

**EXPLORANDO CONCEPTOS DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNICIPIO
DE PIENDAMÓ A TRAVÉS DE LA DIVULGACIÓN Y LA MATEMÁTICA
RECREATIVA.**



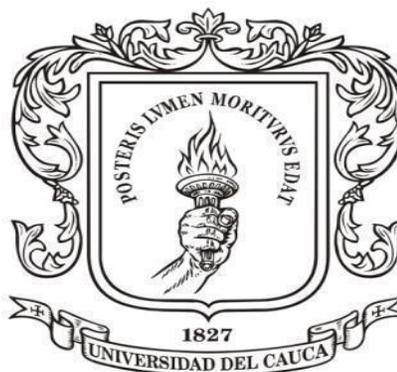
Mónica Yohana Tapia López.

Julián Esteban Quinayas Chilito.

Wilson Palechor Moreno.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN-CAUCA
2023

**EXPLORANDO CONCEPTOS DE LAS MATEMÁTICAS EN EL MUNICIPIO
DE PIENDAMÓ A TRAVÉS DE LA DIVULGACIÓN Y LA MATEMÁTICA
RECREATIVA.**



Requisito parcial para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Mónica Yohana Tapia López.

Julián Esteban Quinayas Chilito.

Wilson Palechor Moreno.

Directora de Práctica Pedagógica:

Dra. Gabriela Inés Arbeláez Rojas

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN-CAUCA

2023

Nota de Aceptación

El presente trabajo de práctica pedagógica
fue asesorado y aprobado por

Samin Ingrith Ceron Bravo

Evaluadora

Gabriela Inés Arbeláez Rojas

Directora

Vo. Bo. PhD Aldo Iván Parra Sánchez

Coordinador Licenciatura en Matemáticas

Lugar y fecha de sustentación:

Agradecimientos

Agradezco primeramente a Dios por la vida y la salud necesaria para enfrentar este proyecto.

Agradezco profundamente a la profesora Gabriela Inés Arbeláez Rojas, por su invaluable orientación, paciencia y dedicación en el desarrollo de este trabajo. Sus valiosos consejos y sugerencias han permitido mejorar y alcanzar los objetivos planteados.

Asimismo, agradezco a la Universidad del Cauca por brindarme la oportunidad de realizar este trabajo y por proveerme de los recursos necesarios para llevarlo a cabo.

Finalmente, quiero expresar mi gratitud a familiares y amigos por su apoyo incondicional durante todo el proceso. Sin su aliento y motivación, este logro no hubiera sido posible. En especial a Enrique Tapia quien con su labor multifuncional permitió que cada sesión saliera de la mejor manera.

Dedicatoria

Este trabajo está dedicado a todos aquellos que han apoyado este largo camino hacia la culminación de la carrera de licenciatura en matemáticas. A mi familia, por su amor incondicional y su apoyo constante, a mis amigos, por su aliento y motivación, y a mis profesores, por su guía y sabiduría.

También quiero dedicar este logro a todas las personas que luchan por alcanzar sus metas y sueños, especialmente a aquellos que han enfrentado obstáculos y desafíos en su camino. Espero que este logro pueda inspirarlos a seguir luchando y trabajando duro para alcanzar sus propias metas.

Finalmente, quiero dedicar este trabajo a la comunidad de Piendamó, que con esfuerzo y dedicación luchan cada día por ser mejores personas y por embellecer mucho más este municipio. Gracias a todos por ser parte de este logro.

Resumen

En este trabajo se muestra las actividades realizadas con la comunidad del municipio de Piendamó con la cual se pretendía ejercer la divulgación de las matemáticas de manera lúdica buscando cambiar la perspectiva que los niños, jóvenes y adultos tienen hacia las matemáticas. Para el desarrollo de este trabajo se estudió diferentes herramientas lúdicas que permitieran abarcar conceptos abstractos de las matemáticas y de la geometría desde la manipulación de materiales palpables.

Los resultados mostraron que el uso de material manipulable es una herramienta efectiva para el aprendizaje de conceptos matemáticos y geométricos ya que motiva al estudiante, aumenta su creatividad y genera mayor interacción con sus compañeros.

Palabras clave: Matemáticas recreativa, divulgación de las matemáticas, área y perímetro de figuras, círculo y circunferencia, figuras geométricas, operaciones de números enteros.

Abstract

This work shows the activities carried out with the community of the municipality of piendamó with which it was intended to exercise the dissemination of mathematics in a playful way seeking to change the perspective that children, youth and adults have towards mathematics. For the development of this work, different ludic tools were studied to cover abstract concepts of mathematics and geometry from the manipulation of palpable materials.

The results showed that the use of manipulative material is an effective tool for learning mathematical and geometrical concepts since it motivates students, increases their creativity and generates greater interaction with their classmates.

Key words: Recreational mathematics, mathematics dissemination, area and perimeter of figures, circle and circumference, geometric figures, integer operations.

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN	17
CONTEXTO.....	19
1. JUSTIFICACIÓN.....	21
1.1 OBJETIVOS.....	23
1.1.1 Objetivo general	23
1.1.2 Objetivos específicos.....	23
2. MARCO REFERENCIAL.....	24
2.1 Antecedentes	24
2.2 Marco conceptual	27
2.2.1 Divulgación de las ciencias	27
2.2.1 Divulgación de las matemáticas	29
2.2.1 Matemáticas recreativas	33
3. METODOLOGÍA.....	36
4. DESPERTANDO EL INTERES DE LA COMUNIDAD DE PIENDAMÓ A TRAVES DE LOS TALLERES INTERACTIVOS	40
4.1 Actividad de presentación	40
4.2 Conociendo la geometría con el tangram.....	41
4.3 Aprendiendo con los cubos de soma	64
4.4 Jugando con los números enteros y el descenso al cero	68
4.5 Conociendo la geometría con el geoplano	75
4.6 Conociendo la geometría con los pentominós	85
4.7 Descubre la magia de la papiroflexia y su conexión con las matemáticas	91

5. BITACORAS DE LOS TALLERES REALIZADOS DURANTE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA EN PIENDAMÓ	103
5.1 Rompiendo el hielo	104
5.2 Introduciendo conceptos geométricos con el tangram.....	106
5.2.1 Identificando relaciones de igualdad.....	107
5.2.2 Explorando el concepto de triángulo.....	109
5.2.3 Descubriendo las relaciones de área entre figuras geométricas..	113
5.2.4 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller	116
5.3 La papiroflexia y las matemáticas	117
5.3.1 Conociendo los polígonos en el papel.....	117
5.3.2 Conociendo algunos poliedros con la papiroflexia	119
5.3.3 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller	122
5.4 Introduciendo conceptos usando el geoplano	123
5.4.1 Conociendo el área y perímetro de algunas figuras usando el geoplano ortométrico.....	124
5.4.2 Conociendo la circunferencia y el círculo usando el geoplano circular.....	126
5.4.3 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller	132
5.5 Introduciendo conceptos geométricos usando los pentominós	133
5.5.1 Conociendo el área y perímetro del rectángulo usando los pentominós	133
5.5.2 Conozcamos los polígonos irregulares.....	134
5.5.3 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller	137

5.6 Conociendo las matemáticas con el cubo de soma	137
5.6.1 La geometría y los cubos	137
5.6.2 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller	148
5.7 Jugando con los números enteros	150
5.7.1 Explorando el fascinante mundo de los números enteros a través del juego	150
5.7.2 Descenso al cero	154
5.7.3 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller	160
6. CONCLUSIONES.....	162
7. BIBLIOGRAFÍA.....	165

LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1. <i>Piendamó</i>	19
Imagen 2. <i>Sitios turísticos de Piendamó</i>	20
Imagen 1. <i>Esquema ejemplo para la actividad</i>	40
Imagen 4. <i>Diferentes representaciones de un triángulo</i>	42
Imagen 5. <i>Diferentes representaciones de un triángulo</i>	43
Imagen 6. <i>Diferentes representaciones de un cuadrado</i>	43
Imagen 7. <i>Diferentes representaciones de un paralelogramo</i>	43
Imagen 8. <i>Diferentes representaciones de un triángulo</i>	44
Imagen 9. <i>Diferentes tamaños de un triángulo</i>	44
Imagen 10. <i>Diferentes representaciones de un cuadrado y paralelogramo</i>	45
Imagen 11. <i>Diferentes representaciones de un cuadrado y un triángulo</i>	45
Imagen 12. <i>Diferentes representaciones de un paralelogramo y un triángulo</i>	46
Imagen 13. <i>Figuras del tangram</i>	46
Imagen 14. <i>Figura del tangram</i>	47
Imagen 15. <i>Representaciones del cuadrado</i>	47
Imagen 16. <i>Representaciones del cuadrado</i>	48
Imagen 17. <i>Representaciones del cuadrado</i>	48
Imagen 18. <i>Representaciones del cuadrado</i>	48
Imagen 19. <i>Armando el tangram</i>	49
Imagen 20. <i>Armando el tangram</i>	50
Imagen 21. <i>El tangram</i>	52
Imagen 22. <i>Figuras que componen el tangram</i>	52

Imagen 23. <i>Representaciones del triángulo</i>	54
Imagen 24. <i>Representaciones del triángulo</i>	55
Imagen 25. <i>Representaciones del triángulo</i>	55
Imagen 26. <i>Representaciones del triángulo</i>	55
Imagen 27. <i>Representaciones del triángulo</i>	56
Imagen 28. <i>Representaciones del paralelogramo</i>	57
Imagen 29. <i>Representaciones del paralelogramo</i>	57
Imagen 30. <i>Representaciones del paralelogramo</i>	58
Imagen 31. <i>Representaciones del paralelogramo</i>	58
Imagen 32. <i>Proporción de un triángulo en el tangram</i>	59
Imagen 33. <i>Proporción de un triángulo en el tangram</i>	60
Imagen 34. <i>Proporción de un triángulo en el tangram</i>	60
Imagen 35. <i>Proporción de un cuadrado y paralelogramo en el tangram</i>	60
Imagen 36. <i>Proporción de las figuras en el tangram</i>	61
Imagen 37. <i>Figuras con el tangram</i>	62
Imagen 38. <i>Figuras con el tangram</i>	63
Imagen 39. <i>Figuras que componen los cubos de soma</i>	65
Imagen 40. <i>Armando el cubo de soma</i>	66
Imagen 41. <i>Figuras con el cubo de soma</i>	67
Imagen 42. <i>Dados a usar</i>	69
Imagen 43. <i>Tabla de operaciones</i>	70
Imagen 44. <i>Juego de operaciones</i>	71
Imagen 45. <i>Fichas</i>	73

Imagen 46. <i>Descenso al cero</i>	74
Imagen 47. <i>Geoplano ortogonal</i>	76
Imagen 48. <i>Geoplano ortogonal</i>	77
Imagen 49. <i>Geoplano circular</i>	77
Imagen 50. <i>Geoplano isométrico</i>	78
Imagen 51. <i>Geoplano</i>	79
Imagen 52. <i>Geoplano</i>	79
Imagen 53. <i>Figuras en el geoplano</i>	80
Imagen 54. <i>Figuras en el geoplano</i>	81
Imagen 55. <i>Geoplano</i>	82
Imagen 56. <i>Elementos de la circunferencia</i>	82
Imagen 57. <i>Longitud de la circunferencia</i>	83
Imagen 58. <i>Representación de fracciones</i>	85
Imagen 59. <i>Representación de ángulos</i>	85
Imagen 60. <i>Pentominós</i>	86
Imagen 61. <i>Cuadrado con pentominós</i>	87
Imagen 62. <i>Cuadrados con pentominós</i>	88
Imagen 63. <i>Cuadrados con pentominós</i>	88
Imagen 64. <i>Plantilla para pentominós</i>	89
Imagen 65. <i>Figuras con pentominós</i>	90
Imagen 66. <i>Figuras con pentominós</i>	90
Imagen 67. <i>Maitreya (Hoyjo Tahashi)</i>	92
Imagen 68. <i>Figuras con origami</i>	93

Imagen 69. <i>Fuente de las pajaritas</i>	94
Imagen 70. <i>Akira Yoshizawa</i>	95
Imagen 71. <i>Mariquita y mapa de cicatrices</i>	96
Imagen 72. <i>Icosaedro estrellado</i>	96
Imagen 73. <i>Figura con papiroflexia</i>	97
Imagen 74. <i>Figura con papiroflexia</i>	98
Imagen 75. <i>Figura con papiroflexia</i>	99
Imagen 76. <i>Figura con papiroflexia</i>	100
Imagen 77. <i>Figura con papiroflexia</i>	102
Imagen 78. <i>Dibujos realizados por algunos participantes</i>	104
Imagen 79. <i>Niños armando el tangram</i>	106
Imagen 80. <i>Niños armando triángulos</i>	107
Imagen 81. <i>Diferentes maneras de armar un triángulo</i>	108
Imagen 82. <i>Diferentes maneras de armar un triángulo y un cuadrado</i>	108
Imagen 83. <i>Diferentes maneras de armar un paralelogramo</i>	109
Imagen 84. <i>Niños armando triángulos</i>	110
Imagen 85. <i>Niños intentando armar triángulos</i>	110
Imagen 86. <i>Armando paralelogramos</i>	111
Imagen 87. <i>Niños armando paralelogramos</i>	112
Imagen 88. <i>Niños intentando armar paralelogramos</i>	112
Imagen 89. <i>Armando paralelogramos</i>	113
Imagen 90. <i>Niños encontrando cuantas veces cabe un triángulo en el tangram</i>	114
Imagen 91. <i>Niños encontrando cuantas veces cabe un triángulo en el tangram</i>	114

Imagen 92. <i>Dibujo del tangram</i>	115
Imagen 93. <i>Participantes jugando con papel</i>	117
Imagen 94. <i>Participantes jugando con papel</i>	118
Imagen 95. <i>Dibujos realizados por los participantes</i>	119
Imagen 96. <i>Figura con papiroflexia</i>	120
Imagen 97. <i>Niños jugando con la papiroflexia</i>	121
Imagen 98. <i>Niños aprendiendo con el geoplano</i>	123
Imagen 99. <i>Como encontrar el área y el perímetro de figuras en el geoplano</i>	125
Imagen 100. <i>Dibujos de lo aprendido por los participantes</i>	125
Imagen 101. <i>Circunferencia y círculo</i>	126
Imagen 102. <i>Elementos de la circunferencia</i>	127
Imagen 103. <i>Dibujos realizados por los participantes</i>	128
Imagen 104. <i>Dibujos realizados por los participantes</i>	129
Imagen 105. <i>Dibujos realizados por los participantes</i>	130
Imagen 106. <i>Dibujos realizados por los participantes</i>	131
Imagen 107. <i>Niños aprendiendo con los pentominós</i>	133
Imagen 108. <i>Niños aprendiendo con los pentominós</i>	134
Imagen 109. <i>Dibujos de lo aprendido por los participantes</i>	135
Imagen 110. <i>Niños creando figura</i>	136
Imagen 111. <i>Niños armando un cubo de soma</i>	139
Imagen 112. <i>Niños jugando con el cubo de soma</i>	140
Imagen 113. <i>Niños jugando con el cubo de soma</i>	140
Imagen 114. <i>Conociendo el cubo de soma</i>	142

Imagen 115. <i>Armando el cubo de soma.....</i>	<i>143</i>
Imagen 116. <i>Figuras con el cubo de soma</i>	<i>144</i>
Imagen 117. <i>Figuras con el cubo de soma.....</i>	<i>145</i>
Imagen 118. <i>Dibujos de lo aprendido por los participantes</i>	<i>147</i>
Imagen 119. <i>Preparación para recibir a los participantes</i>	<i>151</i>
Imagen 120. <i>Preparación para jugar con los números enteros</i>	<i>151</i>
Imagen 121. <i>Niños jugando con los números enteros</i>	<i>152</i>
Imagen 122. <i>Niños jugando con los números enteros</i>	<i>153</i>
Imagen 123. <i>Resultados de jugando con los números enteros</i>	<i>154</i>
Imagen 124. <i>Niños jugando con los números enteros</i>	<i>157</i>
Imagen 125. <i>Niños jugando con los números enteros</i>	<i>157</i>
Imagen 126. <i>Niños jugando con los números enteros.....</i>	<i>158</i>
Imagen 127. <i>Resultados del descenso al cero.....</i>	<i>158</i>
Imagen 128. <i>Mensajes de agradecimiento por parte de los participantes</i>	<i>163</i>
Imagen 129. <i>Algunos participantes de las actividades del proyecto.....</i>	<i>164</i>

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. <i>Invitación que será repartida a la comunidad de Piendamó.....</i>	<i>37</i>
Figura 2. <i>Armando el tangram</i>	<i>49</i>
Figura 2. <i>Armando el tangram</i>	<i>50</i>

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. <i>Tabla de operaciones realizadas por los participantes.....</i>	<i>70</i>
---	-----------

INTRODUCCIÓN.

El presente trabajo de investigación es una propuesta basada en la divulgación de las matemáticas, utilizando como eje principal la matemática recreativa, cuyo propósito es fomentar el interés y la comprensión de las matemáticas en la sociedad. Sin embargo, a menudo existe un desinterés hacia esta disciplina que ha impedido que muchas personas se acerquen a ella de manera armoniosa, lo que indica que se necesita un enfoque diferente para eliminar las percepciones erróneas sobre esta área. Con este fin, se llevó a cabo una práctica pedagógica en el barrio El Limonar del municipio de Piendamó, donde se realizaron talleres sobre diversos temas matemáticos centrados específicamente en aritmética y geometría, para ello se utilizaron herramientas didácticas como el tangram, cubo de soma, pentominós, papiroflexia, geoplano, jugando con los números enteros y descenso al cero. Los talleres desarrollados lograron hacer que el aprendizaje fuera emocionante y entretenido, permitiendo descubrir el lado mágico de esta disciplina.

Por lo anterior, se consideran los siguientes apartados donde encontramos como primer capítulo el marco referencial que contiene los antecedentes de trabajos investigativos que han impulsado la importancia de estas dos ramas de estudio. Posteriormente un segundo capítulo denominado marco conceptual y dentro de este se encuentra las concepciones que se tienen sobre la divulgación de la ciencia, divulgación de las matemáticas y la matemática recreativa. En tercera instancia, se encuentra la metodología, donde se describen los diferentes talleres que se llevaron a cabo durante la práctica pedagógica. Finalmente, se presentan las bitácoras que son un registro cronológico de los sucesos y acciones que permiten mostrar y analizar los datos más relevantes, así como las conclusiones generales que se pudieron deducir frente al trabajo realizado.

Cabe destacar que la práctica pedagógica es un proceso fundamental en la formación de los profesionales de la educación, ya que permite adquirir habilidades y conocimientos necesarios para enfrentar los desafíos en el aula de clase de manera efectiva. En este sentido, este proyecto investigativo comprende un proceso de cuatro semestres. Durante el primer nivel de práctica, se proporcionan las herramientas necesarias para abordar la intención y formulación del proyecto. En el segundo nivel, se identifica el escenario y la intención de la práctica, así como la formulación y planteamiento de las actividades a desarrollar. En el tercer nivel de práctica, involucra la realización de las actividades con la población seleccionada, tomando en cuenta las dificultades y virtudes presentes en el desarrollo de éstas, para realizar las observaciones pertinentes. Finalmente, en el cuarto nivel, se lleva a cabo la sistematización de experiencias obtenidas en la práctica pedagógica, plasmadas en el presente documento. Por lo tanto, este trabajo ofrece una oportunidad para reflexionar sobre los aprendizajes adquiridos, las dificultades encontradas y logros alcanzados, convirtiéndose en una herramienta valiosa para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como el progreso de la cultura matemática en la sociedad.

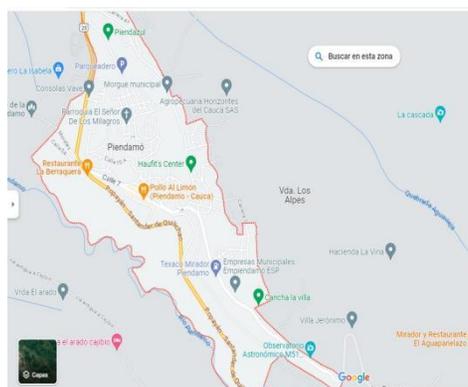
CONTEXTO

Este trabajo se realizó en el municipio de Piendamó. El municipio de Piendamó está ubicado en el departamento del Cauca a 32 km de Popayán. Limita al norte con el municipio de Caldono, al sur con el municipio de Cajibío, al oriente con el municipio de Silvia y al occidente con el municipio de Morales. Piendamó fue fundado el 2 de abril de 1525 por Pedro Antonio Sandoval. Hoy en día cuenta con una población de 46.163 en su mayoría distribuida en la cabecera municipal.

Imagen 1. *Piendamó*



Fuente: rutas turísticas.



Fuente: Google maps.

Este municipio está catalogado como el primer municipio productor de Café a nivel departamental, además es muy conocido por su producción floricultora. Muchos pequeños emprendedores trabajan en la elaboración de silletas como uno de los atractivos turísticos de la región. Entre sus mayores sitios turísticos se encuentra el santuario de la virgen de Piendamó, el antiguo puente del ferrocarril, el mirador del aguapanelazo donde se pueden observar hermosos e imponentes paisajes.

Imagen 2. Aspectos turísticos de Piendamó



Fuente: Autoría propia.



Fuente: Pacifico Colombia

1. JUSTIFICACIÓN.

En el presente proyecto se implementó una propuesta educativa que va dirigida al público en general del municipio de Piendamó, cuyo propósito es promover la divulgación de las matemáticas tomando como eje de referencia las matemáticas recreativas, ya que estas contribuyen al desarrollo intelectual de las personas y les permite disfrutar de las matemáticas al mismo tiempo que piensan, indagan, experimentan, examinan, formulan conjeturas y buscan la solución de cada una de las situaciones que se presentan a diario.

El fortalecimiento del pensamiento matemático está estrictamente ligado a la cantidad de experiencias y estímulos que se pueden generar en un contexto determinado, permitiéndonos ver más allá de lo que podemos percibir de las matemáticas en sí. Una forma de concebirla es como lo hace notar, (De Guzmán, 1989) “la matemática ha sido *arte y juego*, dicha componente artística y lúdica es tan consustancial a la actividad matemática misma que cualquier campo de desarrollo matemático que no alcanza un cierto nivel de satisfacción, estética y lúdica permanece inestable” (pág. 61). Esta es una manera de ver las matemáticas más dinámicas y accesibles, en donde tenemos la oportunidad de interactuar con un grupo de personas que no tienen un conocimiento formal de las matemáticas a excepción quizás de lo que aprendieron en la escuela, pero esto no resulta un impedimento para aprender matemáticas mientras nos divertimos.

Para lograr tal propósito implementamos una serie de actividades lúdicas y divertidas que tienen la intención de llevar al público, conceptos elementales de las matemáticas. Esto en concordancia con lo que dice Gardner, en su libro *Matemática para divertirse*. (1988) “jugar con números, figuras e ideas puede llegar a ser la mejor manera de empezar a conocer las matemáticas y, más en general, de mejorar nuestra capacidad de pensar con lógica y creatividad” (pág. 2). Esto permitirá despertar el espíritu creativo, imaginativo y curioso de cada participante,

llevándonos a proyectar, percibir y pensar que la matemática en su esencia más profunda es un arte y juego, que revela su expresión más bella posible.

Las matemáticas suelen ser, para la gran mayoría de personas, un conjunto de algoritmos, ecuaciones y fórmulas desprovistas de un referente que aluda a su cotidianidad, asumidas cómo abstractas y aburridas en gran parte por el uso de procedimientos tediosos e iterativos, que pueden ser poco significativos ya que se quedan plasmados en hojas de papel o repetidos mecánicamente para el momento y no para la vida. Como una solución a esta cuestión surgen las actividades que se desarrollan fuera de un ambiente escolar y que permiten conectar las matemáticas con otras áreas como; las bellas artes, la literatura, el cine, la televisión, la economía o la política. Nosotros en esta oportunidad queremos relacionar las matemáticas con el arte, la geometría y la lógica. Gracias a estos escenarios de carácter divulgativo que se desenvuelven en ambientes sociales o comunitarios, nos sirven como una vía para llevar al público en general, conceptos matemáticos que se conecten con la realidad y sean entendidos de una forma clara y amena.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 *Objetivo general*

Divulgar temas matemáticos a la comunidad del municipio de Piendamó utilizando las matemáticas recreativas como eje de aprendizaje, para propiciar un cambio de perspectiva hacia el conocimiento matemático en dicha comunidad.

1.1.2 *Objetivos específicos*

- Implementar una serie de actividades donde se incluya material lúdico para la enseñanza y aprendizaje de algunos temas matemáticos: como los números enteros, congruencias, semejanzas, polígonos, poliedros, entre otros.
- Establecer conexiones entre las matemáticas y otras disciplinas como el arte, la geometría y la lógica.
- Promover el interés por los conocimientos básicos y la cultura matemática presentes en nuestra vida cotidiana.
- Sistematizar los resultados y observaciones de los talleres propuestos concentrándose ante todo en la población de niños y jóvenes de 6 a 13 años de edad, sin descuidar a las demás personas que participen.

2. MARCO REFERENCIAL

2.1. Antecedentes.

En el ámbito de las matemáticas recreativas y la divulgación de las matemáticas se evidencia una importante conexión con otras actividades y disciplinas, esta nos ayuda a entender y comprender los acontecimientos y realidades a las que estamos expuestos en una sociedad cada vez más cambiante y globalizada, al respecto, se han publicado diversos resultados investigativos que revelan la fuerte relación de las matemáticas con las realidades de la vida cotidiana y el desarrollo de las ciencias. También se resalta la importancia de crear espacios extraescolares donde la población en general pueda conocer conceptos e información que han cambiado nuestra civilización y adquieran de una manera lúdica conocimientos que les serán útiles en su vida cotidiana.

De acuerdo con (García, 2014), La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM), constituida en Sevilla en el año 1988, llevan más de treinta años de presencia en el mundo educativo, con la vocación de unir esfuerzos en cuanto al mejoramiento de la educación y divulgación matemática. En el plano internacional la FESPM forma parte de la FEAPM (Federación Europea de Asociaciones de Profesores de Matemáticas) y de la FISEM (Federación Iberoamericana de Educación Matemática) en la cual hacen parte más de seis mil socios, donde cada sociedad es independiente y organizan sus propias actividades tales como: jornadas de divulgación, sesiones de formación de profesorado, el día de las matemáticas, seminarios, concursos matemáticos, exposiciones, olimpiadas nacionales, servicio de publicaciones de la FESPM, cursos de formación online, entre otras.

Esta federación ha promovido la enseñanza de conceptos matemáticos desde una dinámica divulgativa, que pretende unir diferentes grupos interesados en difundir a la sociedad

en general la importancia, esencia y belleza de las matemáticas, con el fin de promover entre el público la interacción con las matemáticas de una forma divertida y amena con ayuda de materiales lúdicos. Entre los talleres y actividades que desarrolla esta organización se encuentran: juegos con papiroflexia, realización de mosaicos, teselados, juegos numéricos, probabilísticos y el descubrimiento de curiosidades de la historia de las matemáticas.

Otro antecedente importante a nivel latinoamericano es la Universidad Nacional de México (UNAM), que busca mediante el instituto de matemáticas que forma parte de su institución, ser partícipes en la docencia y divulgación matemática con los más altos estándares mundiales, cuyo objetivo es formar una cultura matemática en el país a partir de la participación de sus miembros. A lo largo de los años este instituto ha contribuido con una diversidad de materiales, proyectos, actividades, aplicaciones y textos dirigidos a estudiantes y público en general. Una de las colaboraciones más relevantes en materia de divulgación en la UNAM, fue realizada por integrantes del instituto quienes diseñaron y gestaron los conceptos de la primera sala de matemáticas interactiva en Universum, Museo de las Ciencias, que abrió sus puertas en 1992.

Desde el 2010 se impulsó un fuerte interés por la divulgación matemática, dando paso a la creación del Festival Matemático que va dirigido a la comunidad en general, el cual consiste en realizar una feria masiva en un espacio público donde participan desde niños hasta adultos mayores, con el fin de fomentar la cultura y el interés por las matemáticas, buscando cambiar la perspectiva negativa que se tiene sobre esta ciencia. Hasta el momento, esta actividad ha venido creciendo y profesionalizando la divulgación en México, llegando a más de un millón de personas en todo el país.

También se ha implementado dentro de la UNAM, en colaboración con la facultad de ciencias y el instituto de matemáticas, el programa Hablando de Matemáticas, el cual consiste en ciclos de conferencias panorámicas cuyo propósito es ampliar la cultura matemática entre los estudiantes de licenciatura que interactúan con áreas de las matemáticas de interés actual. En esta dinámica, desde el año 2014 las conferencias son presentadas por matemáticos de diferentes instituciones, en las cuales se abordan problemas principales y temas de los que trata un área en particular.

Además, nace en 2017 en la Ciudad de México la revista digital Motivos Matemáticos, la cual presenta artículos panorámicos sobre investigación, divulgación y problemas de educación en matemáticas con el objetivo de contribuir a la vinculación e intercambio de ideas y proyectos entre la comunidad matemática hispanohablante.

Así mismo, en Cuernavaca se impulsan los proyectos de ARTEMAT desde 2016 y SIEMBRA desde 2019 con actividades que vinculan el arte, las matemáticas y la sociedad. Además, su comunidad participa activamente en la redacción de textos, desarrollo de materiales y organización de exposiciones de divulgación matemática.

Por otra parte, entre los trabajos nacionales tenemos la propuesta del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Cauca denominada “Matemáticas a la calle”, que es una actividad lúdica-recreativa creada por los estudiantes de los programas de matemáticas y licenciatura en matemáticas en el año 2018 en el marco de las actividades por la defensa de la educación pública. Este proyecto se ha venido desarrollando con la ayuda de los docentes para fortalecer la apropiación social del conocimiento matemático e investigación en matemáticas recreativas en la ciudad de Popayán, para llevar a cabo este propósito se organizan conferencias

y ponencias donde han participado educadores matemáticos de otros países que comparten los mismos intereses en la divulgación de las matemáticas.

Además, se han llevado a cabo diferentes actividades de tipo presencial y virtual, las cuales se componen de exposiciones de diferentes juegos matemáticos, salas de juegos virtuales y materiales concretos llamativos, que permiten crear un ambiente propicio para la interacción de estudiantes y personas del común que se interesan por conocer otra faceta de las matemáticas donde se aprende a través del juego y se mantiene una conexión activa con la esencia de las matemáticas.

2.2 Marco conceptual

2.2.1 Divulgación de las ciencias.

Una de las herramientas de gran importancia en el desarrollo de la sociedad, ha sido la divulgación del saber en un sentido más amplio, es decir, que en los inicios de la humanidad se transmitía la sabiduría a las futuras generaciones a través de la tradición oral, pictórica y escrita. Esto con la finalidad de construir respuestas que faciliten la buena comprensión y adaptación del entorno donde coexisten. En consecuencia, esta forma de compartir conocimientos, tomó fuerza debido a la necesidad de expandir el conocimiento a varias civilizaciones, así como lo manifiesta Estrada (2011):

La difusión del conocimiento pudo romper las fronteras estrictas de la vecindad geográfica a partir de la irrupción en la escena pública de la imprenta, la cual no sólo arrancó de tajo el monopolio eclesiástico de la producción de textos, sino que también posibilitó la reproducción de grandes cantidades de escritos de diversas características (pág. 140).

La divulgación de las ciencias es un acto de comunicación que se ofrece a la sociedad en general o público no especializado sobre temas científicos. Así mismo, establece una relación

de correspondencia que resulta de vital importancia para el ciudadano que convive en una sociedad cambiante y en un mundo globalizado. De acuerdo con Estrada (2011):

Dicha relación es fundamental en términos de un acercamiento indispensable, de puentes tendidos y hebras trenzadas entre el quehacer de la creación científica y el entender del hombre común del siglo XXI, que busca ofrecer una aproximación confiable, contextualizada y pertinente a los retos que su devenir le plantean (pág. 138).

Sin embargo, debemos resaltar que el quehacer divulgativo tiene en su camino muchas dificultades por superar, ya que el lenguaje de las ciencias no es accesible a la estructura cognitiva de todo público, por tanto, tiene que acercarse a las necesidades concretas de información siendo pertinente con el contexto al que se refiere, de tal manera que se complemente con las convenciones aceptadas por el público.

También, es importante tener en cuenta que la divulgación debe adquirir un vínculo entre la ciencia, la vida cotidiana y las diferentes expresiones de las bellas artes modernas, así como la escultura, la pintura, la danza, la literatura, la música, la arquitectura y el cine, ya que esto permite que la divulgación sea más interesante para un grupo de personas que no conocen mucho sobre las ciencias.

Por otra parte, muchos científicos, educadores y divulgadores consideran que la sociedad debe conocer y ser partícipe de las construcciones y desarrollos que la ciencia va adquiriendo a través del tiempo. Una de las razones que justifican esta necesidad puede ser de tipo cultural, ya que la ciencia es uno de los mayores logros de nuestra cultura, y, por ende, los jóvenes deberían ser capaces de apreciarla y comprenderla. En este sentido, la ciencia se podría entender como un constructo cultural, donde su divulgación y comprensión juegan un papel importante en la

comprensión de la sociedad contemporánea que está sujeta a los constantes cambios tecnológicos y científicos.

Es necesario resaltar una notable diferencia que existe entre la divulgación y la educación, ya que en toda forma comunicativa hay aspectos educativos y viceversa, y estos están estrictamente ligados, en tal sentido (Pacheco, 2003) afirma que “la divulgación es educación cuando no la reducimos a pedagogía y la comprendemos, en su sentido más amplio, como el proceso social por el cual aprehendemos y aprendemos la cultura” (pág. 58), aunque, es necesario precisar esta comparativa desde una perspectiva diferencial, dado que una actividad educativa intencional corresponde a la modalidad formal o informal de la educación, y en contraparte las actividades que carecen de intencionalidad entrarían en el ámbito divulgativo, en efecto, podemos decir que todas nuestras experiencias son educativas, pues no siempre aprendemos un contenido académico, pero aprendemos sobre sentimientos, creencias o actitudes hacia determinado fenómeno.

2.2.2 Divulgación de las matemáticas.

La visión que se suele tener acerca de las ciencias y en particular sobre los conocimientos que se imparten de las matemáticas resulta a veces inquietante, desagradable y ciertamente sesgado, ya que en la mayor parte del proceso educativo de las personas se la ha presentado como una disciplina exacta, tediosa y abstracta, que muy pocas veces se sale de su formalismo estricto para evidenciar las múltiples conexiones que existen con la realidad que nos rodea. Sin embargo, es cada vez más generalizada la idea de que la ciencia cumple un rol importante en la vida personal y social de una persona, y por tanto se deben tener unas nociones básicas sobre ella.

Desde el punto de vista de (Torres, 2020) “La cultura matemática es considerada como un bien social y universal” (pág. 422), en tal sentido la divulgación de las matemáticas constituyen una vía mediante la cual tiene implícito el propósito de que las matemáticas se entiendan y se sigan entendiendo a día de hoy, como parte de la cultura, accesibles a todo el mundo, independientemente de la edad, el sexo, la situación social o económica, la ubicación física, el nivel de estudios o cualquier otro aspecto que se pueda considerar, y que impidan el acercamiento e interacción con las matemáticas.

En algunos países europeos como en España, se ha venido reconociendo la importancia de la divulgación matemática acompañada de una creciente comunidad científica a finales del siglo XX, durante los últimos años se han hechos grandes esfuerzos para poner en marcha una gran cantidad de eventos y actividades divulgativas tomados con seriedad y calidad a lo largo de todo el territorio español. La imagen negativa que le precedía a las matemáticas, así como el lenguaje diferente y abstracto, que impedía el acercamiento de la gente, se recompensó con la imaginación, la ilusión, y el conocimiento que dio paso a un avance en la divulgación matemática.

En efecto, (Torres, 2020) tales avances tomaron más fuerza a partir del Año Mundial de la Matemáticas 2000 (AMM2000), proclamado por la Unión Matemática Internacional en 1992 y apoyado por la UNESCO en 1997, el cual fue considerado como un punto de inflexión en la divulgación y comunicación de las matemáticas en España.

Posteriormente en el año 2003 la Real Sociedad Matemática Española (RSME) aprobó la Comisión de Divulgación de la RSME, conformado por docentes de educación primaria, secundaria y universitaria de diferentes autonomías y de diversas áreas de la matemática, y se desarrolló con ayuda de otras sociedades y profesorados en matemáticas, trabajando

conjuntamente con toda la comunidad matemática como también con profesionales de la educación, periodistas, artistas, agentes culturales y sociales, entre otros, entre los objetivos planteados estaban: desarrollar la cultura matemática de la sociedad, acabar con el tópico de la confrontación entre ciencias y letras, mejorar las actitudes de la población hacia las matemáticas, compartir su belleza, animar a las persona a ser matemáticamente activas, mostrar las matemáticas que existen en nuestro entorno, aprendiendo a ver con ojos matemáticos, estimular el desarrollo de la actividad matemática y divulgar la investigación que se tiene hasta el momento.

En tal sentido le sucedieron muchos hechos importantes; como en el año 2004 con la creación de DivulgaMAT (centro virtual de divulgación de la matemáticas de la RSME), en el año 2006 se celebró el congreso internacional de matemáticas (ICM2006) y en el año 2011 con la celebración del Centenario de la Real Sociedad Matemática Española, acompañado de un amplio programa de actividades dirigidas al público en general y un gabinete de prensa, estos espacios permitieron identificar que la comunicación social y la divulgación de las matemáticas, y de la ciencia, es una labor colectiva, y la colaboración entre personal investigador, sociedades científicas, centros de educación e investigación, periodistas, medios de comunicación, agentes y centros culturales o administraciones es completamente necesaria y enriquecedora. Estos esfuerzos y trabajo continuo en la labor divulgativa han tenido como resultado la valorización en diferentes niveles y el reconocimiento por parte del público que ha mostrado interés por el consumo de contenidos divulgativos.

Por otro lado, la divulgación matemática es diversa y abierta a todos las herramientas y medios bien utilizados, los cuales son válidos y necesarios para dicho fin. En los últimos años se han incorporado dos formatos novedosos en la actividad divulgativa como lo son los monólogos

científicos y las redes sociales. Los monólogos científicos son una revisión moderna del concepto de charla científica, al que se han añadido en algunos casos, una dosis de humor, con la intención de ofrecer pequeñas píldoras científicas que despierten en el público un interés por una colección diversa de temas matemáticos. En cuanto a las redes sociales han proporcionado distintas plataformas de difusión como; Twitter, Facebook, Instagram, YouTube entre otras, como también nuevos formatos de comunicación social (blogs, videos, podcasts, etcétera). Esto ha traído consigo algunas variantes como la obsesión por las y los seguidores, la filosofía de los “likes”, donde de cierta manera se antepone la popularidad por encima del contenido o la promoción personal por delante de la calidad divulgativa.

Estas situaciones nos conllevan a abordar una reflexión sobre dicha actividad donde ya hemos hablado sobre aspectos que se resaltan y la identifican, entre aquellas tenemos que la divulgación matemática es una necesidad social donde la ciudadanía necesita un cierto conocimiento matemático para desenvolverse eficazmente y nos permita luchar contra ese distanciamiento existente entre la sociedad y la comunidad matemática. Además, la sociedad debe entender que las matemáticas son parte fundamental de la cultura y de la historia de la humanidad, donde los nuevos cambios y retos tecnológicos hacen necesario una mejor formación y una cultura matemática lo más inclusiva posible, como también tener en cuenta que la divulgación tiene el objetivo de crear un contexto comunicativo asequible a un público masivo de los conocimientos creados en un contexto muy especializado y debe ir de la mano con una divulgación de calidad donde prima conocer y dominar de forma rigurosa los conocimientos y aplicaciones que se quieran transmitir.

En consecuencia, si se es experto en el tema a divulgar también se debe saber comunicar los conocimientos de una forma atractiva al mismo tiempo que es asequible para el público, sin

dejar de lado la simpatía y la sintonía en dicha actividad. Se pueden emplear diversos canales para acercarse al público, y en cada caso se debe adaptar el mensaje a las características del medio, que finalmente nos puede llevar al reconocimiento social y profesional de la divulgación matemática.

2.2.3 Matemáticas recreativas.

Las matemáticas recreativas son una herramienta didáctica que permite proponer y abordar diferentes temas matemáticos a partir de una variedad de actividades lúdicas y divertidas, las cuales se diseñan con materiales atractivos y novedosos, fomentando el interés y la motivación por aprender. Esto permite que el ser humano o el público se familiarice con un concepto matemático de manera más entretenida, utilizando métodos lúdicos y juegos interactivos que estimulen la imaginación y la creatividad de los participantes, en los cuales se establece una serie de reglas definidas, en donde prevalezca siempre una apta comunicación.

Martin Gardner, un periodista, filósofo y matemático norteamericano que se dedicó desde 1956 en una legendaria sección mensual de juegos matemáticos en la revista *Scientific American*, la cual condujo por más de veinte años, y tuvo como resultado una diversidad de artículos reunidos en más de una docena de libros que hoy en día hacen la más rica e inspiradora enciclopedia en el campo de las matemáticas recreativas, donde el autor buscó propuestas que fueran inusuales y divertidas y que solo requieran para el lector, el más elemental conocimiento, pero que al mismo tiempo proporciona una mirada estimulante a los niveles más fecundos del pensamiento matemático. De igual manera Yacov Perelman fue un matemático soviético reconocido a nivel mundial, por sus numerosas obras de divulgación científica, entre las cuales figuran, “física recreativa”, “Álgebra recreativa”, “geometría recreativa”, entre muchas otras, en dichos libros se encuentran extractos de obras conocidas, relatos amenos sobre ilustres

personajes y distintos fenómenos de la naturaleza, en los que se abordan diferentes problemas de física, astronomía y matemáticas, que conllevan a una interesante reflexión con enseñanzas fructíferas para todos aquellos lectores, especialistas y estudiantes.

Usualmente, las matemáticas recreativas son implementadas en un ámbito escolar, debido a que facilitan los procesos de enseñanza-aprendizaje y fomentan la formación integral del estudiante. Sin embargo, cabe resaltar que también pueden ser aplicadas en un contexto extraescolar y, en consecuencia, estas deben ser pensadas de tal manera que sean comprensibles para un público en general, donde se tenga en cuenta las diferentes edades y niveles académicos, de modo que les permita conocer las diferentes facetas de la matemática y su conexión con otras disciplinas.

Dentro de las matemáticas recreativas se encuentra el juego. Esta actividad tan consustancial al ser humano posee muchas definiciones e incluso muchas de ellas deben estar unidas entre sí, como lo dicen diversos educadores de las matemáticas que se han dedicado a explorar el juego como una actividad para generar conocimiento, en tal sentido (De Guzmán, 1989), destaca varias características que identifican al juego en el análisis de la naturaleza de dicha actividad lúdica, entre los cuales se resalta que es una actividad libre con una cierta función en el desarrollo del ser humano, al igual que el arte, produce placer a través de su contemplación y ejecución, esta debe ser tomada en serio como una actividad separada de la vida ordinaria en el tiempo y el espacio, donde se dan ciertos elementos de tensión cuya liberación y catarsis causan placer, además da lugar a lazos especiales entre los jugadores promoviendo una hermandad especial.

La idea de juego puede conllevar a muchos significados, entre ellos “los juegos matemáticos” o las “matemáticas recreativas”, son matemáticas, no importa de qué tipo, las cuales son cargadas de un fuerte componente lúdico, al respecto (Gardner, 1979) considera que:

Las matemáticas recreativas proporcionan el mejor camino para captar el interés de los jóvenes durante la enseñanza de la matemática elemental. Un buen rompecabezas matemático, una paradoja o un truco de apariencia mágica pueden excitar mucho más la imaginación de los niños que las aplicaciones «prácticas», sobre todo cuando estas aplicaciones se encuentran alejadas de las experiencias vividas por ellos (pág.3).

A partir de dicha perspectiva podemos ver que el juego además de ser una herramienta imprescindible también juega un papel importante en la concepción y comprensión de un objeto matemático, ya que conecta el interés, la creatividad y la imaginación con una realidad concreta, donde el juego incita a la sorpresa, al misterio que se espera desvelar poco a poco y con el esfuerzo placentero del descubrimiento.

Un elemento importante que se puede destacar en el aprendizaje del estudiante es sin duda la motivación, considerada como una fuerza que induce a una persona a realizar cualquier acción de manera consciente y se manifiesta cuando mantenemos la voluntad de hacer algo, y preservar los esfuerzos durante el tiempo necesario para conseguir el objetivo que nos hayamos propuesto. Para el caso de la enseñanza nos referimos a la estimulación de la voluntad por aprender, y el interés que mantienen los estudiantes por su propio aprendizaje y las actividades que lo conducen a él, así como señala (Olarrea, 2010) “Es labor del profesor crear un entorno adecuado para el desarrollo y mantenimiento de esta voluntad, ya que sin motivación no puede haber aprendizaje” (pág. 2), esto evidencia de cierta manera el aspecto lúdico de las matemáticas

que puede y debe ser un arma fundamental en la metodología que ejerce el docente en su vida profesional.

En consecuencia, (Cabello, 2014) afirma que “existe una estrecha relación entre los juegos y el razonamiento lógico-matemático, pues constituye una base para el pensamiento hipotético-deductivo, que con ayuda de situaciones concretas potencia el razonamiento matemático de los estudiantes” (pág. 71), es decir que dentro del ámbito educativo podemos considerar al juego como una estrategia que potencia el pensamiento matemático y estratégico para resolver mejor la situación problemática en la que está.

3. METODOLOGÍA

A continuación, se explicará de manera detallada la metodología implementada durante el desarrollo de nuestra práctica, la cual se enfoca en dar a conocer al público en general del municipio de Piendamó – Cauca, conceptos matemáticos básicos inmersos en las labores cotidianas de todo ser humano, pero esta vez de manera divulgativa, partiendo desde una dinámica divertida, entretenida y motivadora, en donde se involucra en algunos momentos la aplicabilidad de las matemáticas y se espera tener una óptima comunicación con los participantes. Además, tales actividades son propuestas de tal manera que sean comprendidas por personas de cualquier edad y de diversos niveles de escolaridad. Cabe resaltar, que las reflexiones y observaciones de los resultados que arroje este proyecto estarán enfocadas en niños y jóvenes de edades comprendidas entre los 6 y 13 años, sin descuidar al público en general que se haga partícipe del desarrollo de las actividades.

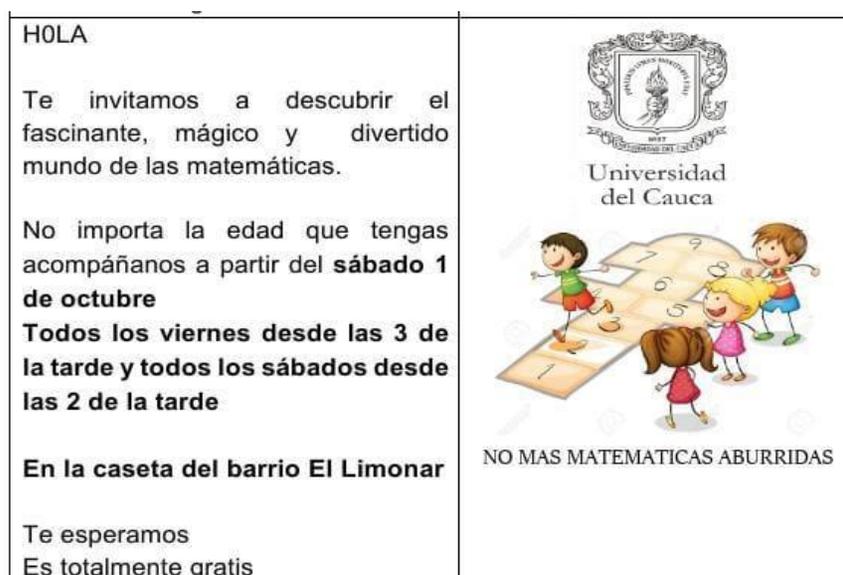
Con respecto a la reflexión sobre las actividades propuestas, es fundamental considerar el público al que están dirigidas, ya que este es el eje central en torno al cual gira la intención de divulgar las matemáticas. Es importante tener en cuenta que este público no posee un

conocimiento especializado en la materia, por lo que es crucial establecer una conexión adecuada entre los conceptos matemáticos formales y las matemáticas recreativas. A través del uso del juego y la diversión, es posible fomentar un acercamiento estrecho entre los participantes y el concepto matemático a tratar. De esta manera, se evidenciará a los espectadores que las matemáticas están al alcance de todos, independientemente de su nivel de conocimiento previo.

Así pues, se programará una reunión general con los integrantes de la comunidad del municipio de Piendamó –Cauca, en la cual se espera que asistan personas de diferentes edades y en la cual se pretende informar a todos los propósitos y objetivos que se pretenden alcanzar mediante la realización de este proyecto. Además, se repartirá a los habitantes del municipio de Piendamó unos volantes como invitación a ser partícipes en el desarrollo de este proyecto los días viernes y sábados, de manera voluntaria, con la idea de aprender y divertirse en comunidad pretendiendo, cautivar la atención de la mayoría de los habitantes.

El volante que se repartirá será el siguiente:

Figura 1. *Invitación que será repartida a la comunidad de Piendamó.*



Fuente: Autoría propia.

Para el proceso de intervención, se proponen 6 talleres, el diseño de los talleres contempla una dimensión lúdica en los cuales se implementará la matemática recreativa como principal recurso, estos temas serán transmitidos por medio de estrategias recreativas y divertidas apoyadas con material manipulativo, con juegos interactivos y dinámicos. Las actividades se llevarán a cabo en el salón comunal del barrio El Limonar del municipio de Piendamó.

Estos talleres están dirigidos a aquellas personas que deseen participar, no importa su edad o su nivel educativo. Se trata de juegos matemáticos interactivos donde entra en acción la creatividad, la imaginación, el pensamiento lógico matemático y geométrico.

A continuación, presentamos una síntesis de los seis talleres que se van a desarrollar y que aparecen completos en el capítulo 4.

Taller número 1: conociendo la geometría con el tangram.

Este taller tiene el propósito de explorar y conocer algunos conceptos geométricos como; igualdad de áreas, la noción de cuadrado, triángulo y paralelogramo, relación entre las áreas de figuras geométricas y un acercamiento a fracciones impropias. Se desarrollará por medio de tres sesiones donde cada sesión tiene una duración de tres horas cada una.

Taller número 2: cubos de soma.

Este taller se desarrollará en una actividad donde el objetivo es crear una experiencia significativa a través de la manipulación del rompecabezas llamado Cubo de Soma, pues este permite representar diversas figuras tridimensionales, como también acercarse a la concepción de algunos elementos geométricos como; poliedros, cubos, caras, aristas y vértice. Así mismo se potenciará otros aspectos de desarrollo cognitivo como el pensamiento geométrico espacial, razonamiento intuitivo, la creatividad entre otros.

Taller número 3: jugando con los números enteros y el descenso al cero.

Este taller se desarrollará por medio de la actividad llamada “Jugando con los enteros”, la cual busca estimular el buen manejo de la suma, resta y multiplicación con los enteros, pues estas operaciones suelen estar presentes en muchas de nuestras actividades cotidianas. Así mismo, la actividad llamada “Descenso al cero”, se basa en que los participantes pongan a prueba su pensamiento lógico e inductivo para descubrir una estrategia ganadora utilizando operaciones aritméticas.

Taller número 4: las matemáticas y la papiroflexia.

Este taller pretende por medio de dos actividades mostrar y despertar la curiosidad de los participantes, sobre la conexión existente que hay entre las matemáticas y la papiroflexia u origami, y cómo a través del plegado del papel se puede experimentar, visualizar y comprender conceptos geométricos tales como: polígonos, poliedros, caras, aristas y vértices presentes en la creación de diferentes objetos.

Taller número 5: el geoplano.

Este taller se desarrolla con el uso de geoplanos ortogonales y geoplanos circulares con el objetivo de conocer figuras geométricas planas calculando su área y perímetro de manera empírica. Del mismo modo conocer y estudiar las propiedades de la circunferencia y círculo.

Taller número 6: los pentominós.

Este taller se desarrolla con el uso de 12 pentominós con el propósito de conocer figuras geométricas regulares e irregulares como también el cálculo de áreas y perímetros de dichas figuras.

4. DESPERTANDO EL INTERÉS DE LA COMUNIDAD DE PIENDAMÓ A TRAVÉS DE LOS TALLERES INTERACTIVOS.

4.1 Actividad de presentación.

La primera actividad se llama EL ANUNCIO la cual tiene la intención de que los participantes se presenten y muestren algunas características que tienen. Esta actividad servirá para romper el hielo y para crear un ambiente integrado y ameno en todo el grupo.

La actividad consiste en que los participantes en una hoja de papel realicen un logo, slogan o cartel en el que se muestre las cualidades que más los identifican, como por ejemplo los valores que quieren resaltar sobre sí mismos o simplemente aquello que quieren que los demás recuerden de ellos. Seguidamente se expondrá el cartel realizado; esto será un inicio para generar confianza entre los participantes de la actividad, permitirá que estos se conozcan e incluso sea el comienzo de buenas amistades.

Imagen 2. Esquema ejemplo para la actividad.



Fuente: Pinterest.com

4.2 Conociendo la geometría con el tangram

Propósito: La intención de este taller es explorar algunos conceptos geométricos a través del Tangram. Esto se logrará por medio de la manipulación de las siete fichas y el desarrollo de diferentes retos individuales y grupales, donde se trabajarán de manera lúdica y didáctica las nociones de igualdad de área entre figuras geométricas, la congruencia, el cuadrado, el triángulo, el paralelogramo, el perímetro y fracciones impropias.

Materiales requeridos:

- Puzles de Tangram Chino.
- Mesas.
- Asientos.
- Sala comunal.
- Recursos de sonido.

Desarrollo del taller.

Este taller se desarrollará en tres sesiones de tres horas cada una.

Primera sesión.

La primera sesión es de tipo exploratoria donde se pretende que los participantes conozcan el Tangram Chino, por medio de la manipulación del material concreto, donde se trabajaran conceptos geométricos como; igualdad de área con respecto a la superficie de las figuras geométricas, la noción de cuadrado y congruencia.

A cada participante se le entregará las siete fichas, la cual cada parte está hecha de madera trípex de cinco milímetros de grosor y están pintadas de diferente color. Esto con la intención de que el material sea más atractivo, motivador y didáctico, de fácil percepción y manipulación.

Cada integrante tendrá la oportunidad de observar con detalle cada ficha, donde se identificarán las figuras geométricas que representan. Para ello los participantes tendrán que hacer uso de los conocimientos previos que dispongan sobre la geometría plana.

La intención es que los participantes identifiquen que hay un par de triángulos grandes iguales, un par de triángulos pequeños iguales, un triángulo mediano, un cuadrado y un paralelogramo. El reconocimiento de las siete figuras nos servirá como una ayuda estratégica para asumir y desarrollar las diferentes actividades que se propondrán en el desarrollo de toda la sesión.

Actividad 1: Identificando relaciones de igualdad de área, forma y tamaño entre las siete fichas y las figuras geométricas resultantes.

Esperamos que además del reconocimiento de las figuras geométricas, los participantes también logren evidenciar que las figuras más grandes pueden construirse a partir de la superposición de figuras más pequeñas, para ello también se harán algunas preguntas relacionadas para inducir a dicha actividad. Este ejercicio tiene implícito el concepto de la igualdad de área entre figuras geométricas con respecto a la superficie. A continuación, algunos ejemplos:

- Un triángulo grande puede ser representado por un triángulo mediano y dos triángulos pequeños.

Imagen 4. *Diferentes representaciones de un triángulo.*



Fuente: Autoría propia.

- El triángulo mediano puede ser representado por dos triángulos pequeños.

Imagen 5. *Diferentes representaciones de un triángulo*



Fuente: Autoría propia.

- El cuadrado puede ser representado por dos triángulos pequeños.

Imagen 6. *Diferentes representaciones de un cuadrado*



Fuente: Autoría propia.

- El paralelogramo también se representa por dos triángulos pequeños.

Imagen 7. *Diferentes representaciones de un paralelogramo*



Fuente: Autoría propia.

- Los dos triángulos más grandes pueden ser representados por las cinco figuras geométricas restantes.

Imagen 8. *Diferentes representaciones de un triángulo*



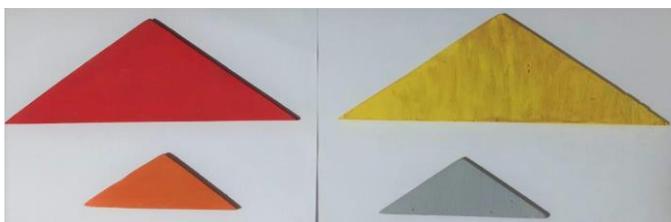
Fuente: Autoría propia.

En los anteriores ejercicios realizados podemos evidenciar que las figuras geométricas más grandes pueden ser representadas a partir de fichas más pequeñas. En tal sentido se especificará que dichas representaciones corresponden a la igualdad de área que hay entre la figura grande escogida y su respectiva reconstrucción con otras fichas.

Además, de que ya se ha tenido un previo reconocimiento de las siete fichas, se pretende incluir la noción de congruencia entre figuras geométricas, pues nos servirán como ejemplos los dos triángulos pequeños y los dos triángulos más grandes, pues estos casos cumplen con la definición corriente de congruencia que dice que:

Dos figuras geométricas son congruentes si tienen exactamente la misma forma y el mismo tamaño es decir que, al sobreponerse entre sí, estas coinciden exactamente

Imagen 9. *Diferentes tamaños de un triángulo*

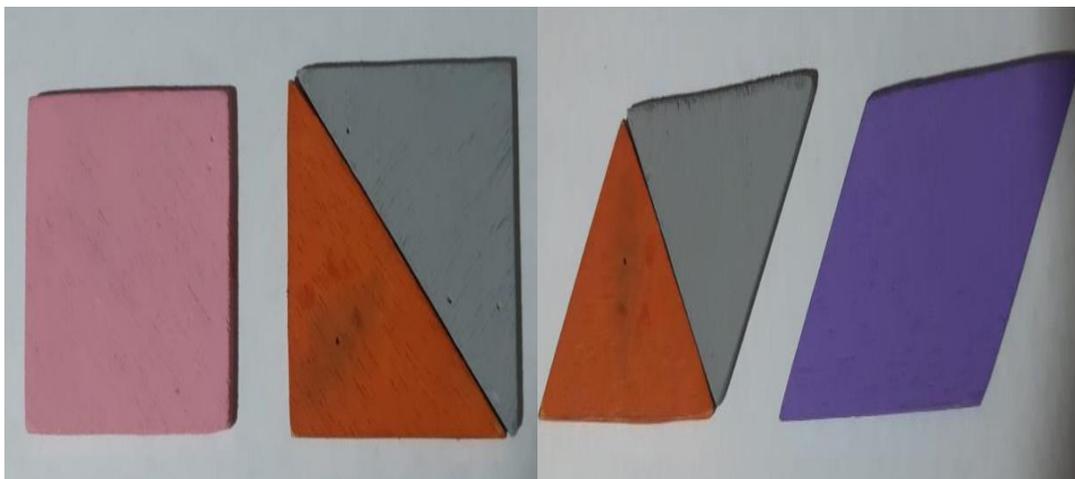


Fuente: Autoría propia.

Otros resultados interesantes cuando hablamos de igualdad de área con respecto a la superficie, son los siguientes:

- El cuadrado tiene la misma área que el paralelogramo.

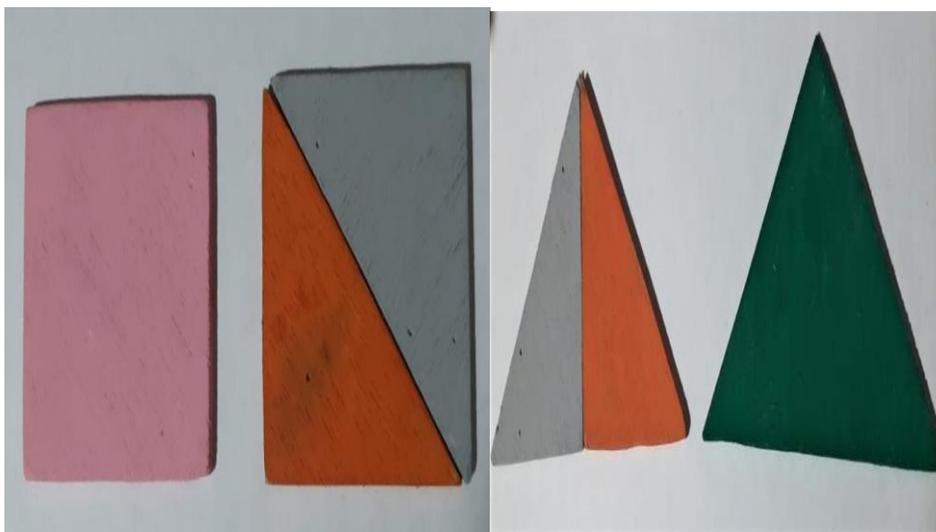
Imagen 10. *Diferentes representaciones de un cuadrado y paralelogramo*



Fuente: Autoría propia.

- El cuadrado tiene la misma área que el triángulo mediano.

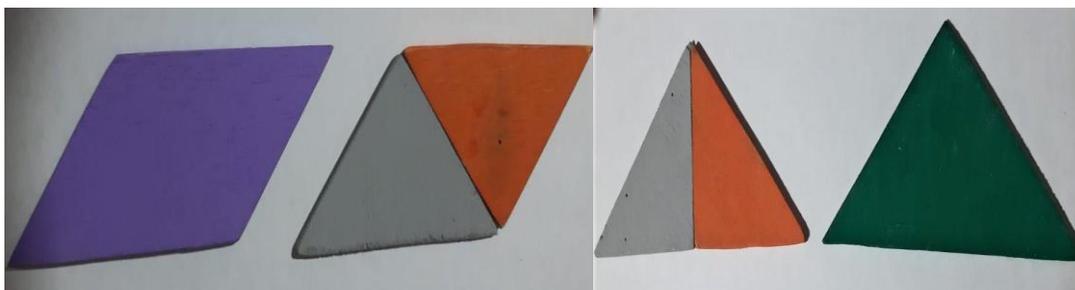
Imagen 11. *Diferentes representaciones de un cuadrado y un triángulo*



Fuente: Autoría propia.

- El triángulo mediano tiene la misma área que el paralelogramo.

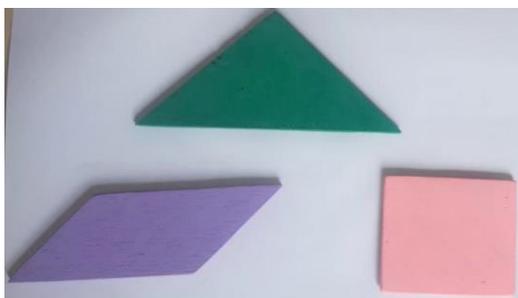
Imagen 12. *Diferentes representaciones de un paralelogramo y un triángulo*



Fuente: Autoría propia.

En efecto se podría decir que el cuadrado, el triángulo mediano y el paralelogramo tienen igualdad de área en cuanto a su superficie, a pesar de que no tiene la misma forma, esto porque las tres figuras geométricas mencionadas se pueden formar a partir de los dos triángulos más pequeños.

Imagen 13. *Figuras del tangram*



Fuente: Autoría propia.

Esta actividad dará paso a deducir otros posibles resultados por parte de la creatividad e ingenio de los participantes.

Actividad 2: explorando el concepto de cuadrado.

En esta actividad se explorará el concepto de cuadrado para ello se propondrá una actividad, a través de la siguiente pregunta:

¿De cuántas maneras puedo formar un cuadrado?

Se pretende que los participantes experimenten que un cuadrado se puede formar con dos o más fichas.

- Caso trivial, una ficha.

Imagen 14. *Figura del tangram*



Fuente: Autoría propia.

- Con dos fichas, se puede formar con los dos triángulos pequeños y con los triángulos más grandes.

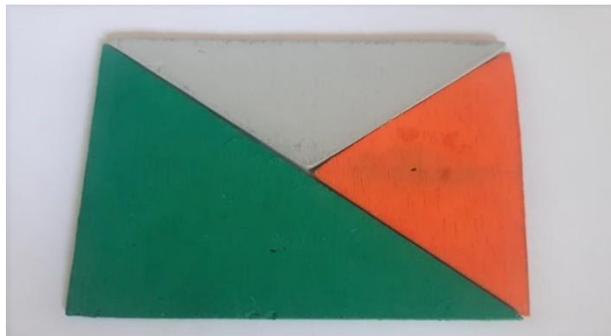
Imagen 15. *Representaciones del cuadrado*



Fuente: Autoría propia.

- Con tres fichas, (una forma posible).

Imagen 16. *Representaciones del cuadrado*



Fuente: Autoría propia.

- Con cuatro fichas, (tres formas posibles).

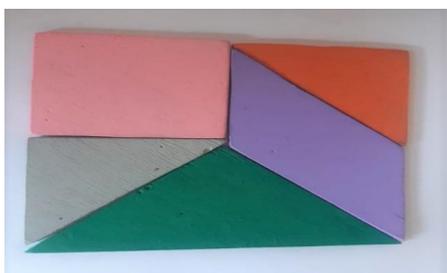
Imagen 17. *Representaciones del cuadrado*



Fuente: Autoría propia.

- Con cinco fichas, (una forma).

Imagen 18. *Representaciones del cuadrado*



Fuente: Autoría propia.

Y por último se propondrá el reto de formar un cuadrado con las siete fichas. Esta parte de la actividad pondrá en juego la destreza por acomodar y reacomodar las figuras que componen el cuadrado.

Imagen 19. *Armando el tangram*



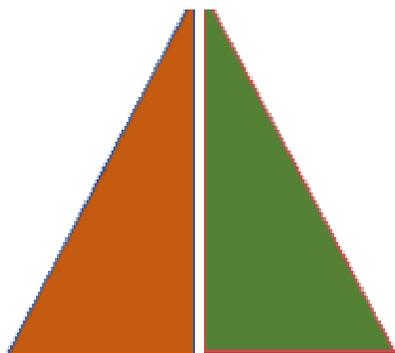
Fuente: Tiching.com

A veces no resulta fácil armar el cuadrado, para esto se darán unas pequeñas pistas como:

Primera pista:

- Con los dos triángulos grandes se construye la mitad del cuadrado. Con esta pista ya estará hecho la mitad del reto.

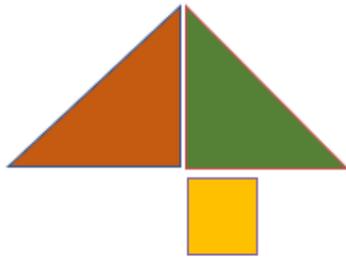
Figura 2. *Armando el tangram*



Fuente: Autoría propia.

- En un caso dado en que se presente mucha dificultad en armar el resto del cuadrado, se dará una segunda y última pista, que será la siguiente; el cuadrado más pequeño va a un costado de los dos triángulos grandes.

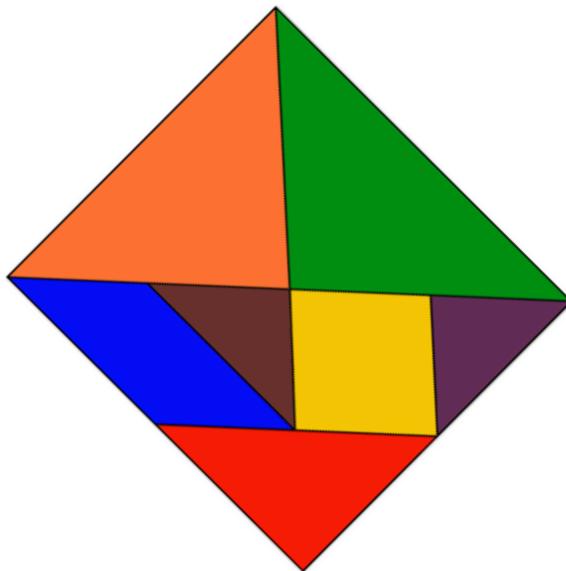
Figura 3. *Armando el tangram*



Fuente: Autoría propia.

Luego de utilizar una o ambas pistas seguramente será una ayuda suficiente para que los participantes logren terminar el reto, el cual se espera que tenga el siguiente posicionamiento de las siete fichas.

Imagen 20. *Armando el tangram*



Fuente: Pinterest.com

Luego de cumplir el reto de construir un cuadrado de diferentes formas se les preguntará sobre qué características han podido notar de la figura geométrica trabajada, en tal caso esperamos a través de sus respuestas dar con una definición cercana sobre el cuadrado (es una figura geométrica que tiene cuatro lados iguales y posee cuatro ángulos internos rectos).

El cuadrado formado con las siete fichas en consecuencia se conoce como “El Tangram Chino”, y se finalizará la sesión divulgando al público presente sobre el origen y su historia.

¿Qué es un tangram?

El tangram es un *puzzle* o rompecabezas formado por un conjunto de piezas de formas poligonales que se obtienen al fraccionar una figura plana y que pueden acoplarse de diferentes maneras para construir diferentes figuras geométricas.

Las figuras que se obtienen con el tangram estarán siempre formadas por todas las piezas, en las que se disecciona la figura plana que la origina, por tanto, las figuras geométricas que se obtienen podrán ser siempre distintas, pero tendrán la misma área.

El tangram es de origen chino y su gran popularidad en Europa y en Los Estados Unidos surgió a partir del siglo XIX; esta fue creciendo con el tiempo debido a su carácter lúdico y educativo, de forma que en la actualidad existen numerosos juegos y juguetes infantiles basados en el tangram.

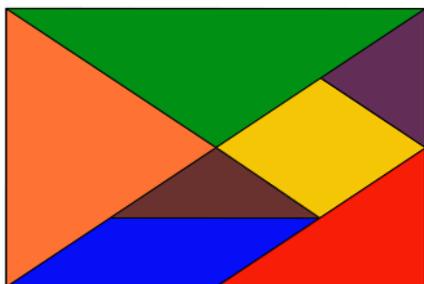
El tangram chino.

El tangram es un juego chino muy antiguo llamado “*Chi Chiao Pan*” que significa “juego de los siete elementos” o “tabla de la sabiduría”.

Existen varias versiones sobre el origen de la palabra tangram, una de las más aceptadas es que la palabra la inventó un inglés uniendo el vocablo cantones “*tang*” que significa chino con el vocablo latino “*gram*” que significa escrito o gráfico.

Otra versión narra que el origen del juego se remonta a los años 618 a 907 de nuestra era, época donde reinó la dinastía Tang de donde se deriva su nombre.

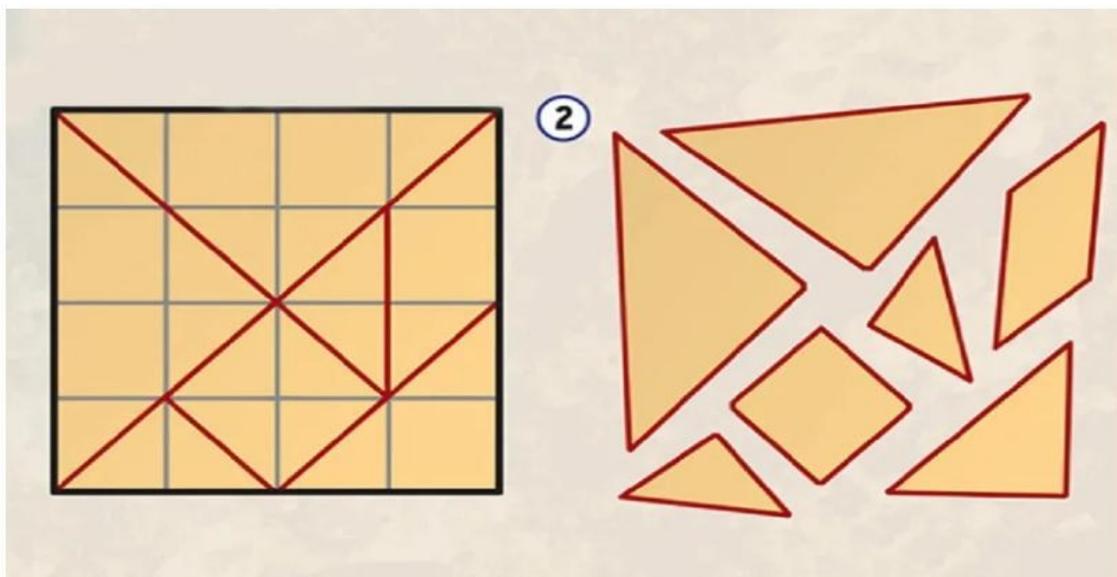
Imagen 21. *El tangram*



Fuente: Pinterest.com

El tangram clásico está formado por siete figuras geométricas llamadas tang, las cuales se obtienen de seccionar un cuadrado de modo que se produzcan dos triángulos grandes, un triángulo mediano, dos triángulos pequeños, un cuadrado y un paralelogramo.

Imagen 22. *Figuras que componen el tangram*



Fuente: <https://youtu.be/dhtF7dn2KOk>

Se ha querido vincular en este trabajo el uso del Tangram puesto que permite abarcar conceptos matemáticos de manera lúdica. Aprender a usar este implemento genera que los participantes no solo aprendan matemáticas, sino que afiancen su creatividad e imaginación generando motivación por descubrir cosas nuevas. Además, es un excelente material para encontrarle sentido a las figuras planas que se trabajan asociándolas a imágenes visuales y manipulativas cómo lo expone Cuadrado (2010) "El tangram es un estímulo para la creatividad y la motivación del alumnado y se utiliza en el área de conocimiento de matemáticas para introducir conceptos de geometría, y para promover el desarrollo de capacidades intelectuales y psicomotrices"

"Además, el tangram sirve para introducir conceptos geométricos, desarrollar las habilidades mentales, mejorar la ubicación espacial, contextualizar sobre las fracciones y las operaciones entre ellas. "(Cuadrado, 2010) siendo éstas unas aptitudes básicas para abarcar conceptos matemáticos más complejos y que muchas veces generan problemáticas en el aprendizaje de matemáticas generando temor y apatía por esta área de aprendizaje.

Este rompecabezas aporta beneficios importantes en el proceso de aprendizaje de los estudiantes ya que el Tangram desarrolla la habilidad de distinguir dimensiones y contornos de una figura geométrica concreta, como también la longitud y noción de área que se da por la manipulación y visualización de dichos objetos, lo que conlleva a estimular la memoria, pues la observación durante un determinado tiempo de un modelo y su reproducción o construcción de manera exacta, estimula la memoria visual que una es una habilidad importante en el desarrollo de procesos de lectura y escritura muy necesarios para abordar el pensamiento matemático en la resolución de problemas matemáticos.

También se potencia de manera importante el desarrollo de las nociones espaciales, como los conceptos de arriba, abajo, derecha e izquierda, esenciales en la ubicación y reconocimiento del espacio en diferentes contextos, esto se da gracias a la realización de movimientos y reacomodación de las diferentes fichas al desarrollar una determinada actividad. Además, mejora la percepción, es decir la capacidad de interpretar y comprender los estímulos que recibimos a través de los sentidos.

Segunda sesión.

En esta sesión exploramos el concepto de triángulo, paralelogramo, relación de áreas y un acercamiento a números fraccionarios impropios.

Actividad 1: Explorando el concepto de triángulo.

Cada participante dispondrá de las siete fichas del tangram, y se propondrá el ejercicio de encontrar todas las posibles formas de construir un triángulo. Aquí se hará un debido acompañamiento en el ejercicio, donde se pretende fortalecer el pensamiento intuitivo y geométrico. A continuación, algunos ejemplos:

- Triángulo con dos fichas, se puede formar un triángulo con dos triángulos pequeños y dos triángulos grandes.

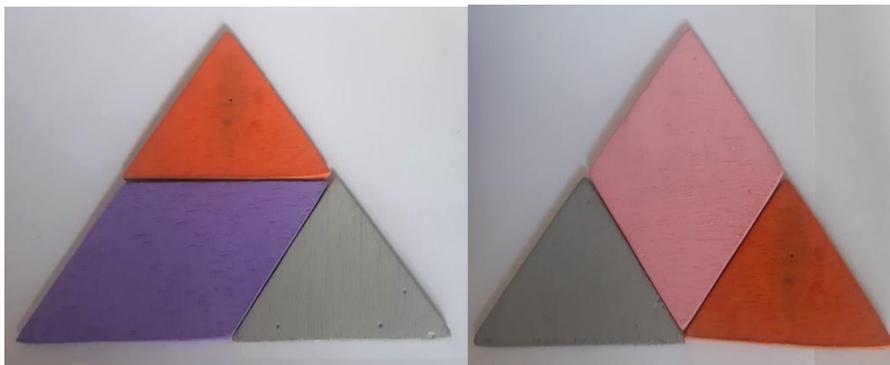
Imagen 23. *Representaciones del triángulo*



Fuente: Autoría propia.

- Con tres fichas, (dos formas).

Imagen 24. *Representaciones del triángulo*



Fuente: Autoría propia.

- Con cuatro fichas.

Imagen 25. *Representaciones del triángulo*



Fuente: Autoría propia.

- Con cinco fichas.

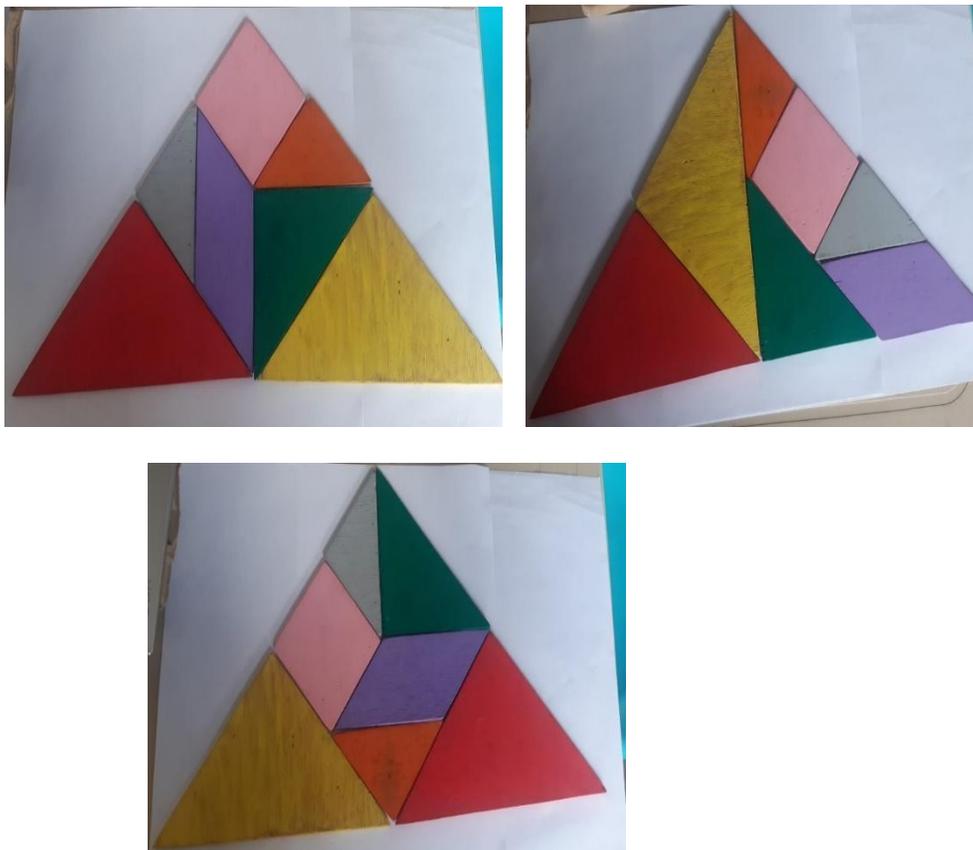
Imagen 26. *Representaciones del triángulo*



Fuente: Autoría propia.

- Con siete fichas (tres formas).

Imagen 27. *Representaciones del triángulo*



Fuente: Autoría propia.

A través, del trabajo realizado por los participantes y sus observaciones hechas sobre la figura geométrica trabajada, se pretende llegar a una definición como la siguiente:

El triángulo: Es un polígono conformado por tres lados, así como por tres vértices y tres ángulos internos.

Se explicarán los conceptos desconocidos por los participantes, que están implícitos en dicha definición. Como por ejemplo la noción de polígonos entre otros.

El polígono: Es una figura geométrica plana formada por una serie finita de segmentos consecutivos no colineales que constituyen un espacio cerrado.

Actividad 2: Explorando el concepto de paralelogramo.

Trabajaremos el concepto de paralelogramo siguiendo la misma las ideas que se realizaron con la anterior actividad. Para ello se propondrá construir el paralelogramo de todas las formas que sean posibles. A continuación, unos ejemplos ilustrativos:

Construcción con dos fichas, (dos posibles maneras).

Imagen 28. Representaciones del paralelogramo



Fuente: Autoría propia.

Construcción con tres fichas, (tres posibles maneras).

Imagen 29. Representaciones del paralelogramo



Fuente: Autoría propia.

Construcción con cuatro fichas, (tres posibles maneras).

Imagen 30. *Representaciones del paralelogramo*



Fuente: Autoría propia.

Construcción con siete fichas.

Imagen 31. *Representaciones del paralelogramo*



Fuente: Autoría propia.

A través, del trabajo realizado por los participantes y sus observaciones hechas sobre la figura geométrica trabajada, se pretende llegar a una definición como la siguiente:

Paralelogramo: es un cuadrilátero cuyos pares de lados opuestos son iguales y paralelos dos a dos.

A través de la manipulación del material concreto y la reconstrucción de las figuras geométricas propuestas y presentes en el Tangram, se reforzará el reconocimiento y exploración de conceptos geométricos, que a través del juego se conecta con una realidad plausible y didáctica.

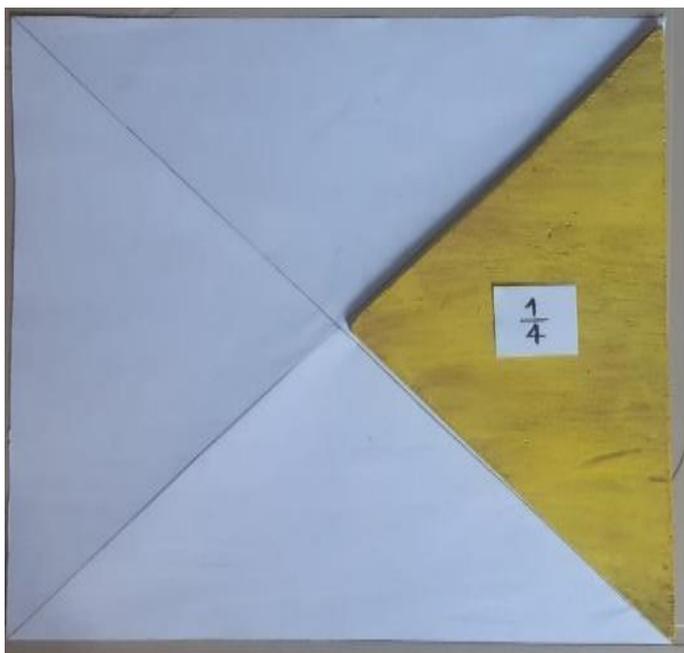
Actividad 3: Descubramos la relación que hay entre las áreas de las figuras que componen el Tangram.

En esta actividad trabajaremos la relación existente entre las áreas que hay entre las figuras geométricas y también considerando el tangram completo como la unidad de medida, relacionando con las áreas de las otras figuras.

En el ejercicio de establecer las relaciones de áreas entre las siete figuras disponibles, nos ayudaremos de los colores que tiene cada una como, por ejemplo:

- El área del triángulo más grande representa una cuarta parte del Tangram. Para su visualización y comprobación nos ayudaremos con los dobleces de un cuadrado de papel que es igual al cuadrado del Tangram.

Imagen 32. Proporción de un triángulo en el tangram



Fuente: Autoría propia.

- El área del triángulo mediano representa una octava parte del área del Tangram.

Imagen 33. *Proporción de un triángulo en el tangram*



Fuente: Autoría propia.

- El área del triángulo pequeño representa una dieciseisava parte del área del Tangram.

Imagen 34. *Proporción de un triángulo en el tangram*



Fuente: Autoría propia.

- El cuadrado y el paralelogramo también representan un octavo del área del Tangram.

Imagen 35. *Proporción de un cuadrado y paralelogramo en el tangram*

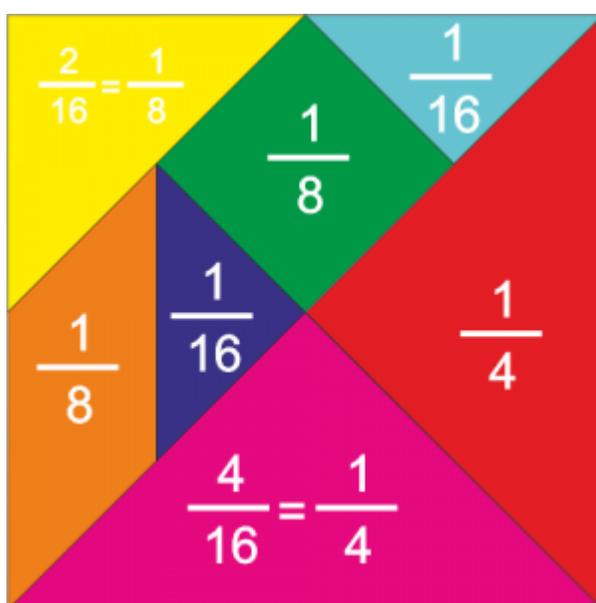


Fuente: Autoría propia.

En este ejercicio se trabaja de manera muy general el concepto de números fraccionarios impropios o menores que la unidad (son aquellas fracciones cuyo numerador es menor que el denominador).

Las áreas correspondientes con respecto al Tangram, tienen la siguiente imagen ilustrativa.

Imagen 36. *Proporción de las figuras en el tangram*



Fuente: matematicasdivertidas.es

Tercera sesión: Pongamos a prueba nuestra creatividad construyendo figuras de la realidad que nos rodea.

Esta sesión tiene como propósito despertar la creatividad, el ingenio y el razonamiento intuitivo como también el pensamiento geométrico a través de la recreación de figuras presentadas y de las figuras que los participantes puedan representar.

Actividad 1: jugando con el tangram.

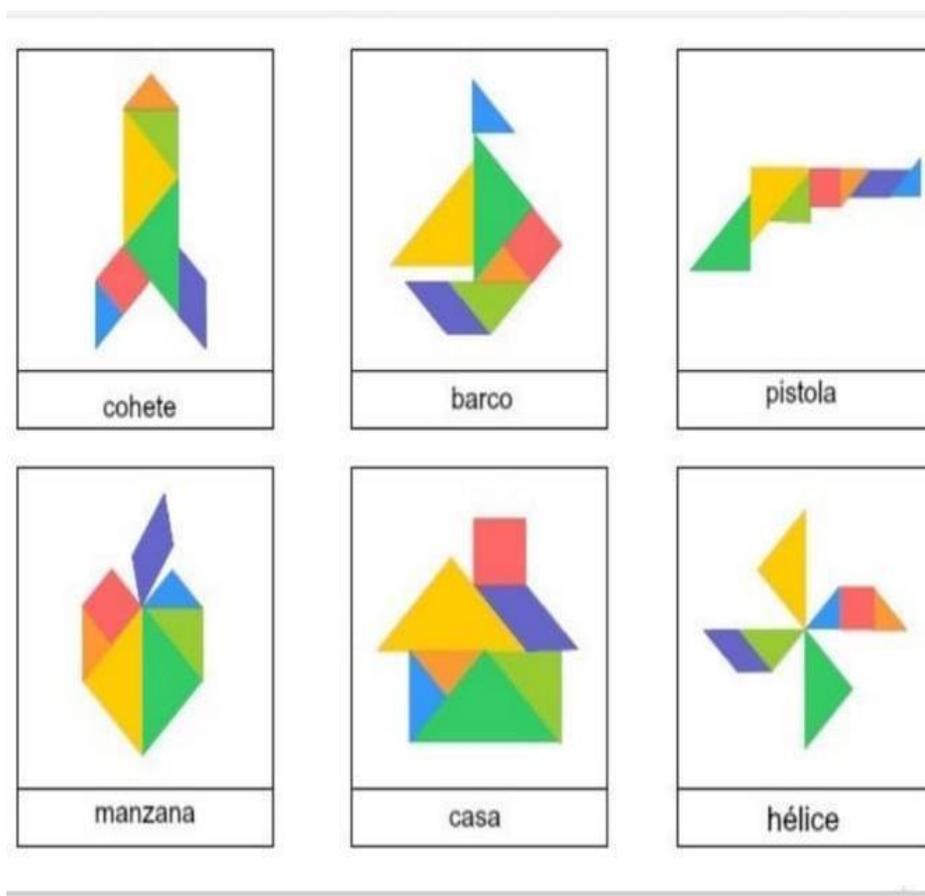
Se establecerán las dos reglas del juego del Tangram que son las siguientes:

- Al armar una figura se tendrán que utilizar obligatoriamente las siete fichas.
- No se permitirán sobreponer las fichas, es decir no se pueden colocar una ficha encima de otra.

Además de construir las figuras propuestas, trabajaremos la noción de perímetro, para ello se le pedirá a cada participante que con ayuda de una regla mida el contorno de la figura que realizaron.

A continuación, se mostrarán algunas figuras que se pueden construir con el tangram, para que cada participante las visualice y las arme con su propia destreza mental y motriz.

Imagen 37. Figuras con el tangram

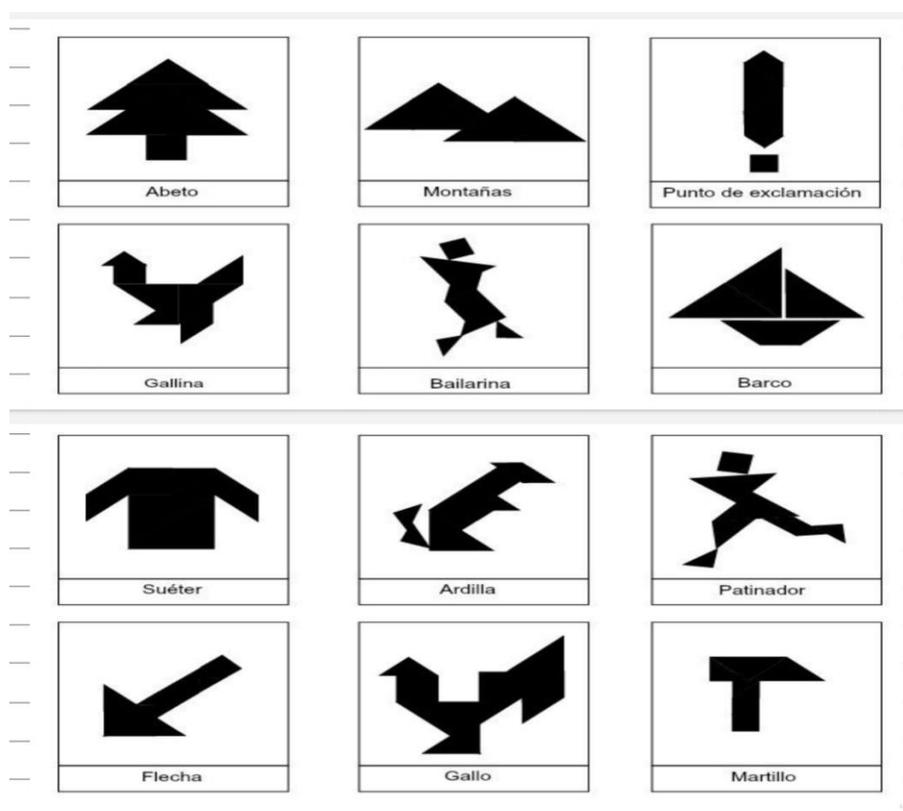


Fuente: scribd.com

Actividad 2

En este segundo nivel del reto, se pondrá a prueba al máximo su creatividad, razonamiento lógico y geométrico, ya que solo se entregarán hojas impresas con formas de cosas sombreadas donde no se lograrán distinguir las figuras que la componen ni mucho menos su posición y orden. A continuación, un ejemplo de la actividad.

Imagen 38. Figuras con el tangram



Fuente: Pinterest.com

Actividad 3: Creación de figuras.

Se les propondrá a los participantes que hagan una representación de un objeto o cosa que conozcan de su entorno cotidiano a través de las fichas del Tangram. Esto con el fin de poner a prueba una vez más su creatividad, ingenio y pensamiento geométrico e inductivo. Los anteriores

retos le habrán servido como una posible ruta de representación, se valorará toda posible construcción, ya que la idea es que exploren y se diviertan a través de sus creaciones artísticas.

4.3 Aprendiendo con los cubos de soma

Propósito: Con este taller se pretende estudiar de forma superficial algunos conceptos geométricos como poliedros, cubos, caras, aristas y vértices, mediante la organización y construcción de diferentes figuras usando las 7 piezas del cubo de soma. Así mismo se potenciará otros aspectos de desarrollo cognitivo como el pensamiento geométrico espacial, razonamiento intuitivo, la creatividad entre otros.

¿Qué es un cubo de soma?

El Cubo Soma es un rompecabezas en tres dimensiones, construido en 1936, por el danés Piet Hein¹. El cubo fue comercializado en los EE.UU. durante varios años por el fabricante de juegos Parker Brothers. Durante 1970 Parker Brothers produjo un conjunto de piezas de plástico del Cubo Soma en varios colores azul, rojo, y naranja, y afirmaban que había 1,105,920 soluciones posibles incluyendo rotaciones y reflexiones para cada solución, así como rotaciones de las piezas individuales. Desde 2016 ThinkFun vende el rompecabezas como un juego de lógica bajo el nombre de Block by Block (Bloque por Bloque).

El cubo de soma está conformado por 27 cubos de igual tamaño, agrupados en 7 piezas, denominadas policubos irregulares. Cada pieza es un poliedro cóncavo; 6 de ellas, llamadas tetracubos, están formadas, cada una, por 4 cubos, y la otra pieza, el tricubo, está formada por 3

¹ Piet Hein fue un científico, matemático, inventor, y autor, nació en 1905 en Copenhague, Dinamarca, y murió en 1996.

cubos. De este juego, es interesante conocer y experimentar todas las formas de armar el cubo con las 7 piezas del rompecabezas.

" Según Villarroel y Sgreccia (2011), los objetivos didácticos de este juego son: 1. El estudiante realiza un trabajo manual y creativo. 2. Soluciona problemas matemáticos al construir diferentes formas irregulares dadas. 3. El juego de 3D: ensamblar un cubo con todas sus variantes posibles. Realización de reglas para posibles soluciones. 4. Invención de otras formas." (García, 2014) en este sentido con la manipulación de las piezas del cubo de soma es posible abarcar conceptos matemáticos cómo el volumen de figuras tridimensionales de manera práctica, además, se afianza la creatividad de quienes juegan con estos lo cual es necesario para afrontar conceptos matemáticos más formales y la tarea de solucionar problemas.

Imagen 39. Figuras que componen los cubos de soma



Fuente: Pinterest.com

Materiales requeridos.

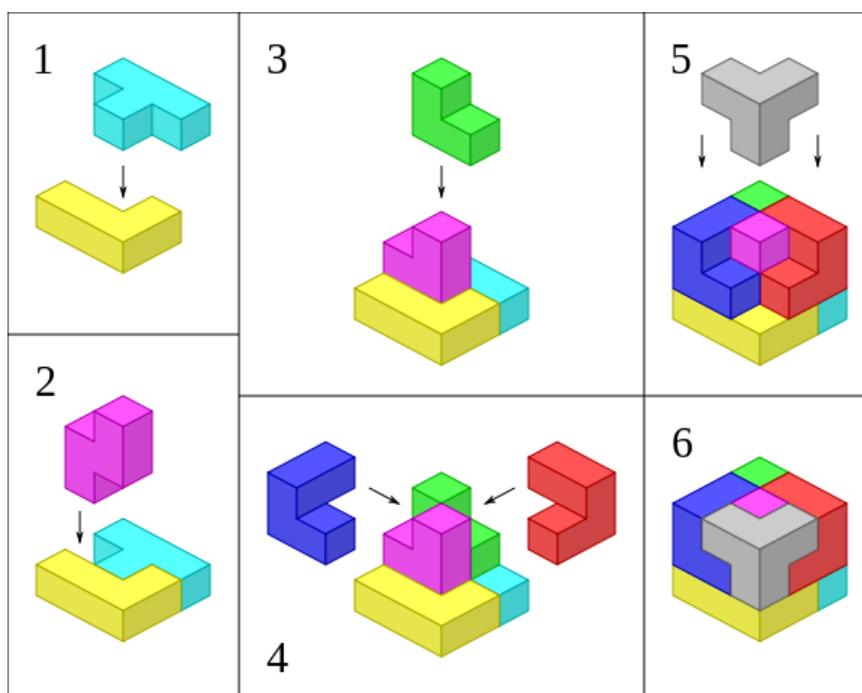
- Cubos de soma.
- Mesas, asientos.
- Sala comunal.
- Recursos de sonido.

Actividad 1: Armandó el cubo.

Esta actividad consiste en caracterizar cada pieza del rompecabezas y proceder a armar un cubo, existen muchas formas de armar dicho cubo, por lo cual se le dejará a disposición de cada participante las posibles formas por las que puedan cumplir el reto propuesto. Aquí se dará paso al ensayo y error para encontrar una posible estrategia para armar el cubo de 3x3.

A continuación, una forma sencilla de armar el cubo de soma.

Imagen 40. Armandó el cubo de soma



Fuente: Wikipedia.org

Se ha podido comprobar que se puede armar de 240 maneras diferentes, aunque Pablo Milrud ha calculado que este número puede llegar hasta 358 formas posibles. Por tanto, se le puede incitar al público a armar el cubo de varias formas.

Actividad 2: Identifiquemos elementos geométricos y divirtámonos construyendo figuras.

En esta actividad jugamos a construir diversas figuras tridimensionales que puedan representar cosas, animales u objetos, como también las figuras que puedan representar alguna cosa conocida o que pueda tener un cierto significado para el participante, se hará un debido acompañamiento en la construcción y despejando cualquier inquietud o dificultad que se le presente.

Se propondrá las siguientes figuras.

Imagen 41. Figuras con el cubo de soma



Fuente: Pinterest.com

Se le entregará una hoja impresa donde estarán plasmadas las figuras ya presentadas, Cada participante elegirá a su gusto una figura que desee representar, en este proceso se prestará atención en las dificultades que se puedan presentar en su desarrollo, la persistencia y la creatividad serán factores claves. También se incluirá el reconocimiento de elementos geométricos como; la noción de poliedro, aristas, caras, vértices y cubo.

Poliedro: se llama poliedro a todo cuerpo acotado, limitado por un número finito de superficies planas.

Caras: son las superficies planas que forman el poliedro, las cuales se interceptan entre sí.

Aristas: son los segmentos formados por la intersección de dos caras.

Vértices: son los puntos donde se interceptan tres o más aristas.

Luego de precisar los conceptos geométricos mencionados se les hará la siguiente pregunta con el propósito de afianzar dichos conceptos.

¿cuántas caras, aristas y vértices tienen las figuras que construiste?

El desarrollo de dicha actividad tiene implícito el fortalecimiento de habilidades como razonamiento intuitivo, inteligencia espacial, memoria visual, creatividad e imaginación, flexibilidad y adaptación, psicomotricidad, atención, percepción y control de emociones (persistencia).

4.4 Jugando con los números enteros y descenso al cero.

Propósito: Con esta actividad se busca estimular en niños, jóvenes y adultos, el buen manejo y desarrollo de tres operaciones aritméticas fundamentales, que son de gran utilidad en prácticas que se llevan a cabo en la sociedad como, por ejemplo: establecer un negocio, comprar y vender productos en cualquier establecimiento comercial, administrar finanzas personales, entre otras. Así pues, la metodología de esta actividad se centra en poner en práctica y aumentar

la agilidad en los participantes de operar números positivos y negativos, al mismo tiempo que se diviertan a través de la actividad “jugando con los enteros”, logrando de esta manera, introducirlos de forma divertida en el mundo de los números enteros y explorando las nociones de los conceptos referentes al conjunto de números enteros y suma, resta y multiplicación con elemento de este conjunto.

Esta actividad tiene el objetivo de explorar la noción de número entero a través del juego y reforzar la aplicación de operaciones aritméticas elementales como la suma, resta y multiplicación de los números enteros.

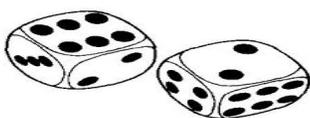
Materiales requeridos.

- Dados.
- Tabla de doce casillas de las tres operaciones elementales: suma, resta y multiplicación.
- Recta numérica entre el -36 y el 36.
- Tabla o plantilla para registro de datos.
- Lápiz y borrador

Actividad 1: Jugando con los Enteros.

Inicialmente se divide a los participantes de la actividad en varios grupos iguales los cuales se enfrentarán dos a dos. Cada equipo lanzará un dado para decidir el orden de lanzamiento y realización de operaciones, quién obtenga el número mayor será quien empiece el juego.

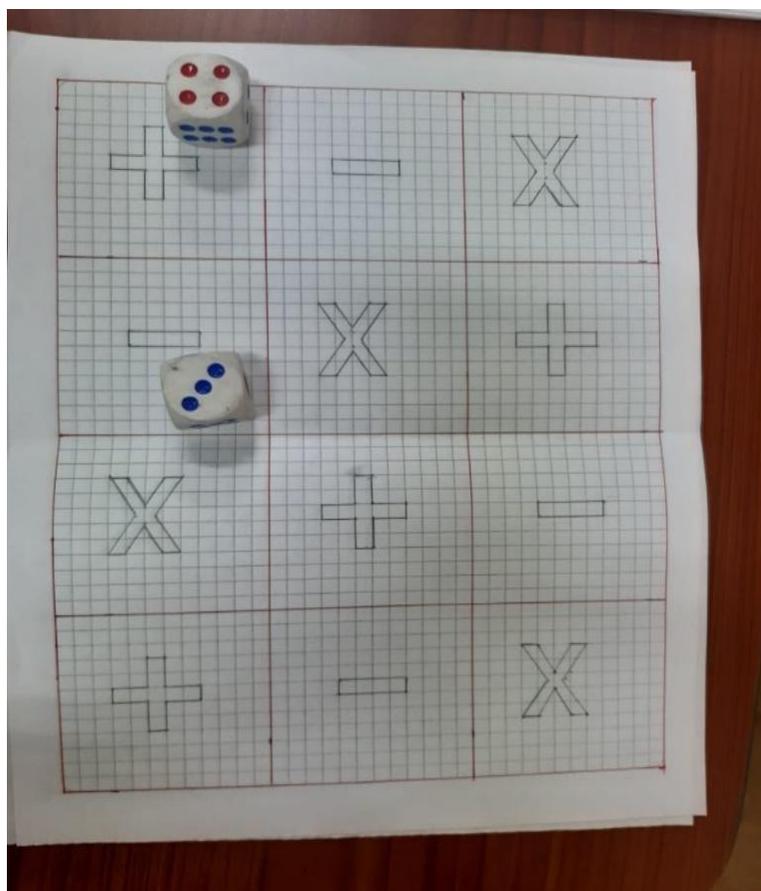
Imagen 42. Dados a usar



Fuente: ResearchGate

Cabe resaltar que los dados deben caer dentro de la tabla de 12 casillas, cada dado debe caer en una casilla que contiene un signo de suma, resta o multiplicación y el grupo deberá realizar la operación respectiva, por ejemplo; un dado cae en el signo + con el número 4 en su cara superior y el otro dado cae en el signo – con el número 3, luego la operación a realizar es $4-3$, esta operación será representada en la recta numérica ubicando el primer número que es 4 y se desplazará tres unidades a la izquierda obteniendo así el número 1 como resultado, este se registrará en la tabla de datos; también es posible realizar la operación $-3+4$, ubicando primero el número -3 en la recta numérica y desplazándose 4 unidades a la derecha obteniendo como resultado 1.

Imagen 44. *Juego de operaciones*



Fuente: Autoría propia.

Si un dado cae en la multiplicación con el número 3 y otro dado con el número 4 en la casilla con el signo +, la operación resultante es $3 \times (+4)$ o $+4 \times 3$, en la recta numérica se ubica cualquiera de los números por ejemplo en el primer caso; se ubica el número 3 y seguidamente se corren cuatro veces grupos de 3 unidades, y este dará como resultado el número 12, de igual manera se hará en el segundo caso.

(Cuando el signo obtenido al lanzar los dados es + el desplazamiento se realizará a la derecha y cuando el signo obtenido al lanzar los dados es - el desplazamiento se realizará a la izquierda. En el caso de la multiplicación cuando los dos signos obtenidos al lanzar los dados son iguales el desplazamiento se realiza hacia la derecha y cuando los dos signos obtenidos al lanzar los dados son diferentes, el desplazamiento se realiza hacia la izquierda)

Se realizarán 10 lanzamientos de dados y las operaciones se desarrollarán en la plantilla de registro de datos y al finalizar los 10 lanzamientos los directores del juego deberán revisar las operaciones realizadas por los participantes. Quienes tengan mayor número de operaciones correctas serán los ganadores.

Para este juego se debe tener en cuenta que no se permitirá el uso de celulares y calculadora ya que la idea es mostrar una manera empírica de resolver operaciones matemáticas.

Seguidamente, se realizará una actividad que tendrá una metodología parecida y que llamaremos quitándole todas sus fichas al compañero.

Está actividad consiste en quitarle todas sus fichas al compañero mediante operaciones matemáticas. Primero los participantes se organizarán en grupos de 4 personas y se ubicará sobre una mesa que tiene una recta numérica y dos dados. Cada participante recibirá 10 fichas numeradas del 1 al 10.

Imagen 45. *Fichas y dados.*



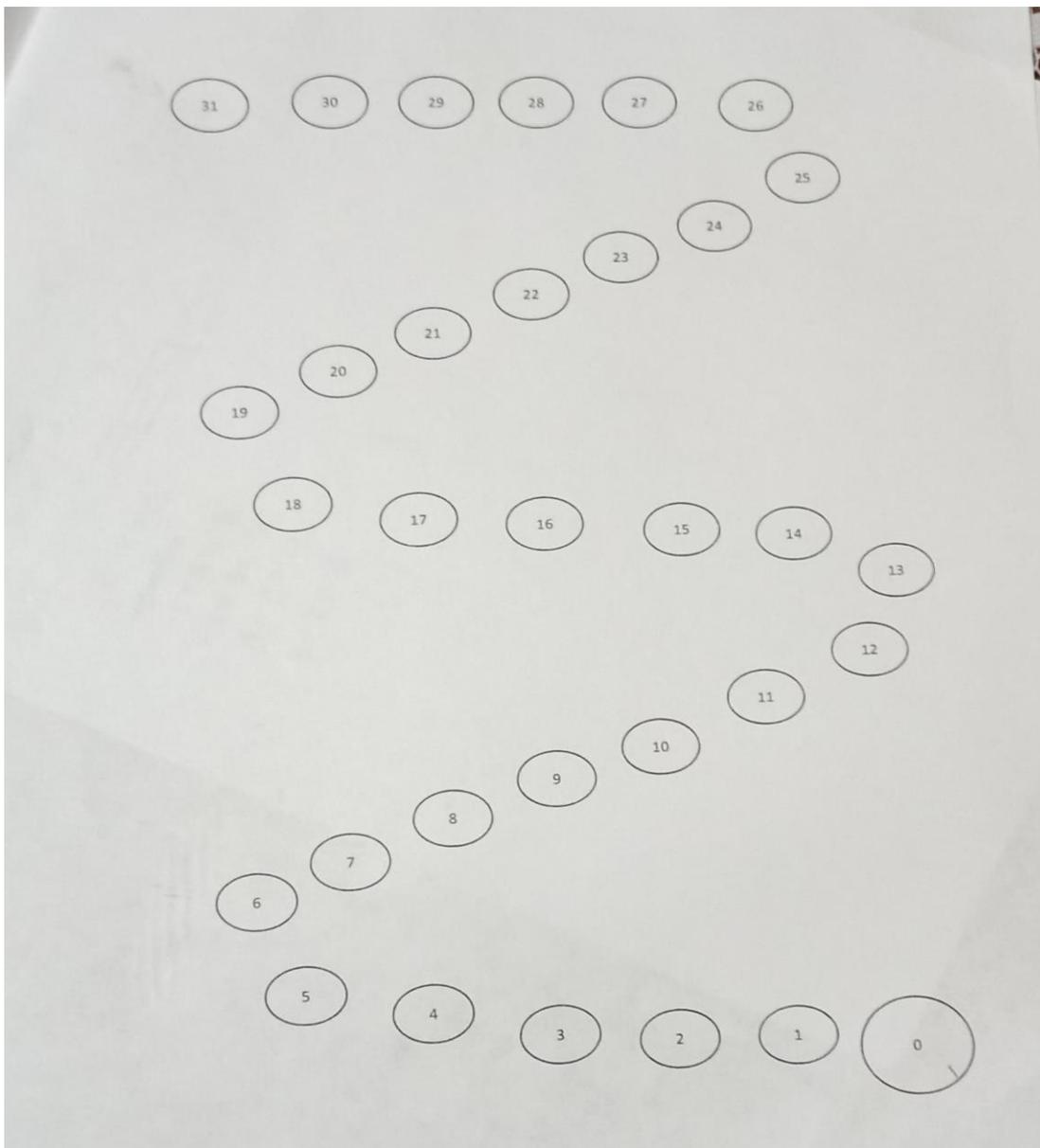
Fuente: Autoría propia.

Los participantes lanzarán dos dados obteniendo 2 números. Los participantes deben elegir qué operación realizar con estos números de manera que el resultado de la operación sea un número que tiene en las fichas de su contrincante. Es decir, si al lanzar los dados obtengo el 3 y el 2 puedo realizar $3+2=5$ o $3*2=6$ o $3-2=1$ dependiendo las fichas que tenga el contrincante se elige cuál de estas operaciones es la mejor, si se decide por la suma se le quita al contrincante la ficha 5, si se decide por la multiplicación se le quita al contrincante la ficha 6. Si el contrincante no tiene ninguna de estas fichas entonces se dice paso y será el contrincante quien ahora realice este proceso lanzando los dados. El primero que quede sin fichas en sus manos será el perdedor.

Actividad 2: Descenso al cero

Para esta actividad los participantes se organizarán en parejas a la cual se le entregará el siguiente esquema donde se presentan números del 31 al cero en orden descendente.

Imagen 46. *Descenso al cero*



Fuente: Autoría propia.

Con ayuda del lanzamiento de un dado se decidirá quién será el que comienza el juego.

El primero se ubicará en la casilla con el número 31 y se moverá solo una o dos casillas (esto a decisión del participante). Ahora el contrincante deberá hacer lo mismo, moverse una o dos casillas desde donde quedó su compañero. En cada movimiento realizado los participantes

deben anotar los números que tocaron y quién fue el ganador del juego. Esto se realizará tres o cuatro veces.

Por último, los participantes analizan los números que tienen anotados para descifrar alguna clave que ayude a siempre ser el ganador. La clave que ellos deben encontrar es que no importa si se mueve de primero o de segundo, el ganador será quien logre finalizar siguiendo una secuencia de múltiplos del 3.

4.5 Conociendo la geometría con el geoplano.

Propósito: La intención de este taller es explorar algunos conceptos geométricos a través del geoplano ortométrico y circular. Esto se logrará por medio de la manipulación de estos y el desarrollo de diferentes retos individuales y grupales, donde se trabajarán de manera lúdica y didáctica las nociones de área y perímetro de figuras, concepto y propiedades del círculo y la circunferencia

¿Qué es un geoplano?

El Geoplano fue inventado por Caleb Gattegno² en 1960, con el objetivo de permitir un mejor estudio de la geometría. Este artefacto consiste en un tablero cuadrado de madera en el cual están introducidos clavos a distancias deseadas por el usuario (1 cm, 2 cm, 1/2 cm) éstos deben sobresalir en la superficie de la madera unos 2 cm. El tamaño del tablero es variable y está determinado por un número de cuadrículas; éstas pueden variar desde 25 (5 x 5) cm hasta 100

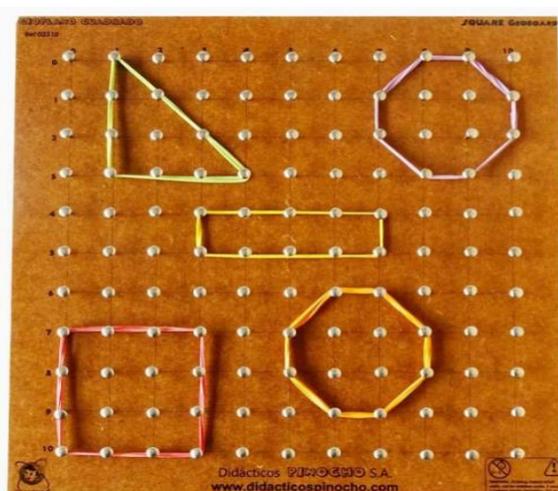
² Caleb Gattegno nació en 1911 y murió en 1988. Fue un educador matemático influyente y prolífico. Es mejor conocido por sus enfoques innovadores para enseñar y aprender matemáticas, idiomas extranjeros y lectura. También resaltó por presentar diversos inventos de materiales pedagógicos para aplicar cada uno de sus enfoques. Fue autor de más de 120 libros y varios artículos sobre temas de educación y desarrollo humano.

(10 x 10). Sobre esta base con clavos se colocan gomas elásticas o cauchos que se sujetan en los clavos formando las figuras geométricas que se desean estudiar.

"El geoplano es un recurso didáctico que nos sirve para introducir los conceptos geométricos de forma manipulativa. Con él no sólo podemos construir formas geométricas, sino descubrir las propiedades de los polígonos o incluso resolver problemas matemáticos, aprender sobre áreas, perímetros, es en definitiva un recurso imprescindible para aprender matemáticas"(Huerta, Rodríguez, Valle, 2021). Además, su manipulación puede ser tanto individual como colectiva permitiendo mayor interacción entre estudiantes, lo cual puede servir para generar en los estudiantes mayor claridad de conceptos geométricos.

“El Geoplano es un recurso didáctico, para la manipulación de conceptos geométricos, que, al ser manipulados por el estudiante, ya no son tan abstractos, sino son apropiados para resolver problemas de una forma activa” (Santos, 2013 citado por Hurtado, Ríos, 2018) lo cual permite mostrar conceptos matemáticos al alcance de cualquier persona que desee aprender, sin importar su edad o su nivel escolar.

Imagen 47. *Geoplano ortogonal*

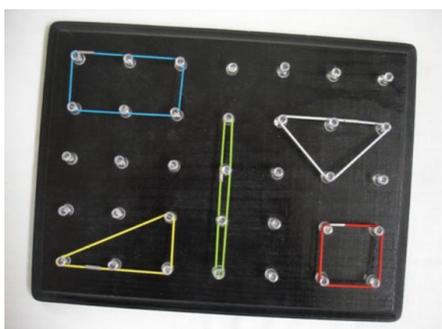


Fuente: Didácticos Pinocho

Existen varias clases de Geoplanos:

El Geoplano ortométrico o cuadrado: Los geoplanos más frecuentes en el mercado son los de 25 clavos y los de 36 clavos sin embargo también existen redes cuadriculadas de 9, 16, 25, 36, 49 y 121 clavos.

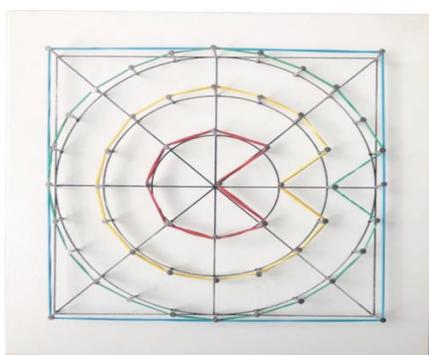
Imagen 48. *Geoplano ortogonal*



Fuente: Aprendiendomatematicas.com

El Geoplano Circular: Es una colección de puntos igualmente espaciados que forman una circunferencia, usualmente se componen de 24 pivotes; se coloca un pivote central, cuatro pivotes exteriores en las esquinas y el resto se ubican formando una circunferencia. Este permite construir polígonos regulares de 3 a 24 lados. También permite estudiar propiedades de los elementos de la circunferencia.

Imagen 49. *Geoplano circular*



Fuente: Pinterest.com

El Geoplano Isométrico: es de forma triangular, los pivotes son situados en vértices de triángulos equiláteros, la distancia entre cada punto es la misma.

Algunos modelos recientes presentan por una cara el Geoplano Isométrico y por la otra el Geoplano ortométrico. Para trabajar con ellos se usan gomas elásticas, lanas, cordones e hilo de plástico.

Imagen 50. *Geoplano isométrico*



Fuente: Kinuma.com

Materiales requeridos:

- Geoplanos.
- Rollos de lana.
- Mesas.
- Asientos.
- Sala comunal.
- Recursos de sonido.

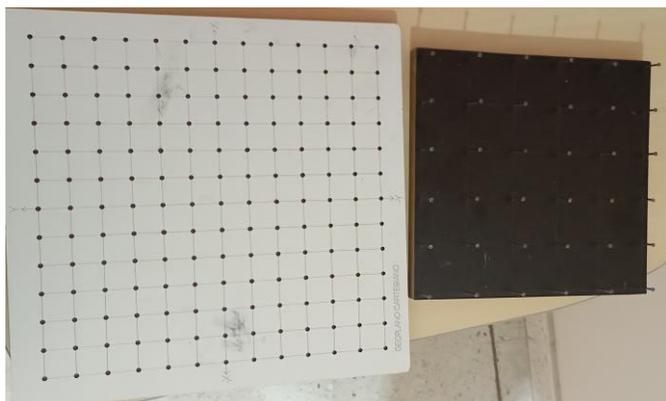
Desarrollo del taller.

Este taller se desarrollará en dos secciones.

Primera sección.

Esta actividad será de tipo exploratorio donde los participantes conocerán el geoplano ortométrico y además se trabajarán conceptos geométricos como el área y perímetro de figuras como el cuadrado, triángulo, paralelogramo, trapecio, rectángulo.

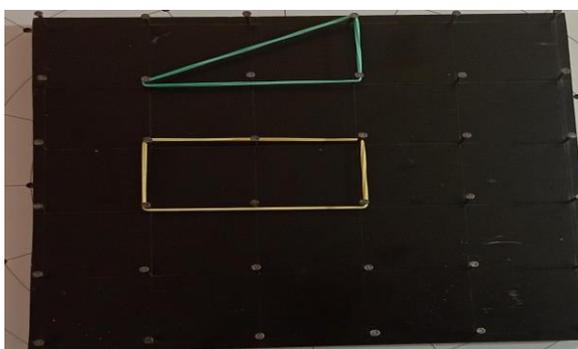
Imagen 51. *Geoplano*



Fuente: Autoría propia.

En esta sesión se pedirá a los participantes que con ayuda de gomas elásticas formen en el geoplano un cuadrado, un rectángulo, un triángulo, un trapecio, un paralelogramo.

Imagen 52. *Geoplano*



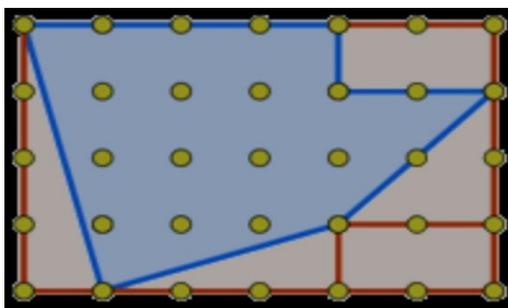
Fuente: Autoría propia.

Teniendo en cuenta que el perímetro de una figura geométrica es la suma de las medidas de los lados que componen la figura se pedirá a los participantes que con ayuda de los cuadrillos dibujados sobre la tabla que compone el geoplano se cuente cuántos cuadrillos componen las líneas limitantes de cada una de las figuras que se formaron y al número obtenido lo denominaremos el perímetro de las figuras.

Del mismo modo se tendrá en cuenta que el área de una figura geométrica es la medida del espacio que queda encerrado dentro de los contornos de la figura, por ello se pedirá a los participantes que miren cuántos cuadrillos se requieren para rellenar el interior de cada una de las figuras que se formaron; al número obtenido lo denominaremos el área de las figuras.

Es de resaltar que algunas figuras como el triángulo, el paralelogramo y el trapecio poseen en su interior cuadrados que no están ocupados por completo, lo cual hará difícil encontrar el área de la figura, por ello, se tomará el cuadrado y el rectángulo como referencia. En consecuencia, se hará necesario completar los triángulos y paralelogramos con gomas elásticas de manera que éstas se convirtieran en cuadrados o rectángulos. Para encontrar el área de estas figuras será necesario implementar algunas operaciones aritméticas ya que será necesario realizar algunas sumas y restas.

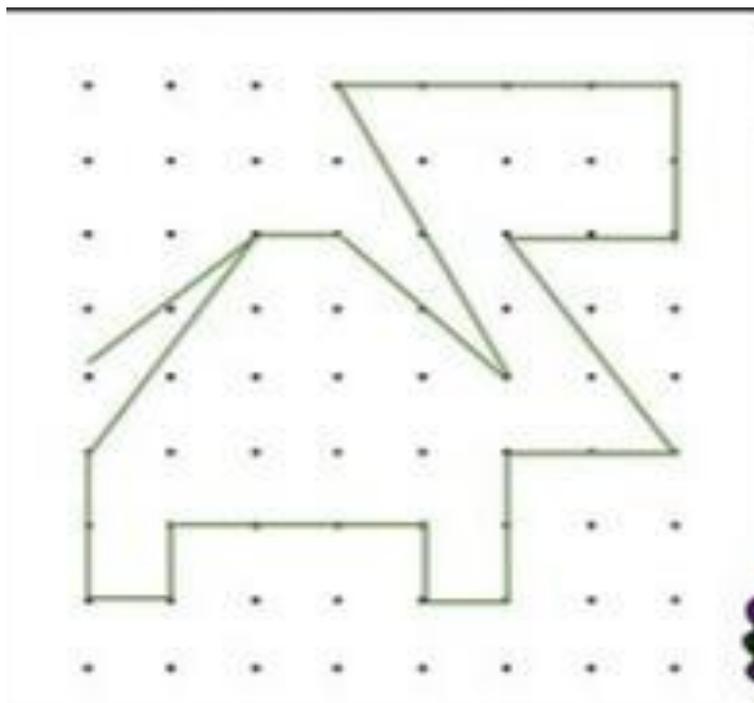
Imagen 53. *Figuras en el geoplano*



Fuente: Geogebra.es

Finalmente se subirá el nivel de complejidad a las figuras a las cuales se pretende encontrar su área y perímetro. Para esto se creará con ayuda de gomas elásticas un dinosaurio. Este dinosaurio estará compuesto por triángulos, trapecios, rombos y otras figuras geométricas ya conocidas. La intención de esta actividad es realizar operaciones aritméticas que permitan unir el perímetro o el área de cada una de las figuras que componen el dinosaurio para encontrar el perímetro y el área que tiene el dinosaurio.

Imagen 54. *Figuras en el geoplano*

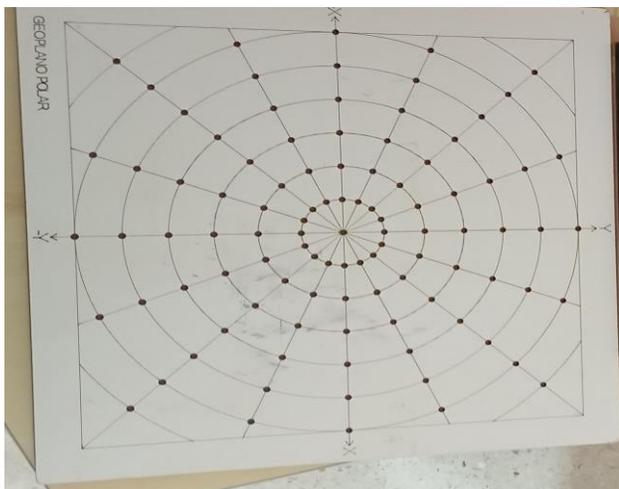


Fuente: Pinterest.com

Segunda sección.

Esta actividad será de tipo exploratorio donde los participantes conocerán el geoplano circular y además se trabajarán conceptos geométricos como la circunferencia y el círculo, la longitud de la circunferencia, algunas clases de ángulos y la representación de algunas fracciones

Imagen 55. Geoplano



Fuente: Autoría propia.

Actividad 1: Conociendo la circunferencia

Esta actividad permitirá conocer la circunferencia e identificar los elementos que la componen como son el arco, la cuerda, el radio y el diámetro.

En primer lugar, se expondrá a los asistentes que la circunferencia es una curva cerrada donde todos los puntos que la conforman están ubicados a la misma distancia de un punto llamado centro y además se mostrará por medio de un dibujo los elementos que componen a una circunferencia.

Imagen 56. Elementos de la circunferencia

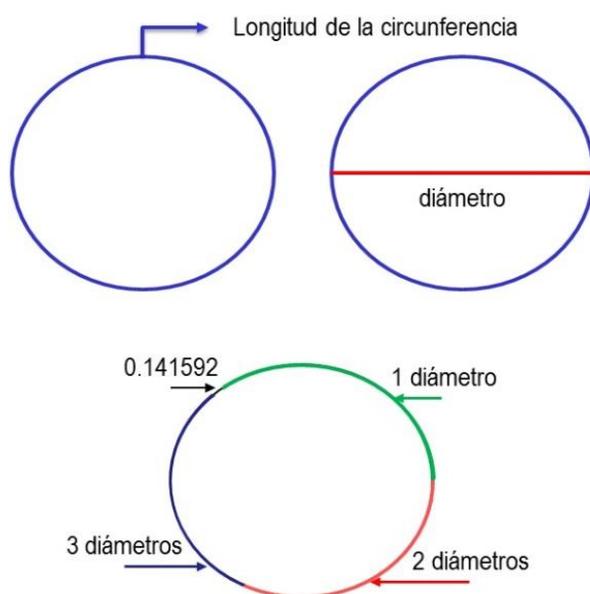


Fuente: Educarex.es

Habiendo estudiado esto, se pedirá a los participantes que recreen la imagen en su geoplano circular y también en hojas de papel. Esto permitirá que apropien estos elementos y además puedan estudiarlos de manera didáctica.

Actividad 2: Indagando la relación de la longitud de la circunferencia y la medida de su diámetro.

Imagen 57. Longitud de la circunferencia



Fuente: eparprojecten.nl

Con esta actividad se pretende conocer la relación que tiene la longitud de una circunferencia con su diámetro. La idea es permitir a los participantes descubrir una curiosidad que se esconde tras la relación del diámetro de una circunferencia y la longitud de esta misma. Para esto se pedirá a los participantes que en su geoplano circular formen una circunferencia grande, una mediana y una pequeña. Ahora, con la ayuda de un rollo de lana tomen la medida del

diámetro de cada una de las circunferencias formadas en el geoplano. Seguidamente se pedirá que cuenten cuántas veces cabe la medida del diámetro en la circunferencia respectiva.

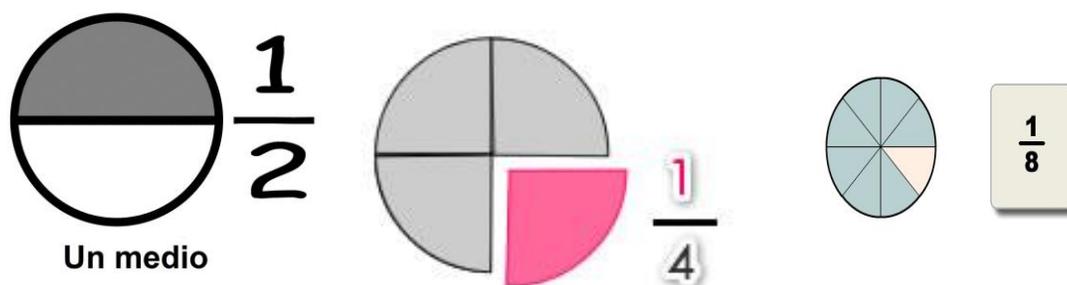
Lo que buscamos es que los participantes se den cuenta que cada que realicen este proceso, sin importar el tamaño de la circunferencia, obtendrán que la medida del diámetro cabe 3 veces y un pedacito en la circunferencia. Con esto indicaremos a los participantes que esto significa que la longitud de la circunferencia es el resultado de dividir la longitud de la circunferencia entre su diámetro. La curiosidad en ello es que el diámetro de una circunferencia sin importar la longitud de este cabe 3 veces y sobra un pedazo que equivale a un número decimal que al redondearlo sería 0.1416 en este sentido la longitud de una circunferencia dividida entre su diámetro será lo que se ha nombrado como el número Pi y que su valor real es 3.1416... en otras palabras el diámetro de una circunferencia cabe 3.1416 veces en la longitud de la misma.

Actividad 3: Conociendo cómo particionar un círculo.

Con esta actividad se quiere que los participantes conozcan el círculo, conocer algunas propiedades que tiene el círculo y además lo asocien con algunas particiones a las cuales llamaremos fracciones.

En primer lugar, se explicará a los participantes que el círculo es el espacio que se encuentra dentro de la línea limitante que llamamos circunferencia. En el mismo sentido se aclara que el término de fracción es entendido como una división o partición de un elemento en varias partes iguales. En este sentido se pedirá a los participantes construir una circunferencia en su geoplano y dividir el círculo delimitado por esa circunferencia en 2, 4 y 8 partes iguales de tal manera que éstas puedan ser asociadas a las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.

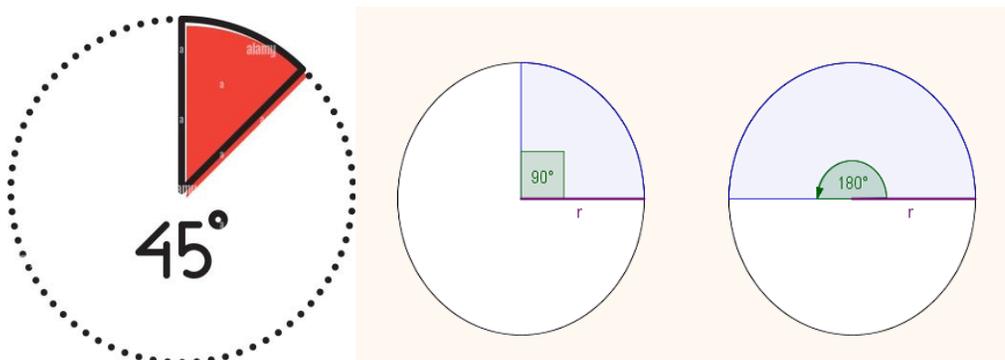
Imagen 58. Representación de fracciones



Fuente: slideshare.net

Por último, mostraremos a los participantes con la ayuda de gomas elásticas en el geoplano circular y usando nuevamente el círculo como se ven los ángulos más conocidos y usados en la geometría. Los participantes conocerán el ángulo de 180 grados, el ángulo de 90 grados y el ángulo de 45 grados resaltando que el ángulo de 90 grados es denominado ángulo recto.

Imagen 59. Representación de ángulos



Fuente: brainly.lat

4.6 Conociendo la geometría con los pentominós.

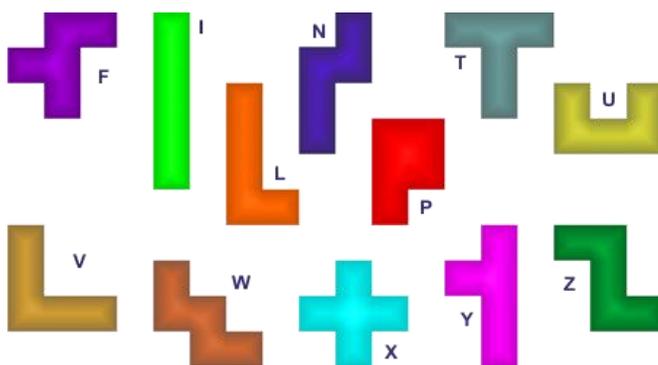
Propósito: Esta actividad será de tipo exploratorio donde los participantes conocerán los pentominós y la forma que tienen las fichas que los conforman. Se trabajarán conceptos geométricos como el área y perímetro de figuras regulares e irregulares, se buscará contar el

número de lados que conforman una figura y además se pondrá en juego la imaginación para crear figuras de la realidad como barcos, gatos y flamencos usando todas las fichas de los pentominós.

¿Qué son los pentominós?

Los pentominós fueron creados por Henry Ernest Dudeney³ en 1907. Los pentominós son 12 figuras compuestas por cinco cuadrados unidos por sus lados. Para facilitar la identificación de estas figuras se nombran con diferentes letras del abecedario teniendo en cuenta que la forma que poseen tiene semejanza con ciertas letras del abecedario.

Imagen 60. *Pentominós*



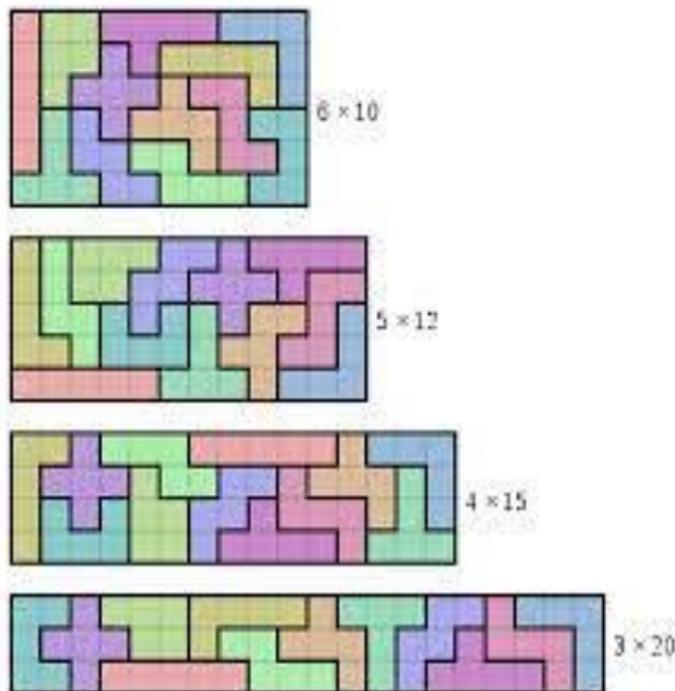
Fuente: geogebra.es

Los pentominós son usados para recrear algunas figuras geométricas, calcular fracciones, calcular áreas de rectángulos, establecer equivalencias entre áreas, sin embargo, su uso más frecuente es armar rectángulos de diferentes dimensiones usando las 12 fichas. Sólo es posible

³ Henry Ernest Dudeney fue un matemático inglés que nació en 1857 y murió en 1930. Es considerado el mayor creador de rompecabezas británico. La mayor parte de su producción está constituida por rompecabezas matemáticos. Fue creador de problemas de ajedrez y juegos de palabras.

construir rectángulos de dimensión 3 x 20, 4 x 15, 5 x 12, 6 x 10. El rectángulo más difícil de construir es el de 3x20 pues hasta el momento solo cuenta con 2 soluciones y el rectángulo más trabajable es el de dimensión 6 x 10 ya que cuenta con 2339 soluciones y fue resuelto por primera vez por John Fletcher en 1965.

Imagen 61. Cuadrado con pentominós



Fuente: Wikipedia.org

Materiales requeridos:

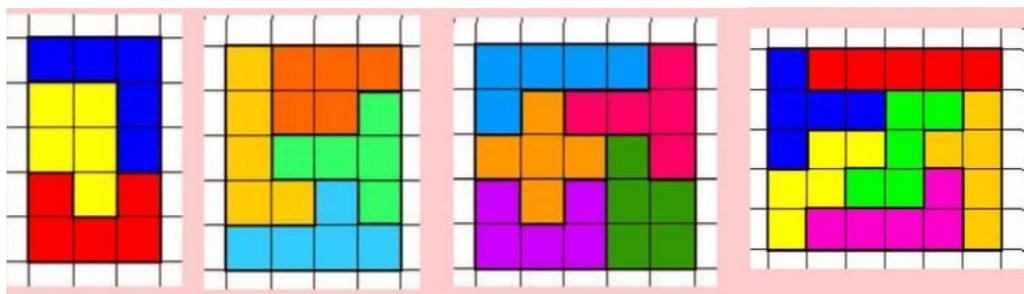
- Pentominós.
- Mesas.
- Asientos.
- Sala comunal.
- Recursos de sonido

Desarrollo del taller.

Actividad 1: Conociendo el área y perímetro del rectángulo usando los pentominós.

Inicialmente se pedirá a los participantes crear cuadros o rectángulos usando 3, 4, 5 y 6 fichas cualesquiera de pentominós.

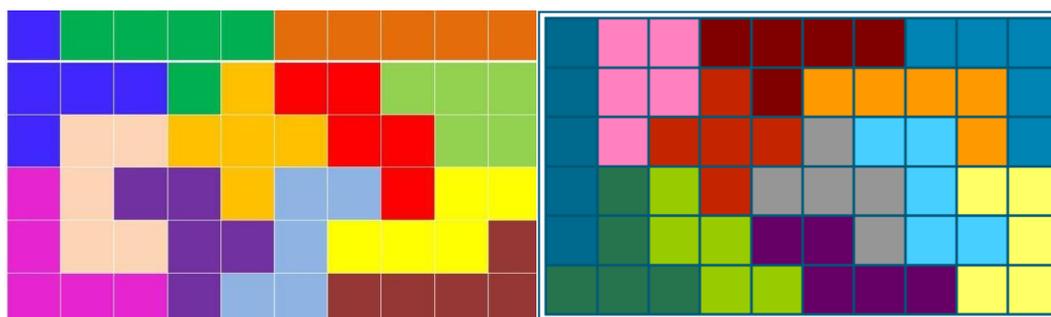
Imagen 62. Cuadrados con pentominós



Fuente: blogspot.com

Seguidamente para subirle el nivel de dificultad se pedirá llenar la plantilla en forma de rectángulo de 6*10 usando las 12 fichas del pentominó.

Imagen 63. Cuadrados con pentominós



Fuente: blogspot.com

En este momento se enseñará a los participantes a medir el perímetro del rectángulo que crearon. Esto se consigue contando cada cuadrado (dibujado en la plantilla) que conforma los lados del rectángulo. Del mismo modo se enseñará a los participantes a encontrar el área del rectángulo creado contando todos los cuadros (dibujados en la plantilla) que estaban dentro de

las líneas limitantes del rectángulo. Esto lo repetiremos con las diferentes figuras que se puedan formar con los pentominós.

Imagen 64. *Plantilla para pentominós*



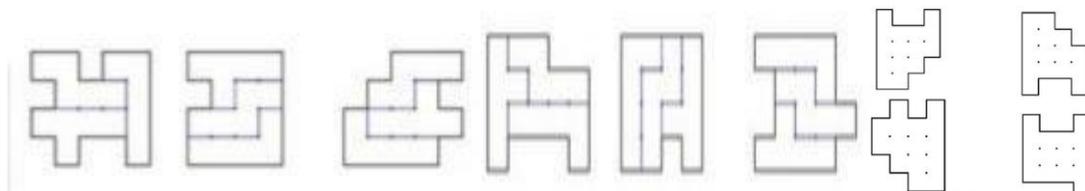
Fuente: Autoría propia.

Actividad 2: Conozcamos los polígonos irregulares.

Se indicará a los participantes que un polígono es una figura plana cerrada, que está compuesta por segmentos conectados de forma que delimiten o cierren una región, los polígonos pueden ser regulares los cuales tienen sus lados y sus ángulos internos de la misma medida, el triángulo equilátero y el cuadrado son ejemplos de polígonos regulares; sin embargo existen también los polígonos irregulares los cuales tienen sus lados y sus ángulos internos con diferentes medidas como el triángulo escaleno, pentágono irregular y hexágono irregular.

En este sentido se pedirá a los participantes crear algún polígono irregular usando algunos de los pentominós, sin ser necesario usarlos todos. Seguidamente se pedirá a ellos calcular el área y el perímetro de la figura creada. El mecanismo para calcular área y perímetro de estas figuras es el mismo usado anteriormente para el rectángulo.

Imagen 65. Figuras con pentominós

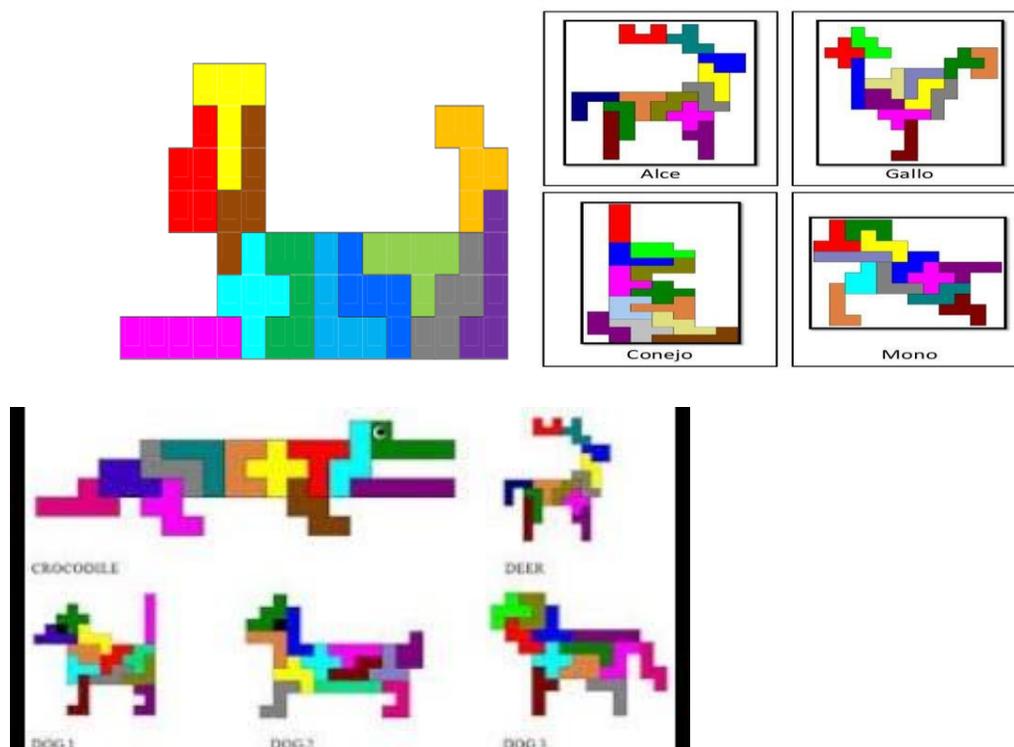


Fuente: blogspot.com

Actividad 3: Pongamos en juego la imaginación y la creatividad.

Por último, dando un momento de esparcimiento y permitiendo a los participantes salir de la rutina se pondrá a disposición de ellos unas copias con imágenes de la realidad que son posibles de recrear haciendo uso de los 12 pentominós. Serán permitidas algunas otras figuras que no estén en las copias y que los participantes tengan en mente.

Imagen 66. Figuras con pentominós



Fuente: freepik.es

4.7 Descubre la magia de la papiroflexia y su conexión con las matemáticas.

Propósito: La finalidad de este taller es explorar conceptos geométricos de manera lúdica y didáctica a través de la papiroflexia. Para ello, se utilizarán materiales concretos y llamativos, como el papel de colores cortado en cuadrados y módulos de papel. Durante las actividades, se trabajarán las nociones de cuadrados, triángulos, paralelogramos y polígonos regulares e irregulares, que se pueden representar mediante el doblado de papel. Además, se abordarán conceptos como poliedros, aristas, vértices y caras en la construcción de figuras tridimensionales. Todo esto permitirá a los participantes comprender los conceptos de una manera clara, precisa y práctica.

Materiales requeridos:

- Mesas.
- Asientos.
- Sala comunal.
- Recursos de sonido.
- Tablero y marcadores.
- Papel de colores recortado.
- Colores, lápiz, borrador, sacapuntas.
- Hojas de block y colores.

Este taller se desarrollará en dos sesiones de tres horas cada una.

¿Qué es la papiroflexia?

Podemos encontrar variadas definiciones al respecto, pero acudiendo a la más simple y precisa, tenemos que, “La papiroflexia es el arte de hacer figuras reconocibles utilizando papel plegado. Según la corriente más ortodoxa de la papiroflexia, tan sólo está permitido plegar el

papel, sin usar tijeras ni pegamento” (Prieto, 2000, pág. 172). Además, es necesario resaltar el hecho de que solo se puede utilizar como punto de partida un único trozo de papel cuadrado, y aunque parezcan que dichas normas son muy restrictivas, las posibilidades que nos ofrece el arte de la papiroflexia son casi infinitas.

Imagen 67. *Maitreya (Hoyjo Tahashi)*



Fuente: ehu.eus

En nuestra vida cotidiana se pueden reconocer con facilidad algunos diseños clásicos de papel como el barquito, la pajarita, la rana y el avión. Estos diseños son muy simples ya que tienen pocos plegados y son bastante sencillos, pero en las últimas décadas, los papiroflexistas de diferentes partes del mundo han desarrollado técnicas extraordinarias para obtener modelos cada vez más complejos y exactos en la representación de coches, barcos, aviones, muebles, leones, perros, insectos con todas sus patas y antenas, mamíferos con todo tipo de cuernos, dragones, dinosaurios, esqueletos, pulpos, peces, crustáceos, arañas, rostros humanos, en fin un sin número de representaciones de toda clase de objetos y cosas, donde se tienen en cuenta los más mínimos detalles en su construcción. Es así, como este arte donde sus apasionados explotan el más alto

nivel de creatividad y genialidad han logrado formar un inmenso repertorio con el que hoy cuenta la papiroflexia moderna.

Imagen 68. *Figuras con origami*



Fuente: Pinterest.com

El origen de la papiroflexia se sitúa en Japón, la palabra japonesa para la papiroflexia es origami, su escritura está compuesta por dos caracteres: (ori) que significa doblar y (kami) que significa papel. La historia de la papiroflexia comienza junto con la invención del papel, en China, allá por el año 105 d. C, y llega a Japón en el siglo VI. En un principio se tomaba como una forma de pasatiempo y diversión de las clases altas japonesas, pues eran los únicos que podían conseguir el papel, que era un artículo de lujo. Luego en el período Muromachi (1338-

1573), el papel fue un producto más accesible, y surgieron diferentes adornos de papiroflexia con diversos significados que revelaban, por ejemplo, la clase social de cada persona, de modo que, según el distintivo que llevaba un individuo, se podía distinguir si era granjero, un guerrero samurái o un seguidor de un maestro filósofo.

No solo se dobló en Japón, la pajarita (o pájara pinta, llamada así porque cuando es plegada con un papel de colores distintos por ambas caras aparece con la cabeza de un color distinto que el cuerpo) ha formado parte de la cultura popular española desde, por lo menos, el siglo XVII. El gran impulsor de la papiroflexia a principios de siglo fue el universal bilbaíno Miguel de Unamuno. Tras visitar la exposición universal de París en 1889, junto a la inauguración de la Torre Eiffel, Unamuno descubre maravillado una exposición de origami de Japón. A su vuelta, retomaría su afición a doblar pajaritas, a lo que llamó, cocotología (destreza de doblar papel para obtener figuras de animales o de objetos), lo que conllevó a crear su propia “escuela” de plegadores. El genial escultor anarquista oscense Ramón Acín (1888-1936) ha sido uno de los que ha rendido homenaje a la pajarita con su famosa “Pajarita sobre cubo”, escultura de piedra que se puede apreciar en un parque de Huesca.

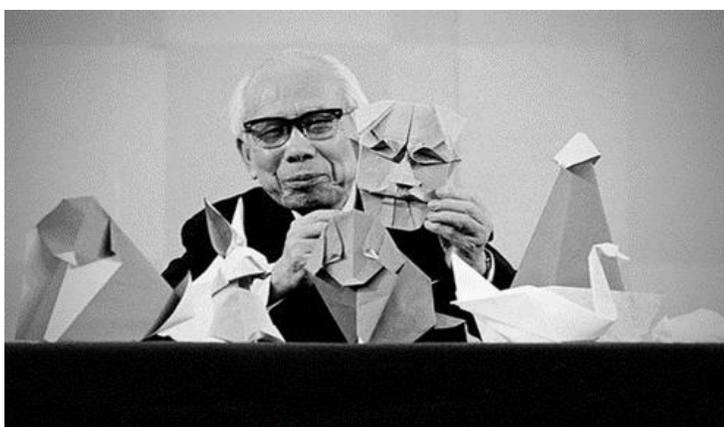
Imagen 69. *Fuente de las pajaritas*



Fuente: fundacionacin.org

El patriarca de la papiroflexia moderna es el japonés Akira Yoshizawa (1911-2005), considerado como una leyenda de los maestros orientales del origami, para Yoshizawa, el Origami conlleva una filosofía de vida, según su escuela el plegado es un diálogo entre el artista y el papel. En Japón es considerado como una divinidad y sus figuras rezuman vida, transmitiendo una sensibilidad asombrosa.

Imagen 70. *Akira Yoshizawa*



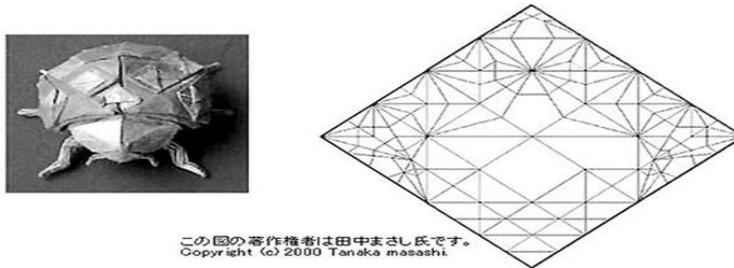
Fuente: elsoldemexico.com

La papiroflexia ha experimentado una auténtica explosión de creatividad en las tres últimas décadas, debido a una mejor comunicación de modelos y también al desarrollo de técnicas para realizar figuras cada vez más complejas, se pueden señalar dos corrientes en la papiroflexia moderna:

Por un lado, se tiene la escuela japonesa, donde la papiroflexia ha sido cultivada por artistas no científicos. La filosofía consiste aquí en expresar, sugerir y captar la esencia de lo que se quiere representar con un mínimo de pliegues, aunque la figura resultante no sea anatómicamente perfecta.

Por otro lado, la escuela occidental, donde la papiroflexia ha sido desarrollada por matemáticos, ingenieros, físicos, arquitectos entre otros, que persiguen la exactitud anatómica, es decir, representar los insectos con todas las patas, pestañas, cuernos y demás.

Imagen 71. *Mariquita y mapa de cicatrices*



Fuente: ehu.eus

Además de la papiroflexia tradicional, existe una vertiente moderna conocida como papiroflexia modular. En este estilo, se pliegan varias piezas sencillas e idénticas de manera independiente para luego encajarlas y crear motivos, generalmente de carácter geométrico.

Imagen 72. *Icosaedro estrellado*



Fuente: <https://youtu.be/Vf4i4IMAdVY>

Las conexiones de la papiroflexia con las matemáticas son evidentes y afloran en distintas formas pues se han desarrollado teorías y aplicaciones directas en la industria tecnológica de producción, en la ingeniería aeroespacial, en la robótica medicinal, entre otras.

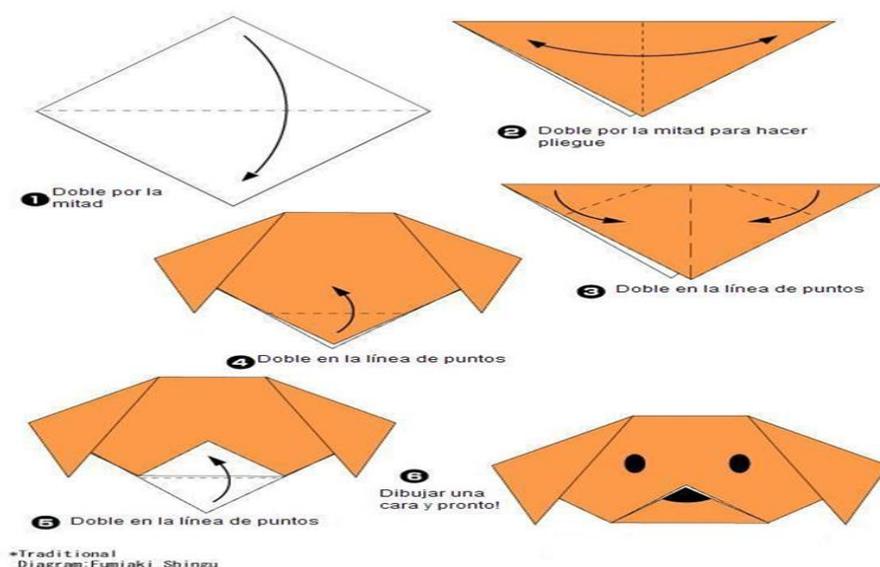
Además, constituye una atractiva forma de acercarse a las matemáticas como un potente instrumento pedagógico en la enseñanza y divulgación de dicha ciencia.

Primera sesión: Conociendo los polígonos con el doblado de papel.

El propósito de esta sesión es explorar y construir diferentes representaciones de animales, como la figura de un perro, un pez, un gato y un zorro, a través del origami. De esta manera, los participantes podrán identificar las diferentes figuras geométricas, como el cuadrado, el triángulo, el paralelogramo, el rectángulo, el rombo y los polígonos regulares e irregulares, que se revelan en la medida que se realizan los diferentes plegados de papel.

En esta primera actividad, los participantes se organizarán en mesas de cuatro personas, a cada uno de ellos se les entregará cuadrados de papel de diferentes colores, o podrán elegir su color favorito si así lo desean. Construiremos la figura de la cara de un perro, y se explicará, por mesa, los pasos necesarios para realizar los pliegues de papel que conforman la figura propuesta. A continuación, se detallan los pasos:

Imagen 73. *Figura con papiroflexia*

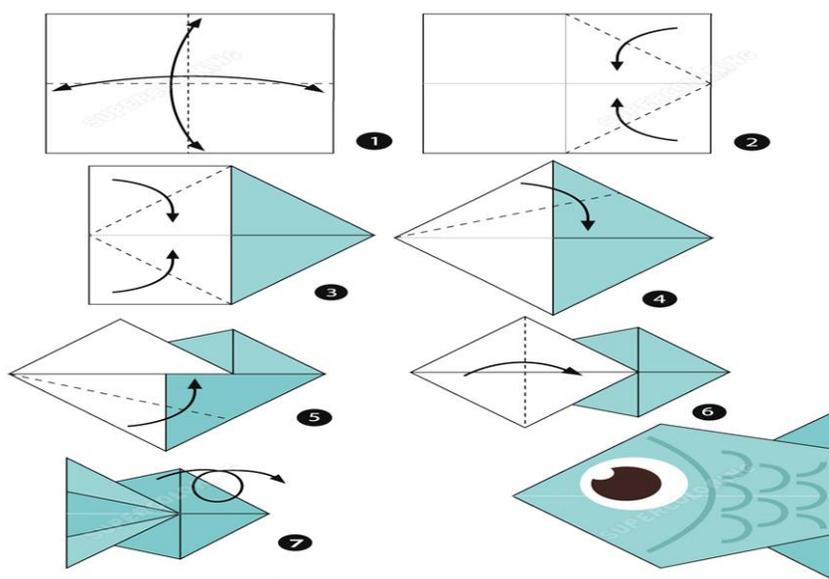


Fuente: Pinterest.com

También se les entregará un lápiz, un borrador, una regla y colores para que dibujen y escriban las características de las figuras que van reconociendo a medida que se realizan los pliegues o una vez se tenga realizada la figura. Las figuras geométricas que se pueden reconocer a simple vista en el doblado de papel y una vez terminada la figura son el triángulo, el cuadrado y el hexágono irregular. En este último, es importante destacar que se trata de una figura geométrica que tiene seis lados desiguales.

A continuación, se llevará a cabo el mismo proceso para construir la figura de un pez utilizando un cuadrado de papel de colores. Durante esta actividad, los participantes tendrán la oportunidad de observar figuras geométricas como el cuadrado, el triángulo, el rectángulo y el pentágono irregular, enfatizando este último, en el hecho de que es una figura geométrica que tiene cinco lados desiguales. A continuación, se muestra el paso a paso para la construcción de dicha figura:

Imagen 74. *Figura con papiroflexia*



Fuente: Pinterest.com

Seguidamente, se construirá la figura de un zorro explicando detalladamente los pasos a seguir para realizar los pliegues en un cuadrado de papel de colores. Durante esta actividad, los participantes tendrán la oportunidad de observar diversas figuras geométricas, tales como el cuadrado, el triángulo y el trapecio. Es importante destacar que el trapecio es una figura geométrica con cuatro lados, de los cuales solo dos son paralelos. A continuación, se muestra el paso a paso para la construcción de esta figura:

Imagen 75. *Figura con papiroflexia*

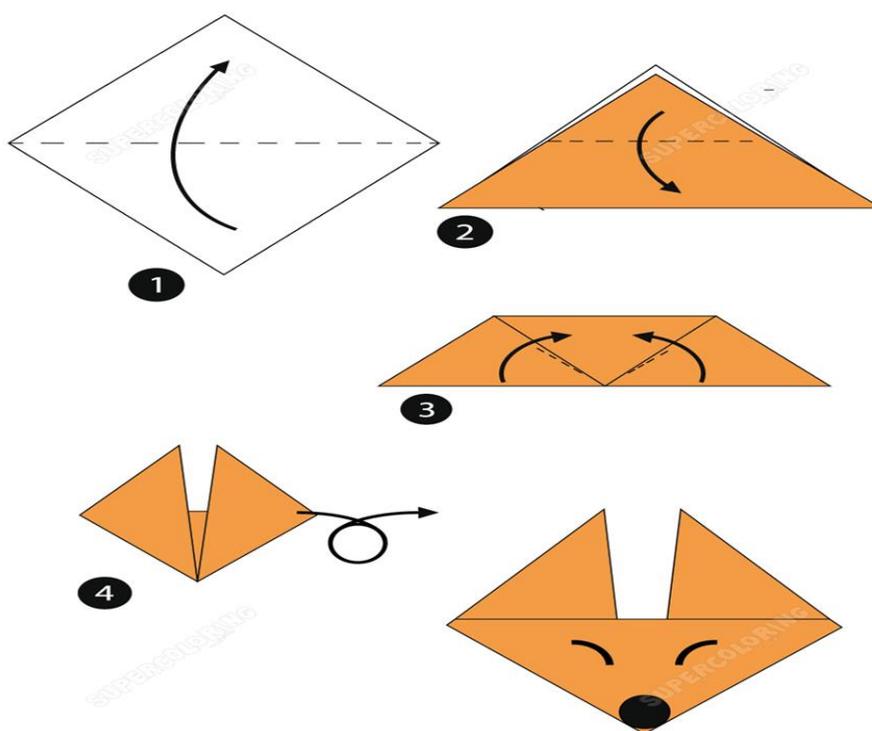


Image printed on www.supercoloring.com - for personal use only - reproduction is prohibited

Fuente: Pinterest.com

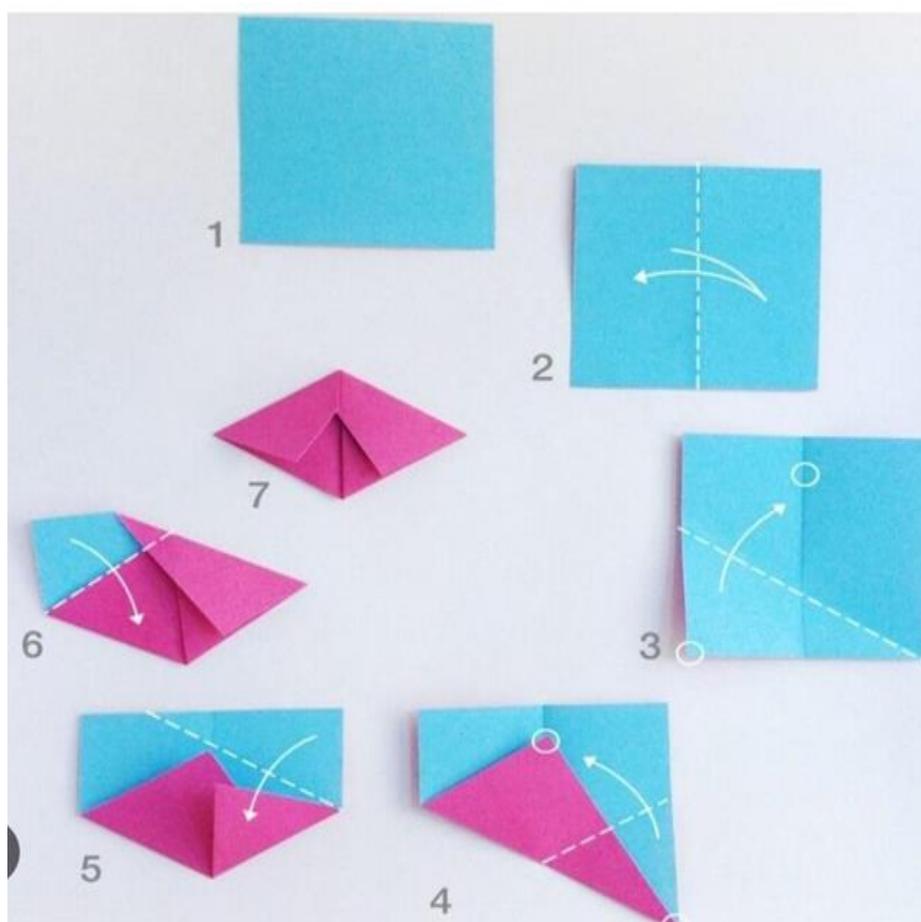
Segunda sesión: Conociendo algunos poliedros con la papiroflexia modular.

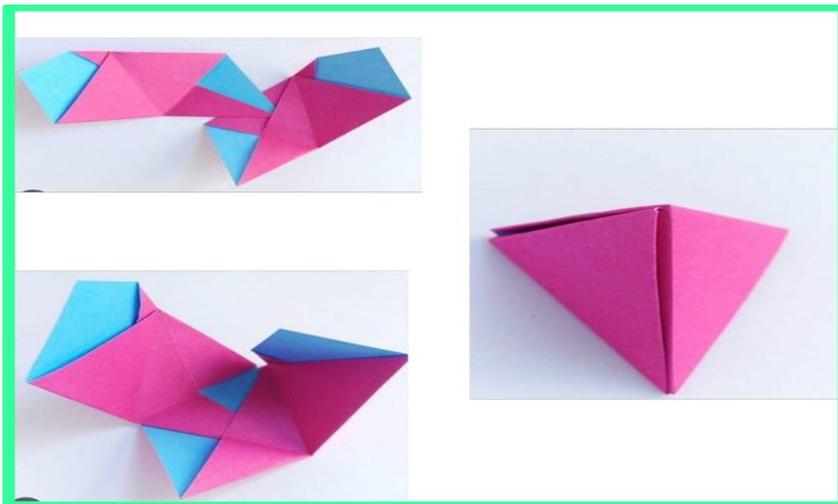
En esta segunda actividad, exploraremos los poliedros utilizando dos módulos de papel para crear una pirámide triangular y una sola hoja de papel de colores para construir un octaedro regular. El propósito de esta actividad es conocer y explorar conceptos geométricos como los

poliedros, las aristas, los vértices y las caras, los cuales se pueden observar y dimensionar a través de las figuras tridimensionales creadas con el origami.

Para el desarrollo de esta sesión, se organizarán mesas de cuatro personas a las que se les entregarán dos hojas de papel del mismo color. También se les dará la libertad de elegir su color favorito, junto con una hoja de block, lápiz, borrador, una regla y colores para que puedan plasmar las figuras geométricas conocidas y lo que más les llame la atención de la pirámide triangular durante y después de la actividad. A continuación, se explicará mediante una imagen de la construcción de cada módulo y los pasos necesarios para su construcción.

Imagen 76. *Figura con papiroflexia*





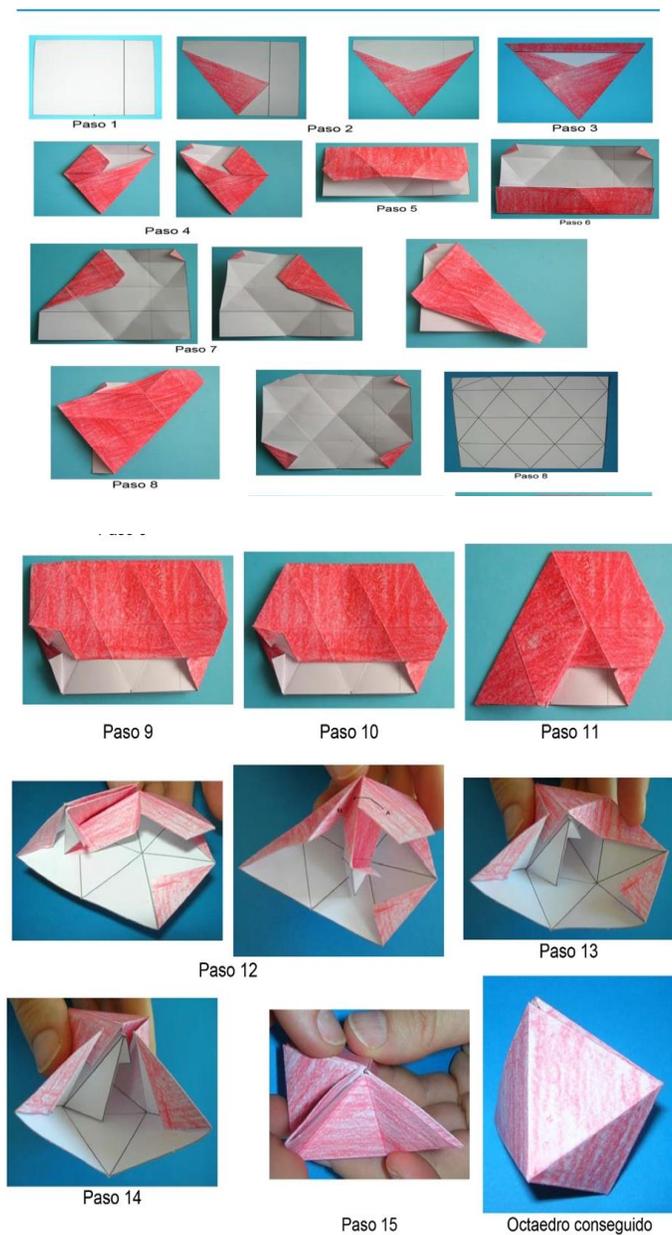
Fuente: Pinterest.com

La realización de los módulos de papel requiere concentración y paciencia para lograr que los pliegues queden bien hechos. Es importante tratar de evitar dobleces adicionales en un mismo paso, ya que esto afecta la perfección de la figura final. Por esta razón, se explicará el paso a paso detenidamente y se supervisará que los participantes avancen al mismo ritmo. Una vez que se construya la figura de la pirámide triangular, se responderán todas las preguntas que tengan los participantes. Se enfatizará que la pirámide triangular es un poliedro con cuatro caras, seis aristas y cuatro vértices, y que cada cara es un triángulo. Además, se explicará que en cada vértice confluyen tres caras.

Posteriormente, procederemos a la construcción del octaedro regular a partir de una hoja cuadrada. En este proceso se requiere aún más paciencia y concentración que en el ejercicio anterior, ya que los pliegues son más complejos de realizar. No obstante, el esfuerzo vale la pena, puesto que el resultado final es sumamente interesante. Durante esta actividad, se brindará un acompañamiento más detallado y se motivará a los participantes para que no se desesperen si el

proceso les resulta algo complicado. Los pasos para el plegado de la figura propuesta se muestran mediante la siguiente imagen:

Imagen 77. *Figura con papiroflexia*



Fuente: Pinterest.com

Una vez que los integrantes hayan terminado de construir el octaedro, plasmarán sus características en una hoja de papel mediante dibujos coloridos. Se expondrá la definición de la figura obtenida, haciendo hincapié en que se trata de un poliedro compuesto por ocho caras triangulares, doce aristas y seis vértices. La capacidad de visualizar la figura tridimensionalmente proporcionará una experiencia mucho más significativa en cuanto a la conexión que se tiene con la geometría, y cómo se puede interactuar de una manera más directa con los objetos matemáticos, tanto nuevos como conocidos.

5. BITÁCORAS DE LOS TALLERES REALIZADOS DURANTE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA EN PIENDAMO.

Según Raúl Alva, “la bitácora es el diario de trabajo” son esos apuntes que permiten revivir una experiencia cuantas veces sea necesario sin perder información que puede ser valiosa para el proyecto. Además, en las bitácoras es posible plasmar ideas e hipótesis que se van dando en el avance de las actividades dejando dudas abiertas para quienes lean el documento. Es importante mencionar que la bitácora es un texto que constantemente se está modificando, pero no es necesario borrar información ya que cualquier detalle, incluso un error, puede llegar a ser utilizado posteriormente.

Las bitácoras “Se encuentra organizado de forma cronológica, de tal modo que a medida que se van consiguiendo avances en el proyecto, los resultados se plasman en el cuaderno para poder tener un claro seguimiento de toda la labor realizada.” (Henao, Zuleta, 2013) En este sentido, la bitácora es un escrito en el cual se ha tomado apuntes cronológicos de cada suceso que se ha desarrollado durante las sesiones de trabajo. Para escribir las bitácoras se ha tomado como punto de apoyo imágenes, videos y vivencias propias de lo sucedido en cada sesión con el fin de ser fiel a lo sucedido y así realizar una mejor reflexión.

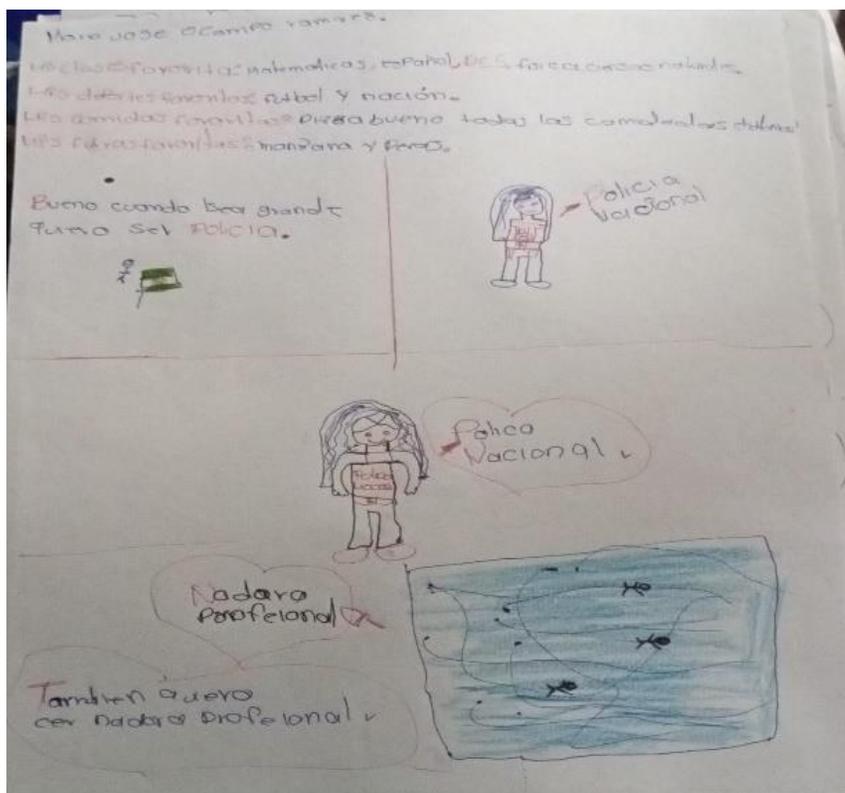
5.1 Rompiendo el hielo.

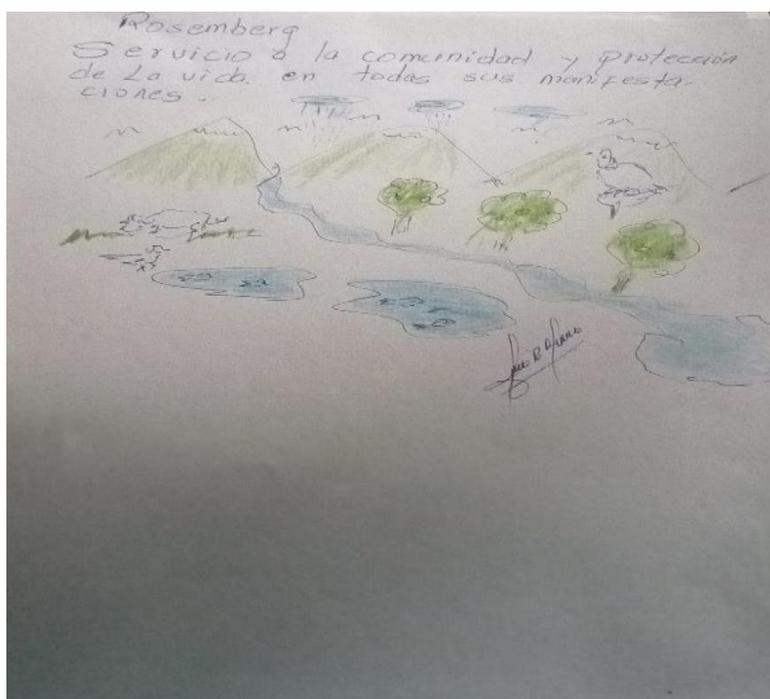
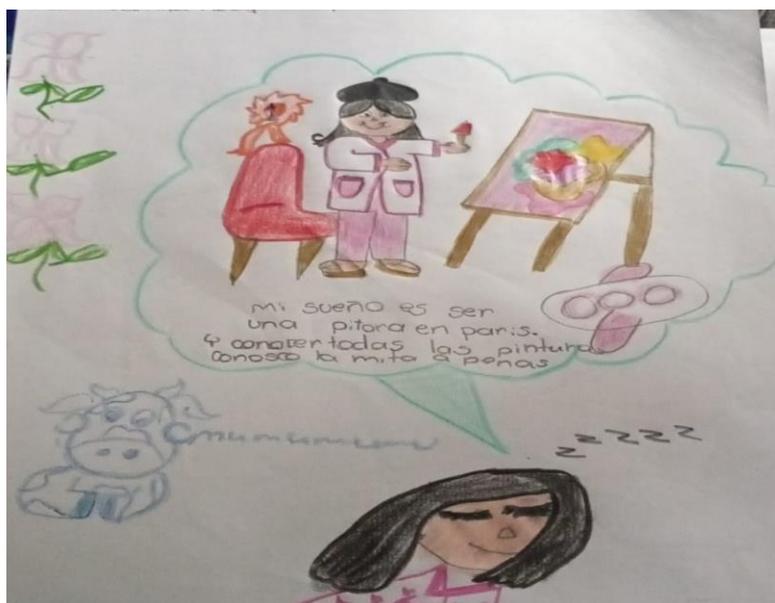
Para dar inicio a los talleres propuestos para el desarrollo de la práctica pedagógica se desarrolló la actividad llamada “El anuncio”, esta actividad consistió en que los participantes en una hoja de papel realizaron un logo, slogan o cartel en el que se evidenciaron las cualidades que más los identifican, como por ejemplo los valores que quieren resaltar sobre sí mismos o simplemente mostraron aquello que quieren que los demás recuerden de ellos.

Seguidamente se expone el cartel realizado, esto con la intención de romper el hielo y permitir una socialización entre los participantes donde se resaltan algunas características, valores y sueños plasmados en una hoja de papel por medio de un dibujo.

A continuación, algunos dibujos creativos y coloridos hechos por los participantes.

Imagen 78. Dibujos realizados por algunos participantes





Fuente: Autoría propia.

En esta actividad se logró crear un ambiente dinámico donde cada uno de ellos expuso libremente su dibujo representativo, lo cual se reflejó muchos de sus sueños y profesiones, como también sus gustos y los valores que los identificaban.

5.2 Introduciendo conceptos geométricos con el tangram.

conociendo el tangram.

Introducción: Esta actividad fue de tipo exploratorio donde los participantes conocieron las siete fichas que componen el Tangram Chino, y se trabajaron conceptos geométricos como; la igualdad de área con respecto a la superficie de las figuras geométricas, la noción de cuadrado, triángulo y paralelogramo.

Por parejas se repartieron las siete fichas del Tangram por grupos de dos, este material está hecho de madera trípex pintadas con diferentes colores, esto con la intención de que sea un material atractivo, motivador y didáctico y con una fácil manipulación. A continuación, uno de los rompecabezas que se utilizaron.

Imagen 79. Niños armando el tangram



Fuente: Autoría propia.

Los participantes tuvieron el tiempo suficiente para la observación, manipulación e identificación de las fichas, las observaciones que resaltaron a primera vista fueron las dos figuras geométricas más conocidas por ellos, que eran el triángulo y el cuadrado, de igual manera fácilmente identificaron que había dos triángulos grandes, dos triángulos pequeños y un triángulo mediano, sin embargo, no visualizaron la figura del paralelogramo pues la mayoría no lo

recordaban y por tanto nos vimos en la necesidad de recordarles a los participantes dicho concepto.

5.2.1 Identificando relaciones de igualdad.

En esta actividad se trataba de construir con las fichas del Tangram figuras geométricas como el triángulo, el paralelogramo y el cuadrado, con la ayuda de la superposición de una o más fichas que representan figuras geométricas más pequeñas.

Además del reconocimiento de las figuras geométricas se evidenció una gran comprensión por parte de todos los integrantes, en cuanto a la construcción de figuras geométricas más grandes a partir de fichas geométricas más pequeñas del Tangram. Un ejemplo en particular es la construcción del triángulo más grande a partir de la superposición de las fichas que representan un triángulo mediano y dos triángulos pequeños. Los practicantes realizaron diferentes construcciones del triángulo además de los ya mencionados anteriormente.

Imagen: a partir de un cuadrado y dos triángulos pequeños.

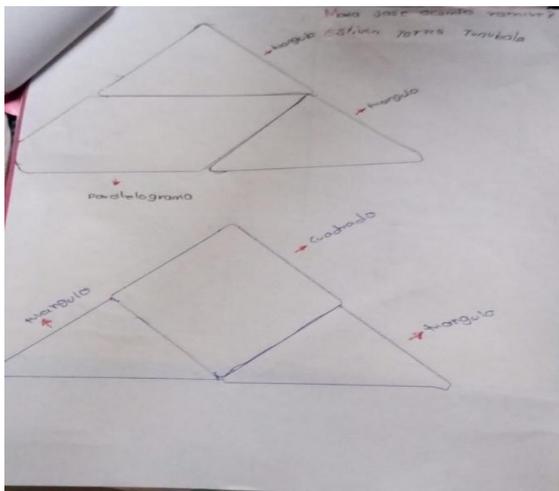
Imagen 80. Niños armando triángulos



Fuente: Autoría propia.

Los estudiantes también dibujaron en una hoja de block las formas de construcción que encontraron. Como se muestra en la siguiente imagen.

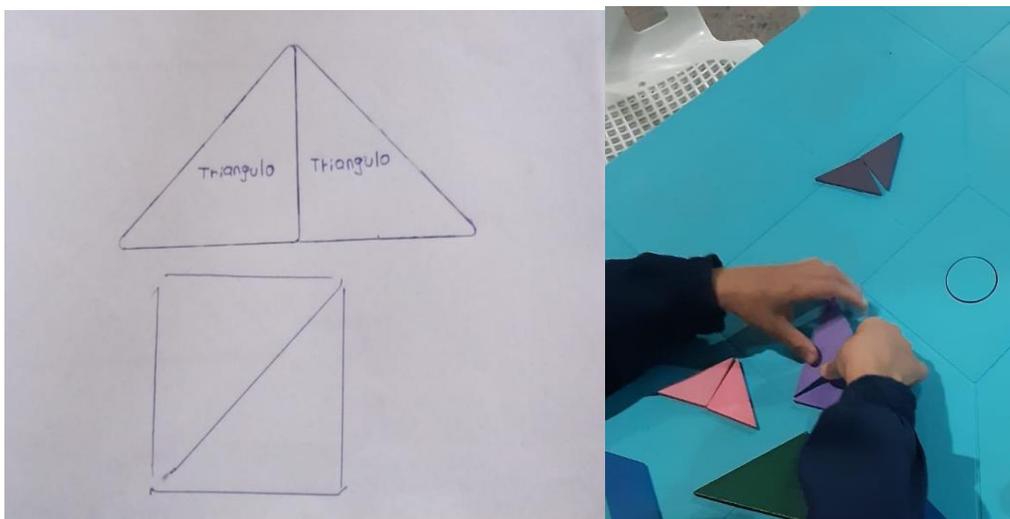
Imagen 81. *Diferentes maneras de armar un triángulo*



Fuente: Autoría propia.

Así mismo, el triángulo mediano y el cuadrado que se construyó a partir de dos triángulos pequeños.

Imagen 82. *Diferentes maneras de armar un triángulo y un cuadrado*



Fuente: Autoría propia.

Seguidamente se trabajó la construcción de la figura geométrica del paralelogramo a partir de dos triángulos pequeños lo cual permitió aclarar la noción de paralelogramo y estableció una manera de reconocerlo de igual manera se procedió a plasmar esto en dibujos.

Imagen 83. *Diferentes maneras de armar un paralelogramo*



Fuente: Autoría propia.

Con base en lo establecido en el proyecto y el desarrollo del taller, pudimos evidenciar que los participantes lograron captar la noción de igualdad de áreas mediante la descomposición de superficies planas de figuras geométricas como el cuadrado, el paralelogramo y el triángulo mediano. Los participantes descubrieron satisfactoriamente que estas figuras pueden construirse a partir de los dos triángulos pequeños.

También, se trabajó el concepto de “cuadrado” mediante la adjunción de diversas fichas, concluyendo que el cuadrado construido con las siete fichas es lo que se denomina Tangram.

5.2.2 Explorando el concepto de triángulo.

El desarrollo de esta sesión se centró en explorar la noción de triángulo mediante distintas representaciones, haciendo uso de dos o más fichas hasta completar las siete fichas que identifican el Tangram. Además, se lograron aclarar dudas que se tenían previamente sobre el triángulo. A continuación, mostraremos con evidencias fotográficas el trabajo que realizaron algunos niños en la construcción de triángulos utilizando distintas fichas del tangram.

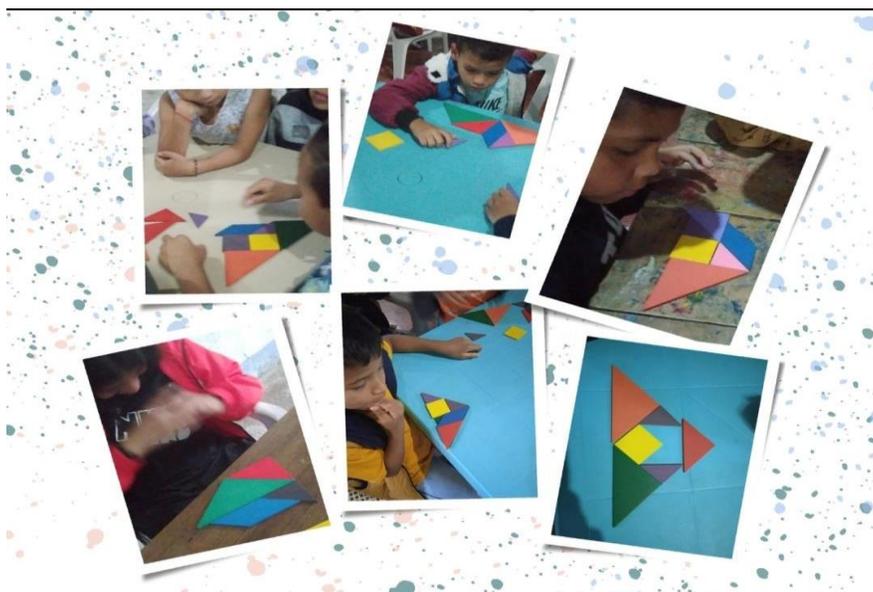
Imagen 84. Niños armando triángulos



Fuente: Autoría propia.

No obstante, se presentaron algunas dificultades en su construcción. En el siguiente mosaico se pueden ilustrar:

Imagen 85. Niños intentando armar triángulos



Fuente: Autoría propia.

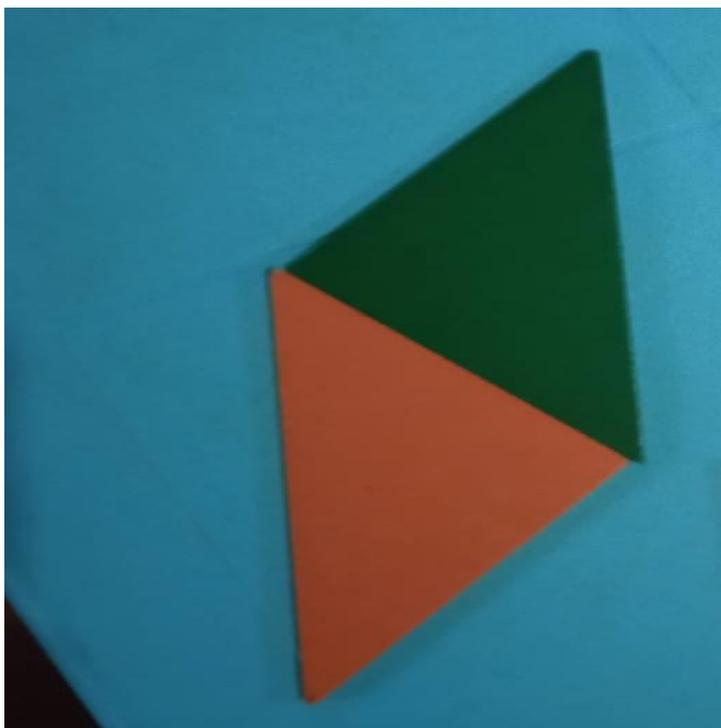
En estos casos de dificultad en la construcción del triángulo, fue pertinente hacer un acompañamiento más personalizado a algunos participantes para aclarar las dudas que persistían en cuanto a las características que definen dicha figura geométrica. Para cumplir tal objetivo, fue necesario acudir a las particularidades de su definición.

El triángulo: Es una figura geométrica conformada por tres lados, así como por tres vértices y tres ángulos interiores.

Posteriormente, mostramos a los participantes una figura geométrica nueva para ellos como es el caso del paralelogramo, en el cual, la construcción correspondiente de dicha figura geométrica, se realizó por medio de la sobreposición de dos o más fichas del Tangram.

Paralelogramo con dos fichas.

Imagen 86. *Armando paralelogramos con dos fichas.*



Fuente: Autoría propia.

Paralelogramo con tres fichas.

Imagen 87. Niños armando paralelogramos con tres fichas



Fuente: Autoría propia.

Paralelogramos con cuatro fichas.

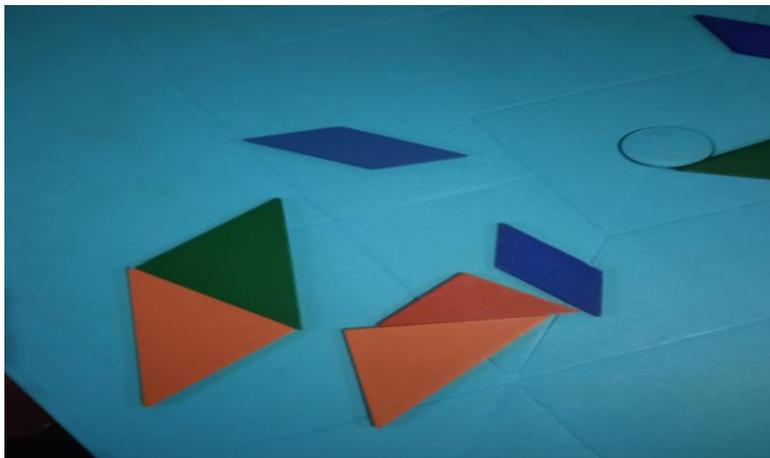
Imagen 88. Niños intentando armar paralelogramos con cuatro fichas



Fuente: Autoría propia.

En esta figura geométrica también hubo una dificultad en su construcción con tres fichas como la siguiente:

Imagen 89. *Dificultad al armar paralelogramos con tres fichas*



Fuente: Autoría propia.

En este tipo de dificultades sobre la construcción del paralelogramo a partir de tres fichas del tangram, fue necesario guiar más de cerca a aquellos participantes que requerían aclarar las inquietudes existentes. Para tal fin, fue indispensable hacer uso de las características que definen dicha figura geométrica y ahondar en la definición haciendo hincapié en el hecho de que los pares de lados que componen la figura deben ser iguales y paralelos.

5.2.3 Descubriendo las relaciones de área entre figuras geométricas.

En esta sesión se desarrollan temáticas correspondientes a las relaciones existentes entre el área de cada una de las fichas geométricas con respecto al área total del tangram.

Se propone que durante el desarrollo de toda la actividad se tome como referencia el área ocupada por el interior del marco de madera del Tangram.

Inicialmente, se entrega a los participantes el marco del Tangram y las fichas geométricas más grandes, el objetivo de esta actividad consiste en que los participantes descubran cuántas fichas de estas caben exactamente en el marco. En esta actividad no hubo mayor dificultad y los participantes lograron desarrollarla en un breve espacio de tiempo.

Imagen 90. niños encontrando cuantas veces cabe un triángulo en el tangram



Fuente: Autoría propia.

Luego se propone que se explore cuántos triángulos medianos y cuántos triángulos pequeños caben exactamente en el marco de madera. A continuación, podemos apreciar el trabajo de los niños en la siguiente imagen:

Imagen 91. niños encontrando cuantas veces cabe un triángulo en el tangram

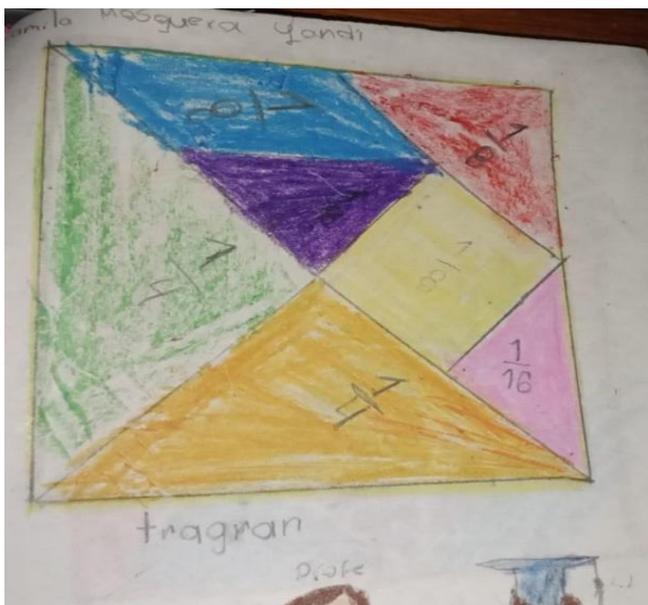




Fuente: Autoría propia.

En cuanto al registro de esta actividad por parte de los asistentes, ellos recurrieron a su creatividad y plasmaron mediante dibujos coloridos en hojas de papel la relación de área que encontraron de cada una de las figuras que componen el Tangram con respecto al área del interior del marco de madera o el área total del Tangram, como se puede ver a continuación:

Imagen 92. *Dibujo del tangram*



Fuente: Autoría propia.

5.2.4 Reflexionando sobre las experiencias vividas en el taller.

- La actividad de romper el hielo nos brindó la oportunidad de conocer la personalidad y los sueños de cada participante. A través de dibujos creativos y coloridos, plasmaron importantes mensajes sobre convivencia, aspiraciones, valores y el cuidado del medio ambiente. Estos dibujos reflejan la gran determinación de los participantes para luchar por sus metas y superarse, sin dejar de lado lo que los hace únicos. A pesar de las dificultades económicas y sociales que se presentan en los barrios donde viven y barrios aledaños.

- El Tangram Chino es una herramienta lúdica muy importante que permite explorar diferentes conceptos matemáticos que, por medio de la manipulación, la interacción y el juego se desarrolla un aprendizaje mucho más interesante y divertido, donde se potencia en gran medida la creatividad, la imaginación, el pensamiento lógico y espacial.

- La figura geométrica que más presentó dificultad en la identificación de sus características fue el paralelogramo, pues los participantes la desconocían por completo, ya que manifestaban que dicho concepto no era muy trabajado en su ambiente escolar y tampoco encontraban una relación directa con su contexto real.

En este sentido la construcción del paralelogramo con fichas más pequeñas, ayudó a asimilar y comprender de manera más clara las características de dicha figura geométrica. Debido a la manipulación e interacción de este material didáctico, permitió establecer una conexión con una figura geométrica ya conocida como lo es, el triángulo.

- Otra observación a resaltar fue en la construcción del triángulo con seis fichas más pequeñas, pues en su intento de convencerse de que era posible su

representación, forzaban el orden y encaje de las fichas, haciendo caso omiso a las características que identificaban a dicha figura geométrica.

5.3 La papiroflexia y las matemáticas.

Introducción: Esta actividad es de tipo experimental y constructiva, donde los participantes tienen la oportunidad de conocer, manipular e interactuar con el papel plegado, o más conocido como la papiroflexia u origami. Este recurso permite estudiar diferentes conceptos de la geometría plana, tales como; el cuadrado, el triángulo, el paralelogramo, el trapecio y otros polígonos regulares que se pueden presentar en el ejercicio de doblar papel. Así mismo, se trabajan conceptos geométricos como aristas, vértices y caras en la construcción de poliedros.

5.3.1 Conociendo los polígonos en el papel.

En esta actividad se trataba de construir figuras de origami que representan diferentes animales como; el pez, el perro, el gato y el zorro, con el objetivo de que los estudiantes identifiquen los diferentes polígonos que se van presentando en el plegado y construcción de dichas figuras. A continuación, mostraremos con evidencias fotográficas el trabajo que realizaron algunos participantes en la construcción de figuras utilizando papel de colores.

Imagen 93. Participantes jugando con papel



Fuente: Autoría propia.

Hubo una gran disposición y alegría por parte de los estudiantes para realizar las actividades propuestas, pues el material didáctico como el papel de colores es muy llamativo y fácil de manipular. Para ello se organizan por mesas de trabajo de cuatro estudiantes cada una, donde se hace una explicación de los pliegues de papel para cada figura propuesta. En el desarrollo de dicha actividad se van identificando los diferentes polígonos regulares que se forman a medida que se construyen las figuras, los estudiantes en una hoja de block van dibujando y pintando las figuras geométricas que identifican con sus respectivas características.

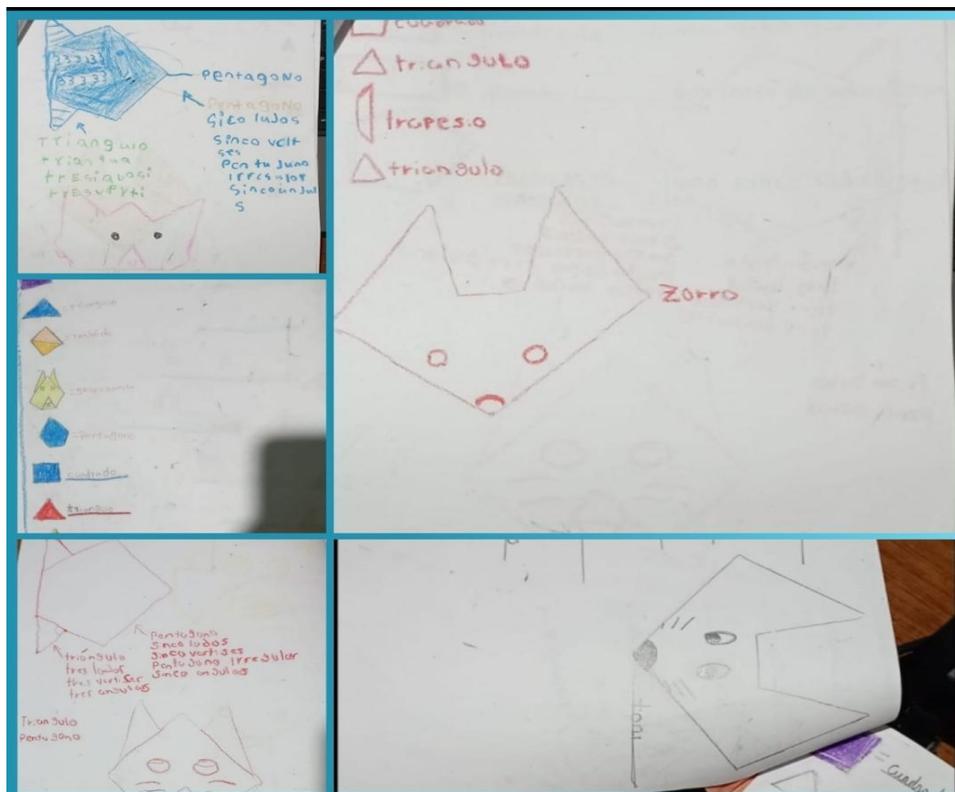
Se presentaron algunas dificultades en el plegado de algunas figuras, pero se superaron con facilidad ya que los pliegues son relativamente sencillos. En los siguientes mosaicos se ilustra con más detalle el trabajo realizado por los estudiantes.

Imagen 94. *Participantes jugando con papel*



Fuente: Autoría propia

Imagen 95. Dibujos realizados por los participantes



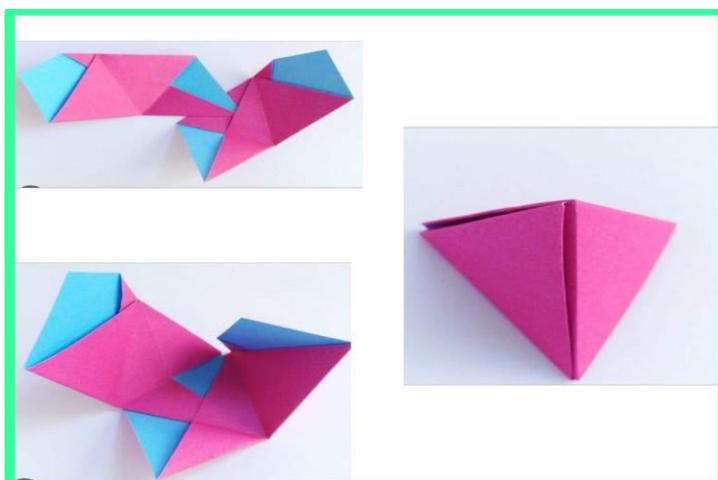
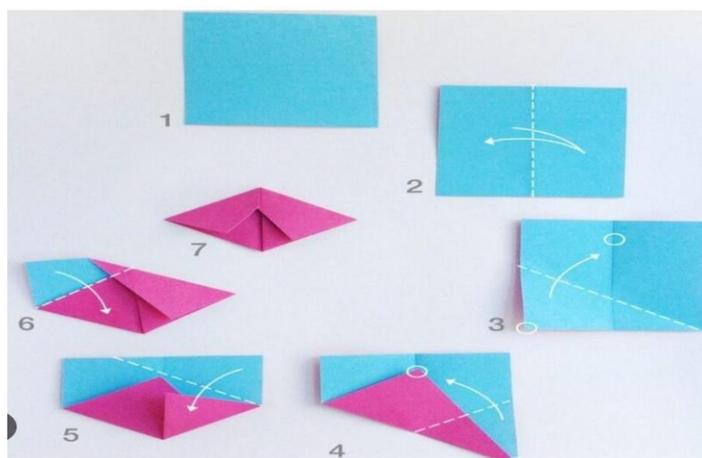
Fuente: Autoría propia.

5.3.2 Conociendo algunos poliedros con la papiroflexia modular.

En esta actividad se exploraron los poliedros como la pirámide triangular utilizando dos módulos de papel y el octaedro regular construido a partir de una sola hoja de colores. La finalidad es conocer y explorar conceptos geométricos como: poliedros, aristas, vértices y caras, estos se pueden observar y dimensionar con las figuras tridimensionales del origami.

La palabra modular en papiroflexia se refiere a varios trozos de papel iniciales que se pliegan para formar unidades (módulos), generalmente iguales, los cuales se ensamblan para formar una figura compleja. En el siguiente ejemplo ilustrativo se puede ver con más detalle los pasos utilizados en la actividad.

Imagen 96. *Figura con papiroflexia*



Fuente: Pinterest.com.

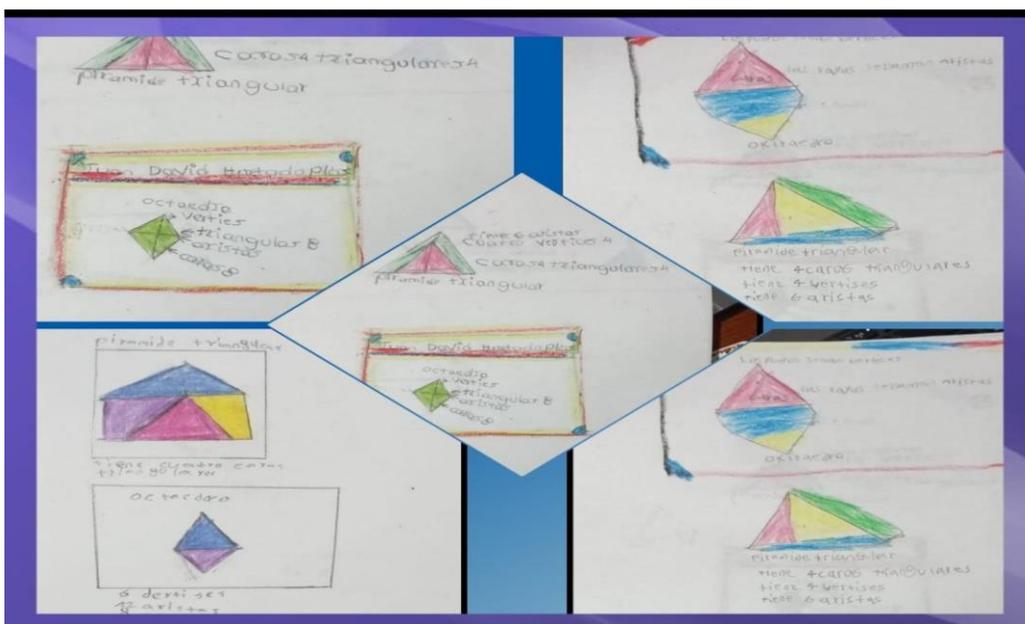
Mosaico de los pasos para ensamblar los dos módulos en la construcción de la pirámide triangular.

En el desarrollo de dicha actividad no se presentaron mayores dificultades en realizar los dos módulos, se toma el tiempo suficiente para que los pliegues queden bien hechos y se logra con facilidad ensamblar los módulos para construir el tetraedro.

Otra parte de la actividad fue construir el octaedro regular a partir de una sola hoja de papel, dado que en su elaboración están presentes varios pliegues complejos, la mayoría de los

estudiantes presentaron dificultad en su realización, lo que toma un mayor tiempo en terminar dicha actividad. Finalmente, los estudiantes lograron formar los dos poliedros y en una hoja de block los dibujaron y colorearon, con sus respectivas características geométricas. A continuación, se muestra por medio de mosaicos el trabajo realizado por los participantes.

Imagen 97. Niños jugando con la papiroflexia



Fuente: Autoría propia.

5.3.3 Reflexionemos sobre lo sucedido en este taller.

- En el desarrollo de las actividades propuestas con el material didáctico de origami se observa en los estudiantes una mayor atención, motivación y una constante curiosidad por seguir el paso a paso de los plegados para llegar al resultado final, lo que facilita en gran medida la observación e identificación de las figuras geométricas que van resultando en el proceso.
- Los estudiantes encuentran una relación inmediata de las matemáticas con la papiroflexia, ya que al plegar los papeles de colores y dibujar en una hoja de block los objetos geométricos identificados, dicha actividad adquiere un sentido de gran valor en su aprendizaje y acercamiento hacia las matemáticas.
- El origami o papiroflexia se caracteriza por ser un recurso barato y accesible a todas las personas, que permite tener un acercamiento y exploración de las matemáticas mucho más plausible y ameno, motivando la atención y el aprendizaje de los estudiantes, facilitando la comprensión de conceptos geométricos elementales y a su vez favorece la visualización de figuras y cuerpos tridimensionales.
- La papiroflexia es un arte que permite el desarrollo de diferentes habilidades mentales como potenciar la visión geométrica plana y espacial, fomentar la creatividad y la intuición. De la misma manera mejora aspectos en el estudiante como la habilidad manual, la concepción volumétrica, la coordinación de movimientos y la psicomotricidad fina.

5.4 Introduciendo conceptos usando el geoplano.

Introducción: Esta actividad fue de tipo exploratorio donde los participantes conocieron el geoplano circular y el geoplano ortogonal, se trabajaron conceptos geométricos como el área y perímetro de figuras como el cuadrado, triángulo, paralelogramo, trapecio, rectángulo, la circunferencia y el círculo, también se pudo trabajar la clasificación de ángulos según su medida, además, en cuanto a la aritmética se trabajó algunas fracciones obtenidas al dividir un círculo en varias partes iguales.

Para las sesiones desarrolladas durante la práctica pedagógica usamos el geoplano ortométrico y el geoplano circular debido a la facilidad de adquisición teniendo en cuenta que la universidad contaba con algunos ejemplares, además el geoplano circular es el indicado para trabajar temas relacionados a círculos y circunferencias gracias a la disposición de pivotes y el geoplano ortométrico permite la observación de figuras geométricas formadas por segmentos, el cálculo de área y perímetro de las mismas y además es posible crear figuras de la realidad como aviones, barcos, flores.

Imagen 98. Niños aprendiendo con el geoplano



Fuente: Autoría propia.

5.4.1 Conociendo el área y perímetro de algunas figuras usando el geoplano ortométrico.

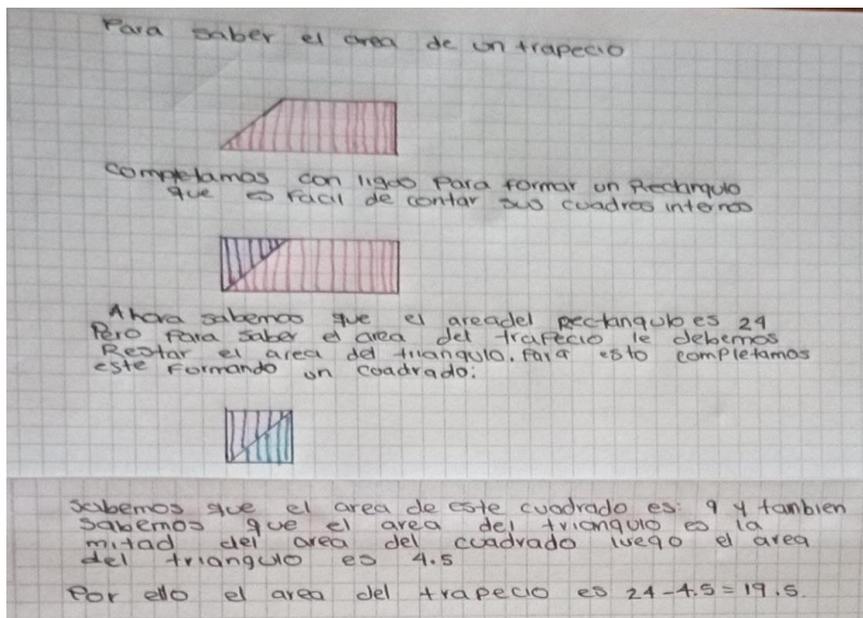
En esta sesión se pidió a los participantes que con ayuda de gomas elásticas formarían en el geoplano un cuadrado, un rectángulo, un triángulo, un trapecio, un paralelogramo. Teniendo en cuenta que el perímetro de una figura geométrica es la suma de las medidas de los lados que componen la figura se pidió a los participantes que con ayuda de los cuadritos dibujados sobre la tabla que compone el geoplano se contara cuántos lados de cuadritos componen las líneas limitantes de cada una de las figuras que se formaron y al número obtenido lo denominamos el perímetro de las figuras.

Del mismo modo se tuvo en cuenta que el área de una figura geométrica es la medida del espacio que queda encerrado dentro de los contornos de la figura. En este caso partimos del hecho de que tomaríamos cómo unidad de medida para el área, cada cuadrito del geoplano y pedimos a los participantes que mirarán cuántos de estos se requerían para rellenar el interior de cada una de las figuras que se formaron; al número obtenido lo denominamos el área de las figuras.

Para el desarrollo de esta actividad se tomó el cuadrado y el rectángulo como referencia para poder encontrar el área del triángulo, el paralelogramo y el trapecio teniendo en cuenta que estas figuras poseen en su interior algunos cuadrados partidos a la mitad. En consecuencia, se hizo necesario completar los triángulos y paralelogramos con gomas elásticas de manera que éstas se convirtieran en cuadrados o rectángulos. Para encontrar el área de estas figuras se usaron algunas operaciones aritméticas ya que era necesario realizar algunas sumas y restas.

Como ejemplo veamos esta imagen:

Imagen 99. Como encontrar el área y el perímetro de figuras en el geoplano



Fuente: Autoría propia.

Los participantes obtuvieron los siguientes resultados:

Imagen 100. Dibujos de lo aprendido por los participantes



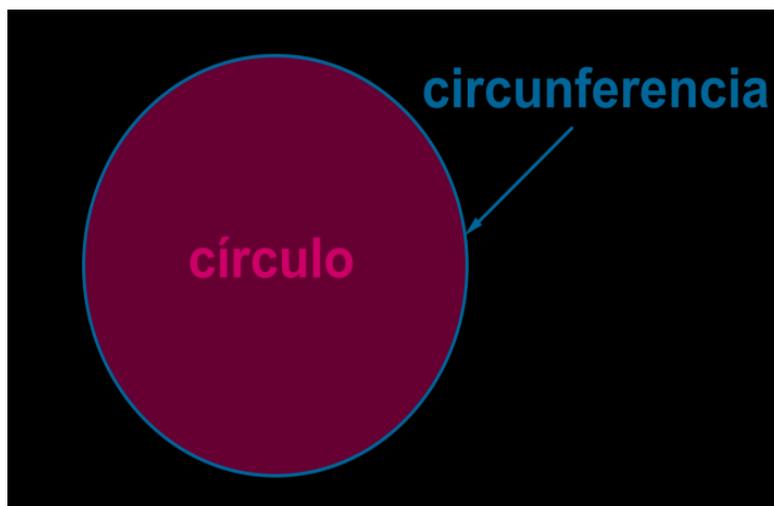
Fuente: Autoría propia.

5.4.2 Conociendo la circunferencia y el círculo usando el geoplano circular.

Esta actividad trataba de conocer la circunferencia; identificar los elementos que la componen como son el arco, la cuerda, el radio y el diámetro; conocer la relación que tiene la longitud de una circunferencia con su diámetro y conocer algunas propiedades que tiene el círculo.

En primer lugar, se expuso a los asistentes que la circunferencia es una curva cerrada donde todos los puntos que la conforman están ubicados a la misma distancia respecto al centro de la circunferencia, del mismo modo se aclaró que la línea que limita el círculo es llamada circunferencia mientras que el espacio que se encuentra dentro de esta línea limitante es llamado círculo.

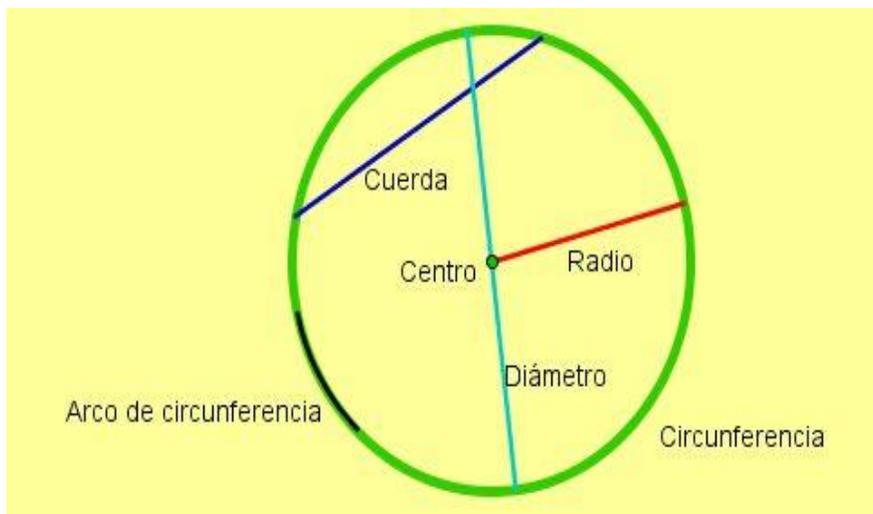
Imagen 101. *Circunferencia y círculo*



Fuente: elmundo.es

Seguidamente mediante un dibujo se mostró a los participantes los elementos⁴ que componen la circunferencia, sus nombres y sus características.

Imagen 102. *Elementos de la circunferencia*

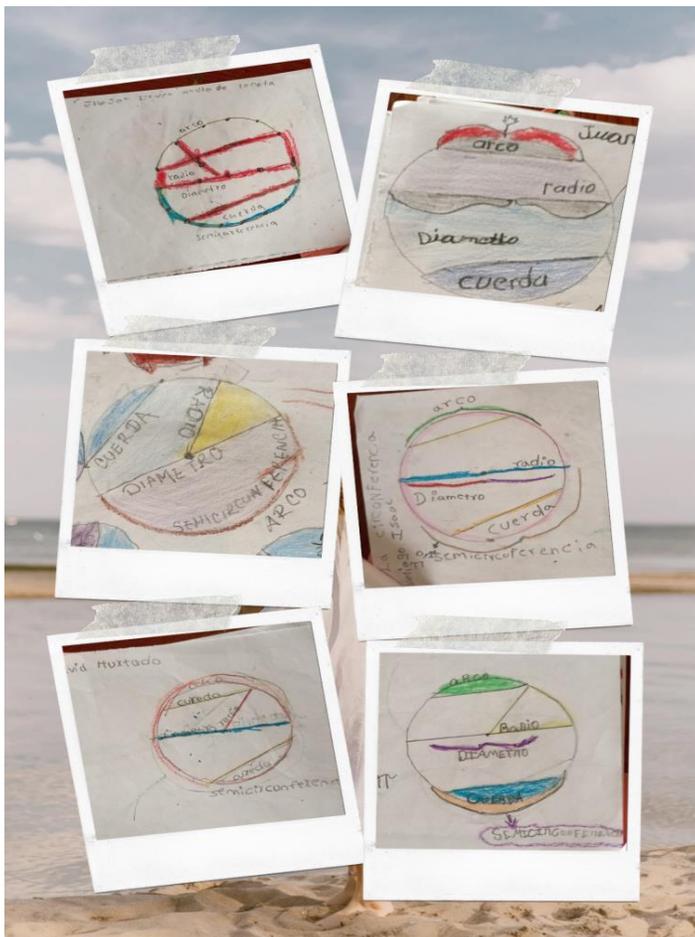


Fuente: blinklearning.com

⁴ Los elementos que componen la circunferencia que se trabajaron fueron: El **centro** de la circunferencia es el punto que tomamos como referencia para que todos los puntos que componen la circunferencia tengan la misma distancia. El **radio** de la circunferencia es la recta que une el centro con cualquier punto que compone la circunferencia. La **cuerda** de la circunferencia es la recta que une dos puntos cualesquiera que componen la circunferencia. El **diámetro** de la circunferencia es la mayor cuerda que une dos puntos que componen la circunferencia, pero esta debe pasar por el centro de la circunferencia. El **arco** de la circunferencia es la parte de circunferencia comprendida entre dos puntos que la componen. La **semicircunferencia** es el arco que abarca la mitad de la circunferencia.

A continuación, la manera como los participantes plasmaron esto en los geoplanos que se les asignó y además dibujaron y nombraron dichos elementos.

Imagen 103. Dibujos realizados por los participantes



Fuente: Autoría propia.

Ahora, haciendo uso de la circunferencia que se conoció, pasamos a mostrar a los participantes una curiosidad que se esconde tras la relación del diámetro de una circunferencia y la longitud de esta misma. Se pidió a los participantes que con la ayuda de un rollo de lana tomaran la medida del diámetro de una circunferencia grande, mediana y pequeña armadas en el geoplano, obteniendo así 3 trozos de lana de diferentes medidas. Seguidamente se pidió que contaran cuántas veces cabía el trozo de lana en la respectiva circunferencia.

Los participantes lograron obtener satisfactoriamente que cada vez que se contaba cuántas veces cabía el trozo de lana en la circunferencia el resultado era 3 veces y un pedacito sin importar que la circunferencia fuera grande, mediana o pequeña. Con esto indicamos a los participantes que el número resultante de dividir la longitud de la circunferencia entre su diámetro es el número π (Pi). La curiosidad en ello es que el diámetro de una circunferencia sin importar la longitud de este cabe 3 veces y sobra un pedazo que equivale a un número decimal que al redondearlo será 0.1416 en este sentido la longitud de una circunferencia dividida entre su diámetro será lo que se ha nombrado como el número Pi y que su valor real es 3.1416...en otras palabras el diámetro de una circunferencia cabe 3.1416 veces en la longitud de la misma.

Los participantes en los siguientes dibujos expusieron sus resultados:

Imagen 104. Dibujos realizados por los participantes



Fuente: Autoría propia.

Posteriormente pasamos a hacer uso de lo que conocemos como el círculo⁵ para aclarar el término de fracción entendida como una división o partición de un elemento en varias partes iguales. Para observar esto se usó como referencia un círculo formado en el geoplano circular el cual con ayuda de gomas elásticas partimos en 2, 4 y 8 partes iguales, los mismos participantes contaron las partes obtenidas y las escribieron como las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.

Imagen 105. Dibujos realizados por los participantes



Fuente: Autoría propia.

⁵ Es el lugar geométrico que está delimitado por la circunferencia.

Por último, mostramos a los participantes con la ayuda de gomas elásticas en el geoplano circular como se ven los ángulos más conocidos y usados en la geometría. Los participantes conocieron el ángulo de 180 grados, el ángulo de 90 grados y el ángulo de 45 grados resaltando que el ángulo de 90 grados es denominado ángulo recto.

Imagen 106. Dibujos realizados por los participantes



Fuente: Autoría propia.

5.4.3 Reflexionemos sobre lo sucedido en este taller.

- Encontrar el área de las figuras trabajadas fue comprendido rápidamente por los participantes lo cual permite mostrar que, si usamos material manipulable en lugar de fórmulas abstractas las personas sin importar la edad logran captar este concepto de manera más sencilla.

- En la actividad se pudo observar emoción y asombro por parte de los participantes al descubrir que siempre que contaban cuántas veces cabía la medida del diámetro en la circunferencia obtenían 3 y un pedacito.

- Muchos de los participantes asociaron el ángulo de 90 grados con el triángulo, teniendo en cuenta que al agregar una goma elástica más obtenían un triángulo. Esto nos sirvió para indicar que existe un triángulo al cual llamamos triángulo rectángulo debido a que uno de sus ángulos es un ángulo recto.

- El geoplano tanto ortométrico como circular es una herramienta lúdica muy importante que permite explorar diferentes conceptos geométricos y matemáticos ya que por medio de la manipulación es posible desarrollar un aprendizaje interesante y divertido, donde se potencia en gran medida la creatividad, la imaginación.

- Los participantes se muestran contentos y con bastante disponibilidad por aprender, buscan maneras de descubrir cosas nuevas por sí solos, algunos no conformes con encontrar el área y perímetro a las figuras propuestas, recrearon octógonos, rombos e incluso figuras asociadas a la realidad como casas y dinosaurios e hicieron cálculos usando lo que ya habían aprendido. Esto permite visualizar que el uso de material manipulable aumenta la motivación por aprender y además permite vincular aprendizajes previos con nuevos aprendizajes.

5.5 Introduciendo conceptos geométricos usando los pentominós.

Introducción: Esta actividad fue de tipo exploratorio donde los participantes conocieron los pentominós y la forma que tienen las fichas que los conforman. Se trabajaron conceptos geométricos como el área y perímetro de figuras regulares e irregulares, las verificaciones de cuántos lados conforman una figura y además pusieron en juego la imaginación para crear figuras de la realidad como barcos, gatos y flamencos usando todas las fichas de los pentominós.

5.5.1 Conociendo el área y perímetro del rectángulo usando los pentominós.

Inicialmente se pidió a los participantes crear cuadros o rectángulos usando 3, 4 y 5 fichas de pentominós, lo cual resultó sencillo para los participantes. Subiéndole el nivel de dificultad se pidió llenar la plantilla en forma de rectángulo de 6×10 usando las 12 fichas pentominós.

Imagen 107. Niños aprendiendo con los pentominós





Fuente: Autoría propia.

5.5.2 Conozcamos los polígonos irregulares.

Ahora, se indica a los participantes que un polígono es una figura plana cerrada, está compuesta por segmentos conectados de forma que delimiten o cierren una región, los polígonos pueden ser regulares los cuales tienen sus lados y sus ángulos internos de la misma medida, el triángulo equilátero y el cuadrado son ejemplos de polígonos regulares; también existen los polígonos irregulares los cuales tienen sus lados y sus ángulos internos con diferentes medidas como el triángulo escaleno, pentágono irregular y hexágono irregular.

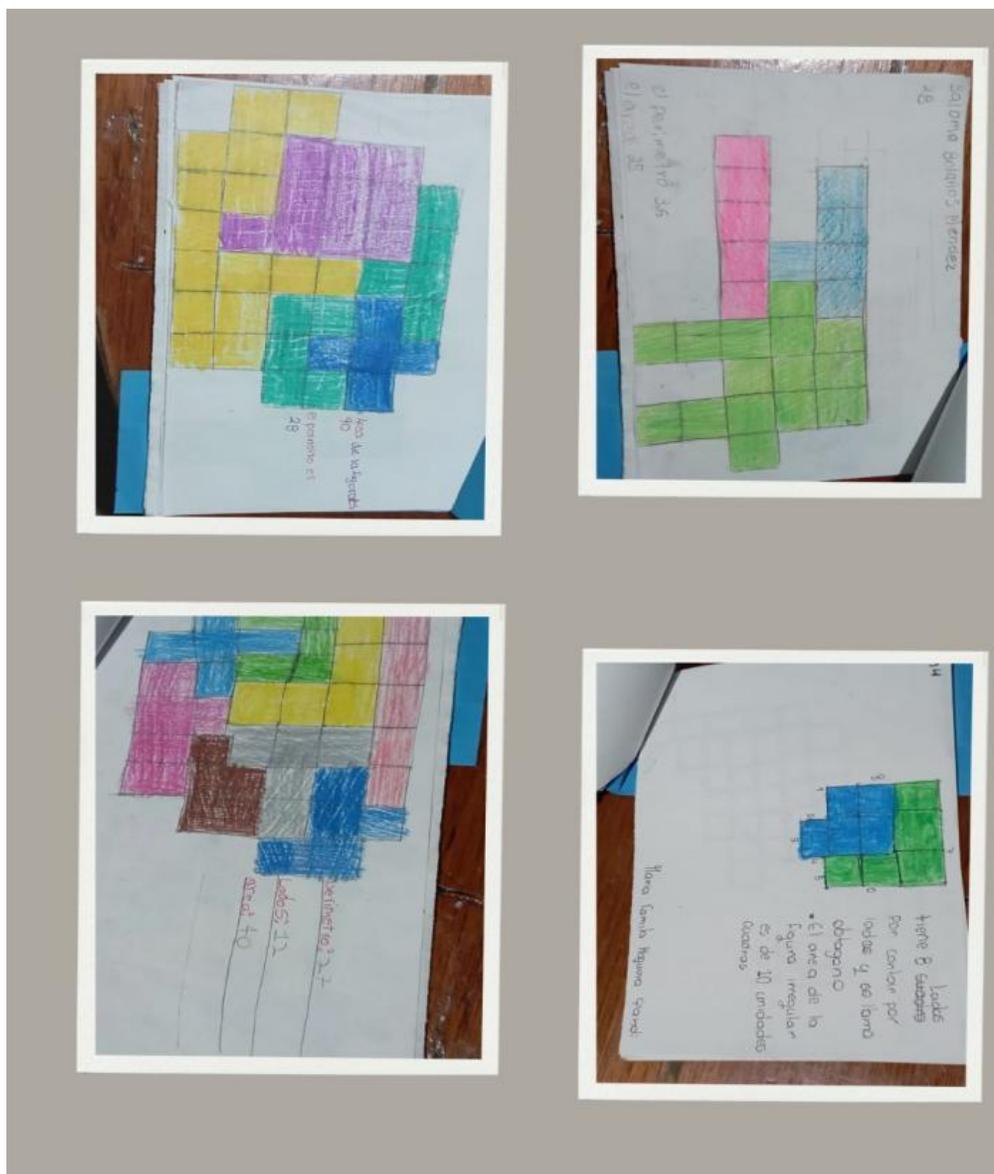
Imagen 108. *Niños aprendiendo con los pentominós*



Fuente: Autoría propia.

Con la definición anterior los participantes crearon algunos polígonos irregulares usando diferente número de pentominós y calcularon ellos su área y su perímetro. El mecanismo para calcular área y perímetro de estas figuras es el mismo usado anteriormente para el rectángulo.

Imagen 109. Dibujos de lo aprendido por los participantes



Fuente: Autoría propia.

Por último, los participantes pusieron en juego su creatividad para recrear figuras de la cotidianidad como gatos, serpientes, flamencos usando los 12 pentominós.

Imagen 110. Niños creando figuras



Fuente: Autoría propia.

5.5.3 Reflexionemos sobre lo sucedido en este taller.

- Para algunos participantes crear el rectángulo usando los 12 pentominós resultó difícil ya que no están acostumbrados a encajar fichas que poseen diferentes formas, sin embargo, después de darles algunas pistas lograron el objetivo satisfactoriamente.
- Se tornó sencillo crear figuras geométricas irregulares, contar sus lados y darles nombres, calcular el área y el perímetro para figuras, esto puede servir como indicio de que usar material manipulable para dictar conceptos a los estudiantes facilita la apropiación de estos sin que se convierta en un momento aburrido y estresante. Los pentominós son una herramienta lúdica importante que permite explorar conceptos geométricos por medio de la manipulación, desarrollando además la creatividad y la imaginación.
- Al crear figuras de la cotidianidad los participantes se divierten mucho y además se sienten orgullosos de sus creaciones, esto permitió que el ambiente de trabajo sea ameno para todos.

5.6 Conociendo las matemáticas con el cubo de soma.

5.6.1 La geometría y los cubos.

Introducción: Esta actividad tiene un enfoque exploratorio, experimental y creativo, en el que los participantes manipulan y construyen diversas formas tridimensionales que representan objetos cotidianos, utilizando las siete piezas que conforman el cubo de soma. Durante la actividad, también se familiarizan con diversos conceptos geométricos como el cubo, policubos, aristas, caras y vértices, mientras se divierten.

Actividad 1: El Cubo de Soma: Explorando la geometría tridimensional a través de su construcción.

Para dar inicio a la actividad, se forman grupos de cuatro participantes, a quienes se les entrega, por parejas, las siete fichas que conforman el cubo de soma, ya que no contábamos con suficientes cubos para distribuirlos de manera individual. Se les otorga aproximadamente siete minutos para que manipulen las fichas y se familiaricen con el material didáctico. Algunas de las primeras expresiones que surgieron fueron: "¡qué material tan bonito!", "¡qué colores tan hermosos!", "¡hay fichas que se aparecen a letras como la T o la L " y "¿cómo se llaman estas piezas?".

Posteriormente, se explicó el origen y las características del cubo de soma. Se destacó que se trata de un rompecabezas inventado en 1936 por el danés Piet Hein, quien fue ingeniero, matemático, inventor y diseñador. El juego está compuesto por siete piezas, donde seis de ellas son tetracubos, formadas por cuatro cubos cada una, y una pieza está formada por tres cubos, llamada tricubo. Los participantes se mostraron felices y emocionados ante la presentación del juego y se les mostró el siguiente reto:

Vamos a formar un cubo con las siete fichas que acabaron de conocer y las condiciones que se deben cumplir son:

- No utilizar la fuerza para intentar encajar las piezas ya que están hechas a medida.
- Se deben utilizar las siete piezas para formar el cubo, no se admite dejar alguna pieza por fuera.

Antes de comenzar la actividad mencionada, se compartieron algunos consejos y recomendaciones útiles para el proceso de armado del cubo de soma.

- Si las piezas no encajan fácilmente, no hay razón para preocuparse. En cambio, te sugerimos tomarte un momento para tranquilizarte y despejar tu mente antes de intentarlo de nuevo.

- Aunque se ha demostrado que hay al menos quinientas formas diferentes de construir el cubo, sabemos que formar un cubo perfecto por primera vez puede llevar un tiempo. Por lo tanto, es importante ser paciente y buscar la mejor solución posible.

A continuación, se muestran fotografías que documentan el desarrollo de la actividad.

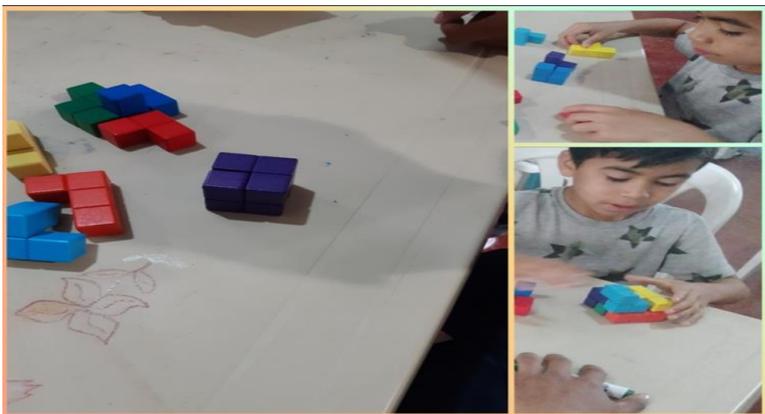
Imagen 111. Niños armando un cubo de soma



Fuente: Autoría propia.

Durante la actividad, algunos estudiantes lograron formar cubos de dos por dos utilizando algunas piezas del cubo de soma. Se les aplaudió por su esfuerzo y se les explicó que esta construcción se conoce como el cubo más pequeño que se puede formar. Sin embargo, se les animó a ir más allá y formar un cubo de tres por tres utilizando todas las siete piezas disponibles. Se les recordó que el objetivo era formar un cubo perfecto, y que para lograrlo era necesario explorar diferentes combinaciones y tener paciencia en el proceso.

Imagen 112. Niños jugando con el cubo de soma



Fuente: Autoría propia.

Después de un tiempo, los participantes comenzaron a obtener sus primeros resultados. Sin embargo, a pesar de sus esfuerzos, no lograron formar un cubo perfecto, ya que quedaron algunas esquinas sin completar o algunas caras que no eran planas. Como se puede ver en las siguientes imágenes, todavía había cierta dificultad en lograr una construcción precisa del cubo. A pesar de estos desafíos, los participantes se mostraron motivados y perseverantes en su empeño de lograr su objetivo.

Imagen 113. Niños jugando con el cubo de soma





Fuente: Autoría propia.

Además de trabajar en la construcción del cubo de soma, aprovechamos el tablero disponible en el salón comunal para profundizar en algunos conceptos relacionados con la geometría del cubo. Por ejemplo, explicamos que cada una de las seis caras del cubo es un cuadrado, que las esquinas se llaman vértices y que cada vértice es el punto de encuentro de tres aristas. Los participantes pudieron observar en el tablero la representación gráfica de estas características y hacer preguntas para aclarar cualquier duda.

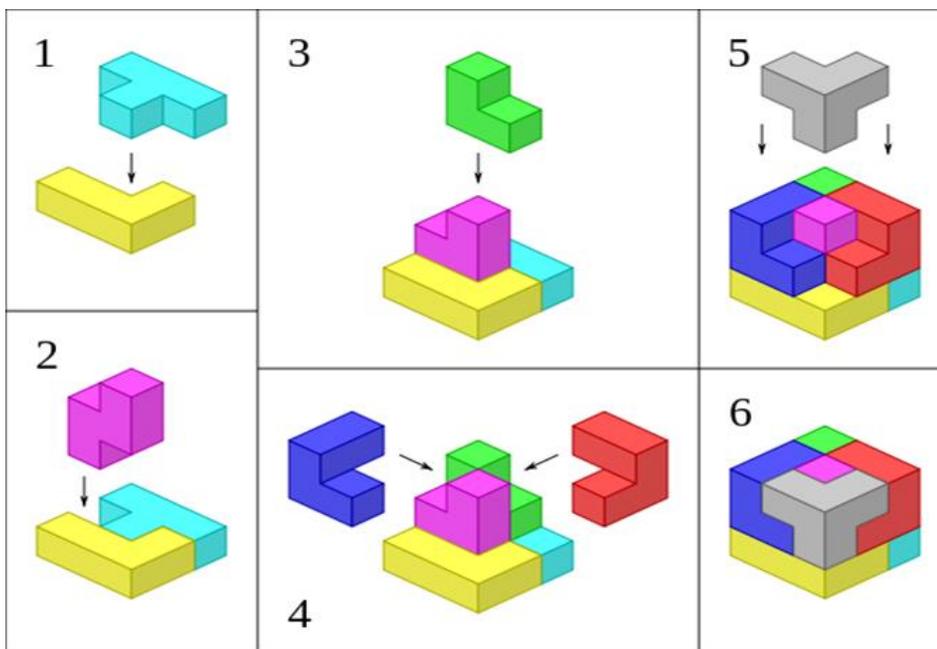
Imagen 114. *Conociendo el cubo de soma*



Fuente: Autoría propia.

Después de más de una hora de intentos y errores, los participantes estaban completamente concentrados en el reto del cubo que no sintieron pasar el tiempo. Para ayudarlos a completar la construcción, se decidió dar una pista. Sin embargo, aunque uno de los participantes logró armar el cubo y se mostró muy contento, sus intentos de dar pistas no ayudaron mucho a los demás compañeros a completar el rompecabezas. Esto se debió a que cada uno estaba utilizando diferentes métodos para construir el cubo, por lo que cualquier paso que no fuera igual al utilizado por el primer participante, era suficiente para evitar que se formara el cubo perfectamente. El método que encontró el participante fue el siguiente:

Imagen 115. *Armando el cubo de soma*



Fuente: Wikipedia.org

Durante la actividad, la mayoría de los participantes trabajaron al máximo en el desafío propuesto, pero solo se encontraron dos formas posibles de armar el cubo de soma. La complejidad del proceso hizo que tomara bastante tiempo construir el cubo por primera vez y algunos participantes encontraron dificultades al intentar armarlo de nuevo, olvidando algunos pasos y dificultando reconstruirlo. Además, algunos participantes se aferraron a un método encontrado y se resistieron a buscar otras posibles formas de construcción. A pesar de que hubo dificultades, la perseverancia y la paciencia demostradas por los participantes les permitieron lograr el objetivo, lo que representó una valiosa enseñanza para sus vidas personales.

Actividad 2: Identifiquemos elementos geométricos y divirtámonos construyendo figuras.

En esta actividad, se organizaron mesas de cuatro participantes y se le entregó a cada uno un cubo de soma, una fotocopia con varias figuras, una hoja de block, lápiz, borrador y crayones.

Como los participantes ya conocían el material didáctico, se les mostró la siguiente actividad: elige cualquier figura de la fotocopia y constrúyela utilizando las siete piezas del cubo de soma. Demuéstrales a tus compañeros lo ágil e ingenioso que eres en la construcción de figuras geométricas. A continuación, se muestran las figuras impresas que se repartieron a los participantes:

Imagen 116. Figuras con el cubo de soma



Fuente: Pinterest.com

Con gran entusiasmo, los participantes eligieron su figura favorita y comenzaron el reto sin recibir ninguna pista. Después de un tiempo considerable, algunos lograron acercarse a la figura propuesta, pero dado que cada figura tiene su propia complejidad, resultó un desafío para la mayoría. A pesar de ello, la mayor parte de los participantes pudo completar el reto, y solo se les dio una pista en caso de que fuera necesario. A continuación, por medio de imágenes se muestran las figuras que realizaron en la actividad.

Imagen 117. *Figuras con el cubo de soma*





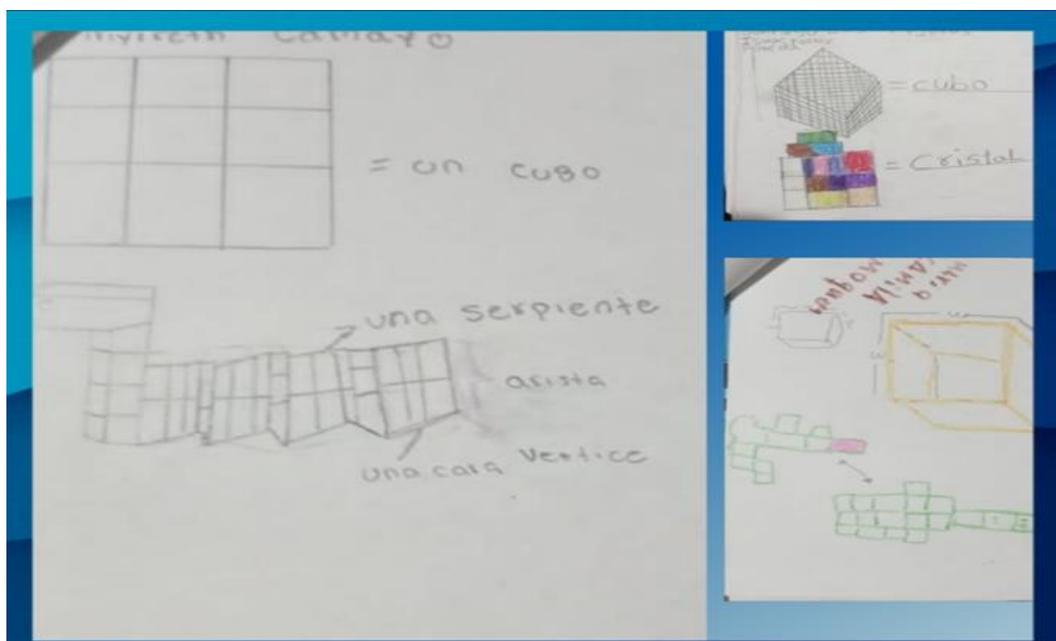
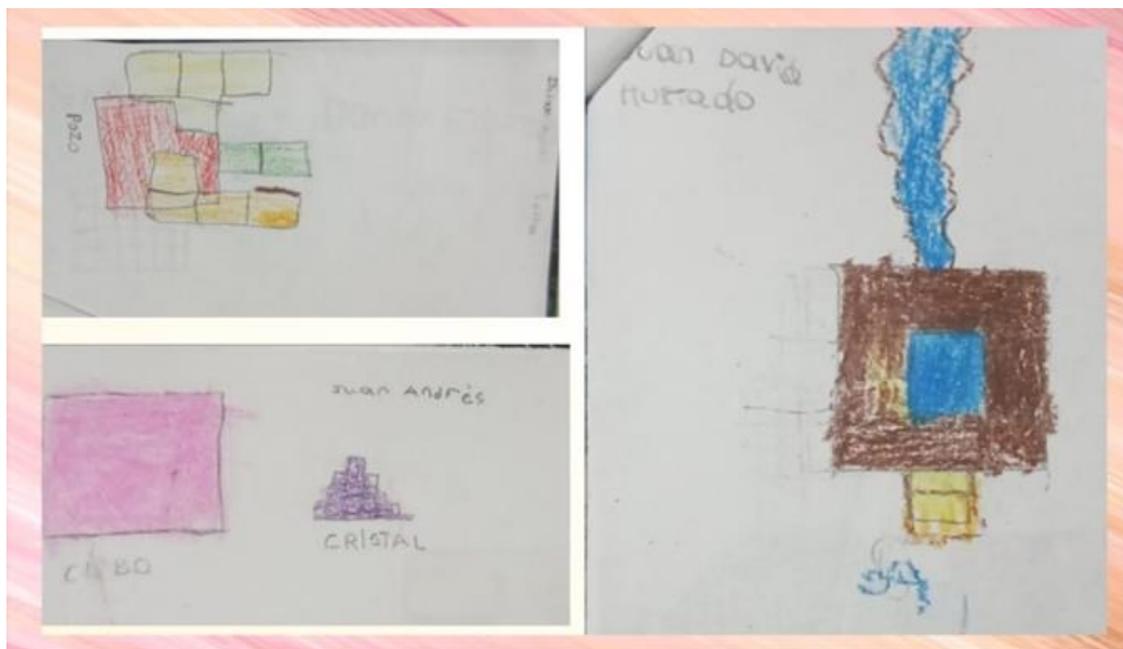
Fuente: Autoría propia.

En la construcción de las figuras tridimensionales se requirió varias destrezas importantes. En primer lugar, fue necesario tener la habilidad espacial para visualizar detenidamente la figura en tres dimensiones y, así, poder imaginar la forma en cómo se deben ensamblar las piezas. Además, se requieren destrezas de la manipulación fina para poder manejar las piezas y colocarlas con precisión. La paciencia y la perseverancia son las destrezas necesarias para la construcción de estas figuras complejas, ya que puede tomar un tiempo en ensamblar las piezas correctamente. Además, la capacidad de resolver y pensar de manera creativa es importante para poder visualizar diferentes formas de construir la figura y encontrar soluciones a los problemas que pueden surgir durante el proceso de construcción.

Al final de la actividad, los participantes tuvieron la oportunidad de plasmar en una hoja de block sus creaciones de figuras tridimensionales mediante dibujos coloridos. Además, especificaron las características geométricas que lograron identificar gracias al proceso de

observación y manipulación del material. Al finalizar, cada participante compartió su figura tridimensional y explicó sus características con el resto del grupo.

Imagen 118. Dibujos de lo aprendido por los participantes.



Fuente: Autoría propia.

Es importante destacar que cuando observamos y construimos figuras tridimensionales, tenemos la oportunidad de explicar nuestros resultados a los demás, se lleva a cabo un proceso de razonamiento lógico que conduce a un aprendizaje más significativo. Seguir estos pasos en una actividad nos permite afianzar los conocimientos previos que tenemos y adquirir nuevos conocimientos durante el proceso. Además, si realizamos este proceso con gran interés por experimentar, descubrir y aprender, inevitablemente lograremos una mejor comprensión y aprendizaje. En conclusión, la observación, la construcción y la comunicación de nuestros resultados son pasos fundamentales para consolidar nuestros conocimientos y adquirir nuevas habilidades.

5.6.2 Descifrando el cubo de soma: reflexiones sobre el taller.

- El taller del cubo de soma fue una experiencia enriquecedora para todos los participantes. El cubo de soma destaca por ser un material didáctico muy efectivo para desarrollar habilidades matemáticas y espaciales, así como para fomentar la creatividad y el ingenio. Los participantes disfrutaron de la actividad y se mostraron muy motivados a la hora de resolver los desafíos planteados. Se pudo observar que el cubo de soma es un recurso muy versátil que puede ser utilizado para diferentes objetivos pedagógicos y que, sin duda, tiene un gran potencial para el aprendizaje en diversas áreas del conocimiento. En definitiva, el taller del cubo de soma dejó una huella muy positiva en los participantes.

- Durante el desarrollo del taller, se pudo evidenciar que los participantes lograron mejorar significativamente en diversas habilidades cognitivas y motoras. En particular, se observó un desarrollo notorio en su inteligencia espacial, lo cual les permitió visualizar con mayor facilidad las figuras tridimensionales que se debían

construir con las piezas del cubo. Asimismo, se notó un avance en su memoria visual, lo que les permitió recordar las formas y posiciones de las piezas para poder ensamblarlas adecuadamente.

- La creatividad y la imaginación también se vieron potenciadas en el taller, ya que se les brindó la oportunidad de crear sus propias figuras y encontrar nuevas formas de ensamblar las piezas. Además, la orientación espacial fue mejorada al tener que visualizar la figura desde diferentes ángulos para construirla adecuadamente.

- Por otra parte, el reto de construir figuras con el cubo de soma les permitió mejorar su razonamiento y habilidades de resolución de problemas. Además, la manipulación fina de las piezas requerida para construir las figuras permitió un desarrollo en la psicomotricidad de los participantes.

- También se notó una mejora en el control emocional de los participantes, ya que la realización de los retos les permitió experimentar la satisfacción de resolver un problema y construir una figura exitosamente. Estas habilidades son cruciales para el proceso educativo de los participantes, ya que les permitirán mejorar su desempeño en diversas disciplinas y en su vida cotidiana.

- Durante el taller, los participantes tuvieron la oportunidad de plasmar en una hoja de block mediante dibujos coloridos las figuras tridimensionales completadas. Además, se les propuso identificar y describir las características geométricas de los objetos contruidos, lo cual permitió un acercamiento más profundo a conceptos importantes como cara, arista, vértice y poliedros irregulares. Esta actividad no solo fue una manera creativa de representar visualmente lo construido, sino que también les permitió afianzar su comprensión de conceptos clave en la geometría y reforzar la

memoria visual. La habilidad para identificar y describir estas características geométricas es útil en muchas áreas de la vida cotidiana y también puede ser aplicada en futuros estudios de matemáticas y otras ciencias.

5.7 Jugando con los números enteros.

Introducción: El objetivo de este taller es desarrollar habilidades básicas de aritmética en niños y jóvenes, las cuales son de gran utilidad en situaciones cotidianas como administrar finanzas personales o resolver problemas de la vida diaria. Para lograr esto, se emplea una metodología que fomenta la agilidad en la operación de números positivos y negativos, utilizando la actividad "jugando con los enteros" y el juego "Descenso al cero". De esta forma, se busca introducir de manera amena y divertida a los participantes en el mundo de los números enteros, explorando conceptos relacionados con dicho conjunto y las operaciones de suma, resta y multiplicación.

5.7.1 Explorando el fascinante mundo de los números enteros a través del juego.

Antes de comenzar la actividad, se preparó el espacio colocando carteles con los signos de suma, resta y multiplicación en tres lugares distintos de un extremo del salón. En el otro extremo, se ubicaron cintas en el suelo con la recta numérica desde -36 hasta 36. La razón de esta disposición numérica se debe a que, al jugar con dados y realizar alguna de las tres operaciones aritméticas mencionadas anteriormente, el resultado máximo y mínimo posible es 36 o -36. A continuación se muestra por medio de imágenes los materiales utilizados.

Imagen 119. *Preparación para recibir a los participantes*



Fuente: Autoría propia.

Se dispusieron los asientos en el centro del salón para iniciar la actividad. Se explicó la metodología del juego a los niños en el tablero y se los organizó en grupos de tres y cuatro personas. A continuación, por medio de imágenes ilustramos el proceso.

Imagen 120. *Preparación para jugar con los números enteros*



Fuente: Autoría propia.

Se asignaron dos grupos para cada cartel ubicado en el suelo, uno como competidor y otro como jurado. Para determinar los roles, se utilizó el juego "piedra, papel o tijera", donde el grupo ganador sería el competidor y el otro grupo actuaría como jurado, encargado de supervisar que las reglas se cumplieran y revisar que las operaciones aritméticas se realizan correctamente.

Los participantes del grupo competidor lanzaban los dados y, en función de los números resultantes y los signos del cartel correspondiente, debían determinar la operación aritmética correcta con la supervisión del jurado. Luego, dos miembros del grupo competidor llevaban a cabo la operación aritmética utilizando una plantilla colocada en una mesa al otro extremo del salón y guiándose por una cinta de papel pegada en el suelo que mostraba la recta numérica desde -36 hasta 36. Había dos formas de realizar las operaciones: una era escribiéndolas en la plantilla y la otra era utilizando una ficha y desplazándola a la derecha o a la izquierda según correspondiera a la operación aritmética.

Durante todo el proceso se brindó un apoyo constante para aclarar cualquier duda que surgiera acerca de las reglas del juego o las operaciones aritméticas que surgían durante el desarrollo de la actividad, tal como se evidencia en las siguientes imágenes.

Imagen 121. *Niños jugando con los números enteros*

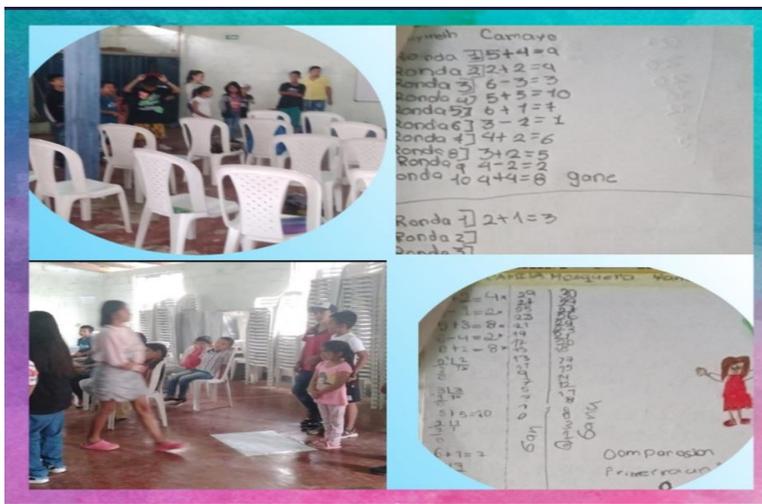


Fuente: Autoría propia.

Durante el desarrollo de la actividad, se identificaron algunas dificultades relevantes que afectaron el desempeño de los participantes. En particular, se observó que muchos de los niños tenían poco dominio de las tablas de multiplicar, lo que dificultó la resolución de algunas operaciones. En contraste, las sumas y restas no presentaron mayores dificultades debido a que se trataba de operaciones con cantidades pequeñas. Sin embargo, los niños más pequeños (entre 5 y 8 años) tuvieron algunas dificultades para resolver estas operaciones. Afortunadamente, el uso de los dados y la cinta numérica permitió que estos niños mejoraran su capacidad para resolver sumas y restas.

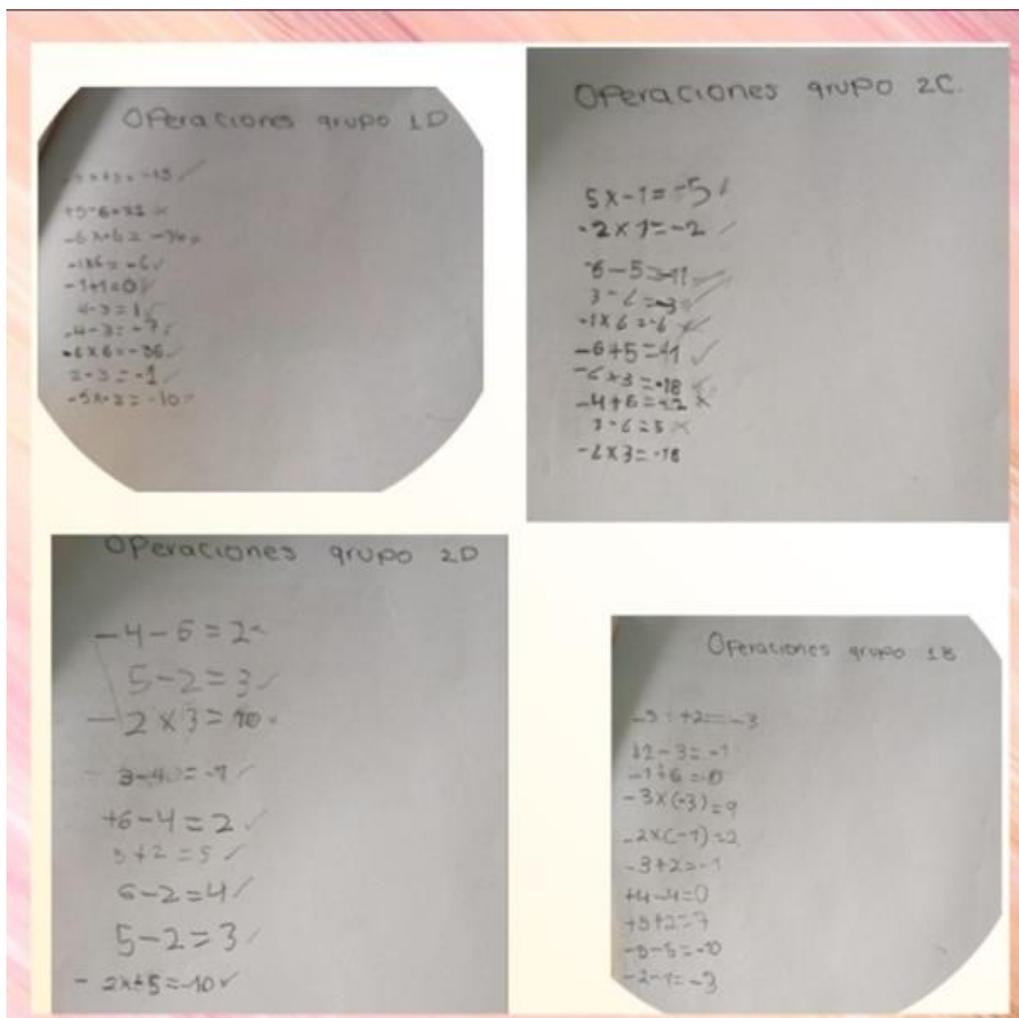
A pesar de las dificultades mencionadas, se pudo observar un progreso en el desempeño de los participantes a medida que avanzaba la actividad. En general, se considera que la actividad "Jugando con los enteros" tuvo beneficios educativos importantes para los participantes, al fomentar su interés y comprensión de conceptos matemáticos y su capacidad para resolver operaciones de forma lúdica y entretenida. A continuación, mostraremos por medio de imágenes las operaciones realizadas por los diferentes grupos.

Imagen 122. Niños jugando con los números enteros



Fuente: Autoría propia.

Imagen 123. Resultados de jugando con los números enteros



Fuente: Autoría propia.

5.7.2 Descenso al cero.

Introducción: Esta actividad tiene como propósito fortalecer el razonamiento inductivo de los participantes, quienes tendrán que encontrar una estrategia ganadora en el transcurso del juego. Además, se espera potenciar el desarrollo de habilidades de concentración y competición, fomentar estrategias para la resolución de problemas y aumentar las habilidades para encontrar patrones. Asimismo, se busca promover el ingenio y la creatividad de los jugadores mediante la

motivación que genera la interacción con sus compañeros y el material utilizado. Esta actividad se lleva a cabo en un ambiente divertido y educativo, con el objetivo de desarrollar habilidades útiles en la vida diaria de los participantes.

Durante el desarrollo de esta actividad, los participantes se dividieron en mesas de cuatro personas y trabajaron en grupos de dos para el juego competitivo. El juego involucra a dos participantes y se decide el inicio con una partida de piedra, papel o tijera, donde el ganador comienza el juego.

Llamando al jugador ganador como el jugador 1. Este inicia sobre el número 10.

0	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10				



Luego el jugador 1 decide si resta 1 o 2 al 10. Y se coloca sobre el número resultante.

0	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10				



Después el jugador 2 se coloca en el número resultante, y realiza el mismo proceso (decide si restar 1 o 2). Y se coloca sobre el número resultante.

0	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10			6	

Después el jugador 2 se coloca en el número resultante, y realiza el mismo proceso (decide si restar 1 o 2). Y se coloca sobre el número resultante.

0	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10				

Gana el jugador que llegue primero al cero.

El juego resultó ser muy atractivo y emocionante para los participantes debido a sus sencillas reglas y fácil manejo del material. Un ingrediente clave en el desarrollo del juego que mantuvo motivados a los participantes fue la competencia, ya que los ganadores siempre buscaban la forma de mantenerse en la cima mientras que los perdedores buscaban el método para mejorar. Los niños jugaron varias rondas sin descifrar fácilmente la estrategia ganadora, pero aquellos con edades entre 9 y 13 años notaron que el número 3 era el número ganador. Argumentaron que, sin importar si su compañero restaba una o dos unidades en el siguiente turno, siempre podrían llegar al número cero y ganar. A continuación, se muestra mediante imágenes el desarrollo del juego.

Imagen 124. Niños jugando con los números enteros



Fuente: Autoría propia.

Los niños más pequeños utilizaron la cinta numérica pegada en la mesa para hacer las restas, usando una ficha que se movía de manera descendente desde el número 10 hasta llegar a cero.

Imagen 125. Niños jugando con los números enteros



Fuente: Autoría propia.

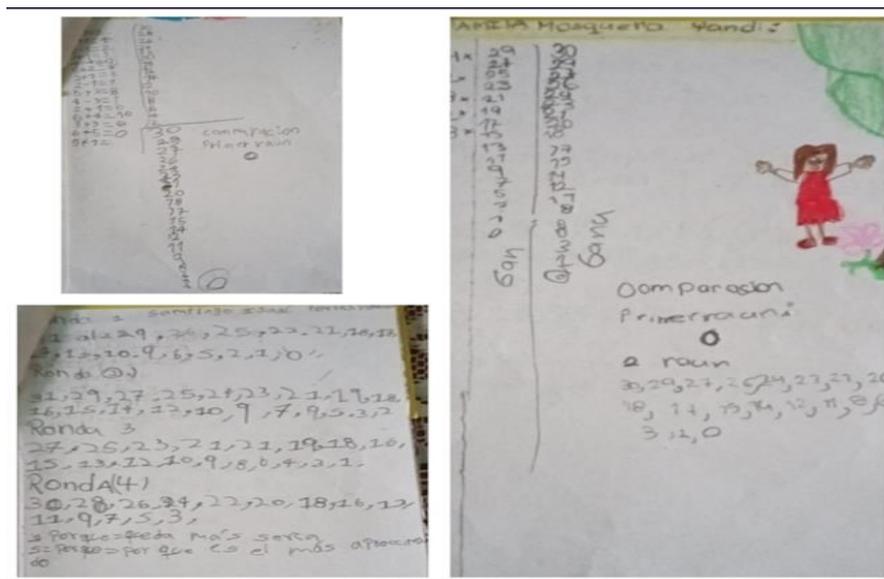
Durante el juego, se presentó una variante en la que se aumentaba el número inicial, partiendo esta vez del número 30 y usando la recta numérica de la mesa para ubicar los números. Los resultados se registraron en una hoja de block para analizar posibles estrategias ganadoras y perdedoras. Se ilustra el proceso con algunas imágenes.

Imagen 126. Niños jugando con los números enteros



Fuente: Autoría propia.

Imagen 127. Resultados del descenso al cero



Fuente: Autoría propia.

Durante el desarrollo del juego, algunos participantes descubrieron que el número seis era otro número ganador. Para la mayoría de los jugadores, no fue fácil deducir que el 6 era un número ganador, por lo que se les dio una pista con una pregunta: "¿Qué relación tienen el 3 y el 6?" Algunas de las respuestas fueron: son números positivos, son números pares, el 6 es mayor que el 3. Finalmente, un participante dijo que el 3 y el 6 estaban en la tabla del 3, que era la respuesta esperada ya que la estrategia ganadora estaba relacionada con los múltiplos de 3.

Se continuó con el desarrollo del juego y se les presentó a los participantes otra pista en forma de pregunta: "¿Qué sucede si tu ficha cae en el número 9?" Después de jugar dos rondas, los niños se dieron cuenta de que los números 3, 6 y 9 les permitían ganar el juego. Luego de analizar y observar cuidadosamente el proceso, se llegó a la conclusión de que los números ganadores eran múltiplos de 3 o números que pertenecían a la tabla del 3. Por lo tanto, la estrategia ganadora era jugar con los números múltiplos de 3, lo que siempre les permitiría ganar el juego.

Los participantes disfrutaron mucho de la actividad y quedaron impresionados de cómo, a partir de conocimientos básicos de matemáticas, se pudo determinar una estrategia ganadora para un juego. Los niños mayores, de entre 10 y 13 años, comprendieron perfectamente la estrategia ganadora, mientras que los niños más pequeños, de entre 5 y 9 años, entendieron la versión más simple del juego, que consistía en el descenso de números del 10 al 0, y pudieron deducir que los números ganadores eran el 3, 6 y 9. Fue muy gratificante ver que en ningún momento perdieron el interés en la actividad, ya que el juego mantuvo su curiosidad por descubrir el patrón de los números.

5.7.3 Explorando el mundo de los enteros: reflexiones sobre el taller.

- El juego “jugando con los enteros” resultó ser una actividad muy interesante y educativa para los participantes. Al jugar con los dados y utilizar los signos del cartel, los participantes tienen la oportunidad de practicar y mejorar sus habilidades en operaciones aritméticas básicas, como sumas, restas y multiplicaciones. Además, el uso de la cinta de números enteros del -36 hasta el 36 les permitió visualizar y comprender mejor las operaciones con los números enteros.
- Durante el desarrollo del juego se observaron varios beneficios en los participantes, como una mejora en su capacidad para realizar cálculos mentales, fomentar el trabajo en equipo y una competencia sana. Además, se notó un mayor interés por trabajar con números enteros, ya que a menudo son un tema complicado en la escuela y en el colegio. Sin embargo, con la ayuda de actividades lúdicas y divertidas, las matemáticas pueden ser más amenas y entretenidas.
- El juego de descenso al cero ha demostrado ser una herramienta eficaz para desarrollar habilidades de concentración y competición en los participantes a través de la persistencia que el juego requiere. Estas habilidades son esenciales para la vida diaria, ya que, al jugar, los participantes aprenden a enfocarse y mantener la concentración durante varias rondas, lo que puede ser transferido a otras áreas de la vida donde la concentración es esencial. Además, el elemento de competición en el juego fomenta una actitud de persistencia en los participantes, lo que puede ayudar a superar desafíos y obstáculos en otros aspectos de sus vidas. En resumen, el objetivo del juego no solo es disfrutar de la actividad en sí mismo, sino también ayudar a los participantes a desarrollar habilidades útiles y transferibles para su vida cotidiana.

- La actividad del juego de descenso al cero ha cumplido con éxito sus objetivos al fomentar estrategias para la resolución de problemas y aumentar las habilidades de los participantes para encontrar patrones. Al jugar, los participantes se dieron cuenta de que los números múltiplos de tres eran los números ganadores ya que, a través de la observación y análisis, pueden descubrir esta estrategia ganadora. Esta habilidad de encontrar patrones es esencial en la vida cotidiana, ya que nos permite abordar problemas de manera más efectiva y encontrar soluciones más rápidas.
- Además, la actividad también ha cumplido con el objetivo de promover el ingenio y la creatividad de los jugadores a través de la motivación que genera la interacción entre sus compañeros y el material utilizado. Al jugar, los participantes tuvieron que pensar de manera creativa para encontrar la estrategia ganadora y también tuvieron la oportunidad de interactuar y colaborar con sus compañeros de juego. Esta interacción social y creativa es importante en el desarrollo de habilidades sociales y emocionales, así como en el fomento de un ambiente de aprendizaje positivo y divertido. En resumen, el juego de descenso al cero ha logrado cumplir sus objetivos de fomentar estrategias de resolución de problemas, aumentar las habilidades para encontrar patrones, promover la creatividad e ingenio de los jugadores, y fomentar la interacción social positiva. Estas habilidades y experiencias pueden ser valiosas para los participantes en su vida cotidiana y en su desarrollo personal y social.
- Se notó que muchos participantes tuvieron dificultades para dominar las tablas de multiplicar, especialmente para las tablas del cuatro en adelante, lo que a menudo los llevó a inseguridades en los resultados. Se brindó acompañamiento para verificar las operaciones realizadas y así reforzar el aprendizaje de las tablas de

multiplicar. Para los niños más pequeños de entre 5 y 9 años de edad, se trabajaron con sumas y restas simples y las tablas del uno, dos y tres, ya que aún están en el proceso de aprender a escribir y sus habilidades en operaciones aritméticas y tablas de multiplicar están en sus primeras etapas.

6. CONCLUSIONES.

En este proyecto se divulgó temas matemáticos en la comunidad del municipio de Piendamó donde se tuvo como eje principal las matemáticas recreativas en el aprendizaje de los participantes. Se pudo evidenciar en gran medida que el uso de ambientes idóneos y materiales lúdico-recreativos permitieron cambiar de manera positiva la perspectiva que se tiene hacia el conocimiento matemático.

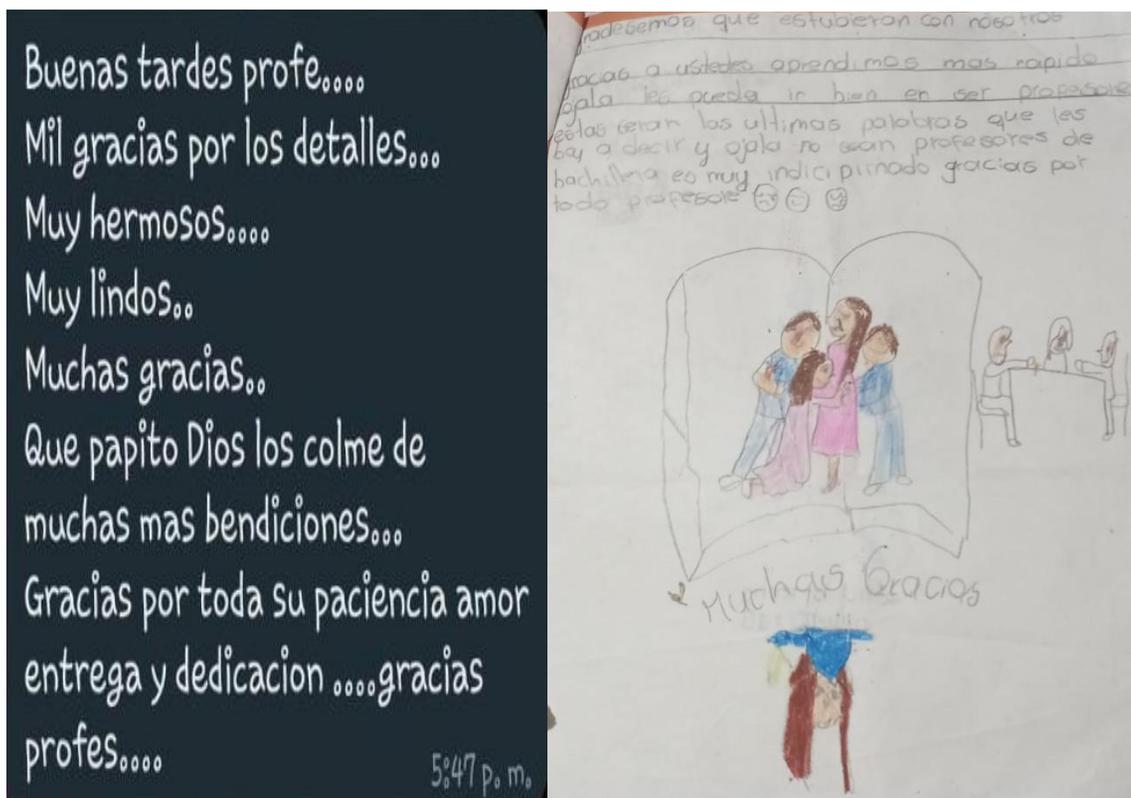
Para lograr dicho objetivo se implementó una serie de actividades que incluían diferentes materiales lúdicos como: el Tangram, el geoplano, el origami entre otros, que facilitaron la divulgación y aprendizaje de diferentes temas matemáticos como las operaciones de números enteros, el cálculo de áreas y perímetros de figuras planas y el reconocimiento de figuras tridimensionales.

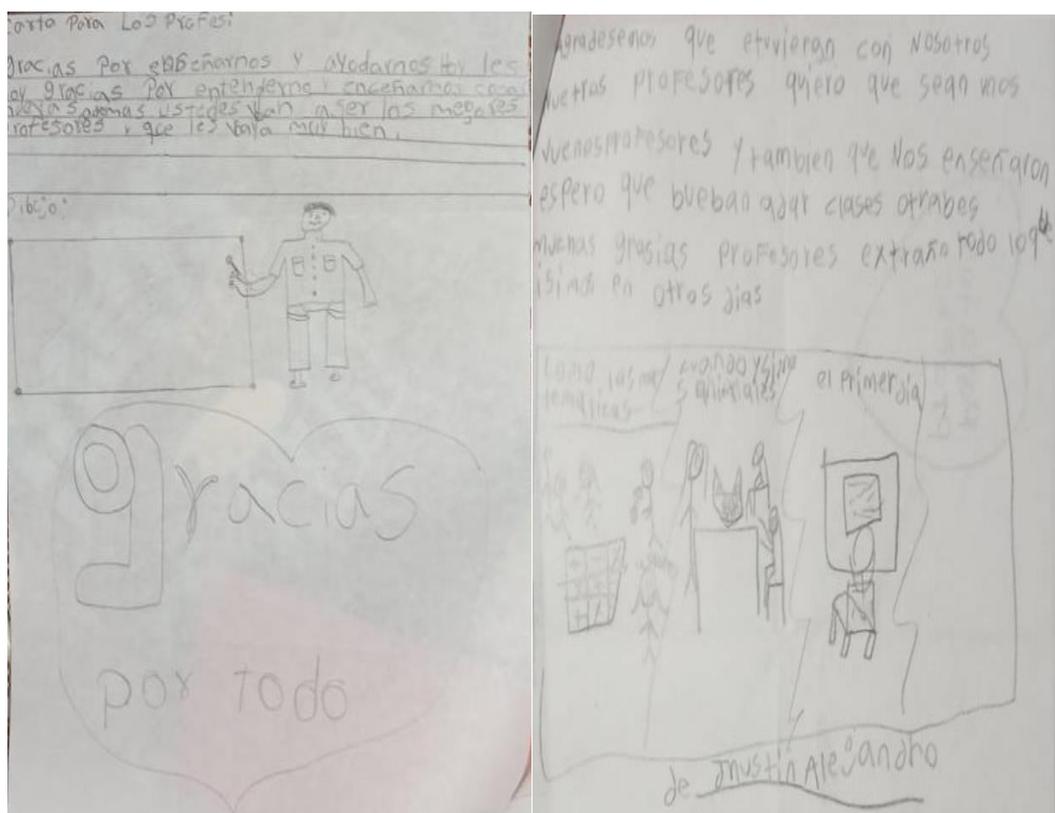
Durante el desarrollo de las actividades se tuvo la intención de establecer conexiones de las matemáticas con otras disciplinas, pero debido a las actividades propuestas hubo una mayor afinidad con el arte de construir y expresar formas matemáticas llenas de gozo y trascendencia.

También se promovió satisfactoriamente el interés por los conocimientos básicos presentes en nuestra vida cotidiana, ya que gracias a la interacción y manipulación de material concreto se pudo establecer una conexión clara y directa de las matemáticas y la realidad, lo que recobra un sentido y significado importante en la vida práctica que a su vez hace parte de la cultura matemática.

Finalmente, es importante destacar que, más allá de haber presentado a la comunidad temas relacionados con las matemáticas y la geometría, se logró crear un ambiente de diversión y fraternidad. Se buscó romper conflictos que afectan a esta comunidad, la cual está expuesta a problemas como la drogadicción, las fronteras invisibles y la pobreza. Es crucial fortalecer valores como la solidaridad y la tolerancia en los barrios de Piendamó y toda Colombia para aportar a la construcción de un mejor futuro. Esto es un llamado a quienes están por iniciar su camino en la práctica pedagógica para que exploren nuevas formas de enseñanza, como en este caso en una comunidad donde los participantes tienen diferentes edades y distintas maneras de enfrentar la vida. Fue una maravillosa experiencia de fraternidad en la que recibieron mensajes de cariño y agradecimiento por parte de los participantes, los cuales serán inolvidables.

Imagen 128. mensajes de agradecimiento por parte de los participantes





Fuente: Autoría propia.

Imagen 129. algunos participantes de las actividades del proyecto



Fuente: Autoría propia.

BIBLIOGRAFÍA

- Blanco, A. (2004). Relaciones entre la educación científica y la divulgación de la ciencia. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias.*, 70-86.
- Cabello, G. (2014). Matemática recreativa y resolución de problemas en educación primaria. *En Investigación Educativa* (págs. 67 - 73).
- De Guzmán, M. (1989). Juegos y matemáticas. *Suma*, 61-64.
- Estrada, O. (abril de 2011). Educación y divulgación de la ciencia: tendiendo puentes hacia la divulgación científica. *Revista Eureka.*, 8, 137-148.
- García, S. (diciembre de 2014). Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM). *Revista iberoamericana de educación matemática.*, 45-56. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/16371/1/Garc%C3%ADa2014FESPM.pdf>
- Gardner, M. (1979). *Circo matemático*. Alianza editorial.
- Gardner, M. (1988). *Matemática para divertirse*. Granica Ediciones S.A.
- Olarrea, J. N. (2010). La matemática recreativa como herramienta para el aprendizaje. Séptimo simposium Iberoamericano en Educación, cibernética e informática. 1-5.
- Pacheco, M. (2003). La divulgación de las ciencias.
- Revicrafts. (8 de octubre de 2017). *YouTube*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=bqw3qJsJz5E>
- Torres, R. E.-I. (2020). Divulgación de matemáticas. *En Libro blanco de las matemáticas*. (págs. 421- 481).
- Huerta, A., Rodríguez, P., & Valle, G. del C. (2021a). El geoplano como estrategia metodológica para la comprensión de las tablas de multiplicar en segundo

grado de Educación Primaria del turno vespertino en el Colegio Público Niño Jesús, ubicado en el distrito VI de Managua, durante el II semestre del año lectivo 2020. [Tesis].

Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua, Managua.

Hurtado, F. de J., & Ríos, N. (2018). El geoplano como herramienta didáctica para fortalecer el aprendizaje de la geometría [Tesis]. Universidad Nacional abierta y a distancia UNAD.

Lozada, L., & Rojas, E. (2017). *Mejorar la competencia de razonamiento matemático en el pensamiento geométrico en estudiantes de séptimo grado* [Tesis]. Universidad Autónoma de Bucaramanga UNAB.

Fuentes, J. (2020). El Tangram, un objeto dinámico para la enseñanza de la geometría en grado 5 [Tesis]. Universidad Nacional de Colombia.

Cuadrado, J. (2010). "El tangram: un recurso educativo para trabajar la geometría en la educación primaria". *Innovación y Experiencias Educativas*, 35, 1-7.

https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&url=https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_35/jose_felix_cuadrado_2.pdf&ved=2ahukewihupe5pjh-

[AhVBQTABHcBjBy04ChAWegQIIhAB&usg=AOvVaw3OK5BAJhtWS2NyJuiNSEEQ](https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&url=https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_35/jose_felix_cuadrado_2.pdf&ved=2ahukewihupe5pjh-AhVBQTABHcBjBy04ChAWegQIIhAB&usg=AOvVaw3OK5BAJhtWS2NyJuiNSEEQ)

Carrascal. (2012). *El cubo soma: desarrollo del pensamiento lógico e intuición espacial*. *Ingenio*, 4(2), 58-63.

<https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&url=https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ingenio/article/download/2172/2111/8408&ved=2ahUKEwjpp-jRq5H->

[AhWlQjABHecaDh0QFnoECBAQAQ&usg=AOvVaw0meBipmQjnXaGIh6CRfNF6](https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&url=https://revistas.ufps.edu.co/index.php/ingenio/article/download/2172/2111/8408&ved=2ahUKEwjpp-jRq5H-AhWlQjABHecaDh0QFnoECBAQAQ&usg=AOvVaw0meBipmQjnXaGIh6CRfNF6)

García, H. (2014). *El pensamiento creativo en la solución de problemas dentro del aula de matemáticas [tesis]. universidad nacional de Colombia.*

Cubo Soma. (2019). Mineduc. Recuperado 4 de abril de 2023, de <https://mineduc.gob.gt>

Alva, Raúl. Diseño de notas de laboratorio. La bitácora. Consultado el 20 de abril de 2011. Disponible en: <http://www.galeon.com/scienceducation/bitacora.html>

Henao, N., & Zuleta, A. (2013). “*La bitácora. . . una herramienta escritural para resignificar el proceso investigativo en clave formativa*” [tesis]. *universidad de san buenaventura.*