesos cognitivos que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, en virtud de sus características de inmediatez, globalidad, capacidad extrapolatoria, estructurabilidad y auto-evidencia. Diferencia entre intuiciones primarias y secundarias. Las *intuiciones primarias* son adquisiciones cognitivas que se derivan directamente de la experiencia, sin necesidad de ninguna instrucción

²¹ Este concepto está referido a la capacidad de construir y realizar técnicas de conteo.

sistemática. Por el contrario, las *intuiciones secundarias* son formadas por la educación científica, principalmente en la escuela.

Algunas formas de razonamiento informal a los que frecuentemente recurren las personas, han sido denominadas heurísticas y aunque se describan éstas como procesos cognitivos que se utilizan para reducir la complejidad de un problema durante la etapa de resolución, convirtiéndolo así en accesible para el resolutor, según Kahneman, Slovic y Tversky (1982)²², se ha de tener presente que no necesariamente dan lugar a resultados correctos. El estudio gira alrededor de los errores de razonamiento que se suelen presentar al enfrentar situaciones de tipo aleatorio. En este sentido se consideran los errores asociados a tres heurísticas: representatividad, disponibilidad y ajuste y anclaje.

La heurística de la representatividad consiste en calcular la probabilidad de un suceso sobre la base de la representatividad del mismo, respecto a la población de la que proviene; una prueba de esta heurística se encuentra en que aunque se pueda confiar en que buenas aproximaciones sean obtenidas mediante estimación de parámetros poblacionales, esto dependerá del tamaño de muestra y no se puede confiar en que los valores de los estadísticos alcancen al parámetro en una muestra pequeña, Hugues (1998). El fenómeno de la representatividad no está asociado sólo con personas sin formación estadística sino que también se pone de manifiesto en investigadores con formación estadística.

Los errores más comunes que surgen en la utilización de esta heurística, mencionados por Batanero (2001), son:

- (a) Insensibilidad al tamaño de la muestra.
- (b) Insensibilidad a las probabilidades a priori.
- (c) Concepción errónea de las secuencias aleatorias.

²² Citado por Moreno y Vallecillos 2001, p.2.

(d) Intuiciones erróneas sobre las probabilidades de experimentos compuestos.

La heurística de la disponibilidad es utilizada en aquellos sucesos donde se considera que es más probable aquello que se repite un mayor número de veces. Al evaluar las probabilidades de un suceso, generalmente se usan muestras de datos para su estudio, con ello se corre el riesgo de que la muestra no sea representativa de la población a estudiar o esté sesgada, cometiendo errores sistemáticos. Esta heurística también se debe a falta de razonamiento combinatorio.

Nisbett y cols. (1983)²³ encuentran razones para pensar que las personas poseen heurísticas basadas en conceptos estadísticos. Se consideran como reglas generales, intuitivas, de procesos inferenciales que recuerdan procedimientos estadísticos formales. Estos autores señalan tres factores implícitos en la dificultad de aplicar estas heurísticas cuando se requieran:

- a) Claridad del espacio muestral y del proceso de muestreo.
- b) Reconocimiento del papel del azar en una situación particular.
- c) Prescripciones culturales para razonar estadísticamente sobre eventos de un determinado tipo.

La existencia de errores y dificultades se debe a la presencia de obstáculos cognitivos que según Brousseau, presentado por Batanero (2001), se dividen en tres tipos:

- Obstáculos ontogénicos (a veces llamados obstáculos psicogenéticos): son debidos a las características del desarrollo del niño. Por ejemplo, para comprender la idea de probabilidad se requiere un cierto razonamiento proporcional, por lo que un niño muy pequeño no puede comprender la probabilidad.

²³ *Ibíd.*, p.2.

- Obstáculos didácticos: resultan de alguna forma inadecuada de enseñar un concepto. Por ejemplo, la introducción de un nuevo simbolismo tal como:

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

- enrarecerlo, en caso de alumnos con poca base matemática. Sería mejor con estos alumnos trabajar con ejemplos concretos o comparaciones, tal como comparar la media con el punto de equilibrio o centro de gravedad.
- Obstáculos epistemológicos: Relacionados intrínsecamente con el propio concepto y conteniendo parte del significado del mismo. Por ejemplo, las circularidades que se presentan en las diferentes definiciones del significado de la probabilidad (clásica, frecuencial, subjetiva) que mostraron en su día la necesidad de una definición axiomática.

El trabajo adelantado en esta perspectiva muestra entonces la importancia dada a la preocupación y el esfuerzo que se viene haciendo en este sentido, para allanar el camino en procura de alcanzar un conocimiento en el campo de la Educación Estadística que resulte expedito para optimizar y garantizar el trabajo de quienes se desempeñan en esta labor de la enseñanza de la estadística, procurando no llegar a caer en el error de concebirlo como la panacea del momento.

- **Perspectiva Escolar.** La incorporación de la estadística en el currículo de matemáticas, ha motivado el aumento de las investigaciones en este campo, entre ellas, las relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, por causa de las múltiples dificultades en el empleo de técnicas estadísticas elementales, para resolver situaciones problema en los diferentes niveles educativos: básica, media y superior.

➤ Nivel Básico y Nivel Medio

Según estudios realizados, en las matemáticas escolares, el desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenidos de probabilidad y estadística, debe estar mediatizado por la exploración y la investigación, tanto por parte de los estudiantes como de los docentes, como lo enuncian los lineamientos curriculares para el área de Matemáticas, editados por el Ministerio de Educación Nacional de nuestro país y guiados por los criterios estipulados por la N.C.T.M²⁴. Esto concuerda con algunos de los aportes de diferentes autores encontrados, tales como Begg (1997) y Fischbein (1975), citados por Batanero (1999), quien destaca que Begg señala que la probabilidad y la estadística se pueden aplicar fácilmente, puesto que no requieren técnicas matemáticas complicadas. Sus aplicaciones, proporcionan una buena oportunidad para mostrar a los estudiantes la utilidad de la matemática para resolver problemas reales, siempre que su enseñanza se lleve a cabo mediante una metodología heurística y activa, enfatizando en la experimentación y en la resolución de problemas; por su parte Fischbein manifiesta la necesidad de mostrar al alumno una imagen más equilibrada de la realidad, en la que hay una fuerte presencia de fenómenos aleatorios.

Para fomentar la exploración y la investigación, los lineamientos curriculares en matemáticas, para Colombia, proponen involucrar la construcción de modelos de fenómenos físicos y estrategias como las de simulación de experimentos y conteos. Insinúan también que deben hacer parte de esto la comparación y la evaluación de distintas formas de aproximación a los problemas, que permitirán acercarse a los conceptos y a los posibles errores que surjan. De esta manera, el desarrollo del pensamiento aleatorio significa resolución de problemas. Un aspecto importante dentro de esta problemática en la actualidad es la tecnología, la cual forma parte de nuestra vida diaria y poco a poco se ha

²⁴ National Council Teachers of Mathematics.

ido abriendo paso hasta alcanzar un lugar relevante en esta problemática que le ha permitido ir avanzando hacia la implementación en el aula de clase. Al respecto, Vasco (1999) afirma que el pensamiento estocástico, que abarca lo relacionado con lo probabilístico y con lo estadístico, en lo que a la práctica se refiere, estará cada vez más ligado a las computadoras. No se trata de gastar tiempo a los algoritmos y fórmulas para calcular medias, medianas, varianzas, desviaciones estándar, coeficientes de correlación, etc., sino de emplear más tiempo en pensar estocásticamente e interpretar lo que dice la computadora.

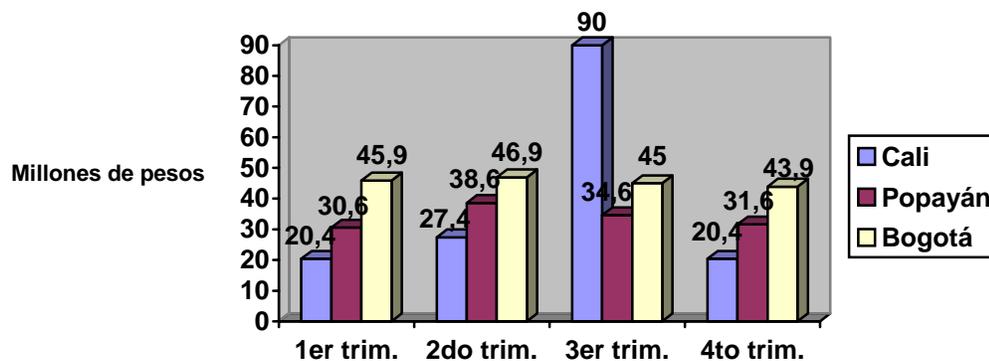
El pensamiento estadístico se ha ganado un lugar importante dentro del currículo de matemáticas, por ello se proponen tipos de razonamiento estadístico para que sean abordados a lo largo del currículo escolar, ellos son: razonamiento sobre los datos, razonamiento sobre las representaciones de los datos, razonamiento sobre las medidas estadísticas, razonamiento sobre la incertidumbre y razonamiento sobre las muestras. El desarrollo de cada uno de estos tipos de razonamiento es necesario para entender la información estadística que diariamente se encuentra circulando en nuestro entorno. Así mismo se sugiere introducir en el ámbito escolar el análisis exploratorio de datos cuyo énfasis estaría en la conceptualización sobre aspectos tales como la lectura crítica de datos, el uso de diferentes sistemas de representación y el establecimiento de las regularidades y las variaciones²⁵.

Las dificultades encontradas en el empleo de técnicas estadísticas elementales, clasificadas y citadas con mayor frecuencia para estos niveles son:

²⁵ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Bogotá, D.C. Colombia: Enlace Editores LTDA., 2004. p.13-14.

Representación gráfica y tabulación de datos, en la que se plantea que para establecer el grado de comprensión de un gráfico, se deben tener en cuenta tres categorías, “1. Leer los datos”, que equivale a hacer una lectura superficial del gráfico, sin realizar algún tipo de interpretación; “2. Leer dentro de los datos” que constituye una lectura, un poco más profunda, realizando una interpretación que ligue los datos con el gráfico, utilizando para ello herramientas matemáticas; y “3. Leer mas allá de los datos”, que establece una lectura crítica permitiendo hacer inferencias a partir de la interpretación de los datos que no se leen directamente en el gráfico. Estas categorías indican el nivel de conocimiento que puede haber alcanzado un individuo para interpretar los gráficos estadísticos; por este mismo nivel, se encuentra que las principales dificultades aparecen en las dos últimas categorías. Curcio (1987)²⁶.

Por ejemplo, el siguiente gráfico representa la distribución del total de ventas (en millones de pesos) en tres sucursales de un Almacén:



Al *leer los datos* se podría afirmar que en el primer trimestre la sucursal de Cali tuvo en el total de sus ventas ingresos de 20,4 millones de pesos; la sucursal de Popayán 30,6 millones y la sucursal de Bogotá 45,9 millones.

Si se *lee dentro de los datos*, se diría que Cali obtuvo más ingresos en ventas en el tercer trimestre que en el resto del año.

²⁶ Citado por Batanero (1994), p.3.

Leer más allá de los datos significaría que no se puede esperar que los ingresos en ventas de la sucursal de Popayán en el próximo año lleguen a superar los de Bogotá.

Algunos de los errores de carácter técnico que presentan los estudiantes de secundaria son omitir las escalas en algunos de los ejes, no especificar el origen de las coordenadas y no proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes. Li y Shen (1992)²⁷.

Características Estadísticas: la media resulta ser un indicador de posición central muy importante, ya que se aplica en muchas cuestiones prácticas de la vida diaria; los estudiantes no tienen claro este concepto y muchas veces tienden a confundirlo con la moda o la mediana. Esto se puede evidenciar en la siguiente situación:

Hay 10 personas en un ascensor, 4 mujeres y 6 hombres. El peso medio de las mujeres es 100 libras, y el de los hombres 180 libras. ¿Cuál es el peso medio de las 10 personas del ascensor?

Usualmente, los estudiantes tienden a realizar el siguiente proceso de solución, asumiendo los pesos medios como si fuesen datos:

$$(100 + 180) / 2 = 140 \text{ libras}$$

Mientras que en el procedimiento adecuado se deben ponderar los datos, considerando tanto el número de hombres como el de mujeres, así:

$$(100 * 4 + 180 * 6) / (4 + 6) = 148 \text{ libras}$$

Entre las **Características de Dispersión** se encuentran la varianza y la desviación estándar y en su aplicación, uno de los errores más frecuentes está referido a ignorar la dispersión de los datos cuando se efectúan comparaciones

²⁷ *Ibíd.*, p.4.

entre dos o más muestras o poblaciones, debido regularmente a que los estudiantes no tienen claro los conceptos de variación, dispersión, diversidad y fluctuación.

Ejemplo: Existen dos conjuntos diferentes de bloques A y B. Las longitudes de los bloques del conjunto A fueron: 10, 20, 30, 40, 50 y 60 cm. Y las longitudes de los bloques en el conjunto B fueron: 10, 10, 10, 60, 60 y 60 cm. ¿Cuál de los dos conjuntos presenta mayor variabilidad? La mayoría de estudiantes cometen el error de considerar que el primer conjunto de datos es el más variable, pues relacionan la variabilidad con la no semejanza, es decir, qué tanto varían unos valores con respecto a otros más que cuánto varían los valores respecto a un punto fijo (la media).

Y en los **Estadísticos de Orden** como la mediana y los percentiles, se presentan dificultades tanto a nivel conceptual como procedimental, pues los alumnos encuentran difícil calcular la mediana y los percentiles, porque para ello se utilizan algoritmos un poco tediosos y además se debe tener en cuenta si las variables estadísticas están agrupadas en intervalos o no, condiciones que complican este desarrollo.

Ejemplo: ¿Cuál es la mediana del siguiente conjunto de números?

1, 5, 1, 6, 1, 6, 8

a) 1 b) 4 c) 5 d) 6 e) Otro valor f) No sé

En este caso, la dificultad radica en que aunque los estudiantes consideran la mediana como el valor central, no tienen en cuenta a qué secuencia numérica se refiere este valor, ignorando el hecho de que los datos deben ordenarse con anterioridad.

Asociación en tablas de contingencia: Una tabla de contingencia presenta en forma resumida la distribución de frecuencias de una población o muestra

respecto a dos variables estadísticas. La principal dificultad que se presenta en este concepto es no tener claridad sobre el significado de la asociación, pues en estos problemas se deben calcular frecuencias condicionales o relativas, y los alumnos habitualmente no tienen en cuenta todos los casos posibles.

Ejemplo: 300 personas se han clasificado según el sexo y por su adicción al tabaco.

	Fumadores	No fumadores	Total
Hombres	a 120	b 60	a+b 180
Mujeres	c 50	d 70	c+d 120
Total	a+c 170	b+d 130	a+b+c+d 300

Frecuencia relativa doble: $a / a+b+c+d$

Frecuencia relativa condicional respecto a su fila: $a / a+b$

Frecuencia relativa condicional respecto a su columna: $a / a+c$

La dificultad radica en no distinguir las anteriores frecuencias

Moreno y Vallecillos (2001) muestran como a partir de la aparición de éstos errores, se genera posteriormente otra gama de errores en la comprensión de conceptos de inferencia estadística, en la cual se identifican dificultades de tipo general en la comprensión de conceptos estadísticos y probabilísticos elementales. En el nivel de básica y media, en lo que a la fundamentación matemática se refiere, se ha encontrado que los alumnos presentan dificultades con el concepto de número racional y con el razonamiento proporcional, lo que obstaculiza la comprensión del concepto de probabilidad y

de otros conceptos asociados a él, Cañizares (1997) y Serrano (1996)²⁸. Es decir, los estudiantes no reconocen las propiedades de los números racionales, no efectúan las respectivas operaciones y no establecen comparaciones entre ellos.

En forma similar, aparecen errores relacionados con el muestreo, como el concepto de población, el concepto de muestra, de tamaño de la muestra, de parámetros y de estadísticos; el espacio muestral y el muestreo aleatorio, entre otros.

➤ Nivel Superior

Herrera (1998) plantea que el primer paso para comenzar a estudiar en los estudiantes el pensamiento estocástico y el desarrollo de un tipo de pensamiento diferente al determinístico, es asegurar que sean capaces de diferenciar las situaciones aleatorias, de las determinísticas, es decir que puedan distinguir algunas características básicas de la aleatoriedad, como su carácter irreversible e impredecible. El pensamiento estadístico en este nivel opera en tres áreas diferentes: práctica investigativa, evaluación de investigaciones y vida cotidiana. En la práctica investigativa los procesos de pensamiento estadístico son operacionalizados cuando se plantea un problema y cuando se recogen y analizan datos para hacer un juicio; los proyectos usando estadística son comunes en el currículo escolar. En la evaluación de investigaciones se describe la investigación empírica en artículos de investigación o en medios de comunicación y requiere diferentes procesos de pensamiento estadístico, no sólo sobre cómo leer el informe, sino sobre cómo reaccionar a lo que está y no está presente en el informe. Y en la vida cotidiana la información que no se recoge formalmente como dato es utilizada para

²⁸ Citado por Moreno y Vallecillos 2001, p.6.

operar y comprender el propio ambiente. Para Pfannkuch, se desarrolla pensamiento estadístico cuando se evoluciona más allá de una herramienta. Los problemas estadísticos tienen algunas características que los hacen distintos de los problemas matemáticos; usualmente es necesario distinguir el procedimiento estadístico que es necesario aplicar y esta decisión estratégica a menudo comporta gran dificultad para los estudiantes. Álvarez y Vallecillos (1999).

Se identifican algunas dificultades en el nivel universitario, como encontrar estudiantes que no alcanzan una comprensión adecuada de los conceptos básicos de estadística y que además no resuelven problemas de aplicación, otros estudiantes tienden a responder problemas que incluyen matemáticas, ocultando el significado de las cantidades estadísticas, sin formar una interpretación adecuada del problema y buscar su aplicabilidad a nuevas situaciones, Garfield (1995). Así mismo manifiesta que los estudiantes muestran tener dificultades en el desarrollo de intuiciones concretas sobre ideas fundamentales de probabilidad al menos por tres razones:

1. Los estudiantes tienen una dificultad subyacente con los conceptos de número fraccionario y razonamiento proporcional.
2. Las ideas probabilísticas entran en conflicto con las experiencias de los estudiantes y su visión de la realidad.
3. Los estudiantes han desarrollado una cierta aversión a la probabilidad.

Para la superación de las dificultades citadas anteriormente, propone que los profesores deberían:

- a) Introducir la materia a través de actividades y manipulaciones y no mediante abstracciones.
- b) Tratar de estimular en el estudiante el sentimiento de que la matemática está relacionada en última instancia con la realidad y no consiste únicamente

en símbolos, reglas y convenciones.

- c) Utilizar ilustraciones visuales y poner énfasis en los métodos de exploración de datos.
- d) Enseñar estadística descriptiva sin relacionarla con la probabilidad.
- e) Mostrar a los estudiantes el uso defectuoso de la estadística (o sea en las noticias o anuncios).
- f) Usar estrategias para mejorar los conceptos de los alumnos acerca de los números racionales antes de aproximarse al razonamiento proporcional.
- g) Reconocer y afrontar los errores más comunes en el pensamiento probabilístico de los estudiantes.
- h) Crear situaciones que requieran razonamientos probabilísticos que correspondan con la visión que tienen del mundo los estudiantes.

Otras problemáticas que surgen en la enseñanza y el aprendizaje de la estadística tales como, omitir o dejar para el final del programa académico los temas de estadística que figuran en los currículos de matemáticas, que los alumnos lleguen a la universidad sin los conocimientos básicos para defenderse en esta área, son algunas razones por las cuales los profesores universitarios optan por acortar el contenido del programa, dando poca relevancia a los temas que en realidad le servirán al estudiante en su vida profesional. Es por esto que se llega a ubicar la raíz de estos problemas en el hecho de que todavía no se ha incorporado adecuadamente la estadística en la escuela.

➤ **Todos los Niveles**

Así mismo hay autores que abarcan con sus investigaciones, todos los niveles educativos. En las reacciones al artículo “Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias”, el profesor Ito dirige sus

observaciones hacia algunos interrogantes específicos relacionados con conceptos tales como capacidad, razonamiento y pensamiento estadístico; ubica al primero por fuera de los límites curriculares, desde una perspectiva más general, en relación con los otros dos; igualmente establece diferencias entre estos términos y trata a su vez de ubicarlos en las categorías donde se identifican los problemas de la educación estadística, las cuales son:

- a)** Capacidad estadística del futuro ciudadano, que será "consumidor" de la estadística y del que se espera, lea inteligentemente las noticias y aprenda de la experiencia. Este tipo de educación se debe llevar a cabo en la escuela elemental y media y también en los cursos introductorios de estadística para carreras profesionales en universidades y escuelas universitarias.
- b)** Formación de profesores de estadística para primaria y secundaria. La mayoría de los profesores son formados para enseñar todos los temas, pero algunos elementos de matemáticas y estadística se deben incluir en su programa de formación en las universidades y escuelas universitarias. Respecto a la estadística, una capacidad estadística similar a la descrita en la categoría a) puede bastar, si es buena. En la escuela secundaria la estadística es enseñada por los profesores de matemáticas y, por tanto, las universidades deben proporcionar a los futuros profesores de matemáticas buenos programas de matemática en los niveles de pregrado y maestría que incluya al menos un curso de estadística para aquellos que no se especialicen en estadística.
- c)** Enseñanza de estadística y métodos estadísticos a futuros "usuarios" de los métodos estadísticos en sus respectivos campos de aplicación: ciencias, tecnología, industria, medicina, negocios, gobierno y otros. Esta formación se debe impartir en las universidades y escuelas universitarias para las licenciaturas diferentes de la estadística, tanto a nivel de pregrado como de postgrado.

- d)** Enseñanza de la estadística y métodos estadísticos a los futuros "productores" y "analistas" de datos oficiales y no oficiales. Esta formación se debe ofrecer en licenciaturas de estadística y de áreas distintas de la estadística tanto a nivel de pregrado como de postgrado. También las oficinas del gobierno y agencias no gubernamentales deberían proporcionar esta formación a sus empleados a través de la implementación de cursos avanzados.
- e)** Enseñanza de estadística teórica y aplicada a futuros "productores" de métodos estadísticos, es decir, estadísticos profesionales, teóricos y aplicados y profesores de estadística en la universidad o escuelas universitarias a nivel de pregrado y postgrado. Hay licenciaturas, maestrías y programas de doctorado en las universidades e institutos de investigación en estadística que tienen esta misión.

En este sentido, Ito considera que el término "capacidad estadística" sólo debe usarse para la categoría a), sin embargo, que el término pensamiento estadístico debe permear todas las categorías de la educación estadística, de la a) a la e), incluso cuando los niveles de los estudiantes y los fines de la enseñanza sean diferentes. Expresa estar completamente de acuerdo con la visión de que los estadísticos deben ser competentes tanto en métodos formales como en pensamiento estadístico para jugar un papel significativo en el mundo moderno. Incluso que al enseñar estadística en la escuela primaria y secundaria debemos tratar de presentar a los estudiantes un sentido del pensamiento estadístico, por medio de los elementos del análisis exploratorio de datos, la estadística descriptiva y el cálculo de probabilidad.

Existen otras problemáticas que surgen en la enseñanza de la estadística, tales como: la constante evolución de la estadística en el mundo, las escasas investigaciones sobre didáctica de la estadística, el que la estadística no tenga métodos propios para su enseñanza y deba adoptar teorías de aprendizaje ya

estipuladas como constructivismo, herramientas semióticas, situaciones didácticas y significado y comprensión, que son de continua reflexión y estudio por parte de la comunidad de educadores estadísticos.

En ese mismo documento, Susane Lajoie argumenta que para intentar superar estas problemáticas se debe, además de resaltar la importancia, generar investigación que implique el examen del razonamiento estadístico en las diferentes disciplinas, a medida que la educación estadística evolucione como tal.

6. CONCORDANCIA ENTRE LOS RESULTADOS DE LOS ESTUDIOS

Luego de hacer el recorrido que abarcó el estudio de documentos acerca de errores en el razonamiento estocástico, que se ubicaron dentro de la perspectiva psicológica, y otros que apuntaron a intentar evidenciar las dificultades en el empleo de técnicas estadísticas elementales en los diferentes niveles educativos, en la perspectiva didáctica, se intentará ahora establecer una concordancia o correspondencia entre éstos en procura de entender cómo se puede, metodológicamente, abordar tales dificultades y buscar su superación.

Los estudios que abordan los errores en el pensamiento estadístico presentan, según Alatorre (1991), tres razones que los caracterizan:

1. Exponen algunas limitaciones intelectuales y sugieren maneras de mejorar la calidad del pensamiento.
2. Revelan los procesos psicológicos y los procedimientos heurísticos que gobiernan el juicio y la inferencia.
3. Ayudan a conocer las intuiciones humanas indicando qué principios de la estadística o la lógica son no intuitivos o contra-intuitivos.

Estos estudios también muestran que los errores en el pensamiento estadístico se encuentran atribuidos a las diferentes heurísticas; en lo que corresponde a la heurística de la representatividad, los errores más comunes que surgen con su utilización son:

- (a) Insensibilidad al tamaño de la muestra, que se observa en el hecho de que se tiene una confianza exagerada en las pequeñas muestras, fenómeno que se

conoce con el nombre de “creencia en la ley de los pequeños números”. Por ejemplo: En cierta ciudad hay dos hospitales. En el hospital más grande nacen aproximadamente 45 bebés diariamente y en el hospital más pequeño nacen aproximadamente 15 bebés cada día. Como se conoce, aproximadamente el 50% de todos los recién nacidos son niños, pero el porcentaje exacto varía de un día a otro. A veces puede ser mayor que el 50%, a veces más bajo. Durante un periodo de un año, cada hospital registró los días en que nacieron más del 60% de niños. ¿Cuál de los dos hospitales registró más de esos días?

- a) El hospital grande.
- b) El hospital pequeño.
- c) Aproximadamente igual (esto es, si la diferencia entre ambos es menor del 5 por ciento).

Muchas personas creen que la respuesta correcta es la c), puesto que en ambos hospitales la proporción de niños es la misma (60%) y piensan que ese es el único hecho de importancia para determinar la probabilidad de los sucesos requeridos. No conceden atención al tamaño de la muestra, aunque la teoría de la probabilidad nos enseña que hay mayores fluctuaciones del valor de la proporción en las muestras pequeñas que en las muestras grandes.

- b) Insensibilidad a las probabilidades a priori, evidenciada en el hecho de que las probabilidades previas no afectan la similaridad pero sí la probabilidad. Este fenómeno ocurre cuando se debe evaluar la probabilidad de que un sujeto pertenezca a una determinada categoría, ignorando las probabilidades previas que se presentan, basando los juicios de probabilidad apoyados únicamente en la información o descripción específica que se ofrece cuando ésta es lo suficientemente representativa. Esto se refleja en situaciones como la siguiente: En una universidad, los estudiantes de Historia, son poco numerosos, son especialmente combativos y en general se distinguen por la adopción de formas hippies. Los estudiantes de Derecho, son muy numerosos,

son menos combativos y, en general, sus atuendos son tradicionales. Un estudiante, con pelo largo, sandalias, vaqueros y camiseta, se presenta a ti. ¿En cuál de las dos carreras crees que es más probable que esté matriculado? La mayoría de las personas consideran que el estudiante pertenece al programa de historia, basándose en la descripción previa, sin tener en cuenta que es más probable que sea estudiante de Derecho, por cuanto estos son más numerosos.

- c) Concepción errónea de las secuencias aleatorias, que se presenta cuando las personas esperan que una secuencia de eventos, generada por un proceso aleatorio represente las características esenciales del proceso, incluso si la secuencia es corta. Por ejemplo: Al pensar en lanzamientos al aire de una moneda seis veces, las personas consideran que la secuencia C-S-C-S-S-C es más probable que la secuencia C-C-C-S-S-S que no parece aleatoria, y también más probable que la secuencia C-C-C-C-S-C, que no representa la legalidad de la moneda. Otra consecuencia de la aplicación de la heurística de la representatividad sería el error denominado “falacia del jugador”. Por ejemplo, después de observar una larga serie de solamente rojo en la rueda de la ruleta, la mayoría de las personas cree erróneamente que ahora debe caer negro, tal vez por que la ocurrencia de negro dará una secuencia más representativa que la de otro rojo.
- d) Intuiciones erróneas sobre las probabilidades de experimentos compuestos. Un error típico en la heurística de la representatividad, se suele dar en el cálculo de probabilidad de un suceso en un espacio muestral producto. Se puede llegar a creer que es más probable la intersección de dos sucesos que su unión. Por ejemplo suele pensarse que es más probable encontrar un loco asesino a encontrar un hombre que solamente sea loco o que solamente sea asesino.

El error de Insensibilidad al tamaño de la muestra se relaciona con la dificultad que presentan los estudiantes, de los niveles de básica y media, en el empleo de técnicas estadísticas elementales para obtener, en forma adecuada, el tamaño de la muestra y el espacio muestral.

La heurística de la disponibilidad se usa, por ejemplo, al juzgar la frecuencia de una muestra valorando la facilidad con la que las principales operaciones mentales de recuperación, construcción o asociación pueden ser llevadas a cabo. Este tipo de razonamiento es el que lleva a considerar más probable aquellos sucesos de los que pueden recordarse más casos; induce errores importantes basados en las propias experiencias y en la subjetividad. Se considera una serie de errores que están muy relacionados con la falta de capacidad de enumeración de todas las posibilidades, es una operación combinatoria y tiene un efecto pernicioso a la hora de calcular la probabilidad de un suceso aleatorio.

Con estas apreciaciones se puede evidenciar cómo los errores que surgen al emplear estas heurísticas encuentran una correspondencia con las dificultades que los autores ubican en aplicaciones estadísticas, como la representación gráfica, la tabulación de datos y la asociación en tablas de contingencia, ya que la interpretación inadecuada de las frecuencias (relativas, acumuladas, dobles y condicionales) de diferentes datos, obstaculiza el análisis y la comprensión de un problema particular.

Por otra parte, desde la perspectiva didáctica y de los obstáculos cognitivos mencionados por Brousseau (1986), se identifican también dificultades en algunos conceptos estadísticos.

Los obstáculos ontogénicos aparecen relacionados con las dificultades que emergen en algunos conceptos, como por ejemplo, un niño que se encuentra en la

etapa de las operaciones concretas y no ha alcanzado a construir el concepto de número racional, ni ha desarrollado su razonamiento proporcional, enfrentará obstáculos para la comprensión de la noción de probabilidad y conceptos asociados a ella.

Los resultados de investigación muestran que los estudiantes no adquieren una adecuada comprensión de los conocimientos básicos de estadística como ocurre frecuentemente con los conceptos de población y muestra.

Los obstáculos didácticos que se observan en las prácticas de los estudiantes al momento que los docentes introducen en el aula de clases otro tipo de símbolos adicionales que resultan desconocidos para ellos, o que les generan confusiones, se presentan en todos los niveles, como ocurre por ejemplo para la media, la varianza y la desviación, al intentar utilizarlos como complementos o con el fin de aplicarlos a un contexto estadístico particular. Por ejemplo, se pide calcular la media del siguiente conjunto de datos: 5, 7, 4, 7, 6, 5, 6, 8.

Para los estudiantes es más sencillo reconocer la media como una suma extendida, es decir, sumando los datos y dividiendo entre el total de ellos, así: $(5+7+4+7+6+5+6+8) / 8 = 6$

Que presentarles el procedimiento mediante la siguiente expresión equivalente:

$$\frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8)}{8} = \sum_{i=1}^8 \frac{x_i}{8}$$

El problema de comprensión de los conceptos de varianza y desviación estándar, se presentan regularmente como ejemplos para explicar el caso de los obstáculos epistemológicos que enfrentan los estudiantes cuando sólo alcanzan a memorizar la “fórmula matemática” sin saber o lograr interpretar su resultado. Estos obstáculos se deben considerar, a partir de las raíces epistemológicas del concepto, que alude a la complejidad inherente del mismo.

7. DIVULGACIONES

Considerando el diseño metodológico, se realizaron divulgaciones a manera de conversatorios, con la participación de los docentes de matemáticas encargados del área de estadística, para que a partir de la presentación de los resultados encontrados en este trabajo y de su experiencia profesional, manifestaran, desde su práctica, las dificultades que ellos han observado.

En relación a lo que se plantea a nivel mundial en torno a los problemas de enseñanza de la estadística, se encontró que en nuestro país existen similitudes con algunos de estos problemas, específicamente los relacionados con el empleo de las técnicas estadísticas elementales, así como los conceptos de números fraccionarios, media aritmética, representación gráfica y tabulación de datos, que tienen que ver con el razonamiento estadístico.

También, dentro de las dificultades se mencionaron algunas que no se habían evidenciado en su ejercicio profesional, como los conceptos de población y muestreo, ya que el poco espacio de tiempo que aún tiene la estadística en el currículo no es suficiente para abordarlos y porque, adicionalmente, la estadística se encuentra ausente en los currículos de los grados inferiores.

A menudo los ejemplos que se presentan en el aula de clases de las instituciones educativas de nuestra región, envuelven contextos aislados de la realidad del estudiante y que aparecen citados en textos traducidos de otros idiomas.

8. CONCLUSIONES

Al terminar este seminario, luego de un proceso de revisión, selección y análisis de diversos documentos, de realizar divulgaciones en diferentes planteles educativos, y encontrar que el problema de la enseñanza de la estadística a nivel mundial se ha convertido en una preocupación generalizada, que no es indiferente en nuestro país, por lo que se han organizado grupos que están desarrollando investigaciones que permitan dimensionar y abordar el problema; en lo que hace referencia a la formación de pensamiento estadístico, se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- ✓ Muchas investigaciones concuerdan en que la estadística es la mejor herramienta con la que contamos en la actualidad para disminuir en algún modo la incertidumbre del mundo en que vivimos y lograr separar los fenómenos causales, de la variabilidad aleatoria. Estableciendo que si se logra que los alumnos lleguen a comprender esto, se habrá dado un paso gigante hacia la constitución de una sociedad estadísticamente culta.
- ✓ La educación estadística ha ganado un espacio para empezar a desarrollarse como ciencia, gracias a todas las sociedades que han surgido por la necesidad de concienciar a las personas sobre la importancia de la enseñanza de la estadística en el mundo y su aplicación en la vida cotidiana.
- ✓ A partir de la revisión bibliográfica se encontró que el pensamiento estadístico es un término abstracto del cual no se ha podido establecer una

definición formal, además es uno de los conceptos más citados, este hecho se atribuye al minucioso trabajo realizado y presentado en el documento *Pensamiento Estadístico en la Práctica Investigativa* por Wild y Pfannkuch.

- ✓ Los principales errores en el razonamiento estocástico son atribuidos a heurísticas, las cuales son métodos o algoritmos exploratorios que se utilizan durante la resolución de problemas, en los cuales las soluciones se descubren por medio de la reducción de su complejidad.
- ✓ Debido a las investigaciones que han surgido a nivel mundial sobre la enseñanza y el aprendizaje de la estadística, muchas personas, en especial los docentes del área de matemáticas de los diferentes niveles de formación, se encuentran interesados por conocer las teorías que permitan comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje que se llevan a cabo en el aula de clase.
- ✓ La reciente incorporación de la estadística en el currículo escolar colombiano, ha redundado en beneficio del nivel académico de los estudiantes, pero es necesario comprometer y motivar a los educadores encargados de orientar esta área, para que se desarrollen labores de investigación que permitan ganar terreno a la hora de enfrentar en el aula situaciones que evidencien errores y dificultades en el razonamiento estocástico.
- ✓ La incorporación de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en el currículo escolar, se presenta como una alternativa a implementar para ayudar al fortalecimiento del razonamiento estocástico de los estudiantes.
- ✓ La incorporación de la estadística en la escuela es un factor importante en el desarrollo de una nación. En Colombia, los lineamientos curriculares

incluyen la enseñanza de la estadística mediante el pensamiento aleatorio desarrollado dentro del pensamiento matemático, es por ello que en nuestro país la estadística debería tener un enfoque diferente, ya que el pensamiento que se debe desarrollar en esta área no es el mismo que se desarrolla en matemática; no debemos pensar que la estadística es una parte de la matemática, aunque utiliza herramientas matemáticas, debe ser considerada como otra ciencia.

9. RECOMENDACIONES

Si bien es cierto que el trabajo adelantado por todas aquellas personas interesadas por el mejoramiento de la enseñanza de la estadística ha sido y seguirá siendo muy importante para la sociedad entera, existe un compromiso moral por parte de quienes están encargados de esta labor en forma directa, es decir de los docentes. Para procurar que este esfuerzo alcance cada vez más y mejores resultados, consideramos las siguientes recomendaciones.

- ✓ Aunque la educación estadística actualmente ha cobrado gran importancia a nivel mundial, es necesario aumentar su nivel de investigación para conseguir una mejor preparación estadística de los alumnos, de tal forma que su uso e interpretación contribuya al desarrollo económico y científico de la nación.
- ✓ Debe brindarse capacitación en educación estadística a los docentes de matemáticas, ya que son los encargados de su enseñanza en los distintos niveles educativos. No se puede esperar que con algunos cursos de estadística vistos en el transcurso de su carrera, los licenciados en matemáticas tengan pleno conocimiento de esta “materia” y se forme en ellos el pensamiento estadístico necesario para tener la capacidad y los recursos para ayudar a formarlo en los estudiantes.
- ✓ A nivel regional, la Universidad del Cauca, dentro de su programa de Especialización en Educación Matemática, debería introducir más contenidos acerca de la didáctica de la estadística, para formar en estos profesionales bases suficientes que permitan en el aula de clase, fomentar en los estudiantes el pensamiento estadístico.

- ✓ Es importante incentivar a través de seminarios a los Licenciados en Matemáticas a que realicen investigaciones en el campo de la educación estadística, para que a partir de sus experiencias profesionales, y didácticas produzcan artículos que resulten interesantes para otras personas, ayudando a fortalecer este campo.

- ✓ Se comparten las ideas de Garfield (1995) al sugerir aspectos para la superación de algunas dificultades que presentan los estudiantes. Los aspectos más representativos que los docentes deben tener en cuenta son: introducir la materia a través de actividades relacionadas con la realidad, utilizar diferentes medios didácticos, enfatizar en la exploración de datos, mostrar el uso defectuoso de la estadística en los medios de comunicación, y reconocer y afrontar los errores más comunes en el pensamiento estocástico de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA

ALATORRE FRENK, Silvia. Los contextos, las creencias y las intuiciones: Acerca de Cobb, Tversky y Kahneman. Revista Educación Matemática, vol. 3 - No. 1, México: UPN, Abril 1991. p. 40-57.

ALVAREZ SAVIGNE, Grisel y VALLECILLOS JIMÉNEZ, Angustias. Razonamiento Estadístico para la resolución de problemas en el nivel universitario: Aspectos teóricos y una aplicación. Pedagogía Universitaria, vol. VI No. 3, Universidad de Oriente, 1999. 11 p.

ÁLVAREZ, Héctor René. Pensamiento Estadístico en Mantenimiento. Documento en línea <http://www.ceroaverias.com/centroTPM/articulospublicados/2003-5.htm>, 2003.

BATANERO, Carmen. Didáctica de la Estadística. Granada España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2001. p. 55-66.

----- . ¿Hacia dónde va la Educación Estadística?. Granada España: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Blaix (En prensa), 1999. 10 p.

----- . Los Retos de la Cultura Estadística. Documento en línea http://exa.unne.edu.ar/grado/carreras_a_termino/paginas/Batanero3.htm, Granada España: Universidad de Granada, 2002. 13 p.

----- . Presente y Futuro de la Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Granada España: Universidad de Granada, 2001. 12 p.

BATANERO, Carmen; GARFIELD, Joan B.; OTTAVIANI, M. Gabriella y TRURAN, John. Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias. *Statistical Education Research Newsletter* 1(2). 2000.

BATANERO, C., GODINO, J. D., GREEN, D. R., HOLMES, P. Y VALLECILLOS, A. Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. [Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547]. 1994. 17 p.

BEHAR GUTIÉRREZ, Roberto y GRIMA CINTAS, Pere. La Estadística en la Educación Superior ¿Formamos Pensamiento Estadístico?. Volumen 5 - No. 2 - Mayo de 2004. 7 p.

BEHAR GUTIÉRREZ, Roberto y YEPES A., Mario. Estadística Un Enfoque Descriptivo. Cali, Colombia: Universidad del Valle, 1996. 218 p.

BIBLIOTECA DE CONSULTA MICROSOFT ENCARTA, 2005.

BROUSSEAU, Guy. Fundamentos y métodos de Didáctica de la Matemática, Investigaciones en Didáctica de la Matemática. Vol. 7 No. 2, 1986.

Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo Americana Tomo 48. Madrid: Espasa ~ Calpe S. A., 1991.

FRÍAS NAVARRO, Matilde. Procesos creativos para la construcción de textos. Interpretación y composición. Bogotá, D.C.: Cooperativa editorial magisterio aula abierta, 2002. p. 219-246.

GARFIELD, Joan y AHLGREN, Andrew. Dificultades en el aprendizaje de conceptos básicos de probabilidad y estadística. Implicaciones para la Investigación. Universidad de Minnesota. Traducción de Enrique Salazar. España: Universidad de Almería, 1995. 9 p.

HERRERA DAZA, Eddy. Desarrollo Del Pensamiento Estocástico. Reflexiones, marcos de antecedentes e ilustraciones, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa - Vol. 17. Colombia: Pontificia Universidad Javeriana, 1998. 5 p.

HUGUES GALINDO, Enrique. Estudio sobre heurísticas empleadas por estudiantes en sus razonamientos probabilísticos. Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora, 1998. 7 p.

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS. Normas Colombianas para la presentación de trabajos de investigación. Quinta actualización. Santafé de Bogotá D.C.: ICONTEC, 2006. 112 p. NTC 1486.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas, Lineamientos Curriculares. Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico, Grupo de Investigación Pedagógica. Santa Fe de Bogotá, D.C.: Cooperativa Editorial Magisterio, 1998. 131 p.

------. Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Bogotá, D.C. Colombia: Enlace Editores LTDA., 2004. p. 7-20.

MORENO VERDEJO, Antonio Javier y VALLECILLOS JIMÉNEZ, Angustias. La Inferencia Estadística Básica en la enseñanza secundaria. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2001. 16p.

PORTER, Ted. La Emergencia Del Pensamiento Estadístico. Documento en línea <http://www.uned.es/dpto-sociologia-l/Arribas/Enquete/PORTER.HTML>

ROA, Rafael y NAVARRO-PELAYO, Virginia. Razonamiento Combinatorio e Implicaciones para la Enseñanza de la Probabilidad. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2000. 10 p.

SALCEDO, Audy. Cultura, Razonamiento y Pensamiento Estadístico, en Hipótesis Alternativa Boletín de IASE para España, México y Venezuela. Vol. 6 N° 1. Documento en línea <http://www.ucv.ve/hipotesis/Data/Hipotesis%20alternativa%20N10.pdf>, Abril, 2005.

VASCO, Carlos Eduardo. Las Matemáticas escolares en el año 2010. Documento en línea <http://www.cep.edu.uy/InformacionInstitucional/InspecDivDptos/InspecNacionales/Practica/Revista4/3>, Agosto, 1999.

VERGNAUD, Gérard. Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. Perspectivas, volumen XXVI, nº 1. Marzo, 1996.

WEAVER, Warren. El Pensamiento Estadístico. Matemáticas en el Mundo Moderno, Selecciones de Scientific American. Documento en línea <http://www.lamolina.edu.pe/facultad/economia/estadistica/estadi.htm>, Madrid: Ed. Blume, 1974. 2 p.

WILD, C. J. y PFANNKUCH, M. Pensamiento Estadístico en la Práctica Investigativa. Departamento de Estadística, Universidad de Auckland, Apartado

92019, Auckland, Nueva Zelanda. 1999. Traducción Libre de: Yilton Riascos Forero, César Eduardo Canencio Rivera, Adriana Lucía Cuarán Gutiérrez, Francy Noemi Minota Mosquera, Adriana Isabel Orozco Cobo. Popayán: Universidad del Cauca, 2006.

Páginas Web de:

RSS <http://www.rss.org.uk>

ISI <http://isi.cbs.nl>

IASE <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>

IAOS <http://www.stats.govt.nz/iaos>

Documentos en línea:

www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml

www.uco.es/~ma1marea/profesor/primaria/estadist/cognitiv/indice.htm

ANEXOS

A continuación se presentan las fichas tipo RAES que se elaboraron para cada uno de los documentos utilizados en la realización de esta investigación, de acuerdo con la estructura metodológica planteada.

RAZONAMIENTO ESTADÍSTICO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL NIVEL UNIVERSITARIO: ASPECTOS TEÓRICOS Y UNA APLICACIÓN

ÁLVAREZ Savigne, Grisel y VALLECILLOS Jiménez, Angustias
Pedagogía Universitaria, Vol. VI No.3, Universidad de Oriente, 1999, 11 páginas,
grisel@csd.uo.edu.cu avalleci@goliat.ugr.es

El artículo presenta resultados relevantes del estudio sobre la resolución de problemas con el análisis estadístico en el nivel universitario, basados en la necesidad de ponderar un razonamiento adecuado para las resoluciones. El documento liga el razonamiento estadístico con la resolución de problemas y se presentan dos esquemas:

El primer esquema se refiere a la lógica general de actuación para la resolución de un problema. El segundo esquema describe los momentos principales del razonamiento LGT (lógico gnoseológico técnico) en la resolución de problemas con el análisis estadístico que son: interpretación, construcción de la técnica y análisis de los resultados.

Se concretan cinco habilidades fundamentales para resolver un problema a nivel universitario: interpretar, explorar, construir, aplicar y analizar.

PENSAMIENTO ESTADÍSTICO EN MANTENIMIENTO

ÁLVAREZ, Héctor René. MsC. PhD.
Investigador y miembro del equipo científico de ceroaverias.com
(sin lugar), (sin editorial), 2003, 2 páginas.

El documento invita a las empresas a capacitar a sus técnicos para que adquieran habilidades relacionadas con la capacidad de mejorar los diseños de las bases de datos, con la forma como los técnicos deben registrar la información diaria producida buscando su utilidad y adecuado tratamiento estadístico, y con la capacidad de analizar, leer, interpretar y actuar sobre la base de estos datos.

INVESTIGACIONES SOBRE COMPRENSIÓN Y APRENDIZAJE DE CONCEPTOS ESTADÍSTICOS

BATANERO, Carmen
Grupo de Educación Estadística Universidad de Granada (GEEUG)
EN: BATANERO, Carmen. Didáctica de la Estadística. Granada, Grupo de Investigación en Educación Estadística, Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de

Granada, Proyecto BSO2000-1507, DGES, Ministerio de Educación y Ciencia, Grupo de Investigación FQM-126, Consejería de Educación, Junta de Andalucía. 2001, pp 55-66.

En estas tres primeras secciones del tercer capítulo del documento “Didáctica de la Estadística” se pone de manifiesto el deseo del autor(a) de destacar la influencia de algunas disciplinas, en especial la Psicología, como parte de diversas investigaciones sobre razonamiento estocástico dentro de la Educación Estadística, que permiten identificar errores persistentes al finalizar un determinado ciclo de enseñanza. “En Psicología lo fundamental es analizar el razonamiento humano en situaciones de incertidumbre y la preocupación por la enseñanza es secundaria.”²⁹ De esta manera, Batanero inicia este capítulo, describiendo algunas investigaciones de tipo psicológico y referentes al desarrollo cognitivo, aplicadas a niños y adultos, en las que se destacan distintas actividades que permiten observar y clasificar el nivel de razonamiento de cada individuo.

Al hablar de investigaciones sobre desarrollo cognitivo, Batanero trae a cuenta el trabajo hecho por Piaget y Fischbein con niños. Piaget manifiesta que el conocimiento es construido activamente por el sujeto y no recibido pasivamente del entorno y que el niño busca la manera de adaptarse al mundo que le rodea a partir de su conocimiento previo y su desarrollo intelectual, siguiendo una serie de etapas: *preoperatoria*, de *operaciones concretas* y de *operaciones abstractas*. Para Fischbein, las intuiciones son procesos cognitivos que intervienen de forma directa en las acciones prácticas o mentales de los niños y que poseen características como: inmediatez, globalidad, capacidad extrapolatoria, estructurabilidad y auto-evidencia. Estas intuiciones se relacionan con la experiencia sin instrucción alguna, en el caso de las *primarias*, y como consecuencia de la educación principalmente en la escuela, en el caso de las *secundarias*.

Si nos referimos a las investigaciones psicológicas sobre el razonamiento estocástico de sujetos adultos, Batanero se apoya en el trabajo de Kahneman y otros, en el que sobresale el empleo de heurísticas basadas en las teorías cognitivas y del procesamiento de la información, y definidas como “procesos mentales que reducen la complejidad de un problema, de modo que sea accesible al resolutor.”³⁰ Dichas heurísticas, diferenciadas de los algoritmos en su automaticidad y aplicación inconsciente en cierto juicio, son clasificadas así: *representatividad*, *disponibilidad* y *ajuste y anclaje*.

En conclusión, el autor plantea dos posiciones: la primera, el desarrollo del pensamiento en el niño y la segunda, el empleo de heurísticas.

¿HACIA DÓNDE VA LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA?

BATANERO, Carmen

Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, batanero@goliat.ugr.es, Blaix (En prensa), España, 1999, 10 páginas.

El artículo presenta un resumen del desarrollo de la educación estadística en el ámbito internacional y plantea una reflexión sobre la actual situación y perspectivas futuras de la

²⁹ Extracto de la referencia. p. 55.

³⁰ *Ibíd.*, p. 65.

misma en España, vislumbrando el derrotero para que ésta llegue pronto a poseer validez científica como tal.

Se sabe que la incorporación de la estadística en el currículo de matemáticas es relativamente nueva y Holmes (1980) manifiesta las razones del interés hacia la enseñanza de la estadística, de la cual hace mención Batanero en forma amplia en este documento.

Se señalan también tres campos en los que se han llevado a cabo trabajos sobre educación estadística así:

- Educación Estadística dentro de la Estadística.
- La perspectiva psicológica: Investigación sobre el razonamiento estocástico.
- Especificidad de la estadística dentro de la educación matemática.

Finalmente, el documento sugiere algunas formas de llevar a cabo la enseñanza de la estadística destacando la metodología de la enseñanza, los materiales manipulativos y la simulación, e invita una vez más a los docentes a participar de manera activa en las nuevas tendencias educativas y extender el uso y valoración de la estadística entre nuestros estudiantes.

LOS RETOS DE LA CULTURA ESTADÍSTICA

BATANERO, Carmen

Universidad de Granada, España, batanero@ugr.es, 2002, 13 páginas.

El artículo menciona la importancia de la estadística para el desarrollo de la sociedad moderna. Igualmente la incorporación de esta área en las instituciones educativas, debido al reconocimiento que se le da al razonamiento estadístico para aplicarlo en situaciones de la vida diaria que encierran incertidumbre.

El documento aborda los avances y los obstáculos que se han presentado para lograr una cultura estadística dentro de un contexto escolarizado, resaltando que esta cultura es algo más que capacidad de cálculo y conocimiento de definiciones. Enuncia además los principales elementos de la cultura estadística, los cuales son: conocimientos y destrezas, razonamiento estadístico, intuiciones y actitudes; así mismo señala que para desarrollar una cultura estadística se debe reflexionar sobre la información y motivación de los profesores, iniciativas desde las oficinas de estadística y sobre el papel actual de las sociedades de estadística a nivel mundial.

Por último Malvicini y Severino (1999), indican que debido a la complejidad de diversos conceptos estadísticos, los alumnos presentan dificultades en el aprendizaje de la estadística y es por ello que se necesita de la colaboración de los investigadores en esta área para identificar las prácticas educativas adecuadas que faciliten este aprendizaje.

PRESENTE Y FUTURO DE LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA.

BATANERO, Carmen. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, España, 2001, 12 páginas.

El documento describe el surgimiento de la educación estadística y como desde la estructura administrativa de la estadística se ha abierto un espacio importante para ella, se han creado diferentes grupos interesados en el desarrollo de la educación estadística como son el ISI (Instituto Internacional de Estadística), la IASE (Asociación Internacional de Educación Estadística) entre otros.

También se presenta la necesidad de introducir la estadística en la escuela con el objetivo principal de proporcionar una cultura estadística. Debido a que no hay teorías específicas sobre el aprendizaje de la estadística, se debe hacer un acercamiento a otras teorías de aprendizaje como son: Constructivismo, herramientas semióticas, situaciones didácticas y significado y comprensión; que señalan la conveniencia de cambiar el enfoque tradicional expositivo en la clase de estadística.

Se concluye describiendo algunas iniciativas recientes para impulsar la educación y difusión de la estadística.

INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN ESTADÍSTICA: ALGUNAS CUESTIONES PRIORITARIAS.

BATANERO, Carmen; GARFIELD, Joan B.; OTTAVIANI, M. Gabriela y TRURAN, John
EN: Statistical Education Research Newsletter 1(2), <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>, Granada España, Universidad de Granada, 2000, pp 1-4.

Este artículo es un buen intento para definir cuáles son las cuestiones prioritarias de la Investigación en Educación Estadística. Los autores en el documento tratan de cimentar las bases de la educación estadística como disciplina científica, y de su experiencia formulan ocho preguntas de investigación y sugieren cuatro áreas específicas que requieren atención, como son razonamiento estadístico, tecnología, razonamiento inferencial y formación de profesores.

REACCIONES AL ARTÍCULO “INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN ESTADÍSTICA: ALGUNAS CUESTIONES PRIORITARIAS” Y “CONSTRUYENDO UNA AGENDA DE INVESTIGACIÓN PARA LA EDUCACIÓN ESTADÍSTICA. UNA RESPUESTA A LAS REACCIONES PUBLICADAS EN SERN 2(1)”

REACCIONES DE: BACELAR-NICOLAU, H; BRIGHT, George W.; CHADJIPADELIS, Theodore; CORDANI, Lisbeth K.; GLENCROSS, Michael; ITO, P.K. profesor Emérico; JOLLIFFE, Flavia; KONOLD, Cliff; LAJOIE, Susanne; LECOUTRE, Marie-Paule y Bruno; PFANNKUCH, Maxine y PRATT, Dave
AGENDA: BATANERO, Carmen; GARFIELD, Joan B. y OTTAVIANI, M. Gabriela
EN: Statistical Education Research Newsletter 2(1), <http://www.ugr.es/~batanero/sergroup.htm>. Granada España, Universidad de Granada, 2000, pp 5-31.

Las reacciones al artículo: “Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias”, se encuentran enfocadas de dos maneras: reacciones al artículo en general y reacciones a preguntas específicas de investigación.

Los autores Flavia Jolliffe, Cliff Konold, George Bright, Lisbeth Cordani, Marie-Paule y Bruno Lecoutre destacan su interés por la investigación en educación estadística, comentan algunas de sus investigaciones y algunos añaden preguntan referentes al tema. Por su parte, H. Bacelar-Nicolau, Michael Glencross, Theodore Chadjipadelis, P.K. Ito, Maxine Pfannkuch, Susanne Lajoie y Dave Pratt dirigen sus escritos hacia algunos interrogantes específicos relacionados con conceptos tales como capacidad, razonamiento y pensamiento estadístico. Ito, Pfannkuch y Lajoie resaltan sus diferencias, aunque Ito considera el primero, ubicado por fuera de los límites curriculares, desde una perspectiva más general, en relación a los otros dos. Pfannkuch hace énfasis exclusivamente en el pensamiento estadístico y en tres áreas en las que se requiere investigación sobre su desarrollo y Chadjipadelis clasifica la variación de la investigación y la enseñanza en diferentes “entornos académicos”.

Finalmente, Batanero, Garfield y Ottaviani, tres de los autores del artículo inicial, tratan de sintetizar los puntos destacados por diferentes reactivos encontrando situaciones comunes con otras áreas de estudio e identificando la educación estadística como un área interdisciplinar que requiere continuo trabajo. Concluyen como fin principal construir una disciplina científica a partir de diferentes conceptos y marcos teóricos.

ERRORES Y DIFICULTADES EN LA COMPRESIÓN DE LOS CONCEPTOS ESTADÍSTICOS ELEMENTALES

BATANERO, C.; GODINO, J.; GREEN, D.; HOLMES, P. y VALLECILLOS, A.

[Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547] (sin lugar), (sin editorial), 1994, 17 páginas.

El propósito de este documento es contribuir a la difusión de los resultados de la investigación sobre dificultades y errores que presentan los estudiantes de nivel universitario hacia la comprensión de conceptos estadísticos que no son suficientemente conocidos por los profesores encargados de orientar esta área.

En el artículo se destacan dos aspectos importantes: en el primero se presentan algunos conceptos teóricos, por ejemplo el trabajo de Brousseau, quien afirma que la existencia de errores y dificultades se debe a la presencia de obstáculos cognitivos clasificados como *ontogénicos*, *didácticos* y *epistemológicos*; en segundo lugar, se comentan los principales errores y dificultades que surgen en algunos conceptos estadísticos como:

- Representación gráfica y tabulación de datos.
- Características estadísticas donde se resalta la media, características de dispersión como la varianza y la desviación y estadísticos de orden como la mediana y percentiles.
- Asociación en tablas de contingencia.
- Diseño experimental.
- Inferencia, donde las dificultades más frecuentes de los estudiantes surgen tanto en el muestreo como en el contraste de hipótesis.

En las consideraciones finales, el documento señala, según Garfield y Alhgreen (1998), otras razones por las que se presentan dificultades en el aprendizaje de la estadística, las cuales son:

- Algunos conceptos estocásticos como el de probabilidad y correlación necesitan del razonamiento proporcional, tópico difícil según diversas investigaciones.
- Falta de interés de los estudiantes hacia la estadística, ya que ha sido enseñada con conceptos muy abstractos en edades tempranas.
- Existen falsas intuiciones que los alumnos llevan consigo al empezar la enseñanza.

LA ESTADÍSTICA EN LA EDUCACIÓN SUPERIOR

¿FORMAMOS PENSAMIENTO ESTADÍSTICO?

BEHAR Gutiérrez, Roberto y GRIMA Cintas, Pere

Ingeniería y competitividad, Volumen 5 – No.2 – Mayo, 2004, 7 páginas.

El artículo pretende colocar en juego algunos interrogantes sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje de la estadística, reflexionando acerca de lo que es pensamiento estadístico, si lo que se enseña satisface las expectativas de formar pensamiento estadístico, la relación que existe entre la forma como se conduce el proceso de enseñanza aprendizaje y las metas que se pretenden lograr con dicho proceso, las expectativas razonables para el aprendizaje de la estadística de un estudiante a corto y largo plazo, y si se produce el cambio de actitud necesario para hacer útil lo aprendido, entre otras reflexiones. Las palabras clave del documento son: *enseñanza-aprendizaje, estadística, pensamiento estadístico, validez externa, validez interna, contenidos, motivación, aprendizaje a largo plazo.*

DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE CONCEPTOS BÁSICOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA. IMPLICACIONES PARA LA INVESTIGACIÓN.

GARFIELD, Joan y AHLGREN, Andrew. Universidad de Minnesota.

Traducción de Enrique Salazar. Universidad de Almería, España, 1995. 9 páginas.

En el artículo se revisan trabajos literarios que indican una necesidad de investigación, colaboración e interdisciplinaria, sobre cómo los estudiantes llegan a pensar correctamente en probabilidad y estadística.

Reutiliza el término proceso estocástico para referirse al estudio de la probabilidad y la estadística, y que generalmente se enseña a nivel universitario. Se encuentran dificultades como:

- Los estudiantes no alcanzan una comprensión adecuada de los conceptos básicos de estadística y no resuelven problemas de aplicación.
- Los estudiantes tienden a responder problemas matemáticas sin realizar una verdadera interpretación de la información estadística.

En cualquier nivel, los estudiantes tienen dificultades en el desarrollo de las intuiciones correctas sobre ideas de probabilidad por tres razones:

- Conceptos de números fraccionarios y razonamiento proporcional.
- Las ideas probabilísticas entran en conflicto con las experiencias de los estudiantes y sus visión de la realidad.
- Cierta aversión a la probabilidad, debido a que la han estudiado de forma abstracta y formal.

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTOCÁSTICO

HERRERA Daza, Eddy

Reflexiones, marcos de antecedentes e ilustraciones, Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 17, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia, eherrera@javeriana.edu.co, 1998, 5 páginas.

El artículo presenta un recorrido de la evolución del pensamiento estocástico a través de:

- Desarrollo de las matemáticas y la física.
- Investigaciones en el campo psicológico, realizadas por Piaget e Inhelder, Fischbein, Kahneman, Slovic y Tversky.

Se plantea una propuesta de aprendizaje, basada en el aprendizaje activo, donde se deben tener en cuenta tres áreas en las que se propicia el desarrollo del pensamiento estadístico en los estudiantes universitarios, estas son: Investigación empírica, evaluación de investigaciones, la vida cotidiana.

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL.

Matemáticas, Lineamientos Curriculares, Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico, Grupo de Investigación Pedagógica, Cooperativa Editorial Magisterio, Santa Fe de Bogotá, D.C., 1998, p. 69-72. Y Estándares Curriculares de matemáticas. <http://www.mineduccion.gov.co> en el icono publicaciones.

Actualmente, en los currículos de matemáticas existe cierta tendencia a favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, el cual estuvo presente a lo largo del siglo pasado, en la ciencia, en la cultura y aún en la forma de pensar cotidiana.

“Los dominios de la estadística han favorecido el tratamiento de la incertidumbre en ciencias como la biología, la medicina, la economía, la psicología, la antropología, la lingüística..., y aún más, han permitido desarrollos al interior de la misma matemática”³¹.

Por su parte, Estándares Curriculares expresa lo concerniente al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos de la siguiente manera: “Situaciones susceptibles de análisis a través de recolección sistemática y organizada de datos. Ordenación y presentación de la información. Gráficos y su interpretación. Métodos estadísticos de análisis. Nociones de probabilidad. Relación de la aleatoriedad con el azar y noción del azar como opuesto a lo deducible, como un patrón que explica los sucesos que no son predecibles o de los que no se conoce la causa. Ejemplos en situaciones reales. Tendencias, predicciones, conjeturas”³².

Según estudios realizados, en las matemáticas escolares, el desarrollo del pensamiento aleatorio, mediante contenido de la probabilidad y la estadística debe estar mediatizado por la exploración y la investigación tanto por parte de los estudiantes como de los docentes. También involucra la construcción de modelos de fenómenos físicos y estrategias como las de simulación de experimentos y conteos. Deben hacer parte

³¹ Matemáticas. *Lineamientos Curriculares*. Dirección General de Investigación y Desarrollo Pedagógico. Grupo de Investigación Pedagógica. Cooperativa Editorial Magisterio. Santa Fe de Bogotá, D.C. 1998. p.69.

³² Estándares Curriculares de matemáticas. <http://www.mineduccion.gov.co> en el icono publicaciones.

también la comparación y la evaluación de distintas formas de aproximación a los problemas, que permitirán acercarse a los conceptos y a los posibles errores que surjan. Así, “el desarrollo del pensamiento aleatorio significa resolución de problemas” (p. 69).

Es importante rescatar lo pertinentes que resultan la recolección y el análisis de datos en respuesta a inquietudes que sobre el mundo físico planteadas por los niños. Cada actividad aquí realizada permite encontrar relaciones con otras áreas del currículo y colocar en práctica los conocimientos sobre números, mediciones, estimación y estrategias de resolución de problemas.

En la búsqueda y recolección de datos es importante mantener claros los objetivos, las actitudes, los intereses que la indujeron, prever los tipos de respuesta que se pueden encontrar, dificultades que se puedan presentar, las fuentes como consultas, entrevistas, etc., y otras consideraciones que permitirán un buen análisis.

También es notorio aclarar que para lograr una grata comprensión de los datos, se debe considerar un mínimo de estructura, el formato y seguramente un orden.

La enseñanza de las matemáticas convencionales ha enfatizado la búsqueda de la respuesta correcta única y los métodos deductivos; mas la introducción de la estadística y la probabilidad en el currículo de matemáticas crea la necesidad del uso del pensamiento inductivo, lo que conlleva a proponer diferentes inferencias sobre datos y a tener múltiples posibilidades de ser ciertas.

Es necesario abordar la enseñanza probabilística y estadística en contextos significativos, tales como situaciones de la vida real o encuestas estadísticas, por ejemplo.

Existe un modelo basado en un análisis epistemológico de la naturaleza de la probabilidad que considera tres niveles:

1. La estructura de la probabilidad y de la estadística: conceptos, métodos, diagramas.
2. El contexto de aprendizaje de los estudiantes: significado de la representación, actividad y tareas.
3. Planificación, organización, guía, mejoramiento, modificación, implementación del proceso de enseñanza por el docente.

El Proyecto del Consejo Escolar de Educación Estadística presenta tres principios que se pueden tener en cuenta al introducir los conceptos de aleatoriedad y de indeterminación en el aula de matemáticas:

- Los conceptos y las técnicas deben introducirse dentro de un contexto práctico.
- No es necesario desarrollar completamente las técnicas en el momento en que se presentan por primera vez.
- No es necesario ni deseable una justificación teórica completa de todos los temas, algunos de ellos se tratarán dentro de un problema particular, otros se considerarán mediante experiencias y no se justificarán teóricamente.

LA ESTADÍSTICA EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA DE COLOMBIA.

LA ESTADÍSTICA Y EL ANÁLISIS DE DATOS EN EL CONTEXTO ESCOLAR. POTENCIAL PEDAGÓGICO Y DIDÁCTICO DE LAS TECNOLOGÍAS COMPUTACIONALES EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

En: Pensamiento Estadístico y Tecnologías Computacionales, Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia, Cap. 2, 3 y 4, Enlace Editores LTDA. Bogotá, D.C. Colombia, Abril 2004, pp 7-20.

En la búsqueda de la transformación y reforma del currículo de matemáticas surgieron diferentes movimientos internacionales, que no tuvieron mucho éxito.

A mediados de los 70s como una manera de contribuir a la construcción de un currículo que respondiera a las necesidades de Colombia, se cimentó la renovación curricular de Matemáticas.

En el marco general del programa de matemáticas para la educación básica, se acoge el enfoque de sistemas, particularmente los sistemas de datos, debido a la importancia de suministrar una cultura estadística en el contexto escolar.

En los lineamientos curriculares se plantea como propósito centra contribuir al desarrollo del pensamiento matemático; dentro de este pensamiento se hace alusión al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

La incorporación del pensamiento aleatorio y los sistemas de datos a los lineamientos y estándares curriculares, tiene como propósito brindar a los estudiantes de básica y media una formación en la cultura estadística.

En el currículo que realmente se desarrolla en las aulas de clase se abordan la estadística (descriptiva e inferencial) y la probabilidad como dos aspectos poco relacionados.

Por ello se crean opciones de transformación curricular, proponiendo diferentes tipos de razonamiento estadístico y también se sugiere introducir en el ámbito escolar el análisis exploratorio de datos.

El documento enfatiza una nueva propuesta curricular a partir de la incorporación de nuevas tecnologías en el contexto escolar con el propósito de contribuir a la construcción del razonamiento estadístico de los estudiantes.

Estas tecnologías se presentan como herramientas (dedicadas a permitir la realización de cálculos u ordenar datos), o como instrumentos (portadoras de gramáticas), y muestran que su incorporación al aula de clase traería múltiples ventajas, sin embargo el papel del profesor y el alumno cambiaría, dependiendo de la intencionalidad con la que se oriente.

LA INFERENCIA ESTADÍSTICA BÁSICA EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA.

MORENO VERDEJO, Antonio Javier y VALLECILLOS JIMÉNEZ, Angustias.

Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, 2001. 16p.

antoniomore@wanadoo.es avalleci@ugr.es

El documento menciona el empleo de las heurísticas de Kahneman y otros, afirmando que éstas son procesos cognitivos que se utilizan para reducir la complejidad de un problema durante el proceso de resolución, convirtiéndolo así en accesible para el resolutor. Entre ellas destaca la heurística de la representatividad, la heurística de la disponibilidad y las heurísticas estadísticas.

Nisbett y cols. (1983) encuentran razones para pensar que las personas poseen heurísticas basadas en conceptos estadísticos. Se consideran como reglas generales, intuitivas, de procesos inferenciales que recuerdan procedimientos estadísticos formales. Estos autores señalan tres factores implícitos en la dificultad de aplicar estas heurísticas cuando se requieran:

- a) Claridad del espacio muestral y del proceso de muestreo.
- b) Reconocimiento del papel del azar en una situación particular.
- c) Prescripciones culturales para razonar estadísticamente sobre eventos de un determinado tipo.

LA EMERGENCIA DEL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

PORTER, Ted

<http://www.uned.es/dpto-sociologia-I/Arribas/Enquete/PORTER.HTML>

(sin editorial), (sin fecha), 5 páginas.

El artículo ubica histórica y epistemológicamente los orígenes de la estadística en el ámbito social. El autor nombra sus tres pretensiones epistemológicas, ellas son: 1) La naturaleza y la sociedad son complejas, 2) El conocimiento está ligado al poder, 3) La comunicación del conocimiento no es automática. Finalmente, Porter se centra en cómo se enfoca la objetividad del mundo a partir de la exclusión de la subjetividad.

ALGUNAS IDEAS FUNDAMENTALES DE PIAGET EN TORNO A LA DIDÁCTICA. PERSPECTIVAS

VERGNAUD, Gérard.

Volumen XXVI, nº 1. Marzo, 1996.

La idea fundamental de evolución adaptativa es trasplantada por Piaget del ámbito de la evolución de las especies al del desarrollo del niño y con mayor exactitud al desarrollo del pensamiento del niño.

Se mencionan algunas tesis como la tesis interaccionista, en la cual los conocimientos actuales del sujeto proceden de la interacción entre su experiencia y sus conocimientos anteriores y la tesis operatoria, en donde el conocimiento procede fundamentalmente de la acción sobre el mundo, pues es sobre todo mediante la acción como el sujeto pone a prueba sus conocimientos y los modifica.

En la teoría de Brosseau pueden identificarse situaciones así: de acción cuya finalidad es hacer y lograr, de formulación cuya finalidad es producir un mensaje y comunicarlo y de validación cuyo objetivo es demostrar la verdad de un enunciado o de una teoría y lograr la adhesión de los demás.

EL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

WEAVER, Warren

Matemáticas en el Mundo Moderno, Selecciones de Scientific American

Madrid, 1974, 2 páginas.

Las dos formas principales de pensamiento lógico son la deducción y la inducción.

A partir de un teorema Bayes dio el comienzo de una teoría matemática del razonamiento inductivo y la teoría moderna de la estadística.

Lo importante del razonamiento inductivo es que los sucesos y fenómenos de la naturaleza son demasiados multiformes, numerosos, incomprensibles, etc.; y es difícil observarlos completamente, por ello se debe recurrir a las muestras, las cuales deben arrojar suficiente información de la población de la cual se derivan, sin olvidar que la estadística trata de conclusiones inciertas.