

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

**FACULTAD DE CIENCIAS CONTABLES ECONÓMICAS Y
ADMINISTRATIVAS**



Universidad
del Cauca

SEMINARIO DE INVESTIGACIÓN EN TEORÍA FINANCIERA CONTEMPORÁNEA

SANDRA ALBORNOZ BURBANO

TUTOR:

SIMON ANDRÉS IDROBO ZÚÑIGA PH.D.©

POPAYAN

ENERO DE 2014

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

**FACULTAD DE CIENCIAS CONTABLES ECONÓMICAS Y
ADMINISTRATIVAS**



Universidad
del Cauca

ENSAYO FRACTALES Y FINANZAS

SANDRA ALBORNOZ BURBANO

TUTOR:

SIMON ANDRÉS IDROBO ZÚÑIGA PH.D.©

POPAYAN

ENERO DE 2014

INTRODUCCIÓN

Los riesgos, las pérdidas y las ganancias son el comportamiento del mercado financiero, es muy impredecible, muchas veces, con sobresaltos, no es fácilmente adaptable a un patrón matemático que lo exprese. Pero lo mismo ocurre con los más variados fenómenos naturales: los temblores de tierra, las ondas cerebrales, la distribución de las galaxias, etc.

Es innegable el tirón popular de la Teoría del caos. La idea de que el comportamiento aleatorio pudiera tener una precisa formulación matemática y que sistemas deterministas podían ser extremadamente susceptibles a las condiciones iniciales cambió nuestra forma de mirar al mundo. Ligados a esta teoría están los fractales, objetos matemáticos autosemejantes que presentan hermosas configuraciones gráficas.

Aunque el primer ejemplo de fractal se remonta a 1904 con el copo de nieve de Koch el nombre se lo adjudicó Mandelbrot en 1975. Desde entonces las aplicaciones de los fractales han ido en aumento, desde la creación de paisajes foto realista al análisis de los sistemas dinámicos. Pero ¿Tienen aplicación en el estudio de los mercados financieros?

El objetivo de realizar un ensayo sobre este libro es demostrar que los sistemas de análisis actuales no sirven, y que la única manera de entender el funcionamiento del mercado es utilizando la teoría del caos y los fractales. En la primera parte, la vía antigua, se dedica a examinar los principales indicadores financieros y a demostrar por qué no funcionan. Cuando se escribió este libro es posible que fuera importante indicar que algo iba mal. Inmersos como estamos en una crisis a nivel mundial no hace falta más demostración. De

todas maneras es interesante saber que además de ser incapaces de prevenir desastres como el actual la teoría tampoco permite objetivos más modestos, como garantizar en periodos estables unos beneficios o predecir correctamente el riesgo de un mercado.

Arremete sin piedad contra el modelo de Black-Scholes a nivel teórico y presentando casos en los que la realidad contradice las expectativas teóricas de los modelos. Mandelbrot concluye afirmando que si en vez de economía estuviéramos hablando de astronomía todas las teorías económicas que hoy se usan estarían desacreditadas. El autor propone una vía nueva. Al igual que la naturaleza, los mercados son turbulentos. Si se examinan series de precios de cualquier mercado aparece una regularidad fractal. No importa la escala, la apariencia es siempre la misma. Esto implica que los precios no sólo no son predecibles, es que son fractalmente impredecibles. Por decirlo de una manera sencilla, son más azarosos que el propio azar. Si lanzamos un dado no sabemos qué número saldrá, pero a largo plazo podemos aproximar las frecuencias de aparición. Si el dado fuera fractal no podríamos, la complejidad es mucho mayor. No hace falta ser matemático para entenderlo, unos simples gráficos lo explican bien. El autor muestra simulaciones gráficas de cómo debería evolucionar el mercado según el modelo estándar y según su modelo fractal. Éste último lo simula mucho mejor hasta el punto de ser indistinguible. Puede parecer extraño que se pueda distinguir entre series de datos aleatorios, pero así es; no todo el azar es del mismo tipo.

La conclusión es clara y coincide con lo que dicen otros expertos financieros. Nadie sabe para dónde va a ir el mercado, no se pueden predecir los precios y ni siquiera se puede predecir el riesgo. Muchas de las teorías económicas tienen más de pseudociencia que de

ciencia, y cualquiera que afirme que tiene un método para ganar fácilmente en la bolsa tiene la misma fiabilidad que un astrólogo: o nos está engañando, o se está engañando a sí mismo.

En la actualidad, desde hace algunas décadas (desde los años 60 del siglo pasado) contamos con dos grandes pilares en la investigación, a saber: la teoría de sistemas dinámicos no lineales y el desarrollo de las computadoras que hacen posible el manejo de miles y millones de datos necesarios para la experimentación y modelación.

La base formal de la teoría del caos se inicia con Edward Lorenz (meteorólogo), quien publicó en 1963 *Deterministic Non periodic Flow* sobre el comportamiento no lineal de un sistema de 3 ecuaciones correspondiente a un modelo simplificado utilizado para predecir las condiciones climáticas. A partir de Lorenz, se inician estudios sistemáticos en diversos campos de la ciencia con el concepto del caos.

Incorporado al actual acervo científico, el caos significa una revalorización ¡del orden! Por paradójico que parezca, así resulta de investigaciones efectuadas en la naturaleza: un fenómeno aparentemente caótico responde a una estructura interna. El movimiento de los precios en los mercados en cada instante, parece ser al azar, pero es posible que sigan una tendencia; encontramos también este tipo de fenómenos en los sucesos de orden meteorológico. Más extraño aún, este tipo de caos emerge de fenómenos cuya evolución es inicialmente determinista. Contrariamente a lo que podría esperarse, al aumentar la cantidad de información disponible, disminuye la dificultad de conocer el resultado futuro del sistema.

La teoría del caos nos permite superar la visión de linealidad que predomina en los modelos que estudian, con resultados limitados, el comportamiento de los mercados. Sin embargo, al enfocar mercados como sistemas dinámicos no lineales, permitirá captar las respuestas no

proporcionales de una variable dependiente ante cambios de la variable independiente. En sistemas no lineales, cada estado está determinado por sus estados anteriores (iteración). Un pequeño cambio en valores iniciales tiene grandes efectos en el resultado del sistema.

Para comprender la linealidad y no linealidad del comportamiento de los índices de mercados financieros, se requiere de un contexto geométrico: la linealidad se refiere a los objetos geométricos euclidianos tales como el punto, las líneas, planos, etc. En tanto que la no linealidad se refiere a aquellos objetos que varían en su forma si se observan con diferentes escalas, como el caso de una esfera, por ejemplo, que parece ser plana a poca distancia pero se percibe como un punto desde lejos. Los modelos fractales permiten estudiar los fenómenos no lineales. (Mandelbrot, 1997 pp:25, 32).

En los últimos años, parte de la comunidad científica de todo el mundo comenzó a estudiar el caos, desorden, para explicar muchos fenómenos que suceden en la naturaleza y en la sociedad, que tienen un comportamiento que no puede ser descrito por leyes matemáticas sencillas.

Por otra parte, los mercados de capitales en el mundo siempre se han comportado de manera impredecible. Al parecer, cada vez es menor la relación entre el valor de las acciones de una compañía y su desempeño real, a tal punto que los mercados se han convertido en un juego fuera de control de los participantes. De ellos emergen patrones inesperados, es por esto que la teoría del caos viene siendo estudiada por quienes operan en las bolsas de valores, por su capacidad para analizar el valor de una sola variable que evoluciona a lo largo del tiempo y promete ayudar a descubrir un orden dentro del caos de

los mercados.

Teóricos como Lorenz, Braun, Schroeder y otros, señalan las siguientes características que definen a los sistemas caóticos:

- a. Son deterministas en tanto que existe alguna ecuación que gobierna su conducta.
- b. Son altamente sensibles a las condiciones iniciales, ya que un pequeño cambio en el punto de inicio puede causar un resultado enormemente diferente.
- c. Parecen desordenados y fortuitos, pero no lo son porque existe implícito un cierto patrón y sentido de orden.

Sin duda, los mercados financieros son entornos complejos que se desarrollan entre el orden y el caos, donde pequeñas variaciones iniciales producen grandes cambios en los movimientos de los precios finales. Entonces la pregunta que interesa conocer es si este mercado tiene algún atractor, es decir, si existen algunas pautas o fórmulas que nos permitan determinar el estado final al que son atraídas las cotizaciones. En realidad todas las teorías de análisis (fundamental, chartismo, onda de Elliot etc.), son los primeros pasos en la búsqueda de un atractor que nos permita conocer, con antelación, el estado final de las cotizaciones.

Un atractor es una condición que tiende a hacer confluir el movimiento hacia él. En un movimiento aparentemente caótico, a veces logramos encontrar pautas o fórmulas que permitan predecir el estado final al que es atraído el movimiento; esta ecuación es el atractor. Podríamos decir que todos los movimientos caóticos tienen sus atractores, pero la complejidad de los mismos hace imposible descubrirlos en la mayoría de los casos. Los

últimos estudios sobre la teoría del caos en los mercados financieros, llevan a la determinación de cuatro tipos de atractores: el atractor puntual, el atractor cíclico, el atractor teórico y el atractor extraño.

El atractor puntual se presenta, según la posición las fuerzas de la oferta y de la demanda, en un punto matemáticamente equidistante entre ambos. Es un atractor lineal, constituye el punto de equilibrio entre ambas fuerzas.

El atractor cíclico responde a la naturaleza cíclica de los mercados financieros. La teoría de las ondas de Elliot se expresa a través de pautas, es una aproximación elemental en este sentido, es el primer paso hacia el atractor cíclico. El atractor teórico es un paso más en la abstracción del sistema y toma su nombre de la figura geométrica formada por la oferta y demanda de mercado.

Finalmente, el atractor extraño es el caos propiamente dicho, pues es la suma de factores pequeños, diversos y variables que en última instancia determina el sentimiento de los inversores sobre los precios de las acciones. Este atractor se estudia en economía dentro del campo de las expectativas racionales, nueva modalidad de análisis bursátil que no considera el análisis fundamental ni el análisis técnico y se concentra sólo en el agente activo del mercado: los inversionistas.

Para estudiar la relación entre caos y los fractales, en diversas ciencias y en particular en las finanzas, conviene conocer uno de los modelos más utilizados en la teoría del caos, la ecuación logística, también llamada ecuación de Verhulst, quien la propuso para modelar el

crecimiento de una población de insectos en un medio ambiente limitado. De hecho, este modelo es una referencia obligada en los estudios que asocian caos y fractales.

La ecuación logística:

$$X_{sig} = KX_0(1-X_0)$$

Donde:

X_0 , representa la población del año inicial, para encontrar el año siguiente, X_{sig}

K , es un parámetro ($0 < K \leq 4$) depende de condiciones del aumento de la población.

Los fractales aparecen como el atractor extraño en los sistemas caóticos. Pero no deben confundirse los fractales con el caos. Las palabras claves para el caos son dependencia sensible y no predecibilidad. Las palabras claves para el fractales son: auto-similitud e invariancia a escala.

Una similitud importante entre caos y fractales es que ambos son sistemas no lineales y de iteración. Estos sistemas dinámicos no lineales tienen un elemento de memoria. En un sistema dinámico, el elemento temporal juega un papel crucial.

Respecto a los mercados financieros, es este elemento de memoria que permite tener en cuenta los eventos pasados.

Una conclusión que resulta del estudio de la ecuación logística es que las bifurcaciones periódicas son una de las rutas hacia el caos, dicho mecanismo es válido para cualquier ecuación que tenga un solo valor K . La universalidad de este proceso se reproduce sin importar el objeto de estudio o la descripción del modelo teórico que se estudie. Más aún, la

dinámica de fenómenos que transitan de la estabilidad al caos por el mecanismo de la bifurcación se realiza de una manera que puede evaluarse cuantitativamente.

La relación de los fractales con el movimiento caótico y con los mercados financieros, en años recientes, para entender la naturaleza de las estructuras desordenadas y su formación mediante procesos aleatorios, se han desarrollado los conceptos fractales, Un ejemplo de aplicación de los fractales en las finanzas, lo tomamos de Braun: en la administración financiera, desde hace mucho tiempo se han intentado estudiar y comprender los movimientos de precios en la Bolsa de Valores. ¿De qué depende que una acción baje o suba? Mediante el método de las series de tiempo se considera que en toda información de precios hay un componente predeterminado y otro que es aleatorio. Mandelbrot investigó el comportamiento de los precios del algodón. Debido a que la dinámica de los precios no es lineal, detectó que las curvas del movimiento diario, mensual y anual tienen la misma forma, o sea, son similares, facilitando con ello la predicción de los precios futuros.

Mandelbrot abordó este tema desde un punto matemático creando una nueva geometría a la que llamó "fractal", con la que se pretende explicar el comportamiento del caos en la naturaleza, obteniendo como conclusión que el caos mantiene una estructura ordenada dentro de sí mismo y que, además, se comporta de manera semejante a la globalidad estructural del fenómeno en estudio.

Si enfocamos una porción cualquiera de un objeto fractal (en escalas de tiempo, utilizamos datos de períodos anuales del IPC o datos en minutos), notaremos que tal sección resulta ser una réplica a mayor (menor) escala de la figura principal. Esto significa que no importa qué

tan cerca o lejos enfocamos en cualquier parte de la curva. Cada vez hay más complejidad y una forma idéntica al todo.

En tal sentido, enfocamos una serie de tiempo con datos anuales y consideramos tramos mensuales y luego diarios de esta serie. Si estas muestras exhiben autosimilitud a diferentes escalas de tiempo, se puede afirmar que la serie tiene un comportamiento fractal.

Una de las interpretaciones de la dimensión, posiblemente la más natural, se relaciona con la capacidad de los objetos para ocupar el espacio euclidiano en el que se encuentran ubicados. Es decir, la dimensión ayudará en la determinación del contenido o medida de un conjunto, en particular de los conjuntos fractales.

Así, cuantificar fractales será definir, por algún procedimiento, la proporción del espacio físico que es llenado por ellos. Encontramos una diferencia fundamental con los objetos euclidianos: si magnificamos sucesivamente un objeto euclidiano “unidimensional”, observamos segmentos rectilíneos. Sin embargo, si magnificamos sucesivamente un objeto fractal, encontramos objetos con niveles de complicación comparables a los del conjunto de partida.

Una de las interpretaciones de la dimensión, posiblemente la más natural, se relaciona con la capacidad de los objetos para ocupar el espacio euclidiano en el que se encuentran ubicados. Es decir, la dimensión ayudará en la determinación del contenido o medida de un conjunto, en particular de los conjuntos fractales.

Así, cuantificar fractales será definir, por algún procedimiento, la proporción del espacio físico que es llenado por ellos. Encontramos una diferencia fundamental con los objetos euclidianos: si magnificamos sucesivamente un objeto euclidiano “unidimensional”, observamos segmentos rectilíneos. Sin embargo, si magnificamos sucesivamente un objeto fractal, encontramos objetos con niveles de complicación comparables a los del conjunto de partida.

Los gráficos fractales y probabilidad fractal, decimos que un gráfico obtenido con el método de *la caminata aleatoria* (Random-Walk) es un fractal si sus patrones de formación se repiten en todas sus escalas, o lo que es lo mismo, sus patrones de formación son independientes de la escala del gráfico. En la construcción de un gráfico FRACTAL tipo Random-Walk, observaremos patrones de formación, en forma de unos módulos o figuras típicas que aparecen antes de que el gráfico inicie un despliegue al alza, a la baja o a la permanencia en un determinado nivel. Dichos "módulos" o estructuras de formación acostumbran recibir la denominación de "universales", algunas veces porque se interpretan como una "ley de la naturaleza" y, otras veces, por la característica de ser independientes de la escala de los gráficos.

La importancia que tiene este tipo de gráficos fractales en el análisis bursátil viene dada por el hecho de que cumplen con todas las pautas de comportamiento detectadas a lo largo de los últimos 80 años en el estudio de los gráficos de precio en los mercados Mandelbrot. (1963, p12)

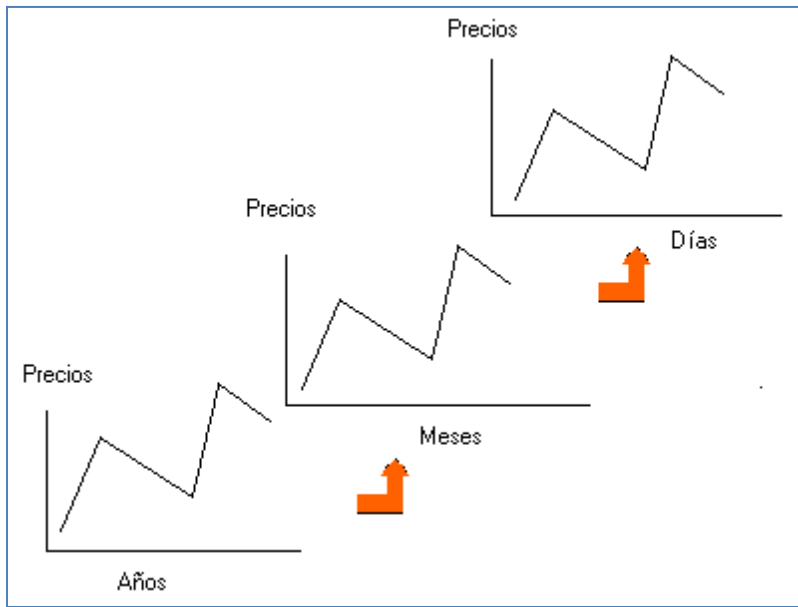


Figura 2.3: Gráfico fractal. Escala temporal en los mercados financieros

Probabilidad fractal

En los gráficos fractales contruidos emulando a los gráficos bursátiles, se entiende por probabilidad fractal a un número concreto, comprendido entre 0 y 1 que al ser multiplicado por la longitud del tramo que se tome como patrón, nos dará la esperanza matemática asociada a dicho tramo.

Tradicionalmente en las distintas modalidades de análisis técnico derivadas de los estudios iniciados por Ralph Nelson Elliott en los años 30 del siglo pasado, se ha tomado implícitamente el número 0,618 como expresión de dicha probabilidad, ya que una

determinada longitud elegida como patrón debe ser multiplicada por 0,618 para obtener la esperanza matemática de la longitud de su tramo asociado.

En gráficos fractales el número que se encuentra por deducción matemática es muy parecido, aunque ligeramente distinto ya que resulta ser 0,636. Lo sobresaliente es que dicho número coincide con el valor medio de las franjas de variación observadas en muchísimos gráficos bursátiles. (Corning, 1995; vol. 8).

En efecto, los tramos de una longitud tomada como patrón se comprueba estadísticamente que acostumbran terminar dentro de una franja comprendida entre el 61 % y el 66 % del tramo patrón anterior, luego su punto medio es $(61+66) / 2 = 63,5 \%$, lo que en términos de tanto por uno significa 0,635 que como vemos es casi idéntico al 0,636 que arrojan los cálculos en los gráficos fractales.

Mercados financieros:

Hipótesis de mercado eficiente (HME): Esta hipótesis indica que en los mercados financieros, toda la información es ampliamente disponible y está reflejada en los precios de las acciones; significa que el precio de los activos financieros es de equilibrio y refleja toda la información disponible por los inversionistas del mercado en un momento dado. Según esto, los precios de las acciones no se pueden predecir. Esta hipótesis tiene las siguientes implicaciones:

- 1) Los mercados no tienen memoria.

- 2) Todos los inversionistas tienen la misma información por lo que no hay posibilidad de obtener continuamente tasas de rentabilidad extraordinarias.
- 3) Los activos financieros entran en competencia entre sí.
- 4) La diferencia entre el precio de corto plazo y de largo plazo de una acción, refleja al inversionista lo que se espera del futuro de la citada acción. Si es alta esta diferencia, se espera un futuro negativo. Si baja la diferencia, no hay nubarrones en el futuro.

Para que la Hipótesis de Mercado Eficiente se cumpla es necesario que se correspondan con las condiciones de competencia perfecta:

- Que en el mercado exista un gran número de compradores y vendedores.
- Facilidad de entrada y salida del mercado, para todos los participantes.
- Los precios del mercado no permitan el arbitraje (ganancia sin riesgo).
- Continuidad y volumen de las negociaciones
- Disponibilidad de información
- Listas públicas de valores en cotización, lo cual da un espectro de alternativas de inversión y diversificación.

Versiones de la Hipótesis de Mercado Eficiente:

1. Forma débil de eficiencia: es el caso en que los precios reflejan toda la información contenida en la evolución de los precios del pasado.
- 2.- Forma semifuerte de eficiencia: cuando los precios reflejan no sólo los precios pasados sino también toda la información publicada.

3.- Forma fuerte de eficiencia: en la cual los precios no sólo reflejan la evolución del pasado y la información disponible, sino también la información de las empresas que participan en el mercado y de toda la economía. Ningún inversionista tendría ventaja sobre el resto (Brealey, 2000).

Análisis crítico de la Hipótesis de Mercado Eficiente:

La Hipótesis de Mercado Eficiente no es un modelo consistente, no modela la evidencia empírica. El nombre de este modelo incluye la palabra "eficaz," pero los mercados no se caracterizan por ser eficaces. Los inversionistas racionales tienen acceso a información disponible y ellos acostumbran ofrecer el mercado: lo capta en un medio dinámico de subidas y bajadas de los precios hasta que el equilibrio se alcance.

En la realidad, las personas siguen a menudo el rumor que se expresa en el mercado y comercian con la tendencia (sea a la baja como a la alza) en lugar de comportarse de una manera racional. Por ejemplo, los mercados financieros son a menudo vulnerables a "burbujas" donde el movimiento de los precios se mueve más por los factores subyacentes del momento. Los mercados pueden estar sujetos a los ratos de optimismo excesivo seguidos por las olas de pesimismo excesivo.

Normalmente, los inversionistas ganan dinero comprando cuando el precio es bajo y vendiendo cuando el precio es alto. Sin embargo, con la burbuja es aprovechable a la compra cuando el precio es alto (si espera que suba más allá) hasta los estallidos de la

burbuja. Actualmente se realizan estudios considerando que la dinámica de precios en mercados financieros responde a la distribución con ‘cola gruesa’.

Mantegna y Stanley propusieron un modelo de Levy truncado, que reúne comportamientos más acordes a distribuciones con cola gruesa y varianza finita.

El modelo de Levy truncado se define como un proceso estocástico $X(t)$ que explica las siguientes observaciones empíricas:

- (a) comportamiento de escala no gaussiano para intervalos de t cortos;
- (b) forma de Levy de la parte central de la distribución;
- (c) convergencia gradual hacia un proceso gaussiano cuando t crece indefinidamente

Las distribuciones de Levy estables son distribuciones fractales debido a la autosimilitud.

Si cambia el parámetro de escala, la distribución será la misma. Las colas gordas son causadas por las alzas y bajas abruptas. Hay cambios grandes que provocan discontinuidades.

Análisis fractal de mercados:

1. Fluctuaciones en finanzas

De acuerdo con Stanley, el objetivo de la teoría financiera moderna (o por lo menos la parte de las finanzas que tiene que ver con los mercados financieros) es el de desarrollar modelos teóricos que describan el comportamiento de los mercados financieros, con un

enfoque hacia mecanismos causales, leyes estadísticas y poder de predicción. Por lo tanto, el enfoque de los físicos que han intentado vincular las matemáticas con las finanzas mediante la física estadística, ha sido el de seguir un paradigma de fenómenos críticos (los cuales comprenden sub unidades interrelacionadas) para examinar hechos empíricos y construir modelos.

Propiedades estadísticas de las fluctuaciones de precios:

Una forma de cuantificar las fluctuaciones financieras es calcular y graficar en una escala log-log, la función de auto correlación para el valor absoluto de los cambios de precios. Se obtiene una ecuación de ley de potencia $y = xp$, la cual es lineal en la escala log-log porque $\log y = p \log x$. La pendiente p es el valor del exponente de escalamiento, el cual es muy similar a diferentes escalas, denotando invarianza a diferentes escalas.

Con los datos del IPC, se puede observar la región aproximada en la que se comportan como una línea recta (ley de potencia). Cualitativamente, se sabe que hay correlaciones de volatilidad a largo plazo (agrupación de la volatilidad ‘volatility clustering’ y persistencia). La gráfica del IPC muestra este hecho empírico conocido.

No obstante, cuando no es posible encontrar una correlación cercana al punto crítico, Mandelbrot (1963) demostró la conveniencia de usar la distribución de Lévy para determinar empíricamente si una variable aleatoria tiene comportamiento de ley de potencia, ya que esta distribución pertenece a la familia de las distribuciones de ley de

potencia “con colas gruesas”. Cuando, Mantenga y Stanley (1999, p.12) aplicaron la distribución de Levy para analizar un millón de datos (tres órdenes de magnitud más grande que los datos aplicados por Mandelbrot), hallaron que el comportamiento de los datos no era aleatorio (gaussiano) y que se tenía una varianza (volatilidad) finita.

Por consiguiente, propusieron una familia de distribuciones de ley de potencia denominada truncadas de Levy. Se han encontrado que los datos son aproximadamente lineales por arriba de los dos órdenes de magnitud; es decir, que 100 ó más desviaciones estándar siguen conformando la misma ley que describe las pequeñas fluctuaciones. Esto es acorde con la ley de Gutenberg-Richter que describe los terremotos. Así pues, parecería que estos eventos muy raros, los cuales son convencionalmente tratados como inesperados e inexplicables, tienen una probabilidad precisa para la misma ley que describe eventos comunes.

Algunas similitudes con la difusión anómala:

En el año 2001, Stanley intentó explicar los exponentes de escalamiento de la serie de tiempo del S&P 500 empleando procedimientos similares a los usados en fenómenos críticos, relacionando los exponentes a través de una ley de potencia, o derivando algún modelo microscópico y llamándolo grupo de re normalización. En particular, Stanley encontró un comportamiento de los exponentes de escalamiento análogo a una difusión anómala.

En cada transacción hay una probabilidad de que el precio cambie, y después de un cierto horizonte de tiempo, existe un cambio total en el precio. Stanley vio que el

histograma de cambio de precios (dado que la distribución acumulativa obedece a una ley cúbica inversa, la función de distribución de probabilidad, por diferenciación) obedece a una ley cuártica (de cuarto momento) inversa. Esto significa que no hay una escala característica para el caso no clásico de la difusión anómala, debido a que si se está difundiendo alrededor de un medio que por si mismo está cambiando (como el universo económico en el que vivimos), entonces las leyes de la difusión cambian y, en particular, adoptan una forma de escala libre. Además, los exponentes de las probabilidades del índice y la volatilidad parecen ser análogos a los exponentes en un fenómeno crítico, en el sentido que ellos parecen estar relacionados en formas interesantes.

En conclusión, los movimientos de los precios de las acciones son análogos a una variación compleja de la difusión clásica, donde la analogía de la constante de difusión fluctúa en el tiempo. Además, existe relación entre los cambios en los precios de las acciones y la actividad de negociación de las acciones. Las fluctuaciones del índice reflejan la actividad de negociación para cierta acción; y su distribución de ley de potencia y sus correlaciones a largo plazo pueden ser relacionadas como en la ecuación logística, donde las transacciones engendran nuevas transacciones. Las fluctuaciones de volatilidad reflejan varios factores:

- (i) el nivel de liquidez del mercado,
- (ii) la aversión al riesgo de los participantes del mercado y
- (iii) la incertidumbre sobre los valores fundamentales del activo.

Algunas similitudes con el fenómeno del punto crítico:

Los precios de las acciones responden a fluctuaciones en la demanda y la oferta, justo como la magnetización de un sistema de espines que responde a las fluctuaciones en el campo magnético. Periodos con un gran número de participantes vendiendo sus reservas, implica cambios positivos en el precio.

Plerou encontró que grandes fluctuaciones en el precio ocurren cuando la demanda es muy pequeña. Sus hallazgos evocan las transiciones de fase en sistemas de espines, el comportamiento divergente de la función respuesta en el punto crítico (campo magnético cero) lleva a grandes fluctuaciones.

Correlaciones cruzadas en las fluctuaciones de precios:

La determinación de las correlaciones cruzadas entre las acciones es de importancia tanto por razones prácticas como científicas. Así, por el lado práctico, al identificar las correlaciones cruzadas permite seleccionar mejor el portafolio de inversión. Por el lado científico, identificar las correlaciones cruzadas ayuda a investigar su origen para entender mejor los mecanismos que gobiernan la dinámica de precios de las acciones y otros activos financieros.

Se sabe que el precio de una acción no varía de manera aislada con relación al precio de otras acciones, ya que los precios de las acciones están correlacionados porque en economía todo depende de todo: a estas correlaciones intra acciones o cualquier otro activo financiero, se les conoce como correlaciones cruzadas (crosscorrelations). Si se

observa que el precio de una acción cae y el de las demás no, hay una alta probabilidad que volverá a subir (revertiendo la media).

La forma de determinar estas correlaciones cruzadas es a través del cálculo de la matriz de correlaciones cruzadas. No importa la dimensión de la matriz si se cuenta con un sistema de cómputo poderoso. Al resolver una matriz de correlaciones cruzadas de 1000 x 1000 para el S&P 500, Stanley encontró que ciertos valores propios se desviaban de las predicciones de la teoría de la matriz aleatoria, cuyos valores de valores propios no sobrepasan el valor de 2.

Universalidad en las fluctuaciones financieras:

El estudio de los cambios en los precios de diferentes activos (acciones, índices accionarios, etc) reveló características robustas que en la física estadística se conocen como “evidencias empíricas universales” (Stanley, 1999, pp: 358-366). A continuación se enlistan los más relevantes:

- Los cambios relativos en los precios, en una buena aproximación, no están correlacionados más allá de una escala de tiempo del orden de 10 minutos (en los mercados líquidos). Esto significa que los cuadrados de la diferencia de los logaritmos de precios crecen linealmente con el tiempo, con un prefactor llamado volatilidad. Un análisis más detallado muestra que algunas pequeñas correlaciones están presentes en la escala de algunos días.

- La distribución de los cambios relativos de precios n es no-gaussiana: existen distribuciones que pueden ser caracterizadas por las colas de Pareto (ley de potencia) $\eta-1-\mu$ con un exponente μ cercano a 3 para los mercados líquidos. Los mercados emergentes poseen aún más eventos extremos en las colas, con un exponente μ que puede ser menor a 2 (en tal caso la volatilidad es infinita).

- Otra característica es la naturaleza intermitente de las fluctuaciones: explosiones localizadas de la volatilidad pueden ser claramente identificadas. Esta característica, conocida como agrupación de la volatilidad (volatility clustering), invoca fluctuaciones intermitentes similares en flujos turbulentos. Este efecto puede ser analizado más cuantitativamente: la función de correlación temporal de la volatilidad diaria puede ser ajustada por una potencia inversa del desplazamiento, con un exponente pequeño en el rango 0.1 – 0.3. Este lento decrecimiento de la función de correlación de la volatilidad conduce a un comportamiento multifractal de los cambios de precios: la kurtosis de la diferencia de los logaritmos de los precios sólo decrece como una pequeña potencia del tiempo, en lugar de la inversa del tiempo como sería el caso si la volatilidad fuera constante o tuviera correlaciones en el corto plazo. Este lento decrecimiento de la kurtosis tiene importantes consecuencias en la teoría de opciones de precios.

- El volumen negociado también muestra correlaciones a largo plazo, muy similares a aquellas observadas en la volatilidad. Esto no es sorprendente a partir de que la volatilidad y el volumen negociado están fuertemente correlacionados.

- Los cambios de precios pasados y las futuras volatilidades están negativamente correlacionados, esto es llamado el “efecto de apalancamiento” (leverage effect), lo que refleja el hecho de que los mercados llegan a ser más activos después de una caída en el precio, y se apaciguan cuando el precio es alto. Esta correlación es más visible en los índices accionarios y es caracterizada por una escala de tiempo del orden de 10 días. El efecto de apalancamiento conlleva a un sesgo anómalo negativo en la distribución de cambios de precios como una función del tiempo y es también importante para las opciones de precios.

- Las correlaciones cruzadas de acciones también presentan características muy importantes, tales como un aparente incremento en las correlaciones entre las acciones en periodos volátiles. Esto es lo más importante para controlar el riesgo financiero, desde que un incremento de correlaciones significa que la diversificación de riesgos es más difícil.

- Las tasas de interés correspondientes a diferentes etapas de madurez también evolucionan de una manera correlacionada, lo cual es análogo al movimiento de una cuerda elástica sujeta a ruido.

GLOSARIO

Acción: título emitido por una sociedad, representativo del valor de una de las fracciones iguales en que se divide su capital social. (<http://es.wikipedia.org/wiki/>).

Accionista: es aquella persona natural (persona física) o jurídica que es propietaria de acciones de los distintos tipos de sociedades anónimas o comanditarias que pueden existir en el marco jurídico de cada país. El accionista es un socio capitalista que participa de la gestión de la sociedad en la misma medida en que aporta capital a la misma. Por lo tanto, dentro de la sociedad tiene más votos quien más acciones posee. (<http://es.wikipedia.org/wiki/>).

Agentes: Intermediario autorizado para responsabilizarse de la ejecución de los procedimientos de ejercicio y liquidación de contratos de futuros y opciones; función que en MexDer es efectuada por los Socios Liquidadores. (MOCHON F & ISIDRO, R: Diccionario de términos financieros y de inversión. McGraw Hill. Madrid. 1995)

Análisis bursátil: El análisis bursátil consiste en la utilización de diversas técnicas de estudio para intentar predecir el valor de las acciones y la evolución de su precio (<http://www.encyclopediafinanciera.com>).

Análisis técnico: se dedica a intentar predecir los precios de las acciones tomando como información los precios históricos, el volumen de cotización y cualesquiera otras variables que estime el analista. (<http://www.encyclopediafinanciera.com>).

Análisis fundamental: dentro del análisis bursátil, pretende conocer y evaluar el auténtico valor del título o acción, llamado valor fundamental.

(<http://www.encyclopediafinanciera.com>).

Arbitraje: Transacciones simultáneas en dos o más mercados a fin de obtener un beneficio de una discrepancia de precios entre los dos mercados

(<http://www.encyclopediafinanciera.com>).

Bolsa de valores: Es una organización privada que brinda las facilidades necesarias para que sus miembros, atendiendo los mandatos de sus clientes, realicen negociaciones de compra venta de valores, tales como acciones de sociedades o compañías anónimas, bonos públicos y privados, certificados, títulos de participación y una variedad de instrumentos de inversión. (<http://www.encyclopediafinanciera.com>).

Burbuja: se presenta cuando se produce una subida, fuera de lo normal y durante un tiempo prolongado, del precio de algún producto (o acción), de manera que ese precio está bastante alejado de su valor real. Esta alza en el precio se debe normalmente a la especulación. (<http://www.encyclopediafinanciera.com>).

Capital: es uno de los factores de la producción y comprende el conjunto de los Bienes materiales que habiendo sido creados por el hombre, son utilizados para producir otros Bienes o servicios. (<http://www.eco-finanzas.com/diccionario>).

Eficiencia en el precio: en la transacción de valores, ayuda a asegurar que el inversionista reciba los mejores precios por los valores que intercambia.

(<http://www.tradulex.net/Glossaries.Es.htm>).

Indicador: es un dato estadístico sobre la economía que permite el análisis de la situación y rendimiento económico pasado y presente así como realizar pronósticos para el futuro.

(<http://www.efxto.com/diccionario/i/3613>).

Mercado financiero: es un espacio (físico o virtual) en el que se realizan los intercambios de instrumentos financieros y se definen sus precios. (<http://es.wikipedia.org/wiki/>).

Predicción: Consiste en anticipar el comportamiento cuantitativo y cualitativo de las variables económicas a partir del conocimiento de su comportamiento pasado y presente.

(<http://www.eco-finanzas.com/diccionario>).

Rentabilidad: es una relación entre los recursos necesarios y el beneficio económico que deriva de ellos. (<http://www.definicionabc.com/economia>).

Riesgo de mercado: Este riesgo es consecuencia de la probabilidad de variación del precio o tasa de mercado en sentido adverso para la posición que tiene la empresa, como consecuencia de las operaciones que ha realizado en el mismo. (www.expansion.com/diccionario-economico).

Simulación: Representación simplificada de la realidad de un proceso económico en un modelo. El modelo se utiliza para intentar visualizar relaciones de causa efecto y realizar predicciones.

Turbulencia:

Volatilidad

BIBLIOGRAFIA

Eliezer Braun, Caos, Fractales y cosas raras, Fondo de cultura económica, 1996, ISBN: 968-16-5070-0. Impreso en México.

Mandelbrot Benôit.: Fractals and Scaling in Finance, Springer, New York, 1997.

Mandelbrot Benôit y Hudson Richard L. Fractales y Finanzas, una aproximación matemática a los mercados: arriesgar, perder y ganar. Editorial Tusquets, 2006. 321 páginas.