

UN MODELO ESTADISTICO PARA LA EVALUACIÓN DE LA TÉCNICA DE  
FOTOCATÁLISIS EN EL TRATAMIENTO DE DESECHOS COMPLEJOMETRICOS



CINDY GIFFE TORIJANO RIASCOS  
FABIO ANDRÉS PARUMA HURTADO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
POPAYÁN  
2012

UN MODELO ESTADISTICO PARA LA EVALUACIÓN DE LA TÉCNICA DE  
FOTOCATÁLISIS EN EL TRATAMIENTO DE DESECHOS COMPLEJOMETRICOS



CINDY GIFFE TORIJANO RIASCOS  
FABIO ANDRÉS PARUMA HURTADO

Trabajo de investigación presentado como requisito para optar al título de Matemático

*Director*  
Mg. YILTON OVIRNE RIASCOS FORERO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
POPAYÁN  
2012

**NOTA DE ACEPTACIÓN:**

---

---

---

---

**Director:** \_\_\_\_\_

*Mg. YILTON OVIRNE RIASCOS FORERO*

**Jurado:** \_\_\_\_\_

*Mg. EDWIN RENGIFO CAÑIZALES*

**Jurado:** \_\_\_\_\_

PROFESOR MARIO ELCIAS MUÑOZ

**Fecha de sustentación:** Popayán, 2 de octubre de 2012

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a Dios, por iluminar mi camino y llenarme de sabiduría para salir a delante; a mis padres, a mi tío y a mi familia, quienes a lo largo de mi vida han velado por mi bienestar y educación siendo mi apoyo en todo momento; depositando su entera confianza en cada reto que se me presentaba sin dudar ni un solo momento en mi inteligencia y capacidad.

A mi hija por qué me da la fuerza para seguir adelante, a mis amigos por que son únicos, incondicionales, y siempre estuvieron ahí cuando más los necesite.

A mi compañero de tesis Fabio Andrés Paruma, por la intensidad, por aguantarme y por acompañarme en este difícil camino.

A mis profesores a quienes les debo gran parte de mis conocimientos, gracias a su paciencia y enseñanza.

### **CINDY GIFFE**

En primera instancia quiero agradecerle a DIOS por haberme dado la vida y la oportunidad de lograr un sueño más.

A mis padres y hermanos por el apoyo y los consejos brindados a lo largo de este camino.

A mi novia y él bebe que viene en camino, que me han dado la fuerza y la moral para seguir adelante

Al profesor Yilton Riascos por su paciencia y colaboración, que con mucho esfuerzo nos dio ánimo para lograr este sueño tan anhelado

A mi compañera de tesis Cindy Giffe Torijano Riascos que ha sido mi gran amiga a lo largo de esta etapa de mi vida.

GRACIAS, MUCHAS GRACIAS DE CORAZON A TODOS ELLOS.  
Que Dios los bendiga hoy y siempre.

### **FABIO ANDRÉS**

## TABLA DE CONTENIDO

<b>RESUMEN .....</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>6</b>
<b>PARTE I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....</b>	<b>7</b>
<b>CAPITULO 1. ANTECEDENTES DE ESTUDIO .....</b>	<b>7</b>
<b>CAPITULO 2. REFERENTES CONCEPTUALES .....</b>	<b>10</b>
1.1 FOTOCATÁLISIS.....	10
1.2 MODELOS MATEMÁTICOS.....	12
1.3 MODELOS ESTADÍSTICOS.....	13
1.3.1 MODELO LINEAL.....	14
1.3.2 TIPOS DE VARIABLES EN LOS MODELOS ESTADÍSTICOS.....	14
1.3.3 MODELO LINEAL GENERAL.....	15
1.3.4 DISEÑOS EXPERIMENTALES.....	15
1.3.4.1 TERMINOLOGÍA .....	18
1.3.4.2 ETAPAS DEL ANÁLISIS .....	19
1.3.4.3 TIPOS DE MODELOS DE DISEÑO.....	21
1.3.4.4 DISEÑOS DE BLOQUES COMPLETOS.....	21
1.3.4.5 ANÁLISIS DE VARIANZA .....	23
1.3.4.6 DISEÑOS CON MEDICIONES REPETIDAS .....	24
<b>CAPITULO 3. CONSIDERACIONES SOBRE LOS DESECHOS .....</b>	<b>30</b>
<b>PARTE II: EL ESTUDIO .....</b>	<b>32</b>
<b>CAPITULO 4. ¿Cómo depositar desechos complejométricos?: Un modelo estadístico para el caso del laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Universidad del Cauca.....</b>	<b>32</b>
4.1 EL PROBLEMA Y EL MÉTODO .....	32
4.2 OBJETIVOS .....	34
4.2.1 GENERAL .....	34
4.2.2 ESPECÍFICOS .....	35

<b>CAPITULO 5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN.....</b>	<b>36</b>
5.1 DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN DE EXPERIMENTACIÓN .....	36
5.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO PARA DQO.....	39
5.3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO PARA COLOR .....	43
<b>CAPITULO 6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....</b>	<b>47</b>
<b>CONSIDERACIONES FINALES.....</b>	<b>49</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>51</b>
<b>ANEXO.....</b>	<b>53</b>

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Descripción de los componentes de un análisis de varianza para un diseño de bloques. ....	23
Tabla 2. Determinación de tratamientos. ....	37
Tabla 3. Promedio de medida de DQO. ....	39
Tabla 4. Prueba de esfericidad de Mouchlyb para DQO en 6 tiempos. ....	40
Tabla 5. Pruebas de los efectos inter – sujetos para DQO en 6 tiempos. ....	41
Tabla 6. Prueba de esfericidad de Mouchlyb para DQO en 3 tiempos. ....	42
Tabla 7. Pruebas de los efectos inter – sujetos para DQO en 3 tiempos. ....	42
Tabla 8. Promedios de medida de color. ....	43
Tabla 9. Prueba de esfericidad de Mouchlyb para Color en 6 tiempos. ....	45
Tabla 10. Pruebas de los efectos inter – sujetos para Color en 6 tiempos. ....	45
Tabla 11. Prueba de esfericidad de Mauchlyb para COLOR en 3 Tiempos. ....	46
Tabla 12. Pruebas de los efectos inter-sujetos para COLOR en 3 Tiempos. ....	46

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esquematización del proceso fotocatalítico. ....	10
Figura 2. Modelo general de un proceso o sistema. ....	17
Figura 3. Matriz de varianzas y covarianzas para 4 mediciones repetidas. ....	27
Figura 4. Matriz de varianzas y covarianzas para 4 mediciones repetidas con simetría compuesta. ....	27
Figura 5. Fotorreactor. ....	38
Figura 6. Espectrofotómetro de Haz simple (HACH DR/2010 ) ....	38

### **LISTA DE GRÁFICOS3**

Gráfico 1. Medias marginales estimadas de DQO en 6 tiempos. ....	40
Gráfico 2. Medias marginales estimadas de DQO en 3 tiempos. ....	43
Gráfico 3. Medias marginales estimadas de Color en 6 tiempos. ....	44
Gráfico 4. Medias marginales estimadas de Color en 3 tiempos. ....	46

## **RESUMEN**

El presente trabajo presenta el procedimiento seguido para la caracterización de un modelo estadístico que diera cuenta de las condiciones ideales para la mineralización y degradación del desecho Negro de Eriocromo T, producido en el Laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad del Cauca.

Se muestra como un Diseño de Medidas Repetidas con tres factores logra modelar este proceso y permite identificar que para la variable de respuesta Demanda Química de Oxígeno (DQO) no se alcanza una combinación ideal de los factores Catalizador y H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> (Agua Oxigenada) que permitan alcanzar el objetivo en el tiempo de exposición establecido, mientras que para la variable Análisis de Color si se alcanzan a identificar combinaciones que permiten mostrar diferencias significativas.

Manteniendo controlado el pH del material y probando los modelos para dos grupos de medidas en el tiempo, se presentan finalmente consideraciones que ayudaron para el planeamiento de nuevas condiciones en los factores determinantes de este proceso.

## INTRODUCCIÓN

La contaminación ambiental debida a la generación de desechos peligrosos es un problema creciente y globalizado; la actividad industrial, minera y de distintos tipos ha descargado al ambiente un sin número de sustancias peligrosas para los humanos y los recursos naturales. Los residuos peligrosos una vez emitidos, pueden permanecer en el ambiente durante cientos de años. Además, su concentración en los seres vivos aumenta a medida que son ingeridos miembros de la cadena alimenticia, por lo que la ingesta de plantas o animales contaminados posibilitan el incremento de los efectos.

El aporte a la comprensión de tales efectos que desde la perspectiva estadística pueda realizarse, son importantes para reflejar modelos explicativos de los efectos que en seres vivos se pueden evidenciar.

Ubicados en el contexto particular de la Universidad del Cauca, este trabajo hace parte del proyecto de investigación “*Acople Fotocatalítico y Biológico para el Tratamiento de Desechos Complejométrico Generados en el Laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria*” que fue inscrito y financiado por la Vicerrectoría de Bienestar y Cultura de la Universidad del Cauca.

La temática estadística del trabajo que se realizó, corresponde a la construcción de modelos estadísticos de Diseño Experimental.

## **PARTE I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

### **CAPITULO 1. ANTECEDENTES DE ESTUDIO**

La industria genera una gran cantidad de residuos muchos de los cuales son recuperables. El problema está en que las técnicas para aprovechar los residuos y hacerlos útiles son caras y en muchas ocasiones no compensa económicamente hacerlo. De todas formas, está aumentando la proporción de residuos que se valorizan para usos posteriores.

Los residuos peligrosos son las sustancias que son inflamables, corrosivas, tóxicas o pueden producir reacciones químicas, cuando están en concentraciones que pueden ser peligrosas para la salud o para el ambiente.

El impacto negativo de estas sustancias se ve agravado cuando son difíciles de degradar en la naturaleza. Los ecosistemas naturales están muy bien preparados, por millones de años de evolución, para asimilar y degradar las sustancias naturales. Siempre hay algún tipo de microorganismo o de proceso bioquímico que introduce en los ciclos de los elementos las moléculas. Pero en la actualidad se sintetizan miles de productos que nunca habían existido antes y algunos de ellos, como es el caso de los clorofluorocarburos (CFC), Dicloro Difenil Tricloroetano (DDT), muchos plásticos, etc., que permanecen muchos años antes de ser eliminados.

Además, al salir tantas moléculas nuevas cada año, aunque se hacen ensayos cuidadosos para asegurar que se conocen bien sus características, no siempre se sabe bien que puede suceder con ellos a medio o largo plazo.

Otro hecho que aumenta el daño es la bioacumulación que se produce en sustancias, como algunos pesticidas del grupo del DDT. En otras ocasiones los residuos se transforman en sustancias más tóxicas que ellos mismos.

### **Política, procedimientos y pautas recomendables**

Tal como lo establecen las pautas generalmente aceptadas, existiría un riesgo importante bajo las siguientes circunstancias: un escape de sustancias tóxicas, muy reactivas, explosivas, o inflamables. Si existe un peligro importante en un proyecto propuesto es muy aconsejable requerir una "Evaluación de los riesgos mayores".

La evaluación de los riesgos mayores debe ser parte integrante de la preparación del proyecto. Es independiente de la evaluación del impacto ambiental y ésta la debe mencionar. Los objetivos de la evaluación de los riesgos mayores, son los siguientes:

- Identificar la naturaleza y magnitud del uso de las sustancias peligrosas en la instalación.
- Especificar las medidas tomadas para la operación segura de la instalación, el control de las divergencias importantes que podrían causar un accidente mayor, y los procedimientos de emergencia a implementarse en el sitio.
- Identificar el tipo, probabilidad relativa y consecuencias generales de los accidentes mayores.
- Demostrar que el constructor haya apreciado el potencial de un riesgo mayor a causa de las actividades de la compañía, y que haya considerado si los controles son adecuados.

Los proyectos de control de contaminación pueden crear los siguientes riesgos: la ruptura de los recipientes presurizados (por ejemplo, tanques de cloro en las plantas de tratamiento de aguas negras, tarros bajo presión que se reciben con los desperdicios sólidos para

incineración), explosión o generación de gases tóxicos por la mezcla de desechos incompatibles, liberación de polvos y vapores conteniendo microorganismos patogénicos, durante las operaciones de procesamiento de las aguas servidas y desperdicios sólidos, y los gases tóxicos producidos por la eliminación de los desechos sólidos.

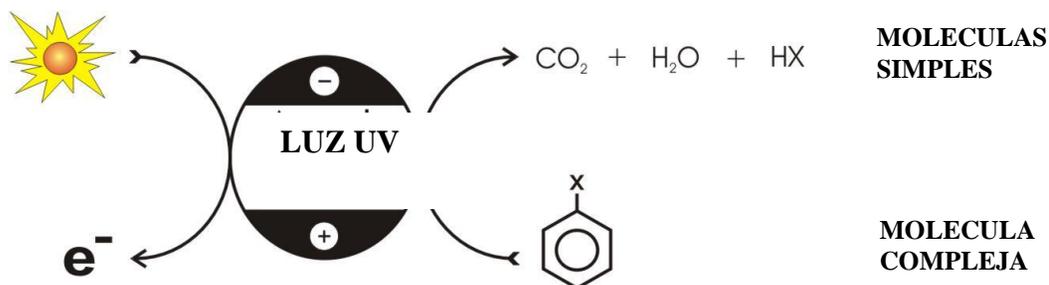
Con lo anterior se evidencia, no solo la importancia de los esfuerzos encaminados por mejorar los desechos producidos de forma industrial, sino también de la existencia de una normatividad vigente que permite controlar el trabajo que debe realizarse para el control y envío al medio ambiente, de desechos contaminantes con la esperanza que sus efectos no resulten tan perjudiciales.

## CAPITULO 2. REFERENTES CONCEPTUALES

### 1.1 FOTOCATÀLISIS

La fotocatalisis es un proceso catalítico promovido por energía de determinada longitud de onda, capaz de excitar a un catalizador<sup>1</sup> (semiconductor) al grado de hacer que se comporte como un material conductor, en la superficie del cual se desarrollarán reacciones de óxido-reducción, estas generan radicales libres muy reactivos, los mismos que atacarán a las especies a su alrededor, rompiendo los enlaces moleculares y oxidándolas o reduciéndolas hasta convertirlas en especies menos complejas. Esta reducción en la complejidad molecular generalmente se traduce en una reducción del grado de contaminación o peligrosidad de la especie que se esté tratando (ver Figura 1) (Gogate y Pandit, 2004).

Figura 1. Esquematzación del proceso fotocatalítico.



<sup>1</sup> **Catalizador:** Es una sustancia química que acelera la velocidad de reacción sin experimentar cambio alguno en el proceso de reacción (Petrucci, 1999)

La catálisis heterogénea es un proceso que se basa en la absorción directa o indirecta de energía radiante (Luz UV) sobre un sólido (fotocatalizador), el sistema fotocatalítico consiste en partículas del fotocatalizador suspendidas en un solvente, generalmente agua, que cuando son iluminadas por la radiación UV, se fotoactivan provocando una serie de reacciones primarias de oxidación-reducción (Pérez y Sepúlveda, 2002).

En la reacción fotocatalítica interviene: un catalizador, el cual es generalmente un semiconductor, los semiconductores más utilizados son los óxidos metálicos como: óxido de estaño, óxido de hierro, óxido de zinc entre otros; también se requiere en el proceso de una radiación con la suficiente energía (de origen natural como la radiación solar, o de origen artificial como lámparas de luz) y la fase en que se lleva a cabo puede ser gas, líquido o sólido (Zagua, 2003).

Un gran número de parámetros influyen tanto cualitativa como cuantitativamente en el proceso de fotocatalisis y, como consecuencia, resultan determinantes en la eficiencia global del proceso. A continuación se mencionan algunos de los más importantes:

pH: Normalmente el proceso de fotocatalisis es más eficiente en medio ácido. El pH afecta las propiedades superficiales del catalizador y la forma química del compuesto a degradar, y ello se manifiesta en alteraciones de la velocidad de degradación y en la tendencia a la floculación del catalizador.

Características del catalizador. En general, son características ventajosas para un fotocatalizador una alta área superficial, una distribución de tamaño de partícula uniforme, forma esférica de las partículas y ausencia de porosidad interna.

Longitud de Onda. El dióxido de titanio absorbe longitudes de onda inferior a 400 nm, correspondiente al espectro ultravioleta. La distancia de penetración de los

fotones dentro de las partículas de óxido de titanio es más corta cuanto menor es la longitud de onda ya que son absorbidos por las moléculas del semiconductor con más fuerza. En conclusión el aprovechamiento de la energía absorbida es mayor cuanto menor es la longitud de onda utilizada

Diseño del Fotorreactor: Los parámetros derivados del diseño y del tipo de reactor también juegan un papel importante en el resultado final de la reacción. Factores como la geometría, la óptica, distribución de luz, tipo de flujo, etc. van a influir sobre el rendimiento final del mismo (Doménech *et al*, 2003)

## **1.2 MODELOS MATEMÁTICOS**

Entendemos que un modelo es una representación simplificada de un fenómeno real; más específicamente, se tiene un modelo matemático cuando los factores (variables o constantes) que componen un fenómeno analizado, son representados por letras o números y la relación entre ellos involucra operaciones matemáticas simbolizadas por ecuaciones o inecuaciones. Este tipo de modelos pueden ser determinísticos o no determinísticos.

Un modelo matemático se denomina determinístico cuando las variables del fenómeno que intervienen en él son controladas suficientemente y se denomina simplemente modelo matemático. A las variables no aleatorias que intervienen en el modelo se denominan variables matemáticas.

Un modelo matemático se denomina no determinístico o aleatorio si al menos una de las variables del fenómeno es una variable aleatoria, en este caso, el modelo se denomina probabilístico. En este tipo de modelos es la descripción del comportamiento de la variable aleatoria lo que resulta de interés.

En el proceso de modelación, independiente del problema, es necesario procurar una fórmula o ecuación que relacione los factores del fenómeno de interés.

Hay funciones que determinan modelos determinísticos donde se establecen predicciones con un error despreciable.

### 1.3 MODELOS ESTADÍSTICOS

Un modelo estadístico es un modelo de la forma  $Y = \mu(x) + e$  donde  $Y$  es una variable aleatoria observable, denominada variable dependiente o de respuesta,  $e$  una variable aleatoria no observable que representa otros factores no controlados,  $\mu(x)$  es una función de  $x$ , definida en un dominio  $D$  y  $x$  es una variable no aleatoria, denominada variable independiente o predictora.

Un modelo estadístico para describir una relación entre varias variables es de la forma  $Y = \mu(x_1, x_2, x_3) + e$  donde  $e$  es una variable aleatoria no observable que representa otros factores, no controlados. Este modelo difiere del anterior en que tanto la variable  $Y$ , como las variables  $X_1, X_2, X_3$  son aleatorias que provienen de una población multivariada en donde la distribución de probabilidad conjunta del vector  $\vec{Y} = (Y, X_1, X_2, X_3)^T$  juega un papel muy importante en el análisis de las variables (Pérez López, 2001).

Un modelo de la forma  $Y = \alpha + \beta t + e$  representa un modelo estadístico, donde  $Y$  es una variable aleatoria observable,  $e$  una variable aleatoria no observable,  $t$  una variable no aleatoria y  $\alpha$  y  $\beta$  son parámetros desconocidos. El objetivo de este modelo es estimar los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  y predecir el valor de  $\alpha + \beta t$ , para un valor dado de  $t$ , mediante la expresión  $E(Y) = \alpha + \beta t$ . Para estimar estos valores es necesaria una muestra aleatoria de  $n$  observaciones de la forma  $(y_i, t_i)$  para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  y la aplicación de Métodos Estadísticos Inferenciales. Si cada observación satisface el modelo, se utilizan las siguientes ecuaciones para las

estimaciones:  $Y_i = \alpha + \beta t_i + e_i$  para  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ , este es un modelo estadístico muestral correspondiente a el modelo estadístico poblacional

$$Y = \alpha + \beta t + e \text{ (Pérez López, 2001).}$$

### 1.3.1 MODELO LINEAL

$Y = \mu(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) + e$ , donde  $Y$  es una variable aleatoria observable,  $\mu(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$  es función de mas de una variable y  $e$  es una variable aleatoria no observable, es un modelo lineal si  $\mu(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$  es una función lineal de parámetros desconocidos, es decir si  $\mu(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i q_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$  donde  $q_i(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$  es una función conocida y con parámetros conocidos. El modelo anterior con las condiciones establecidas es un modelo “poblacional” y el objetivo en parte es estimar los parámetros desconocidos  $\beta_i$ , para esto es necesario obtener algunas observaciones de la población representada por el modelo.

### 1.3.2 TIPOS DE VARIABLES EN LOS MODELOS ESTADÍSTICOS

Se pueden considerar cuatro tipos diferentes de variables en los modelos estadísticos.

$$\begin{aligned} \text{Variables matemáticas} & \begin{cases} \text{Observables} \\ \text{No observables} \end{cases} \\ \text{Variables aleatorias} & \begin{cases} \text{Observables} \\ \text{No observables} \end{cases} \end{aligned}$$

Dependiendo del tipo de variables que están presentes en un modelo estadístico y los posibles valores que puedan tomar particularmente algunas de ellas, los modelos estadísticos lineales se han clasificado en

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Modelos **Cuantitativos**} \\ \text{I Modelo Lineal General} \\ \text{II Modelo Lineal de Regresión} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Modelos **Cualitativos**} \\ \text{III Modelo de Diseño} \\ \text{IV Modelo Componente de Varianzas} \end{array} \right.$$

### 1.3.3 MODELO LINEAL GENERAL

Un modelo lineal de la forma:  $\vec{Y} = X\vec{\beta} + \vec{e}$  es un modelo Lineal General si:

1.  $\vec{Y}$  es un vector aleatorio observable  $n \times 1$ .
2.  $X$  es una matriz  $n \times p$  cuyos elementos  $x_n$  son variables no aleatorias observables.
3.  $\vec{\beta}$  es un vector  $p \times 1$  de parámetros desconocidos definido en un espacio paramétrico  $\Omega_{\vec{\beta}}$ .
4.  $\vec{e}$  es un vector aleatorio no observable  $n \times 1$  tal que  $E(\vec{e}) = \vec{0}$  y  $Cov(\vec{e}) = \Sigma$  donde  $\Sigma$  es la matriz de covarianza.

Este es un modelo muestral.

Un modelo lineal simple, es un caso particular de un modelo lineal general y tiene la siguiente forma:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n; E(e_i) = 0, Cov(e_i, e_j) = \sigma_{ij}$$

En este modelo pueden considerarse muchos casos dependiendo de las propiedades de la distribución del vector aleatorio  $\vec{e}$  (o de  $\vec{Y}$ ), y además la estructura de la matriz de covarianza  $\Sigma$ .

### 1.3.4 DISEÑOS EXPERIMENTALES

#### 1.3.4.1 DEFINICIÓN

En la investigación científica es común que se formulen hipótesis, para que luego, mediante datos, sean verificadas o rechazadas directamente. Tal proceso requiere de la realización de observaciones, a través del patrón bien definido que constituye el diseño del experimento. Por su puesto, el diseño de un experimento requiere de una

cuidadosa planeación, puesto que éste se concibe como un medio para verificar o rechazar las hipótesis planteadas.

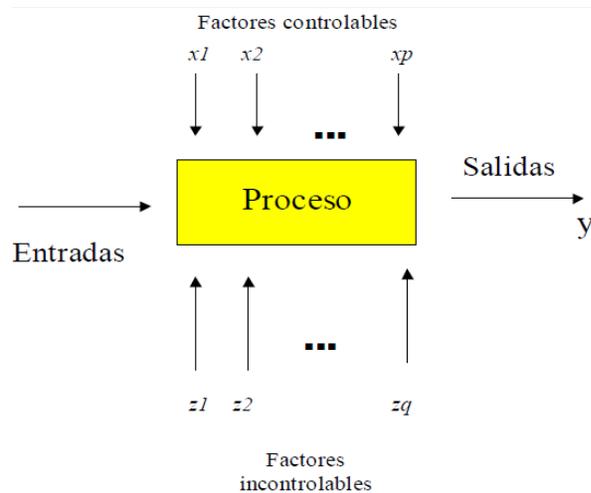
*“Un experimento diseñado es una prueba o serie de pruebas en las cuales se inducen cambios deliberados en las variables de entrada de un proceso o sistema, de manera que sea posible observar e identificar las causas de los cambios en la respuesta de salida”* (Montgomery, 1991). Actualmente los métodos de diseño experimental tienen una amplia aplicación en muchas disciplinas. Ejemplos: la Agricultura, Biología, Medicina, Ingeniería, Diseño Técnico, etc.

El Diseño Experimental puede ser considerado como parte del proceso científico y una de las formas en que aprendemos acerca de la forma en que funcionan los sistemas o procesos.

Por lo general, este aprendizaje se da a través de una serie de actividades en las cuales hacemos conjeturas sobre un proceso, realizamos experimentos para generar datos a partir del proceso, y entonces usamos la información del experimento para establecer nuevas suposiciones, que llevan a realizar nuevos experimentos, y así sucesivamente, comportándose cíclicamente.

Todo sistema o proceso productivo puede representarse mediante el modelo mostrado en la Figura 2:

Figura 2. Modelo General de un proceso o sistema<sup>2</sup>.



Es decir, que puede ser visualizado como una combinación de máquinas, métodos, personas y otros recursos que transforman alguna entrada (materia prima), en una salida que tiene una o más respuestas observables. Algunas variables dentro del proceso son controlables, mientras que otras son incontrolables.

Un experimento diseñado tiene por objetivo:

- Determinar cuáles son las variables que tienen mayor influencia en la variable de respuesta.
- Determinar el mejor valor de las variables controlables que influyen en la respuesta, de manera que ésta, tenga casi siempre un valor cercano al valor nominal deseado.
- Determinar la mejor combinación de las variables controlables que ayuden a reducir la variabilidad de la respuesta.
- Establecer la combinación óptima de las variables controlables, con el objetivo de minimizar los efectos de las variables incontrolables.

---

<sup>2</sup> Montgomery Douglas. Diseño y Análisis de Experimentos. Ed. Iberoamericana. México 1991. Pág. 2

El Diseño Experimental es un instrumento de importancia en la Ingeniería para mejorar el rendimiento de un proceso de manufactura, así como en el desarrollo de nuevos productos.

Su aplicación en una fase temprana de la evolución de un proceso puede dar como resultado:

- Mejora en el rendimiento del proceso.
- Reducción de variabilidad y aumento del apego a especificaciones o valor objetivo.
- Menor tiempo de desarrollo.
- Minimización de costos.

Otro cometido de un Modelo Experimental, son las actividades de Diseño Técnico; dentro de las cuales se desarrollan nuevos productos y se mejoran otros ya existentes.

Algunas de sus aplicaciones entre otros son:

- Evaluación y comparación de configuración de diseños básicos.
- Valoración de materiales alternativos.
- Selección de parámetros de diseño, a modo de que el producto tenga un buen funcionamiento, esto es que el producto sea consistente.

#### **1.3.4.2 TERMINOLOGÍA**

El diseño de experimentos ha sido creado por matemáticos y estadísticos, por lo que posee su propio lenguaje, el cual es necesario conocer para su mejor comprensión y utilización. A continuación se describen los términos más importantes Beauregard (1992):

- *Factor o variable*: Una de las variables dependientes que son estudiadas en el experimento. Ésta puede ser cualitativa, como: cambios en el equipo, métodos, material utilizado; o cuantitativa, por ejemplo: la temperatura, presión, tiempo, etc.

- *Nivel del factor o variable*: Son los valores que puede tener el factor a estudiar.
- *Tratamiento*: Es una combinación específica de los niveles de los factores en estudio. Son, por tanto, las condiciones experimentales que se desean comparar en el experimento. En un diseño con un único factor son los distintos niveles del factor y en un diseño con varios factores son las distintas combinaciones de niveles de los factores.
- *Variable de respuesta*: Es el resultado en una corrida experimental, de la variable a estudiar.
- *Efecto*: Es el cambio en la variable de respuesta por el cambio del nivel de un factor.
- *Interacción*: Cuando uno o más factores trabajan juntos para producir un efecto diferente que los efectos producidos por aquellos factores de manera individual.
- *Corrida experimental*: Implementación de cada una de las combinaciones.
- *Bloque*: Agrupación planeada de factores o combinaciones de factores. Es realizada para minimizar la variación no incluida en el diseño.
- *Replica o Repetición*: Repetición de la corrida experimental.
- *Unidad Experimental ó de Análisis*: Es la unidad básica más elemental que se emplea para experimentar; sobre las unidades experimentales se aplican los tratamientos que son objeto de investigación.

#### **1.3.4.3 ETAPAS DEL ANÁLISIS**

Para poder analizar un experimento de manera correcta, es necesario que se tenga una idea clara sobre el problema que se va a estudiar, el modo de la recolección de datos y su análisis. A continuación se presenta la metodología a emplear en el presente estudio Montgomery (1991)

**a. Comprensión y planteamiento del problema.** Aunque este punto pudiera parecer obvio, en muchas ocasiones resulta complicado diseñar un planteamiento claro y aceptable. Es necesario consultar a todas las partes implicadas: cuerpo técnico, aseguramiento de calidad, manufactura, clientes, etc. Un planteamiento claro del problema contribuye a tener un mejor conocimiento del fenómeno y de la solución final del problema.

**b. Elección de factores y niveles.** El experimentador debe elegir los factores y los niveles específicos a los cuales variará el experimento. Tal conocimiento suele ser una combinación de experiencia y comprensión teórica.

**c. Selección de la variable de respuesta.** La selección de la respuesta o variable dependiente, hecha por el investigador, debe asegurar que, la medición de ésta pueda realmente proveer información sobre el proceso estudiado.

**d. Elección del diseño experimental.** Para elegir el diseño es necesario considerar el tamaño muestral (número de repeticiones), seleccionar un orden adecuado para los ensayos y determinar si hay implicado un bloqueo u otras restricciones de aleatorización.

**e. Realización del experimento.** Cuando se realiza el experimento, es vital monitorear el proceso para asegurar que todo se haga conforme a lo planeado, ya que los errores en esta fase suelen anular la validez experimental.

**f. Análisis de datos.** Deben emplearse métodos estadísticos para analizar los datos, de modo que los resultados y conclusiones sean objetivos más que apreciativos. Actualmente, existen excelentes paquetes de software para este análisis, así como varios métodos gráficos sencillos importantes en la interpretación de ellos, ejemplos son: SAS, SPSS, STATGRAPHICS, MINITAB, y EXCEL.

#### **1.3.4.4 TIPOS DE MODELOS DE DISEÑO**

De acuerdo a la selección de los tratamientos y otros factores se tiene la siguiente clasificación:

Modelo I (Efectos Fijos): Se presenta cuando los niveles de tratamientos son fijados por el investigador; es decir, no se efectúa una elección aleatoria. En estos casos las conclusiones del análisis de varianza solamente son válidas para los tratamientos y otros factores usados en el experimento. En el presente trabajo se ha considerado únicamente el caso de modelo de efectos fijos, por ser el que se presenta con mayor frecuencia en la experimentación que interesa a este estudio.

Modelo II (Efectos aleatorios): Se presenta cuando los niveles de tratamientos son elegidos al azar de una población. En estos casos las conclusiones del análisis de varianza son válidas, tanto para los tratamientos y demás factores usados, como para todas las poblaciones de tratamientos y factores.

Modelo III (Modelo Mixto): Este modelo es la combinación de los dos anteriores y se presenta cuando algunos factores son fijados y otros son elegidos al azar. En estos casos las conclusiones del análisis de varianza serán válidas para toda la población de factores cuando estos son elegidos al azar, y solamente para los factores usados cuando estos son fijados.

#### **1.3.4.5 DISEÑOS DE BLOQUES COMPLETOS**

Cualquier factor que afecta la variable de respuesta y que varía entre las unidades experimentales aumenta la varianza del error experimental y disminuye la precisión de los resultados del experimento. Factores tales como la edad o peso de los animales, lotes distintos de reactivos o material fabricado, género de sujetos humanos y

separaciones físicas de parcelas son ejemplos de variables externas al tratamiento que pueden aumentar la variación entre las observaciones de las variables de respuesta.

El uso de bloques estratifica las unidades experimentales en grupos homogéneos, o unidades parecidas. Una buena elección de los criterios de bloqueo disminuye la variación entre las unidades dentro de los bloques en comparación con las unidades de diferentes bloques, las categorías generales de buenos criterios de bloqueo son 1) proximidad (parcelas adyacentes), 2) características físicas (edad o peso), 3) tiempo y 4) administración de tareas en el experimento.

Un grupo de parcelas adyacentes forma un bloque en los experimentos de agronomía, los animales agrupados según su peso o etapa de lactancia forman bloques de unidades experimentales homogéneas, el ingeniero usa un solo lote de material fabricado para formar un bloque o grupo homogéneo de unidades experimentales, para el tratamiento, los experimentos de laboratorio usan técnicos como factor de bloque para eliminar la variación entre ellos y cada técnico prepara una réplica del tratamiento como un bloque.

El diseño de bloques completos aleatorizados es el más sencillo de este tipo de diseños utilizados para controlar y reducir el error experimental, en él las unidades experimentales quedan estratificadas en bloques de unidades homogéneas, cada tratamiento se asigna al azar a un número igual (por lo general uno) de unidades experimentales en cada bloque y es posible hacer comparaciones más precisas entre los tratamientos dentro del conjunto homogéneo de unidades experimentales en un bloque.

El modelo lineal para un experimento en un diseño de bloques completos aleatorizado requiere un término que represente la variación identificable en las observaciones como consecuencia de los bloques. La respuesta de la unidad con el  $i$ -ésimo

tratamiento en el  $j$ -ésimo bloque (sin considerar interacción bloques x tratamientos) se escribe como:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \rho_j + e_{ij}$$
$$i = 1, 2, \dots, t \quad j = 1, 2, \dots, r$$

donde  $\mu$  es la media general,  $\tau$ , es el efecto del tratamiento y  $e$ , es el error experimental.

El efecto del bloque  $\rho$ , representa la desviación promedio de las unidades en el bloque  $j$  a partir de la media general. Se supone que los efectos del tratamiento y del bloque son aditivos, Aditividad significa que no existe interacción entre tratamientos y bloques; también se supone que los errores experimentales son independientes, con medias cero y varianza común  $d$ . La suposición de independencia se justifica a través de la asignación aleatoria de los tratamientos a las unidades experimentales.

#### 1.3.4.6 ANÁLISIS DE VARIANZA

El diseño en bloques aleatorios es apropiado y eficiente cuando se desea investigar las diferencias entre los promedios de  $k$  tratamientos en condiciones homogéneas, vale decir, eliminando las diferencias iniciales entre las unidades experimentales. Estas condiciones homogéneas pueden ser: parcelas de terreno, lotes de producción, camadas de ratones, o una misma persona sometida a diferentes tratamientos. Se supone que la variabilidad de las unidades experimentales entre parcelas, lotes, camadas o personas, es mayor que dentro de esos “bloques”. Por tanto, al adjudicar los  $k$  tratamientos aleatoriamente a las unidades que constituyen un bloque, se obtiene un efecto de tratamiento limpio de esa variación entre bloques que podría llegar a encubrir la diferencia entre tratamientos.

Comparado con el diseño completamente aleatorio, se tiene por tanto una fuente de variación adicional a las “entre tratamientos” y “dentro de tratamientos”: la variación

“entre bloques”. La suma de cuadrados correspondiente se simbolizará por SCB. Los grados de libertad para el cálculo de CMB serán:  $b - 1$ , el número de bloques menos 1.

La SCB se calcula usando los valores de las sumas de los  $y_{ij}$  pertenecientes a cada uno de los bloques:  $SCB = k \sum_{bloques} (\bar{y}_b - \bar{y})^2$  y la tabla de ANOVA será:

Tabla 1. Descripción de los componentes de un Análisis de Varianza para un diseño de Bloques

Fuente de Variación	GI Grados de Libertad	SC Suma de Cuadrados	CM Cuadrados Medios	F
Entre tratamientos	$k-1$	$SCE = b \sum_{trst}^k (\bar{y}_{tr} - \bar{y})^2$	$CMT = \frac{SCE}{k-1}$	$\frac{CMT}{CME}$
Bloques	$b-1$	$SCB = k \sum_{bloques} (\bar{y}_b - \bar{y})^2$	$CMB = \frac{SCB}{b-1}$	$\frac{CMB}{CME}$
Residual	$(k-1)(b-1)$	$SCT - (SCB + SCE)$	$CME = \frac{SCT - (SCB + SCE)}{(k-1)(b-1)}$	
Total	$kb-1$	$SCT = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y})^2$		

### 1.3.4.7 DISEÑOS CON MEDICIONES REPETIDAS

La tendencia en el tiempo de las respuestas individuales al tratamiento es un aspecto importante para muchos experimentos, como aquellos en los que se pesan animales cada semana para supervisar su crecimiento bajo diferentes condiciones de nutrición o se cosechan parcelas de cultivos perenes, como alfalfa, varias veces.

Las **mediciones repetidas** existen con frecuencia en muchas situaciones; por ejemplo, en pruebas clínicas cuando la respuesta de los pacientes a un tratamiento se mide regularmente para supervisarla.

Las mediciones repetidas en cada unidad experimental proporcionan información sobre la tendencia en el tiempo de la variable de respuesta bajo diferentes condiciones de tratamiento. Las tendencias en el tiempo pueden revelar qué tan rápido responden las unidades al tratamiento o durante cuánto tiempo se manifiestan los efectos del tratamiento en las unidades del estudio. También es posible evaluar las diferencias entre las tendencias de los tratamientos.

Las observaciones repetidas de la misma unidad experimental a través del tiempo, con frecuencia son más eficientes que el uso de una unidad experimental diferente para cada observación en el tiempo. No sólo se requieren menos unidades, lo que reduce costos, también la estimación de las tendencias en el tiempo serán más precisas. El aumento en la precisión se debe a que las mediciones en la misma unidad tienden a ser menos variables que las mediciones en unidades distintas; por tanto el efecto de las mediciones repetidas es similar al efecto del uso de bloques.

Los diseños de mediciones repetidas se pueden describir en términos del diseño *entre sujetos* y el diseño *dentro de sujetos*. Los diseños entre sujetos se refieren a los diseños en que una unidad experimental se asigna a un tratamiento. Los diseños dentro de sujetos se refieren a las diferentes mediciones en cada unidad experimental.

Los diseños de mediciones repetidas o dentro de sujetos encuentran numerosas aplicaciones en la investigación moderna: diseños longitudinales, estudios de carácter evolutivo, investigaciones de carácter clínico que requieren seguimiento y, en general, estudios que requieran evaluación del cambio producido a lo largo del tiempo; son todos estos ejemplos cotidianos que involucran observaciones repetidas.

Las ventajas de los diseños de medidas repetidas son evidentes: requieren menos sujetos que un diseño completamente aleatorizado y permiten eliminar la variación residual debida a las diferencias entre los sujetos (pues se utilizan los mismos).

Como contrapartida, es necesario vigilar algunos efectos atribuibles precisamente a la utilización de los mismos sujetos, tales como el efecto de arrastre, que ocurre cuando se administra una condición antes de que haya finalizado el efecto de otra administrada previamente; o el efecto del aprendizaje por la práctica, que ocurre cuando las respuestas de los sujetos pueden mejorar con la repetición y, como consecuencia de ello, los tratamientos administrados en último lugar parecen más efectivos que los administrados en primer lugar, sin que haya diferencias reales entre ellos (en estos casos es importante controlar el orden de presentación de las condiciones). Obviamente, conviene conocer las ventajas e inconvenientes de estos diseños para decidir correctamente cuándo es apropiado utilizarlos.

## **RELACIONES ENTRE LAS MEDIDAS REPETIDAS**

Las relaciones entre las observaciones gobiernan los métodos estadísticos necesarios para el diseño de investigación específicos usados en un estudio. Por ello es importante explorar la correspondencia de las relaciones con el método de análisis junto con algunas estrategias útiles para el análisis.

En general, se supone que los pares de observaciones adyacentes en el tiempo tienen mayor correlación que los pares de observaciones más separadas. La correlación entre dos variables, digamos  $y_1$  y  $y_2$ , se define como:  $\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2}$ , donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son las desviaciones estándar de  $y_1$  y  $y_2$ , y  $\sigma_{12}$  es la covarianza entre  $y_1$  y  $y_2$ . Si el valor esperado o media de la variable  $y$  es  $E(y) = \mu$ , entonces su varianza es  $\sigma^2 = E(y - \mu)^2$ . La covarianza es una medida de la manera en que dos variables varían juntas, si aumenta el valor de una variable mientras el de la otra aumenta, la covarianza es positiva y la correlación entre las variables es positiva. Las varianzas y covarianzas teóricas para las mediciones repetidas sucesivas como  $y_1, y_2, y_3$  y  $y_4$  se muestran de la manera siguiente como una matriz  $\Sigma$  de  $4 \times 4$ .

Figura 3. Matriz de varianzas y covarianzas para 4 mediciones repetidas

$$\begin{array}{c|cccc}
 & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\
 y_1 & \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} \\
 y_2 & \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \sigma_{24} \\
 y_3 & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_3^2 & \sigma_{34} \\
 y_4 & \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_4^2
 \end{array}$$

Varianzas iguales para los grupos de tratamientos y observaciones independientes con distribución normal son las suposiciones usuales necesarias para un análisis de varianza válido de los datos. La independencia en las observaciones tiene como resultado un valor de cero para las covarianzas mostradas en la figura anterior. Con estas suposiciones,  $\sigma^2$  tiene el mismo valor para todos los grupos de tratamiento y tiempos de medición, y  $\rho=0$  o bien  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji} = 0$ .

Un experimento particular con asignación aleatoria de los tratamientos a las unidades experimentales es sólo una muestra aleatoria de todos los experimentos posibles que pudieran usarse. Hacer una asignación aleatoria no elimina la correlación entre las observaciones; sin embargo, la correlación esperada entre las unidades experimentales es constante con todas las aleatorizaciones posibles. Si varianzas y correlaciones son constantes, las covarianzas tendrán el valor constante  $\sigma_{ij} = \rho\sigma^2$  de la definición, y se conoce como *simetría compuesta*. La matriz de varianzas y covarianzas con simetría compuesta será como se muestra a continuación.

Figura 4. Matriz de varianzas y covarianzas para 4 mediciones repetidas con simetría compuesta

$$\begin{array}{c|cccc}
 & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\
 y_1 & \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 \\
 y_2 & \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 \\
 y_3 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \rho\sigma^2 \\
 y_4 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \sigma^2
 \end{array}$$

Huynh y Feldt (1979) (citados por Kuehl, 2001) mostraron que las condiciones necesarias para el análisis de varianza usual en los diseños de medidas repetidas eran menos estrictas que la condición de simetría completa. Demostraron que la condición necesaria es tener la misma varianza de la diferencia para todos los pares posibles de

observaciones tomadas en diferentes períodos, digamos,  $y_i$  y  $y_j$ , es decir:  $\sigma_{(y_i - y_j)}^2 = 2\lambda$  para  $i \neq j$  para algún  $\lambda > 0$ . Esta condición también se puede establecer como:  $\sigma_{ij} = \frac{1}{2}(\sigma_i^2 + \sigma_j^2) - \lambda$  para  $i \neq j$ .

La matriz de varianzas y covarianzas que satisface esta condición se conoce como **matriz tipo H**. Los cuadrados medios del análisis de varianza se pueden usar para probar las hipótesis sobre los tratamientos dentro sujetos si se cumple la condición de Huynh-Feldt.

La realidad de muchos estudios de investigación desde el punto de vista económico y de control del error experimental exige la obtención de más de una observación de cada unidad experimental. Por ejemplo, el considerable costo de mantener animales grandes hace necesario obtener toda la información posible sobre los tratamientos con cada animal. Además, la variabilidad de las observaciones entre los animales tiende a ser mucho mayor que entre observaciones múltiples en el mismo animal, por lo que el bloquear los animales con los tratamientos administrados a cada animal aumenta la precisión en las comparaciones de tratamientos.

Cuando se administra cada tratamiento en orden aleatorio a cada sujeto, ellos mismos son bloques aleatorios en un diseño de bloques completos aleatorizados.

Se puede usar el análisis de varianza univariado con cualquiera de los tres conjuntos de suposiciones sobre las mediciones repetidas presentada anteriormente, que se referían a independencia, simetría compuesta y condición de Huynh-Feldt.

La condición de Huynh-Feldt con la matriz tipo H para varianzas y covarianzas de las mediciones repetidas es la menos restrictiva de las tres suposiciones. Se pueden usar sencillos métodos univariados para el análisis si se puede suponer que la condición Huynh-Feldt se cumple para las mediciones repetidas. La suposición de una matriz

tipo H se puede evaluar con la prueba atribuida a Mauchly (1940), que se presenta a continuación.

### PRUEBA DE ESFERICIDAD DE MAUCHLY

La condición Huynh-Feldt para la matriz de varianzas y covarianzas de las  $p$  mediciones repetidas de los sujetos necesita  $(p-1)$  contrastes ortogonales normalizados para que las medidas repetidas no se correlacionen y tengan varianzas iguales. Sean  $\Sigma$  la matriz de covarianzas de las mediciones repetidas y  $C$  una matriz de  $(p-1) \times p$ , donde los renglones son contrastes ortogonales normalizados de las  $p$  mediciones repetidas. La condición Huynh-Feldt necesaria para la covarianza de los contrastes es  $C\Sigma C^T = \lambda I$ , donde  $I$  es la matriz identidad y  $C^T$  es la transpuesta de  $C$ . Si se satisface la condición, se dice que la matriz de covarianza  $\lambda I$  es esférica.

Sea  $s_{ij}$  el elemento en el  $i$ -ésimo renglón y la  $j$ -ésima columna de la matriz de covarianzas de  $p \times p$  para los errores experimentales entre sujetos  $S$ , con  $v$  grados de libertad. Se eligen  $(p-1)$  contrastes ortogonales normalizados en las  $p$  mediciones repetidas. Sea  $C$  la matriz de  $(p-1) \times p$ , donde los renglones son contrastes ortogonales normalizados en las  $p$  mediciones repetidas. Calcule la matriz de  $(p-1) \times (p-1)$ ,  $CSC^T$ . El estadístico de prueba (Mauchly, 1940) para la hipótesis nula  $H_0: C\Sigma C^T = \lambda I$  es:

$$W = \frac{(p-1)^{p-1} |CSC^T|}{(trCSC^T)^{p-1}}$$

donde  $trCSC^T$  es la traza de la matriz. La traza de una matriz es la suma de sus elementos diagonales. El estadístico de prueba se pone en la escala adecuada para mejorar la exactitud de sus aproximaciones por la distribución chi-cuadrada. El factor de escala para la aproximación chi-cuadrada con  $f = \frac{1}{2}p(p-1) - 1$  grados de libertad es:

$$\gamma = v - \frac{2p^2 - 3p + 3}{6(p-1)}$$

La hipótesis nula se rechaza al nivel de significancia  $-\gamma$  si  $W > X_{\alpha, f}^2$

### **CAPITULO 3. CONSIDERACIONES SOBRE LOS DESECHOS**

Las aguas superficiales son una de las mayores fuentes de abastecimiento para agua potable en Colombia. Se estima que del orden del 80% de las áreas urbanas y rurales se abastecen de este tipo de fuentes (Cepis, 2000). La ventaja del uso de estas fuentes desde el punto de vista económico es importante debido a que se evita el uso de equipos de bombeo, que pueden llegar a ser muy costosos; sin embargo, estas fuentes son las más susceptibles de ser contaminadas.

Una de las mayores causas de contaminación hídrica en el país incluye residuos líquidos, domésticos e industriales. Diariamente, se descargan al entorno natural, cerca de cuatro millones y medio de metros cúbicos de aguas residuales, de las cuales un 90% corresponde a aguas residuales domésticas e industriales transportadas por alcantarillados (Cepis, 1997). El mayor problema asociado con la contaminación hídrica en el país es la descarga de compuestos tóxicos, patógenos y materia orgánica particularmente a los ríos y acuíferos que sirven como abastecimiento de agua potable, irrigación de cultivos y recreación; la situación se hace más grave al establecer que solo el 0.21% de las aguas residuales recibe tratamiento antes de vestirse a los cuerpos de agua superficiales. Los sectores doméstico, industrial y agropecuario producen aproximadamente 9000 toneladas diarias de materia orgánica contaminante medida como Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO) (Cepis, 1997).

Numerosos municipios de nuestro país se abastecen de fuentes superficiales que presentan elevados contenidos de materia orgánica. Los contaminantes orgánicos en agua destinada para consumo humano pueden ser clasificados en tres clases:

1. Materia orgánica natural, la cual incluye sustancias húmicas, exudados microbiales, y otros coloides disueltos generados en la descomposición de las plantas y en los desechos animales.
2. Químicos orgánicos sintéticos, que incluyen pesticidas, químicos volátiles y otros químicos sintéticos como los indicadores ácido-base producidos comercialmente o generados como desechos industriales.
3. Los químicos orgánicos que entran o son generados como subproductos de los reactivos usados en la potabilización del agua (Edwards, 1997).

La presencia de indicadores metalocrómicos (materia orgánica) y sales en los desechos complejométricos<sup>3</sup> generados en los laboratorios de análisis químico proporciona coloración, aumento de la conductividad eléctrica, dureza, eutroficación y otras formas de contaminación del recurso hídrico.

Debido a lo anterior la fotocatalisis puede considerarse como una novedosa y prometedora alternativa para el tratamiento de desechos complejométricos, generando beneficios académicos, ambientales (disminución de la contaminación del recurso hídrico), económicos (bajo costo y generación de productos (biomasa útil como alimento para animales) y técnicos (simplicidad de los sistemas).

---

<sup>3</sup> **Desecho complejométrico:** Residuo generado en la realización de análisis volumétricos para cuantificar la cantidad de iones multivalentes (calcio, magnesio, manganeso, hierro, etc.) presentes en una muestra acuosa, donde siempre se utilizan en este método indicadores metalocrómicos; es importante resaltar que los metales presentes en este tipo de desecho no son metales pesados, por lo tanto no se presentara una bioacumulación de los mismos en los tejidos vegetales o animales. Los metales calcio, magnesio, hierro y manganeso son importantes en la síntesis de proteínas, carbohidratos, clorofila y crecimiento de las plantas.

## **PARTE II: EL ESTUDIO**

### **CAPITULO 4. ¿Cómo depositar desechos complejométricos?: Un modelo estadístico para el caso del laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Universidad del Cauca**

#### **4.1 EL PROBLEMA Y EL MÉTODO**

En la actualidad, en los laboratorios donde se realizan análisis químicos, se generan diversos residuos que podrían, al ser depositados, ocasionar daños incalculables al medio ambiente y a la salud humana.

Puesto que para todos estos residuos no se tienen establecidos protocolos de manejo que permitan estimar su impacto en el medio ambiente, los laboratorio se ven obligados a almacenarlos temporalmente, aplazando el problema de su desecho, o en el peor de los casos los depositan directamente a través del alcantarillado o en cualquier otro espacio físico, sin calcular el impacto de contaminación causado al medio ambiente.

En contravía a estas acciones y con el fin de preservar el medio ambiente y prevenir problemas mayores, se han desarrollado, y continúan desarrollándose, técnicas para determinar el tratamiento que se debe aplicar a algunos de estos residuos. Sus resultados y eficiencias se miden a través de técnicas de modelación estadística y matemática, las cuales son una alternativas que pueden, y deben, ser probadas en nuestro entorno cercano, con el fin de aportar conocimientos aplicables y útiles para los laboratorios que funcionan y se encuentran en las inmediaciones de la Universidad, la Ciudad y el Departamento.

En el laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad del Cauca se desarrollan procesos que generan residuos contaminantes, los cuales en la actualidad son almacenados, al no tener establecido un protocolo adecuado y evaluado para su manejo y depósito en el medio; por ello, resulta importante indagar acerca de técnicas de manejo y prevención que se puedan aplicar a algunos desechos que allí se producen y calcular, mediante diseños de experimentación estadística, su eficiencia y eficacia en los resultados obtenidos, que constituye el compromiso de este trabajo de grado.

Se ha encontrado que la técnica de fotocátalisis ha resultado propicia y adecuada para establecer procedimientos que permitan tratar este tipo de residuo y así alcanzar, si no la eliminación, al menos una reducción significativa de la contaminación producida por desechos complejométricos de este tipo, al tiempo que se puede intentar una recuperación de sustancias que puedan ser nuevamente utilizadas en otros procesos que se adelanten en el laboratorio.

Para determinar la efectividad que tiene la implementación de esta técnica de control sobre el manejo de residuos, se requiere establecer los valores de los parámetros que determinan los mejores resultados, por lo cual se requiere de la construcción, diseño e implementación de un modelo estadístico que considere las variables involucradas en el proceso y que permita determinar objetivamente los cambios en la concentración química de los desechos después de aplicar la técnica de control; cuya comparación frente a las condiciones iniciales en las que se encuentran los desechos complejométricos, de tal forma que se mida la reducción del impacto ocasionado al medio ambiente al desechar estos residuos, determine una diferencia significativa para la implementación de un protocolo de tratamiento de los mismos.

Para alcanzar este objetivo, el laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad del Cauca, será utilizado como sitio de experimentación y prueba del modelo estadístico que se construya y diseñe, incluyendo los

desarrollos matemáticos requeridos, para alcanzar el objetivo de determinar una diferencia significativa en la medida del efecto del tratamiento.

Atendiendo a las recomendaciones de los profesionales conocedores de la problemática del laboratorio e interesados en un mejoramiento real de las condiciones actuales de trabajo, se ha considerado que con este proyecto se puede elaborar, a partir de los resultados que un modelo estadístico de diseño experimental determine, un protocolo que permita evaluar las condiciones óptimas de la técnica de fotocátalisis que permita mejorar el tratamiento de los residuos que se producen en este laboratorio.

En este orden de ideas, la pregunta que suscita esta investigación se puede plantear de la siguiente forma: *¿Cuáles son los valores de los parámetros del modelo estadístico de diseño experimental que permite identificar diferencias significativas en los efectos de la técnica de fotocátalisis que es utilizada en las mejoras de las condiciones de reducción de contaminación de residuos complejométricos?*

## **4.2 OBJETIVOS**

Frente al compromiso de procurar la construcción, diseño e implementación de un modelo estadístico, que permita medir la eficiencia de la técnica de fotocátalisis que se utiliza en el proceso de reducción de la contaminación de los desechos complejométricos que se producen en el Laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Universidad del Cauca, se plantean a continuación los objetivos generales y específicos que se espera cumplir en el desarrollo de esta investigación.

### **4.2.1. GENERAL**

Evaluar el aporte y la eficiencia de la modelación estadística para medir el efecto de la técnica de fotocátalisis empleada en las mejoras de las condiciones de tratamiento de residuos complejométricos.

#### ***4.2.2. ESPECÍFICOS***

- Identificar variables (cualitativas y cuantitativas) relevantes al problema del tratamiento de desechos complejométricos, con la técnica de fotocatalisis.
- Construir un Modelo Estadístico de Diseño Experimental para medir la eficiencia del tratamiento de desechos complejométricos con la técnica de fotocatalisis empleada en la reducción de la contaminación.
- Describir las características matemáticas del Modelo Estadístico de Diseño Experimental construido para medir el impacto del tratamiento de desechos complejométricos con la técnica de fotocatalisis.

## CAPITULO 5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

### 5.1 DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN DE EXPERIMENTACIÓN

El Negro de Eriocromo T es un desecho compuesto por indicadores metalocrómicos que es generado en las prácticas de análisis químico en el laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Universidad del Cauca. Se supone que la técnica de fotocátalisis permite la degradación y mineralización de esta clase de desecho, disminuyendo así los efectos de este sobre el medio ambiente y la salud.

**Hipótesis de investigación:** El problema de encontrar la combinación de agua oxigenada y catalizador aplicada al Negro de Eriocromo T que permite lograr la mineralización y degradación de este desecho es de particular importancia para los investigadores. Este estudio se diseñó con la finalidad primordial de buscar el tratamiento que permite la mineralización y degradación del desecho por medio del análisis de DQO y Color. Se planteó la hipótesis de que la disminución en los resultados de DQO y color sería una señal de mineralización y degradación del desecho respectivamente.

**Diseño del tratamiento:** Se consideraron 2 factores Agua Oxigenada con niveles de 0, 30, 60 y 80 ppm y Catalizador con niveles de 0, 0.1, 0.3, y 0.5 g/L, de donde se obtienen 16 tratamientos para el desecho Negro de Eriocromo T, que fueron:

Tabla 2. Caracterización de tratamientos.

TRATAMIENTO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
CATALIZADOR	0,0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5	0	0,1	0,3	0,5
AGUA OXIGENADA	0	0	0	0	30	30	30	30	60	60	60	60	80	80	80	80

**Diseño del experimento:** Se carga el reactor con 500ml del desecho con una concentración de 2000 ppm del indicador Negro de Eriocromo T en el recipiente homogenizador (erlenmeyer). El pH se mantuvo controlado en un rango de 10 a 11. Posteriormente se adicionó las cantidades de Catalizador (dióxido de titanio), y Agua Oxigenada (peróxido de hidrógeno), de acuerdo con los niveles establecidos, se mantuvo en agitación constante y se inició el proceso encendiendo la lámpara utilizada (baja presión de mercurio  $\lambda = 254 \text{ nm}$ ) recirculando la mezcla.

**Montaje experimental:** El sistema utilizado esta compuesto por un fotorreactor, una fuente de luz UV y una bomba de recirculación (ver figura 5).

Fotorreactor. Este aparato es un reactor tipo Batch o por lotes, que tiene una capacidad de 250 ml, con recirculación y agitación continua, el cual consta de:

- Un fotorreactor elaborado en pírrex, con dos orificios (entrada y salida), sellado herméticamente con esmerilado en la parte superior y con un tapón de caucho en la parte inferior.
- Una lámpara de luz ultravioleta, con tubo de baja presión de mercurio, una longitud de onda de 254 nm, 15 W de potencia y 45 cm de largo. Esta se encuentra cubierta por una chaqueta igualmente elaborada en pírrex.
- Una zona de homogenización que consta de un recipiente (erlenmeyer) en pírrex con una capacidad de 500mL y un magneto para agitación.
- Una bomba con funcionamiento peristáltico para la recirculación.
- Mangueras de material plástico transparente que conectan el sistema pero que no reaccionan con él.
- Tubo en PVC y caja en triplex para aislar el fotorreactor.
- Conexiones hidráulicas y eléctricas necesarias para el funcionamiento del sistema.

Figura 5: Fotorreactor.



Se realizaron toma de datos del proceso en diferentes momentos; al inicio, a la primera hora, a la tercera, a la cuarta, a la séptima y la octavo hora, a través de muestras de aproximadamente 30 ml centrifugándolas durante 20 minutos antes de realizar la toma de los valores de DQO y Color, se realizo seguimiento de pH en intervalos de 10 minutos durante las 8 horas. Los valores encontrados de DQO y Color se usaron como variables de respuesta.

Los instrumentos requeridos para obtener la medida de DQO y Color por medio de la lectura de absorbancia se realizaron en un espectrofotómetro de haz simple (HACH DR/2010) (Ver figura 6), fijado a una longitud de onda de 600 nm para DQO y de 530 nm para Color.

Figura 6. Espectrofotómetro de haz simple (HACH DR/2010)



**Mediciones repetidas:** Durante el estudio se realizaron análisis de DQO y Color a cada tratamiento en las horas 0, 1, 3, 4, 7, 8, y de pH cada 10 minutos durante 8 horas.

## 5.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO PARA DQO

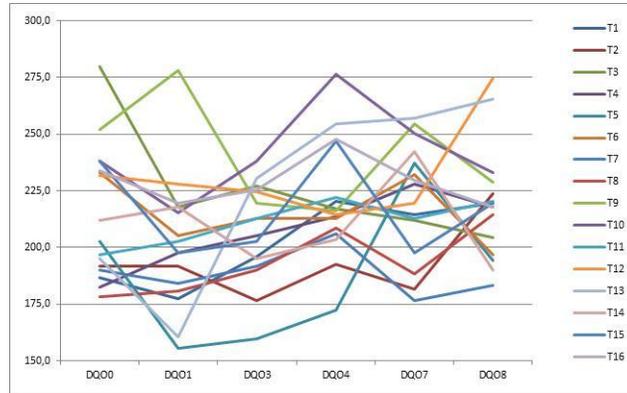
En la Tabla 3 se muestran los promedios observados de DQO en los diferentes momentos para los 16 tratamientos en el estudio.

Tabla 3. Promedios de medida de DQO

TRATAMIENTO	DQO0	DQO1	DQO3	DQO4	DQO7	DQO8
1	186,6	177,3	195,8	220,2	214,3	219,5
2	191,6	191,6	176,5	192,5	181,5	223,5
3	279,8	217,7	226,9	216,8	211,8	204,4
4	182,4	197,5	205,1	213,5	227,7	217,7
5	202,5	155,5	159,7	172,3	237,0	194,1
6	232,8	205,1	212,6	212,6	231,9	196,8
7	189,9	184,1	191,9	205,9	176,5	183,2
8	178,2	180,7	189,9	208,4	188,3	214,4
9	252,1	278,2	219,3	216,0	254,6	228,6
10	237,8	215,1	237,8	276,5	250,4	232,8
11	196,7	202,5	212,6	221,9	212,6	220,2
12	231,6	227,7	224,4	214,3	219,3	274,8
13	195,0	160,5	230,3	254,6	257,2	265,6
14	211,8	217,7	195,0	203,4	242,0	189,9
15	237,8	197,5	202,5	247,1	197,5	219,3
16	233,6	219,3	225,2	247,9	229,4	217,8

El objetivo de análisis para este estudio será determinar si existe una tendencia significativa descendente en los valores de DQO para cualquier tratamiento. De ser así, será importante determinar ¿cuál es la combinación de Catalizador y Agua Oxigenada que disminuye los valores de DQO?.

Gráfico 1: Medias Marginales estimadas de DQO en 6 Tiempos.



Este gráfico nos permite ver que durante las 8 horas que dura el experimento las medidas de DQO no presentan una tendencia que se asemeje a la esperada en la hipótesis de investigación, es decir que los valores de DQO no presentan disminución en el tiempo.

Para el procedimiento de caracterización del modelo de diseño, se considera en un primer momento todas las condiciones del experimento para la corrida del modelo, y se encontró que al contrastar la hipótesis nula de que la matriz de covarianza error de las variables dependientes transformadas es proporcional a una matriz identidad, se presenta un nivel de significación ( $< 5\%$ ), que muestra que se tiene que rechazar esta hipótesis al nivel del 95% de confianza, como aparece en la tabla siguiente en donde se reporta la prueba de esfericidad de Mauchly.

Tabla 4. Prueba de esfericidad de Mauchly<sup>b</sup> para DQO en 6 Tiempos

Medida: MEASURE\_1

Efecto intra-sujetos	W de Mauchly	Chi-cuadrado aprox.	Gl	Sig.	Epsilon <sup>a</sup>		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Límite-inferior
Tiempo_DQO	.348	31.736	14	.004	.758	1.000	.200

a. Puede usarse para corregir los grados de libertad en las pruebas de significación promediadas. Las pruebas corregidas se muestran en la tabla Pruebas de los efectos inter-sujetos.

b. Diseño: Intersección + tratamiento  
 Diseño intra-sujetos: Tiempo\_DQO

Tabla 5. Pruebas de los efectos inter-sujetos para DQO en 6 Tiempos

Medida:MEASURE\_1

Variable transformada: Promedio

Origen	Suma de cuadrados tipo III	Gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intersección	13174460.494	1	13174460.494	1968.306	.000
Tratamiento	87639.900	15	5842.660	.873	.598
Error	214185.597	32	6693.300		

Si bien en la tabla de anova anterior se puede observar que el valor del efecto constante ( $\mu$ ) es significativamente diferente de cero (Sig.=.000), no se puede afirmar lo mismo respecto al efecto de los tratamientos. Es decir, no existen diferencias significativas entre los tratamientos.

Como consecuencia de lo anterior, las comparaciones múltiples (pruebas de Tukey y Duncan) no reportan diferencias significativas entre los tratamientos, lo que corrobora los resultados de la anova para los efectos intersujetos.

Procurando alcanzar una respuesta parcial respecto del efecto de los tratamientos del experimento en el tiempo, se recurre a considerar una longitud de tiempo inferior, que para este caso se estableció en 3 medidas, debido a lo observado en el comportamiento de las tendencias de los tratamientos en el tiempo.

Se pudo observar que en este caso no se rechaza el contraste de la hipótesis nula de que la matriz de covarianzas error de las variables dependientes transformadas es proporcional a una matriz identidad con una significancia de .279.

Tabla 6. Prueba de esfericidad de Mauchly<sup>b</sup> para DQO en 3 Tiempos

Medida:MEASURE\_1

Efecto intra-sujetos	W de Mauchly	Chi-cuadrado aprox.	gl	Sig.	Epsilon <sup>a</sup>		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Límite inferior
Tiempo_DQO	.921	2.554	2	.279	.927	1.000	.500

a. Puede usarse para corregir los grados de libertad en las pruebas de significación promediadas. Las pruebas corregidas se muestran en la tabla Pruebas de los efectos inter-sujetos.

b. Diseño: Intersección + tratamiento  
 Diseño intra-sujetos: Tiempo\_DQO

Aunque no fue de manera contundente, y la hipótesis de nulidad de que el efecto de los tratamientos en el tiempo no son efectivos, la tabla de anova muestra una reducción significativa en los niveles de significancia del contraste F, llegando al nivel de .255 muy diferente del obtenido en el caso anterior (Sig.=.598), como se muestra en la tabla siguiente

Tabla 7. Pruebas de los efectos inter-sujetos para DQO en 3 Tiempos.

Medida:MEASURE\_1

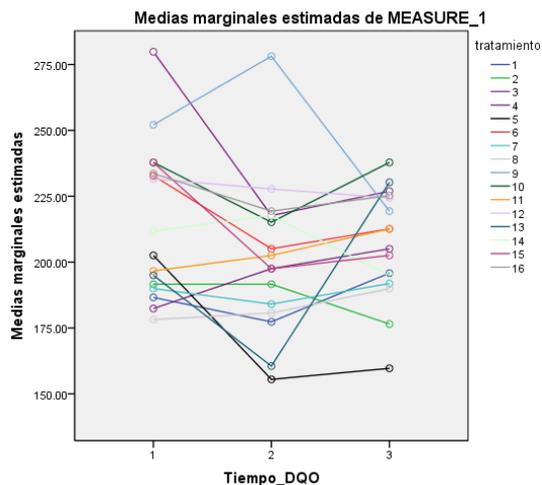
Variable transformada:Promedio

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intersección	6217405.801	1	6217405.801	1753.994	.000
tratamiento	69443.885	15	4629.592	1.306	.255
Error	113430.853	32	3544.714		

Este hecho, permitió encontrar diferencias significativas en el contraste de post-anova (pruebas de Tukey y de Duncan) de los tratamientos, pudiendo identificar el tratamiento 5 (0 g/L de catalizador y 30 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) diferente significativamente de los tratamientos 3 (0,3 g/L de catalizador y 0 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) y 9 (0 g/L de catalizador y 60 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>), aunque esto no lo muestra como el mejor de todos los tratamientos frente a los demás.

Este hecho se evidencia en la gráfica de tendencia de los tratamientos visto durante los 3 períodos de tiempo para los cuales se realizó este análisis y que se presenta a continuación.

Gráfico 2. Medias Marginales estimadas de DQO en 3 Tiempos.



### 5.3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO PARA COLOR

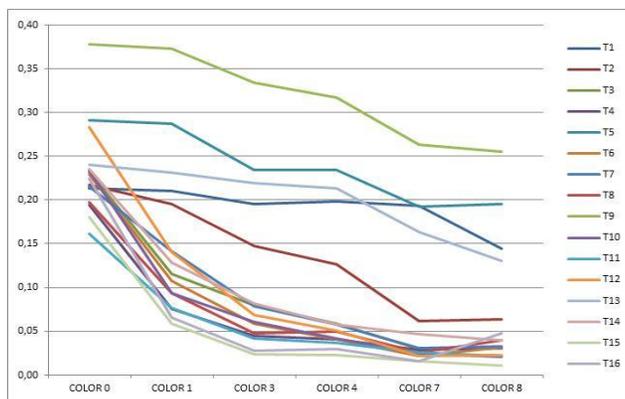
En la Tabla 8. Se muestran los promedios de Color observados en los diferentes momentos para los 16 tratamientos en el estudio.

Tabla 8: Promedio de medidas de Color.

TRATAMIENTO	COLOR 0	COLOR 1	COLOR 3	COLOR 4	COLOR 7	COLOR 8
T1	0,21	0,21	0,20	0,20	0,19	0,14
T2	0,22	0,20	0,15	0,13	0,06	0,06
T3	0,23	0,12	0,08	0,06	0,03	0,03
T4	0,19	0,08	0,05	0,04	0,03	0,03
T5	0,29	0,29	0,23	0,23	0,19	0,20
T6	0,23	0,11	0,06	0,04	0,02	0,03
T7	0,22	0,14	0,08	0,06	0,03	0,03
T8	0,20	0,09	0,05	0,05	0,03	0,04
T9	0,38	0,37	0,33	0,32	0,26	0,26
T10	0,23	0,09	0,06	0,04	0,02	0,02
T11	0,16	0,08	0,04	0,04	0,03	0,02
T12	0,28	0,14	0,07	0,05	0,02	0,02
T13	0,24	0,23	0,22	0,21	0,16	0,13
T14	0,24	0,13	0,08	0,06	0,05	0,04
T15	0,18	0,06	0,02	0,02	0,02	0,01
T16	0,22	0,07	0,03	0,03	0,02	0,05

El objetivo de análisis para este estudio será determinar si existe tendencia descendente en los valores del Color para cualquier tratamiento. De ser así, será importante determinar cual es la combinación de Catalizador y Agua Oxigenada que disminuye los valores de Color.

Gráfico 3: Medias Marginales estimadas de COLOR en 6 Tiempos



Este gráfico nos permite ver que durante las 8 horas que dura el experimento las medidas de Color presentan una tendencia esperada en la hipótesis de investigación, es decir que los valores de Color presentan una disminución en el tiempo.

De igual forma a como se realizó el procedimiento para los datos de DQO, a continuación se presentan los resultados para la variable COLOR, inicialmente considerando todos los tiempos de acción de los tratamientos, observándose que los perfiles presentan las tendencias que se esperaban en las hipótesis de investigación, contrario a lo que ocurrió en el caso del DQO.

Los datos de la tabla siguiente corroboran estas afirmaciones. El Contraste de la hipótesis nula de que la matriz de covarianza error de las variables dependientes transformadas es proporcional a una matriz identidad, se rechaza con un alto nivel de significancia (Sig.=.000).

Tabla 9. Prueba de esfericidad de Mauchly<sup>b</sup> para COLOR en 6 Tiempos.

Medida:MEASURE\_1

Efecto intra-sujetos	W de Mauchly	Chi-cuadrado aprox.	gl	Sig.	Epsilon <sup>a</sup>		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Límite-inferior
Tiempo_Color	.006	152.666	14	.000	.358	.556	.200

a. Puede usarse para corregir los grados de libertad en las pruebas de significación promediadas. Las pruebas corregidas se muestran en la tabla Pruebas de los efectos inter-sujetos.

b. Diseño: Intersección + tratamiento

Diseño intra-sujetos: Tiempo\_Color

Este dato, complementado con las diferencias significativas presentadas en los contrastes de los tratamientos, permite evidenciar la prevalencia de un pequeño grupo de tratamientos en la efectividad de la decoloración del desecho tratado

Tabla 10. Pruebas de los efectos inter-sujetos para COLOR en 6 Tiempos.

Medida:MEASURE\_1

Variable transformada:Promedio

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intersección	4.289	1	4.289	264.432	.000
Tratamiento	1.566	15	.104	6.437	.000
Error	.519	32	.016		

Las pruebas post-anova mostraron que los tratamientos 1 (0 g/L de catalizador y 0 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>), 13 (0 g/L de catalizador y 80 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>), 5 (0 g/L de catalizador y 30 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) y 9 (0g/L de catalizador y 60 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) se diferencian significativamente con el resto de tratamientos en lo que corresponde al nivel de degradación que del desecho se alcanza, ya que estos producen los niveles más bajos de degradación.

Aparece encabezando la lista del otro grupo de tratamientos, el número 15 (0.3 g/L de catalizador y 80 pmm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) que es el que alcanza los niveles mayores de degradación del desecho.

Al establecer las condiciones para el modelo, considerando el cambio en los niveles de tiempo de exposición de los factores, a 3 como en el caso anterior, no se encontraron mayores diferencias en los resultados, resaltándose que el tratamiento 1 (0 g/L de

catalizador y 0 ppm de H<sub>2</sub>O<sub>2</sub>) presenta diferencias significativas con el tratamiento 9, cosa que no ocurrió en la corrida previa.

Tabla 11. Prueba de esfericidad de Mauchly<sup>b</sup> para COLOR en 3 Tiempos.

Medida:MEASURE\_1

Efecto intra-sujetos	W de Mauchly	Chi-cuadrado aprox.	gl	Sig.	Epsilon <sup>a</sup>		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Límite-inferior
Tiempo_Color	.723	10.074	2	.006	.783	1.000	.500

Contrasta la hipótesis nula de que la matriz de covarianza error de las variables dependientes transformadas es proporcional a una matriz identidad.

a. Puede usarse para corregir los grados de libertad en las pruebas de significación promediadas. Las pruebas corregidas se muestran en la tabla Pruebas de los efectos inter-sujetos.

b. Diseño: Intersección + tratamiento

Diseño intra-sujetos: Tiempo\_Color

Tabla 12. Pruebas de los efectos inter-sujetos para COLOR en 3 Tiempos.

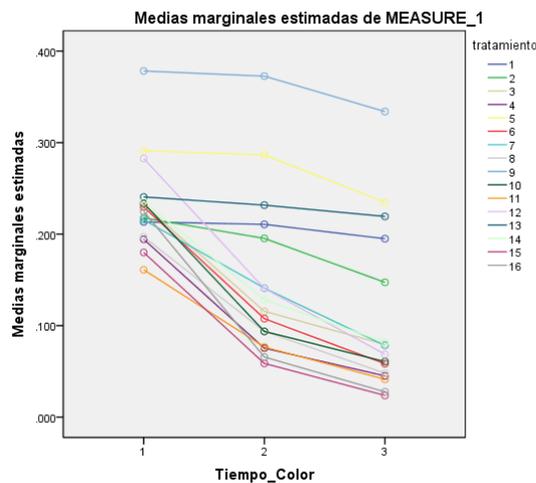
Medida:MEASURE\_1

Variable transformada:Promedio

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Intersección	3.866	1	3.866	312.009	.000
tratamiento	.728	15	.049	3.917	.001
Error	.396	32	.012		

El gráfico de perfiles que se presenta a continuación permite evidenciar el comportamiento de los tratamientos en el tiempo, dejando ver su cercanía, en comportamiento, a lo observado en el gráfico de perfiles presentado para el total de tiempos de exposición.

Gráfico 4 Medias marginales estimadas de COLOR en 3 Tiempos.



## **CAPITULO 6. DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

El modelo de DQO se ajusto y es adecuado para modelar las características del proceso de degradación de las condiciones que tienen los desechos generados en el laboratorio y que impiden su devolución al medio ambiente; puesto que al considerar las tendencias en el tiempo y en los niveles de los factores que intervienen en el proceso, este modelo responde al objetivo que se tenia en esta investigación.

Aunque no fue posible identificar uno de los tratamientos como ideal para caracterizar el diseño experimental, si se pudieron identificar bajo condiciones particulares la efectividad de algunos tratamientos (3,5 y 9 para DQO y 1, 5, 9 y 13 para Color).

Lo que permitió proponer al equipo de ingenieros responsable opciones de modificaciones bien en los niveles de los factores Agua Oxigenada y Catalizador o modificaciones en tiempo de exposición del desecho al tratamiento, de tal forma que puedan encontrarse características de un tratamiento que de respuesta al objetivo de mineralización del desecho producido en practicas de análisis químico en el laboratorio de Ingeniería Ambiental y Sanitaria de la Universidad del Cauca.

En otras palabras, aunque no fue posible la mineralización del desecho los resultados mostraron que se avanza en el camino correcto hacia la consecución de este objetivo.

Para el caso de Color los resultados muestran que no existe tampoco un tratamiento que permita caracterizar un modelo en lo que se refiere a la degradación del desecho. Se pudieron identificar claramente tratamientos que no consiguen este objetivo. Por lo cual las recomendaciones a los ingenieros responsable se ubican en el

contexto de establecer condiciones para poder encontrar entre los tratamientos que cumplen con el objetivo aquel que se diferencie significativamente de los demás, proporcionando los parámetros para el modelo objeto de esta investigación.

## CONSIDERACIONES FINALES

- ✚ Siempre es posible involucrar los conocimientos y procedimientos matemáticos y estadísticos, en situaciones reales de aplicación o de producción de conocimiento.
- ✚ La información que dan los conocimientos matemáticos se pueden expresar en términos de modelos que sirven para corregir y mejorar procesos que se pueden evidenciar en situaciones reales, de aquí que es importante la participación de los matemáticos en relación con el trabajo de profesionales y en particular en este caso con el trabajo de ingenieros ambientales.
- ✚ Es posible encontrar un modelo matemático que refleje el comportamiento de fenómenos que permiten retroalimentar información para la toma de decisiones.
- ✚ La gran variedad de modelos matemáticos y en particular la de modelos estadísticos que existen, es muy grande y se desconoce, y cuando se requiere estudiarlos nos damos cuenta que son de gran ayuda y reflejan el comportamiento de los fenómenos. De ahí la gran utilidad que tienen estos modelos matemáticos y sobre todo los modelos estadísticos en la práctica.
- ✚ En este caso en particular ver como un conocimiento abstracto como la matemática se ve reflejado sobre un conocimiento práctico como la producción de desechos permite en colaboración alcanzar un objetivo de carácter social importante hoy en día como lo es la reducción de la contaminación.

- ✚ La conceptualización de los modelos matemáticos no es algo trivial, en particular de los modelos estadísticos, por que no se refiere solamente a comprender el modelo matemático si no también comprender lo que significa cada una de las variables del modelo, como el modelo realmente se puede comprender desde su aplicación. Es decir que la conceptualización de los modelos no esta solamente en el estudio matemático del modelo sino también en como reflejamos ese conocimiento matemático en la practica.
  
- ✚ Los resultados que da el modelo aunque no se corresponden con lo esperado si da suficiente información para poder continuar estos estudios, es decir que dado el hecho de que en las condiciones que pusieron los ingenieros, el modelo dice que no son suficientes para alcanzar el objetivo, si señala indicios de por donde se deben buscar nuevas combinaciones para mejorar el proceso del alcance de los objetivos.
  
- ✚ Modelando matemáticamente se pueden encontrar condiciones que puedan replicarse y resolver situaciones.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beauregard, M., A, (1992) A Practical Guide Statistical Quality Improvement. Ed. Van Nostrand Reinhold, Estados Unidos de America, (Pag 196 - 197).
- Behar, R. (1997). Comprendiendo la estadística usando el sentido común. Cali: Universidad del Valle.
- Behar, R., & Grima, P. (2000). Estadística Aplicada. Cali: Universidad del Valle.
- Behar, R., & Grima, P. (2004). 55 respuestas a dudas típicas de estadística. Valencia: Díaz de Santos.
- Behar, R., & Grima, P. (2004). La estadística en la Educación Superior: ¿Formamos pensamiento estadístico? Ingeniería y Competitividad, 5(2), 84-90.
- Bernal, Z. E., & Verdugo, M. d. (2006). Desarrollo de algunos aspectos del pensamiento métrico a través de la medición de superficies de figuras planas regulares e irregulares. Recuperado el 18 de Junio de 2010, de <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1670/article-110450.html>
- CEPIS (2000) Aporte de diferentes mecanismos de remoción de sustancias organicas en aguas residuales industriales,. En: <http://ww2.cepis.opsoms.org/bvsaidis/aresidua/i>, visitada en Marzo, 2012.
- CEPIS. (1997) Proyecto manejo integrado y sostenible de las aguas subterráneas en América latina. En: <http://ww2.cepis.opsoms.org/bvsaidis/caliagua/mexicon/R-0147>, visitada en Marzo, 2012
- Cochran, W. (1980). Técnicas de muestreo. México: CECSA.
- Doménech, X., Jarmin, W., Litter, M. (2012). Procesos avanzados de oxidación para la eliminación de contaminantes. En: <http://www.solarwatcher.com/>. Visitada en febrero, 2012.

- Edwards, M. (1997), Predicting DOC removal during enhanced coagulation. *Journal Water .WKS. Ass.* Volumen 85, Número 5,. Páginas 78-89.
- Gogate Parag R y Pandit Aniruddha B (2004) A review of imperative technologies for wastewater treatment I: oxidation technologies at ambient conditions, *Res.* 8, Páginas 501-555.
- Kuehl, R. O. (2001). *Diseño de experimentos: Principios estadísticos para el diseño y análisis de investigaciones.* México D.F.: Thomson Learning.
- Montgomery, D. (1991). *Diseño y Análisis de Experimentos.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Ospina, B. D. (2001). *Introducción al muestreo.* Bogotá: Editorial Unibiblos.
- Pérez López, C. (2001). *Técnicas Estadísticas con SPSS.* Madrid: Prentice Hall.
- Pérez, J. E. *Modelos Lineales (Notas de clase),* Universidad del Valle, 2001.
- Pérez, M. y Sepúlveda, J. M. (2002) *Fotocatálisis en el tratamiento de aguas contaminadas.* Volumen 1, *Revista de Ingenierías.* Universidad de Medellín,. Páginas 82-91.
- Porter, T. M. (2000). Modelos, analogías y razón estadística, 1760-1900. *Empiria. Revista de Metodología de las Ciencias Sociales,* 35-47.
- Raj, D. (1979). *La estructura de las encuestas por muestreo.* México: Fondo de Cultura Económica.
- Scheaffer, L. R., Mendenhall, W., & Lyman, O. (1993). *Elementos de muestreo.* México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Sharon, L. (2000). *Muestreo: diseño y análisis.* México: Thomson Editores.
- Zagua, T. (2003). *Fotocatálisis y tecnologías avanzadas de oxidación.* En: [www.sachtleben.de](http://www.sachtleben.de). Visitada Noviembre 2004.

## ANEXO

Valores promedio de pH medido durante el tiempo de exposición del material contaminante Negro de Eriocromo T.

tratamiento	ph0	ph1	ph2	ph3	ph4	ph5	ph6	ph7	ph8	ph9	ph10	ph11	ph12	ph13	ph14	ph15	ph16
1	10.47	10.46	10.42	10.38	10.35	10.34	10.32	10.33	10.33	10.32	10.31	10.44	10.31	10.30	10.31	10.33	10.34
2	10.48	10.44	10.38	10.35	10.31	10.29	10.26	10.24	10.22	10.21	10.21	10.18	10.17	10.15	10.16	10.15	10.16
3	10.58	10.54	10.50	10.47	10.43	10.41	10.39	10.37	10.36	10.34	10.34	10.33	10.32	10.30	10.29	10.29	10.29
4	10.75	10.68	10.66	10.65	10.58	10.55	10.53	10.52	10.50	10.51	10.51	10.50	10.46	10.48	10.46	10.44	10.43
5	10.64	10.62	10.56	10.53	10.50	10.48	10.46	10.44	10.41	10.40	10.39	10.38	10.38	10.40	10.39	10.37	10.36
6	10.57	10.74	10.44	10.42	10.38	10.35	10.34	10.33	10.32	10.31	10.31	10.31	10.31	10.31	10.31	10.30	10.30
7	10.59	10.52	10.47	10.44	10.43	10.39	10.38	10.35	10.32	10.31	10.30	10.30	10.30	10.29	10.28	10.30	10.29
8	10.59	10.51	10.46	10.40	10.38	10.38	10.37	10.37	10.35	10.33	10.34	10.32	10.31	10.32	10.33	10.32	10.32
9	10.53	10.51	10.44	10.41	10.39	10.38	10.37	10.35	10.34	10.34	10.34	10.34	10.34	10.33	10.32	10.33	10.32
10	10.61	10.55	10.49	10.46	10.44	10.42	10.43	10.40	10.40	10.40	10.38	10.38	10.37	10.36	10.36	10.37	10.36
11	10.65	10.62	10.59	10.56	10.55	10.51	10.48	10.46	10.45	10.44	10.44	10.43	10.41	10.41	10.42	10.42	10.40
12	10.61	10.57	10.52	10.45	10.43	10.39	10.39	10.38	10.34	10.34	10.17	10.36	10.34	10.37	10.37	10.35	10.35
13	10.63	10.54	10.46	10.42	10.37	10.36	10.35	10.32	10.32	10.31	10.31	10.32	10.31	10.31	10.31	10.31	10.31
14	10.60	10.51	10.45	10.41	10.38	10.38	10.35	10.36	10.32	10.32	10.31	10.31	10.32	10.32	10.32	10.31	10.31
15	10.66	10.63	10.60	10.57	10.52	10.50	10.49	10.47	10.45	10.43	10.42	10.41	10.41	10.41	10.40	10.38	10.37
16	10.61	10.56	10.53	10.49	10.46	10.44	10.40	10.38	10.38	10.37	10.36	10.35	10.34	10.34	10.34	10.33	10.32
Promedio	10.60	10.56	10.50	10.46	10.43	10.41	10.39	10.38	10.36	10.36	10.34	10.35	10.34	10.34	10.33	10.33	10.33

tratamiento	ph17	ph18	ph19	ph20	ph21	ph22	ph23	ph24	ph25	ph26	ph27	ph28	ph29	ph30	ph31	ph32	ph33
1	10.32	10.43	10.32	10.32	10.32	10.32	10.32	10.31	10.31	10.31	10.30	10.30	10.30	10.29	10.30	10.29	10.30
2	10.15	10.13	10.15	10.14	10.14	10.13	10.11	10.14	10.23	10.11	10.10	10.09	10.10	10.11	10.10	10.14	10.13
3	10.29	10.24	10.28	10.25	10.26	10.25	10.26	10.24	10.18	10.15	10.14	10.13	10.13	10.14	10.13	10.13	10.13
4	10.44	10.39	10.38	10.36	10.31	10.31	10.32	10.31	10.32	10.28	10.28	10.27	10.27	10.27	10.27	10.25	10.26
5	10.34	10.34	10.32	10.33	10.32	10.33	10.32	10.31	10.31	10.30	10.22	10.22	10.21	10.22	10.21	10.21	10.21
6	10.30	10.30	10.30	10.30	10.29	10.28	10.26	10.25	10.24	10.18	10.17	10.17	10.17	10.17	10.16	10.16	10.16
7	10.29	10.29	10.28	10.28	10.29	10.29	10.28	10.28	10.29	10.27	10.27	10.27	10.27	10.27	10.26	10.25	10.25
8	10.30	10.30	10.30	10.30	10.30	10.29	10.29	10.29	10.20	10.19	10.18	10.18	10.18	10.27	10.17	10.17	10.27

9	10.32	10.33	10.32	10.32	10.31	10.31	10.31	10.30	10.31	10.31	10.31	10.31	10.30	10.30	10.28	10.27	10.27
10	10.36	10.35	10.33	10.33	10.34	10.33	10.32	10.32	10.24	10.23	10.23	10.14	10.14	10.14	10.14	10.14	10.14
11	10.39	10.38	10.39	10.38	10.38	10.37	10.37	10.37	10.37	10.29	10.28	10.27	10.27	10.29	10.30	10.30	10.31
12	10.36	10.36	10.37	10.33	10.26	10.34	10.35	10.35	10.36	10.35	10.35	10.34	10.33	10.33	10.35	10.34	10.35
13	10.31	10.29	10.30	10.29	10.32	10.30	10.30	10.29	10.29	10.20	10.19	10.18	10.14	10.14	10.13	10.13	10.24
14	10.31	10.31	10.31	10.30	10.30	10.30	10.30	10.29	10.29	10.19	10.19	10.18	10.17	10.18	10.17	10.17	10.17
15	10.35	10.35	10.36	10.33	10.35	10.35	10.34	10.34	10.35	10.35	10.35	10.34	10.34	10.34	10.33	10.32	10.33
16	10.31	10.29	10.31	10.30	10.28	10.27	10.25	10.23	10.26	10.25	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24
Promedio	10.32	10.32	10.31	10.30	10.30	10.30	10.29	10.29	10.28	10.25	10.24	10.23	10.22	10.23	10.22	10.22	10.24

tratamiento	ph34	ph35	ph36	ph37	ph38	ph39	ph40	ph41	ph42	ph43	ph44	ph45	ph46	ph47	ph48
1	10.30	10.30	10.30	10.30	10.31	10.30	10.31	10.31	10.30	10.30	10.30	10.28	10.28	10.29	10.29
2	10.14	10.14	10.14	10.13	10.14	10.13	10.13	10.19	10.17	10.17	10.16	10.16	10.16	10.16	10.16
3	10.14	10.13	10.13	10.13	10.13	10.13	10.13	10.18	10.24	10.25	10.25	10.26	10.25	10.25	10.25
4	10.26	10.25	10.25	10.25	10.24	10.24	10.24	10.30	10.30	10.28	10.29	10.32	10.31	10.29	10.28
5	10.22	10.21	10.21	10.21	10.21	10.21	10.21	10.26	10.26	10.27	10.27	10.28	10.28	10.27	10.27
6	10.16	10.15	10.15	10.15	10.14	10.21	10.23	10.21	10.21	10.20	10.21	10.22	10.22	10.21	10.21
7	10.26	10.25	10.24	10.23	10.24	10.23	10.23	10.23	10.23	10.24	10.23	10.23	10.25	10.24	10.24
8	10.18	10.16	10.17	10.16	10.16	10.16	10.16	10.16	10.25	10.24	10.24	10.25	10.25	10.25	10.24
9	10.27	10.27	10.28	10.27	10.28	10.28	10.27	10.28	10.27	10.27	10.28	10.27	10.27	10.27	10.27
10	10.14	10.14	10.14	10.14	10.13	10.14	10.14	10.15	10.28	10.28	10.28	10.28	10.27	10.27	10.23
11	10.30	10.29	10.28	10.29	10.29	10.28	10.29	10.30	10.35	10.35	10.34	10.33	10.33	10.32	10.32
12	10.34	10.33	10.33	10.33	10.33	10.33	10.33	10.33	10.33	10.34	10.34	10.33	10.32	10.29	10.29
13	10.13	10.12	10.14	10.14	10.14	10.14	10.14	10.16	10.31	10.20	10.22	10.22	10.22	10.23	10.22
14	10.17	10.17	10.17	10.16	10.16	10.16	10.17	10.18	10.25	10.24	10.25	10.25	10.26	10.25	10.24
15	10.33	10.32	10.33	10.32	10.32	10.33	10.32	10.32	10.31	10.32	10.32	10.32	10.30	10.30	10.29
16	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24	10.24	10.28	10.27	10.27	10.26	10.25	10.22	10.23	10.18
Promedio	10.22	10.22	10.22	10.22	10.22	10.22	10.22	10.24	10.27	10.26	10.26	10.26	10.26	10.26	10.25