

**DISEÑO DE UNA GUÍA METODOLÓGICA PARA POTENCIAR EL
PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DE LA CONSTRUCCIÓN DE
ESCENARIOS DE APRENDIZAJE BASADOS EN ASTRONOMÍA EN DOS
INSTITUCIONES DE LA CIUDAD DE POPAYÁN**

DIANA MARITZA CHILITO ROSERO

MARIA SIRLEY DAZA DORADO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2011

**DISEÑO DE UNA GUÍA METODOLÓGICA PARA POTENCIAR EL
PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DE LA CONSTRUCCIÓN DE
ESCENARIOS DE APRENDIZAJE BASADOS EN ASTRONOMÍA EN DOS
INSTITUCIONES DE LA CIUDAD DE POPAYÁN**

DIANA MARITZA CHILITO ROSERO

MARIA SIRLEY DAZA DORADO

DIRECTOR

M. MARIO FERNANDO SOLARTE SARASTY

**Proyecto de Trabajo de Grado en la modalidad de seminario, para optar al
título: Licenciado(a) en Educación con Especialidad en Matemáticas**

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2011

Nota de aceptación

Director

Jurado

Jurado

Popayán (Cauca), Septiembre del 2011

Gracias a Dios

Por permitirnos llegar hasta este momento tan importante de nuestras vidas y lograr otra meta más.

Gracias a nuestras familias

Por su comprensión y apoyo sin condiciones ni medida. Gracias por guiarnos sobre el camino de la educación.

Gracias a nuestros compañeros y amigos

Por hacer que cada pedazo de nuestro tiempo fuera ameno. Sin olvidar sus consejos, enseñanzas y ayuda durante el lapso de la carrera.

Gracias a nuestro director de trabajo grado

Por permitirnos ser parte de este proyecto. Sus orientaciones, consejos, paciencia y opiniones fueron esenciales para lograr esta meta

Gracias al comité de seguimiento y demás profesores

Por sus enseñanzas, sus valiosos aportes y sugerencias para mejorar y enriquecer nuestro trabajo de grado.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
MARCO CONCEPTUAL.....	7
Referentes teóricos.....	7
Constructivismo y aprendizaje significativo.....	7
Geometría activa.....	9
Niveles de Van Hiele.....	9
Nivel 0: Visualización y reconocimiento.....	10
Nivel 1: Análisis.....	11
Nivel 2: Ordenación o clasificación.....	11
Nivel 3: Deducción formal.....	12
Nivel 4: Rigor.....	12
ESTADO DEL ARTE DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA ASTRONOMÍA EN LATINOAMÉRICA.....	13
Actividades didácticas apoyadas en aspectos de la cultura Maya.....	13
Proyecto Eratóstenes.....	14
Aprendamos Matemáticas a través de la Astronomía.....	14
Programa Galileo para profesores.....	15
Webquests de Astronomía.....	16
La enseñanza de las Matemáticas.....	17
Propuesta de actividades complementarias y extraescolares	17
Aleph sub-cero.....	17
Actividades basadas en Astronomía y Geometría.....	18
Kit educativo de la ESA (Agencia espacial europea).....	18
Cielo Sur.....	19
Dediquemos tiempo para medir el tiempo.....	19

Las Matemáticas en el cielo.....	20
GUIA METODOLOGICA.....	21
Actividad 1: Modelo de Saturno.....	22
Actividad 2: El misterio de los anillos de Saturno.....	33
Actividad 3: Primera ley de Kepler.....	39
Actividad 4: Constelaciones y figuras geométricas.....	53
Actividad 5: Construcción de un prisma de agua.....	61
Actividad 6: Planetas a escala.....	69
Actividad 7: Diámetro del sol.....	79
Actividad 8: Semejanza y congruencia en el universo.....	88
Actividad 9: Semejanza en el universo.....	94
Actividad 10: ¿En qué parte del mundo vives tú?.....	98
ANALISIS DE RESULTADOS.....	109
Comparación de resultados 1 (Primera ley de Kepler).....	109
Comparación de resultados 2 (Modelo de Saturno).....	112
Comparación de resultados 3 (Constelaciones y figuras geométricas).....	115
Comparación de resultados 4 (Construcción de un prisma de agua).....	118
Comparación de resultados 5 (El misterio de los anillos de Saturno).....	121
Resultados actividad: Semejanza y congruencia en el universo.....	124
Resultados actividad: ¿En qué parte del mundo vives tú?.....	126
Resultados actividad: Semejanza en el universo.....	128
Resultados actividad: Diámetro del sol.....	130
Resultados actividad: Planetas a escala.....	131
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	133
Conclusiones.....	133

Recomendaciones.....	134
Trabajos futuros.....	135
BIBLIOGRAFIA.....	137

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: Ficha: Actividades Didácticas Apoyadas en Algunos de la Cultura y Matemática Maya.....	143
ANEXO B: Ficha: El Proyecto Eratóstenes.....	144
ANEXO C: Ficha: Aprendamos Matemáticas a través de la Astronomía.....	146
ANEXO D: Ficha: Programa galileo para profesores. Año internacional de la astronomía 2009.....	148
ANEXO E: Ficha: Webquests de Astronomía.....	151
ANEXO F: Ficha: La enseñanza de las Matemáticas.....	153
ANEXO G: Ficha: Propuesta de actividades extraescolares del departamento de Matemáticas.....	155
ANEXO H: Ficha: ALEPH SUB-CERO.....	157
ANEXO I: Ficha: Bienvenidos a Hands-On Universe, ESPAÑA.....	158
ANEXO J: Ficha: Esa education kit international Space Station (Educadores).....	160
ANEXO K: Ficha: Cielo Sur.....	162
ANEXO L: Ficha: Dedicuemos tiempo para medir el tiempo.....	164
ANEXO M: Ficha: “Las Matemáticas en el cielo”.....	166
ANEXO N: Cuerpos celestes a escala.....	167
ANEXO O: Diámetro de la luna.....	174
ANEXO P: Fases de la luna.....	179
ANEXO Q: Construcción de un reloj de sol.....	188
ANEXO R: Proyecto Eratóstenes.....	195

1. INTRODUCCIÓN

El presente Seminario de Grado propone una aproximación a una guía metodológica dirigida a docentes de Matemáticas, con el fin de potenciar el pensamiento espacial a través de escenarios de aprendizaje basados en Astronomía. El pensamiento espacial, según lineamientos curriculares¹, es el conjunto de habilidades y destrezas que permiten la manipulación y representación mental de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y la capacidad de traducir dichas representaciones mentales a representaciones materiales.

Según Patricio Jorge Vargas Gil² se ha considerado al pensamiento espacial como parte importante del conocimiento académico, aunque también se debe señalar que es un elemento esencial de la vida diaria, ya que constantemente tomamos decisiones espaciales. Sin embargo, la habilidad espacial es una de las más descuidadas, para Gutiérrez³ se da por la ambigüedad implícita del significado de capacidad espacial y por considerar que ésta es una habilidad de menor categoría, en contraste con otras habilidades matemáticas.

¹MINISTERIO DE Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas MEN. Santafé de Bogotá 1998. Vol. 3

²VARGAS Gil, Patricio J. Escuela de educación mental. Artículos 4. oct.2009. <http://www.mentat.com.ar/percepcion-visual.htm>

³GUTIÉRREZ. Citado por, POBLOTE, Álvaro y LLEFLI, Roberto. Proyecto de Investigación: Análisis de la capacidad espacial en geometría. <http://www.docstoc.com/docs/884866/Analisis-de-la-Capacidad-Espacial-en-Geometria>.

Existen algunas evidencias de la poca relevancia que se le da al pensamiento espacial en las aulas escolares, según el profesor Melchor Gómez ⁴, en nuestros días existe una mayor preocupación por desarrollar destrezas numéricas en los niños y niñas, restándole importancia al hecho real de que casi todo el mundo afronta con mucha más frecuencia problemas espaciales que problemas numéricos, ya sea trabajando de albañil, diseñador de ropa, dibujante, o desarrollando actividades cotidianas como: estacionar un carro, jugar tenis, diseñar una estantería o localizar un lugar.

El Psicólogo Howard Gardner⁵ plantea que fortalecer el pensamiento espacial, es esencial para el pensamiento científico porque es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. Por su parte Lineamientos Curriculares de Matemáticas⁶, considera que los individuos que desarrollan la inteligencia espacial resuelven fácilmente problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios igualmente, aquellos que fortalecen esta inteligencia son requeridos para desenvolverse en profesiones científicas y técnicas, tales como dibujo técnico, arquitectura, ingenierías, aviación y disciplinas como Química, Física y Matemáticas.

Por las razones expuestas anteriormente, se evidencia la necesidad de contribuir al desarrollo del pensamiento espacial, y por tanto, este Seminario de Grado propone una estrategia metodológica que permita a los estudiantes apropiarse de manera significativa de algunas nociones de Geometría, contribuyendo así al

⁴GOMEZ, Melchor. Pensamiento espacial. pág. 10.
http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2_Geometria.pdf

⁵ MINISTERIO DE Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Santafé de Bogotá 1998. Vol. 3

⁶ Ibíd.vol. 3

impulso del pensamiento espacial, pues según Lineamientos Curriculares de Matemáticas; la Geometría es la herramienta por excelencia para llevar a cabo este propósito. Esta estrategia se apoya en la Astronomía; como herramienta didáctica para la enseñanza de la Geometría y como elemento motivador, teniendo en cuenta el interés que despierta en los estudiantes el estudio de los cuerpos que integran el universo.

La relación existente entre Geometría y el pensamiento espacial, llevó a considerar la Astronomía como una ciencia propicia para fomentar este pensamiento, pues existe una conexión importante entre Astronomía y Geometría; debido a que esta ciencia es de gran utilidad a la hora de explicar algunos eventos que ocurren en el universo como la trayectoria de los planetas, la ubicación de coordenadas de cuerpos celestes, movimientos de rotación y traslación entre otros, además sus inicios se dieron a partir de la observación directa de los fenómenos de la naturaleza. Por otra parte, los docentes de Matemáticas pueden utilizar estos recursos para enseñar temas de Geometría de una forma más perceptible, debido a que estos eventos hacen parte del entorno que nos rodea.

Es por lo anterior que el principal objetivo de este seminario de grado fue construir y validar una guía metodológica compuesta por actividades, que tienen en cuenta la Astronomía como herramienta didáctica para alcanzar una mejor conceptualización de algunas nociones de las Matemáticas, en particular de la Geometría con el fin de potenciar el pensamiento espacial. Las actividades propuestas en la guía se validaron en dos Instituciones Educativas de la zona urbana de Popayán con el fin de enriquecer la propuesta metodológica.

La guía metodológica consta de diez actividades, las cuales tienen como propósito desarrollar el pensamiento espacial inicialmente en estudiantes de séptimo grado. Como primer paso para crear las actividades se elaboró el estado de arte sobre Astronomía educativa aplicada a la Geometría mediante la exploración de referencias bibliográficas y sitios web que relacionen estas dos ciencias. Para el diseño de las actividades, además de la Astronomía, la Geometría y algunos aspectos que potencian el pensamiento espacial, también se tuvieron en cuenta algunas teorías como el constructivismo, el aprendizaje significativo, la Geometría activa⁷ y los niveles de Van Hiele⁸ las cuales permitieron analizar el mejor perfil para su elaboración.

Una vez diseñada la guía metodológica el siguiente paso en el desarrollo del seminario fue establecer el impacto y efecto de la misma en los estudiantes; para ello se buscó la colaboración de instituciones educativas en las cuales se aplicó la guía metodológica, constituyendo mecanismos de evaluación para cada actividad desarrollada en los establecimientos, recogiendo resultados que permitieron comparar en qué grado se impulsa con mayor efectividad el pensamiento espacial, tomando registros descriptivos y detallados del desarrollo de las actividades propuestas.

La aplicación de las actividades se llevó en la Institución Educativa César Negret y en la Escuela Normal Superior de Popayán. En la Institución Educativa César Negret, se trabajó con dos grados séptimos uno de los cuales se manejó como grupo control, donde se dictaron clases magistrales, en el otro se aplicó la guía propuesta iniciando con un refuerzo de conceptos previos necesarios para el

⁷ MINISTERIO DE Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas MEN. Santafé de Bogotá 1998. Vol. 3

⁸ BERRITZEGUNE, Fernando. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. p 68. Disponible en: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf>

desarrollo de la actividad; que permitió sacar algunas conclusiones. En la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Popayán, se desarrollo algunas actividades de la guía con un grupo de estudiantes, conformado por cuatro alumnos de cada grado séptimo, interesados en compartir con el resto de sus compañeros las experiencias adquiridas.

Luego de llevar a cabo las actividades y analizar algunos de los resultados alcanzados se pudo deducir de la construcción y aplicación de la guía metodológica; que trabajar desde la Astronomía es una experiencia positiva para el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes, pues logra despertar su interés en aprender sobre aspectos que los rodea y que en ocasiones no se percatan de ello, además de llevarlos a aprender conceptos de una manera sencilla e innovadora. Cabe resaltar que en las actividades realizadas se destacó el trabajo en equipo y el intercambio de ideas entre los estudiantes.

Posteriormente se elaboró la monografía del Seminario de Grado, la cual se compone de cinco capítulos: primer capítulo: Introducción a la monografía, en la cual se describe brevemente el desarrollo de la propuesta metodología para este seminario de grado; segundo capítulo: Marco conceptual el cual se compone del Estado del Arte acerca de cómo enseñar Matemáticas a través de la Astronomía y Referentes Teóricos tenidos en cuenta en el diseño de la propuesta; tercer capítulo: Guía Metodológica compuesta por las actividades diseñadas para este proyecto; cuarto capítulo Análisis de resultados de la aplicación de las actividades; quinto capítulo compuesto por: Conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros los cuales surgen a partir de la aplicación de la guía metodológica y por último se encuentran anexos, los cuales incluyen algunas actividades diseñadas que por diversos motivos no fueron probadas y algunas fichas bibliográficas referentes al estado del arte.

En general, se puede afirmar que el principal logro de este trabajo, fue la elaboración de una guía metodológica dirigida a docentes, compuesta de actividades orientadas a potenciar el desarrollo del pensamiento espacial en los estudiantes de séptimo grado, a través de escenarios basados en Astronomía.

2. MARCO CONCEPTUAL

2.1 Referentes teóricos

Para el diseño de la propuesta metodológica de este seminario de grado se tuvieron en cuenta teorías pedagógicas como el Constructivismo, el Aprendizaje Significativo, la Geometría Activa y los Niveles de Van Hiele, que se expondrán a continuación.

2.1.1 Constructivismo y Aprendizaje Significativo

Carmen Elboj⁹, afirma que la dimensión psicológica del constructivismo y las teorías del aprendizaje, parten de la concepción que el individuo hace de la realidad y su dimensión social, esta corriente constructivista está formada por un conjunto de teorías que se basan en la cimentación cognitiva que un individuo hace del mundo de la experiencia, lo anterior se fundamenta en la teoría genética de Piaget. Para Piaget las personas construyen su inteligencia a partir de sus capacidades innatas y de los procesos de asimilación y acomodación por las cuales atraviesan, la premisa fundamental de esta teoría es la construcción activa por parte de los estudiantes de su propio conocimiento, a través de incorporar nueva información al conocimiento previo.

⁹SASO Elboj, Carmen. Comunidades de aprendizaje: transformar la educación.pag 50. http://books.google.com/books?id=0Y5lb_Jve4IC&pg=PA47&dq=constructivismos+y+aprendizaje+significativo&hl=es&ei=pK8ATqaGGZKFtgeqh53yDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false

Otro autor que según Carmen Elboj¹⁰ acogió el constructivismo es Bruner: “El aprendizaje es un proceso activo en el que las y los estudiantes, construyen nuevas ideas o conceptos basándose en conocimientos anteriores”, una noción que está ligada al constructivismo es el aprendizaje significativo el cual hace referencia a que todo lo que se enseñe a los niños y niñas debe guardar relación con la estructura cognitiva que poseen. Ausbel en su libro psicología educativa afirma que “el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. “Averígüese esto y enséñese consecuentemente.” Para Ausbel, el aprendizaje significativo se caracteriza por la interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento previo. Es en esa interacción que el nuevo conocimiento adquiere significados y el conocimiento previo se modifica y/o adquiere nuevos significados.

Raymundo Calderón Sánchez¹¹, expone las siguientes características del constructivismo

1. El aprendizaje es la búsqueda de significado.
2. El significado requiere entender tanto el todo como las partes.
3. Para enseñar, los maestros deben entender los modelos mentales que los estudiantes utilizan para percibir el mundo y las presunciones que ellos hacen para apoyar esos modelos.
4. El propósito del aprendizaje es construir significados propios.

¹⁰ Ibíd. pág. 52

¹¹CALDERON, Raymundo. Constructivismo y aprendizajes significativos.
<http://www.monografias.com/trabajos7/aprend/aprend.shtml>

2.1.2 Geometría Activa

Lineamientos curriculares de Matemáticas¹² considera la Geometría Activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos y también como herramienta de exploración y representación del espacio, partiendo de la actividad con el alumno y su confrontación con el mundo, donde se da prioridad a la actividad antes que a la contemplación pasiva de figuras y símbolos.

La propuesta metodológica se basa en “hacer cosas” como moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operativos el material para la conceptualización o representación interna.

2.1.3 Niveles de Van Hiele

Fernando Berritzegune¹³ cita la teoría de Van Hiele, quien considera que el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento, “que no van asociados a la edad” y “que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente”. Van Hiele concreta que “alcanzar un nivel superior de pensamiento significa que con un nuevo orden de pensamiento, una persona es capaz respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos”.

Esta teoría habla acerca de que “no hay un método panacea para alcanzar un nuevo nivel, pero mediante unas actividades y enseñanzas adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición”.

¹² MINISTERIO DE Educación Nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas MEN. Santafé de Bogotá 1998. Vol. 3

¹³ BERRITZEGUNE, Fernando. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. p 68. Disponible en: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf>

Fernando Berritzegune¹⁴ expone que los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4. Estos niveles se denominan de la

Siguiente manera:

Nivel 0: Visualización o reconocimiento

Nivel 1: Análisis

Nivel 2: Ordenación o clasificación

Nivel 3: Deducción formal

Nivel 4: Rigor

2.1.3.1 Nivel 0: Visualización o reconocimiento

Tres son las características fundamentales de este nivel:

- 1) Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
- 2) Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
- 3) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo.

¹⁴ Ibíd. Pág. 70

2.1.3.2 Nivel 1: Análisis

- 1) Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
- 2) De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
- 3) Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades.
- 4) Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

2.1.3.3 Nivel 2: Ordenación o clasificación

Alcanzar este nivel significa que:

- 1) Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva a entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.
- 2) Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades se derivan de otras, estableciendo relaciones entre éstas y sus consecuencias.

- 3) Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no entienden su estructura. Esto se debe a que desde su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría Euclidiana.

2.1.3.4 Nivel 3: Deducción formal

- 1) En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.
- 2) Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.
- 3) Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.
- 4) Adquirido este nivel se logra un alto razonamiento lógico, que permite una visión globalizadora de las Matemáticas.

2.1.3.5 Nivel 4: Rigor

- 1) Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

- 2) Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

Los anteriores niveles enmarcan los pasos que un estudiante puede seguir para alcanzar un mayor nivel en sus conocimientos referentes a la geometría.

2.2 Estado del arte de la enseñanza de las Matemáticas a través de la Astronomía en Latinoamérica

A continuación se presenta el Estado del Arte construido en el seminario de grado: “Diseño de una guía metodológica para potenciar el pensamiento espacial a través de la construcción de escenarios de aprendizaje basados en Astronomía en dos instituciones de la ciudad de Popayán”.

- Experiencias educativas en las cuales se evidencia la relación Astronomía - Matemáticas en los procesos de enseñanza.

2.2.1 Actividades didácticas apoyadas en aspectos de la cultura Maya

Este artículo contiene un proyecto educativo que propone actividades didácticas basadas en algunos aspectos históricos y culturales de la civilización Maya, con el fin de desarrollar la creatividad y favorecer el progreso del pensamiento espacial y sistemas geométricos a través de la Geometría en estudiantes de séptimo grado.

Como principal aporte del anterior artículo, se resalta el interés por desarrollar una propuesta didáctica basada en aspectos como: la Geometría, la Geometría activa y la Astronomía entre otros, presentando actividades en las cuales se aprecia algunos temas de Astronomía útiles para la realización de la guía metodológica de este seminarios de grado, tales como calendario Maya, la observación del cielo y

la utilidad de combinarla con el geoplano obteniendo así una herramienta didáctica la cual estimula la creatividad de los estudiantes, además de compartir la necesidad de enseñar y aprender Geometría a través de lo que nos rodea, llegando así a un conocimiento más duradero, logrando con ello impulsar el pensamiento espacial (ver anexo A)

2.2.2 Proyecto Eratóstenes

El principal objetivo de este proyecto es calcular el valor del radio de la Tierra utilizando el método que Eratóstenes siguió hace 2300 años. A propósito del año internacional de la Astronomía 2009, varios centros educativos midieron el radio de la tierra con el método de Eratóstenes, en la web se han publicado algunos resultados de las mediciones del radio de la tierra y fotografías tanto del dispositivo utilizado para realizar las mediciones, como de la Tierra para ver la manera en la cual la luz incide sobre el dispositivo y este proyecta sombra lo cual es indispensable para realizar el cálculo del radio (ver Anexo B).

El aporte del proyecto Eratóstenes se evidencia en la creación de una actividad educativa basada en Astronomía, la cual se puede adaptar para la enseñanza de algunas nociones de Geometría contribuyendo así al desarrollo del pensamiento espacial.

2.2.3 Aprendamos Matemáticas a través de la Astronomía

La escuela Presidente Balmaceda de Chile creó un proyecto centrado en mejorar los niveles de educación de Matemáticas en los estudiantes, aprovechando el medio geográfico en el que se encuentra; ya que la región Balmaceda de Chile cuenta con zonas geográficas que albergan importantes observatorios

internacionales (ver Anexo C). La idea es aprovechar este recurso natural en función del aprendizaje de las Matemáticas en particular de Geometría y Cálculo.

La creación de este proyecto muestra la viabilidad de aprender Matemáticas a través de la Astronomía, sin embargo no se encontró publicada la propuesta creada para tal fin. Las actividades realizadas utilizan el medio que rodea la población para cumplir con el objetivo presentado, aunque cabe resaltar que no siempre se debe contar con un observatorio, pues es factible utilizar otros recursos como observar a simple vista, usar observatorios virtuales, consultar programas planetarios entre otros; que son de mucha ayuda a la hora de aprender sobre el cosmos.

Aunque el proyecto se inició en 1998 y finalizó en 2001, en la actualidad se encuentra integrado dentro del currículo de la escuela, esto indica que su aceptación ha sido evaluada como positiva y que su proyección a futuro es un hecho para la comunidad educativa.

2.2.4 Programa Galileo para profesores.

El Programa Galileo para profesores, es un proyecto que se puso en marcha debido al año internacional de la Astronomía, cuyo objetivo principal es crear para el 2012 una red global de formación y recursos astronómicos para profesores, allí se encontrarían herramientas para el empleo de telescopios ópticos y radioastronómicos a través de internet, webcams, ejercicios de astronomía, programas web planetarios, entre otros (ver Anexo D).

Dentro de este programa se encuentran propuestas didácticas como el proyecto, "El universo en tus manos", denominado EU-HOU, basado en la

realización y análisis de observaciones astronómicas obtenidas por los propios estudiantes. En una de sus aplicaciones se propone un Laboratorio de Matemáticas con herramientas para introducir a los alumnos en cálculo vectorial, combinatorios y algorítmicos utilizando como base los viajes interplanetarios.

Por tanto, es un trabajo que motiva a diseñar propuestas innovadoras dirigidas a enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas por medio de recursos basados en Astronomía disponibles en la web y al uso de las nuevas tecnologías.

2.2.5 Webquests de Astronomía

Es una experiencia enmarcada en el proyecto Minerva EU-HOU que expone la metodología utilizada para iniciar la formación de futuros profesores de secundaria, en la elaboración de recursos que motivan hacer Matemáticas a través de Astronomía. Para la elaboración del material curricular se adopta el modelo de investigación Webquests inspirado en el paradigma constructivista que añade elementos de aprendizaje cooperativo (ver Anexo E)

Según Inés M. Gómez Chacón y César Rodríguez gestores de la experiencia, el resultado de este proyecto ha sido muy positivo, ya que se ha logrado con los profesores en formación inicial; una mejor reflexión acerca de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. También se resalta por parte de los profesores en formación el trabajo en equipo, la colaboración entre compañeros y el intercambio de ideas.

2.2.6 La enseñanza de las Matemáticas

En el artículo de Gonzalo Duque Escobar, se debaten las actuales problemáticas pedagógicas y educativas de la enseñanza de las Matemáticas. Adicionalmente propone trabajar más en doble vía entre Matemáticas y otras ciencias como la Cosmología, lo cual es un antecedente que refleja la necesidad de innovar en la enseñanza de las Matemáticas y propone esta ciencia para que los alumnos se motiven con la Geometría lo que genera ideas para el diseño de actividades basadas en Astronomía para la enseñanza de la Geometría. Sin embargo carece de propuestas educativas para la enseñanza de las Matemáticas (ver Anexo F).

2.2.7 Propuesta de actividades complementarias y extraescolares del departamento de Matemáticas

Este informe escolar, socializa cómo en una institución académica se inquietan por utilizar diferentes medios para que los estudiantes asimilen diferentes temas de Matemáticas (ver Anexo G). Este trabajo es importante ya que entre las actividades extraescolares incluyen actividades relacionadas con Astronomía cuyo objetivo es comprender conceptos Matemáticos entre los cuales se incluyen conceptos geométricos mediante visita al Real Observatorio de la Armada de San Fernando y visita al Real Observatorio del Centro Andaluz de Estudios Marinos.

2.2.8 Aleph sub-cero

Este artículo divulga una amplia categoría de temas en las ciencias Físico-Matemáticas relacionadas con temas de Astronomía, a una audiencia que va desde estudiantes de pregrado interesados en estas ciencias, hasta maestros y profesores del área en todos los niveles: desde la escuela, colegio hasta la universidad (ver Anexo H); tiene como finalidad estimular el interés por las Matemáticas, la Física y la Astronomía en toda la comunidad educativa.

- Proyectos que generan material didáctico en Astronomía para la enseñanza de otras ciencias como las Matemáticas.

2.2.9 Actividades basadas en Astronomía y Geometría, inicialmente dirigidas a educadores

Es un proyecto educativo; dirigido a profesores inicialmente de Inglaterra. Busca que tanto los profesores como los estudiantes se interesen por la ciencia mediante actividades basadas en Astronomía. Como principal aporte se resalta la Wiki-HOU donde se encuentran contenidos educativos de Matemáticas, Física y Astronomía, (ver Anexo I). Este recurso es de gran ayuda al momento de consultar qué aspectos de la Astronomía relacionan la Geometría y otras ciencias, ya que se plantean ejercicios que incluyen las dos áreas (como por ejemplo hallar el diámetro de la Luna con una moneda, entre otros), una guía de cómo pueden ser resuelto, y además se puede consultar los temas de Matemáticas involucrados en el ejercicio dentro de la misma Wiki.

2.2.10 Kit educativo de la ESA (Agencia Espacial Europea)

El kit educativo de la ESSA está constituido por actividades las cuales se basan en la construcción de la ISS (estación espacial internacional,) lo cual según la E.S.A es fuente de varios tipos de aprendizajes (ver Anexo J). Como principal aporte se tiene la creación de material sencillo, que pueda incorporarse a las aulas escolares las cuales se basan en el trabajo y la vida a bordo de la ISS ya que tienen muchos aspectos fascinantes que pueden aplicarse a distintas materias y tareas que se imparten en los colegios, como: Matemáticas, Física, Historia entre otras.

El kit educativo de la ISS se ha diseñado, como herramienta de referencia y fuente de ideas para los profesores, muestra cómo las actividades que contiene pueden ser interdisciplinarias constituyéndose en uno de los logros de enseñar a través de la Astronomía, lo anterior es una de las razones por la cual se destaca la creación de este Kit educativo.

2.2.11 Cielo Sur

Es un trabajo interesante porque consiste en la elaboración de actividades didácticas en las diferentes áreas relacionadas con Astronomía.

El aporte de este trabajo, muestra experiencias con actividades didácticas para la enseñanza de la Astronomía fáciles de realizar, y algunas realizadas desde otras áreas como Artes, Química Biología, Física e incluso con Matemáticas como el proyecto Eratóstenes (ver Anexo K). Los resultados de estas experiencias han sido positivos, y algunos de ellos se pueden adaptar a la enseñanza de algunos temas de Geometría, que aportan al desarrollo del pensamiento espacial.

2.2.12 Dedicuemos tiempo para medir el tiempo

Este artículo muestra algunas actividades educativas que contribuyen a la creatividad en las aulas escolares, orientadas a medir el tiempo y la construcción de instrumentos de medición del mismo; como por ejemplo la elaboración de un reloj solar, un reloj de arena, entre otros, utilizando conceptos de Geometría como circunferencia, círculo, radio, diámetro, ángulos, triángulos, etc. (ver Anexo L); sin embargo, no se trabaja con el fin de enseñar estos temas de Geometría.

El aporte a este trabajo fueron algunas actividades relacionadas con Astronomía donde se requieren temas de Geometría para su desarrollo, por ejemplo la construcción de un reloj de Sol.

2.2.13 Las Matemáticas en el cielo

Este es un proyecto educativo para alumnos de séptimo, octavo y noveno grado donde se involucran temas de matemáticas y Astronomía, cuyo objetivo es acercar a los estudiantes a la Astronomía por medio de las Matemáticas (ver Anexo M). Las Matemáticas en el cielo es una propuesta que contiene actividades interesantes que se pueden incluir en el aula escolar, trata diferentes temas lo cual ayuda a visualizar que se pueden trabajar diferentes pensamientos a la hora de relacionar la Astronomía y las Matemáticas.

Con lo anterior se concluye que la Astronomía es una ciencia que se puede relacionar fácilmente con otras ciencias entre ellas las Matemáticas, pues sirve como herramienta didáctica para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje en las aulas escolares, además es importante resaltar que se puede seguir trabajando en la construcción de escenarios que utilicen la Astronomía como medio de aprendizaje de otras ciencias en particular de la Matemática.

3. GUÍA METODOLÓGICA

Como resultado del presente Seminario de Grado, se crea una estrategia dirigida a docentes de Matemáticas, que se consolida en la documentación de una aproximación a una guía metodológica, cuyo objetivo principal es estimular el pensamiento espacial y sistemas geométricos en estudiantes de séptimo grado, utilizando la Astronomía como elemento motivador y generador de nuevos mecanismos de enseñanza, “los cuales buscan que el aprendizaje se dé a través de un proceso mental que conlleve a la adquisición de un nuevo conocimiento, además de que exista la posibilidad de construir y adquirir una nueva competencia que le permita al estudiante generalizar, es decir, aplicar lo ya conocido a una nueva situación.”¹⁵

Esta estrategia busca mejorar la forma de enseñar Geometría en las aulas escolares haciendo primordial el hecho de aprender de una manera transversal involucrando otras ciencias, innovando en este caso con la Astronomía, aprovechando de ellas recursos que brinden nuevas y significativas situaciones de aprendizaje.

La guía metodológica que fortalece la estrategia recopila diez actividades dirigidas a docentes de Matemáticas, las cuales están fundamentadas en los estándares básicos de competencias en Matemáticas¹⁶ del grado séptimo, específicamente

¹⁵CALDERÓN S, Raymundo. Constructivismo y aprendizajes significativos. <http://www.monografias.com/trabajos7/aprend/aprend.shtml>. Marzo del 2007.

¹⁶ MINISTERIO DE educación nacional. Estándares básicos de competencias en Matemáticas. Santafé de Bogotá. Pág. 84

del pensamiento espacial y sistemas geométricos, los cuales se utilizaron como objetivo principal de cada actividad.

Cada una de ellas está estructurada de la siguiente forma: Título de la actividad, objetivo general y específicos, recursos; materiales y el tiempo necesario para la realización de la misma, referentes teóricos de Astronomía y Geometría, descripción de la actividad, evaluación dirigida a los estudiantes de los temas de Geometría vistos, algunas recomendaciones para los profesores que utilicen la guía, la relación de la actividad con otros estándares tanto los que se necesitan antes, como los que se pueden lograr después de la realización de la misma y la relación con otros pensamientos que conforman el pensamiento matemático.

A continuación se describen las actividades que componen la guía

3.1 Actividad 1: Modelo de Saturno

Objetivo general: Identificar y describir figuras planas generadas por cortes rectos y transversales realizados a objetos tridimensionales como la esfera.

Objetivos específicos

- Recordar y afianzar conceptos básicos de Geometría, mediante la construcción de un modelo del planeta Saturno.
- Reconocer figuras planas como el círculo y la circunferencia, generadas a partir de cortes planos utilizando una bola de icopor.

Recursos

Materiales

- Un disco compacto (CD) que ya no se utilice.
- Una bola de icopor de 5 cm de diámetro.
- Pegante
- Palillos de madera
- Un pincel delgado
- Tempera de diferentes colores
- Corta icopor eléctrico
- Video; Saturno una estrella de cine. (opcional dependiendo de los recursos de la institución). Disponible en:
<http://www.youtube.com/watch?v=w7ppShvaunk&feature=related>:

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

Saturno: “Saturno el planeta de los anillos, ha sido siempre fácil de localizar, sus movimientos aparentes sobre las constelaciones son tan poco apresurados que se acostumbra a verlo casi siempre en el mismo lugar durante meses enteros.”¹⁷

“Saturno, casi 10 veces más alejado del Sol que la Tierra, gira lentamente alrededor del él, completando un año saturnino en aproximadamente 30 años terrestres. Dado que los anillos están inclinados con respecto al plano en el cual

¹⁷COMELLAS, José Luis. Guía del firmamento séptima edición, pág.171, http://books.google.com/books?id=qAlWaTYnw_oC&pg=PA171&dq=observaci%C3%B3n+de+saturno&hl=es&ei=Btv0Tbq6GpOtgfp3b2NBw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=%20saturno&f=false

gira alrededor del Sol, el aspecto de éstos en el cielo cambia gradualmente, de manera que cada 15 años se hallan de perfil desapareciendo aparentemente de nuestra vista.”¹⁸

De acuerdo a Michael Covington¹⁹ estas son algunas características del planeta Saturno:

- Diámetro: 120.536 Km
- Periodo de rotación: 10.6 horas
- Distancia media al sol: 1429 millones de Km

Figura 1: Planeta Saturno



http://picasaweb.google.com/lh/view?hl=es&xhr=t&q=saturno&cp=7&bav=on.2,or.r_gc.r_pw.&biw=1259&bih=582&wrapid=tljp1308857999539012&um=1&ie=UTF-8&sa=N&tab=wq#5224391774603571490

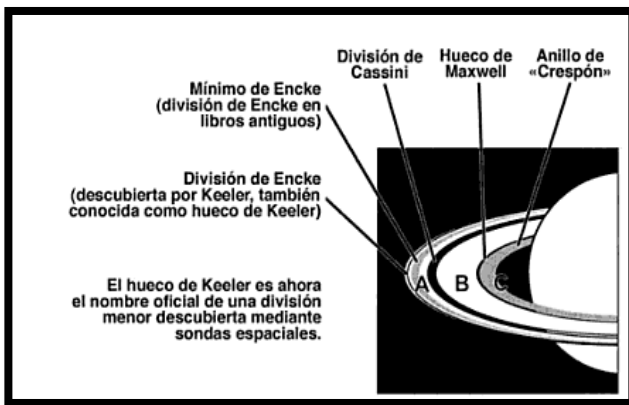
¹⁸ CARRASCO L, Esperanza y CARRAMIÑANA, Alberto. DEL Sol a los confines del Sistema Solar. Fondo de Cultura Económica. Primera Edición, 2005. Pág. 58

¹⁹ COVINGTON, Michel A. Objetos celestes para telescopios modernos, pág. 58, http://books.google.com/books?id=CNlIGCfDgY4C&pg=PA58&dq=anillos+de+saturno&hl=es&ei=rBL0TfCAOo2Etf6tsCbBw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CD0Q6AEwAw#v=onepage&q=anillos%20de%20saturno&f=false

Anillos de Saturno

“Los anillos de Saturno, uno de los espectáculos más fascinantes del Sistema Solar. En realidad se pueden diferenciar al menos 10.000 anillos compuestos de granos de hielo y polvo gravitando independientemente en bandas de apenas decenas de metros de espesor.”²⁰

Figura 2: Anillos de Saturno



<http://books.google.com/books?id=CNlIGCfDgY4C&pg=PA58&dq=anillos+de+saturno&hl=es&ei=rBL0TfCAOo2Etgf6tsCbBw&sa=>

Referentes teóricos de Geometría

Plano euclidiano

“El plano es una superficie indefinida, tal que si una recta tiene dos puntos comunes con ella, toda la recta deberá estar contenida en la superficie. El plano es ilimitado, pero en ocasiones se representa por medio de un paralelogramo.”²¹

²⁰ PUERTA Restrepo, Germán. Ciencia explicada. Astronomía. Intermedio Editores, una División de Círculo de Lectores S.A. Pág. 103

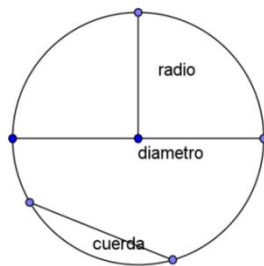
²¹ CASANOVA, Manuel. Geometría plana y del espacio. Séptima edición. Cap. IV. Pág. 316

Según Manuel Casanova²² **la circunferencia** es el lugar geométrico de los puntos del plano, que equidistan de un punto fijo llamado centro.

Definiciones: Manuel Guiu²³ expone algunos elementos de la circunferencia:

- Una cuerda, es un segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- El diámetro, es toda cuerda que pasa por el centro de la circunferencia y la divide en dos semicircunferencias.
- Se llama radio, al segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.
- Un arco es la parte de circunferencia comprendida entre dos de sus puntos.

Figura 3: Elementos de la circunferencia



Realizado en el programa Geogebra

²² Ibíd. pág. 34

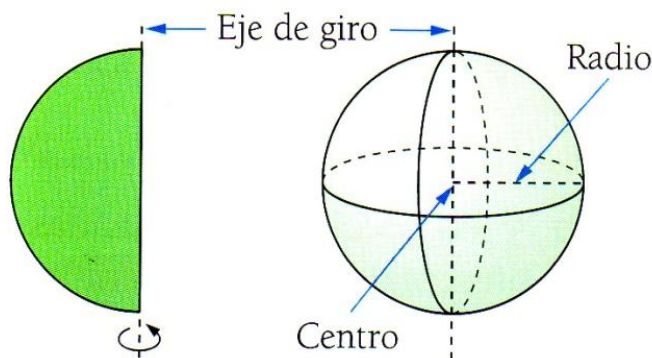
²³ Ibíd. pág. 34

El círculo: “es la porción del plano limitada por la circunferencia.”²⁴. “Todo diámetro divide a la circunferencia y al círculo en dos partes iguales, llamadas semicircunferencia y semicírculo.”²⁵

Superficie esférica: “es la generada por la rotación completa de una semicircunferencia, alrededor de su diámetro.”²⁶

Según Manuel Guiu ²⁷ la esfera es el lugar geométrico de los puntos del espacio equidistantes de un punto fijo llamado centro, o también, es el cuerpo generado por la rotación de un semicírculo alrededor de su diámetro. El centro, el radio y el diámetro del semicírculo generador son respectivamente el centro, radio y diámetro de la esfera.”

Figura 4: Esfera generada por un semicírculo



<http://www.jmanuelgarcia.110mb.com/suprevol/suprevol.htm>

²⁴ Ibíd., pág. 34

²⁵ Ibíd., pág. 35

²⁶ Ibíd., pág. 420

²⁷ Ibíd., pág. 420

De acuerdo a E. Moise²⁸ los elementos de una esfera se definen de la siguiente manera:

El radio: Sea P el centro de la esfera y Q un punto cualquiera de la misma, entonces el segmento PQ es un radio de la esfera.

Cuerda: Sea R y S dos puntos cualesquiera de la recta el segmento RS se denomina cuerda de la esfera.

Diámetro: Es la cuerda más larga que contiene el centro de la esfera.

Descripción de la actividad

La actividad consiste en elaborar un modelo de Saturno, de la siguiente manera

Paso 1: Construcción de las semiesferas

Pedir a los estudiantes que dividan por la mitad la pelota de icopor, utilizando un corta icopor eléctrico, en caso de no contar con este elemento se sugiere utilizar un exacto o cuchillo afilado (Ver figura 5).

Figura 5: Cortando la esfera de icopor



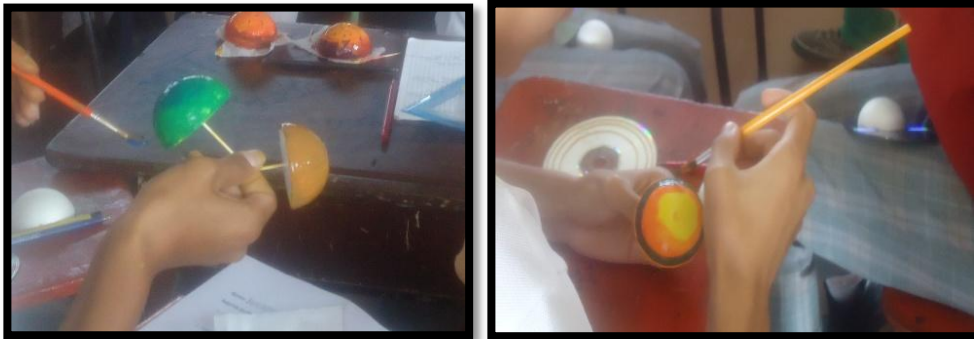
Foto tomada por Diana Chilito

²⁸ MOISE, E. Elementos de geometría superior. Octubre de 1962 pág. 250

Pasó 2: Decoración del planeta

- a) Indicar que coloquen un palillo en el lado plano de cada semiesfera de icopor, para que sirvan de sostén mientras se pintan las semiesferas que harán parte del modelo de Saturno que se va a construir. (Ver figura 6)

Figura 6: Decorando a Saturno



Fotos tomadas por Diana Chilito

- b) Para decorar los anillos de Saturno, pedir a los estudiantes que decoren con temperas, hilo y escarcha el lado más opaco del CD (ver figura 7).

Figura 7: Decorando los anillos de Saturno



Foto tomada por Diana Chilito

Mientras seca la decoración de los anillos de Saturno, se pide a los estudiantes retomar las dos semiesferas que se decoraron al inicio de la actividad, y con base a lo que observan en ellas, respondan las siguientes preguntas:

1. Reconocer y escribir, ¿qué figuras geométricas se obtienen al dividir en la mitad la bola de icopor?
2. Tomar una de las mitades de la bola de icopor y observar qué figura describe la parte plana generada por el corte que se hizo a la pelota.
3. Medir el diámetro y el radio del círculo encontrado en el punto 2 y anotar los datos.

Pasó 3: Armar el planeta

Con ayuda de los palillos y con pegante, encajar las dos semiesferas decoradas anteriormente, de tal manera que el CD que representa los anillos de Saturno quede entre las dos semiesferas. (Ver figura 8)

Figura 8: Modelo de Saturno



Foto tomada por Diana Chilito

El modelo de Saturno se puede colgar y al girar, se verán los "anillos" desde distintos ángulos, tal como se ve el verdadero Saturno desde la Tierra.

Evaluación

La siguiente evaluación se hace teniendo en cuenta el procedimiento de la actividad realizada.

Analizar y responder lo siguiente

- a) ¿Qué sucede a medida que los cortes planos realizados a una esfera se alejan del centro?
- b) ¿En cuál de los cortes planos realizados a una esfera, se encuentra el círculo más grande?
- c) ¿Qué figura geométrica representa el CD utilizado en la construcción del modelo de Saturno?
- d) ¿A qué figura geométrica se asemeja cada anillo del modelo de Saturno?

Recomendaciones

- Cada estudiante debe tener la oportunidad de realizar por lo menos un corte a la bola de icopor para una mejor visualización de lo que sucede en cada paso y de la figura plana que allí se describe.
- Aclarar, que en realidad los anillos de Saturno tienen forma elíptica, mas no circular, como el CD que se utilizó por conveniencia para la actividad.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.

Relación con otros pensamientos

La actividad Modelo de Saturno ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares:

Pensamiento métrico y sistema de medidas

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.

3.1.2 Actividad 2: El Misterio de los Anillos de Saturno

Objetivo general: Representar objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.

Objetivos Específicos

- Dibujar y diferenciar desde diferentes posiciones y vistas los anillos de un Modelo de Saturno en su órbita alrededor del Sol.
- Reconocer y dibujar atributos de objetos tridimensionales.

Recursos

Materiales

- Un modelo de Saturno
- Alambre de cobre
- Cinta pegante
- Alicata
- Papel
- Lápiz
- Video; El planeta Saturno acerca de las características de los anillos de Saturno. <http://www.youtube.com/watch#!v=z24FcDA6ZuE&feature=related>.

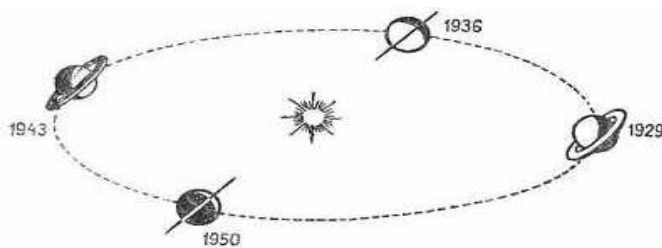
Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

La desaparición de los anillos de Saturno

Según Perelman Yakov²⁹ en el año 1921 se propagó un rumor de que Saturno había perdido sus anillos y que los fragmentos del anillo destruido volaban por el espacio sideral en dirección al Sol y en su camino caerían sobre la Tierra. Incluso se indicaba el día en que se produciría el encuentro catastrófico.

Figura 1: Posiciones que ocupan los anillos de Saturno con relación al sol



Perelman, Yakov, citado por Barros, Patricio y BRAVO, Antonio. Astronomía recreativa. Capítulo 3, pág. 11

El origen de este rumor sensacional se debió a que en el año mencionado los anillos de Saturno dejaron de ser visibles y durante un corto tiempo; "desaparecieron", lo que se interpretó como una desaparición física, es decir, como una ruptura de los anillos, y se adornó posteriormente el suceso con detalles que llegaban incluso a la catástrofe universal, hablándose de la caída de los fragmentos de los anillos en el Sol y de su inevitable encuentro con la Tierra. Además, los anillos de Saturno son muy delgados, su espesor mide sólo dos o tres decenas de kilómetros; en comparación con su ancho, tienen la delgadez de una hoja de papel. Por esto, cuando los anillos se colocan de perfil al Sol, sus superficies superiores e inferiores no son iluminadas, y los anillos se hacen

²⁹ PERELMAN, Yakov, citado por BARROS, Patricio Y BRAVO, Antonio. Astronomía Recreativa. Traducción de Manuel Megias. Capítulo 3, pág. 11

invisibles. También resultan invisibles cuando se colocan de perfil al observador terrestre.

Observación de Saturno

“Saturno es el planeta de los anillos. Los cuatro planetas gaseosos, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno, tienen anillos, pero los de Saturno son inigualables en belleza, extensión y variedad. Además, son los únicos que pueden observarse desde la tierra con los telescopios.”³⁰

Referentes teóricos de Geometría

La Elipse

De acuerdo a Manuel Casanova³¹ una elipse es el lugar geométrico del conjunto de puntos del plano, tales que la suma de la distancia a dos puntos fijos, llamados focos, es siempre igual (equivalente a la longitud del semieje mayor de la elipse).

Figura 2: Elipse de eje mayor (AB) y menor (el CD) y de centro el punto O

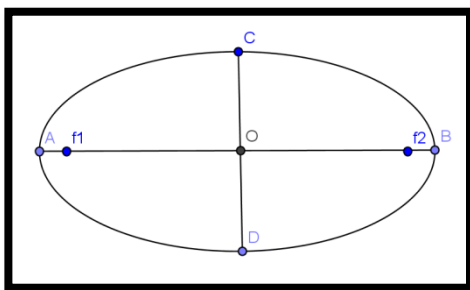


Imagen Geogebra

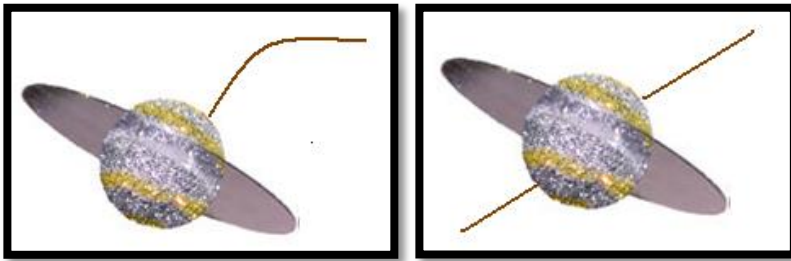
³⁰ PUERTA Restrepo, Germán. Ciencia explicada. Astronomía. Intermedio Editores, una División de Círculo de Lectores S.A. Pág. 101.

³¹CASANOVA GUIU, Manuel. Geometría plana y del espacio. Séptima edición. Cap. IV. Pág. 205

Descripción de la actividad

1. Pedir a los estudiantes que formen grupos de cuatro personas como máximo, cada grupo tendrá un Modelo de Saturno (este podrá ser elaborado con anterioridad) además contarán con 3 metros de alambre el cual se utilizará para modelar la órbita del planeta.
2. Uno de los integrantes del grupo debe introducir el alambre desde la parte superior del modelo de Saturno a 1.5 cm del eje de giro de la esfera, dirigir el alambre hacia el fondo de modo que pase por el orificio del CD. (Ver figura 3).

Figura 3: Cómo introducir el alambre



http://spaceplace.nasa.gov/sp/kids/cassini_make2.shtml

4. Después de que hayan pasado la punta del alambre y este haya atravesado completamente el modelo de Saturno, pedir que unan los dos extremos con ayuda de cinta, para así obtener curva cerrada. Una vez formada la curva cerrada, solicitar a los estudiantes que le den forma de elipse teniendo en cuenta la teoría expuesta, para que ésta haga las veces de órbita de Saturno. (Ver figuras 4)

Figura 4: Órbita de Saturno



Foto tomada por Diana Chilito

5. Después de que cada grupo arme la órbita de Saturno, un integrante hace las veces de observador desde la Tierra y se ubica en el centro O de la elipse (ver figura 2); otro hace de auxiliar y es el que lleva a Saturno a las siguientes posiciones en la elipse: B, C, A y D (ver figura 2) los otros dos estudiantes deben sostener la órbita. La idea es llevar el planeta a las diferentes posiciones nombradas anteriormente y el estudiante que se encuentra en la posición O debe dibujar al planeta tal como lo observa en cada posición indicada (ver figura 5).

Nota: Los estudiantes de cada grupo se intercambian de posiciones y hacen lo mismo, la idea es que cada estudiante se ubique como observador en el centro O de la órbita y dibuje las diferentes vistas de Saturno.

Figura 5: Dibujando a Saturno



Foto tomada por Diana Chilito

Evaluación

1. Observar y describir las formas de los anillos de Saturno en las diferentes posiciones.
2. Describe con tus propias palabras ¿por qué se observan de distintas formas los anillos de Saturno, cada vez que éste cambia de posición?
3. Buscar posiciones en las que los anillos de Saturno se ven de igual forma, indicar algunas de ellas en la figura 2.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.

Relación con otros pensamientos:

La actividad El Misterio de los Anillos de Saturno, ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas el siguiente estándar:

Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos.

- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica

3.1.3 Actividad 3: Primera Ley de Kepler

Objetivo general: Identificar y describir figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales realizados a una superficie cónica.

Objetivos específicos

- Identificar las secciones cónicas que se obtienen al cortar mediante una superficie plana un cono formado por un rayo de luz.
- Presentar mediante sombras y luces las formas de las secciones cónicas obtenidas mediante el corte de un cono con una superficie plana.

Recursos

Materiales

- Una linterna
- Un salón oscuro
- Lápiz
- Regla
- Dos octavos de cartulina, uno de ellos de color oscuro (opción 1)
- Icopor
- Bandas elásticas.
- Palillos
- Cónicas. Video acerca de las cónicas. Disponible en:
http://www.youtube.com/watch?v=3kuIUKtEPHU&feature=player_embedded#at=25

Tiempo previsto para la actividad: 2 Horas

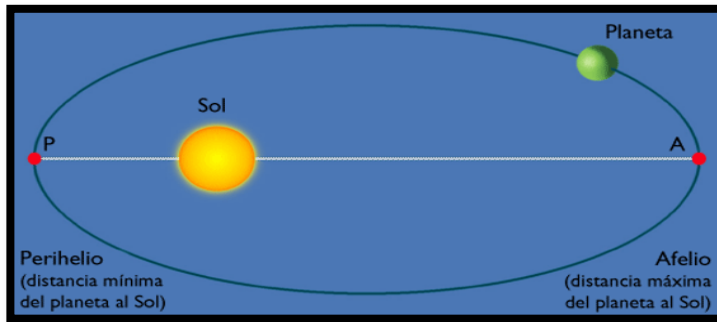
Referentes teóricos de Astronomía

Johannes Kepler astrónomo y matemático alemán “formuló tres leyes para el movimiento de los planetas en base a la posición de estos en diferentes tiempos”³²

³² STEWART, James. Calculo varias variables, trascendentes tempranas.2008 pág. 848

Primera Ley de Kepler del Movimiento Planetario: “Un planeta gira alrededor del sol siguiendo una órbita elíptica y uno de sus focos es el sol”³³

Figura 1: Órbita de un planeta alrededor del Sol

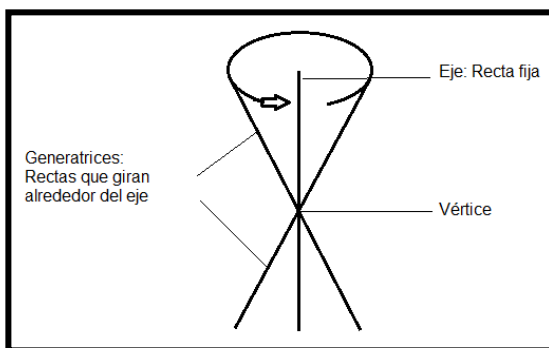


www.kalipedia.com/kalipediamedia/cienciasnatu

Referentes teóricos de Geometría

“Si se hace girar una curva plana alrededor de un eje en su plano, genera una *superficie de revolución*”³⁴

Figura 2: Superficie de revolución



Realizada en el programa Paint

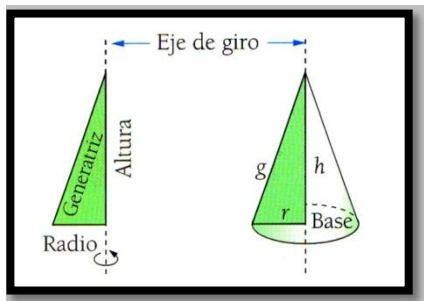
³³ Ibid. Pág. 848

³⁴ PURCELL, Joseph Edwin et al. Cálculo. Novena edición. Pág. 299

Superficie cónica de revolución: “superficie que genera una recta llamada generatriz que se mueve en el espacio, apoyándose siempre en un punto fijo llamado vértice, y resbala sobre una línea fija llamada directriz.”³⁵

El cono de revolución: “está limitado por una superficie cónica de revolución y un plano perpendicular al eje, también puede considerarse como generado por un triángulo rectángulo que gira alrededor de uno de sus catetos.”³⁶

Figura 3: Elementos del cono



<http://www.jmanuelgarcia.110mb.com/suprevol/suprevol.htm>

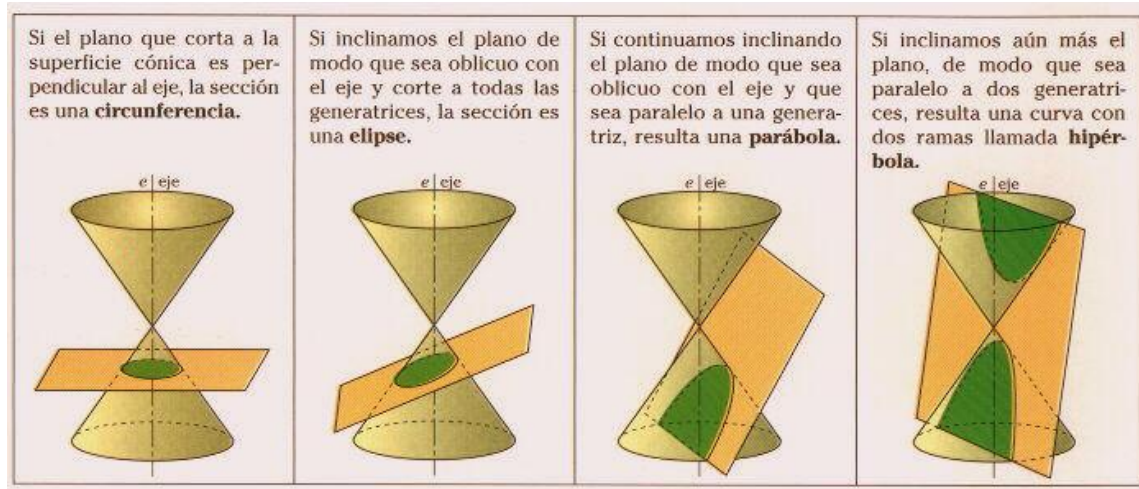
Cónica: “una sección cónica (o simplemente cónica) es la intersección de un plano y un cono doble (conos opuestos por el vértice), en la formación de las cuatro cónicas básicas el plano de intersección no pasa por el vértice del cono”³⁷

³⁵LANDAVERDE, Felipe de Jesús. Geometría .Pág.336.
http://books.google.com/books?id=CSVgfC9zVvIC&pg=PA335&dq=superficie+conica+de+revoluci%C3%B3n&hl=es&ei=21QCTvKqCuS30AHZ__ikDg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&sqj=2&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=superficie%20conica%20de%20revoluci%C3%B3n&f=false

³⁶ Ibíd. pág. 336

³⁷ LARSON, Hostetler. Prácalculo. Séptima edición. Sección 10.2.pag 735

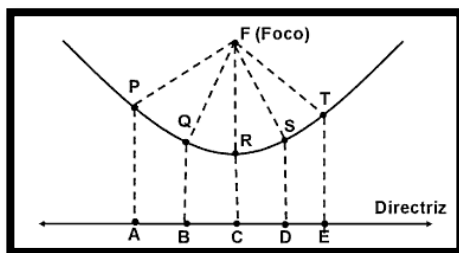
Figura 4: Cónicas



http://3.bp.blogspot.com/_9QpqE52sz_Q/TU1leQjOxol/AAAAAAAAADM/_YYPNJR8q7g/s1600/secciones_conicas.jpg

Parábola: “Es el lugar geométrico de puntos del plano que son equidistantes de una recta fija (directriz) y de un punto fijo (foco) que no está en la recta”³⁸

Figura 5: Parábola



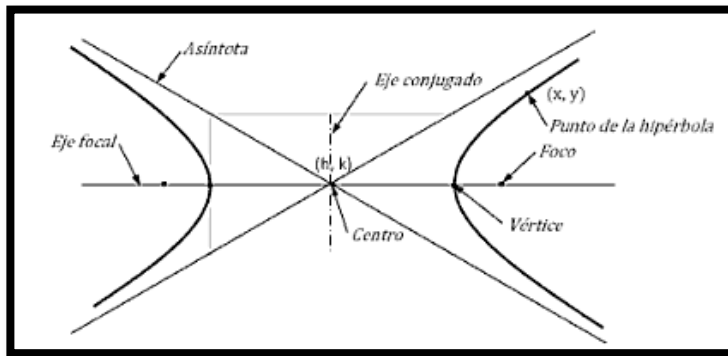
http://books.google.com/books?id=u6Dfi391Y5IC&pg=PA19&dq=definici%C3%B3n+de+parabola&hl=es&ei=ODT1TdiWEsBtgeqnJn2Bg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=5&ved=0CEAQ6AEwBA#v=onepage&q&f=false

³⁸ Ibíd. pág. 736

Hipérbola

“Es el lugar geométrico de los puntos del plano tales que, la diferencia entre las distancias de estos a dos puntos fijos es constante”³⁹

Figura 6: elementos de la hipérbola



http://books.google.com/books?id=u6Dfi391Y5IC&pg=PA32&dq=hiperbola&hl=es&ei=PDn1TZefHI Oitge4trmEBw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=7&ved=0CEkQ6AEwBg#v=onepage&q&f=false

Descripción de la actividad

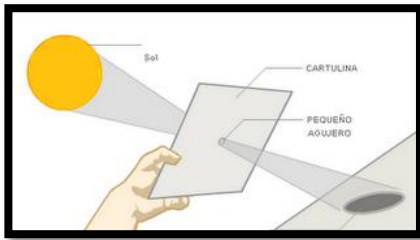
Para esta actividad se requiere de un día soleado. No obstante, se puede efectuar de dos formas, dependiendo de las condiciones climáticas.

Opción uno: Si se cuenta con un día soleado

- La actividad se puede realizar haciendo pasar rayos de sol a través de una cartulina por un orificio circular, para generar el cono de luz, y con otra cartulina cortar dicho cono en diferentes formas para obtener las cuatro cónicas. (Ver figura 7)

³⁹CASANOVA, Manuel. Geometría plana y del espacio. Séptima edición. Cap. IV. Pág. 205

Figura 7: Generando el cono de luz



<http://tiemposidereo.blogspot.com/2011/01/eclipse.html>

- b) Pedir a cada estudiante que con la cartulina oscura, corte el cono de luz en forma perpendicular a su eje para obtener el círculo. (Ver figura 8)

Figura 8: Generando el círculo

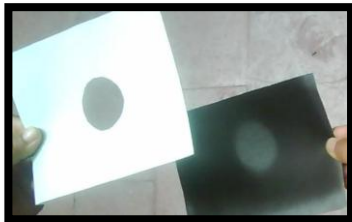


Foto tomada por Sirley Daza

- c) Indicar que corten el cono de luz con la cartulina un poco inclinada para obtener la elipse, que es la cónica que describen los planetas en su recorrido con el Sol en uno de sus focos. (Ver figura 9)

Figura 9: Generando la elipse



Fotografía tomada por Sirley Daza

- d) Ahora con la cartulina oscura, deben cortar el cono de luz en forma perpendicular a la cartulina que tiene el orificio para obtener la parábola. (Ver figura 10)

Figura 10: La parábola



Fotografía tomada por Sirley Daza

- e) Para obtener una rama de la hipérbola, cortar el cono de luz en forma paralela a la generatriz del cono. (Ver figura 11)

Figura 11: Generando la hipérbola

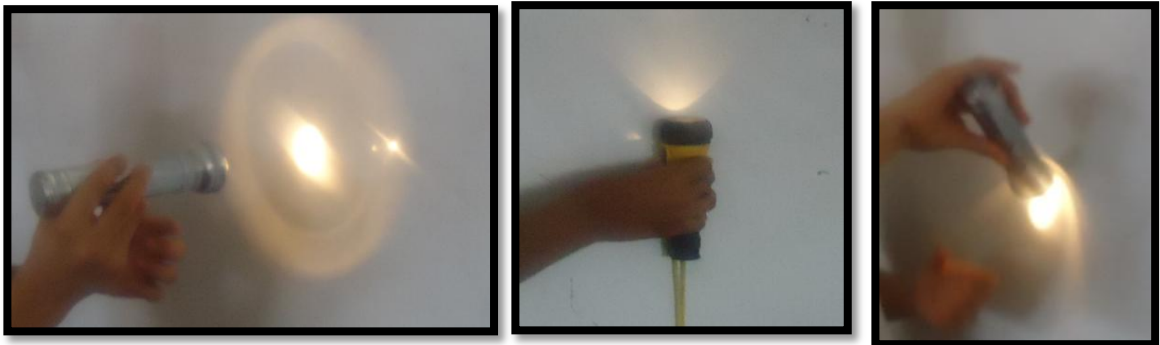


Foto tomada por Sirley Daza

Opción dos: Si no se cuenta con un día soleado, se puede realizar la actividad utilizando linternas.

1. Pedir que con una linterna se cree un cono de luz dirigido a una pared plana, obteniendo así una sección cónica. (Ver figura 12)

Figura 12: Cónicas mediante luces



Fotos de Diana Chilito

2. Luego solicitarles que dirijan la linterna hacia la pared en forma perpendicular a ella, así la pared corta también en forma perpendicular al cono de luz obteniendo un círculo formado por la luz de la linterna sobre la pared. (Ver figura 12)
3. Después pedir que inclinen un poco el cono de luz formando un ángulo de inclinación con la pared para obtener la forma de una elipse. Mientras mayor sea el ángulo de inclinación del cono de luz, más lejos se cierra la elipse.
4. Indicar que si el eje del cono está paralelo a la pared, la curva nunca se cierra y se obtiene una parábola formada por la luz de la linterna en la pared. (Ver figura 12).
5. Finalmente, sugerir que se separe un poco la linterna de la pared y se incline más el cono de luz obteniendo así una rama de hipérbola, girando la linterna hacia arriba y hacia abajo se obtendrán las dos ramas de la hipérbola.

Evaluación

1. En las siguientes figuras reconocer, señalar y describir ejemplos de cónicas.

Figura 13: Figuras cónicas y esféricas



2. En la siguiente figura identificar, escribir y dibujar las cónicas que se encuentren.

Figura 14: Radiotelescopio



http://marilapalma.blogspot.com/2010_08_01_archive.html

⁴⁰ http://www.quedatelo.com/juegos_madera/detalle/501033

⁴¹ http://4.bp.blogspot.com/_OD8zIRGY_Jw/TFhoVi9bsEI/AAAAAAAAADIE/onvAYPbX2PM/s1600/planeta.jpg

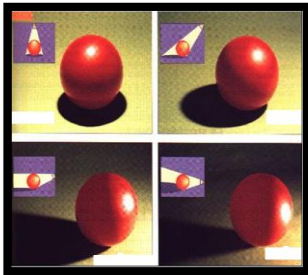
⁴² http://pendejaestasdolorito.blogspot.com/2010_07_01_archive.html

⁴³ http://www.imkerei.com/articulos/salamanca/color_mieles_boyaca.htm

⁴⁴ <http://galeria.dibujos.net/mas-dibujos/espacio/satelite-pintado-por-jhkp0-8098854.html>

3. Dibujar y describir la forma del recorrido que describen los planetas alrededor del Sol e indicar la posición que ocupan el planeta y el sol dentro de ella.
4. Las siguientes sombras se generan al alumbrar con una linterna una esfera desde diferentes ángulos. Identifique y escriba la cónica generada por la sombra. Ver la siguiente figura

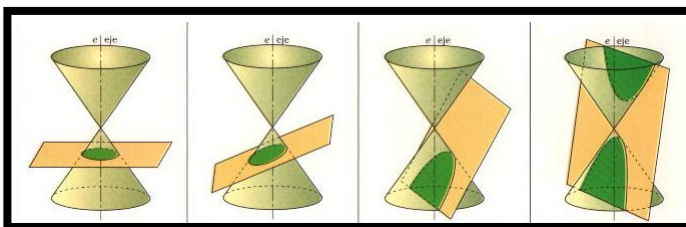
Figura 15: Sombras cónicas



<http://www.google.com.co/imgres?imgurl>

5. ¿Qué figuras describen los cortes realizados por los planos a las siguientes secciones cónicas? (Ver figura 16).

Figura 16: Secciones cónicas



www.astromia.com/glosario/fotos/conica.jpg

Actividad complementaria: Construcción de una elipse mediante el método del jardinero

Este método es el utilizado por los jardineros para hacer trazados con forma elíptica, pues ellos clavan dos estacas en el suelo unidas por una cuerda, sobre la cual se hace girar otra estaca de tal manera que esta va describiendo una elipse en su recorrido, alrededor de las dos estacas sembradas que hacen las veces de focos de la elipse. Teniendo en cuenta este método, se realiza la siguiente actividad.

1. Distribuir a los estudiantes dos palillos y pedirles que los fijen en una base de icopor gruesa, de tal manera que queden firmes.
2. Una vez queden firmes cada estudiante debe colocar una banda elástica alrededor de los palillos, teniendo en cuenta que ésta no quede tensionada; dependiendo de su tamaño será el tamaño de la elipse.(Ver figura 17)

Figura 17: Ubicación de los palillos y la banda de elástica

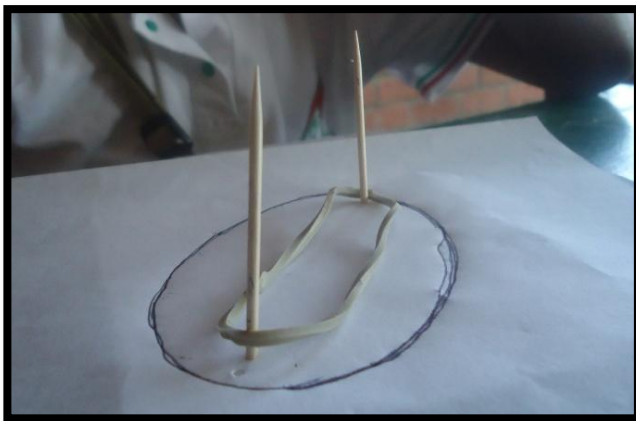


Foto tomada por Diana Chilito

3. Pedir a los estudiantes que coloquen un lápiz dentro de la banda elástica y formen un triángulo entre el lápiz y los palillos, procurando que la banda esté un poco tensa. (Ver figura 18)
4. Luego deben comenzar a girar el lápiz de manera que éste pueda ir marcando su recorrido; la figura resultante será una elipse. (Ver figura 18)

Figura 18: Trazando la elipse

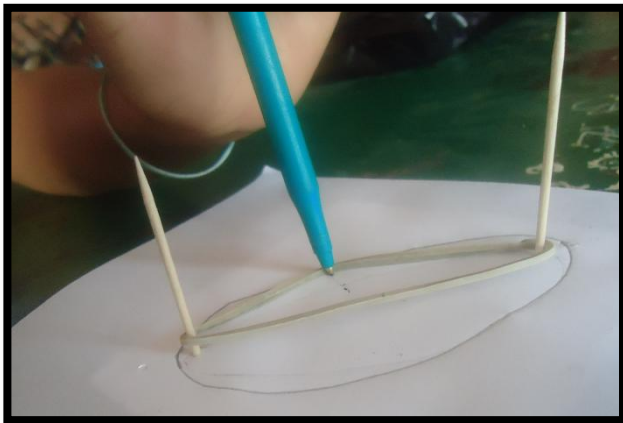


Foto por Diana Chilito

5. Pedir que tracen y midan el eje mayor y el eje menor de la elipse, además que verifiquen; que si se toman dos puntos cualesquiera sobre la elipse, la suma de las distancias ($r_1 + r_2$) desde los dos focos es siempre la misma.
6. El siguiente paso es explicar a los estudiantes que en el esquema del método del jardinero coloquen la plastilina amarilla sobre uno de los palillos que hacen de focos, la plastilina roja sobre el lápiz que describe el recorrido para que represente uno de los planetas como por ejemplo Marte (ver figura 19), y luego dibujen su órbita. ¿Qué figura se obtiene?

Figura 19: Bosquejo del procedimiento

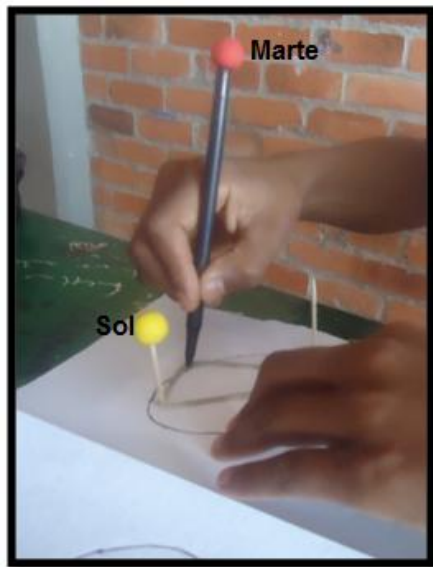


Foto tomada por Diana Chilito

7. Por último pedirles que hagan coincidir los dos palillos que hacen de focos de la elipse, fijarlos en un solo punto y con el lápiz entre los palillos y la cuerda, dibujar su recorrido, ¿qué figura describe el recorrido del lápiz?

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Identifico en forma visual, gráfica y algebraica algunas propiedades de las curvas que se observan en los bordes obtenidos por cortes longitudinales, diagonales y transversales en un cilindro y en un cono.

Relación con otros pensamientos

La actividad Primera ley de Kepler ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Cálculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.

3.1.4 Actividad 4: Constelaciones y Figuras Geométricas

Objetivo general: Clasificar polígonos en relación con sus propiedades

Objetivos específicos

- Conocer qué son las constelaciones y qué figuras geométricas pueden constituir.
- Reconocer en las representaciones de las constelaciones, algunos polígonos.
- Clasificar polígonos por algunas de sus propiedades.

Recursos

Materiales

- El cielo de noche” Video acerca de constelaciones, disponible en: <http://www.youtube.com/watch?v=lwRlu76TY-k>. (Opcional).

- Imágenes de constelaciones (Es conveniente seleccionar constelaciones donde las imágenes de los polígonos sean más visibles).
- El programa planetario Estellarium (Opcional).
- Geoplano
- Bandas elásticas.

Tiempo estimado de la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

Las Constelaciones

Según Vicent j. Martínez ⁴⁵en la antigüedad el ser humano utilizó algunas estrellas para orientarse, y se percataron que ciertos fenómenos periódicos de la esfera celeste estaban relacionados con el cambio de las estaciones. Como ayuda para recordar estos astros, los antiguos fueron agrupando las estrellas más brillantes en figuras imaginarias denominadas constelaciones. La mayoría de los nombres de las constelaciones proviene de la Grecia clásica. Se estableció un vínculo entre las constelaciones y las divinidades mitológicas, los griegos dieron nombre a 48 de ellas, todas visibles, desde el hemisferio norte. Hoy día se reconoce 88 constelaciones, 12 de las cuales se registran como zodiacales.

⁴⁵MARTINEZ, Vicente J. Astronomía fundamental. Pág.49.
http://books.google.com/books?id=n6VvcTAODNQC&pg=PA48&dq=las+constelaciones&hl=es&ei=o0b1TambFsXb0QH_n9nrDA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CDgQ6AEwAw#v=onepage&q=las%20constelaciones&f=false

Figura 1: Constelaciones



Constelaciones; Estellarium, programa planetario

Nombres de las constelaciones

“Las 130 estrellas más brillantes que poseen nombre propio proveniente de las tradiciones griega, romana o árabe. Estos nombres suelen encontrarse en dos formas: latinizada y adaptada al castellano, con la versión castellana entre paréntesis. Ejemplo: Sirius (Sirio), Castor (Cástor), Pollux (Pollux), Gemini (Géminis)...”⁴⁶

Figura 2: Mitología griega



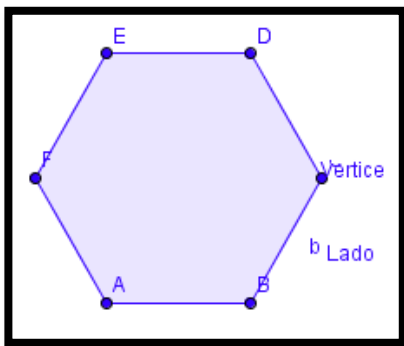
Estellarium, programa planetario

⁴⁶ Ibíd. pág.50

Referentes teóricos de Geometría

De acuerdo a Manuel Guiu⁴⁷ se da el nombre de polígono a toda figura plana limitada en todos sentidos por líneas rectas. Contorno o perímetro de un polígono es la suma de la medida de sus lados, el ángulo de un polígono está formado por cada dos lados consecutivos, los vértices de los ángulos son los vértices del polígono.

Figura 3: Polígono



Geogebra

Clasificación de polígonos según la longitud de sus lados

Polígono regular “es el que tiene sus lados y sus ángulos iguales, y los irregulares son aquellos que tienen al menos un ángulo o un lado desigual”⁴⁸

Clasificación de polígonos según el número de lados

De acuerdo a Patricia Ibáñez⁴⁹ los polígonos se clasifican:

⁴⁷ GUIU, Manuel. Geometría plana y del espacio con nociones de geometría proyectiva. séptima edición pág. 25

⁴⁸ Ibíd. pág. 26

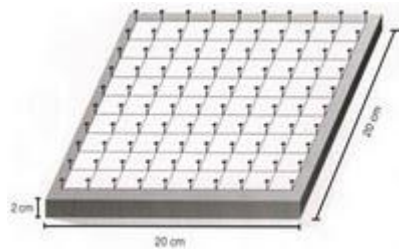
⁴⁹ IBAÑEZ, Patricia. y GARCIA, Gerardo. Matemáticas II, Geometría y Trigonometría.pag. 85. http://books.google.com.co/books?id=tDYtFqXGSMgC&pg=PT96&dq=CLASIFICACION%3%93N+DE+POLIGONO+S+POR+EL+NUMERO+DE+LADOS&hl=es&ei=2gQfTt2PIqrh0QGV49jdAw&sa=X&oi=book_result&ct=book-thumbnail&resnum=5&ved=0CEIQ6wEwBA#v=onepage&q&f=false

Triángulo (tres lados), cuadrilátero (cuatro lados), pentágono (cinco lados), hexágono (seis lados), heptágono (siete lados), octágono (ocho lados), eneágono (nueve lados)...

Geoplano

Es un recurso didáctico, que se utiliza para introducir algunos conceptos de geometría, este se construye en un cuadrado preferiblemente de madera (la longitud de sus lados puede variar). Se divide cada lado en partes iguales y luego se trazan líneas de lado a lado, consiguiendo así una cuadrícula, en cada punto de intersección se coloca un clavo quedando así construido el geoplano (Ver figura 4)

Figura 4: Geoplano

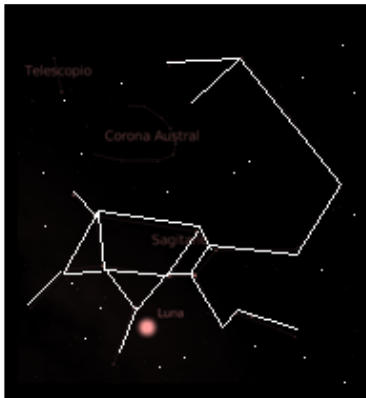


<http://www.anexagrupo4b.blogspot.com/2010/10/geoplano.html>

Descripción de la actividad

1. Presentar el video “El cielo de noche” acerca de las constelaciones y el por qué de sus nombres.
2. Formar grupos de estudiantes para trabajar con el geoplano (el número de grupos depende de el numero de geoplanos que hayan disponibles). Mostrar a los estudiantes imágenes de constelaciones por ejemplo la constelación de Sagitario (ver figura 5).

Figura 5: Constelación de Sagitario



Estellarium, programa planetario

3. Se pedirá a los estudiantes que estirando las bandas elásticas representen la constelación en el geoplano, cada banda elástica puede abarcar tantos clavos como se desee, en algunos casos una sola puede servir para representar un polígono completo. (Ver figura 6)

Figura 6: Representación de la constelación Sagitario en el geoplano



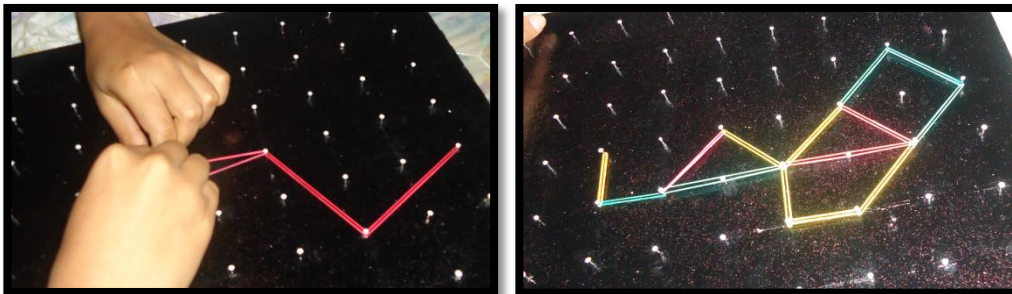
Foto tomada por Diana Chilito

4. *Fortalecimiento y evaluación de los aprendizajes:* En una bolsa de papel, se tendrán tarjetas con propiedades referentes a clasificación de los polígonos. Después de representar la constelación Sagitario en el

geoplano u otra⁵⁰, se pedirá reconocer características del polígono dependiendo de la tarjeta sacada de la bolsa de papel.

5. Representar constelaciones en el geoplano y solicitar que completen un polígono. Por ejemplo: Representar la constelación de Casiopea y pedir que formen con las bandas elásticas un polígono de tres, cuatro o cinco lados, luego lo clasifiquen según la longitud de sus lados (ver figura 7)

Figura 7: Constelación de Casiopea



Fotos tomadas por Diana Chilito

Evaluación

1. Represente las siguientes constelaciones en el geoplano y clasifique los polígonos encontrados, según el número y la longitud de sus lados.(Ver figura 8)

⁵⁰ Quien dirige la actividad debe tener cuidado en escoger las constelaciones a representar en el geoplano, en lo posible en ellas debe ser fácil reconocer polígonos.

Figura 8: Constelaciones; Altar y Libra



Stellarium programa planetario

2. Represente las siguientes constelaciones en el geoplano y a partir de ellas, construya un polígono y clasifíquelo según el número de lados y la longitud de sus lados. (Ver figura 9)

Figura 9: Constelaciones; Escorpio y Casiopea



Stellarium, programa planetario

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.

Relación con otros pensamientos

La actividad “constelaciones y figuras geométricas” ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con el siguiente estándar:

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).

3.1.5 Actividad 5: Construcción de un Prisma de Agua

Objetivo general: Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales.

Objetivos específicos

- Construir un prisma de agua para obtener un espectro de colores.
- Reconocer ejemplos de transformaciones geométricas como rotaciones, traslaciones, reflexiones y homotecias mediante el prisma de agua.

Recursos

Materiales

- Un espejo
- Un recipiente (tipo bandeja profunda) lleno de agua
- Una ventana o rendija por la que entre un rayo de sol
- Cinta aislante para darle diferentes formas al espejo.
- Vinculo en donde se encuentra la construcción de un prisma de agua.
<http://www.iar.unlp.edu.ar/divulgacion/activ-05.htm>.

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas como mínimo.

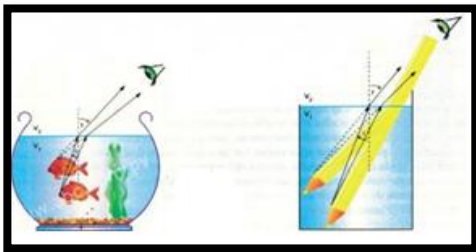
Referentes teóricos de Astronomía

Refracción y reflexión de la luz

Alberto Maiztegui⁵¹ expone que cuando los rayos de luz atraviesan el aire, el agua, el vidrio, o chocan contra un cuerpo pueden ocurrir estos fenómenos:

- Si el cuerpo es transparente o traslúcido, una parte de la luz que le llega lo atraviesa: la luz se refracta. (Ver figura 2).

Figura 2: Refracción de la luz

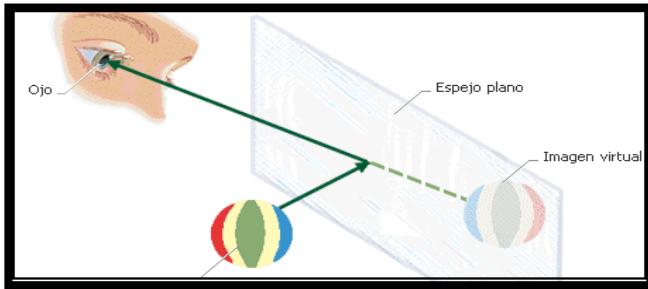


www.abc.com.py/files/image/74/74287/4b96d20d8

⁵¹ MAIZTEGUI, Alberto. y SABATO, Jorge. Introducción a la física. Novena Edición. Pág. 48

- Que una parte de la luz rebote en la superficie del cuerpo y retroceda: La luz se refleja. Por la reflexión de la luz podemos ver los objetos que no tienen luz propia, pues los rayos de luz que inciden sobre el objeto se reflejan en él y llegan a nuestros ojos. (Ver figura 3)

Figura 3: Reflexión de la luz



<http://descubrimientos-famosos.blogspot.com/2010/11/la-optica.html>

Arcoíris

“Otro medio por el cual se puede lograr la refracción es el agua, por ejemplo el arco iris es el efecto de la refracción de la luz del sol en el agua suspendida en la atmósfera terrestre.”⁵²

Prismas ópticos

“Se definen como medios con capacidad para refractar la luz, limitados por dos superficies planas que forman un ángulo de refringencia (refracta la luz).”⁵³ Algunos ejemplos son el prisma de cristal (f figura 4) y el prisma de agua (figura12).

⁵²COLLADO, Laura. Construcción de un prisma de agua. <http://www.iar.unlp.edu.ar/divulgacion/activ-05.htm#contenedor>

⁵³MUÑOZ MATO, Luis Alberto. Fundamentos físicos de la topografía.pag 19. <http://books.google.com/books?id=zlhDaHMOm3QC&pg=PA19&dq=prisma+optico&hl=es&ei=SfQF>

Figura 4: Prisma de de cristal



[Http--www_iar_unlp_edu_ar-boletin-bol-jun08-ac4_jpg.mht](http://www.iar.unlp.edu.ar/boletin-bol-jun08-ac4_jpg.mht)

Espectro visible: “Debido a la dispersión, los diferentes colores se refractan a través de diferentes ángulos de desviación y los rayos que salen de la segunda cara del prisma se dispersan en una serie de colores conocidos como espectro visible.”⁵⁴

Referentes teóricos de Geometría

Transformaciones en el plano

Según Carmen Arriero⁵⁵ se entienden por movimientos aquellas transformaciones que conservan el tamaño y la forma de las figuras, se llama homotecia a las transformaciones que conservan la forma de la figura.

TvyVEYjZgAfwxaHbDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=2&ved=0CDQQ6AEwAQ#v=onepage&q&f=false

⁵⁴ SERWAY, Raymon A. Fundamentos de física. Cengage Learning Octava Edición. Volumen 2. Pág. 742-743.

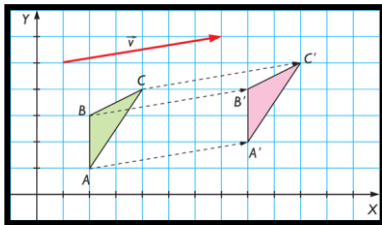
⁵⁵ ARRIERO, Carmen. y GARCIA, Isabel. Descubrir la geometría en el entorno cabri. Pág. 79. http://books.google.com/books?id=783EYoo3Pb4C&pg=PA79&dq=transformaciones++y+homotecias&hl=es&ei=8qMCTv_8IsLs0gHxxZTPDg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=10&sqi=2&ved=0CFYQ6AEwCQ#v=onepage&q=transformaciones%20y%20homotecias&f=false

Movimiento de una figura en el plano

Traslaciones

Toda figura puede trasladarse en el espacio sin deformarse, de tal manera que la distancia entre sus puntos no se altere, ni varíen los ángulos que forman las rectas que unen sus puntos dos a dos.

Figura 6: Traslaciones

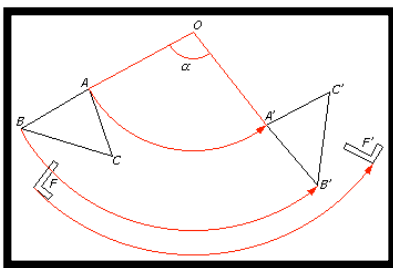


<http://www.kalipedia.com/kalipediamedia/maticas/media/200709/26/geometria>

Rotaciones

“Se denomina rotación al proceso de transformar un punto, o un conjunto de puntos, en otro punto u otro conjunto, a través de un ángulo dado.”⁵⁶

Figura 7: Rotación de centro O y ángulo α



<http://alwaysusan.blogspot.com/2010/12/transformaciones-en-el-plano.html>

⁵⁶ HURTADO, Pompilio. Geometría. Octava edición. Bogotá 1969. Pág.128

Según Nelson Londoño⁵⁷ las simetrías pueden entenderse como un movimiento que permite transformar una figura en otra, cuyas partes se corresponden en su forma y en su tamaño, la simetría se puede dar con respecto a un punto o a una recta, esta recta es llamada eje de simetría, existen dos tipos de simetría: simetría central respecto al punto y simetría axial respecto a la recta.

Descripción de la actividad

1. Pedir a los estudiantes que coloquen una bandeja con agua en un lugar donde lleguen rayos de sol dentro del agua.
2. Solicitar que coloquen un espejo en la bandeja (formando un ángulo con la base de ella) de manera que la luz se refleje en él, dentro del agua formando así el prisma de agua.(Ver figura 12)
3. Con una hoja de papel pedir que busquen la proyección de la luz reflejada en el espejo dentro del agua. La banda coloreada de luz se denominada espectro de colores. (Ver figura 12)

Figura 12: Prisma de agua

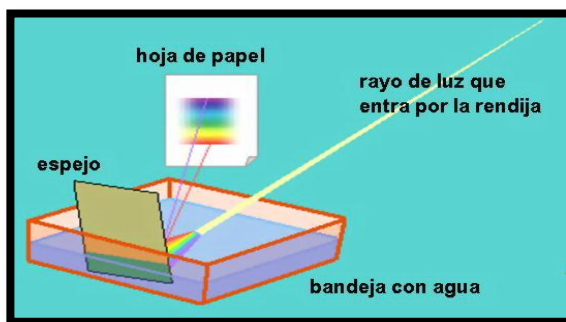


Imagen tomada de: http://www.iar.unlp.edu.ar/boletin-bol-jun08-ac4_jpg.mht

⁵⁷ LONDOÑO, Nelson. y BEDOYA, Hernando. Matemática progresiva 2. Editorial Norma. Pág. 276

Nota: En cuanto a la proyección de la luz reflejada en el espejo, hay dos imágenes, una que no es de colores, correspondiente a la luz reflejada directamente en el espejo y la imagen de colores corresponde a la luz reflejada en la parte del espejo que está sumergida en el agua. Con cinta aislante, darle diferentes formas al espejo y observar si hay algún cambio en la banda de colores obtenida.

Evaluación

Observar, analizar cada paso de la actividad, y responder lo siguiente:

1. ¿Qué características tiene el espectro de colores proyectado sobre la hoja de papel?
2. ¿Qué figura toma la mancha de colores proyectada sobre el papel, si se utilizan espejos de diferentes formas?
3. Proyecta sobre el papel la luz que se refleja directamente el espejo sin sumergirlo en agua y compararlo con la forma del espejo. ¿Qué transformación geométrica reconoces?
4. Con ayuda de un espejo, buscar y describir un ejemplo de reflexión.

Actividad complementaria

Materiales

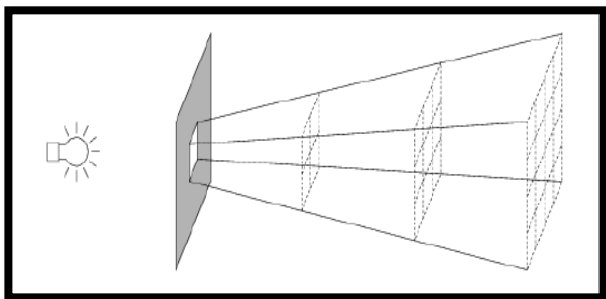
- Un objeto plano
- Un rayo de sol
- un octavo de cartulina preferiblemente oscura

- Tijeras
- Regla

Descripción de la actividad complementaria

1. Pedir a los estudiantes que en el centro de un octavo de una cartulina, se haga un agujero que tenga forma de alguna figura geométrica.
2. Indicar que se haga pasar la luz solar o artificial por el agujero de la cartulina para describir y comparar su imagen con la forma y tamaño del orificio (ver figura 13). Analizar las imágenes originadas por la luz, compararlas con la figura geométrica hecha en la cartulina e identificar las transformaciones geométricas posibles.

Figura 13: Bosquejo de la actividad complementaria



COSTA Alexandre, GARCIA, Beatriz, MORENO Ricardo y ROS Rosa M.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

Relación con otros pensamientos

La actividad “Construcción de un prisma de agua” ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con e siguientes estándares.

Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas

- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.

3.1.6 Actividad 6: Planetas a escala

Objetivo general: Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.

Objetivos específicos

- Representar a escala los planetas del sistema solar
- Utilizar el concepto de razón, proporción y escala, para comprender los tamaños de los planetas.

- Mostrar a los y las estudiantes algunas de las representaciones que se utilizan para estudiar el mundo físico y el cosmos.

Recursos

Materiales

- Representación del sol en papelillo (Diámetro de 1.4m depende de la escala a utilizar; escala utilizada: 1m:1000.000.000m)
- Cartulina de varios colores
- Compas
- Regla
- Pinturas, escarcha, pinceles (opcional)
- Video Comparación del Tamaño de los planetas HD
<http://www.youtube.com/watch?v=sUqmamIW9cc>: Compara los diferentes tamaños, de algunos cuerpos celestes de la vía láctea.

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

Sistema solar

Según Jordi Lorca⁵⁸ las estrellas brillan gracias a las reacciones de fusión nuclear en su interior, en cambio los planetas no lucen por si mismos si no que son visibles en el firmamento gracias a la luz que reflejan del sol. Júpiter durante milenios fue considerado como el “rey de los planetas”, pues es aquel cuyo brillo

⁵⁸ LORCA, Jordi. El sistema solar: nuestro pequeño rincón en la vía láctea. Pág.18. http://books.google.com/books?id=xvP2GfXo8gC&printsec=frontcover&dq=sistema+solar&hl=es&ei=PPgDToSzPKP30gHOsyECw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=7&sqi=2&ved=0CEYQ6AEwBg#v=onepage&q&f=false

parece imperturbable a lo largo del tiempo, y suele ser el astro más brillante durante gran parte de la noche, relegado en ocasiones si Venus es visible, Marte es otro planeta luminoso su tonalidad rojiza hizo que fuera comparado con el dios de la guerra. El sistema solar se encuentra en uno de los brazos de la vía láctea, esta posee un diámetro de unos cien mil años luz de punta a punta. La vía láctea tiene millones de estrellas de las cuales solo se pueden ver algunas desde la tierra.

Estrellas más grandes que el sol

De acuerdo a la página web “Ventanas al Universo” de la Asociación Nacional de Maestros de ciencias de la tierra ⁵⁹dice que, aunque el sol se ve pequeño desde la Tierra, en realidad es muchísimo más grande que nuestro planeta (y cualquier otro planeta del sistema solar). De hecho, la Tierra es uno de los planetas más pequeños, en comparación con los planetas gigantes del sistema solar externo- Júpiter, Saturno, Urano, y Neptuno.

“El tamaño del sol comparado con el tamaño de la tierra es 109 veces más grande en cuanto a sus diámetros, sin embargo existen otras estrellas mucho más grandes que el sol como : Pollux, Arturo, Aldebarán, Rigel... estrellas gigantes rojas. La más descomunal es VY Canis Majoris, una hipergigante roja que es la más grande y luminosa estrella de todas las conocidas, tiene 2.800.000.000 kilómetros de diámetro para hacerse una idea, un viaje en un avión convencional, volando a 900 kilómetros por hora por su superficie para rodearla requeriría 100 años.”⁶⁰

⁵⁹ ASOCIACIÓN NACIONAL de Maestros de Ciencias de la Tierra *Ventanas al Universo*, disponible en <http://windows2universe.org>.

⁶⁰ *Ibíd.*

Tabla 1: Diámetros de los Planetas

Planeta	Diámetro (Km)	Distancia al sol (Km)
Sol	1'392.000	
Mercurio	4.878	57.9 X 10 ⁶
Venus	12.180	108.3 X 10 ⁶
Tierra	12.756	149.7 X 10 ⁶
Marte	6.760	228.1 X 10 ⁶
Júpiter	142.800	778.7 X 10 ⁶
Saturno	120.000	1430.1 X 10 ⁶
Urano	50.000	2876.5 X 10 ⁶
Neptuno	45.000	4506.6 X 10 ⁶

<http://windows2universe.org>.

Referentes teóricos de Geometría

Según Mariano Vallejo⁶¹ se llama razón a la comparación de dos cantidades; la cantidad que se compara se llama antecedente y con la que se compara se llama

⁶¹ VALLEJO, José Mariano. Compendio de Matemáticas puras y mixtas. pág133. <http://books.google.com/books?id=MzxJXHws8BwC&pg=PA131&dq=razones+y+proporciones+mat>

consecuente. Las cantidades se pueden comparar mediante la razón geométrica o aritmética, la primera compara la diferencia que hay entre ella, mientras que la razón geométrica compara las veces que se contiene. La razón se escribe: $\frac{a}{b}$ o $a:b$ y se lee **a es a b**. “Una **Proporción** es la igualdad de dos razones de una misma especie es decir geométrica o también aritmética.”⁶²

Escalas

“es la comparación entre las dimensiones reales de un objeto y las dimensiones de su representación.”⁶³ De acuerdo la enciclopedia “encargados de obra”⁶⁴, cuando el dibujo y el objeto guardan idénticas medida en todas sus partes, se dice que esta dibujado a escala 1:1, cuando esta a escala 1: 100 se dice que el dibujo es 100 veces mayor que el modelo de la realidad.

Tipos de escalas

Escala de reducción; cuando la representación grafica tiene menores dimensiones que el objeto real, son utilizadas para representar objetos de grandes dimensiones (mapas, planos, planetas).

ematicas&hl=es&ei=Pb73TcfxHlnw0gGEvdDMCw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CD0Q6AEwAw#v=onepage&q&f=false

⁶² Ibíd.pag. 134

⁶³ CALAD URIBE, Julio. y BERRIO MOLINA, José Israel. Elementos de matemáticas I. Quinta edición. Pág. 205

⁶⁴INTERPRETACIÓN DE planos. Grupo ceac. Pág. 27,30.
http://books.google.com/books?id=ehZUd5mkYXgC&pg=PA28&dq=escala+de+reduccion&hl=es&ei=B8j3TYfCFOP50gGELmiCw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q&f=fale

Escala de ampliación; cuando la representación grafica tiene mayores dimensiones que el objeto real son utilizadas para representar objetos de pequeñas dimensiones (células, electrones protones).

La escala a utilizar se determina entonces en función de las medidas del objeto y las medidas del papel en el cual será representado. El dibujo hecho a escala mantendrá de esta forma todas las proporciones del objeto representado, y mostrará una imagen de la apariencia real del mismo.

✚ Escalas más utilizadas: $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{50}, \frac{1}{100}, \frac{1}{200}$

✚ Ecuación útil: Valor real * Escala = Valor en la representación

Unidades métricas de superficie

Irwin Palmer⁶⁵ expone que la unidad fundamental de longitud es el metro, las unidades métricas de longitud se forman anteponiendo a la palabra metro uno de los siguientes prefijos: mili (milímetro) indica 0,001m, centi (centímetro) indica 0,01m, deci (decímetro) indica 0,1m, deca (Decámetro) indica 10m, hecto (Hectómetro) indica 100 y kilo (Kilómetro) indica 1000. Para transformar una unidad de superficie a otra de orden inmediato inferior se multiplica por 100, y para transformar una unidad a un orden inmediatamente superior se divide por 100.

⁶⁵PALMER, Irwin. Matemáticas prácticas. Segunda edición. Pág. 85. http://books.google.com/books?id=svzuB4pZKjkC&pg=PA85&dq=unidades+metricas+de+superficie&hl=es&ei=zkuHTtjeG4a10AHk4Zz7Cg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CDcQ6AEwAw#v=onepage&q&f=false

Tabla 2: de múltiplos y submúltiplos

	Nombre	Símbolo	Valor en m
Múltiplos	Kilometro cuadrado	Km ²	1000 000 = 10 ⁶
	Hectómetro cuadrado	Hm ²	10 000= 10 ⁴
	Decámetro cuadrado	Dm ²	100=10 ²
Unidad básica	Metro cuadrado	m²	1 = 10⁰
Submúltiplos	decimero cuadrado	dm ²	0,01= 10 ⁻²
	centímetro cuadrado	cm ²	0,0001 = 10 ⁻⁴
	milímetro cuadrado	mm ²	0,000001 = 10 ⁻⁶

Descripción de la actividad

1. Observar el video “Comparación del tamaño de los planetas HD.”
<http://www.youtube.com/watch?v=sUqmamIW9cc>
2. Mostrar a los estudiantes la representación del sol hecha en papelillo, explicando que está representado en la siguiente escala: 1m: 1000.000.000m.
3. Pedir a los estudiantes que hagan 8 grupos, a cada uno se le asignara la tarea de representar un planeta en un octavo de cartulina, a la misma escala de la representación del sol expuesto.
4. Indicar, a cada grupo, el diámetro real del planeta respectivo, el cual pueden transformar a una magnitud equivalente apropiada con ayuda de la teoría de

escalas para ser representado en la cartulina, con ayuda del compás. Una vez representados, cada grupo debe caracterizar el planeta asignado con las particularidades del mismo. (Ver figura 1)

Figura 1: Representación de planetas



Fotos tomadas por Diana Chilito

5. Al terminar todas las representaciones de los ocho planetas un estudiante de cada grupo debe pasar a pegarlos sobre la representación del sol y comparar los distintos tamaños obtenidos con la escala utilizada. (Ver figura 2)

Figura 2: Representaciones del sol y los planetas a escala

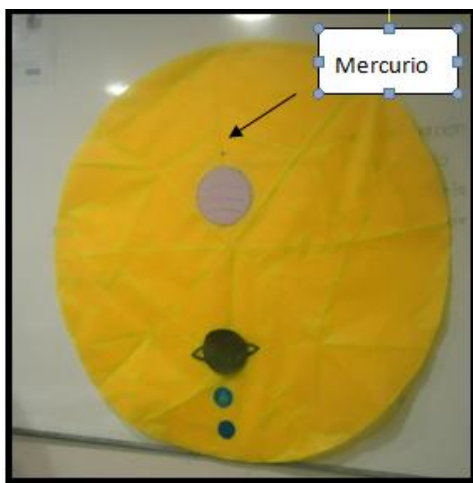


Foto tomada por Diana Chilito

Procedimiento para representar los planetas a escala:






✚ Valor real * Escala = Valor en la representación

✚ Escala: 1m: 1000.000.000m

$\frac{1m}{1000.000.000m} = \frac{x}{1400.000.000m}$, donde x es igual al valor del diámetro del planeta a representar.

Evaluación

1. ¿Cuántas veces cabe el diámetro de la luna en la tierra?
2. ¿Qué planeta cabe más veces en el sol?
3. Si un círculo de 65 cm de diámetro representa a Urano que diámetro deben tener las esferas que representen los cuerpos celestes de la siguiente tabla

Fig. 6  MER Diámetro: 4879 Km	Fig. 7  VEN Diámetro: 12103 Km	Fig. 8  TIERRA Diámetro: 12756 Km	Fig. 9  LUNA Diámetro: 3476 Km	Fig. 10 Diámetro: 52400 Km  URANO
---	--	---	--	--

Figuras 8, 9, 10, 11,12 .<http://www.blogdeastronomia.es/astronomia/planetas/planetas>

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
- Conoce las reglas de tres simple y compuesta y las utiliza para resolver problemas pertinentes.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Relación con otros pensamientos

La actividad “Planetas a Escala” ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares:

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).

3.1.7 Actividad 7: Diámetro del sol

Objetivo General: Resolver y formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

Objetivos específicos

- Medir el diámetro del sol utilizando semejanza de triángulos.
- Relacionar los triángulos semejantes con los cálculos de las distancias entre dos cuerpos A y B donde B es un punto o un cuerpo inaccesible.

Recursos

Materiales

- Una tarjeta de cartón
- Una moneda pequeña
- Metro
- Regla

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

Según *Astro Mía*⁶⁶ el Sol es la estrella más cercana a la Tierra y el mayor elemento del Sistema Solar. Las estrellas son los únicos cuerpos del Universo que emiten luz. El sol es también nuestra principal fuente de energía, que se manifiesta, sobre todo, en forma de luz y calor.

El Sol se formó hace 4.650 millones de años y tiene combustible para 5.000 millones más. En un futuro, comenzará a hacerse más y más grande, hasta convertirse en una gigante roja. Finalmente, se hundirá por su propio peso y se convertirá en una enana blanca, que puede tardar un trillón de años en enfriarse.

Tabla1: de datos básicos del sol

Datos básicos	El Sol	La Tierra
Tamaño: radio ecuatorial	695.000 km.	6.378 km.
Periodo de rotación sobre el eje	de 25 a 36 días *	23,93 horas
Masa comparada con la Tierra	332.830	1
Temperatura media superficial	6000 ° C	15 ° C
Gravedad superficial en la fotosfera	274 m/s ²	9,78 m/s ²

AstroMia, El sol, <http://www.astromia.com/solar/sol.htm>

⁶⁶ ASTROMIA, El sol, <http://www.astromia.com/solar/sol.htm>, 15 de marzo 2011

Según el Departamento de Servicios de Información del Royal Greenwich Observatory⁶⁷. El diámetro del Sol es de 1.400.000 Km, que es más de 100 veces mayor que el diámetro de la Tierra, su masa es más de 300.000 veces la de la tierra. El Sol es un cuerpo gaseoso muy caliente compuesto de cerca de 75% hidrógeno, 25% helio, menos de 1% de oxígeno, todos los otros elementos constituyen menos del 1%. La temperatura de su superficie es de cerca de 6000°

Referentes teóricos de Geometría

Ángulos congruentes: “Dos ángulos se dicen congruentes si tienen la misma medida”⁶⁸. “Dos ángulos opuestos por un vértices se dicen congruentes”⁶⁹

Teorema de Thales: Si se corta dos rectas r y s por varias rectas paralelas, los segmentos obtenidos son proporcionales⁷⁰.

Semejanza de figuras geométricas

“Dos figuras geométricas son semejantes si sus ángulos correspondientes son congruentes y lados correspondientes son segmentos proporcionales”⁷¹

⁶⁷ EL SOL, ¿Que es el sol?, http://www.oarval.org/section3_4sp.htm, 18 de abril de 1996.

⁶⁸ GELTNER, Peter B. y PETERSON, Darrel J. Geometría tercera edición. pág. 20

⁶⁹ SAA, María. Los ángulos: Recursos para su aprendizaje. pág. 70. http://books.google.com.co/books?id=K6hjt8cgtmMC&pg=PA65&dq=dos+angulos+opuestos+por+e+l+vertice+son+congruentes&hl=es&ei=D8QVTtOeBsjZgQfJ8fQO&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCgQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false

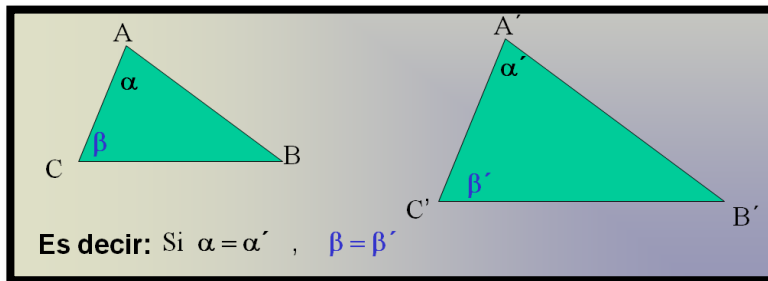
⁷⁰ LIRA CONTRERAS, Ana et al. Geometría y trigonometría .2006.pag 53

⁷¹ Ibíd. pág. 110

Criterios de semejanza de triángulos

Primer criterio: “si dos triángulos tienen, dos ángulos correspondientes congruentes entre ellos, estos son semejantes”⁷²

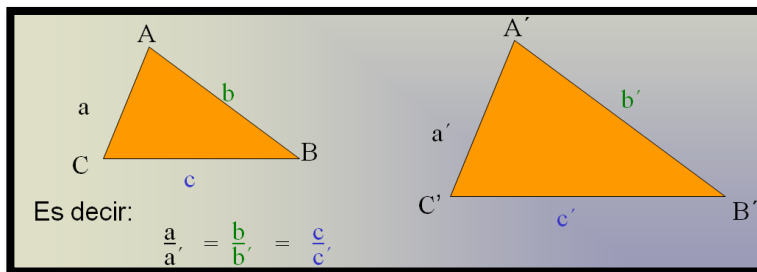
Figura 1: Triángulos semejantes; Primer criterio



Prof. A Barriga, www.salesianosalameda.cl/biblioteca/Semejanza%5B1%5D.ppt

Segundo criterio: “Si dos triángulos tienen sus lados proporcionales son semejantes”⁷³

Figura 2: Triángulos semejantes; Segundo criterio

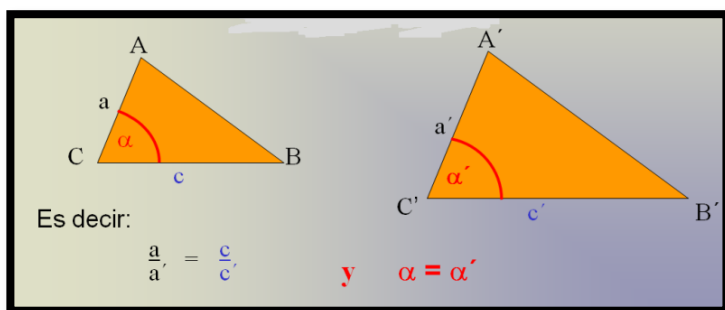


⁷² DIAZ V, Tomas Humberto. Fundamentos de geometría euclidiana. Vol. 1.3ªED.pág 168

⁷³ Óp. cites pág. 168

Tercer criterio: “dos triángulos son semejantes si tienen un ángulo congruente formado por lados proporcionales”⁷⁴

Figura 3: Triángulos semejantes: Tercer criterio



www.salesianosalameda.cl/biblioteca/Semejanza%5B1%5D.ppt

Semejanza de triángulos rectángulos

- “Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un ángulo agudo congruente.”⁷⁵
- “Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen sus catetos correspondiente congruentes.”⁷⁶
- “Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un cateto y la hipotenusa proporcionales entre sí”.⁷⁷

⁷⁴ LANDAVERDE, Felipe de Jesús. Geometría.pag 163

⁷⁵ CASANOVA, Manuel. Geometría plana y del espacio con nociones de geometría proyectiva. Séptima edición pág. 16

⁷⁶ Ibíd. pág. 16

⁷⁷ Ibíd. pág. 54

Descripción de la actividad:

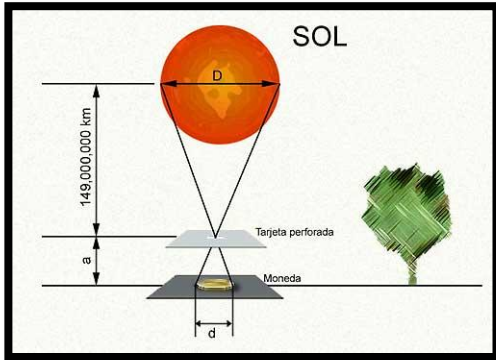
1. En clase presentar imágenes del sol y hablar de sus características. Indagar a los estudiantes acerca de cómo creen podrían medir el diámetro del sol desde la tierra.⁷⁸
2. Pedir a los estudiantes que tomen la tarjeta de cartón⁷⁹ y que con la aguja le hagan un orificio pequeño, y bien definido en el centro. Luego dirigirse a un espacio al aire libre.
3. Deben poner la moneda más pequeña que encuentren, o cualquier otro objeto pequeño y circular, sobre una superficie lisa y de preferencia oscura. Luego, subiendo y bajando la tarjeta perforada se trata de ajustar la imagen del sol para que tenga el mismo diámetro que la moneda.
4. Con la cinta métrica deben medir la altura a la que se encuentra la tarjeta del suelo cuando la imagen del sol y la moneda coinciden. Si la proyección del sol se hace demasiado tenue al alcanzar el tamaño de la moneda, bajar la tarjeta hasta obtener una imagen clara y medir el diámetro del círculo que se forma sin usar la moneda. La ventaja de la moneda es que es más fácil medir su diámetro.⁸⁰(Ver figura 4)

⁷⁸ Hacer énfasis en que se conoce un método para medir el diámetro pero que antes se necesitan unos datos que deberán tomar ellos mismos.

⁷⁹ Para realizar esta actividad, la tarjeta mencionada anteriormente, se usará como proyector de la imagen del sol, de manera que el agujero no debe ser ni tan pequeño que casi no deje pasar luz, ni tan grande que la imagen del sol sea muy difusa.

⁸⁰ En esta actividad se puede obviar la moneda y medir el diámetro que produce la sombra del orificio hecho a la tarjeta de cartón.

Figura 4: Hallando el diámetro del sol con ayuda de una moneda



<http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar2008/educontinua/conciencia/fisica/medicion/sol.htm>

5. Hacer un esquema gráfico de la experiencia, para que los estudiantes debatan e identifiquen los triángulos semejantes que se forman, para llegar a una conceptualización de uno de los criterios de semejanza. (Ver figura 4)
6. Proporcionar la siguiente información: Distancia de la tierra al sol 150.000.000 Km y pedir que la reúnan con los siguientes datos que ellos mismos deben tomar diámetro de la moneda, radio de la moneda, distancia de la moneda a la tarjeta, distancia de la tierra al sol. Con los datos reunidos y el esquema gráfico presentado pedir a los estudiantes que hallen el diámetro del sol haciendo uso de la semejanza de triángulos y el teorema de Thales.

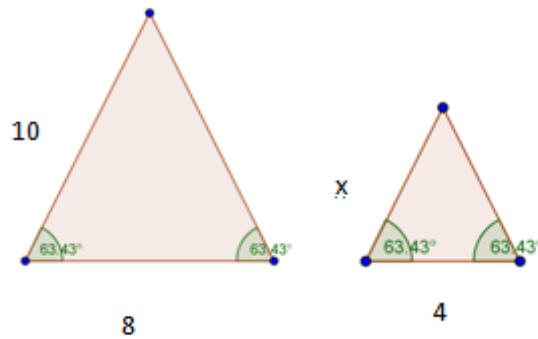
Evaluación

1. Analizar y responder las siguientes preguntas
 - a) ¿por qué crees que se puede medir el diámetro del sol de esta manera?
 - b) ¿Crees que puede ser diferente el agujero de la tarjeta que utilizaste en la actividad?, ¿porque?

2. Resolver los siguientes ejercicios

- a) Los triángulos de la figura son semejantes, ¿por qué? halla la medida del lado x.

Figura 7: Triángulos semejante



Editor geogebra

- b) Identifica las características que tiene los triángulos de la figura 8 para ser semejantes

Figura 8: Triángulos semejantes



http://www.amolasmates.es/pdf/cidead/4_eso/apuntes/teoria%20semejanza_cideac.pdf

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.
- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.
- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.

Relación con otros pensamientos

La actividad Diámetro del Sol ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares:

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Comprende que una medida es una aproximación y sabe que la utilización de diferentes unidades afecta la precisión de una medición.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.
- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

3.1.8 Actividad 8: Semejanza y congruencia en el universo

Objetivo General: Resolver y formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia de diferentes polígonos.

Objetivos específicos:

- Conocer qué son las constelaciones
- Reconocer en grupos de estrellas, figuras geométricas semejantes y congruentes

Recursos

Materiales

- Video el cielo de noche, las constelaciones:
<http://www.youtube.com/watch?v=lwRlu76TY-k>
- Impresión a color de constelaciones
- Geoplano
- Bandas elásticas

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

Constelaciones

Según Julieta Fierro “las constelaciones son muy importantes porque en un mapa del cielo hacen de países y gracias a ella nos podemos orientar”. Las constelaciones están formadas por grupos de estrellas, entre las cuales unas son más brillantes que otras, estas se clasifican de acuerdo a su brillo, en una constelación a la más brillante se le llama α a la siguiente β y así sucesivamente. En la osa mayor la estrella polar es la estrella α por ser la más brillante.

Mitología en las constelaciones

Julieta Fierro⁸¹ afirma que si se observa el cielo de noche y se intenta unir los puntos que nuestro parecer vemos (las estrella), dependiendo del estado de ánimo será la figura que se observa, “muy posiblemente eso fue lo que sucedió con nuestros antepasados y las constelaciones”. El nombre de las constelaciones fue dado por culturas como la griega, egipcia entre otras, también existe historias de cómo, por qué y cuando aparecen en el firmamento.

Referentes teóricos de Geometría

Semejanza de figuras geométricas

“Dos figuras geométricas son semejantes si sus ángulos correspondientes son congruentes y lados correspondientes son segmentos proporcionales”⁸²

Estos rectángulos no son semejantes ya que sus lados correspondientes no son proporcionales. (Ver figura 1)

⁸¹ FIERRO, Julieta. Las estrellas. Pág. 16+167

⁸² GELTNER, Peter B. y PETERSON, Darrel J. Geometría tercera edición. pág. 20

Figura 1: Rectángulos no semejantes

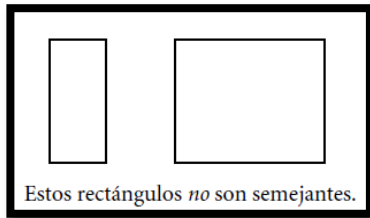


Figura4:http://www.keypress.com/documents/dg3/CondensedLessonPlansSpanish/DG_CLPS_11.pdf

Figuras congruentes

“Dos figuras son congruentes si son idénticas en forma y tamaño, si se supone que dos figuras geométricas, se superponen y sus vértices coinciden, estos se llaman vértices correspondientes y los lados que coincidan se llaman lados correspondientes. En la siguiente figura el vértice A corresponde al vértice G y \overline{CD} corresponde a \overline{EH} ”⁸³

Descripción de la actividad

1. Formar grupos de estudiantes, y a cada uno entregar un geoplano (Ver figura 6). Mostrar una impresión a color de una constelación, pedir que con bandas elásticas la representen en el geoplano; que reconozcan como se llama y preguntar que tanto se parece al nombre de la figura dada por las antiguas civilizaciones.⁸⁴

⁸³G, Phares .Introducción al algebra.pag 361.
http://books.google.com/books?id=GqETyvdQaNEC&pg=PA361&dq=figuras+congruentes&hl=es&ei=X1H5TcnZI9SbtwfU0MSyBA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=figuras%20congruentes&f=false

⁸⁴ Mostrar dos impresiones de las constelaciones; una con solo el grupo aparente de estrellas que la conforman y otra con la forma mitológica con que es conocida.

Ejemplo: Constelación del pavo (ver figura 2)

Figura 2: Constelación del pavo

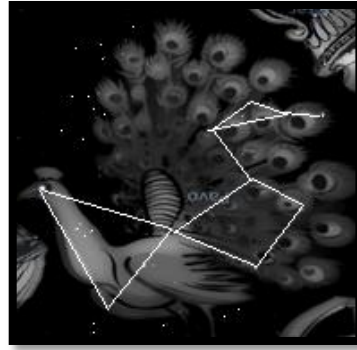
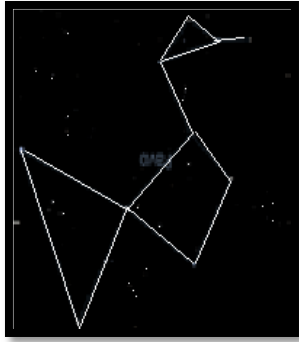


Imagen del Programa planetario, Estellarium

2. Solicitar a los estudiantes que identifiquen en la constelación que representaron en el geoplano, figuras geométricas y que respondan lo siguiente:
 - a) ¿Qué figuras semejantes se encuentran en las figuras geométricas que encontraste?
 - b) ¿Formar con ayuda de la constelación representada algunas figuras geométricas semejantes, o congruentes?
3. Pedir a los estudiantes que creen su propia constelación⁸⁵ con ayuda de las bandas elásticas y representarla en el geoplano, darle el nombre que

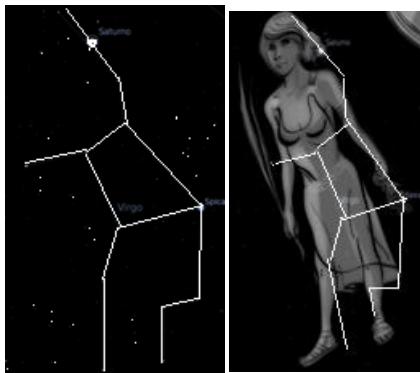
⁸⁵ **Nota:** en caso de que la constelación representada por los estudiantes no sea un polígono, pedir que intenten formar uno, con una o más de las líneas de la constelación, y reconocer en la representación figuras geométricas semejantes o congruentes.

crean más apropiado. A continuación responder a la siguiente pregunta.
¿Qué figuras geométricas reconoces en ella?, clasifica las figuras encontradas en semejantes o congruentes.

Evaluación

1. Coloca en el geoplano las bandas elásticas que necesites para formar la siguiente constelación (esta constelación solo está representada por las estrellas mas brillantes) (Ver figura 3)

Figura 3: Virgo



Estellarium, programa planetario

2. ¿Qué polígono reconoces en la representación de la constelación?
3. Con una de las bandas elásticas divide en dos el polígono que reconociste.
 - a) Que figuras geométricas obtuviste.
 - b) Clasifícalas en semejantes, congruentes o ninguna de las anteriores.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Identifica y describe relaciones entre líneas (por ejemplo, paralelas y perpendiculares).
- Clasifica ángulos agudos, rectos, planos u obtusos.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Conoce y aplica el hecho de que la suma de los ángulos de todo triángulo es 180° o un ángulo plano.
- Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.
- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.

Relación con otros pensamientos

La actividad Congruencia y Semejanza en el Universo ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos:

- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.

3.1.9 Actividad 9: Semejanza en el universo

Objetivo general: Resolver y formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

Objetivo específico

- Recordar algunas propiedades, de las figuras geométricas semejantes y congruentes.

Recursos

Materiales

- Dos rompecabezas con imágenes de los elementos que componen el universo

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Recursos teóricos de Geometría

Recurrir a los referentes teóricos de semejanza de triángulos

Descripción de la actividad

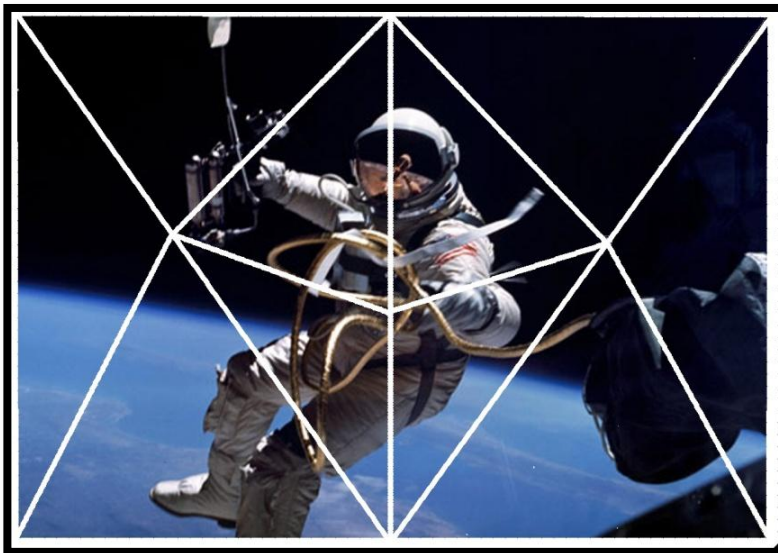
1. Imprimir los rompecabezas (Ver figura 1 y 2), hacer las copias para los estudiantes y cortar las partes que lo conforman.

Figura 1: Rompecabezas Sol tierra luna



http://astrologosdelmundo.ning.com/profiles/blogs/como-se-representa-el-cielo-en-1?xg_source=activity

Figura 2: Rompecabezas astronauta



<http://csmastrotic.wikispaces.com/>

2. Después de que los rompecabezas⁸⁶ están listos, deben entregarse con las piezas mezcladas.
3. Una vez los estudiantes tengan los rompecabezas, se dirá como información que son dos paisajes para armar y que ambos están compuestos por figuras geométricas semejantes o congruentes entre sí. Las cuales deberán reconocer y separar para formar los rompecabezas.

Nota: Para saber si las figuras son semejantes, los estudiantes podrán comparar las figuras una sobre otra; de esta manera comprobarán los criterios de semejanza. Lo cual implica comprobar que los ángulos correspondientes son iguales y sus lados proporcionales. Para verificar la congruencia de los ángulos, se superponen las figuras, así se comprobará si los ángulos correspondientes son iguales. Para confirmar si sus lados son proporcionales se pueden utilizar una regla y en otros casos se podrá superponer las figuras para evidenciarlo.

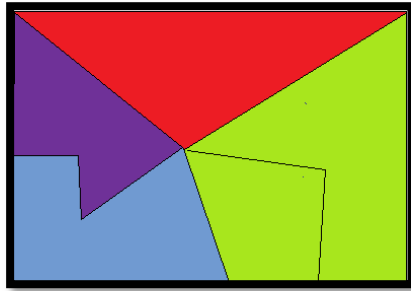
4. Cuando hayan encontrado las piezas de los dos rompecabezas se procederá a armarlos.

Evaluación

1. Trace en el siguiente recuadro algunas líneas para formar figuras semejantes.

⁸⁶ Las imágenes y las figuras de los rompecabezas pueden variar para lo cual el encargado de la actividad debe realizar los rompecabezas.

Figura 3: Rompecabezas



Microsoft Word

2. Construya una figura semejante al siguiente rectángulo

Figura 4: Rectángulo



6x3 cm

Microsoft Word

3. Clasifique por simple inspección las siguientes figuras en semejantes, congruentes o no semejantes

Figura 5



http://www.windows2universe.org/our_solar_system/relative_size.html&lang=sp

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.

Relación con otros pensamientos

La actividad Semejanza en el Universo ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares:

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos:

- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

3.1.10 Actividad 10: ¿En qué parte del mundo vives tú?

Objetivo general: Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Objetivos específicos:

- Afianzar el concepto de latitud y longitud
- Utilizar medidas angulares para la ubicación de un punto
- Acercar a los estudiantes al concepto de ubicación en un plano bidimensional

Recursos

Materiales

- Representación del globo terráqueo
- Mapamundi
- Lapicero
- Regla

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Referentes teóricos de Astronomía

Longitud y latitud

De acuerdo a Sergio Maass⁸⁷ para localizar un sitio sobre la tierra, se necesitan de líneas imaginarias trazadas de norte a sur y de occidente a oriente. *El ecuador es*

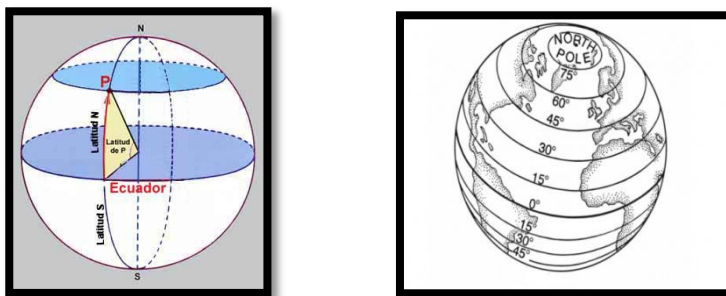
⁸⁷ MAASS, Sergio Franco. y VALDEZ, María Eugenia. Principios básicos de cartografía.pág.34. http://books.google.com/books?id=jsVtsrDMSQwC&pg=PA33&dq=coordenadas+geograficas&hl=es&ei=_5kGTrHkJo6SgQeGsdjZDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&sqi=2&ved=0CEAQ6AEwAw#v=onepage&q&f=false

una línea imaginaria trazada en torno a la tierra a igual distancia de los dos polos, esta línea imaginaria divide al globo terráqueo en los hemisferios norte y sur.

Las líneas paralelas a la línea ecuatorial reciben el nombre de paralelos de latitud o paralelos, cada uno de ellos se enumera en grados hacia el norte y hacia el sur, cuando se nombran de 15° en 15°, se tiene que existe el paralelo 15° norte y el paralelo 15° sur. Las líneas paralelas que pasan por los polos y cruzan el ecuador se denominan meridianos, se acepta que el meridiano 0° es el que partiendo de los polos pasa por la ciudad inglesa de Greenwich, y sigue hasta el polo sur, dividiendo al globo terráqueo en hemisferio oriente y occidente. Los demás meridianos se enumeran en grados hacia el oriente u occidente. Por cada punto de la superficie terrestre es posible pasar un meridiano y un paralelo, que permite siempre localizar un punto sobre la tierra.

Latitud: “es la medida en el sistema sexagesimal (grados, minutos y segundos) del arco de su meridiano desde el ecuador hasta un punto dado.”⁸⁸(Ver figura 1)

Figura 1: Latitud

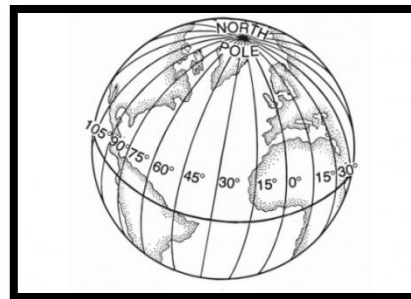
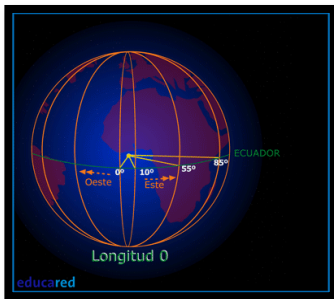


Educared, Latitud http://212.170.234.89/educared/e9_latitud.htm

⁸⁸ Ibíd. pág. 34

La longitud: “es la medida en el sistema sexagesimal (grados, minutos y segundos) del arco comprendido entre el meridiano de Greenwich y un punto dado.”⁸⁹ (Ver figura 2)

Figura 2: longitud



Longitud, educared, http://212.170.234.89/educared/e9_longitud.htm

Referentes teóricos de Geometría

Rectas paralelas: “se dice que dos rectas son paralelas cuando, estando situadas en un mismo plano, no se pueden encontrar por mucho que se las prolongue.”⁹⁰

Rectas perpendiculares: “si dos rectas al cortarse forman cuatro ángulos congruentes se dicen que son perpendiculares, y los ángulos formados se llaman rectos (el cual mide 90°).”⁹¹

⁸⁹ Ibid. pág. 34

⁹⁰ CASANOVA, Manuel. Geometría plana y del espacio con nociones de geometría proyectiva. Pág. 17

⁹¹ LANDAVERDE, José. Geometría. pág.390.
http://www.google.com/search?tmb=bks&tbo=1&hl=es&q=rectas+perpendiculares&btnG=Buscar+libros#sclient=psy&hl=es&tbo=1&tmb=bks&source=hp&q=rectas+perpendiculares&aq=f&aqi=g1&aql=&oq=&pbx=1&bav=on.2,or.r_gc.r_pw.&fp=77cb19dff9c7e90e&biw=1259&bih=582

Coordenadas cartesianas de un punto

Según Raymond Serway⁹² el sistema de coordenadas que se utiliza para especificar ubicaciones en el espacio se compone de; un punto de referencia fijo llamado origen, un conjunto de ejes el más utilizado es el sistema de coordenadas cartesianas o sistema de coordenadas rectangulares un punto en este sistema está caracterizado con las coordenadas (x, y) .

Plano cartesiano

Si se traza en el plano dos rectas perpendiculares entre sí, en donde la recta horizontal se llama eje “x” o abscisa y la vertical eje “y” u ordenada, este queda dividido en cuatro regiones llamadas cuadrantes todo este conjunto es llamado plano cartesiano en honor a René Descartes. Partiendo de la intersección de ambos ejes los signos de los puntos ubicados en cada cuadrante quedan así.

Puntos en el plano: “A cada punto p en el plano cartesiano corresponden dos coordenadas $P(x, y)$, la primera donde la primera es la abscisa y la segunda es la ordenada, y la intersección de ambas son proyecciones paralelas a los ejes.”⁹³

Descripción de la actividad

Ubicación de un punto en la representación del globo terráqueo

1. Después de reconocer qué son los meridianos y paralelos se da una breve explicación de cómo estos dan las coordenadas de los países.

⁹² SERWAY, Raymond. Física. Quinta edición. Pág. 13

⁹³ Ibíd. pág. 12

2. Distribuir a los estudiantes una representación de un globo terráqueo para ubicar distintas ciudades y países.

Figura 4: Ubicación en el globo terráqueo



Foto tomada por Diana Chilito

3. Explicar que es un planisferio o mapamundi para la siguiente parte de la actividad. Cada estudiante tendrá un mapamundi que se puede imprimir desde este enlace:

<http://www.nationalgeographic.com/xpeditions/atlas/world/world-b.pdf>

Cuando se tenga el mapamundi impreso se sigue las siguientes instrucciones.

Preparar las líneas de Longitud

- Pedir a los estudiantes que doblen el mapamundi por la mitad, dividiéndolo a lo largo de oriente a occidente; “líneas de longitud”
- Luego solicitar que tracen una línea con la regla y el lápiz sobre el pliegue. Marcar esta línea que será el *Meridiano de Greenwich*.

- Marcar el lado a la derecha de la línea, con la palabra Occidente y el lado a la izquierda Oriente.
- Medir la distancia con la regla entre la línea Meridiano de Greenwich (la línea en el medio) y el borde del mapa a la izquierda y pedir que dividan esta distancia en tres.
- Trazar dos líneas paralelas a la izquierda de la línea Meridiano de Greenwich, cada una a la misma distancia que se midió en el anterior paso. Repite lo mismo al lado derecho de la línea Meridiano de Greenwich

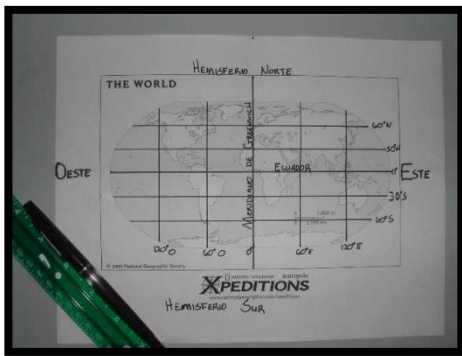
Nota: Cada una de las líneas verticales a la derecha de la línea roja representa una distancia de 60° al Occidente del meridiano de Greenwich, y cada una de las líneas verticales a la izquierda de la línea roja representa una distancia de 60° al Oriente del meridiano de Greenwich.

Prepara las líneas de Latitud

- Doblar el mapamundi por la mitad, dividiéndolo a lo ancho de sur a norte
- Trazar una línea con la regla sobre el pliegue. Marcar esta línea que será el Ecuador.
- Marcar el lado de arriba de la línea como el Hemisferio norte y el lado de abajo como el Hemisferio sur.
- Medir la distancia entre la línea Ecuador y el borde de arriba de la hoja y dividir esta distancia entre tres.

- Trazar dos líneas paralelas arriba de la línea Ecuador, cada una a la misma distancia que se midió en el paso anterior.
- Repetir el proceso anterior abajo de la línea del Ecuador

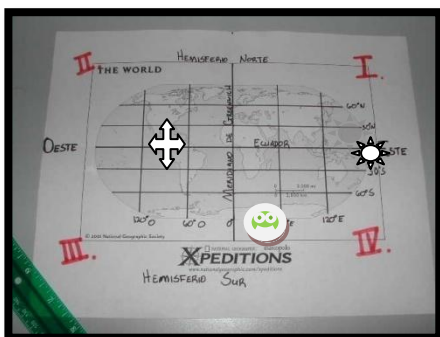
Figura 5: Marcando líneas horizontales y verticales



<http://www.nationalgeographic.com/xpeditions/atlas/world/world-b.pdf>

- Marcar los cuadrantes con números romanos. Cuando se tenga listo el planisferio, pedir a los estudiantes que dibujen figuras pequeñas las que más le gusten en diferentes posiciones.

Figura 6: Dibujando en diferente posiciones



<http://www.nationalgeographic.com/xpeditions/atlas/world/world-b.pdf>

- Formar grupos de estudiantes, como cada uno tiene un planisferio con figuritas en diferentes posiciones intentaran adivinar las coordenadas de las figurillas de sus compañeros por ejemplo: latitud 4° E longitud 74° N (se debe recordar que estas medidas no son exactas) el grupo que adivine mas posiciones obtendrá mayor puntaje

Evaluación

1. Ubica en el globo terráqueo las siguientes ciudades y completa la siguiente tabla

Ciudad (País)	Latitud	Longitud
1. Bogotá, Colombia		
2. Buenos Aires, Argentina	34° S	
3. Sídney, Australia		151° E

2. Lee y responde
 - Ubicación en el globo terráqueo de Popayán: 2°N, 75°O
 - Supón que en Popayán es de madrugada; escribe la ubicación de un país o ciudad en donde sea de noche.
 - Ubica tres ciudades donde la latitud sea mayor de 2°
 - Ubica un país cuya latitud sea mayor de 30°

3. Qué país o ciudad se encuentran en estas ubicaciones:

a) 9°S , 75°O

b) 21°N , 77°O

c) 41°N , 12°E

d) 18°S , 46°E

e) Responde: ¿En qué parte del mundo vives tú?

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Relación con otros pensamientos:

La actividad ¿En qué parte del mundo vives tú? ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con el siguiente estándar.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analítico

- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con el fin de mostrar los efectos obtenidos con la propuesta establecida en el seminario de grado: Guía metodológica para potenciar el pensamiento espacial a través de la construcción de escenarios de aprendizaje basados en Astronomía en dos Instituciones Educativas de la ciudad de Popayán, se presentan los datos obtenidos mediante cuadros y gráficos estadísticos, los cuales exponen la relación de las diferentes pruebas realizadas tanto en el Grupo Control (Séptimo C) y el Grupo Astronomía (Séptimo D) de la Institución Educativa César Negret de la ciudad de Popayán. Además se presentan los resultados obtenidos después de realizar algunas actividades en la Institución Educativa Escuela Normal Superior de Popayán en un grupo conformado por estudiantes de diferentes grados séptimos de dicha institución.

Descripción de las pruebas realizadas: La prueba inicial consistió en un test único para ambos grupos, mientras que la prueba final se elaboró específicamente para cada uno de ellos.

4.1 Comparación de resultados 1 (Primera ley de Kepler)

A continuación se presentan los resultados de las pruebas basadas en el estándar del Pensamiento espacial de Séptimo grado “Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.” Los datos se obtuvieron en la Institución Educativa César Negret de la ciudad de Popayán.

Descripción de las pruebas realizadas: Las preguntas del test inicial relacionadas con esta actividad fueron abiertas, donde el estudiante podía justificar su respuesta, la prueba final se elaboró específicamente para cada grupo. Los ítems con las cuales se hizo el análisis fueron preguntas abiertas para el grupo Astronomía y para el grupo Control abiertas y cerradas (selección múltiple).

Variables	Porcentaje de respuestas correctas			
	Prueba inicial Grupo Astronomía	Prueba inicial Grupo Control	Prueba final Grupo Astronomía	Prueba final Grupo Control
P1: Reconoce correctamente las cuatro cónicas generadas por cortes planos a secciones cónicas.	0%	14.2%	75%	23.3%
P2: Reconoce únicamente el círculo y la elipse u “ovaló” generados por cortes planos a secciones cónicas.	13.3%	57.1%	28.1%	50%
Porcentaje promedio de respuestas correctas	6.6%	35.6%	51.5%	36.6%
Total estudiante	30	28	32	30

Cuadro1: Comparación de las respuestas correctas obtenidas en las diferentes pruebas realizadas en los grupos de trabajo.

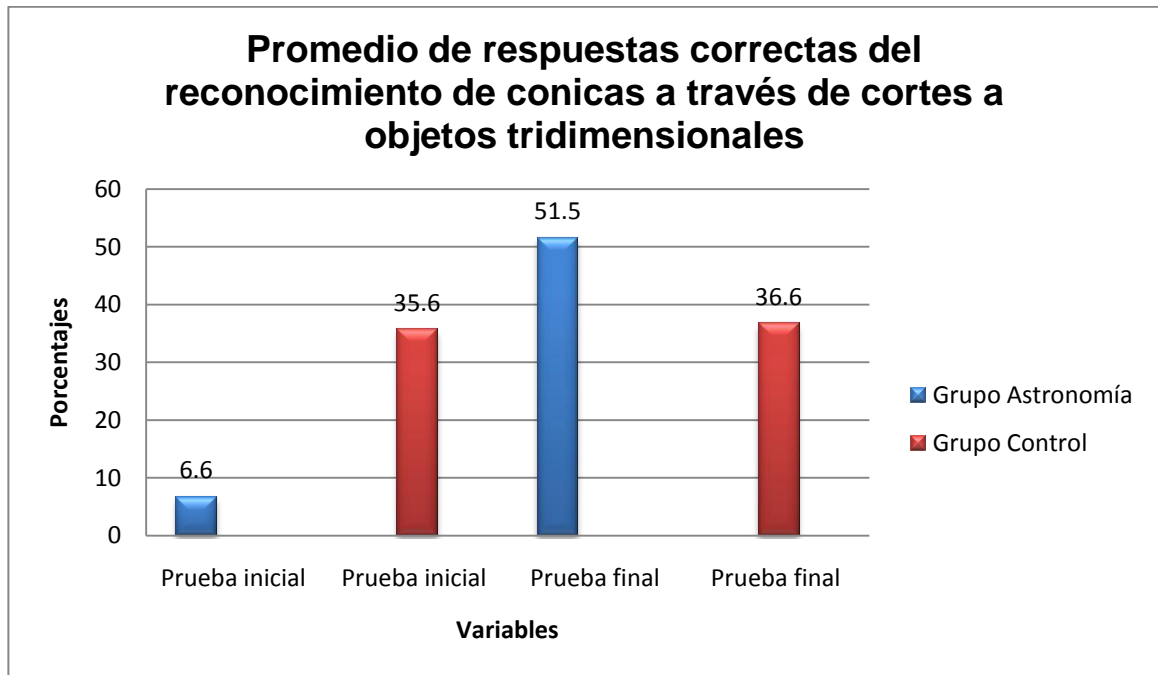


Gráfico 1: Porcentajes promedios de respuestas correctas obtenidos en el reconocimiento de figuras cónicas, a través de cortes rectos transversales a objetos tridimensionales.

Análisis

El incremento en los porcentajes promedios de respuestas correctas entre la prueba inicial y la prueba final del Grupo Astronomía es del 44.9% mientras que el incremento de los porcentajes promedios de respuestas correctas de la prueba inicial y final del Grupo Control es del 1%. Lo cual evidencia que con la actividad: Primera Ley de Kepler se alcanzaron mejores logros en el reconocimiento de las cónicas comparados con los avances del Grupo Control.

Observaciones

- La prueba inicial en el Grupo Astronomía permitió identificar que no se había visto el tema de cónicas, algunos estudiantes reconocían sólo el círculo y unos pocos la elipse, con el nombre de óvalo u óvulo. La actividad permitió que la mayoría de ellos se familiarizara y reconociera las cónicas generadas por cortes planos a secciones cónicas, mediante luces y sombras.
- Los resultados de la evaluación realizada después de la actividad: "Primera Ley de Kepler", permite validarla como una actividad indicada para exponer el tema de cónicas, pues le da la oportunidad al estudiante de generar un cono de luz con un rayo de sol o una linterna y mediante cortes hechos por una superficie plana observar y diferenciar secciones cónicas. Igualmente se pueden manipular, visualizar, corregir, volver a hacer desde diferentes focos los cortes que dan como resultado las cuatro cónicas.

4.2 Comparación de resultados 2: (Modelo de Saturno)

A continuación se presentan los resultados de las pruebas basadas en el estándar del Pensamiento espacial "Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales." Los datos se obtuvieron en la Institución Educativa César Negret de la ciudad de Popayán.

Descripción de las pruebas realizadas: Las preguntas del test inicial relacionadas con esta actividad fueron abiertas, donde el estudiante podía justificar su respuesta, la prueba final se elaboró específicamente para cada grupo. Los ítems con las cuales se hizo el análisis fueron preguntas abiertas para el grupo Astronomía y para el grupo Control abiertas y cerradas (selección múltiple)

Variables	Porcentaje de respuestas correctas			
	Prueba inicial Grupo Astronomía	Prueba inicial Grupo Control	Prueba final Grupo Astronomía	Prueba final Grupo Control
P1: Reconoce correctamente algunos elementos del círculo, circunferencia y esfera.	25%	21.4%	53%	38%
P2: Describe correctamente, la figura geométrica que se obtiene al hacer un corte plano a una esfera	12.5%	64.2%	73.5%	52.4%
Porcentaje promedio de respuestas correctas	18.7%	42.8%	63.2%	45.2%
Total estudiantes	32	28	34	21

Cuadro2: Comparación de las respuestas correctas obtenidas en las diferentes pruebas realizadas en los grupos de trabajo.

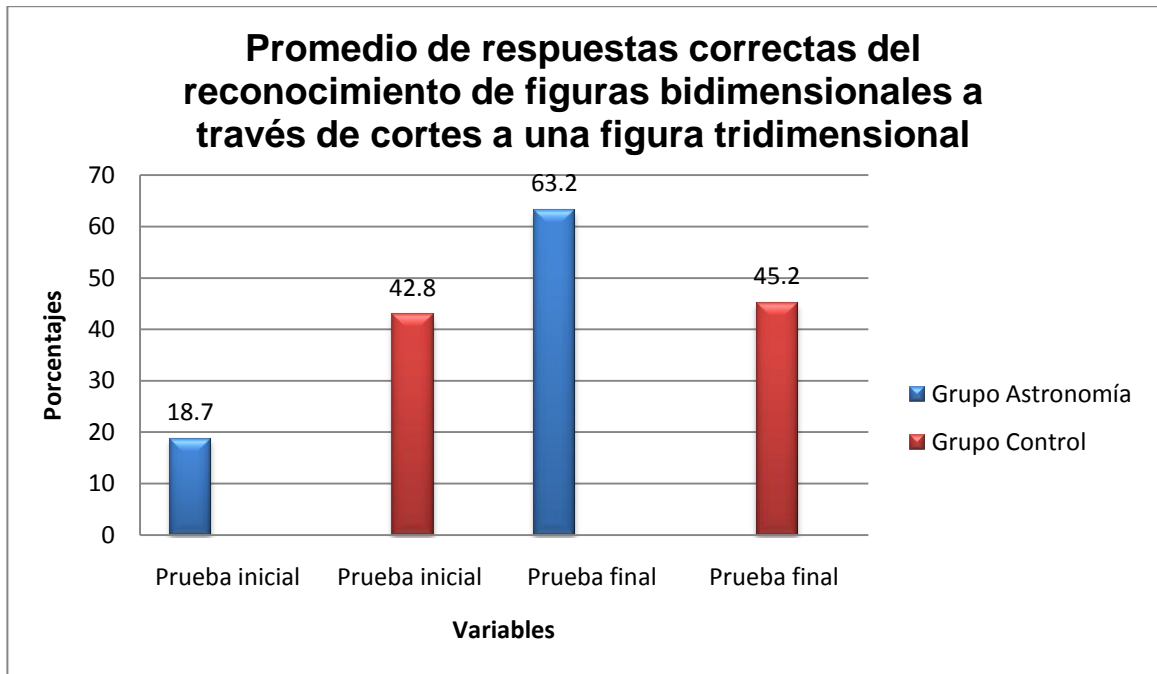


Grafico 2: Porcentajes promedios de respuestas correctas obtenidos del reconocimiento de figuras bidimensionales a través de cortes a una figura tridimensional

Análisis

Los resultados muestran un incremento, en los porcentajes promedios de respuestas correctas entre la prueba inicial y la prueba final del Grupo Astronomía, que es del 44.5% mientras que el incremento en los porcentajes promedios de respuestas correctas de la prueba inicial y final del grupo Control es del 2.4%. Lo cual evidencia que con la actividad: Modelo de Saturno se alcanzaron mejores resultados.

Observaciones

- Con pequeñas pruebas no formales en el grupo control, se pudo diagnosticar que no es fácil imaginar y reconocer figuras planas generadas por cortes planos a figuras tridimensionales, ni distinguir algunos conceptos como el círculo, la circunferencia y la esfera.
- Con la actividad Modelo de Saturno, mediante la manipulación del material como una bola de icopor y los cortes planos realizados a ella, el estudiante pudo visualizar paso a paso cómo se generan figuras bidimensionales a partir de una tridimensional como la esfera (planeta Saturno), figuras planas que son difíciles de asimilar mediante dibujos o en la imaginación. Más exactamente, llevó al alumno a reconocer que un corte realizado mediante un plano a una esfera, genera un círculo, donde también se pueden diferenciar las nociones de círculo, circunferencia y esfera.

4.3 Comparación de resultados 3: (Constelaciones y figuras geométricas)

A continuación se presentan los resultados de las pruebas basadas en el estándar del Pensamiento espacial de Séptimo grado: “Clasifico polígonos en relación con sus propiedades”, las pruebas se realizaron en la Institución Educativa César Negret de la ciudad de Popayán.

Descripción de las pruebas realizadas: Las preguntas del test inicial relacionadas con esta actividad fueron preguntas abiertas diseñadas de tal manera que las respuestas fueran elaboradas por los estudiantes, la prueba final se realizó específicamente para cada grupo. Los ítems con las cuales se hizo el análisis fueron preguntas abiertas.

Variables	Porcentaje de respuestas correctas			
	Prueba inicial Grupo Astronomía	Prueba inicial Grupo Control	Prueba final Grupo Astronomía	Prueba final Grupo Control
P1: Clasifica correctamente polígonos según la longitud de sus lados.	33%	36%	60%	20%
P2: Clasifica correctamente polígonos según el número de lados.	10%	15%	52%	40%
Porcentaje promedio de respuestas correctas	21.5%	25.5%	56%	30%
Total estudiantes	30	28	28	20

Cuadro3: Comparación de las respuestas correctas obtenidas en las diferentes pruebas realizadas en los grupos de trabajo.

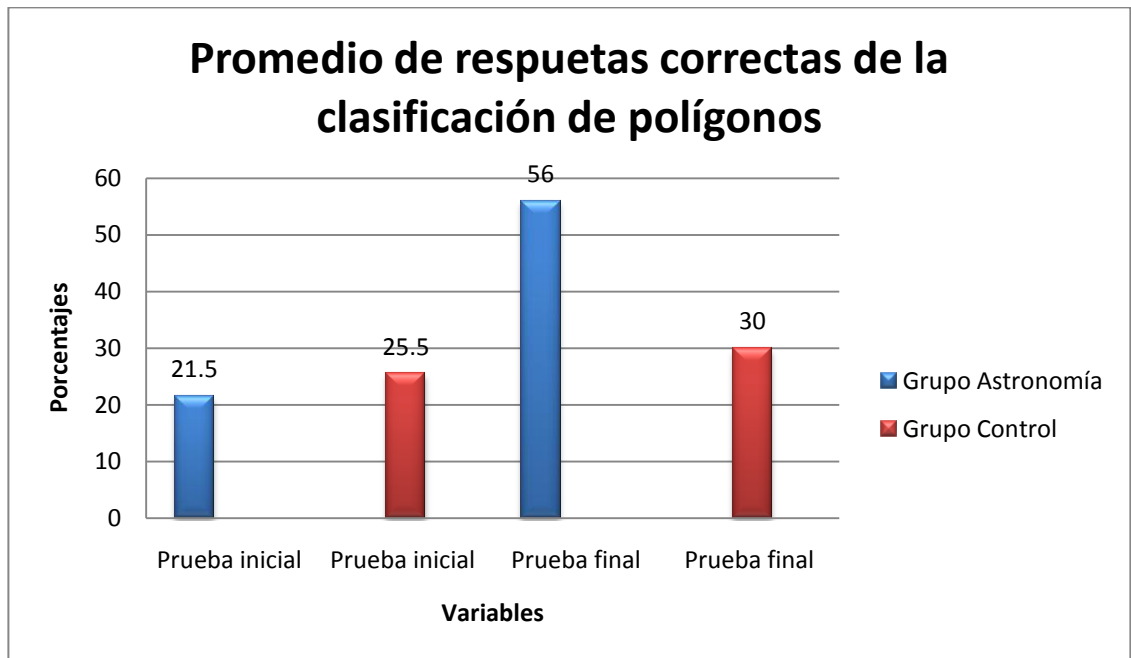


Grafico 3: Porcentajes promedios de respuestas correctas obtenidos en la clasificación de polígonos.

Análisis

Los resultados obtenidos muestran un incremento en los porcentajes promedios de respuestas correctas entre la prueba inicial y la prueba final del Grupo Astronomía del 34.5%; mientras que el incremento en los porcentajes promedios de respuestas correctas de la prueba inicial y final del Grupo Control es del 4.5%. Lo cual evidencia que con la actividad: Constelaciones y figuras Geométricas se alcanzaron mejores logros en la clasificación de polígonos.

Observación

- Con la actividad se pudo notar que los estudiantes solo clasifican algunos polígonos de tres y cuatro lados (triángulo, rectángulo). Siendo para ellos nuevos algunos términos, como pentágono, heptágono etc.
- De la actividad “Constelaciones y figuras geométricas” se rescata el empleo del geoplano, el cual mediante la construcción de constelaciones y otras figuras diseñadas por ellos mismos, despertó la creatividad y apropiación de algunos conceptos relacionados con la clasificación de polígonos.
- Teniendo en cuenta los resultados obtenidos se pudo apreciar un mejor desempeño de los estudiantes del grupo Astronomía, en la clasificación de polígonos según la longitud de sus lados con el empleo del geoplano. Lo cual pudo deberse a la manipulación de las bandas elásticas que permitían confrontar la longitud de los lados de un polígono.

4.4 Comparación de resultados 4: (Construcción de un Prisma de Agua)

Comparación de las pruebas realizadas en el Grupo de Astronomía y el Grupo Control bajo el estándar del Pensamiento espacial: “Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte”. Las pruebas se realizaron en la Institución Educativa, en este caso se intercambiaron los cursos debido al horario y las condiciones climáticas para un mejor desarrollo de la actividad.

Descripción de las pruebas realizadas: Las preguntas del test inicial relacionadas con esta actividad fueron preguntas cerradas de correspondencia, mientras que la

prueba final se elaboró específicamente para cada grupo. Los ítems con las cuales se hizo el análisis fueron preguntas abiertas para el grupo Astronomía donde el alumno podía justificar su respuesta, y cerradas (selección múltiple) para el grupo Control.

Variables	Porcentaje de respuestas correctas			
	Prueba inicial Grupo Astronomía	Prueba inicial Grupo Control	Prueba final Grupo Astronomía	Prueba final Grupo Control
P1: Reconocen correctamente ejemplos de Transformaciones geométricas.	71.4%	60%	65%	45%
Total estudiantes	30	28	20	20

Tabla 4: Comparación de las respuestas correctas obtenidas en las diferentes pruebas realizadas en los grupos de trabajo.

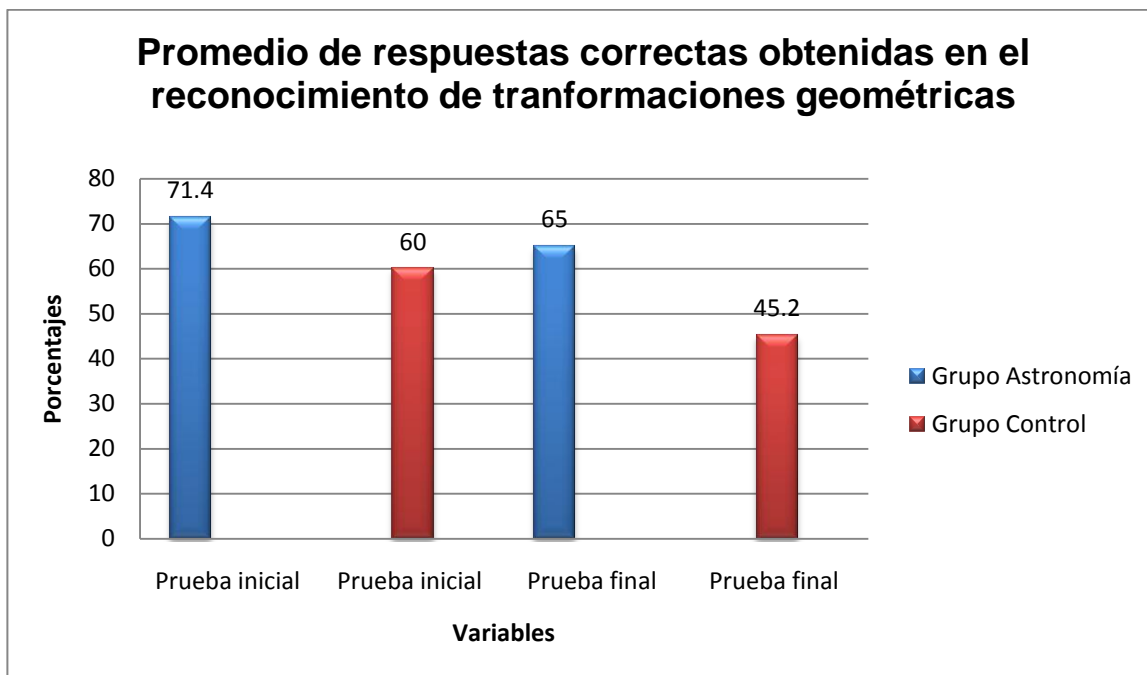


Grafico 4: Porcentajes promedios de respuestas correctas obtenidos en el reconocimiento transformaciones geométricas.

Análisis

Los resultados obtenidos muestran que hay una disminución en los porcentajes promedios de respuestas correctas entre la prueba inicial y la prueba final del Grupo Astronomía del 6.4%; igualmente se observa una reducción en los porcentajes promedios de respuestas correctas de la prueba inicial y final del Grupo Control del 15%. Los resultados observados indican que en ambos grupos se obtuvo una disminución de respuestas correctas lo cual revela que las actividades realizadas no fueron las indicadas para alcanzar los objetivos del estándar. En particular se puede decir que la actividad: Construcción de un prisma de agua no fue propicia para abordar el tema de transformaciones geométricas.

Observaciones

- Los resultados obtenidos en ambos grupos pudieron ser debidos a la complejidad del estándar: “Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte” o también a las técnicas didácticas utilizadas en el desarrollo del tema.
- En esta actividad los estudiantes alcanzaron a realizar algunos pasos de la misma, los cuales fueron obstaculizados por las variaciones del clima ya que era importante disponer de un tiempo soleado.

Los siguientes resultados se obtuvieron en el Grupo Astronomía, donde se compara la prueba inicial con la prueba final de éste grupo.

4.5 Comparación de resultados 5 (El Misterio de los Anillos de Saturno)

Comparación de las pruebas realizadas en el Grupo de Astronomía bajo el estándar del Pensamiento espacial de Séptimo grado: “.Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.” Las pruebas obtenidas se realizaron en la Institución Educativa César Negret de la ciudad de Popayán.

Descripción de las pruebas realizadas: Las preguntas de la prueba inicial y final de esta actividad utilizadas para el análisis fueron preguntas abiertas, donde el estudiante debía dibujar desde diferentes vistas figuras tridimensionales.

Variables	Porcentaje de respuestas correctas	
	Prueba inicial Grupo Astronomía	Prueba final Grupo Astronomía
P1: Dibuja objetos tridimensionales desde por lo menos una vista.	80%	93.8%
P2: Dibuja algunos detalles de alto relieve para diferenciar atributos de las figuras tridimensionales.	33.3%	84.4%
P3: Dibuja desde diferentes vistas un objeto tridimensional resaltando los cambios en cada una y los detalles de Profundidad.	46.7%	93.8%
Porcentajes	53.3%	90.7%
Total alumnos:	30	32

Tabla 5: Comparación de las respuestas correctas obtenidas en las diferentes pruebas realizadas en los grupos de trabajo.

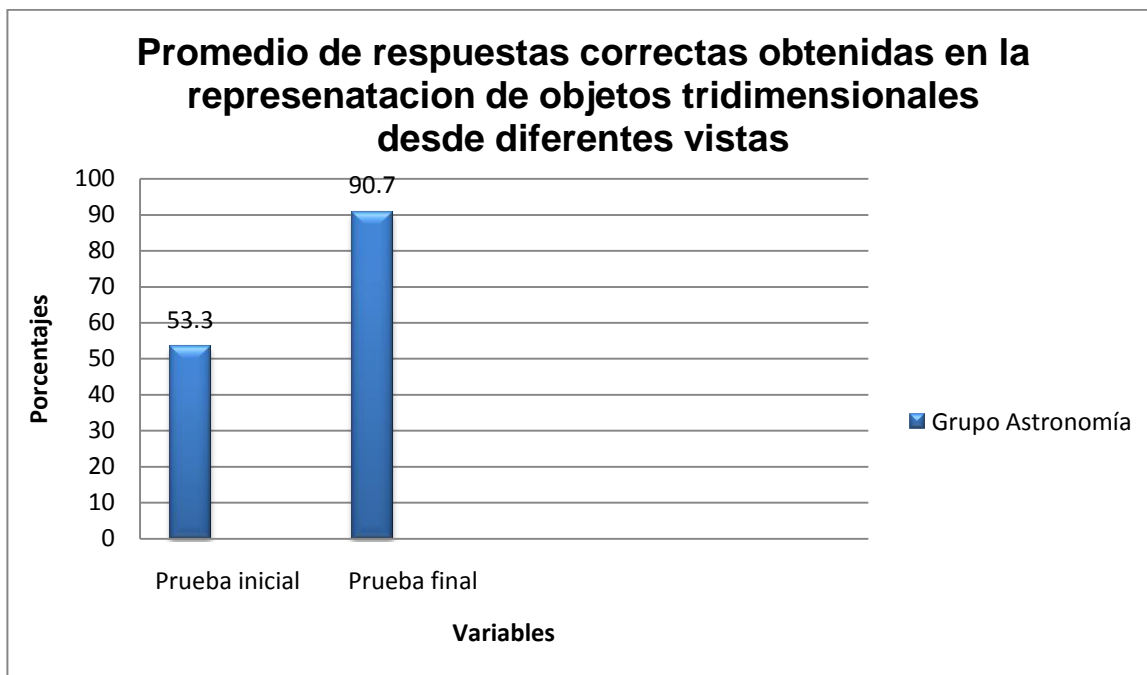


Grafico 5: Porcentajes promedios de respuestas correctas obtenidos en la representación de objetos tridimensionales desde diferentes vistas.

Interpretación

En los resultados obtenidos hay un incremento en el porcentaje de promedios de respuestas correctas entre la prueba inicial y final del grupo Astronomía del 37.4%. El porcentaje de respuestas correctas obtenido por el Grupo Astronomía mediante la actividad: El Misterio de los Anillos de Saturno fue del 90.7% lo cual permite afirmar que es indicada para abordar el estándar: “Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas” sin embargo pueden haber otras alternativas indicadas para el tema que alcancen mejores o iguales resultados.

Observaciones

- De la actividad: El “misterio de los anillos de Saturno” se resalta la estimulación por el dibujo, ya que ante ella varios estudiantes expresaron temor ante su desarrollo, expresando no poder hacerlo; sin embargo los resultados obtenidos mediante la actividad fueron sorprendentes, pues las creaciones presentadas mostraron habilidades y destrezas para dibujar las diferentes vistas de un objeto tridimensional.
- Mediante el desarrollo de esta actividad, el alumno tuvo la oportunidad de observar, apreciar, diferenciar, comparar y dibujar las diferentes vistas de Saturno en movimiento y en diferentes posiciones. Como también permitió encontrar los puntos en los que Saturno se observa igual, lo cual puede hacerlo situándose en el centro de la elipse que describe el recorrido del planeta alrededor del Sol y llevando a Saturno a diferentes posiciones. Además permite repasar o trabajar con la elipse y sus elementos.

Resultados de las actividades realizadas en la Institución Educativa Normal Superior

Las siguientes actividades fueron realizadas en la Institución Educativa Escuela Normal superior con la finalidad de cumplir con los objetivos propuestos en el trabajo de grado, donde se trabajó con un grupo de estudiantes de diferentes séptimo de la institución. A continuación se presentan los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en las diferentes actividades.

4.6 Resultados actividad: Semejanza y congruencia en el universo

Esta actividad busca fortalecer el estándar del Pensamiento espacial “Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras”. Se desarrolló en la

Institución Educativa Escuela Normal Superior con estudiantes de varios séptimo. Antes de iniciar la actividad se hace un sondeo para determinar lo que saben acerca del tema; de lo que se concluye que es un tema desconocido para ellos y se pasa a hacer una introducción acerca de él para un mejor desarrollo de la actividad, intentando de esta manera enriquecer las nociones de semejanza y congruencia.

En la actividad desarrollada, se realizaron preguntas abiertas diseñadas para que el estudiante diera respuestas cortas, de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados.

Variable	Porcentaje de respuestas correctas
P1: Clasifica correctamente figuras semejantes y congruentes.	84 %
P2: Representa correctamente figuras semejantes y congruentes	64 %
Promedio de respuestas correctas	74 %
Total estudiantes	31

Cuadro 6: Porcentajes del desempeño de alumnos de séptimo grado frente a la clasificación de figuras semejantes y congruentes.

Análisis

Los estudiantes lograron el 74% de respuestas correctas frente a la clasificación de figuras semejantes y congruentes.

Observaciones

- De esta actividad es importante resaltar que al utilizar el geoplano para la representación de constelaciones, se despierta en los estudiantes el interés en el tema, además de la creatividad a la hora de representar nuevas constelaciones, figuras semejantes y congruentes.
- El uso del geoplano en la actividad semejanza y congruencia en el universo dio buenos resultados, les permitió a los estudiantes la construcción de varias figuras semejantes o congruentes entres sí, pudiendo corregir errores con más facilidad que al ser dibujados en una hoja de papel. Además se pudo ver que haciendo uso del geoplano se puede aplicar sobre él algunas transformaciones geométricas para obtener figuras semejantes y congruentes.

4.7 Resultados actividad: En qué parte del mundo vives tú

Esta actividad se creó con el fin de reforzar el estándar del Pensamiento espacial de Séptimo grado: Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica. Al inicio de la actividad se hizo una exploración acerca de los conceptos que tenían los estudiantes acerca de este tema, de lo que se noto que algunos de ellos conocían los conceptos de longitud y latitud, lo nuevo para ellos fue ubicar coordenadas tanto en un globo terráqueo como en un planisferio. Esta actividad se desarrolló en la Institución Educativa Escuela Normal Superior con 37 estudiantes.

En la actividad desarrollada, se realizaron preguntas abiertas donde el estudiante podía justificar su respuesta de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados.

Variable	Porcentaje de respuestas correctas
Ubica correctamente coordenadas, dadas las ciudades o países	81%
Dada las coordenadas ubica correctamente ciudades o países	24%
Ubica correctamente ciudades o países dada su latitud	67%
Promedio de respuestas correctas	57%
Número de estudiantes	37

Cuadro 7: Porcentajes del desempeño de alumnos de séptimo grado frente a la localización de ciudades o países utilizando el globo terráqueo y el planisferio.

Interpretación: Los estudiantes lograron el 57% de respuestas correctas frente a la localización de ciudades o países con ayuda del globo terráqueo.

Observación

Con el estudio de los resultados obtenidos después de la actividad: ¿En qué parte del mundo vives tú? se puede decir que varios estudiantes lograron comprender la forma de localizar ciudades o países, teniendo como herramienta el globo terráqueo, es de resaltar que al inicio de la actividad los estudiantes manifestaron no saber manejar este instrumento didáctico.

Prueba complementaria

Como prueba complementaria se realizó un juego donde los estudiantes debían organizarse en grupos e intentar adivinar coordenadas en un planisferio de otro equipo, y así poder vencerlos, para lo cual en el planisferio debían trazarse líneas perpendiculares y paralelas logrando una cuadrícula. Los estudiantes se notaron confundidos, y algunos de ellos manifestaron desconocer dichos términos, dificultando un poco el desarrollo de la actividad. Conjuntamente se observó algunas falencias en los conceptos de plano cartesiano en particular de cuadrantes y coordenadas. Una vez explicados los temas desconocidos mencionados anteriormente la actividad resultó entretenida e interesante ya que lograron manipular coordenadas en un plano bidimensional a través de un juego.

4.8 Resultados actividad: Semejanza en el Universo

Esta actividad se realiza con el fin de mejorar los conceptos de semejanza, para abordar el estándar del Pensamiento espacial de Séptimo grado; “Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales”. El objetivo principal de esta actividad era que reconocieran por lo menos dos criterios de semejanza (Dos figuras geométricas son semejantes si sus ángulos correspondientes son iguales o

sus lados correspondientes son proporcionales), criterios que hasta el momento no se habían visto. Los resultados obtenidos fueron los siguientes.

En la actividad desarrollada, se realizaron preguntas abiertas donde el estudiante podía justificar su respuesta de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados.

Variable	Porcentaje de respuestas correctas
Reconoce correctamente figuras semejantes y no semejantes	68%
Representa correctamente figuras semejantes	84%
Promedio de respuestas correctas	76 %
Número de estudiantes	25

Cuadro 8: Porcentajes del desempeño de alumnos de séptimo grado frente al reconocimiento de características de las figuras semejantes.

Interpretación: Los estudiantes lograron el 76% de respuestas correctas frente al reconocimiento de características de las figuras semejantes.

Observación:

- Esta actividad permite a los estudiantes mediante comparaciones de figuras geométricas identificar ángulos congruentes y lados proporcionales llevándolos a identificar los criterios de semejanza.

- El 84% de los estudiantes lograron representar correctamente figuras semejantes a partir de una dada, lo que implica reconocer favorablemente la noción de proporcionalidad apropiándose de uno de los criterios de figuras semejantes (dos figuras son semejantes si sus lados correspondientes son proporcionales, dos figuras son semejantes si sus ángulos son congruentes)

4.9 Resultados Actividad Diámetro del sol

Para realizar esta actividad se necesitaba de un día soleado con el cual no se contó, lo que hizo difícil llevarla a cabo, además de la culminación del tiempo asignado por la Institución Educativa Normal Superior, en lugar de probarla se realizó un ejercicio el cual buscaba comprobar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas basados en las propiedades de las figuras semejantes, lo que se asemejaba al objetivo de la actividad propuesta en la guía metodológica; ya que para hallar el diámetro del sol se necesita de las propiedades de semejanza.

Del desarrollo de la actividad se concluye; la necesidad de más tiempo para el progreso y entendimiento de este tipo de problemas ya que prácticamente en una misma clase se exponían los criterios de semejanza y para esto es necesario de un tiempo adecuado que permita su manejo y apropiación, los estudiantes ante este tipo de problemas no respondieron favorablemente pues ninguno de ellos lo resolvió, aunque algunos se acercaban con sus preguntas al desarrollo del mismo. Es posible que con más tiempo dedicado al tema, este tipo de ejercicios sean manipulables para ellos. También es posible recurrir a ejercicios de semejanza con triángulos antes de acudir a la solución de problemas, lo anterior puede hacer que los estudiantes se apropien mejor de los criterios de semejanza y logren

visualizar de una manera más apropiada los esquemas de los problemas a resolver.

4.10 Resultados actividad: Planetas a escala

Esta actividad se realizó buscando fortalecer un aspecto importante del pensamiento espacial, como es pasar de lo bidimensional a lo tridimensional y viceversa mediante representaciones, la cual se desarrolló en dos contextos los cuales fueron la Institución Educativa César Negret y la Escuela Normal superior. En los colegios se hizo difícil realizar la evaluación escrita debido a que esta actividad requiere como mínimo de 2 horas con las cuales no se contaron, además de requerir de conceptos previos para su total desarrollo tales como; razones y proporciones, potenciación, división entre potencias de diez, conversión de unidades y escala, temas que hasta el momento los estudiantes decían desconocer o no acordarse; lo cual pudo ser un factor para que la actividad no se concluyera de la manera como se esperaba.

Sin embargo el desarrollo de la actividad fue positivo teniendo en cuenta que los estudiantes lograban comparar las representaciones de algunos planetas, lo cual los lleva a pensar el por qué de los tamaños obtenidos al representarlos teniendo en cuenta las dimensiones reales, lo que los hizo pensar en el concepto de escala y como funciona, un aspecto positivo para el desarrollo del pensamiento matemático.

En la Institución Educativa Escuela Normal Superior se visualizó con el desarrollo de esta actividad, que se debe enfatizar en algunos temas previos como definición de radio, diámetro, división entre potencias de diez; ya que esta fue una constante a la hora de representar los planetas, algunos estudiantes se mostraron inseguros cuando se pidió trazar el radio de un círculo, después de darles el valor del

diámetro lo que lleva a pensar que hay definiciones de las cuales no se han apropiado totalmente.

Igualmente se constata que al realizar esta actividad, se aprende o refuerza algunos temas de Geometría al mismo tiempo que se fortalece temas de Aritmética lo cual lleva a verificar la transversalidad de algunas actividades basadas en Astronomía contenidas en la guía metodológica.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

El desarrollo de este seminario de grado permitió obtener las siguientes conclusiones.

1. El resultado principal de este seminario de grado fue, una aproximación a una guía metodológica dirigida a docentes de Matemáticas, cuyo objetivo es ser una herramienta adicional que contribuya a la construcción de un ambiente de aprendizaje más adecuado para el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de grado séptimo; mediante un conjunto articulado de actividades planteadas a partir de escenarios basados en temas relacionados con la Astronomía, esta permite enseñar y aprender algunos temas de Geometría utilizando representaciones visuales de conceptos y procesos; mediante las aproximaciones y manipulaciones intuitivas, deductivas y analíticas.
2. Existen temas de Astronomía propicios para diseñar situaciones de aprendizaje en Matemáticas, con el fin de enseñar algunos conceptos geométricos basados en la geometría activa, lo cual ayuda al desarrollo del pensamiento espacial, además de fomentar el aprendizaje colaborativo de los participantes.
3. Cada actividad que compone la guía metodológica está diseñada especialmente para el desarrollo del pensamiento espacial en grado séptimo, sin embargo los temas de Astronomía utilizados, pueden ser empleados para el logro de estándares de diferentes grados escolares del

mismo pensamiento, como también el logro de estándares de diferentes pensamientos que conforman el pensamiento matemático.

4. Se reafirma que la Astronomía es una ciencia que fácilmente llama la atención y despierta curiosidad en estudiantes y profesores; situación que se puede aprovechar para el diseño de estrategias innovadoras con el fin de introducir algunos temas de geometría y matemáticas que no suelen considerarse en el currículo de matemáticas los cuales contribuyen al desarrollo del pensamiento espacial.
5. La Astronomía es una ciencia que se puede utilizar como herramienta didáctica para la enseñanza de otras disciplinas como: Física, Biología, Química, Geografía; Historia, Artes; Religión y Educación Física entre otras.
6. Las actividades planteadas en la guía permiten a los estudiantes partir de procesos básicos, los cuales se basan en aspectos de su entorno y gradualmente se llevan a una percepción más analítica del concepto de espacio.

5.2 Recomendaciones

Mediante el proceso de elaboración de este seminario, surgen las siguientes recomendaciones.

- Disponer como mínimo de 2 horas para el desarrollo de cada actividad.
- Visualizar dificultades en el dominio de algunos conceptos, para identificar los temas que se deben reforzar.

- Las actividades se pueden utilizar para introducir o para fortalecer conceptos de Geometría, y de otras áreas que se requieran para el desarrollo de la misma.
- Utilizar los recursos informáticos que se tengan en la institución, accediendo a programas computacionales como Geogebra, Estellarium, Celestia, entre otros, para lograr una mejor conceptualización de las nociones de Astronomía y Geometría que se quieran ilustrar.
- Recurrir a videos para el inicio de cada actividad dependiendo del tema de Astronomía que se va emplear, con el fin de captar la atención del estudiante y esperando que logre asimilar la idea de lo expuesto.

5.3 Trabajos futuros

Algunos trabajos que se pueden derivar a partir de esta experiencia son

- Capacitación a docentes interesados en trabajar con la guía metodológica propuesta.
- Estudiar la aplicabilidad de esta estrategia didáctica a diferentes grados, basándose en los estándares curriculares y pensados en la transversalidad que ofrece el enseñar y aprender a través de la Astronomía.
- Identificar y comprobar si las actividades que conforman la guía metodológica, también son adecuadas para el logro de estándares de otros pensamientos que conforman el pensamiento matemático.
- Explorar otros temas de Astronomía y fuentes de conocimientos que conlleven a la creación de nuevas actividades.

- Identificar y emplear aplicaciones de software como apoyo al desarrollo de las actividades que componen la guía metodológica
- Las siguientes son algunas actividades que se documentaron, sin embargo no se alcanzaron a probar que podrían valorarse en trabajos futuros.
 - Calcular el diámetro de la luna con ayuda de una moneda.
 - Construcción de un reloj solar.
 - Reconociendo triángulos a partir de la fases de la luna.
 - Proyecto Eratóstenes.
 - Realizar la Actividad de Planetas a Escala en forma tridimensional

BIBLIOGRAFIA

- ARRIERO, Carmen. y GARCIA, Isabel. Descubrir la geometría en el entorno cabri.
http://books.google.com/books?id=783EYoo3Pb4C&pg=PA79&dq=transformaciones++y+homotecias&hl=es&ei=8qMCTv_8IsLs0gHxxZTPDg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=10&sqj=2&ved=0CFYQ6AEwCQ#v=onepage&q=transformaciones%20%20y%20homotecias&f=false
- ASOCIACIÓN NACIONAL de Maestros de Ciencias de la Tierra *Ventanas al Universo*, disponible en <http://windows2universe.org>.
- ASTROMIA, El sol, <http://www.astromia.com/solar/sol.htm>, 15 de marzo 2011
- BERRITZEGUNE, Fernando Fouz. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. p 69. Disponible en: <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf>
- CALAD URIBE, Julio. y BERRIO MOLINA, José Israel. Elementos de matemáticas I. Quinta edición.
- CALDERÓN S, Raymundo. Constructivismo y aprendizajes significativos. <http://www.monografias.com/trabajos7/aprend/aprend.shtml>. Marzo del 2007.
- CALVIN, J Hamilton, 17 de marzo 2011 <http://www.solarviews.com/span/moon.htm>
- CARRASCO L, Esperanza y CARRAMIÑANA, Alberto. DEL Sol a los confines del Sistema Solar. Fondo de Cultura Económica. Primera Edición, 2005.

- CASANOVA, Manuel. Geometría plana y del espacio. Séptima edición. Cap. IV
- COLLADO, Laura. Construcción de un prisma de agua. <http://www.iar.unlp.edu.ar/divulgacion/activ-05.htm#contenedor>
- COMELLAS, José Luis. Guía del firmamento séptima edición. http://books.google.com/books?id=qAlWaTYnw_oC&pg=PA171&dq=observaci%C3%B3n+de+saturno&hl=es&ei=Btv0Tbq6GpOtgfp3b2NBw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=%20saturno&f=false
- COVINGTON, Michel A. Objetos celestes para telescopios modernos, http://books.google.com/books?id=CNlIGCfDgY4C&pg=PA58&dq=anillos+de+saturno&hl=es&ei=rBL0TfCAOo2Etgf6tsCbBw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CD0Q6AEwAw#v=onepage&q=anillos%20de%20saturno&f=false
- DIAZ V, Tomas Humberto. Fundamentos de geometría euclidiana. Vol. 1.3ªED.
- DORCA, Juan. Tratado de cosmografía.1814. http://books.google.com/books?id=i54LjmeToFgC&pg=PA4&dq=circulo+maximo+de+una+esfera&hl=es&ei=00L6TcDrl6Hm0QH6tvjiAw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=6&ved=0CEcQ6AEwBQ#v=onepage&q=circulo%20maximo%20de%20una%20esfera&f=false
- EL PROYECTO Eratóstenes. Adaptación para Argentina del proyecto WYP Eratóstenes Project:
<http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2009.pdf>
- EL SOL, ¿Que es el sol?, http://www.oarval.org/section3_4sp.htm, 18 de abril de 1996.
- FIERRO, Julieta. Las estrellas. Pág. 16+167

- GELTNER, Peter B. y PETERSON, Darrel J. Geometría tercera edición.
- G, Phares .Introducción al algebra.pag
http://books.google.com/books?id=GqETyvvdQaNEC&pg=PA361&dq=figuras+congruentes&hl=es&ei=X1H5TcnZI9SbtwfU0MSyBA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=figuras%20congruentes&f=false
- GÓMEZ D, María J. Construcción de un reloj de sol ecuatorial. VI Feria Madrid por la Ciencia.
<http://www.madrimasd.org/cienciaysociedad/taller/fisica/astronomia/reloj-sol-ecuatorial/default.asp>
- GOMEZ, Melchor. Pensamiento espacial. pág. 10.
http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/megome/cursos/Matemat/apuntes/2_Geometria.pdf
- GUIA DE los maestros.
http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_46/FasesdelaLuna.pdf
- GUTIÉRREZ. Citado por, POBLOTE, Álvaro y LLEFLI, Roberto. Proyecto de Investigación: Análisis de la capacidad espacial en geometría.
<http://www.docstoc.com/docs/884866/Analisis-de-la-Capacidad-Espacial-en-Geometria>.
- HURTADO, Pompilio. Geometría. Octava edición. Bogotá 1969. Pág.
- IBAÑEZ, Patricia. y GARCIA, Gerardo. Matemáticas II, Geometría y trigonometría.pag. 85.
http://books.google.com.co/books?id=tDYtFqXGSMgC&pg=PT96&dq=CLASIFICACION+DE+POLIGONOS+POR+EL+NUMERO+DE+LADOS&hl=es&ei=2gQfTt2Plqrh0QGV49jdAw&sa=X&oi=book_result&ct=book-thumbnail&resnum=5&ved=0CEIQ6wEwBA#v=onepage&q&f=false

- INTERPRETACIÓN DE planos. Grupo ceac.
http://books.google.com/books?id=ehZUd5mkYXgC&pg=PA28&dq=escala+de+reduccion&hl=es&ei=B8j3TYfCFOP50gGELmiCw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false
- LARSON, Hostetler. Précalculo. Séptima edición. Sección 10.2.
- LANDAVERDE, Felipe de Jesús. Geometría
http://books.google.com/books?id=CSVgfC9zVvIC&pg=PA335&dq=superficie+conica+de+revoluci%C3%B3n&hl=es&ei=21QCTvKqCuS30AHZ__ikDg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&sqi=2&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q=superficie%20conica%20de%20revoluci%C3%B3n&f=false
- LIRA CONTRERAS, Ana et al. Geometría y trigonometría .2006.GUIA DE losmaestros.http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_46/FasesdeLaLuna.pdf
- LONDOÑO, Nelson. y BEDOYA, Hernando. Matemática progresiva 2. Editorial Norma.
- LORCA, Jordi. El sistema solar: nuestro pequeño rincón en la vía láctea.
<http://books.google.com/books?id=xvP2GfIXo8gC&printsec=frontcover&dq=sistema+solar&hl=es&ei=PPgDToSzPKP30gHOs>
- MAASS, Sergio Franco. y VALDEZ, María Eugenia. Principios básicos de cartografía.http://books.google.com/books?id=jsVtsrDMSQwC&pg=PA33&dq=coordenadas+geograficas&hl=es&ei=_5kGTrHkJo6SgQeGsdjZDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&sqi=2&ved=0CEAQ6AEwAw#v=onepage&q&f=false
- MINISTERIO DE educación nacional. Lineamientos Curriculares de Matemáticas MEN. Santa fe de Bogotá 1998. Vol. 3

- MINISTERIO DE educación nacional. Estándares básicos de Matemáticas. Santafé de Bogotá.
- MARTINEZ, Vicente J. Astronomía fundamental. http://books.google.com/books?id=n6VvcTAODNQC&pg=PA48&dq=las+constelaciones&hl=es&ei=o0b1TambFsXb0QH_n9nrDA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CDgQ6AEwAw#v=onepage&q=las%20constelaciones&f=false
- MAIZTEGUI, Alberto. y SABATO, Jorge. Introducción a la física. Novena edición
- MOISE, E. Elementos de geometría superior. Octubre de 1962.
- NUÑEZ CABELLO, Raúl. Geometría del triangulo y la circunferencia. http://books.google.com/books?id=q_jBRwCMSgMC&pg=PA15&dq=clasificaci%C3%B3n+de+triangulos&hl=es&ei=5Fb6TezeF8un0AGxn4mJAw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CC4Q6AEwAA#v=onepage&q&f=false
- MUÑOZ, Luis Alberto. Fundamentos físicos de la topografía. http://books.google.com/books?id=zlhDaHMOM3QC&pg=PA19&dq=prisma+optico&hl=es&ei=SfQFTvyVEYjZgAfwxHbDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=2&ved=0CDQQ6AEwAQ#v=onepage&q&f=false
- PALMER, Irwin. Matemáticas prácticas. Segunda edición. http://books.google.com/books?id=svzuB4pZKjkC&pg=PA85&dq=unidades+metricas+de+superficie&hl=es&ei=zkuHTtjeG4a10AHk4Zz7Cg&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CDcQ6AEwAw#v=onepage&q&f=false
- PERELMAN, Yakov, citado por BARROS, Patricio. y BRAVO, Antonio. Astronomía Recreativa. Traducción de Manuel Megias.
- PUERTA Restrepo, Germán. Ciencia explicada. Astronomía. Intermedio Editores, una División de Círculo de Lectores S.A.
- PURCELL, Joshep Edwin et al. Cálculo. Novena edición.

- RICH, Barnett. Geometría. Segunda Edición. Editorial McGRAW-HILL.
- SAA, María. Los ángulos: Recursos para su aprendizaje. pág. 70. http://books.google.com.co/books?id=K6hjt8cgtmMC&pg=PA65&dq=dos+angulos+opuestos+por+el+vertice+son+congruentes&hl=es&ei=D8QVTtOeBsjZgQfJ8fQO&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCgQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false
- SASO ELBOJ, Carmen. Comunidades de aprendizaje: transformar la educación. http://books.google.com/books?id=0Y5Ib_Jve4IC&pg=PA47&dq=constructivismos+y+aprendizaje+significativo&hl=es&ei=pK8ATqaGGZKFtgeqh53yDQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CCoQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false
- SERWAY, Raymon A. Fundamentos de física. Cengage Learning Octava Edición. Volumen 2.
- STEWART, James. Calculo varias variables, trascendentes tempranas.2008
- VALLEJO, José Mariano. Compendio de Matemáticas puras y mixtas. http://books.google.com/books?id=MzxJXHws8BwC&pg=PA131&dq=razones+y+proporciones+matematicas&hl=es&ei=Pb73TcfxHlnw0gGEvdDMCw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=4&ved=0CD0Q6AEwAw#v=onepage&q&f=false
- VARGAS GIL, Patricio J. Escuela de educación mental. Artículos 4. oct.2009. <http://www.mentat.com.ar/percepcion-visual.htm>

ANEXOS

ANEXO A

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Nancy Dayana Díaz Toro, Sandra Viviana Escobar Madroñero, Saulo Mosquera López

1.2.- Título: Actividades Didácticas Apoyadas en Algunos Aspectos Históricos de la Cultura y Matemática Maya

1.3.- Tipo de material: Pagina web.

Dirección electrónica:

http://www.educarecuador.ec/_upload/Actividadesdidacticasapoyadasaspectoscul turamaya.pdf

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Señalar aspectos relevantes del desarrollo histórico y cultural de la civilización Maya como apoyo para organizar material didáctico que fomente la creatividad y desarrolle el pensamiento espacial y sistemas geométricos.

2.2.- Núcleo Temático: Aspectos relacionados con la cultura Maya como: Cultura, Arquitectura, Arte, Matemáticas, Astronomía entre otros

3.- Delimitación contextual

3.1.- Referencia Espacial: Pasto (Nariño)

4.- Propósito

4.1.-Objetivo General: Rescatar temas de geometría olvidados en las aulas

escolares y enseñarlos basados en aspectos de Astronomía.

4.2.- Objetivos Específicos:

- Mejorar las condiciones y la calidad de aprendizaje
- Dar mayor participación a la Geometría en las aulas escolares
- Desarrollar el pensamiento espacial y geométrico

5.- Enfoque

5.1.- Referentes teóricos:

http://www.educarecuador.ec/_upload/Actividadesdidacticasapoyadasaspectosculturamayamaya.pdf

Conclusión: Esta página trabaja la correspondencia entre Astronomía y desarrollo del pensamiento espacial y geométrico, mediante actividades referidas A la cultura maya lo cual aporta un material didáctico interesante, para abordar temas de geometría en las aulas escolares que lleven a los estudiantes a desarrollar sus aptitudes y actitudes ante nuevos procesos de enseñanza.

ANEXO B

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Juan José Giambiagi. Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires

1.2.- Título: El Proyecto Eratóstenes

1.3.- Tipo de material: Pagina web.

Dirección electrónica:

<http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes.pdf>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Cómo medir el radio de la Tierra

2.2.- Núcleo Temático: La geometría de cómo los rayos del Sol inciden sobre la Tierra a distintas latitudes.

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aire

3.2.- Delimitación Temporal: Asociación Física Argentina y el Nodo Nacional Argentino del Año Internacional de la Astronomía 2009.

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Calcular el radio de la Tierra utilizando el método que Eratóstenes siguió hace 2300 años.

4.2.- Objetivos Específicos:

1.- Describir la geometría de cómo los rayos del Sol inciden sobre la Tierra a distintas latitudes.

2.- Describir cómo el perímetro de la Tierra fue medido por primera vez miles de años atrás.

5.- Enfoque

5.1.- Disciplina: Astronomía educativa.

5.3.- Referentes teóricos:

1.- Adaptación para la Argentina del proyecto WYP Eratóstenes Project.

Organizado en Estados Unidos para el año internacional de la física 2005.

<http://www.physics2005.org/events/eratosthenes/>

Conclusión:

El Proyecto Eratóstenes es un proyecto donde se describen los pasos a seguir para el cálculo del radio de la Tierra, los cuales están relacionados con Matemáticas, en particular con geometría enfatizando en identidades trigonométricas. Además es un proyecto en el cual colaboran colegios de distintos lugares del país y países limítrofes.

ANEXO C

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Escuela Presidente Balmaceda.

1.2.- Título: Aprendamos Matemáticas a través de la Astronomía

1.3.- Tipo de material: Pagina web.

Dirección electrónica: <http://www.redinnovemos.org/content/view/156/69/lang,sp/>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central:

Fortalecer los niveles de aprendizaje en el área de las matemáticas, desarrollando actividades de observación astronómica.

2.2.- Núcleo Temático:

¿Qué se pretende transformar y por qué?

¿Cómo se lleva a cabo?

¿Qué resultados se obtienen?

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Chile

3.2.- Delimitación Temporal: Primera Fase 1998-2001. En la actualidad está integrado al curriculum.

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Programa de mejoramiento Educativo

4.2.- Objetivos Específicos:

- Utilizar el medio geográfico que rodea la región de Calama para esta actividad educativa; ya que existen importantes observatorios a su alrededor.
- Sustentar el uso de métodos pro-activos y motivadores que superen los niveles de dominio en las distintas nociones de geometría y cálculo.
- Creación de una Sala Observatorio de Astronomía como eje central del proyecto, dotándola de recursos para su implementación y estableciendo actividades para su integración al proceso educativo.

5.- Enfoque

5.1.- Referentes teóricos:

1. Ministerio de Educación de Chile. Manual PME. Parte I. Elementos fundamentales para la elaboración de proyectos. Abril de 2000.

2. Formulario de Postulación para la Educación General Básica y Educación Especial. Proyectos de Mejoramiento Educativo. Concurso 1998. Escuela Presidente Balmaceda, Calama. Chile.

3. Revista educar.

Año 6. Número 54, 2001. Santiago de Chile. Serie “Establecimientos Educativos Emblemáticos”. Entre el Cielo y el desierto.

Conclusión:

Esta página presenta un proyecto que pretende mejorar los niveles de educación de Matemáticas en los estudiantes aprovechando el medio geográfico en el que se encuentra la escuela pues está rodeada de observatorios, en particular busca mejorar los niveles de geometría y cálculo.

Resultados:

Considerando la índole del proyecto se constata que el desarrollo del mismo ha ido construyéndose con la experiencia y la práctica diaria. Si bien el proyecto se inició en 1998 y finalizó en 2001, en la actualidad se encuentra integrado dentro del currículum de la escuela, lo cual indica que su aceptación ha sido evaluada como positiva y que su proyección a futuro es un hecho para la comunidad educativa.

ANEXO D

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: REYES-GARCÍA CANDEL, José Antonio de los

1.2.- Título: Programa galileo para profesores. Año internacional de la astronomía 2009

1.3.-Tipo de material: Proyecto disponible en:

http://www.murciencia.com/UPLOAD/COMUNICACIONES/programa_galileo.pdf

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Celebración global de la Astronomía y de su contribución a la sociedad, a la cultura, y al desarrollo de la humanidad debido al *Año Internacional de la Astronomía - 2009*

2.2.- Núcleo Temático: Proyectos Pilares AIA-2009

- 100 horas de Astronomía (abril de 2009)
- De la Tierra al Universo
- Portal al Universo
- Conocimiento del cielo oscuro
- Ella es astrónoma
- Diarios Cósmicos
- Explora el Universo (The Universe Awareness - UNawe)
- El “Galileoscopio”
- Desarrollo global de la Astronomía
- Astronomía Patrimonio de la Humanidad

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Universidad de Murcia

3.2.- Delimitación Temporal: El Año Internacional de la Astronomía – 2009

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Motivar a los ciudadanos de todo el mundo a replantearse su lugar en el Universo a través de todo un camino de descubrimientos que se inició hace ya 400 años.

4.2.- Objetivos Específicos:

1. Aumentar el conocimiento científico de la sociedad
2. Fomentar el crecimiento de comunidades astronómicas en países en vías de desarrollo
3. Apoyar y mejorar la educación en Ciencias
4. Estimular el interés por la Astronomía y la Ciencia en general.

5.- Enfoque

5.1.- Disciplina: Astronomía educativa.

5.3.- Referentes teóricos:

[1] RECHE, Cristina. *El Universo y Yo*. Editorial Océano, S.L., 2005

[2] FABREGAT LLUECA, Juan. *Curso de Astronomía Teoría y Práctica*. Editorial ECIR., 1997.

[3] MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA. *Matemáticas desde la Astronomía*. Editorial Vicens-Vives, Madrid. 1999.

Conclusión:

En este proyecto se sugiere a los profesores que hagan uso de recursos de Astronomía y enseñanza de las ciencias disponibles en Internet, muchos de ellos en forma digital y gratuita, en sus planes de estudio. Además, el Año Internacional de Astronomía 2009 (IYA2009) proporciona una excelente oportunidad para implicar a la comunidad educativa en la emoción de descubrimiento astronómico como un vehículo para mejorar la enseñanza de las ciencias en las aulas de todo el mundo. Se encuentran algunos Proyectos Pilares AIA-2009 y en uno de ellos hay un Laboratorio de Matemáticas con una serie de herramientas para introducir y ejercitar a los alumnos en cálculo vectorial, combinatorio y algorítmico utilizando como base los viajes interplanetarios, incluidas las visitas a unos 150 sistemas planetarios conocidos.

ANEXO E

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Inés M. Gómez-Chacón y César Rodríguez. Facultad de Ciencias Matemáticas. Universidad Complutense de Madrid

1.2.-Título: Webquests de astronomía una experiencia con estudiantes para profesores de secundaria.

1.3.-tipo de material: página web (documento de Word) Webquests de astronomía

Dirección electrónica:

<http://www.mat.ucm.es/~imgomez/almacen/Presentacion-Feria/Astronomia-vfinal>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: La formación de futuros profesores de Secundaria en la elaboración de recursos para motivar a los alumnos a hacer Matemáticas a través de Astronomía.

2.2.- Núcleo Temático: Proceso de formación de estudiantes que se preparan para profesores en las competencias de “*aprender a enseñar*” Matemáticas.

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Madrid España. VIII semana de la Ciencia. Guía de actividades de la Facultad de la CC. De Matemáticas.

3.2.- Delimitación Temporal: Año de la Ciencia 2007. 15 y 16 de Noviembre del 2007.

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Formar a los estudiantes que se preparan para profesores

en las competencias de “aprender a enseñar”.

4.2.- Objetivos Específicos:

- Diseño de Webquests.
- Trabajar utilizando la Astronomía como motivación en el currículo de Matemáticas.
- Introducir a los estudiantes para profesores en actividades matemáticas estimulantes, seleccionadas específicamente para mostrar cómo aplicar conocimientos y habilidades en la vida diaria con su futuro alumnado de Secundaria

5.- Enfoque

5.1.- Referentes teóricos:

<http://www.mat.ucm.es/~imgomezc/almacen/Presentacion-Feria/Astronomia-vfinal>

Conclusión:

De esta información se rescata el diseño de la Webquests utilizando la Astronomía como motivación en el currículo y su objetivo es la formación de *futuros profesores de Secundaria* en la elaboración de recursos para motivar a los alumnos a *hacer Matemáticas a través de Astronomía*.

Resultados

En la página se pone de manifiesto que la experiencia ha sido muy positiva en el desarrollo de competencias profesionales y en el desarrollo de procesos para “*Aprender a Enseñar*”. Se ha logrado con los estudiantes para profesores un progreso mayor en la dimensión reflexiva en el desarrollo de la estructura de atención y la conciencia matemática en el aprendizaje de la misma.

ANEXO F

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Claudia Torres Arango

1.2.- Título: La enseñanza de las Matemáticas.

1.3.-Tipo de material: página web

Dirección electrónica:

<http://claudiatorresa.blogspot.com/2009/08/la-ensenanza-de-lasmaticas.html>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Enseñanza de las Matemáticas.

2.2.- Núcleo Temático: La relación de las Matemáticas con otras ciencias.

2.3.- Problema: Problemáticas pedagógicas y educativas de la enseñanza de las matemáticas.

* ¿Cuál orientación y cuáles son los retos que tiene la formación de las matemáticas en Colombia?

* ¿Cuál es la importancia que las Matemáticas tienen en la Sociedad?

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: XVII Congreso Colombiano de Matemáticas que inicia en Cali

3.2.- Delimitación Temporal: domingo 2 de agosto del 2009. Manizales, Caldas, Colombia.

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Resaltar los más recientes avances, desarrollos y

desafíos científicos en el área de Matemáticas

4.2.- Objetivos Específicos:

- 1.- Reconocer la relación de las matemáticas con otras ciencias.
- 2.- Motivar al alumno con la geometría al entrar al mundo de la cosmología
- 3.- Estimular el aprendizaje de las ciencias y señalar la aplicación de las matemáticas al utilizar herramientas cuantitativas que implican la medida de magnitudes y cuantificación de variables.

5.- Enfoque

5.3.- Referentes teóricos:

- 1.- Revista Aleph
- 2.- Circulares de la Red Colombiana de Astronomía RAC
- 3.-Guía Astronómica
- 4.-Artículos de Gonzalo Duque Escobar
- 5.-Museo Interactivo de la Ciencia y el Juego Samoga
- 6.-Observatorio Astronómico de Manizales OAM.

Comentario:

La página contiene un artículo, que vale la pena resaltar porque además de conocer los más recientes avances, desarrollos y desafíos científicos, se debaten las actuales problemáticas pedagógicas y educativas de la enseñanza de las matemáticas. También propone trabajar más en doble vía entre matemáticas y ciencias físicas, el arte, la filosofía, la biología, la Cosmología en fin, menciona la necesidad de innovar en la enseñanza de las Matemáticas y consideran la cosmología para que los alumnos se motiven con la Geometría, lo cual nos da una idea para el diseño de actividades basadas en astronomía para la enseñanza

de la geometría.

ANEXO G

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Elsa María Alcaría Vizcaíno

1.2.- Título: “Propuesta de actividades complementarias y extraescolares del departamento de Matemáticas”

1.3.- Tipo de material: Pagina web;

Se puede encontrar el documento PDF al ingresar en un buscador “Propuesta de actividades complementarias y extraescolares del departamento de Matemáticas”

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central:

Fomentar las actividades extraescolares en el área de Matemáticas que contribuyan a la formación integral de lo estudiante y que además que por medio de estas actividades el estudiante aprenda a pensar y desarrolle su ingenio.

2.2.- Núcleo Temático:

- Perfil del estudiante
- Objetivos
- Criterios para la elaboración de la propuesta
- Descripción de las actividades extraescolares

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Al – cadí , Cadiár, Granada

3.2.- Delimitación Temporal: Febrero del 2010

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Utilizar diferentes medios para que los estudiantes de una institución educativa asimilen diferentes temas de matemáticas.

4.2.- Objetivos Específicos:

- Innovación de actividades escolares introduciendo juegos para el aprendizaje de las matemáticas entre otras actividades.
- Observar el impacto de las nuevas actividades mediante una evaluación final.
- Explicar diferentes sistemas de coordenadas que se aplican para estudiar el movimiento relativo de planetas y estrellas respecto a la tierra
- Descubrir una versión práctica de vectores mediante estos conceptos
- Observar el seguimiento de los satélites que muestran las orbitas de cuerpos celestes como planetas y galaxias entre otros.

Conclusiones: Esta página es importante ya que entre las actividades extraescolares incluyen actividades relacionadas con Astronomía cuyo objetivo es comprender conceptos Matemáticos entre los cuales se incluyen conceptos geométricos

- Visita al real observatorio de la Armada de San Fernando
- Visita al real observatorio del Centro Andaluz de estudios marinos

Este es un claro ejemplo de la preocupación por los educadores, por innovar los currículos de Matemáticas buscando mejorar la educación de sus estudiantes.

ANEXO H

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Departamento de Matemática y Física de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET)

1.2.- Título: ALEPH SUB-CERO

1.3.- Tipo de material: Pagina web.

Dirección electrónica:

http://subcero.unet.edu.ve/index.php?option=com_content&view=category&id=35&Itemid=55

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Divulgar una amplia categoría de temas en las ciencias físico-matemáticas ,a una audiencia que va desde estudiantes de pregrado interesados en estas ciencias ,hasta maestros y profesores del área en todos los niveles: desde la escuela y liceo hasta la universidad; el fin último es estimular el interés por las matemáticas ,la física y afines en toda la comunidad educativa de estado Táchira

2.2.- Núcleo Temático:

- La ley de la gravedad de Newton como consecuencia de la teoría general de la relatividad.
- Supernovas como trazadora de la energía oscura parte 1
- Supernovas como trazadora de la energía oscura – parte 2
- Hablando de geodésicas, entre otras

3.- Delimitación contextual

3.1.- Referencia Espacial: Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET)

3.2.- Delimitación Temporal: La revista se fundó en diciembre de 1975
<p>4.- Propósito: Despertar el interés en las Matemáticas, física y ciencias afines a ella de la población mediante artículos publicados en la revista</p> <p>4.2.- Objetivos Específicos: Crear artículos donde se pueda apreciar la relación entre Astronomía y Matemáticas.</p>
<p>5.- Enfoque</p> <p>5.1.- Referentes teóricos: Cada publicación contiene una bibliografía</p>
<p>Conclusión: La Astronomía posee infinidad de temas de los cuales se puede aprender desde la infancia hasta la madurez, aprovechando de ellos diferentes aspectos conduciendo al estudiante a conocer varios conceptos mediante esta ciencia.</p>

ANEXO I

<p>1.- Aspectos formales</p> <p>1.1.-Autor: Referirse a: http://www.es.euhou.net/index.php?option=com_content&task=view&id=1&Itemid=3</p> <p>1.2.- Título: Bienvenidos a Hands-On Universe, ESPAÑA (Curso de formación de profesores-en español-en el Escorial)</p> <p>1.3.- Tipo de material: Pagina web;</p> <p>Dirección electrónica: http://www.es.euhou.net/index.php?option=com_frontpage&Itemid=1</p>
--

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Información acerca del curso para docentes que ofrece la universidad de Complutense; acerca de astronomía y educación

2.2.- Núcleo Temático:

- Telescopios robóticos para la educación: los telescopios robóticos Faulkes y los del observatorio de Lahita.
- Cámaras web para adquisición de imagen digital con pequeña instrumentación óptica.
- Software adaptado al espacio educativo (SalsaJ) para analizar y procesar imagen digital
- Utilización del software educativo: El Sistema Solar como laboratorio de matemáticas y la Luna como laboratorio de matemáticas.

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Suecia, Grecia, Francia, Polonia, Italia, Reino Unido, España, Francia, Portugal,

3.2.- Delimitación Temporal: Semana del 27 al 31 de julio de 2009

4.1.- Objetivo General: Identificar los procesos académicos adelantados por grupos a cerca de la relación entre astronomía y educación

4.2.- Objetivos Específicos:

- Conocer que herramientas están disponibles en la web; que relacione la astronomía con las matemáticas en especial con la geometría.
- Conocer que países están o han trabajado en este tema
- Conocer que impulsa estas actividades

5.- Enfoque

5.3.- Referentes teóricos:

http://www.es.euhou.net/index.php?option=com_wrapper&Itemid=81

5.4.- Conceptos principales:

EU-HOU busca potenciar el interés por la ciencia entre las nuevas generaciones utilizando el atractivo de la astronomía y el empleo de nuevas tecnologías para presentar nuevos retos a los alumnos de las Institutos/Colegios de educación secundaria.

Conclusión

Este proyecto aporta un material importante en cuanto a actividades, relacionando la Astronomía y las Matemáticas obteniendo así recursos que pueden ayudar a los educadores a la enseñanza de las Matemáticas a través de la Astronomía.

ANEXO J

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: La ESA; está compuesta por 18 estados quienes aportan tanto recursos intelectuales como económicos para más información referirse a: http://www.esa.int/esaCP/SEMN29W4QWD_Spain_0.html

1.2.- Título: esa education kit international space station (Educadores)

1.3.- Tipo de material: Pagina web.

Dirección electrónica: <http://esa-mm.esa.int/docs/issedukit/es/html/guidelines.html>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Antecedentes del kit educativo de la ISS

2.2.- Núcleo Temático:

- Definir un programa educativo específico sobre la ISS, una de cuyas actividades centrales es el desarrollo de material educativo.
- Presentación del 'Kit Educativo de la ISS en Internet
- Grupos a los que está dirigido
- Objetivos generales
- ¿Por qué enseñar sobre el espacio?
- ¿Por qué enseñar temas relacionados con la ISS?
- Uso del 'Kit Educativo de la ISS en Internet' en la enseñanza
- Acceso al contenido por temas
- Acceso al contenido por materia
- Otras herramientas
- Requisitos técnicos

3.- Delimitación contextual

3.1.-Delimitación Espacial: referirse a

http://www.esa.int/esaCP/SEM29W4QWD_Spain_0.html

3.2.- Delimitación Temporal: Fue divulgada a partir de 1975

4.- Propósito

4.1.-Objetivo General: Desarrollar un kit Educativo de la ISS en Internet que sirva como herramienta de referencia y fuente de ideas para los profesores de Europa.

4.2.- Objetivos Específicos:

- Presentar la Estación Espacial Internacional como un instrumento motivador e idóneo para la enseñanza.

- Fomentar la curiosidad y la creatividad mediante la participación activa.
- Resaltar la importante contribución que realiza la tecnología espacial al bienestar de la sociedad.

5.- Enfoque

5.3.- Referentes teóricos:

Referirse a : http://www.esa.int/esaCP/SEMN29W4QWD_Spain_0.html

Conclusión: La Estación Espacial Internacional representa un instrumento inigualable para la enseñanza; ya que las actividades necesarias para la construcción de la ISS y el trabajo y la vida a bordo tienen muchos aspectos que pueden aplicarse a distintas materias y tareas que se imparten en los colegios.

Es importante resaltar el kit educativo ya que con esta herramienta se hace más fácil enseñar algunos aspectos de matemáticas y física, muchas veces difíciles de ilustrar.

ANEXO K

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: María Cecilia Scolia

1.2.- Título: Cielo Sur.

1.3.- Tipo de material: página web.

Dirección electrónica: <http://www.cielosur.com/astronomia-educativa.php>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Astronomía Educativa.

2.2.- Núcleo Temático: Astronomía desde el Hemisferio Sur para todos

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Celebración global organizada por la Unión Astronómica Internacional y la UNESCO para conmemorar los 400 años de las primeras observaciones con telescopio realizadas por Galileo Galilei.

3.2.- Delimitación Temporal: Año Internacional de la Astronomía 2009.

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Ayudar a que las personas redescubran su lugar en el Universo a través de la observación del cielo.

4.2.- Objetivos Específicos:

1.- Promover la observación del cielo.

2.- Desarrollar actividades para la enseñanza de ciertos temas astronómicos con un enfoque en lo lúdico-práctico que servirá de guía para maestros y/o mayores que deseen enseñar a los más chicos, con la información teórica básica que se necesita.

5.- Enfoque

5.1.- Disciplina: Astronomía educativa.

5.2.- Referentes teóricos:

1.- Prof. Luis Martorelli –Astrónomo

2.- Prof. Kitty Di Bártolo -Coordinadora Espacio de Arte Gonnet

3.- **Elizabeth Vicini.** Profesora de Matemática, Física y Cosmografía
Correo de contacto: elivic@speedy.com.ar.

Comentario:

Es una página interesante porque describe la realización de actividades didácticas en las diferentes áreas relacionadas con Astronomía realizadas a propósito del Año Internacional de la Astronomía 2009. Entre ellas, en el Área de Matemáticas y Físico-Químicas se desarrolla el Proyecto Eratóstenes; cuyo principal objetivo es Calcular el valor del radio de la Tierra utilizando el método que Eratóstenes siguió hace 2300 años; la observación del cielo como una alternativa para la enseñanza de la astronomía y de otras áreas como la Matemática, la Física, la Química, entre otras; y el cielo y sus fenómenos son una herramienta para diseñar actividades de otras áreas.

ANEXO L

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Nancy Ross, Profesora de Matemática Física y Cosmografía con Especialización en Informática educativa para docentes, docente de Nivel Polimodal y Superior en la Ciudad de Villa Gesell, Provincia de Buenos Aires-Argentina.

1.2.- Título: Dinamización escolar. Revista con ideas para enseñar y aprender. Dedicamos tiempo para medir el tiempo.

1.3.-Tipo de material: Página Web

Dirección electrónica: H:\Artículo Dedicamos tiempo para medir el tiempo - por Nancy Ross.mht: <http://www.gesell.com.ar/geselinos/mate/index.htm>

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Medición del tiempo e instrumentos de medición del tiempo.

2.2.- Núcleo Temático: El Método y el Instrumento

3.- Delimitación contextual

3.1.- Delimitación Espacial: Ciudad de Villa Gesell, Provincia de Buenos Aires-Argentina.

3.2.- Delimitación Temporal: Desde marzo de 2001.

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Abordar la enseñanza de cómo medir el tiempo.

4.2.- Objetivos Específicos:

1.- Conocer cómo la humanidad tuvo que mejorar sus patrones y referencias con relación a esta magnitud para avanzar.

5.- Enfoque

5.1.- Disciplina: Astronomía educativa.

5.3.- Referentes teóricos:

1.- Ross, Nancy-Un, dos tres....”El Arte de Contar”-Edición del autor -2004
Bendick Jeanne- Cuanto y Cuántos- La historia de las pesas y medidas.

2.-Centro de Enseñanza de las Ciencias -Universidad de Maryland, EUA/Construcción de Material Didáctico para la Enseñanza de ciencias.
Editorial Guadalupe.

Comentario:

“Dediquemos tiempo para medir el tiempo” es una revista relacionada con el tiempo y su medición, con ideas para enseñar y aprender. Además se presentan algunas ideas con actividades para la creatividad en las aulas con el fin de medir el tiempo y para construir instrumentos de medición del mismo, como por ejemplo la construcción un reloj solar, un reloj de arena, entre otros, para lo cual se utilizan conceptos de geometría como círculo, radio, diámetro,

ángulos, triángulos, etc. Sin embargo, no hace explícita la relación con temas de geometría que allí se presenta.

ANEXO M

1.- Aspectos formales

1.1.- Autor: Cristina Bacello, Silvia Montes, Laura Granado, Lorena Velazco

1.2.- Título: “Las Matemáticas en el cielo”

1.3.- Tipo de material: Pagina web;

Dirección electrónica:

http://www.lapampa.edu.ar:4040/acyt/objetos/acyt/Astronomia2009/Actividades_Col_Stalnes.pdf

2.- Asunto investigado

2.1.- Tema Central: Proyecto de clase para alumnos utilizando como tema central aspectos de la Astronomía

2.2.- Núcleo Temático:

- Números enteros, números racionales, notación científica
- Algunos temas de Geometría
- Distancia entre cuerpos celestes, velocidad de la luz, volumen y diámetro de cuerpos celestes, gravedad de los planetas del sistema solar

4.- Propósito

4.1.- Objetivo General: Despertar el interés en los alumnos por medio de algunos temas de Astronomía; para que aprendan de una forma más abierta dando lugar así a otras ciencias como la Astronomía.

4.2.- Objetivos Específicos:

- Interpretar situaciones en las que se involucran números positivos y negativos, y operaciones con ellos.
- Aproximar al alumnado los datos y descubrimientos del mundo astronómico, fomentando así la curiosidad por el mundo y la realidad que nos rodea.
- Contextualizar el Taller de Computación en el marco de la planificación de un proyecto áulico junto a la tarea de enseñanza y aprendizaje de contenidos de Matemática.

5.- Enfoque

5.3.- Referentes teóricos:

- Matemática 9 A-Z editora(1997)
- Matemática 8 Aique(2006)
- Pitágoras 7 Editorial SM(2003)

Conclusión: Este proyecto muestra opciones para mejorar el rendimiento académico, mediante nuevas alternativas en este caso la Astronomía.

A continuación se presentan algunas actividades que se documentaron sin embargo no se probaron, que podrían valorarse en trabajos futuros.

ANEXO N: Cuerpos celestes a escala

Objetivo General: Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.

Objetivos específicos:

- Representar a escala los planetas del sistema solar
- Utilizar el concepto de escala, para comprender los tamaños de los planetas
- Concientizar a los estudiantes de las representaciones que se utilizan para estudiar el mundo físico y el cosmos.

Tiempo previsto para la actividad: 2 horas

Recursos

Materiales

- Metro
- Pelotas de diferentes tamaños
- Esferas de icopor
- Plastilina
- Video <http://www.youtube.com/watch?v=sUqmamIW9cc>
- Fotocopias con información de los distintos cuerpos celestes.

Referentes teóricos de Astronomía

Círculo máximo de la esfera: “Es aquel que tiene el mismo centro de la esfera, y la divide en dos hemisferios iguales”⁹⁴

“El perímetro del círculo es una circunferencia cuya ecuación es $P = d \cdot \pi$ ”⁹⁵

⁹⁴DORCA, Juan. Tratado de cosmografía.1814 Pág. 4.
http://books.google.com/books?id=i54LjmeToFgC&pg=PA4&dq=circulo+maximo+de+una+esfera&hl=es&ei=00L6TcDrl6Hm0QH6tvjiAw&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=6&ved=0CEcQ6AEwBQ#v=onepage&q=circulo%20maximo%20de%20una%20esfera&f=false

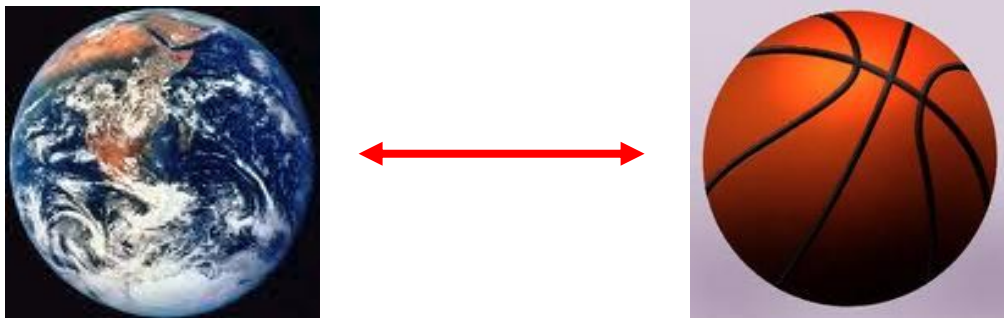
Descripción de la actividad

1. Presentar del video “Comparación del tamaño de los planetas HD.”
2. Reunir las esferas de icopor y pelotas de diferentes tamaños y dividir a los estudiantes en grupos (la cantidad de grupos depende de los astros a representar) para visualizar los diferentes tamaños de esferas reunidas.
3. Después de escoger el cuerpo celeste más grande con el que se va a trabajar, se puede establecer la escala para representaran los cuerpos celestes faltantes como la Luna , Saturno , Urano ...
4. Escoger y verificar cual de las esferas puede representar la tierra, o uno de los cuerpos celestes.

Nota: Se pueden representar todos los planetas del sistema solar o solo algunos de ellos, para constituir los más pequeños se recomienda utilizar plastilina.

Ejemplo: Supongamos que la tierra sea representada por un balón de baloncesto entonces;

Figura 1: Representación de la tierra



www.taringa.net/posts/imagenes/4619254/Lo-que-es-la-tierra.html

⁹⁵ Ibíd. pág. 13

$$\frac{12756\text{Km}}{24\text{cm}} = 531\text{Km}$$

El diámetro de un balón es aproximadamente 24 cm y el diámetro de la tierra es aproximadamente 12756 Km. Luego se tendría que por cada centímetro del balón hay 531 km de la tierra.

5. Asignar a cada grupo un cuerpo celeste, se entregará información del cuerpo celeste incluyendo su diámetro.
6. Habrán diferentes esferas de distinto material y tamaño reunidos en un solo lugar, cada grupo después de leer la información del cuerpo celeste indicado y establecida la escala, deberá entre las esferas reunidas encontrar la adecuada que represente al planeta que le fue asignado, esto se hará con ayuda de la ecuación $P = d \cdot \pi$ midiendo el perímetro de la esfera y hallando el diámetro para saber cual de todas es la adecuada.

Ejemplo






Como el diámetro de la luna es de aproximadamente 3476 Km se debe encontrar una esfera de 6.5 cm para representar adecuadamente la luna bajo la escala establecida anteriormente. (Para la anterior deducción se utilizó una regla de tres)

$$\begin{array}{ccc} 1\text{cm} & \longrightarrow & 531\text{Km} \\ X & & 3476\text{ Km} \end{array}$$

Evaluación

4. ¿A tu criterio qué objeto debe representar el sol para que la esfera que representa la tierra sea un poco más grande?

5. ¿Cuántas veces cabe el diámetro de la luna en la Tierra?
6. ¿Qué planeta cabe más veces en el sol?
7. Si un balón de Pilates con 65 cm de diámetro representa a Urano que diámetro deben tener las esferas que representen los cuerpos celestes de la siguiente tabla

Fig2  MER Diámetro: 4879 Km	Fig. 3  VEN Diámetro: 12103 Km	Fig. 4  TIERRA Diámetro: 12756 Km	Fig. 5  LUNA Diámetro: 3476 Km	Fig. 6 Diámetro: 52400 Km  URANO
--	---	--	---	---

Figuras 2, 3, 4, 5, 6

<http://www.blogdeastronomia.es/astronomia/planetas/planetas>

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.

- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
- Conoce las reglas de tres simple y compuesta y las utiliza para resolver problemas pertinentes.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Reconozco congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Realizo construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.
- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Relación con otros pensamientos

La actividad Planetas a escala ofrece escenarios donde se pueden desarrollar los siguientes estándares.

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Conoce las reglas de tres simple y compuesta y las utiliza para resolver problemas pertinentes.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).

ANEXO O: Diámetro de la luna

Objetivo General: “Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales”.

Objetivos específicos

- Reconocer por medio de representaciones graficas figuras semejantes.
- Resolver problemas, mediante propiedades de figuras semejantes.

Recursos

Materiales:

- Compas
- Regla
- Hojas de papel
- Transportador

Referentes de Astronomía

Según Calvin J Hamilton⁹⁶ la luna ha fascinado a la humanidad a través de los tiempos es menos densa que la Tierra. Aunque se han averiguado muchas cosas sobre la ella antes de la edad espacial, esta nueva era ha revelado muchos secretos difícilmente imaginables antes de esta época. La Luna está a 384,403 kilómetros (238,857 millas) de la Tierra. Su diámetro es 3,476 kilómetros (2,160 millas). Tanto la rotación de la Luna como su revolución alrededor de la Tierra duran 27 días, 7 horas y 43 minutos. Esta rotación síncrona está causada por la distribución asimétrica de la masa de la luna, lo que ha permitido a la gravedad

⁹⁶ CALVIN, J Hamilton, 17 de marzo 2011 <http://www.solarviews.com/span/moon.htm>

terrestre mantener un hemisferio lunar permanentemente girado hacia la Tierra. Las liberaciones ópticas han sido observadas mediante telescopios desde mediados del siglo XVII.

Figura 1: Midiendo el diámetro de la luna con ayuda de una moneda



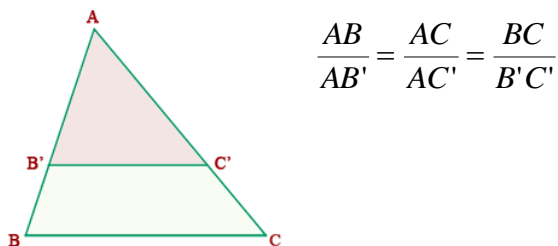
<http://educaciencia.blogia.com/temas/matematicas.php>

Referentes teóricos de Geometría

Según Lira Contreras⁹⁷ el teorema de Thales dice: Si se corta dos rectas r y s por varias rectas paralelas, los segmentos obtenidos son proporcionales.

Aplicación del teorema de Thales

Figura 2: Triangulo en posición de Thales



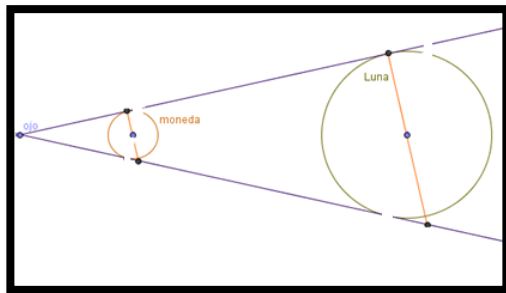
<http://www.cepasanfrancisco.edurioja.org/dtomatematicas/Ejercicios/Cuarto/Anaya/Semejanza.pdf>.

⁹⁷ LIRA CONTRERAS, Ana et al. Geometría y trigonometría .2006. Pág. 53

Descripción de la actividad

1. Formar ternas de estudiantes, uno de ellos sostendrá una moneda, de tal manera que la vista de su compañero coincida con el redondel de la luna.
2. Uno de los estudiantes medirá la distancia que hay entre quien sostiene la moneda y quien observa la luna, en el momento en que estas coincidan.
3. Pedirles que representen gráficamente lo que sucede cuando la moneda y la luna coinciden, y recordarles que la distancia entre la tierra y la luna (que en este caso puede ser representada por la distancia entre la moneda y la luna) es de aproximadamente: 384.400 Km y la distancia entre la moneda y el ojo es un dato que se toma durante la actividad (recordar trazar las distancias entre la tierra la luna) y que respondan las siguientes preguntas:

Figura 3: Representación de la Luna- Tierra



http://houspain.com/gttp/doku.php?id=diametro:semejanza_de_triángulos

- ¿Qué figuras geométricas encontraste en la representación?
- Verifica si hay figuras geométricas semejantes en tu representación
- ¿Encontraste figuras congruentes?

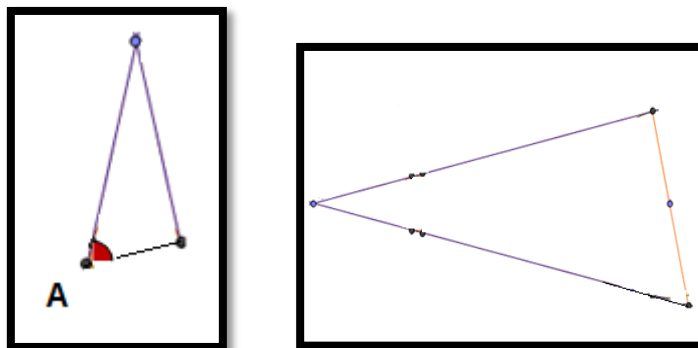
Recomendación: En caso de que las representaciones hechas por los estudiantes no sean las más adecuadas, después de dar un espacio para que ellos intenten representar la situación, se podrá dar unas pautas para que se complete el dibujo que ellos intentaron realizar.

4. Hallar el diámetro de la luna

Evaluación

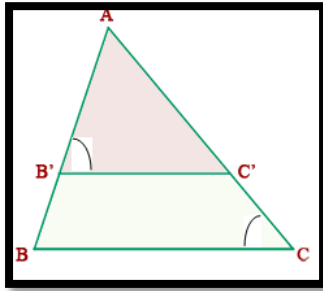
1. Estos dos triángulos son los que se forman en la representación gráfica de hacer coincidir la moneda y la luna, el triángulo pequeño tiene marcado con rojo uno de sus ángulos, el ángulo A, como ya sabemos que son semejantes, identifica en el triángulo grande que ángulo le corresponde al ángulo A.

Figura 4: Triángulos semejantes



2. Supongamos que el ángulo $AB'C'$ mide 75° y ángulo ACB mide 45° , ¿cuánto mide el ángulo BAC ?

Figura 5



<http://www.cepasanfrancisco.edurioja.org/dtomatematicas/Ejercicios/Cuarto/Anaya/Semejanza.pdf>.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

Relación con otros pensamientos

La actividad “Diámetro de la luna” ofrece escenarios de aprendizaje para alcanzar competencias relacionadas con los siguientes estándares.

Pensamiento métrico

- Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

ANEXO P: Fases de la luna

Objetivo general: Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.

Grado: Cuarto- quinto

Objetivos específicos

- Reconocer, que figuras geométricas se visualizan en las fases de la luna
- Clasificar por ángulos, vértices o lados las figuras geométricas encontradas

Recursos

Materiales

- Figuras en cartulina de las fases de la luna
- Una hoja con cuadrícula
- Lápiz
- Transportador
- <http://www.youtube.com/watch?v=cjIB5aSh6oA> : Animación donde se presenta las ocho fases de la luna

Referentes teóricos de Astronomía

Fases de la luna (Para recordar): Según Covington⁹⁸ la luna guarda una relación bastante estrecha con la definición del concepto del tiempo para el ser humano,

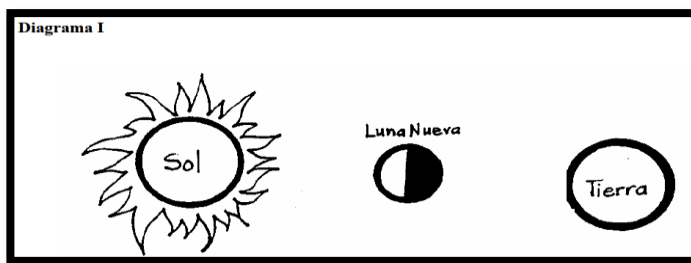
⁹⁸ COVINGTON, Michael. Objetos celestes para telescopios modernos.pag 24. <http://books.google.com/books?id=CNIIIGCfDgY4C&pg=PA24&dq=FASES+DE+LA+LUNA&hl=es&e>

ejerce también gran influencia sobre las mareas de los océanos y su forma varía a lo largo del tiempo.

Si se quiere observar la luna, hay que saber cuándo y por donde aparecerá, de acuerdo con lo anterior todas las observaciones astronómicas exigen tener en cuenta las fases de la luna

La Luna demora unos 29 días en completar una vuelta alrededor de nuestro planeta (movimiento de traslación) a este tiempo se le denomina mes sinódico. Dicho tiempo transcurre entre dos fases lunares idénticas (por ejemplo el tiempo que transcurre entre dos lunas nuevas). De esta manera, y considerando los movimientos de rotación y traslación terrestre tenemos que la Luna presenta cuatro fases completamente definidas

Figura 1: **Luna Nueva**⁹⁹ (La Luna no es visible desde la Tierra)



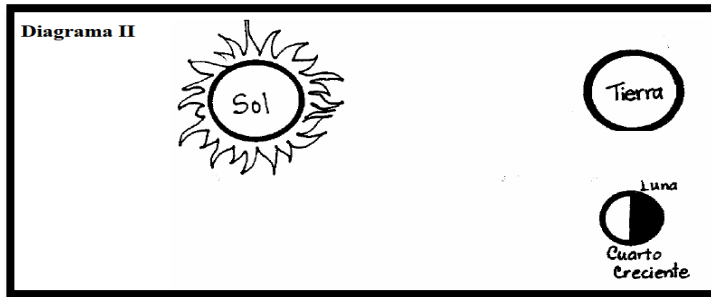
http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_4-6/FasesdeLaLuna.pdf

- **Cuarto Creciente**¹⁰⁰ (La Luna es visible en un 50% de su superficie accesible e incrementándose)

i=mUv6Ta0Xo_fSAbmRIZwD&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=8&ved=0CEoQ6AEwBw#v=onepage&q=FASES%20DE%20LA%20LUNA&f=false

⁹⁹GUÍA DE los maestros.
http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_46/FasesdeLaLuna.pdf

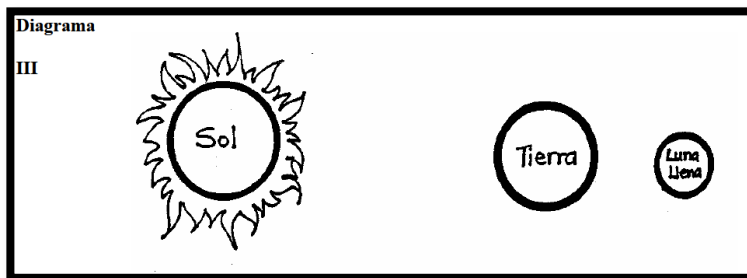
Figura 2: Cuarto creciente



http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_4-6/FasesdeLaLuna.pdf

- **Luna Llena**¹⁰¹ (La Luna muestra un 100% de su superficie accesible y empieza a descender en visibilidad)

Figura 3: Luna Llena



http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_4-6/FasesdeLaLuna.pdf

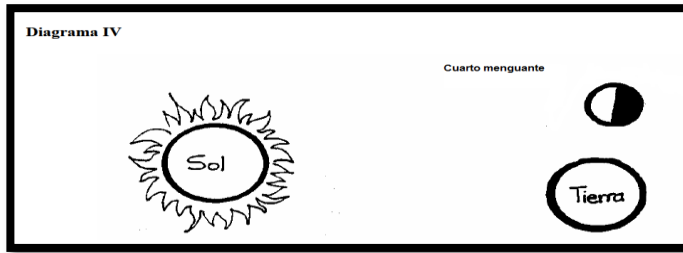
Cuarto Menguante¹⁰²: La Luna es visible en un 50% de su superficie accesible y sigue decreciendo en visibilidad hasta la luna nueva.

¹⁰⁰ Ibíd.

¹⁰¹ Ibíd.

¹⁰² Ibíd.

Figura 4: Cuarto menguante a convertirse en Luna Nueva)



http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_4-6/FasesdeLaLuna.pdf

“Las fases se dan como resultado de los movimientos de rotación y traslación de la Tierra y la Luna y de la presencia del Sol como generador de luz en nuestro sistema, así como por la inclinación de la órbita lunar respecto a la Tierra la cual provoca que la vista que se tiene de la Luna desde la Tierra sea la que hoy conocemos en las fases lunares.”¹⁰³

Referentes teóricos de Geometría

Angulo: “Un ángulo es la figura formada por dos rayos con un punto en común. Los rayos son los *lados* del ángulo, mientras que el punto terminal es su *vértice*”¹⁰⁴

Bisectriz: “Bisectriz es una línea que divide un ángulo en dos partes congruentes”¹⁰⁵

Triangulo: “Un *triangulo* es un polígono que tiene tres lados. El *vértice* de un triángulo es el punto donde se juntan dos de sus lados.”¹⁰⁶

¹⁰³ Óp.cit. pág. 34

¹⁰⁴ RICH, Barnett. Geometría. Segunda Edición. Editorial McGraw-HILL. Pág. 6.

¹⁰⁵ Ibid. p.8.

Clasificación de los triángulos

“Los triángulos se clasifican de acuerdo a los lados iguales que tienen o de acuerdo al tipo de ángulos que poseen.

Triángulo escaleno: Es un triángulo que no tiene lados congruentes.

Triángulo isósceles: Es un triángulo que tiene al menos dos lados congruentes.

Triángulo equilátero: Es un triángulo que tiene tres lados congruentes.”¹⁰⁷

Clasificación de triángulos de acuerdo al tipo de ángulos que contienen:

Los triángulos también se pueden clasificar según sus ángulos.

“Triángulo rectángulo: Es un triángulo que contiene un ángulo recto, es decir un ángulo que mide 90° .”¹⁰⁸

“Triángulo obtuso: Es un triángulo que contiene un ángulo obtuso, es decir, un ángulo que mide más de 90° y menos de 180° .

Triángulo agudo: Es un triángulo que contiene tres ángulos agudos. Un ángulo agudo es un ángulo que mide menos de 90° .”¹⁰⁹

Descripción de la actividad

Nota: Es importante que los estudiantes tengan claro los conceptos con los cuales se clasifican los triángulos.

¹⁰⁶ Ibid. pág.11.

¹⁰⁷ Ibid. pág.11

¹⁰⁸ Ibid. pág.11- 12.

¹⁰⁹ Ibid., pág.12

1. Presentación de animación: Fases de la luna: <http://www.youtube.com/watch?v=cjIB5aSh6oA>(opcional) para recordarle a los estudiantes porque se presenta este evento.
2. Entregar a los estudiantes figuras de las fases de la luna, el sol y la tierra como las que se muestran a continuación.

Figura 5: Sol tierra luna

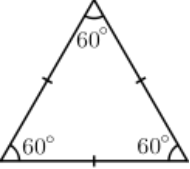

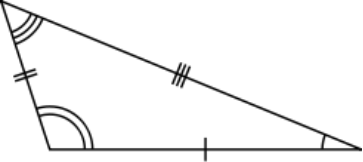
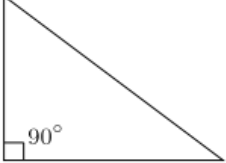


http://alacima.uprrp.edu/alfa/materiales%20curriculares/Ciencia_46/FasesdeLaLuna.pdf

3. En una papel cuadriculado pedir a los estudiantes dibujar un triangulo puede ser isósceles, escaleno, equilátero, rectángulo, obtusángulo o acutángulo; luego de esto solicitarles que identifiquen, que fase de la luna puede acoplarse con el triangulo dibujado. Siendo cada cuerpo celeste (sol, luna, tierra) uno de los vértices del triángulo aproximadamente.

Evaluación

Completa la siguiente tabla, escribiendo el nombre del triangulo y la fase de la luna que puede representar, si no representa ninguna fase escribe; “Este triangulo no representa ninguna fase lunar”

Triangulo	Tipo de triangulo	Fase de la luna que representa
 <p>http://upload.wikimedia.org/Wikipedia.</p>		
 <p>http://upload.wikimedia.org/Wikipedia.</p>		
 <p>http://upload.wikimedia.org/Wikipedia.</p>		
 <p>http://upload.wikimedia.org/Wikipedia..</p>		

4. Escribe un ejemplo, de qué tipo de triángulo no representa una de las fases lunares ¿Por qué crees que sucede esto?

Modificación de la actividad

1. Presentar ante los estudiantes, en láminas o carteles las fases de la luna enfatizando las posiciones para que estas se den, recapacitando en que posiciones debe estar el sol, la tierra para que se vea la luna en diferentes formas.
2. Cada estudiante representara con ayuda de las figuritas del sol la tierra y la luna una de sus fases. Por ejemplo cuarto creciente

Se preguntara: si reconocen alguna figura geométrica en cada fase de la luna y se pedirá que con lo analizado se complete la tabla que se encuentra a continuación

Completa la siguiente tabla

Fase de la luna	Figura geométrica identificada	unidimensional	bidimensional
Luna llena			
Cuarto menguante			
Luna nueva			

a) Teniendo en cuenta la tabla anterior responde:

¿Qué tipos de triángulos se forman con las fases lunares?

Evaluación

La evaluación de esta actividad se realizara durante la misma, es por esto que se hace primordial exponer anticipadamente los conceptos de ángulos rectos, obtusos y agudos, para la clasificación de los triángulos por ángulos.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Represento el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

Relación con otros pensamientos

La actividad Fases de la luna ofrece escenarios donde se pueden desarrollar los siguientes estándares:

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).

ANEXO Q: Construcción de un reloj de sol

Objetivo general: Identificar, representar utilizando ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.

Objetivos específicos

- Construir un reloj de Sol utilizando conceptos básicos de Geometría.
- Afianzar algunos conceptos y movimientos geométricos mediante la construcción del reloj solar.

Recursos

Materiales

- Cartulina
- Tijeras
- Regla
- Pegante
- Transportador
- Compás
- Una brújula

Recursos teóricos de Astronomía

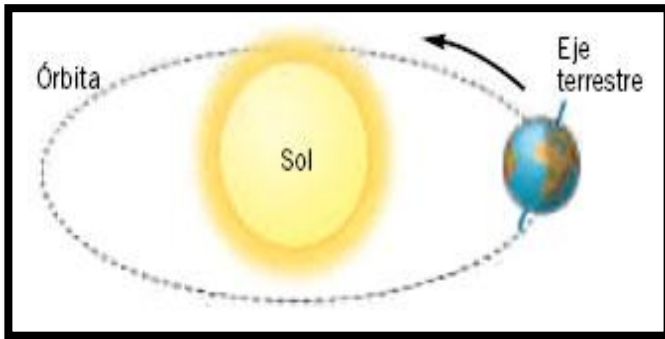
Cómo funciona el reloj de sol

Según María Gómez¹¹⁰ uno de los proyectos de la VI feria Madrid por la Ciencia denominado construcción de un reloj de sol ecuatorial, para comprender el funcionamiento de este tipo de relojes, es necesario saber que la Tierra es redonda y gira sobre sí misma, movimiento conocido como rotación terrestre. El eje de rotación de la Tierra, que atraviesa el planeta desde el polo Norte hasta el polo Sur está inclinado unos 24° respecto al plano de la órbita que dibuja la Tierra en su recorrido alrededor del Sol.

Este recorrido es el movimiento de traslación, que dura 365 días y un cuarto de día. El eje terrestre está orientado al norte como indica el dibujo, y como el gnomon del reloj de sol es paralelo a él, se debe orientar también al norte, como indica la figura 3. Pero para situar el gnomon paralelo al eje de la Tierra, es necesario conocer la latitud a la que nos encontramos. La latitud, que proporciona la localización de un lugar al norte o al sur del ecuador, se expresa con medidas angulares que van desde 0° en el ecuador hasta 90° en los polos.

¹¹⁰ GÓMEZ D, María J. Construcción de un reloj de sol ecuatorial. VI Feria Madrid por la Ciencia. Disponible en: <http://www.madrimsd.org/cienciaysociedad/taller/fisica/astronomia/reloj-sol-ecuatorial/default.asp>

Figura 1: Movimientos de la Tierra



<http://www.madrimasd.org/cienciaysociedad/taller/fisica/astronomia/reloj-sol-ecuatorial/default.asp>

Nota: Cada reloj de sol está diseñado para una latitud concreta. Tanto la base como la altura del triángulo o gnomon pueden ser variables, pero se debe tener en cuenta la latitud del lugar. Pues el reloj de sol se basa en el cambio de dirección, no de longitud de la sombra. No funciona ni de noche ni en nublado. Se puede elaborar de diferentes formas, teniendo en cuenta la Latitud del lugar donde nos encontramos.

Referentes teóricos de Geometría

Área del triángulo: “El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de la longitud de un lado y la longitud de la altura sobre este lado” ¹¹¹: $\frac{bxh}{2}$; b = base, h = altura”¹¹²

Nota: Tener en cuenta los referentes teóricos de Geometría de la actividad Fases de la Luna.

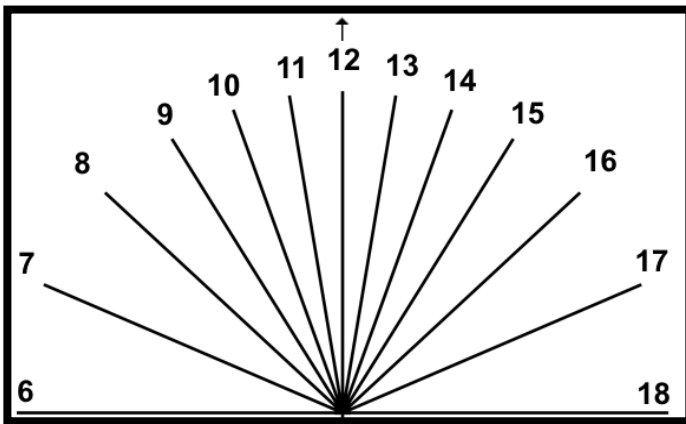
¹¹¹ *Ibíd.*, pág.197.

¹¹² *Ibíd.*, pág.197

Descripción de la actividad:

1. Pedir a los estudiantes que recorten un cuadrado de cartulina de 16 cm x 16cm y sobre éste dibujar un círculo de 7 cm de diámetro, de forma tal que quede centrado.
2. Luego indicar que se dibuje el diámetro de la circunferencia y se divida una de las mitades en ángulos de 15°; de esta forma quedará graduado el cuadrante para colocar las diferentes horas del día. Ver Figura2.

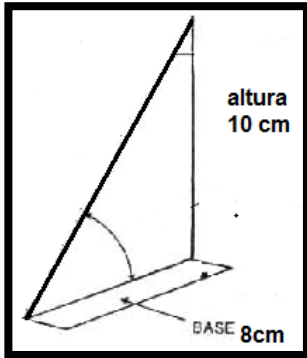
Figura 2: División de la semicircunferencia en ángulos de 15°



<http://www.gesell.com.ar/geselinos/mate/index.htm>

3. Solicitar que se dibuje y recorte un triángulo rectángulo de 8 cm de base y 10 cm de altura con un borde o pestaña en la base para pegar, el cual será el gnomon del reloj (El gnomon es el dispositivo que produce la sombra). Ver Figura 3.

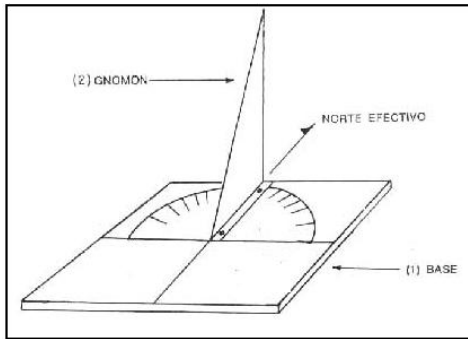
Figura 3: Esquema del gnomon



<http://www.gesell.com.ar/geselinos/mate/index.htm>

4. Por último, indicar que se pegue el gnomon (triángulo) a la base cuadrada como se ve en la figura 4.

Figura 4: Esquema del reloj solar



<http://www.gesell.com.ar/geselinos/mate/index.htm>

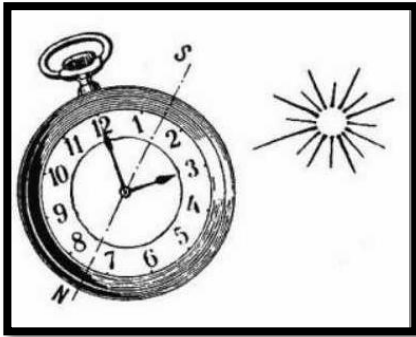
Para probar el reloj solar hay que salir a un lugar abierto y soleado.

5. Con ayuda de la brújula orientar el gnomon, apuntando al norte.

Nota

Se debe colocar la esfera de modo que la manecilla horaria apunte hacia el Sol para luego partir en dos el ángulo formado por esta manecilla y la línea que separa las 12 de las 6. La bisectriz indica el sur y el norte. Ver figura 4

Figura 4: Cómo encontrar el norte



PERELMAN, Yakov, citado por BARROS, Patricio y BRAVO, Antonio. *Astronomía Recreativa*. Capítulo 1. Pág. 16.

6. Después de que expongan el reloj al sol, con su gnomon apuntando hacia el norte, fijarse en la sombra proyectada por el gnomon y el lado de la sombra correspondiente a la hipotenusa (es decir, el lado opuesto al ángulo recto en un triángulo rectángulo) del triángulo va dando las horas.

Evaluación

Teniendo en cuenta la construcción del reloj de sol y los resultados observados al probarlo, analizar y responder las siguientes preguntas:

- Al probar el reloj solar, ¿Qué puntos o elementos del reloj solar se están moviendo y cuales permanecen estáticos?
- ¿Qué figura tiene la sombra del gnomon proyectada sobre la base cuadrada?
- ¿Por qué crees que cambia de posición y de tamaño la sombra proyectada por el gnomon?

- Identificar las clases de ángulos producidos por la sombra del gnomon a medida que pasa el tiempo. ¿A qué hora del día crees que se obtiene el mayor ángulo? y ¿A qué hora se obtendrá el ángulo menor?
- ¿Qué clases de triángulos se encuentran en el proceso de elaboración del reloj solar?
- ¿Qué otras figuras geométricas se encuentran en el proceso de elaboración del reloj solar?
- Comparar el área del gnomon con el área de su sombra, por ejemplo, al cabo de 15 minutos ¿estos valores han cambiado?

Con base en el reloj de sol, resolver el siguiente ejercicio:

1. Si sabemos que la sombra proyectada por el gnomon se moverá 15° por hora, completa la siguiente tabla.

Grados	Horas
0	
15	
45	
	12 am

Resolver el siguiente ejercicio

2. Suponer que Juan sale con su reloj solar de su casa cuando la sombra del nomon marca un ángulo de 45° , ¿Qué hora es cuando Juan sale de su casa? Luego, Juan se va a jugar con sus amigos y se da cuenta que la sombra del nomon marca un ángulo de 90° y recuerda que debe regresar a su casa a las 5 pm, pero antes debe conseguir unos materiales para la clase del día siguiente, va corriendo a buscarlos y cuando regresa a su casa la sombra del nomon es muy débil y marca un ángulo de 161° ¿Alcanza Juan a regresar a tiempo a su casa?

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Reconozco y aplico traslaciones y giros sobre una figura.
- Reconozco y valoro simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.
- Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Relación con otros pensamientos

La actividad “Reloj de sol” ofrece relación con otros estándares del pensamiento matemático como.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos:

- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.
- Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica.

ANEXO R: Diámetro de la Tierra

Objetivo general: Usar argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.

Grado: Décimo

Objetivos específicos:

- Utilizar relaciones trigonométricas para determinar longitudes y medidas de ángulos.
- Medir el radio de la Tierra como lo hizo Eratóstenes hace más de 2000 años.

Recursos

Materiales

- Una estaca o varilla de alrededor de entre 30 y 60 centímetros de largo
- Cartón duro o madera (Que sirva como superficie plana y suave).
- Un metro de carpintero
- Hojas de papel en blanco
- Lápiz
- Plomada o nivel de carpintero

- Cinta adhesiva
- Proyecto Eratóstenes:
http://www.tutiempo.net/p/distancias/calcular_distancias.html
- El proyecto Eratóstenes adaptación para Argentina del proyecto WYP Eratóstenes Project <http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes.pdf>

Referentes teóricos de Astronomía

¿Cómo hizo Eratóstenes para medir el radio de la Tierra más de dos mil años atrás?

Teniendo en cuenta El Proyecto Eratóstenes¹¹³ para poder medir el diámetro de la tierra, Eratóstenes supuso que ésta era *una esfera*. En realidad, no es una esfera perfecta, sino que es más ancha en el Ecuador por alrededor del 3%, pero podemos despreciar esta pequeña diferencia en el radio medido en el Ecuador comparado con el valor que se puede obtener en otros lugares. Eratóstenes midió la longitud de una torre y la de su sombra al mediodía del 21 de junio en Alejandría. Luego determinó el ángulo que formaban los rayos del sol con la vertical en esta ciudad. Este ángulo coincide con el que subtiende el arco de circunferencia que une las ciudades de Siena y Alejandría. Ver figura 1.

¹¹³ El proyecto Eratóstenes. Adaptación para Argentina del proyecto WYP Eratóstenes Project: <http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2009.pdf>

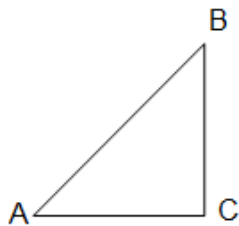
Figura1: La geometría del experimento de Eratóstenes.



<http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2009.pdf>

Referentes teóricos de Trigonometría

Barnett Rich¹¹⁴ plantea que la palabra *Trigonometría* significa *medición de ángulos*. Donde: *tri* significa tres, *gono* significa ángulo y *metría* significa medida. Así, en trigonometría se estudia la medida(o medición) de triángulos. La siguiente razón trigonométrica está relacionada con los lados y los ángulos agudos de un triángulo rectángulo: Razón *tangente*: La tangente (abreviatura “tan”) de un ángulo agudo es igual a la longitud del cateto opuesto al ángulo dividida entre la longitud del cateto adyacente al ángulo:



$\tan A = \frac{\text{Longitud del cateto opuesto a A}}{\text{Longitud del cateto opuesto adyacente a A}}$

$\tan B = \frac{\text{Longitud del cateto opuesto a B}}{\text{Longitud del cateto adyacente a B}}$

¹¹⁴ RICH, Barnett. Geometría. Segunda Edición. Editorial McGRAW-HILL. Pág. 183.

Descripción de la actividad:

Para la descripción de esta actividad se tiene en cuenta el Proyecto Eratóstenes una adaptación para Argentina del proyecto WYP Eratóstenes Project¹¹⁵

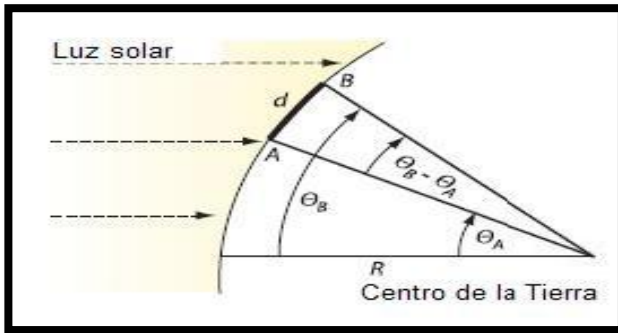
1. Determinar el valor del radio de la Tierra

Tener en cuenta que Eratóstenes tuvo suerte porque conocía un lugar en donde el sol caía en forma exactamente vertical al mediodía. En este caso se supone que no se sabe donde hay un lugar con dichas condiciones, y por tanto se procederá como se muestra en las figuras 1 y 2. Para ello, se deberá colaborar con los estudiantes de otra escuela ubicada aproximadamente sobre el mismo meridiano que nuestra escuela, pero a una cierta distancia al norte o al sur (a la que se llamará d) del lugar de la escuela.

La coordinación del proyecto deberá suministrar la información de con qué escuela pueden colaborar y cuál es el valor de d . Una vez concretada la otra escuela, ambas escuelas deberán medir el largo y la sombra de una varilla o estaca y compartir el resultado de su medición. El ángulo que se necesita para hacer cálculos en este caso es la diferencia entre los ángulos calculados en cada escuela, como se explica más adelante. Se debe planificar de antemano cuándo van a medir y combinar con los chicos de la otra escuela. Idealmente, ambas escuelas deben hacer sus mediciones el mismo día.

¹¹⁵ El proyecto Eratóstenes. Adaptación para Argentina del proyecto WYP Eratóstenes Project: <http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes.pdf>

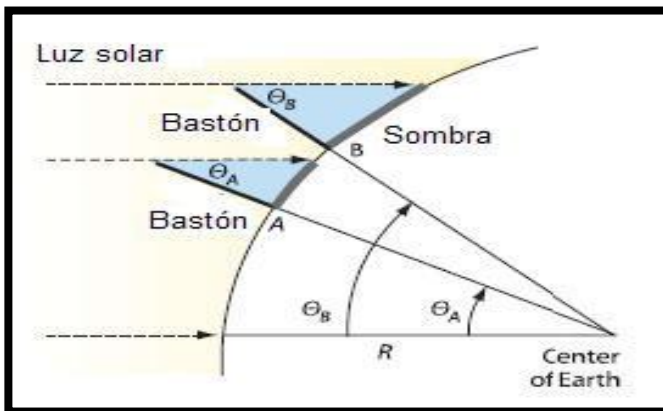
Figura 2: Incidencia de los rayos solares sobre la tierra



<http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2009.pdf>

En la Figura 2 los puntos A y B corresponden a la ubicación de las dos escuelas que colaboran entre sí. Estos dos puntos deben estar ubicados aproximadamente sobre un mismo meridiano terrestre, es decir, separados por una distancia norte-sur a la que se va a llamar d en la Figura 1. El experimento va a funcionar mejor cuanto mayor sea d . Mirar la Figura 2. Los ángulos que se van a determinar son θ_A y θ_B .

Figura 3: Relación entre la dirección de los rayos del sol, las estacas y los dos ángulos, θ_A y θ_B



<http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2009.pdf>

Los estudiantes de la escuela ubicada en A miden la longitud de su varilla y la de la sombra que proyecta el día acordado con la otra escuela al mediodía. A partir

de esa medición calculan la tangente del ángulo que forman los rayos del sol con la vertical, θ_A , usando nociones de trigonometría podemos describir la relación entre la altura de la varilla, el largo de su sombra y el ángulo θ_A como:

$$\text{tg}(\theta_A) = \text{largo de la sombra} / \text{largo de la varilla}$$

Los estudiantes de la escuela ubicada en B hacen lo mismo y calculan θ_B . Las Figuras 2 y 3 muestran que el ángulo que subtiende el arco que une los puntos A y B es la diferencia entre θ_A y θ_B . Por lo tanto, podemos usar la fórmula $d / P = \theta / 360$ y, reacomodando esta igualdad $P = 360 d / \theta$. Reemplazando el perímetro, P, por su expresión en términos del radio, $P = 2\pi R$ y teniendo en cuenta que en lugar del ángulo θ debemos usar la diferencia θ_A y θ_B : $2\pi R = 360 d / \theta_B - \theta_A$. (*)

Reacomodando los términos y simplificando obtenemos:

$$R = 180 d / \theta_B - \theta_A.$$

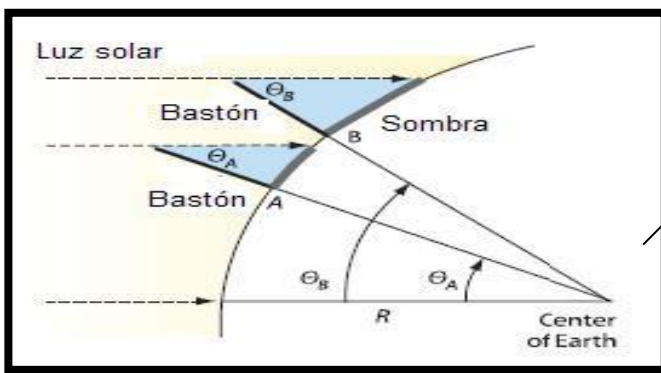
Nota: En toda la descripción anterior hemos supuesto que las dos escuelas se encuentran sobre el mismo meridiano.

En nuestro caso, como es difícil contar con una escuela aliada con estas características, vamos a suponer que los rayos del Sol, forman un ángulo β para un determinado lugar; hacemos los cálculos y comparamos nuestro resultado con el resultado de Eratóstenes y con el valor real que hoy se tiene del tamaño de La Tierra. También debemos suponer que la otra escuela está a una distancia d de por lo menos 400 kilómetros de distancia.

EVALUACIÓN

1. Con las medidas de las sombras tomadas en el procedimiento anterior y con la estaca o bastón de madera calcular los diferentes ángulos θ que se forman. Ver figura 3.

Figura 4: Relación entre la dirección de los rayos del sol, las estacas y los dos ángulos, θ_A y θ_B



<http://difusion.df.uba.ar/Erat/InstructivoEratostenes2009.pdf>

2. ¿Hay diferencias entre los ángulos encontrados?
3. ¿En qué influye el hecho de que la longitud de la sombra varíe?
4. ¿En cuánto a la distancia d de las dos escuelas, que es más conveniente, que d sea grande o pequeña y por qué?
5. Hacer los cálculos para valores de d mucho más grandes y mucho más pequeños que 400 kilómetros y analizar los resultados, por ejemplo, puedes ver que pasa con los ángulos obtenidos.
6. Conclusiones de la actividad.

Relación con otros estándares

Estándares que se pueden alcanzar o reforzar con la actividad

- Reconozco nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Desarrollo habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio.
- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.

Estándares que se pueden alcanzar después de la actividad

- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de las curvas y figuras cónicas.

Relación con otros pensamientos

La actividad “Proyecto Eratóstenes” ofrece relación con otros estándares:

Pensamiento métrico y sistemas de medidas

- Comprende que una medida es una aproximación y sabe que la utilización de diferentes unidades afecta la precisión de una medición.
- Deduce, comprende y utiliza fórmulas para encontrar el área de rectángulos y de triángulos rectángulos.