

MODELOS DE MEDICIÓN Y VALORACIÓN DEL RIESGO EN PORTAFOLIO DE INVERSIONES

Ruby Margot Viveros Muñoz
Estudiante del Programa de Contaduría Pública de la Universidad del Cauca
Seminario de Teoría Financiera Contemporánea

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo principal presentar los diferentes modelos para la valoración del riesgo en Portafolio de Inversiones, para lo cual, se tuvieron en cuenta las diferentes metodologías que permiten calcular el Valor en Riesgo (VaR) como el Modelo Delta – Normal, Simulación Histórica, Situaciones Extremas, Teoría de Valores Extremos (EVT) y Simulaciones Montecarlo.

Para cumplir con este propósito, se inició con el estudio del riesgo en portafolio de inversiones, en el que se conceptualizó el riesgo y se estudiaron sus antecedentes teóricos desde las conceptualizaciones propuestas por Harry Markowitz, Tobin y Sharpe, igualmente, se estudiaron los diferentes tipos de riesgos sistemáticos y no sistemáticos que influyen en la cartera de inversiones y se analizó la forma como se administra este factor en un portafolio.

Posteriormente, se estudiaron las características generales de un Portafolio de Inversión, en donde, se presenta una definición de cartera de inversiones, se analiza la Teoría del Portafolio propuesta por H. Markowitz y se definen las características fundamentales del Valor en Riesgo (VaR) que es el elemento central del presente estudio.

Finalmente, se presentan los diferentes modelos para la evaluación del riesgo y se desarrollan aplicaciones para el cálculo del VaR en portafolios de inversiones con más de dos instrumentos.

Puede concluirse entonces que el riesgo es uno de los factores esenciales a considerar en la estructuración de un portafolio, razón por la cual, es importante determinarlo de la forma más precisa posible, para esto existen varios modelos, que dependen del comportamiento de las diferentes variables (lineal o no lineal) y de la información que se tenga disponible.

Palabras claves

Riesgo, valoración, modelos, portafolio e inversión.

Abstract

This document you have as objective present the different models for the assessment of risk in the investment portfolio, for which, taken into account the different methodologies to calculate the Value at Risk (VaR) as the Delta – Normal Model, Simulation historical, Extreme Situations, Extreme Value Theory (EVT) and Monte Carlo simulations.

To fulfill this purpose, began with the study of risk in the investment portfolio, in which the risk was conceptualized and studied their theoretical background from the conceptualizations proposed by Harry Markowitz, Tobin and Sharpe likewise studied the different types systematic risk and unsystematic influencing the investment portfolio and analyzed how this factor is given a portfolio.

Subsequently, we studied the general characteristics of an investment portfolio, where, is a definition of investment portfolio is analyzed Portfolio Theory proposed by H. Markowitz and define the fundamental characteristics of the Value at Risk (VaR) is the focus of the present study.

Finally, we present different models for risk assessment and develop applications for the calculation of VaR in investment portfolios with more than two instruments.

It can be concluded that the risk is one of the essential factors to consider in structuring a portfolio, which is why it is important to determine the most accurate, for this there are several models, which depend on the behavior of the different variables (linear or nonlinear) and have the information available.

Key words

Risk, valuation models, portfolio and investment.

Introducción

Dentro del estudio del Portafolio de inversiones, la cuantificación del riesgo cumple un papel esencial, teniendo en cuenta su incidencia sobre las expectativas de inversión, así, a través de las finanzas y de la misma economía se han estructurado diferentes modelos que permiten aproximarse al Valor en Riesgo (VaR) en cartera de inversiones.

Así mismo, los cambios en el mercado de capitales como consecuencia de la globalización, integración y avance de las diferentes economías, conlleva a la necesidad de conocer metodologías que permitan a los inversionistas valorar sus carteras de inversión.

Es fundamental así, precisar medidas que permitan establecer la probabilidad de lograr la rentabilidad real de una inversión y la posibilidad que no se obtenga el rendimiento esperado, por tal razón, se enfoca el presente trabajo en definir el VaR en la construcción de portafolios de inversión, indicador que coadyuva a cuantificar la pérdida máxima que puede tener un portafolio en un intervalo de tiempo, para un nivel de confianza dado y bajo condiciones normales de mercado, elemento que es parte fundamental en la gestión de carteras de inversión.

Considerando la importancia que tiene el estudio, medición y valoración del riesgo, se propone la realización del presente trabajo, en el cual, se desarrolla un análisis del riesgo en cartera de inversiones, se estudian los aspectos fundamentales de un portafolio, se explican los modelos de valoración del riesgo y se estructuran algunas aplicaciones para determinar el VaR.

1. Estudio del riesgo en portafolio de inversiones

1.1 Aproximación a la definición del riesgo

1.1.1 Conceptualización

El riesgo es uno de los elementos más importantes a considerar en un portafolio de inversión, teniendo en cuenta que puede afectar de forma negativa la rentabilidad e incluso puede conllevar pérdidas importantes, es así que autores como Markowitz, Tobin y Sharpe han enfatizado en su estudio.

Concepto que proviene del latín *risicare* que significa “*transitar por un sendero peligroso*” (DIAZ, 2011: 52). Así, el riesgo hace parte inherente del proceso de toma de decisiones, ya sea a nivel empresarial o personal y en particular de las inversiones, en las cuales, aunque puede ser minimizado no puede evitarse, de esta forma, el beneficio que pueda obtenerse de cualquier decisión implica un determinado nivel de riesgo.

Se presentan varias definiciones de este término, pero desde una perspectiva financiera se puede considerar al riesgo como “la probabilidad de que ocurran acontecimientos, favorables o desfavorables, asociados con los rendimientos, los flujos de efectivo o el valor de un activo o de un proyecto de inversión” (SANCHEZ, 2006: 1). Así, el riesgo puede considerarse como la probabilidad de ocurrencia de un rendimiento o pérdida cuando ante una inversión.

Desde la Teoría de la Probabilidad, el riesgo puede ser conceptualizado como “*la incertidumbre sobre un resultado futuro*” (DIAZ, 2011: 52), es así como la actividad empresarial e incluso individual generalmente se realiza en un entorno incierto, en donde, los portafolios de inversiones e instrumentos financieros siempre estarán expuestos a diversos tipos de riesgos, principalmente al riesgo financiero (mercado, crédito y liquidez, operacional y legal).

Teniendo en cuenta la incertidumbre, el riesgo puede ser considerado como la posibilidad que el rendimiento proveniente de una inversión sea diferente al rendimiento esperado de la misma, en este caso, el riesgo presenta una connotación negativa dado que influye disminuyendo la rentabilidad de la inversión.

En cuanto al riesgo de mercado, puede definirse como “*el riesgo de pérdidas potenciales de valor como consecuencia de fluctuaciones en los precios de mercado: Tipos de interés, de cambio, de renta variables, de materias primas y otros instrumentos*” (OSPINA, 2008: 27). Así, este tipo de riesgo está dado por la posibilidad de pérdida o de ganancia de valor de una inversión como consecuencia de cambios en las diferentes variables del mercado, principalmente los precios de los activos y pasivos financieros, este riesgo se cuantifica a través del Value Risk (VaR) o Valor de Riesgo.

1.1.2 Antecedentes teóricos al concepto de riesgo en portafolio de inversión

Uno de los riesgos más importantes a tener en cuenta dentro de la Teoría del Portafolio de Inversiones es el riesgo de mercado, que fue estudiado inicialmente por Harry Markowitz (1952), en el cual, se propone la diversificación de carteras como estrategia para la disminución del riesgo, así, deben escogerse varias carteras con riesgos diferentes, unas con riesgo alto y alta rentabilidad y otras con riesgos bajos y baja rentabilidad.

Así mismo, dentro del estudio del riesgo Markowitz introdujo el término de Portafolio Eficiente que son *“aquellos que en el pasado obtuvieron el retorno más alto para un determinado nivel de riesgo”* (DIAZ, 2011, 18), estos portafolios se encuentran dentro de la llamada Frontera Eficiente, en la cual, se situará el inversionista teniendo en cuenta su aversión al riesgo, en donde, cualquier escogencia por fuera de esta línea es una decisión irracional. Dentro de la Frontera eficiente se encuentran las carteras que brindan la mayor rentabilidad con el menor riesgo.

Otro autor que desarrollo estudios sobre el riesgo en portafolios de inversión fue Tobin (1958), que extendió los análisis propuestos por Markowitz, su propuesta teórica radica en que *“sucede si todos los deudores pueden endeudarse o prestar a una misma tasa de interés, la respuesta es que los inversores pueden elegir el mismo portafolio siendo indiferente su actitud hacia el riesgo”* (DIAZ, 2011: 22). Su teoría establece que hay una preferencia por la liquidez, es decir, que las decisiones de las personas con respecto a la inversión en activos monetarios están dadas por los que generen mayor efectivo y en segunda instancia por los que produzcan mayor rentabilidad.

Sharpe (1963) plantea un modelo de mercado que resulta de la simplificación del propuesto por Markowitz, evitando así las complejidades que suponía conocer las covarianzas entre cada pareja de títulos, en este modelo, se propone relacionar *“la evolución de la rentabilidad de cada activo financiero con un determinado índice, generalmente de tipo macroeconómico”* (DIAZ, 2011: 24), que es conocido como Modelo Diagonal. Este autor asume que el retorno de cada inversión está linealmente relacionado con un exponente único,

es decir, que para cada tipo de inversión hay un índice macroeconómico que determina su rendimiento, en el cual, ya se tiene implícito un nivel de riesgo.

De acuerdo a estas teorizaciones, cada autor plantea una posición distinta frente al riesgo, para Markowitz es un factor inevitable que puede disminuirse hasta el punto de constituir una frontera eficiente que permita administrar el riesgo, es decir, obtener el mayor rendimiento a un riesgo bajo. Para Tobin, lo importante es la liquidez de la inversión y para Sharpe lo esencial es el rendimiento que está definido por un índice macroeconómico, en el cual, ya se ha incorporado el riesgo de mercado de la inversión.

1.2 Identificación de los tipos de riesgo en portafolio de inversión

En los portafolios de inversión se pueden identificar varios tipos de riesgos, pero los más comunes son los riesgos de *“perder dinero, el cual, se puede identificar como riesgo de inversión y el riesgo de perder poder adquisitivo, que es el riesgo de inflación”* (FINRA, 2010: 3).

Así mismo, el riesgo de las inversiones puede clasificarse en sistemático y no sistemático, el primero es conocido como Riesgo de Mercado y depende de la fluctuación de los factores macroeconómicos, entre los que se destacan las tasas de interés, que pueden hacer variar el valor de un activo o inversión a través de la disminución de las tasas del mercado, la inflación, que implica un riesgo por el incremento del precio de los bienes y/o servicios que hace que el costo de vida aumente y las inversiones pierdan su poder adquisitivo.

Igualmente, dentro del riesgo sistemático se pueden mencionar el riesgo de divisas, que podría implicar un riesgo si se invierte en valores o fondos internacionales y fluctúan las tasas de cambio de la moneda en que se efectuó la inversión, el riesgo de liquidez, en el evento que no se pudieran comprar ni vender las inversiones en un momento específico y el riesgo socio político, que representa la posibilidad que las variables sociales y políticas afecten los mercados de inversión.

En cuanto a los riesgos no sistemáticos, afectan a un menor número de empresas e inversionistas y están relacionados con una inversión específica, ya sea en un producto,

empresa o sector de la economía. Entre los riesgos no sistemáticos más importantes se destacan: Riesgo Administrativo, que hace referencia al riesgo que conllevan las deficientes decisiones administrativas y otras internas y externas que afectan el desempeño de la empresa y el valor de las inversiones.

El riesgo crediticio, que también es no sistemático y se produce por la posibilidad de un incumplimiento en los pagos, que puede afectar el pago de los intereses e incluso la devolución de la inversión.

1.3 Riesgo e incertidumbre en cartera de inversión

Para identificar y cuantificar el riesgo se requiere la existencia de algún tipo de información histórica, a través de la cual, sea posible relacionar hechos ocurridos en el pasado con situaciones que puedan presentarse en el futuro y estimar las probabilidades de ocurrencia, así, se pueden tomar las decisiones de inversión con algún grado de certeza, lo que en algunos casos no sucede así, teniendo en cuenta que no se dispone de toda la información requerida, presentándose incertidumbre.

Se presenta riesgo cuando *“la incertidumbre puede ser medida, cuando se conoce todo lo que puede ocurrir y sus probabilidades de ocurrencia”* (SANCHEZ, 2006: 8), por otra parte, se hay incertidumbre cuando no se puede efectuar ninguna medición, no se sabe lo que va a ocurrir, no se pueden modelar resultados, calcular valores, ni plantear probabilidades objetivas, en este caso, se recurre a la intuición, experiencia y creatividad para plantear supuestos lógicos acerca del posible comportamiento de la inversión, de esta forma, al hablar de riesgo e incertidumbre se trata de dos conceptos que son totalmente diferentes.

Actualmente, existen varios modelos que permiten precisar el nivel de riesgo de una inversión como el Delta - Normal, Simulación histórica, Situaciones extremas, Teoría de Valores Extremos (EVT), Modelo de Monte Carlo, entre otros, cuyo planteamiento se sustenta en información previa del portafolio de inversión.

En tanto que, para las decisiones bajo incertidumbre se encuentran el Principio o regla de Laplace, el método de Hurwicz y la regla de castigo del maximin o Teoría del descontento, las cuales, se constituyen de una matriz de pagos generada de forma intuitiva, en las que participan personas que tengan una buena experiencia y conocimiento acerca de la inversión.

1.4 Gestión del riesgo

El objetivo de la gestión del riesgo es *“reducir la volatilidad de la rentabilidad y de los flujos de caja de la inversión a un costo razonable para así elevar su valor”* (SANCHEZ, 2006: 3), generalmente el valor de una inversión viene dado por los rendimientos generados y por su flujo de caja para un determinado nivel de riesgo.

La rentabilidad y el riesgo presentan una relación inversa, en la cual, a menor riesgo mayor rentabilidad y viceversa, así, la reducción del riesgo se explica únicamente mientras tenga un impacto positivo sobre el rendimiento de la inversión, para satisfacer esta premisa, la gestión del riesgo debe procurar por la maximización del rendimiento, manteniendo constante o reduciendo el riesgo. Igualmente, es fundamental tener en cuenta que el riesgo no puede ser evitado, así, tomar un riesgo bajo puede ser tan malo como tomarlo en exceso.

Al respecto Harry Markowitz, demostró que la gestión del riesgo debe efectuarse a través de un portafolio de inversiones, que debe ser diversificado, es decir, estar constituido por valores que presenten riesgos diferentes, de esta forma, se plantea la premisa que el nivel de riesgo de una inversión individual es diferente cuando se combina con otras dentro de una cartera de inversiones.

Como se anotó anteriormente, las inversiones están expuestas a riesgos sistemáticos y no sistemáticos, los primeros hacen referencia al riesgo de mercado, en el cual se encuentra la inversión y que es ajeno a la misma, por lo tanto no puede ser reducido, por otra parte, el

segundo se atribuye de forma específica a la inversión, es decir, depende de la misma y puede reducirse a través de la diversificación de la cartera de inversiones.

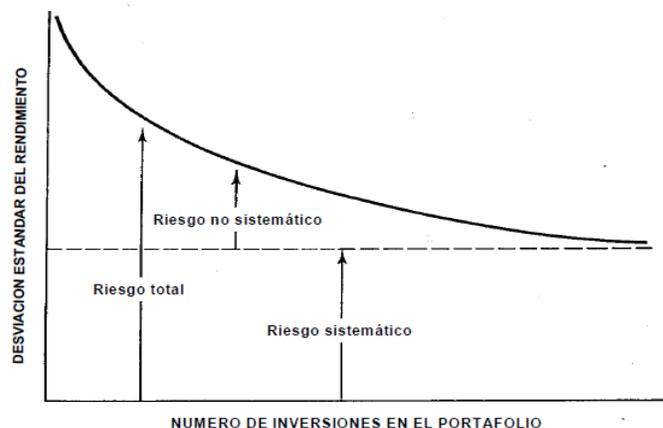


Figura 1. Riesgo sistemático y no sistemático en un portafolio de inversiones

Fuente: SANCHEZ B., Inocencio. El riesgo en la inversión. Venezuela: Universidad de Carabobo, 2006. Pág. 3.

En la Figura 1, se puede observar que para una inversión el riesgo no sistemático cobra especial relevancia, en tanto que, si se tienen varias inversiones el riesgo no sistemático disminuye y cobra importancia el riesgo sistemático, así, se puede con la gestión del riesgo, disminuir tanto el no sistemático que el riesgo total es igual al riesgo sistemático.

La gestión del riesgo a través de la diversificación depende del tipo de inversión, ya sea en Activos reales (bienes) o en Activos financieros (valores), así el tipo de estrategia adoptada es diferente para cada uno, para el caso de las inversiones, se trata de tomar decisiones que conlleven a disminuir las fluctuaciones de las tasas de cambio, tasas de interés, inflación, entre otras. De esta forma, no basta únicamente con identificar y cuantificar el riesgo, es fundamental precisar mecanismos para disminuirlo de forma eficiente.

2. Portafolio de inversiones

2.1 Conceptualización y aspectos básicos

Un portafolio de inversión puede definirse como un conjunto de activos financieros en los que se invierte, el cual, está integrado fundamentalmente por instrumentos de renta fija y

variable con el propósito de equilibrar el riesgo, lo que se conoce como diversificación de la cartera de inversiones.

El objetivo básico que se persigue con la elaboración de un portafolio es determinar los resultados de una posible inversión relacionados con el rendimiento y el flujo de efectivo.

La rentabilidad de una inversión va acompañada generalmente de un nivel de riesgo que ocurra o no el rendimiento esperado y éste se determina por el plazo de la inversión. De acuerdo con estas variables, pueden obtenerse varias curvas de rendimiento como son: “*Curva normal de rendimiento, curva de rendimiento invertida y curva de rendimiento horizontal*” (OSPINA, 2008: 17), la primera se presenta cuando se tiene una pendiente positiva, la segunda, interpreta que los rendimientos de menor plazo tienen rendimientos diferentes a los de largo plazo y la última, indica una misma rentabilidad de forma independiente a los plazos, éstas se explican en la Teoría del Portafolio.

2.2 Teoría del portafolio

2.2.1 Aspectos generales de la Teoría del Portafolio

Fue desarrollada por Harry Markowitz en 1952, “*año en el cual publicó un artículo sobre la Teoría Moderna de la Selección de Carteras (modern portfolio theory)*” (OSPINA, 2008: 14). Con anterioridad a esta conceptualización se había estimado que un portafolio con mayor cantidad de acciones conlleva un menor nivel de riesgo, es decir, que inversiones con mayor rendimiento y mayor riesgo son compensadas por otras que tienen menor rentabilidad y menor riesgo, así, el retorno del portafolio tiene a ser menos variable, lo que se logra a través de la diversificación de la cartera.

Así, Markowitz pudo demostrar que lo importante para diversificar una cartera de inversiones no está en la cantidad de acciones, sino en la correlación de los rendimientos de las mismas, si la correlación es alta no es posible diversificar el portafolio y si es baja se puede diversificar y disminuir el riesgo.

La Teoría de Markowitz se sustenta en que los inversionistas actúan de forma racional en el momento de seleccionar una cartera de inversión, buscando así lograr la mayor rentabilidad a un mínimo nivel de riesgo. Considerando que existen dos criterios, riesgo y rentabilidad, los inversionistas deben elegir la mejor combinación entre estas dos variables de un conjunto de combinaciones óptimas.

Así, desde la perspectiva de Markowitz se propone que el inversionista aborde el portafolio de inversiones de forma integral, analizando en conjunto las características del rendimiento y el riesgo, en lugar de estudiar los valores individualmente, tomando en consideración además el rendimiento esperado a largo plazo y la volatilidad a corto plazo.

Plantea además que para constituir una cartera de inversión equilibrada es necesario diversificar las inversiones en diferentes mercados y plazos, teniendo en cuenta que además de disminuir el riesgo, se reduce la variabilidad de los precios y las fluctuaciones de la cartera total.

2.2.2 Planteamiento de la Teoría del Portafolio

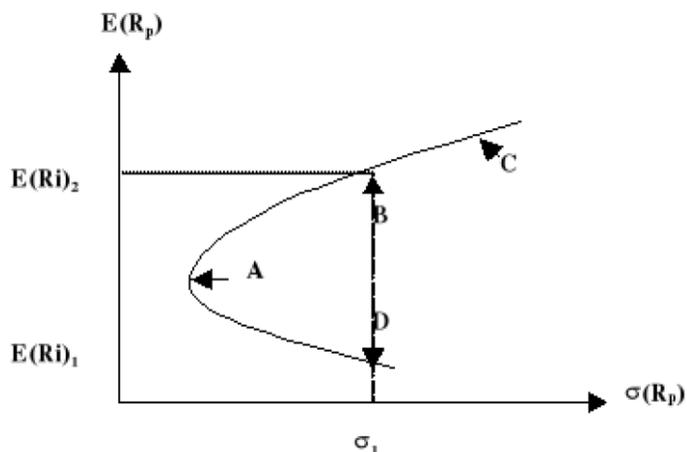
El primer aspecto fundamental de la Teoría del Portafolio de Markowitz es la relación que existe entre el riesgo y las diferentes variables estadísticas como la varianza histórica de la rentabilidad, en la que se espera un rendimiento superior para inversiones que implican un mayor nivel de riesgo.

Markowitz establece que un inversionista puede calcular las correlaciones históricas de la cartera o las covarianzas de las acciones de un portafolio, con estos datos y con el desarrollo de un Análisis Media – Varianza, puede elaborar un conjunto de carteras de inversión que sean eficientes, lo que se denomina dentro del marco de esta Teoría como Frontera Eficiente, que es aquella en la cual, se ubican los mejores rendimientos para un determinado nivel de riesgo.

Teniendo en cuenta su aversión al riesgo, los inversionistas se ubicarán en un punto de la Frontera Eficiente, estimando que cualquier escogencia por fuera sería irracional, debido a

que en esta se ubican todas las carteras que brindan la máxima rentabilidad con el mínimo riesgo.

Figura 2. Frontera Eficiente

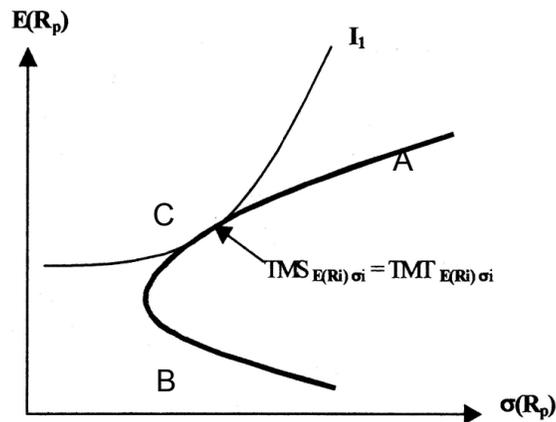


Fuente: DIAZ VALENCIA, Gustavo Adolfo. El riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las economías domésticas, caso adquisición de vivienda y activos financieros. Bogotá DC. Universidad Nacional, 2011. Pág. 18.

En la Figura 2, se muestra la Frontera Eficiente para un portafolio de inversiones, en el que las carteras A, B y C son eficientes, dado que brindan la mayor rentabilidad al menor riesgo, en tanto que, la cartera D ofrece el mismo riesgo que la cartera B pero un rendimiento menor, se espera entonces que el inversionista seleccione la cartera B. Así, el trazo ABC, que constituye la parte superior de la figura representa la Frontera Eficiente, en la cual, el punto A es la cartera de mínima varianza, es decir, la que brinda el mayor rendimiento posible para un determinado nivel de riesgo.

Igualmente, puede obtenerse el portafolio óptimo de inversión combinando la Frontera Eficiente con una curva de indiferencia específica, el punto de tangencia es la cartera óptima y vendría dado por la expresión: $TMS E (R_i) \sigma_i = TMT E (R_i) \sigma_i$, en la que el inversionista igualaría la relación marginal de sustitución con la de transformación.

Figura 3. Cartera Óptima



Fuente: DIAZ VALENCIA, Gustavo Adolfo. El riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las economías domésticas, caso adquisición de vivienda y activos financieros. Bogotá DC. Universidad Nacional, 2011. Pág. 19.

La cartera óptima de inversión en la Figura 3 es la C, comparativamente con los puntos A y B, dado que éstos últimos no permiten maximizar la rentabilidad para el inversionista. En el punto A, se logra un rendimiento superior que en C, pero el nivel de riesgo también se incrementa, así mismo, se requiere una curva de indiferencia superior. Para el punto B, la rentabilidad es inferior que en C para un mismo nivel de riesgo, así el inversionista seleccionaría el portafolio C, en este sentido las carteras A y B brindan al inversionista una utilidad marginal inferior que el portafolio C.

De acuerdo a Markowitz, la selección de una cartera puede dividirse en dos etapas: “*la primera comienza con la observación y la experiencia y termina con la expectativa sobre el futuro rendimiento de los activos disponibles y la segunda, inicia con las creencias sobre el futuro comportamiento del valor de los activos y termina con la elección de la cartera*” (DIAZ, 2011. 19). Así, el inversionista debe considerar inicialmente la rentabilidad y el descuento máximo previsto, con el propósito de establecer el futuro comportamiento de la inversión, de esta manera, la elección de la cartera depende de la rentabilidad esperada y el rendimiento de la inversión proyectado, tratando siempre que este último sea mayor al retorno esperado para un nivel de riesgo determinado.

Lo anterior implica que el inversionista coloca sus fondos con la seguridad de obtener siempre el mayor rendimiento, de este modo, si dos activos presentan la misma rentabilidad, pero un riesgo diferente se escogería por lo general el que tuviera un menor nivel de riesgo.

Así mismo, dentro de la Teoría del Portafolio de Inversión se plantea una regla que implica que el inversionista debe diversificar para maximizar la rentabilidad esperada, en la cual, se asume que dentro de la Frontera eficiente hay una cartera que brinda la máxima rentabilidad y la mínima varianza.

En el Modelo de Markowitz conocido como media – varianza, el rendimiento del portafolio estaría dado por: (DIAZ, 2011: 20)

$$R = \sum RiXi$$

En el cual, Ri que es la variable aleatoria representa el rendimiento del activo i y Xi la cantidad del activo i, que no es aleatoria, dado que está definida por el inversionista y la cantidad de activos.

En tanto que, el valor esperado, la varianza y covarianza de una cartera de inversión estaría determinado por: (DIAZ, 2011: 20)

$$E = \sum_{i=1}^N Xiui \quad \text{Valor Esperado}$$

$$V = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} XiXj \quad \text{Varianza}$$

$$\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad \text{Covarianza}$$

El inversionista tiene varias alternativas para combinar el valor esperado de la rentabilidad (E) y la Varianza (V) que dependen de la elección de los activos que constituyan el portafolio de inversión que pueden ir desde X₁, X₂ hasta X_n, en donde, el modelo propuesto por Markowitz permite minimizar la varianza para obtener el mayor rendimiento de la cartera de inversión.

Para maximizar la utilidad esperada y minimizar el riesgo de un portafolio de inversión se plantea lo siguiente: (DIAZ, 2011: 20)

$$Max E (Rp) = \sum_{i=1}^N XiE(Ri) \quad \text{Maximización de la utilidad esperada}$$

$$\text{Min}_{\sigma_p^2} E(R_p) = \sum_{i=1}^N X_i X_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Sujetos a: $\sum_{i=1}^N X_i = 1$ $X_i \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, N$ activos

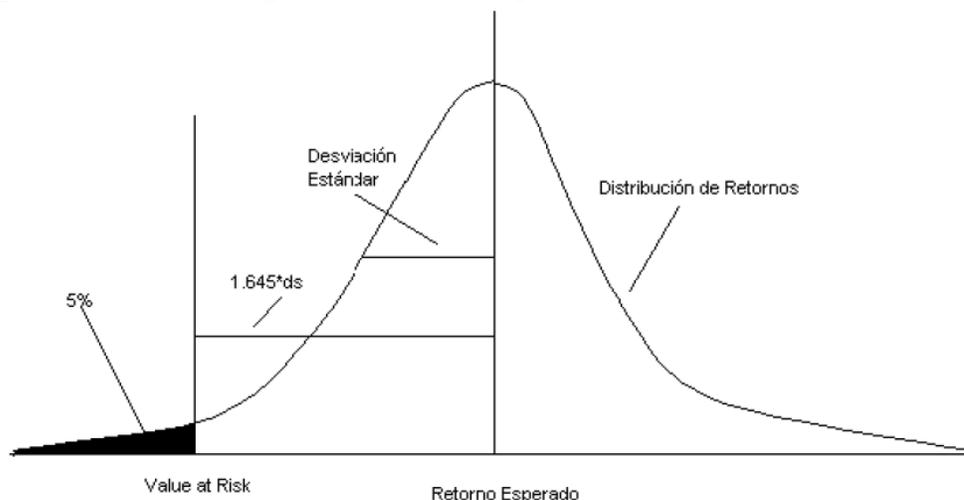
2.3 Valor en riesgo (VaR)

El VaR se desarrolló con el propósito de controlar y administrar los riesgos financieros a los que están expuestas las diferentes organizaciones. La importancia de este indicador radica fundamentalmente en que *“permite mejorar los controles de los riesgos financieros, que han aumentado debido a la globalización de los mercados incrementando así los factores de riesgo”* (OSPINA, 2008: 20). Igualmente, el VaR se ha popularizado fundamentalmente en el sector bancario porque contribuye a controlar y gestionar el riesgo a través de recursos tecnológicos, lo que permite disponer de información oportuna para la toma de decisiones.

El Valor en Riesgo (VaR) es *“una medida de riesgo de mercados que estima la pérdida máxima que puede tener una cartera en un intervalo de tiempo con un nivel de confianza dado, bajo condiciones normales de mercado”* (OSPINA, 2008: 18). Así, el VaR mide la pérdida máxima posible en un determinado nivel de tiempo bajo condiciones normales de mercado y con un nivel de confianza dado, de esta forma, las variables que se tienen en cuenta en su estudio son el tiempo, nivel de confianza y cantidad de observaciones utilizadas.

Si se tienen los rendimientos históricos de una cartera de inversiones que está integrada por n activos es posible realizar un análisis del histograma, en el cual, pueden encontrarse fluctuaciones de rendimientos para un nivel medio, cuya distribución se aproxima a la normal, en esta debe ubicarse el punto del dominio de la función que deja un 5% en su rango inferior para un nivel de confianza del 95%, este se denomina Value at Risk (VaR), tal como se muestra a continuación en la Figura 5.

Figura 5. Valor del riesgo (VaR) en un diagrama de distribución de frecuencias



Fuente: OSPINA DUQUE, Valentina y TANGARIFE TRUJILLO, Victoria Eugenia. Medición del Valor de Riesgo (VaR) en los portafolios de acciones en el mercado colombiano. Pereira: Universidad Tecnológica, 2008. Pág. 19.

Para establecer el VaR, se debe estructurar un modelo estadístico, en el cual, se supone que las pérdidas originadas por la carteras pueden ser modeladas para un nivel de confianza, en este modelo se ubican los portafolios y sus precios de mercado, para analizar su comportamiento.

En el modelo, se parte del supuesto que la rentabilidad sigue un comportamiento aleatorio al igual que la valoración de mercado de la cartera, así, puede establecerse la pérdida máxima para un valor de cartera a un nivel de confianza dentro de un diagrama de distribución.

Como se anotó anteriormente, los parámetros para determinar el VaR son *“el horizonte temporal, el nivel de confianza y la cantidad de observaciones utilizadas para el cálculo”* (OSPINA, 2008: 20-21)

El horizonte temporal está determinado desde el momento actual hasta el futuro para el cual se establece la pérdida máxima probable. De esta forma, la definición del plazo estaría determinada por el nivel de liquidez de los activos que constituyen el portafolio para cubrir la pérdida máxima.

Por otra parte, el nivel de confianza representa la probabilidad que el intervalo que se estime contenga el parámetro, al seleccionar un 5% hay una probabilidad del 95% de tomar una buena decisión. En el VaR, indica el porcentaje de tiempo para que la entidad no tenga mayores pérdidas a las estimadas por el modelo, en donde, el grado de confianza que se utiliza está entre el 90% y 99%.

Para estimar la cantidad de observaciones utilizadas debe tenerse en cuenta que *“los periodos cortos permiten reaccionar rápidamente a los cambios del mercado y que las series de datos largos permiten obtener distribuciones de rendimiento mejor elaboradas, pero no reflejar la realidad del mercado”* (OSPINA, 2008: 22). Así, para periodos cortos puede tomarse una cantidad de observaciones menor que para periodos largos.

En cuanto a los valores extremos, lo aconsejable es ponderar exponencialmente los datos, con el propósito de darles un mayor peso a las observaciones más recientes y así, lograr que el VaR pueda reflejar la situación actual del mercado.

Para el cálculo del VaR se presentan diversas formas, pero la clasificación más importante *“las divide según la forma de valorar la cartera de activos riesgosos, en este sentido puede dividirse en: Métodos de valuación local y Métodos de valuación completa”* (OSPINA, 2008: 22-23). En el primero, se valúa la cartera en una posición inicial y se emplean derivadas parciales para definir los posibles cambios de la misma, dentro de este grupo se encuentra la Modelización Varianza – Covarianza.

La segunda forma, se define valuando la cartera en todo el rango de escenarios posibles, en este grupo se encuentra la Simulación histórica y la Simulación de Montecarlo.

Cuando la cartera es grande y está expuesta a diversos factores de riesgo que implican varias correlaciones, es aconsejable emplear los Métodos de Valuación Local, en tanto que, si la cartera está integrada por activos de comportamiento no lineal, se deben utilizar los Métodos de Valuación Completa.

En cuanto a las etapas para el cálculo del VaR, es necesario inicialmente efectuar unas consideraciones previas como *“determinar un periodo de tiempo, definir el nivel de confianza (90% - 99%), establecer el valor del mercado de la cartera actual e identificar las variables del mercado que constituyen factores de riesgo (tipos de cambio, tasas de interés, precios de las acciones, etc.)”* (OSPINA, 2008: 24), posteriormente, se define el modelo de valoración para calcular el VaR.

3. Modelos de evaluación y medición del riesgo en portafolios de inversión

El cálculo del VaR constituye un elemento esencial en la gestión del riesgo, considerando que proporciona una medida cuantitativa de sus posibles incidencias, el objetivo de este indicador es estimar el riesgo de una forma razonable y lógica, que implica la selección de una metodología que se acomode a la información que se disponga y a los objetivos propuestos por la administración del riesgo.

Dentro de los diferentes modelos de valoración y medición del riesgo en portafolio de inversiones pueden tenerse en cuenta, el Método Delta – Normal, el Modelo de Simulación Histórica, el Modelo de Situaciones Extremas, la Teoría de Valores Extremos (EVT) y el Modelo de simulaciones Montecarlo, que son los más utilizados.

El cálculo del VaR es importante porque resume el riesgo total de una cartera de activos financieros, estimando que reúne las variables del mercado en una cifra única, es decir, una medida estándar para los distintos tipo de riesgo.

Así, el propósito de este capítulo es presentar los modelos de medición y valoración del riesgo para carteras de inversión integradas por múltiples activos, los cuales, representan un marco de referencia para la determinación del Valor en Riesgo (VaR).

3.1 Modelo varianza – covarianza o Delta – normal

En este modelo, se supone que los activos de una cartera de inversiones se distribuyen de forma normal, así, la rentabilidad del portafolio sigue esta distribución, puesto que *“es una combinación lineal de sus componentes ponderados por su importancia dentro de la*

cartera” (OSPINA, 2008: 24). Se emplea igualmente en este método la Valuación Delta que consiste en valorar el portafolio al precio actual por una sola vez.

Para calcular el algoritmo, se inicia con la definición de la matriz de varianzas y covarianzas y a la ponderación de los instrumentos, con los cuales se calcula el VaR para un portafolio específico, teniendo en cuenta un grado de significancia previamente establecido.

Esta metodología requiere aproximarse a los movimientos de los precios, para calcular el valor del portafolio por una sola vez al valor actual del mercado, se utiliza generalmente cuando los lapsos de tiempo son muy cortos y en los que las condiciones del mercado se mantienen, no obstante, presenta limitaciones como: *“cuantifica de manera pobre el riesgo de evento o de condiciones extremas, no mide adecuadamente los instrumentos no lineales y subestima el cálculo cuando las distribuciones no son normales”* (OSPINA, 2008: 25)

En el Modelo Delta – Normal, los retornos esperados y la varianza para un portafolio de n activos está dado por: (JOHNSON, 2000: 13)

$$E[Rp] = w'.E[R] \text{ Rendimientos esperados}$$
$$\sigma p = w'.E[\Sigma].w \text{ Varianza del portafolio}$$

En donde, w es un vector columna de ponderaciones no negativas que suman uno y Σ la matriz de varianzas y covarianzas para el retorno de n activos. Así, para determinar el VaR se partiría de la definición de la Matriz de varianzas y covarianzas que se basa en el comportamiento histórico de los rendimientos, se ponderan posteriormente los instrumentos y se procede a calcular el VaR para el portafolio específico teniendo en cuenta el grado de significancia, por ejemplo, si este último es 5% implica que el ajuste de volatilidad es de 1,645 y el Valor en Riesgo estaría definido por la siguiente expresión: (JOHNSON, 2000: 14)

$$VaR p = 1,645 . \sqrt{w'.E[\Sigma].w} . \sqrt{\Delta t}$$

Teniendo en cuenta que el VaR está relacionado con la frecuencia de la base de datos, es preciso efectuar el ajuste por el parámetro Δt . La frecuencia de la base de datos puede ser diaria, semanal, mensual o anual, de esta forma, si se desea establecer el VaR para 3 días

debe multiplicarse por $\sqrt{3}$. Se presentan a continuación las correcciones que deben efectuarse para un rendimiento diario, en donde, w es la cartera de inversiones en pesos.

Tabla 1. Anualización de las medidas del riesgo.

Estadístico	1 Día	Semana	Mes	Año
Retorno	μ_d	$5 \cdot \mu_d$	$20 \cdot \mu_d$	$240 \cdot \mu_d$
Varianza	σ_d^2	$5 \cdot \sigma_d^2$	$20 \cdot \sigma_d^2$	$240 \cdot \sigma_d^2$
Desv. Estándar	σ_d	$\sigma_d \cdot \sqrt{5}$	$\sigma_d \cdot \sqrt{20}$	$\sigma_d \cdot \sqrt{240}$
VaR ($\alpha = 1.645$)	$-\alpha \cdot \sigma_d \cdot W$	$-\alpha \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{5} \cdot W$	$-\alpha \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{20} \cdot W$	$-\alpha \cdot \sigma_d \cdot \sqrt{240} \cdot W$

Fuente: JOHNSON, Christian Andrew. Métodos de Evaluación del Riesgo para portafolios de inversión. Santiago de Chile: Banco Central de Chile, 2000. Pág. 14.

Así, puede ajustarse el Valor en Riesgo (VaR) para periodos diferentes como se muestra a continuación: (JOHNSON, 2000: 14)

$$VaR_1 = -\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{\Delta t_1} \cdot W$$

$$VaR_2 = -\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{\Delta t_2} \cdot W$$

De esta forma, el VaR ajustado para el periodo t_2 quedaría de la siguiente forma: (JOHNSON, 2000: 14)

$$VaR_2 = -\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{\Delta t_2} \cdot W = -\alpha \cdot \sigma \cdot \sqrt{\Delta t_1} \cdot W \cdot \frac{\sqrt{\Delta t_2}}{\sqrt{\Delta t_1}}$$

3.2 Modelo de simulación histórica

Este modelo es similar al Delta – Normal, distinguiéndose únicamente en la forma de plantear los escenarios, en donde, se calcula la distribución utilizando los cambios en precios y rentabilidades durante el periodo histórico, seguidamente, se compara el valor actual y la distribución obtenida del análisis histórico para calcular la utilidad o pérdida de la cartera de inversiones, finalmente, se cuantifica la máxima pérdida esperada de acuerdo al grado de confianza seleccionado.

La desviación estándar y la media, calculadas a partir de una serie histórica no son exactas, considerando que se afectan por el error de estimación, causado por la variación del muestreo, que influye en la calidad y confiabilidad de los resultados, en este caso, el VaR.

Entre los aspectos positivos de esta técnica pueden mencionarse los siguientes: *“permite no linealidades y distribuciones no normales, cuantifica las colas anchas y no es afectado por el riesgo del modelo, así mismo, es intuitivo, robusto y fácil de instrumentar facilitando la gestión del riesgo”* (OSPINA, 2008: 127). Aunque es una herramienta útil y eficiente para establecer el VaR de un portafolio de inversiones, presenta deficiencias asociadas con la omisión de eventos que pueden presentar una alta volatilidad, dado que solamente toma una muestra para estructurar el modelo, igualmente, se dificulta su aplicabilidad en grandes carteras de inversión.

Como se anotó con anterioridad, en su realización es similar al Modelo Delta – Normal, en donde, se aplica el vector de ponderaciones a una serie representativa de rendimientos históricos, de tal forma, que sea posible representarse en un histograma, teniendo en cuenta la secuencia de valoración histórica se determina la distribución de probabilidades y se calcula el VaR.

Así, los rendimientos se obtienen de multiplicar los ponderadores actuales (w) con los rendimientos históricos en cada instante T , como se muestra a continuación: (JOHNSON, 2000: 14)

$$R_T = w' \cdot R_{iT}$$

El resultado obtenido de cada periodo se emplea para determinar el valor de la cartera de inversión, así, que si se estima el portafolio para 30 días hacia atrás, se tendrán 30 valoraciones diferentes, a las cuales, se les disminuye la desviación estándar (σ_H), con lo cual, se obtiene la siguiente fórmula para calcular el VaR: (JOHNSON, 2000: 14)

$$VaR_H = -\alpha \cdot \sigma_H \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot W$$

Para su análisis, esta metodología es similar al Modelo Delta – Normal, caso diferente, es cuando la matriz de varianzas y covarianzas en el modelo se estructura a partir de datos

provenientes de opciones, en donde, se reemplaza la volatilidad histórica por la volatilidad implícita que el mercado generado para el instrumento.

3.3 Modelo de simulaciones Montecarlo

Este modelo se basa en información histórica, teniendo en cuenta que permite reconstruir las distribuciones de precios y de otros factores de mercado a partir de datos pasados, para lo cual, *“se realizan escenarios en los que se estudia el comportamiento de variables como los tipos de cambios, tasas de interés y otras que influyen en la valoración de los instrumentos de la cartera de inversión, con base en una estructura o distribución determinada, que involucra la media, la volatilidad y la relación existente entre estas variables”* (OSPINA, 2008: 25).

La distribución se elabora a partir de la cartera actual, a la cual, se le aplican las variaciones en los rendimientos y precios, seguidamente, se ordenan las observaciones, colocando inicialmente las que tengan mayor pérdida y se establece a cual escenario corresponde el grado de confianza asumido.

Este método de simulación es uno de los más completos, teniendo en cuenta que *“estima los riesgos no lineales, riesgos de volatilidad, cambios de riesgo en el tiempo, colas anchas y escenarios extremos”* (OSPINA, 2008: 25), no obstante, es necesario tener gran cantidad de información y disponer de recursos tecnológicos (hardware y software) para llevarlo a cabo.

Así mismo, es importante anotar que el Modelo presenta una buena exactitud en la cuantificación del VaR teniendo en cuenta que estima varios tipos de riesgo como *“el riesgo precio no lineal, el riesgo de volatilidad e incluso el riesgo de modelo e incorpora variaciones de la volatilidad, colas amplias y escenarios extremos”* (OSPINA, 2008: 129).

Cuando se trata de situaciones en la que la incertidumbre es significativa, la modelación de simulaciones de Montecarlo es útil, dado que permite la estructuración de escenarios con diferentes tipos de variables, no obstante, pueden presentarse casos en los cuales los resultados no son tan confiables, por ejemplo, *“si la distribución es muy abierta, el rango de fluctuación esperado de la variable que se halló es relativamente amplio ocasionando una disminución en la estimación”* (OSPINA, 2008: 129)

Considerando que el futuro es aleatorio, deben considerarse en el modelo variaciones positivas y negativas de la cartera de inversiones y además debe tenerse en cuenta que no es posible efectuar modelaciones sobre variables que tengan tendencia.

En esencia, permite la generación de múltiples datos para los rendimientos de un activo o activos en una cartera de inversión que tenga un horizonte de tiempo preestablecido, los cuales, se producen a través de una función de distribución de probabilidades.

Cuando se hayan obtenido las trayectorias, en este caso las realizaciones, se establecen los valores de retorno para el horizonte de inversión, con los cuales, se calcula la desviación estándar del rendimiento del activo y se genera el VaR.

Si se trata de una cartera de inversión con un solo activo, se efectúa solamente una simulación, por otra parte, si está integrada por n activos se deben desarrollar varias secuencias, los expertos estiman que estas pueden ser alrededor de 10.000 (JOHNSON, 2000: 21). Si los instrumentos del portafolio no se correlacionan entre sí, se debe repetir la secuencia n veces por cada instrumento, en tanto que, si tienen algún grado de correlación, es importante tener en cuenta la covarianza.

Este modelo de valoración del riesgo es particularmente útil en las carteras de inversión que están integradas por instrumentos asimétricos como las Opciones, si se trata de instrumentos lineales, la aplicación del método Montecarlo será equivalente al Modelo Delta – Normal o al de Simulaciones históricas.

3.4 Modelo de situaciones extremas o de Stress – Testing

En los modelos anteriores se asume que los retornos de un portafolio de inversión son procesos estocásticos, es decir, que se desarrollan a través de la sucesión de variables aleatorias que evolucionan en función de otra variable, especialmente el tiempo, no obstante, la ocurrencia de situaciones extremas en la economía (outliers) afectan esta presunción.

Así, el modelo Stress – Testing *“incrementa la ponderación de los eventos extremos negativos en la secuencia de valoración del portafolio, a través de la ponderación de escenarios adversos históricos, o la simple creación de eventos negativos, este método*

cuantifica los cambios probables en los valores del portafolio” (JOHNSON, 2008: 15). En ocasiones, la distribución empírica de una serie de datos muestra un ancho de colas mayor al de la distribución normal, lo que implica que si se calcula el VaR teniendo en cuenta la distribución normal, se subestimaría la pérdida potencial de la cartera de inversión.

Una alternativa para aplicar este modelo consiste en elegir una secuencia de rendimientos para un periodo de tiempo que pueda representar un futuro probable, por ejemplo, si se tienen los retornos de un portafolio para un intervalo de tiempo, se estima solamente el acontecimiento negativo que tenga la mayor probabilidad de ocurrencia (crisis bursátiles, crisis económica, entre otros)

Otra opción, es simular eventos adversos que no hayan ocurrido, es decir, se estructura el modelo a través de supuestos, cada uno de los cuales es ponderado por un vector de probabilidades, dando como resultado un vector de valoración de cartera de inversión que permitirá determinar el VaR.

El Modelo Stress – Testing puede desarrollarse también a través de la Teoría de Valores Extremos (EVT), la cual, consiste en *“el estudio de las colas de la distribución de probabilidad”* (JOHNSON, 2008: 17), que puede efectuarse a través del análisis de distribución t – student, que presenta las colas con mayor masa de probabilidad que la distribución normal.

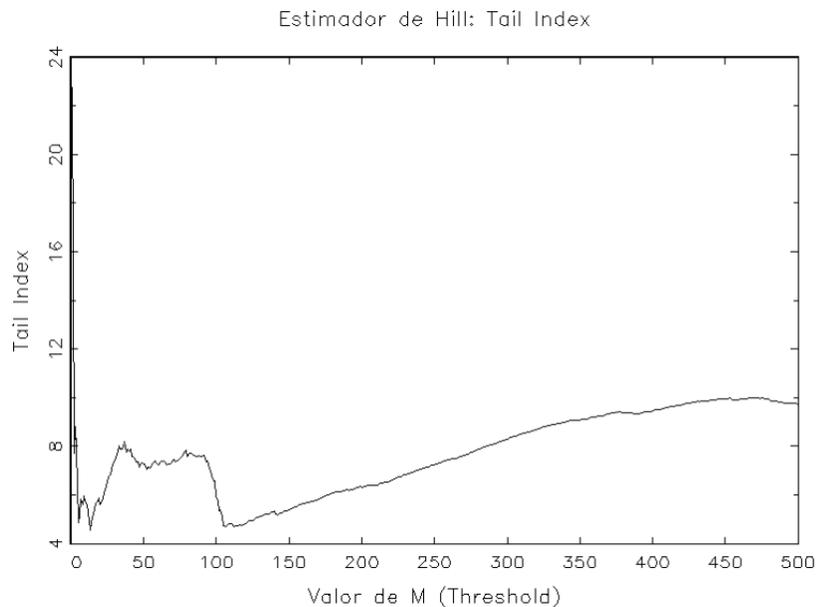
3.5 Teoría de valores extremos (EVT)

La Teoría EVT *“estudia, mediante métodos no paramétricos, las colas de una distribución que no necesariamente requiere ser conocida”* (JOHNSON, 2008: 18). El índice de Cola (Tail Index) resume las características de la cola, que es el parámetro fundamental del modelo, el cual, está definido por la siguiente expresión: (JOHNSON, 2008: 19)

$$\hat{\alpha}_H = \left[\frac{1}{M} \cdot \sum_{i=1}^M \log(X_i) - \log(X_{M+1}) \right]^{-1}$$

En la que $X_1 \geq X_2 \geq X_3 \geq \dots \geq X_M \geq \dots X_n$ son los estadísticos de orden (que pueden ser la media y la varianza) y M el índice de umbral, según el cual, $X_i > X_{M+1}$ que son empleados para el cálculo del Índice de Cola. Este modelo presenta ciertas dificultades para seleccionar el Índice de umbral (M), no obstante pueden adoptarse diversos procedimientos heurísticos que consisten en la utilización del computador para determinarlo, por ejemplo, a través del Estimador de Hill.

Figura 6. Estimador de Hill



Fuente: JOHNSON, Christian Andrew. Métodos de Evaluación del Riesgo para portafolios de inversión. Santiago de Chile: Banco Central de Chile, 2000. Pág. 19.

En la Figura 6, se ilustra el Estimador de Hill, para diversos Índices de Umbral e Índices de Cola, calculados a través de un programa informático, no obstante, en la práctica no es sencillo precisar el Índice de Umbral, considerando que el coeficiente de Hill no es monótonico. En este modelo, se determina un umbral a lo largo del periodo de tiempo y aquellas observaciones que lo excedan se estiman como valores extremos.

Para calcular el VaR, se efectúa el siguiente planteamiento: Sean “ X_1, X_2, \dots, X_n variables aleatorias distribuidas a través de la siguiente función de distribución desconocida $F(x) = P\{X_i = x\}$, en donde, las medidas de riesgo extremo se definen en términos de distribución de pérdidas F , considerando que $1 > q = 0,99$, en la que el VaR corresponde al cuartil q de la distribución F ” (SALINAS, 2010: 125). Así, la expresión para calcular el VaR es:

$$VaR_q = F^{-1}(q)$$

En la que F^{-1} es la inversa de F y q el cuartil de distribución de F . Así mismo, el Expected Shortfall (ES) es la magnitud de la pérdida esperada, considerando que el VaR ha sido superado y se define por la siguiente fórmula: (SALINAS, 2010: 126)

$$ES_q = E[X : X > VeR_q]$$

4. Aplicación de los modelos de medición y valoración del riesgo en portafolio de inversiones

Aplicación 1. Cartera de inversión, rendimiento esperado y riesgo

Se tiene un Portafolio de inversión integrado por dos activos, los cuales, se encuentran repartidos de la siguiente forma: el 30% de la inversión en el Activo A, cuyos precios son menos estables, y el 70% en el Activo B, que presenta los rendimientos más estables. Se tienen los rendimientos esperados $r_{(E)}$ para el próximo año y la desviación estándar, los cuales, se muestran a continuación:

Activo	Proporción en la Cartera de Inversión	Rendimiento esperado	Desviación estándar
A	30%	24%	45%
B	70%	18%	20%

Si se invierte el 30% del dinero en el Activo A y el 70% en el Activo B, el rendimiento esperado es igual al rendimiento de los dos activos ponderados por el valor porcentual que se invirtió en cada uno de ellos.

$$r_{(E)} = (0,30 \times 24\%) + (0,70 \times 18\%) = 7,2\% + 12,6\% = \mathbf{19,8\%}$$

Se puede generalizar la fórmula para calcular el rendimiento de la cartera de inversión, en donde w es la proporción invertida en cada activo.

$$r_p = w_1 \cdot r_1 + w_2 \cdot r_2 + \dots + w_n \cdot r_n$$

Así, el rendimiento esperado de portafolio es del **19,8%**. A continuación se calcula la desviación estándar de esta rentabilidad.

La desviación estándar del Activo A es de 45% y la del Activo B del 20%. Se supone que el riesgo de la cartera, al igual que el rendimiento esperado, se calcula a través del promedio ponderado de la desviación típica de los activos individuales, así, se tendría lo siguiente:

$$(0,30 \times 45\%) + (0,70 \times 20\%) = 13,5 + 14 = \mathbf{27,5\%}$$

Este porcentaje de rendimiento sería correcto si los precios de las dos acciones estuvieran correlacionados entre sí. Cuando la correlación de los instrumentos de un portafolio no es perfecta, la diversificación de la cartera de inversión se reducirá siempre por debajo del rendimiento esperado, en este caso, inferior al 27,5%.

La varianza y la desviación estándar de una cartera de inversión no es la simple combinación de las varianzas de sus activos, sino, que está dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}$$

$$\sigma_p^2 = 0,30^2 \times 45^2 + 0,70^2 \times 20^2 + 2 \times 0,30 \times 0,70 \times \mathbf{0,50} \times 45 \times 20$$

$$\sigma_p^2 = 182,25 + 196 + 189$$

$$\sigma_p^2 = 567,25$$

El coeficiente de correlación es menor que uno (1)

Para determinar la varianza de la cartera, se requiere rellenar 4 casillas, en la diagonal de izquierda a derecha se colocan las varianzas y en la diagonal de derecha a izquierda las covarianzas.

$W_A^2 \sigma_A^2 = 0,30^2 \cdot 45^2 = \mathbf{182,25}$	$W_A \cdot W_B \cdot \sigma_{AB} = 0,30 \times 0,70 \times 0,50 \times 45 \times 20 = \mathbf{94,5}$
$W_A \cdot W_B \cdot \sigma_{AB} = 0,30 \times 0,70 \times 0,50 \times 45 \times 20 = \mathbf{94,5}$	$W_B^2 \sigma_B^2 = 0,70^2 \cdot 20^2 = \mathbf{196}$

Si se suman los valores de las 4 casillas se obtiene la varianza de 567,25.

A su vez, el riesgo del portafolio se expresa a través de la desviación típica o desvío estándar, que es la raíz cuadrada de la varianza y está expresada en la misma unidad de medida que el rendimiento esperado.

$$\sigma_p = \sqrt{567,5} = \mathbf{23,17\%}$$

La desviación típica es inferior a 27,5% debido a que los rendimientos de los activos se encuentran imperfectamente correlacionados, se puede concluir entonces que el riesgo del portafolio depende de la proporción o peso relativo (w) de cada activo, el desvío típico de cada uno de los activos y la covarianza entre los rendimientos.

Aplicación 2. Calculo del VaR a través de la metodología paramétrica

Esta metodología se utiliza para cartera de acciones y de divisas en la que se conoce la distribución estadística de los rendimientos y está dada por la siguiente fórmula:

$$VaR = VM \times \sigma_i \times N\sigma \times \sqrt{t}$$

En la cual, VM es el Valor de Mercado del Activo, σ_i la desviación estándar de los rendimientos de los precios y $N\sigma$ la cantidad de desviaciones estándar que se ubican dentro del nivel de confianza seleccionado.

El VaR y la desviación del portafolio vienen dados por las siguientes expresiones:

$$VaR_p = VMC \times \sigma_p \times N\sigma \times \sqrt{t}$$

Donde, VMC es el valor de mercado de la cartera y σ_p la desviación del portafolio que está definido por la siguiente ecuación.

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i \cdot X_j \cdot \sigma_{ij}}$$

Se tiene una cartera de acciones de 20.000 dólares integrada por un 45% invertido en BBVA, un 30% en EPSA y un 25% en ÉXITO. Con los precios históricos de los últimos 5 años se calculan los rendimientos diarios y se obtienen los siguientes datos:

	Pesos	Rendimiento	STD	Covarianzas		
BBVA	45%	0,045%	2,129%	0,0004746	0,00022582	0,0001853
EPSA	30%	-0,012%	3,532%	0,00022582	0,00104613	0,000346
ÉXITO	25%	0,042%	2,425%	0,0001853	0,000346	0,00054811
Total	100%					

El riesgo de la cartera se mide a través de la desviación estándar de la siguiente forma:

$$\sigma_p = w' \cdot E[\Sigma] \cdot w$$

$$\sqrt{(0,45 \ 0,30 \ 0,25) \begin{vmatrix} 0,0004746 & 0,00022582 & 0,0001853 \\ 0,00022582 & 0,00104613 & 0,000346 \\ 0,0001853 & 0,000346 & 0,00054811 \end{vmatrix} \begin{pmatrix} 0,45 \\ 0,30 \\ 0,25 \end{pmatrix}} = \mathbf{0,0201}$$

Posteriormente, se puede calcular la volatilidad mensual y anual del portafolio, para lo cual, se asume una media de 20 y 240 días respectivamente.

$$\text{Volatilidad mensual} = 0,0201 \times \sqrt{20} = 0,08988 = \mathbf{8,99\%}$$

$$\text{Volatilidad anual} = 0,0201 \times \sqrt{240} = 0,3113 = \mathbf{31,13\%}$$

Aplicando la ecuación del VaR para carteras de inversión, se pueden calcular las pérdidas máximas para cada uno de los grados de confianza (90% - 99%), así, la máxima pérdida que puede tener una cartera de 20.000 dólares en cinco días y para un grado de confianza del 95% es: $20.000 \times 0,0201 \times 0,95 \times \sqrt{5} = 853,95$.

De esta forma, la pérdida máxima del portafolio de inversión en 5 días es de 853,95 Dólares (VaR).

Aplicación 3.- Calculo del VaR a través de simulaciones históricas

Se tiene un Portafolio de inversión de 35.000 dólares a finales de Noviembre de 2012 en un Fondo de Inversión indiciado al Índice AIAF de bonos y obligaciones empresariales con vencimiento superior a 3 años.

En el siguiente cuadro, se presentan las fechas desde la adquisición de la cartera de inversión (Octubre de 2011) hasta la fecha (Noviembre de 2012), el Índice AIAF y los rendimientos históricos de cada periodo.

Fechas	AIAF	Rendimiento	Simulación	Cartera	P Y G
2011 OCT	11,12		4,15	35.000,00	
2011 NOV	10,75	2,05%	4,235953008	35.717,50	717,50
2011 DIC	11,15	4,78%	4,443348835	37.424,80	1.707,30
2012 ENE	6,78	-1,48%	4,378071516	36.870,91	(553,89)
2012 FEB	7,45	1,49%	4,443793192	37.420,29	549,38
2012 MAR	6,89	4,46%	4,646472522	39.089,23	1.668,94
2012 ABR	6,45	5,09%	4,889100473	41.078,87	1.989,64
2012 MAY	7,16	-1,45%	4,818720008	40.483,23	(595,64)
2012 JUN	5,08	4,89%	5,06021177	42.462,86	1.979,63
2012 JUL	5,69	4,01%	5,267249629	44.165,62	1.702,76
2012 AGO	4,56	5,07%	5,541184764	46.404,82	2.239,20
2012 SEP	5,75	-4,16%	5,315400354	44.474,38	(1.930,44)
2012 OCT	4,78	4,45%	5,557277523	46.453,49	1.979,11
2012 NOV	4,15	-4,99%	5,286774551	44.135,46	(2.318,03)

El último precio de Noviembre de 2012 (4,15), se sitúa como el primer dato de la columna de simulación, a través de esta técnica se proyecta el comportamiento pasado del índice, puesto que los aumentos y disminuciones ya están determinados por los periodos anteriores. El precio del siguiente periodo se calcula teniendo en cuenta el rendimiento de la serie de datos y el segundo precio simulado con el segundo rendimiento de la serie y así de forma sucesiva. La fórmula que se utiliza para calcular los nuevos precios es la siguiente:

$$\text{Nuevo Precio} = \text{Precio mes pasado} \times e^{\text{Rendimiento}}$$

Así, para el primer precio simulado se tendría lo siguiente:

$$4,15 \times e^{0,0205} = \mathbf{4,2359}$$

El segundo se calcularía de la siguiente forma:

$$4,2359 \times e^{0,0478} = 4,4433$$

Y así sucesivamente.

Una vez se ha terminado la simulación de los precios del Índice AIAF, es posible calcular el valor simulado de la cartera para cada periodo y finalmente, se calculan las pérdidas y ganancias mensuales, determinando las diferencias correlativas de los valores del portafolio.

Terminado el procedimiento anterior, es posible calcular el VaR para un índice de confianza del 95%, determinando el quinto percentil de la serie de pérdidas y ganancias. El Valor del Valor en Riesgo utilizando Excel es $\text{VaR} (95\%) = 2.089,46$ dólares, es decir, que la pérdida máxima que un inversionista puede tener adquiriendo esta cartera es de 2.089,46 dólares.

5. Reflexiones finales

1. Uno de los aspectos más importantes del Valor en Riesgo (VaR), es que permite establecer la pérdida máxima posible por invertir en una cartera de inversión, así, es una herramienta fundamental para el proceso de toma de decisiones respecto a carteras de inversión.
2. La diversificación del portafolio de inversión puede eliminar el riesgo no sistemático a través de la combinación de activos que presenten diferentes tipos de rendimientos y niveles de riesgo.
3. De los modelos para la determinación del Valor en Riesgo (VaR), el método Montecarlo es el de mayor confiabilidad, teniendo en cuenta que presenta un enfoque completo que permite analizar las diferentes variables que influyen en el comportamiento de un portafolio de inversión.
4. Los diferentes modelos para la valoración del riesgo presentan ventajas y desventajas, así, si el portafolio está integrado por activos que tienen un comportamiento lineal se utilizan el modelo delta – normal o el de simulación histórica, y si la cartera contiene activos no lineales como las opciones es conveniente utilizar el Modelo Montecarlo.

5. El Modelo Stress – Testing, puede ser estimado como una extensión del Modelo de Simulación Histórica a niveles de confianza crecientemente mayores, igualmente, se constituye en complemento de los otros métodos para el cálculo del VaR, dado que permite la inclusión de escenarios que pueden ser probables.
6. En los modelos paramétricos se parte de la suposición de la normalidad en el comportamiento de los precios de los diferentes activos financieros, supuesto que actualmente en la mayoría de casos no se aplica, teniendo en cuenta que los precios no se comportan de forma normal, lo que puede invalidar la estimación del VaR.
7. Si se quiere calcular el VaR en un mercado que cambia sus condiciones de forma significativa, es conveniente utilizar el Modelo de los Valores Extremos considerando que presenta una mayor cobertura y refleja los cambios que se produzcan en el mercado.
8. En el Modelo Media – Varianza se integran dos conceptos la aversión al riesgo que refleja el comportamiento individual del inversionista y el riesgo de mercado expresado por la varianza del valor de los activos en una cartera de inversión.

6. Referencias bibliográficas

DE LARA HANO, Alfonso. Medición y control de riesgos financieros. Riesgo de Mercado y de Crédito. México: Limusa Noriega Editores, Tercera Edición, 2003.

DIAZ VALENCIA, Gustavo Adolfo. El riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las economías domésticas, caso adquisición de vivienda y activos financieros. Bogotá DC. Universidad Nacional, 2011.

FINANCIAL INDUSTRY REGULATORY AUTHORITY – FINRA. Manejando el riesgo de Inversión, 2010. En: [http://www.mpl.org/file/business_si_module_8_Managing_Investment_Risk\[1\]_spanish.pdf](http://www.mpl.org/file/business_si_module_8_Managing_Investment_Risk[1]_spanish.pdf).

JOHNSON, Christian Andrew. Métodos de Evaluación del Riesgo para portafolios de inversión. Santiago de Chile: Banco Central de Chile, 2000.

OSPINA DUQUE, Valentina y TANGARIFE TRUJILLO, Victoria Eugenia. Medición del Valor de Riesgo (VaR) en los portafolios de acciones en el mercado colombiano. Pereira: Universidad Tecnológica, 2008.

SALINAS, Sandra Milena, MALDONADO, Diana A. y DIAZ, Luis Guillermo. Estimación del riesgo en portafolio de activos. Bogotá: Universidad Nacional, 2010.

SANCHEZ B., Inocencio. El riesgo en la inversión. Venezuela: Universidad de Carabobo, 2006.