Influencia De Los Talleres Con Problemas De Olimpiadas En El Fortalecimiento De Competencias Matemáticas En Estudiantes De Grado Octavo Y Noveno Participantes En La Olimpiada Unicauca 2022

Jhoynner German Melo López

César Augusto España López

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2023

Influencia De Los Talleres Con Problemas De Olimpiadas En El Fortalecimiento De Competencias Matemáticas En Los Estudiantes De Grado Octavo Y Noveno Participantes En La Olimpiada Unicauca 2022

Trabajo de grado para optar al título de Licenciados en Matemáticas

Jhoynner German Melo López

César Augusto España López

Director

Dr. Jhon Jairo Pérez

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2023

Nota de aceptación

____

____

____

____

Director: ______________________________

PhD. Jhon Jairo Pérez

Evaluador: ______________________________

PhD. Jhon Jair Jiménez Gutierrez

Coordinador del Programa: ______________________________

PhD. Aldo Iván Parra Sánchez

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 16 de Junio de 2023

Tabla de Contenido

Tabla de contenido

Introducción

Las Olimpiadas Regionales de matemáticas Unicauca, es un proyecto que empezó en el año 2019 por iniciativa de docentes del programa de matemáticas de la Universidad del Cauca, dirigido a estudiantes de las instituciones educativas de Popayán y municipios aledaños; tiene como objetivo desarrollar y mejorar conocimientos matemáticos mediante la resolución de talleres con problemas de olimpiadas; estos talleres se dictan de manera virtual y se dividen en tres niveles: nivel 1(sexto y séptimo grado), nivel 2 (octavo y noveno grado) y nivel 3 (décimo y onceavo grado); ahora bien, en el año 2021 se llevó a cabo las primeras olimpiadas de matemáticas para primaria (OLIMPRI) con grados cuarto y quinto. Para el caso específico de esta intervención se trabajó con los estudiantes de octavo y noveno.

Por otra parte, la metodología planteada en esta investigación, es cualitativa de investigación acción, ya que esta implica la participación activa de los investigadores y los participantes. Su objetivo es generar cambios prácticos y significativos en una situación específica. Esta metodología combina la investigación y la acción, incluyendo a todos los participantes desde la identificación del problema hasta la implementación de soluciones y la evaluación de resultados. En relación a lo anterior, el presente trabajo está compuesto por cuatro capítulos que darán cuenta del desarrollo de la propuesta: en el primer capítulo, se incluye introducción, planteamiento del problema, justificación y objetivos; el segundo capítulo, denominado marco teórico, describe los conceptos claves y teorías que sustentan la propuesta de práctica pedagógica, además de temas de interés obtenidos a partir de la búsqueda y recopilación de fuentes bibliográficas disponibles en bases de datos y gestores bibliográficos como: Mendeley, Ebsco, SciELO; el tercer capítulo, denominado metodología, incluye el diseño y la planeación de los talleres virtuales con problemas de olimpiadas, de igual manera los problemas presentados de forma presencial en las instituciones educativas Santa Catalina Laboure del municipio de Bolívar Cauca, Don Bosco del municipio de Popayán y la actividad dados operativos, implementada en la Institución Educativa el Mirador de Popayán; por último, el cuarto capítulo llamado resultados, dará cuenta de las conclusiones obtenidas a partir del análisis de la información.

Planteamiento Del Problema

Durante los últimos años, debido principalmente a la situación de pandemia por covid-19 y la virtualidad que esta trajo consigo, la educación en todas las áreas y los niveles de escolaridad, tuvo que asumir una nueva modalidad de enseñanza de un momento a otro; cada país, en relación con sus propios recursos de conectividad, cambió su método de enseñanza del mundo analógico al virtual. Por tal motivo, el *e-learning* (todas las actividades formativas que se dan exclusivamente a través de un dispositivo conectado a la red) tomó auge en las miles de escuelas y universidades presentes en la nación, así mismo, el uso de plataformas digitales por parte de las instituciones educativas, como: Zoom, Teams, Google Meet, Skype ya existentes, pero poco utilizadas en la educación presencial (Aznar-Sala, 2020), fueron de gran utilidad para abordar este problema educativo.

En Colombia se propuso la formación virtual gratuita apoyada por entidades universitarias de ámbito privado y soportado en la plataforma web Aprende Digital que refiere:

> Plataforma que reúnen un mismo sitio contenidos educativos digitales de calidad para todas las áreas del conocimiento, dirigida a estudiantes de todos los grados escolares, docentes, padres de familia y/o cuidadores, con el propósito de facilitar la planeación y diseño de estrategias para el trabajo académico en casa (UNESCO, 2020 citado en MEN, 2020).

Ahora bien, la pandemia COVID-19 ha tenido un impacto significativo en la educación en general, y las competencias matemáticas no han sido una excepción. Según Guerrero et al. (2021), algunos de los posibles impactos de la pandemia en las competencias matemáticas incluyen:

1) Interrupción del aprendizaje presencial: El cierre de escuelas y la transición al

aprendizaje a distancia han interrumpido el ambiente de aprendizaje presencial. Esto ha llevado a una falta de interacción directa con profesores y compañeros, lo que puede afectar negativamente la adquisición y práctica de competencias matemáticas.

2) Acceso limitado a recursos educativos: No todos los estudiantes tienen acceso igualitario a dispositivos electrónicos y conexión a Internet para el aprendizaje en línea. La falta de acceso adecuado a recursos educativos puede dificultar la adquisición de nuevas habilidades matemáticas y la resolución de problemas.
3) Falta de motivación y compromiso: El cambio a un entorno de aprendizaje remoto puede generar una disminución en la motivación y el compromiso de los estudiantes. La falta de interacción directa y el desafío de mantenerse enfocado pueden afectar negativamente el desarrollo de competencias matemáticas.
4) Menor práctica de habilidades matemáticas: La ausencia de actividades prácticas en el aula, como ejercicios en papel o trabajo en grupos, puede disminuir la práctica de habilidades matemáticas. La falta de oportunidades para aplicar conceptos matemáticos en situaciones reales puede afectar el desarrollo y la consolidación de las competencias matemáticas.
5) Desafíos en la evaluación: La evaluación de las competencias matemáticas durante el aprendizaje a distancia puede presentar desafíos adicionales. La falta de supervisión directa puede dificultar la evaluación precisa de las habilidades y el rendimiento de los estudiantes en matemáticas.

De la misma manera, Alarcón et al. (2021) refiere que “el problema principal del año 2020 en la asignatura de matemáticas fue que no se pudo cubrir la totalidad de los temas propuestos, además de que en los temas que se vieron se muestran muchos vacíos y problemas de comprensión”.

La problemática, ha generado dificultades en los estudiantes para fortalecer las competencias matemáticas particularmente en resolución de problemas de olimpiadas, ocasionadas por el deficiente desarrollo del pensamiento lógico matemático, que dificulta adquirir saberes para comprender, analizar y proponer alternativas de solución a problemas propios del contexto social y económico en que se desenvuelven los estudiantes. Algunas de las competencias involucradas son:

- Conocimiento conceptual: El dominio de los conceptos matemáticos fundamentales y su aplicación en situaciones problemáticas desafiantes.
- Creatividad: La habilidad para generar ideas y enfoques innovadores en la resolución de problemas matemáticos, explorando diferentes perspectivas y soluciones no convencionales.
- Comunicación matemática: La capacidad de expresar ideas, argumentos y soluciones matemáticas de manera clara y precisa, utilizando lenguaje matemático adecuado y justificando los procedimientos y resultados obtenidos.
- Pensamiento crítico: La capacidad de evaluar, analizar y cuestionar la información proporcionada en el problema, así como los enfoques y estrategias utilizados para resolverlo.
- Estrategias de resolución de problemas: La habilidad para utilizar diversas estrategias de resolución de problemas, como el análisis de casos, la prueba y error, la deducción lógica, la descomposición de problemas en partes más pequeñas, entre otras.
- Razonamiento lógico: La capacidad de aplicar principios lógicos y seguir una secuencia lógica de pensamiento para analizar y resolver problemas matemáticos complejos.

Es importante destacar que la resolución de problemas de olimpiadas no es un proceso aislado, sino que está estrechamente relacionado con el área en su conjunto y, por lo tanto, se considera una competencia compleja y crucial. A través de la resolución de problemas, los estudiantes demuestran tanto su dominio de algoritmos como el desarrollo de su pensamiento matemático. Ahora bien, el problema de investigación fue abordado tomando el enfoque de investigación-acción que según Latorre (2005) manifiesta que:

> Lo propuesto por Kemmis, (1989) quien centra el proceso de investigación en dos ejes, a los cuales denomina estratégico y organizativo respectivamente, encaminando no solo a la identificación de un problema, sino a la intervención del mismo, para esto se centra en elementos claves como planificación, acción, observación y la reflexión. Procesos que facilitaron el reconocimiento del problema, su comprensión y, por ende, su solución, generando impacto a través de la participación masiva y estableciendo dinámicas que tengan una significativa proyección social citado en (p. 35).

Con todo lo anterior, se pretende dar respuesta a la pregunta ¿Cómo se pueden fortalecer las competencias matemáticas a partir de la resolución de problemas de olimpiadas en los estudiantes de grados octavo y noveno?; cuyo objetivo general se centra en determinar la influencia que tiene la resolución de problemas de olimpiadas en el fortalecimiento de competencias matemáticas en los estudiantes de grado octavo y noveno participantes en la Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2022.

Justificación

Uno de los temas más importantes del estudio de la educación matemática, es determinar cómo se da el aprendizaje de las matemáticas en distintos contextos. Las actividades relacionadas con la resolución y el planteamiento de problemas son herramientas que posibilitan indagar sobre los aprendizajes específicos de los estudiantes. De esta manera, en las investigaciones sobre el aprendizaje en competencias matemáticas, la resolución de problemas tiene su complemento ideal en el planteamiento de problemas, ya que el trabajo de los estudiantes al plantear y resolver problemas matemáticos proporciona información sobre los procesos de construcción y uso de su conocimiento.

Según Schoenfeld (1992, citado por Silver, 1994) refiere que:

> Los procesos de resolución de problemas activan el razonamiento y la comprensión de los conceptos, mientras que los procesos de planteamiento de problemas añaden a lo anterior un mayor nivel de abstracción y la necesidad de utilizar adecuadamente el lenguaje natural y formal. (p.3)

Por otro lado, un tema de investigación que ha llamado la atención de múltiples autores, es el dar un formar de explicar el razonamiento, las estrategias cognitivas y metacognitivas que utilizan los estudiantes para resolver los problemas. Una de las investigaciones más destacadas y la que haremos uso en el desarrollo de esta práctica es el modelo de Pólya (1965), el cual nos da unas estrategias para la resolución de problemas matemáticos. Este modelo consta de cuatro pasos principales que guían el proceso de resolución de problemas.

La posición de Pólya (1979) respecto a la resolución de problemas se basa en una perspectiva global y no restringida a un punto de vista matemático. Es decir, este autor plantea la resolución de problemas como una serie de procedimientos que, en realidad, utilizamos y aplicamos en cualquier campo de la vida diaria. (Alfaro, 2006, p.1). Alfaro (2006) afirma que Pólya insiste en visualizar todo el problema y comenzar con el enunciado, naturalmente, primero se debe familiarizarse con el problema, esto estimula la memoria. Y la visualización deja en claro lo que debe resolverse, y cuando ocurre este proceso, se comprende el problema. Aquí se separan las partes y el problema comienza a resolverse parcialmente.

En coherencia con lo anterior, el modelo de Pólya (1965), también puede aplicarse a la resolución de problemas de olimpiadas matemáticas. Aunque las olimpiadas matemáticas presentan desafíos más complejos, el enfoque de Pólya proporciona una estructura general para abordarlos. Por tal razón, Autores como: Andreescu et al. (2000-2001): En sus libros "Mathematical Olympiads: Problems and Solutions from Around the World" proporcionan una amplia colección de problemas de olimpiadas matemáticas, en ellos han abordado la mejora de las competencias matemáticas a través de la aplicación del modelo de Pólya el cual expone la comprensión del problema, la elaboración de un plan, la ejecución del plan y la revisión de la solución. Aunque su enfoque principal es la preparación para las olimpiadas matemáticas, también enfatizan el desarrollo de competencias matemáticas más amplias tales como la creatividad, la flexibilidad y el razonamiento lógico en la resolución de problemas matemáticos.

Así mismo, la resolución de problemas de olimpiadas, busca que el estudiante razone y pueda dar sentido a los contenidos y procedimientos de la matemática, además en las olimpiadas matemáticas se presentan verdaderos problemas que no requieren del conocimiento de muchos contenidos, pero que sí presentan un desafío en la búsqueda de soluciones, construcción de significados, redescubrimiento de conceptos matemáticos básicos, adquisición de habilidades y destrezas de gran utilidad para los estudiantes y que estos sean de gran utilidad para sus estudios posteriores.

Por lo anterior, Gábor Szegö (citado por Nieto, 2010) expresa que: No debemos olvidar que la solución de todo problema digno de este nombre (problema de olimpiada) no se logra fácil e inmediatamente, sino que requiere un trabajo intelectual intenso, ya que la solución es el resultado de un esfuerzo considerable. ¿Por qué debe estar el joven dispuesto a realizar este esfuerzo en los límites de sus posibilidades? Probablemente, la explicación se sitúa en una preferencia instintiva por ciertos valores, esto es, en la actitud que coloca el nivel del esfuerzo y de los logros intelectuales y espirituales por encima de las ventajas materiales. Tal escala de valores puede ser sólo el resultado de un largo desarrollo cultural del ambiente y del espíritu público, desarrollo que es difícil acelerar. Y el medio más efectivo para lograrlo puede consistir en transmitir a las mentalidades jóvenes la belleza del trabajo intelectual y el sentimiento de satisfacción que resulta como consecuencia de un esfuerzo intelectual sostenido y exitoso”. (p.26).

Es preciso resaltar, que el desarrollo de esta práctica pedagógica será inicialmente de manera virtual con sesiones programadas a través de la plataforma de video conferencias google meet. Pues al respecto, Castro et al. (2007), la incorporación de las tecnologías en la educación en la sociedad educativa, surge de la necesidad cada vez mayor del uso de la información. Se establecen así algunas características resaltantes de las TIC que permiten seleccionarlas como medio de instrucción y hasta en ocasiones como un ambiente ideal para el desarrollo del acto educativo. Cabe mencionar que existen tres grandes sistemas de información y comunicación que conforman las TIC como un espacio en el ámbito educativo mundial: el video, la informática y las telecomunicaciones que unidas con un solo fin son herramientas valiosas para la materialización del conocimiento que adquirirá el educando.

Por último, y de acuerdo a lo anterior, la resolución de problemas de olimpiadas matemáticas desempeña un papel fundamental en el fortalecimiento de las competencias matemáticas. Ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades analíticas, aplicar conocimientos en situaciones desafiantes, razonar lógicamente y fomentar la creatividad. Estas competencias matemáticas fortalecidas tienen un impacto positivo en el desempeño general de los estudiantes en matemáticas y en su capacidad para enfrentar problemas complejos en diversos contextos.

Pregunta de Investigación

¿Cómo se pueden fortalecer las competencias matemáticas a partir de la resolución de problemas de olimpiadas en los estudiantes de grados octavo y noveno?

Objetivos

Objetivo General

Determinar la influencia que tiene la resolución de problemas de olimpiadas en el fortalecimiento de competencias de los estudiantes de grado octavo y noveno participantes en las Olimpiadas de Matemáticas Unicauca 2022

Objetivos Específicos

- Identificar las competencias matemáticas que se evalúan en la Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2022.
- Identificar las fortalezas y debilidades de los estudiantes de grado octavo y noveno en relación con las competencias matemáticas evaluadas en la Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2022.
- Evaluar la efectividad de los talleres virtuales y presenciales en el fortalecimiento de conceptos básicos de geometría, álgebra y propiedades de los números reales en los estudiantes participantes en la Olimpiada de matemáticas Unicauca 2022.

Marco Teórico

El propósito de este proyecto es determinar la influencia que tiene la resolución de problemas matemáticos de olimpiadas en el fortalecimiento de competencias matemáticas de los estudiantes de octavo y noveno grado que participaron en la Olimpiada Matemática Unicauca en el año 2022. Esta propuesta contempla la resolución de problemas como un eje fundamental para el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes. Por tanto, para tal propósito, es necesario conceptualizar y citar teorías que sustenten dicha propuesta.

Competencia en Resolución de Problemas

Noción de Competencia Matemática

Antes de hablar de la competencia en resolución de problemas en el área de matemáticas, se hablará del concepto de competencia, desde algunos puntos de vista. Según la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD) define competencia como "conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas que pueden aprenderse, permiten a los individuos realizar una actividad o tarea de manera adecuada y sistemática, y que pueden adquirirse y ampliarse a través del aprendizaje". (OECD, 2017, p.3).

Por su lado, el Ministerio de Educación Nacional, en el marco de los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas, define como competencia el cúmulo de habilidades, destrezas, comprensión, actitudes y disposiciones del educando; frente al conocimiento adquirido en las distintas áreas del saber, así mismo el estudiante es competente cuando es capaz de reflexionar acerca "del saber qué, del saber cómo, del saber por qué o del saber para qué" respecto a cada uno de los contenidos desarrollados en el aula de clase o fuera de ella (MEN, 2006).

Por lo anterior, el concepto de la expresión ser matemáticamente competente está íntimamente relacionado con los fines de la educación matemática de todos los niveles educativos y con la adopción de un modelo epistemológico sobre las propias matemáticas". Además, expone que "Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos".

Mientras que para el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES), las competencias matemáticas se encuentran enmarcadas en las habilidades que posee el evaluado para enfrentar situaciones que pueden resolverse con el uso de algunas herramientas matemáticas. Es decir que estas habilidades le permiten al educando enfrentarse a problemas no solo de índole genéricos propios del área, sino que trasciende a diferentes contextos de la vida social del ser humano como agente social. (ICFES, 2017).

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas Para Octavo y Noveno

Para lograr el objetivo de esta propuesta pedagógica institucional, es necesario apoyarse de algunos de los estándares básicos inmersos en los tres tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial y métrico, propuestos por el ministerio de educación nacional, que sugiere que "el desarrollo de las competencias es mediado por diferentes contextos, ambientes y situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo de las matemáticas, en donde procesos generales como la comunicación y el razonamiento son esenciales para todos ellos".

Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos

Los estudiantes al terminar grado octavo y noveno deben alcanzar los siguientes estándares en cuanto a pensamiento espacial y sistemas geométricos:

- Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.

Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

- Aplico y justifico criterios de congruencia y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.
- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas.

Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos

Los estudiantes al terminar grado octavo y noveno deben alcanzar los siguientes estándares en cuanto a pensamiento numérico y sistemas numéricos:

- Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos.

Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas

Los estudiantes al terminar grado octavo y noveno deben alcanzar los siguientes estándares en cuanto a pensamiento métrico y sistemas de:

- Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos.
- Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.

Por lo anterior, podemos decir que las matemáticas deben enseñarse basadas en el desarrollo de competencias, puesto que permiten en los estudiantes la adquisición de habilidades requeridas para la resolución de problemas, tales como:

1) Conocimiento conceptual: El dominio de los conceptos matemáticos fundamentales y su aplicación en situaciones problemáticas desafiantes.

2) Creatividad: La habilidad para generar ideas y enfoques innovadores en la resolución de problemas matemáticos, explorando diferentes perspectivas y soluciones no convencionales.
3) Pensamiento crítico: La capacidad de evaluar, analizar y cuestionar la información proporcionada en el problema, así como los enfoques y estrategias utilizados para resolverlo.
4) Comunicación matemática: La capacidad de expresar ideas, argumentos y soluciones matemáticas de manera clara y precisa, utilizando lenguaje matemático adecuado y justificando los procedimientos y resultados obtenidos.
5) Estrategias de resolución de problemas: La habilidad para utilizar diversas estrategias de resolución de problemas, como el análisis de casos, la prueba y error, la deducción lógica, la descomposición de problemas en partes más pequeñas, entre otras.
6) Razonamiento lógico: La capacidad de aplicar principios lógicos y seguir una secuencia lógica de pensamiento para analizar y resolver problemas matemáticos complejos.

Resolución de Problemas en Matemáticas

Resolver un problema de matemáticas significa encontrar una sucesión tal de principios generales de la matemática (definiciones, axiomas, teoremas, reglas, leyes, fórmulas), cuya aplicación a las condiciones de problema o a las consecuencias derivadas de estas. Según Schoenfeld (1985) define la resolución de problemas como: “el uso de problemas o proyectos difíciles por medio de los cuales los alumnos aprenden a pensar matemáticamente”.

El Modelo de George Pólya (1965) en la Resolución de Problemas

George Pólya, matemático húngaro nacido en 1887, quien hizo importantes aportes a las matemáticas que hasta la actualidad continúan siendo referentes por investigadores y profesores, será uno de los autores a tener en cuenta para el desarrollo de esta práctica. Al referirse a solución de problemas Pólya (1981) propone que:

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero, si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. (p.7).

Método de los Cuatro Pasos

Él plantea en su primer libro el llamado el Método de los Cuatro Pasos, para resolver cualquier tipo de problema se debe:

1. Comprensión del problema: ¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos y las condiciones?. La 1ª fase de la resolución hace referencia a la identificación y definición del problema. La identificación supone el reconocimiento de la existencia de un problema y de la necesidad de resolverlo.
2. Planificación: ¿Conoce un problema relacionado con éste?, ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil?, ¿podría enunciar el problema de otra forma?, ¿ha empleado todos los datos?; Se trata ahora de diseñar el esquema de actuación a seguir, lo que supone identificar las metas y la submetas, examinar las diversas estrategias generales que podemos aplicar y elegir las acciones que se llevarán a cabo.
3. Ejecución del plan: Ello supone realizar las acciones particulares, regular la conducta para que se ajuste al plan prefijado y tomar decisiones con respecto a aspectos tales como la exactitud versus velocidad, etc.
4. Supervisión: Esta fase se refiere a la verificación, es decir, la evaluación de las decisiones

tomadas (análisis de la información, ejecución de los cálculos, etc.) y de los resultados del plan ejecutado (exactitud de la respuesta, correspondencia con el enunciado que la originó, etc.).

Investigación- Acción

Modelo de Kemmis

Esta propuesta de practica pedagógica se apoya del enfoque de investigación acción, para lo cual Latorre (2005) expresa que:

> Lo propuesto por Kemmis (1989). Apoyándose en el modelo de Lewin, elabora un modelo para aplicarlo a la enseñanza. El proceso lo organiza sobre dos ejes: uno estratégico, constituido por la acción y la reflexión; y otro organizativo, constituido por la planificación y la observación. Ambas dimensiones están en continua interacción, de manera que se establece una dinámica que contribuye a resolver los problemas y a comprender las prácticas que tienen lugar en la vida cotidiana de la escuela. El proceso está integrado por cuatro fases o momentos interrelacionadas: planificación, acción, observación y reflexión. Cada uno de los momentos implica una mirada retrospectiva, y una intención prospectiva que forman conjuntamente una espiral autorreflexiva de conocimiento y acción.

- Planificación: El desarrollo de un plan de acción críticamente informado para mejorar aquello que ya está ocurriendo.
- Acción: Un acuerdo para poner el plan en práctica.
- Observación: La observación de los efectos de la acción en el contexto en el que tienen lugar.
- Reflexión: La reflexión en torno a esos efectos como base para una nueva planificación,

una acción crítica mente informada posterior, etc. a través de ciclos sucesivos.

Las herramientas de información y comunicación (TIC)

La incorporación de estrategias en el aula para estimular las habilidades de resolución de problemas de los estudiantes a través del aprendizaje colaborativo alienta a los docentes a pensar en las herramientas necesarias, los estilos de aprendizaje de los estudiantes, los procesos de evaluación y el uso o no de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), para El papel del maestro en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Además, la tecnología juega un papel importante en el apoyo a la pedagogía y ayuda a desarrollar habilidades para resolver problemas. Cabero (2015) dice que facilita que “los alumnos aprendan por sí mismos, solos o en grupos, contestando preguntas y resolviendo problemas con la ayuda, la orientación y la guía de su profesor” (p. 24).

Metodología

Enfoque Metodológico

El paradigma de la investigación socioeducativa con enfoque cualitativo, requiere que se ensayen clasificaciones o categorías que aporten un orden conceptual en el ámbito de investigación y así comprender una realidad social desde la mirada de los actores involucrados, en este caso, mostrar que los talleres con problemas de olimpiadas fortalecen las competencias de los estudiantes de grado octavo y noveno (nivel 3) participantes en las olimpiadas de matemáticas Unicauca 2022. Según Salgado (2007):

La investigación cualitativa puede ser vista como el intento de obtener una comprensión profunda de los significados y definiciones de la situación tal como nos la presentan las personas, más que la producción de una medida cuantitativa de sus características o conducta. (p.71)

Así mismo, la investigación cualitativa trata de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su sistema de relaciones, su estructura dinámica, produciendo datos que comúnmente se los caracteriza como más “ricos y profundos”, no generalizables en tanto están en relación con cada sujeto, grupo y contexto, con una búsqueda orientada al proceso.

Es importante destacar que esta estrategia educativa se basa en el enfoque cualitativo de investigación-acción propuesto por Kemmis (1989), quien centra el proceso de investigación en dos ejes, estratégico y organizativo, encaminando no solo a la identificación de un problema, sino a la intervención del mismo; para esto se centra en elementos claves como planificación, acción, observación y la reflexión. Teniendo en cuenta lo anterior, y mencionado anteriormente, el objetivo principal de esta propuesta es fortalecer las habilidades matemáticas a través de la resolución de problemas de olimpiadas. Para lograr esto, se diseñaron y llevaron a cabo talleres matemáticos tanto en formato virtual como presencial. Estos talleres desempeñan un papel crucial en el desarrollo de competencias, ya que, al combinar la resolución de problemas y las olimpiadas matemáticas en esta práctica, nos permite formar estudiantes cada vez más competentes.

Contexto Institucional

La práctica pedagógica inicialmente se llevó cabo de manera virtual mediante la plataforma de videoconferencia Google Meet, debido a la pandemia; dicha práctica se realizó con estudiantes de instituciones dentro y fuera del municipio de Popayán, tales como: Academia Militar General Tomás Cipriano de Mosquera Popayán, Colegio Sagrado Corazón de Jesús Popayán, Institución Educativa Don Bosco Popayán, Institución Educativa Técnica Tomás Cipriano de Mosquera Sede Manuela Beltrán Popayán, Institución Educativa Técnico industrial Popayán, Institución Educativa El Mirador, Colegio San José de Tarbes Popayán, Institución Educativa la Herradura Almaguer Cauca, Institución Educativa Francisco Antonio De Ulloa Popayán. Cabe mencionar que algunas de las anteriores instituciones manejan ambos tipos de calendario por lo cual se trabajó de manera satisfactoria.

La tabla 1 nos muestra el número y género de los estudiantes participantes a los talleres virtuales realizados en los meses de abril, mayo y junio de 2022.

Tabla 1

Población de Estudiantes que Asistieron de Manera Virtual.

Grado		Género	N° total de estudiantes asistentes a las clases virtuales
	Masculino	Femenino	
Octavo	13	14	27
Noveno	2	9	11

Nota. Esta tabla muestra el número de estudiantes que asistieron de manera virtual de acuerdo a la relación de género y grado escolar. Elaboración propia.

Así mismo, la segunda parte de la práctica pedagógica se realizó de manera presencial en las Instituciones Educativas el Mirador de Popayán, Institución Educativa Santa Catalina Laboure Bolívar Cauca y la Institución Educativa Don Bosco Popayán; la tabla 2 muestra el número de estudiantes participantes en los talleres de olimpiadas.

Tabla 2

Población de estudiantes que asistieron de manera presencial.

Grado		Género	N° total de estudiantes asistentes a las clases presenciales
	Masculino	Femenino	
Octavo	25	11	36
Noveno	11	11	22

Nota. Estudiantes que asistieron presencialmente en relación de género y grado escolar. Fuente propia.

Desarrollo De La Metodología

Como se mencionó anteriormente, la metodología se enmarca principalmente en la resolución de talleres matemáticos con problemas de olimpiadas. Estos talleres se dividen en dos secciones, la primera se realizó de forma virtual en los meses de abril, mayo y junio del año 2022 debido a la situación de pandemia y otros factores que impiden la prespecialidad; la segunda intervención se realizó de forma presencial en la institución Educativa El Mirador de Popayán, Institución Educativa Don Bosco de la ciudad de Popayán y la Institución Educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de Bolívar Cauca. El tiempo estimado de la intervención para los talleres virtuales fueron de cuatro horas semanales por un periodo de 2 meses con sesiones de 2 días (martes y sábado) para un total de 32 horas; El tiempo estimado para la segunda parte de la intervención pedagógica en la Institución Educativa el Mirador serán 3 sesiones de dos horas los días miércoles en jornada de la tarde; en la Institución Educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de Bolívar Cauca se realizó un taller con problemas de olimpiadas se trabajó jornada continua con un tiempo estimado de 6 horas, de igual manera se continuó con la intervención de este proyecto a través del evento "gomosos por las matemáticas" que se efectuó en la Institución Educativa Don Bosco de Popayán con una jornada continua de 6 horas para un total de 18 horas.

¿Cómo se implementó los métodos en el aula?

Para el desarrollo de la investigación se llevó a cabo la intervención en el aula, para la cual se contó con una población de 29 estudiantes de grado octavo y noveno, que contaban con las herramientas necesarias para conectarse a las clases virtuales; tuvo lugar en el año 2022 correspondiente a las fechas del 23 de abril al 28 de junio. Para las sesiones virtuales, se realizó en un principio una prueba diagnóstica para identificar las dificultades matemáticas que los estudiantes presentan al momento de resolver un problema de olimpiadas, esta fue diseñada por los docentes en formación y previamente revisada por el director de práctica. (Ver anexo 1) Seguidamente se realizó un primer taller virtual, el cual contiene cinco problemas de olimpiadas diseñados para reforzar temas y conceptos matemáticos que los estudiantes presentaron mayor dificultad, según los datos obtenidos en la prueba diagnóstica. Además, se tuvo en cuenta la siguiente guía de observación para el grupo de estudiantes.

Tabla 3

Guía de Observación

Guía de observación			
Objetivo: Identificar el nivel de interés y participación de los estudiantes en procesos de resolución de problemas matemáticos			
Criterios de evaluación	La mayoría de los estudiantes		
	Si	No	A veces
1. Muestra interés por los temas desarrollados en el transcurso del taller			
2. Realiza preguntas para clarificar conceptos			
3. Participa activamente en los problemas planteados en clase			
4. Establece y propone diferentes pasos para dar solución a los problemas planteados			
5. Aplica las instrucciones dadas por el docente para la solución de los problemas planteados			

Nota: Guía de observación. Elaboración propia.

Además, se realizó una prueba virtual ronda 1, con el objetivo de determinar la influencia que tuvo este primer taller en el fortalecimiento de competencias matemáticas (ver anexo 2).

Diseño y Desarrollo de Talleres con Problemas de Olimpiadas

Como se mencionó anteriormente, la intervención pedagógica se enmarca en el enfoque cualitativo de investigación-acción propuesto por Kemmis (1989). En este enfoque, se busca abordar un problema o mejorar una situación mediante la combinación de la investigación y la acción práctica.

En línea con el enfoque de investigación-acción, se diseñan talleres matemáticos que incorporan problemas de olimpiadas. Estos talleres se implementan tanto de manera virtual como presencial, con el propósito de desarrollar competencias matemáticas. La acción práctica se lleva a cabo a través de la interacción con los estudiantes durante los talleres, permitiendo identificar conceptos y dificultades específicas.

Además, el enfoque de investigación-acción promueve la reflexión y la generación de conocimiento a partir de la experiencia práctica. En este caso, el diseño de los talleres y la observación de los resultados obtenidos permiten generar conocimiento significativo sobre cómo abordar las dificultades y fortalecer las competencias matemáticas de los estudiantes

¿Cómo se Evaluó?

Para esta propuesta el objetivo no es asignar un valor numérico que determine en qué escalafón se encuentre el alumno, es decir, no se tendrá en cuenta resultados cuantitativos. La finalidad es contribuir en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, fortalecer conceptos matemáticos mediante la resolución de problemas de. Por tal razón, se realizará una evaluación formativa, es decir, mediante el análisis de evidencia recolectada permitirá al docente implementar acciones para mejorar continuamente competencias matemáticas de los estudiantes.

Para esta evaluación se hará uso de una guía de observación y un diario de campo, en el que se plasme la información resultante de la observación del trabajo y evolución de cada estudiante, se tendrá en cuenta el interés individual y desarrollo de las actividades. A partir de los resultados evidenciados, se dispondrá como estrategia primordial la modelación de talleres matemáticos con relación a las competencias: que se evidencie mas dificultad

Tabla 4

Cronograma de actividades

Actividad		Abril-Octubre de 2022												
	23 Ab	25 Ab	30 Ab	14 My	28 My	4 Jn	11 Jn	25 Jn	13 Jl	21 Jl	24 Ag	1 Sep	7 Oct	28 Oct
Presentación prueba diagnóstica (problemas planteados en COMATEQ 2022 (2 horas)	X													
Diseño y preparación de la solución a los problemas de la prueba diagnóstica (Tiempo indefinido)		X												
Presentación a los estudiantes la solución de los problemas planteados en la prueba diagnóstico. (tiempo 2 horas)			X											
Desarrollo del taller virtual 1 (tiempo 2 horas)				**X**										
Continuación del taller (2 horas)					X									
Primera ronda de olimpiadas grados 8 y 9 (1 hora)						X								
Taller de refuerzo: Solución cuestionario ronda 1 (2 horas)							X							
Continuación solución de cuestionario ronda 1 (2 horas)								x						
Presentación de prueba diagnóstica colegio el mirador (2 horas)									x					
diseño y preparación del taller de olimpiadas denominado dados operativos (tiempo indefinido)										x				
Taller de olimpiadas Dados operativos (2 horas)											X			
Prueba con problemas de olimpiadas matemáticas (2 horas)												x		
Taller de olimpiadas en la Institución Educativa Santa Catalina Laboure (Bolívar - Cauca) (6 horas)													x	
Taller de olimpiadas matemáticas en la Institución Don Bosco de Popayán (tiempo 6 horas)														X
Análisis de resultados (Tiempo indefinido)														

Nota. Fuente propia

Resultados y Análisis

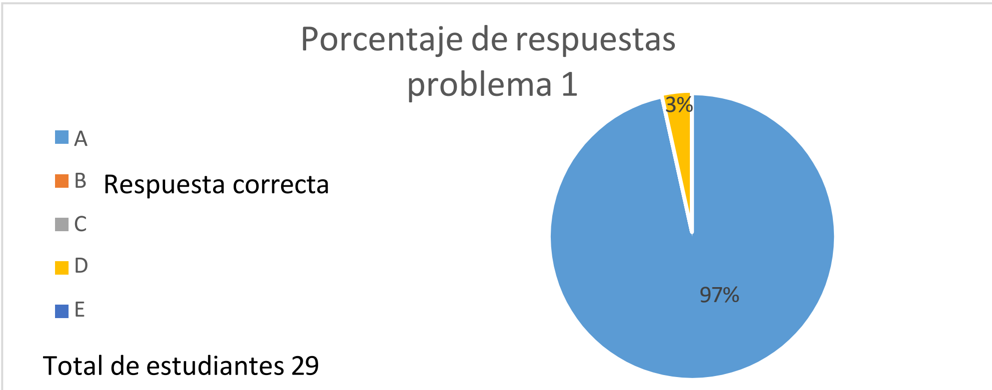
Los resultados obtenidos en el proceso de intervención se analizan teniendo en cuenta toda la información obtenida en las sesiones virtuales y presenciales, además de cada una de las pruebas realizadas (prueba diagnóstica, ronda 1problemas propuestos en cada una de las sesiones para el logro de cada uno de los objetivos propuestos; las cuales, se evidenciaban a partir de fotografías, grabaciones de las sesiones, diario de campo y capturas de pantalla.

Prueba Diagnóstico Virtual

En esta primera sesión se aplicó la prueba diagnostico a 29 estudiantes de grado octavo y noveno de distintas instituciones de Popayán y municipios aledaños, tales como Colegio San José de Tarbes, Institución Educativa Francisco Antonio De Ulloa, Sagrado Corazón de Jesús, Santa Catalina Laboure, Academia militar General Toma Cipriano De Mosquera, Institución Educativa La Herradura, Institución Educativa Técnico Industrial; esta prueba consta de cinco problemas de selección múltiple con única respuesta, los cuales fueron tomados de las olimpiadas de COMATEQ 2022. (Ver anexo 1). A continuación, se muestran los resultados obtenidos por cada problema según las respuestas marcadas por los estudiantes, para ello se hace uso de gráficos estadísticos; seguidamente, se realiza un análisis general usando la estadística descriptiva para cada gráfico.

Figura 1

Conceptos geométricos previos.

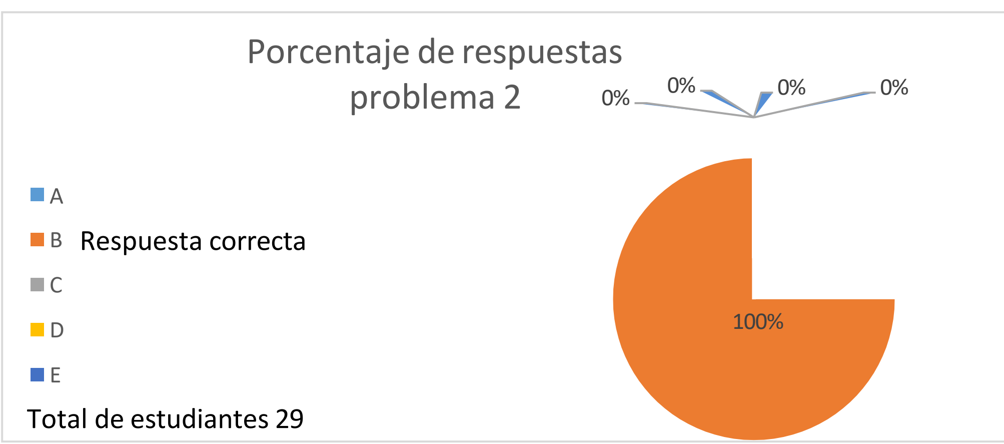


Nota. La figura muestra los resultados del problema 1 prueba diagnóstica. Fuente propia.

En la gráfica anterior se puede observar que ninguno de los estudiantes obtuvo la respuesta correcta, por lo que se concluye que el tema sobre conceptos geométricos, fórmulas para calcular el área de figuras geométricas tratado en el problema 1 tiene mayor dificultad para los estudiantes, por tanto, es pertinente diseñar talleres con problemas de olimpiadas enfocados en este tema y problemas similares, con el objetivo de superar dificultades y fortalecer sus competencias matemáticas.

Figura 2

Sistemas de medidas y criterios de divisibilidad.

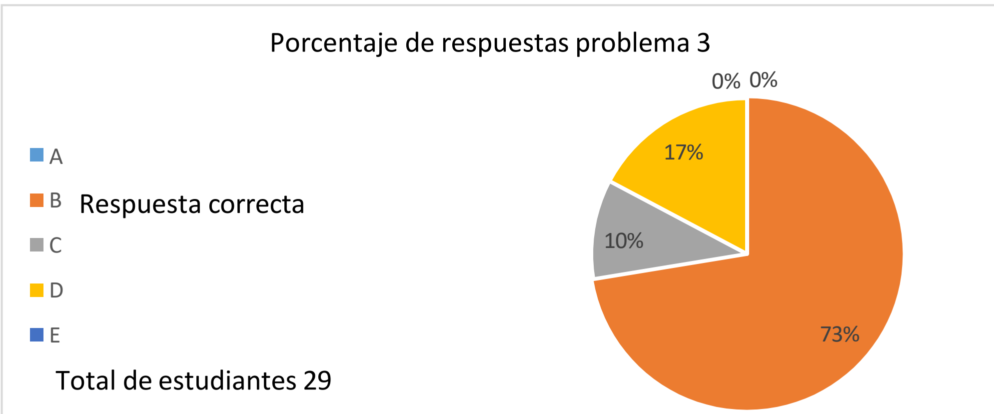


Nota. La figura muestra los resultados del problema 2 prueba diagnóstica. Fuente propia.

En la anterior gráfica se puede observar que todos los estudiantes marcaron correctamente, por lo que se evidencia un buen manejo del tema sobre sistemas de medidas y criterios de divisibilidad en los números enteros. Sin embargo, es preciso en ciertos momentos recordar estos temas ya que son importantes para dar solución a problemas relacionados.

Figura 3

Propiedades de los números pares e impares.



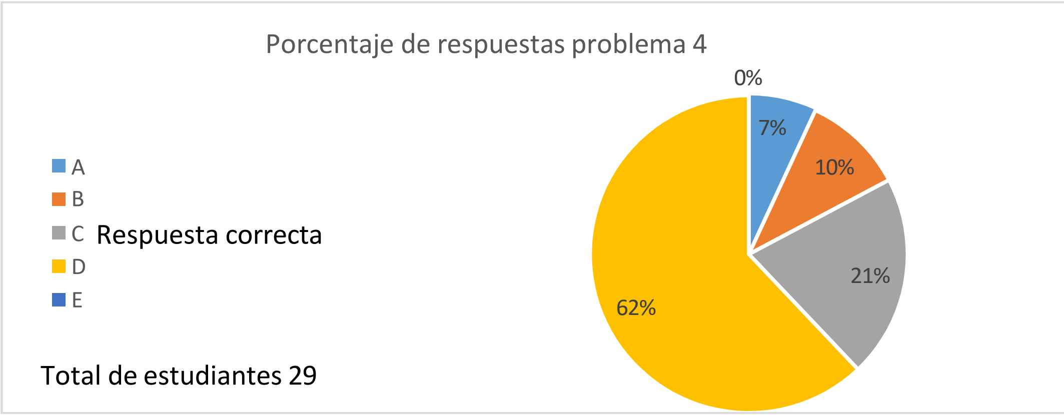
Nota. La figura muestra los resultados del problema 3 prueba diagnóstica. Fuente propia.

El problema 3 abarca temas sobre propiedades de los números pares e impares.

Según los resultados observados se evidencia que 21 estudiantes siendo el 73% marcaron la respuesta correcta a este problema. Sin embargo 8 estudiantes tuvieron dificultades, por tal motivo sería pertinente clarificar estos conceptos con talleres posteriores.

Figura 4

Área y perímetro de figuras geométricas.

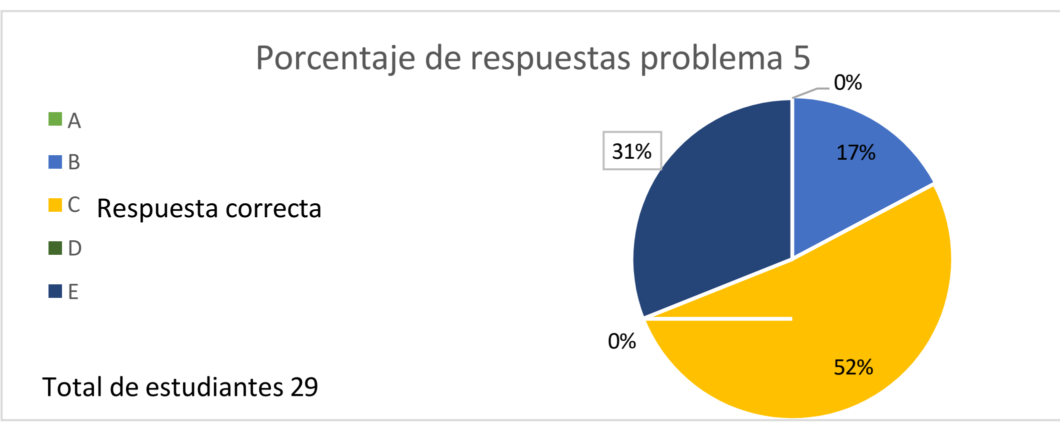


Nota. La figura muestra los resultados del problema 4 prueba diagnóstica. Fuente propia.

En la gráfica anterior se observa que el 79% de los estudiantes tienen dificultad en interpretar problemas que tienen que ver con figuras geométricas relacionadas con el concepto de área, por tanto, para el primer taller virtual se diseñaron problemas con este tipo de competencias.

Figura 5

Conceptos geométricos en figuras planas.



Nota. La figura muestra los resultados del problema 5 prueba diagnóstica. Fuente propia.

El problema 5 contiene temas geométricos en las que relaciona el área y perímetro de figuras planas, como también empleo de técnicas algebraicas para despejar variables en ecuaciones equivalentes. La gráfica indica que un 48% de los estudiantes tienen dificultades en este tipo de competencias.

Primer Taller de Entrenamiento Virtual

En este taller se desarrolló 4 problemas enfocados en los temas de geometría los cuales presentaron mayor dificultad para los estudiantes de acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, es preciso mencionar que para la solución de cada uno de los problemas se tuvo en cuenta las cuatro fases de resolución de un problema propuestas por Pólya, estas son: Comprender el problema, diseñar o concebir un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva.

Es importante que los estudiantes conozcan estas fases y la sepan utilizar, pues les permite organizar sus ideas y dar una solución correcta a un problema de olimpiadas. Este taller se realizó en dos sesiones cada una con un tiempo de 2 horas, esto debido a que para la solución de ciertos problemas se presentó mayor participación por parte de los estudiantes, aclarando conceptos que serían útiles para llegar a una solución; además se enfatizó en temas derivados de la geometría, algebra y algunas propiedades de los números reales importantes para la resolución de este tipo de problemas. A continuación, se muestra mediante capturas los problemas desarrollados en este primer taller.

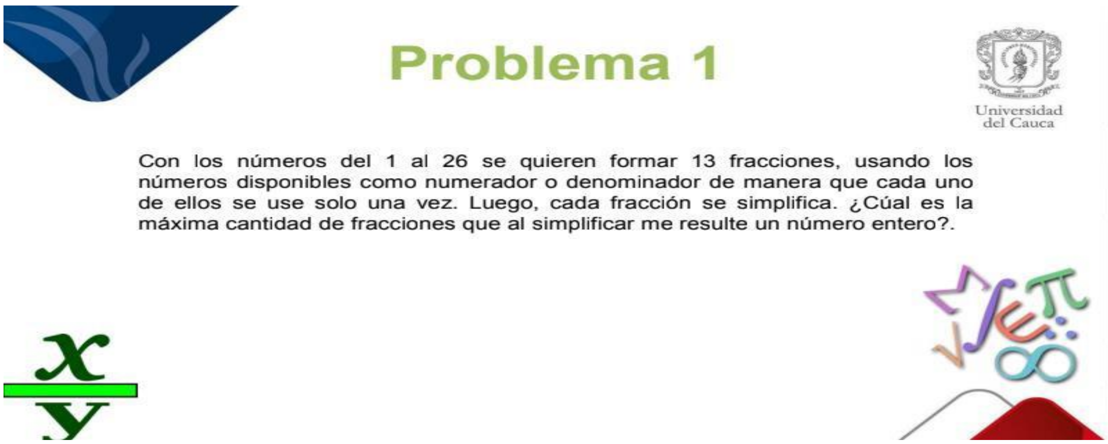
Problema 1: Recordando Propiedades de los Números Reales

Al obtener los resultados de la prueba diagnóstica, se observó que los estudiantes presentaron algunas dificultades en cuanto a la utilización de propiedades de los números reales, entre ellas las de los números primos, por tanto, se diseñó el problema 1 de tal forma que los estudiantes superen estas dificultades y fortalezcan sus competencias matemáticas. (Ver imagen

1).

Imagen 1

Propiedades de los números primos y simplificación de fracciones

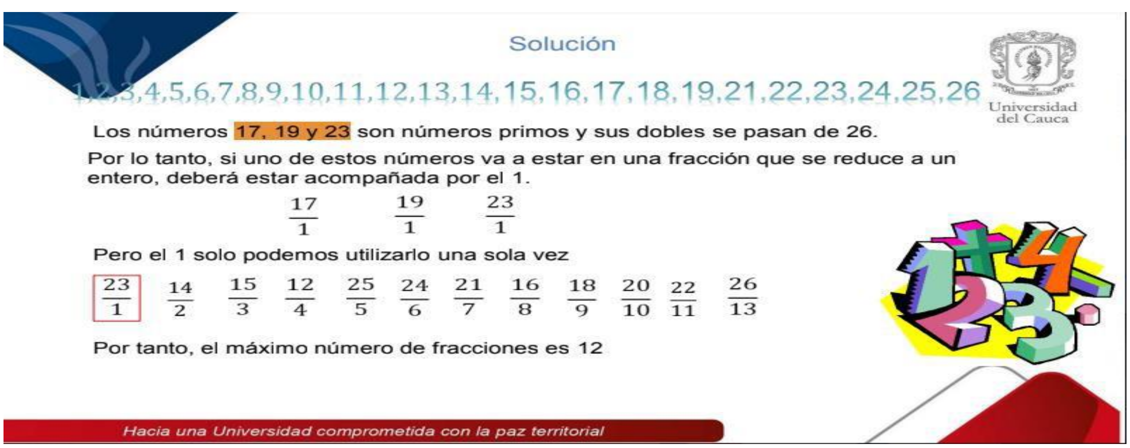


Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

A continuación, se presenta una solución del problema 1, detallando la propiedad de divisibilidad de los números primos, así mismo, se explica la simplificación de fracciones de tal forma que el resultado sea un numero entero. (Ver imagen 2).

Imagen 2

Solución al problema 1 presentado en el primer taller de entrenamiento



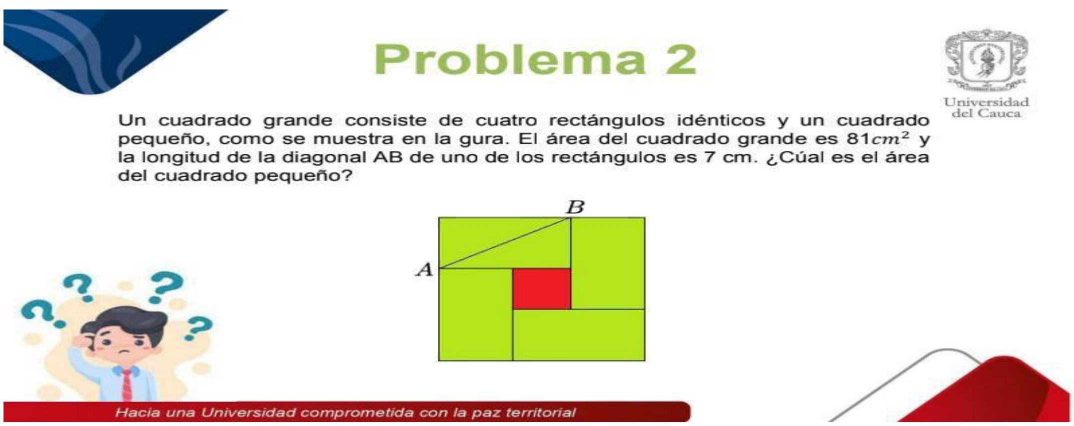
Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

Problema 2: Figuras Geométricas y sus Áreas

Para el diseño y formulación de este problema se tuvo en cuenta que algunos estudiantes tuvieron dificultades en reconocer y aplicar las fórmulas matemáticas para encontrar el área de distintas figuras geométricas, así mismo el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones; por tal motivo este problema va enfocado principalmente en lograr que los estudiantes fortalezcan el pensamiento espacial conozcan las fórmulas para encontrar el área de figuras geométricas, apliquen correctamente el teorema de Pitágoras y con ello sepan desenvolverse al encontrarse con problemas de olimpiadas de este tipo. (Ver imagen 3).

Imagen 3

Cálculo de áreas de figuras geométricas.

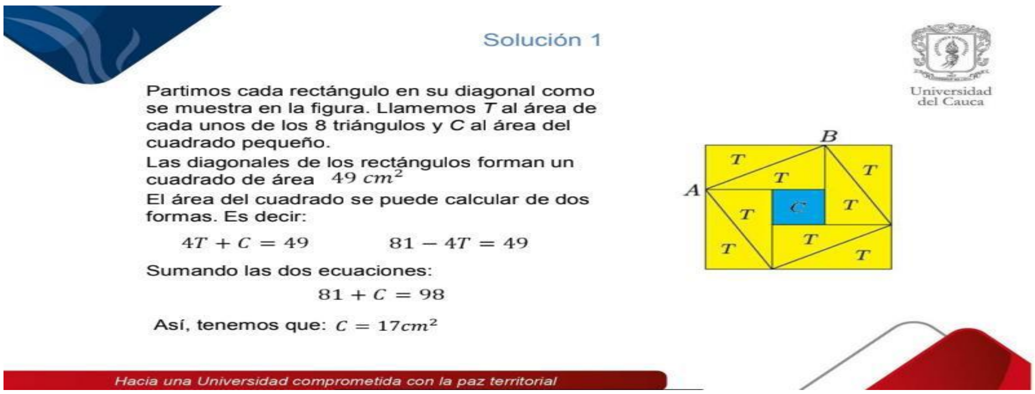


Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

A continuación, se presenta dos soluciones para el problema 2, la primera parte realizando una subdivisión geométrica al cuadrado más grande, de tal forma que se obtenga 8 triángulos rectángulos idénticos, por consiguiente, se plantea dos ecuaciones equivalentes para calcular el área del cuadrado formado por las diagonales, luego se explica a los estudiantes como resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas y realizando un despeje simple llegamos a la solución deseada. (Ver imagen 4). Para la solución 2 se explica la definición y correcta aplicación del teorema de Pitágoras, además se recuerda el concepto del binomio al cuadrado y por último, mediante un despeje de ecuaciones se llega a la misma solución 1 explicada anteriormente. (Ver imagen 5).

Imagen 4

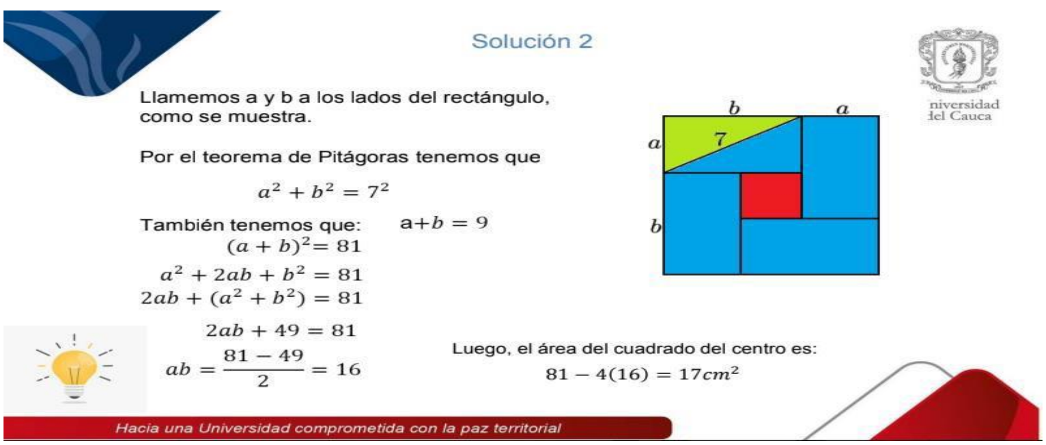
Solución problema 2 mediante la relación entre áreas



Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

Imagen 5

Solución problema 2 mediante la utilización del teorema de Pitágoras



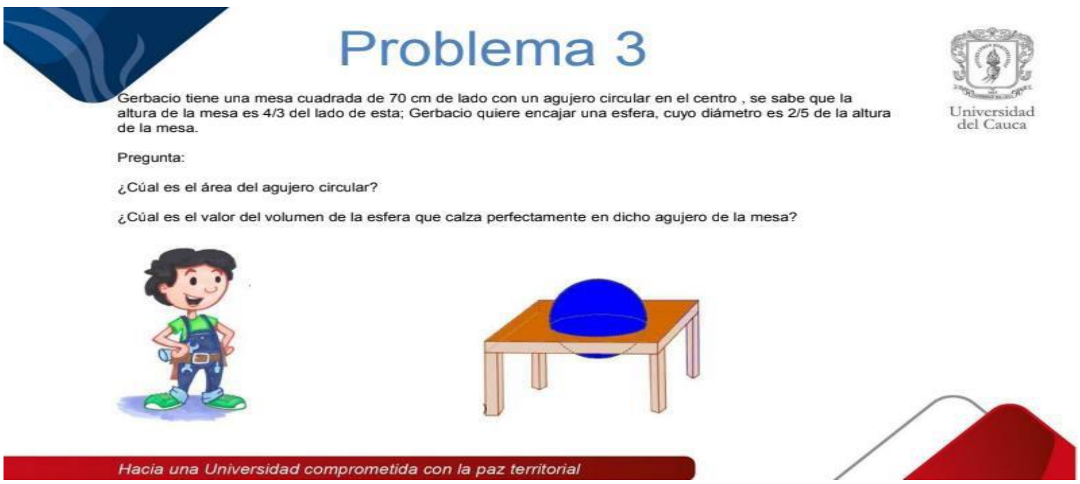
Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

Problema 3: Área y Volumen de Figuras Geométricas

Para el diseño y formulación de este problema, al igual que en el problema 2, se tuvo en cuanto la dificultad de los estudiantes a la hora de enfrentarse a problemas que relacionen el área de figuras geométricas, además otro apartado importante para este problema fue recocer y aplicar la fórmula para encontrar el volumen de una esfera. (Ver imagen 6).

Imagen 6

Problema sobre área de un círculo y volumen de una esfera

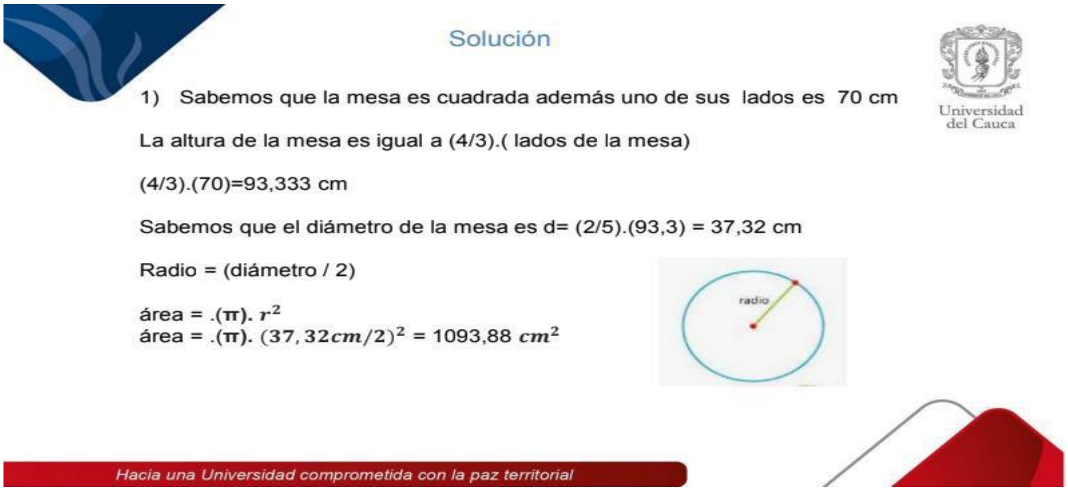


Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

A continuación, se presenta una solución al problema 3 resaltando los conceptos de lado de un cuadrado, altura, diámetro, pi (π), radio de un círculo; además se explica cómo aplicar correctamente las fórmulas para encontrar el área y volumen de un círculo y una esfera, respectivamente. (Ver imagen 7,8).

Imagen 7

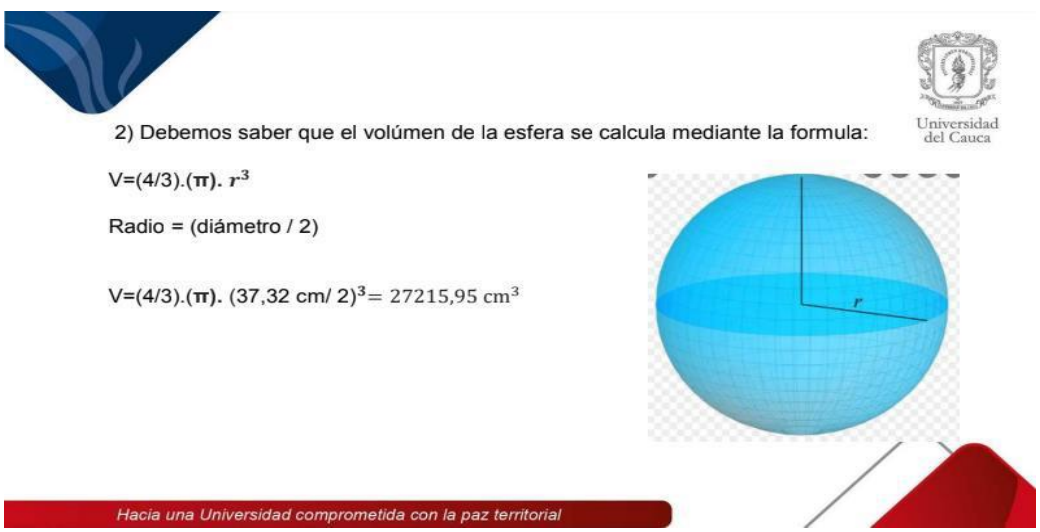
Solución del problema 3 literal a sobre área de un circulo



Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

Imagen 8

Solución al problema 3 literal b sobre volumen de una esfera



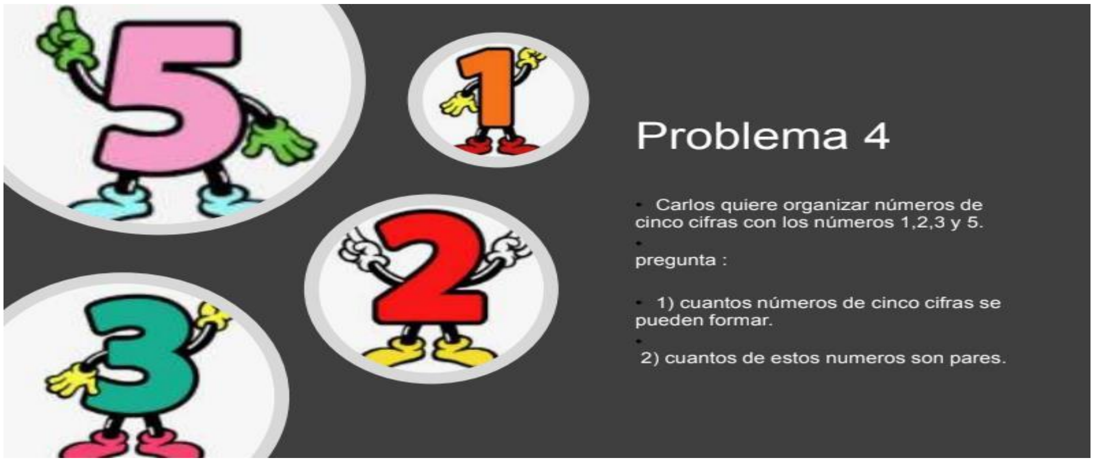
Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

Problema 4: Números Pares e Impares

Para este problema se tuvo en cuenta la importancia que tiene para los estudiantes participantes en olimpiadas el saber construir números con una cierta cantidad de cifras dadas y reconocer cuales de estos son pares e impares. (Ver imagen 9).

Imagen 9

Números de cinco cifras pares e impares

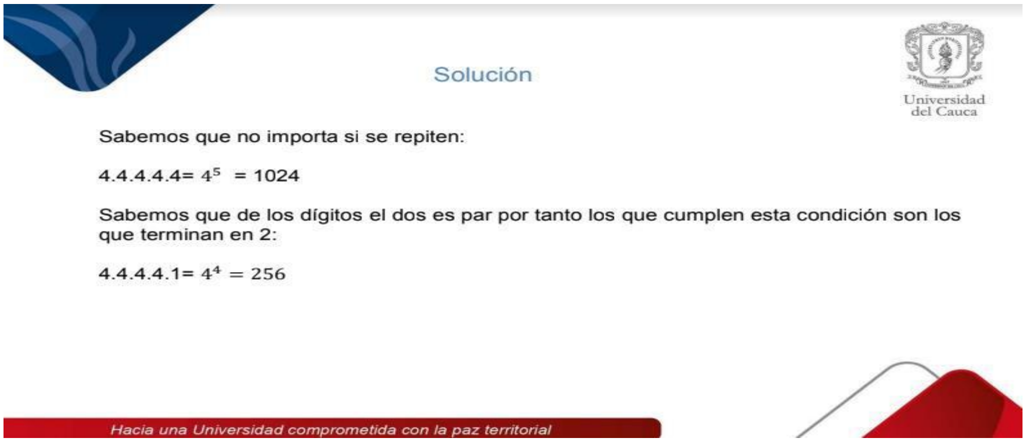


Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

A continuación, se presenta una solución al problema anterior, para esto, se tuvo en cuenta los conceptos de: cifras o dígitos de un número entero, además la definición de número par e impar, esto con el fin de que los estudiantes vayan adquiriendo y familiarizando con estos conceptos, puesto que en olimpiadas matemáticas son muy frecuentes problemas de este tipo. (Ver imagen 10).

Imagen 10

*Solución al problema **4***



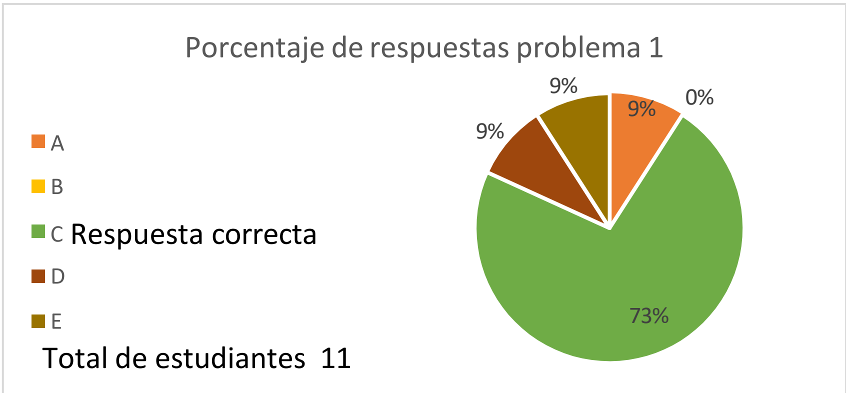
Nota. Captura tomada del primer taller de entrenamiento virtual. Fuente propia.

Resultados Prueba Ronda 1 Virtual

En este apartado se presentarán los resultados a partir de gráficos estadísticos para cada problema según la respuesta marcada por los estudiantes. Haciendo uso de la estadística descriptiva se realiza un análisis general de los datos obtenidos por dicha prueba, esto con el fin de identificar la influencia que tuvo el primer taller de olimpiadas en el fortalecimiento de competencias matemáticas para este grupo de estudiantes.

Figura 6

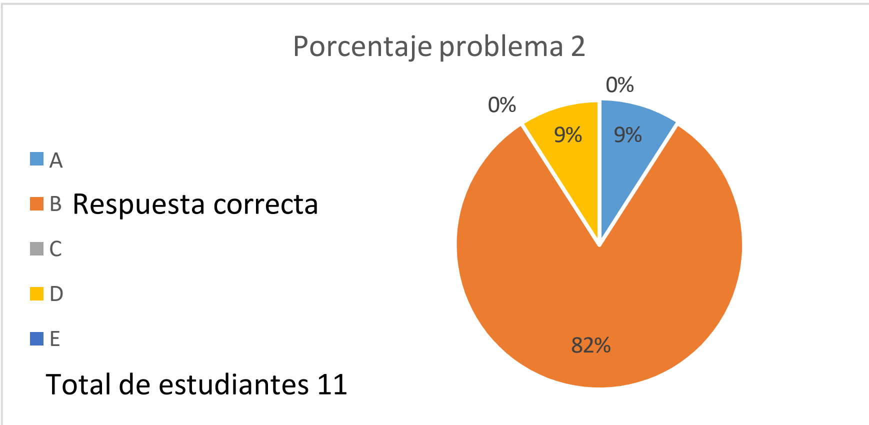
Utilizando propiedades de los números reales.



Nota. La figura muestra los resultados del problema 1 prueba ronda 1. Fuente propia.

Figura 7

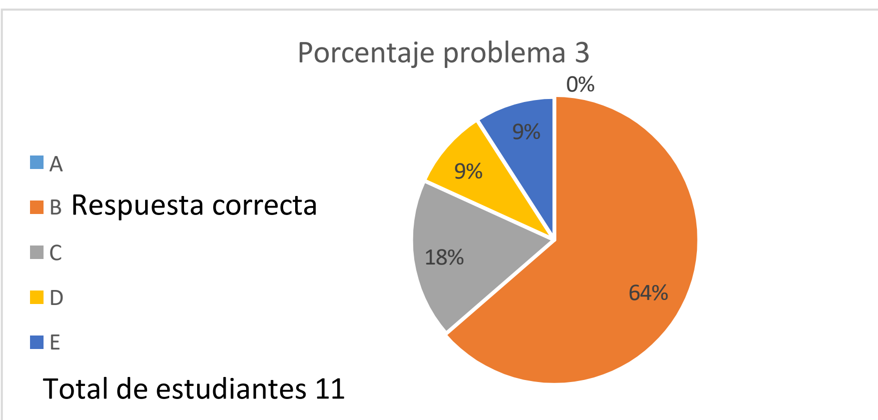
Conocimiento geométrico



Nota. La figura muestra los resultados del problema 2 prueba ronda 1. Fuente propia.

Figura 8

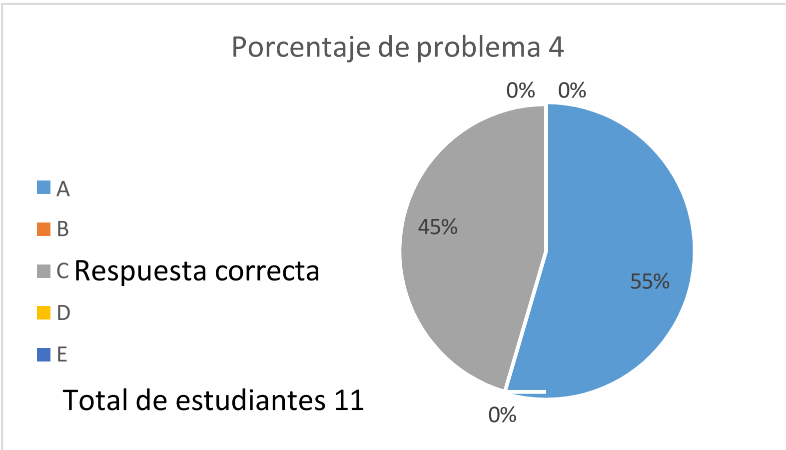
Diámetro de un círculo y perímetro de un rectángulo.



Nota. La figura muestra los resultados del problema 3 prueba ronda 1. Fuente propia.

Figura 9

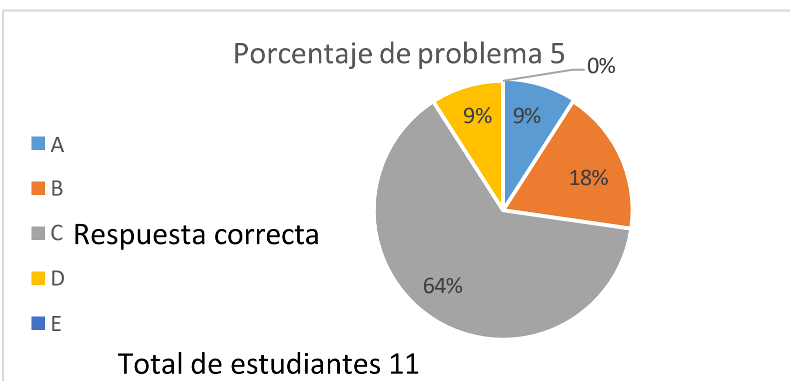
Área y perímetro de figuras geométricas



Nota. La figura muestra los resultados del problema 4 prueba ronda 1. Fuente propia.

Figura 10

Problema sobre divisibilidad

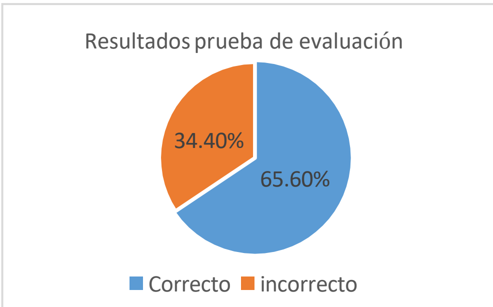


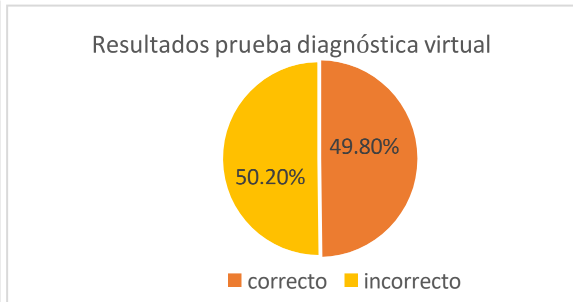
Nota. La figura muestra los resultados del problema 5 prueba ronda 1. Fuente propia.

Comparando Resultados

Figuras 11 y 12

Gráficos comparativos prueba diagnóstico y prueba ronda 1





Nota. Gráficos obtenidos de prueba diagnóstica y prueba ronda 1. Fuente propia

En los gráficos anteriores se realiza una comparación de los resultados correctos e incorrectos obtenidos en la prueba de evaluación y la prueba diagnóstica. Se evidencia un mayor número de respuestas correctas, esto quiere decir que los estudiantes tuvieron buena comprensión de los conceptos matemáticos, en especial conceptos de geometría los cuales en principio tuvieron mucha dificultad; cabe resaltar que según la guía de observación para el taller de entrenamiento 1, hubo mayor participación e interés por parte de los estudiantes, esto quiere decir que los talleres de olimpiadas tienen una influencia positiva en el aprendizaje y fortalecimiento de competencias.

Análisis de Resultados de Talleres Presenciales

Prueba Diagnóstica

A continuación, se describe y analiza cada uno de los problemas planteados en la prueba diagnóstico que se realizó en la Institución Educativa el Mirador de Popayán (ver anexo 4), esta se realizó con aproximadamente 30 estudiantes, con el objetivo de identificar las dificultades de los estudiantes y además se puso a prueba los conocimientos previos.

Problema 1. Juan Carlos tiene una cuerda, donde el dibuja 6 círculos del mismo tamaño y de radio 6 cm en una mesa rectangular, además el dibuja un rectángulo que se forma con los centros de cada uno de los círculos que se dibujaron en la mesa como se muestra en la figura 1 de donde el estudiante debe responder. ¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo grande?

En el problema presentado, el estudiante debe conocer la definición de perímetro del rectángulo y del radio de un círculo, así como su respectiva utilización en este.

Imagen 11

Problema perímetro rectangular

Nota. Imagen prueba diagnóstica a la institución educativa el Mirador presencial.

Solución del Problema 1. Sabemos que el radio de los círculos formados en la mesa es de 6 cm por tanto su diámetro es 12 cm. Cómo calzan exactamente 6 círculos en la mesa, es decir que la base hay tres círculos y en la altura se forma con los dos círculos como se muestra en la figura 1 por lo tanto podemos decir que:

$$base = 3veceseldiámetro = 3(12cm) = 36cm$$

$$Altura = 2veceseldiámetro = 2(12cm) = 24cm$$

$$Perímetro\ de\ un\ rectángulo = \ suma\ de\ todos\ sus\ lados$$

$$Perímetro\ de\ un\ rectángulo = \ 36cm\ +\ 36cm\ +\ 24\ cm\ 24\ cm\ \ = 120\ cm$$

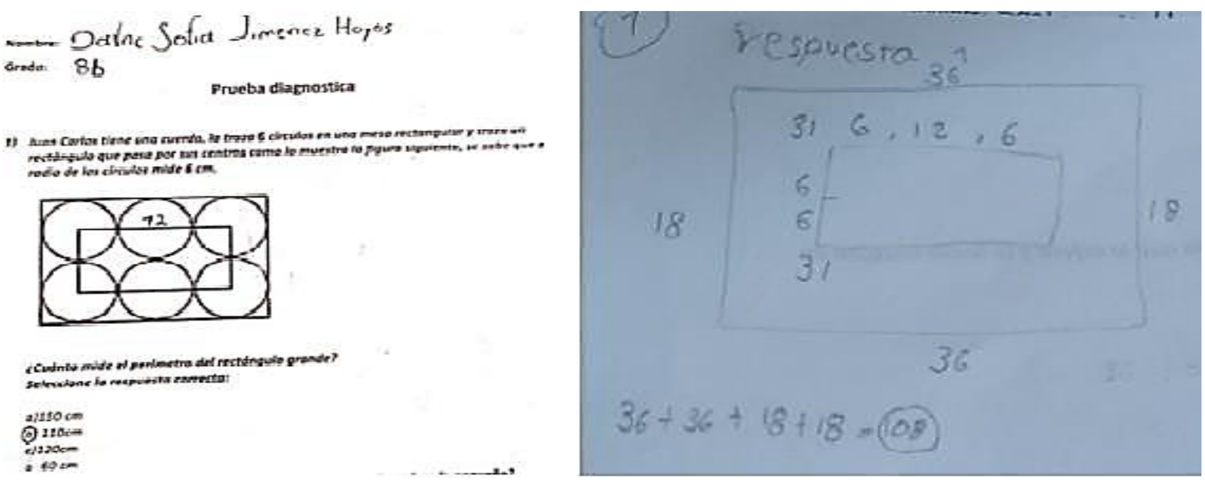
$$Por\ lo\ anterior\ el\ perímetro\ del\ rectángulo\ grande\ es\ de\ 120\ cm.$$

Conceptos básicos a desarrollar. Los conceptos matemáticos a desarrollar en el primer punto de la primera sesión de la prueba diagnóstico en la Institución Educativa el Mirador son:

concepto de perímetro en figuras geométricas y concepto de radio en un círculo.

Trabajo hecho por los estudiantes problema 1. A continuación, se muestran los resultados obtenidos en el primer punto de la prueba diagnóstica realizada en la Institución Educativa el Mirador. Elaborada con aproximadamente 30 estudiantes agrupados divididos entre tres estudiantes:

Imagen 12
Mesa rectangular con respecto al radio de las circunferencias.

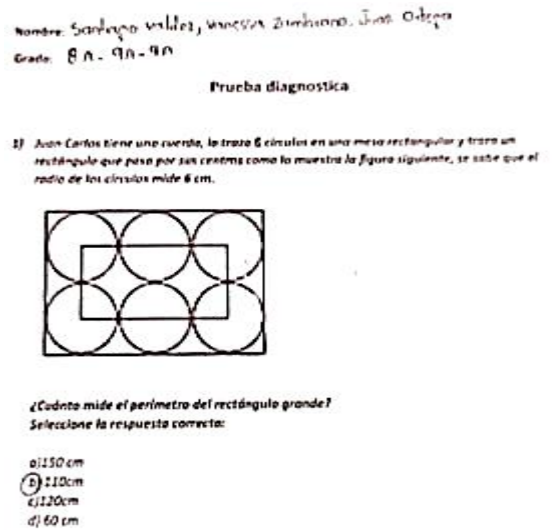


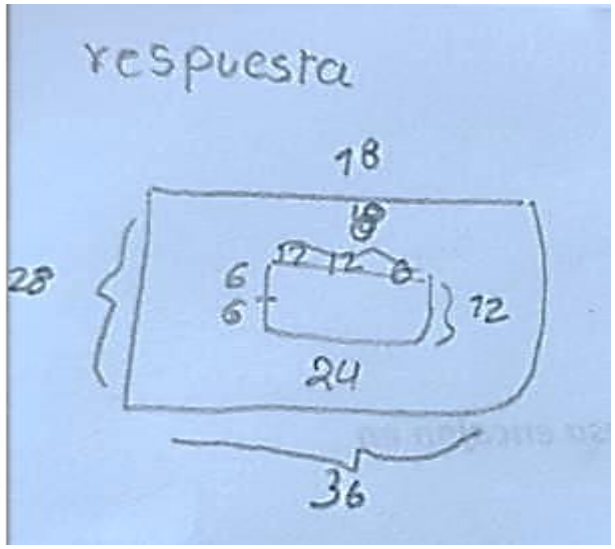
Nota. Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se evidencia en la imagen 12 el estudiante presenta una dificultad a la hora de utilizar el radio de un círculo en el problema planteado, presentando un error para encontrar la medida correcta de la altura del rectángulo.

Imagen 13

Lados del rectángulo.



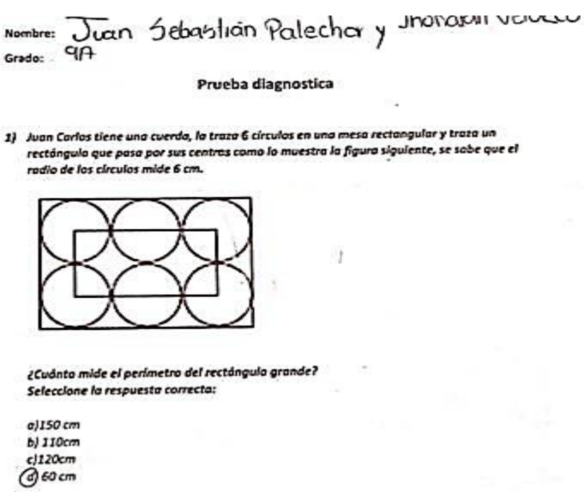


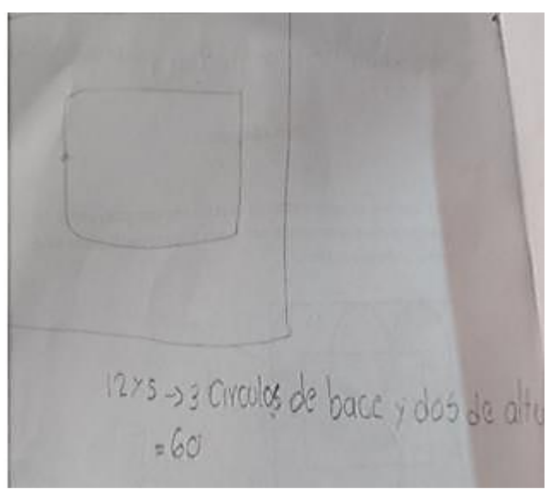
Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 13 se evidencia cómo el estudiante erróneamente utiliza el radio para encontrar los lados del rectángulo a pesar que llega a la respuesta correcta muestra la dificultad al ubicar los lados del rectángulo

Imagen 14

Diferencia entre perímetro y área.



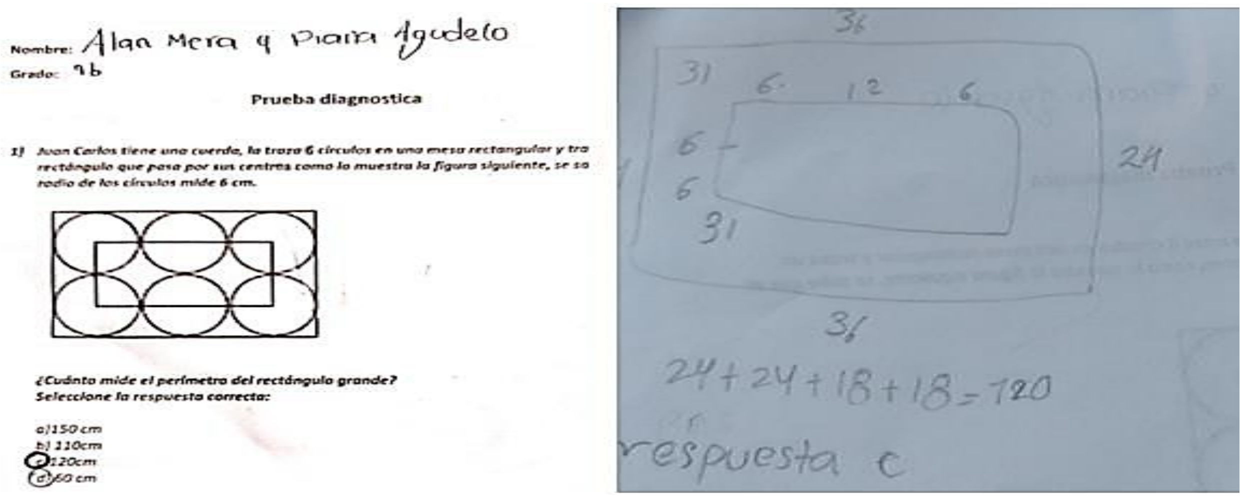


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 14 se evidencia cómo el estudiante opera el perímetro y la cantidad de círculos que se forman en la mesa; llegando a una respuesta incorrecta, esto muestra por parte del estudiante el desconocimiento del concepto correcto de perímetro de un rectángulo; así mismo se presenta una confusión entre concepto de perímetro y área.

Imagen 15

Rectángulo y su perímetro correctamente resuelto.



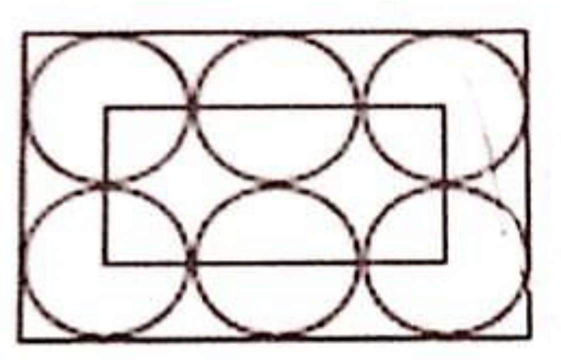
Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 15 se resalta la forma adecuada de un grupo de estudiantes que aplicaron el concepto de perímetro en un rectángulo llegando a la respuesta correcta.

Problema 2. A continuación, se presenta el segundo problema planteado en la prueba diagnóstico que se realizó en la Institución Educativa el Mirador, donde se utilizó el ejercicio del problema 1 pero en este ejercicio se les preguntó acerca del perímetro del rectángulo formado por los radios de los 6 círculos.

Imagen 16

Perímetro del rectángulo formado por los radios de los círculos



Nota. Imagen prueba diagnóstica a la institución educativa el Mirador presencial.

Solución del problema 2. En el ejercicio presentado, el estudiante debe conocer la respectiva definición de perímetro de un rectángulo y además debe conocer la definición de radio de un círculo, como anteriormente se propuso en la figura 6.

$$Para\ el\ rectángulo\ pequeño\ sabemos\ que\ el\ radio\ es\ de\ 6cm, luego\ se\ tiene\ que$$

$$Base = 4\ veces\ el\ radio\ =\ 24\ cm$$

$$Altura =\ 2\ veces\ el\ radio =\ 12\ cm$$

$$Perímetro\ de\ un\ rectángulo =\ suma\ de\ todos\ sus\ lados$$

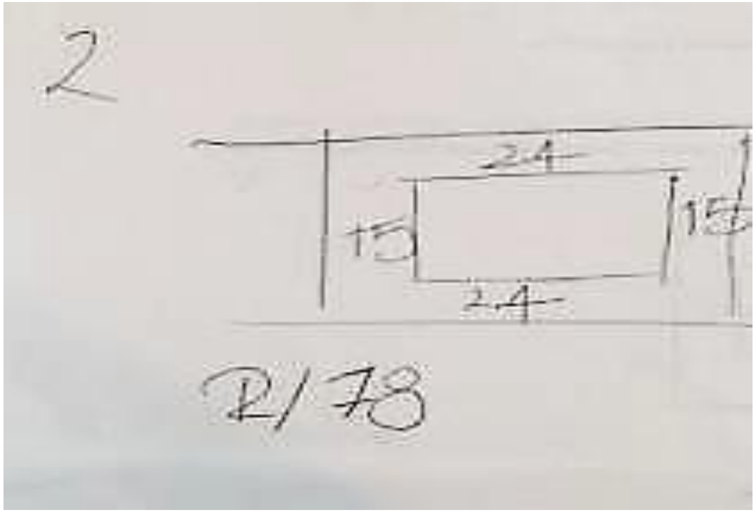
$$Perímetro\ de\ un\ rectángulo\ =\ 24\ cm\ +\ 24\ cm\ + 12\ cm\ +\ 12\ cm\ =\ 72\ cm$$

$$Por\ tanto, el\ perímetro\ del\ rectángulo\ pequeño\ es\ 72\ cm$$

Trabajo hecho por los estudiantes problema 2. A Partir de la prueba diagnóstico aplicada en la Institución educativa el Mirador de modalidad presencial con alrededor de 30 estudiantes agrupados en colecciones de tres se obtuvieron los siguientes resultados:

Imagen 17

Perímetro del rectángulo y errores de reemplazo de sus catetos

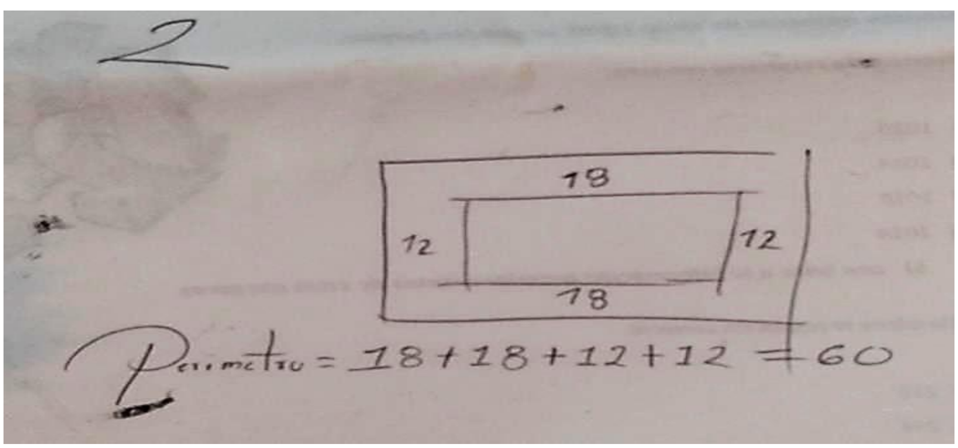


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 17 los estudiantes no logran identificar el valor numérico de los lados del rectángulo menor con respecto a los datos suministrados por el problema, evidenciado un error con respecto a la identificación de los lados del rectángulo.

Imagen 18

Perímetro del rectángulo con respecto al reemplazo de sus catetos.

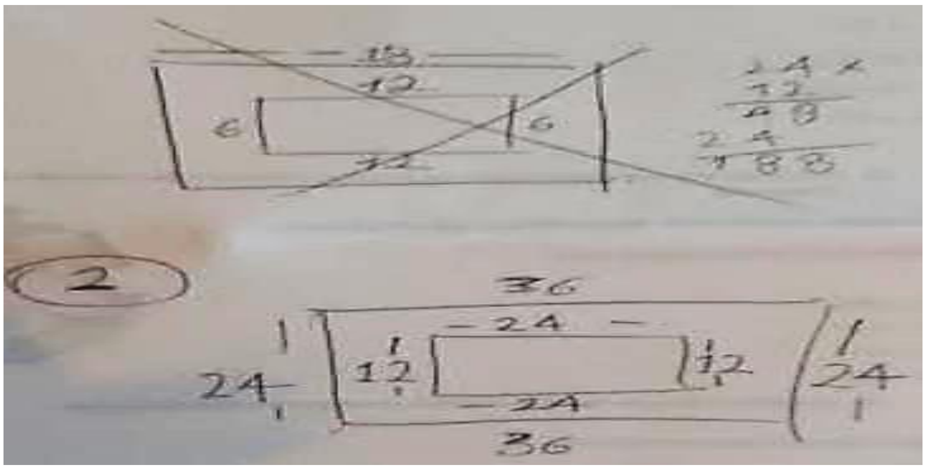


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 18 los estudiantes no logran reconocer el perímetro, evidenciado un error con respecto al reemplazo de los lados correspondientes al rectángulo; asignando un valor incorrecto a sus lados ocasionando al no llegar a encontrar el perímetro esperado.

Imagen 19

Perímetro del rectángulo y su adecuado reemplazo con respecto a sus catetos.



Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen19 los estudiantes reconocen el concepto del perímetro de un rectángulo; encontrando adecuadamente los lados correspondientes a este que se encuentra entre los círculos, además se identifica que hacen una correcta relación de los datos brindados por el problema para encontrar los respectivos lados y el perímetro esperado.

Análisis de Resultados Prueba Diagnostica

Con relación al problema 1 de la prueba diagnóstica realizada en la Institución el Mirador se evidencian varios errores de los cuales se encuentran: el desconocimiento o mala aplicación del concepto perímetro y su confusión entre área, perímetro y errores en los cálculos de las medidas.

Con respecto a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstico del problema 2 que se realizó en la Institución Educativa el Mirador se observó que todos los estudiantes tuvieron las mismas dificultades que se presentaron en el problema 1, especialmente en la identificación y familiarización de conceptos en área y perímetros de figuras geométricas, dando claramente la gran dificultad que se presenta al resolver este tipo problemas y la dificultad que le genera al estudiante al enfrentarse a este tipo de ejercicios matemáticos de tipo olimpiadas, en el cual se tuvo en cuenta la siguiente guía de observación:

Tabla 4.

Guía de observación			
Objetivo: Identificar el nivel de interés y participación de los estudiantes en procesos de resolución de problemas matemáticos			
Criterios de evaluación	**La mayoría de los estudiantes**		
	Si	**No**	**A veces**
1. Muestra interés por los temas desarrollados en el transcurso de la clase	**x**		
2. Realiza preguntas para clarificar conceptos		**x**	
3. Participa activamente de los problemas planteados en clase		**x**	
4. Establece y propone diferentes pasos para dar resolución a los problemas planteados		**x**	
5. Aplica las instrucciones dadas por el docente para la solución de los problemas planteados		**x**	

Nota: Elaboración propia

Con relación a la guía de observación y con lo examinado durante la prueba diagnóstica, los alumnos presentan dificultades al enfrentarse a este tipo problemas; comenzando con la falta de confianza con el docente al momento de preguntar sus diferentes dudas para aclarar sus conceptos; causando un impedimento para el estudiante poder proponer y establecer sus diferentes ideas para la realización de esta actividad.

Presentación del Taller de Olimpiadas: Juego Dados Operativos

Anteriormente se le pidió a cada uno de los estudiantes como implementos traer tijeras, hojas o cartulina y colores; estas herramientas se los pidió durante la jornada de finalización de la prueba diagnóstica realizada en la primera sesión; como continuidad se procedió a modelar un taller olímpico tipo juego con respecto a las competencias identificadas que mayores dificultades presentaron durante la prueba diagnóstica; teniendo en cuenta el pensamiento espacial, métrico y geométrico. como continuidad se procedió a explicar las reglas del juego en qué consistía el juego denominado Dados Operativos, de donde cada uno de los estudiantes debían formar 5 figuras geométricas diferentes tales que su perímetro y área se puedan conseguir operando los números que se encuentren en un par de dados; para ello ellos podrían sumar multiplicar dividir y restar el resultado de los dos dados; utilizando cualquier figura geométrica realizadas por ellos mismos; con el fin de esclarecer los conceptos de área y perímetro y la utilización del teorema de Pitágoras, por lo cual fue realizado de manera presencial.

Definición del juego dados operativos. Inicia formándose grupos de tres estudiantes, de donde cada uno de ellos debe realizar 5 figuras geométricas cualesquiera; siempre y cuando el área y el perímetro deben resultar al operar dichos dados, cada grupo tendrá 5 fichas escogidas donde se especifica los lados de las figuras geométricas; cada grupo se enfrentará con otro grupo donde la acción de cada grupo es deshacerse de las fichas que se realizaron durante la actividad , se les explica nuevamente que el resultado de los dados se deben coincidir con el área y perímetro de las fichas, donde se debe multiplicar, sumar, restar y dividir para encontrar la respuesta, los grupos que logren quedar sin fichas será los grupos ganadores, además por cada lanzamiento de los dados se tendrán 120 segundos para encontrar la tarjeta correcta con relación al resultado de operar los dados.

Reglas del juego.

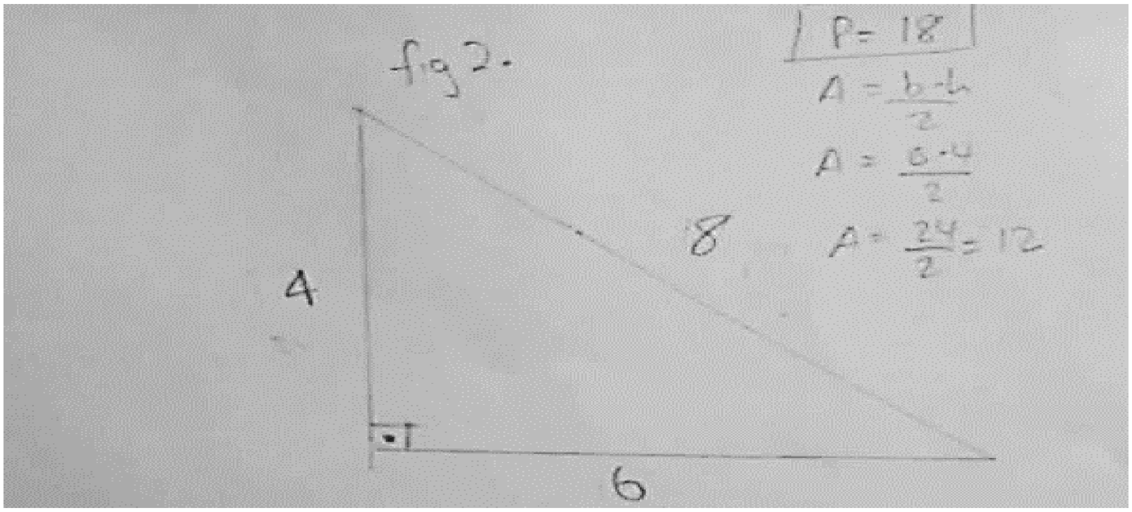
a. Para iniciar el juego se necesita que conformen grupos de tres estudiantes.

b. Las 5 fichas que cada grupo realizó se intercambiarán con el grupo contrario.
c. Para escoger qué grupo inicia se tirará un dado y el grupo con mayor puntuación iniciará el juego.
d. Se lanzan los dos dados al mismo tiempo, no es permitido lanzar los dados por separado.
e. Si el resultado de los dados es idéntico, el grupo podrá desechar una tarjeta.
f. El resultado de los dos dados se podrá sumar, restar multiplicar y dividir.
g. Si el jugador no ha escogido adecuadamente se adicionará otra tarjeta más.
h. Si el jugador se le ha agotado su tiempo y no ha escogido se adicionará a él otra tarjeta.
i. Si el resultado final al lanzar los dados no se encuentra ninguna respuesta en las tarjetas el jugador debe lanzar de nuevo los dados.

A partir del juego dados operativos que se realizó en la Institución Educativa el Mirador de modalidad presencial con alrededor de 30 estudiantes se obtuvieron algunos resultados de donde resaltaremos las dificultades presentadas en dicha actividad como se evidencia a continuación:

Imagen 20

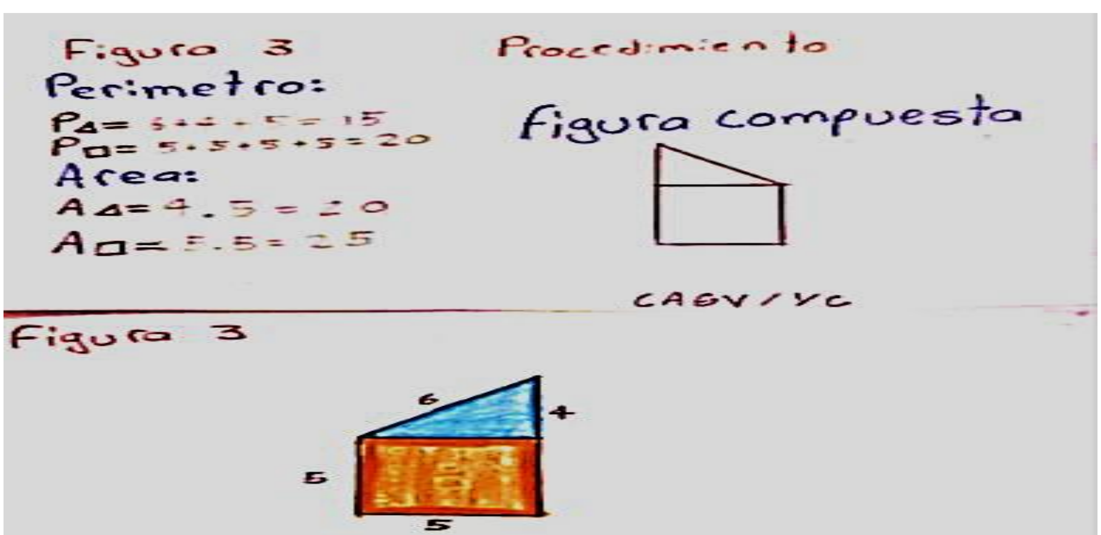
Ejercicio del triángulo rectángulo con respecto a su hipotenusa.



Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 20 los estudiantes reconocen el concepto de área y perímetro, pero se evidencia un nuevo error con respecto a la hipotenusa en que se debería utilizar el concepto del teorema de Pitágoras para poder concluir adecuadamente el valor correcto de su hipotenusa.

Imagen 21
Ejercicio figura geométrica.

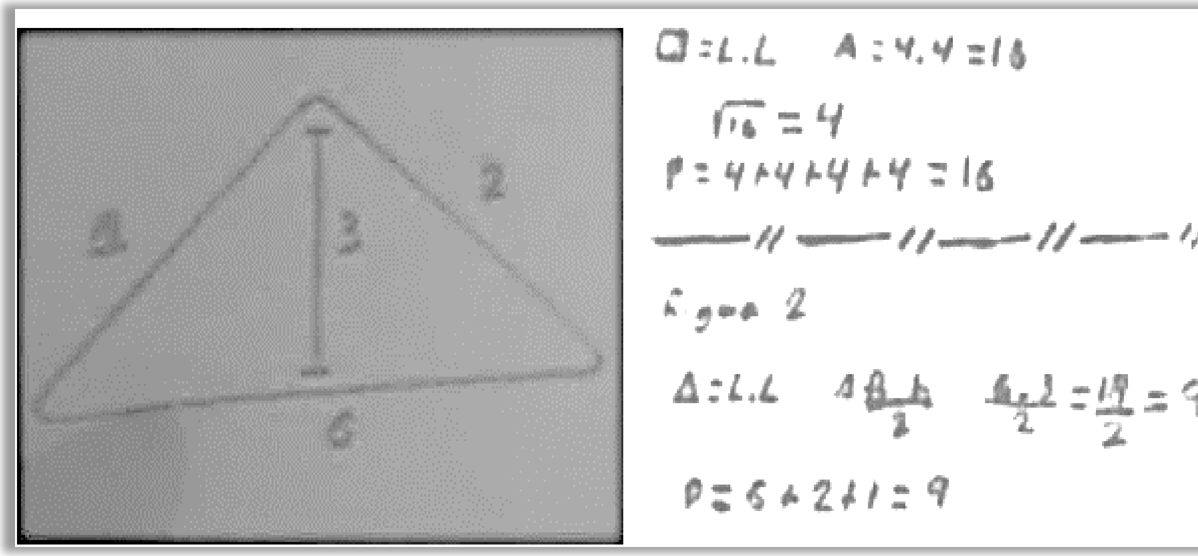


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 21 los estudiantes utilizan adecuadamente el concepto de área para rectángulos y su perímetro, pero los estudiantes no reconocen el área del triángulo, además no utilizan ningún procedimiento para calcular la hipotenusa, dando a resaltar la falta del concepto y utilización del teorema de Pitágoras y el concepto de área en un triángulo.

Imagen 22

Ejercicio figura geométrica del triángulo y sus catetos

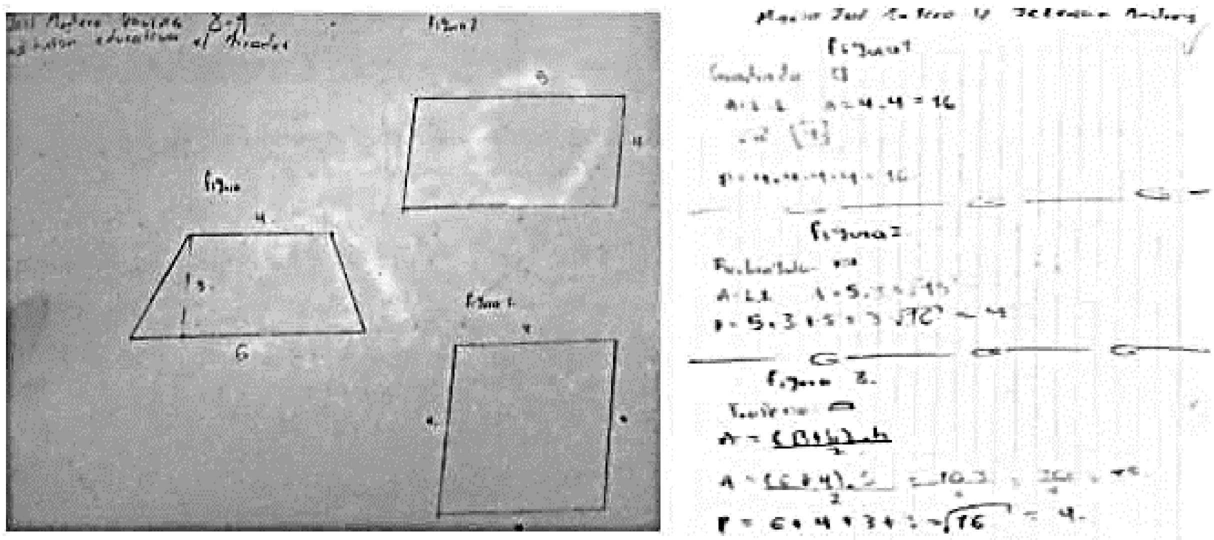


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 22 se muestra cómo los alumnos reconocen el área y el perímetro de las figuras geométricas, pero muestra una dificultad al igual que los anteriores ejercicios, observando en la imagen que el cateto es más grande que la hipotenusa, dando nuevamente a resaltar a que el estudiante ignora el concepto del teorema de Pitágoras.

Imagen 23

Ejercicio geométrico del paralelepípedo.

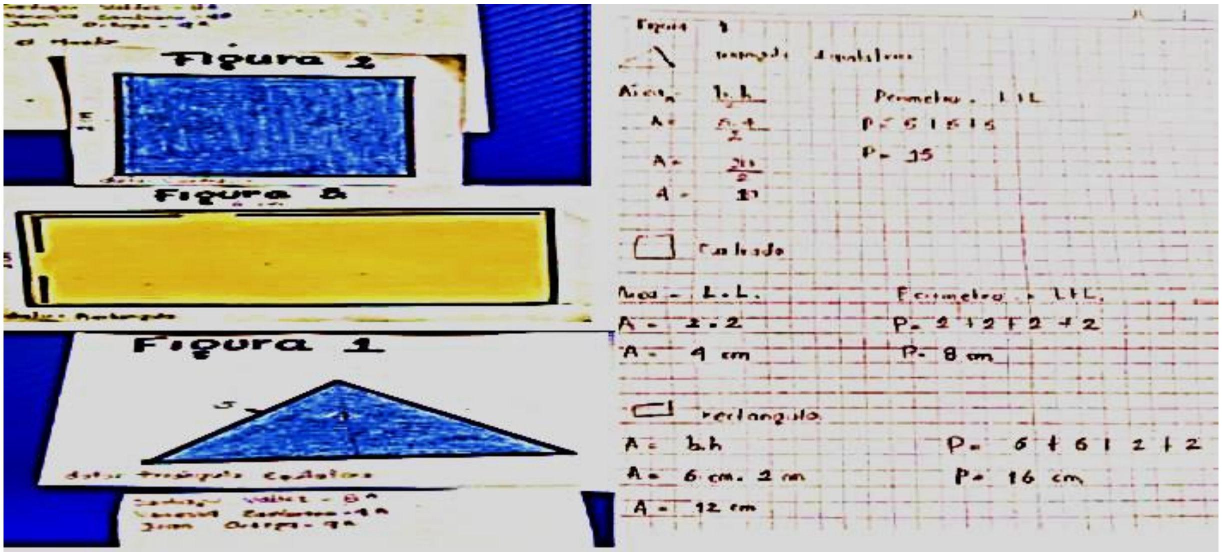


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se observa en la imagen 23 los alumnos reconocen el área de figuras geométricas, pero presenta una dificultad que es con respecto a figuras triangulares y la importancia que es el concepto del teorema de Pitágoras para triángulos rectángulos y figuras geométricas que contengan estos triángulos; en este caso podemos observar el error de los alumnos al asignarle inadecuadamente dos de sus lados y además no se realiza ninguna operación con respecto al paralelepípedo para encontrar los lados asignados.

Imagen 24

Ejercicio geométrico con respecto a su hipotenusa.



Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Al igual que las demás figuras en la imagen24 se resalta la gran dificultad que la mayoría de los estudiantes tienen con respecto a los triángulos y a la hora de encontrar sus catetos con ayuda del teorema de Pitágoras que es fundamental, en este caso el error se encuentra en el triángulo ya que le asigna un valor que no coincidiría si se realizara los respectivos cálculos.

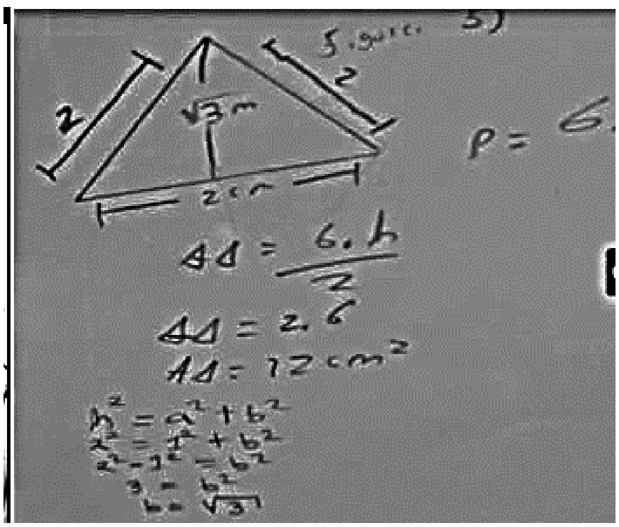
Con respecto a los resultados obtenidos en el juego dados operativos que se realizó en la Institución Educativa el Mirador, se observó que todos los estudiantes tuvieron las mismas dificultad con respecto a triángulos realizados en las fichas, especialmente en la identificación y familiarización del concepto teorema de Pitágoras y su respectiva utilización en triángulos rectángulos, dando claramente la gran dificultad que se presenta al resolver este tipo problemas y la dificultad que le genera al estudiante enfrentarse a figuras que contengan triángulos o que conlleve a calcular sus respectivos catetos y su hipotenusa.

Corrección de fichas realizadas en el juego dados operativos.

Con respecto a los resultados obtenidos en la Institución Educativa el Mirador con conexión a el juego dados operativos, luego de una breve introducción del concepto teorema de Pitágoras y su respectiva utilidad en triángulos rectángulos se volvieron a agrupar de la misma manera a cuando se realizó el juego, con el fin de corregir las dificultades que cada uno de ellos vieron pertinentes hacerles a sus fichas, obteniendo los siguientes resultados:

Imagen 25

Corrección de las figuras geométricas

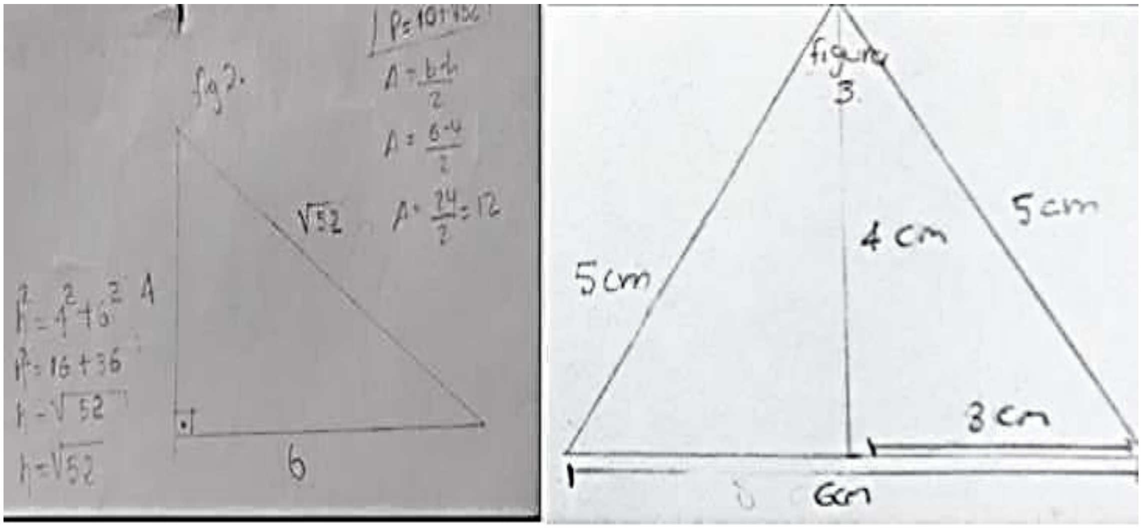


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se muestra en la imagen 25 los estudiantes muestran una adecuada forma de utilizar el teorema de Pitágoras, donde ellos superan las dificultades presentadas en el juego modelado como taller de olimpiadas; resaltando la gran influencia de la modelación de estos en el fortalecimiento de sus competencias.

Imagen 26

Corrección con respecto a la altura e hipotenusa de los triángulos.

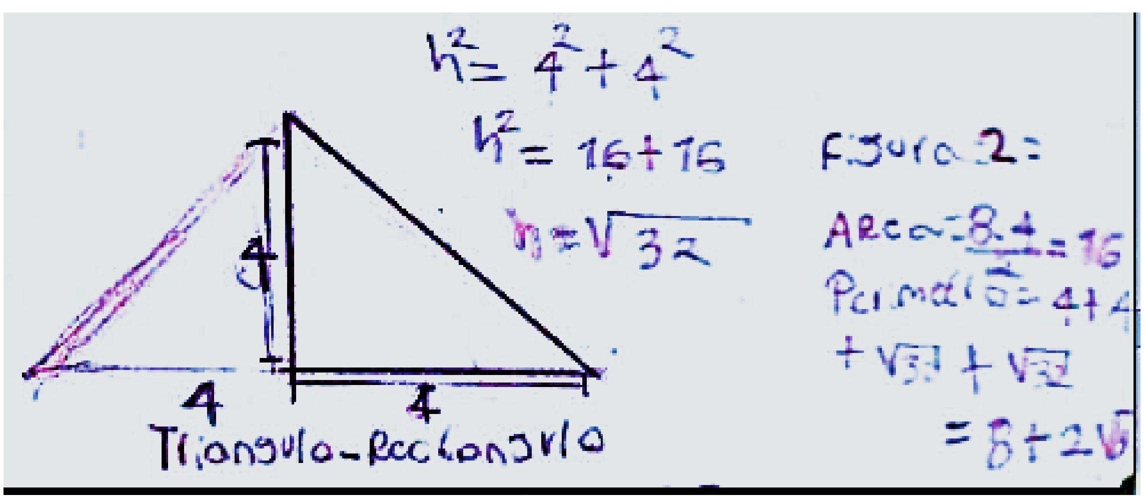


Nota: elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Evidencia de superación de dificultad a través de la corrección con respecto a los catetos de los respectivos triángulos y su hipotenusa como se muestra en la imagen 26 resaltando la gran influencia de estos talleres de olimpiada en el fortalecimiento de sus competencias.

Imagen 27

Corrección del triángulo con respecto a su altura.



Nota: elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Evidencia de superación de dificultad a través de la corrección con respecto a la altura del triángulo como se muestra en la imagen 27 mostrando la gran influencia de estos talleres tipo olimpiada en el fortalecimiento de sus competencias.

Se evidencia que con lo anterior a los resultados obtenidos mediante la actividad corrección de fichas que se realizó en la Institución con alrededor de 30 estudiantes de forma colectiva; se hace una breve aclaración ante las dificultades presentadas anteriormente sobre el teorema de Pitágoras, en el que el juego dados operativos los estudiantes presentaron mayor dificultad para la solución de este problema, mediante la explicación del teorema de Pitágoras se rectifica y se aclara su utilización de este en los respectivos triángulos, y con respecto a sus catetos relacionando su hipotenusa con cada uno de sus lados.

Tabla 5

Observación para cada estudiante:

Guía de observación			
Objetivo: Identificar el nivel de interés y participación de los estudiantes en procesos de resolución de problemas matemáticos			
Criterios de evaluación	**La mayoría de los estudiantes**		
	Si	**No**	**A veces**
1. Muestra interés por los temas desarrollados en el transcurso de la clase	**x**		
2. Realiza preguntas para clarificar conceptos	**x**		
3. Participa activamente de los problemas planteados en clase	**x**		
4. Establece y propone diferentes pasos para dar resolución a los problemas planteados	**x**		
5. Aplica las instrucciones dadas por el docente para la solución de los problemas planteados	**x**		

Nota: Elaboración propia

La guía de observación, en relación y correspondencia al taller de olimpiadas juego dados operativos; los alumnos presentan una significativa evolución. Comprobando así que, gracias a este tipo de talleres los estudiantes lograron reforzar las competencias. Además, el alumno muestra más familiarización y más confianza con las instrucciones brindadas por el docente, motivando a que el estudiante realice las preguntas pertinentes para la aclaración de los respectivos conceptos; ocasionando a que este proponga y genera más ideas para dar solución a este tipo de problemas garantizando una participación más activa durante la actividad.

Evento Olimpiadas de Matemáticas

Una Breve Descripción

Este apartado, se presenta el taller de entrenamiento de olimpiadas matemáticas que se presentó en el evento programado en la Institución Educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de bolívar Cauca, se contó aproximadamente con una población de 30 estudiantes de octavo y noveno grado quienes se inscribieron previamente para asistir al taller. Los problemas presentados abarcan temas de geometría, propiedades algebraicas y otros conceptos matemáticos importantes y útiles para resolver problemas de olimpiadas. (ver anexo 4). Así mismo, en la Institución Educativa don Bosco se llevó a cabo el evento denominado “gomosos por las matemáticas” (ver anexo 6), aquí se contó con la asistencia de aproximadamente 30 estudiantes de grado octavo y noveno de diferentes Instituciones del municipio de Popayán entre las Instituciones participantes se encuentran: Institución Educativa Tomas Cipriano, Institución Educativa Francisco José de Caldas, Institución Educativa Niño Jesús de Praga, Institución Educativa Manuela Beltrán e Institución

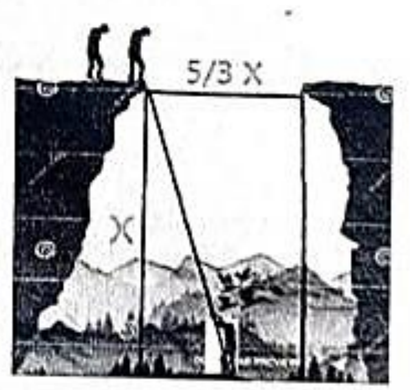
Educativa don Bosco; iniciando con la conformación de grupos de tres y cuatros estudiantes en el cual se realizó dos jornadas una en horas de la mañana que fueron 4 horas y otra jornada en horas de la tarde que duró aproximadamente 3 horas en el cual se presentaron las siguientes preguntas en el cual resaltaremos dos puntos en específico que le concierne a la elaboración de este proyecto los puntos que resaltaremos son los puntos 2 ,4 y 6 del taller propuesto.

Lista de Problemas Presentados

Imagen 28

Problema 2 propuesto en la Institución Educativa Santa Catalina Labouré, Bolívar, Cauca

2. Carlos se encuentra en un risco, necesita que sus compañeros bajen del risco de altura x. La distancia al otro risco es 5/3 de su altura (ver figura) Carlos debe pasarle una cuerda a su compañero que se encuentra entre los riscos ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

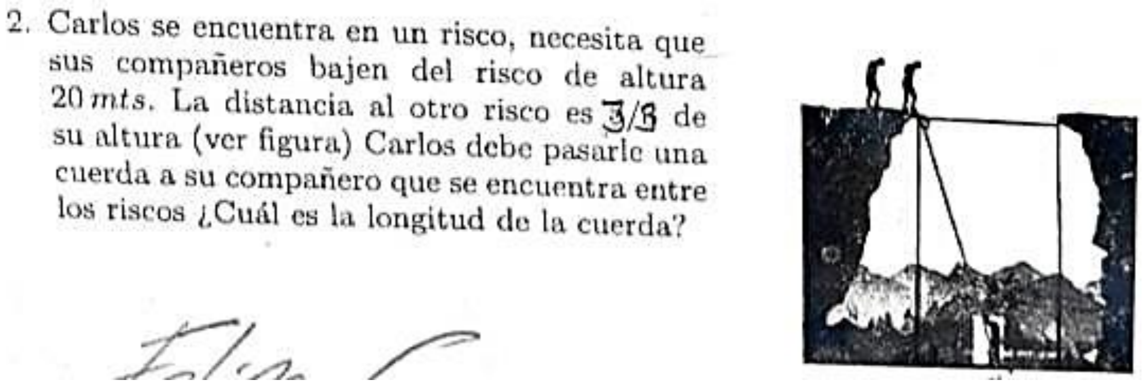


Nota. Captura tomada problemas propuestos en la Institución Educativa Santa Catalina Laboure. Fuente propia.

De forma similar, este problema se presentó en la institución educativa Don Bosco, pero asignándole un valor específico a la variable x.

Imagen 29

Problema 2 propuesto en la Institución Educativa Santa Catalina Labouré, Bolívar, Cauca



2. Carlos se encuentra en un risco, necesita que sus compañeros bajen del risco de altura 20 *mts*. La distancia al otro risco es 3/5 de su altura (ver figura) Carlos debe pasarle una cuerda a su compañero que se encuentra entre los riscos ¿Cuál es la longitud de la cuerda?

Nota. Captura tomada de problemas propuestos en la Institución Educativa Don Bosco. Fuente propia

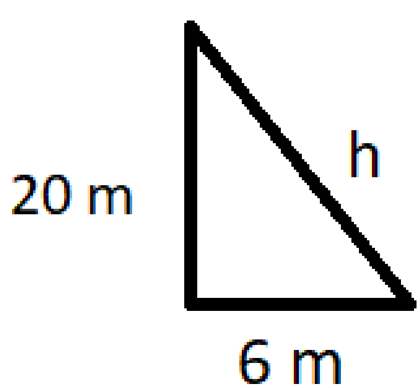
Solución al problema 2.

En el problema presentado, el alumno debe conocer la respectiva definición del teorema de Pitágoras y además debe conocer la respectiva utilización de este.

$$Altura = \ 20\ m$$

$$Distancia\ de\ risco\ a\ risco\ = \left(\frac{3}{5}\right) 20\ cm = 12m$$

$$Distancia\ entre\ los\ riscos\ = \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{5}\right) 20\ cm = 6m$$



Ahora debemos encontrar la distancia de la cuerda, para esto debemos utilizar el teorema de Pitágoras donde la distancia de la cuerda no se desconoce y además representa la hipotenusa del triángulo, por tanto, se le asignará la letra h, y debemos despejar esta hipotenusa de la siguiente manera:

$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h^2 = (20m)^2 + (6m)^2$$

$$h = \sqrt{(20m)^2 + (6m)^2}$$

$$h = \sqrt{436}$$

$$h = 20{,}88\ m$$

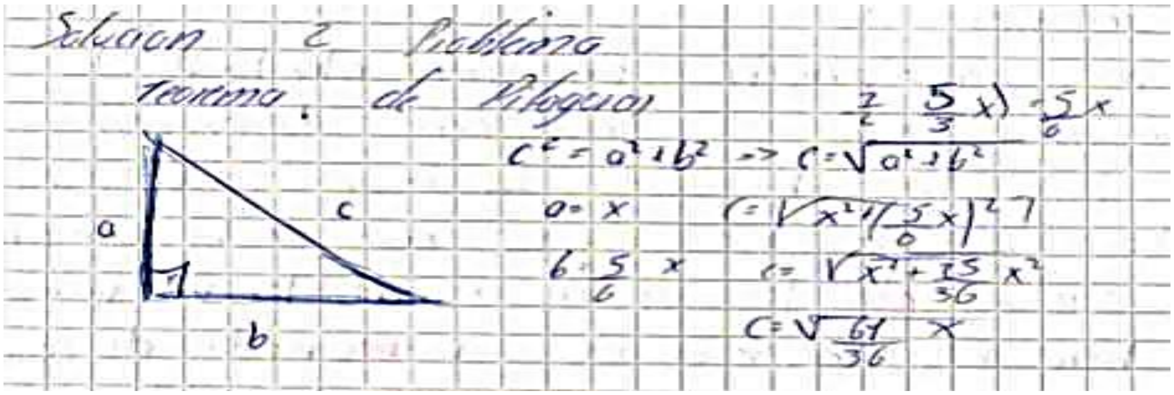
$$Por\ tanto, la\ distancia\ de\ la\ cuerda\ es\ 20{,}88\ m$$

Trabajo hecho por los estudiantes problema 2.

A Partir de los eventos de olimpiadas matemáticas realizados en las Instituciones Educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de bolívar y la Institución Educativa don Bosco; en el que se realizó en la modalidad presencial con alrededor de 30 estudiantes que asistieron al evento de Institución don Bosco del municipio de Popayán y 30 estudiantes que asistieron en la Instituciones Educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de bolívar, de donde en cada evento se procedió a agruparlos en colecciones de tres alumnos en el cual se obtuvieron los siguientes resultados del punto número dos del taller realizado en los eventos:

Imagen 30

Aplicación del teorema de Pitágoras

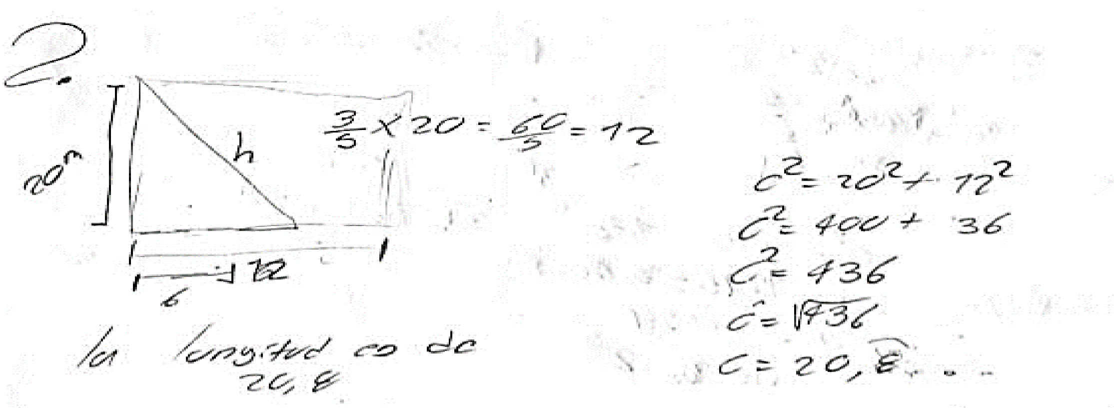


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se evidencia en la imagen 30 los estudiantes muestran una manera adecuada de utilizar el teorema de Pitágoras, mostrando de manera general la longitud de la cuerda con respecto a la variable, en el cual se evidencia la gran importancia de estos talleres con respecto al fortalecimiento de sus competencias.

Imagen 31

Pitágoras Institución Don Bosco.

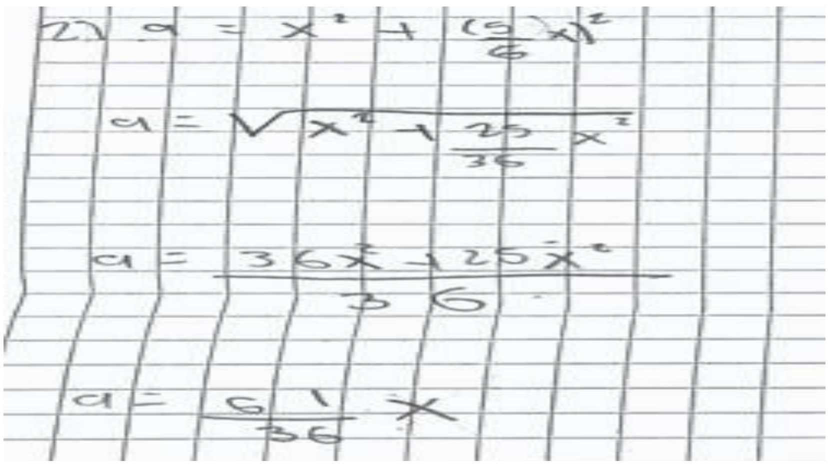


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se observa en la imagen 31 los alumnos reconocen el teorema de Pitágoras y su respectiva utilización, reemplazando los datos de manera adecuada que el ejercicio les propone reemplazándolos en los catetos con respecto al problema planteado.

Imagen 32

Pitágoras Bolívar Cauca.

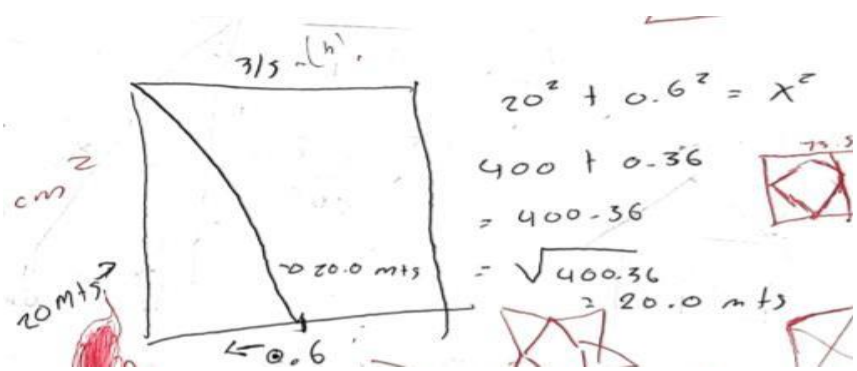


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Se observa en la imagen que los alumnos reconocen el teorema de Pitágoras, pero no realizan un correcto despeje la hipotenusa, lo que conlleva a una inadecuada operación de la raíz cuadrada.

Imagen 33

Triángulo rectángulo y su base errónea.

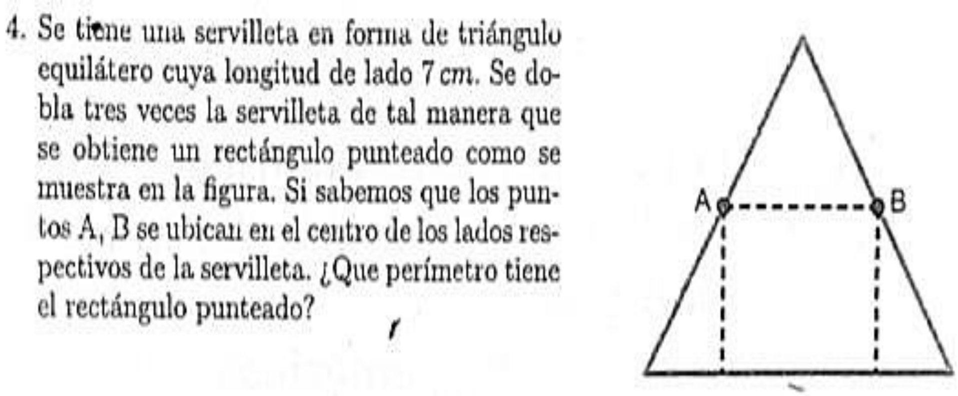


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas

Como se observa en la imagen 33 los alumnos reconocen el teorema de Pitágoras, pero presenta una dificultad que es con respecto al reemplazo incorrecto de la base que nos brinda el enunciado ocasionando a que el estudiante llegue a una solución incorrecta.

Imagen 34

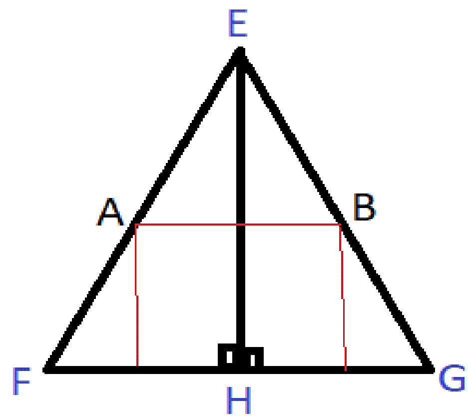
Problema 4 propuesto en el taller de olimpiadas


4. Se tiene una servilleta en forma de triángulo equilátero cuya longitud de lado 7 cm. Se dobla tres veces la servilleta de tal manera que se obtiene un rectángulo punteado como se muestra en la figura. Si sabemos que los puntos A, B se ubican en el centro de los lados respectivos de la servilleta. ¿Que perímetro tiene el rectángulo punteado?

Nota. Captura tomada de los problemas propuestos en la Institución Educativa Don Bosco. Fuente propia.

Solución del Problema 4.

En el ejercicio presentado, el alumno debe conocer los conceptos de triángulo equilátero, semejanzas de triángulos, concepto de área y perímetro de una figura geométrica. Sabemos que la altura trazada desde cualquier vértice de un triángulo equilátero cae exactamente en la mitad del cateto opuesto al vértice que se trazó esta altura, por la semejanza y congruencia que se logra entre los triángulos formados; Además por teoremas para congruencia entre triángulos se encuentran: AAA (Angulo, Angulo, Angulo), ALA (Angulo, Lado, Angulo) y por semejanza podemos encontrar dos lados semejantes y un ángulo.



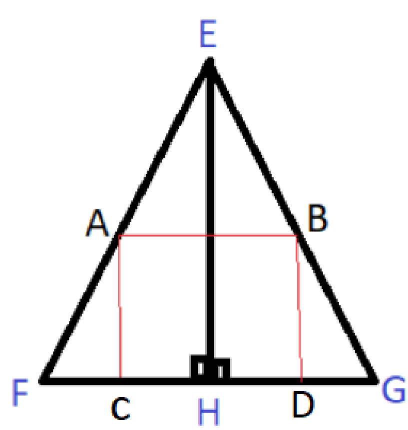
Además, sabemos que es un triángulo equilátero por tanto los ángulos F y G son iguales

< F = < G, y los ángulos <EHF y <EHG también son iguales <EHF = <EHG porque son ángulos rectángulos; por tanto, los ángulos <HEF y <GEH son iguales <HEF = <GEH y por teorema de congruencia de (A, A, A) podemos concluir que los dos triángulos son congruentes $\Delta FHE \cong \Delta GHE$ y por semejanza tenemos que los lados EF y EG son iguales por definición de triángulo equilátero EF =EG además comparten el mismo lado EH y por lo anterior los ángulos

<HEF y <GEH son iguales <HEF = <GEH por lo anterior podemos concluir que los triángulos son semejantes $\Delta FHE \sim \Delta GHE$

Por tanto, los triángulos son iguales $\Delta FHE = \Delta GHE$. Por consecuencia de lo anterior

FH= 3,5 cm



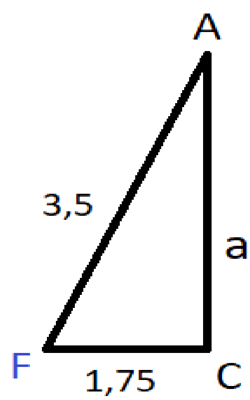
Por triángulos semejantes y la imagen anterior tenemos:

$$\frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{AF}} = \frac{\mathrm{FH}}{\mathrm{FC}}$$

$$\Rightarrow \frac{7}{3{,}5} = \frac{3{,}5}{\mathrm{FC}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{FC} = \frac{3{,}5}{7} \times \frac{3{,}5}{1}$$

$$\Rightarrow \mathrm{FC} = \frac{12{,}25}{7} = 1{,}75 \text{ cm}$$



Aplicando el teorema de Pitágoras tenemos lo siguiente:

$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h^2 - b^2 = a^2$$

$$a = \sqrt{(3{,}5)^2 - (1{,}75)^2}$$

$$a = \sqrt{9{,}1875}$$

$$a \approx 3\ cm$$

Por otra parte, con lo anterior podemos encontrar el segmento CD de la siguiente manera:

FG=FC+CD+DG

Por semejanza y congruencia de triángulos tenemos que FC = DG por lo anteriormente propuesto en consecuencia:

CD=FG-FC-DG CD=FG-2FC CD= (7-2)(1,75) CD= 3,5

En consecuencia, el valor del perímetro del rectángulo formado al doblar la servilleta está dado por:

$$\text{Perímetro} = AB + AC + CD + BD$$

$$\text{Perímetro} = 2*AB + 2*AC = 2*(3,5) + 2*(3)$$

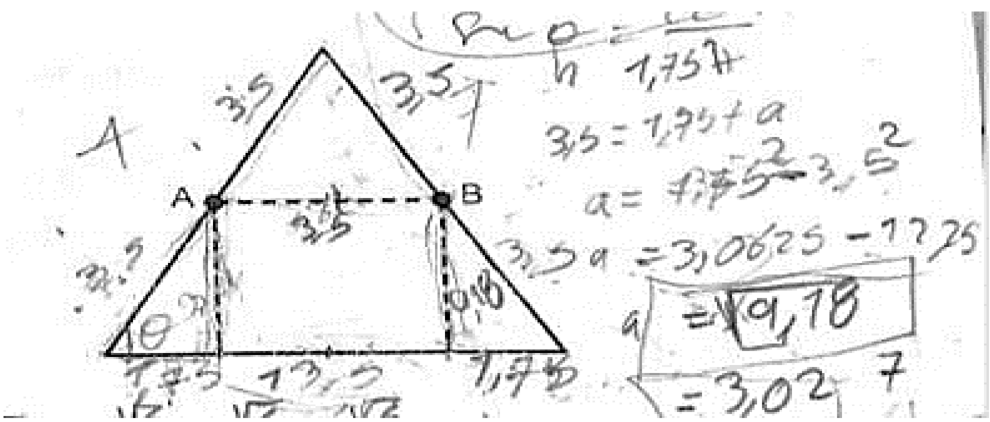
$$\text{Perímetro} = 7 + 6 = 13cm$$

Trabajo hecho por los estudiantes problema 4.

A continuación, se presenta los resultados obtenidos en el problema número 4 del taller de olimpiadas en los eventos que se realizó en la institución Educativa Don Bosco y la Instituciones Educativa Santa Catalina Labouré, resaltaremos las dificultades presentadas en dicha actividad como se evidencia a continuación:

Imagen 35

Servilleta triangular y su rectángulo interior

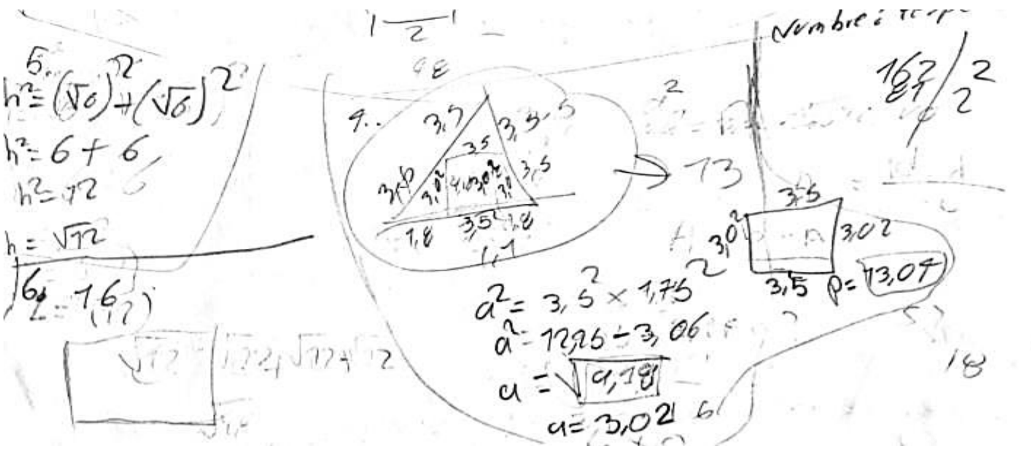


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 35 se muestra cómo los alumnos encuentran de forma incorrecta los lados del rectángulo formado en la servilleta al doblar esta, pero también muestra una dificultad con respecto a su área y perímetro, dando nuevamente a resaltar a que el estudiante ignora o desconoce el concepto de área y perímetro.

Imagen 36

Servilleta triangular y su rectángulo interior y su correcta solución

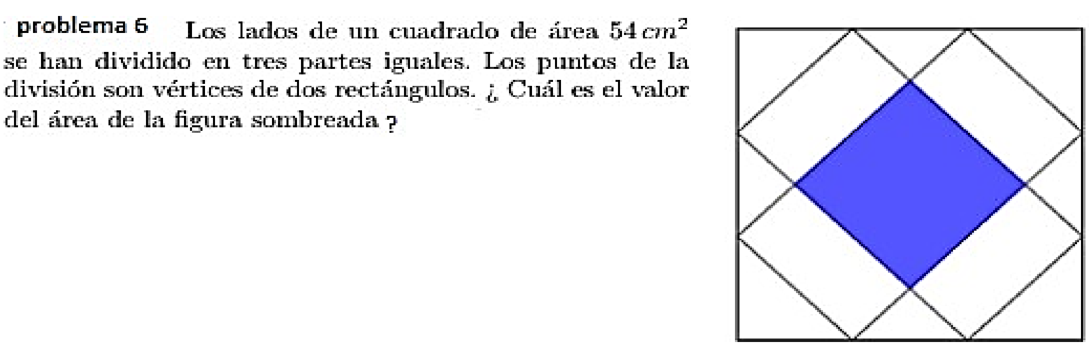


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

En la imagen 36 se muestra cómo los alumnos encuentran de forma correcta los lados del rectángulo formados en la servilleta al doblarla, y además encuentran su respectivo perímetro como se requería en el enunciado propuesto.

Imagen 37

Problema 6 del taller de olimpiadas



problema 6 Los lados de un cuadrado de área $54\,cm^2$ se han dividido en tres partes iguales. Los puntos de la división son vértices de dos rectángulos. ¿ Cuál es el valor del área de la figura sombreada ?

Nota. Captura tomada de los problemas propuestos en la Institución Educativa Don Bosco. Fuente propia.

Solución Problema 6.

En este problema, el alumno debe conocer los conceptos de área de un cuadrado y la utilización del teorema de Pitágoras en triángulos rectángulos.

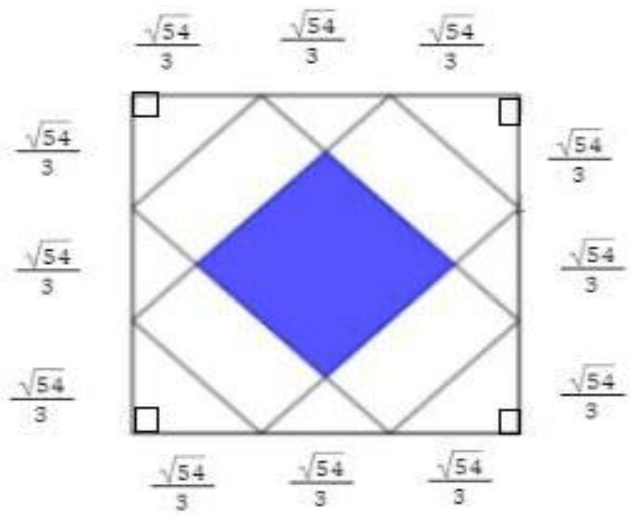
$$Se\ sabe\ que\ el\ \text{área}\ del\ cuadrado\ es\ 54\ cm^2$$

$$Luego, por\ definición\ del\ \text{área}\ de\ un\ cuadrado\ se\ tiene\ que:$$

$$L^2 = 54cm^2$$

$$L = \sqrt{54}cm$$

$$cada\ lado\ del\ cuadrado\ es\ dividido\ en\ tres\ segmentos\ iguales\ asi:$$

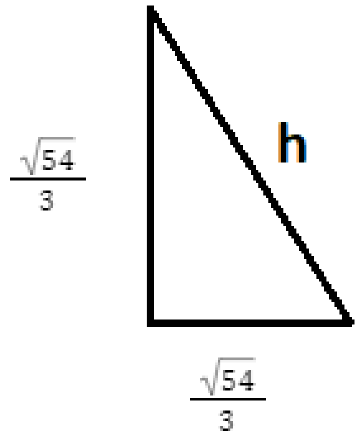


$$Luego, por\ teorema\ para\ congruencia\ en\ triángulos\ lado, \text{ángulo}, lado\ (LAL),$$

$$los\ cuatro\ triángulos\ de\ las\ esquinas\ son\ congruentes.$$

$$Ahora\ busquemos\ el\ valor\ de\ la\ hipotenusa\ (h)\ de\ uno\ de\ los\ cuatro\ triángulos\ rectángulos.$$

$$Por\ el\ teorema\ de\ Pitágoras\ se\ tiene\ que:$$



$$h^2 = a^2 + b^2$$

$$h = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$h = \sqrt{(\frac{\sqrt{54}}{3})^2 + (\frac{\sqrt{54}}{3})^2}$$

$$h = \sqrt{(\frac{\sqrt{54}}{3})^2 + (\frac{\sqrt{54}}{3})^2}$$

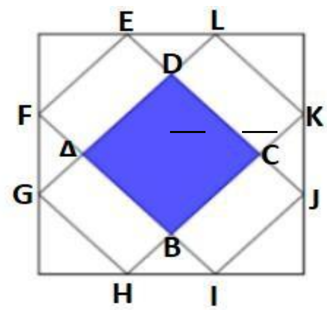
$$h = \sqrt{\frac{108}{9}}$$

$$h = 2\sqrt{3}$$

$Por\ otra\ parte, tenemos\ que\ los\ segmentos\ EF, GH, IJ, LK, AB, BC, CD\ y\ AD\ son\ iguales$

$Además\ las\ hipotenusas\ de\ los\ cuatro\ triángulos\ son\ lados\ de\ los\ rectángulosformados,$

$como\ se\ muestra\ en\ la\ figura\ siguiente:$



$Por\ tanto, el\ área\ del\ cuadrado\ formado\ por\ los\ vértices\ ABCD\ es:$

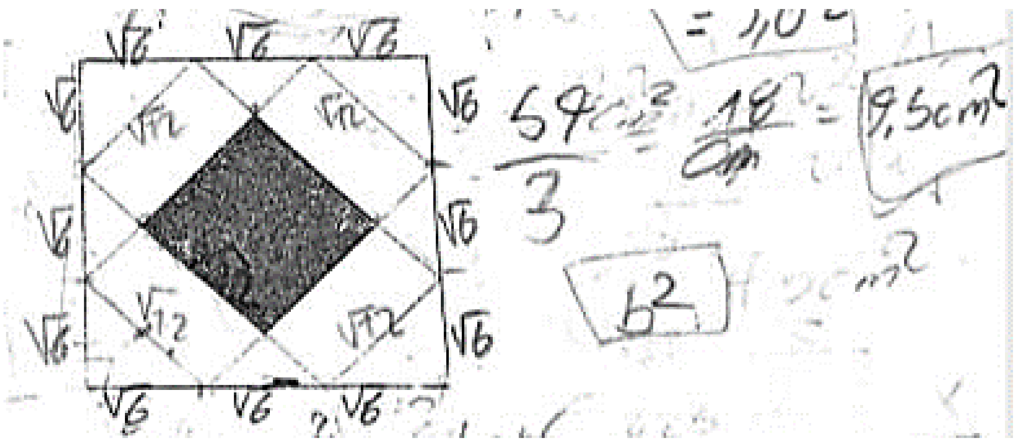
$$Área\ = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}$$

$$Área = 12cm^2$$

Trabajo hecho por los estudiantes problema 6.

Imagen 38

Rombo inscrito en un cuadrado.

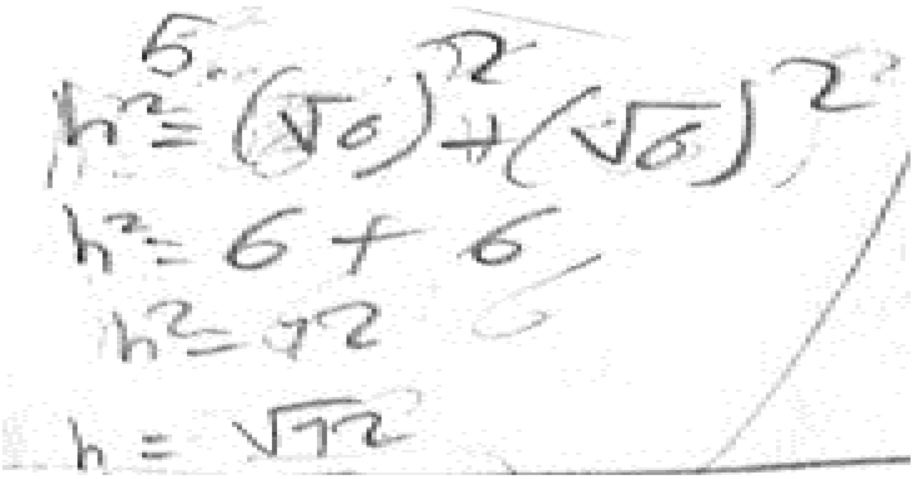


Nota: Elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas

Como se observa en la imagen 38 los alumnos relacionan los datos del problema planteado de una forma incorrecta; mostrando una dificultad que es con respecto al concepto de área de un cuadrado de donde el alumno obtiene el lado del cuadrado de forma incorrecta causando a que los estudiantes lleguen a una solución incorrecta.

Imagen 39

Inadecuado reemplazo de datos en el teorema de Pitágoras.

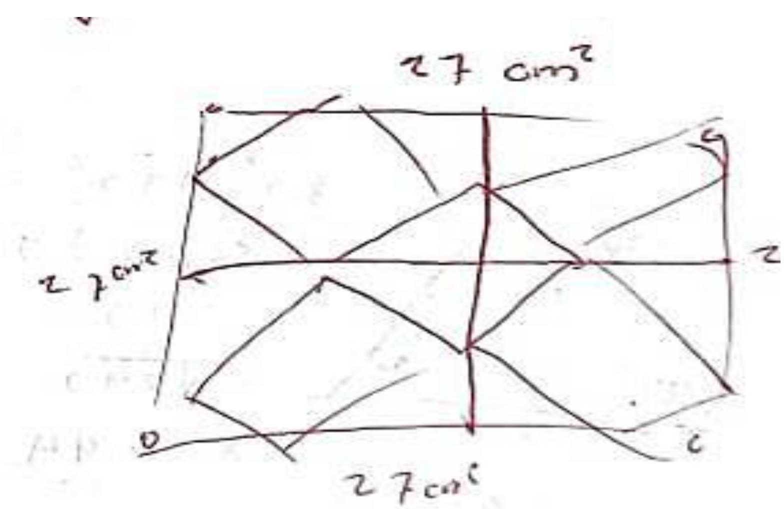


Nota: elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se muestra en la imagen 39 los estudiantes muestran una manera no adecuada de reemplazar los datos que les brindan el enunciado con respecto al teorema de Pitágoras, y así impidiéndoles no llegar a una respectiva solución al problema planteado.

Imagen 40

Partición incorrecta del rectángulo con respecto al cuadrado del enunciado.



Nota: elaboración de los estudiantes participantes en las olimpiadas.

Como se observa en la imagen 40 los alumnos empiezan a particionar el cuadrado haciendo un mal uso del dato que el enunciado les propone; causando una incorrecta partición ya que no es la longitud esperada; y esto ocasiona que los estudiantes no puedan llegar a la solución del problema propuesto; con ello evidencia un desconocimiento de la fórmula que relaciona el área con respecto al cuadrado de la figura que propone el enunciado.

Se evidencia que con lo anterior a los resultados obtenidos mediante la actividad de los eventos realizados en las Instituciones de don Bosco del municipio de Popayán y la Institución Educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de bolívar de modalidad presencial con alrededor de 38 estudiantes de forma colectiva, en el cual se identificó las competencias matemáticas que los alumnos presentaron mayores dificultades durante los eventos como: el pensamiento espacial, numérico y geométrico; y estos errores de evidenciaron con respecto al teorema de Pitágoras el despeje de sus catetos y el reemplazo de los datos que los problemas le proporcionaba; en el cual se evidencia como mediante la continuación de estos talleres reforzaban más sus competencias.

Tabla 6

Observación para cada estudiante

Guía de observación			
Objetivo: Identificar el nivel de interés y participación de los estudiantes en procesos de resolución de problemas matemáticos			
Criterios de evaluación	La mayoría de los estudiantes		
	Si	No	A veces
1. Muestra interés por los temas desarrollados en el transcurso de la clase	**X**		
2. Realiza preguntas para clarificar conceptos	**X**		
3. Participa activamente de los problemas planteados en clase	**X**		
4. Establece y propone diferentes pasos para dar resolución a los problemas planteados	**X**		
5. Aplica las instrucciones dadas por el docente para la solución de los problemas planteados	**X**		

Nota: Elaboración propia

En cuanto a la guía de observación y a lo evidenciado durante los eventos que se realizaron en la institución educativa Santa Catalina Labouré en el municipio de bolívar y en la Institución don Bosco de Popayán, los alumnos presentan una significativa evolución. Corroborando que gracias a los talleres de tipo olimpiadas los estudiantes logren fortalecer y reforzar las competencias. Mostrando más familiarización y confianza con las instrucciones brindadas por el docente, produciendo a que el estudiante realice las preguntas pertinentes para la aclaración de los respectivos conceptos a tratar.

Conclusiones

Para concluir, es preciso destacar que el objetivo general de esta práctica pedagógica fue determinar la influencia que tiene la resolución de los problemas de olimpiadas en el mejoramiento de las competencias de los estudiantes de octavo y noveno grado que participaron en la olimpiada matemática unicauca 2022. Para tal objetivo se tuvo en cuenta los estándares básicos de competencias en matemáticas y algunos de los cinco tipos de pensamiento matemático, tales como: Pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento numérico y sistemas de medidas, pensamiento métrico y sistemas numéricos en la resolución de problemas matemáticos. Por lo anterior, frente a la evidencia recopilada, es indudable la influencia que tiene la resolución de problemas de olimpiadas en el fortalecimiento de las competencias matemáticas, por esto se concluye que el objetivo general se cumplió de manera positiva, puesto que, en el transcurso de la práctica, en cada taller presentado ya sea de modalidad virtual o presencial se observó en los estudiantes continuas evoluciones. Por lo que se concluye que los estudiantes fortalecieron sus competencias matemáticas.

Dentro del análisis expuesto, es posible observar que se logró Identificar las competencias matemáticas evaluadas durante la resolución de los diferentes talleres presentados, en los cuales se mostró la correcta utilización de conceptos matemáticos, la imaginación de los estudiantes al momento de abordar cada taller, Comunicación matemática, pensamiento crítico y razonamiento lógico; dando con esto la verificación y cumplimiento del primer objetivo específico que se planteó en esta investigación.

Con lo expuesto anteriormente, en relación a las competencias identificadas en los estudiantes, se vio reflejado sus fortalezas comunicativas en las que se encuentra la participación, asertividad y la sociabilidad, como también las que tienen que ver según sus capacidades como: pensamiento analítico, creatividad, etc. Todo lo anterior se evidencio al momento en que ellos solucionaron los distintos problemas de olimpiadas con más efectividad y apropiación de los conceptos. Con todo lo anterior se da como alcanzado el segundo objetivo específico planteado en esta investigación.

Así mismo, coincidimos la efectividad de los talleres virtuales y presenciales en el fortalecimiento de conocimientos conceptuales básicos en geometría, álgebra y propiedades de los números reales en los estudiantes, según los resultados y los diagramas expuestos se puede evaluar la gran efectividad e importancia de estos talleres, particularmente en la resolución de problemas que conlleve conceptos como: perímetro, área y la utilización adecuada del teorema de Pitágoras. Por tanto, se da como concluido el tercer objetivo específico de esta propuesta.

Bibliografía

Alarcon, A., Suárez, G. & Zanchez, G. (2021). *Reflexión sobre los cambios y transformaciones de la identidad del profesor de matemáticas antes y en tiempos de pandemia.* http://hdl.handle.net/20.500.12209/18248.

Alfaro, C. (2006). *Las ideas de Pólya en la resolución de problemas.* https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6967/6653

Andrade, E., Narvaes, L. (2017). *Competencias de resolución de problemas matemáticos mediadas por estrategias de comprensión lectora en estudiantes de educación básica*. *Revista Assensus, 2,*(3), 10-14. https://doi.org/10.21897/assensus.1327.

Andreescu, T., (Ed). (2004). *Mathematical Olympiads: Problems and Solutions from Around the World.* MATHEMATICAL ASS. OF AMERICA. https://mathematicalolympiads.files.wordpress.com/2012/08/andreescu-contests-around-the-world-2000-2001.pdf

Aznar, Sala. (2022). *La covid-19 impulsa las nuevas tecnologías en el aula universitaria.* Miscelánea comillas. *8*, (157), 367-386. https://revistas.comillas.edu/index.php/miscelaneacomillas/article/download/19131/16897.

Cabero, J. (2015). *Reflexiones educativas sobre las tecnologías de la información y la comunicación (TIC).* Tecnología, Ciencia y Educación, 1, 19-27.

Castro, S., Guzmán, B., & Casado, D. (2007). *Las Tic en los procesos de enseñanza y aprendizaje*. Laurus, *13*(23), 213-234. https://www.redalyc.org/pdf/761/76102311.pdf

Guerrero, S. C., Rojas, B., & Cuño, J. (2021). *Enseñanza-Aprendizaje en matemáticas y estadística durante la COVID-19. Universidad de los Llanos, Colombia.*

Latorre, (2005). *La investigación-accion conocer y cambiar la práctica educativa. p.35*. https://www.uv.mx/rmipe/files/2019/07/La-investigacion-accion-conocer-y-cambiar la practica-educativa.pdf.

MEN, (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. 46–95. https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Nieto, J.(2001). *Las olimpíadas matemáticas de Centroamérica y el Caribe, Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, *8,* (1), 43–48. https://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol08/jnieto.pdf.

Nieto, J. (2010). *Resolución de Problemas Matemáticos.* https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2013/09/respropr1.pdf

OCDE. (2017). *Diagnóstico de la ocde sobre la estrategia de competencias, destrezas y habilidades de méxico*. OECD Publishing. https://www.oecd.org/mexico/Diagnostico-de-la-OCDE-sobre-la-Estrategia-de-Competencias-Destrezas-y-Habilidades-de-Mexico-Resumen-Ejecutivo.pdf

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas. Trillas.*

Salgado, A. C. (2007). *Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico Y retos*. *13,* (2006), 71–78.

Silver, E. A. (1994). *On Mathematical Problem Posing*. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19-28.

Unesco, (2020). *Las Matemáticas, enseñanza e investigación para enfrentar los desafíos de estos tiempos. Unesco.org.* https://www.unesco.org/es/articles/las-matematicas-ensenanza-e-investigacion-para-enfrentar-los-desafios-de-estos-tiempos.

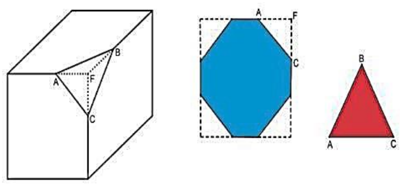
Anexos

Se presentan los talleres y pruebas diseñadas para las sesiones tanto virtuales como presenciales.

Anexo 1. Prueba diagnóstico virtual

Problema 1

(UNICAUCA) El vértice F de un cubo de arista (o eje) 2022 se corta de forma que los puntos A, B y C del corte, se encuentran a igual distancia de F. De idéntica forma se recortan todos los vértices del cubo. En el poliedro resultante, las caras triangulares se pintan de rojo y las demás caras de azul. Hallar la longitud de AF, para que las áreas azul y roja sean iguales, (ver figura).



a) $2022\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{\sqrt{3}-3}}$ b) $2022\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{\sqrt{3}+3}}$ c) $2022\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ d) $2022\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\sqrt{3}+3}}$ e) $2022\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}$

Problema 2

(UIS) Pedro tiene palillos de longitud $5\,cm$ y $7\,cm$. ¿Cuál es la menor cantidad de palillos que necesita para cubrir una recta de 2 metros?

Nota: Los palillos no se pueden partir y deben colocarse uno seguido del otro.

a) 32 b) 30 c) 36 d) 28 e)34

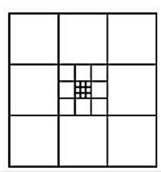
Problema 3

(UIS) Sara debe elegir un número de cuatro cifras tal que el producto de las cifras de ese número sea par. ¿Cuántos números así hay?

a) 10.325 b) 8.325 c) 4500 d) 89.375 e) 15.356

Problema 4

(UT) El ingeniero Marcos se encuentra construyendo un salón de eventos y desea averiguar cuántas baldosas necesita para cubrir el piso del salón. La baldosa que desea comprar el ingeniero Marcos mide $\frac{4}{9}\ m^2$. Si la medida de la baldosa es la misma de los cuadrados más pequeños que se muestran en el plano, ¿cuántas baldosas necesita comprar Marcos para el salón?, ¿y cuál es el área del salón?



a) $81\ m^2$ b) $224m^2$ c) $324m^2$ d) $108m^2$ e) $216m^2$

Problema 5

(UNIVALLE) Ana llama hermoso a un rectángulo si las dimensiones de sus lados son números naturales y las dimensiones de su perímetro y área son las mismas. ¿Cuántos rectángulos hermosos hay? Escriba su respuesta como un número.

a) 8 b) 4 c) 2 d) 7 e)3

Anexo 2. Prueba ronda 1 virtual

PRIMERA RONDA GRADOS 8 y 9 de secundaria.

- Duración máxima de la prueba es de 60 minutos (una hora).

CUESTIONARIO.

1. El valor de

$$(2^0 - 1 + 5^2 + 0)^{-1} \times 5$$

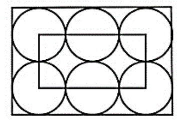
es:

a) -125 *b*) -120 *c*) $\frac{1}{5}$ *d*) $\frac{5}{24}$ *e*) 25

2. Sofía tiene 50 fichas de un rompecabezas, todas con forma de triángulos rectángulos isósceles idénticos. ¿Cuál es el número máximo de cuadrados iguales que se pueden formar? (**Nota.** Cada ficha puede usarse solo una vez.)

a) 20 *b*) 25 *c*) 30 *d*) 35 *e*) 40

3. Juan Carlos tiene una cuerda, el traza 6 circulos idénticos en una mesa rectangular y traza un rectángulo que pasa por su centros como lo muestra la figura, se sabe que el radio de los círculos mide 6 cm.



¿Cuál es el perímetro del rectángulo grande?

a) 150 cm b) 120 cm c) 110 cm d) 60 cm e) 50 cm

4. Juan Carlos desea conocer las dimensiones del salón que va a embaldosar. Se sabe que la superficie del salón es de 750 m^2, el utilizó 110 m de cuerda para rodear el salón. Las dimensiones del salón son:

a) 20 y 30 b) 20 y 25 c) 25 y 30 d) 30 y 30

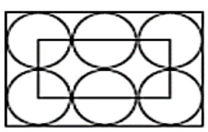
5. Carlos había escrito un número de cuatro dígitos en una hoja de papel. Juan regó tinta en la hoja de tal forma que sólo se podían observar los dos primeros dígitos de izquierda a derecha, los cuales en su orden eran 8 y 6 Si el número original es divisible entre tres, cuatro y cinco (entre todos a la vez), dicho número es:

a) 8600 b) 8610 c) 8640 d) 8670 e) 8686

Anexo 3. Prueba diagnóstico presencial

Prueba diagnóstico

1) *Juan Carlos tiene una cuerda, la traza 6círculos en una mesa rectangular y traza un rectángulo que pasa por sus centros como lo muestra la figura siguiente, se sabe que el radio de los círculos mide 6cm.*



¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo grande?
Seleccione la respuesta correcta:

a)150cm
b) 110cm
c)120cm
d) 60 cm

2) *con base a la figura anterior ¿Cuánto mide el perímetro del rectángulo pequeño?*

Seleccione la respuesta correcta:

a)78 cm
b) 72 cm
c)120cm
d) 60 cm

3) *Carlos tiene una mesa cuadrada de 70 cm de lado con un agujero circular en el centro, se sabe que la altura de la mesa es 4/3 del lado de esta; Carlos quiere encajar una esfera cuyo diámetro es 2/5 de la altura de la mesa.*

Pregunta:

cuál es el área del agujero circular sabiendo que la esfera y la mesa encajan en sus centros

Seleccione la respuesta correcta:

a) $\pi\frac{112}{6}$

b) $\pi(\frac{112}{6})^2$

c) $\pi(112)^2$

d) $\pi\frac{112}{2}$

4) *Carlos quiere organizar números de cinco cifras con los números 1,2,3 y 5 pregunta:*

¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar?

Seleccione la respuesta correcta:

a) 1020
b) 1014
c) 1010
d) 1024

5) *con base a la información anterior determine cuántos de estos son pares.*

Seleccione la respuesta correcta:

a) 255
b) 256
c) 250
d) 200

Anexo 4. Taller de entrenamiento Santa catalina Laboure y Colegio Don Bosco

OLIMPIADAS E INTEGRALES UNICAUCA

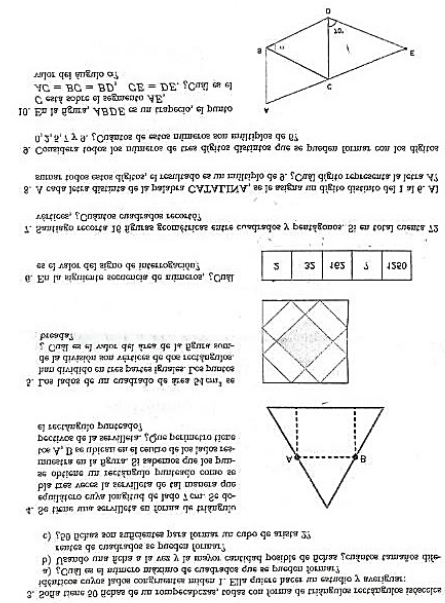
Grupo Espacios Funcionales

Evento de Olimpiadas Matemáticas
Instituto Educativo "*Santa Catalina Labouré* "
Bolivar-Cauca
Departamento de Matemáticas
Universidad del Cauca
07 de octubre de 2022

Taller Nivel II (grados 8 y 9).

1. Se dispone de 9 monedas de igual forma, tamaño y peso, salvo una de ellas que es más pesada, pero no se distingue con el tacto; se dispone además de una balanza de platos (ver figura) ¿Cuál es la mínima cantidad de veces que se utiliza la balanza para determinar la moneda diferente?

2. Carlos se encuentra en un risco, necesita que sus compañeros bajen del risco de altura x. La distancia al otro risco es 5/3 de su altura (ver figura) Carlos debe pasarle una cuerda a su compañero que se encuentra entre los riscos ¿Cuál es la longitud de la cuerda?



3. Sofía tiene 50 fichas de un rompecabezas, todas con forma de triángulos rectángulos isósceles idénticos cuyos lados congruentes miden 1. Ella quiere hacer un estudio y averiguar:
   a) ¿Cuál es el número máximo de cuadrados que se pueden formar?
   b) Usando una ficha a la vez y la mayor cantidad posible de fichas ¿cuántos tamaños diferentes de cuadrados se pueden formar?
   c) ¿50 fichas son suficientes para formar un cubo de arista 2?

4. Se tiene una servilleta en forma de triángulo equilátero cuya longitud de lado 7 cm. Se dobla tres veces la servilleta de tal manera que se obtiene un rectángulo punteado como se muestra en la figura. Si sabemos que los puntos A, B se ubican en el centro de los lados respectivos de la servilleta. ¿Que perímetro tiene el rectángulo punteado?

5. Los lados de un cuadrado de área 54 cm², se han dividido en tres partes iguales. Los puntos de la división son vértices de dos rectángulos. ¿Cuál es el valor del área de la figura sombreada?

6. En la siguiente secuencia de números, ¿Cuál es el valor del signo de interrogación?

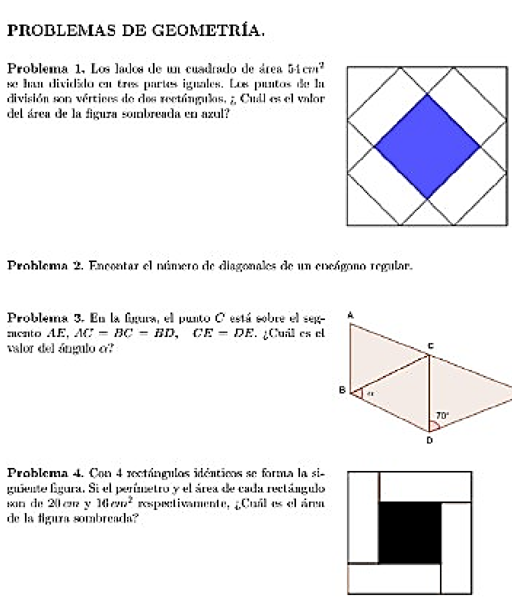
2	32	162	?	1250

7. Santiago recorta 16 figuras geométricas entre cuadrados y pentágonos. Si en total cuenta 72 vértices, ¿Cuántos cuadrados recortó?

8. A cada letra distinta de la palabra CATALINA, se le asigna un dígito distinto del 1 al 6. Al sumar todos estos dígitos, el resultado es un múltiplo de 6. ¿Cuál dígito representa la letra A?

9. Considera todos los números de tres dígitos distintos que se pueden formar con los dígitos 0, 2, 5, 7 y 8. ¿Cuántos de estos números son múltiplos de 6?

10. En la figura, ABDE es un trapecio, el punto C está sobre el segmento AE, $AC = BC = BD$, $CE = DE$. ¿Cuál es el valor del ángulo α?



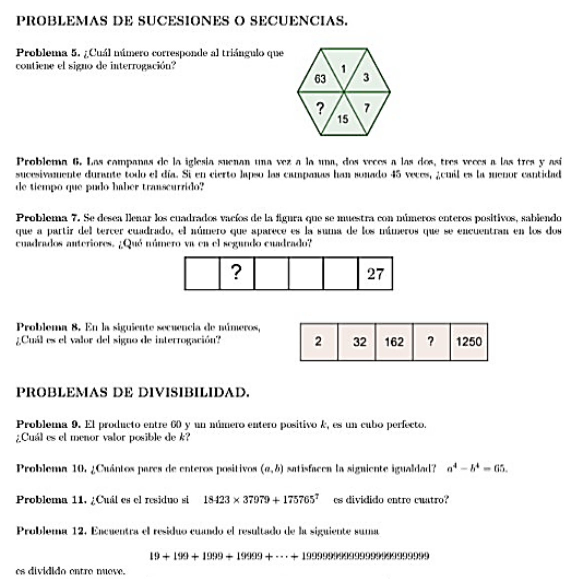
PROBLEMAS DE GEOMETRÍA.

Problema 1. Los lados de un cuadrado de área $54\,cm^2$ se han dividido en tres partes iguales. Los puntos de la división son vértices de dos rectángulos. ¿ Cuál es el valor del área de la figura sombreada en azul?

Problema 2. Encontar el número de diagonales de un eneágono regular.

Problema 3. En la figura, el punto C está sobre el segmento AE, $AC = BC = BD$, $CE = DE$. ¿Cuál es el valor del ángulo α?

Problema 4. Con 4 rectángulos idénticos se forma la siguiente figura. Si el perímetro y el área de cada rectángulo son de $20\,cm$ y $16\,cm^2$ respectivamente, ¿Cuál es el área de la figura sombreada?



PROBLEMAS DE SUCESIONES O SECUENCIAS.

Problema 5. ¿Cuál número corresponde al triángulo que contiene el signo de interrogación?

Problema 6. Las campanas de la iglesia suenan una vez a la una, dos veces a las dos, tres veces a las tres y así sucesivamente durante todo el día. Si en cierto lapso las campanas han sonado 45 veces, ¿cuál es la menor cantidad de tiempo que pudo haber transcurrido?

Problema 7. Se desea llenar los cuadrados vacíos de la figura que se muestra con números enteros positivos, sabiendo que a partir del tercer cuadrado, el número que aparece es la suma de los números que se encuentran en los dos cuadrados anteriores. ¿Qué número va en el segundo cuadrado?

	?				27

Problema 8. En la siguiente secuencia de números, ¿Cuál es el valor del signo de interrogación?

2	32	162	?	1250

PROBLEMAS DE DIVISIBILIDAD.

Problema 9. El producto entre 60 y un número entero positivo k, es un cubo perfecto. ¿Cuál es el menor valor posible de k?

Problema 10. ¿Cuántos pares de enteros positivos (a, b) satisfacen la siguiente igualdad? $a^4 - b^4 = 65$.

Problema 11. ¿Cuál es el residuo si $18423 \times 37979 + 175765^7$ es dividido entre cuatro?

Problema 12. Encuentra el residuo cuando el resultado de la siguiente suma

$$19 + 199 + 1999 + 19999 + \cdots + 1999999999999999999999$$

es dividido entre nueve.