LA LÚDICA UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA EN LA ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES SUMA DE CUADRADOS $(a+b)^2$ Y EL PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a)(x+b)$ DEL ÁLGEBRA EN EL GRADO OCTAVO UNO DE LA NORMAL SUPERIOR DE POPAYAN

BEIBA MARGOT TOBAR

DIEGO ALEJANDRO BARRIOS

ROSA EMILCE GUERRERO OBANDO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BASICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS E INFORMATICA EDUCATIVA

POPAYAN

2003

LA LÚDICA UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA EN LA ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES SUMA DE CUADRADOS $(a+b)^2$ Y EL PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a)(x+b)$ DEL ÁLGEBRA EN EL GRADO OCTAVO UNO DE LA NORMAL SUPERIOR DE POPAYAN

BEIBA MARGOT TOBAR

DIEGO ALEJANDRO BARRIOS

ROSA EMILCE GUERRERO OBANDO

Trabajo de investigación para optar al título de Licenciados en Educación Básica con énfasis en matemáticas e informática educativa

Director
ESP. ADRIANO FERNÁNDEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE PEDAGOGIA

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BASICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS E INFORMATICA EDUCATIVA

POPAYAN

2003

NOTA DE ACEPTACION

____

____

____

____

____
ESP. ADRIANO FERNANADEZ
Director del Proyecto

Fecha de sustentación: Popayán, 19 de Junio de 2003

AGRADECIMIENTOS

A la Normal Superior de Popayán por abrirnos las puertas y ofrecernos su apoyo en la realización de éste trabajo.

A la Universidad del Cauca, por brindarnos un espacio para nustra superación

Al profesor Adriano Fernández quien fue el asesor y colaborador en la culminación de este trabajo.

A los profesores por su ayuda y sus sabios consejos que contribuyeron a pulir nuestra personalidad

A nuestros compañeros y amigos por su apoyo y confianza que unido a nuestro esfuerzo personal contribuyó a cumplir con éxito una nueva meta.

DEDICATORIAS

A Dios, por la vida, la salud y la oportunidad
de culminar una etapa más.

A mi madre y mis hermanas por su apoyo
gracias por estar presentes en mi vida y
por ser un motivo más para seguir adelante

A mi hija que me llena de alegría
y es la razón de mi existir,
a ella todos mis futuros éxitos

A todas las personas que colaboraron
en la realización de este trabajo

¡Dios los bendiga!

Rosa Emilce Guerrero Obando

A Dios por permitirme alcanzar este logro en mi vida

A mi hijo por ser la razón de seguir adelante

A mi madre por su apoyo y colaboración

A mi esposa por su ayuda y compañía constante

A mi padre por su constante colaboración

Que el Señor y la Santisima Virgen los colmen de bendiciones

Los quiero mucho.

Diego Alejandro Barrios

A Dios por la salud, la seguridad interior de que nunca estuve sola
y pude voltear a Ti en busca de guía y protección y así
culminar una etapa más en m vida

A mi madre, su esposo y mis hermanos
quienes me brindaron su apoyo y colaboración.

A mis amigas y amigos por su colaboración, apoyo,
comprensión y sus palabras de aliento para seguir adelante.

A mis estudiantes por ser un motivo esencial
en la culminación de mi carrera.

Que Dios y la Santisima Virgen los colme de su AMOR.

Beiba Margot Tobar

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE ANEXOS

INTRODUCCIÓN

La matemática tradicional ha constituido, a través del tiempo una tortura para los estudiantes del mundo entero, siendo inevitable puesto que es necesario adquirir un conocimiento; pero la enseñanza no debe ser una tortura y no seriamos buenos profesores sino procuráramos, por todos los medios transformar este sufrimiento en goce. Sin embargo para los docentes ha sido difícil desligarse de lo tradicional, siguiendo las mismas clases magistrales sin ningún ánimo de innovar.

Con el desarrollo de éste proyecto de investigación se quiere contribuir haciendo un aporte en la enseñanza del aula escolar, particularmente de los productos notables; primero se hace un diagnóstico sobre el nivel de comprensión de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$ en los estudiantes de grado octavo de la Normal Superior de Popayán, mediante 4 fases: r***evisión bibliográfica, diseño de entrevista y encuesta, trabajo de campo y problemática detectada***. El trabajo de campo esta conformado por siete momentos a saber: e***ncuentro con el núcleo investigativo, observación directa, entrevista estructurada, encuesta a los estudiantes, diseño del material didáctico y de las clases, interacción con los estudiantes.*** Durante el transcurso de estos momentos se percibe el rechazo de los estudiantes al constructivismo y el bajo nivel de comprensión de los productos notables lo cual se expresa en la entrevista al profesor, la encuesta a los estudiantes y lo confirma el núcleo investigativo de la institución; por lo cual se diseñaron unas estrategias que fueron aplicadas en el séptimo momento. Aquí se infiere que hay dificultad en cuanto a la relación del lenguaje algebraico con el común, conllevando al bajo nivel de comprensión de los productos notables en mención. De acuerdo a este resultado se formula como propuesta un proyecto pedagógico el cual se desarrolla en cinco fases; *enfoque histórico, conozcamos el lenguaje algebraico, encontremos fórmulas para hallar áreas del cuadrado y el rectángulo, sumemos, apliquemos la propiedad distributiva.* Para cada una de éstas fases se desarrollan seis momentos así: *Vamos al pasado, resolvamos situaciones, manipulemos el material, conceptualicemos, ¿cuánto aprendimos? y elaboremos una bitácora.* Este proyecto involucra la lúdica como una estrategia metodológica en la enseñanza de éste tema con el fin de mejorar su comprensión; la cual se manifiesta en todos los momentos desarrollando por medio de diferentes actividades como son el uso de material didáctico manipulativo, la resolución de situaciones problema, enfoque histórico, crucigrama y trabajos en grupo.

TEMA

LA LÚDICA UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES: SUMA DE CUADRADOS $(a+b)^2$ Y EL PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a)(x+b)$ DEL ÁLGEBRA EN EL GRADO OCTAVO UNO DE LA NORMAL SUPERIOR DE POPAYAN

1. EL PROBLEMA

La enseñanza de las matemáticas es una área obligatoria y fundamental del plan de estudios, definida en el artículo 23 de la Ley 115 de 1994. Además es considerada como una herramienta básica del conocimiento científico, ya que la construcción del pensamiento matemático privilegia las operaciones mentales como la formulación, interpretación de datos, análisis, inferencias, la resolución de problemas, entre otros, y para ello requiere la aplicación de estrategias y métodos pedagógicos activos, vivénciales en su enseñanza. Sin embargo, su aprendizaje resulta difícil dado su carácter abstracto y formal, por cuanto que al hablar de matemática en cualquier conversación se produce en los estudiantes un bloqueo instintivo a partir del cual se disponen a no entender nada [1], y uno de los problemas más frecuentes en la escuela

[1] http://www.mat.ucm.es/m2000m DOMINGUEZ PEREZ, José Angel. La Matemática un Lenguaje para entender y disfrutar la vida

con respecto a las matemáticas es el relacionado con los algoritmos donde los estudiantes memorizan o mecanizan y no se logra el aprendizaje mismo, como es el caso de los productos notables, cuya enseñanza ha tenido inconveniente para desvincularse de su esquema tradicional (tablero-tiza-trasmisión) de conocimientos, como consecuencia del modelo normativo de la enseñanza de las matemáticas.

Particularmente en la enseñanza y el aprendizaje de los productos notables del álgebra en el grado octavo, uno de los objetivos de algunos docentes, es que los estudiantes establezcan y memoricen las fórmulas para desarrollar el algoritmo del producto, que se expresan en términos de conceptos y propiedades y éstas en el cuerpo de una teoría matemática que son en mayor o en menor grado, reducidas a definiciones y teoremas que suelen ser muy abstractos sin tener en cuenta el nivel de comprensión, creándose un proceso mecánico y rutinario que produce aversión hacia este tema y sentimientos de rechazo que se convierten en un obstáculo para una verdadera asimilación del tema en cuestión, como lo plantea el Dr. R P Boas cuando afirma que "mucha gente tiene sentimientos negativos acerca de las matemáticas de las cuales culpan, correcta o incorrectamente a sus profesores".

Es precisamente el deseo de responder a ésta necesidad, que nace el interrogante **¿Cómo mejorar los niveles de comprensión de los productos notables: suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$ en los estudiantes de grado octavo?**

Por lo que se considera necesario proponer una estrategia metodológica que contribuya a la solución de este problema. Para buscar dicha estrategia se plantean estas preguntas:

- ¿Qué métodos y estrategias didácticas utiliza el docente del grado octavo para la enseñanza de los productos notables?

- ¿Cómo es el proceso de aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del grado octavo?

- ¿Cuál es el nivel de comprensión de los productos notables en los estudiantes del grado octavo?

- ¿Qué actividades lúdicas contribuyen a mejorar la comprensión de los productos notables en los estudiantes?

- ¿Qué situaciones problema se pueden formular para aplicar los productos notables?

2. JUSTIFICACIÓN

La historia de las matemáticas no puede aislarse de la historia de la humanidad puesto que el desarrollo de la una ha avanzado paralelamente con el desarrollo de la otra[2]. Las matemáticas han contribuido al progreso de la humanidad tanto en el aspecto científico como en el tecnológico, por eso es fundamental la construcción del conocimiento matemático que está en manos de los jóvenes que hoy se forman en los colegios del país, debido a esto los estudiantes ya no pueden seguir viéndola como el "coco" de las materias que se estudian en el colegio, sino que por el contrario las matemáticas deben formar parte de las prácticas cotidianas: a menudo se necesitan efectuar cálculos, estimar rápidamente algunos resultados y utilizar la lógica en los razonamientos, juicios de valor que emitimos a diario. Por tal motivo es indispensable insistir en la operatoria y el cálculo mental, sin volver a las rutinas tediosas tradicionales que provocan en la mayoría de los estudiantes una aversión permanente hacia la matemática, se insiste mejor en la comprensión de los conceptos y de los procesos y en la formulación y resolución de problemas, para apoyar, motivar el aprendizaje y la enseñanza del área.

Este proyecto se fundamenta en la visión y misión del PEI de la Universidad del Cauca, que pretende el desarrollo del conocimiento en un ambiente interdisciplinario y la participación de los estudiantes en la búsqueda de soluciones a problemas de su entorno social[3].

Así también, La Normal Superior como una institución formadora de docentes, se interesa por investigar en las nuevas tendencias metodológicas y pedagógicas y a su vez permite servir de campo de investigación para aquellos que puedan aportar en pro de la calidad educativa [4]

Personalmente la formulación de esta propuesta surge a raíz del interés en profundizar en la didáctica de la enseñanza de los productos notables para mejorar su comprensión en los estudiantes, como también la necesidad de dar cumplimiento al requisito indispensable para la culminación y graduación de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemática e Informática Educativa.

Encaminados a formar parte de los propósitos de la Universidad del Cauca y teniendo como punto en común con la Normal Superior el mejoramiento de la

---

[2] Ministerio de Educación Nacional. Fundamentos y marcos de los programas curriculares Área Matemáticas. Pag.196

[3] PEI. Facultad de Educación. Universidad del Cauca.

calidad educativa, se pretende realizar un estudio que contribuya a mejorar la calidad de la enseñanza de los productos notables y por tanto su aprendizaje, hacer aportes lúdicos que enriquezcan la práctica pedagógica, buscando como tarea una estrategia que lleve a ser factible el proyecto.

[4] Manual de Convivencia Normal Superior Popayán.

3. OBJETIVOS

3.1 GENERAL

Formular una propuesta metodológica para mejorar en los estudiantes los niveles de comprensión de los productos notables del álgebra de grado octavo.

3.2 ESPECÍFICOS

- Determinar los métodos y estrategias que utiliza el docente del grado octavo en la enseñanza de los productos notables del álgebra.
- Identificar el proceso de aprendizaje de los productos notables en los estudiantes del grado octavo
- Identificar el nivel de comprensión de los productos notables en los estudiantes del grado octavo.
- Fomentar actividades lúdicas como recurso pedagógico que contribuya a mejorar la comprensión de los Productos Notables en los estudiantes.
- Desarrollar situaciones problema de la vida cotidiana, que permitan darle aplicabilidad a los productos notables.

4. ANTECEDENTES

Realizada una revisión bibliográfica a través de documentos, navegación por internet y consultas con algunos docentes del área de matemáticas de la Universidad del Cauca y de establecimientos educativos de educación básica y media, se registran los siguientes antecedentes:

La importancia de la dimensión lúdica en el aprendizaje de la matemática no es una innovación al trabajo educativo, puesto que grandes educadores han fomentado su utilización desde mucho tiempo atrás, entre los cuales podemos reseñar:

Platón (427 –348) quien introdujo una práctica matemática lúdica, afirma "Todos los niños deben estudiar las matemáticas, por lo menos en su nivel elemental introduciendo desde el principio atractivos en forma de juego" esto mediante la aplicación de ejercicios de cálculo relacionado con los problemas concretos tomados de la vida y de los negocios que permiten realizar acciones mentales y establecer relaciones involucradas con el concepto, teniendo en cuenta que estas son propias de cada niño.

Jean Jeaques Russeau que tomó la experiencia como base del aprendizaje y demostró que cada niño tiene modos de ver, sentir y pensar, que le son propios.

Froebel (1782 – 1852) establece que la Pedagogía debe considerar al niño como actividad creadora, y despertar, por medio de estímulos, sus facultades propias para la creación productiva. Se procura entonces introducir situaciones significativas que movilicen el interés del niño y la interpretación de éstas desde su pensamiento; en realidad con Froebel se fortalecen los métodos lúdicos en la educación de los niños[5].

Para Piaget los juegos son medios que contribuyen y enriquecen el desarrollo intelectual, los juegos se vuelven más significantes en la medida en que el niño se va desarrollando y concluye: "Los métodos de educación de los niños exigen que se les proporcione un material conveniente, con el fin de que por el juego, ellos lleguen a asimilar las realidades intelectuales, las que sin ellas seguirán siendo exteriores y extrañas para la inteligencia infantil"

La escuela de hoy continúa indagando sobre el espacio que debe tener la lúdica dentro del aprendizaje, es así como en la actualidad hay docentes que hacen planteamientos en pro de fomentar el interés del estudiante y enriquecer las interacciones entre profesores y estudiantes. En este sentido reseñamos las siguientes propuestas:

En la orientación de la unidad temática Algeometría, dirigida por la profesora MARGARITA GRANADOS en el programa de Educación Básica con énfasis en Matemática e Informática Educativa de la Universidad del Cauca, se parte de un enfoque histórico que permite valorar los avances de la matemática y mirar los procesos que han surgido a lo largo de la historia lo cual se relaciona aplicándolo a la elaboración de material didáctico para que mediante su manipulación los estudiantes deduzcan fórmulas y conceptos matemáticos.

La experiencia obtenida en el trabajo de Matemática Articulada, propuesta hecha por el profesor FRANCISCO ESCOBAR DELGADO de la Universidad del Cauca, es aplicada en los grados de educación básica primaria del Instituto Melvin Jones por el docente DIEGO ALEJANDRO BARRIOS; consiste en el manejo de un material didáctico (palitos, metro, ábaco, clavijera) que facilita entender en los niños el porqué de las operaciones matemáticas por medio de la interpretación geométrica. Con ésta experiencia ha logrado abolir el aprendizaje mecánico de las matemáticas básicas en dicha institución.

---

[5] NUNES DE ALMEIDA, Paulo. Educación Lúdica. Técnicas y juegos pedagógicos. Pág. 8

Se considera importante mencionar como antecedente el proyecto el juego en la experiencia descubro la matemática que fue implementado en el año 1985 en el colegio Champagnat de Santa Fe de Bogotá. Este proyecto asume como marco conceptual los postulados fundamentales del constructivismo. Busca desarrollar una práctica fundamentada en una síntesis entre los planeamientos derivados del estructuralismo genético y el socioconstructivismo. Su propósito ha sido derivar de la experiencia y de la investigación rigurosa y sistemática sobre ésta, un sistema didáctico alternativo, suficientemente fundamentado tanto en el plano conceptual como en el metodológico, que promueva un aprendizaje significativo de los conceptos que se enseñan. Este aprendizaje ha de ser fruto de elevar el pensamiento de los estudiantes a los niveles requeridos por las demandas lógicas que la comprensión de estos conceptos hace.

El doctor HERNANDO ACEVEDO RIOS, autor de la propuesta "El álgebra es un juego", surge de la necesidad de que los estudiantes de grado octavo y noveno no tienen material para trabajar en clase. "En las matemáticas está el conocimiento de esta época, si no hay pensamiento abstracto y composición simbólica se está en contravía" (I seminario Colegio Champagnat Popayán 2001).

El doctor RAFAEL ANTONIO CARDONA creador de la "Experiencia didáctica de la matemática basada en la lúdica, la creatividad, la solución de problemas y ayudas didácticas", ha contribuido a un mejor aprendizaje significativo de los contenidos del álgebra. (I seminario Colegio Champagnat. Popayán. 2001)

5. MARCO REFERENCIAL

5.1. MARCO CONTEXTUAL

La Escuela Normal Superior de Popayán está ubicada en la comuna 6, barrio la Ladera vía al sur, municipio de Popayán, departamento del Cauca.

Departamento del Cauca

La gobernación del Cauca abarcaba tierras que comprendía la mitad de lo que ocupa actualmente el territorio colombiano; fue reconocido durante el gobierno de Rafael Reyes en 1905 y confirmado oficialmente por decreto nacional en 1910.

Una característica importante de la población del Cauca es la alta concentración de indígenas que habitan en las zonas cordilleras del alto. Es un crisol de razas, su gente se distingue por su civismo, cordialidad, honradez y deseos de superación; se tiene especialmente una vocación educativa y cultural.

El departamento del Cauca esta situado en la parte sur -occidental de Colombia; Limita al Norte con el departamento del Valle del Cauca, al Sur con Nariño, Caquetá y Putumayo, al Oriente con Huila y Tolima y al Occidente con el Océano Pacífico. La superficie del departamento comprende una extensión aproximada de 30 495 Km^2 que corresponde al 2.7 % del territorio nacional; posee una variedad de pisos térmicos, hermosos paisajes geográficos. Desde el punto político administrativo el departamento se divide en 40 municipios y su capital es la ciudad de Popayán. De acuerdo a los datos de los censos nacionales de población del DANE el departamento del Cauca ha pasado de un volumen de población que supera un millón de habitantes.

Municipio de Popayán (ver anexo 20)

La histórica capital del Cauca fue fundada el 13 de Enero de 1537. Popayán es una ciudad letrada de inmenso interés turístico y ha logrado un elevado nivel como centro de educación.

La mayor extensión de su suelo corresponde a los pisos térmicos templado y frío.

Tiene 224 532 habitantes distribuidos 22 096 en el sector rural y el restante en la cabecera municipal.

Tiene una bella arquitectura colonial y es patrimonio histórico de la humanidad. Popayán presenta una alta actividad sísmica por encontrase ubicada en la región Andina sobre una falla terrestre.[6]

---

[6] Plan de oredenamiento territorial.

Institución Educativa: En la comuna seis, barrio la ladera al sur de la ciudad funciona la Escuela Normal superior, institución educativa dedicada a la formación de docentes. Es un establecimiento oficial creado en 1935 cuando un grupo de chicas procedentes del Cauca, Nariño, Valle y Chocó, se congregó en el hogar que el Gobierno Nacional había fundado, gracias al espíritu de los doctores Luis López de Meza y Agustín Nieto Caballero para la preparación de las jóvenes del occidente colombiano que quisiesen ejercer la misión de educar en sus propias regiones de origen. Inicialmente funcionó en el Valle y posteriormente el gobierno del Cauca adelantó las funciones de traslado mediante decreto ejecutivo Nº 172 del 27 de Septiembre de 1935. Cuando la Normal se inició, tuvo el carácter de Normal Rural con 3 años de estudio, se otorgaba él titulo de maestra rural. En 1948, el Gobierno Nacional por decreto 3824 del 17 de Noviembre de 1948 la elevó a Normal Superior. La resolución Nº 05168 del 9 de Abril de 1980 aprueba estudios de los cursos 6º y 7º de Educación Básica Secundaria y 8º a 11º de bachillerato pedagógico y de 1º a 5º de Educación primaria en la Anexa. La misma resolución indica que la Normal Nacional de Señoritas de Popayán, es plantel oficial diurna, femenina, de propiedad del estado y que está autorizada para otorgar a sus graduandas el título de Maestra Bachiller, que las acredita para ejercer la docencia. Esta Resolución fue cumplida hasta el año de 1997 que se graduó la última promoción con dicho título.

En 1999 esta Institución adoptó el nombre de Normal Superior de Popayán según resolución Nº 0031 del 6 de Enero de 1999, con Licencia de Funcionamiento según resolución Nº 2789 del 22 de Diciembre de 1999 de la gobernación del departamento del Cauca, para impartir la enseñanza formal en los niveles de Educación Preescolar, Básica en los ciclos de Primaria y Secundaria, Media académica con profundización en el campo de la educación y la formación pedagógica y un ciclo complementario de formación docente con una duración de cuatro semestres académicos. Estará dedicada exclusivamente a formar docentes para el nivel de educación preescolar y para el ciclo de Educación Básica Primaria con énfasis en el área de Humanidades (Lenguaje y Comunicación) en jornada única; y calendario B.

Filosofía: La filosofía de toda institución sólo pasa a ser una realidad cuando cada uno de sus miembros conoce y desarrolla el perfil que lo identifica como parte integral de ella. La escuela Normal Superior de Popayán, como institución formadora de educadores fundamenta la formación integral en una educación centrada en la persona del estudiante, orientada a partir de la pedagogía como enfoque y como objeto de conocimiento, pretendiendo formar un individuo participante, crítico, responsable, cuestionador del saber, pedagógico, científico y artístico

Visión: Como centro formador de formadores, la institución pretende: Posicionarse en la región como la mejor y más reconocida institución formadora de Maestros a través de la oferta de servicios educativos de la más alta calidad humana, ética y profesional.

Misión: El compromiso institucional se centra en la promoción integral de las personas, la formación y desarrollo de nuevos ciudadanos a través de la docencia, la investigación y la proyección a la comunidad.

Promocionamos Normalistas Superiores acreditados para ejercer la docencia en los niveles de Preescolar y Educación Básica Primaria.

Objetivos: Son objetivos de la Escuela Normal Superior de Popayán:

- Contribuir a la formación integral de los ciudadanos.
- Construir un Proyecto Educativo institucional que integre el servicio Educativo de Preescolar, Básica, Media y Ciclo Complementario.
- Formar docentes para los niveles de Preescolar y Básica Primaria, acordes con los nuevos requerimientos del sistema educativo colombiano, y en especial para que se desempeñen con un alto sentido humano y profesional.
- Fortalecer la identidad profesional del educador, su valoración y proyección en el contexto social como un dinamizador de la cultura.
- Articular académicamente el ciclo complementario con programas de educación superior con el propósito de garantizar la continuidad en la formación y perfeccionamiento docente.
- Incentivar y consolidar las comunidades pedagógicas regionales, de profesores, estudiantes y egresados y promover su integración nacional con otras comunidades homólogas, para confrontar saberes y experiencias.

- Desarrollar conjuntamente con instituciones de educación superior, programas de actualización y perfeccionamiento de docentes, especialmente de Preescolar y Básica Primaria.
- Producir, recrear y difundir materiales de apoyo a la labor educativa, preferiblemente para los niveles de Preescolar y Básica Primaria.
- Promover y fomentar eventos pedagógicos encaminados a socializar los avances en su proceso de investigación y formación técnico - pedagógica.[7]

[7] Manual de convivencia Normal Superior de Popayán

5.2. MARCO TEORICO

La educación es un tema fundamental en el mundo moderno que vivimos, y generación tras generación los agentes educativos hablan de un "cambio" que asegure una mejor calidad de educación. Pero la realidad es que éste no es tan inmediato como muchos lo esperan, no es como querer cambiar un mueble viejo por uno nuevo o algo parecido, es un proceso riguroso, cuyos resultados se deben ver reflejados en las actitudes de los estudiantes frente al conocimiento donde se note el gusto y el disfrute que conlleva la aventura del aprendizaje.

Las teorías educativas en lo referente a la formación de conceptos vuelven muy complejo dicho proceso, convirtiéndose algunas veces en un obstáculo para el proceso de aprender "Simplicidad de ahí el secreto de la educación" una frase que toma mucho sentido en estos planteamientos; pues hasta el mismo Albert Eintein en su juego libre de conceptos la utilizó con su magistral teoría especial de la relatividad que la reduce a una ecuación $E=MC^2$ que encierra en últimas un proceso de creación y de complejidad[8].

Por lo anterior uno de los compromisos que hoy tienen los profesionales de la educación que están al servicio de la docencia en los diferentes niveles de la educación formal, es la de orientar, dinamizar y motivar procesos para que los estudiantes adquieran mayor interés y capacidad de análisis y crítica frente a la resolución de problemas que se presentan en la vida cotidiana.

Teniendo en cuenta este contexto como referente, se puede rescatar que la escuela que se busca hoy debe cumplir con ciertos requerimientos fundamentales tales como:**[9]**

¿ Qué tanto forma para la vida?

¿En que medida refuerzan las características positivas con que llegan los estudiantes a ella?

---

8 www.geocities.com/ludico_pei/pedagogia_ludica.htm JIMÉNEZ, Velez Carlos Alberto.Pedagogía Lúdica. El taller cotidiano y sus aplicaciones. Editorial Kinessis.

[9] www.redcreacion.gp.un/documentos/congreso5/Gzuñiga.htm BENAVIDES, Zúñiga Guillermo. V congreso nacional de recreación. La pedagogía lúdica. una opción para comprender .FUNLIBRE –Nariño.

¿Qué aprendizajes significativos preparan la mente de los estudiantes para enfrentar problemas cada vez más complejos con mayor iniciativa, imaginación y creatividad?

¿ Qué tanto es capaz de despertar en ellos el entusiasmo y deleite cotidiano de aprender algo de conocimiento?

¿ Qué tanto se refuerza la natural curiosidad infantil para desarrollar una actitud crítica y de indagación frente al entorno?

Para lograr esta escuela que se quiere hoy es necesario replantear los proyectos de aula como también reflexionar frente a las actitudes de los docentes en el desarrollo de los proyectos, igualmente de los representantes de la comunidad educativa como los padres de familia, personal administrativo y los mismos estudiantes entre otros.

Actualmente las acciones que se producen en el aula se han convertido en una parte importante de la investigación educativa. El investigador Stenhouse conceptualiza que la sala de clase es un pequeño microcosmos en el cual se dan, entre otras conductas una extensa gama de procesos de interacción entre el profesor y sus alumnos. Así, al estudiar la dinámica del aula, se encontraron conductas típicas como las siguientes: Uso de recursos didácticos, diálogo en la clase, actividades creativas, trabajo individual, entre otras. Por otra parte, se observaron otro tipo de interacciones, como los modelos de interacción en el proceso de enseñanza y aprendizaje.[10]

La investigación acción en el aula, se podría definir como un proceso sistemático, creativo y crítico, de análisis y reflexión de los profesores sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, tal como ocurren en el salón de clase con miras a resolver problemas que surgen de la misma práctica, a la luz de la experiencia y conocimientos disponibles sobre dichos problemas. Esta investigación es realizada por el profesor con el fin de adelantar un
diagnóstico dentro del contexto de la propia clase y así solucionar los problemas que se presenten en todos o en algunos estudiantes; se busca entonces mejorar la enseñanza y alcanzar un mejor aprendizaje.

El mundo de la Pedagogía necesita ser más comprendido que conocido; no basta con descubrir y explicar las nuevas corrientes de la pedagogía desde la teoría como hacen muchos expertos dentro de un campo de producción intelectual, si no que es necesario abordar la investigación en el aula, para que sea el maestro el protagonista de dicho acto creativo, porque tiene la posibilidad de hacer parte de dicho proceso y poderse potenciar sinérgicamente con él.[11]

---

[10] STENHOUSE, L. Investigación y desarrollo de currículo. Pág.175
[11] JIMENEZ, Carlos Alberto., Op.cit.

De ahí surge la necesidad de buscar estrategias pedagógicas que involucren situaciones significativas motivando a idear soluciones, que conlleven a un aprendizaje y una verdadera comprensión del conocimiento.

En el campo de las estrategias didácticas es necesario recurrir a un método que permita favorecer el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes y que por medio de su práctica y los procedimientos de enseñanza se pueda dirigir a éstos hacia los resultados deseados para construir, comprender y establecer las bases de dicha área. Esta estrategia pedagógica, teniendo en cuenta la clasificación de Kuhs y Ball, citados por Thompson en

función de cómo es enseñada la matemática, donde en uno de sus rangos esta la enseñanza focalizada en el estudiante así:

- El centro de gravedad de la enseñanza se desplaza hacia el estudiante.
- El estudiante "hace" matemáticas explicando y formalizando ideas.
- El papel del profesor es el de estimular el aprendizaje en los estudiantes.
- Visión de las matemáticas a través de la resolución de problemas apoyando una concepción constructivista del aprendizaje.

Este tipo de enseñanza es factible mediante un procedimiento deductivo que es el que procede de lo general a lo particular, de los principios, definiciones y afirmaciones a las conclusiones, consecuencias y casos particulares. Por eso los estudiantes deben ser quienes lleguen a las conclusiones y consecuencias de los principios formulados por el profesor. El pensamiento deductivo cobra tanta importancia en el razonamiento que casi siempre se iguala a razonamiento con deducción. Si bien opera en múltiples juicios cotidianos, y en las ciencias empíricas, el pensamiento deductivo es casi el método exclusivo de las disciplinas formales (matemáticas y lógica)[12]

Dentro de la didáctica de las matemáticas se propone partir de los conocimientos previos que traen los estudiantes, cuestionarlos para mejorarlos, modificarlos o construir nuevos, todo esto inmerso en el modelo apropiativo que se centra en la construcción del saber por el alumno donde el docente propone y organiza una serie de situaciones con distintos obstáculos, el estudiante ensaya, busca, discute, propone soluciones y el saber es considerado con su propia lógica, es construido o reconstruido por los alumnos.[13]

Teniendo en cuenta ésto, la finalidad de la enseñanza de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento es lograr que los estudiantes participen en la construcción de su propio conocimiento, lo cual nos remite a trabajar con el constructivismo, resaltando que uno de sus postulados básicos es: Reconocer que los niños y los jóvenes no se limiten a registrar las explicaciones que les proporcionan (las que dá el profesor, las que encuentra en los libros); ellos

---

[12] Técnicas y Recursos para el desarrollo de las clases. Pag 13
[13] edudist.dfd@anep.edu.uy. Didactica d ela matematica

necesariamente las interpretan y esto lo hacen según las posibilidades que le ofrece su pensamiento.[14]

El constructivismo parte del preconocimiento del niño sobre el cual se apoya para ampliar sus competencias cognoscitivas sin anular o ignorar lo que tenia anteriormente. De ésta manera el aprendizaje no se considera como una secuencia de pasos para alcanzar una meta en la que se acumula información, si no como un proceso complejo mediante el cual el conocimiento se rodea y sitúa. Dentro de la concepción constructivista se involucra el aprendizaje significativo que se fundamenta en los principios señalados por Ausbel:

- El contenido de aprendizaje debe ser potencialmente significativo desde los puntos de vista lógico y psicológico. En el primer caso el contenido debe ser portador de significados y en el segundo debe haber en la estructura cognitiva del estudiante elementos relacionados con el contenido.

- El estudiante debe tener una disposición favorable para realizar aprendizajes significativos sobre el contenido en cuestión.[15]

En el aprendizaje se retoma los fundamentos y Marcos de los Programas Curriculares del Ministerio de Educación Nacional, donde se considera el modelo de Piaget.

[14] Descubro la matemática – Colegio Champagñat –II Seminario
[15] IANFRANCESCO Giovani. Revista Actualidad Investigativa. Edición #2

El modelo de Piaget toma el aprendizaje como adquisición de conocimientos: En éste modelo el aprendizaje no solo se comprende el qué sino el cómo. El estudiante no solo aprende lo que aprende sino también como lo aprende, en este enfoque todo proceso de aprendizaje implica un conocimiento y éste se lleva acabo con la participación directa de quien conoce. Esto se hace por medio de las interacciones con la experiencia física a través

del uso de experiencias concretas que llevan al educando al conocimiento de hechos prácticos y no solo verbales. Para Piaget, entonces aprender significa asimilar los hechos

(conocerlos) de una manera diferente a como se hacia antes del aprendizaje. En este modelo el aprendizaje requiere de tiempo para que el estudiante asimile la pregunta, el problema, la situación y, poco a poco, vaya construyendo un nuevo esquema mental que estará de acuerdo con el de su maestro, con el de la ciencia, con el de su sociedad. En ese momento entonces se puede hablar de equilibrio conceptual.

Piaget propone capacitar al docente en el uso de estrategias didácticas para hacer reflexionar a los estudiantes mientras aprenden.

Uno de los problemas más frecuentes en la escuela con respecto al aprendizaje del álgebra es lo relacionado con los algoritmos donde los estudiantes memorizan o mecanizan y no se logra el aprendizaje mismo, como lo confirman los resultados de la evaluación de estudiantes norteamericanos hecha por el proyecto nacional de progreso en educación (NAEP), Brown et. Al. (1998) donde concluyeron lo siguiente:

"Los estudiantes de bachillerato parecen tener, en general, algún conocimiento de los conceptos básicos de la geometría y el álgebra. Sin embargo, los resultados de esta evaluación indican, como lo han mostrado otros resultados, que frecuentemente los estudiantes no son capaces de aplicar este conocimiento a situaciones de resolución de problemas y que tampoco parecen comprender muchas de las estructuras que están detrás de estos conceptos y habilidades"[16]

Brown. et. Al. Afirma que los estudiantes tienden a recurrir a la memorización de reglas y procedimientos y eventualmente llegan a creer que esta actividad es la esencia del álgebra. En los resultados de la evaluación mostraron que una gran mayoría de los estudiantes piensa que las matemáticas están basadas en reglas y más o menos la mitad consideró que el aprendizaje de las matemáticas es principalmente memorización. Por lo anterior se plantean las siguientes preguntas:

---

[16] www.geocites.com/josearturobarreto/proyecto.htm Kieran. Carolin. Aprendizaje y la enseñanza del álgebra escolar. "Una empresa docente". 1994.

> ¿ Qué es lo que lleva a los estudiantes a memorizar las reglas del álgebra?
>
> ¿ Qué es lo que hace que la comprensión del álgebra escolar sea una tarea muy difícil para la gran mayoría?
>
> ¿ Es el contenido del álgebra la fuente de problemas?
>
> ¿ Es la forma de enseñar lo que causa que los estudiantes no puedan darle el sentido a la materia?
>
> ¿ O es que los estudiantes se aproximan a los problemas algebraicos de una manera que es inapropiada para que aprendan la materia? [17]

Una posible causa de estos interrogantes en la mayoría de los casos es la enseñanza, ya que el profesor esta más preocupado por la organización de su clase, por cumplir con el programa, por tender a ajustarse al libro de álgebra que lleva como guía, haciendo énfasis en explicaciones de algunos de los ejemplos dados y asignando diferentes ejercicios como tarea, que por la comprensión de sus estudiantes.[18]

En cualquier área del conocimiento siempre se plantea un logro para su aprendizaje, de ahí la importancia de la motivación de éste logro para que el estudiante lo alcance, ya que es evidente que solo aprende aquel que quiere aprender, es decir, aquel que tiene disposición hacia el aprendizaje.

---

[17] Ibídem.

El enfoque histórico en la enseñanza de las matemáticas, puede representar la herramienta utilizada por el docente para lograr que el estudiante alcance el logro propuesto para el aprendizaje. Siendo ésta una propuesta metodológica que tiene como objetivo principal despertar y motivar el interés del estudiante hacia el estudio de una ciencia. Generalmente se utiliza como complemento de las clases y consiste en mostrar como se han ido desarrollando los conceptos, quienes intervinieron en su desarrollo y, si es posible, determinar las dificultades encontradas.

Este enfoque en la enseñanza de las matemáticas actúa como ente motivador en el estudiante ya que a través de él descubrirá la génesis de los conceptos y métodos que aprenderá en el aula. Actualmente en las aulas de clase en su gran mayoría los estudiantes muestran gran indiferencia y hasta rechazo en el aprendizaje de las matemáticas, lo que puede llevar al fracaso. Si se logra establecer un lazo entre los estudiantes, la época y el personaje relacionados con los conceptos estudiados, si los estudiantes conocieran la evolución de los conceptos aprendidos en clase, si conocieran las motivaciones y las dudas que experimentaron los sabios de aquellas épocas quizá, podrían sentir un poco como propio el concepto o idea que deben aprender.[19]

---

[18] Segundo Estudio Internacional de matemáticas.
[19] SÁNCHEZ, Angela Alemán de. Enfoque histórico en la enseñanza de la matemática. Tesis de grado. Universidad de Panamá.

El enfoque histórico contribuye a una mejor comprensión del álgebra; se debe comprender antes que conocer, el profesor tiene como tarea enseñar para que el estudiante comprenda; para esto debe tener en cuenta los niveles de comprensión: simple, analítica, heurística, argumentativa y creativa. Ubicándose en la etapa del desarrollo de las operaciones formales con la comprensión heurística se lograría un aprendizaje significativo basado en:

- Reformular el problema, ver el problema desde otro punto de vista, desde la propia perspectiva del estudiante.
- Aplicación de conocimientos intra, volver atrás a recordar conceptos ya vistos pero sin salirse del área
- Aplicación de conocimientos inter, salirse del área para manejar los nuevos conceptos.

Para Manfred Max Neef: "El que comprende es el que hace" y esto se da siempre en un tiempo y lugar determinado; es por esto que una cosa es hacer juegos y otra es ser lúdico, en el espacio del hacer y del ser no hay límites parta el creador.

La lúdica en la institución escolar, es una necesidad y un requisito indispensable, desde las perspectivas pedagógicas constructivistas que pretenden una formación y un desarrollo humano armónico, equilibrado y sostenido. Pero la lúdica es un imposible para los colegios que aún se centran en las pedagogías de la racionalidad instrumental, que ven la educación como transmisión, control y adiestramiento.

Francisco Cajiao, se refiere así al asunto: "No hay espacio ni tiempo, la escuela está para educar, para aprender a leer y escribir, para aprender a convivir apaciblemente y esto no da lugar a la expresión delirante de una infancia de movilidad perpetua, de carreras desbocadas, de ansias de grito y fuerza, para pulir las mentes, y adecuarlas a las exigencias del pensamiento se requiere controlar la motricidad desbordada del juego y de la risa"

La institución escolar prohíbe lo que el joven desea y exige lo que éste rechaza. Al incorporar la lúdica en las aulas de clase de los niveles básicos de la educación secundaria con el fin de mejorar los niveles de comprensión de los estudiantes y no como una pérdida de tiempo, como lo demuestra Emma Castelnuovo " para el conjunto de los estudiantes se mejora el rendimiento si se introduce una concepción dinámica del aprendizaje, dando mayor expansión a la actividad de los estudiantes, lo que no entraña pérdida de tiempo ni de rigor, sino todo lo contrario"

En el aprendizaje de las matemáticas la dimensión lúdica es muy importante por lo tanto la enseñanza debe tenerla en cuenta. Esa dimensión lúdica que no hay que separar del verdadero trabajo, puede concretarse didácticamente hablando de diferentes maneras:

- En la ejecución de actividades o experiencias atractivas pero que no tienen por que ser llamadas “juegos”
- En situaciones problemáticas a resolver por grupos o individualmente.

En cualquier situación existe o debe existir “una dificultad a vencer” alguna o algunas “normas que respetar” una meta u “objetivo que conseguir” y un “material”, si la conjunción de esos factores produce una dinámica placentera se está entonces hablando de lúdica. Desde este enfoque no se hace necesario distinguir tiempos de enseñanza normal de tiempos dedicados al juego. Antes al contrario una buena enseñanza de la matemática trata siempre de incidir en la dimensión lúdica y creativa del comportamiento humano, aunque por tradición o inercia, se sigue hablando de juegos y practicándolos como un “añadido” o complemento a la “enseñanza normal” sin embargo no se trata de hacer de vez en cuando algún juego, si no más bien de orientar la enseñanza de la matemática dándole la mayor importancia a la dimensión lúdica, soporte necesario para el pensamiento abierto y creativo.

El concepto de lo lúdico etimológicamente referido a los juegos a los juguetes y a la “chanza” es necesario replantearlo. Para Huizinga el hombre es un “Homo ludens” antes que un “Homo Sapiens”. Esto quiere decir que la lúdica es algo que solo se puede vivir como producto de la experiencia.

La educación lúdica esta muy lejos de aquella posición ingenua de pasatiempo, chiste vulgar, diversión superficial. Por el contrario "constituye una acción inherente al niño, adolescente, joven y adulto y aparece siempre como una forma transaccional con vistas a la adquisición de algún conocimiento, que se define en la elaboración permanente del pensamiento individual en continuo intercambio con el pensamiento colectivo.[20] Rabelais dice: "Enseñarles la afición por la lectura y el dibujo, hasta tener en cuenta que los juegos de carta y de fichas sirven para la enseñanza de la geometría y de la aritmética"

La mejor forma de llevar al niño a la actividad, la auto expresión y la socialización sería por medio de juegos, esta teoría Frobeliana fue la que en realidad determinó que los juegos fueran tenidos en cuenta como factores decisivos en la educación de los niños.[21] "El juego crea el ambiente natural del niño, en tanto que las referencias abstractas y remotas no corresponden a sus intereses" (Dewey)

Para Celestin Freinet, los juegos deben llevar al niño a jugar de acuerdo con una estrategia concebida por el adulto (de afuera hacia adentro), es decir, que no se trata de sustituir todas las clases de actividades serias (trabajo) por los juegos con la intención de satisfacer únicamente las necesidades de placer y alegría de los niños (modismo), si no de tomar el juego como una actividad educativa (trabajo – juego) y el niño debe consagrarse con tanto interés y afición al trabajo como si se tratara de un juego (satisfacción y placer), pero nunca en sí, el juego vendría a

[20] NUNES DE ALMEIDA Paulo., op.cit. pag. 8

desalojar al trabajo simplemente por el hecho de jugar. Y concluye " no siempre el trabajo es un juego, y si bien es terrible trabajar siempre, tampoco es bueno jugar siempre".[22]

En síntesis considerando las teorías de los grandes pensadores de la Pedagogía se puede decir que la educación lúdica reúne en su esencia una teoría y una práctica, cuyos objetivos son estimular las relaciones cognoscitivas, afectivas, verbales, psicomotoras, sociales, la socialización del conocimiento, la transformación de los estudiantes en seres críticos, creativos.

Para cumplir con los objetivos de la educación lúdica, en el área de la matemática, se necesita conocer a fondo las estructuras matemáticas y el conocimiento no menos esencial de los *procesos evolutivos del desarrollo cognitivo,* la etapa escolar en que se encuentra, no solo para comprender la génesis de los conceptos y juicios matemáticos en su mente, sino también para tener en cuenta los factores de atracción e interés que puedan estimularla y favorecerla. Por lo cual se analiza las fases de desarrollo psicogenético del niño según Piaget:

Fase : Senso motriz (maternal 1- 2 años aproximadamente)

Fase simbólica: (jardín 2 a 4 años   aproximadamente)

---

[21] HACHETTE. La Educación del hombre. Paris 1861
[22] FREINET Celestin. La Educación del trabajo. Delechaux et Niestle. Paris 1960. Pag 192.

Fase intuitiva: (preescolar 4 a 6 años aproximadamente)

Fase de la operación concreta: (escuela primaria de 6 a 11 años aproximadamente)

Fase operación abstracta (adolescencia)

Esta última fase que abarca a los adolescentes y se fundamenta en las operaciones formales, su rasgo característico es la conquista de las cosas nuevas, donde los juegos intelectuales ejercen una gran atracción como son: rompecabezas, discusiones, investigaciones, trabajos de grupo, proyectos, juegos electrónicos, carreras y aventuras.

También se dá en la conducta una relación estrecha entre la actividad expresiva, creativa y la experiencia científica. Partiendo de los hechos, de las observaciones y de las experiencias, el adolescente entra en el trabajo científico como un gran juego consistente en descubrir todo lo que existe.

Por otra parte, la adolescencia, por ser una mediación entre la infancia y la madurez del adulto, se caracteriza por la inmadurez emocional.

El adolescente no quiere ya jugar, por lo general manda a los menores que él a jugar con los muchachos de su edad. Es amigo de burlarse y de ridiculizar los juegos de los niños, provoca a los adultos y hace bulla como si todo fuera un gran “chiste”. En si mismo los juegos no constituyen conciencia social, ni moral, ni práctica, tratándose de adolescentes y jóvenes pero indudablemente hacen intensificar esta conciencia y esta práctica.

El adolescente, que vive toda una exuberancia psicológica, al sentirse sometido a largos periodos de inmovilidad en un pupitre fijo, forzado a guardar un silencio antisocial, se revela o se enclaustra en un aislamiento ostensible; toda la energía de su mocedad es, por tanto, desperdiciada por la insistencia de una conducta directiva impuesta. Y de allí nace el tan discutido problema de la "indisciplina". Lo que en las escuelas se llama indisciplina es, sencillamente, una forma de propuesta contra la coacción. ¿Porque los adolescentes no se muestran indisciplinados en sus juegos? Precisamente porque en ellos se sienten libres y porque este tipo de actividades corresponde a la naturaleza del periodo evolutivo y funciona como instrumento de auto regulación de la actividad del trabajo individual y de una práctica de la vivencia colectiva.[23]

Las escuelas donde se da el conocimiento unidireccional, sin tener en cuenta el proceso evolutivo del estudiante, no hace asequible para este, la actividad lúdica, limitándoles la creación y descubrimiento del conocimiento por si mismo.

Teniendo en cuenta que en la fase de operación abstracta, los adolescentes se interesan más por los juegos intelectuales, se busca implementar actividades lúdicas manipulativas y constructivas para que se interese y participe en la actividad educativa de un modo agradable para él. Es el caso de la aplicación de

[23] NUNES DE ALMEIDA. Op. Cit.

un material como auxiliar didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje con la finalidad de elevar el rendimiento, que esté motivado por una participación más activa y voluntaria hacia las actividades, que por resultar más gratas al estudiante, también le motiven y permitan un aprendizaje más significativo.

Uno de los objetivos del uso del material didáctico es lograr la atención del educando y su participación autónoma desarrollando al mismo tiempo un aprendizaje significativo para el dicente. Se trata de que el uso del material didáctico manipulativo permita contextualizar las abstracciones matemáticas de los productos notables y facilitar su aprendizaje.

Se suele aducir que el material manipulativo ayuda a los niños a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de éstas a situaciones del mundo real.[24] Para Vigotsky "Los materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas elementales se deben plantear dentro del marco más general del papel de los medios de expresión en la actividad matemática y de manera más general dentro del estudio de las relaciones entre lenguaje y pensamiento".

El uso del material debe permitir el planteamiento de problemas significativos para los estudiantes, que puedan ser asumidos por ellos, apropiados a su nivel e

---

[24] KENEDY,L.M. 1986 Manipulatives. A rationale. Pag 6.

intereses, y pongan en juego los conceptos, procedimientos y actitudes buscadas. El material en si es inerte, y puede ser usado de diferentes maneras, en consecuencia, un uso irreflexivo del material manipulativo, podría constituir obstáculos para la apropiación efectiva del conocimiento matemático.

En éste aspecto es importante resaltar que el uso de un material tangible debe estar acompañado de una situación didáctica, es decir problemas matemáticos que lleven a los estudiantes a confrontar su pensamiento con sus compañeros (recoger datos, experimentar y manipular, plantear conjeturas, inducir y deducir) y con la ayuda del material le den la solución al problema planteado. Se trata entonces de lograr que los estudiantes se motiven, desarrollen su creatividad y habilidad para resolver problemas, comprendan los contenidos conceptuales del tema, como también el desarrollo del contenido tanto procedimental como estructural.

Los problemas deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, reformularlos, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

Miguel de Guzmán, plantea que: “La enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante:

- ✓ Que el estudiante manipule el material didáctico.
- ✓ Que active su propia capacidad mental.
- ✓ Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- ✓ Que de ser posible, haga transferencias de éstas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- ✓ Que adquiera confianza en si mismo.
- ✓ Que se divierta con su propia actividad mental.
- ✓ Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- ✓ Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia."

Se considera que la correlación de estos elementos: material didáctico manipulativo, la lúdica, la resolución de problemas, enfoque histórico; contribuyen en el proceso de mejorar los niveles de comprensión en los estudiantes para el área de matemáticas.

5.3 CONCEPTUALIZACION DE TÉRMINOS

Álgebra: es en esencia, la doctrina de las operaciones matemáticas analizadas desde un punto de vista abstracto y genérico, independientemente de los números u objetos concretos. Es una rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas.

Actitudes: Es la aceptación o rechazo que aprende el estudiante con respecto a todo lo relacionado con enseñanza y aprendizaje.

Aprendizaje significativo: es la relación no arbitraria y sustancial entre los conceptos nuevos y los conceptos que el estudiante ya sabe.

Bitácora: Cuaderno donde se registran los datos de una actividad

Constructivismo: se apoya en el proceso cognoscitivo del niño (es decir la manera natural como el niño aprende todo lo que sabe a través del contacto que tiene el mundo que lo rodea)

Destrezas motoras: se refieren a la capacidad de un desempeño adecuado.

Estrategias didácticas: enfoques y modos de actuar que hacen que el profesor dirija con pericia el aprendizaje de los estudiantes. Se refiere a todos los actos favorables del aprendizaje.

Estrategias cognoscitivas: Permiten al estudiante atender, memorizar y procesar la información.

Estructural: Se refiere al conjunto de operaciones que se hacen no sobre números sino sobre expresiones algebraicas.

Educación: es formar conductas de cada persona para el diario vivir.

Enseñanza: Compartir experiencias de la vida.

Habilidades intelectuales: Se refiere a las formas que aprende el estudiante para codificar, y manejar la información**.**

Investigación acción en el aula: Es un proceso sistemático, creativo y crítico, de análisis y reflexión de los profesores sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje en el salón de clase con miras a resolver problemas que surgen de la misma práctica, a la luz de la experiencia y conocimientos disponibles sobre dichos problemas.

Lenguaje Algebraico: conjunto de símbolos precisos que se utilizan para generalizar y hacer mas corta una expresión sin que pierda el significado.

Lenguaje Cotidiano: sistema simbólico (lengua) empleado por los hombres para comunicar sus ideas entre sí.

Lúdica: actividad pedagógica que consiste en despertar en el estudiante el placer por el aprendizaje a través del juego; lo cual estimula el desarrollo de la imaginación, el interés intelectual, sentimientos afectivos, facilidades de expresión, movilidad y socialización; .su objetivo es fortalecer y animar los procesos de construcción del conocimiento a través del juego.

Material didáctico: cualquier medio o recurso que se usa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En esta categoría se incluyen, por tanto objetos muy diversos: desde manuales escolares en su versión escrita, grabaciones en vídeo, programas de ordenador, hasta los propios dedos de las manos, piedrecitas, calculadoras etc.

Metodología: descripción genérica de los procedimientos utilizados en las estrategias y actividades para la enseñanza de las áreas y de las asignaturas.

Método didáctico: Organización racional y práctica de los medios, técnicas y procedimientos de enseñanza para dirigir el aprendizaje de los estudiantes hacia los resultados deseados.

Productos Notables: Fórmulas en las que las letras representan números reales, razón por la cual se pueden aplicar las propiedades operatorias de los números reales para verificar la validez de cada fórmula.

Procedimental: Se refiere a las operaciones aritméticas que se hacen sobre números para obtener números.

Proceso inductivo: partir de hechos directamente vivenciados por el estudiante para llegar a los principios, leyes y teorías.

Proyecto Pedagógico: proceso de reflexión del fenómeno educativo; hace referencia a un conjunto de actividades concretas, interrelacionadas y coordinadas entre sí, con el objeto de construir el conocimiento.

6. METODOLOGÍA

6.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo se basa en una investigación acción en el aula que consiste en un proceso sistemático creativo y crítico de análisis y reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje que ocurren en el salón de clase con miras a resolver problemas que surgen de la misma práctica; dentro del contexto de la propia clase se realiza una indagación con el fin de solucionar los problemas que se presenten en todos o en algunos de los estudiantes para comprender la aplicación de los productos notables del álgebra, buscando mejorar la enseñanza.

Inmerso a esta investigación se elaboró un diagnóstico de la situación en el aula tomando nota de la observación directa que se hace durante el desarrollo de las clases, la entrevista estructurada al docente de álgebra y la encuesta a los estudiantes del grado octavo.

Nuestra investigación está encaminada en buscar una estrategia metodológica para la enseñanza de los productos notables del álgebra en el grado octavo de la Normal Superior; para el problema planteado se utiliza el enfoque cualitativo interpretativo y cuantitativo.

- Cualitativo interpretativo: porque no busca explicaciones sino interpretaciones.

Con éste enfoque se buscó obtener información de acuerdo a una serie de preguntas previamente elaboradas, utilizando técnicas de campo como.

Observación directa de la clase de álgebra en el grado octavo de la Normal Superior, para observar el proceso de aprendizaje de dicha área y de las clases en las cuales se fueron aplicando las estrategias diseñadas.

Entrevista estructurada al docente que orienta el área de matemáticas

Encuesta a estudiantes del grado octavo

- Cuantitativa: En la elaboración de tablas estadísticas donde estarán registrados los avances antes y después de ejecutada la propuesta.

6.2. POBLACIÓN Y MUESTRA

La población estudiantil de la Normal Superior de Popayán, se encuentra distribuida en hombres y mujeres. Se toma como muestra los estudiantes que cursan álgebra del grado octavo uno conformado por 35 estudiantes de los cuales 85.7 % son de sexo femenino y el 14.2 % de sexo masculino.

6.3. PROCESO METODOLOGICO: Consta de cuatro fases.

- Revisión Bibliográfica
- Diseño de entrevista y encuesta.
- Trabajo de campo
- Problemática detectada

6.3.1. Primera fase: Revisión Bibliográfica Para el desarrollo de éste estudio se hizo una revisión bibliográfica la cuál consistió en la lectura de documentos, consulta de textos y navegación por internet.

6.3.2. Segunda fase: Diseño de entrevista y encuesta: Se consultó el documento "Como aprender a investigar investigando" donde se específica como diseñar una entrevista y una encuesta, en cuanto a la formulación de las preguntas y la diferencia entre estas dos. Luego se prosiguió a elaborar los cuestionarios de la entrevista (ver anexo 1) y la encuesta (ver anexo 2).

6.3.3. Tercera fase: Trabajo de campo

6.3.3.1. Primer momento: Encuentro con el núcleo investigativo El día 13 de Agosto de 2003 se reunieron los profesores del departamento de matemáticas y ciencias, integrantes del grupo de investigación de la Normal Superior con el fin de escuchar la presentación del trabajo de campo del proyecto "La lúdica una estrategia metodológica para mejorar la comprensión de los productos notables del álgebra en el grado octavo” la cual se presentó en tres fases (problema – hipótesis y metodología).

El profesor Luis Ordóñez expresó su grado de satisfacción con respecto al proyecto comentando que es un trabajo favorable para los estudiantes, porque en el desarrollo de las clases de álgebra presentan bajos niveles de comprensión y además afirmó que eran de vital importancia para la continuación de los grados superiores (álgebra – física), enfatizó que la llegada de la propuesta era en buen momento ya que los profesores de matemáticas estaban buscando alternativas frente a esta dificultad.

El coordinador del grupo de Investigación nos dio la bienvenida expresando que ésta clase de propuestas en pro del mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje benefician a la institución, por tal razón, nos abrió las puertas para que se llevara a cabo la ejecución de las actividades planteadas; igualmente nos sugirió que nos reuniéramos con los profesores encargados de los grados octavos del área de matemáticas para ponernos de acuerdo en la planeación del cronograma de actividades.

6.3.3.2. Segundo momento: Observación directa. Observación de la clase de álgebra en el grado octavo uno de la Normal Superior. (ver anexo 3)

Durante la observación se nota que el profesor hace una retroalimentación de un cociente notable, mediante un ejercicio desarrollado con la participación de los estudiantes donde motiva a que ellos deduzcan la fórmula, en este caso del cociente notable, durante el ejercicio el profesor pide la participación de los estudiantes haciendo preguntas por lo cual ellos están atentos a la clase.

Durante las clases en las que se aplicaron las estrategias diseñadas se puede inferir que a los estudiantes les gusta participar siempre y cuando haya una motivación lo cual se puede notar en los anexos correspondientes al desarrollo de las clases.

El salón de clase es incómodo frente a la cantidad de estudiantes y la posición de los asientos no permite desplazarse hacia el tablero con facilidad para participar, este es un aspecto negativo en el desarrollo de las clases. Por lo cual hubo necesidad de buscar otros espacios, como es la biblioteca y el patio.

6.3.3.3. Tercer momento: Entrevista estructurada. Ésta se le aplicó al docente que orienta la clase en el grado octavo uno. (ver anexo 1.1).

El profesor afirma que en el desarrollo de sus clases inicia con un ejercicio previamente trabajado por los estudiantes para que ellos lo analicen y traten de deducir el tema, con el fin de no dar el procedimiento y la solución por parte de él.

Esto indica que el profesor trata de desligarse de la educación tradicional y ha empezado a aplicar nuevas metodologías en sus clases de álgebra, siendo consciente de que es un proceso a largo plazo debido a los inconvenientes que se le han presentado, como por ejemplo la apatía de los estudiantes al verse enfrentados a formar sus propios conceptos en su aprendizaje y el atraso que genera en cuanto al currículo, puesto que el desarrollo de los temas es más demorado que con las clases tradicionales y esto afecta directamente el proceso que se ha empezado a desarrollar ya que al docente se le exige cumplir con los programas ya establecidos. El acercamiento al constructivismo se refleja en la forma que enseña los productos notables mediante un trabajo visual con áreas para que ellos deduzcan, presentándose una gran dificultad de deducción por lo que los estudiantes están acostumbrados al método tradicional donde el profesor les da todo sin importar que el estudiante sepa para que sirve o cual es la aplicación.

El profesor plantea como alternativa de solución, la resolución de los problemas haciendo una relación entre la matemática y el lenguaje, buscando que los estudiantes encuentren por si mismo la solución.

6.3.3.4. Cuarto Momento: Encuesta a los estudiantes del grado octavo uno**.** (ver anexo 2.1) Como resultado de la encuesta realizada a los estudiantes se tiene el siguiente análisis de cada una de las preguntas. La satisfacción de ellos con respecto a las clases de álgebra es aceptable teniendo en cuenta que un 73.5% se sienten bien, les parece chévere, porque les gusta la explicación del profesor mediante ejercicios de los cuales nacen inquietudes lo cual lleva a entender los temas. Para el 14.7 % no son satisfactorias porque no entienden, se confunden en las explicaciones y el 11.7 % no respondió a la pregunta o la respuesta no es coherente.

En cuanto a lo que más les gusta, al 70.5 % es la metodología del profesor en la cual se dan ejercicios previos al tema para deducir, los talleres y la retroalimentación que hace a los temas, el 8.8 % no les gusta nada y el 23.5 % no contestaron o su respuesta es incoherente.

Respecto a la forma de enseñar, el 8.23 % afirma que no se da tanta teoría, sino que se plantea un ejercicio para que cada estudiante lo trate de resolver y luego el profesor explica, resuelve dudas, aplica talleres individuales procurando que todos entiendan; el 17.6 % dio una respuesta incoherente.

Lo que cambiarían de las clases de álgebra, el 35.2 % quiere que sean dinámicas y que exista una mejor comunicación con el docente; otro 35.2 % cambiaría la metodología porque el docente a veces se confunde, al explicar es muy rápido, da temas nuevos sin su previa presentación y por la forma de evaluar; el 11.7 % nada y el 17.6 % no contestó o su respuesta es incoherente.

Si fueran profesores de álgebra orientarían sus clases así: El 41.1 % mediante juegos y talleres, buscando que sean más dinámicos; otro 41.1 % con dedicación, dando la teoría, con ejemplos y talleres. El 11.7 % aplicando la metodología del profesor que da ejercicios para llegar a la teoría; el 5.8 % no responde a esta pregunta.

Lo que entienden por productos notables, se ve que no tienen claridad respecto al tema lo cual se demuestra en sus respuestas no acertadas; el 11.7% no sabe y el 88.2% no contestó la pregunta.

Las preguntas referentes a la forma de como han aprendido los productos notables, sus respuestas son incoherentes.

Para la realización de actividades lúdicas, el 3% responde que mediante hojas para hallar áreas y ecuaciones; y el 97% responde que no hay realización de actividades lúdicas.

6.3.3.5. Quinto Momento: Diseño del material didáctico y de las clases

- **Diseño del material didáctico** (ver anexo 4)**:**

Se planeó con anticipación la elaboración de un material didáctico que consiste en la construcción de unas tabletas de madera (cuadrados y rectángulos de diferentes medidas), pintadas de varios colores. Este material didáctico es de fácil manipulación y su utilización se basa en la representación de superficies con el fin de calcular áreas y así deducir los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma **$(x+a)(x+b)$.**

- **El diseño correspondiente a las clases es así:**

a. Logro
b. Estimulación del aprendizaje a través de trabajo dirigido (individual y grupo)
c. Formalización de ideas
d. Conceptualización constructivista.

Diseño de la primera clase "referente histórico" Fecha: Agosto 22 de 2002

Logro: Motivar a los estudiantes por medio de un crucigrama y una narración, para conocer el referente histórico del álgebra.

Iniciaremos la clase organizando a los estudiantes en 5 grupos de 7 integrantes, entregaremos a cada grupo una narración histórica (ver anexo 5.1) en la que se relata los sucesos más relevantes que han contribuido al desarrollo del álgebra y la importancia que ésta tiene en la vida cotidiana, posteriormente se entregará a los grupos un crucigrama (ver anexo 5.2) que se desarrollará con base en la narración. Una vez resuelto el crucigrama se hará una socialización acerca de la actividad realizada.

A partir de la socialización se conceptualizará la definición de álgebra, sus precursores, su origen, y su aplicación en la vida cotidiana.

Observación: La finalidad de ésta clase, es hacer un preámbulo que sirva de motivación para el desarrollo de las posteriores clases.

Diseño de la segunda clase "inducción a las letras" Fecha: Agosto 29 de 2002.

Logro: Comprender la relación que existe entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje matemático por medio de situaciones que requieren traducir del lenguaje cotidiano al simbólico y viceversa.

Iniciaremos la clase haciendo unas preguntas relacionadas con la clase anterior, entre ellas ¿quién introdujo las letras al álgebra?, ¿Qué los llevó a su uso?. Para contestar estas preguntas recordarán la narración realizada. Posteriormente se presentará la siguiente situación:

Escribir una expresión que represente el promedio de dos números cualquiera. Esto se desarrolla en el tablero pidiendo la participación de los estudiantes.

Después de resolver la expresión, se entregará a cada grupo la siguiente situación: “Exprese en lenguaje cotidiano $5(h + 3)$; para que la desarrollen y luego se pedirá que salga un estudiante de cada grupo y la realice en el tablero, resaltando la importancia del lenguaje matemático. Al terminar estos ejercicios, se presentarán otras situaciones donde se debe traducir del lenguaje algebraico al lenguaje cotidiano (ver anexo 6.1). Estos ejercicios se resolverán en el tablero con la participación de un estudiante por grupo.

Se conceptualizará sobre la importancia del uso de las letras en el Álgebra, como parte fundamental del lenguaje matemático.

Para finalizar la clase se dejará un acertijo escrito en un cartel que se colocará en el tablero y tendrá como contenido “ EL EPITAFIO DE DIOFANTE". Esta es una situación que consiste en encontrar la edad de un matemático utilizando la traducción del lenguaje cotidiano al algebraico (ver anexo 6.2).

Terminando esto, se pedirá materiales como cartulina, tijeras, regla, papel de colores para la próxima clase.

Observación: La inducción a las letras tiene como fin que los estudiantes manejen adecuadamente la relación del lenguaje algebraico con el cotidiano, para facilitar la generalización de los productos notables a desarrollar.

Diseño de la tercera clase "Articulación de las letras con áreas"

Fecha: Septiembre 5 de 2002

Logro: Recordar como se hallan las áreas del cuadrado y del rectángulo utilizando un material elaborado con papel silueta que lleve a usar las letras para el cálculo de dichas áreas.

Se les pedirá a los estudiantes que corten un cuadro de 20 centímetros de lado y hallen su área, simultáneamente se pegará un cuadrado con las mismas dimensiones en el tablero con el fin de que la clase logre generalizar la longitud de los lados de éste, haciendo uso de las letras. Luego recortarán un rectángulo de 20 cm x 5 cm, igualmente hallarán el área y se pegará uno similar en el tablero con el fin de generalizar usando letras.

Se les pedirá que unan las dos figuras y hallen el área total, actividad que se irá realizando conjuntamente en el tablero y luego encontrarla en forma general.

Se hará entrega de una hoja en blanco para que en parejas resuelvan una situación donde se halle el área de un cuadrado y un rectángulo (ver anexo 7.1).

Finalmente se conceptulizará el uso de las letras para generalizar el cálculo de áreas de cuadrados y rectángulos cuyos lados tengan n longitud.

Observación: La articulación de letras con áreas se hace con el fin de que el estudiante inicie en la generalización de ka fórmula para encontrar el área del cuadrado y el rectángulo que posteriormente se utilizará en el desarrollo de los productos notables.

Diseño de la cuarta clase

"Producto notable suma de cuadrados, haciendo uso del material didáctico"

Fecha: Septiembre 12 de 20002

Logro: Deducir la formula del producto notable suma de cuadrados, mediante el uso de material didáctico.

Se leerá una situación (ver anexo 8.1), simultáneamente se irán entregando figuras del material didáctico con las medidas correspondientes a las que se mencionan en la situación.

Una vez que los grupos tengan las figuras completas como lo requiere la situación se pedirá que la desarrollen. Se pasará por cada grupo resolviendo inquietudes. Posteriormente se resolverá la situación con la participación de todos, haciendo uso del material didáctico.

Se orientará a los estudiantes para que generalicen las longitudes de los lados de las figuras, como también sus áreas; para lo cual se utilizará cinta de papel donde se escribirán dichas longitudes y se colocará sobre las figuras de l materia para relacionar las medidas reales con las letras y así hacer la suma de las áreas numéricamente y en forma general para deducir de aquí el producto notable.

A través del material didáctico se conceptualizará el producto notable suma de cuadrados después de realizada una deducción.

A continuación se entregará un taller para resolver casos de suma de cuadrados haciendo uso del material. (ver anexo 8.2).

Diseño de la quinta clase "Retroalimentación del producto notable suma de cuadrados

" Fecha: septiembre 19 de 2002

Logro: Determinar la comprensión en los estudiantes del producto notable suma de cuadrados, con material diseñado por ellos, mediante la realización de un ejercicio individual.

A cada estudiante se le entregará un cuadrado de cartulina de 23 cm de lado y una hoja en blanco. Se les explicará que la actividad consiste en: encontrar el área del cuadrado, luego fraccionar la figura en 4 partes de tal manera que dos sean cuadrados y dos sean rectángulos, hallar el área de cada una de estas partes, sumarlas y generalizarlas reemplazando con letras para llegar a la fórmula del producto notable suma de cuadrados.

Se enfatizará que el ejercicio se debe realizar en forma individual y sin asesoría.

Terminado el ejercicio se recogerá el trabajo.

Una vez más se llegará al concepto del producto notable suma de cuadrados a través de la deducción.

Observación: Esta clase se hizo teniendo en cuenta que en la evaluación realizada en la cuarta clase no fue posible determinar si hubo comprensión por parte de los estudiantes. Por lo cual esta actividad será tomada como evaluación del producto notable suma de cuadrados $(a+b)^2$.

Diseño de la sexta clase

"Producto notable de la forma (x+a)(x+b) con el material didáctico"

Fecha: Octubre 9 de 2002

Logro: Deducir la formula del producto notable de la forma (x+a) (x+b) mediante el uso de material didáctico.

La clase se iniciará formando 5 grupos de 7 estudiantes, se leerá una situación (ver anexo 9.1) y a su vez se entregarán las figuras del material. Se dará un tiempo para que resuelvan la situación y pasaremos por cada grupo resolviendo inquietudes, luego se desarrollará la suma de las áreas en el tablero con las medidas reales.

Pegaremos en el tablero las figuras correspondientes a la situación para que entre todos se generalicen las longitudes de los lados de las figuras.

Se escribirá en el tablero el resultado del área total, la cual expresa el producto notable de la forma (x+a)(x+b).

Se les entregará un rectángulo para que lo fraccionen en cuatro partes como esta diseñado el material y luego apliquen el producto notable.

Se llegará a la conceptualización del producto notable de la forma (x+a)(x+b) a través de la deducción usando el material didáctico.

Diseño séptima clase "refuerzo del producto notable suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma (x+a)(x+b)"

Fecha: Octubre 16 de 2002

Logro: Retroalimentar la deducción de los productos notables suma de cuadrados y de la forma (x+a)(x+b) mediante una actividad con el material didáctico.

En esta clase se trabará con dos grupos, uno conformado por los estudiantes que han asimilado fácilmente los dos productos notables y el otro conformado por los estudiantes que no estuvieron en la clase anterior y los que tienen dificultad en la comprensión de los dos productos notables.

El primer grupo trabajará fuera del salón y cada estudiante resolverá un ejercicio donde necesite aplicar los dos productos notables, hacer la gráfica teniendo en cuenta el material y luego generalizar según las letras que se dan en el ejercicio. (ver anexo 10.1)

Con el otro grupo se trabajará en el salón y se procederá de igual manera como en la clase del producto de la forma (x+a) (x+b), después de esta explicación se hará el ejercicio que se esta trabajando con el grupo de afuera.

6.3.3.6. Sexto momento: Interacción con los estudiantes (ver anexo 18).

6.3.3.6.1. Primera clase: Referente Histórico (asistieron 29 estudiantes) (ver anexo 11)

Esta actividad se hizo por medio de una narración que se utilizó como referente para resolver un crucigrama. Durante su desarrollo los estudiantes en su mayoría participaron en forma activa, haciendo la lectura de la narración y preocupándose por resolver el crucigrama lo cual se notó en su constante comunicación entre los integrantes del grupo. En el momento de la socialización los estudiantes manifestaron satisfacción y aceptación, dando pie para la continuación de las actividades programadas durante la ejecución del proyecto.

6.3.3.6.2. Segunda clase: Inducción a las letras (ver anexo12)

El desarrollo de esta actividad se hizo con el fin de hacer notar la importancia que tiene las letras en el álgebra y la relación entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje algebraico, para lo cual se plantearon situaciones donde se combinaron los dos lenguajes. Hubo receptividad por parte de los estudiantes manifestada en su participación constante y el interés por hacer anotaciones del tema. En esta actividad no se desarrollaron ejercicios escritos por lo cual no hay registros que soporten la aplicación del tema.

6.3.3.6.3. Tercera Clase: Articulación de las letras con áreas (asistieron 28 estudiantes) (ver anexo 13 y 19)

Esta actividad se realizó con el fin de recordar el proceso para hallar el área del cuadrado y el rectángulo con números y luego haciendo uso de las letras. Los estudiantes utilizaron materiales como cartulina, papel silueta, lápiz, regla y tijeras para recortar las figuras correspondientes y hallar el área con las medidas reales, en lo cual no tuvieron dificultad y entre todos asignaron a cada lado de la figura una letra para generalizar las áreas. En el momento de aumentar al lado de una figura el lado de la otra, hubo confusión en la forma de expresar el nuevo lado de la figura, confundiendo (X + Y) con (X x Y). El trabajo realizado por los estudiantes muestra los siguientes resultados: El 21.4 % realizó el ejercicio con números y letras en forma correcta. El 42.8 % hallaron las áreas con números pero no generalizaron y el 35. 7 % hallan las áreas de las figuras en forma independiente presentando dificultad a la hora de unirlas para hallar el área total.

6.3.3.6.4. Cuarta clase: Producto notable suma de cuadrados con la utilización del material (asistieron 34 estudiantes) (ver anexo 14 y 19)

En esta actividad se pretendió que los estudiantes lograran deducir el producto notable suma de cuadrados $(a + b)^2$ mediante la manipulación del material didáctico y el desarrollo de una situación. Los estudiantes por grupos recibieron cada una de las partes del material, hallaron las áreas, sumaron, generalizaron y en el momento de dar respuesta a la pregunta de la situación notaron que la expresión encontrada corresponde a la deducción del producto notable $(a+b)^2$ y a su resolución $a^2 + 2ab + b^2$. En el taller de aplicación el 100% de los estudiantes lo desarrollaron correctamente, sin embargo los ejercicios planteados se prestaron para hacer el uso de la fórmula memorística por lo tanto no se puede determinar el nivel de comprensión del producto notable.

6.3.3.6.5. Quinta clase: Retroalimentación del producto notable suma de cuadrados. (asistieron 32 estudiantes) (ver anexo 15)

La finalidad de esta actividad fue determinar el nivel de comprensión del producto notable suma de cuadrados después de haber trabajado con el material didáctico, por ello se trabajó en forma individual donde cada estudiante fraccionó un cuadrado de cartulina en cuatro partes teniendo en cuenta la forma del material didáctico y posteriormente hallaron el área de cada una de las figuras obtenidas, las sumaron y por último generalizaron. La intención de la actividad en un principio fue que trabajaran sin ayuda, pero no fue posible por que se presentaron muchas inquietudes en el momento de fraccionar el cuadrado y en la generalización; también se les presentó dificultad en establecer la igualdad. Los resultados del trabajo fueron los siguientes: El 71.8 % desarrollaron el ejercicio en forma correcta, el 12.5 % se confunden al generalizar las áreas, y el 15.6 % no pudieron desarrollar el ejercicio.

6.3.3.6.6. Sexta clase: Producto notable de la forma (x+a)(x+b) con la utilización del material. (asistieron 30 estudiantes) (ver anexo 16 y 19)

En esta actividad se pretendió que los estudiantes lograran deducir el producto notable de la forma (x+a)(x+b) mediante la manipulación del material didáctico y el desarrollo de una situación. Los estudiantes por grupos recibieron cada una de las partes del material; hallaron el área, sumaron, generalizaron y en el momento de dar respuesta a la pregunta de la situación, notaron que la expresión encontrada corresponde a la deducción del producto notable (x+a)(x+b) y a su resolución x^2+ x(a+b) + ab . Se entregó a cada uno un rectángulo para fraccionarlo de acuerdo al material. Los resultados de esta actividad fueron los siguientes: estudiantes que terminaron el ejercicio bien 30%, estudiantes que les faltó generalizar 23.3%, estudiantes que se confundieron 23.3%, estudiantes que llegaron tarde y no pudieron hacer la actividad 23.3%. Teniendo en cuenta estos resultados se decidió realizar una segunda clase para reforzar la resolución del producto.

6.3.3.6.7. Séptima clase. Retroalimentación del producto suma de cuadrados y de la forma (x+a)(x+b). (asistieron 34 estudiantes) (ver anexo 17 y 19)

La actividad se realizó con el fin de hacer la retroalimentación de los dos productos notables vistos anteriormente y repetir la clase anterior para los estudiantes que llegaron tarde, por lo cual no pudieron realizar el ejercicio.

Para el desarrollo de esta actividad se dividió la clase en dos grupos; un grupo que corresponde a los estudiantes que han asimilado los dos productos y el otro a los estudiantes que no estuvieron en la clase anterior y los que tienen dificultad en la comprensión de los productos notables vistos. Un grupo trabajó fuera del salón y cada estudiante realizó un ejercicio donde aplicaron los dos productos notables e hicieron la gráfica teniendo en cuenta el material y luego generalizaron según las letras que se dan en el ejercicio.

Con el otro grupo se trabajó en el salón y se explicó el producto de la forma (x+a) (x+b) de la misma manera que la clase anterior, seguidamente se entregó a cada estudiante el ejercicio que se trabajó con el grupo de afuera.

Los resultados de esta actividad fueron: el 14.7% realizaron mal el ejercicio, el 32.3% realizaron bien el ejercicio; el 47.0% realizaron bien el producto notable suma de cuadrados y el 5.8% realizaron bien el producto notable de la forma (x+a)(x+b). Por falta de tiempo los estudiantes que trabajaron en el salón no pudieron terminar el ejercicio por lo cual se programó otra sección para finalizar la actividad.

6.3.4. Cuarta fase: Problemática detectada

Después de desarrollar las actividades en el trabajo de campo, se pudo percibir que existen bajos niveles de comprensión en los estudiantes de los productos notables, dado que ellos prefieren las clases tradicionales mediante el modelo normativo donde el profesor explica la teoría y el estudiante desarrolla ejercicios provocando un aprendizaje mecánico, y a su vez rechazando la innovación de las nuevas metodologías en los procesos de enseñanza que se involucran en el constructivismo, donde mediante la deducción sugiere la construcción del aprendizaje significativo. Y una vez ejecutado el trabajo propuesto con las actividades lúdicas como fueron la fusión del material didáctico manipulativo, el enfoque histórico y la resolución de situaciones problema, cuya finalidad era que el estudiante comprendiera y dedujera el desarrollo de los productos suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$; aun persiste la dificultad de la deducción por parte de los estudiantes, notándose en los resultados obtenidos que no hay una apropiación y manejo adecuado del lenguaje algebraico siendo este primordial para la generalización de las fórmulas de dichos productos. Por tal razón se fórmula como propuesta el proyecto pedagógico **¡Si podemos aprender los productos notables con gusto!** para mejorar los niveles de comprensión de los productos notables; suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$, en los estudiantes del grado octavo uno de la Normal Superior de Popayán.

7. PROPUESTA

PROYECTO PEDAGÓGICO

¡ Si podemos aprender los productos notables con gusto!

PARA MEJORAR LOS NIVELES DE COMPRENSIÓN DE LOS PRODUCTOS NOTABLES; SUMA DE CUADRADOS $(a+b)^2$ Y EL PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a)(x+b)$, EN LOS ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO UNO DE LA NORMAL SUPERIOR DE POPAYAN

INTRODUCCION

Frente al problema ¿Qué estrategia metodológica se puede utilizar en la enseñanza, para mejorar los niveles de comprensión en el aprendizaje del producto notable suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$ en el grado octavo de la Normal Superior?; se plantea como alternativa de solución la implementación de la lúdica mediante el uso de material didáctico tangible, figuras geométricas (cuadrados y rectángulos) elaborados en madera, utilizados para hallar áreas, este material permite contextualizar la abstracción de los productos notables y facilitar el aprendizaje.

Este enfoque didáctico se fundamenta en el constructivismo, donde el estudiante organiza la información que recibe y la interpreta de acuerdo al conocimiento que posee. La idea es que por medio de las clases con el material didáctico manipulativo, la resolución de problemas, el enfoque histórico, y el lenguaje algebraico, el estudiante pueda hacer interpretaciones que le permitan una adecuada comprensión de lo que se le enseña en lugar de memorizar.

7.1. JUSTIFICACIÓN

Dado que en los estudiantes del grado octavo de la Normal Superior de Popayán, se ostenta rechazo hacia nuevas metodologías en el proceso de enseñanza que se involucran dentro del constructivismo utilizadas por el profesor, en la enseñanza de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$, se presenta esta propuesta como alternativa para incentivar el aprendizaje significativo que buscan estas metodologías y mejorar los niveles de comprensión en el aprendizaje de estos productos notables.

La intención planteada, es proponer una estrategia pedagógica mediante el uso de la lúdica por medio del material didáctico manipulativo, el enfoque histórico y la resolución de problemas.

Esta alternativa brinda un espacio para posicionar la lúdica por medio de un material didáctico manipulativo, como una actividad facilitadora en la enseñanza y aprendizaje de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$.

Teniendo en cuenta que en ésta institución los profesores manifiestan que los estudiantes presentan bajos niveles de comprensión en el álgebra, y están buscando alternativas de solución frente al problema, hay un interés particular por el desarrollo de esta propuesta que ésta encaminada en pro del mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje beneficiando a la institución.

7.2 OBJETIVOS

7.2.1 GENERAL:

Mejorar los niveles de comprensión de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$, en los estudiantes del grado octavo uno de la Normal Superior de Popayán, por medio de un Proyecto Pedagógico.

7.2.2 ESPECIFICOS

- Diseñar una guía para el desarrollo del proyecto pedagógico.
- Utilizar el enfoque histórico como motivación e introducción en el desarrollo de las clases.
- Usar el material didáctico manipulativo para facilitar la deducción de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$.
- Usar la resolución de problemas para la aplicación de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$.
- Hacer introducción de la relación del lenguaje cotidiano y el lenguaje algebraico y la conceptualización del área del cuadrado y el rectángulo.
- Aplicar la metodología del proyecto pedagógico.

7.3 FUNDAMENTACION

En nuestro medio los proyectos con enfoque constructivista han tenido cierto éxito, ya que están conectados con los fundamentos pedagógicos de los nuevos lineamientos curriculares del MEN, como lo menciona el decreto 1860 en el artículo 36.

"La estructuración y difusión del método de proyectos se debe a Kilpatrick, pero las primeras pruebas las llevo a cabo Dewey, en el año 1986, en la escuela experimental de la universidad de Chicago" [1]. Dewey describe "abrumada por la multiplicación de materias cada una de las cuales se presenta a su vez sobrecargada de fragmentos inconexos, solo aceptados basándose en la repetición o la autoridad". Por lo cual decide romper con el intelectualismo que se daba en la enseñanza y propuso incorporar en la educación la experiencia del educando, los intereses personales y los impulsos a la acción.[2]

A partir de aquí, plantea Dewey, que el método de proyectos no es una sucesión de actos inconexos, sino una actividad coherentemente ordenada, en la cual un

---

[1] ZABALA, Vidiella Antoni. Enfoque globalizador y pensamiento complejo. Una respuesta para la comprensión e intervención en la realidad. I edición. Mayo 1999. España. Pag.166

[2] Ibid

paso prepara la necesidad del siguiente y en el que cada uno de ellos se añade a lo que ya se ha hecho y lo trasciende de un modo acumulativo.

Algunas de las ideas que sustentan esta primera concepción de los proyectos son: Partir de una situación problemática, llevar a cabo un proceso de aprendizaje vinculado al mundo de la vida y ofrecer una alternativa a la fragmentación de las materias. A estos se unen las cuatro condiciones que Dewey (1989) atribuye a lo que denomina ocupaciones constructivas conocidas como proyectos:

- Interés del alumno
- Centrarse en la actividad
- Despertar nueva curiosidad
- Margen del tiempo

Kilpatrick fue el realizador práctico y el divulgador de las ideas de su maestro Dewey. Para él la finalidad de la escuela debe ser enseñar a pensar y a actuar de manera inteligente y libre, por eso los programas deben ser abiertos, críticos y no dogmáticos, basados en la experiencia social y en la vida individual. Kilpatrick entiende el método como una adaptación de la escuela a una civilización que cambia constantemente. Y el proyecto como una actividad previamente determinada, la intención predominante de la cual es una finalidad real que orienta los procedimientos y les confiere una motivación, un acto problemático, llevado completamente en un ambiente natural.[3]

Fernando Sainz distingue cuatro modalidades de proyectos:

a. Proyectos globales
b. Proyectos de actividades
c. Proyectos por asignatura
d. Proyectos sintéticos”[4]

De la clasificación anterior, en esta propuesta se pretende realizar un proyecto por asignatura, donde se desarrollarán los temas “Producto notable suma de cuadrados $(a+b)^2$ y producto de la forma $(x+a)(x+b)$ del álgebra, donde se tendrán en cuenta cuatro fases que facilitarán lograr la finalidad del proyecto que es mejorar la comprensión de éstos dos productos notables. Las fases son las siguientes; *enfoque histórico, lenguaje algebraico, trabajo con áreas (cuadrado y rectángulo) y la manipulación del material didáctico*. Estas fases serán abordadas partiendo de que los estudiantes participen en la construcción de su propio conocimiento, se trabajará con el constructivismo, resaltando que uno de sus postulados básicos es: Reconocer que los niños y los jóvenes no se limiten a registrar las explicaciones que les proporcionan (las que da el profesor, las que encuentra en los libros); ellos necesariamente las interpretan y esto lo hacen según las posibilidades que le

---

[3] op.cit. Vidiella.
[4] IAFRANCESCO, v. Giovanni. Los proyectos de aula. En: Actualidad Investigativa. Bogotá. N 17 –18. (año 2000); p. 41.

ofrece su pensamiento[5]. “Este movimiento pedagógico se desarrolló en la cultura occidental hacia 1930, a partir de los estudios de Piaget en Suiza y Vigotsky en Rusia. En aquella época surgió una inquietud entre los educadores acerca de cómo construye el niño su conocimiento, buscar la respuesta a esta pregunta marcó el inicio a lo que hoy conocemos como el constructivismo. La propuesta constructivista se apoya en el proceso cognoscitivo del niño (es decir, la manera natural de todo lo que el niño aprende a través del contacto que tiene con el mundo que lo rodea), el cual opera de adentro hacia fuera y de lo complejo a lo simple[6]. Berliner (1991), plantea los proyectos de aula como una pieza central de lo que constituiría la filosofía constructivista en la clase. Aprender a pensar críticamente requiere dar un significado a la información, analizarla, sintetizarla, planificar acciones, resolver problemas, crear nuevos materiales o ideas e involucrarse más en la tarea de aprendizaje”[7].

El constructivismo parte del conocimiento previo del niño sobre el cual se apoya para ampliar sus competencias cognoscitivas sin anular o ignorar lo que tenia anteriormente. De esta manera el aprendizaje no se considera como una secuencia de pasos para alcanzar una meta en la que se acumula información, si no como un proceso complejo mediante el cual el conocimiento se rodea y sitúa. Dentro de la

[5] Descubro la matemática – Colegio Champagñat –II Seminario
[6] IAFRANCESCO, v. Giovanni, Op.cit.,p. 42.
[7] Ibid.,p:43

concepción constructivista se involucra el aprendizaje significativo que se fundamenta en los principios señalados por Ausbel:

- El contenido de aprendizaje debe ser potencialmente significativo desde los puntos de vista lógico y psicológico. En el primer caso el contenido debe ser portador de significados y en el segundo debe haber en la estructura cognitiva del estudiante elementos relacionados con el contenido.
- El estudiante debe tener una disposición favorable para realizar aprendizajes significativos sobre el contenido en cuestión.[8]

El trabajo por proyectos pedagógicos de aula y la concepción educativa a la que se vinculan, invitan a repensar la escuela y el trabajo escolar, pues requieren una organización de los espacios más compleja, una mayor concepción de las disciplinas y los contenidos en los que trabajan los estudiantes lo que de hecho cambia el rol del docente, pues lo hace actuar más como guía que como autoridad.

Teniendo en cuenta la clasificación de Kuhs y Ball, citados por Thompson en función de cómo es enseñada la matemática, donde en uno de sus rangos esta la enseñanza focalizada en el estudiante así:

- El centro de gravedad de la enseñanza se desplaza hacia el estudiante.
- El estudiante “hace” matemáticas explicando y formalizando ideas.

- El papel del profesor es la de estimulador del aprendizaje de los estudiantes.
- Visión de las matemáticas a través de la resolución de problemas apoyando una concepción constructivista del aprendizaje.

Dentro de la didáctica de las matemáticas se propone partir de los conocimientos previos que traen los estudiantes, cuestionarlos para mejorarlos, modificarlos o construir nuevos, todo esto inmerso en el modelo apropiativo que se centra en la construcción del saber por el alumno donde el docente propone y organiza una serie de situaciones con distintos obstáculos, el estudiante ensaya, busca, discute, propone soluciones y el saber es considerado con su propia lógica, es construido o reconstruido por los alumnos.[9]

Uno de los problemas más frecuentes en la escuela con respecto al aprendizaje del álgebra es lo relacionado con los algoritmos donde los estudiantes memorizan o mecanizan y no se logra el aprendizaje mismo. Por consiguiente trabajar el tema de productos notables por proyectos de aula, en el cual se articulan los siguientes aspectos: enfoque histórico del álgebra, lúdica por medio del material didáctico manipulativo, resolución de problemas, y la evaluación por competencias, dará posibles soluciones al problema; con el fin de contribuir al aprendizaje significativo del tema en mención.

---

[8] IANFRANCESCO Giovani. Revista Actualidad Investigativa. Edición #

[9] edudist.dfd@anep.edu.uy. Matemática didáctica.

“El enfoque histórico en la enseñanza de las matemáticas, puede representar la herramienta utilizada por el docente para lograr que el estudiante alcance el logro propuesto para el aprendizaje. Siendo este una propuesta metodológica que tiene como objetivo principal despertar y motivar el interés del estudiante hacia el estudio de una ciencia. Generalmente se utiliza como complemento de las clases y consiste en mostrar como se han ido desarrollando los conceptos, quienes intervinieron en su desarrollo y, si es posible, determinar las dificultades encontradas.”[10]

El enfoque histórico contribuye a una mejor comprensión del álgebra; se debe comprender antes que conocer, el profesor tiene como tarea enseñar para que el estudiante comprenda; para esto debe tener en cuenta los niveles de comprensión: simple, analítica, heurística, argumentativa y creativa. Ubicándose en la etapa del desarrollo de las operaciones formales. Con la comprensión heurística se lograría un aprendizaje significativo basado en:

- Reformular el problema, ver el problema desde otro punto de vista, desde la propia perspectiva del estudiante.
- Aplicación de conocimientos intra, volver atrás a recordar conceptos ya vistos pero sin salirse del área
- Aplicación de conocimientos inter, salirse del área para manejar los nuevos conceptos.

En el aprendizaje de las matemáticas la dimensión lúdica es muy importante por lo tanto la enseñanza debe tenerla en cuenta. Esa dimensión lúdica que no hay que separar del verdadero trabajo, puede concretarse didácticamente hablando de diferentes maneras:

- En la ejecución de actividades o experiencias atractivas pero que no tienen por que ser llamadas “juegos”
- En situaciones problemáticas a resolver por grupos o individualmente.

Para cumplir con los objetivos de la educación lúdica, en el área de la matemática, se necesita conocer a fondo las estructuras matemáticas y el conocimiento no menos esencial de los procesos evolutivos del desarrollo cognitivo, la etapa escolar en que se encuentra, no solo para comprender la génesis de los conceptos y juicios matemáticos en su mente, sino también para tener en cuenta los factores de atracción e interés que puedan estimularla y favorecerla. Por lo cual se analiza las fases de desarrollo psicogenético del niño según Piaget:

Fase : Senso motriz (maternal 1- 2 años aproximadamente)

Fase simbólica: (jardín 2 a 4 años aproximadamente)

Fase intuitiva: (preescolar 4 a 6 años aproximadamente)

Fase de la operación concreta: (escuela primaria de 6 a 11 años aproximadamente)

Fase operación abstracta (adolescencia)

---

[10] SÁNCHEZ, Angela lemán de. Enfoque histórico en la enseñanza de la atemática. Tesis de grado. Universidad de Panamá.

Esta última fase que abarca a los adolescentes y se fundamenta en las operaciones formales, su rasgo característico es la conquista de las cosas nuevas, donde los juegos intelectuales ejercen una gran atracción como son: rompecabezas, discusiones, investigaciones, trabajos de grupo, proyectos, juegos electrónicos, carreras y aventuras. Teniendo en cuenta esto; en la fase de operación abstracta, los adolescentes se interesan más por los juegos intelectuales, se busca implementar actividades lúdicas manipulativas y constructivas para que se interese y participe en la actividad educativa de un modo agradable para él. Es el caso de la aplicación de un material como auxiliar didáctico en el proceso de enseñanza y aprendizaje con la finalidad de elevar el rendimiento que este motivado por una participación más activa y voluntaria hacia las actividades, que por resultar más gratas al estudiante también le motiven y permitan un aprendizaje significativo.

Uno de los objetivos del uso del material didáctico es lograr la atención del educando y su participación autónoma desarrollando al mismo tiempo un aprendizaje significativo para el dicente. Se trata de que el uso del material didáctico manipulativo permita contextualizar las abstracciones matemáticas de los productos notables y facilitar su aprendizaje.

Se suele aducir que el material manipulativo ayuda a los niños a comprender tanto el significado de las ideas matemáticas como las aplicaciones de estas a situaciones del mundo real.[11] Para Vigotsky “Los materiales manipulativos en la enseñanza de las matemáticas elementales se deben plantear dentro del marco más general del papel de los medios de expresión en la actividad matemática y de manera más general dentro del estudio de las relaciones entre lenguaje y pensamiento”.

El uso del material debe permitir el planteamiento de problemas significativos para los estudiantes, que puedan ser asumidos por ellos, apropiados a su nivel e intereses, y pongan en juego los conceptos, procedimientos y actitudes buscadas. El material en si es inerte, y puede ser usado de diferentes maneras, en consecuencia, un uso irreflexivo del material manipulativo, podría constituir obstáculos para la apropiación efectiva del conocimiento matemático.

En éste aspecto es importante resaltar que el uso de un material tangible debe estar acompañado de una situación didáctica, es decir problemas matemáticos que lleven a los estudiantes a confrontar sus pensamientos con sus compañeros (recoger datos, experimentar y manipular, plantear conjeturas, inducir y deducir) y con la ayuda del material le den la solución al problema planteado. Se trata entonces de lograr que los estudiantes se motiven, desarrollen su creatividad y habilidad para resolver problemas, comprendan los contenidos conceptuales del

---

[11] KENEDY,L.M. 1986 Manipulatives. A rationale. Pag 6.

tema, como también el desarrollo del contenido tanto procedimental como estructural.

"Los problemas deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, reformularlos, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

Miguel de Guzmán, plantea que: la enseñanza a partir e situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante:

- ✓ Que el estudiante manipule el material didáctico.
- ✓ Que active su propia capacidad mental.
- ✓ Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- ✓ Que de se posible, haga transferencias de éstas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- ✓ Que adquiera confianza en si mismo.
- ✓ Que se divierta con su propia actividad mental.
- ✓ Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.

- ✓ Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. “ [12]

Dentro del proyecto de aula se plantea la evaluación como una posibilidad de mirar hacia lo cualitativo, como parte integral de la propuesta, y ésta se hará a través de la evaluación por competencias:

Interpretativa: Comprende las acciones orientadas a encontrar el sentido de un texto, una proposición, un problema, una gráfica, un mapa un esquema, los argumentos a favor o en contra de una teoría o una propuesta entre otras; es decir se fundamenta en la reconstrucción global y local de un texto

Argumentativa: Involucra las acciones que tiene como fin dar razón de una afirmación y que se expresan en los porque de una proposición, en la articulación de conceptos y teorías con el ánimo de justificar una afirmación, en la demostración matemática, en la conexión de reconstrucciones parciales de un texto que fundamenten la reconstrucción global, en la organización de premisas para sustentar una conclusión, en el establecimiento de relaciones causales, etc.

Propositiva: Hace referencia a las acciones de generación de hipótesis, de resolución de problemas, de reconstrucción de textos, de establecimiento de

[12] Lineamientos curiculares.pag 41.

regularidades y generalizaciones, de proposición de alternativas de solución a conflictos sociales, de elaboración de alternativas de explicación a un evento, a un conjunto de eventos, o a una confrontación de perspectivas presentadas en un texto, etc.

7.4 METODOLOGÍA

El desarrollo metodológico de está propuesta, se desarrollará mediante un Proyecto pedagógico conformado por cinco fases:

- Enfoque histórico
- Conozcamos el Lenguaje algebraico
- Encontremos fórmulas para hallar áreas del cuadrado y el rectángulo
- Sumemos expresiones algebraicas.
- Apliquemos la propiedad distributiva

7.4.1 PRIMERA FASE: Enfoque histórico

Se desarrollara a través de un texto histórico donde narra los sucesos más sobresalientes que han contribuido al desarrollo del álgebra desde su origen hasta la época actual y la importancia que tiene en la vida cotidiana.

7.4.1.1 Primer momento: Vamos al pasado

Se presenta una narración sobre el origen del álgebra para trabajarla con los estudiantes, como preámbulo a conocer por qué se utilizan las letras.

7.4.1.2 Segundo momento: Resolvamos situaciones

La interpretación del texto, se desarrollará por medio de un crucigrama. Puede ser de manera individual o grupal **.**

7.4.1.3 Tercer momento: Manipulemos el material

Cómo material se utilizará el crucigrama que se puede elaborar en fichas de cartulina para trabajarlo en varios grupos o en un cartel para trabajarlo con toda la clase.

7.4.1.4 Cuarto momento: Conceptualicemos

Se hará una lluvia de ideas, comentarios, aportes por parte de los estudiantes, que lleven a reconstruir el texto con sus propias palabras. A partir de las ideas extraídas de lo leído se definirá el concepto, origen, evolución e importancia del álgebra

4.1.5. Quinto momento: ¿Cuánto aprendimos?

Se realizará por medio de un fogueo entre los estudiantes, de tal manera que cada grupo elabore preguntas, las lance a otros grupos, y según el total de preguntas acertadas se tendrá el nivel de comprensión del tema desarrollado.

7.4.1.6. Sexto momento: Elaboremos una bitácora

Los estudiantes iniciarán una bitácora donde escribirán una síntesis de la clase.

7.4.2. SEGUNDA FASE: Conozcamos el lenguaje algebraico

El estudiante se familiarizará con el uso del lenguaje algebraico (letras y símbolos).

7.4.2.1 Primer momento: Vamos al pasado

Se retomará la biografía de Francois Viéte, y se pedirá a los estudiantes que construyan oraciones resaltando los aportes que hizo en cuanto a la introducción de las letras al álgebra.

7.4.2.2 Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

Se presentarán situaciones relacionadas con la vida cotidiana en lenguaje cotidiano para que los estudiantes con su orientación las traduzcan al lenguaje algebraico.

7.4.2.3 Tercer momento: **Manipulemos el material**

Se escribirá en tiras de cartulina situaciones con sus correspondientes expresiones cotidianas y algebraicas en forma separada, de tal forma que se distribuyan en grupos para que la información escrita en la tira de cartulina sea relacionada correctamente con el lenguaje cotidiano y algebraico.

7.4.2.4 Cuarto momento: **Conceptualicemos**

Se orientará a los estudiantes para que ellos a manera de conclusión hagan énfasis en el buen uso del lenguaje cotidiano y algebraico en la solución de situaciones matemáticas.

7.4.2.5 Quinto momento: **¿Cuánto aprendimos?**

Se presentará a los estudiantes el Epitafio de Diophante, para que ellos expresen en lenguaje algebraico la información dada.

7.4.2.6. Sexto momento: Elaboremos una bitácora

Se guiará a los estudiantes para que creen sus propias situaciones problema donde se haga necesario emplear el lenguaje cotidiano y algebraico.

7.4.3 TERCERA FASE: Encontremos fórmulas para hallar áreas del cuadrado y el rectángulo

Los estudiantes recordarán el procedimiento para encontrar el área del cuadrado y del rectángulo a través de material manipulativo.

7.4.3.1 Primer momento: V**amos al pasado**

Se pedirá a los estudiantes que consulten algunos aspectos de la cultura griega: ubicación, cultura, aportes a la educación, etc. se elaborará con ellos en clase un cuadro sinóptico o un mapa conceptual sobre lo más destacado de dicha cultura. Se hará énfasis en los aportes realizados a la geometría entre ellos el de trabajar el cálculo de áreas utilizando la propiedad distributiva. Se realizarán los rectángulos en cartulina o papel silueta y se desarrollará el ejercicio en el tablero, junto con los estudiantes.

7.4.3.2 Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

Se dará una situación para que los estudiantes realicen figuras en cartulina que representen la información dada

7.4.3.3 Tercer momento: **Manipulemos el material**

Se realizarán situaciones parecidas a la presentada en el segundo momento, y para su representación se utilizará el material didáctico manipulativo, inicialmente con medidas reales y posteriormente generalizar tales medidas con el uso de las letras.

7.4.3.4 Cuarto momento: **Conceptualicemos**

Se llevará a los estudiantes al concepto de área y al procedimiento para encontrarla después de trabajar con el material didáctico manipulativo de tal forma que se hagan deducciones y se llegue a la generalización de fórmulas empleando las letras.

7.4.3.5 Quinto momento: **¿cuánto aprendimos?**

Se dirá a los estudiantes que planteen situaciones con el uso del material que los lleve a calcular el área de cuadrados y rectángulos mediante la generalización de fórmulas usando letras para encontrar los resultados.

7.4.3.6 Sexto momento: **Elaboremos una bitácora**

Se hará con los estudiantes una recopilación de lo trabajado en toda la fase y se les motivará para que planteen un procedimiento diferente para encontrar el área del cuadrado y del rectángulo.

7.4.4 CUARTA FASE: Comprendamos el producto notable suma de cuadrados $(a+b)^2$

La deducción de la fórmula del producto notable se hará a partir de una situación problema que resolverá el estudiante con el apoyo del material didáctico manipulativo.

7.4.4.1 Primer momento: V**amos al pasado**

Se continuará con la historia de los griegos y se explicará durante el desarrollo de ésta fase, como trabajan los griegos el producto notable $(a+b)^2$ en forma geométrica

7.4.4.2 Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

Se presentará una situación problema que con su desarrollo permitirá deducir la fórmula del producto notable y su resolución.

7.4.4.3 Tercer momento: Manipulemos el material

Mediante la manipulación del material didáctico los estudiantes representarán los datos del problema planteado.

7.4.4.4 Cuarto momento: Conceptualicemos

Los estudiantes deducirán y generalizarán la fórmula del producto notable y su resolución con la ayuda del material didáctico manipilativo.

7.4.4.5 Quinto momento: ¿Cuánto aprendimos?

Se entregará una situación para que los estudiantes utilicen el material y realicen el procedimiento correcto.

7.4.4.6 Sexto momento: Elaboremos una bitácora

Se motivará a los estudiantes para que formulen nuevas situaciones, buscando la aplicación de éste producto en la actualidad.

7.4.5 QUINTA FASE: Comprendamos el Producto notable de la forma (a+x) (b+x)

La deducción de la fórmula del producto notable se hará a partir de una situación problema que resolverá el estudiante con el apoyo del material didáctico manipulativo.

7.4.5.1 Primer momento: vamos al pasado

Se hará una recapitulación sobre el trabajo geométrico que hacían los griegos para el desarrollo del producto notable $(a+b)^2$, se articulará el álgebra geométrica de los griegos a la solución del producto notable de la forma (x+a)(x+b).

7.4.5.2 Segundo momento: Resolvamos situaciones

Se presentará una situación problema que con su desarrollo permitirá deducir la fórmula del producto notable y su resolución.

7.4.5.3 Tercer momento: **Manipulemos el material**

Mediante la manipulación del material didáctico los estudiantes representarán los datos del problema planteado.

7.4.5.4 Cuarto momento: **Conceptualicemos**

Los estudiantes deducirán y generalizarán la fórmula del producto notable y su resolución.

7.4.5.5 Quinto momento: **¿Cuánto aprendimos?**

Se entregará una situación para que los estudiantes utilicen el material y realicen el procedimiento correcto.

7.4.5.6 Sexto momento: **Elaboremos una bitácora**

Se motivará a los estudiantes para que formulen nuevas situaciones, buscando la aplicación de éste producto en situaciones cotidianas.

7.5 CRONOGRAMA

SEMANAS	**1**			**2**		
ACTIVIDADES	**DIAS**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Enfoque histórico	**X**					
Lenguaje algebraico		**X**	**X**			
Encontremos formulas				**X**		
Sumemos expresiones algebraicas					**X**	
Apliquemos la propiedad distributiva						**X**

8. CRONOGRAMA

SEMESTRE	ACTIVIDADES
VI	Formulación del problema
VII	Marco Referencial (marco teórico y contextual)
VIII	Entrega de anteproyecto (Problema, hipótesis, metodología)
IX	Ejecución del proyecto
X	Presentación de la propuesta

7. PRESUPUESTO

DETALLE	VALOR
Presentación de informes (hojas, impresión, empastado)	
Resma de papel…………………………………………….	10 000
Impresión………………………………………………	350 000
Empastado………………………………………………	36 000
Diseño de material y ejecución de las clases	
Elaboración de figuras (triples, mano de obra, vinilos, pinceles, lija)……….	27 000
Material en la ejecución de las clases (hojas, fotocopias, papel silueta, cartulina, cinta, marcador)…………………..	10 000
Fotografías. ………………………………………………..	10 000
Transporte………………………………………………………	30 000
Total	473 000

CONCLUSIONES

- La lúdica mediante el uso del material didáctico manipulativo, el enfoque histórico y la resolución de situaciones problema, permitieron mejorar los niveles de comprensión y deducir los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$ en los estudiantes, sin utilizar la fórmula memorística. Puesto que la fusión de éstas tres actividades permitieron desarrollar las clases en forma agradable para los estudiantes, como también a comprender tanto el significado de las ideas como las aplicaciones de éstas a situaciones del mundo real. Esto se nota en los trabajos realizados y la participación de los estudiantes en el desarrollo de las clases

- El desarrollo de las primeras clases: referente histórico, la inducción a las letras y la articulación de las letras con áreas, fue fundamental para lograr la conceptualización de los productos suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$. Porque en el desarrollo de éstas clases el estudiante trabaja con el área del cuadrado y del rectángulo y las letras lo cual lo llevó a conocer de dónde surge el producto notable para así formularlo y solucionarlo.

- Algunos estudiantes presentaron dificultad en la deducción y generalización de las fórmulas de los productos suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$, debido a que no tenían una apropiación y manejo adecuado en la relación del lenguaje algebraico y el lenguaje cotidiano. Esto se evidenció en el momento de generalizar ya que al hacer uso del lenguaje algebraico (letras, suma, multiplicación), presentaron confusión mientras que numéricamente si lo pudieron desarrollar con facilidad.

- Los estudiantes se sintieron a gusto en el desarrollo de las clases lo cual expresan diciendo que son divertidas, agradables, chéveres y dinámicas. En cuanto a la forma de aprender manifiestan que fueron lúdicas porque mientras jugaban aprendían y además dicen que les pareció didáctico el material utilizado. Referente al tema de los productos notables ratifican que comprendieron porque pudieron conocer como se obtienen estos; haciendo la diferencia de que antes lo resolvían memorísticamente. También expresan que aprendieron a utilizar adecuadamente las letras lo cual les permite desarrollar con mayor agilidad expresiones algebraicas y que las situaciones problema les ayudó a reforzar el cálculo de áreas. Otros aspectos importantes para ellos fue los trabajos en grupo porque se intercambian ideas y el desarrollo de las clases en otros espacios. (ver anexo 21)

- Después de aplicadas las estrategias diseñadas se formuló como propuesta un proyecto pedagógico para mejorar los niveles de comprensión de los productos notables; suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$, en los estudiantes del grado octavo uno de la Normal Superior de Popayán cuyo nombre es ***¡Si podemos aprender los productos notables con gusto!***

SUGERENCIAS METODOLOGICAS

- ✓ Preparar con anticipación las clases teniendo en cuenta las falencias cognitivas que hay en el grupo.

- ✓ Usar la notación formal de los productos notables después de que el estudiante maneje el concepto.

- ✓ La integración del docente en las actividades de clase en forma activa mejora la participación de los estudiantes.

- ✓ El uso del material didáctico manipulativo, el enfoque histórico y la resolución de situaciones problema, permiten mejorar los niveles de comprensión de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$ en los estudiantes.

- ✓ Enfatizar en los estudiantes el buen uso y la comprensión de la relación del lenguaje cotidiano con el lenguaje algebraico, y la conceptualización del área del cuadrado y rectángulo para lograr el aprendizaje significativo de los productos notables.

BIBLIOGRAFÍA

ALCALO Manolo. El juego y la enseñanza de la matemática. Málaga

CARRASCO, José Bernardo y BAIGNOL BASTERNET, Juan. Hacia una enseñanza eficaz.. Ed. RIALP S.A. Madrid. Cuarta Edición.

________ Técnicas y recursos para motivar a los alumnos. Ed. RIALP S.A. Madrid. Cuarta Edición.
GONZALES BERNAL, Edith. Como aprender a investigar investigando.

________Técnicas y recursos para el desarrollo de las clases. Ed. RIALP S.A. Madrid. Cuarta Edición.

DÁVILA, José Raul. El juego y la ludoteca. Talleres gráficos Universitarios. Mérida Venezuela 1993.

http://www.mat.ucm.es/m2000m DOMINGUEZ PEREZ, José Angel. La Matemática un Lenguaje para entender y disfrutar la vida.

edudist.dfd@anep.edu.uy. Matemática didáctica.

febuco@interred.net.co. Felix Bustos Cobos

hugor@epm.net.co. Educación y pedagogía para el estudio de la expresión lúdica tradicional

IANFRANCESCO, Giovanni. Revista Actualidad educativa. Año III. No. 12 y 13

________ Revista Actualidad educativa. Nuevo milenio. No 17, 18, 19

Lineamientos curriculares de matemáticas

Manual de Convivencia Normal Superior Popayán.

MEDINA, Gonzalo. El material para la enseñanza de las matemáticas. Aguilar, S.A. segunda Edición, 1967.

Ministerio de Educación Nacional. Fundamentos y marcos de los programas curriculares Área Matemáticas.

PEI. Facultad de Educación. Universidad del Cauca.

PUIG ADAM, P. El material didáctico matemático actual.

Secretaria de Educación de DC.2000. El campo lógico matemático. Orientación sobre la Educación Preescolar en Santa Fe de Bogotá. DC.

STENHOUSE, L. Investigación y desarrollo de currículo.

VAHOS, Oscar. Juguemos dos. Real gráficos. Medellín 2000.

www.geocites.com/josearturobarreto/proyecto.htm Kieran. Carolin. Aprendizaje y la enseñanza del álgebra escolar. "Una empresa docente". 1994.

www.geocities.com/ludico_pei/pedagogia_ludica.htm JIMÉNEZ, Velez Carlos Alberto.Pedagogía Lúdica. El taller cotidiano y sus aplicaciones. Editorial Kinessis.

www.innovemos.unesco.cl/eya/bi/juegosmatematicos.htm Juegos y materiales manipulativos como dinamizadores del aprendizaje en matemáticas. Centro de información y documentación educativa. Madrid 1998.

www.per/ajusco.upn.mx/piem/pjjg.html Aprendizaje significativo del algoritmo de la multiplicación mediante actividades lúdicas en el tercer grado de la Educación Primaria.

El juego en la experiencia descubro la matemática. Colegios Maristas de Colombia.

www.redcreacion.gp.un/documentos/congreso5/Gzuñiga.htm BENAVIDES, Zúñiga Guillermo. V congreso nacional de recreación. La pedagogía lúdica. una opción para comprender. FUNLIBRE –Nariño.

www.uag.mx/63/au2-05.htm. BURGOS, Tobar José. La investigación como una actividad en el aula.

ANEXO 1

FORMATO ENTREVISTA AL PROFESOR

Fecha:

Nombre:
Nivel de estudio:

Años de experiencia:
Tiempo de laborar en la institución:

1. ¿Qué esquema utiliza usted para el desarrollo de sus clases?

2. ¿Cuál es su grado de satisfacción de ese esquema respecto a los estudiantes? ¿Por qué?

3. ¿Cómo aprendió usted los productos notables?

4. ¿Qué opinión tiene usted de esa forma de enseñar?

5. ¿Cómo enseña usted los productos notables?

6. ¿Qué dificultades se le han presentado en la enseñanza de los productos notables?

7. ¿Cuáles cree usted que son las causas de esas dificultades?

8. ¿Ha buscado usted alternativas de solución a esas dificultades? ¿Cuáles?

ANEXO 1.1

ENTREVISTA DIRIGIDA AL DOCENTE DE ALGEBRA DEL GRADO OCTAVO UNO DE LA NORMAL SUPERIOR DE POPAYÁN.
Fecha: Agosto 13 de 2002

NOMBRE: Luis Ordoñez **NIVEL DE ESTUDIO**: Especialización en Educación Matemática
AÑOS DE EXPERIENCIA: 15 Años **TIEMPO DE LABORAR EN LA INSTITUCIÓN**: 8 Meses

1**. ¿Qué esquema utiliza usted para el desarrollo de sus clases?**
Bueno, normalmente el desarrollo de las clases casi siempre arranca con un problema o un ejercicio que ellos tendrían que haber hecho o algo que ellos ya manejen, la idea es que ellos recuerden lo que ya sabían y a partir de eso empezar a trabajar, muy poco se da el caso de dar el enunciado, el procedimiento y la solución por parte del profesor y quizás he chocado con los estudiantes porque ellos estaban enseñados a ese modelo.
2. ¿**Cuál es su grado de satisfacción de ese esquema respecto a los estudiantes? ¿Por qué?**
Haber, grado de satisfacción, digamos que aceptable en cierta medida y muy bueno en otra, muy bueno porque es como lo que uno sabe que va a dar resultado no ha poquito término si no a largo plazo y aceptable porque ya uno empieza a preocuparse porque ya empieza a atrasarse en los temas digámoslo así entre comillas "a atrasar". Y empieza como esa compulsión al ver que por ejemplo en un tema se esta demorando demasiado tiempo y ve que los estudiantes todavía como que no han agarrado pero bueno como dije al principio, uno sabe que esto tiene que dar resultado y lo implementa.
3. ¿Cómo aprendió usted los productos notables?
.Pues, yo creo que básicamente se nos daban los productos ya hechos ósea muy difícil que el profesor le hubiera dado la posibilidad de encontrarlos, sino ya hechos.
4. ¿Qué opinión tiene usted de esa forma de enseñar?
Lo que pasa es que uno como profesor con ese método así de dar, esta asumiendo que la mente y la capacidad o perdón la inteligencia del estudiante se adapta naturalmente a lo que ha dado las matemáticas en el desarrollo histórico y resulta que no, ya estudiando resulta que ese ha sido un gran proceso y que muchas veces esta mediado por la experiencia de los estudiantes y también la lógica que ellos tienen cuando uno les monta el procedimiento y la solución como que ellos no saben para que se utiliza eso.
5. ¿Cómo enseña usted los productos notables?

Bueno, este año precisamente pedí el grado octavo para implementar una propuesta que nosotros trabajamos en la especialización que me gusto mucho ahí tuve un pequeño problema, eran dos grupos en octavo y uno de los grupos no me aceptó como profesor porque ellos decían que yo no les explicaba nada y que a ellos les quedaba muy difícil solucionar problemas entonces dijeron si usted cambia de metodología si lo aceptamos, entonces yo les dije bueno y entonces cual es la metodología desde el año pasado me vinieron diciendo mire profesor lo que pasa es que los demás profesores o el profesor de matemáticas nos tiene enseñados a que da primero la fórmula da el procedimiento y nosotros llegamos y aplicamos entonces yo les dije: no sinceramente ahí no me transo porque yo se que ustedes pues rinden así como las temáticas pero al término de uno o dos años ustedes no recuerdan nada entonces ellos como que me crucificaron dijo bueno profesor entonces si en dos meses no cambiamos el método nosotros como hacemos para cambiarlo, entonces viendo eso dije: No pues ya con un grupo donde esta bloqueado entran prevenidos y así es muy difícil, afortunadamente llega otro compañero muy bueno entonces propusimos que en ese curso fuera él e hiciera su proceso ahí también y resulta que el otro compañero también casi tiene la misma propuesta de dejarlos a ellos que exploren que lleguen al resultado y él me dice que ha encontrado buena receptividad especialmente porque ha recuperado el trabajo de grupo y el no los acosa lo primero que les dice que aquí nadie va perder álgebra porque el álgebra es muy fácil, empezó bien ya en el otro curso también se hizo una pequeña encuesta diciéndoles que ellos tenían la posibilidad de cambiar de profesor entonces ellos dijeron que si, que no que les había gustado mucho la metodología, cuatro o cinco compañeros dijeron que si cambiaba la metodología si, entonces yo le dije no realmente la metodología no se puede transar porque ese es el corazón de lo que yo traigo y ahí estamos pues con ellos.

6. ¿Qué dificultades se le han presentado en la enseñanza de los productos notables?

Bueno, yo implemente un trabajo, ahí tengo los registros, un trabajo sobre como a partir de la cuestión visual trabajando con áreas ellos llegarán a los productos notables y me quedo duro hacer que ellos dedujeran esos productos notables, duro porque ellos no manejan la cuestión de la variable pero yo soy consiente de que ese proceso no puede ser así como de dos meses o de tres meses si no que debe ser un proceso precisamente entonces en ese sentido estoy convencido de que uno debe esperar y algo que he trabajado con ellos es conversarles decirles que es un proceso que ellos son capaces de hacerlo estamos ante una nueva propuesta y que lo fundamental es que ellos estén dispuestos a hacerla, algo se ha logrado.

7**. ¿Cuáles cree usted que son las causas de esas dificultades?**

Las dificultades de los productos notables? Pues, una bastante ácida que es la de deducción ósea parece que no solo el profesor de matemáticas si no todos los profesores le dan todo, les dan la lectura, le hacen el análisis entonces claro ellos se enseñan es a repetir como loros, y cuando llega un profesor a exigir eso les cuesta trabajo y más aun si uno no tiene esa paciencia para empezar y seguir ese proceso pues ahí peor el bloqueo, otra causa la forma tradicional en que se ha venido asumiendo las matemáticas como dije, que el profesor da el procedimiento, el método y la solución de un problema y al estudiante se le colocan ejercicios para que repita. Siempre se ha camellado así, siempre.

8. ¿Ha buscado usted alternativas de solución a esas dificultades? ¿Cuáles?

Bueno una de esas es la de deducción a través de la hoja para encontrar áreas que se implemento durante dos semanas, ahí tengo los registros y puedo decir más o menos que unos 10 alumnos alcanzaron a deducir y por hay mas de unos 15 no, unos 5 muy difícil pero también está asociada a la motivación de ellos por el aprendizaje, esa es una y la otra que estoy pensando es la de plantear con algunos problemas encontrar solución de problemas, digamos hacer como una relación entre matemáticas y lenguaje, esa es la otra que estoy pensando hasta ahorita he propuesto eso y en todo momento por ejemplo es buscar que ellos encuentren la solución.

ANEXO 2

FORMATO ENCUESTA A ESTUDIANTES

1. ¿Explica tu grado de satisfacción respecto a las clases de álgebra?
2. ¿Qué te gusta cuando tu profesor te enseña álgebra?
3. ¿Cómo te enseña tu profesor álgebra?
4. ¿Qué cambiaria de las clases de álgebra?
5. ¿Cómo te gustaría que te enseñaran álgebra?
6. ¿Si fueras profesor de álgebra como orientarías tus clases?
7. ¿Qué entiendes por productos notables?
8. ¿Que aplicación tiene los productos notables?
9. ¿Cómo han aprendido los productos notables?
10. ¿Realizan actividades lúdicas en las clases?

ANEXO 2.1

ENCUESTA REALIZADA A ESTUDIANTES DEL GRADO OCTAVO UNO
Fecha: Agosto 15 de 2002

1. ¿EXPLICA TU GRADO DE SATISFACCIÓN RESPECTO A LAS CLASES DE ÁLGEBRA?		
Me siento bien	25	73.5 %
No me siento bien (aceptable)	5	14.7 %
No contestaron	4	11.7 %

2. ¿QUE TE GUSTA CUANDO TU PROFESOR TE ENSEÑA ÁLGEBRA?		
Que nos da la oportunidad de desarrollar los ejercicios previos a la teoría.	23	70.5 %
Nada	3	8.8 %
No contestaron	8	2.5 %

3. ¿CÓMO TE ENSEÑA TU PROFESOR ÁLGEBRA?		
No nos da tanta teoría, sino que explica	27	82.3 %
Que no sea tan rápido	7	17.6 %

4. ¿QUE CAMBIARIA DE LAS CLASES DE ÁLGEBRA?		
Que el profesor sea más amigable	12	35.2 %
El método	12	35.2 %
Nada	4	11.7 %
No contestaron	6	17.6 %

5. ¿CÓMO TE GUSTARÍA QUE TE ENSEÑARAN ÁLGEBRA?		
Juegos, talleres, con mas dinámica	14	41.1%
Basándose en la teoría, ejemplos y talleres	14	41.1 %
Me agrada la metodología del profesor	4	11.7 %
Respuesta incoherente	2	5.8 %

6. ¿SI FUERAS PROFESOR DE ÁLGEBRA COMO ORIENTARÍAS TUS CLASES?		
Dando la teoría y luego resolver problemas	12	35.2 %
Con lúdica, dinámica	10	29.4 %
No saben	4	11.7 %
Igual que el profesor de las clases	8	23.5 %

7. ¿QUE ENTIENDES POR PRODUCTOS NOTABLES?		
Que se resuelven mediante áreas y manejo de letras	6	17.6%
Respuesta no contestadas e incoherente	28	82.3%

8. ¿QUE APLICACIÓN TIENE LOS PRODUCTOS NOTABLES?		
No saben	4	11.7%
No respondieron	26	76.4 %
Ninguna aplicación	1	2.9%

9. ¿CÓMO HAZ APRENDIDO LOS PRODUCTOS NOTABLES?		
Sacando áreas	1	2.9%
Preguntas no contestadas e incoherentes	33	97%

10. ¿REALIZAN ACTIVIDADES LÚDICAS EN LAS CLASES?		
Con hojas, sacando áreas y ecuaciones	1	2.9%
No	33	97%

ANEXO 3

PROTOCOLO OBSERVACIÓN DE lA CLASE.

Fecha: Agosto 15 de 2002

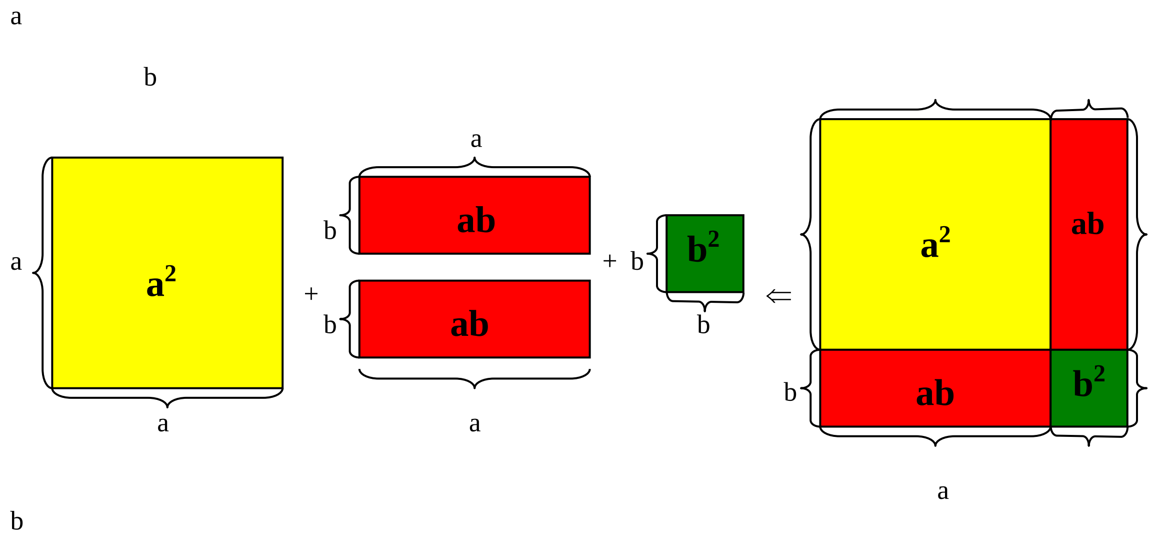
En este día hubo un grupo de 35 estudiantes del grado octavo de la Normal Superior. La observación se desarrolló en el salón durante la ejecución de una clase de álgebra sobre cocientes notables orientada por el profesor Luis Ordóñez

El profesor da inicio diciéndoles que en la clase del día anterior habían mirado la división de polinomios y escribió en el tablero el ejercicio $X^4 - Y^4 \ / \ X^2 - Y$ y preguntó a los estudiantes la forma como este ejercicio se puede resolver a lo cual los estudiantes daban aportes de tal forma que fueron desarrollando paso a paso el ejercicio. En el desarrollo de éste sé presentó un error, donde el profesor mediante preguntas incentivó a los estudiantes para que encontraran el error y fue así como le dieron solución y pudieron encontrar la fórmula para desarrollar el cociente notable.

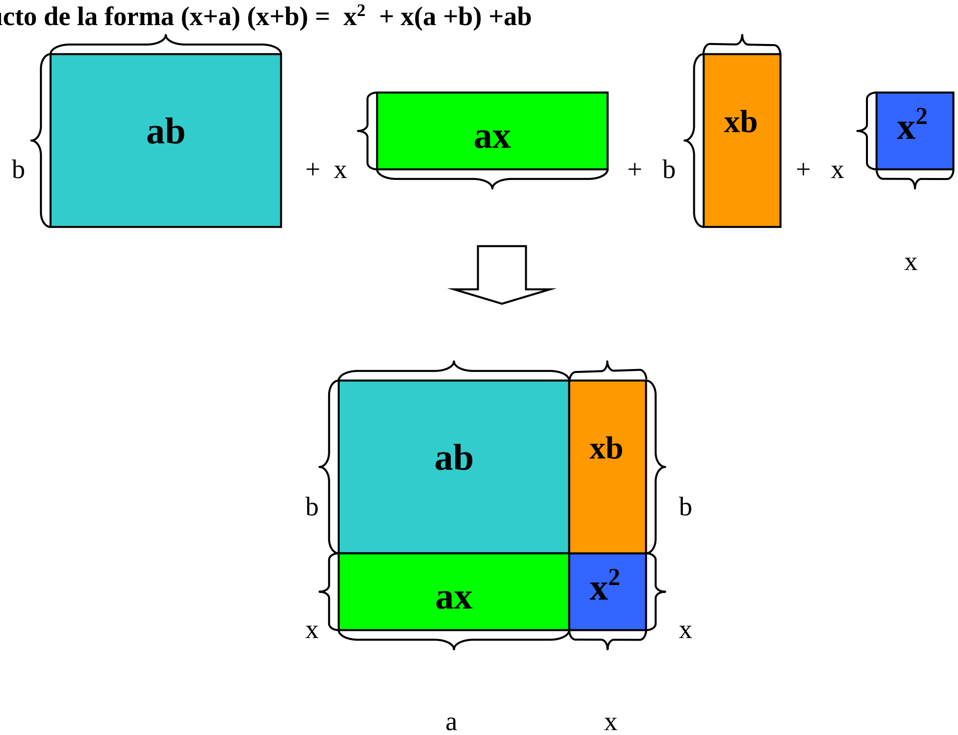
ANEXO 4

GRAFICA DISEÑO DE MATERIAL DIDACTICO

Suma de cuadrados: $(a+b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$



Producto de la forma $(x+a)\,(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$



ANEXO 5

MATERIAL UTILIZADO EN LA PRIMERA CLASE

5.1 NARRACIÓN

El Algebra

El álgebra es una ciencia que está mas en la cabeza que en la vida cotidiana. La primera vez que se escuchó hablar de álgebra fue cuando un Musulmán de nombre **Al-kjwarizmi** escribió un libro llamado "**la resolución de problemas a través e Al-muqabala**". El significado corriente de **jabr** era adicionar términos iguales a los dos lados de una ecuación para suprimir términos negativos.

El álgebra es un idioma que no usamos a diario, un idioma diferente a como hablamos y pensamos pero que está basado en la forma como hablamos y pensamos, por eso es posible 7que cualquier persona entienda el álgebra. **Aljabru**, de donde viene la palabra álgebra quiere decir reunión de las partes rotas.

La historia del álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales, cuyo perfeccionamiento y regla de resolución de las mismas lo aportó la cultura China. Los antiguos Mesopotámicos se centraron en el campo de la potenciación y la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Hace muchos años a los Egipcios les fascinaba medir todo no por diversión sino por necesidad. Thales de Mileto sorprendido por darse cuenta que las cosas se podían medir, decidió llamar a esta ciencia de medir las cosas "geometría" que quiere decir medida de la tierra; haciendo uso de esta ciencia los griegos utilizaron métodos para resolver productos notables.

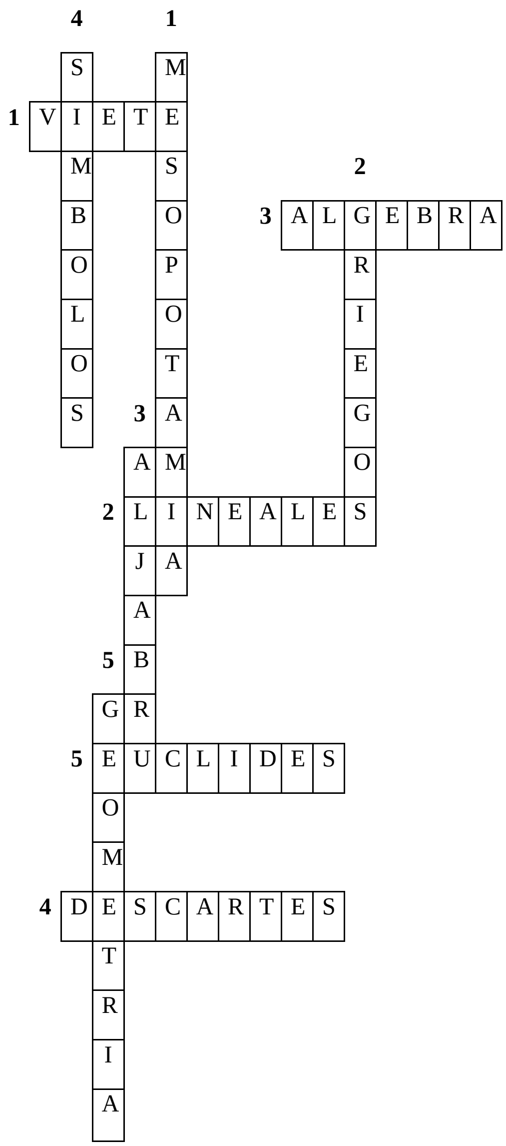
Un poco mas tarde otro griego llamado Euclides, escribió el libro llamado los "elementos", un tratado especialmente de geometría que recoge muchas de las investigaciones hechas por los geómetras que habían precedido.

Los trabajos algebraicos árabes entre los siglos IX y XV además de la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado incluían también las ecuaciones cúbicas.

En el continente Europeo el álgebra tuvo su desarrollo especialmente en el renacimiento; fue Francois Viete quién dio un sistema único de símbolos algebraicos consecuentemente organizado; mas tarde Rene Descartes mejoró esta simbología y aportó con la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos.

En 1768 apareció la aritmética universal de Euler donde se analizan un sin fin de resultados, entre ellos se desarrolla el aparato simbólico literal el álgebra, se dan las reglas de extracción de las raíces de números y de expresiones algebraicas polinomiales y se estudian los métodos de resolución de ecuaciones algebraicas que son esenciales en el álgebra.

5.2 CRUCIGRAMA



Horizontales

1. Creador de una simbología y resolución de ecuaciones por métodos algebraicos.
2. La cultura China perfeccionó la regla de resolución de estas ecuaciones.
3. Rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas.
4. Contribuyo con el descubrimiento de la geometría analítica, que reduce la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos.
5. Autor del libro "los elementos" el cual versa sobre geometría.

Verticales

1. Cultura que aportó al álgebra la potenciación y la resolución de ecuaciones cuadráticas.
2. Utilizaron métodos para resolver productos notables usando la geometría.
3. Palabra árabe que significa reducción de la cual se originó la palabra álgebra
4. Lenguaje del álgebra.
5. Ciencia de medir las cosas.

ANEXO 6

MATERIAL UTILIZADO EN LA SEGUNDA CLASE

6.1. SITUACIONES

Exprese la siguiente expresión del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico:

- La base y la altura de cualquier rectángulo cuya base exceda en 5 unidades a la altura.

- Si X y Y representan números reales simboliza las siguientes expresiones.

a. La suma de los números.
b. El producto de los números
c. La diferencia de los números
d. El cubo de la diferencia
e. La diferencia de los cubos
f. La suma de los cuadrados de los números
g. El cociente de los números.

Exprese en lenguaje cotidiano.

• **3(n - 1)** • **X^2 – 1** • **3n + 2**	• **1/2 b** • **(X - 1)** • **5(n + 3)**	• **2n - 2** • **$(X + 3)^2$**

Exprese en lenguaje algebraico

- Escriba una expresión que represente la suma de 3 y el doble de cualquier número.

- Escriba una expresión que represente el triple y el cuadrado menos 3 de cualquier número.

- Escriba una expresión que represente la mitad mas 4 y el producto de 5 por cualquier número dado.

- Escriba una expresión que represente la suma de cualquier número mas 15 menos 30.

- Escriba una expresión que represente 7 menos 5 veces cualquier número dado.

- Escriba una expresión que represente el promedio de dos números cualesquiera.

- Escriba una expresión que represente el cuadrado de la suma de tres números cualquiera.

- Exprese la base y la altura de cualquier rectángulo en el que la base sea el doble de la altura.

6.2. EPITAFIO

"Transeúnte, esta es la tumba de Diophante. Es él quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió. Su juventud ocupó la sexta parte, después durante la doceava parte su mejilla se cubrió con el primer vello, pasó a una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y cinco años después tuvo un precioso niño que una vez alcanzado la mitad de la edad de su padre pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle llorándole durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad".

ANEXO 7

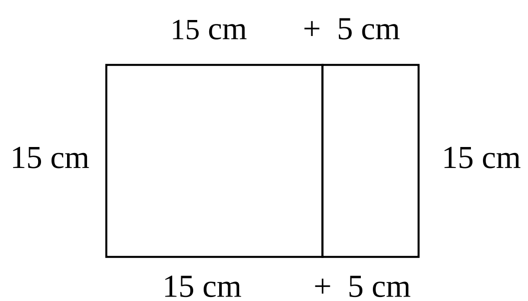
MATERIAL UTILIZADO EN LA TERCERA CLASE

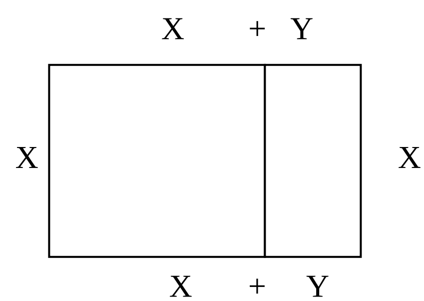
7.1. SITUACIÓN

Un campesino posee un terreno cuadrado que tiene 15 m de lado; como desea aumentar su extensión de tierra compra a su vecino un terreno de 5x 15 m de lado.

¿Cuál es el área del primer terreno?

¿Cuál es el área del terreno actual?





Area = 15 cm (5cm + 15cm) = 300 cm^2

Area = X (X+Y)

ANEXO 8

MATERIAL UTILIZADO EN LA CUARTA CLASE

8.1. SITUACIÓN

Una compañía desea sacar un afiche cuadrangular que tiene 20 cm de lado para los mensajes impresos. Ha decidido fraccionarlo trazando rectas como muestra la figura.

¿Cuántas partes se forman?

¿Cuál es el área de cada figura?

¿Cuál es el área total de la figura?

8.2 *TALLER DE APLICACIÓN*

Nombre: ______________________________________ Fecha: ___________

1. ¿Cómo podrías expresar los siguientes números?

$21^2 =$

$63^2 =$

2. Completa:

a. $(x+3)^2 = \quad (\qquad\qquad)^2 \;+\; 2\,(\qquad)\,(\qquad) \;+\; (\qquad)^2$

b. $(m+2)^2 = \quad (\qquad\qquad)^2 \;+\; 2\,(\qquad)\,(\qquad) \;+\; (\qquad)^2$

c. $(2x+3)^2 = \quad (\qquad\qquad)^2 \;+\; 2\,(\qquad)\,(\qquad) \;+\; (\qquad)^2$

3. Calcular el trinomio cuadrado perfecto.

a. $(3x+5)^2 =$

b. $(a+b)^2 =$

c. $(2x+y)^2 =$

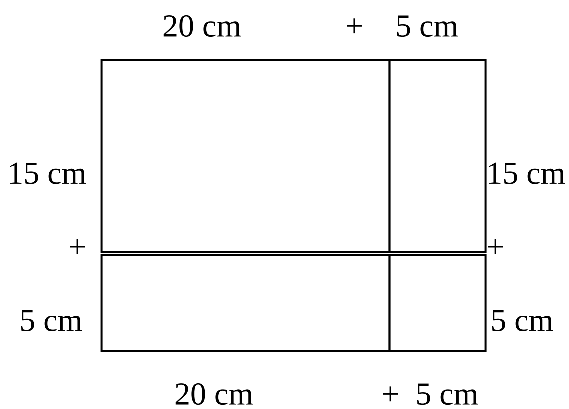
d. $(y^2+4/5)^2 =$

ANEXO 9

MATERIAL UTILIZADO EN LA SEXTA CLASE

9.1. SITUACIÓN

Para la construcción de un almacén se hizo una maqueta, la cual se distribuye de la siguiente forma: para la sección de venta se deja un espacio de 20x15 cm, dos bodegas una de 15x5 cm y una de 20x5 cm y el baño de 5x5 cm. ¿Encuentra el espacio total que ocupa la maqueta?



ANEXO 10

MATERIAL UTILIZADO EN LA SEPTIMA CLASE

10.1 TALLER DE APLICACIÓN

a. Desarrollar el ejercicio con los números dados
b. Realizar la gráfica correspondiente al producto notable teniendo en cuenta el material
c. Generalizar utilizando las letras dadas

N	Ejercicio	Letras
1	$(2 + 3)^2 =$ (2 + 5) (3 + 5 =	a , b a, b, c
2	(3 + 2) (4 + 2)= (1+ 2) =	e, g , h b, c
3	$(2 + 4)^2 =$ (6 +7) (2 + 7)=	h , j r, s , t
4	$(2 + 3)^2 =$ (2 + 5) (3 + 5) =	a , b a, b , c
5	(3 + 2) (4 + 2) = $(1 + 2)^2 =$	e, g , h b , c
6	$(3 + 4)^2 =$ (4 + 3) (6 + 3)=	d , e j, k , l
7	(5 + 4) (3 + 4) = $(4 + 5)^2 =$	m, n , p f y g
8	$(3 + 4)^2 =$ (4 + 3) (6 + 3) =	d , e j, k , l
9	(5 + 4) (3 + 4) = $(4 + 5)^2 =$	m, n , p f , g
10	$(2 + 4)^2 =$ (6 +7) (2 + 7)=	h , j r, s , t

ANEXO 11

PROTOCOLO PRIMERA CLASE "REFERENTE HISTÓRICO"

Fecha: Agosto 22 de 2002

La clase se inició pidiendo a los estudiantes que se organicen en grupos de (5 grupos de 7) una vez organizados se hizo entrega de la narración sobre el referente histórico del álgebra, luego les entregamos un crucigrama el cual desarrollaron con base a la narración, mientras se hacia la actividad fuimos pasando por cada grupo aclarando dudas que se les presentaba sobre el desarrollo de la actividad. Los grupos 1,2,3 y 4 mostraron mucho interés cuando hacían la actividad lo cual se notaba en la comunicación entre ellos, el afán de resolver el crucigrama y los aportes que daban, mientras que en el grupo 5 se notó desinterés por su actividad frente a la actividad, se pasaban las hojas de la uno a la otro estudiante, sin establecer un acuerdo para desarrollar el crucigrama consideramos que esto pudo haber ocurrido porque estaban haciendo tareas de otra área. Tratamos de motivarlos preguntándoles si iban bien o no en el desarrollo del crucigrama, pero no se obtuvo mayor respuesta por lo cual no llenaron el crucigrama.

Posteriormente se recogieron los trabajos y dimos inicio a la socialización pidiendo un comentario por grupo acerca de la actividad donde se manifestó lo siguiente:

Grupo 1: nos parece muy bueno conocer la historia para saber de donde viene el álgebra ya que es interesante saber que desde hace mucho tiempo se viene utilizando.

Grupo 2: nos gusto la actividad porque nos dimos cuenta quienes han hecho aportes al álgebra.

Grupo 3: chévere la clase, porque uno se da cuenta de las personas que han contribuido al desarrollo del álgebra.

Grupo 4: nos pareció interesante la clase porque nos fundamentamos más.

Grupo 5: con la narración nos dimos cuenta desde donde viene el álgebra.

Después de los comentarios de los estudiantes de cada grupo se lanzaron las siguientes preguntas:

¿Habían escuchado antes acerca del desarrollo del álgebra?

Todos contestaron que no.

¿Les parece importante conocer la historia del álgebra?

Un estudiante dijo que si porque era bueno saber que desde antes ha existido y que no es algo desconocido, sino que ha tenido su evolución.

Hicimos un comentario acerca de que el álgebra es una ciencia que surgió de la necesidad del hombre en su vida cotidiana y que esta a lo largo del tiempo ha tenido aportes de diferentes personas que la han ido perfeccionado hasta la actualidad.

ANEXO 12

PROTOCOLO SEGUNDA CLASE "INDUCCIÓN A LETRAS"

Fecha: Agosto 29 de 2002.

La segunda clase se inicio haciendo la pregunta ¿quien introdujo las letras al álgebra?

Algunos estudiantes dieron el nombre de diferentes matemáticos donde se fue aclarando que hizo cada uno de ellos, hasta que una estudiante acertó dando el nombre de “Viete”.

Se hizo el comentario que el lenguaje algebraico esta ligado con el lenguaje cotidiano y para ello vamos a trabajar la siguiente situación.

Escribir una expresión que represente el promedio de dos números

Se pidió ideas a los estudiantes para realizar la traducción del lenguaje cotidiano al lenguaje algebraico; en vista de que no se daban ideas se dio una ayuda relacionada con la forma en que ellos sacan el promedio de sus notas.

Haciendo el siguiente ejemplo: 3 + 5, se preguntó que teniendo esas dos notas como se sacaba el promedio de ellas, respondiendo que se suma y se divide entre dos. Se les planteó si se da el caso cada uno tiene dos notas diferentes como podemos expresar esta situación de una forma general.

Los estudiantes dijeron que se daba una letra para cada valor, que dando expresado así:

$x + y / 2$

Se entregó una situación diferente para cada grupo dando asesoría cuando se presentaban inquietudes.

Una vez resuelta la situación un estudiante de cada grupo paso al tablero a resolverla.

A continuación se presentó una situación inversa (lenguaje algebraico – lenguaje cotidiano): 5(h+3). Se preguntó como podríamos desarrollarlo, donde cada grupo daba una idea y un estudiante dio respuesta a la expresión así: Un número sumado 3, 5 veces. Se hizo entrega de una situación similar a cada grupo igual que el caso anterior, dando asesoría cuando ellos solicitaban.

Cuando todos dieron solución un integrante del grupo pasó a desarrollar en el tablero. Al finalizar se presentó el cartel con el "epitafio de Diofante" para que lo resolvieran en clase. Por grupos empezaron a desarrollarlo y tres de ellos plantearon la ecuación pero no alcanzaron a desarrollarla porque se terminó el tiempo de clase. Se pidió el material para la próxima clase.

ANEXO 13

PROTOCOLO TERCERA CLASE " INTEGRACIÓN DE LETRAS Y AREAS"

Fecha: Septiembre 5 de 2002

Iniciamos pidiendo a los estudiantes que cortaran un cuadrado de 20 cm de lado y le hallen el área; luego pegamos en el tablero un cuadrado similar para entre todos recordar cómo se halla el área y hacer la diferenciación entre área y perímetro.

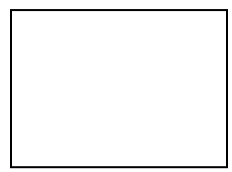
Se preguntó de qué forma podemos generalizar los lados de esta figura y la respuesta fue que haciendo uso de las letras, se asignó para cada lado la letra **X** y se reemplazó ésta en cada lado para hallar el área quedando: $\mathbf{X^2}$

20 cm

20 cm  20 cm

Area = $20^2 = 400\ cm^2$

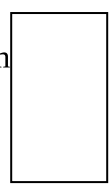
X

X  X

Area = X^2

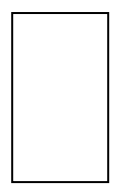
Luego recortaron un rectángulo de 5 x 20 cm y hallaron el área en forma individual y seguidamente se colocó esta figura en el tablero y se calculó el área de la misma forma que el anterior quedando: X.Y

5 cm

20 cm 

Area = 20 x 5 cm = 100 cm^2

Y

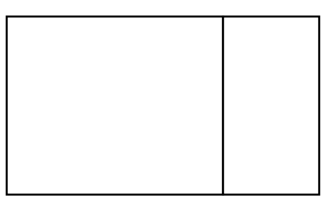
 X

Area = X.Y

Se pide que unan las dos figuras y sumen sus áreas tanto con números como con letras.

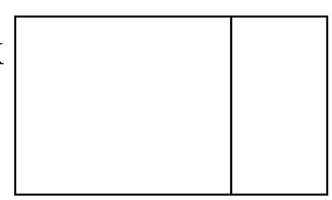
Una vez terminado se realizó en forma colectiva uniendo las figuras en le tablero.

20 cm + 5 cm

20 cm  20 cm

Area = 20 cm (20cm + 5cm) = 500 cm^2

X + Y

X  X

Area = X (X+Y)

Durante el desarrollo de la unión de las dos figuras se expresó en lenguaje cotidiano así: **X** aumentado **Y,** que en lenguaje algebraico corresponde a: **X** + **Y;**

presentándose dificultad al hacer la suma, pues algunos lo expresaron como **X.Y**. se hizo la corrección y el área quedó expresada de la forma: **X (X+Y).** Se escribió en el tablero una situación para que la resolvieran hallando las áreas. (Ver anexo 7).

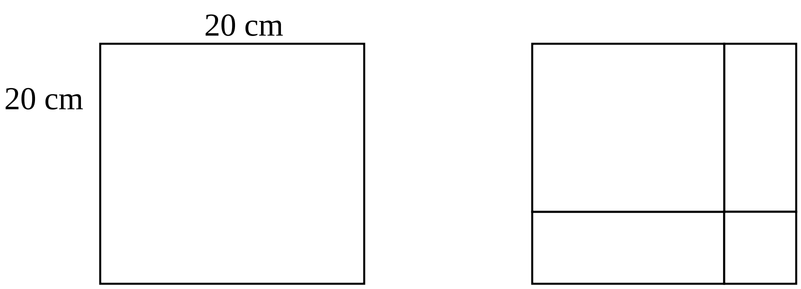
ANEXO 14

PROTOCOLO CUARTA CLASE

"DESARROLLO DEL PRODUCTO NOTABLE SUMA DE CUADRADOS"

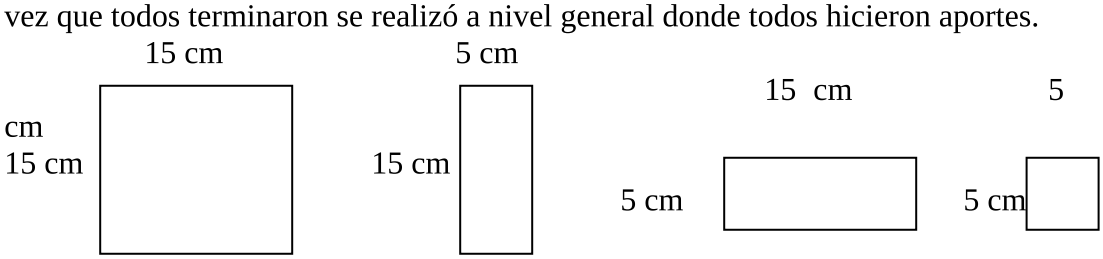
Fecha: Septiembre 12 2002

El desarrollo de la clase se hizo en la biblioteca con el fin de trabajar más cómodos; donde se formaron 5 grupos de 7 estudiantes, se leyó una situación (ver anexo 8.1) entregando al mismo tiempo las partes del material que corresponde a las medidas que se plantean en dicha situación y empezaron a desarrollarlo teniendo en cuenta la pregunta de la situación.



Area = 20 cm x 20 cm =20 cm^2 = 400 cm^2

Pasamos por cada grupo asesorándolos en las dificultades que se presentaron una vez que todos terminaron se realizó a nivel general donde todos hicieron aportes.



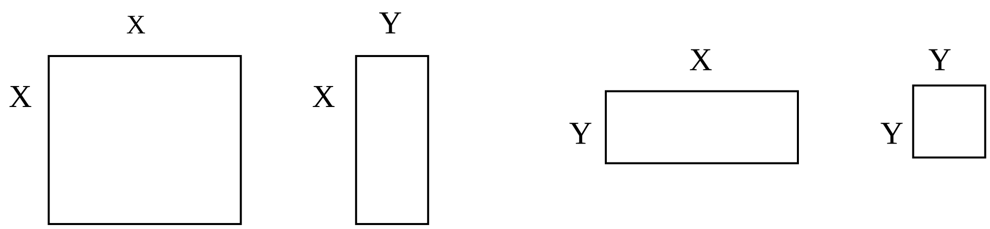
Area= 15cm^2= 225 cm^2 Area= 15cm x5cm=75 cm^2 Area= 15cmx5cm= 75 cm^2 Area= 5cm^2= 25 cm^2

$(15 + 5)^2$ = 225 cm^2 + 75 cm^2 + 75 cm^2 + 25 cm^2
$(15 + 5)^2$ = 225 cm^2 + 2(75 cm^2) + 25 cm^2
$(15 + 5\ )^2$ = 400 cm^2

Se hizo la comparación del área total del cuadrado con la suma de cada área y cada figura

Se paso por cada grupo pegando sobre los lados de las figuras cintas de enmascarar para que le colocaran letras y el área de cada una de estas.

Luego se generalizó esta suma en el tablero con ayuda de todos formando así el producto la suma del cuadrado.



Area = X.X = X^2 Area = X.Y Area = X.Y Area = Y.Y = Y^2

$(X+Y)^2 = X^2 + XY + XY + Y^2$

$(X+Y)^2 = X + 2\ (X+Y) + Y^2$

Se les dijo que ésta expresión corresponde al producto notable suma de cuadrados y que su resultado es igual a un trinomio cuadrado perfecto en factorización.
Se entregó el taller que resolvieron con ayuda del material, pero también se apoyaron mucho en la fórmula que ya tenían en sus cuadernos por lo cual no fue posible determinar el nivel de comprensión del producto siendo necesario hacer una retroalimentación en la siguiente clase.

ANEXO 15

PROTOCOLO QUINTA CLASE

" RETROALIMENTACIÓN DEL PRODUCTO NOTABLE SUMA DE CUADRADOS"

Fecha: Septiembre 19 de 2002

La clase se inició entregando a cada estudiante un cuadrado de cartulina de 23 cm de lado y una hoja en blanco para realizar las operaciones: Se les explicó en que consistía la actividad.

Algunos estudiantes iniciaron su trabajo trazando líneas al cuadrado, otros recortaron al fraccionar el cuadrado en cuatro partes y otros trazaron dos cuadrados iguales y dos rectángulos iguales; se les explicó que eran dos cuadrados de diferente medida y dos rectángulos iguales.

Los estudiantes hallaron el área de cada una de las fracciones, al generalizar en algunos se presentaron confusiones con las letras al reemplazar los números en aquellos casos donde era necesario elevar el número al cuadrado.
Sin embargo hubo 5 estudiantes que lograron desarrollar el ejercicio en forma rápida y correcta.

A los demás estudiantes se les asesoró terminando correctamente la actividad.

Nota: Este actividad se realizó de la misma manera que la clase anterior.

ANEXO 16

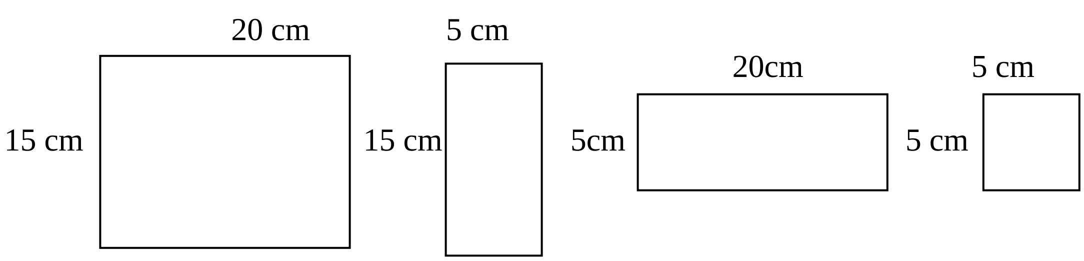
PROTOCOLO SEXTA CLASE

DESARROLLO DEL PRODUCTO NOTABLE
DE LA FORMA (x+a)(x+b)

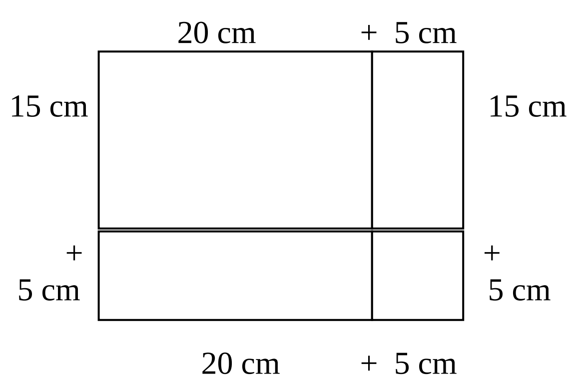
Fecha: Octubre 9 de 2002

Se inició la clase formando 5 grupos de 7 integrantes y se escribió en el tablero la situación que debían trabajar en grupo (ver anexo 9.1) y a su vez se les entregó el material.

Se pidió hallar el área de cada una de las figuras las cuales se iban pegando en el tablero;



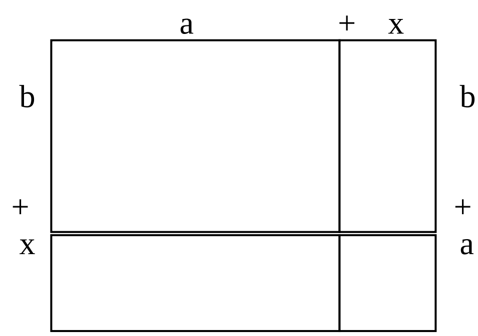
A= 20cm x 15cm = 300 cm^2 A= 15cm x5cm=75 cm^2 A= 20cm x 5cm= 100 cm^2 A= 5cm^2= 25 cm^2



$(20 + 5)\ (15+5) = 300\ cm^2 + 75\ cm^2 + 100\ cm^2 + 25\ cm^2$

$(20 + 5)\ (15+5) = 500\ cm^2$

se hizo la suma de las áreas en números y luego se reemplazo cada lado por una letra



De esta manera quedó expresado el producto de la forma:

$(x + a)(x + b) = x^2 + xb + ax + ab$

$(x + a)(x + b) = x^2 + x(b + a) + ab$

Se entregó a cada estudiante un rectángulo de 10 x 15 cm para que lo fraccionen en cuatro partes teniendo en cuenta el material y así desarrollen el producto.
Se recibió el material y se dio por terminada la clase.

ANEXO 17

PROTOCOLO SÉPTIMA CLASE
"REFUERZO DEL PRODUCTO $(a+b)^2$
Y EL PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a)(x+b)$"
Fecha: Octubre 16 de 2002

Se inició la clase dividiendo los estudiantes en grupos de los cuales tres salieron a trabajar afuera dos ejercicios de productos notables con un material para cada grupo. Estos grupos corresponden a los estudiantes que ya habían trabajado bien los anteriores ejercicios.

Se hizo entrega de dos ejercicios diferentes para cada uno donde tenían que desarrollarlos con las letras y números dados, además hacer la gráfica correspondiente a las medidas dadas en el ejercicio para lo cual se apoyaron en el material. Durante este proceso los estudiantes hicieron preguntas acerca de las medidas que debían utilizar, todos trabajaron en forma organizada y concentrados en su trabajo individual. Se notó que durante el ejercicio los estudiantes manipularon el material para ayudarse. Los otros dos grupos trabajaron en el salón, estos estudiantes son los que no dominan el producto notable de la forma $(x+a)(x+b)$, por tal razón se les explicó nuevamente de una manera similar a la clase ya dada. Durante el desarrollo de la clase cada grupo hizo un ejercicio sobre lo explicado. Luego se entregó en forma individual ejercicios para trabajar con el material igual a los otros tres grupos. Fue necesario dar una breve explicación del producto $(a+b)^2$, dibujando la gráfica en el tablero desarrollando un ejercicio.

En el momento de recoger el ejercicio no todos pudieron terminar por límite de tiempo.

Nota: El proceso para desarrollar los ejercicios y el material utilizado es igual al de la clase anterior, hay que tener en cuanta que los valores dados en cada ejercicio no corresponden a las medidas reales del material por lo cual deben adaptarse a este. Y así el material sirve como modelo.

ANEXO 18

ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN CON LOS ESTUDIANTES

"R**eferente histórico"** fecha: Agosto 22 de 2002

Llenaron crucigrama	4 grupos	82.7%
No realizaron crucigrama	1 grupo.	17.2%

"Integración de letras y áreas" fecha: Septiembre 5 de 2002

Estudiantes que realizaron el ejercicio generalizado	10	35.7%
Estudiantes que realizaron el ejercicio sin generalizar	12	42.8%
Estudiantes que no hicieron bien el ejercicio	6	21.4%

"Producto notable, suma de cuadrados" fecha: Septiembre 12 de 2002

Estudiantes que desarrollaron la fórmula	23	71.8%
Estudiantes que confunden la multiplicación y la potencia	1	3.12%
Estudiantes que confunden al generalizar (letras)	3	9.3%
Estudiantes que no pudieron desarrollar el producto	5	14.7%

Retroalimentación del producto notable suma de cuadrados
fecha: Septiembre 19 de 2002

Desarrollaron el ejercicio en forma correcta	23	71.8%
Se confunden al generalizar las áreas	4	12.5%
No pudieron desarrollar el ejercicio.	5	15.6%

Producto de la forma (x+a) (x+b) fecha: Octubre 9 de 2002

Terminaron ejercicios bien	9	30%
Terminaron pero falto generalizar	7	23.3%
Se confundieron	7	23.3%
Llegaron tarde no terminaron	7	23.3%

ANEXO 19

FOTOGRAFÍAS EN LA INTERACCIÓN CON LOS ESTUDIANTES

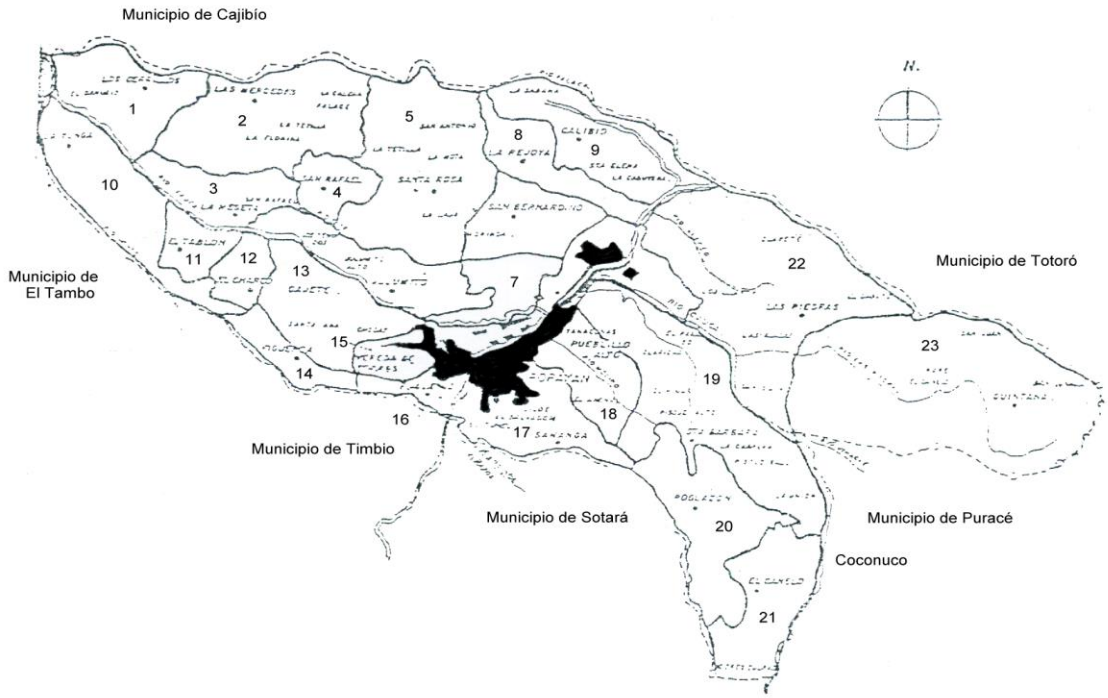
Septiermbre 5 de 2002

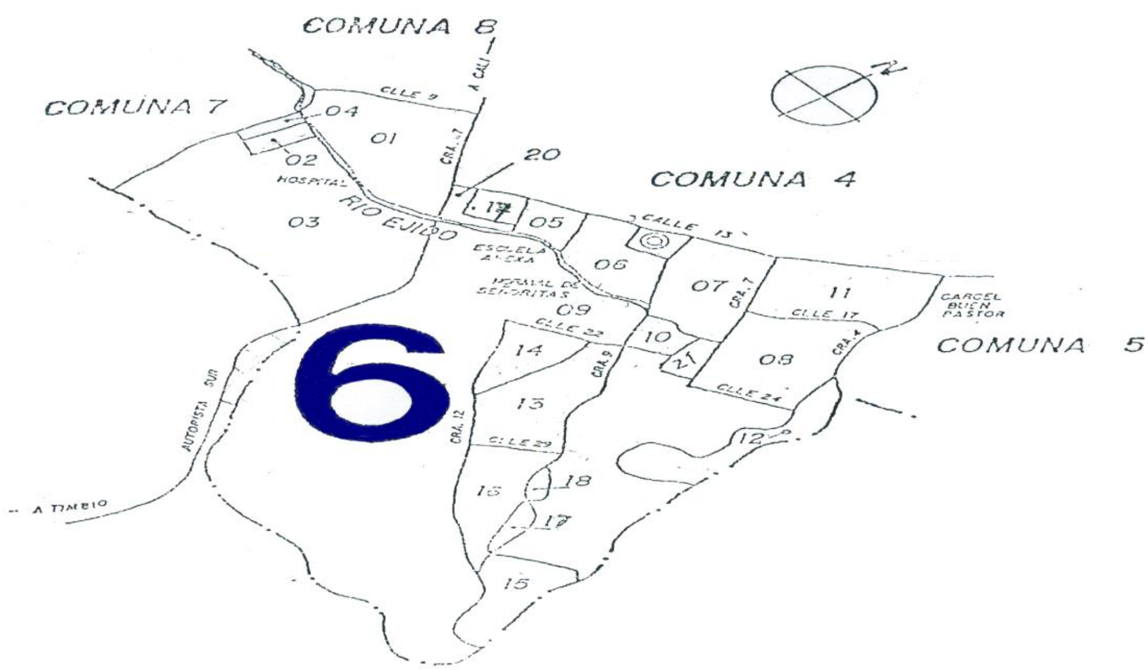
Septiembre 12

Octubre 9

Octubre 16

ANEXO 20


Municipio de Cajibío
Municipio de Totoró
Municipio de El Tambo
Municipio de Timbio
Municipio de Sotará
Municipio de Puracé
Coconuco
N.
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23


COMUNA 8
COMUNA 7
COMUNA 4
COMUNA 5
6
A CALI
CLLE 9
CRA. 7
CALLE 13
CLLE 17
CLLE 22
CLLE 24
CLLE 29
CRA. 9
CRA. 12
CRA. 4
RIO EJIDO
HOSPITAL
ESCUELA
NORMAL DE SEÑORITAS
CARCEL BUEN PASTOR
AUTOPISTA SUR
A TIMBIO
01
02
03
04
05
06
07
08
09
10
11
12
13
14
15
16
17
18
20
21

ANEXO 21

DESCRIPCIÓN DE EXPERIENCIAS DE LOS ESTUDIANTES

Piensa por un momento acerca de las clses que han desarrollado los estudiantes de la Universidad del Cauca y haz una descripción de cómo te haz sentido durante las clases, teniendo en cuenta lo que te ha gustado y que cosas nuevas has aprendido.

Respuesta # 1

En todas las clases me he sentido muy bien, puesto que nunca se ha tratado de una clase magistral, si no como una clase de seminario, donde todos paticipan activamente y siempre se trabaja con las ideas de todos.

He aprendido, a trabajar en grupo y a manejar más facilmente los números y a desarrollar con mayor agilidad operaciones algebraicas.

Respuesta # 2

Me parece que las clases son muy chevres y uno aprende mejor productos notables, me he sentido muy bien es menos estresante que con el profesor y los muchachos son muy amables y nos explican lo que no entendamos de una forma más entendible y didáctica y me ha gustado mucho las clases y me fue excelente durante las clases.

Respuesta # 3

Me he sentido muy bien porque los muchachos, han utilizado buenas dinámicas para enseñarnos ademas cuando no entendemos algo no lo explican con claridad y también tienen bastante paciencia. Fue una experiencia muy linda e inolvidable.

Respuesta # 4

Pues lo de las áreas ya lo sabiamos pero los jovenes de la univeresidad nos reforzaron ese tema y creo que todos aprendimos más rapido porque la metodología era más dinámica. Se portaron muy bien con nosotros pues no son como algunos profesores antipaticos. Me gustaron mucho las clases de ellos y los productos notables ya lo entendía muy bien asi que no tuve problema.

Respuesta #5

Priemero que todo me dejaron en claro el tema de productos notables, porque los habia visto, pero no los entendía muy bien que digamos pero con los ejercicios que nos explicaron y nos dieron para resolver entendí. Las clases con los jovenes de la universidad me parecieron chevres porque eran como juegos que uno entendía o por mi parte yo entendí las clases y me sentí bien con ellos.

Respuesta # 6

Cuando vienen los jovenes de la Universidad del Cauca me he sentido muy bien porque les he entendido todo cuanto nos han explicado y ademas todo los tres muchachos son muy amigables, educados y amables. Me parece que como profesores les iría muy bien.

Respuesta # 7

Las clases que me han dado los estudiantes de la universidad me han parecido muy agradables y de gran utilidad para nuestro aprendizaje, la pasamos muy bien los que no entendiamos. Y yo creo que la mayoría por lo menos yo quisiera que siguieran viniendo. Gracias por explicarnos con paciencia y felicidades en su labor.

Respuesta # 8

Pues las clases son muy útiles para nosotros porque ustedes nos han ayudado a recordar muchas cosas que tal ves no recordabamos bien en cuanto al método que utilizaron fue muy divertido y me gusto bastante.

Me he sentido bien porque si me han gustado las clases y el método. Lo que no me gusto es que en cuanto a los grupos me parecio que debia hablar con el profesor para escogerlos quienes trabajen bien como grupo, porque algunos hablan mucho.

Respuesta # 9

Yo me he sentido muy bien; excelente mejor dicho. Porque los muchachos nos han explicado un poco más claro la forma como se producen un producto notable, de donde sale, como lo resolvemos etc, y de ésta manera uno entiende mucho más. Me ha gustado porque es muy dinámica. Los muchachos son muy atentos y explican de una manera muy clara.

Respuesta # 10

En esta clase me he sentido muy bien, hemos recordado los productos notables, las áreas y otros con otra metodología de enseñanza; pero también hemos aprendido cosas nuevas, diferentes métodos para llegar a un mismo resultado. La metodología de enseñanza es muy buena porque nos ayuda a reforzar lo aprendido. Me gusto mucho trabajar con los cuadros y ectángulos porque con esto veiamos el resultado y podiamos demostrar lo que sabiamos.

Respueta # 11

Pues estas clases me han servido mucho como refuerzo, aunque algunas veces no he venido, entonces me atraso, me parecen que son muy buenas estas clases de matemáticas porque cuando nos olvidamos de lo que uya hemos pasado ellos no lo recuerdan y nos hacen entenderlo mejor.

Estas clases son muy divertidas porque jugamos y entendemos jugando. Me gustan como dictan las clases los estudiantes de la Universidad del Cauca.

Respuesta # 12

Pues las clases han sido muy agradables, muy entendibles y nos han servido de un gran repaso. En las clases me he sentido muy bien porque los profesores son muy chevres y no son tan amargados una sola cosa no me gusto fue que cada ocho días veiamos lo mismo, pero bueno fueron muy chevres las clases y ademas saliamos de la misma rutina. Tambien fueron chevres porque no le entendia al profesor pero a ustedes si. Muchisimas gracias.

Respuesta # 13

Me he sentido muy bien porque recordé muchas cosas que me había olvidado sobre las áreas. Me pareció superdivertida la metodología que utilizarón los estudiantes de la Universidad del Cauca. Fue demasiado chevre porque era todo muy diferente a la clase de algebra diaria aunque muchas veces hacemos lo mismo de la clase anterior pero eso fue lo que nos hizo entender con mas claridad el tema, nos ayudó a analizar y a desarrollar un ejercicio más rapidamente.

Respuesta # 14

En las clases de algebra he aprendido mucho me he sentido muy bien porque ha sido diferente la rutina de algebra diaria, hemos jugado, hemos hecho las clases muy rico y divertido, aunque algunas veces hacemos lo mismo o el mismo trabajo de la clase anterior. Con ésta metodología aprendemos a pensar bastante y a solucionar según lo que sepamos.

Respuesta # 15

Yo me he sentido muy bien, porque he podido aprender de una manera muy práctica y divertida todas la matemáticas, sin sentirme aburrida o enrredada con ellas ya que éstas lo son aveces. Y yo quiero felicitarlos por tener una metodología tan chevre.

Respuesta # 16

Yo me he sentido muy bien porque los estudintes de la Universidad del Cauca han sabido hacerse entender con las dinámicas y figuras que nos hacen hacer, también porque nos pusieron de cinco personas para desarrollar ejercicios y despúés explicarlos en el tablero.

Lo que me ha gustado son los juegos con las tablas y lo que me gusto es que daban clases los jueves y ahora los miércoles. Yo he aprendido a encontrar las áreas, claro dandome los números, pero con dinámicas es mucho mas facil.

Respuesta # 17

Cuando vimos el tema con el profesor me parecio el tema como dificil y despues de los examenes vine a entender con los de la Universidad. Lo estubimos practicndo con áreas y me pareció muy chevre. La diferencia es que las clases con ustedes son muchisimo mejor que con el profe.

Respuesta # 18

Las clases de matemáticas que he recibido de los estudiantes de la universidad del Cauca me han parecido muy interesantes porque lo que no he entendido muy bien con el profesor ellos han reforzado ese trabajo. Pero me gustaría que reconocieran el trabajo que todos elaboramos y no nos hubieran separado de los demas compañeros eligiendo los talleres mejores elaborados sobre encontrar areas pero de todas maneras aprendimos mas por medio de clases dinámicas que pocas veces se hacen.

Respuesta # 19

Me senti muy bien por que ellos son biuenas personas además tienen buenas aptitudes, apendi a aprender con otros métodos y me parecio chevre porque apendí y repase ludicamente matemáticas.

Respuesta # 20

Gracias a ellos me he sentido muy bien porque las clases de ellos muy entendiobles las clases claro algunas son didácticas, son muy distintas las clases. A mi me gustaron las clases fueron muy chevres lo que he aprendido son los prodcutos notables.

Respuesta # 21

Bueno para mi me parece que los estudiantes de la Univerisidad del Cauca, son buenas personas comprensivas y que tienen paciencia para eneñarnos a nosotros ellos emplean una metodología diferente, a la del profesor, con las cuales entendiamos muchas cosas que no teniamos muy claras me sentí muy bien porque les aprendi y por su forma de enseñar.

Respuesta # 22

Las clases que han desarollado los jovenes de la Universidad del Cauca han sido muy bien porque hemos practicado lo que muchos compañeros no entendiamos y me he sentido bien porque han tenido paciencia y yo asi entendí mejor, cosas buenas que no había entendido, pero lo importante fue que entendimos y le doy gracias a los jovenes de la Universidad. Apendimos productos notables.

Respusta # 23

Pues las clases que han dictado los estudiantes de la universidad me han parecido buenas y me he sentido muy bien con los estudiantes y lo que no me ha gustado es que las clases casi no si no son divertidas o alegres, las nuevas cosas que he aprendido fue que me ayudaron a reforzar los productos notables. En fin.

Respusta # 24

Las clases me parecieron muy buenas, pues tenian un método muy facil me gustaron mucho las clases porque aprendi a trabajar en grupo y a intercambiar las opiniones de todos, ellos desarrollaron unas clases buenisimas y muy entendibles pues aprendi mucho y aclare algunas dudas.

Respuesta # 25

Considero que las clases que he recibido de parte de los estudiantes de la Universidad me han hecho entender un pocedimeiento que no tenía muy claro, aunque en una clase tuve algo malo que me daño el resto del trabajo pero no importa lo que si importa es que me dejaron claro, aprendi con ustedes a trabajar en grupo.

Lo que no me gusto fue que los compañeros que tuve que trabajar las últimas clases porque la verdad no aportaban nada y heramos las ultimas en entregar pero claro esta que trabaje con ella porque ustedes asi lo decidieron, de resto todo me gusto su metodología y la paciencia que tuvieron con nosotros.

Respuesta # 26

Acerca de las clases que hemos desarrollado con las estudiantes de la Universidad, me parecen que son muy buenas ya que nos enseñan a hallar las áreas que no tienen números o literales, lo que me gusto es que gracias a ellos podemos entender este tema y muchos de mis compañeros han superado el logro.

Respuesta # 27

La clase me ha parecido muy chevre, me he sentido mejor con ellos que con el profesor, la enseñanza de ellos es muy diferente. La clase me ha parecido buena porque nos hacen dinámicas y nos sacan un poco más que el profesor. Me ha gustado la forma de enseñanza. No me ha gustado que al principio vinieron 3 estudiantes de la Universidad y paso un tiempo y nomas vinieron dos. He aprendido a trabajar con nuevos elementos.

Respuesta # 28

Con los estudiantes de la Universdad del Cauca hemos aprendido muchas cosas y me pareció muy bueno que ellos nos ubieran dictado algunas cosas que no entendiamos sobre las matemáticas. Lo malo: es que algunas veces no todas no le ponian cuidado a los estudiantes que tenían una intriga y/o pregunta. Lo

bueno: en cada clase que ellos dictaron aprendimos nuevas cosas y aplicamos nuevas formas para sacar areas.
Hemos aprendido a sacar areas aplicar nuevas formas, aprendimos acerca de la matemática.

Respuesta # 29

Yo me he sentido aveces un poco mal, ya que las clases aveces son aburridas debido a que no son dinámicas. Pero algunas veces me he sentido alegre ya que aprendimos nuevas cosas o algunas cosas que se me habian olvidado.

Respuesta # 30

Pues me parecen muy bien porque ellos nos enseñaron más y nos explicaron lo de los cuadros de madera o nos hacian traer cartulina para hacer eso, ellos nos organizaron en grupos para hacer mejor los problemas que nos dejaban para las horas de clase. Yo me he sentido muy bien porque aprendi lo que no entendía. Porque eran muy chevres las cosas nuevas que aprendí. fueron que nos enseñaron através de lo que el profe nos había enseñado pero no lo entendíamos y ademas los estaban practicando lo de matemáticas y no quiero que se vayan porque son unas personas muy especiales.

Respuesta # 31

Realmente todo me ha parecido muy bueno, pues las clases son más didácticas así como las hacemos con ellos ademas así aprendemos mejor porque no nos sentimos presionados si no que nos divertimos a la misma vez que aprendemos. En las clases con el profesor no llegue a entender lo de las gráficas, en cambio con los estudiantes, si entendí todo muy bien y me parecio muy facil.

Respuesta # 32

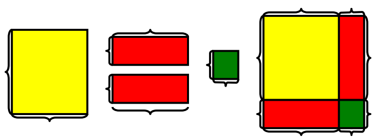
Estas clases para mi han sido muy chevres pero no aprendemos tan radiclamnete si no que mientras jugamos aprendemos y me parece muy divertido.

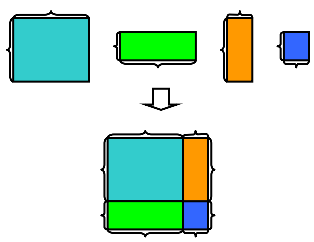
Respuesta # 33

Bueno me parece que ha cambiado mucho nuestras formas de aprender algebra ademas de una manera muy ludica no muy aburridas. A pesar que yo no tube un buen desarrollo en los prodcutos notables aprendí mucho mas, me gustaria que siguieran las clases asi.

ANEXO 22

GUIA METODOLOGICA





¡ Si podemos aprender los productos notables con gusto!

PROYECTO PEDAGÓGICO PARA MEJORAR LA COMPRENSIÓN DE LOS PRODUCTOS NOTABLES: SUMA DE CUADRADOS $(a+b)^2$ Y EL PRODUCTO DE LA FORMA $(x+a)(x+b)$ DEL ÁLGEBRA EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO OCTAVO.

BEIBA MARGOT TOBAR

ROSA EMILCE GUERRERO

DIEGO ALEJANDRO BARRIOS

CONSIDERACIONES PEDAGÓGICAS Y METODOLOGICAS

Esta guía fue diseñada con la intención de convertirla en material de apoyo en la construcción del aprendizaje significativo de los productos notables **suma de cuadrados** $(a+b)^2$ y **el producto de la forma (x+a)(x+b);** y a su vez permitir al docente hacer una clase integral, para tal efecto, se tuvieron en cuenta cinco fases:

1.***Enfoque histórico:*** Actúa como motivador en el estudiante ya que en ésta fase descubrirá la génesis de los conceptos que aprenderá..

2.Lenguaje algebraico: Se ocupa de que el estudiante aprenda a establecer la relación entre el lenguaje común con el algebraico.

3.Encontremos formulas: Hace uso de las letras en el contexto algebraico que permite la generalización de fórmulas.

4.Sumemos expresiones algebraicas: Desarrollar el producto suma de cuadrados $(a+b)^2$.

5.Apliquemos la propiedad distributiva: Desarrollar el producto de la forma $(x+a)(x+b)$.

Cada fase se desarrollará en seis momentos:

1. Vamos al pasado: parte de situaciones históricas, para que con base en ellas se hagan reflexiones, resignificados y/o se construyan otros conceptos que ayudarán a la comprensión del tema. Se desarrollará a través de pequeñas lecturas que familiaricen al estudiante con los personajes que intervinieron en el desarrollo del álgebra, sus conceptos, problemas y procedimientos que interesaron a los antiguos

2. Resolvamos situaciones permitiendo la interacción del docente y el estudiante en torno a los problemas, desarrollando así la competencia interpretativa y al mismo tiempo abre un espacio para el intercambio de argumentos.

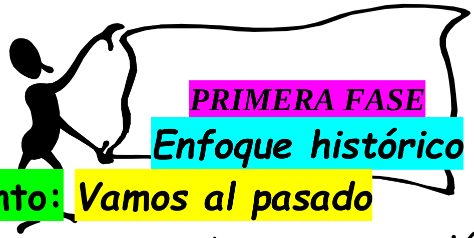
3. Manipulemos el material didáctico: Permite que los estudiantes trabajen con un material tangible que les ayuda a conceptualizar, y deducir comprensivamente el tema que se ésta desarrollando.

4. Conceptualicemos: Desarrolla en el estudiante la capacidad de establecer analogías entre procedimientos empleados por los antiguos y los de hoy, y construir por si mismo los nuevos conceptos o replantear los ya conocidos, después de haber desarrollado los anteriores momentos

5. ¿Cuánto aprendimos?: permite al docente evaluar a sus estudiantes de acuerdo a lo trabajado en la clase y desarrollar la evaluación por competencias.

6. Elaboremos una bitácora: Teniendo en cuenta que la actividad en su mayor parte es práctica, cada estudiante al terminar hará una síntesis escrita de la clase lo cual enriquecerá con un referente teórico y con sus aportes y organizará la información a su manera.

OBSERVACIÓN: Esta guía está elaborada para trabajar específicamente los productos notables **suma de cuadrados** $(a+b)^2$ y **el producto de la forma (x+a)(x+b);** sin embargo las fases y los momentos están abiertas para trabajar otros temas de matemáticas como: conjuntos, relaciones y funciones, conjuntos numéricos, fracciones y expresiones algebraicas, ecuaciones, área de regiones planas, entre otros.



PRIMERA FASE

Enfoque histórico

Primer momento: *Vamos al pasado*

A continuación se presenta una narración sobre el origen del Álgebra para trabajarla con los estudiantes, como preámbulo a conocer porque se utilizan las letras. El texto lo puede trabajar como usted crea conveniente.

Narración: El Algebra

El álgebra es una ciencia que está mas en la cabeza que en la vida cotidiana. La primera vez que se escuchó hablar de álgebra fue cuando un Musulmán de nombre Al-kjwarizmi escribió un libro llamado "la resolución de problemas a través e Al-muqabala". El significado corriente de jabr era adicionar términos iguales a los dos lados de una ecuación para suprimir términos negativos.1[1]

El álgebra es un idioma que no usamos a diario, un idioma diferente a como hablamos y pensamos pero que está basado en la forma como hablamos y pensamos, por eso es posible 7que cualquier persona entienda el álgebra. Aljabru, de donde viene la palabra álgebra quiere decir reunión de las partes rotas.

La historia del álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales, cuyo perfeccionamiento y regla de resolución de las mismas lo aportó la cultura China. Los antiguos Mesopotámicos se centraron en el campo de la potenciación y la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Hace muchos años a los Egipcios les fascinaba medir todo no por diversión sino por necesidad. Thales de Mileto sorprendido por darse cuenta que las cosas se podían medir, decidió llamar a esta ciencia de medir las cosas "geometría" que quiere decir medida de la tierra; haciendo uso de esta ciencia los griegos utilizaron métodos para resolver productos notables.

Un poco mas tarde otro griego llamado Euclides, escribió el libro llamado los "elementos", un tratado especialmente de geometría que recoge muchas de las investigaciones hechas por los geómetras que habían precedido.

Los trabajos algebraicos árabes entre los siglos IX y XV además de la resolución de ecuaciones de primer y segundo grado incluían también las ecuaciones cúbicas.

En el continente Europeo el álgebra tuvo su desarrollo especialmente en el renacimiento; fue Francois Viete quién dio un sistema único de símbolos algebraicos consecuentemente organizado; mas tarde Rene Descartes mejoró esta simbología y aportó con la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos.

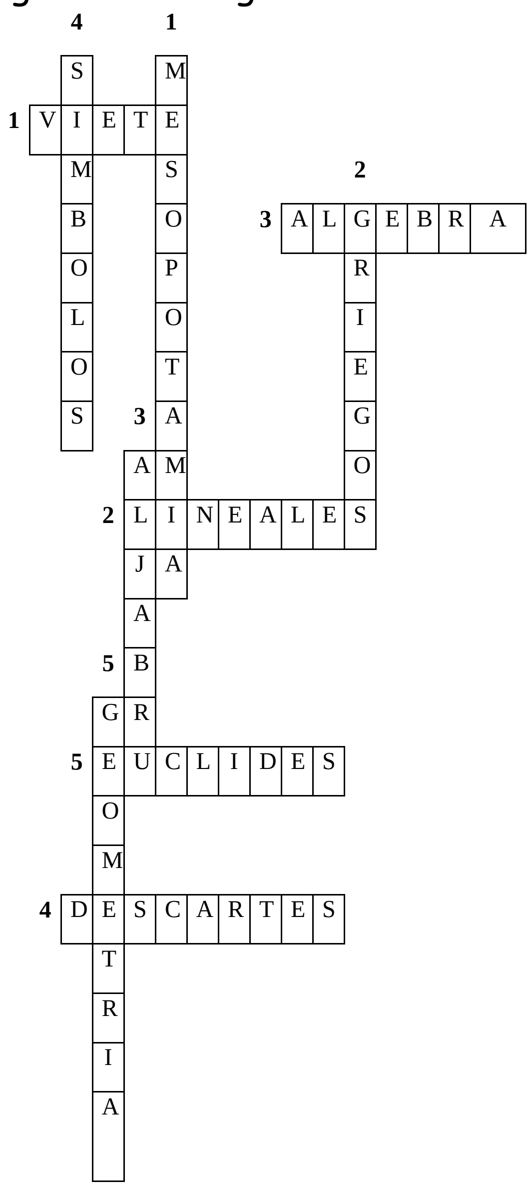
En 1768 apareció la aritmética universal de Euler donde se analizan un sin fin de resultados, entre ellos se desarrolla el aparato simbólico literal el álgebra, se dan las reglas de extracción de las raíces de números y de expresiones algebraicas polinomiales y se estudian los métodos de resolución de ecuaciones algebraicas que son esenciales en el álgebra.

---

[1] Cartilla de matemática. Programa para la reinserción. Educación para la convivencia pacífica.pag.38

Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

Interpretación del texto: Desarrolle con los estudiantes el siguiente crucigrama. Puede ser de manera individual o grupal



Horizontales

1. Creador de una simbología y resolución de ecuaciones por métodos algebraicos.
2. La cultura China perfeccionó la regla de resolución de estas ecuaciones.
3. Rama de las matemáticas en la que se usan letras para representar relaciones aritméticas.
4. Contribuyo con el descubrimiento de la geometría analítica, que reduce la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos.
5. Autor del libro "los elementos" el cual versa sobre geometría.

Verticales

1. Cultura que aportó al álgebra la potenciación y la resolución de ecuaciones cuadráticas.
2. Utilizaron métodos para resolver productos notables usando la geometría.
3. Palabra árabe que significa reducción de la cual se originó la palabra álgebra
4. Lenguaje del álgebra.
5. Ciencia de medir las cosas.

Tercer momento: Manipulemos el material

El crucigrama presentado anteriormente se puede elaborar en fichas de cartulina para trabajarlo en varios grupos o en un cartel para trabajarlo con toda la clase.

Cuarto momento: Conceptualicemos

Realice una lluvia de ideas, abra un espacio para comentarios y aportes por parte de los estudiantes, para que sea reconstruido el texto. A partir de las ideas extraídas del texto leído se definirá el concepto,

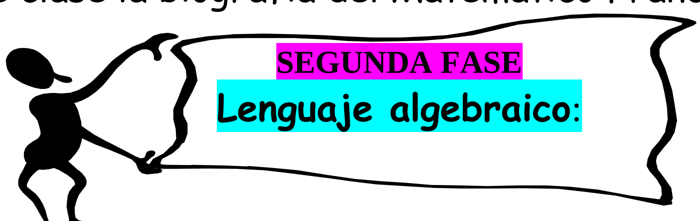
origen, evolución e importancia del álgebra.

Quinto momento: ¿Cuanto aprendimos?

Promueva un fogueo entre los estudiantes, de tal manera que cada grupo elabore preguntas, las lance a otros grupos, y según el total de preguntas acertadas se mirará el nivel de comprensión del tema desarrollado.

Sexto momento: Elaboremos una bitácora

Motive a los estudiantes para la creación de una bitácora donde registren una síntesis de la clase e investiguen para la siguiente clase la biografía del Matemático Francois Viéte.



Primer momento: Vamos al pasado

Retome la biografía de Francois Viéte, y pida a los estudiantes que construyan oraciones resaltando los aportes que hizo en cuanto a la introducción de las letras al álgebra.

Segundo momento: Resolvamos situaciones

A continuación se le sugieren algunas situaciones de la vida cotidiana que con su orientación los estudiantes las escribirán en expresiones algebraicas.

a. El valor de 5 lapiceros, si un lapicero cuesta k pesos.
b. La tercera parte de los estudiantes de octavo, si hay x estudiantes.
c. El número de segundos de t horas.
d. El número de gramos que hay en p libras.
e. El costo de 12 camisas cuando b es el precio de una

Ahora se presentan situaciones matemáticas para enunciarlas como expresiones algebraicas.

a. El doble de la suma de a, b, c.
b. La suma del doble de a y el triple de b.
c. El cuadrado de la suma de a y b.
d. El producto de a por el cuadrado de c.
e. La enésima potencia de la suma de a y b.

Ahora trabaje expresiones algebraicas para que los estudiantes las escriban en el lenguaje cotidiano.

a. $2n$ b. n^2 c. $n^2 - 1$ d. $(n - 1)^2$ e. $3\,(n-1)$

☞ Usted puede abrir un espacio para que los estudiantes creen otras situaciones.

Tercer Momento: Manipulemos el material

Elabore en tiras de cartulina situaciones con sus correspondientes expresiones cotidianas y algebraicas en forma separada, de tal forma que se distribuyan en grupos para que la información escrita en la tira de cartulina sea relacionada correctamente con el lenguaje cotidiano y algebraico.

Ejemplo:

- Situación

El precio de un discman

- Expresión cotidiana

Mayor que $ 100 000 y menor que $150 000

- Expresión algebraica

$\$\ 100\ 000 < x < \$\ 150\ 000$

Cuarto momento: **Conceptualicemos**

Oriente a sus estudiantes para que ellos a manera de conclusión hagan énfasis en el buen uso del lenguaje habitual y algebraico en la solución de situaciones matemáticas.

Quinto momento: **¿Cuánto Aprendimos?**

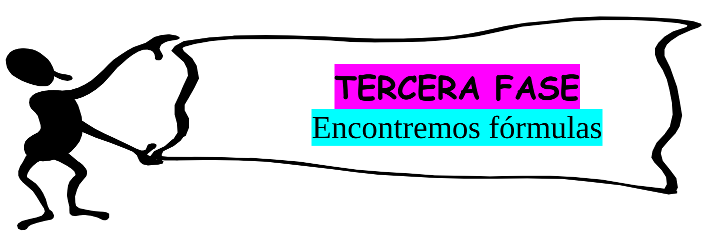
Presente a sus estudiantes el siguiente Epitafio de Diophante, para que ellos expresen en lenguaje algebraico la información dada.

Epitafio

"Transeúnte, esta es la tumba de Diophante. Es el quien con esta sorprendente distribución te dice el número de años que vivió. Su juventud ocupó la sexta parte, después durante la doceava parte su mejilla se cubrió con el primer vello, pasó a una séptima parte de su vida antes de tomar esposa y cinco años después tuvo un precioso niño que una vez alcanzado la mitad de la edad de su padre pereció de una muerte desgraciada. Su padre tuvo que sobrevivirle llorándole durante cuatro años. De todo esto se deduce su edad".

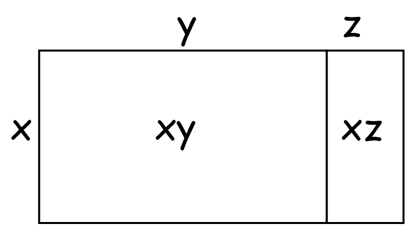
Sexto momento: **Elaboremos una bitácora**

Guíe a sus estudiantes para que creen sus propias situaciones problema donde se haga necesario emplear el lenguaje habitual y algebraico.



Primer momento: Vamos al pasado.

Puede solicitar a los estudiantes que consulten algunos aspectos de la cultura griega: ubicación, cultura, aportes a la educación, etc… Elabore con ellos en clase un cuadro sinóptico o un mapa conceptual sobre lo más destacado de dicha cultura. Haga énfasis en los aportes realizados a la geometría entre ellos el de trabajar el cálculo de áreas utilizando la propiedad distributiva: (realice los rectángulos en cartulina o papel silueta y desarrolle el ejercicio en el tablero, junto con los estudiantes).



Para el rectángulo grande:
longitud = y + z
ancho = x
área = x (y + z)

El área del rectángulo grande también es igual a la suma de las áreas de los dos rectángulos pequeños. X (y + z) = xy + xz

Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

A partir de la siguiente situación realice con los estudiantes figuras en cartulina que representen los terrenos mencionados.
Un campesino posee un terreno cuadrado que tiene 15 m de lado; como desea aumentar su extensión de tierra compra a su vecino un terreno de 5x10 m de lado.
¿Cuál es el área del primer terreno?
¿Cuál es el área del terreno actual?

Tercer Momento: **Manipulemos el material**

Realice situaciones parecidas a la presentada en el segundo momento, y para su representación utilice el material didáctico manipulativo, inicialmente con medidas reales y posteriormente, generalizar tales medidas con el uso de las letras.

Cuarto momento: **Conceptualicemos**

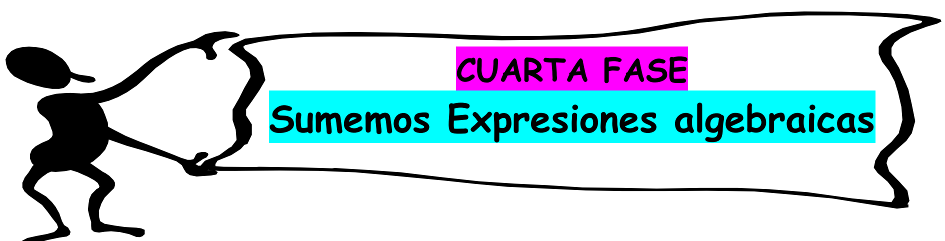
Lleve a los estudiantes al concepto de área y al procedimiento para encontrarla después del trabajo lúdico realizado con el material didáctico manipulativo de tal forma que se hagan deducciones y se llegue a la generalización de fórmulas empleando las letras.

Quinto momento: ¿Cuánto aprendimos?

Proponga a sus estudiantes que planteen situaciones que los lleve a calcular el área de cuadrados y rectángulos mediante la generalización de fórmulas usando letras para encontrar los resultados.

Sexto momento: **Elaboremos una bitácora**

Haga con sus estudiantes una recopilación de lo trabajado en esta fase y motivelos para que planteen un procedimiento diferente para encontrar el área del cuadrado y del rectángulo.



Primer momento: Vamos al pasado.

Continue con la historia de los griegos y ahora explique durante el desarrollo de ésta fase, como trabajan los griegos el producto notable $(a+b)^2$ en forma geométrica (Recalque el trabaje con áreas)

Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

Se sugiere para el desarrollo de éste momento la siguiente situación.

Una compañía desea sacar un afiche cuadrangular que tiene

30 cm de lado para los mensajes impresos. Ha decidido fraccionarlo trazando rectas como muestra la figura.

¿Cuántas partes se forman? ¿Cuál es el área de cada figura? ¿Cuál es el área total de la figura?

Tercer Momento: Manipulemos el material

Con la manipulación del material didáctico guíe a los estudiantes para que representen los datos del problema planteado.

Cuarto momento: Conceptualicemos

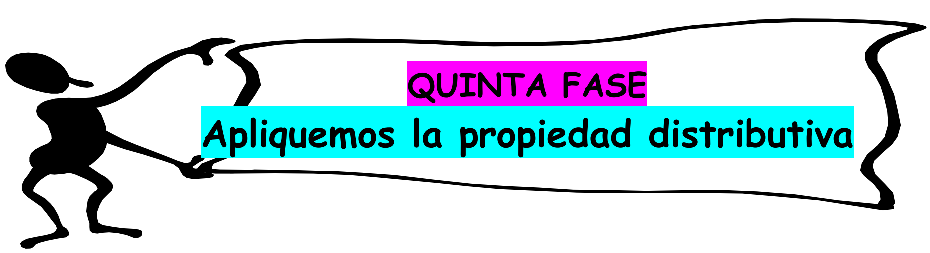
Después de la manipulación del material didáctico los estudiantes estarán en capacidad de deducir y generalizar la fórmula del producto notable y su resolución.

Quinto momento: ¿Cuánto aprendimos?

Entregue diferentes situaciones donde sea necesario la aplicación del producto notable $(a+b)^2$ Para que los estudiantes utilicen el material y realicen el procedimiento correcto.

Sexto momento: Elaboremos una bitácora

Motive a los estudiantes para que formulen nuevas situaciones, buscando la aplicación de éste producto en situaciones de la vida cotidiana.



Primer momento: Vamos al pasado.

Haga una recapitulación sobre el trabajo geométrico que hacían los griegos para el desarrollo del producto notable

$(a+b)^2$, durante el desarrollo de ésta fase, articule el álgebra geométrica de los griegos a la solución del producto notable de la forma $(x+a)(x+b)$.

Segundo momento: **Resolvamos situaciones**

Se sugiere para el desarrollo de éste momento la siguiente situación.

Para la construcción de un almacén se hizo una maqueta, la cual se distribuye de la siguiente forma: para la sección de venta se deja un espacio de 20x15 cm, dos bodegas una de 15x5 cm y una de 20x5 cm y el baño de 5x5 cm. ¿Encuentra el espacio total que ocupa la maqueta?

Tercer Momento: Manipulemos el material

Con la manipulación del material didáctico guíe a los estudiantes para que representen los datos del problema planteado.

Cuarto momento: **Conceptualicemos**

Después de la manipulación del material didáctico los estudiantes estarán en capacidad de deducir y generalizar la fórmula del producto notable y su resolución.

Quinto momento: ¿Cuánto aprendimos?

Entregue diferentes situaciones donde sea necesario la aplicación del producto notable $(a+b)^2$ Para que los estudiantes utilicen el material y realicen el procedimiento correcto.

Sexto momento: **Elaboremos una bitácora**

Motive a los estudiantes para que formulen nuevas situaciones, buscando la aplicación de éste producto en situaciones de la vida cotidiana.

Bibliografía

Cartilla de matemática. Programa para la reinserción. Educación para la convivencia pacífica. pag.38

TOBAR Beiba Margot, BARRIOS Diego Alejandro, GUERRERO Rosa Emilce. La lúdica una estrategia metodológica en la enseñanza de los productos notables suma de cuadrados $(a+b)^2$ y el producto de la forma $(x+a)(x+b)$ del álgebra en el grado octavo uno de la Normal Superior de Popayán.