

SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA:
“ENSEÑANZA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS A
ESTUDIANTES DE NOVENO B DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA LOS COMUNEROS SEDE PRINCIPAL”



2010

EDUAR ORDOÑEZ MEZA
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DEL CAUCA
13 DE ENERO
POPAYÁN
2010

SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA: “ENSEÑANZA DE ECUACIONES
CUADRÁTICAS A ESTUDIANTES DE NOVENO B DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA LOS COMUNEROS SEDE PRINCIPAL”



PRACTICANTE:
EDUAR ORDOÑEZ MEZA.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2010

SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA: “ENSEÑANZA DE ECUACIONES
CUADRÁTICAS A ESTUDIANTES DE NOVENO B DE LA INSTITUCIÓN
EDUCATIVA LOS COMUNEROS SEDE PRINCIPAL”



PRACTICANTE:
EDUAR ORDOÑEZ MEZA.

DIRECTORA:
MARGARITA GRANADOS RODRIGUEZ.
Docente Matemáticas

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN

2010

CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN.....	7
2 JUSTIFICACIÓN.	8
3. CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA.	9
4. OBJETIVO GENERAL.....	10
4.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	10
5. OBJETO DE LA SISTEMATIZACIÓN.	10
6. REFERENTES TEÓRICOS.	11
6.1. SISTEMATIZACIÓN.	11
6.2. TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS.	11
6.3. CONOCIMIENTOS PREVIOS.	12
6.4. EJERCICIO EN MATEMÁTICAS.....	12
6.5. PROBLEMA EN MATEMÁTICAS.	12
6.6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	13
6.7. ERROR EN MATEMÁTICAS.....	14
6.8. CATEGORIZACIÓN DE ERRORES.	14
6.8.1. ERRORES DEBIDOS AL LENGUAJE MATEMÁTICO.....	14
6.8.2. FALTA DE VERIFICACIÓN EN LA SOLUCIÓN.	15
6.8.3. ERRORES TÉCNICOS.....	15
6.8.4. ERRORES DE ASOCIACIÓN.	15
6.8.5. ERRORES DE INTERFERENCIA.....	15
6.8.6. DATOS MAL UTILIZADOS.....	15
7. METODOLOGÍA DE LA SISTEMATIZACIÓN.....	16
8. RECUPERACIÓN HISTÓRICA DE LA EXPERIENCIA.	16
8.1. SESIÓN DE DIAGNÓSTICO.....	17

8.1.1. ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO:	17
9. ANÁLISIS DE ERRORES ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO.	19
9.1. ERRORES DEBIDOS AL LENGUAJE MATEMÁTICO.....	20
9.2 ERRORES TÉCNICOS Y DE INTERFERENCIA.....	21
10. ESCRITURA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS.	22
11. ANÁLISIS DE ERRORES PRIMERA EVALUACIÓN.....	25
11.1. ERRORES DEBIDOS AL LENGUAJE MATEMÁTICO E INTERFERENCIA.	25
11.2. ERRORES TECNICOS.....	27
12. APLICACIONES DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA $ax^2 + c = 0, a \neq 0$	28
13. APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA $ax^2 + bx = 0$	30
14. ANÁLISIS DE ERRORES SEGUNDA EVALUACIÓN.....	33
14.1. FALTA VERIFICACIÓN EN LA SOLUCIÓN.	33
14.2. ERRORES TÉCNICOS Y DE ASOCIACIÓN.....	34
15. APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA $ax^2 + bx + c = 0$	35
16. ANÁLISIS DE ERRORES TERCERA EVALUACIÓN.	38
16.1. ERRORES TÉCNICOS Y DE INTERFERENCIA.....	38
16.2. DATOS MAL UTILIZADOS.....	39
17. CONOCIMIENTOS PRODUCIDOS Y EVIDENCIA DE APRENDIZAJES DE LOS ESTUDIANTES.	40
17.1. APRENDIZAJES PEDAGÓGICOS.....	40
17.2. APRENDIZAJES AXIOLÓGICOS.	40
18. CONCLUSIONES.	41
19. RECOMDACIONES.	41
BIBLIOGRAFÍA.....	42
ANEXOS	44

Anexo 1	44
---------------	----

SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA: “ENSEÑANZA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS A ESTUDIANTES DE NOVENO B DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS COMUNEROS SEDE PRINCIPAL”

1. INTRODUCCIÓN

Este documento contiene la sistematización de la experiencia pedagógica “Enseñanza de ecuaciones cuadráticas a estudiantes de Noveno B de la institución educativa los comuneros sede principal”. Dicha sistematización es abordada desde la teoría de Oscar Jara, él cual la define como “aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso como se han relacionado entre sí, y por qué lo han hecho de ese modo.”¹

Para elaborar esta sistematización se hizo necesaria la recuperación histórica del proceso vivido apoyándose en los registros, talleres, trabajos en grupos, diálogo con los estudiantes, observación directa de la participación y de la intervención de los estudiantes en las clases. Para luego hacer un análisis crítico de los resultados.

La sistematización se realizó teniendo como eje el proceso de enseñanza.

¹ JARA, Oscar. Para sistematizar experiencias: una propuesta teórica y práctica. Ciudad de México: Alforja. P. 22

2 JUSTIFICACIÓN.

La sistematización se realizó con el propósito de tener una comprensión más profunda de la experiencia realizada para reconocer aspectos que incidieron notablemente en ella con el fin de mejorar las prácticas.

Además de un requisito de grado vemos la sistematización como una herramienta, que permite dar una mirada crítica de lo que se realiza en la práctica además, permite organizar ideas para facilitar la observación de problemas y beneficios, de tal forma que se puede desarrollar estrategias y conocimientos.

El producto de esta sistematización será un documento escrito impreso y en medio magnético y la socialización de la misma, para dar a conocer resultados a docentes y estudiantes interesados, para enriquecer y fortalecer futuras prácticas relacionadas con la educación matemática

3. CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA.

La práctica pedagógica se desarrolló en la Institución Educativa Los Comuneros (institución pública), ubicada en la comuna 6 en el Barrio Los Comuneros de la ciudad de Popayán (Cauca). Ésta cuenta con dos sedes: la principal en la carrera 7 No 21 – 14 la cual presta el servicio en horas de la tarde de 12:20 a 6:30 en básica secundaria y media, y en la noche de 7:00 a 10:45 trabaja con un programa de educación de adultos en todos los ciclos y la sede primero de Mayo en la calle 17 con carrera 7 esquina la cual presta el servicio en horas de la mañana de 7:00 a 12:00 en básica primaria; la sede principal en la cual se llevó a cabo la intervención, está conformada por 14 cursos, 506 estudiantes aproximadamente y por 20 profesores. La práctica pedagógica se realizó en el grado noveno B en el área de matemáticas (en Álgebra), en el salón había 12 pupitres dobles y un tablero. En total eran 24 estudiantes con un promedio de edad de 15 años, el tema desarrollado fue ecuaciones cuadráticas, con un tiempo de duración de 30 horas aproximadamente.

4. OBJETIVO GENERAL.

- Sistematizar la experiencia: “enseñanza de ecuaciones cuadráticas a estudiantes de Noveno B de la Institución Educativa Los Comuneros Sede Principal”

4.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Analizar críticamente la experiencia: proceso de enseñanza de ecuaciones cuadráticas realizada en el curso de práctica pedagógica III.
- Reflexionar sobre los procedimientos realizados por los estudiantes en evaluaciones y sus apuntes de cada sesión con el propósito de hacer un análisis crítico de los errores cometidos por los estudiantes.
- Elaborar un documento escrito sobre la sistematización de la experiencia que sirva como referencia a profesores de matemáticas que estén interesados en mejorar sus prácticas educativas.

5. OBJETO DE LA SISTEMATIZACIÓN.

- La experiencia realizada en la institución educativa los comuneros sede principal, sobre el proceso de enseñanza de ecuaciones cuadráticas a estudiantes de Noveno B.

6. REFERENTES TEÓRICOS.

Para un mejor entendimiento de este documento es necesario comprender los siguientes conceptos: sistematización, teoría de situaciones didácticas, conocimientos previos, ejercicio, problema, resolución de problemas, errores y categoría de errores.

6.1. SISTEMATIZACIÓN.

Oscar Jara la define como “aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso como se han relacionado entre sí, y por qué lo han hecho de ese modo.”²

6.2. TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS.

La teoría de las situaciones didácticas fue desarrollada por Guy Brousseau hacia el año de 1986, la cual pone “al profesor en una interacción asimétrica con respecto a los estudiantes puesto que es él quien conoce los propósitos y efectos didácticos de la situación presentada”³.

Para Guy Brousseau desde la concepción de la enseñanza “el saber es una asociación entre buenas preguntas y buenas respuestas... la identificación y el diseño de las “buenas preguntas” que generen los conflictos cognitivos y socio cognitivos detonadores del aprendizaje; estas “buenas preguntas” constituyen las situaciones didácticas”⁴.

Jessenia Chevarria, se refiere a situación didáctica “como un conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-medio didáctico y comprende el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento”⁵.

En este orden de ideas el profesor debe imaginar y proponer a los alumnos situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, que provoquen la emergencia de genuinos problemas matemáticos y en las cuales el conocimiento en cuestión

² Ibíd. 1., p 22

³MEN, Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la Educación media en Colombia, Bogotá. p. 56

⁴ Ibíd. 3., p. 57

⁵ CHEVARRIA, Jessenia; Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 2006, Año 1, Número 2; Teoría de las Situaciones Didácticas. Disponible en internet en: <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%203.pdf>

aparezca como una solución óptima a tales problemas, con la condición adicional de que dicho conocimiento sea construible por los alumnos.

6.3. CONOCIMIENTOS PREVIOS.

Se entiende por conocimientos previos la información que sobre una realidad tiene una persona almacenada en la memoria.

La licenciada Silvia Hurrel en un artículo sobre conocimientos previos hace referencia al pedagogo César Coll quien dice al respecto “estos conocimientos previos pueden ser resultado de experiencias educativas anteriores (escolares o no), o de aprendizajes espontáneos: asimismo pueden estar más o menos ajustados a las exigencias de las nuevas situaciones de aprendizaje y ser más o menos correctos. En cualquier caso, de lo que no hay ninguna duda es de que el alumno que inicia un nuevo aprendizaje escolar lo hace a partir de conceptos, concepciones, representaciones y conocimientos que ha construido en su experiencia previa y los utiliza como instrumentos de lectura y de interpretación que condicionan el resultado de aprendizaje”.⁶

6.4. EJERCICIO EN MATEMÁTICAS.

Un ejercicio en matemáticas corresponde a: “Una situación conocida, que es accesible para el sujeto y que es solucionable a través de una secuencia de pasos o algoritmo matemático ya conocido”.⁷

6.5. PROBLEMA EN MATEMÁTICAS.

Un problema matemático es “Una situación que provoca un bloqueo inicial, puesto que las técnicas habituales de abordarlo no funcionan. Para hacerlo, lo debemos reconocer como problema y finalmente adquirir un compromiso formal o informal

⁶ COLL, César. Citado por SILVIA, Hurrel, Conocimiento previos. Argentina: Área de Elaboración de Materiales - C.A.P.A.C.Y.T.p 236

⁷ Discusión sobre la noción de problema y ejercicio. Disponible en internet en: <http://inst-mat.utralca.cl/~cdelpino/tesis1/capitulos/10-manual-s1.pdf>

de encontrar, mediante una exploración, nuevos métodos para darle una solución”⁸.

Por otra parte se denomina problema didáctico al ejercicio de raciocinio que puede resolverse con la utilización de las matemáticas y la lógica. De esta forma un problema de este tipo cuenta con tres elementos básicos: los datos necesarios para resolverlos (siempre explícitos), el método o la relación entre los datos (que es lo que el estudiante debe averiguar) y el resultado buscado (al que se llega tras ciertas reglas de razonamiento y supuestos que surgen de los datos).

6.6. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Los investigadores han reconocido la resolución de problemas como una actividad importante para aprender matemáticas, para ello debemos saber que es resolver un problema, como también la descripción de cuatro fases sugeridas por George Polya para su resolución.

Para George Polya “resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”⁹.

Las cuatro fases para resolver un problema descritas por Polya son:

a. Entender el problema.

Para esta fase sugiere por ejemplo las siguientes preguntas: ¿Entiendo todo lo que dice?, ¿Puedo replantear el problema con mis propias palabras?, ¿Distingo cuáles son los datos?, ¿A dónde se quiere llegar?, ¿Hay suficiente información?, ¿Es este problema similar a algún otro que se haya resuelto antes?

b. Concepción de un plan.

Puede usar alguna de las siguientes estrategias: Ensayo y Error, usar una variable, resolver un problema similar más simple, hacer una figura, hacer un diagrama, usar razonamiento directo o indirecto, trabajar hacia atrás, buscar una fórmula, usar un modelo.

⁸ Ibíd. 7., p.60

⁹ Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá. pg75.

c. Ejecutar el plan.

Podría considerar los siguientes aspectos: Implementar la o las estrategias que se escogieron hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso, también conceder un tiempo razonable para resolver el problema y si no hay éxito solicitar una sugerencia o hacer el problema a un lado por un momento y no tener miedo de volver a empezar

d. Visión retrospectiva.

Para esta fase sugiere las siguientes preguntas: ¿Su solución es correcta?, ¿Su respuesta satisface lo establecido en el problema?, ¿Advierte una solución más sencilla?, ¿Puede extender la solución a un caso general?

6.7. ERROR EN MATEMÁTICAS.

“Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar”¹⁰.

6.8. CATEGORIZACIÓN DE ERRORES.

La siguiente categoría de errores se han clasificado a partir de las referencias de Luis Rico de su documento. “Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas”.

Las categorías que se enunciarán serán de gran ayuda para realizar el análisis crítico a los procedimientos desarrollados por los estudiantes en las evaluaciones.

6.8.1. ERRORES DEBIDOS AL LENGUAJE MATEMÁTICO.

“ el aprendizaje de los conceptos símbolos y vocabulario matemático es para muchos alumnos un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera. Una falta de comprensión semántica de los textos matemáticos es fuente de errores; por ello, la resolución de problemas verbales está especialmente abierta a errores

¹⁰ GODINO, BATANERO Y FONT (2003, p. 69). Citado por POCHULU, M. D, Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). P 2

..

de traducción desde un esquema semántico en el lenguaje natural a un esquema más formal en un lenguaje matemático”.¹¹

6.8.2. FALTA DE VERIFICACIÓN EN LA SOLUCIÓN.

“se incluyen aquí los errores que presentan cuando cada paso en la realización de la tarea es correcto, pero el resultado final no es la solución de la pregunta planteada”¹²

6.8.3. ERRORES TÉCNICOS.

“se incluyen en esta categoría los errores de cálculo, errores al tomar datos de una tabla, errores en la manipulación de símbolos algebraicos”¹³

6.8.4. ERRORES DE ASOCIACIÓN.

“razonamientos o asociaciones incorrectas entre elementos singulares”¹⁴

6.8.5. ERRORES DE INTERFERENCIA.

“cuando los conceptos u operaciones interfieren unos con otros”¹⁵

6.8.6. DATOS MAL UTILIZADOS.

“se incluyen aquí aquellos errores que se han producido por alguna discrepancia entre los datos que aparecen en una cuestión y el tratamiento que le ha dado el alumno”¹⁶

¹¹ RADATZ, H.(1979).Error Analysis in Mathematics Education. Citado por RICO, Luis. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.1995. p. 9.

¹² MOVSHOVITZ-HARDAR N., ZASLAVSKY O. & INBAR S. (1997). Citado por RICO, Luis. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas.1995. p.11

¹³ Ibid.11., p. 11

¹⁴ Ibid.10., p. 11

¹⁵ Ibid.10., p. 11

¹⁶ Ibid.11., p. 11

7. METODOLOGÍA DE LA SISTEMATIZACIÓN.

Para realizar la sistematización de la experiencia pedagógica III, se realizó en primera instancia una reunión de practicantes, directora de práctica y profesores titulares de matemáticas de la Institución Educativa Los Comuneros.

Para diseñar las actividades se acordó trabajar con resolución de problemas que involucren ecuaciones de segundo grado, con el fin de fortalecer en los estudiantes conocimientos previos, cualidades y habilidades para solucionar un problema y se familiarizaran con las ecuaciones cuadráticas.

En cada sesión se registraba la información de los procedimientos hechos por los estudiantes en el transcurso de la clase, talleres y evaluaciones. También se anotaba las actitudes de los estudiantes, la información fue utilizada en esta sistematización, para luego hacer un análisis crítico y poder llegar a unos resultados importantes.

El análisis crítico de esta sistematización se fundamenta a partir de los errores hallados en la actividad de diagnóstico como de las evaluaciones de los estudiantes con las categorías presentadas en el marco teórico.

Las fuentes de recolección de la información son: las reuniones organizadas con el grupo de compañeros y la directora encargada, lineamientos, cuaderno de registros, exámenes de estudiantes, talleres, trabajos en grupos, cuadernos de los estudiantes, observación directa de la participación y de la intervención de los estudiantes en las clases.

El eje de sistematización es el proceso de enseñanza de las ecuaciones cuadráticas.

8. RECUPERACIÓN HISTÓRICA DE LA EXPERIENCIA.

A continuación se hablará de los aspectos más relevantes y comunes de cada una de las sesiones y posterior a ello se realizará un análisis crítico de los errores cometidos por los estudiantes de acuerdo con las categorías establecidas en este documento.

8.1. SESIÓN DE DIAGNÓSTICO.

El propósito de la actividad diagnóstico consistía en obtener información acerca de los conocimientos previos que tenían los estudiantes para abordar el tema ecuaciones de segundo grado.

8.1.1. ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO:

La actividad radicaba en que cada estudiante resolviera trece preguntas relacionadas con álgebra como por ejemplo simplificar expresiones algebraicas, factorizar, resolver ecuaciones lineales, en cuanto a geometría correspondían al cálculo de áreas y volúmenes; con magnitudes proporcionales estaban referidas a las proporciones directamente e inversamente proporcionales. Durante la actividad a los estudiantes no se les orientó cuando tenían dificultades, solo se aclaraba aquellas preguntas en las cuales existía alguna inquietud o ambigüedad por las interpretaciones que le daban los estudiantes.

A continuación se muestra el cuestionario correspondiente a la actividad mencionada.

SESIÓN 1

1. Simplificar

a. $-(a + b) + (-a - b) + (3a + b)$

b. $(-4a + c) - (a + b) - (5a + 6b)$

2. ¿Cuántos términos tiene la siguiente expresión algebraica?

$$4x + \frac{2}{3}x^2 + 5$$

3. En la siguiente expresión ¿Cuál es el término independiente?

$$3x^2 + 8x + 7$$

4. Escribir en notación algebraica lo siguiente:

a. La suma de **a**, **b** y **m**

b. La suma del duplo de **a** con el triplo de **b** y la mitad de **c**

5. ¿Qué es una ecuación?, ¿Qué es una identidad?, Dar 2 ejemplos de ecuación e identidad.

6. ¿Cuál es el primero y el segundo miembro de la siguiente ecuación?

$$3x - 4 = 4x - 1$$

7. ¿cuál es el grado de cada expresión algebraica?

a. $3x^3 + 3x^4 + 2x^2 + 1$

b. $4x + \frac{1}{4}$

8. Factorizar o descomponer en 2 factores

a. $2xy + 4x^2a + 8xay$

b. $x^2 - y^2$

c. $a^2 + 2ab + b^2$

d. $a^2 + ab + ax + bx$

9. Resolver las siguientes ecuaciones

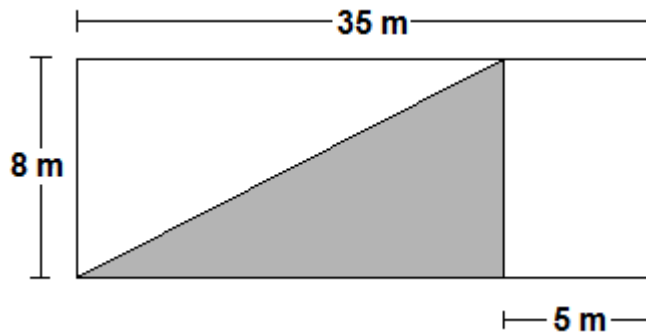
a. $\frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1} + \frac{x+3}{4x^2-1} = 0$

b. $5x = 8x - 15$

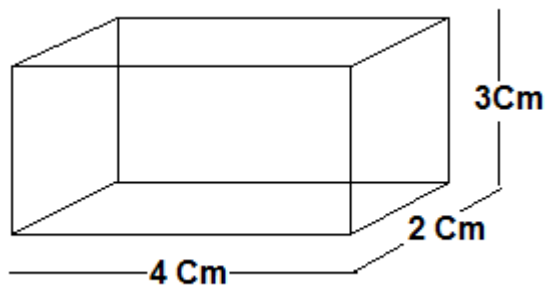
c. $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$

d. $3x - \frac{2x}{2} = \frac{x}{10} - \frac{7}{4}$

10. ¿Cuánto mide el área de la región sombreada?



11. Hallar el volumen de un tanque cuya forma y modelo son las indicadas



12. En la siguiente situación; las variables tiempo y espacio recorrido ¿Son directamente proporcionales? O ¿son inversamente proporcionales?
Explique
Un automóvil recorre en 10 minutos 30 Km, en 20 minutos recorre 60 km y en 5 minutos recorre 14 km
13. En la siguiente situación la variables tiempo y número de hombres ¿Son directamente proporcionales? O ¿son inversamente proporcionales?
Explique

A partir de la revisión del desarrollo y resolución de la actividad se concluye que la mayoría de estudiantes, tenían falencias en la simplificación de expresiones algebraicas, específicamente en los siguientes aspectos; en el manejo de signos, confusión al sumar y multiplicar expresiones semejantes, lo cual implica dificultad para resolver ecuaciones lineales. No recuerdan los productos notables, ni los casos de factorización y por último de las trece preguntas, los estudiantes en su mayoría solo respondieron las nueve primeras. Posteriormente se hará el análisis crítico de las falencias anteriormente mencionadas.

Se decidió realizar algunas sesiones de refuerzo sobre los temas de álgebra necesarios para abordar el tema de ecuaciones cuadráticas. Para que los estudiantes pudiesen fortalecer y recordar los conocimientos previos, se trabajaron los siguientes temas: expresiones algebraicas, sus términos, clasificación de las expresiones algebraicas, término independiente, términos semejantes, reducción de términos semejantes, productos y cocientes notables, casos de factorización y resolución de ecuaciones lineales.

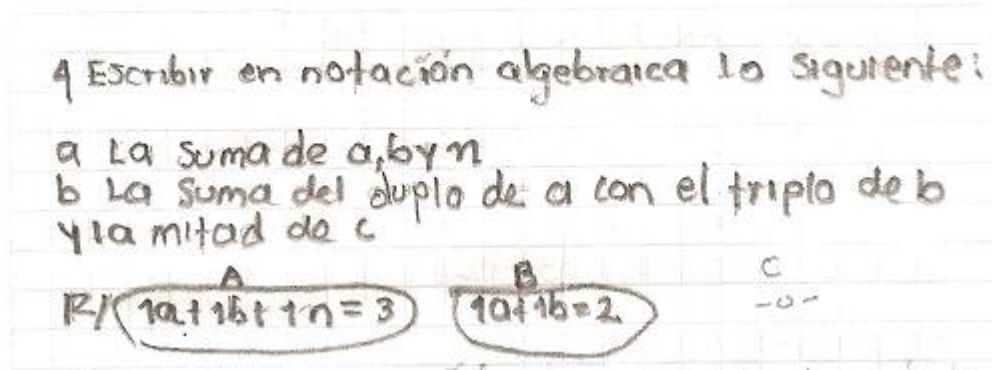
El tiempo empleado para esta actividad fue de tres clases de 55 minutos las cuales se desarrollaron; realizando la presentación del tema en el tablero y su respectiva explicación, después de cada tema se realizaban ejercicios en clase, en donde el trabajo se realizaba en parejas y otros se dejaban para resolverlas en casa, en la siguiente clase se aclaraban las inquietudes de los estudiantes sobre los ejercicios dejados para resolver en la casa, a partir de ejemplos que involucraban las dificultades mostradas y manifestadas por ellos.

9. ANÁLISIS DE ERRORES ACTIVIDAD DIAGNÓSTICO.

A continuación se muestran dos de varios procedimientos llevados a cabo por los estudiantes de grado noveno B durante la prueba diagnóstica, donde se realizará un análisis crítico de errores de acuerdo con las categorías establecidas en los referentes teóricos.

9.1. ERRORES DEBIDOS AL LENGUAJE MATEMÁTICO.

Evidencia 1



Este tipo de error lo cometieron el 33.33 % de los estudiantes, donde se observa que tienen dificultades en la comprensión semántica de los enunciados; ya que en la evidencia uno, en la respuesta A el estudiante realiza la suma de $a, +b + n$ e igual a 3, pero esto es un error ya que debería quedar expresado como $a + b + n$; en la respuesta B se observa la suma de a y b igualado a dos lo cual es un error debido al lenguaje matemático, ya que no se expresa algebraicamente como $2a + 3b + \frac{c}{2}$.

9.2 ERRORES TÉCNICOS Y DE INTERFERENCIA.

Evidencia 2

Resolver las sgtes Ecuaciones

9 b). $5x = 8x - 15$

$$+ 5x = 8x - 15$$
$$+ 5x + 8x = -15$$
$$- 3x = -15$$
$$x = \frac{-15}{3}$$

c) $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$

$$x + 3 + x - 1 = 6 - 4 + 2x + 3$$
$$x + 4 = 5 + 2x$$
$$x - 2x = 5 + 4$$
$$-2x = 1$$
$$x = \frac{1}{2}$$

2

Los errores técnicos se presentaron en un 95% de los estudiantes, mientras que los de interferencia en un 44,44%. En la evidencia dos, ejercicio b) se puede observar, en la línea cinco un error técnico pues el estudiante ha manipulado de manera incorrecta un símbolo algebraico como lo es el signo menos llegando a una solución incorrecta que es $x = -\frac{15}{3} = -5$. La solución de la ecuación es $x = 5$; en el ejercicio c) en el renglón dos se observa un error de interferencia, ya que interfieren conceptos como del uso de la propiedad distributiva y suma de términos semejantes, además en los renglones siguientes se observan errores técnicos, que conducen a la solución $x = \frac{1}{2}$, la cual es incorrecta, puesto que $x = -\frac{1}{4}$ es la solución de la ecuación.

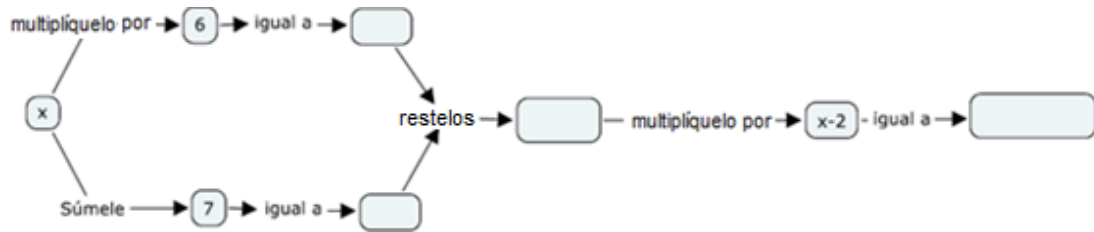
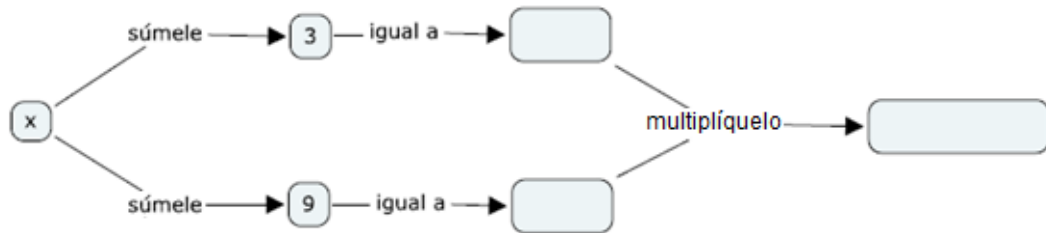
10. ESCRITURA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS. .

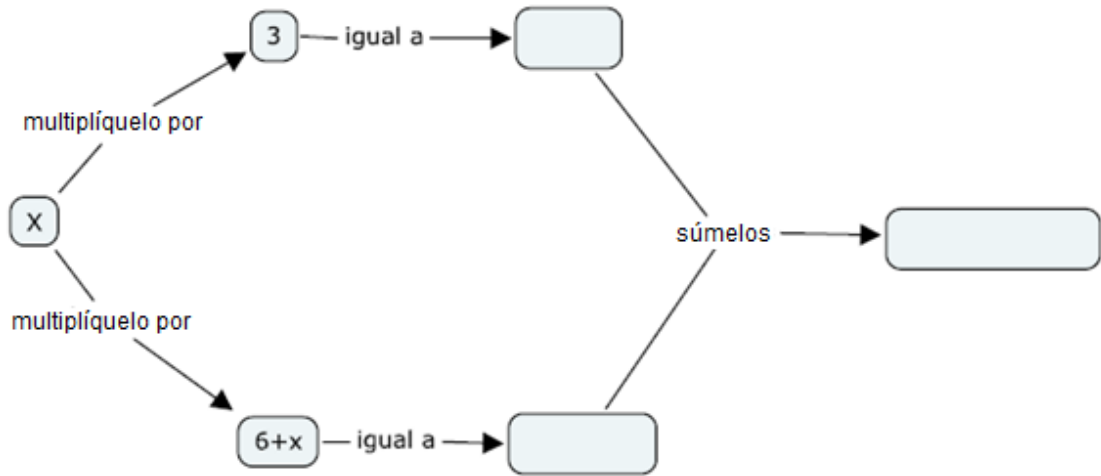
El objetivo de la sesión era el de escribir ecuaciones cuadráticas de segundo grado, siguiendo las pautas indicadas en los siguientes diagramas.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
Práctica pedagógica III
Sesión 2

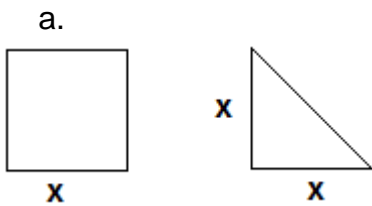
NOTA: Lea cuidadosamente los enunciados y responda solo lo pedido.

1. Completar los siguientes diagramas e igualar los resultados a cero

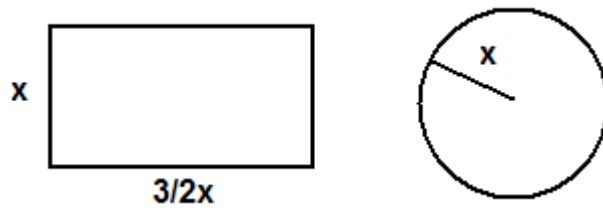




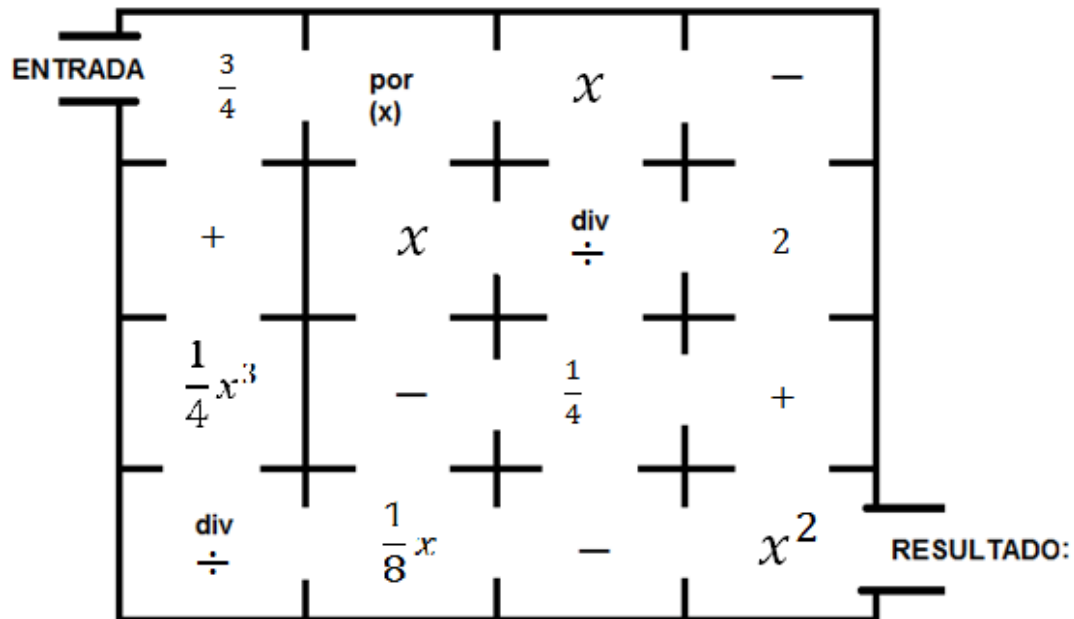
2. Realice el siguiente procedimiento para cada literal
 Encuentre el área y el perímetro de cada figura geométrica, súmelas, luego añada un valor constante arbitrario, e iguale a cero



b.



3. Encuentre tres resultados distintos dibujando un camino en cada caso y realice las operaciones que se encuentren en él.



Dada la forma de los pupitres que eran para dos estudiantes el trabajo se solicitó que se realizara con el compañero de al lado con el propósito de generar consensos en los procesos que pudiese realizar cada estudiante y también para hacer un seguimiento continuo a todos los grupos.

La sesión tenía tres actividades de las cuales dos se habían propuesto para la clase, la primera actividad consistía en que dado un orden lógico mediante un esquema a través de líneas y flechas con sus respectivas operaciones al finalizar obtuvieran la escritura de una ecuación cuadrática. En la segunda actividad el resultado final también era escribir ecuaciones cuadráticas pero esta vez con figuras geométricas como el rectángulo, cuadrado, triángulo y la circunferencia aplicando formulas para el perímetro y áreas de las regiones poligonales correspondientes y del círculo. La tercera actividad se dejó para realizarla en la casa, consistía en que dada una entrada y al llegar a la salida, como resultado obtendrían diferentes ecuaciones cuadráticas, esto dado los diferentes caminos para su salida.

Aunque se realizó el refuerzo, en los estudiantes aún persistían las dificultades encontradas en los resultados de la actividad de diagnóstico, esto llevó a que en varias sesiones se tuvieran que realizar los refuerzos de los mismos; ocasionando atraso en lo programado; pero al final se apropiaron de la escritura de ecuaciones cuadráticas.

En las clases siguientes se retomó lo realizado en las actividades uno y dos junto con la actividad asignada para la casa, para aclarar las dudas que hubiesen tenido o que aún tenían a partir de los procesos llevados a cabo por ellos y lo mostrado en el tablero, esto desde luego generó toda clase de inquietudes e interrogantes en los estudiantes pues indagaban por las operaciones, y por los resultados obtenidos, ya que observaron en el tablero que la escritura de algunas ecuaciones eran distintas a la que varios de los alumnos habían escrito, lo cual permitió inferir que los estudiantes encontraron cierta familiaridad con lo que viven en el contexto y posiblemente dedicaron tiempo para realizarlas.

La presentación de ecuaciones de segundo grado de la forma $ax^2 + c = 0$, donde a y c pertenecen a los números reales, con a distinto de cero como de su resolución, se realizó a partir de las ecuaciones generadas en las actividades anteriores, en donde se mostró ejemplos particulares de ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$, luego se realizaron diferentes ejercicios en el tablero y luego individualmente trabajaron otros propuestos en clase.

El mismo día de la evaluación, después de que los estudiantes terminaron la prueba en los treinta minutos finales de la clase se siguió trabajando, con las ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$, donde a y c pertenecen a los números reales, con a distinto de cero; en parejas procurando que hayan sido las mismas de la clase anterior y realizando orientaciones continuas en todos los grupos

11. ANÁLISIS DE ERRORES PRIMERA EVALUACIÓN.

La primera evaluación se realizó sobre escritura de ecuaciones cuadráticas, donde los resultados muestran que el 80.95% de los estudiantes que presentaron la evaluación no llegaron a la escritura de ecuación cuadrática pedida, esto por los errores cometidos durante el proceso entre los más comunes tenemos:

11.1. ERRORES DEBIDOS AL LENGUAJE MATEMÁTICO E INTERFERENCIA.

Evidencia 3.

Evaluación No 1.

Grado: 9 B

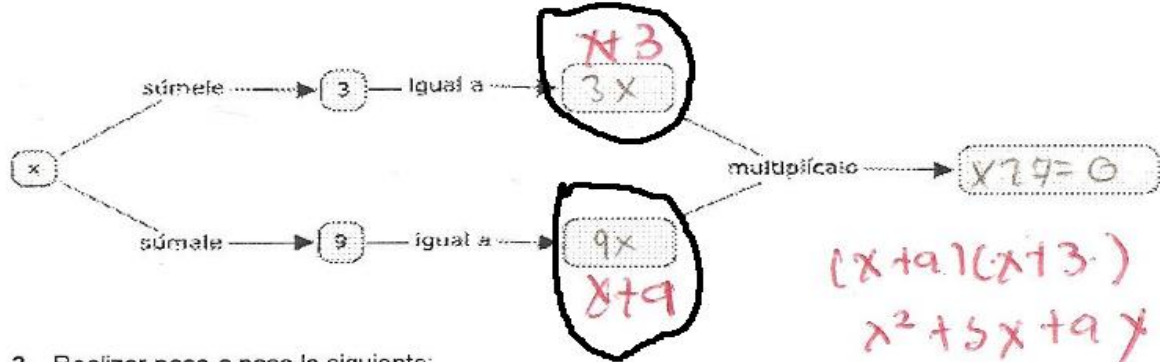
Nombres:

Diana Arango
Gabriel Rosquedo

Fecha:

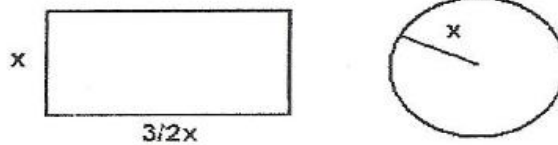
14-10-08

1. Completar el siguientes diagrama e iguale el resultado final a cero



2. Realizar paso a paso lo siguiente:

- Encuentra el área y el perímetro de cada figura geométrica.
- Sumar el área y el perímetro, luego añadir un valor constante arbitrario,
- Simplificar e igualar a cero.



Este error se presentó en el 66,66% de los estudiantes, se observa en la evidencia tres en las partes señaladas que las estudiantes han cometido dos errores debidos al lenguaje matemático, ya que no logran expresar desde un esquema semántico que está en lenguaje natural en un lenguaje matemático, lo correcto será $x + 3$ y $x + 9$.

Entre el resultado obtenido que es $27x$ y sus factores $3x, 9x$, existe un error de interferencia, ya que interfieren operaciones como suma y producto de expresiones semejantes, en donde las estudiantes expresan que $x \cdot x = x$, es decir suponen una suma de expresiones con términos semejantes en vez de un producto, obteniendo $27x = (3x)(7x)$, lo cual es incorrecto.

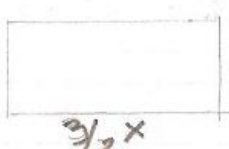
11.2. ERRORES TÉCNICOS.

Evidencia 4

6. Sabiendo que $x + 3 + 9 = (3x)(9x)$ OTB.

1 $x + 3 + 9 = (3x)(9x)$

2

3  Hallar Área rectángulo

4 $A = \text{largo} \times \text{ancho}$ $P =$

5 $A = \frac{3x}{2} \times x = x^2$

The handwritten work contains two red 'X' marks indicating errors. The first error is in the equation $x + 3 + 9 = (3x)(9x)$, where the student incorrectly added 3 and 9. The second error is in the area calculation $A = \frac{3x}{2} \times x = x^2$, where the student forgot to multiply by the constant $\frac{3}{2}$.

Este tipo de error se hizo presente en 83,33% de los estudiantes, en la evidencia cuatro en el primer renglón del ejercicio se observa un error técnico, ya que no sabe manipular términos algebraicos semejantes, en este caso $9 + 3$, llegando así a una igualdad incorrecta, lo correcto es $x + 9 + 3 = x + 12$.

En el ejercicio dos, en la expresión $A = \frac{3}{2}x \cdot x = x^2$ también se observa un error técnico ya que el estudiante ha olvidado la constante $\frac{3}{2}$, en este caso, el ejercicio correcto es si $A = \frac{3}{2}x \cdot x = \frac{3}{2}x^2$

12. APLICACIONES DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA $ax^2 + c, a \neq 0$

La sesión pretendía que los estudiantes modelaran ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + c = 0$ e interpretaran los resultados de las raíces.

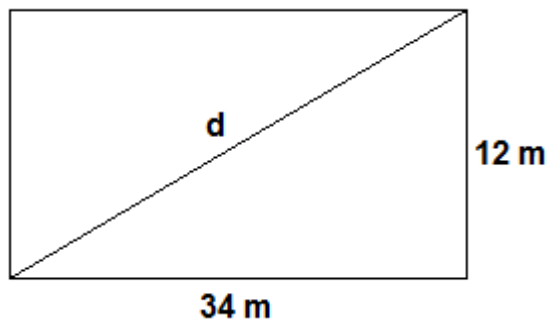
Antes de iniciar con los problemas se hizo necesario definir que es una hipotenusa y como hallarla, pues en la prueba de diagnóstico no se tuvo en cuenta tal conocimiento y por lo tanto no se indagó, también se aclaró que una longitud siempre es positiva esto con el propósito de que los estudiantes reflexionaran sobre los resultados de las raíces.

En la sesión se plantearon tres problemas de los cuales dos se desarrollaron en clase y uno para trabajar en casa, los problemas se trabajaron en parejas para generar acuerdos. A medida que los estudiantes avanzaron en la resolución de los problemas y presentaron dificultades se les realizaron preguntas relacionadas a tal dificultad que permitieran al estudiante hacer una relación entre lo preguntado y la dificultad presentada

El primer problema consistía en calcular la diagonal de la cancha de microfútbol del colegio, dada las dimensiones aproximadas del ancho y el largo, la segunda actividad consistía en calcular la diagonal de una de las paredes del salón de clases dada una medida arbitraria en metros y el último problema consistía en hallar las dimensiones de un anuncio publicitario dada el área y uno de sus lados. A continuación se muestra los problemas.

SESIÓN 3

- Si las dimensiones de la cancha de microfútbol de su colegio tienen medidas de 12 metros y 34 metros de ancho y largo respectivamente calcular la medida de la diagonal (d).

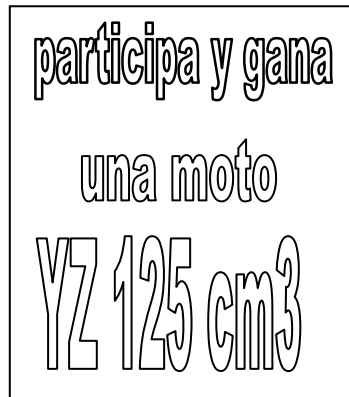


- Calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo formado por la altura y el ancho de una de las paredes del salón, sabiendo que la altura mide X metros y el ancho $x+1$ metros.

- Creación de anuncios:

Al crear anuncios deben considerarse la forma de este, así como su colorido y estilo de impresión.

Los diseñadores de anuncios aconsejan que una de las formas más atractivas es un rectángulo cuya longitud es alrededor de 1,62 veces su ancho. Cualquier rectángulo con estas proporciones se denomina rectángulo dorado (áureo). Si decidimos construir un anuncio que tiene un área de 50 cm^2 determinar las dimensiones del anuncio que tenga la forma aconsejable por los diseñadores.



En el primer problema la mayoría de estudiantes no sabían cómo aplicar el teorema de Pitágoras para solucionar esta dificultad se mostraron distintos ejemplos particulares en el cual se aplicara el teorema, finalmente los estudiantes lograron modelar la situación pero al momento de hallar la solución de la ecuación no sabían que aplicar, por lo cual se hizo necesario explicar el tipo de ecuación a la cual habían llegado y sugerir que observaran sus apuntes.

En la segundo y la tercer problema se observan nuevamente falencias en la simplificación y realización de operaciones algebraicas, no recordaban como resolver un binomio al cuadrado y se les dificultó además en el tercer problema poder expresar el largo en términos del ancho.

Los estudiantes no interpretaron las soluciones de las raíces, puesto que en la mayoría de ellos en la solución final escribía respuestas negativas, sin tener en cuenta que se estaban calculando longitudes. Se destaca que los estudiantes hicieron uso de métodos mostrados en la clase para poder hallar las raíces como también aproximación de las mismas.

Los estudiantes lograron modelar las ecuaciones cuadráticas pedidas, pero como en la anterior sesión se hizo necesario explicar temas que ya se habían trabajado en la actividad de refuerzo, como por ejemplo el desarrollo de un binomio al cuadrado, suma y producto de términos semejantes con exponente uno y dos, pero en particular con la multiplicación, sumaban los términos semejantes mas no sus exponentes, es decir no aplicaban las propiedades de la potenciación.

Se hizo una reflexión sobre lo realizado el día anterior, además del problema tres que se había dejado para resolver en casa. Los estudiantes al finalizar la clase manifiestan tener cierta dificultad para entender lo explicado en el tablero y sugieren volver al uso de conferencias tal como lo realizaba el docente titular, pues manifiestan que así pueden estar más atentos a las explicaciones y si faltaran a clase ellos se dirigirían a la fotocopidora y así podían ponerse al día en los temas explicados y actividades dejadas en la clase.

Se les llevó unas notas de clase las cuales fueron realizadas y preparadas con anterioridad por el practicante; donde se explicaba el tema de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0$, con a y b números reales y a distinto de cero, con su respectiva solución, además de ejercicios para resolver en clase y otros para que se realicen en casa. Los estudiantes se muestran atentos, y participativos; el orientador puede estar pendiente del comportamiento de cada uno de ellos, pues solo pasa al tablero cuando los estudiantes tienen dudas comunes.

13. APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA

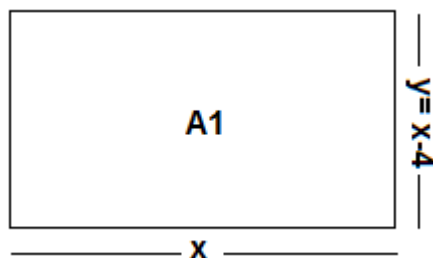
$$ax^2 + bx = 0$$

El propósito de esta sesión era modelar ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0$, donde a y b son reales con a distinto de cero e interpretar las soluciones de cada problema.

Los problemas se debían resolver en grupos de dos estudiantes y la sesión tenía tres situaciones problema que son las siguientes:

SESIÓN 4.

- El largo de una sala rectangular excede en 4m su anchura. Si cada lado se aumenta en 4m, el área inicial se triplica. Hallar las dimensiones de la sala.



- La cancha de futbol del estadio Ciro López tiene las siguientes dimensiones; largo $=X+110$ metros y ancho $=X+55$ metros, encuentre la dimensiones de la cancha de futbol si se sabe que tiene un área de 6050 m. si se cambia el signo del largo $(X-110)$ y el signo del ancho $(X-55)$, calcular el valor de las dimensiones si es posible.
- El tablero de su salón, uno de los lados mide $(X-1)$ metros y el otro lado mide $(2x-1)$ metros, encuentre las dimensiones del tablero si tiene un área de 6 metros cuadrados.

De los anteriores problemas solo se alcanzó a trabajar el primero y se avanzó muy poco en la segundo.

Los estudiantes en su mayoría no podían expresar una segunda área en términos de la primera, para poder superar esta dificultad se presentó un ejemplo sobre edades y de cómo podría resolverse de manera similar la situación planteada, sólo algunos pocos lograron entender la explicación esto se vio reflejado en el ejercicio resuelto, otros tuvieron dificultades en la simplificación de expresiones algebraicas y transposición de términos de una ecuación, al llegar a las soluciones los estudiantes no las interpretan, dan por hecho que las dos soluciones satisfacen el problema, estos tipos de dificultades se analizaran más adelante.

Algunos estudiantes como no habían terminado de resolver el problema dos de la anterior clase continuaron con la misma, de la cual se pedía calcular las dimensiones(largo y ancho) de la cancha de futbol del estadio Ciro López de la ciudad de Popayán dados el largo y el ancho en términos de una variable x mas una constante y su área, este problema permitió inferir que si bien es cierto lograron modelar una ecuación de la forma pedida, los estudiantes no estaban interpretando los resultados dado que escribieron como respuesta un valor negativo a una de las longitudes de la cancha, las falencias en cuanto a la simplificación aún se siguieron presentando, pero los estudiantes ya tenían idea de cómo proceder así cometiesen errores.

Con relación al problema tres, en su gran mayoría lograron modelar la ecuación cuadrática solicitada y resolvieron la ecuación, aunque tuvieron inconvenientes en la simplificación, los estudiantes nuevamente al finalizar no interpretaron los resultados

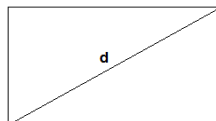
Las inquietudes de esta sesión se resolvieron en los minutos finales de la clase en especial se explicó y se resolvió para todos la primera situación problema.

Luego se llevo a cabo la evaluación de los temas, para evitar que los estudiantes se copiaran se realizaron distintas evaluaciones, es decir las ecuaciones cambiaban de un estudiante a otro, lo cual resultó un método enriquecedor en cuanto a la participación y discusión llevada a cabo por los estudiantes. Estas son algunas de las evaluaciones realizadas para los estudiantes.

Evaluación No 2

Nombre: _____ grado _____ fecha _____

- 1) Hallar las raíces de las siguientes ecuaciones cuadráticas :
- 2) $7x^2 = 49x$, e) $y^2 - 25y = 0$, f) $x^2 - x = 0$, $9a^2 - 81 = 0$
- 3) Si las dimensiones de la cancha de microfútbol de su colegio son 12 m ancho y 34m de largo aproximadamente. Calcular la medida de la diagonal.



Evaluación No 2

Nombre: _____ grado _____ fecha _____

- 4) Hallar las raíces de las siguientes ecuaciones cuadráticas : a) $y^2 - 36 = 0$,
b) $4x^2 = 16$ c) $9b^2 - 81 = 0$, d) $x^2 - x = 0$, e) $5y^2 - y = 0$, d) $7x^2 = x$
- 4) La cancha de fútbol del estadio Ciro López tiene las siguientes dimensiones; Ancho = $x - 100$ m y Largo = $x - 53$ m, encuentre el valor de x , si se sabe que la Cancha tiene un área de 5300 m^2 .

Se siguió trabajando sobre la resolución de ecuaciones cuadráticas aclarando las inquietudes, de los estudiantes sobre los ejercicios desarrollados en clase como aquellos resueltos en casa

La evaluación sobre ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0$ y $ax^2 + c = 0$, produjo resultados los cuales siguen mostrando que los estudiantes aunque intentan aplicar un método siguen cometiendo errores al momento de simplificar expresiones tal como lo muestra alguna de las evaluaciones realizadas por estudiantes de grado noveno B, otros si llegaron a las soluciones pero no interpretaron las respuestas.

14. ANÁLISIS DE ERRORES SEGUNDA EVALUACIÓN.

14.1. FALTA VERIFICACIÓN EN LA SOLUCIÓN.

Evidencia 5

B) ancho 14 m
largo 32,1 m

$d^2 = (32,1)^2 + (14)^2$
 $= 1030,4 + 196 \text{ m}^2$
 $= 1226,4 \text{ m}^2$
 $\sqrt{d^2} = \sqrt{1226,4 \text{ m}^2}$
 $d = \pm 35,01 \text{ m}$

Diagram: A rectangle with width 14 m and length 32,1 m. The diagonal is labeled 'd'.

Los errores cometidos por la falta de verificación fueron del 95%, como se observa en la evidencia cinco en la cual, todos los procedimientos anteriores a la respuesta son correctos excepto el resultado final, que es un error de verificación, ya si se considera $d = -35,01m$, la solución del problema no tendría sentido, ya que las longitudes son números reales positivos.

14.2. ERRORES TECNICOS Y DE ASOCIACIÓN.

Evidencia 6

Handwritten mathematical work on grid paper showing three problems (D, E, F) with errors. A note to the right says "Hallar las raíces ec. Cuadráticas" with a red X.

D) $2x^2 - 2x = 0$
 $2x^2 = 2$
 $x^2 = +1$
 $\sqrt{x^2} = \pm \sqrt{+1}$
 $x = -0$

E) $y^2 = 8y$
 $y^2 = 8$
 $y^2 = y$
 $\sqrt{y^2} = +8$
 $y = y; y^2 = -8$

F) $x^2 - x = 0$
 $x^2 = x$
 $x^2 = +x$
 $\sqrt{x^2} = \pm \sqrt{x}$
 $x = +x$

El 71% de los estudiantes cometieron errores técnicos y un 57% cometieron errores de asociación; en el ejercicio D en los renglones tres y cuatro se observan errores técnicos ya que existen errores en la manipulación en cuanto a la transposición de términos y manejo de signos, en E se observan errores de

asociación, ya que en los renglones finales existen razonamientos incorrectos, en F lo correcto es $x^2 - x = 0$ factorizando obtenemos $x(x - 1) = 0$ luego $x = 0$, $x - 1 = 0$ es decir $x = 0$ y $x = 1$.

15. APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA

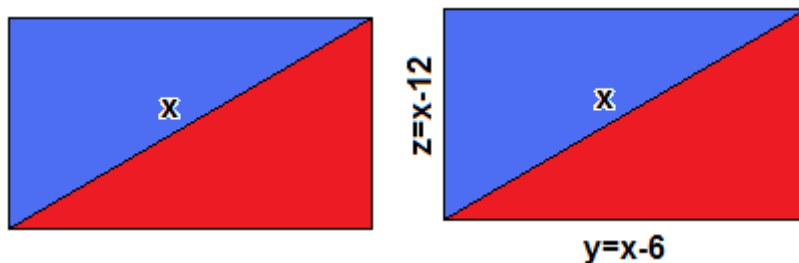
$$ax^2 + bx + c = 0$$

El propósito de la sesión era modelar situaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, con a , b y c en los reales, a distinto de cero, e interpretación de las raíces de la ecuación.

Los problemas de esta sesión se realizarían hasta donde los estudiantes pudiesen avanzar, con lo cual la mayoría de ellos solo trabajaron la primera y tercera situación y unos pocos la segunda situación. A continuación se muestran los problemas:

SESIÓN 5.

- Supongamos que se pinta el patio del colegio con colores azul y rojo tal como se presenta en el dibujo



Queremos saber la longitud de la diagonal que divide el patio, sabiendo que dicha diagonal tiene 6 metros más que el largo del rectángulo y 12 metros más que el ancho

- El número de estudiantes de su curso es de 40 estudiantes, divida su número en dos partes, tales que el cuadrado de una de ellas sea igual al duplo de la otra.
- Generalmente las ciudades están conformadas por conjuntos de casas llamadas manzanas, que tienen forma cuadrada, si suponemos que un lado tiene un valor de $(3X+9)$ y el área de esta es 900 m^2 , calcule las dimensiones de la manzana.

El trabajo de la sesión se realizó en parejas, la primera situación hacía referencia a la cancha de microfútbol del colegio en la cual dadas las dimensiones de largo y ancho se debería hallar la longitud de la diagonal. Se presentaron dificultades en el remplazo de los valores en la fórmula general y ya realizado ese procedimiento, los estudiantes no tienen seguridad sobre la veracidad de lo efectuado.

En la segunda situación problema los estudiantes no lograron modelar la situación pedida, pues no comprendían el enunciado, esto confirmó al igual que los resultados de la prueba de diagnóstico que muchos de los estudiantes no están habituados a representar algebraicamente una expresión matemática. Al finalizar la clase se resolvieron en el tablero los problemas para que los estudiantes los confrontaran con los procedimientos llevados a cabo por ellos.

En el tercer problema se pedía a los estudiantes calcular las dimensiones de las “manzanas” del barrio formadas por las calles y las carreras, este problema a los estudiantes se les facilitó en el momento de representar la expresión de tal problema, aunque tuvieron dificultades nuevamente en desarrollar un binomio al cuadrado al final lograron modelar y resolver la ecuación pedida pero al momento de interpretar las raíces los estudiantes nunca se dan un tiempo para reflexionar si las raíces tienen sentido para el problema propuesto.

Se realizó la tercera evaluación sobre aplicaciones de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, esta se desarrolló a partir de los problemas trabajados en las clases anteriores, con lo cual se observó que el 36,48 % del curso logró modelar correctamente la situación pedida, solo unos pocos llegaron a la solución correcta, pero no realizan la respectiva interpretación de las soluciones, los estudiantes en el momento de aplicar la fórmula general habían reemplazado y simplificado mal.

Para superar las dificultades presentadas durante las sesiones así como en la evaluación se les dejó un taller para resolver en casa, el cual debía ser entregado en la siguiente semana.

TALLER

Fórmula cuadrática:

La solución de una ecuación $ax^2 + bx + c$ con a diferente de cero está dada por la fórmula cuadrática:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, La expresión $\sqrt{b^2 - 4ac}$ es conocida como el **discriminante** determina el número y el tipo de soluciones.

I) Resuelva las siguientes ecuaciones cuadráticas usando la fórmula cuadrática:

- 1) $x^2 + 8x + 6 = 0$
- 2) $9x^2 + 6x + 1 = 0$
- 3) $5x^2 - 4x + 1 = 0$

Nota: Cualquier ecuación cuadrática puede resolverse utilizando la fórmula cuadrática.

II) Práctica: Resuelva cada una de las siguientes ecuaciones:

- 1) $x^2 - x - 20 = 0$ (por factorización)
- 2) $x^2 - 8 = 0$ (por raíz cuadrada)
- 3) $x^2 - 4x + 5 = 0$ (fórmula cuadrática)
- 4) $9x^2 + 6x = 1$ (fórmula cuadrática)

III) Generalmente las ciudades están conformadas por conjuntos de casas llamadas manzanas, que tienen forma cuadrada, si suponemos que un lado tiene un valor de $(3X+9)$ y un área de 900 m^2 , calcula las dimensiones de la manzana.

16. ANÁLISIS DE ERRORES TERCERA EVALUACIÓN.

16.1. ERRORES TÉCNICOS Y DE INTERFERENCIA.

Evidencia 7

The image shows a student's handwritten work on a grid background. At the top, there is a diagram of a square with side length 900 m and side length labeled as $(3x+9)$. Below the diagram, the student has written the equation $(3x+9)(3x+9) = 900\text{ m}^2$. The next line shows the expansion $9x^2 + 27x + 18 = 900$, where the terms $9x^2 + 27x + 18$ are circled in black. The following line is $9x^2 + 54 - 819 = 0$, where the term 54 is circled in black. The next line is the quadratic formula: $x = \frac{-54 \pm \sqrt{(54)^2 - 4(9)(-819)}}{2(9)}$. The next line is $x = \frac{-54 \pm \sqrt{116 + 34.484}}{18}$, where the expression $116 + 34.484$ is circled in black. The final line is $x = \frac{-54 + \sqrt{35900}}{18}$. At the bottom, there is a diagram of a right-angled triangle with hypotenuse $c=2$ and base $b = \sqrt{12x}$.

En la segunda línea del procedimiento llevado a cabo por el estudiante se observa un error de interferencia ya que interfieren la suma y el producto obteniendo un resultado de que $9 \times 9 = 18$, lo cual es incorrecto, además los resultados muestran que 71,24% de los estudiantes cometieron errores técnicos, tal como se observa en las líneas 3 y 5, ya que los errores obedecen a la manipulación de signos y de cálculos aritméticos, el resultado dentro del radicando es falso.

16.2. DATOS MAL UTILIZADOS.

Evidencia 8

2) Hallar las dimensiones del rectángulo

5000m^2 $x+100\text{m}$
 $x+50\text{m}$

~~$5000\text{m}^2 = (50\text{m})^2 + (100\text{m})^2$~~
 ~~$5000\text{m}^2 = 2500\text{m}^2 + 1000\text{m}^2$~~
 ~~$5000\text{m}^2 = 3500\text{m}^2$~~

El 10.52% de los estudiantes cometieron errores por el mal uso de los datos, como se observa en el primer procedimiento dado que se obtiene una discrepancia, ya que lo correcto es $5000\text{m}^2 = (x + 50\text{m})^2 + (x + 100\text{m})^2$, demás en el segundo proceso se observa un error técnico ya que $(100\text{m})^2 = 10000\text{m}^2$ y en el cuarto existe un error de asociación ya que el razonamiento al final es incorrecto.

17. CONOCIMIENTOS PRODUCIDOS Y EVIDENCIA DE APRENDIZAJES DE LOS ESTUDIANTES.

17.1. Aprendizajes pedagógicos.

El principal reto como practicante de este último proceso de formación, lo ha constituido el hecho de que se estudió y aprendió a realizar, de manera simultánea la sistematización de la práctica, esto trajo algunas dificultades las cuales fueron superadas mediante un asesoramiento continuo por parte de la directora Margarita Granados y demás compañeros, obteniendo como resultado la sistematización de la experiencia.

La experiencia propició un proceso de interpretación en los siguientes aspectos:

- Entender la experiencia en distintas dimensiones humanas, mentales, sensibles, emotivas e intuitivas.
- Entender los cambios importantes en las actitudes de los estudiantes a lo largo de la experiencia pedagógica.
- Comprender que ante toda dificultad se hace necesario ser ingeniosos para buscar soluciones.
- Aprender que a través de la interpretación histórica de la experiencia, se facilita ordenar el proceso vivido y entender porque han ocurrido algunos hechos y otros no.
- La recuperación histórica, el ordenamiento, análisis crítico y síntesis de la experiencia fortalecieron capacidades, interpretativa, participativa y argumentativa puestos a favor de la sistematización de la experiencia educativa.

17.2. Aprendizajes Axiológicos.

Al comienzo los estudiantes no tenían respeto por escuchar a los demás compañeros e inclusive al orientador, había uso de palabras agresivas y ofensivas, pero gracias al trabajo en grupo que siempre se llevó a cabo, así como la charla continua sobre valores y respeto al otro los estudiantes se daban la oportunidad de escuchar a su compañero al momento de dar una sugerencia para resolver la situación problema y también al orientador.

En ocasiones el ruido generado por los estudiantes era insoportable entonces intervenían los mismos estudiantes para hacer un llamado a sus otros compañeros. Las expresiones que continuamente se escuchaban y que ofendían a algunos compañeros, ya no eran tan habituales pues no se recurrió al llamado al coordinador de la institución. Esto se visualizó principalmente de la observación directa y de los registros que hicieron en cada una de las sesiones.

Observar como los estudiantes afianzaron valores como el respeto a los demás compañeros, cooperación, escuchar al otro y el cumplimiento de sus deberes.

18. CONCLUSIONES.

- Los errores técnicos y del lenguaje fueron los mas comunes en todas las evaluaciones.
- La estrategia de trabajar en grupos, ayudó a que los estudiantes fortalecieran sus aprendizajes como también sus valores.
- Los estudiantes nunca parten de cero para desarrollar sus procesos de aprendizajes y por ende se comportan de forma activa en las situaciones planteadas.
- El estudiante debe participar activamente en el proceso de superación de sus propios errores.
- Los errores no aparecen por azar si no que surgen a causa de conocimientos adquiridos previamente y todo proceso de enseñanza es potencialmente generador de errores.

19. RECOMDACIONES.

- En la intervención, es preferible que el practicante solicite la ayuda de algún compañero, esto para obtener la cantidad de registros posibles.
- Estimular al estudiante a creer en sus propias capacidades cognitivas y comunicativas.
- Diseñar problemas que sean adaptados al contexto o tomados del contexto, los cuales permitan despertar el interés de los estudiantes y acceder a las actividades con una cierta familiaridad y comprensión previa.
- Los saberes previos deben ser construidos y reconstruidos, a partir de lo que el estudiante cree que sabe, para generar una posición activa y una actitud positiva para afrontar nuevos aprendizajes.
- Que los estudiantes mismos detecten y corrijan sus propios errores, esto afianza los conocimientos adquiridos por los estudiantes y los ayuda a no cometer errores reiteradamente.

BIBLIOGRAFÍA.

- BRUNO, D'Amore. JUAN DÍAZ, Godino. FANDIÑO PINILLA Martha I. Competencias y matemática. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio, (2008), 103p.
- CHAVARRÍA, Jesennia. Cuaderno de investigación y formación en Educación matemática: Teoría de las situaciones didácticas. En: un seminario teórico. Bogotá, 26 de Marzo del 2006. Universidad Nacional, (2006), Internet:
- <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno2/Cuadernos%202%20c%203.pdf>
- Innovando, Equipo de innovaciones educativas-DINESS-MED. Para sistematizar experiencias. Internet: <http://destp.minedu.gob.pe/Secundaria/nwdes/pdfs/revistaie20.pdf>
- JARA HOLLIDAY, Oscar..Para sistematizar experiencias: una propuesta teórica y práctica. San José: Centro de estudios y publicaciones, ALFORJA, (1998), 243p.
- Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas. Lineamientos curriculares. Bogotá: MEN, (1998)
- Ministerio de Educación Nacional. Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la Educación media en Colombia. Bogotá: MEN, (2002).
- Ministerio de Educación Nacional. Proyecto "Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la Educación media en Colombia". Formación de docentes en sistematización de experiencia educativas Bogotá 2003.
- MORGAN TIRADO, María de la luz, BARNECHEA GARCÍA, María Mercedes. El conocimiento desde la práctica y una propuesta de método de sistematización de experiencias. Pontificia Universidad Católica del Perú. (2007), Internet:
- http://www.alforja.or.cr/sistem_old/Conocimiento_desde_practica.pdf
- POLYA, George. Cómo plantear y resolver problemas. Ciudad de México, (1972), 215p.
- POCHULU, Marcel. D, Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. Revista Iberoamericana de Educación (ISSN: 1681-5653). 2p. Disponible en internet: <http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>
- RICO, Luis. Citado por RICO, Luis. Errores y dificultades en el aprendizaje de las matematicas.1995. 9p.

- SILVIA, Hurrel, Conocimiento previos. Argentina: Área de Elaboración de Materiales - **C.A.P.A.C.Y.T.** 236p.
- Discusión sobre la noción de problema y ejercicio. Disponible en internet en: <http://inst-mat.utralca.cl/~cdelpino/tesis1/capitulos/10-manual-s1.pdf>

ANEXOS

Anexo 1

Diseño de la situación didáctica de la Práctica Pedagógica II

SITUACIÓN DIDÁCTICA PARA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS COMUNEROS
POPAYÁN CAUCA

GRADO NOVENO A

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Se pretende indagar sobre los conocimientos previos que tengan los estudiantes, para realizar posteriormente un refuerzo.

Para resolver problemas que involucren ecuaciones de segundo grado es conveniente que los estudiantes tengan cierto nivel de conocimientos previos enunciados a continuación:

- Operaciones con fracciones algebraicas.
- Operaciones (suma, resta, multiplicación, división y propiedades) de números reales.
- Potencias con exponente entero. Propiedades.
- Operaciones básicas con polinomios (suma, resta, multiplicación y división), factorización y productos notables.
- Resolución de ecuaciones de primer grado.
- Conocimientos básicos de geometría (rectángulos, cuadrados, triángulos).
- Magnitudes: directa e inversamente proporcionales.
- Radicales (operaciones, simplificación).

ACTIVIDADES DE MOTIVACIÓN

Se pretende generar un ambiente agradable para los estudiantes, creando confianza entre el practicante y el estudiante dando fluidez y dinamismo a las actividades.

CONTENIDOS DE APRENDIZAJE

1. Escritura de ecuaciones de segundo grado.
2. Métodos de resolución de ecuaciones de segundo grado por factorización, completación de cuadrados y formula general.

METODOLOGÍA

Para el desarrollo de la práctica pedagógica III es necesario recurrir a la teoría de las situaciones didácticas, la cual permite trabajar con problemas, diseñados a partir del contexto del estudiante.

SECUENCIA DE ACTIVIDADES

Se pretende realizar actividades que inicien con un nivel de complejidad moderado a un nivel más avanzado, de tal forma que se han diseño las siguientes sesiones en el siguiente orden:

SESIÓN 1

ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO.

OBJETIVO.

Identificar en los estudiantes conocimientos previos que van a provocar dificultades de tipo conceptual, en la intervención de de la práctica pedagógica III, se espera que cada uno realice un proceso de resolución diferente a los demás, mostrando de esta forma dificultades en la concepción de algunos conocimientos.

1 Simplificar

- $-(a + b) + (-a - b) + (3a + b)$
- $(-4a + c) - (a + b) - (5a + 6b)$

2 ¿Cuántos términos tiene la siguiente expresión algebraica?

$$4x + \frac{2}{3}x^2 + 5$$

3 En la siguiente expresión ¿Cuál es el término independiente?

$$3x^2 + 8x + 7$$

4 Escribir en notación algebraica lo siguiente:

- La suma de **a**, **b** y **m**
- La suma del duplo de **a** con el triplo de **b** y la mitad de **c**

5 ¿Qué es una ecuación?, ¿Qué es una identidad?, Dar 2 ejemplos de ecuación e identidad.

6 ¿Cuál es el primero y el segundo miembro de la siguiente ecuación?

$$3x - 4 = 4x - 1$$

7 ¿cuál es el grado de cada expresión algebraica?

- $3x^3 + 3x^4 + 2x^2 + 1$
- $4x + \frac{1}{4}$

8 Factorizar o descomponer en 2 factores

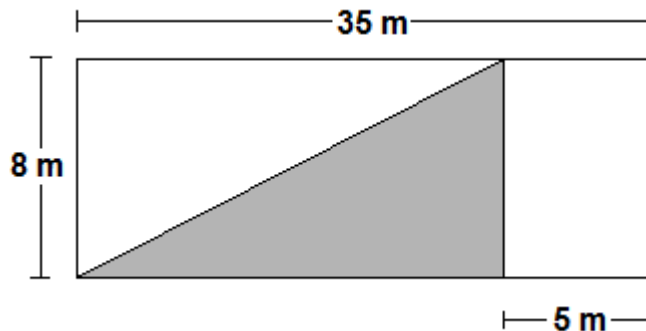
- $2xy + 4x^2a + 8xay$
- $x^2 - y^2$
- $a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 + ab + ax + bx$

9 Resolver las siguientes ecuaciones

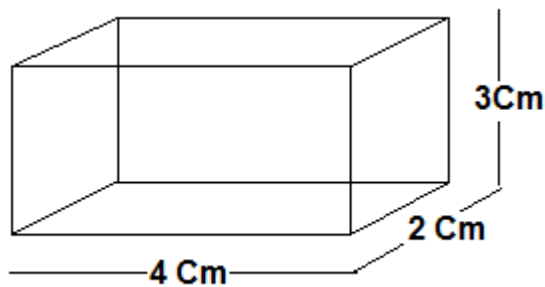
- $\frac{3}{2x+1} - \frac{2}{2x-1} + \frac{x+3}{4x^2-1} = 0$
- $5x = 8x - 15$
- $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$

d. $3x - \frac{2x}{2} = \frac{x}{10} - \frac{7}{4}$

10 ¿Cuánto mide el área de la región sombreada?



11 Hallar el volumen de un tanque cuya forma y modelo son las indicadas



12 En la siguiente situación; las variables tiempo y espacio recorrido ¿Son directamente proporcionales? O ¿son inversamente proporcionales? Explique

Un automóvil recorre en 10 minutos 30 Km, en 20 minutos recorre 60 km y en 5 minutos recorre 14 km

13 En la siguiente situación las variables tiempo y número de hombres ¿Son directamente proporcionales? O ¿son inversamente proporcionales? Explique

Si 10 hombres hacen una obra en 6 horas, 20 hombres lo harán en 3 horas y 5 hombres en 12 horas.

Tiempo estimado: 2 horas

SESIÓN 2

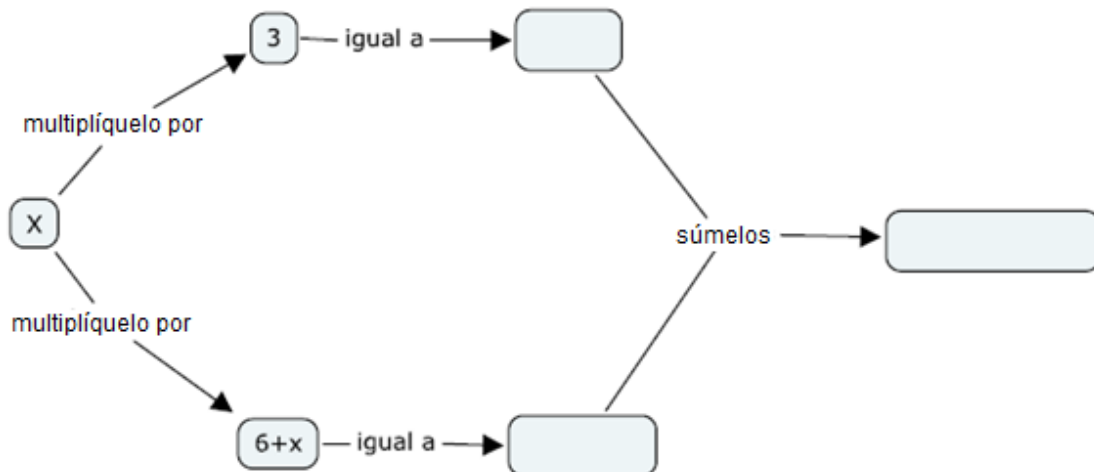
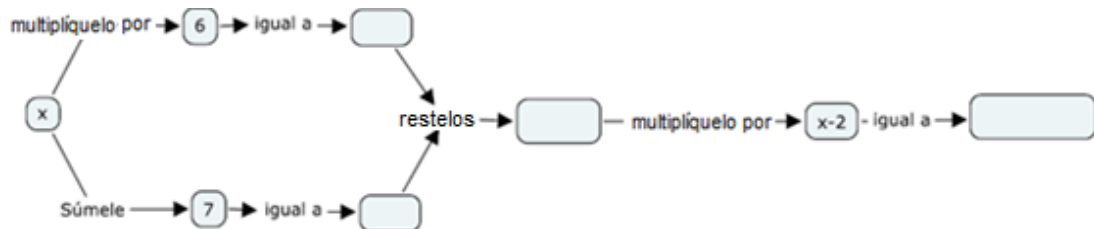
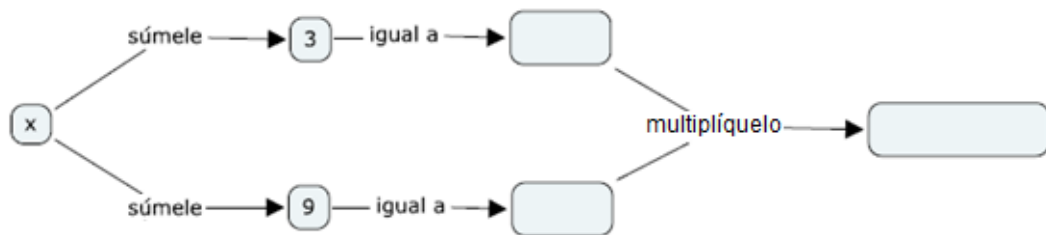
ESCRITURA DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.

OBJETIVO.

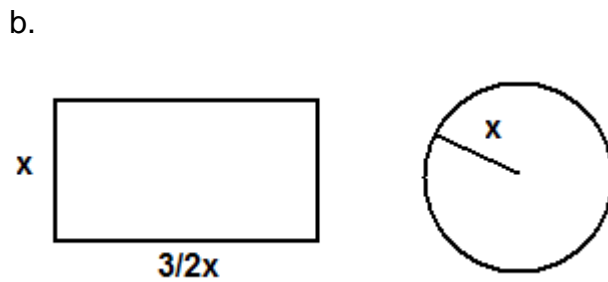
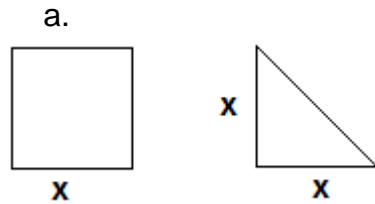
Escribir ecuaciones de segundo grado siguiendo las pautas indicadas en los diagramas.

NOTA: Lea cuidadosamente los enunciados y responda solo lo pedido.

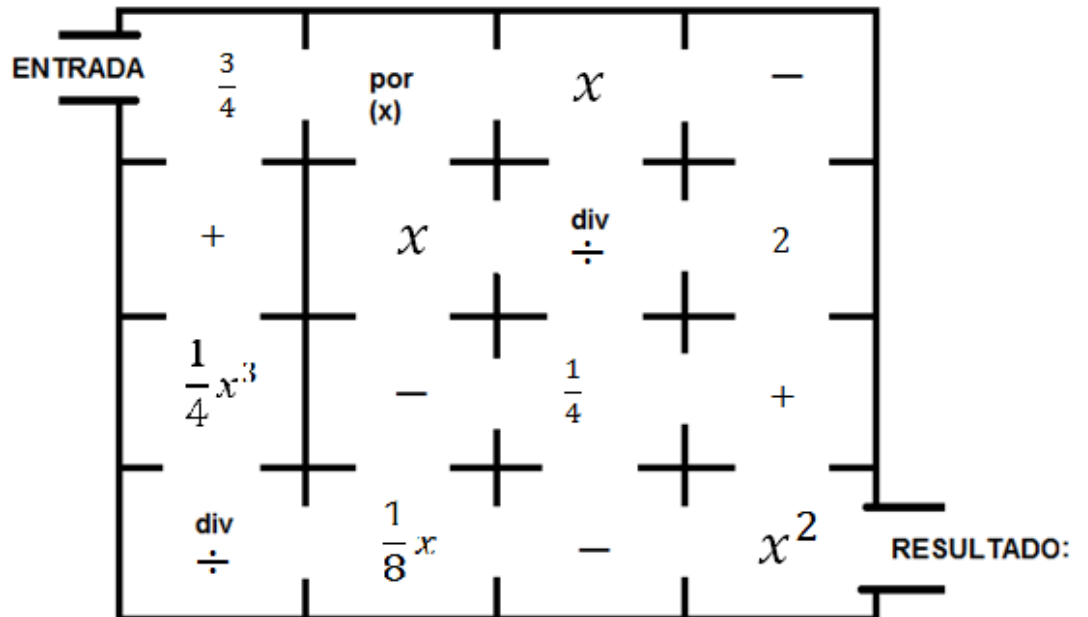
4. Completar los siguientes diagramas e igualar los resultados a cero



5. Realice el siguiente procedimiento para cada literal
Encuentre el área y el perímetro de cada figura geométrica, súmelas, luego añada un valor constante arbitrario, e iguale a cero



6. Encuentre tres resultados distintos dibujando un camino en cada caso y realice las operaciones que se encuentran en él.



SESIÓN 3

APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA,
 $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$.

OBJETIVO.

Modelar ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$ e interpretar los resultados de las raíces.

Las ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$, se solucionan de la siguiente manera:

Se despeja la variable x como se muestra $ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = \frac{-c}{a} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{-c}{a}}$

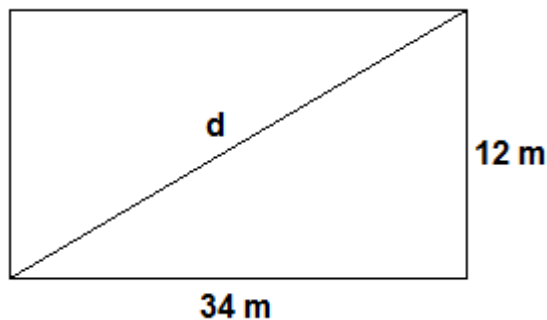
Observe lo siguiente, si $c > 0$ y $a > 0$ o $a < 0$ y $c < 0$, se obtiene como solución un número complejo, si $a < 0$ y $c > 0$ o $a > 0$ y $c < 0$ se tiene como solución un número real, por eso es necesario tener presente las constantes que tiene la ecuación.

Si la ecuación es de la forma $ax^2 + c = 0$, con $a > 0$ y $c > 0$, además a y b tienen raíz cuadrada exacta, entonces la ecuación se puede resolver utilizando diferencia de cuadrados como sigue:

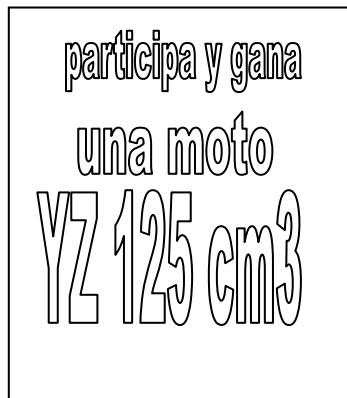
Se supone que $e^2 = a$ y $f^2 = c$ entonces $ax^2 + c = (ex + f)(ex - f) = 0$ de tal forma que se obtiene dos soluciones: $x_1 = \frac{-f}{e}$ y $x_2 = \frac{f}{e}$

A continuación se presentan unas situaciones problemas para resolver utilizando los métodos enseñados.

- Si las dimensiones de la cancha de microfútbol de su colegio tienen medidas de 12 metros y 34 metros de ancho y largo respectivamente calcular la medida de la diagonal (d).



- Calcular la longitud de la hipotenusa en función de x , de un triángulo rectángulo formado por la altura, el ancho y la diagonal de una de las paredes del salón, sabiendo que la altura mide x metros y el ancho $x + 1$ metros.
- Creación de anuncios:
Al crear anuncios publicitarios deben considerarse la forma de este, así como su colorido y estilo de impresión.
Los diseñadores de anuncios aconsejan que una de las formas más atractivas es un rectángulo cuya altura es de 1,62 veces su ancho. Cualquier rectángulo con estas proporciones se denomina rectángulo dorado (áureo). Si se decide construir un anuncio publicitario que tiene un área de 50 cm^2 determinar las dimensiones del anuncio, que tenga la forma aconsejable por los diseñadores.



SESIÓN 4.

APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA,
 $ax^2 + bx = 0, a \neq 0$.

OBJETIVO.

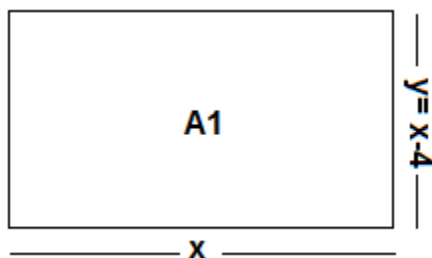
Modelar ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0, a \neq 0$ e interpretar los resultados de las raíces.

Analizando la ecuación cuadrática se tiene, Si $b = 0$ entonces tiene como solución $x = 0$, Ahora, si $a = 0$ se tiene una ecuación lineal con solución $x = 0$.

Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$, entonces utilizando factor común se obtiene la siguiente expresión $ax^2 + bx = x(ax + b) = 0$, para solucionar la ecuación, existen dos casos, $x = 0$ o $ax + b = 0$, obteniéndose de esta forma dos soluciones:
 $x_1 = 0$ y $x_2 = \frac{-b}{a}$

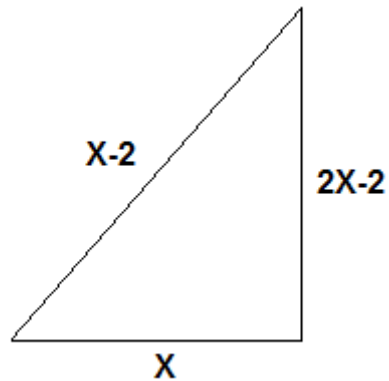
A continuación se presentan algunos problemas para resolver utilizando el método enseñado.

- El largo de la sala de profesores que tiene forma rectangular excede en 4m su ancho. Si cada lado se aumenta en 4m, el área inicial se triplica. Hallar las dimensiones de la sala.



- La cancha de fútbol del estadio Ciro López tiene las siguientes dimensiones; $\text{largo} = x + 110$ metros y $\text{ancho} = x + 55$ metros, encuentre la dimensiones (si es posible) de la cancha de fútbol si se sabe que tiene un área de 6050 m^2 , si se cambia la dimensión del largo a $(x - 110)$ y la dimensión del ancho a $(x - 55)$, calcular el valor de las dimensiones de la cancha de fútbol.

- Observe el tablero de su salón, suponga que uno de los lados mide $(x - 1)$ metros y el otro lado mide $(2x - 1)$ metros, encuentre las dimensiones del tablero si tiene un área de 6 metros cuadrados.
- Ha observado en la mayoría de postes de energía de su ciudad, que en su parte superior se desprende una cuerda de aluminio que va fijada al suelo, de tal forma que el suelo, el poste y la cuerda forman un triángulo rectángulo. Si la cuerda tiene una longitud de $(x - 2)$ metros, la distancia del poste al soporte de la cuerda de (x) metros y la altura del poste de $(2x - 2)$ metros, encuentre el valor de x (si es posible).



SESIÓN 5

APLICACIONES DE ECUACIONES CUADRATICAS DE LA FORMA

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

OBJETIVO

Modelar ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ e interpretar los resultados de las raíces

Para resolver este tipo de ecuaciones se procede de la siguiente forma:

Se debe buscar el mejor método que nos brinde una solución confiable y fácil de resolver

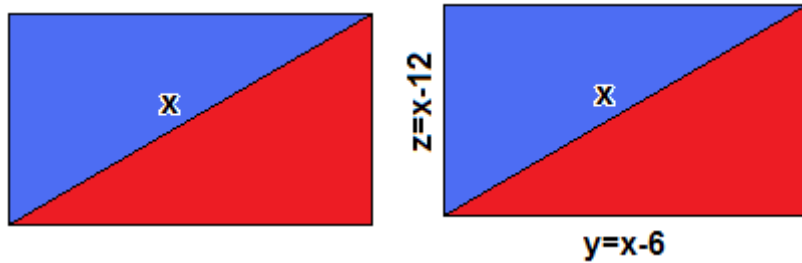
Método 1. Si $a = 1$, Se buscan dos números M, N , números enteros, tales que $M + N = b$ y $M * N = c$, si existen, se puede expresar la anterior ecuación de la siguiente forma: $(x \pm M)(x \pm N) = 0$, los signos se determinan como sigue, el signo de M es igual al signo de b y el signo de N es igual al producto de los signos de b y c . Por tanto la solución de la ecuación está dada por las dos posibilidades $(x \pm M) = 0$ o $(x \pm N) = 0$, resultando dos soluciones: $x_1 = \mp M$ o $x_2 = \mp N$

Método 2. Consiste en buscar un número d tal que $d^2 = c$ y un e tal que $e^2 = a$, además comprobar si $b = 2de$ y $c > 0$, si se cumplen las anteriores condiciones, se puede expresar la ecuación de la siguiente manera: $(ex \pm d)^2 = 0$, el signo depende del signo que tenga b . Con solución $x = \pm d/e$

Método 3. Se procede multiplicando por $a, a \neq 0$, la ecuación, obteniéndose lo siguiente: $a^2x^2 + abx + ac = 0$, se puede expresar así, $(ax)^2 + b(ax) + ac = 0$, realizando la sustitución $y = ax$ y $k = ac$, se obtiene la siguiente ecuación: $y^2 + by + k = 0$, que puede ser resuelta utilizando el método 1 o 2, obteniéndose soluciones en términos de y , para encontrar las soluciones de x se utiliza la sustitución ($y = ax$) y se despeja x .

Se presentan unos problemas, para resolver utilizando los métodos enseñados

- Suponga que se pinta el patio del colegio con colores azul y rojo tal como se presenta en el dibujo



Se quiere encontrar la longitud de la diagonal que divide el patio, sabiendo que dicha diagonal tiene 6 metros más que el largo del rectángulo y 12 metros más que el ancho

- El número de estudiantes de su curso es 40, divida ese número en dos partes, tales que el cuadrado de una de ellas sea igual al duplo de la otra.
- Generalmente las ciudades están organizadas por conjuntos de manzanas, y cada una, integrada por un conjunto de casas, convencionalmente tienen forma cuadrada. Si suponemos que un lado mide $(3x + 9)$ y el área de esta es 900 m^2 , calcule las dimensiones de la manzana.