UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

"EL CONCEPTO DE CAPACIDAD EN NIÑOS: UN ESTUDIO DE LAS ESTRATEGIAS ESCOLARES PARA SU CONSTRUCCIÓN"

ERIKA ROSANA CALAMBÁS CÓRDOBA

POPAYÁN, 2011

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

"EL CONCEPTO DE CAPACIDAD EN NIÑOS: UN ESTUDIO DE LAS ESTRATEGIAS ESCOLARES PARA SU CONSTRUCCIÓN"

ERIKA ROSANA CALAMBÁS CÓRDOBA

Director

Mg. YILTON OVIRNE RIASCOS FORERO

Trabajo presentado como requisito para optar al título de Magister en Educación:
Línea enseñanza de las ciencias y la tecnología.

Popayán, 2011

NOTA DE ACEPTACIÓN:

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Director: _____

Jurado: _____

Jurado: _____

Popayán, 2011.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo, si bien ha requerido de esfuerzo y mucha dedicación por parte de la autora y su director, no hubiese sido posible su finalización sin la cooperación desinteresada de todas y cada una de las personas que a continuación citaré, muchas de las cuales han sido un gran soporte en los momentos cruciales del proyecto.

Primero y antes que nada, dar gracias a Dios, por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que me han acompañado y me han contribuido de alguna manera para la realización de este trabajo. A mi hija Anyela Viviana Muñoz, a mi madre María Carmela Córdoba y a mis hermanos Natalia Córdoba y Diego Calambás, por creer siempre en mí y por su apoyo incondicional, brindándome la fortaleza necesaria para seguir adelante.

A mi director Mg. Yilton Riascos Forero, por su amistad, paciencia, dedicación y valiosa colaboración durante el desarrollo del proyecto. A los compañeros del grupo de investigación GEMAT de la Universidad del Cauca, por su confianza, sus sugerencias personales y académicas, cuyos aportes permitieron que este trabajo llegara a buen término.

A la Institución Educativa Agropecuario La Capilla- Cajibío por su colaboración, al brindarme los espacios para realizar el trabajo. A mis compañeros de trabajo y la comunidad educativa por su apoyo. Y A los niños de sexto por su colaboración.

Al Mg. Armado Aroca quien aportó elementos valiosos en la primera fase de la elaboración de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN **8**

INTRODUCCIÓN **10**

PARTE I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA **13**

CAPITULO 1. REFERENTES CONCEPTUALES **13**

1.1 Elementos para una perspectiva en Educación Matemática *13*

1.2 Acercamientos Teóricos al Concepto de Situación *15*

1.2.1 Desde la Didáctica de la Matemática 15

1.2.2 Desde la Psicología 19

1.2.3 Desde la Educación Matemática Crítica 24

1.3 Etnomatemática *29*

1.4 Cultura como construcción social *34*

CAPITULO 2. CONSIDERACIONES SOBRE LA MEDIDA **35**

2.1 Medida *35*

2.2 Magnitud *38*

2.2.1 Clasificación de las magnitudes 41

2.2.2 Sistema métrico decimal 43

2.2.3 Sistema Internacional de Medida (SI) 44

2.3 Capacidad *45*

2.3.1 Conceptos de capacidad en diferentes campos 46

2.3.2 Conceptos de capacidad en el SI 47

CAPITULO 3. ESTUDIO DE ANTECEDENTES **48**

3.1 Un Estudio de la Capacidad *48*

3.2 Consideraciones sobre el volumen y la relación con la capacidad *53*

PARTE II: EL ESTUDIO **58**

CAPITULO 4. ¿POR QUÉ NO LLENAR LA BOTELLA?: UN TRABAJO CON NIÑOS ESCOLARIZADOS DE 11 Y 12 AÑOS 58

4.1 El Problema y el método 58
Lugar de desarrollo de la Investigación 67

4.2 Procedimiento de Recolección de Datos 68
4.3.1 Pruebas Piloto 70
4.3.2 Materiales 72
4.3.3 Situaciones Problema: Capacidad de recipientes diferentes 74

4.3 Procedimiento de Análisis de los datos 81

CAPITULO 5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN 82

5.1 Presentación de resultados 82
5.1.1 Descripción de resultados del grupo de campesinos 83
5.1.2 Descripción de resultados del grupo de indígenas 87
5.1.3 Descripción de resultados del grupo de hijos de asalariados 91

5.2 Estrategias 95
5.2.1 Estrategias de la ambientación 98
5.2.2 Estrategias de capacidad y contenido 98
5.2.3 Estrategias de capacidad y forma 101
5.2.4 Estrategias de capacidad y espesor 113
5.2.5 Estrategias de transformaciones 117

5.3 Invariantes de las estrategias 121

CAPITULO 6. COMENTARIOS ACERCA DE POSIBLES INFLUENCIAS SOCIOCULTURALES EN EL DESARROLLO DE LAS ESTRATEGIAS ... 123

6.1 Grupo de campesinos 124

6.2 Grupo de indígenas 128

6.3 Grupo de hijos de asalariados 132

6.4 Consideraciones generales en los tres grupos 134

6.5 Algunas consideraciones de género 139

CONSIDERACIONES FINALES 146

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 151

ANEXOS 155

LISTA DE TABLAS

Tabla 1 Unidades No-SI de uso permitido 45
Tabla 2. Recipientes utilizados en las situaciones problema: 73
Tabla 3: Subestrategias por niveles de la estrategia "verificación de orden de las botellas". Segunda situación 138
Tabla 4: Subestrategia por niveles de la estrategia "verificación de orden de los tarros". Segunda situación 144

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Mapa del municipio de Cajibío 67
Figura 2. Recipientes para la medición. 74
Figura 3. Tarro de 1,7 litros 75
Figura 4. Botellas de 650 ml 76
Figura 5. Algunos recipientes con diferentes líquidos y formas 77
Figura 6. Grupo1: cilindros rectos 78
Figura 7. Grupo2: Recipientes irregulares 79
Figura 8. Tacos de diferente espesor 80
Figura 9. Ollas de diferentes capacidades 81
Figura 10. Recipiente lleno hasta la mitad 99
Figura 11. Seleccionar la botella de aceite cómo la más llena 101
Figura 12. Ordenar el grupo 1 a partir de los tamaños 104
Figura 13. Ordenar el grupo 2 a partir de los tamaños 107
Figura 14. Alinear para comparar recipientes 114
Figura 15. Comparar la altura de la botella con el contorno de la olla 118
Figura 16. Niño campesino 124
Figura 17. Niña indígena 128
Figura 18. Niño hijo de asalariado 132
Figura 19: Niño campesino llenando el tarro de 1.7 litros 135
Figura 20. Niña campesina ordenando tarros de madera 141

RESUMEN

Varios textos y autores consideran los conceptos de capacidad y de volumen como sinónimos, lo que ha generado, entre otros aspectos que en la escuela se trabaje la capacidad de manera superficial.

En particular, en el aula de clase, este concepto regularmente se aborda desde un contexto que muchas veces no se corresponde con los contextos en los cuales los niños se desenvuelven y en donde los procesos y conceptos planteados en los Lineamientos Curriculares no han sido desarrollados totalmente. Por tanto la pregunta que surge en investigación es: ¿Qué estrategias desarrollan los niños al resolver situaciones problema que involucran el concepto matemático de capacidad y sirven de apoyo para el diseño de secuencias didácticas?

Para identificar tales estrategias se construyeron 5 situaciones problema: ambientación, capacidad y contenido, capacidad y forma, capacidad y espesor, y Transformaciones. Las situaciones se abordaron desde la perspectiva Vergnaud (1990)

Las situaciones fueron presentadas, en un diseño balanceado, a 18 niñas y niños, de 11 a12 años de edad y 3 grupos poblacionales (Campesinos, Indígenas e Hijos de Asalariados), de la institución Educativa Agropecuaria la Capilla- Cajibío (Cauca).

Las soluciones planteadas en las situaciones fueron denominadas estrategias según Inhelder (1978), que fueron jerarquizadas y analizadas a partir de los referentes teóricos de la educación matemática, estableciendo los niveles de compresión y construcción del concepto en estudio, elementos que servirán de insumo para la construcción de una secuencia didáctica en la continuidad de este trabajo.

Adicionalmente, se presentan comentarios acerca de las posibles influencias socioculturales que se observaron en las acciones de los niños, con la certeza que serán un insumo importante en el desarrollo de futuros estudios, contando con una profundización en el marco teórico de la etnomatemática.

Al tener en cuenta el género, se pudo reconocer diferencias y similitudes entre las estrategias que desarrollan las niñas y los niños al resolver las situaciones problema planteadas.

PALABRA CLAVES: Capacidad, situaciones problema, estrategias

INTRODUCCIÓN

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) consideran que el objetivo fundamental para la enseñanza y aprendizaje del Sistema de Medidas, podría centrarse en la necesidad de hacer evolucionar conocimientos y mostrar que los conceptos de magnitud y medida juegan un papel importante en la construcción del saber matemático, no solo porque ellos intervienen en la construcción de otros conceptos, sobre los diferentes conjuntos numéricos y la proporcionalidad, sino también por el valor social que tienen las prácticas de medición en el desarrollo de la vida cotidiana de cualquier ciudadano.

Este documento está divido en dos partes, la primera parte fue denominada *fundamentación teórica,* en ella se hace una reflexión desde el campo de la educación matemática acerca de las situaciones desde las perspectivas de Brousseau y Vergnaud. A partir de lo cual se decidió trabajar las situaciones según el enfoque de Vergnaud (1990; 1991), quien las considera como los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto en función de las situaciones a las cuales son confrontados.

Adicionalmente, se revisó las situaciones desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, para lo cual se adoptaron planteamientos de Skovsmose (1999), quien considera que lasituación implica todas las condiciones en las que se desarrolla la actividad educativa.

En el capítulo de consideraciones sobre la medida, se establece que los conceptos de volumen y capacidad no pueden tomarse como sinónimos; que toda capacidad implica un volumen, pero que todo volumen no implica una capacidad y que el

concepto de capacidad no se puede reconocer sin considerar el recipiente. Se determinó, por tanto, como elemento fundamental para el estudio de la capacidad, los recipientes, reconociendo en ellos características tales como: forma, contenido y espesor.

Como el objetivo de este trabajo consistió en identificar las estrategias que desarrollan los niños al resolver situaciones problemas que involucran el concepto de capacidad, en la segunda parte, denominada *el estudio,* se presenta la forma como se construyeron 7 situaciones problema que permitieron identificar las estrategias desarrolladas por los niños en la comprensión del concepto de capacidad.

Dichas situaciones fueron aplicadas a 18 niños (9 mujeres y 9 hombres) de 11 a 12 años, de la Institución Educativa Agropecuaria la Capilla del municipio de Cajibío.

Las situaciones elaboradas fueron denominadas así:

- **AMBIENTACIÓN**: Consistió en realizar una actividad en la cual, el alumno conceptualizó la capacidad como el máximo volumen que puede contener un recipiente, sin superar su altura.
- **CAPACIDAD Y CONTENIDO,** fue una actividad en la que se utilizaron botellas con contenidos y niveles líquidos distintos, de la cual se buscó establecer la relación entre la capacidad del recipiente y su contenido.
- **CAPACIDAD Y FORMA,** en esta actividad se utilizó recipientes cilíndricos regulares e irregulares para establecer la relación entre la forma del recipiente y su capacidad.
- **CAPACIDAD Y ESPESOR,** en la actividad se utilizó recipientes de madera con iguales dimensiones y diferentes espesores, de la cual se buscó establecer la relación entre la capacidad y el espesor.
- **TRANSFORMACIONES,** utilizando recipientes de diferente altura y ancho, y un instrumento de medida (cinta métrica) se buscó identificar procesos de transformación en términos de la relación entre el largo y el ancho de los recipientes utilizados.

Para alcanzar el objetivo propuesto, se planteó en la metodología, la utilización de la entrevista clínica tipo Piagetiano, estableciéndose tres grupos poblacionales a saber, campesino, indígenas e hijos de asalariados, este último grupo corresponde a los niños cuyos padres desarrollan otras actividades distintas a la agricultura y no poseen tierra.

En el capítulo de resultados se describen y categorizan las estrategias desarrolladas por los niños, identificando aquellas estrategias que tienen influencias escolares y observando aspectos que pareciesen tener un origen sociocultural. Igualmente se describen aquellas estrategias que presentan influencia del género.

En un intento por aproximarnos a la caracterización de estos aspectos socioculturales, nos aventuramos a ingresar al campo de la Etnomatemáticas siendo consientes de la dimensión del campo y la limitante de nuestros recursos para comprender de los elementos teóricos fundamentales que permitiesen tal caracterización, razón por la cual consideramos que nuestras opiniones serán elementos de base para futuras investigaciones en esta dirección.

Finalmente consideramos que para el éxito de la implementación de una propuesta en el aula de clase, los elementos aquí señalados pueden ser tenidos en cuenta en la medida en que permitan identificar obstáculos o fortalezas en el dominio de los objetos matemáticos.

PARTE I: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

CAPITULO 1. REFERENTES CONCEPTUALES

1.1 Elementos para una perspectiva en Educación Matemática

Es común encontrar entre muchos autores diversas alusiones y concepciones del campo, Educación Matemática para los anglosajones, Didáctica de las Matemáticas para los franceses y Matemática Educativa para los mexicanos, como las concepciones más citadas, algunas veces diferenciadas y otras veces utilizadas como sinónimos.

En este trabajo, aunque no se abordará la discusión de esta diferenciación, se considerará, de acuerdo con Godino (2003), Educación Matemática y Didáctica de la Matemática como sinónimas, entendiéndola como lo hace Brousseau (1989 citado por Godino, 2003), como "una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos" (pág. 17); con el objetivo, a través de la investigación, de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de estos conocimientos.

Entendiendo la reflexión sobre los saberes como punto de partida en la problemática de la producción y comunicación de conocimientos en Educación Matemática, se hace necesario señalar las relaciones que se establecen entre el sujeto y los objetos, así como entre sujetos.

En primer lugar, las relaciones que el alumno establece con los objetos matemáticos que le son presentados, son consideradas en sí mismas como relaciones eminentemente dinámicas, que están en el centro de una reflexión sobre las condiciones y la naturaleza de los aprendizajes, mientras que desde el punto de vista

de la relación entre enseñanza y aprendizaje se ha permitido que esa relación bipolar sujeto – objeto, se transforme en una relación tripolar sujeto, objeto y otro (Fávero, 2005).

Considerar esta relación desde la triada de la estructura didáctica es admitir que

> en el aula de clase hay que tener en cuenta a los alumnos (con su estructura cognitiva particular), al área de conocimiento (sometida a la transposición didáctica) y al profesor (con su ideología privada), en cuyo centro está el contrato didáctico. (Joshua & Dupin, 1998, pág. 5)

Este contrato fija los roles, lugares y funciones de cada parte; establece las actividades esperadas tanto del profesor como de los alumnos, los lugares respectivos de cada uno con relación al saber tratado, y las condiciones generales en las cuales estas relaciones con los objetos evolucionarán, en el transcurso de una enseñanza, hacia la construcción de conocimiento.

Las relaciones ternarias entre profesor, alumnos y saber, no se pueden comprender si son analizadas solamente como una suma de relaciones binarias, puesto que es en vía de la aproximación a un conocimiento que se generan ligas entre el profesor y su clase.

Este proceso implica tener presente como mínimo la historia académica del alumno, sus relaciones particulares con el área de conocimiento en cuestión, sus expectativas en relación a su desempeño y las representaciones sociales compartidas.

El profesor por su parte tiene sus propias concepciones relativas al proceso de aprendizaje y una postura generalmente diferente a la del alumno en relación con los conocimientos tratados. Es entonces difícil hacer explícita la estructura didáctica a todos los actores, así como las condiciones de desarrollo de su propio conocimiento.

Los trabajos en didáctica de las matemáticas, entre otras cosas, buscan mostrar las principales restricciones que tiene la estructura didáctica y expresar, en consecuencia, las explicaciones acerca de tales restricciones, lo cual ha implicado poner de manifiesto cómo distintas formas de enseñar los conocimientos producen formas diferentes de aprendizaje desde el punto de vista de la construcción del conocimiento de los alumnos.

1.2 Acercamientos Teóricos al Concepto de Situación

1.2.1 Desde la Didáctica de la Matemática

En este campo, uno de los autores que más ha trabajado este concepto ha sido Guy Brousseau quien según Sadovsky (2005, pág. 3) "ha establecido que un medio sin intenciones didácticas es claramente insuficiente para inducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que él adquiera".

Por ello, para estudiar de forma experimental los problemas de la enseñanza, Brousseau (1986) elaboró una teoría que permite realizar un análisis *a priori*, a través de un inventario de comportamientos posibles (por ejemplo) y otro *a posteriori*, de acuerdo con la significación de los comportamientos observados, de las intervenciones que tanto el alumno como el profesor desarrollan.

La teoría puesta en práctica necesita de la elaboración de un proceso de aprendizaje; en el que según Douady (1998) se entienden:

> Las concepciones de los alumnos como resultado de un intercambio permanente con las situaciones problema a las que se ven enfrentadas y en el curso de las cuales los conocimientos anteriores son movilizados para ser muchas veces modificados, completados o abandonados. (pág. 11)

Brousseau (1986 citado por Douady, 1998) define la situación didáctica como:

> Un conjunto de relaciones establecidas explícita e implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (comprendiendo eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (el docente); con el fin de que los alumnos se apropien de un conocimiento constituido o en vía de constituirse. (pág. 11)

El objetivo de esta teoría es modelar cada conocimiento mediante situaciones problema; los conocimientos aparecen como la solución óptima de los problemas propuestos, solución que cada alumno puede descubrir y especificar. Además, cada conocimiento debe surgir de la adaptación a una situación específica.

Sadovsky (2005), describe el modelo de Brousseau como:

> El proceso de producción de conocimiento matemático en el aula a partir de interacciones. La palabra interacción da cuenta de una ida y vuelta entre el sujeto y el medio: el sujeto se ve frente a un problema, del cual elige una alternativa matemática entre varias posibles para resolverlo, la pone en juego y tiene la posibilidad de analizar los resultados de sus acciones reafirmando sus decisiones o rectificándolas. (pág. 5)

En este sentido, lo que se espera es que en este problema se pueda identificar esa ida y vuelta a partir de la implementación de situaciones adecuadas a las condiciones en las que se encuentran los alumnos que participarán de esta investigación.

Brousseau (1986) considera la situación como una interacción, planteando como tipo de interacciones básicas la interacción del alumno con una problemática que ofrece resistencia y retroacciones que operan sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego, y la interacción del profesor con el alumno cuando éste último está a la vez en la interacción con la problemática matemática. A partir de estas interacciones se postula la necesidad de un *medio* pensado y sostenido por una intencionalidad didáctica.

Las interacciones entre el alumno y el medio se describen partiendo del concepto teórico de *situación a didáctica*, "la cual modela una actividad de producción de conocimiento por parte del alumno de manera independiente de la mediación docente" (Sadovsky, 2005, pág. 3). Esta independencia no hace referencia a un silencio del maestro, sino al hecho de que para dar lugar a la producción de conocimientos, el docente no explicita cuáles son los conocimientos que el alumno debe movilizar.

Esta presentación teórica se acompaña de un ejemplo de «modelización» de un problema y de su transformación en situaciones problema; es decir, una situación en la cual el sujeto, confrontado a un problema, debe obtener un cierto resultado a través de decisiones y acciones de las cuales él es responsable.

Al observar detenidamente las situaciones en las que los problemas suceden, se encuentra que en ellas aparece un conjunto de invariantes que permiten caracterizarlas; es decir, se determinan los objetos matemáticos que intervienen (números, operaciones, definiciones, etc.), las representaciones simbólicas, la extensión de soluciones a otras situaciones, la generalización al caso de un número arbitrario de valores, entre otros, que permiten identificar y clasificar la situación como un problema matemático.

Por ello, es posible considerar que a través de la puesta en escena de situaciones se pueden identificar invariantes en las acciones de los alumnos que permitan, por un lado, reconocer los conceptos que movilizan para alcanzar una solución y, por el otro, determinar ausencias conceptuales presentadas en los desarrollos.

El carácter dialéctico que existe entre los conocimientos previos de los estudiantes y los problemas que les propone el medio, establece dos escenarios posibles, uno en el cual se ratifican los conocimientos ya existentes, y otro en el que se generan nuevos conocimientos. Esto último se logra si el alumno, frente a una situación, entra en crisis al intentar solucionar el problema, porque su conocimiento previo no es

suficiente para dar respuesta a las exigencias del problema, lo que obliga una búsqueda de nuevas soluciones.

En este sentido, las situaciones se clasifican según tres formas de dialécticas: de la acción, de la formulación y de la validación.

En la *Dialéctica de la acción*, el alumno es confrontado con una situación que le plantea problemas y en la búsqueda de una solución, produce acciones que pueden conducir a la creación de un saber-hacer. En esta dialéctica "las retroacciones proporcionadas por el medio funcionan, según sea el caso, como sanciones positivas o negativas de sus acciones, lo que permite al alumno adaptarlas a efectos de aceptar o rechazar una hipótesis o escoger entre varias soluciones" (Chamorro, 2003, pág. 47).

En la *Dialéctica de la formulación*, las condiciones diferentes hacen necesario un intercambio de información que exige la creación de un lenguaje para asegurarlo. Las interacciones entre el emisor y el receptor pueden producirse a través de acciones y decisiones.

En las situaciones de formulación, los alumnos van a crea un modelo explicito que pueda ser formulado con ayuda de signos y reglas, conocidas o nuevas. Esta dialéctica plantea al alumno problemas conceptuales.

En la *Dialéctica de la validación*, "los intercambios ya no conciernen solamente a las informaciones sino también a las declaraciones, es necesario probar lo que de otra manera no se afirma sino por la acción" (Douady, 1998, pág. 12).

Brousseau (1986), además, considera que las variables pertinentes de la situación, son las que dirigen los diferentes comportamientos del alumno. Las variables didácticas provocan adaptaciones, regulaciones y aprendizajes cuando son activadas, y en el caso de la búsqueda de la solución de un problema, producen cambios de estrategia.

Estos cambios son logrados porque el alumno entra en crisis al ver que no funcionan los conceptos utilizados, obligándolo a explorar nuevas alternativas e incorporar nuevos conceptos. Así, con la ayuda de las variables didácticas se determina el campo de eficacia de los procedimientos.

Con lo anterior se puede establecer lo interesante que resulta la aplicación de una situación didáctica y su riqueza para el campo investigativo. Su organización es un proyecto colectivo de investigación para el aula de clase, donde se consideran a la vez las funciones epistemológicas de un concepto, la significación social de los dominios de experiencia a los cuales hace referencia, los juegos de papeles (roles) entre los actores de la situación didáctica, el resorte del juego, el contrato y la transposición.

Brousseau (1986) toma la hipótesis central de la epistemología de Piaget como marco para modelar la producción de conocimiento y es por ello que las situaciones que se plantean van encaminadas a dicha producción. Esta teoría puede ser complementada con un estudio detallado del niño, bajo observación, en el cual se identifique cómo él construye ese conocimiento, reconociendo de esta manera, las lógicas que están interactuando en su accionar.

1.2.2 Desde la Psicología

Vergnaud (1990) utiliza el término situación, pero no desde el punto de vista de Brousseau sino como tarea, tal como la utilizan habitualmente los psicólogos; su planteamiento se basa en que:

> toda situación compleja, se puede analizar como una combinación de tareas de las que es importante conocer la naturaleza y la dificultad propia. La dificultad de una tarea no es ni la suma ni el producto de la dificultad de las diferentes subtareas, pero está claro que el fracaso en una subtarea implica el fracaso global. (pág. 10)

Según Vergnaud (1990), se reconocen dos clases de situaciones para las acciones del sujeto. Una clase de situaciones para las cuales se dispone de las competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias; y otra clase de situaciones para las cuales no se dispone de todas las competencias necesarias, lo que lo obliga a un tiempo de reflexión y de exploración, de dudas, tentativas abortadas que conduce al éxito o al fracaso.

Para analizar las acciones del sujeto en una situación, Vergnaud (1990) retoma el concepto de esquema[1], éste no funciona de la misma manera en las dos situaciones antes mencionadas. Para el caso de la clase de situaciones en las que se dispone de las competencias en un momento dado, se observan conductas muy automatizadas y organizadas por un esquema único.

En las situaciones donde no se dispone de todas las competencias necesarias, "se observa el esbozo sucesivo de varios esquemas, que pueden entrar en competición y que, para llegar a la solución buscada, deben ser acomodados, separados y recombinados, este proceso se acompaña necesariamente de descubrimientos" (Vergnaud, 1990, pág. 2).

Para Vergnaud (1990), Brousseau analiza el concepto de situación no solamente destacando la importancia didáctica (inexistente en la psicología), sino también, dándole una significación en la dimensión afectiva y en la cognitiva, y determina que en su desarrollo se hace uso tanto de la psicología social como de la epistemología y de la psicología de las matemáticas.

Es por ello que Vergnaud (1990) no toma el concepto de "situación" con toda esa significación, sino que se limita al sentido que le da habitualmente el psicólogo: "los procesos cognitivos y las respuestas del sujeto son función de las situaciones a las

[1]Vergnaud (1990) llama esquema "a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada" (pág. 2).

cuales son confrontados" (pág. 12), de aquí se pueden distinguir dos ideas, la de *variedad* y la de *historia*.

La idea de variedad sugiere que existe una diversidad de situaciones en un campo conceptual[2] dado, y esa diversidad de situaciones es un medio para generar de manera sistemática el conjunto de las clases posibles.

Y la idea de historia, sugiere que los conocimientos de los alumnos son modelados por las situaciones que han encontrado y dominado progresivamente, especialmente por las primeras situaciones susceptibles de dar sentido a los conceptos y a los procedimientos que se les quiere enseñar.

Analizando la pertinencia de esas ideas, Vergnaud (1990) señala la complejidad de la investigación en didáctica ya que: "la primera idea se orienta en dirección al análisis, la descomposición en elementos simples y la combinatoria de los posibles" (pág. 10); la segunda, que se trata de la historia del aprendizaje de las matemáticas en el sujeto, "se orienta hacia la búsqueda de situaciones funcionales, casi siempre compuesta de varias relaciones y cuya importancia relativa está muy ligada a la frecuencia con la que se les encuentra" (pág. 10).

Es de anotar que para este autor:

> un concepto no toma su significación en una sola clase de situaciones y una situación no se analiza con la ayuda de un solo concepto. Es necesario tener conjuntos relativamente grandes de situaciones y de conceptos, clasificando los tipos de relaciones, las clases de problemas, los esquemas de tratamiento, las representaciones lingüísticas y simbólicas, y los conceptos matemáticos que organizan estos conjuntos. (Vergnaud, 1990, pág. 21)

[2]Para Vergnaud (1990) un campo conceptual está determinado por un conjunto situaciones y otro de conceptos y teoremas que permiten el análisis de estas situaciones.

La formación de conceptos matemáticos desde una perspectiva psicológica y didáctica, conduce a considerarlos

> como un conjunto de invariantes utilizables en la acción. La definición pragmática de un concepto pone en juego el conjunto de situaciones que constituyen la referencia de sus diferentes propiedades y, por tanto, el conjunto de los esquemas puestos en juego por los sujetos en estas situaciones. (Vergnaud, 1990, pág. 7)

Un concepto (C), según Vergnaud(1990), es considerado como:

> una tripleta (S, I, Γ) constituida por el conjunto de situaciones que dan sentido al concepto (la referencia, S), el conjunto de invariantes sobre los cuales reposa la operacionalidad de los esquemas (el significado, I) y el conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento (el significante Γ). (pág. 7)

Vergnaud (2007) también propone el concepto de esquema, como "una totalidad dinámica funcional" (pág. 291), cuya base es la conceptualización implícita de lo real y es el punto clave para el análisis de las situaciones de aprender y de enseñar.

Para este autor existen dos nociones que designan los conocimientos contenidos en los esquemas del sujeto: "concepto en acto" y "teorema en acto". También se pueden denominar por la expresión más global de "invariante operatorio".

La determinación de los invariantes operatorios, es fundamental para el estudio de los procesos cognitivos que regulan el aprendizaje de los alumnos y para la configuración de los esquemas propios del aprendizaje de las matemáticas.

Por su parte, los conceptos en acto son categorías que permiten sacar la información pertinente en situaciones y los teoremas en acto son las proposiciones susceptibles de ser verdaderas o falsas, y que les permiten trabajar esa misma información.

Los argumentos que Vergnaud (1990) utiliza para fundamentar tal distinción, radican en que un concepto no es verdadero ni falso, es solo pertinente o no pertinente para categorizar la información útil; y para generar los objetos, las reglas y las acciones en situaciones, es preciso formular proposiciones consideradas verdaderas que se puedan prestar para la inferencia. Por tanto, la conceptualización consiste en la indisociación entre conceptos y teoremas, en la cual una pequeña parte es explicitada por el sujeto.

Vergnaud (2007) considera que no basta copiar y repetir, es necesario reflexionar sobre las acciones, y a través de ello se pueden superar las dificultades que fueran encontradas; luego, el proceso de aprendizaje ocurre de manera gradual y la formación de un concepto puede durar varios años.

En esta dirección, identificar las dificultades que, a través de las situaciones que se desarrollan en este proyecto, presentes los alumnos, permitirá aproximarse a una descripción del desarrollo gradual que este concepto tiene para alcanzar su formación completa.

El autor propone el estudio de *campos conceptuales*, como la interacción entre el desarrollo psicológico y el aprendizaje. Además, considera que el desarrollo cognitivo no puede renunciar a la epistemología especifica de los conceptos y del "saber-hacer" ni a las condiciones de su aprendizaje y utilización.

De acuerdo a la teoría de los campos conceptuales (Vergnaud, 1990), "un concepto no puede ser reducido a su definición, sobre todo si nos interesamos, como dice el autor, por su aprendizaje y enseñanza (pág. 1). De ahí aparece su afirmación: por medio de las situaciones y lo problemas que se pretenden resolver es como un concepto adquiere sentido para el niño.

Para Vergnaud (1990) la expresión *elaboración pragmática*, significa que se procura considerar la función adaptativa del conocimiento y al mismo tiempo atribuir un lugar central a las formas que toma la acción del sujeto.

Es de anotar que "la construcción de conocimiento, en general, implica más que saber cómo se construyen las estrategias cognitivas, ya que también se cuestiona cómo y cuáles son los valores sociales que permean la información, los procedimientos y la propia actividad" (Fávero, 2005, págs. 239-240).

1.2.3 Desde la Educación Matemática Crítica

Skovsmose (2009) plantea la relación existente entre el concepto de fenómeno y el fenómeno en sí. Esto permite reconocer que la realidad está construida por muchas perspectivas, ideas y conceptos. Identificando como lo plantea Husserl (1970 citado por Skovsmose, 2009) que "nuestro mundo de vida se construye a través del discurso" (pág. 101).

Por consiguiente, el cambio del discurso provoca el cambio en la preocupación y de esta manera, se generan relaciones importantes entre el discurso sobre el fenómeno y las preocupaciones que suscitan este fenómeno.

Skovsmose (2009) establece que "es imposible hacer observaciones y formular preocupaciones sobre aprendizaje independiente de nuestras concepciones de aprendizaje" (pág. 101), y propone que el análisis de la perspectiva de aprendizaje se haga a través de los siguientes conceptos: situación, foreground e intencionalidad, significado, matemática en acción, reflexión, matemacia y diálogo.

De esta forma, es posible pensar que el concepto de situación adquiera para este proyecto una dimensión que cubra el mundo de vida del alumno y que involucre igualmente aspectos que no solo competen al aula de clases y a la institución.

Una *situación* implica todas las condiciones en las que se desarrolla la actividad educativa, Skovsmose (2009) considera que "cuando hablamos de aprendizaje es preciso considerar las diferentes situaciones" (pág. 103). En la perspectiva de la educación matemática crítica es importante no solo centrarse en las situaciones prototípicas, es decir, aulas con condiciones ideales (computadores, libros didácticos, niños sin hambre, etc.), si no también desarrollar ideas sobre la gran multiplicidad de situaciones de aprendizaje que se pueden presentar.

Aunque se busque tener un aula lo más prototípica posible, existirán situaciones de aprendizaje muy diferentes, esto hace pensar que la investigación en Educación Matemática se pueda desarrollar con perspectivas teóricas particulares, aunque esto nos lleve a creer que esa investigación solo refleja la *situación* de un pequeño grupo de niños y no de la mayoría. Pero si la teoría desconoce aspectos sociales que de una u otra forma afectan las prácticas de los niños, se estarían realizando investigaciones sesgadas, donde se perderían elementos, que muy seguramente aportarían y enriquecerían las investigaciones.

Skovsmose (1999) considera que el programa de investigación en etnomatemática tiene un alto impacto, al establecer una amplia perspectiva sobre la diversidad en las condiciones de aprender. Reconoce la existencia de diferentes *situaciones* que deben ser consideradas cuando se hacen cuestionamientos en relación al aprendizaje de las matematicas.

La tecnología en particular, hace parte de las condiciones de aprendizaje y el acceso a ella genera posibilidades y oportunidades que el niño tiene con respecto a su aprendizaje, pero esto está sometido a factores sociopolítico ajenos a los alumnos. Recursos diferentes y accesos diferentes a la tecnología tienen implicaciones en la *situación* de aprendizaje.

"El *foreground* de una persona, es entendido como la oportunidad que la situación social, política y cultural le proporciona a dicha persona, pero no es la oportunidad

como ella pudiera existir si no como el individuo realmente la percibe" (Skovsmose, 2009, pág. 104). El *foreground* expresa expectativas, aspiraciones y esperanzas, hace parte del life-world y del mundo de las experiencias vividas.

Skovsmose (2009) considera que las acciones de una persona no se basan simplemente en su background (historia personal), sino que emergen del modo como las personas ven sus posibilidades. Por tanto, las intenciones son una parte constitutiva de cualquier acción, pero las acciones sin intención se convierten en simples movimientos físicos.

Para Skovsmose (2009) el *significado de las actividades* debe ser analizado en término de las relaciones que hay entre las situaciones en las cuales las personas están envueltas, y la intencionalidad que emerge del background y el foreground. Incluye motivos, perspectivas, esperanzas y aspiraciones, por tanto contribuye al foreground.

En este sentido, considera que:

> el significado de la actividad es más importante en la perspectiva de la Educación Matemática, que el significado del concepto. Este significado es construido en primer lugar por los alumnos, y tal construcción dependerá de las situaciones y la intencionalidad de los alumnos" (pág. 105).

Para Skovsmose (2004) "trazar el background cultural de los alumnos es un recurso que contextualiza y ayuda a dar significados en las clases de matemáticas" (pág. 108).

Establecer significados para la actividad por parte de los alumnos, implica la creación de escenario, los cuales son a la vez fuente e invitación para la actividad. En particular un escenario para la investigación es una posibilidad para establecer relaciones entre actividades de los alumnos y su foreground.

Estos escenarios se fortifican cuando se crean situaciones que estén cada vez más acordes con las realidades de los alumnos, actividad que exige un reconocimiento de

los contextos donde ello interactúan como es la escuela, la familia y la sociedad en general.

Las matemáticas para Skovsmose (2009) hacen parte

> del desarrollo de la tecnología, de las transacciones comerciales, de los procesos de producción, de los procesos de control, de los procesos de automatización y ayudan a establecer rutinas del día a día, entre otras; estas formas diferentes de prácticas son ejemplo de *matemática en acción*. (pág. 107)

La base de la *matemática en acción* hace parte de "formas de construcción, esquema de producción, modelos de automatización, programas de design y estrategias de promoción" (Skovsmose, 2009, pág. 108), es por ello que se puede decir, que todo el ambiente y la vida del mundo están estructurados a través de ella.

La r*eflexión*[3] hace parte de una red de conceptos importantes para formular las preocupaciones de la Educación Matemática Crítica. Skovsmose(2009) plantea que: "el docente no solo debe ser un embajador de las matemáticas sino que debe incluir en su discurso reflexiones sobre el funcionamiento sociopolítico de las matemáticas" (pág. 109).

Además el autor agrega que "los temas de confiabilidad y responsabilidad son decisivos en las *reflexiones* [aunque existen otros tipo de reflexiones], con ellos es posible reflejar, entre muchos otros aspectos, la matemática en acción" (Skovsmose, 2009, pág. 111).

La confiabilidad se produce a partir de las reflexiones que se hace sobre las informaciones presentadas en números, tablas, fórmulas, figuras, entre otros, es decir que se hace una reflexión sobre presentaciones formalizadas. Y la responsabilidad

[3]Skovsmose (1999) considera el acto reflexivo como una interacción entre las interpretaciones y los conocimientos previos de los alumnos.

hace a lución a las reflexiones sobre prioridades, decisiones, acciones hechas con base en las informaciones formalizadas (Skovsmose, 2009).

Skovsmose (2009) plantea la *matemacia* como "una capacidad de reflejar sobre la *matemática en acción"* (pág. 111); ello implica reflejar sobre relaciones entre las prácticas en el aula y fuera de ella, más aun, reflejar sobre el background y el foreground de los alumnos. De estas reflexiones se deduce que la Educación Matemática Crítica debe crear situaciones que faciliten procesos de *diálogo* (Skovsmose, 2009).

Al respecto Niss (1983 citando por Skovsmose, 1999) señala que:

> Es de importancia democrática tanto para el individuo como para la sociedad que a cualquier ciudadano se le suministren los instrumentos para comprender el papel de las matemáticas. Y cualquiera que no posea tales instrumentos, se vuelve una *víctima* de los procesos sociales en los que las matemáticas son una componente. (pág. 64)

Para el autor, el propósito de la educación matemática debe ser capacitar a los alumnos para comprender, juzgar, utilizar y ejecutar las aplicaciones de las matemáticas en la sociedad y que den cuenta de sus acciones, en particular, en las situaciones significativas para la vida privada, social y profesional.

Esto pone a la Educación Matemática en el foco de la educación crítica. Si bien, las matemáticas juegan un papel importante en la tecnología y la tecnología es la que determina en el desarrollo social, una comprensión del papel de las matemáticas y de los métodos formales en la sociedad, no se puede seguir pensando que la tecnología esté contenida en las de las matemáticas, porque se estarían desconociendo todas sus relaciones (Skovsmose, 1999).

La educación crítica, por su parte, revela las desigualdades y las represiones de cualquier tipo, oponiéndose a contribuir en la prolongación de estas manifestaciones

en las relaciones sociales. “Si desea ser crítica la educación, se debe en primera instancia reaccionar a la naturaleza crítica de la sociedad” (Skovsmose, 1999, pág. 24).

La educación crítica surge, por ende, como resultado de la naturaleza crítica de la sociedad, obligando a la educación ante la perplejidad de la realidad, tomar postura frente a ella. Los análisis fragmentarios que se hacen de dicha realidad y que suelen aparecer por necesidad de las crisis y los conflictos, han obligado a que la educación analice y reflexione los diferentes hecho a los cuales se ven enfrentados los educandos y la sociedad en general, logrando con ello aminorar la actitud de indiferencia social (Skovsmose, 1999).

1.3 Etnomatemática

Los planteamientos de Vergnaud son pensados para aulas prototipo (según Skovsmose), pero ante la presencia de acciones en los alumnos que reflejan una marcada influencia sociocultural el investigador no puede pasarlas desapercibidas, porque estaría negando las lógicas de las distintas comunidades que convergen en aula de clase. Su estudio por tanto, exige de un marco etnomatemático cuyo rigor permite el reconocimiento y la caracterización de las prácticas socioculturales donde los concepto matemáticas se hallan inmersos.

Aunque la aparición de la etnomatemática reciente, se consolida como un campo de investigación que no solo se limita a teorizar e investigar en Educación Matemática, sino también como una alternativa de las comunidades que buscan el reconocimiento, recuperación y desarrollo de sus conocimientos y saberes.

Bishop(1999) plantea que “todas las culturas han desarrollado su propia tecnología simbólica de las matemáticas y que estas han surgido a partir de las respuestas a las demandas del entorno” (pág. 83). Aunque, reconoce que hay una línea de desarrollo concreto e identificable como son las matemáticas (la disciplina que hoy conocemos), la cual es una versión muy potente de las matemáticas en la cultura y que se ha

mantenido pese a los desarrollos intraculturales, y el conflicto entre diferentes culturas.

Para Bishop (1999) la enseñanza de las matemáticas solo existe en un contexto y ese contexto determina lo que sucede realmente y lo que cuenta como solución. Propone que para el enriquecimiento del currículo se incluya en las clases de matemáticas actividades de orígenes culturales diferentes que ejemplifiquen y contextualicen los conceptos.

A este respecto D´Ambrosio (2001) resalta el hecho de que "el reconocer y respetar las raíces de un individuo, no significa ignorar y rechazar las raíces de otro, por el contrario es un proceso de síntesis, que refuerza sus propias raíces" (pág. 42).

La Etnomatemática no puede ser vista exclusivamente asociada a la valoración de prácticas sociales o al entendimiento de una matemática étnica, ella va más allá, es por ello que, D´Ambrosio (2001) la considera como:

> La producción, organización intelectual, social y la difusión de diferentes maneras, estilos, modos (**ticas**) de explicar, conocer (**matemas**) el ambiente natural y social (**etno**); los cuales resultan de la interacción mutua de diferentes grupos y de la dinámica de ese proceso. (pág. 60)

Para la Etnomatemática es necesario comprender las interrelaciones de la dinámica cultural, cuyos mecanismos sociales están enmarcados dentro de procesos productivos, filtros e intereses políticos y económicos, elementos que afectan los compartimientos de los individuos.

El estudio de las dinámicas culturales hacen que la Etnomatemática centre sus esfuerzo en valorar las producciones culturales de las excluidas de la cultura oficial[4], o como diría más concretamente Monteiro, Clark& Santos (2004) "la Etnomatemática

[4] La cultura oficial hace referencia a la matemática escolar, que es fruto de una interpretación etnocéntrica de las ciencias y donde sólo se utiliza una matemática occidentalizada.

tiene como objetivo el reconocer, valorar y fortalecer las contribuciones sociales y culturales de los sujetos de las clases desfavorecidas y oprimidas para construir una sociedad más ética, fraterna y solidaria"(pág. 14).

Por con siguiente, sus interés están centrados en la pluralidad del conocimiento matemático y en las condiciones sociales y políticas. Ello ha implicado la realización de estudios históricos, en contextos de interculturalidad, de los grupos sociales deprimidos cuyas condiciones sociales y políticas son limitadas, y no son tenidas en cuenta en los currículos de enseñanza de las Matemáticas.

Estudios realizados en el campo de la Etnomatemática han llevado a consolidar un programa de investigación, cuyo impacto es el establecer una amplia perspectiva sobre la diversidad de las condiciones para aprender. En este sentido existen muchas situaciones diferentes que son importantes de considerar cuando se formulan problemas en relación con el aprendizaje matemático. Para Oliveras (1995) los aspectos estudiados según sus temas y objeto por parte de la Etnomatemática son:

> 1. Elementos teóricos que definen y explican la terminología y el enfoque epistemológico de la Etnomatemática. En este caso se hace un análisis descriptivo de elementos culturales matemáticos constituyendo de esta manera la antropología cultural-matemática.
> 2. Aportes relacionados con la Psicología Cognitiva: cognición matemática y vida cotidiana**.** Se estudia el aprendizaje dentro y fuera de la escuela, analizando la cognición matemática contextualizada.
> 3. Condiciones socioculturales y políticas de la producción de las Matemáticas y de la enculturación o enseñanza. En esta parte, se analiza la utilización y creación matemática, las problemática del Currículo y de su puesta en práctica, y la formación de profesores. (pág. 4)

En general, los trabajos abordados en los aspectos antes mencionados están de alguna manera relacionados entre sí, esto ha inducido a la emergencia de relaciones entre la epistemología, la sociología y el currículo. Revelando con ello la existencia de dos fuentes teóricas una psico-sociológica y otra antropológica, para el planteamiento del conocimiento matemático localizado.

Al respecto Oliveras (1995) muestra:

> cómo ciertos enfoques o concepciones de lo que son las Matemáticas, el Conocimiento (Epistemología), la organización de la educación (Didáctica), las visiones Psicológicas y Sociológicas de los procesos de aprender y enseñar, la influencia de las investigaciones y sus métodos, influyen en la caracterización de lo que pasa al aprender o enculturarse. Pero si a todo lo anterior, se le tiene en cuenta la cosmovisión antropológica de los grupos humanos y el papel que juegan en ellos los diversos agentes actuales de la enculturación, esto conducirá a sistemas diferentes de educación, porque le da un sentido más amplio y permite la enculturación en el campo matemático. (pág. 6)

Para Ribeiro & de Souza (2004) el apoyarse en un estudio etnomatemático que permee la matemática académica, genera un vínculo entre la matemática escolar y la cotidiana de un grupo social, potencializa de esta manera el que hacer del docente en las aulas. La promoción de conversaciones o diálogos que apunten a intereses comunes para el modo de pensar del grupo sociocultural, permite mantener esta liga.

Las autoras consideran que “la escuela es el espacio donde la educación autoconstruye los procesos y lo educativo surge de diferentes fuentes de saber cómo es la familia, el club, la iglesia y la sociedad; las cuales aportan elementos para una educación inclusiva” (pág. 239). Esto implica el reconocimiento de las particularidades de los diferentes grupos socioculturales, que deben ser tenidos en cuenta en el aula de clase.

D´Ambrosio(2001) por tanto, considera que "los grupos culturales tienen una manera diferente de proceder, la cual responde a acciones culturalmente aceptadas y es por ello que estos grupos no deben ser rechazados ni censurados, por no ajustarse al sistema hegemónico educativo"(pág. 60). El autor hace una invitación al docente para que tenga presente, que los niños tienen una lógicas que responde a su contexto sociocultural, las cuales en muchos de los casos no corresponden a las lógicas impuestas por la escuela, generando con ello deserción y fracaso escolar.

La reflexión que hace Gadotti (2000 citado en Ribeiro & de Souza, 2004) ratifica el compromiso que los docentes tienen frete a sus educandos, al plantear que:

> El educador no puede colocarse en la posición ingenua de que se pretende portador del saber;debe, antes, colocarse en posición humilde de que sabe que no sabe todo, reconociendo que el analfabeto no es un hombre perdido, fuera de una realidad, es alguien que tiene toda la experiencia de vida y por eso también es portador de un saber.(pág. 245)

El reconocimiento de la diversidad que hay en el aula de clase se debe basar en el respecto, Oliveras (1995) considera que "para generar respeto a la diversidad en los procesos de en culturación se debe asociar *la verdad* (que está inmersa en el conocimiento), con *los valores* (principalmente de igualdad entre todos los seres humanos, dignidad y democracia), y con *actitud crítica"* (pág. 5). Es de anotar, que las políticas de colonización han llevado a que dominen las grandes potencias sobre los países deprimidos, provocando condiciones inequitativas y falta de respeto entre las comunidades.

La estrategia que D´Ambrosio (2001) propone que el dialogo de saberes se logra sí se desarrolla la educación partiendo de un saber local, para luego trabajar con otras formas de explicar, aprender y conocer el mundo. Esto conduce a la no jerarquización del conocimiento y de esta manera se valore todo tipo conocimiento. En particular, los trabajos de D´Ambrosio (2001) promueven el desafío que tiene la educación

escolar indígena, al conciliación entre la necesidad de enseñar la matemática dominante y al mismo tiempo dar el reconocimiento para la etnomatemática de sus tradiciones.

La propuesta pedagógica de la etnomatemética según D´Ambrosio (2001)

> es hacer de las matemáticas algo vivo, donde se consideren sitauciones en tiempo real (ahora) y en espacio concreto(aquí). Y a travéz de la crítica poder cuestionar el aquí y el ahora, lo cual implica un total conocimiento de las raíces y las dinámicas de sus prácticas culturales. (pág. 46)

Esta propuesta pretende formar una nueva civilización transcultural y transdisciplinar, al tener presente la divesidad cultural y las tradiciones en la educación.

1.4 Cultura como construcción social

El ambiente cultural es determinado por los miembros de una cultura, quienes dan iguales explicaciones y utilizan instrumentos materiales e intelectuales en su cotidianidad. Silva (1993 citado en Machado & Ferreira, 2004), considera que:

> … la cultura contiene una trama de signos que las personas significan de los objetos, los acontecimientos, las situaciones y las otras personas a su alrededor. Cada individuo posee un código, que le permite moverse en el universo de su cultura, actuando con la certeza que su comportamiento esta aceptado por el grupo. (pág. 22)

Cuando el individuo nace en una comunidad o un grupo, según D´Ambrosio (2001):

> le comparten conocimientos tales como el lenguaje, los sistemas de explicación, mitos y costumbres, entre otros. Y sus comportamientos son compatibilizados a unos sistemas de valores acordes con el grupo, cuando ello ocurre se dice que el sujeto pertenece a una cultura. (págs. 18-19)

D´Ambrosio(2001) considera que las dinámicas de interacción que se establecen entre el sujeto y su grupo, permiten una retroalimentación permanentemente, por tanto, no se puede pensar la cultura como algo acabado y finito. Las transformaciones permanentes a las cuales esta expuesta la cultura esta en, es por ello que se habla dela dinámica cultural.

Al respecto, Skovsmose(2004) plantea que, "la cultura esta cambiando y desarrollándose permanentemente, debido a la incluiciónde nuevos elementos, que pueden ser buenos y/o problematicos,y a las mezclas muy complejasque sehan generado"(pág. 108). La reflexión que surge de lo anterior, es que no es un acto simple procurar por una educación matemática significativa basada en la cultura de los educandos.

CAPITULO 2. CONSIDERACIONES SOBRE LA MEDIDA

2.1 Medida

Cuando se habla de medir, en sentido amplio, se entiende como la acción de asignar un código identificativo a las distintas modalidades o grados de una característica de un objeto o fenómeno perceptible, que puede variar de un objeto a otro, o ser coincidente en dos o más objetos.

Para Godino, Batanero, & Roa (2004) medir tiene:

> en cuenta no sólo la medida habitual de características cuantitativas y continuas como longitud, peso, capacidad, etc., sino que también se considera *medir*, como asignar una categoría a rasgos cualitativos(variables) como el color de los ojos, la región de nacimiento, el grado de placer que ocasiona un estímulo, etc. Cada categoría (rasgo o grado) es un valor de la variable que representa la característica correspondiente. (pág. 616)

La medida es un tema que tiene relación estrecha con la construcción de los sistemas numéricos y con las formas y figuras geométricas (longitud, superfice, volumen de

figuras y cuerpos geométricos), al igual que requiere tanto la utilización de técnicas de medida directas (contar el número de unidades) como indirectas (determinación del tamaño de las colecciones o las dimensiones de los cuerpos y figuras mediante operaciones ariméticas y algebraicas).

La medición por su parte, es el proceso por medio del cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón, la cual se ha adoptado como unidad. El término *unidad de medida* alude a una magnitud de valor conocido y socialmente definido, que se usa como referencia para medir.

Los proceso de medición comienzan desde que se habla de más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, y en general en clasificaciones siempre relacionadas de alguna forma con imágenes espaciales, estas comparaciones y estimaciones las podemos llamar cualitativas, previas a la asignación numérica.

En lo que respecta a la construcción de la noción de medida, Piaget citando en Chamorro (2005) define la siguiente evolución:

- *Comparación perceptiva directa:* el niño no recurre a ninguna medida común ni a desplazamiento de los objetos, los compara de forma perceptiva (visual, táctica, etc.). Al final de esta etapa, si la percepción directa no le da información suficiente, utiliza ya intermediarios compuestos por ciertas partes de su cuerpo (por ejemplo, manos o pies, en el caso de la longitud) aunque simplemente como un apoyo a la percepción.
- *Desplazamiento de objetos:* el niño necesita precisar más en las comparaciones, por lo que traslada uno de los objetos para aproximarlo lo más cerca posible al otro, y así poder extraer informaciones perceptivas suficientes. Si la aproximación no es posible, se ayuda de un intermediario para la comparación. Al final de esta etapa el niño ya utiliza algún intermediario independiente de su propio cuerpo.

- *Operatividad de la propiedad transitiva:* comparaciones indirectas. El niño es capaz de construir razonamiento como: "si $a=b$ y $b=c$ entonces $a=c$". Donde el elemento b es el intermediario en la comparación. Naturalmente esta etapa está ligada a la conservación de las cantidades, ya que éstas se desplazan y sin su conservación no tiene sentido el razonamiento. (pág. 319)

Godino, Batanero, & Roa (2004, pág. 618) reconocen las siguientes escalas de medida:

- **Escala nominal**: Hay rasgos cuyas distintas modalidades permiten clasificar los objetos y fenómenos a los cuales se atribuyen, pero dichos valores no se pueden ordenar ni tiene sentido realizar acciones de agregación o de separación con ellos.
- **Escala ordinal**: Hay otros rasgos cuyas cantidades o valores se pueden ordenar de mayor a menor, pero no se pueden agregar. Por ejemplo, en una cola para entrar a un espectáculo podemos observar el lugar que ocupa cada persona (1º, 2º, 3º,...); aquí no tiene sentido tomar dos personas "agregarlas" y decir el orden que ocupa "el objeto agregado". (pág. 618)

La medida de magnitudes para Godino, Batanero, & Roa (2004) implica "la puesta en juego de destrezas prácticas y un lenguaje (o una serie de nociones) cuyo domínio y comprensión no es fácil para los niños de primaria" (pág. 635).

Chamorro (2003), al respecto, considera que el acto de medir es complejo y se requiere de un análisis profundo de sus procesos y, paralelo al carácter didáctico y matemático, una progresión acompañada de una serie de recomendaciones que se pueden abordar en el aula, tales como:

- Ir de lo concreto a lo abstracto, de lo fácil a lo difícil, de la siguiente forma: manipulativa, verbal, gráfica y simbólica.
- Cuidar los procesos de reversibilidad.
- Seguir una enseñanza no lineal.

- Permitir al alumno que descubra y aprenda de sus errores.
- Fomentar las discusiones en grupo o colectivas, permitiendo el aprendizaje en dialogo y la confrontación de ideas.
- Utilizar la vida como fuente de situaciones problemáticas.
- Usar y fomentar el sentido común.

2.2 Magnitud

La *magnitud* se puede considerar como toda característica de la materia que pueda ser medida. Godino, Batanero, & Roa (2004) la definen matemáticamente así: *"*Una magnitud es un semigrupo conmutativo y ordenado, formado por clases de equivalencia que son sus cantidades*"*(pág. 624).

Según lineamientos curriculares (MEN, 1998) el concepto de magnitud empieza a construirse cuando se sabe que hay algo que es más o menos que otra cosa y se pregunta más que o más de que.

En cuanto a la construcción de una determinada magnitud, estudios piagetianos indican que el niño debe superar los siguientes estadios:

- Consideraciones y percepciones de una magnitud como propiedad de los objetos o de una colección de objetos, aislándola de otros atributos que estos puedan presentar.
- Conservación la magnitud ante determinadas transformaciones. El niño debe reconocer que frente a determinados cambios de los objetos la magnitud puede conservarse.
- Ordenación respecto a una magnitud dada, concluyendo inicialmente relaciones de orden para llegar posteriormente a la equivalencia. El niño, también aislará otras propiedades, pero no todas provocaran ordenaciones. Aunque no todas las comparaciones "más que" o "menos que" van a

construir magnitudes (más bonito, más dolorosa), la posibilidad de ordenar es intrínseca a la noción de magnitud.

- Relación entre la magnitud y el número que incluye la construcción de unidades de medida, así como procesos de iteración y aproximación. Esta relación hace que no sólo sepamos qué cantidad de magnitud es mayor que otra, sino que sepamos, también, cuánto mayor es. (Chamorro, 2005, pág. 318)

La evolución adecuada por estos estadios resultará de la maduración evolutiva y de las experiencias vividas. Hay que proporcionar, por tanto, al alumno un medio lo suficientemente amplio donde pueda experimentar, probar y verificar.

La interacción dinámica que generan los procesos de medir, entre el medio y los alumnos, hacen que ellos encuentren situaciones de utilidad y aplicación. Por tanto, los sistemas métricos pretenden llegar a cuantificar numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos, y en las reacciones de los objetos externos a nuestras acciones. Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) propone desarrollar los siguientes procesos y conceptos en el pensamiento métrico y sistema métrico:

- **La construcción de los conceptos de cada magnitud:** En él se crea y abstrae del fenómeno u objeto la magnitud concreta o cantidad susceptible de medición. Federici (citado en MEN, 1998) considera dos tipos de magnitudes: "con minúscula o magnitud concreta que hace referencia a una cantidad, como por ejemplo el largo, ancho, espesor, entre otras y con mayúscula o magnitud abstracta que son las magnitudes físicas como la longitud, la velocidad, entre otras" (pág. 63).

- **La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes:** es la capacidad de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio.

- **La estimación de las magnitudes y los aspectos del proceso de "capturar lo continuo con lo discreto":** Siempre que al medir se pueda refinar la medida indefinidamente, se toman unidades más y más pequeñas, con ello se inicia el trabajo con variables continuas. Para el niño, las unidades de medida son antropocéntricas y se relacionan con acciones más que con patrones; aparentemente el patrón es el paso o el pie, pero en realidad es dar el paso o poner el pie.

- **La aparición del rango de las magnitudes:** Antes de seleccionar una unidad o un patrón de medida es necesario hacer una estimación perceptual del rango en que se halla una magnitud concreta, esta reflexión está ligada al significado y la familiaridad que se tenga con las unidades de medida.

- **La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos:** Es necesario seleccionar una unidad de medida apropiada para el rango ya determinado. El proceso de medida exige decidir con qué grado de precisión se requiere trabajar, lo cual implica determinar lo pequeña que debe ser la unidad y el refinamiento del instrumento de medida.

- **La diferencia entre unidad y patrón de medición:** La diferencia radica en que el patrón es más concreto y la unidad es más abstracta. El patrón debe tener en lo posible una unidad de área, pero la unidad no tiene por qué estar ligada a un patrón determinado. Es por ello que la estimación de medidas ayuda a los niños no solo a reforzar la comprensión de los atributos y procesos de medición sino a que adquieran conciencia del tamaño de las unidades.

- **La asignación numérica:** Este es el último subproceso de medición y uno al que no necesariamente hay que llegar para que se pueda decir que sí hubo medición. En él se tiene intrínsecamente una incertidumbre y una inexactitud incorporada, ya que el estudio de magnitudes concretas y abstractas proviene de la comparación y la igualdad entre ellas. Y una inequivalencia se presenta cuando falla la ordenación.

- **El papel del trasfondo social de la medición:** Se deben manejar las unidades en unos cuantos contextos diferentes en donde se domine el trasfondo social y se tenga intereses en obtener resultados concretos, especialmente cuando se corre un riesgo real si se guía por un resultado equivocado. (págs. 63-68)

Con respecto a la comparación de magnitudes, Godino, Batanero, & Roa (2004) proponen que para fortalecer el Principio de la Conservación, se deben seguir las siguientes acciones:

- Diferenciar acciones reversibles y no reversibles[5] sobre objetos.
- Reconocer qué propiedades cambian y cuáles no, cuando se realizan determinadas acciones sobre los objetos.
- Diseñar sencillos experimentos referidos a propiedades concretas sobre objetos concretos.

2.2.1 Clasificación de las magnitudes

Las magnitudes se han clasificado según los campos de acción donde se desarrollen, en particular, en educación matemática se establecen dos categorias, las intensivas y las extensivas:

- **Magnitudes intensivas**: Existen cantidades de magnitudes para las que tiene sentido agrupar los objetos que las tienen, pero la cantidad de magnitud final en el

[5] El principio de reversibilidad es el conocimiento de que muchos cambios son reversibles y que mediante una acción adecuada se puede volver a la situación inicial.

total de objetos agregados no es proporcionalmente aditiva. Esto ocurre, por ejemplo, con la temperatura, la presión, la densidad. Podemos mezclar dos cantidades iguales de un líquido a temperaturas de 20º y 30º, respectivamente, y la cantidad que se obtiene agregando los dos líquidos sigue teniendo el rasgo de la temperatura, pero ésta no es la suma de las temperaturas de los líquidos en cuestión. La escala de medida correspondiente a este tipo de magnitudes, se denomina de intervalo.

- **Magnitudes extensivas**: Otras magnitudes, como la longitud, el peso, el área, etc.; se pueden describir como "proporcionalmente agregables", y la escala de medida correspondiente se dice que es de razón. También se habla en este caso de magnitudes extensivas o sumables (Godino, Batanero, & Roa, 2004, pág. 618).

Por otra parte, los físicos han clasificado las magnitudes, de acuerdo con el sistema internacional de medidas (SI), esta clasificación ha servido de base en la orientación de este tema en el aula de clase. Es de anotar que pese a que el SI está mundialmente aceptado muchas de las magnitudes hay tratadas no son ampliamente conocidas por la población estudiantil, tal como lo plantea Franco & Daries (2008) en su trabajo denominado un sistema desconocido pero internacional.

Las magnitudes físicas se clasifican así:

- **Básicas o fundamentales**: Se refiere a 7 magnitudes independientes, a saber, longitud (*m*), masa (*Kg*), tiempo (*s*), temperatura termodinámica (*K*), intensidad de corriente (*A*), intensidad luminosa (*cd)* y cantidad de sustancia (*mol)*.

- **Suplementarias**: Aquellas en las que su carácter fundamental no aparece claro o a priori. De momento solo hay dos puramente geométricas, ángulo plano (radian) y ángulo sólido (estereorradián).

- **Derivadas**: Surgen de productos o cociente de las fundamentales o suplementarias, sin utilizar coeficientes, por ejemplo Fuerza (*N)*, velocidad (*m/s*), aceleración

(m/s^2), capacidad (l), volumen (m^3), superficie(m^2), energía(E), trabajo (T), calor (c), potencia (P), presión, sonido, densidad (∂).

2.2.2 Sistema métrico decimal

Históricamente, cada país e incluso cada región, tenía su propio sistema de medida y a menudo con las mismas denominaciones para las magnitudes, pero con distinto valor, por ejemplo la vara que era una unidad de longitud,equivalía0,8359 m si se trata de la vara castellana y a 0,7704 m si se trataba de la vara aragonesa. La necesidad de encontrar un sistema de unidades único para todo el mundo que permitiera facilitar el intercambio, científico, cultural y comercial, etc., llevó a la creación del *sistema métrico decimal*. Este sistema fue implantado en la 1ª Conferencia de pesos y medidas realizada en Paris en 1889.

El *sistema métrico decimal* o simplemente *sistema métrico* (SMD) es un sistema de unidades basado en el metro, en el cual los múltiplos y submúltiplos de una unidad de medida están relacionadas entre sí por múltiplos o submúltiplos de 10.

Sus magnitudes básicas fueron, longitud, capacidad y masa, de las cuales se establecieron las siguientes unidades de medida:

- Como unidad de medida de longitud se adoptó el metro, definido como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre, cuyo patrón se reprodujo en una barra de platino iridiado.
- Como medida de capacidad se adoptó el litro, equivalente al decímetro cúbico.
- Como medida de masa se adoptó el kilogramo, definido a partir de la masa de un litro de agua pura a su densidad máxima (unos 4 °C) y materializado en un kilogramo patrón.

La capacidad en el SMD tuvo un papel protagónico y esto le permitió tener una mayor difusión en el contexto social y en particular en el aula de clase. Cuando

aparece en años posteriores el Sistema Internacional de Medida **(**SI) el concepto de capacidad deja su protagonismo, para convertirse en un subconjunto muy pequeño, del volumen.

2.2.3 Sistema Internacional de Medida (SI)

En la búsqueda de un sistema que ofreciera otros sistemas de unidades, que tuvieran un carácter universal abarcando todos los campos de la ciencia, la tecnología, la economía y el comercio, y que los coeficientes de conversión y todas sus unidades guardaran proporcionalidad entre sí, simplificando la estructura de las unidades de medida, se creó el Sistema Internacional de Medida **(**SI).

El SI también es conocido como «sistema métrico», especialmente en las naciones en las que aún no se ha implantado para su uso cotidiano. Fue creado en 1960 por la11 ª Conferencia General de Pesas y Medidas[6] (CGPM).Inicialmente definió seis unidades físicas básicas: longitud, masa, tiempo, temperatura termodinámica, intensidad de corriente e intensidad luminosa y en 1971 se añadió la séptima unidad básica, que es cantidad de sustancia cuya unidad es el mol.

El Comité Internacional de Pesas y Medidas[7](CIPM) divulgo en el boletín *teoría de magnitudes físicas y unidades de medida***,** la consideración de admitir el uso de algunas unidades denominadas No-SI dentro del Sistema Internacional. Se trata de unidades que se imponen por su utilidad práctica y por el peso de la tradición.

[6] Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) es el órgano de decisión de la Convención del Metro. Tiene a su cargo el tomar decisiones en materia de metrología y en particular, en lo que concierne al Sistema Internacional de Unidades. Fue creada en 1875 y se integra por los delegados de los Estados miembros de la Convención del Metro y los Estados asociados, y se reúne cada cuatro años. La primera conferencia tuvo lugar en 1889. Para realizar la conferencia los delegados se basan en los informes del Comité Internacional de Pesas y Medidas.

[7]El Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) es el coordinador mundial de la metrología. Está ubicada en el suburbio de Sévres en Paris. Es la depositaria del kilogramo patrón internacional, única unidad materializada del Sistema Internacional de Unidades (SI) que persiste.

Muchos países se rehusaron a cambiar su sistema de medición, como fue el caso de EEUU, quienes tienen como unidades de longitud la pulgada y el pie, entre otra. Ante tal presión social, este organismo decidió aceptar el manejo de estas unidades.

Tabla 1 Unidades No-SI de uso permitido

MAGNITUD	UNIDAD	SIMBOLO	EQUIVALENCIA
Tiempo	Minuto Hora Día	min h d	1min = 60s 1h = 3600s 1d = 86.400s
Angulo	Grado Minuto Segundo	° ' "	1° = π/180 rad 1'= π/10800 rad 1"= π/648000 rad
Volumen	Litro	L, l	1l = 1 dm^3 = $10^{-3}m^3$ por definción del CGPM, 1964
Masa	Tonelada Unidad de masa atómica	t u	1t = 1 Mg= 10^3 Kg 1u ≈1.660 56 x 10^{-27} Kg
Energía	Electrovolt	eV	1eV ≈1.602 189 x 10^{-19} J

De la tabla se puede establecer que hay resistencia por parte de las comunidades en perder el carácter protagónico que tenía la capacidad en el SMD, la presión que hacen los pueblos permite que se acepte en el volumen la unidad *litros*. El solo establecimiento de la relación matemática que se establece entre capacidad y volumen genera el desconocimiento de otras relaciones que se pueden establecer entre ellas, provocando con ello dificultades en la comprensión y conceptualización de la capacidad.

2.3 Capacidad

El objeto matemático en estudio en este proyecto es la capacidad, la cual se utiliza no solo en el contexto matemático y físico, sino también en los diferentes ámbitos sociales, de los cuales consideramos que muchos convergen a una noción intuitiva de este concepto y dan algunas herramientas para establecer su dimensión y profundidad, los elementos necesarios para su construcción.

2.3.1 Conceptos de capacidad en diferentes campos

Dependiendo del campo de acción donde se utilice el concepto de capacidad, este ha tenido diferentes definiciones. A continucación se darán a conocer algunas definiciones que consideramos se acerca al concepto de contenecia:

- Capacidad craneal: es la medida del volumen del interior del cráneo.
- Capacidad tóxica: es la capacidad de un organismo, un sistema orgánico o un ecosistema de sostener la introducción de una toxina.
- Capacidad de almacenamiento: Se refiere a la cantidad de datos que pueden almacenarse en un dispositivo.
- Capacidad de canal: En la teoría de la información, la capacidad de un canal de comunicación es la cantidad máxima de información que puede transportar dicho canal de forma fiable, es decir, con una probabilidad de error tan pequeña como se quiera. Normalmente se expresa en bits/s (bps)
- Capacidad de memoria: en informática, número de celdas o palabras de memoria de un ordenador; la capacidad de memoria se suele medir en kilobytes, megabytes y gigabytes.
- Capacidad portante: Es la capacidad del terreno para soportar las cargas aplicadas sobre él. Técnicamente la capacidad portante es la máxima presión media de contacto entre la cimentación y el terreno, tal que no se produzcan un fallo por cortante del suelo o un asentamiento diferencial excesivo.
- Capacidad de asiento: se refiere al número de personas que puede sentarse en un lugar, en los términos del espacio disponible o del sistema de limitaciones por ley. También llamada aforo.
- Capacidad de transferencia pulmonar: Para un gas determinado, es el volumen de este gas que atraviesa la membrana alveolocapilar durante un minuto, para una diferencia de presión parcial alveolocapilar de 1 mm de Hg.

Por otra parte, hay definiciones donde la contenencia no aparece explicita, como son las siguientes:

- Capacidad analítica: Método de comprensión que parte enfocando el todo para terminar descomponiéndolo en sus partes básicas y luego ver la relación entre dichas parte.
- Capacidad calorífica: Es la energía necesaria para aumentar 1 Kelvin la temperatura de una determinada cantidad de una sustancia.
- Capacidad eléctrica: es la propiedad de un conductor para adquirir carga eléctrica.
- Capacidad o capacitancia es una propiedad de los condensadores o capacitores. Esta propiedad rige la relación entre la diferencia potencial (o tensión) existente entre las placas del capacitor y la carga eléctrica almacenada en este, mediante la siguiente ecuación:$C = \frac{Q}{V}$
- Capacidad de un condensador: razón entre el valor absoluto de la carga de una de las armaduras y la diferencia de potencial existente entre ellas. La unidad de capacidad en el Sistema Internacional es el faradio.
- Capacidad de representación de color es una medida de qué tanto se puede percibir un espacio de color bajo la iluminación de una luz específica.

2.3.2 Conceptos de capacidad en el SI

En el sistema métrico la unidad que se adoptó para la capacidad fue el litro que equivale a un decímetro cúbico de agua a 4ºC y 1 atm. El sistema internaciona (SI), por su parte, define el volumen como el espacio que ocupa un cuerpo y la capacidad como el espacio vacío de alguna cosa que es suficiente para contener a otra u otras cosas. Es de anotar que en el SI la capacidad se relaciona con el volumen, por tanto, resulta inevitable mencionar el volumen, partiendo siempre de dicha relación.

El volumen indica cuánto espacio ocupa un objeto, generalmente se expresa en metros cúbicos (m^3) y centímetros cúbicos (cm^3). La capacidad indica cuánto puede contener o guardar un recipiente, generalmente se expresa en litros (*l)* y mililitros

(*ml*). La equivalencia entre la capacidad y el volumen se basa en la relación entre el litro y el decímetro cúbico, la experimentación es la siguiente:

> Si se tiene un recipiente cualquiera con agua que llegue hasta el borde, y se introduce en él un cubo sólido de 1 dm^3.La cantidad de agua desplazada por el cuerpo al ser introducido dentro del recipienteequivaldrá a1 litro. Por tanto, se puede afirmar que: 1 dm^3 = 1 litro ó 1dm^3 = 1.000 cm^3.

Por otra parte, se puede establecer, por ejemplo, que una taza vacía tiene volumen porque ocupa un lugar en el espacio y, como es un recipiente, también se puede medir su capacidad y el volumen del líquido que contenga. En cambio, otros objetos como las piedras tienen volumen pero no tienen capacidad, porque no son recipientes. Por consiguiente, toda capacidad implica volumen pero no todo volumen implica capacidad.

CAPITULO 3. ESTUDIO DE ANTECEDENTES

3.1 Un Estudio de la Capacidad

A partir del trabajo realizado en España con un grupo denominado de primera infancia (preescolar), Chamorro (2005) considera que

> La enseñanza de las magnitudes y su medida siempre han estado presentes en los currículos de matemáticas en la educación elemental (primaria), pero no ha ocurrido de igual manera en el preescolar, ya que ha sido tradicionalmente pobre y en muchos casos desacertada. (pág. 317)

Ante la ausencia de la construcción de las nociones de magnitud y medida en la educación infantil (preescolar) considera la autora, que es ahí donde debe empezar este proceso, aunque sea poco lo que mida el niño.

En nuestro contexto esto no es muy diferente, en realidad es muy poco lo que se trabaja en la primaria con respecto a la medida y ni hablar de la carencia de estos conceptos en el preescolar.

Para el trabajo en educación infantil, Chamorro (2005) considera que se debe disponer de agua o arena, y recipientes de diversas formas y capacidades, opacos y transparentes, para realizar actividades como:

1. Clasificar recipientes, localizando aquellos que tienen la misma capacidad, a partir del trasvasado de líquidos.
2. Comprobar, mediante el trasvasado de líquidos, las estimaciones de las comparaciones de las capacidades de distintos recipientes.
3. Ordenar conjuntos de más de tres recipientes en función de su capacidad.
4. Llenar recipientes sirviéndose de otros más pequeños, lo que permite la comparación indirecta de dos recipientes contando el número de veces que se ha necesitado el recipiente pequeño para llenar cada uno de ellos.
5. Realizar comparaciones indirectas a partir del marcado de algún recipiente transparente. (2005, págs. 334-335)

Chamorro (2005) propone como posibles etapas de una progresión en la enseñanza de magnitudes, "la estimación sensorial, la comparación directa (sin intermediarios), la comparación indirecta (uso de un intermediario), la elección de una unidad, el sistema de medidas irregulares, el sistema de medidas regulares y el sistema legal S.M.D (sistema métrico decimal)" (págs. 324-328).

La autora considera que en la educación infantil se debe alcanzar hasta las comparaciones indirectas, dejando que en la educación primaria se haga la construcción de la noción de unidad y para la educación secundaria se trabaje el resto de las etapas.

En la estimación sensorial (apreciación de la magnitud) los sentidos deben proporcionarnos las informaciones pertinentes para decantar los atributos medibles del resto de lo que concurre en los objetos.

En la comparación directa (sin intermediarios), el alumno debe construir los criterios de equivalencia y orden respecto de las magnitudes lineales. Se construyen las condiciones de conservación de las cantidades de cada magnitud. Esta etapa debe ser cuidadosa, ya que ella permite la emergencia del proceso de comparación. Con respecto a las unidades básicas del sistema métrico decimal, Chamorro (2005) plantea lo siguiente:

- Longitud: al superponer los extremos de dos bandas.
- Capacidad: se necesita recurrir al trasvasado del líquido de un recipiente a otro para determinar si el líquido de uno de ellos rebosa o no el otro. Las decisiones basadas en la altura de los recipientes suelen ser fuente de numerosos errores.
- Masa: se realiza sopesando los objetos en las manos.
- Tiempo (magnitud compleja): la comparación directa es muy poco frecuente. El criterio de comparación exige una cierta capacidad de deducción sin tener la información perceptivamente presente. (págs. 324-326)

En la comparación indirecta (uso de un intermediario), se puede establecer que en muchas ocasiones no es posible el desplazamiento de los objetos para comparar directamente, por ello, se puede realizar de dos maneras:

- Usando como intermediario un objeto más grande (respecto de la magnitud que corresponda) y marcando en él una cantidad equivalente a la de uno de los objetos que se van a comparar. Luego se compara esta marca con la correspondiente ala del otro objeto.

- Si se dispone de una cantidad suficiente de objetos iguales (respecto de la magnitud que se está considerando), se puede reproducir con esto una cantidad de magnitud equivalente a cada uno de los objetos. Basta entonces, con reconocer el número de objetos utilizados en cada magnitud para poder compararlos.

Chamorro (2005) determina que:

> la operatividad de la propiedad transitiva no surge en los primeros estadios de construcción de la noción de medida. La verificación material de la propiedad transitiva es de gran importancia desde el punto de vista psicológico, para muchos niños, ella permite que actúen con los objetos, en muchas ocasiones, como soporte de la memoria visual. (págs. 327-328)

La autora considera que no todas las magnitudes se prestan con igual facilidad a una medida directa, ya que ésta sólo es sencilla cuando se dispone de un sistema de medidas que la hace posible, como en el caso de la masa y la capacidad, donde indiscutiblemente la medida directa es más sencilla que la de superficie o volumen.

"Son justamente los factores geométricos los que dificultan la medición directa en el caso de la superficie y el volumen, porque la forma es aquí determinante para facilitar o dificultar esta tarea"(Chamorro, 2003, pág. 247).

En cuanto al concepto de capacidad, en particular, Chamorro (2005) establece que:

> no hay diferencia física entre la capacidad y el volumen, pero sí considera que sus modelaciones matemáticas son distintas, es decir, la capacidad es una magnitud lineal, en cambio el volumen es trilineal. Además, la capacidad dispone de un procedimiento de comparación directa muy elemental como es el trasvasado de líquidos entre recipientes. (pág. 334)

Estudios hechos por Chamorro (2005), con niños entre 5 y 6 años, le permitió determinar que la percepción visual de la altura predomina sobre la cantidad de

líquido, aunque el trasvasado de líquidos se haga en su presencia y esto le demuestre lo contrario. Por consiguiente, si el niño tiene dos recipientes de distinta forma es habitual que ellos evalúen la capacidad por su altura.

Chamorro (2005) plantea que la descomposición y posterior recomposición de la capacidad de un recipiente, al igual que en otras magnitudes, puede provocar juicios erróneos respectos a la conservación de la cantidad. Si se reparte el contenido de un recipiente entre otros recipientes, puede que el niño entienda que la cantidad de líquido resultante, ya no es la misma. A este respecto, concluye que "las principales interferencias que dificultan el aislamiento de la capacidad de las otras informaciones perceptivas de los objetos son la forma y la descomposición / recomposición" (pág. 334).

Teniendo en cuenta lo anterior, consideramos que el hecho de mantener la capacidad ligada solo al trasvasado, pone de manifiesto la poca necesidad de recurrir a medios indirectos. Pero si se establecen las características de la capacidad, se puede observar que ella por sí sola no es fácil de percibir, lo cual obliga a la utilización de un intermediario para poder establecer su medida. Los líquidos, por consiguiente, son los intermediarios ideales.

En los trabajos realizados por Chamorro (2003), reconoce que los aspectos ligados a la capacidad, tales como "contar cuantas tazas contiene un recipiente o averiguar, usando el trasvasado, cuál recipiente contiene más líquido, están al alcance de los niños de 6 a 7 años" (pág. 266) .

Es de anotar que la adquisición de la conservación se obtiene con posterioridad a la de cantidad de materia, cardinal de un conjunto o masa de un objeto. Chamorro (2003) plantea que la conservación de la capacidad no lleva aparejada la del volumen, estableciéndose, en este sentido, aun más las diferencias entre capacidad y volumen.

3.2 Consideraciones sobre el volumen y la relación con la capacidad

Vergnaud (1990) en su teoría de campos conceptuales agrupa en un mismo campo conceptual las magnitudes espaciales, longitud, superficie y volumen, argumentado que "su tratamiento requiere, en los tres casos, conceptualizaciones tanto de orden geométrico como de las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas, lo que no ocurre en el resto de las magnitudes" (pág. 9).

"Y son justamente el aspecto geométrico y el carácter multilineal los que están en el origen de muchos de los obstáculos y conflictos que el alumno encuentra constantemente cuando se enfrenta al aprendizaje de estas magnitudes" (Chamorro, 2003, pág. 246).

Por ende la magnitud volumen puede ser tratada de dos formas:

1. Como magnitud unidimensional. Se presta a la medición directa, la comparación, evaluación, etc., y en general a una demanda del uso de estructuras aditivas.
2. Como producto de medidas. En esta parte se requiere de las estructuras multiplicativas y su concepción es más compleja.

Sáiz (2002) plantea en su trabajo que

> la riqueza del concepto de volumen se debe entre otros factores a la variedad de significados que se pueden asociar a este vocablo, a la complejidad de las características físicas y geométricas de los objetos susceptibles de ser medidos y a las relaciones que guardan con otros atributos de los cuerpos como la capacidad y el peso, las cuales además, permite medir el volumen indirectamente de diferentes formas: usando la inmersión o pesando (2002, pág. 476).

Por su parte Godino, Batanero, & Roa (2004) establecen que:

> la comprensión de la magnitud volumen (o capacidad) requiere realizar actividades de comparación entre distintos cuerpos y recipientes. Estas

> comparaciones tienen que hacerse en la mayor parte de los casos de manera indirecta, introduciendo líquidos o materiales sueltos en los recipientes cuyo volumen o capacidad se comparan. [Es de anotar que para los autores capacidad y volumen son sinónimos]. (págs. 682-683)

Los autores consideran que las comparaciones en la capacidad deben estar girando entorno a muchas experiencias directa, utilizando distintos recipientes. Proponen trabajar con una gran variedad de botes, cajas, etc. que pueden ser comparados y como medio de comparación utilizarlas semillas.

Freudenthal (1983 citado por Sáiz, 2003) considera, "que al aplicar el estudio fenomenológico al concepto de volumen, éste debe ser completado con otras propiedades de los cuerpos que son indagados por la física y la química" (pág. 453), así como el estudio de la importancia de las características física y geométricas de los cuerpos u objetos con volúmenes medibles.

González & Florez (2001) identifican que

> desde los primeros contactos con el concepto de volumen se prima una cualidad de este concepto (ser susceptible de ser medido), previamente al estudio del concepto en sí. A pesar de esta postura, un criterio de evaluación propuesto en los documentos oficiales es calcular volúmenes de cuerpos compuestos por ortoedros, sin tener que aplicar fórmulas, sino, utilizando la noción de volumen. (pág. 2)

Los métodos de descomposición de cuerpos geométricos en otros cuerpos, o de la aplicación del Principio de Cavalieri[8], basada en la descomposición de un cuerpo en capas, cumplen estos requisitos.

[8] El **Principio de Cavalieri**(denominado en honor a su descubridor Bonaventura Cavalierien el siglo XVII) es una ley geométrica que enuncia la diferencia de volumen en dos cuerpos. El enunciado podría ser: "*Si dos cuerpos tienen la misma altura y además tienen igual área en sus secciones planas realizadas a una misma altura, poseen*

Estos métodos tienen reconocida utilidad en la enseñanza del volumen, y "están centrados en la obtención de relaciones entre los volúmenes de distintos cuerpos y como consecuencia de dichas relaciones, permiten justificar las fórmulas que se presentan, generalmente al final del proceso"(González & Florez, 2001, pág. 4).

Chamorro (2003)determinaque "trabajar el entorno relativo a la cantidad de magnitudes supone el desarrollo de la relación de equivalencia, es decir, la adquisición de criterios que permitan al alumno saber cuándo dos longitudes, dos superficie, dos masas, o dos volúmenes son equivalentes" (pág. 225).

Los problemas de conservación de la magnitud, que si bien son adquiridos muy rápidamente y a edades muy tempranas en el caso de la longitud o la capacidad, son tardíos y lentos, en el caso de la superficie (12 a 14 años) o el volumen (13 a 17 años). Al respecto Piaget & Inhelder (1982) plantea que "hasta los once –doce años de edad un concepto bien desarrollado de volumen físico no está adquirido"(pág. 17).

Al hablar de la conservación del volumen, tenemos que citar el ya clásico experimento, llevado a cabo por Piaget, el cual consistió en trasvasar líquidos de un recipiente a otro con diferentes formas. Concluyéndose que habrá que esperar a los siete u ocho años, para que el niño reconozca que hay la misma cantidad de líquido, independiente de la forma que tenga el recipiente o de la altura que alcance en cada uno de ellos.

Con respecto a la conservación del volumen, Piaget & Inhelder (1982) plantean que para el estadio III B el volumne físico de un cuerpo es una relación o una cualidad más compleja que la cualidad indiferenciada que es la sustancia o una cualidad diferenciada como el peso, en efecto *"*...la voluminosidad o aspectos perceptivos del volumen de los cuerpos aparecen como dependientes, a la vez de la forma y del objeto, de sus dimensiones y de su contenido"(pág. 91).

---

entonces igual volumen". Hoy en día en la moderna teoría de geometría analítica el principio de Cavalieri es tomado como un caso especial del Principio de Fubini.

Además, Piaget y Szeminska (1967) afirman que, con respecto al principio de conservación:

> Desde que el sujeto empieza a comprender la coordinación de las relaciones inversas (multiplicación de la relaciones ancho por alto) puede concebir que un líquido contenido en un recipiente bajo y ancho, vertido en un vaso alto y estrecho conserva su cantidad.(pág. 283).

Lovell y Ogilvie (citados en Godino, Batanero, & Roa, 2004) encontraron que, "para muchos alumnos de primaria, el volumen de un cuerpo lo relacionan con su peso" (pág. 674). Por su parte, Freudenthal, citado en el mismo documento, plantea que para desarrollar la conservación del volumen se debe hacer énfasis en las distintas transformaciones dejando invariante el volumen.

Son varios los autores que relacionan la tardía adquisición de la conservación del volumen, pero en términos generales expresan que la mayor dificultad radica en que la escuela desarrolla escasas experiencias sobre esta magnitud.

Saiz (2002) considera que es pertinente, empezar en la escuela primaria a diferenciar los conceptos de capacidad y volumen, encontrando también la relación entre ambos. Establece en primer lugar que es "fundamental reflexionar sobre los objetos susceptibles de ser medidos respecto al volumen" (pág. 1). Considera que "si el volumen es el lugar que ocupa un cuerpo en el espacio, entonces cualquier objeto del mundo tiene volumen. No importa si es muy delgado, como una hoja de papel" (pág. 1). Este tipo de objetos lo ha denominado volúmenes-medibles.

Agrega el autor que la capacidad, en cambio, "no es una cualidad susceptible de ser medida para cualquier objeto. Los objetos susceptibles de ser medidos respecto a la capacidad se llaman comúnmente recipientes, los cuales son objetos en los que podemos introducir otros objetos o sustancias" (Saiz, 2002, pág. 1).

En busca de tener una definición más concreta del concepto de capacidad ya partir de lo antes mencionado y las experiencias obtenidas al desarrollar el concepto en el aula, y con la cual nos identificaremos en adelante, construimos la siguiente definición, desde la perspectiva de los recipientes:

> *Todo objeto que tiene como característica poder contener sustancias u objetos se denomina recipiente, y el máximo volumen que puede contener, sin sobrepasar los límites del mismo, se llama* ***capacidad****.*

PARTE II: EL ESTUDIO

CAPITULO 4. ¿POR QUÉ NO LLENAR LA BOTELLA?: UN TRABAJO CON NIÑOS ESCOLARIZADOS DE 11 Y 12 AÑOS

4.1 El Problema y el método

Una taza vacía tiene un volumen porque ocupa un lugar en el espacio y como es un recipiente, también se puede medir su capacidad y el volumen del líquido que contenga. Luego toda capacidad implica un volumen, pero no todo volumen implica una capacidad.

En muchas ocasiones, los conceptos de volumen y capacidad se confunden. En algunos libros de texto se encuentran expresiones tales como: "obtener el volumen del tinaco" o "esa tasa tiene más volumen que esta otra", cuando en realidad, lo que se pretende es obtener la capacidad de un tinaco o comparar la capacidad de dos tazas (Chamorro, 2003).

Al respecto, González & Florez (2001) plantean que “el concepto de capacidad esta muy ligado al de volumen sólo que la capacidad depende de aspectos no matemáticos como el tipo de sustancia u objeto con que llenar un recipiente y la posición o el grosor físico del mismo”(pág. 4) .

Saiz (2003) en su estudio concluye que cuando se les pidió a los docentes de primariadefinir volumen encontró una tendencia general a asginar uno de dos significados: capacidad o volumen ocupado. Para la autora el conocer las concepciones que los maestros tienen de este concepto permite tener una primera idea de lo que se está enseñando a los niños.

Estudios hecho por Franco & Daries (2008) demostraron que “a pesar de que el volumen y la capacidad son magnitudes identicas, los alumnos prefieren más la capacidad. Consideran que la amplia utilización de este último en el sistema metrico es la causante de que hoy sea la más citada” (págs. 327-328).

Ademas, reconoce que en el SI el concepto de volumen no recoge el de capacidad. De hecho en el SI la magnitud capacidad tiene otro significado y hace referenica al concepto electrostático que relaciona la carga eléctrica con la diferencia de potencial y cuya unidad es el farady.

Teniendo en cuenta la relación que algunos autores establecen entre capacidad y volumen, en este trabajo se decidió no tomarlos como sinónimos, pero sí se tuvo presente la siguiente contenencia: “toda capacidad implica un volumen, pero es claro que no todo volumen implica una capacidad”. Con respecto a la no contenencia, por ejemplo, se puede determinar que la piedra tiene volumen, pero no tiene capacidad porque ella no es un recipiente.

Es de recordar, que la definición de capacidad que aquí se construyó, se hizo a partir de los recipientes, lo cual ha implicado tener presente las características de forma, contenido y espesor. Además permitió analizar las relaciones que se pueden establecer entre el largo y el ancho de los recipientes al establecer comparaciones.

Por su parte, Chamorro (2003) menciona que “muchos conocimientos de medida de gran uso social habían dejado de enseñarse por considerar que podían aprenderse de forma privada; tal es el caso de los procedimientos de medición, el manejo de instrumentos de medida, el uso y lectura de instrumentos graduados y la estimación de medidas” (pág. 229).

Sin embargo, los profundos cambios sociales, así como los avances tecnológicos en metrología, han modificado y en muchas ocasiones han eliminado la mayoría de las

prácticas sociales de medición, de manera que los conocimientos que antes podían ejemplificar y estimular a partir de lo vivenciado en el hogar, ahora muy escasos.

Chamorro (2003) establece que en la sociedad

> los metros laser han desplazado a la cinta métrica, las balanzas digitales a las de platillos, los objetos industriales a los artesanales, y con ello se ha privado a los alumnos de las experiencias necesarias para conceptualizar las nociones de medida, por lo que la escuela debe replantear su accionar retomando esos aprendizajes. (pág. 229)

En particular en el municipio de Cajibío, donde se realiza la investigación, a pesar de que aun se tienen instrumentos artesanales para medir, la comercialización del café, la panela y otros productos ha introducido a la utilización de balanzas digitales y de instrumentos más sofisticados para garantizar mayor precisión.

En el aula de clase el concepto de magnitud y en particular el de capacidad, regularmente se abordan desde un contexto que muchas veces no se corresponde con los contextos en los cuales los niños se desenvuelven. En donde los procesos y conceptos planteados en los Lineamientos Curriculares no han sido desarrollados totalmente.

En este sentido Chamorro (2003) plantea que:

> En la enseñanza de las magnitudes, a pesar de tratarse de un saber antiguo que siempre ha estado en el currículo, no hay una relación clara entre las demandas sociales y culturales relativas a la medida. La transposición didáctica que se hace de ella en la enseñanza ha evitado prácticas efectivas de medición, convirtiéndola en un discurso teórico, que centra la atención en cuestiones aritméticas más que de medida. (pág. 223)

Los sujetos hacen, en general, una mala utilización de los instrumentos de medida, y encuentran dificultades en los cálculos con medidas, de longitud y dinero fundamentalmente, sin que la escuela haga mucho por cambiar este estado de cosas.

Con frecuencia las habilidades que poseen los niños no son consideradas en el ámbito escolar. Por el contrario, a estos niños se les enseña matemáticas partiendo de algoritmos y problemas que poco o nada tienen que ver con ellos o con su contexto sociocultural o su cotidianidad.

Al respecto Jaramillo, Torres, & Villamil (2006) plantean el desconocimiento que tienen muchos docentes frente a las habilidades matemáticas que cada niño posee, enseñándoles algoritmos y problemas ajenos a su realidad y esto puede generar una inadecuada construcción y apropiación de los conceptos matemáticos, que de alguna manera ya están siendo utilizados en su vida cotidiana.

Bishop (2005) por su parte, propone que

> la educación matemática al tener una sociedad pluralista, con clases multiétnica, debería ser un recurso potencial, pero ese potencial solo se puede aprovechar si se permite a los alumnos hacer una contribución real al trabajo de clase, como jóvenes reales y no como versiones estereotipadas de alguna imagen cultural histórica**.** (pág. 127)

El problema planteado muestra que el interés de esta investigación centra como objeto de estudio las estrategias desarrolladas por los niños en la comprensión del concepto de capacidad. Este compromiso exigiría además de la componente psicológica una profundización en el campo de la etnomatemática y en la perspectiva de género, pero dado nuestros recursos enfatizaremos en el aspecto cognitivo y haremos una aproximación a los otros elementos requeridos por lo cual las afirmaciones que al respecto pudieran hacerse quedan al nivel de opiniones y de indicios para futuras investigaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior y partiendo de las experiencias de nuestra práctica pedagógica, surge la siguiente pregunta de investigación: *¿Qué estrategias desarrollan los niños al resolver situaciones problema que involucran el concepto matemático de capacidad y sirven de apoyo para el diseño de secuencias didácticas?*

Este compromiso precisó una perspectiva de investigación en el campo de la Educación Matemática y de la psicología, permitiendo que la delimitación de los alcances de este trabajo correspondiera a *identificar las estrategias que desarrollan los niños al resolver situaciones problema que involucran el concepto de capacidad*. Para tal sentido, específicamente, se planteó:

- Diseñar situaciones problema que involucren el concepto de capacidad y permitan identificar las estrategias que desarrollan los niños.

- Categorizar las estrategias, que desarrollan los niños al resolver las situaciones problema, que sirven para la construcción de una secuencia didáctica.

Procurar alcanzar los objetivos establecidos alrededor de nuestro objeto de estudio, se determinó como método el enfoque de investigación cualitativo, en el cual se propuso como herramienta de análisis y discusión las situaciones problemas desde la perspectiva de Vergnaud.

Brousseau, en particular, le dio al concepto de "situación" un alcance didáctico, "donde en la dimensión cognitiva interviene también lo afectivo y dramático. En las situaciones, al colocar conceptos y procedimientos matemáticos implicó un trabajo desde la psicología social como también de la epistemología y la psicología de las matemáticas"(Vergnaud, 1990, pág. 10).

Teniendo en cuenta lo anterior, para este trabajo las situaciones "se limitaran al sentido que le da habitualmente el psicólogo: los procesos cognitivos y las respuestas

del sujeto son función de las situaciones a las cuales son confrontados"(Vergnaud, 1990, pág. 10).

Las situaciones problema permiten ser un instrumento de análisis de las dificultades conceptuales encontradas por los alumnos, pero es de anotar que, para Vergnaud (1990) "la dificultad de una tarea o situación problema, no es ni la suma ni el producto de la dificultad de las diferentes subtareas, pero está claro que el fracaso en una subtarea implica el fracaso global" (pág. 10).

En la fase de Diseño, se desarrolló el marco conceptual y la revisión de antecedentes que consistió en explorar y estudiar todo un conjunto de fuentes que ofrecían utilidad para el estudio, tales como: libros, artículos y en general documentación que ayudó a definir el concepto de capacidad. Además, de las investigaciones didácticas sobre la medida, las magnitudes y el volumen y las teorías acerca del significado de los objetos matemáticos, de los cuales se pudo llegar a la formulación del problema de investigación.

De lo anterior, se estableció que había escasa documentación del tema y poca presión en las definiciones propuestas para el concepto de capacidad, por tanto se creó una definición que permitiera reunir aspectos considerados relevantes y a partir de ella se construyeron las situaciones problema.

Como el concepto de capacidad gira en torno a los recipientes, se utilizaron aquellos con forma, contenidos y espesores variados. Y las situaciones problema se construyeron a partir de estos referentes, quedando cinco situaciones a saber: ambientación, capacidad y contenido, capacidad y forma, capacidad y espesor y transformaciones.

En las situaciones problema los alumnos se vieron enfrentados a situaciones cuya solución implicó la utilización del concepto de capacidad. Estas soluciones fueron denominadas *estrategias*, las cuales se consideran como "toda secuencia de

procedimientos, susceptibles de ser repetidos y transferidos a otras situaciones, que constituyen los medios para alcanzar el fin hacia el que tiende el sujeto" (Inhelder, 1978, pág. 7).

Los alumnos pusieron a prueba dichas estrategias, por intermedio de la experimentación, de ello se logró reafirma o rectifica sus acciones y decisiones. Las estrategias fueron jerarquizadas y analizadas a partir de los referentes teóricos de la educación matemática, estableciendo los niveles de compresión y construcción del concepto en estudio.

Sujetos Participantes

El proyecto se desarrolló con estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa Agropecuaria La Capilla- Cajibío, quienes tienen las siguientes características (ver Anexo 1: registros de información de los estudiantes de 6A):

- El 27,59% de los niños son indígenas y el 72,41% son campesinos, estos porcentajes reflejan, lo que en términos generales sucede en la institución, la mayoría de la población atendida es campesina.
- El 37,93% de la ellos son niñas y el 62,07% son niños. Con respecto esta notoria diferencia entre niños y niñas, se debe a que las distancias que ello deben recorrer para llegar al colegio son largas (cerca de 1 y 2 horas de camino a pie) y las niñas se cansa más fácilmente que los niños, llevándola a desertar. Además por el grado de violencia de la región se podría pensar que los padres se abstiene de enviar a las niñas muy pequeñas al colegio.
- En los indígenas el 62.05% son niñas y el 37.95% son niños, en tanto que en los campesinos el 28.57% son niñas y el 71.43% son niños. En particular la diferencia poblacional entre niñas y niños en los indígenas se debe a que en la comunidad se observan más mujeres que hombre.

- El 24.15% tienen edades superiores a los 13 años, 62,06% tienen edades entre los 12 y 11años y el 13,79% tienen 10 años o menos. Estos porcentajes reflejan que los niños en su mayoría cumplen con la edad estipulada por el ministerio para estar en el grado sexto.
- En cuanto a la actividad económica de los padres, se determinó que**:** El 62.07% son agricultores y las madres son amas de casa y el 37.93% de padres se dedican a otras actividades. De lo anterior se puede inferir que, las mujeres se dedican a las actividades del hogar y a la crianza de los niños, mientras que los hombres son los encargados de proveer y mantener a sus familias.
- De la actividad económica de los padres de familia según su el grupo poblacional, se estableció que:
    - En los Campesinos el 52.38% son agricultores, el 9.52% trabajan en una empresa de espárragos, el 9.52% trabajan cortando madera para Smurffy Cartón de Colombia y el 19.06% trabajan como carpinteros, operarios y conductores de chivas[9].Y el 100% de las madres son amas de casa.
    - En los indígenas el 75% son Agricultores, el 25% son representantes del cabildo. Y de las madres el 90% son amas de casa y el 10% son representantes del cabildo[10]. Entre las reestructuraciones que tienen hoy los cabildos, a nivel nacional, está el de darle mayor participación a la mujer en la estructura política de la comunidad y es por ello que altos cargos administrativos del cabildo son asumidos por las mujeres.

Considerando la constitución sociocultural de los sujetos se identificaron dos grupos poblacionales, a saber, indígenas y campesinos; estos últimos diferenciados en

[9]Las **Chivas**, también conocidos como "buses escalera", son autobuses típicos adaptados en forma artesanal para el transporte público rural, pensando especialmente en la montañosa geografía de la Región Andina de este país. Se caracterizan por su gran colorido, predominando el amarillo, azul y rojo, colores de la bandera nacional.

[10]Cabildo Indígena es la entidad pública especial, cuyos miembros son indígenas elegidos y reconocidos por una parcialidad localizada en un territorio determinado, encargado de representar legalmente a su grupo y ejercer las funciones que le atribuye la ley y sus usos y costumbres. Los cabildantes deben ser miembros de la comunidad que los eligen y la elección se hace conforme a lo dispuesto en la ley nacional o por sus propias formas de organización tradicional. Es de anotar que cada Cabildo debe estar conformado por lo menos por 30 familias.

campesino asalariados y campesinos no asalariados (aquellos que tienen como actividad económica el trabajo en el campo).

Fue a partir de la encuesta diseñada para identificar las actividades que los niños realizan después de clases y cuáles de ellas eran desarrolladas en compañía de los padres (ver Anexo 2), que se pudo establecer que los hijos de indígenas y de algunos campesinos, luego de la jornada escolar realizan actividades del campo (como la agricultura).

El grupo de niños campesinos cuyos padres tenían otra actividad económica diferente a las del campo, manifestaron que las actividades extra clase más comunes eran los juego y ver televisión; y que eran muy pocas las actividades y el tiempo que compartían con sus padres.

Teniendo en cuenta lo anterior, se generó una división en el grupo de campesino, por las diferencias que se establecieron en sus actividades. Quedando este grupo dividido así: los que tenían como actividad económica el campo y los que no la tenían, a los que se denominó *hijos de asalariados*.

Para el desarrollo de este trabajo se estableció, por tanto, tres grupo poblacionales, a saber: ***indígenas***, ***campesinos*** (aquellos cuya actividad económica se centra en el campo) e ***hijos de asalariados*** (campesinos que no tienen como actividad económica el trabajo en el campo).

Chamorro (2003) considera que en relación con a la adquisición de los conceptos de conservación de la magnitud, estos son adquiridos muy rápidamente y a edades muy tempranas en el caso de la longitud o la capacidad, y que son tardíos y lentos en el caso de la superficie (12 a 14 años) o el volumen (13 a 17 años). Piaget & Inhelder (1982) por su parte, establecen que "hasta los once –doce años de edad un concepto bien desarrollado de volumen físico no está adquirido"(pág. 17).

Teniendo en cuenta lo anterior, establecimos el rango de edades del grupo participante entre los 11 y 12 años. Así, los sujetos participantes fueron 18 niños del grado sexto, debido a que estaban dentro del rango de edades establecido para este trabajo y además, en el plan de estudios institucional el tema de capacidad debía ser abordo a finales de este grado.

En el diseño del estudio se consideró, además de los grupos poblacionales campesinos, indígenas e hijos de asalariados, la influencia del género[11]en las estrategias. Los sujetos participantes fueron agrupados de la siguiente forma: 6 campesinos, 6 indígenas, y 6 hijos de asalariados, cada grupo conformado por 3 niños y 3 niñas.

Lugar de desarrollo de la Investigación

Figura 1. Mapa del municipio de Cajibío

[11] La influencia del género se consideró partiendo de las diferencias o similitudes que se establecieron entre las estrategias que niñas y niños plantearon para el desarrollo de las situaciones problema.

El estudio se llevó a cabo en la Institución Educativa Agropecuaria la Capilla del municipio de Cajibío (Cauca), se encuentra localizada en el corregimiento de la Capilla, ubicado a 13 kilómetros al sur occidente de la cabecera municipal de Cajibío y a 24 kilómetros al noroccidente de Popayán- Cauca (IEA, 2000).

A raíz de la avalancha del río Páez, en 1993, llegaron 50 familias paeces provenientes de Belalcázar (Cauca), las que hoy conforman el resguardo Pat yu y cuyos niños son atendidos en esta institución. La institución Educativa ha hecho esfuerzos por contribuir en la preservación de esta cultura, como es el hecho de incluir en el plan de estudios espacios para trabajar su lengua y los tejidos, de lo cual se han obtenido buenos resultados. Es de anotar, que aún no se ha elaborado un proyecto institucional que permita la integración de este grupo población con los campesinos.

La institución Educativa cuenta con 5 sedes, las cuales albergan estudiantes de todas las veredas del corregimiento de la Capilla. En la actualidad se cuenta con más 530 alumnos, que provienen de hogares de escasos recursos y cuya principal actividad económica es la agricultura. Los productos más representativos de la región son la panela, el café y otros productos de pan coger (que son utilizados solo para su alimentación y no son comercializables). Además, unos pocos padres desarrollan oficios varios y servicio doméstico.

Se eligió esta Institución Educativa, porque es el sitio donde la investigadora principal, además de laborar, cuenta con el respaldo de las directivas, del cuerpo de docentes y de los padres de familia para el desarrollo de este estudio. Es de anotar que los alumnos participaron en el desarrollo de las actividades del proyecto de manera voluntaria y contaron con el permiso y autorización de sus padres (ver Anexo 3 y 4: solicitudes de consentimiento).

4.2 Procedimiento de Recolección de Datos

Se presentó a los alumnos cuatro situaciones problema precedidas de una situación de ambientación, las cuales fueron diseñadas de la siguiente manera:

- **Ambientación**: Consistió en realizar una actividad en la cual, el alumno deberá conceptualizar la capacidad como el máximo volumen que puede contener un recipiente, sin superar su altura.
- **Capacidad y Contenido,** fue una actividad en la que se utilizaron botellas con contenidos, niveles y líquidos distintos, con lo cual se buscó establecer la relación entre la capacidad del recipiente y su contenido.
- **Capacidad y Forma,** en esta actividad se utilizó recipientes cilíndricos regulares e irregulares, en ella se buscó establecer la relación entre la forma del recipiente y su capacidad.
- **Capacidad y Espesor,** en esta actividad se utilizó recipientes de madera con iguales dimensiones y de diferentes espesores, con lo cual se buscó establecer la relación entre la capacidad y el espesor.
- **Transformaciones,** utilizando recipientes de diferente altura y ancho, se buscó identificar procesos de transformación en términos de la relación entre el largo y el ancho de los recipientes utilizados.

Las situaciones problema fueron desarrolladas de manera individual, utilizando como método la entrevista clínica de tipo Piagetiano. Con los resultados de ellas, se procuró caracterizar las estrategias que los alumnos plantearon al solucionarlas.

La metodología de entrevista clínica no condiciona el tiempo que el alumno requiere para la solución de las situaciones, por el contario le da libertad para reaccionar y para responder verbalmente por lo realizado.

En busca de un lugar adecuado para realizar la entrevista, se utilizó el laboratorio de ciencias de la Institución Educativa, este sitio, por su privacidad, dio mayor confianza a los alumnos y permitió la manipulación de recipientes con agua.

Para tener una información más precisa de lo ocurrido se hicieron registros fílmicos y se elaboró fichas donde se condesó las respuestas, las acciones y las estrategias de los alumnos. La actividad tuvo una duración aproximada de una hora por participante.

4.3.1 Pruebas Piloto

A partir de lo considerado por González & Florez (2001), en cuanto a que la capacidad tiene características no matemáticas como es el caso de la forma, espesor y tipo de sustancias, se plantearon a los alumnos situaciones problema, cuyos resultados permitieron establecer inicialmente, relaciones entre capacidad y contenido, capacidad y forma, capacidad y estado de la sustancia, y capacidad y espesor.

La relación capacidad y estado de la sustancia se eliminó de las situaciones problema, porque se evidenció en las pruebas piloto que no importa el tipo de sustancia que se colocara en el recipiente, la capacidad de esté siempre sería la misma.

Manejar fluidos con alta viscosidad, polvos y sólidos implicó, de manera obligada, la introducción de la variable peso. Los alumnos se concentraron más en el volumen del recipiente que en su capacidad; adicionalmente se observó que las etiquetas de los recipientes tenían como unidades de medida el peso, lo que hizo que los niños los tomaran como referente para establecer la comparación de sus capacidades. Se concluyó, por tanto, que la incorporación del peso generaba desfocalización del objeto de estudio y por tanto un obstáculo cognitivo para los intereses de la investigación.

En cuanto a las sustancias sólidas granulares implicó la introducción y el manejo, aunque no muy profundo, del concepto de covulomen[12], variable que generó ruido a los propósitos de este trabajo (ver anexo 6).

[12]Covolumen es el menor volumen posible que podría ocupar una masa gaseosa sometida a una presión infinitamente grande. Se utiliza, por ejemplo en la ecuación de Van deer Waals de gases reales $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b = RT$, donde b es el covolumen y $aV2$es la presión interna.

Cuando se les pidió a los alumnos llenar la botella de gaseosa, estos no la llenaron hasta el borde, argumentado que en el comercio las gaseosas nunca están completamente llenas. Este hecho obligó a la creación de una situación problema denominada *ambientación*, donde se utilizó un recipiente que no fuera comercialmente conocido, para así si evitar este conflicto (ver anexo 6).

Además, en las pruebas piloto se identificó que las estrías de los recipientes se convertían en el referente para establecer el máximo de su capacidad de llenado, por ello en la ambientación se decidió utilizar un recipiente con el mínimo de estrías posibles.

Otra justificación más frecuente para no llenar el recipiente en su totalidad, fue pensar en que al transportarlo de un sitio a otro, no se debería llenar hasta el borde, porque se podría derramar el líquido. Por ello en la ambientación se planteó a los alumnos la posibilidad de pensar en el recipiente fijo, como si estuviera pegado a la mesa y así eliminar el problema de la movilidad.

En las pruebas piloto se evidenció, además, que los alumnos hacen comparaciones con recipientes cuyas alturas son similares, pero cuando esto cambia se les dificulta establecer comparaciones, sobretodo identificar la conservación de la cantidad de líquido entre un recipiente bajo y ancho con otro alto y estrecho (Piaget,1967, pág.283).

Para este caso, se decidió introducir una actividad que implicara establecer relaciones entre el largo de un recipiente y el ancho de otro y viceversa, agregando a las situaciones problemas una denominada, *transformaciones*.

Se observó que los valores que aparecían en las etiqueta de las botellas ejercían gran influencia en las decisiones de los alumnos, sobre todo para ordenarlos. Otras veces generaron confusión, ya que el valor numérico que tenían hacía referencia al peso de su contenido y no a la capacidad.

Por ello, se decidió eliminar las etiquetas para poder establecer mejor las relaciones. Solo se dejaron las etiquetas en los recipientes que estaban sellados, porque para ese caso, la información que ellas brindaban fueron muy útiles para establecer la relación capacidad y contenido.

4.3.2 Materiales

El concepto de capacidad que es definido en este trabajo, se abordó a partir de recipientes, los cuales históricamente han sido utilizados en su mayoría para contener líquidos. El trabajo con las situaciones problema se hizo con recipientes que fueron llenados con agua para facilitar con ello la percepción de la capacidad según lo establecido por Chamorro (2005).

En las situaciones problema los recipientes fueron presentados consecutivamente a los alumnos, quienes hicieron comparaciones cada vez que se incorporó uno nuevo al conjunto presentado. Estos recipientes fueron llenados con agua para comprobar las estrategias o para facilitar las comparaciones.

La mayoría de los recipientes utilizados fueron presentados sin etiquetas y destapados, las botellas selladas eran las únicas que tenían las etiquetas.

La selección de estos recipientes se hizo teniendo en cuenta sus características físicas y que fueran conocidos por los alumnos. Se escogieron de diferentes tamaños, formas, alturas, anchos y espesores, los cuales permitieron evidenciar las relaciones de ciertas características de estos recipientes con su capacidad. Es de anotar que los alumnos tenían libertad en manipular los recipientes.

Los recipientes utilizados en las situaciones problema se describen en la siguiente tabla, la cual está discriminada según las características tenidas en cuenta en este estudio:

Tabla 2. Recipientes utilizados en las situaciones problema:

Cantidad y Tipo	**Material**	**Capacidad**	**Dimensiones**	**Número de Estrías**[13]
1 Tarro.	Plástico transparente.	1,70 litros.	15cm de alto y 10cm de diámetro.	1 estría horizontal.
2 Botellas de gaseosa (una de ellas sellada) con sus etiquetas.	Plástico transparente.	650 ml	24 cm de largo.	10 verticales no continúas en la franja del centro y 3 horizontales.
1 Botella de aceite sellada.	Plástico transparente.	250 cc de contenido (según la etiqueta).	16,5 cm de largo.	11 horizontales.
1 Botella de jugo sellada.	Plástico transparente.	250 cc de contenido (según la etiqueta).	16,5 cm de largo.	11 horizontales y 10 verticales del centro hacia arriba.
1 Botella de cerveza sellada.	Vidrio café.	350 cc de contenido (según la etiqueta).	22,8 cm de largo.	1 horizontal.
1 Botella de gaseosa sellada.	Vidrio	350 cc de contenido (según la etiqueta).	20 cm de largo.	45 circulas de diferentes tamaños en la parte superior de la botella.
1 Tarro cilíndrico regular destapado.	Aluminio.	180 ml.	6,8 cm de largo y 6,8 cm de diámetro.	3 horizontales.
1 Tarro cilíndrico regular destapado.	Aluminio.	184 ml.	8,8 cm de largo y 5 cm de diámetro.	16 horizontales.
1 Tarro cilíndrico regular destapado.	Aluminio.	410 ml.	12 cm de largo y un diámetro de 8 cm.	12 horizontales.
1 Tarro cilíndrico regular destapado.	Plástico opaco de color rojo.	316 ml.	13,4 cm de largo y 5,2 cm de diámetro.	12 horizontales en la parte central de recipiente.
1 botella de agua.	Plástico transparente.	546 ml.	21,7 cm de largo.	6 horizontales a los ¾ de la botella y 6 circulares de gran tamaño.
1 botella de agua.	Plástico transparente.	644 ml.	22,7 cm de largo.	8 horizontales.
1 botella de agua.	Plástico transparente.	524 ml.	28 cm de largo.	4 horizontales y 6 curvos verticales en la parte final.
4 Tacos rectangulares de igual forma.	Madera.	28 ml, 38 ml, 89 ml y 160 ml respectivamente.	11 cm de largo y 8,8 cm de ancho y con orificios de 5,5 cm, 4 cm, 2,5 cm y 2 cm de diámetro.	Sin estrías.
1 Ollas de cocina con 2 agarraderas.	Aluminio.	2,2 litros.	8,4cm de largo y 19,5 cm de diámetro.	2 horizontales.
1 Ollas de cocina con 2 agarraderas.	Aluminio.	2,8 litros.	10 cm de largo y 21,4 cm de diámetro.	2 horizontales.
1 Botella de gaseosa, rotulada con su capacidad.	Plástico transparente.	2,6 litros.	37 cm de largo, 9 cm de ancho y 32 cm de contorno.	10 estría curvas horizontales distribuidas en la parte inicial y a los ¾ de la botella. 1 horizontal.

Adicionalmente a los alumnos se les proporcionó instrumentos de apoyo que les sirvieron para facilitar el trabajo al solucionar las situaciones problema; ellos fueron:

[13] Se entenderá por estrías todos los pliegues y hendiduras que tengan los recipientes.

un balde de 5 litros, un recipiente graduado de 500 cc, una probeta de 250 cc, un embudo, un recipiente pequeño para llenar las botellas de boca angosta y una cinta métrica.

Figura 2. Recipientes para la medición.

Es de anotar que una de las características encontradas a partir de observaciones hechas hasta el momento, es que la mayoría de los recipientes vistos en el mercado, no se encuentran completamente llenos.

En el rastreo hecho a diferentes tiendas y supermercados se observó que en la mayoría de los recipientes que contienen líquidos, el nivel de llenado va hasta donde la botella se curva o hasta la rosca. En particular, las botellas con agua y las saborizadas están llenas hasta la rosca y las que contienen gas, están proporcionales a la cantidad de gas que tenga.

4.3.3 Situaciones Problema: Capacidad de recipientes diferentes

A los alumnos participantes se les proporcionó en primera instancia los instrumentos de apoyo y a medida que se hacían las preguntas se iban colocando los recipientes que correspondieran a dicha actividad.

4.3.3.1 *Ambientación*

Se presentó al alumno un tarro transparente, con una estría horizontal y con capacidad de 1,70 litros. Y se le dijo: *"este es un recipiente vacío cuya capacidad es 1,70 litros, ¿si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?"*

Luego de responder la pregunta, se le pidió que llenara el recipiente hasta donde él creyera que debía ser llenado. Posteriormente se le preguntó: *"¿cómo sabes que hasta allí debe ser llenado?"*.Con esta actividad se esperaba que alumno identificara, que la capacidad del recipiente se obtiene llenándolo hasta el borde.

Figura 3. Tarro de 1,7 litros

4.3.3.2 *Capacidad y Contenido*

Se presentó al alumno una botella de gaseosa vacía con dos estrías horizontales y 10 verticales, con tapa y etiqueta. Se le dijo: esta es una botella vacía cuya capacidad es de 650 ml, ¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella?

Luego de responder la pregunta, se le pidió que llenara la botella hasta donde él creyera que debía ser llenado. Y posteriormente se le preguntó: ¿cómo sabes que hasta allí debe ser?

El alumno que no llenaba completamente la botella, se le pidió que la llenara hasta el borde y se le preguntó ¿cuánto crees que hay de agua ahora en la botella? ¿Por qué?

En este caso se esperaba que el alumno reconociera que la capacidad del recipiente se obtiene al llenarlo hasta el límite superior.

Figura 4. Botellas de 650 ml

Continuando con la sesión, se presentó, sellada, una botella de gaseosa con las mismas características y la capacidad de la botella vacía. Se le preguntó ¿Cuánto hay en la botella llena y cuánto en la botella que está sellada? ¿Qué hiciste para darte cuenta de eso? Con esto se esperaba que se reconociera que hay un valor numérico para la capacidad del recipiente y otro para el contenido, los cuales no necesariamente son iguales.

El investigador señala el número que está en la etiqueta de la botella y dice este valor de 600 ml, que viene indicado aquí en la botella, ¿tú crees que se refiere a la cantidad de gaseosa o a lo que le cabe a la botella? ¿Qué te hace pensar eso? Se esperaba que el alumno identificara, que el número en la etiqueta corresponda al contenido del líquido y no a la capacidad del recipiente.

Luego, se le presentó al alumno 4 botellas selladas con las siguientes características: una botella plástica trasparente con 10 estrías horizontales, de 16.5 cm de largo y con un contenido de 250 cc de aceite; una botella plástica con 4 estrías horizontales y 9 estrías verticales, de 16.5 cm de largo, trasparente y con un contenido de 250 cc de jugo; una botella de vidrio con figuras circulares, de 20cm de largo trasparente y con un contenido de 300 ml de gaseosa; y una botella de vidrio café, lisa de cuello largo,

de 22.8 cm de largo, con 1 estría, trasparente y con un contenido de 350 ml de cerveza.

Figura 5. Algunos recipientes con diferentes líquidos y formas

Se le permitió al alumno que tocara y mirara cada una de las botellas y se le preguntó: ¿Cuál de las botellas ves totalmente llena? y ¿Por qué?, ¿Crees que las etiquetas muestran la capacidad de las botellas? y ¿qué te hace pensar eso? Se esperaba que el alumno estableciera la diferencia entre capacidad y contenido en recipientes cuyos contenidos eran distintos a los de gaseosa.

4.3.3.3 *Capacidad y Forma*

De las cuatro botellas anteriormente presentadas se le dijo: ¿Todos estas botellas tienen diferentes formas? ¿Qué te hacen pensar eso? ¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido? ¿Qué te hace pensar eso? Se esperaba que el alumno reconociera la influencia que tiene la forma para determinar la capacidad del recipiente.

Luego se le presentaron recipientes de diferentes formas, para que los alumnos pudieran establecer comparaciones. Los recipientes fueron agrupados de la siguiente forma: recipientes cilíndricos rectos y recipientes cilíndricos irregulares.

- Grupo 1, *recipientes cilindros rectos*: en este grupo se utilizaron tres tarros de aluminio, con las siguientes características: uno de 6.8 cm de largo, 6.8 cm de diámetro, 3 estrías horizontales y con capacidad de 180 ml; otro de 8.8 cm de

largo, 5 cm de diámetro, 16 estrías horizontales y con capacidad 184ml; y uno de 12 cm de largo, 8 cm de diámetro, 12 estrías horizontales y con capacidad 410 ml.

Adicionalmente 1 tarro rojo plástico opaco, de 13.4 cm de largo, 5.2 cm de diámetro, 12 estrías horizontales en la parte central de recipiente y con capacidad de 316 ml.

- Grupo 2, *recipientes cilindros irregulares*: en este grupo se utilizaron cuatro botellas de plástico transparente con las siguientes características: una de 21.7 cm de largo, 6 estrías horizontales a los ¾ de la botella y 6 circulares de gran tamaño y con capacidad de 546 ml; otra de 22.7 cm de largo, 8 estrías horizontales y con capacidad de 644 ml, otra de 28 cm de largo, 4 estrías horizontales y 6 curvas verticales en la parte final y con capacidad de 524 ml; y una de 24 cm de largo, 10 estrías verticales no continúas en la franja del centro y 3 horizontales y con capacidad de 650 ml.

A) Actividad Grupo 1

Se le presentó al alumno los recipientes del grupo 1, sin mencionar sus capacidades y se le dijo: ordena del recipiente que tú creas que tiene más capacidad al que tiene menos capacidad.

Y se le preguntó: ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden? ¿Cómo estarías seguro de que ese es el orden? ¿Cómo lo probarías? Luego se le pidió al alumno que probara el orden que había propuesto. Se esperaba que el alumno estableciera las diferencias y similitudes en cuanto a la forma

Figura 6. Grupo1: cilindros rectos

B) Actividad Grupo 2

Se le presentó al alumno recipientes del grupo 2, sin mencionar sus capacidades y se le dijo: ordena del recipiente que tú creas que tiene más capacidad al que tiene menos capacidad. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden? ¿Cómo lo probarías? Luego se le pidió al alumno que probara el orden que había propuesto. Se esperaba que el alumno estableciera la relación entre la capacidad y la forma, pero ahora teniendo mayores irregularidades en los recipientes.

Figura 7. Grupo2: Recipientes irregulares

C) Actividad: Comparación entre los grupos 1 y 2

Se le presentaron los recipientes de los grupos 1 y 2 juntos y se preguntó ¿En cuál de los grupos se pudo hacer comparaciones más fáciles? y ¿Por qué?, ¿Y más difícil? y ¿Por qué? Se esperaba que el alumno pudiera establecer la relación capacidad y forma.

4.3.3.4 *Capacidad y Espesor*

Se colocó 4 recipientes de madera iguales entre sí, con las siguientes dimensiones 11 cm de largo, 8.8 cm de ancho. A los cuales se les hicieron perforaciones con los siguientes diámetros 5.5 cm, 4 cm, 2.5 cm y 2 cm, y cuyas capacidades son de 160ml, 89ml, 38 ml y 28ml respectivamente. Los recipientes fueron colocados boca abajo y se le preguntó: ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad? ¿Por qué?

Luego se voltearon los tacos de madera y se les hizo la misma pregunta. Adicionalmente de le pregunta ¿Cuál sería el orden de los recipientes según su capacidad?

Figura 8. Tacos de diferente espesor

Se señaló el recipiente de mayor espesor y se le pregunta: ¿Hasta dónde se puede ampliar la capacidad de este recipiente? Se esperaba que los estudiantes establecieran la relación entre el espesor o grosor del recipiente y su capacidad.

4.3.3.5 *Transformaciones.*

Se le colocó 2 ollas de cocina con agarraderas de la misma forma, una de 8.4 cm de largo, 19.5 cm de diámetro, 2 estrías horizontales y con capacidad de 2.2 litros y otra de 10 cm de largo, 21.4 cm de diámetro y 2 estrías horizontales y con capacidad de 2.8 litros.

También se le presenta, una botella de plástico transparente, rotulada con su capacidad y llena de agua, con las siguientes características: 37 cm de largo, 9 cm de ancho, 32 cm de contorno, 10 estría curvas horizontales distribuidas en la parte inicial y a los ¾ de la botella, 1 horizontal y con capacidad de 2.6 litros.

Adicionalmente se le colocó una cita métrica y se le dijo: de las dos ollas, ¿cuál crees tú, se puede utilizar para llenarla con el contenido de una botella de 2.6 litros de agua sin que se derrame el agua? ¿Cómo hiciste para saber que esa era la olla? ¿Cómo puedes probarlo?

Figura 9. Ollas de diferentes capacidades

Luego se le hizo el siguiente cuestionamiento ¿Para llenar la olla pequeña, hasta dónde se puede llenar la botella? Se esperaba que el alumno realizara transformaciones en cuanto al alto y el ancho de los recipientes.

4.3 Procedimiento de Análisis de los datos

La organización y clasificación de los datos se hizo a partir de las categorías poblacionales del estudio: campesina, indígenas, e hijos de asalariados, y el género; con los cuales se configuró una matriz pertinente para los análisis (Ver anexo 11).

Este proceso dio lugar a un conjunto de momentos, los cuales se describen a continuación ya que fueron precisos para la culminación del trabajo:

- Se caracterizaron las estrategias que los alumnos desarrollaron al solucionar las situaciones problema, lo que permitió identificar invariantes. Para este caso se optó por el análisis de las categorías de información organizadas según teorías de la educación matemática y de los aspectos teóricos de la medida, que están relacionados con el concepto de capacidad.

- Dentro del conjunto de las invariantes identificadas, se observo y comento aquellas que parecen presentar influencia del entorno familiar y sociocultural.

- Se describieron acciones desarrolladas por los niños y las niñas, que permiten la conceptualización del concepto de capacidad, considerando la perspectiva de género en esta descripción.

La materialización de la información recopilada en videos y fichas fue seleccionada por categorías de información que puedan responder a los objetivos propuestos. Dentro de las acciones metodológicas se cuenta con:

- *Elaboración de una ficha de registro*: Teniendo en cuenta las situaciones problema se seleccionaron preguntas orientadoras las cuales se ubicaron en un cuadro donde se colocan aspectos tales como: acciones del niño, estrategias y observaciones. Esto permitió hacer mejor la transcripción de la información (ver anexo 3).
- *Transcripción de las entrevistas*: Que consistió en registrar en una ficha las ideas e información de los registros de video dejados durante la fase de recopilación de los datos.
- *Selección de la información por categorías de análisis*: una vez elaborado el documento resultado de la transcripción de las tareas, se precedió a elaborar un cuadro en donde se clasificó toda la información de acuerdo con las categorías: campesinos, indígenas, e hijos de asalariados y el género. Se adjuntó los registro fotográficos, materiales, entre otros.

CAPITULO 5. ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

5.1 Presentación de resultados

El análisis de la información se realizó inicialmente a partir de la descripción por grupos poblacionales (campesino, indígenas e hijos de asalariado) considerando el género.

5.1.1 Descripción de resultados del grupo de campesinos

A partir de la actividad ambientación (anexo 8), se observó que la mayoría de los niños llenó el recipiente hasta la estría, en cambio la mayoría de las niñas lo hizo hasta la mitad. Ningún niño del grupo en estudio llenó el recipiente hasta el borde superior.

CAPACIDAD Y CONTENIDO

Al presentar la botella transparente de 650ml (no sellada), se observó que la estrategia que la mayoría de las niñas utilizó para resolver la situación fue llenar el recipiente hasta el nivel de la rosca, mientras que la mayoría de los niños, unos lo hicieron hasta el inicio de la etiqueta y otros hasta la rosca; de ello se pudo establecer que la mayoría de las niñas y niños asignaron la capacidad como si fuera igual al contenido del recipiente. Y algunos de ellos, llenaron la botella hasta el borde, considerando la capacidad del recipiente como el máximo contenido.

Al adicionar a la tarea una botella transparente de 650 ml (sellada), la mayoría de las niñas y niños ordenaron los recipientes por medio de la comparación de los niveles del contenido y de esta manera también establecieron la capacidad de los recipientes.

A partir de la botella de 650ml sellada, se identificó que la mayoría de los niños y niñas reconocen que el valor numérico de la etiqueta representa el contenido de la botella.

En la actividad con los 4 recipientes (aceite, cerveza, gaseosa y jugo), la mayoría de niñas y niños se inclinó por escoger la botella de aceite argumentando que estaba llena hasta la rosca y unas pocas niñas escogieron la botella de cerveza por considerar que a ese recipiente le cabía más contenido que a las otras botellas. Solo un niño consideró que ningún recipiente estaba totalmente lleno.

SEGUNDA SITUACIÓN: CAPACIDAD Y FORMA

Las niñas y los niños identificaron en los recipientes los tamaños y el tipo de sustancia, otras reconocieron tamaños, estrías y formas, y otras establecieron tamaños, estrías, formas y tipos de sustancia.

En cuanto a determinar cómo varía la capacidad al cambiar la forma de los recipientes se estableció, que tanto las niñas como los niños coinciden en decir que si se incrementa el tamaño de los recipientes aumenta su contenido.

Con los recipientes cilíndricos rectos (grupo número 1), al ordenarlos según su capacidad, se observó que la mayoría de las niñas lo hicieron teniendo en cuenta el ancho y el largo de los recipientes. Y los niños, en su mayoría, lo hicieron atendiendo al ancho y al largo de los recipientes y unos pocos escogieron como de mayor capacidad el más ancho y el resto lo ordenó según su altura.

Al verificar el orden propuesto para el grupo 1, se observó que la estrategia utilizada por los niños y las niñas fue el trasvasado de los líquidos de un recipiente a otro. La mayoría de las niñas trasvasan contenidos y los ordenaron a partir de los sobrantes, y unas pocas agruparon de dos en dos los recipientes y los ordenaron según faltantes.

Los niños los ordenaron según el peso, otros trasvasan contenidos y los ordenan a partir de los sobrantes, y otros toman la pipeta como recipiente patrón, pero sin utilizarlo como instrumento de medida precisa sino como recipiente de comparación y los ordenaron según sobrantes. Tanto las niñas como los niños, en su mayoría, comprobaron en la verificación que el orden inicial propuestos fue el correcto.

El trabajo con los recipientes cilindros transparentes e irregulares (grupo número 2), permitió establecer que la mayoría de las niñas escogieron como el de mayor capacidad el más alto y el resto de los recipientes los ordenaron según el ancho. Unas pocas niñas escogieron como el de mayor capacidad el más ancho, luego el más alto y el resto de los recipientes los ordenaron según el ancho.

Los niños ordenaron según los tamaños, otros escogieron como el de mayor capacidad el más ancho, luego el más alto y el resto de los recipientes los ordenaron según el ancho. Otros lo hicieron según el ancho y el largo de los recipientes.

Al verificar el orden propuesto para el grupo 2, se observó que la estrategia utilizada por los niños y las niñas fue el trasvasado de líquidos de un recipiente a otro. La mayoría de las niñas, trasvasan contenidos y los ordenaron a partir de los sobrantes y unas pocas trasvasaron contenidos y ordenaron a partir de los sobrantes o faltantes.

Los niños agruparon de dos en dos los recipientes y los ordenaron según el peso, otros tomaron la pipeta como recipiente patrón, pero sin tener en cuenta valores numéricos, y los ordenaron según los sobrantes. Otros tomaron uno de los recipientes como patrón y los ordenaron a partir los niveles del contenido marcados en dicho recipiente.

Las estrategias de agrupamiento en la verificación del orden para el grupo 2, se determinó que las niñas y los niños compararon los dos más grande y luego los dos más pequeños, otras compararon los dos más grande, los dos más pequeños y luego los dos recipientes intermedios y otras compararon los contenidos de los recipientes según el orden que inicialmente habían establecido. Algunos niños mantienen la propuesta de orden y a partir de ello comparan con el contenido del recipiente patrón.

Se observó que a la mayoría de las niñas y niños no ordenaron correctamente el grupo 2 y que les pareció más fácil ordenar el grupo 1, argumentando la notoria diferencia de tamaños y otros porque sus formas eran muy parecidas. Algunos niños expresaron que el material facilitó ordenarlos.

CAPACIDAD Y ESPESOR

Al seleccionar el recipiente de mayor capacidad las niñas, en su mayoría, tomaron el recipiente que para ellas era el más ancho y unas pocas escogieron el recipiente más

largo y ancho. Y los niños escogieron el recipiente que para ellos era el más ancho, unos pocos escogieron el recipiente más pesado.

Las estrategias de verificación utilizada por la mayoría de las niñas y niños fue el medir contornos, alturas y diámetros de los recipientes. Unos pocos niños alinearon los recipientes para compararlos.

Al ordenar los recipientes de madera la mayoría de las niñas y los niños lo hacen a partir del diámetro del orificio y unas pocas niñas establecieron, que a menor diámetro se tiene mayor profundidad.

Al verificar el orden de los 4 recipientes, se observó que la mayoría de las niñas trasvasan contenidos y ordenan a partir de los sobrantes, unas pocas, además, midieron la profundad del orificio. Algunas niñas llenaron con agua los recipientes y los sopesaron con la mano.

Los niños llenaron con agua los recipientes y los pesaron sopesándolos con la mano, otros establecieron que a mayor espesor mayor peso y otros trasvasaron contenidos y ordenaron a partir de los sobrantes, unos pocos además midieron la profundad del orificio.

La mayaría de las niñas y los niños consideran que a mayor diámetro mayor capacidad y unas pocas niñas no respondieron la pregunta.

TRANSFORMACIONES

La relación que se estableció en la mayoría de las niñas, para resolver la situación, fue el comparar la altura de la botella con el ancho de las ollas y unas pocas compararon la altura de la botella con la profundidad de las ollas. La mayoría los niños compararon la altura de la botella con la profundidad de las ollas y unos pocos compararon los tamaños de los recipientes.

Al compararla olla más pequeña con la botella, las niñas establecieron que a la olla le cabe menos que a la botella, otras llenaron la botella hasta la mitad y otras establecieron la relacionar entre la altura de la botella y la altura de la olla. Los niños llenaron la botella hasta la mitad, otros llenaron la botella hasta la primera estría horizontal y otros compararon la medida del contorno de la olla con el largo de la botella y también compararon la medida del contorno de la botella con el largo de la olla.

5.1.2 Descripción de resultados del grupo de indígenas

A partir de la actividad ambientación (anexo 9), se observó que la mayoría de los niños y niñas lo llenaron hasta la mitad y unos pocos lo llenaron hasta la estría del recipiente. Ningún niño del grupo en estudio llenó el recipiente hasta el borde superior.

CAPACIDAD Y CONTENIDO

Al presentar la botella transparente de 650ml (no sellada), se observó que las estrategias que utilizaron las niñas y los niños para resolver la situación fue llenar el recipiente hasta el inicio de la etiqueta y otros lo hicieron hasta el inicio de las estrías verticales. Y Algunas niñas lo llenaron hasta la rosca del recipiente. De lo anterior se pudo establecer que la mayoría de las niñas y niños asignaron la capacidad como si fuera igual al contenido. Y algunos de ellos llenan la botella hasta el borde, considerando la capacidad del recipiente como el máximo contenido.

Al adicionar a la tarea una botella transparente de 650 ml (sellada), la mayoría de las niñas y niños ordenaron los recipientes por medio de la comparación de los niveles del contenido y de esta manera también establecieron la capacidad de los recipientes.

A partir de la botella de 650 ml sellada, se identificó que la mayoría de los niños y niñas reconocen que el valor numérico de la etiqueta representa el contenido de la botella.

En la actividad con los 4 recipientes (aceite, cerveza, gaseosa y jugo), la mayoría de las niñas y los niños escogieron la botella de aceite argumentando que estaba llena hasta la rosca, aunque algunas niñas reconocieron que este recipiente no lo veían lleno hasta el borde.

CAPACIDAD Y FORMA

Las niñas y los niños identificaron en los recipientes los tamaños, otras reconocen solo las estrías y otras estrías y formas.

En cuanto a determinar cómo varía la capacidad al cambiar la forma de los recipientes se estableció, que tanto las niñas como los niños coinciden en decir, que si se incrementa el tamaño de los recipientes aumenta su contenido y algunos de ellos consideraron que el incrementar tanto de la altura como el ancho aumenta el contenido de los recipientes.

Con los recipientes cilíndricos rectos (grupo número 1), al ordenarlos según su capacidad, se observó que la mayoría de los niños y niñas lo hicieron teniendo en cuenta el ancho y el largo de los recipientes. Unas pocas niñas lo hicieron teniendo en cuenta solo los tamaños.

Al verificar el orden propuesto para el grupo 1, se observó que la estrategia utilizada por las niñas y los niños fue el trasvasado de líquidos de un recipiente a otro. Las niñas midieron alturas para establecer orden, otras agruparon de dos en dos y ordenaron según faltantes y otras midieron con la pipeta la capacidad de los recipientes y según esta medida los ordenaron.

Los niños agruparon de dos en dos los recipientes para ordenarlos según el peso, otros trasvasan contenidos y los ordenaron a partir de los sobrantes. Otros tomaron la pipeta como recipiente patrón, pero sin utilizarlo como instrumento de medida precisa sino como recipiente de comparación, y los ordenaron según sobrantes. Tanto las

niñas como los niños, en su mayoría, comprobaron en la verificación que el orden inicial propuestos fue el correcto.

El trabajo con los recipientes cilindros transparentes e irregulares (grupo número 2), permitió establecer que la mayoría de las niñas lo hicieron únicamente por los tamaños, otras escogieron como el de mayor capacidad el más alto y el resto de los recipientes los ordenan según el ancho. Otras escogieron como el de mayor capacidad el más ancho, luego el más alto y el resto de los recipientes los ordenaron según los anchos.

La mayoría de los niños escogieron como el de mayor capacidad, el más alto y el resto de los recipientes los ordenan según el ancho y unos pocos escogieron como el de mayor capacidad el más ancho, luego el más alto y el resto de los recipientes los ordenaron según los anchos.

Al verificar el orden propuesto para el grupo 2, se observó que la estrategia utilizada por los niños y las niñas fue el trasvasado los líquidos de un recipiente a otro. Se identificó que la mayoría de las niñas trasvasan contenidos y ordenan a partir de los sobrantes y unas pocas tomaron uno de los recipientes como patrón y los ordenaron a partir los niveles del contenido marcados en dicho recipiente.

La mayoría de los niños trasvasaron contenidos y ordenaron a partir de los sobrantes y unos pocos tomaron uno de los recipientes como patrón y los ordenaron a partir de los espacios vacíos.

Las estrategias de agrupamiento en la verificación del orden para el grupo 2, se determinó que las niñas compararon los dos más grande y luego los dos más pequeños, otras compararon los dos más grande, los dos más pequeños y luego los dos recipientes intermedios y otras según el orden que inicialmente habían establecido los comparan con el contenido del recipiente patrón.

La mayoría de los niños tomaron los recipientes según el orden que inicialmente habían establecido los comparan con el contenido del recipiente patrón y unos pocos comparan los dos más grande, los dos más pequeños y luego los dos recipientes intermedios.

Se observó que a la mayoría de las niñas y niños no ordenaron correctamente el grupo 2 y les pareció más fácil ordenar el grupo 1, argumentando la notoria diferencia de tamaños, otros porque sus formas eran muy parecidas y otros porque son fáciles de medir. Algunos de ellos consideraron que tanto el grupo 1 como el grupo 2 eran igualmente fáciles de ordenar. Solo un niño escogió el grupo 2 porque el material era transparente.

CAPACIDAD Y ESPESOR

Al seleccionar el recipiente de mayor capacidad en su mayoría los niños y niñas escogieron el recipiente que para ellos era el más grande y unos pocos escogieron el recipiente más ancho.

Las estrategias de verificación utilizada por la mayoría de las niñas fue medir contornos, alturas y diámetros, y algunas alinean los recipientes para compararlos. La mayoría de los niños alinear los recipientes para compararlos y unos pocos midieron contornos, alturas y diámetros.

Al ordenar los recipientes de madera la mayoría de los niños y las niñas lo hacen a partir del diámetro del orificio de los recipientes.

Al verificar el orden de los 4 recipientes, se observó que la mayoría de las niñas y los niños establecen que a mayor espesor mayor peso. Además, la mayaría de ellos consideró que a mayor diámetro mayor capacidad y unos pocos niños no respondieron la pregunta.

TRANSFORMACIONES

La relación que se estableció en la mayoría de las niñas, para resolver la situación, fue el compara los anchos de los recipientes y unas pocas compararon la altura de la botella con el ancho de las ollas. Los niños compararon los tamaños de los recipientes, otros compararon la altura de la botella y la profundidad de las ollas, y otros compararon la altura de la botella con la medida del contorno de las ollas.

Al comparar la olla más pequeña con la botella, las niñas, en su mayoría, compararon la medida del diámetro de la olla con la altura de la botella y otras llenaron las ollas y las sopesaron en la mano para establecer orden.

Los niños llenaron la botella hasta la primera estría horizontal, otros determinaron que a la botella le cabe más que a la olla porque le sobro y otros compararon la medida del contorno de la olla con el largo de la botella y también compararon la medida del contorno de la botella con el largo de la olla.

5.1.3 Descripción de resultados del grupo de hijos de asalariados

A partir de la actividad ambientación (anexo 10), se observó que la mayoría de los niños llenaron el recipiente hasta la estría, en cambio la mayoría de las niñas lo llenaron hasta la mitad. Ningún niño del grupo en estudio llenó el recipiente hasta el borde superior.

CAPACIDAD Y CONTENIDO

Al presentar la botella transparente de 650 ml (no sellada), se observó que la estrategia que la mayoría de las niñas utilizó para resolver la situación fue llenar el recipiente hasta la mitad y unas pocas lo hicieron hasta la rosca, mientras que la mayoría de los niños lo hizo hasta la rosca y unos pocos lo hicieron hasta el inicio de las estrías verticales del recipiente. De ello se pudo establecer que la mayoría de los niños y niñas asignaron la capacidad como si fuera igual al contenido.

Al adicionar a la tarea una botella transparente de 650 ml (sellada), la mayoría de las niñas y niños ordenaron los recipientes por medio de la comparación de los niveles del contenido y de esta manera también establecieron la capacidad de los recipientes. Y algunos niños consideraron la información de la etiqueta como el contenido de la botella.

A partir de la botella de 650ml sellada, se identificó que la mayoría de los niños y niñas reconocen que el valor numérico de la etiqueta representa el contenido de la botella.

En la actividad con los 4 recipientes (aceite, cerveza, gaseosa y jugo), la mayoría de niñas y niños se inclinó por escoger la botella de aceite argumentando que estaba llena hasta la rosca y unos pocos niños escogieron la botella de cerveza por considerar que a ese recipiente le cabía más contenido que a las otras botellas.

CAPACIDAD Y FORMA

Las niñas y los niños identificaron en los recipientes los tamaños, otros reconocen solo estrías y otros vieron tamaños, estría y formas.

En cuanto a determinar cómo varía la capacidad al cambiar la forma de los recipientes se estableció, que tanto las niñas como los niños coinciden en decir que si se incrementa el tamaño de los recipientes aumenta su contenido.

Con los recipientes cilíndricos rectos (grupo número 1), al ordenarlos según su capacidad, se observó que la mayoría de las niñas y los niños lo hicieron teniendo en cuenta el ancho y el largo de los recipientes. Unas pocas niñas lo hicieron teniendo en cuenta solo los tamaños.

Al verificar el orden propuesto para el grupo 1, se observó que la estrategia utilizada por las niñas y los niños fue el trasvasado de los líquidos de un recipiente a otro. Las niñas miden las alturas para establecer orden, otras trasvasan contenidos y ordenan a partir de los sobrantes, y otras agrupan de dos en dos para ordenar según faltantes.

La mayoría de los niños trasvasan contenidos y los ordenarlos a partir de los sobrantes. Algunos tomaron uno de los recipientes como patrón y los ordenaron a partir de los sobrantes. Tanto las niñas como los niños, en su mayoría, comprobaron en la verificación que el orden inicial propuestos fue el correcto.

El trabajo con los recipientes cilindros transparentes e irregulares (grupo número 2), permitió establecer que la mayoría de las niñas escogieron como el de mayor capacidad el más alto y el resto de los recipientes los ordenan según el ancho. Otras lo hicieron teniendo en cuenta el ancho y el largo de los recipientes

Los niños los ordenaron únicamente por los anchos, otros a partir de las estrías de los recipientes y otros escogieron como el de mayor capacidad el más alto y el resto de los recipientes los ordenan según el ancho.

Al verificar el orden propuesto para el grupo 2, se observó que la estrategia utilizada por los niños y las niñas fue el trasvasado de líquidos de un recipiente a otro. Se estableció que las niñas trasvasan contenidos y ordenaron a partir de los tamaños, otras trasvasan contenidos y ordenar a partir de los sobrantes o faltantes. Otras tomaron uno de los recipientes como patrón y los ordenaron a partir los niveles del contenido marcados en dicho recipiente.

La mayoría de los niños trasvasan contenidos y ordenaron a partir de los sobrantes, y otros tomaron el recipiente más pequeño como patrón y ordenaron según los niveles de contenido.

Las estrategias de agrupamiento en la verificación del orden para el grupo 2, se determinó que la mayoría de las niñas toman el primer recipiente como patrón y a partir de él ordenan los demás, y otras según el orden que inicialmente habían establecido, realizan comparaciones con el contenido del recipiente patrón.

Algunos niños toman el primer recipiente como patrón y a partir de él ordenan los demás, otros compararon los dos más grande, los dos más pequeños y luego los dos

recipientes intermedios. Otros compararon los contenidos de los recipientes según el orden que inicialmente habían establecido.

Se observó que a la mayoría de las niñas y niños no ordenaron correctamente el grupo 2 y que les pareció más fácil ordenar el grupo 1, argumentando la notoria diferencia de tamaños y otros porque sus formas eran muy parecida y algunos niños expresaron que el material facilito ordenarlos. Algunas niñas y niños que escogieron el grupo 2 por considerarlos más fáciles de trasvasar y otros porque el orden planteado coincidió con el orden obtenido en la experimentación.

CAPACIDAD Y ESPESOR

Al seleccionar el recipiente de mayor capacidad, las niñas escogieron el recipiente que para ellas era el más grande, otras escogieron el más ancho y otras el recipiente más largo y ancho.

En su mayoría los niños escogieron el recipiente que para ellos era el más pesado y algunos escogieron el recipiente más grande.

Las estrategias que utilizaron para determinar el recipiente con mayor capacidad, las niñas en su mayoría midieron contornos, alturas y diámetros de los recipientes y otras alinearon los recipientes para compararlos.

Los niños midieron los contornos, alturas y diámetros, otros alinearon los recipientes para compararlos y otros levantaron cada uno de los recipientes para ordenarlos según su peso.

Al verificar si el orden establecido para los 4 recipientes de madera era el indicado, se identificó que la mayoría de las niñas trasvasan contenidos y ordenan a partir de los sobrantes, unas pocas además midieron la profundad del orificio y otras no hacen ninguna prueba. La mayoría de los niños trasvasan contenidos y ordenan a partir de los sobrantes, y unos pocos midieron la profundad del orificio.

Al pedir a los niños cómo hacer para que un recipiente de menor capacidad sea de mayor capacidad, la mayaría de los niños consideran que a mayor diámetro mayor capacidad y unos pocos no respondieron la pregunta, en cuanto a las niñas, la mayoría no respondió la pregunta.

TRANSFORMACIONES

La relación que se estableció en la mayoría de las niñas, para resolver la situación fue el de comparar los tamaños de los recipientes, otras compararon la altura de la botella con el ancho de las ollas y otras establecieron la relación entre la altura de la botella con el largo y el ancho de las ollas.

Los niños compararon los tamaños de los recipientes, otros compararon los anchos de los recipientes y otros establecieron la relacionar entre la altura de la botella con el largo y el ancho de las ollas.

Al compararla olla más pequeña con la botella, la mayoría de las niñas relacionaron el contenido de la olla grande con la botella, para calcular el nivel de contenido de la olla pequeña con la botella y otras llenaron las ollas y las sopesaron en la mano.

Los niños llenaron la botella hasta la primera estría horizontal, otros compararon la medida del contorno de la olla con el largo de la botella y también compararon la medida del contorno de la botella con el largo de la olla, y otros compararon la medida del diámetro de la olla con la altura de la botella.

5.2 Estrategias

Vergnaud (1990), agrupa en un mismo campo conceptual las magnitudes espaciales, longitud, superficie y volumen, argumentado que su tratamiento requiere, en los tres casos, conceptualizaciones tanto de orden geométrico como de las estructuras aditivas y las estructuras multiplicativas.

Teniendo en cuenta este planteamiento y basándonos en las experiencias con las situaciones problema, para este trabajo se definió el campo conceptual de las

estructuras de capacidad, como el conjunto de situaciones que requieren de recipientes, el volumen, la contenencia y la relación entre ellas.

En las situaciones problema planteadas se determinó en su solución la emergencia de estrategias, de las cuales se pudo identificar invariantes en sus planteamientos, como también las relaciones que se establecen con el volumen, las características de los recipientes y la contenencia, elementos que se ajustan al campo conceptual definido.

Las soluciones planteadas para las situaciones fueron denominadas *estrategias*, las cuales se consideran según Inhelder (1978) como:

> Toda secuencia de procedimientos[14], susceptibles de ser repetidos y transferidos a otras situaciones, que constituyen los medios para alcanzar el fin hacia el que tiende el sujeto. (pág. 7)

Las nociones de medio y fin son relativas, porque en algunas ocasiones el medio puede convertirse en fin y viceversa. Además, el autor agrega que "no es el fin como tal que actúa causalmente sobre los medios, sino más bien la representación actual del fin junto con la conciencia de las necesidades que deben ser satisfecha para su consecución" (pág. 7).

Desde la perspectiva psicológica el estudio de las estrategias se centran en determinar sus condiciones de éxito, lo cual indica según Inhelder (1978) en "precisar los ajutamientos progresivos de los medio al fin y en analizar su formación"(pág 7).

El análisis de las estrategias se centran en reconocer los sucesivos descubrimientos del sujeto y las razones de sus modificaciones. Por tanto al establecer condiciones previas en las situaciones problema y al determinar la estrategia desde la mira del experto (sujeto epistémico) se pueden establecer relaciones, diferencias, grados de complejidad con las estrategias planteadas por el niño (sujeto psicológico).

[14] Los procedimientos son un desarrollo de acciones que se desencadenan y están orientados para un fin. Son por tanto secuencias finalizadas de acciones.

Para este análisis se debe tener presente tres problemas a saber:

- La distinción entre dos órdenes de procedimiento: un orden productivo (una acción de un sujeto produce un efecto como resultado) y orden precursivo o teleonómico (el fin hay una serie de anticipaciones, la intensión).
- Las relaciones existentes entre los procedimientos utilizados y los sistemas subyacentes de interpretación que el niño atribuye a cada una de las acciones.
- La necesidad de explicar en cada situación el juego de significaciones (o representaciones significantes) que el niño perece atribuir por una parte del medio al fin y por otra a sus propias acciones e intervenciones. (Inhelder, 1978, pág. 8)

En la aplicación de las situaciones problema se identificaron estrategias, de diversos grados de complejidad[15], utilizadas por los niños; la de "multiplicación de las relaciones largo por ancho" (Piaget & Szeminska, 1967, pág. 283), aplicada en la cuarta situación problema, resulto ser una de las de mayor complejidad.

Otras no tan complejas, como por ejemplo ordenar los recipientes solo a partir del tamaño, es a lo que Piaget &Szeminska (1967) consideran como la primera forma de ordenar; es de anotar que cuando el niño se guía solo por el tamaño puede generar juicios errados.

Con respecto a las relaciones establecidas en las situaciones problema se identificaron 23estrategias y 90subestrategias, las cuales fueron organizadas según el grado de complejidad y clasificadas a partir de las relaciones: capacidad–contenido, capacidad–forma, capacidad–espesor y transformaciones (ver anexo 11).

[15] Entendemos por grado complejidad de una estrategia, el incremento del conjunto de procedimientos y operaciones que en ella participan, así como las relaciones que entre ellos se producen.

5.2.1 Estrategias de la ambientación

En la ambientación la estrategia general utilizada por las niñas y los niños fue, el *de asignar el contendido como capacidad* y las subestrategias que aplicaron fueron:

1. Llenar hasta la mitad del tarro o muy cerca a ella.
2. Llenar hasta la estría del recipiente.

La primera subestrategia emergió a raíz del problema de la movilidad que los niños le asociaron al recipiente; lo cual indujo a pensar que ellos están más centrados en el contenido que en la capacidad.

La segunda subestrategias implicó el reconocimiento de la información que daba la estría para establecer hasta donde debería ser llenado el recipiente. Es de anotar, que la estría estaba cerca al borde y aunque, se podría pensar que esta subestrategia se acerca más al concepto de capacidad, en realidad siguen ligados al contenido.

5.2.2 Estrategias de capacidad y contenido

En cuanto a la primera situación que establecía la relación capacidad y contenido, se consideraron dos momentos, en los cuales las niñas y los niños, estuvieron expuestos a dos grupos de recipientes con características que permitieron reconocer dicha relación. Se identificó lo siguiente:

Momento uno

Cuando compararon dos recipientes con iguales características, pero uno de ellos sellado, se identificó que las niñas y los niños *asignan el contendido como capacidad* y los que más se cercano al concepto de capacidad fueron aquellos que consideraron *la capacidad del recipiente como el máximo contenido*. Las subestrategias que aplicaron fueron:

1. Llenar hasta aproximadamente la mitad del recipiente.
2. Llenar hasta la etiqueta del recipiente.

3. Llenar hasta el inicio de las estrías verticales del recipiente.
4. Llenar hasta la rosca del recipiente.

Figura 10. Recipiente lleno hasta la mitad

La subestrategia 1 surge del problema de la movilidad que los niños le asocian al recipiente. Las subestrategia 2 y 3 indican el reconocimiento de la información que tanto la etiqueta como las estrías dan, en cuanto a determinar hasta donde debía ser llenado el recipiente.

Se puede por consiguiente concluir, que en las subestrategias 1, 2 y 3 las acciones de los niños están centradas más en el contenido que en la capacidad.

La subestrategia 4 implica, el reconocimiento de la rosca, como aquella que marca el límite hasta donde debe ser llenado el recipiente. La rosca, por tanto, se convierte en el referente de toda botella para establecer el máximo límite de llenado.

Si las anteriores subestrategias se relacionan con la definición de capacidad, se puede observar que en las niñas y los niños se tiene muy presente el contenido y no la capacidad. De lo cual se puedo concluir que aun no ha emergido el concepto de capacidad en los niños.

Por otra parte, se estableció que los niños *ordenan los recipientes, a partir de la comparación que hacen entre contenidos*. De ello se estableció que el criterio para realizar comparaciones es el contenido y no la capacidad.

Momento dos

En cuanto al trabajo con 4 botellas de diferentes formas y etiquetadas, se estableció quelas niñas y los niños *asignan el valor numérico de la etiqueta al contenido del recipiente,* consideraron que al recipiente le cabe más de lo que la etiqueta marca. Estableciendo con ello una diferencia entre el contenido y la capacidad de contenencia del recipiente.

Al determinar, de los 4 recipientes cuál era de mayor capacidad, se identifico que el establecimiento del *límite de la capacidad del recipiente se base en sus características físicas*. Se reconoce, las siguientes subestrategias:

1. Escoger la botella de cerveza porque es la que le cabe más.
2. Escoger la botella de aceite porque el nivel de la rosca le determina la capacidad.
3. Escoger la botella de aceite, aunque reconoce que se debe llenar hasta límite superior del tarro.
4. No escoger ningún recipiente, porque ninguno de ellos se ven totalmente llenos.

La subestrategia 1 implicó, la relación fuerte que los niños tienen con respeto al tamaño. En este caso, se observó la relación que ellos establecen entre el tamaño y el contenido, es decir, consideran que a mayor tamaño mayor contenido. En esta relación no se tiene en cuenta en forma directa del concepto de capacidad.

Figura 11. Seleccionar la botella de aceite cómo la más llena

La subestrategia 2 implicó, el reconocimiento de la rosca como aquella que marca el límite hasta donde debe ser llenado del recipiente. La rosca, por tanto, se convierte en el referente de toda botella para establecer el máximo límite de llenado.

La subestrategia 3 implicó el identificar la rosca como máximo límite, aunque reconoce que el recipiente puede contener más líquido. En esta parte, hay un acercamiento al concepto de capacidad, pero la rosca sigue siendo un referente fuerte para establecer el máximo llenado del recipiente.

Y la subestrategia 4, es la que más acerca al concepto de capacidad, considerando la capacidad como el máximo límite superior del recipiente.

5.2.3 Estrategias de capacidad y forma

En cuanto a la segunda situación que implicaba la relación entre la capacidad y forma, se establecieron cuatro momentos, en los cuales las niñas y los niños, estuvieron expuestos a 3grupos de recipientes, cuyas características permitían el reconocimiento de la variable forma. Se identificó lo siguiente:

Momento uno

Al trabajar con 4 botellas de diferentes formas con sus respectivas etiquetas, se identificó que las niñas y los niños *establecen diferencias en cuanto a la forma de los recipientes*. Las subestrategias que aplicaron fueron las siguientes:

1. Identificar tamaños en las botellas.
2. Identificar tamaños y tipos de sustancia en las botellas.
3. Identificar tamaños y ancho en las botellas.
4. Identificar las estrías.
5. Identificar estrías y formas de las botellas.
6. Identificar tamaños, anchos, estrías y formas en las botellas.
7. Identificar tamaños, anchos, estrías, formas y tipos de sustancia en las botellas.

En la subestrategia 1, se reconoció el tamaño como única variable que los niños tienen en cuenta al describir la forma de los recipientes. Según Piaget & Szeminska (1967) "el tamaño es la primera variable intuitiva que reconocen los niños al realizar comparaciones y tiene mayor presencia en los primeros años de escolaridad" (págs. 282-283).

La subestrategia 2 incluyó como característica del recipiente el tipo de sustancia. Se puedo establecer que aparte del tamaño lo más notorio era la sustancia posiblemente porque tenían vistosos colores.

La subestrategia 3 reconoce no solo el tamaño sino también el ancho. Esto es un avance en cuanto a la percepción de las características de un recipiente, ya que se aleja del tamaño para detallar otros elementos.

Las subestrategias 4 y 5 incluyen las estrías como característica de los recipientes, esto se debe a que los niños reconocen que las hendiduras afectan el contenido de los recipientes, puesto que ellas les roban espacios a los recipientes.

Con respecto a las estrías se observó que los niños intenta rellenarlas para obtener mentalmente un recipiente cilíndrico recto uniforme, porque que así es más fácil de comparar.

La subestrategia 7 se hace una revisión completa de las características del recipiente, donde no solo se tiene presente las características externas, sino también las internas.

En todas las situaciones problemas presentadas hasta el momento los niños despreciaron el espesor, posiblemente porque los recipientes tuvieron un espesor muy pequeño.

Por otra parte, las niñas y los niños reconocen que *el variar la forma implica aumento en su contenido*. Y las subestrategias propuestas fueron:

1. Aumentar el contenido variando el tamaño.
2. Aumentar el contenido variando la altura y ancho.

En la subestrategia 1 se estableció la relación fuerte que los niños tienen con respecto al tamaño, reconociéndolo como único elemento de ser considerara al determinar la forma de los recipientes. En este caso los niños reconocieron que el aumento de contenido seda si se varía el tamaño.

La subestrategia 2 permitió el reconocimiento de las variables largo y ancho al considerar la forma. Estableciéndose que no solo al variar el tamaño se varia el contenido, sino también se logra cuando se variar el ancho.

Momento dos

El trabajar con los recipientes denominados grupo1 (cilíndricos rectos regulares) se identificó que las niñas y los niños *asocian la capacidad con las características que conoce de los recipientes y con respecto a dichas características establece orden entre ellos*. Las subestrategias que utilizaron fueron:

1. Ordena a partir de los tamaños.

2. Ordenar primero el más ancho y el resto según su altura.
3. Ordenara a partir del ancho y el largo de los recipientes.

Figura 12. Ordenar el grupo 1 a partir de los tamaños

La subestrategia 1 implicó la relación fuerte que los niños tienen con respeto al tamaño, reconociéndolo como único elemento de referencia para establecer orden.

Al respecto, Chamorro (2003) plantea que en los niños entre los 5 y 6 años, es predominante la percepción visual de la altura sobre la cantidad de líquidos cuando establecen comparaciones. Se observa, por tanto, que esta actitud se mantiene en este grupo de niños, cuyos rangos de edades están entre los 11 y 12 años.

En la subestrategia 2 se evidenció el conflicto que los niños experimentaron al intentar ordenar según el tamaño, un recipiente cuyo ancho es muy notorio. Por tanto, deciden ubicarlo de primero para mantener la estrategia del tamaño con el resto de los recipientes.

La subestrategia 3 implicó el tener en cuenta al ordenar, tanto el largo como el ancho de los recipientes. Para establecer orden tiene presente otras características del recipiente como es el caso del ancho y considera que tener solo el tamaño como referencia de orden le puede llevar a cometer errores.

Con respecto a las subestrategias utilizadas para la verificación del orden propuesto en los recipientes, se estableció:

1. Agrupar de dos en dos y ordenar según el peso.
2. Medir alturas para establecer orden.
3. Trasvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes.
4. Tomar un tarro de referencia y ordenar a partir de los sobrantes.
5. Tomar un recipiente patrón (la pipeta), para ordenar los recipientes según sobrantes.
6. Agrupar de dos en dos y ordenar según faltantes.
7. Medir con la pipeta la capacidad de los recipientes y ordenarlos.

La subestrategia 1, determinó la relación que los niños establecieron entre el peso y la capacidad. Según Godino, Batanero, & Roa (2004) "en los alumnos de primaria, el volumen de un cuerpo lo relacionan con su peso" (pág. 674). Por lo tanto, se pudo reconocer que la estrategia giró en torno a la idea intuitiva de volumen y no de capacidad.

La subestrategia 2 implicó el reconocimiento del tamaño como elemento de mayor referencia para establecer orden.

La subestrategia 3 se base en el principio de la conservación. Chamorro (2005) considera que "en la capacidad se dispone de un procedimiento de comparación directa muy elemental: el trasvasado de líquidos entre recipientes" (pág. 334). Para los niños el proceso de trasvasado le permitió ordenar los recipientes y a partir de sobrantes pudo determinar dicho orden.

La subestrategia 4 mantiene la estrategia del trasvasado, solo que ahora deja un recipiente fijo, considerado patrón. Utilizaron como intermediario uno de los recipientes, con el cual ordenaron a partir de los sobrantes.

Es de anotar, que en algunos casos se tuvo conflicto cuando se presentaban faltantes, porque el niño no podía establecer el orden. A este respecto, Vergnaud (1990) lo denomina como la dificultad en la reversibilidad de las operaciones, es decir, el niño comprende la suma pero tiene dificultad con la resta, ya que no la reconoce como su operación inversa. En este caso en particular, el niño puede ordenar a partir de sobrantes, pero se le dificulta hacerlo con los faltantes, por tanto no reconoce los faltantes como operación inversa de los sobrantes.

La subestrategia 5 es similar a la anterior, solo que esta vez utilizan un recipiente externo al grupo de trabajo, como es la pipeta, pero no es empleada como instrumento de medida, si no que la usan para marcar los niveles de contenido de cada recipiente y así establecer orden.

Este caso, Chamorro (2005) lo define como "comparación indirecta, es decir cuando se hace uso de un intermediario y generalmente incluye la utilización de un objeto más grande" (pág. 327).

La subestrategia 6 mantiene la estrategia del trasvasado, pero los ordenan a partir de faltantes. A diferencia de lo que plantea Vergnaud (1990) en este caso los niños no tienen dificultad en identificar la reversibilidad de los sobrantes.

La subestrategia 7 implica, lo que Lineamientos Curriculares (MEN M. E., 1998) denominan como la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, con el ingreso de la asignación numérica. En el proceso de medición esta fase es una de las últimas que se desarrollan en el niño e incluye un acercamiento a su formalización.

Momento tres

El trabajar con los recipientes denominados grupo2 (cilíndricos irregulares) se identificó que las niñas y los niños *asocian características que conoce de los*

recipientes como la capacidad de estos y con respecto a dichas características establecen orden. Las subestrategias que utilizaron fueron:

1. Ordenar a partir de los tamaños de los recipientes.
2. Ordenar a partir de los anchos de los recipientes.
3. Ordenar a partir de las estrías que tienen los recipientes.
4. Ordenar el primer recipiente por el tamaño y el resto por los anchos.
5. Ordenar el primer recipiente por el ancho y el segundo por el tamaño, y el resto por los anchos.
6. Ordenar a partir del ancho y el largo de los recipientes.

Figura 13. Ordenar el grupo 2 a partir de los tamaños

La subestrategia 1 implicó la relación que los niños tienen con respeto al tamaño, reconociéndolo como el de mayor referencia para establecer orden.

Al respecto, Chamorro (2003) plantea que en los niños entre los 5 y 6 años es predominante la percepción visual de la altura sobre la cantidad de líquidos cuando establecen comparaciones.

La subestrategia 2 emergió porque se tienen recipientes cuyos anchos son muy notorios, obligando a los niños a alejarse del tamaño como elemento de referencia para ordenar.

La subestrategia 3 indicó el reconocimiento de la información que las estrías proporcionan no solo estableciendo el límite de llenado del recipiente si no como punto de referencia para establecer orden. Se observa que el orden lo determinan por los contenidos y no por su capacidad.

En la subestrategia 4 se evidencia el conflicto que los niños experimenta al intentar ordenar según el ancho, a un recipiente cuyo largo es muy notorio. Por tanto decidieron ubicarlo de primero para así poder mantener la estrategia del ancho con el resto de los recipientes.

En la subestrategia 5 se evidenció el conflicto que los niños experimentaron al intentar ordenar según los anchos a dos recipientes, uno muy largo y otro muy ancho. Ante tal conflicto decidieron ubicar de primero el más ancho y luego el más largo, para así mantener la estrategia del ancho con el resto de los recipientes.

La subestrategia 6 implicó el considerar tanto largo como el ancho de los recipientes a la hora de ordenar. Al establecer orden tuvieron presente otras características del recipiente como es el caso del ancho, ya que consideraron que tener solo el tamaño como referencia le llevó a cometer errores.

Las subestrategias utilizadas para verificar que el orden propuesto era el indicado, fueron las siguientes:

1. Agrupar de dos en dos y ordenar según el peso.
2. Trasvasar contenidos y ordena a partir de los tamaños.
3. Partir del recipiente más pequeño y ordenar los recipientes según nivel de contenido.
4. Partir de un recipiente patrón (la pipeta), para ordena los recipientes según sobrantes.
5. Trasvasar contenidos a partir del primer recipiente (patrón) y ordenar según faltantes.

6. Trasvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes.
7. Trasvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes y/o faltantes.
8. Medir con el recipiente patrón los niveles del contenido y ordenar los recipientes.

La subestrategia 1 establece la relación de orden a partir del peso. Para Piaget & Inhelder (1982) "el peso es la cualidad de lo que se aprieta en la mano o sobre cualquier parte del cuerpo cuando ejecuta la acción de llevar y de empujar" (pág. 73). Esto hicieron los niños al sopesar los recipientes en su mano para establecer orden.

En este caso, los niños consideran que si hay mayor peso es porque le cabe más, estableciendo relación entre el peso y el volumen, más no de capacidad.

Al respecto Godino, Batanero, & Roa (2004), establecieron que el volumen de un cuerpo, los niños lo relacionan con su peso. Por tanto se puede concluir que, la estrategia gira en torno a la idea intuitiva del volumen y no a la de capacidad.

En la subestrategia 2 aunque se trasvasa contenidos, mantiene la relación de la capacidad con el tamaño, reconociéndolo como elemento de referencia para establecer orden.

La subestrategia 3 mantiene la estrategia del trasvasado, solo que ahora deja el recipiente más pequeño fijo, considerado patrón, el cual le sirve para establecer orden según los niveles del contenido.

Piaget (citado en Chamorro, 2005) considera que en este tipo de situaciones, "se está aplicando la operatividad de la propiedad transitiva, es decir, que el niño es capaz de construir razonamiento como: si $a=b$ y $b=c$ entonces $a=c$, donde el elemento b es el intermediario en la comparación" (pág. 319).

La subestrategia 4 es similar a la anterior, solo que esta vez, se utiliza un recipiente externo al grupo de trabajo, como es la pipeta. Ella no es utilizada como instrumento de medida, sino que lo emplea para marcar los niveles de contenido para establecer

orden de los recipientes. Aunque, se observa un proceso de trasvasado, la forma de ordenarlos por contenidos induce a la relación estrecha que se tiene con el tamaño.

La subestrategia 5 mantiene la estrategia del trasvasado, solo que ahora deja un recipiente fijo, considerado patrón, el cual le sirve para establecer orden según esté recipiente, a partir de los faltantes. A diferencia de los que plantea por Vergnaud (1990), en este caso los niños no tienen dificultad en identificar la reversibilidad de los sobrantes

Las subestrategias 6 y 7 se basan en el principio de la conservación. Chamorro (2005) considera que "la capacidad dispone de un procedimiento de comparación directa muy elemental: el trasvasado de líquidos entre recipientes" (pág. 334). Por lo tanto, para el niño es más fácil hacer el trasvasado para ordenar los recipientes a partir de los sobrantes.

La subestrategia 8 implica, lo que Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) denominan como la selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos, con el ingreso de la asignación numérica.

Chamorro (2005) plantea que

> la relación entre la magnitud y el número incluye la construcción de unidades de medida, así como procesos de iteración y aproximación. Esta relación hace que no sólo sepamos qué cantidades de magnitudes es mayor que otra, sino que sepamos, también, cuánto mayor es. (pág. 318).

Adicionalmente las niñas y los niños establecieron *estrategias de comparación entre recipientes* que les facilitó el proceso de ordenar, de la siguiente forma:

1. Comparar los dos más grande y luego los dos más pequeños.
2. Tomar el primer recipiente y a partir de él ordenar los demás.

3. Comparar los dos más grande, los dos más pequeños y los dos recipientes intermedios.
4. Comparar según su orden uno a uno los contenidos.
5. Comparar según su orden uno a uno los contenidos con el recipiente patrón.

La subestrategia 1 muestra la estrecha relación que se tiene con el tamaño, al generar dos grupos: los más grandes y los más pequeños. Se desentiende del orden de los recipientes intermedios, asumiendo que de esta manera se obtiene el orden deseado.

En la subestrategia 2 el tamaño no es lo importante, las comparaciones con un recipiente (patrón) le genera múltiples secuencias que en la mayoría de los casos fueron muy largas. Fácilmente se perdían en las secuencias, ya que repetían comparaciones o no sabían qué relación establecer entre dos recipientes cuyo contenido era inferior al patrón.

La subestrategia 3 muestra la estrecha relación que se tiene con el tamaño, solo que a diferencia de la subestrategia 1 los recipientes intermedios son tenidos en cuenta para establecer un orden.

En la subestrategia 4 mantiene el orden que habían fijado previamente y a partir del proceso de trasvasado verificar si el orden es el correcto. Esta parte implicó la generación de secuencias, pero a diferencia de la subestrategia 2, fueron menos conflictivas y encontraron secuencias más ordenas para seguir.

En la subestrategia 5 el valor numérico que le asignaron al recipiente le permitió establecer el orden deseado.

Momento cuatro

La comparación que las niñas y los niños hace entre el grupo 1(cilindros regulares rectos) y el grupo 2 (cilindros irregulares) en cuanto a la facilidad para ordenar cada grupo, se identificó lo siguiente:

Un grupo de niños consideró que el *grupo 1 es más fácil de ordena*r y las subestrategias que utilizaron para justificar la escogencia, fueron:

1. Escoger el grupo que coincida con el resultado de la experimentación.
2. Comparar recipientes de igual material, facilita ordenarlos.
3. Comparar recipientes de tamaños diferentes, facilita ordenarlos.
4. Comparar recipientes de igual forma, facilita ordenarlos.
5. Comparar recipientes que sean fáciles de medir posibilita ordenarlos.

La subestrategia 1 implica que los niños se inclinan por el grupo cuya experimentación coinciden con la propuesta de orden inicial.

Se observó que a pesar de que la experimentación mostraba que su orden estaba errado, sus rostros expresaban inconformidad y en muchos casos resistencia. Se sentían, por tanto, obligados a repetían el proceso varias veces, para ver si así encontraba cambios o se ajustaba a lo que inicialmente habían propuesto.

Al respecto Inhelder (1978) plantea que "el sujeto construye una teoría para interpretar la regularidad de las respuestas positivas a sus acciones, dicha teoría sorprende por su persistencia ya que se resiste a los contraejemplos sucesivos de la observación" (pág. 13).

Las subestrategias 2, 3 y 4 implicaron la homogeneidad en los recipientes para ordenar, también dejó entrever la permanencia de la estrategia tamaños al establecer orden.

La subestrategia 5 evidencia la ventaja de asignar un valor numérico a la capacidad de los recipientes para establecer orden.

El grupo de niños que consideró que el *grupo 2 es más fácil de ordena*r, plantearon las subestrategias para justificar la escogencia:

1. Comparar recipientes de igual material, facilita ordenarlos porque se puede ver el nivel del contenido.
2. Facilidad para trasvasar.

En la estrategia 1 se evidencia la importancia que se le da a la variable contenido. El material de los recipientes facilitaba ver su contenido y por ende se podía ordenar mejor a partir de los niveles.

La estrategias 2 muestra como la forma de las botellas permitía hacer el trasvasado y así poder realizar las comparaciones necesarias.

En cuanto a la forma de los recipientes de los dos grupos se estableció que ella *permitía realizar con facilidad el trasvasado*, por consiguiente se podía establecer el ordenar de los mismos.

5.2.4 Estrategias de capacidad y espesor

En cuanto a la tercera situación que implicaba la relación entre la capacidad y el espesor, se establecieron dos momentos:

Momento uno

Al ordenar 4 recipientes con iguales dimensiones, pero boca abajo las estrategias utilizadas por las niñas y los niños fue el de *asociar características que conoce del recipiente al de capacidad*. Se determino las siguientes subestrategias:

1. Seleccionar el recipiente más grande.
2. Seleccionar el recipiente más pesado.
3. Seleccionar el recipiente más ancho.
4. Seleccionar el recipiente más largo y ancho.

La subestrategia 1 implicó la relación que los niños tienen con respeto al tamaño, reconociéndolo como único elemento de referencia para establecer orden.

La subestrategia 2 estableció el peso como elemento de referencia para establecer orden.

La subestrategia 3 ordena a partir del ancho. Pero como establece diferentes tamaños, concluye que esto no le sirve para organizar los recipientes.

La subestrategia 4 implicó el considerar tanto largo como el ancho al ordenar los recipientes.

La verificación que las niñas y niños hicieron en cuanto, a determinar cuál de los recipientes con iguales dimensiones era el de mayor capacidad, se obtuvo las siguientes subestrategias:

1. Alinear los recipientes para compararlos.
2. Levantar cada uno para establecer su peso.
3. Medir contornos, alturas y diámetros.

Figura 14. Alinear para comparar recipientes

En la subestrategia 1 se evidencia la fuerte relación que se tiene con el tamaño. Piaget & Szeminska (1967) plantean que “lo más intuitivo en los niños, al comparar recipientes es alinearlo y así establecer el de mayor tamaño” (págs. 282-283). La

relación que se establece en este caso es que a mayor tamaño, mayor contenido. Esta acción refleja que el niño está pesando en el contenido y no en la capacidad.

Además, Piaget &Szeminska (1967) aseguran que durante una primera etapa el niño no conoce ni la conservación ni la composición. Las relaciones que en primera instancia perciben son: más o menos grandes, pequeño, alto bajo, ancho o estrecho, etc. Las cuales cambian paralelamente a cada trasvasamiento, pero no se coordina todavía entre sí, ni operatoriamente ni, por supuesto, intuitivamente.

En la subestrategia 2 muestra el peso como referencia para establecer orden, de lo cual se podría pensar que se estable relación entre el volumen y la capacidad, pero en el fondo lo que se está estableciendo es la relación peso con contenido, al considerar que a mayor peso mayor contenido.

La subestrategia 3 implicó la introducción de valores numéricos para establecer orden.

Momento dos

Al ordenar 4 recipientes con iguales dimensiones, pero con diferente espesor, las estrategias utilizadas por las niñas y los niños fue, el de *relacionar el espesor con la capacidad*. Las subestrategias que se utilizaron fueron las siguientes:

1. Establecer relación entre diámetro y profundidad, a menor diámetro mayor profundidad.

2. Establecer que a mayor espesor más peso.

3. Ordenar a partir del diámetro del orificio.

La subestrategia 1 evidencia el problema que los niños tienen al establecer la profundad de un recipiente con diámetro pequeño. En tal situación, al no poder establecer el nivel de la profundidad, deciden relacionarlo con el diámetro, es decir, considera que a menor diámetro se tiene mayor profundad.

Se podría pensar que la dificultad para percibir la profundidad, nos encamina a un problema con el concepto de volumen, concepto que aun no parce estar estructurado.

La subestrategia 2 surge por la imposibilidad de ordenara partir de los tamaños, es por ello que deciden hacerlo según el peso.

En este caso los niños pretenden mantener la estrategia peso para realizar todas las tareas, estableciendo la relación entre el peso y el espesor. Consideran, por tanto, que a mayor peso se tiene mayor espesor.

La subestrategia 3 permite evidenciar la relación del espesor con la capacidad, para establecer orden en los recipientes.

La verificación del orden que las niñas y niños hicieron, en cuanto a determinar el orden de los recipientes con iguales dimensiones, pero con diferente espesor, se obtuvo las siguientes subestrategias:

1. Llenar con agua los recipientes y pesarlos.
2. Establecer que a mayor espesor mayor peso.
3. Trasvasar contenidos, ordenar a partir de los sobrantes y medir la profundad del orificio.
4. No realizar ninguna verificación.

En la subestrategia 1se muestra el peso como referencia para establecer orden, lo cual implica una relación del peso con el contenido, es decir, que considera que a mayor peso más contenido.

En la subestrategia 2 se evidencia la relación que establecen entre el espesor y el peso para determinar orden.

La subestrategia 3 utiliza el trasvasado como elemento de comparación y ordena a partir de los sobrantes. La técnica de trasvasado la mantiene ya que es un

procedimiento de gran información para hacer comparaciones. Ante la dificultad de establecer, a simple vista, la profundidad decide medirla para tener una idea de lo que pasa con esos recipientes.

La estrategia 4, se presenta porque los recipientes se presentaron de tal forma que las diferencias de diámetros eran muy notorios, por ello, no se hizo necesario, para este caso realizar la experimentación.

Las niñas y los niños establecieron que al v*ariar el espesor necesariamente se varía la capacidad* y la subestrategia que utilizaron fue el incorporarla siguiente relación: a mayor diámetro del orificio del recipiente se tiene mayor capacidad.

5.2.5 Estrategias de transformaciones

La cuarta situación denominada transformaciones, se realizó en dos momentos, en los cuales las niñas y los niños, estuvieron trabajando con los mismos recipientes, solo que para cada momento se estableció una transformación distinta. Se identificó lo siguiente:

Momento uno

Al establecer entre dos ollas de diferentes capacidades la olla que tiene la misma capacidad de la botella, las niñas y los niños se inclinaron por la c*omparación del contenido de la botella con el de las ollas.* Aplicaron las siguientes subestrategias:

1. Comparar tamaños de los recipientes.
2. Comparar los anchos de los recipientes.
3. Comparar la altura de la botella con la profundidad de las ollas.
4. Comparar la altura de la botella con el ancho de las ollas.
5. Comparar la altura de la botella con la medida del contorno de las ollas.
6. Relacionarla altura de la botella con el largo y el ancho de las ollas.

Las subestrategias 1 y 2 mantuvieron el vínculo con el tamaño, y a veces con el ancho, para hacer comparaciones, es decir, si la botella es grande escoge la olla que sea grande.

Piaget & Szeminska (1967) considera que "la primera forma para establecer comparciones es por la percepción, es decir, lo visual, lo tactil entre otras" (pág. 283). Por tanto el tamaño es de gran percepción visual y es por ello es el más utilizado para establecer orden.

En estas subestrategias no se planteó ninguna transformación y generalmente lo lleva a cometer errores.

La subestrategia 3 implicó la relación: a mayor altura de la botella mayor profundada de la olla. Se evidenció en esta acción que los niños siguen ligados al tamaño y es por ello que intenta establecer una relación que le permita justificar su escogencia.

La subestrategia 4 se estableció la relación de igualdad entre la altura y el ancho, es decir, buscó el recipiente cuyo ancho coincida con la altura de la botella. Este tipo de situación lo llevo a determinar que no se puede obtener la igualdad deseada y buscó aproximaciones.

Figura 15. Comparar la altura de la botella con el contorno de la olla

La subestrategia 5 estableció la relación de igualdad de medidas entre la altura y el contorno de la olla, es decir, buscó el recipiente cuya medida del contorno coincida con la altura de la botella. Al igual que la subestrategia anterior, esta igualdad no se puede obtener y se inclina por una aproximación.

La subestrategia 6 implica lo que Piaget (1967) llama el principio de conservación, es decir, "multiplicación de la relaciones ancho por alto donde el contenido en un recipiente bajo y ancho, vertido en otro alto y estrecho conserva su cantidad" (pág. 283).

Momento dos

Al comparar la olla más pequeña con la botella y al pedirle que determinará hasta donde debía ser llanada la botella, para que su contenido fuera igual a la capacidad de la olla, se estableció que las niñas y los niños *comparan el nivel de contenido de la olla menor en la botella*. Aplicaron por consiguiente las siguientes subestrategias

1. Llenarlos y pesarlos.
2. Identificar que a la olla le cabe menos que a la botella.
3. Comparar tamaño de los recipientes.
4. Llenar la botella hasta la mitad.
5. Señalar más abajo del borde de la botella.
6. Llenar la botella hasta la primera estría horizontal.
7. Determinar que a la botella le cabe más que a la olla por el sobrante.
8. Relacionar la altura de la botella con la altura de la olla.
9. Relacionar el contenido de la olla grande con la botella para calcular el nivel de contenido de la olla pequeña en la botella.
10. Comparar la medida del contorno de la olla con el largo de la botella y comparar medida del contorno de la botella con el largo de la olla.
11. Comparar la medida del diámetro de la olla con la altura de la botella.

En la subestrategia 1 se estableció orden a partir de la comparación de los pesos, en este caso se relaciona el peso con el contenido, pero no se tiene en cuenta la capacidad.

Las subestrategias 2, 3, 4, 5, 6, establecieron relación de contenencia, pero desde un punto de vista perceptivos, es decir considera que como a la olla le cabe menos que a la botella esta no debe ser llenada completamente. Hace un estimativo a partir del tamaño, ya sea llenándolo hasta la mitad o hasta la estría. En estas subestrategias no se evidenció ninguna transformación y generalmente ellas lo conducen a cometer errores.

La subestrategia 7 realizó un análisis inverso de las anteriores estrategias, al determinar que es a la botella a la que le cabe más, guiándose por los sobrantes. Recuerda lo hecho en el momento uno y a partir de esa comparación, establecer una aproximación de llenado.

En la subestrategia 8 se estableció la relación de igualdad entre las alturas de los recipientes, es decir, llenar la botella hasta donde se marca la altura de la olla. Esta situación implicó establecer relación entre la altura y la capacidad.

La subestrategia 9 se basa en lo hecho en el momento uno y estable una proporción entre la olla grande y pequeña para luego relacionar los niveles de contenido en la botella.

La subestrategia 10 establece la relación de igualdad de medidas entre el largo de la botella y el contorno de la olla, y como no coinciden estas medidas plantea igualdad de medidas entre el largo de la olla y el contorno de la botella. Con estos dos juegos de relaciones, toma decisiones en cuanto a la comparación de los recipientes.

La subestrategia 11 implica lo que Piaget (1967) llama el principio de conservación, es decir, multiplicación de la relaciones ancho por alto.

En térmios generales se observa que la tarea fue compleja y por ende, permitió aflorar una gran cantidad de estrategias, se podia decir que fueron muy pocas las invariantes que se observaraon en cuanto a la utilización de subestrategias.

5.3 Invariantes de las estrategias

Según Vergnaud (1990) "concepto en acto" y "teorema en acto" designan los conocimientos contenidos en los esquemas del sujeto. También se pueden denominar por la expresión más global de invariante operatorio. En este caso se evidenció algunos conceptos y teoremas en acto tales como:

- En el proceso de comparación de recipientes para ordenar, se aplicó la operatividad de la propiedad transitiva, es decir que las construcción del siguiente razonamiento: "si $a=b$ y $b=c$ entonces $a=c$". Donde el elemento b es el intermediario en la comparación.
- En las transformaciones al tener el contenido en un recipiente bajo y ancho y altrasvasarlo en uno alto y estrecho.Si se establece que la cantidad de líquido se conserva, se evidencia la aplicación del *principio de conservación*, al comprender la coordinación de las relaciones inversas, es decir,la multiplicación de la relaciones ancho por alto.
- Al ordenar a partir de los faltantes se aplicó la reversibilidad de las operaciones, es decir, cuando se evidencia la reciprocidad de la adición y de la sustracción como operaciones unarias. En este caso ordenar por sobrantes es sencillo y su compresión le permite hacer la operación reversible como es ordenar por faltantes.

Además, se identificó estrategias que siempre estuvieron presentes independientes de las situaciones planteadas como son:

- Las niñas y los niños utilizaron el tamaño como elemento de referencia para establecer orden. Pero en este caso, se realizó la relación entre el tamaño y el contenido, es decir, a mayor tamaño se tiene mayor contenido. Este razonamiento

deja entre ver que sus estrategias no están centradas en la capacidad, posiblemente porque aún no está construido este concepto.

- Utilizaron características de los recipientes como las estrías, la altura y el ancho para determinar hasta donde se puede llenar los recipientes, lo cual hace pensar que establecen relación con el contenido y no con la capacidad.
- Reconocen que el valor numérico de las etiquetas corresponde al contenido y establecen que dichos valores son inferiores a la contenencia del recipiente, ya que a los recipientes les cabe más de lo que la etiqueta marca.
- Aunque el tamaño es una variable muy fuerte para el niño, esté considera otras características a los recipientes como son las estrías, el ancho y el tipo de sustancias. Y establece que la forma de los recipientes, está relacionada con capacidad.
- El tamaño se toma como elemento de referencia para ordenar. En caso de que existan recipientes que no se ajusten a esta estrategia lo dejan de primero, con el objetivo de eliminan el problema y mantener la estrategia tamaño.
- El tener recipientes con formas similares, pero con alturas distintas facilita ordenarlo, porque se mantiene la estrategia del tamaño. Aun cuando se tuvo recipientes de diferentes formas, siempre se buscaron encontrar regularidad en su forma para mantener la estrategia tamaño.
- Para realizar comparaciones utilizan el trasvasado de líquidos.
- Los niños que toman como estrategia el peso lo utilizaron para resolver todas las situaciones planteas. En este caso se identificó la relación que ellos establecen entre el contenido y el peso, estableciendo que a mayor peso se tiene mayor contenido.
- Aunque la experimentación le mostraba que sus estrategias estaban erradas, el niño persistía en mantener dicha estrategia.

CAPITULO 6. COMENTARIOS ACERCA DE POSIBLES INFLUENCIAS SOCIOCULTURALES EN EL DESARROLLO DE LAS ESTRATEGIAS

Aunque el análisis de las estrategias desarrolladas por los alumnos, se hizo desde la perspectiva cognitivista, reconociendo invariantes, teoremas y conceptos en acto, también se observó un conjunto de características en el desempeño de los niños, que según la propuesta de Fleck (1930 citado por Vettorato, 2009) podría entenderse como

> la no neutralidad del sujeto del conocimiento y la no neutralidad del propio conocimiento, debido a que las interacciones entre el sujetos que conoce y el objeto a ser conocido son mediados por prácticas y conocimientos históricos compartidos, denominados como *estilos de pensamiento* (pág. 259).

Para el autor "un estilo de pensamiento se puede transformar bajo determinadas circunstancias, formando un modo específico de identificar, formular y solucionar problemas originados de la interacción de un determinado colectivo y del sujeto en particular, al cual él pertenece" (pág. 259).

En las situaciones problema que se les presentaron a las niñas y niños se identificaron diversas acciones que variaron en función del género y del grupo poblacional al que pertenecían. Esto llevó a reflexionar acerca de una posible influencia sociocultural que se presentaba en las acciones de las niñas y niños cada vez que resolvían las situaciones problema, o en otras palabras, en relación con la construcción del concepto de capacidad.

La verificación de esta posible influencia sociocultural exige un trabajo desde la perspectiva etnomatemática, cuyo desarrollo requiere de un análisis detallado de los diferentes contextos donde se encuentran inmersos los niños y de las diferentes prácticas que dan sentido y significado al concepto de capacidad.

La aproximación teórica que desde la perspectiva etnomatemática desarrollamos en este trabajo, mostró no ser suficiente para esta verificación, dado que no se contó con una aproximación al contexto sociocultural de los alumnos, sino que se alcanzó solamente el aspecto escolar, motivo por el cual las afirmaciones no resultan con la contundencia deseada, pero si con un carácter indiscutible de evidencias para ser tenidas en cuenta en el diseño metodológico de futuras investigaciones en esta dirección.

La descripción que a continuación se presenta, parte de la perspectiva del género, considerando en cada grupo diferencias y similitudes entre las estrategias desarrolladas por las niñas y los niños, y señalando la influencia sociocultural en la solución de las situaciones problema.

6.1 Grupo de campesinos

Figura 16. Niño campesino

Cuando se presentó la ambientación, se observó que las niñas se preocuparon por llenar el recipiente, la razón que motivo esta acción, se argumentó en el hecho de que son ellas las encargadas, en sus casas, de llenar de agua los recipientes desde las fuentes. Un ejemplo de estas acciones son las respuestas de la siguiente niña:

Investigadora (I): *¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?*
Viviana (V): *Hasta por aquí (señala muy cerca del borde)*

I: *¿Cómo sabes que hasta allí debe ser?*
V: *Porque es por aquí, yo siempre lo haga hasta ahí.*

En este trabajo se encontró que los niños no llenan el tarro porque se interesan en la movilidad del recipiente, debido a que son ellos los encargados del transporte del agua y, por tanto, para evitar derrame del líquido tienen que disminuir su contenido. Esto se pudo observar en algunas respuestas que los niños dieron:

I: *¿Cuándo lo llenas completamente?*
Carlos: *Cuando tengo que hacer algo, llevármela, la lleno todito, pero a veces no porque cuando la cargo se me riega*.

Esta situación se presenta porque en la región se tienen problemas para obtener agua y los recipientes son utilizados para transpórtala desde los aljibes y nacimientos de agua hasta sus casas.

Skovsmose (2009, pág. 103) plantea que el maestro no solo se debe centrar en las situaciones prototípicas, sino que debe tener presente las particularidades del medio. Y en este caso, se observa cómo la problemática del agua que tiene la región podría estar influyendo en las acciones de los niños campesinos, dándole una lógica particular en su proceder.

Al llenar recipientes, como botellas de gaseosa, las niñas se interesan en su mayoría en hacerlo hasta la rosca y establecen comparación de los recipientes a partir de los contenidos. Esta situación se observó en casos como el siguiente:

I: *¿conoces estos recipientes?*
Viviana: *si, los veo en la casa, a este (señala la botella de gaseosa) le echan café para papá*.

Se pudo inferir que en su cotidianidad, utilizan estos recipientes para transportar líquidos que les permitirá hidratarse en las largas jornadas del campo. Es por ello que deben llenar los recipientes hasta el punto que consideren no se derramara su

contenido cuando se tape y la marca que les sirve para cumplir con este objetivo, es la rosca.

D´Ambrosio, citado por Ribeiro E., De Souza H(2004), afirma que "cada individuo lleva consigo raíces culturales que vienen de su casa y desde que nace; aprende de sus padres, de sus amigos, la vecina y la comunidad entre otros*"* (pág. 237). Por consiguiente las acciones que desarrollan en su cotidianidad, las refleja en el aula de clase, esto, en particular, se observó en la solución de las situaciones problema.

En cuanto a los niños se estableció que, al llenar recipientes como botellas de gaseosa, lo hacen a diferentes niveles y establecen comparación de los recipientes a partir de los contenidos. Como son las niña las encargadas de trasvasar los líquidos y sellar los recipientes, y los niños los encargados de transportarlos, los varones no tienen muy presente, el establecer un nivel específico y por ello presentan una multiplicidad de acciones, al tener que establecer hasta donde se pueden llenar este tipo de recipientes.

Al presentarles a las niñas botellas de diferentes niveles y formas, se observaron situaciones como la siguiente:

I: *¿conoces estos recipientes?*
Paola (P): *sí, éste la llevan para el café (señala la botella más grande)…*
I: *¿las otras botellas no las has visto?*
P: *sí, esta es de gaseosa.*
I: *¿y la utilizan para algo?*
P: *sí, para el agua dulce… y ésta para el jugo (señala la botella pequeña) y ésta para el agua de panela.*

De ello se pudo establecer que en cuanto a la forma de los recipientes, las niñas identifican el tamaño como una variable, pero es muy importante el reconocimiento del tipo de sustancia como elemento que hace que dos recipientes sean distintos. Esto se debe a que ellas son las encargadas de llenar los recipientes con diferentes tipo de

líquidos, y según su contenido los clasifican, por ejemplo, el recipiente para transportar café[16] es más grande que el de transportar jugo.

Los niños en cuanto a la forma de los recipientes, se interesan por el tamaño y no miran lo detalles de las botellas. Para ellos la rosca es la estría de mayor importancia para establecer el máximo nivel de llenado y superar este nivel lo obliga a tomar medidas, como tapar la boca de la botella con plásticos para así evitar derrames, esta es una práctica que aprendieron de sus padres. Esto se puede ejemplificar en el siguiente dialogo:

I: *¿cómo sabes hasta dónde se debía llenar la botella?*
Pedro (P): *Le dejo un pedacito porque de pronto se rebosa (señala la rosca de la botella), pero si tiene una buena tapa se puede llenar hasta arriba o mejor le meto una chuspa.*
I: *¿por qué le colocas la chuspa?*
P: *porque sí, así lo hace papá.*

Al respecto el trabajo que desarrolló Marafon, citada por D´Ambrosio (2001) "evidencia la gran influencia que ejercen las profesiones de los padres sobre el desempeño de los hijo en la escuela" (pág. 23). Esto cobra sentido al justificar las acciones de los niños, ya que muchos de ellos lo que hacen es replicar acciones que son vistas en la familia para la solución de las situaciones problema.

Tanto las niñas como los niños establecen que la variación de capacidad solo se da si se varia el tamaño de los recipientes, esto se debe, en parte, a que se buscan recipientes de gran tamaño para almacenar más agua. En la siguiente respuesta se puede ejemplificar lo mencionado.

I: *¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido?*
Yamileth*: La forma hace que tenga más contenido, porque a la grande le cabe más que a la pequeña... y es más fácil verlo… en el tarro grande siempre hay más agua por eso lo compramos grande.*

[16] Es de anotar que Cajibío es un municipio productor de café y por tradición éste es un producto básico en la alimentación de sus habitantes. Por ello el recipiente en que se transporta el café debe ser el más grande.

6.2 Grupo de indígenas

Figura 17. Niña indígena

Al presentar la ambientación, se observó que las niñas se interesan por llenar el recipiente hasta su estría. Cuando se les pregunta a estas niñas ¿*hasta dónde se debía llenar el tarro*?, ellas sólo señalaron hasta la estría del tarro, sin pronunciar palabra alguna, previa manipulación y observación detenida del tarro, acción que ninguno de los niños del resto del grupo en estudio realizó. Consideramos, por tanto, que como las actividades de tejido son desarrolladas por las niñas, son ellas quienes deben tener presente los detalles para poder plasmar en sus tejidos todo lo que observan en la naturaleza, convirtiéndose las estrías en algo relevante para ellas.

Esto lo identificó López (2004), al hacer un análisis en la comunidad Xingú en el Brasil, donde reconoció prácticas matemáticas en el desarrollo de las pinturas que hacen en sus cuerpos y en los bancos[17]. Estas actividades involucraron motivos geométricos cuyos orígenes, justificaciones y definiciones están ligados a la cosmovisión o a las creencias del mundo de este grupo étnico, que están incorporados en sus mitos, creencias, valores, concepciones artísticas, nociones sexuales, nociones de ocio, entre otros.

[17]Banco son sillas pequeñas, que son construidas de troncos, los cuales son lijados y decorados con vistosos motivos y de variadas formas.

Los nombres atribuidos a los motivos geométricos son comúnmente provenientes de diversos tipos de peces, reptiles, aves e insectos, lo que reflejaba un gran sentido de los detalles para poderlos crear. Además observó en las figuras un alto sentido de simetría, al respecto Steinen (1993 citado por López, 2004) considera que:

> el gusto de la simetría en el arte uaurá[18], se refiere más que a una simple preferencia estética; la simetría permite reflejar una manera de organizar mentalmente el espacio y de distribuir los seres reales e imaginarios pertenecientes a su cosmovisión específica. (pág. 141)

En particular, se observó en los intercambios hechos por la comunidad indígena Nasa con la Institución Educativa, en los diferentes actos culturales, la utilización en los tejidos diferentes forma geométrica, en las cuales intentan plasmar el mundo que los rodea.

Al presentarles el tarro de 1.7 litros a los niños, algunas de sus respuestas fueron:

I: *¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?*
Jhonatan: *Hasta este anillito (señala la estría), porque hay no se pude mover y no se botaría nada, cuando lo cargo.*

De lo anterior se estableció que, los niños se interesaron por no llenar el recipiente hasta el borde, esto se debió a que los recipientes son utilizados para transportar líquidos, que servirán para hidratarse en las largas jornadas en el campo. Como son ello los encargados de cargarlos, deben evitar el menor derrame del líquido y una estrategia es no llenar hasta el tope el recipiente.

En las niñas y niños no es muy frecuente el uso de valores numéricos para la medida. Esto se pudo observar en las respuestas que dieron los niños entre ellas la siguiente:

I: ¿*Cuánto hay en la botella llena y cuánto en la botella que está sellada*?

[18]Uaurá es el nombre del grupo indígena, actualmente se escribe Waurá

Ubed: E*n ésta (señala la botella que llenó), porque acá hay mas y aquí (señala la botella sellada) hay menos.*

Es común utilizar adjetivos con "hay más" o "hay menos". Al respecto Biersack (1978 citado por Bishop, 1999) en su trabajo con los paiela (un pueblo de las tierras altas de Papúa- Nueva Guinea), presenta la siguiente conclusión:

> El significado de *tamaño* para ellos, seria con el de *valor* para nosotros, es decir, no es algo absoluto o evaluado mediante medidas objetivas, sino algo relativo y dependiente de los factores subjetivos de la evaluación y de la escala de comparación. (pág. 59)

Es por ello que el valor numérico para las comunidades indígenas no es más relevante que el valor cualitativo que se dé a una medida.

Al llenar recipientes, como botellas de gaseosa, en las niñas y niños se observó que lo hicieron a diferentes niveles. Las respuestas dadas por los niños fueron como la siguiente:

I: ¿*cómo hiciste para saber hasta dónde se debía llenar la botella*?
Eliana (E): *hasta aquí (Señalando por debajo de la rosca), porque en la televisión pasa que es hasta ahí no más.*
I: *¿En tu casa no los ves?*
E: *no en la casas de mi hermano a veces.*

Lo anterior puede ocurrir, porque estos recipientes son muy poco utilizados en la comunidad y en ocasiones esporádicas los usan para transportar agua. Se podía pensar que a estos niños les resulta poco común establecer posibles niveles de llenado y de esa imposibilidad surgen las diferentes estrategias de solución.

Tanto niñas como niños hacen comparación de contenidos, pero lo hacen al ojo. Un ejemplo de ello se observa en el siguiente dialogo:

I: *¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella?*

Cristian: *Hasta aquí (señalando la rosca), porque se puede llenar hasta aquí y eso es lo que yo calculo mirando el envase, al ojo profesora.*

Jones (1974 citado por Bishop, 1999) en su trabajo e en Papúa – Nueva Guinea, recopila datos de varios informadores acerca de cantidades y medidas espaciales, asegurando que: "Las personas *miden* por medio de una imagen mental o *a ojo*". (pág. 55)

Considera el autor que es común ver en nuestro sistema occidentalizado que prácticamente no hay nadie que pueda comprar un vestido para un pariente simplemente mirando el vestido, casi siempre debe comprarlo guiándose por la talla. En cambio para estas comunidades indígenas esto no es lo más relevante y es por ello que los niños expresan la medida con adjetivo y utilizan poco los valores numéricos.

Además, Bishop (1999) considera que:

> Hacer una estimación *a ojo* es una técnica no verbal que se emplea en todo el mundo para poner objetos en orden, pero a medida que una cualidad crece en importancia y aumenta el número de objetos, el lenguaje desarrolla palabras para los números ordinales con la objetivación de la cualidad. (pág. 56)

Las niñas y los niños de este estudio de la comunidad NASA utilizan la técnica del ojo como fuente de información para dar estimaciones de medidas y como ellos no utilizan los valores numéricos sino estimaciones cualitativas, se puede decir que, para estos niños el sentido de la exactitud no es tan importante, lo que no ocurre en nuestra cultura occidental que le da gran relevancia a este aspecto.

En cuanto a la forma de los recipientes las niñas y los niños muestran una gran concentración en sus estrías. Entre las respuestas das por los niños se destaca la siguiente:

I: *¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido?*

Mildred*: Sí, Porque a este le cabe menos y porque tiene estos huequitos(señala las estrías de la botella) le roba espacio… esta curva hace que tenga menos (señalando una estría larga de la botella), en cambio en esta (señalando el cuello de la cerveza) que es larga le cabe más*.

Los niños y las niñas consideraban que este tipo de hendiduras (estrías) hacían que se disminuyera el contenido de los recipientes y en otras ocasiones, como el alargamiento del cuello de la botella generaba más contenido. Actividades como el tejido promueven en ellos un alto sentido de la observación, por tanto los detalles de los recipientes, como son las estrías, se convierten en elementos relevantes para su análisis.

6.3 Grupo de hijos de asalariados

Figura 18. Niño hijo de asalariado

En la ambientación, se observó que las niñas se interesan en llenar el recipiente hasta cierta altura, porque ellas, al igual que las niñas del grupo de campesinas, son las que tienen que llenar los recipientes de la fuente de agua y los niños son los encargados de transportarla.

Los niños se interesan en llenar el recipiente hasta la estría del tarro. Un ejemplo de las respuestas que ello dieron es el siguiente dialogo:

I: *¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?*
Diego (D): *Es hasta donde da esta rayita (señalando la estría) porque creo que es la tapa que la introducen aquí y por eso el agua hasta ahí no mas llega*.

I: *¿Y las otras estrías?*
D: *Son de la botella, van así*

Para estos niños las estrías son un referente de información para establecer los niveles de contenido y por ello no tienen en cuenta otros tipos de hendiduras, las cuales consideran como decorativas.

Al establecer el nivel de llenado de los recipientes, como botellas de gaseosa, las niñas muestran poca seguridad y cambian de la mitad de recipiente a la rosca o las estrías. Los niños, por su parte, se interesan en llenar recipientes como botellas de gaseosa, hasta la rosca y establecen comparación de contenidos a partir de sus niveles. Ellos tienen presente el no llenar los recipientes, porque saben que la rosca les da la información del máximo límite para llenarlos. Esto se pudo observar en algunas respuestas de que los niños dieron, como por ejemplo:

I: *¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella?*
Juan (J)*: Lo lleno, hasta por aquí (marca cerca del inicio de la rosca de la botella), porque las gaseosas vienen llenas hasta ahí.*
I: *¿En dónde has visto que se llenen así estas botellas?*
J: *En las tiendas.*

Como sus familias se abastecen de los productos que compran en las tiendas y la cooperativa[19]de la vereda, han observado que estos recipientes nunca están totalmente llenos; por ello consideramos esto puede ser una casa de su resistencia llenarlos totalmente.

En este tipo de situaciones se identifica la influencia del comercio en las acciones de los niños, al establecer el nivel de llenado de los recipientes, dejando de lado el concepto matemático. Al respecto D´Ambrosio (2001 citado por Ribeiro & de Souza, 2004) afirma que:

[19] La cooperativa es el centro de acopio de los campesino, en este lugar ellos venden y comprar productos, evitando con ello viajar a la cuidad para hacer sus transacciones comerciales.

> Cada individuo lleva consigo raíces culturales que vienen de su casa y desde que nace; aprende de sus padres, de sus amigos, la vecina y la comunidad y esas raíces son tan fuertes que pueden ser obstáculo en la construcción de conceptos. (pág. 237)

En cuanto a la forma de los recipientes las niñas y los niños reconocen el tamaño como la única variable para ordenar los recipientes. No miran los detalles de las botellas, porque para ellos la rosca es la estría de mayor importancia y superar este nivel los obliga a tomar medidas como tapar la boca de la botella con plásticos para así evitar derrames. Algunos niños por ejemplo dieron respuestas como:

I: *¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido?*
Deisy*: Tenga más contenido es cuando la botella estuviera llena y la botella debería ser grande para que le quepa más.*
Milern: La forma hace que tenga más contenido porque si es alargadito cabe más. Y para llenarlo todo se coloca un chuspita y se tapa así no se riega en el camino.

En este grupo se observaron algunas acciones, que las niñas y los niños desarrollaban, para las que el estudio no alcanzó a establecer con claridad las influencias familiares que permitiera justificar su accionar. Esto se debe muy posiblemente a que en ellos se presenta una mezcla entre las lógicas que utilizan los niños del sector urbano y los niños campesinos, pero es tan profundo este contacto entre estos dos grupos que resulta difícil diferenciarlos con claridad.

Es de anotar que según Bishop (2005) en la escuela ocurre un entramado de culturas, que muchas veces por las interrelaciones que se presentan es muy difícil diferenciarlas. Por ello consideramos que en este grupo se podría hacer un estudio más detallado para reconocer mejor sus acciones y la raíz que las fundamenta.

6.4 Consideraciones generales en los tres grupos

La etnomatemática reconoce que las personas tienen una historia que es construida desde los primeros años de vida y enriquecida por el contexto que los rodea, al

respecto D´Ambrosio (2001 citado por Ribeiro & de Souza, 2004) afirma que, “cada individuo lleva consigo raíces culturales que viene de su casa y desde que nace; aprende de sus padres, de sus amigos, la vecina, la comunidad” (pág. 237).

Estudios como el de Jaramillo, Torres, & Villamil (2006), identifican que al llegar a la escuela, se presentan procesos de mejoramiento, transformación y substitución de esas raíces. Y por tanto, la escuela se convierte en un espacio donde la educación se construye, donde los saberes de la familia, el barrio, la iglesia, la sociedad, entre otros, aportan elementos para una educación inclusiva.

Se identificaron acciones que fueron transversales en los tres grupos poblacionales en estudio, muy seguramente por la influencia de la escuela, lugar donde los niños ratifican o cambia dichas acciones; a continuación se presentan tales regularidades.

Figura 19: Niño campesino llenando el tarro de 1.7 litros

Las niñas y los niños no llenan recipientes, como botellas de gaseosa hasta el límite superior, porque este tipo de recipiente comercialmente no los ven lleno hasta el borde. Se observa que ellos sospechan que el recipiente debe ser llenado hasta el límite superior, pero lo que ven en su contexto, es tan fuerte que prima sobre el concepto matemático. Un ejemplo de las respuestas que dieron los niños al respecto es:

I: *¿Tú crees que la etiquetase refiere a la cantidad de gaseosa o a lo que le cabe a la botella?*

Duvan*: A la botella le cabe más…ella debe estar llena hasta la tapa (señala la rosca de la botella) solo que esta botella parece que se le rego la gaseosa o como que le falta, pero no está bien en las tiendas siempre están así.*

Al respecto Fávero (2009) plantea que

> la construcción del conocimiento y la adquisición de nuevas competencias dentro de la escuela implica más que construir las estrategias cognitivas, ya que es importante también, identificar cómo y cuáles son los valores sociales que impregnan la información, los procedimientos de sus propias actividades que fundamentan en suma sus propios paradigmas. (pág. 20)

Otra razón por la cual los recipientes no los llenan hasta el borde es porque la Institución Educativa Agropecuaria la Capilla, presenta dificultades para abastecerse de agua, por tanto diariamente todos los alumnos deben cargar agua desde un pequeño nacimiento hasta las diferentes dependencias del colegio, en variados tipos de recipientes que cada salón posee. Luego, para los alumnos es importante la movilidad en los recipientes y por ello se abstienen de llenarlos para así evitar derrames.

Las niñas y niños cuando llenan los recipientes lo hacen a diferentes niveles de contenido, se considera que la razón que los motiva es la relación que se establece con el transporte de los recipientes. En su cotidianidad escolar cada niño llena el tarro, balde o botella dependiendo de la facilidad y comodidad que tenga para cargarlos. Es de anotar, que si se garantiza que los recipientes estén fijos ellos lo llenan totalmente o al menos incrementan el nivel del contenido.

Las niñas y niños del estudio, reconocen que la etiqueta representa el contenido y establecen que a los recipientes le cabe más de lo que la etiqueta marca o lo que suele ver en las tiendas. Pero en la práctica siguen guiados por lo que ven en las tiendas.

Con respecto a la estrategia que utilizan para ordenar recipientes, se estableció que las niñas y los niños hacen uso del sistema de trasvasado realizando comparaciones a partir de los sobrantes. A estos niños les resultaba más fácil saber que un recipiente era más grande que otro porque al trasvasarlo le sobraba líquido, en caso de faltarles no sabían cómo proceder.

Tanto los niños campesinos como los hijos de asalariados ordenan a partir de faltantes y los niños indígenas no lo pueden hacer presentando gran dificulta en cuanto a la reversibilidad de las operaciones. Al respecto se observó que los niños podían saber que una botella era más gran qué otra, porque al trasvasar el líquido este se rebosa, pero cuando no ocurría esto, los niños quedaban en silencio y sus rostros expresaban confusión, decidiendo luego de un rato, dejar de lado el recipiente en conflicto y ordenar el resto de recipientes manteniendo la subestrategia de los sobrantes.

En este sentido Bishop (1999) hace referencia al estudio de Jones (1982) con niños de Papúa-Nueva Guinea en el cual se identificó que "los niños adquirieron el empleo correcto de *más* antes que el de *menos*" (pág. 57). Y Gay y Cole apoyándose en el trabajo de Jones generalizan la situación y determina que "hay una preferencia hacia al concepto *mayor que*, que al concepto *menor que*" (pág. 57).

Por lo tanto, algunas niñas y niños del grupo en estudio, en particular los niños indígenas, tienen dificultades para realizar comparaciones entre recipientes a partir de los faltantes de igual forma como se les ha dificultado a muchos niños en el proceso de aprendizaje, la operación resta, el menos o el concepto menor que.

Es de anotar que las estrategias utilizadas para verificar el orden de recipientes fueron muy variadas, casi se podría decir que cada niña o niño propuso su propia estrategia. Esto indica que pese a estar inmerso en un grupo social cada niño establece su individualidad, la que construye a partir del entramado que establece entre todo un contexto y no solo del cercano, sino del que le ofrece este sistema globalizado.

En niños campesinos e hijos de asalariados se determinó que algunos utilizaron el peso como elemento de referencia para ordenar los recipientes, pero en los niños indígenas esta estrategia no se presentó. Es de anotar que según Piaget (1982), los niños, en términos generales, suelen relacionar el peso con el volumen y esto puede ser lo que esté sucediendo con los niños campesinos e hijos de asalariados. La siguiente tabla muestra el consolidado de las subestrategias que emergieron de la estrategia: "verificar en las botellas el recipiente que tiene más capacidad". De ella se observa cómo la primera subestrategia no emerge en el grupo de niños indígenas (Ver tabla completa en anexo 11).

Tabla 3: Subestrategias por niveles de la estrategia "verificación de orden de las botellas". Segunda situación

ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES	campesinos		Indígena		Hijos de asalariados	
	H	M	H	M	H	M
1.Agrupar de dos en dos y ordenar según pesos	1				1	
2.Reenvasar contenidos y ordena a partir de los tamaños						1
3.Partir del recipiente más pequeño y ordenar los recipientes según nivel de contenido					1	
4.Partir de un recipiente patrón (la pipeta), para ordena los recipientes según sobrantes	1					
5.Reenvasar contenidos a partir del primer recipiente (patrón)y ordenar según los espacios vacios			1			
6.Reenvasar contenidos y ordena a partir de los sobrantes		2	2	2	1	
7.Reenvasar contenidos y ordena a partir de los sobrantes o faltantes	1	1				1
8.Medir con el recipiente patrón los niveles del contenido y ordenar los recipientes				1		1

Al respecto Jones (1974 citado por Bishop, 1999) en su trabajo en Papúa-Nueva Guinea determina que "no hay ninguna palabra para describir el volumen: no existen unidades locales" (págs. 55-56) . Y agrega que para esta comunidad no hay razón para comparar un volumen de agua con un volumen de roca, estableció la imposibilidad para encontrar en su lenguaje las palabras y las estructuras necesarias para establecer esta comparación.

Se podría pensar que en este caso, para el grupo de niños NASA de este estudio se presenta una situación similar, pero para establecer con certeza la realidad frente al concepto de volumen en este grupo será necesario realizar estudios posteriores al respecto.

A diferencia de los campesinos e indígenas, los hijos de asalariados son los únicos que establecen la conservación de dos recipientes tal como lo plantea Piaget (1967): "la multiplicación de la relación ancho por alto donde el contenido en un recipiente bajo y ancho, vertido en otro alto y estrecho conserva su cantidad" (pág. 283).

6.5 Algunas consideraciones de género

Martins (2009) considera que "desarrollo significa retomar algunos aspectos de los proceso de construcción subjetiva, más precisamente el modo como hombres y mujeres se construyen, a partir de la normalización social establecida para cada género" (pág. 263).

Gamba(2008), por su parte, plantea que:

> la cuestión de los géneros no es un tema a agregar como si se tratara de un capítulo más en la historia de la cultura, sino que las relaciones de desigualdad entre los géneros tienen sus efectos de producción y reproducción de la discriminación, adquiriendo expresiones concretas en todos los ámbitos de la cultura: el trabajo, la familia, la política, las organizaciones, el arte, las empresas, la salud, la ciencia, la sexualidad, la historia. (pág. 1)

El género, por tanto, es una categoría que permite analizar las relaciones sociales entre los hombres y mujeres. Según Gonzalez (2003),"el género se considera como la construcción social de los sentidos que para las sociedades tiene el ser hombre o mujer, significados que condicionan la actuación valoración y distribución de poder (real y simbólico) inequitativo para las mujeres como grupo" (pág. 132).

Generalmente al hablar de género se piensa en el sexo como si fuera términos iguales, pero no es así, el sexo corresponde a un hecho biológico, producto de la diferenciación sexual de la especie humana, que implica un proceso complejo con distintos niveles, que no siempre coinciden entre sí, y que son denominados por la biología y la medicina como sexo cromosómico, gonadial, hormonal, anatómico y fisiológico.

A la significación social que se hace de los mismos se la denomina género. Por lo tanto, las diferencias anatómicas y fisiológicas entre hombres y mujeres que derivan de este proceso, pueden y deben distinguirse de las atribuciones que la sociedad establece para cada uno de los sexos individualmente constituidos.

La educación ha hecho grandes aporte en cuanto a la concepción de género que tenemos, históricamente se han dado dos formas de concebir la educación para las mujeres y los hombres: la tradicional, que hace énfasis en la obediencia a los patrones acostumbrados de identidad del género, y la llamada educación activa o nueva.

En el caso de las mujeres la educación tradicional estaba centrada en el matrimonio, la maternidad y el cuidado infantil, mientras que para el hombre en el trabajo, el éxito y la competencia. Esto llevó a que los hombres en todo el mundo evolucionen hasta jugar un papel central, mientras que las mujeres se quedaban marginadas.

La educación nueva o activa surge de una preocupación por el ser del educando, por seguir sus necesidades e intereses, más allá de las formas acostumbradas de ser y actuar que propone la tradición (Hierro, 1992). Una educación democrática supone ofrecer a los dos sexos por igual las oportunidades educativas que se ofrezcan en su comunidad. Para ello es necesario aceptar que los hombres y las mujeres somos iguales en cuanto al ser y al valer, y diferentes en cuanto a los rasgos de nuestra identidad personal.

En esta parte del trabajo se comentan algunas actividades que desarrollan niños y niñas, independientes del grupo poblacional al que pertenecen, y que han influido en las estrategias que ellos plantearon, estableciéndose, por tanto, la variable género como un elemento que aporta información valiosa para este análisis.

Las niñas campesinas e hijas de asalariados establecen relación entre diámetro y profundidad, es decir, consideran que a menor diámetro mayor profundidad. En este grupo de niñas se pudo identificar que al ordenar los recipientes de madera, no tuvieron problema para establecer que el recipiente con el orificio de mayor diámetro tenia mayor capacidad, pero al enfrentarse al recipiente con el orificio más pequeño cuyo fondo no era fácil de ver por lo angosto del orificio, decidieron establecer que él también tenía más capacidad, asegurando que "*entre más pequeño es el hueco más profundo es y la cabe más*".

Figura 20. Niña campesina ordenando tarros de madera

Gonzalez (2003) en su investigación determina que en pruebas de aptitud matemática "hay diferencias moderadas a favor de los varones principalmente en aquellos ítems que involucran las habilidades visoespaciales y de razonamiento matemático" (págs. 152-153). Al respecto Lytton & Romney (1991 citado por Gonzalez, 2003) sugieren que:

> Los patrones de socialización de la primera infancia suelen favorecer las habilidades visoespaciales y el razonamiento en los niños. Esto ha generado, que las niñas tengan poca habilidad para la construcción de figuras utilizando bloques, armar y desarmar juguetes, hacer rompecabezas, juegos de estrategias y en general los deportes que impliques movimiento y precisión. (pág. 153)

Para Behrens & Vernon (1978 citado por Flores, 2007), las niñas no tienen mejores resultados académicos que los niños y esto se debe en gran parte a los procesos de socialización de las niñas, porque de pequeñas son más sumisas, crédulas y autoconscientes que los niños. Además, agregan los autores, a ellas se les hacen pocas exigencias académicas, especialmente las científicas cuyos contenidos están asociados al rol masculino y no al rol femenino.

En particular, se podría pensar que por los proceso de socialización que han tenido las niñas del estudio no se ha desarrollado la percepción de la profundidad de los recipientes, llevándolas a considerar que todo recipiente que tenga un espesor muy grande, necesariamente debe tener mayor profundad. Es de anotar, que este concepto de profundidad debe ser estudiado con más detenimiento en futuros trabajos, ya que consideramos que está estrechamente ligado al concepto de volumen y a las relaciones sociales que de ella se desprende.

Al establecer el nivel de llenado de los recipientes, como botellas de gaseosa, las niñas del grupo de hijos de asalariados, muestran poca seguridad y cambian de la mitad de recipiente a la rosca o las estrías. Este grupo presentó una situación particular, porque que fueron las que más dudaron al tomar decisiones y al justificar sus acciones a diferencia de los niños.

Según resultados académicos del 2009 y 2010 en la institución Educativa Agropecuaria la Capilla, las niñas tiene más bajo desempeño en el área de matemáticas que los niños. Estos datos coinciden con los reportados por Maccoby &

Jacklin (1974 citados en González, 2003) quienes concluye que “los chicos aventajan en habilidades matemáticas a las chicas y hay poca diferencia hasta los 12-13 años, ya que los niños incrementan sus habilidades matemáticas más rápido que las niñas” (pág. 130). Halpem (1986 citado en González, 2003), entre tanto, concluye que los hombres califican más alto que las mujeres en test de habilidades matemáticas y que las diferencias surgen entre los 13 y 16 años, agrega que en olimpiadas de matemáticas en las que participaron estudiantes de secundaria de 1987 a 1992 de un total de 36 ganadores solo 2 fueron mujeres.

González (2003), estableció que en promedio los hombres aventajan a las mujeres y son muy escasos los casos donde ellas logran superarlos, pero él considera quelas variaciones en la actuación promedio en matemáticas de hombres y mujeres son en buena medida por la influencia del contexto social y no porque uno y otro sea más aventajado. Además, agrega que la actuación de los chicos y chicas en pruebas de rendimiento matemático sugieren patrones muy semejantes y las diferencias pueden deberse en parte al propio instrumento, en particular a las chicas se les aplica pruebas que les implican habilidades en las que no han sido formadas previamente.

Con respecto a este punto, Flores (2007) considera que

> en la escuela son varios los factores que pueden influir para que las niñas se sienta menos que los niños como es el caso de, profesores y profesoras que no tienen las mismas expectativas respecto de la conducta y el rendimiento de alumnos y alumnas o que no son evaluados con el mismo criterio o que ante una conducta similar no aplican igual estímulo, sanción o castigo. De esta manera, las mujeres, por la influencia de la sociedad y de la cultura escolar, no desarrollan la confianza en sus propias capacidades de liderazgo, autoestima, y en parte como consecuencia de ello, tienen experiencias menos positivas que los varones en el contexto de la matemática. (pág. 110)

Lo anterior permite inferir que la actuación de las niñas del grupo de los hijos de asalariados, se deba a factores sociales, ya que compartimos la postura de Gonzales al establecer que no hay diferencias entre las niñas y los niños, lo que hace la diferencia son las desigualdades de oportunidades. En particular en este grupo y a partir de la encuesta que se hizo para identificar las actividades que desarrollan los niños fuera del aula (Ver anexo 1) y teniendo en cuenta el diagnostico del Proyecto Educativo Institucional (IEA, 2000), se encontró que en los hogares de estas niñas las madres son las encargadas del hogar y la crianza de los niños y los padres son los que trabajan y toman las decisiones del hogar. Consideramos, por tanto, que esto ha contribuido de alguna manera para que las niñas internalicen una inferioridad respecto del género masculino.

No solo se identifican ventajas de los niños con respecto a las niñas, se observó que las niñas campesinas e hijas de asalariados ordenan a partir de faltantes con mayor facilidad que los niños, mostrando con esto que ellas tienen un dominio en cuanto a la reversibilidad de las operaciones. Para ello se presenta la siguiente tabla donde se puede establecer lo mencionado (Ver tabla completa en anexo 11)

Tabla 4: Subestrategia por niveles de la estrategia "verificación de orden de los tarros". Segunda situación

ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES	campesinos		Indígena		Hijos de asalariados	
	H	M	H	M	H	M
1.Agrupar de dos en dos y ordenar según el peso	1		1			
2. Medir alturas para establecer orden.				1		1
3. Reenvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes	1	2	1			1
4. Tomar un tarro de referencia y ordenar a partir de los sobrantes.					1	
5. Tomar unrecipiente patrón (la pipeta), para ordena los recipientes según sobrantes	1		1		1	
6. Agrupar de dos en dos y ordenar según faltantes		1		1		1
7. Medir con la pipeta la capacidad de los recipientes y ordenarlos				1		

Hyde, Fennema & Lanon, (1990 citado en Postigo, Pérez, & Sanz, 1999) plantea que:

> las chicas muestran un dominio más alto de las habilidades computacionales y que a partir de los catorce años, suelen resolver mejor los problemas. Lo cual podría inducir a pensar que las chicas rinden más en tareas rutinarias que exigen poner en marcha procedimientos sobre lo aprendido que en tareas en las que tienen que aplicar estos conocimientos a situaciones diferentes a las que han aprendido. (pág. 248)

No obstante, Karplus, Pulos & Stage (1983 citado por Postigo, Pérez, & Sanz, 1999) encontraron que "a medida que aumentaba la dificultad de cómputo, aparecían mayores diferencias de las chicas respecto a los chicos, mientras que, en tareas de poca dificultad, el rendimiento era similar" (pág. 248). Estos autores concluyen que las diferencias en el rendimiento entre los dos géneros dependen tanto del área de conocimiento como de características específicas de la tarea y del desarrollo de los sujetos.

Por último se determinó que los niños plantean como estrategia para ordenar, la utilización de un recipiente patrón, hecho que no se presenta en las niñas, quienes se guían para ordenar a partir de los trasvasamientos, como se puede observar en la tabla anterior.

CONSIDERACIONES FINALES

Este trabajo centró sus esfuerzos en determinar, a parir de situaciones problema la compresión que las niñas y los niños del grupo de estudio tenían del concepto de capacidad. Esto implicó la identificación de las estrategias que utilizaron en la solución de las situaciones y que permitió desde el punto de vista de la educación matemática establecer dicha comprensión.

Adicionalmente se tuvo en cuenta, que la construcción del conocimiento implica también, saber cómo y cuáles son los valores sociales que permean la información, los procedimientos y la propia actividad (Fávero, 2005). Por ello en los resultados obtenidos se señalaron para las estrategias, evidencias que insinúan influencias socioculturales notorias en las acciones de los niños.

Es de anotar que, aunque falta mucho por considerar y mejorar, se pueden tomar como puntos concluyentes de este trabajo, los siguientes:

- La elaboración de las situaciones problema exigió la construcción de la definición del concepto de capacidad y permitió establecer que, para que dicho concepto se estructure es necesario tener conceptos tales como recipientes, volumen y contenencia.
- La capacidad como magnitud ha sido relegada por ser considera de fácil manejo, por ello los texto solo hablan de la unidad (los litros) y en otros casos la consideran sinónimo del volumen. La solución de las situaciones problema evidenciaron que este concepto aún no estaba estructurado. En este trabajo se demuestra que la capacidad requiere de esquemas de contenencia, de volumen y de recipientes, elementos que los niños aún no tienen estructurados y por tanto no pueden conceptualizar.

- La sola experimentación no hace que los niños cambien las teorías erróneas, ya que, según Inhelder (1978), ellos hacen resistencia a los contra ejemplos, es necesario desarrollar varias actividades que les permita construir nuevos esquemas y reorganizar sus propias teorías. Esto ocurrió al ordenar los recipientes según su capacidad, la mayoría se inclinó por hacerlo según el tamaño y aunque la experimentación les hacía caer en cuenta que su orden no era el indicado, el niño persistía en utilizar esta estrategia en todo momento.
- Las estrategias evidencian una relación marcada que se tiene con el tamaño, es de anotar que según Piaget esto es superado a los 8 años de edad, lo cual induce a que la población en estudio necesita de un trabajo de refuerzo, que le permita reconocer que hay más características en la forma de los recipientes, que deben ser tenidas en cuenta a la hora de hacer comparaciones y establecer orden.
- La dificultad que se tiene de la reversibilidad de las operaciones se evidencia en este trabajo, es decir, las niñas y los niños tienen facilidad para ordenar los recipientes a partir de los sobrantes, en cambio presentan problemas cuando tienen que ordenar según los faltantes.
- La primera fase de la medida es la percepción, el tamaño por ejemplo es fácil de percibir, en cambio la capacidad necesita de un medio que le permita al niño tener una idea de su medida. En particular, se utilizan como medios los líquidos para hacer los trasvasados y así realizar comparaciones. Si se utilizan sustancias distintas como son las solidas o granulares se convierte en un problema para el niño, ya que esto hace necesario que se involucren conceptos como volumen, covolumen y peso.
- La capacidad requiere de trabajos de experimentación, ya que ella por sí sola no puede ser percibida por el niño, siempre necesita de un medio que le permita determinar su medida. Y en general, la experimentación posibilita al niño la construcción y la comprensión del pensamiento métrico.

- Al tener recipientes cuyas características no se ajustaban para ordenarlos a partir del tamaño, la estrategia invariante en los niños era eliminar los recipientes que no se ajusten a su estrategia, generalmente eran colocados de primero.
- El aula de clase esta permeada por diferentes culturas y en las acciones de los niños se pudo inferir algunas de las actividades que desarrollan sus padres y que ellos imitan, por ejemplo el no llenar los recipientes para facilitar transportarlos de un sitio a otro o el de utilizar chuspas (o plásticos) para obtener mejor sellado de los recipientes.
- Es de anotar, que una de las características encontradas, a partir de observaciones hechas en el comercio, es que la mayoría de los recipientes no se encuentran completamente llenos. Esto se ha convertido en un referente para los niños, ya que el mismo comercio marca el máximo nivel de contendido del recipiente. Dejando entrever la preferencia que el niño tiene frente al concepto de capacidad que maneja la actividad comercial, que a la definición matemática.
- Los niños de los grupos campesinos e hijos de asalariados más que llenar el recipiente se preocupan por la movilidad, porque, suponemos, están pensado el problema de la falta de agua que tiene en esta región. Primando sobre el concepto matemático las actividades familiares desarrolladas al respecto.
- Las niñas indígenas se preocupan de las estrías y los detalles de los recipientes, porque en su contexto las actividades de tejido les promueve la concentración de los detalles de su entorno, lo que no ocurre en los otros grupos poblacionales. Es por ello que estas niñas vieran elementos de la forma para otros no fueron perceptibles. En cambio el resto de los niños de la población en estudio se concentró en el tamaño por ser más fácil de percibir.
- Las niñas de los grupos de campesinos e hijas de asalariados no tienen facilidad para percibir la profundidad de los recipientes, llevándolas a considerar que todo recipiente que tenga un espesor muy grande, necesariamente debe tener mayor profundad.

- En el grupo de los hijos de asalariados se tuvo una particularidad y es que habían acciones que las niñas y los niños desarrollaban, a las cuales el estudio no alcanzó a señalar con claridad influencias sociales que las justificara. Se pudo reconocer que los niños de este grupo presentaban acciones tanto de niños del sector urbano como de niños campesino y esa entre-mezcla hizo difuso el reconocimiento de la raíz de sus acciones.
- El aula de clase, por todos los cambios sociales que en la actualidad se presentan, tiene diversidad cultural; tener en cuenta esto, implica establecer que cada grupo funciona con lógicas distintas, que en muchos casos pueden ser un obstáculo para que se comprendan los objetos matemáticos. Una tarea del docente, por ende, será establecer estas lógicas de su grupo de trabajo y generar puentes para que los niños alcancen el conocimiento deseado.

Conscientes de la magnitud de la problemática abordada y de la necesidad de afrontar un cambio, tanto conceptual como curricular que apunte en la dirección de procurar mejorar las condiciones y conocimientos de los estudiantes y partiendo de esta experiencia con la esperanza de contribuir a esta solución, se puede recomendar que:

- Los resultados obtenidos en las situaciones problema permitió establecer que las relaciones capacidad – contenidos, capacidad – forma, capacidad – espesor y las transformaciones servirán de insumo inicial, para la construcción, a futuro, de la secuencia didáctica.
- Realizar trabajos de experimentación para el manejo del pensamiento métrico, implica que se hagan propuestas pedagógicas, que permitan potencializar este pensamiento, el cual ha estado muy poco trabajado en las escuelas.
- Dar en el aula de clase el espacio para estudiar la capacidad y no pasarla por alto. Esto implica dejar de considérala sinónima del volumen, para reconocer los

elementos como la forma, el contenido y el espesor, que al ser tenidos en cuenta posibilitan su comprensión.

- Teniendo cuenta la diversidad cultural en el aula, se recomienda que los docentes la tengan presente para identificar en cada grupo las distintas lógicas que los moviliza y así generar puentes para que los niños lleguen al conocimiento deseado.
- Bishop (1999) en su trabajo, muestra que hay comunidades donde el concepto de volumen no existe como unidad local. Indicios de las situaciones hacen creer que esto puede estar ocurriendo en la comunidad NASA de la vereda de la Capilla-Cajibío. Queda como un análisis posterior el poder realizar un estudio al respecto.
- En las situaciones problema se evidenció, dificultad con el concepto de profundidad, al considerar que el diámetro y la profundidad son inversamente proporcionales. Queda para futuros trabajos el identificar las características y los esquemas que activan lo niños para establecer esta relación.
- Considerar los señalamientos que en relación a la influencia sociocultural se presenta en este tipo de población, para con ellos complementar metodológicamente propuestas que permitan identificar el significado que, desde las prácticas socioculturales, se asigna al concepto de capacidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bernal, Z. E., & Verdugo, M. d. (2006). *Desarrollo de algunos aspectos del pensamiento métrico a través de la medición de superficies de figuras planas regulares e irregulares.* Recuperado el 18 de Junio de 2010, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1670/article-110450.html

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural.* Madrid- España: Paidos.

Bishop, A. J. (2005). *Aproximación sociocultural a la Educiación Matemática.* Santiago de Cali: Universidad del Vall, Instituto de Educación y Pegagogía.

Boettger, J. (2004). *A escola e o ensino da matemática frente a discursos interculturais: reflexões quanto a relação entre o conhecimento local e o conhecimento global*. Recuperado el 3 de 10 de 2009, de http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/Comunicacoes_Orais/co0102.doc

Boletin teoria magnitudes físicas y unidades de medidad. Fisica y Quimica 4S ESO. (s.f.). Recuperado el 2009 de Noviembre de 2009, de http://www.cienciaspuras.com/pdfs/boletines%20curso%20angel%20de%20la%20guarda%202008-2009/boletin%20teoria%20magnitudes%20fisicas%20y%20unidades%20de%20medida.pdf

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques , 7* (2), 33-115.

Calambás, E. R. (2011). *El concepto de capacidad en niños: Un estudio de las estrategias escolares y socioculturales para su contrucción.* Popayán.

Chamorro, M. d. (2005). *Didáctica de las matemáticas para educación preescolar*. Madrid, España: Pearson Prentice Hall.

Chamorro, M. d. (2003). *Didáctica de las matemáticas para primaria.* Madrid-España: Pearson Prentice Hall.

D´Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática Elo entre as tradições e a modernidade.* Belo Horizonte. Brasil: Autentica.

Delgado, C. (2009). Construir conocimiento matemático para incluir en la educación superior: una experiencia con estudiantes indigenas y afrodescendientes en la Universidad del Valle. *VII encuentro nacional y V internacional de Matemáticas* (págs. 28-31). Popayán : FUNDEMAR.

Douady, R. (1998). La didactica de las matemáticas en la actualidad. En G. C. JORGE ARCE CHAVES, *Lecturas en didáctica de las matemáticas* (págs. 8-23). Santiago de Cali: Univeridad del Valle.

Fávero, M. H. (2009). La psicología del concimiento y la construcción de competencias conceptuales en la escuela. *Revista internacional Magisterio* (39), 18-22.

Fávero, M. H. (2005). *Psicologia e conhecimento. Subsidios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender.* Brasília: Universidade de Brasília.

Flores, R. B. (2007). *Representaciones de género de profesores y profesoras de matemáticas y su incidencia en los resultados académicos de alumnos y alumnas*. Recuperado el abril de 2010, de www.rieoei.org/RIE43A05.PDF

Franco, A. J., & Daries, V. (Abril de 2008). *Un sistema desconocido pero internaciona,.* Recuperado el 1 de Junio de 2009, de http://www.apac-eureka.org/revista/Volumen5/Numero_5_3/Franco_Daries_2008.pdf

Franco, A. J., & Daries, V. (Abril de 2008). *Un sistema desconocido pero internacional.* Recuperado el 1 de Junio de 2009, de http://www.apac-eureka.org/revista/Volumen5/Numero_5_3/Franco_Daries_2008.pdf

Gamba, S. (2008). *¿Que es la perspectiva de género y los estudios de género?* Recuperado el 10 de Julio de 2011, de http://www.nodo50.org/mujeresred/spip.php?article1395

Godino, J. D. (2003). *Perspectiva de la Didáctica de las matemáticas como disciplina cientifica.* Recuperado el 2 de Febrero de 2009, de http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos-teoricos/01_PerspectivaDM.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., & Roa, R. (2004). *Didáctica de la Matemática para maestros.* (U. d. Granada, Ed.) Recuperado el 10 de enero de 2009, de http://es.groups.yahoo.com/group/edumat-maestros

Godino, J. D., Batanero, C., & Roa, R. (Octubre de 2004). *Didáctica de la Matemática para maestros.* (U. d. Granada, Ed.) Recuperado el 10 de enero de 2009, de http://es.groups.yahoo.com/group/edumat-maestros

González, M. J., & Florez, P. (2001). *Conocimiento profesional del profesor de secundria sobre las matemáticas: el caso delvolumen.* Recuperado el 1 de junio de 2009, de http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Propuestas/volumenart.pdf

Gonzalez, R. M. (Agosto de 2003). *Diferencias de genero en el desempeño matemático de los estudiantes de secundaria*. Recuperado el Enero de 2010, de http://redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40515206.pdf

Hierro, G. (1992). Género y educación. *La ventana* .

IEA, C. (2000). *Proyecto Educativo Institucional. P.E.I.* Cajibio- Cauca.

Inhelder, B. (1978). Las estrategias Cognitivas: Aproximación al estudio de los procedimientos de resolución de problemas. *Anuario de Psicología* (18), 3-20.

Jaramillo, D., Torres, B., & Villamil, M. (2006). *Interacciones en la clase de matemáticas: un mirada desde la Etnomatemática.* Recuperado el 1 de septiembre de 2009, de http://www.colombiaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113424_archivo.pdf

Joshua, S., & Dupin, J. J. (1998). Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques. En J. Arce, G. Castrillon, & G. Obando, *Lecturas en didácticas de las matemáticas* (págs. 1-7). Cali-Valle: Univalle.

Lopez, C. (2004). O saber- fazer e o cotidiano de grupos étnicos do xingu: História e contexto. En J. P. Machado, M. D. Santos, & R. Ferreira, *Etnomatemática papel, valor e significado* (págs. 137 -148). Brasilia: Zouk.

M. M. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

M. M. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas.* Bogotá: Coopeativa editorial Magisterio.

Machado, F. (2004). Educação escolar indígena e etnomatemática: um diálogo necessaário. En M. D. José pedro Machado, *Etnomatemática: papel, valor e significado* (págs. 149-160). Sao Paulo: Zouk.

Machado, J. P., & Ferreira, R. (2004). Educação escolar indígena e etnomatemática: um diálogo necessaário. En M. D. José Pedro Machado, *Etnomatemática: papel, valor e significado* (págs. 149-160). Sao Paulo: Zouk.

Martins, L. G. (2009). Relações de gênero na construção e na mediação do conhecimento cientifico. En M. H. Fávero, & C. da Cunha, *Psicologia do conhecimento. O diálogo entre as ciencias e a cidadania* (págs. 263-272). Brasília: Liber livro Editora.

MEN, M. E. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.

MEN, M. E. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas.* Bogotá: Coopeativa editorial Magisterio.

Monteiro, A., Clark, D., & Santos, M. d. (2004). Etnomatemátematica: Papel, valor e significado. En J. P. Machado, M. d. Santos Domite, & R. Ferreira, *Etnomatemátematica: Papel, valor e significado* (págs. 13-37). Sao Paulo: Zouk.

Oliveras, M. (1995). *Etnomatemáticas y educación matemática*. Recuperado el 25 de 10 de 2009, de http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=499974

Peso y Capacidad. (s.f.). Recuperado el 20 de Mayo de 2009, de http://www.portalplanetasedna.com.ar/numero_medida_2.htm

Piaget, J., & Inhelder, B. (1982). *El desarrollo de las cantidades en el niño.* Barcelona España: Hogar del libro.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1967). Las composiciones aditivas y multiplicativas de las realciones y la igualdad de las diferencias. En J. Piaget, & A. Szeminska, *Génsis del número en le niño* (pág. 288). Buenos Aires: Guadalupe.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1967). Las composiciones aditivas y multiplicativas de las realciones y la igualdad de las diferencias. En J. Piaget, & A. Szeminska, *Génsis del número en le niño* (págs. 261-288). Buenos Aires: Guadalupe.

Posada, F., Jimenez, A., & Vásquez, N. (2004). Estandares básicos de matemáticas: un propuesta de análisis e implementación en el aula de clase. *IV encuentro nacional y I internacional de matemáticas.* Popayán : FUNDEMAR.

Postigo, Y., Pérez, M. D., & Sanz, Á. (17 de febrero de 1999). Un estudio acerca de las diferencias de género en la resolucuión de problemas científicos. *ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS* , 247-258.

Ribeiro, E., & de Souza, H. R. (2004). Um desafio na sala de aula de matemática: o respeito e a valorizacão das raízes socioculturais dos educandos. En M. S. J. Machado, *Etnomatemética: papel, valor e significado* (págs. 237-246). Sao Pablo: Zouk.

Sadovsky, P. (2005). *La Teoria de las situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de las matemáticas.* Recuperado el 1 de 10 de 2009, de http://s3.amazonaws.com/lcp/didactica24/myfiles/teoria_situaciones-1-.pdf

Sáiz R., M. (2003). Algunos objetos mentales realcionados con el concepto volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa* , 447-478.

Saíz, M. (2003). Algunos objetos mentales relacionados con el concepto de volumen de maestros de primaria. *Revista Mexicana de Investigación Educativa , 8* (018), 447-478.

Saiz, M. (2002). *volumen y capacidad. Mi ayudante de matemáticas.* Recuperado el abril de 2010, de http://miayudante.upn.mx/docint/DI5001.html

Sierpinka, A., & Lerma, S. Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En A. Bishop, *International Handbook of mathematics* (J. D. Godiono, Trad., págs. 827-876). Dordrecht: HL: Kluwer.

Skovsmose, O. (2004). Foreground dos educandos e a política de obstáculos para aprendizagem. En S. F. Machado, *Etnomatemática: papel,valor e signficado* (págs. 103-120). Sao Paulo: Zouk.

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica.* Bogota: una empresa docente.

Skovsmose, O. (2009). Preocupações de uma educação matemática crítica; Os fundamentos filosóficos e epistemológicos do e no ensino da matemática. En M. H. Fávero, & C. Cunha, *Psicología do conhecimiento O diálogo entre as ciencias e a ciudadania* (págs. 101-114). Brasilia: Liber livro.

Suavita, M. A., & Cañón, M. A. (2005). *Hacia una propuesta de enseñanza del concepto de medida en un contexto intercultural: medición del espacio y el tiempo.* Bogotá: Universidad Francisco José de Caldas.

Vergmaud, G. (2007). ¿En qué sentido la teoría de los campos conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? *Investigações em Ensino de Ciências , 12* (2), 285 - 302.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria.* México: Trillas.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuales. *Recherches en Didáctique des Mathématiques , 10* (2, 3), 133-170.

Vettorato, L. M. (2009). Para mudar a conversa na escola. En M. H. Favero, & C. da Cunha, *Psicología do conhecimiento. O dialogo entre as ciencias e a cuidadania* (págs. 259-262). Brasilia: Liber livro Editora.

ANEXOS

Anexo 1

Tabla 5. Registro de información de los estudiantes de 6ª

CODIGO	FECHA DE NACIMIENTO	EDAD (Años)	LUGAR RESIDENCIA	ETNIA	OCUPACIÓN DE LOS PADRES
1	4-01-99	10	Unión	I	Agricultor , Ama de casa
2	17-04-97	12	Palacé	C	Agricultor, Ama de casa
3	2-09-97	12	La Capilla	C	Espárragos, Ama de casa
4	11-09-95	14	La unión	C	Agricultor, Ama de casa
5	09-09-98	11	La unión	C	Agricultor, Ama de casa
6	14-04-98	11		I	Agricultor, Ama de casa
7	23-10-96	13	Crucero	C	Compra venta madera
8	17-04-99	10	La Capilla	I	Tesorero comunidad. Ama de casa
9	20-10-99	10	La Capilla	I	Trabajo atención al comunero y Gobernadora
10	09-03- 98	11	Parcelación Carrizal	C	Estudiante SENA mecánico, Ama de casa
11	23-10-99	11	La Capilla	I	Agricultor
12	01-98	11	Palacé	C	Agricultor, Ama de Casa
13	21-10-97	12	La unión	I	Agricultor, Ama de Casa
14	29-09-97	12	La unión	C	Agricultor, Ama de Casa
15	6-01-95	14	La unión	C	Agricultor
16	12-08-97	12	La Capilla	C	Espárragos, Ama de casa
17	01-11-99	10	La Capilla	C	Operador de máquinas, Ama de casa
18	28-05-98	11	Bajo Carrizal	C	Agricultor, Ama de Casa
19	08-02-97	12	Palacé	C	Agricultor, Ama de Casa
20	05-01-97	12	La Balsa Cajibío	C	Maestro de construcción, Ama de casa
21	22-09-95	14	El lago	C	Carpintero, Ama de casa
22	04-12-97	13	La Capilla	C	Maneja Chiva, Trabaja finca
23	12-12-97	12	Crucero Palacé	C	Cortador de madera, Ama de casa
24	25-05-98	11	La Balsa	C	Agricultor, Ama de Casa
25	28-06-98	11	Guangubio	C	Agricultor, Ama de Casa
26	11-03-98	11	La unión	C	Agricultor, Ama de Casa
27	26-08-96	13	La Capilla	I	Agricultor, Ama de Casa
28	15-02-95	14	La unión	C	Agricultor, Ama de Casa
29	20-05-97	12	La Capilla	I	Agricultor, Ama de Casa

En etnia: I corresponde a indígena y C a campesino.

Anexo 2

ENCUESTA INFORMATIVA APLICADA DE LOS ESTUDIANTES

Nombre del estudiante: _____
Fecha de diligenciamiento: _____

1. ¿Qué actividades haces en el día de lunes a viernes?

HORA	ACTIVIDAD
5:30 -6:30	
6:30 -7:30	
7:30- 1:30	
1:30-2:30	
2:30- 6:00	
6:00-7:00	
7:00- 9:00	

2. ¿Qué actividades haces en el fin de semana?

HORA	ACTIVIDAD
6:30 -8:30	
8:30- 10:30	
10:30-12:30	
12:30- 2:00	
2:00-4:00	
4:00- 6:00	
6:00- 9:00	

3. ¿En tus actividades ayudas en tú casa?

LUGARES	ACTIVIDAD
COCINA	
HABITACIONES	
FINCA	
CUIDAR ANIMALES	
ORDEÑO	
NO AYUDAS	

4. ¿Acompañas a tu padre en sus labores?_____ ¿En qué le ayudas?
   _____

5. ¿Acompañas a tu madre en sus laboras?_____ ¿En qué le ayudas?
   _____

Anexo 3

Solicitud de consentimiento informado para la participación de los estudiantes en el estudio a la Institución Educativa

La Capilla, Cajibío Febrero 17 de 2010

Licenciada
Rosa Amalia Burbano
Rectora
Institución Educativa Agropecuaria la Capilla

Cordial saludo

Conocedora de su deseo por estimular los procesos de investigación, me dirijo a usted muy comedidamente para solicitar permiso para trabajar en los meses de Marzo a Juno con 18 estudiantes de Séptimo grado con el fin de desarrollar el trabajo de campo del proyecto que estoy ejecutando, denominado *"El concepto de capacidad en niños: un estudio de las estrategias escolares y socioculturales para su construcción*", proyecto que realizo para optar al título de magister.

La metodología se centra en el desarrollo de unas situaciones problema, las cuales se harán de manera individualizada, para tal fin espero contar con el laboratorio como espacio para su desarrollo, en la medida de lo posible. El tiempo de trabajo por estudiante será, en promedio, de 1 hora.

Por su atención y espera de una respuesta favorable le estoy altamente agradecida.

Atentamente,

Erika Rosana Calambás Córdoba
Estudiante de la maestría en Educación
Universidad del Cauca

Anexo 4

Solicitud de consentimiento informado para la participación de los estudiantes en el estudio a los padres de familia

La Capilla, Cajibío Febrero 17 de 2010

Señores:

Padres de familia del grado 6A
Institución Educativa Agropecuaria la Capilla

Cordial saludo

Me dirijo a ustedes muy comedidamente para solicitar permiso para trabajar en los meses de Marzo a Juno con sus hijos, con el fin de desarrollar el trabajo de campo del proyecto que estoy ejecutando, denominado *"El concepto de capacidad en niños: un estudio de las estrategias escolares y socioculturales para su construcción*", proyecto que realizo para optar al título de magister.

Los niños tendrán que desarrollar unas actividades de manera individual y cuyo tiempo para hacerlo será de 1 hora. Es de anotar que para registrar la información los niños serán filmados, pero en el informe se tendrá absoluta reserva y no se dará a conocer los registros fílmicos.

Por su atención y espera de una respuesta favorable le estoy altamente agradecida.

Atentamente,

Erika Rosana Calambás Córdoba
Estudiante de la maestría en Educación
Universidad del Cauca

Anexo5

CORREGIMIENTO LA CAPILLA, MUNICIPIO DE CAJIBIO, CAUCA
N
W
E
S
Ortega
R. Ortega
San Antonio
El Dinde
El Carmelo
R. Mambial
La Pedregosa
Chaux
Santa Teresa (Casas Bajas)
CAJIBIO
La Venta de Cajibío
El Rosario
Campo Alegre
R. Palacé
La Capilla
REPÚBLICA DE COLOMBIA
DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO DE ESTADÍSTICA - DANE
INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI
CONVENCIONES
Área de Estudio
Límite Municipal
Cabecera Municipal
Corregimiento
Centro Poblado
Carretera pavimentada
Carretera sin pavimentar
Carreteable
Camino
Corrientes Hídricas
LOCALIZACIÓN GENERAL
Escala Gráfica
7.5 0 7.5 15 Km
Fuente: IGAC, Mapa Digital Integrado, 2003
© INSTITUTO GEOGRÁFICO AGUSTÍN CODAZZI 2003
INFORMACIÓN DE REFERENCIA
Elipsoide Internacional 1924
Proyección Conforme de GAUSS
Origen Bogotá
Coordenadas Planas 1,000,000 Metros Norte, 1,000,000 Metros Este
Coordenadas Geográficas Latitud 4° N 35.57
Longitud 74° 4' 51.30 Oeste de Greenwich

Anexo 6

Ficha de registro Prueba piloto: Sujeto 1

Prueba: BOTELLAS CONAGUA
Nombre del estudiante.__ Sujeto 1 _____Fecha de diligenciamiento: __17 de febrero de 2010SEXO: Femenino
Fecha de Nacimiento: __25 de Noviembre de 1997__Edad: ___12.25 años___ POBLACIÓN: Campesino Grado: 7 B

PREGUNTA	RESPUESTAS DEL NIÑO	OBSERVACIONES
1. Esta es una botella vacía de 600 ml, ¿si quisiéramos obtener 600 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella? **2. ¿Cómo hiciste para saberlo?**	No la lleno, porque así la veo en la tienda. Hay no se ven bien llena.	Manifiesta mucha seguridad al responder, porque se basa en lo que ve en las tiendas.
3. ¿Cuánto hay en la que tú llenaste (o la que se le lleno) y cuanto en la que está sellada? **4. ¿Qué hiciste para darte cuenta?**	Una tiene 605ml y la otra 600ml. Una está más llena que la otra, porque tiene diferentes tamaños (señala el nivel de agua).	Fue necesario llenar la botella hasta el borde para compararla con la botella sellada. Se nota incomoda al determinar la medida de los contenido y por ello emite un valor numérico con mucha inseguridad.
5. La etiqueta de la botella llena dice 600 ml, ¿lo que indica la etiqueta es la cantidad de gaseosa o lo que le cabe a la botella?	600ml es el contenido de la botella. Y a esta le cabe más (señala la botella) porque esta es más grande.	Se le nota muy segura cuando reconoce que el valor de la etiqueta es el contenido de la botella, pero en varios momentos suele utiliza este mismo valor para hablar de capacidad y del contenido.
6. Si tiene una botella de aceite 250 cc, de jugo de 250 cc, una cerveza de 350 ml y una botella de gaseosa de 300 ml ¿Cuál recipiente ves totalmente lleno? **7. ¿Las botellas tienen más capacidad de lo que muestra la etiqueta?**	El aceite está totalmente lleno. No, no ninguno está lleno. Las botellas tiene diferentes tamaños, por eso tiene más que esto (señala la etiqueta).	Hace una mirada rápida y se inclina por el aceite luego de enfatizarle en las palabras "totalmente lleno" revisa y cambia de opción. Confunde estos términos: "totalmente lleno" con "el más lleno" y con "el que le cabe más".
8. Estas son las botellas de la pregunta anterior ¿Todas las botellas son de diferentes formas? **9. ¿Depende la forma la capacidad de la botella?**	Todas las botellas tienen diferente forma. El tarro de aceite igual al del jugo, porque al vaciar este (señala el aceite) en este (señala el jugo) da lo mismo (señala los niveles de contenido). Pero, si hecho el aceite en el jugo este queda más abajo, porque el aceite no es como agua, no están sueltico como el jugo.	Con la forma se nota un poco inquieta y no muestra mucha seguridad al responder. Al hacer comparaciones entre los recipiente, ve las curvas de la botella, pero también le incorpora el tipo de sustancia como una diferencia en la forma.
10. Estas botellas son3,237 litros y2,672litro, ¿Es posible llenar el contenido de la botella 2,672litros en el contenido de botella de 3,237litros? **11. ¿Cuál de estas dos botellas tiene mayor contenido?** **12. ¿Cómo hiciste para saberlo?**	No es posible llenar la de 2,672 litros con la de 3,237porque la primea es más pequeña que la segunda y si lo hago se rebosaría. Esta (señala la botella de 3,237litros)tiene más contenido, porque es más grande, o sea, es más ancha.	Al tener las botellas de la misma altura mira que la diferencia entre ellas está en su ancho.
13. Esta es la botella de 650 ml ¿Se puede llenar todo el contenido de la botella de 650 ml con la de 2,672litro?	No se puede llenar la de 2,672 porque esta es más grande que esta (señala la de 650ml).	Le resulta inmediata la respuesta, ya que para ella es evidente la diferencia de tamaños entre las botellas.

14. ¿Cómo lo sabes?		
15. ¿Cuál o cuáles de los recipientes no están llenos hasta el tope? **16. ¿Por qué crees que estos recipientes no están llenos hasta el tope?**	Todos no están llenos hasta el tope, porque el más bajito es el alcohol. El vaporu no está lleno hasta el tope. La kola granulada (está sellada) se siente que no está llena porque al golpear siente un eco y si estuviera lleno esto no se escucharía. Pero estos tarros no están llenos, porque así se vende en la tienda	Como al alcohol se le puede ver el nivel de su contenido, opta por destapar los demás. Pero al no quita la tapilla de seguridad de la kola granulada, no puede establecer el nivel de su contenido. Y por ello se ve obligada a utiliza el eco para determinar la capacidad y como estos son granos diferente a la sustancias que antes veníamos trabajando se siente un poco confundida.
17. ¿Cree que el tipo de sustancia que hay en los recipientes afecta para que el recipiente este totalmente lleno? **18. ¿Cómo hiciste para saberlo?**	Si porque el tarro depende de la sustancia y por eso en la tienda hay tarros diferentes, porque están hecho según lo que le va a echar.	Considera que si es agua el tarro tiene unas características diferentes aquellos recipientes que contengan otro tipo de sustancia.

Anexo 7

Ficha de registro de las situaciones problema: capacidad de recipientes diferentes

Nombre del estudiante: _____ Fecha de diligenciamiento: _____Edad: _____
Fecha de Nacimiento: _____ Grupo: _____ Actividad económica de los padres: _____

PREGUNTA	RECIPIENTES DE LA SITUACIÓN	RESPUESTAS DEL NIÑO	ACCIONES DEL NIÑO	ESTRATEGIA
Se presenta un balde con agua, dos recipientes graduados de 500 cc y 250 cc, un recipiente pequeño, un embudo y una cinta métrica.				
Se presenta un tarro transparente con una estría horizontal y se anuncia que su capacidad es 1,70 litros. 1. ¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?				
2. ¿Cómo sabes que hasta allí debe ser?				
Se le presenta una botella de gaseosa vacía con dos estrías horizontales y 10 verticales, con tapa y etiqueta. Se anuncia que es una botella vacía con capacidad de 650 ml. 3. ¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella? Hazlo				
4. ¿Cómo hiciste para saberlo?				
Se le pide que lo llene hasta el borde y se le pregunta 5. ¿Cuánto crees que hay de agua ahora? ¿Por qué?				
Se le presenta una botella de gaseosa sellada con las mismas características y capacidad de botella vacía antes utilizada. 6. ¿Cuánto hay en la botella llena y cuánto en la botella que está sellada?				
7. ¿Qué hiciste para darte cuenta?				
Se le señala los 600 ml que aparece en la etiqueta de la botella sellada. 8. ¿Tú crees que se refiere a la cantidad de gaseosa o a lo que le cabe a la botella?				

9. ¿Qué te hace pensar eso?				
Se le presenta: **Una botella con 10 estrías horizontales, trasparente con contenido de 250 cc de aceite.** **Una botella con 4 estrías horizontales y 9 estrías verticales, trasparente con contenido de 250 cc de jugo.** **Una botella con figuras circulares, trasparente con contenido de 300 ml de gaseosa.** **Una botella lisa de cuello largo, trasparente con contenido de 350 ml de cerveza.** **Se le pide que las toque y mire cada una de las botellas.** 10. ¿Cuál de las botellas ves totalmente llena? ¿Por qué?				
11. ¿Crees que las etiquetas muestran la capacidad de las botellas? ¿Por qué?				
12. ¿Todos estas botellas tienen diferentes formas?				
13. ¿Qué te hacen pensar eso?				
14. ¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido? 15. ¿Qué te hace pensar eso?				
Se le presenta recipientes de diferentes formas, Los cuales fueron clasificados así: **Grupo 1: 4 cilindros rectos. tres tarros metálicos con capacidad de 180ml, 184ml y 410 ml y , 1 tarro rojo plástico de 316 ml de capacidad** **Grupo 2: cilindros irregulares, cuatro botellas transparentes de diferentes formas y tamaños y con capacidades de 524 ml, 546 ml , 644 ml y 650 ml**				
Se le presenta juntos los tarros del primer grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de los tarros. **El tarro 1 es de 410ml, el tarro 2 es de 316 ml, el tarro 3 es de 184 ml y el tarro 4 es de 180ml.** 16. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más capacidad al que tiene menos capacidad.	**3 2 4 1** Los números representa la forma como se numeraron los tarro			
17. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?				
18. ¿Cómo estaría seguro de que ese es el orden?				
19. ¿Cómo lo probarías? hazlo.				
Se le presenta juntas las botellas del segundo grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de las botellas. La botella 1 tiene una capacidad de 650 ml, la botella 2 tiene una capacidad de 644 ml, la botella 3 tiene una capacidad de 546 ml y la botella 4 tiene una capacidad de 524ml. 20. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más capacidad al que tiene menos capacidad.	**2 4 3 1** Los números representa la forma como se			

	enumeraron las botella.			
21. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?				
22. ¿Cómo lo probarías? Hazlo				
Se le pide que se mire los recipientes del grupo 1 y 2. 23. ¿En cuál de los grupos se puede hacer comparaciones más fáciles? ¿Por qué?				
24. ¿Y más difícil? ¿Por qué?				
Se le coloca 4 recipientes iguales de madera con 8 cm de ancho y 12 cm de largo, los cuales tienen perforaciones con los siguientes diámetros: 5.5cm, 4 cm, 2.5 cm y 2 cm. Los recipientes son colocados boca abajo y se le pregunta: 25. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad?	**4 1 2 3** Los números representa la forma como se numeraron los recipientes.			
Se voltea los tocos de madera y se le hace la misma pregunta anterior. 26. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad? ¿Por qué?				
27. ¿Cuál sería el orden de los recipientes según su capacidad?				
Se señala el recipiente de mayor espesor (recipiente 4) y se le pregunta: 28. ¿Hasta cuanto se puede ampliar la capacidad de este recipiente?				
Se le presenta 2 ollas de la misma forma, con capacidades de 2,2 litros y de 2,8 litros, una botella transparente con 3 estrías horizontales y de 2.6 litros llena de agua. Adicionalmente se le da una cita métrica. Y se le dice: de las dos ollas, 29. ¿Cuál crees tú, se puede utilizar para llenarla con el contenido de una botella de 2,6 litros de agua sin que se derrame el agua?				
30. ¿Cómo hiciste para saber que esa era la olla?				
31. ¿Cómo puedes probarlo?				
32. ¿Para llenar la olla pequeña, hasta donde se puede llenar la botella?				

ANEXO 8

Ficha de registro de las situaciones problema: Grupo campesinos

Código: 8-CMFecha de diligenciamiento: 4 de Mayo de 2010__Edad: _12.87____ Sexo: Masculino
Fecha de Nacimiento: _17 de Abril de 1997_____Grupo: Campesino Actividad económica de los padres: Agricultor y ama de casa

PREGUNTA	RECIPIENTES DE LA SITUACIÓN	RESPUESTAS DEL NIÑO	ACCIONES DEL NIÑO	ESTRATEGIAS
Se presenta un balde con agua, dos recipientes graduados de 500 cc y 250 cc, un recipiente pequeño, un embudo y una cinta métrica.				
Se presenta un tarro transparente con una estría horizontal y se anuncia que su capacidad es 1,70 litros. **1. ¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?**		Hasta por aquí.	Señala la mitad de la altura del tarro.	Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad Asignar la capacidad como contenido.
2. ¿Cómo sabes que hasta allí debe ser?		No lo lleno porque si lo voy a amover es mejor hasta ahí.	Fija la mitad de la altura del tarro como capacidad (para facilitar mover el recipiente)	
¿Hasta dónde llenaría el tarro si estuviera pegado a la mesa?		Lo dejo hasta por aquí para que no se caiga lo que hay.	Señalar nuevamente la mitad de la altura del tarro.	*Aumentar contenido si se fija el recipientes*
Se pide que se llene el tarro con agua hasta donde dice que se debe llenar.			Llena hasta la mitad de la altura del tarro.	*Generar condiciones que faciliten la movilidad del recipiente para evitar derrames*
Se le pide que lo llene hasta el borde se le pregunta **¿Por qué lo llenas hasta ahí?**		Para que no se riegue.	Llena el tarro hasta la estría horizontal. Reconoce llenar hasta límite superior del tarro(No lo hace para evitar derrames)	
¿Cuánto crees que hay de agua ahora?		El tarro tiene 1.90		
Se le pide de nuevo que lo llene hasta el borde y se le pregunta **¿Cuánto crees que hay de agua ahora?** **¿Por qué?**		Ahora hay 1.98 porque hay más agua.	Asigna un valor numérico secuencial y superior al establecido para la capacidad el tarro. Indica un cambio de nivel en el tarro	

Se le presenta una botella de gaseosa vacía con dos estrías horizontales y 10 verticales, con tapada y etiqueta. Se anuncia que es una botella vacía con capacidad de650 ml. **3. ¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella?**		Lo lleno hasta donde empieza la banda roja	Señala donde inicia la etiqueta de la botella	
4. ¿Cómo hiciste para saberlo?		Porque yo le calcule que iba hasta la banda roja.	Afirma que la capacidad del recipiente se da al nivel de la etiqueta.	Utilizar características externas(etiqueta)del recipiente para indicar límite de capacidad
El investigador pregunta **¿dónde has visto que se llenen así estas botellas?**		En la casa, mi papá cuando va a llenar algo lo llena hasta ahí.		*Guiarse por lo llamativo de la botella que es la etiqueta*
Se le pide que lo llene hasta el borde y se le pregunta **5. ¿Cuánto crees que hay de agua ahora?**		Hay como 690 ml	Asigna un valor numérico secuencial y superior al establecido para la capacidad el tarro.	
Se le presenta una botella de gaseosa sellada con las mismas características y capacidad de botella vacía antes utilizada. **6. ¿Cuánto hay en la botella llena y cuánto en la botella que está sellada?**		Aquí hay690ml (señala la botella con agua) y aquí unos670 ml (señala la botella sellada).	Asigna a la botella sellada el valor de 670ml y otra 690ml	Establecer orden a partir de la comparación de contenidos
7. ¿Qué hiciste para darte cuenta?		Porque esta de acá está más bajita y esta (señala la botella llena con agua) está llena hasta arriba.	Compara contenidos para establecer orden. Asigna un valor numérico según el orden que establecido.	
Se le señala los 600 ml que aparece en la etiqueta de la botella sellada. **8. ¿Tú crees que se refiere a la cantidad de gaseosa o a lo que le cabe a la botella?**		A la cantidad de gaseosa		Asigna el valor de la etiqueta como contenido. Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad.
9. ¿Qué te hace pensar eso?		Porque ella tiene 600ml de gaseosa, a la botella le puede caber más o menos 670, porque le falta toda vía para llenar.	Considera que el valor numérico de la etiqueta hace referencia al contenido.	*Confunde totalmente lleno con el más lleno*
Se le presenta: Una botella con 10 estrías horizontales, trasparente con contenido de 250 cc de aceite. Una botella con4 estrías horizontales y 9 estrías verticales, trasparente con contenido de 250 cc de jugo. Una botella con figuras circulares, trasparente con contenido de 300 ml de gaseosa. Una botella lisa de cuello largo, trasparente con contenido de 350 ml de cerveza. Se le pide que las toque y mire cada una de las		Esta es más grande (señala la botella de cerveza) y lo más largo que tiene aquí (señala el cuello de la botella), aun que le falta un poquito, hay más o menos es esta. Están lo mismo (junta el jugo y el aceite), pa´mi que es la cerveza.	Escoge la botella de cerveza. Asigna capacidad como contenidos.	*Se guía de los espacios vacíos para establecer la diferencia entre capacidad y contenido.*

botellas. **10. ¿Cuál de las botellas ves totalmente llena? ¿Por qué?**				
11. ¿Crees que las etiquetas muestran la capacidad de las botellas?		La botella tiene de gaseosa 300 ml y a ella le cabe 300 ml.	Considera que el valor numérico de la etiqueta hace referencia a la capacidad.	
12. ¿Todos estas botellas tienen diferentes formas?		Todas tienen diferente forma.		
13. ¿Qué te hacen pensar eso?		Porque hay unas más pequeñas, otra mediana y grande, hay botellas de vidrio y de plástico, y tiene distintos líquidos, tiene distintas etiquetas.	Identifica tamaños, estrías, formas, materiales y tipos de sustancia en las botellas.	
14. ¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido? **15. ¿Qué te hace pensar eso?**		La forma hace que tenga más contenido porque le pude caber otro poquito, porque le quedan otros espaciecitos en las botellas.	Afirma que el aumento de tamaño implica más contenido.	
Se le presenta recipientes de diferentes formas, Los cuales fueron clasificados así: Grupo 1: 4 cilindros rectos. tres tarros metálicos con capacidad de 180ml, 184ml y 410 ml y ,1 tarro rojo plástico de 316 ml de capacidad Grupo 2: cilindros irregulares**.** Cuatro botellas transparentes de diferentes formas y tamaños y con capacidades de 524, 546, 644 y 650				Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad. Agrupa de dos en dos y ordenar según pesos.
Se le presenta juntos los tarros del primer grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de los tarros. El tarro 1 es de 410ml, el tarro 2 es de 316 ml, el tarro 3 es de184 ml y el tarro 4 es de180ml. **16. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más contenido al que tiene menos contenido.**	**3241** 		Coloca el siguiente orden en los tarro: 1, 2,3,4	
17. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?		Este es más anchito (Señala el 1) y le puede caber más que este (Señala el 2). Este es más bajo (Señala el 3) y este es más pequeñito (Señala el 4).	Ordena a partir del ancho y el largo de los recipientes	
18. ¿Cómo estaría seguro de que ese es el orden?		Porque se ve que esta (Señala el recipiente 1) y le cabe más.		
19. ¿Cómo lo probarías? hazlo.		Echándole agua. Este pesa más (Levantando el tarro1). Si pesa más tiene más capacidad.	Echa agua a los tarros 1 y 2. Los levanta simultáneamente para pesarlos.	
		Este pesa más(levantando el tarro 3) que este (levantando el tarro 4)	Echa agua a los tarros 3 y 4. Los levanta simultáneamente para pesarlos Agrupa de dos en dos y entre ellos	

			compara sus pesos. Ordena a partir de los pesos	
El investigador pregunta como sabe que cual pesa más		Se sienta que uno pesa un poquito más que otro		
Se le presenta juntas las botellas del segundo grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de las botellas. La botella 1 tiene una capacidad de 650 ml, la botella 2 tiene una capacidad de 644 ml, la botella 3 tiene una capacidad de 546 ml y la botella 4 tiene una capacidad de 524ml. **20. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más contenido al que tiene menos contenido.**	**2 4 3 1** Los números representa la forma como se numeraron las botella.		Coloca el siguiente orden en las botellas: 1, 2, 3, 4	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad Agrupar de dos en dos y ordenar según pesos El tamaño facilita el orden de los recipientes. La forma afecta en el orden de los recipientes.
21. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?		Porque esta es más grueso (señala la botella 1) y le puede caber más, esta es más delgadita y le queda faltando un poquito para igualar en el peso (señala la botella 2). Este es pequeño (señala la botella 3) y este es más pequeño (señala la botella 4).	Ordena a partir del ancho y el largo de los recipientes.	
22. ¿Cómo lo probarías? Hazlo		Llenándola con agua y luego tantearlos para ver cual pesa más. No lo lleno porque al taparla se puede rebosar. Este (señala la botella 1) la lleno hasta el borde porque quiero que pese más y los otras las dejo así.	Llena las botellas 1 hasta el borde y los otros por más abajo del borde.	
		Esta pesa (señala la botella 1) más que esta (señala la botella 2).	Levanta las botellas 1 y 2 simultáneamente para pesarlos.	*Compara los dos primeros y luego el 3 y 4*
		Esta más pesada.	Levanta las botellas 3 y 4 simultáneamente para pesarlos.	
Se le pide que se mire los recipientes del grupo 1 y 2. **23. ¿En cuál de los grupos se puede hacer comparaciones más fáciles? ¿Por qué?**		Con el grupo 1, porque son más pequeñas.	El tamaño de los recipientes del grupo 1 facilita ordenarlos.	
24. ¿Y más difícil? ¿Por qué?		Con el grupo 2 porque son más grande botellas y que un poquito duro para calcular. Lo duro esta en las dos grandes, porque este era más ancho y este era más largo	La forma del recipiente hace difícil ordenar el grupo 2	
Se le coloca 4 recipientes iguales de madera con 8	**2341**	Este es porque es más pesado.	Escoge el recipiente 1 por el peso	Asignar la capacidad comoel peso

cm de ancho y 12 cm de largo, los cuales tienen perforaciones con los siguientes diámetros: 5.5cm, 4 cm, 2.5 cm y 2 cm. Los recipientes son colocados boca abajo y se le pregunta: **25. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad?**		Todos estos son casi iguales.	Compara los recipientes 2, 3, 4; levantando los uno a uno para pesarlo.	Asignar la capacidad comoel ancho Relacionar el espesor con la capacidad.
Si los recipientes estuvieran pagados a la mesa, **¿cómo sabrías cual tiene más capacidad?**		Escogería el mas gruesito Todos miden lo mismo	Señala el ancho del recipiente 1. Mide los contornos de los recipientes.	
¿Cuál tiene más capacidad?		Esta pesa más (señala el recipiente 1), porque es más pesado y tiene más capacidad.		
Se voltea los tocos de madera y se le hace la misma pregunta anterior. **26. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad? ¿Por qué?**		Este porque es más ancho	Señala el recipiente que tiene el hueco más grande	
27. ¿Cuál sería el orden de los recipientes según su capacidad?		Este (señala el 1) tiene el circulo más grande y este (señala el 4) es más pequeño	Ordena los recipientes así: 1,2,3,4	
El niño desea probar su solución		Si está bien porque este(señala el 1) es el más pesado	Los llena con agua cada uno de los recipientes y los pesa.	
Se señala el recipiente de mayor espesor (recipiente 4) y se le pregunta: **28. ¿Hasta cuanto se puede ampliar la capacidad de este recipiente?**		Hondándolo más (señala la altura del recipiente). Ancharlo un poquito más, hasta el borde (señala el orificio del recipiente)	Variar el espesor varia la capacidad.	
Se le presenta 2 ollas de la misma forma, con capacidad es de 2,2litros y de 2,8litros, una botella transparente con 3 estrías horizontales y de 2.6 litros llena de agua. Adicionalmente se le da una cita métrica. Y se le dice: de las dos ollas, **29. ¿Cuál crees tú, se puede utilizar para llenarla con el contenido de una botella de2, 6litros de agua sin que se derrame el agua?**		En la más pequeñita. Porque se hace en forma de chorrerita y no se derrama mucho. Luego pregunta: ¿todo lo de la botella?, entonces todo lo de la botella no le cabe porque es más pequeña. Escojo esta (señala la olla grande)	Inicialmente escoge la más pequeña. Si se necesita llenar todo el contenido de la botella cambia por la olla grande.	Relacionar altura con profundidad
30. ¿Cómo hiciste para saber que esa era la olla?		Porque tiene más profundidad	Coloca la olla en posición vertical. Relaciona el largo de la botella con el ancho de la botella	
31. ¿Cómo puedes probarlo?		Llenándola la olla con el agua de la botella.		
32. ¿Para llenar la olla pequeña, hasta donde se puede llenar la botella?		Hasta la mitad por que la botella es alta y la olla no es muy ancha. Le echamos agua a la olla y la botella y la pesamos pa` ver cuánto debe llenarse.	Llena hasta la mitad de la botella Prueba que no fue muy exacta su medida propone pesarlos.	

ANEXO 9

Ficha de registro de las situaciones problema: Grupo de indígenas

Código: 1-IM Fecha de diligenciamiento: 3 de Mayo de 2010 Edad: 11.89 Sexo: Masculino

Fecha de Nacimiento: 14 de Abril de 1998 Grupo: Indígenas Actividad económica de los padres: Agricultores

PREGUNTA	RECIPIENTES DE LA SITUACIÓN	RESPUESTAS DEL NIÑO	ACCIONES DEL NIÑO	ESTRATEGIAS
Se presenta un balde con agua, dos recipientes graduados de 500 cc y 250 cc, un recipiente pequeño, un embudo y una cinta métrica.				
Se presenta un tarro transparente con una estría horizontal y se anuncia que su capacidad es 1,70 litros. 1. ¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?			Señala en la parte media superior de la altura del tarro.	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad Asignar la capacidad como contenido
2. ¿Cómo sabes que hasta allí debe ser?		Porque el tarro es grande y necesita menos agua para poder llenar 1.7 y si llenamos se vota.	Clasifica por tamaño y contenido el tarro.	*Aumentar contenido si se fija el recipiente.* *No tiene en cuenta los valores numéricos. Generar condiciones que faciliten la movilidad del recipiente para evitar derrames*
¿Hasta dónde llenarías el tarro si estuviera pegado a la mesa?		Hasta este anillito, porque hay no se pude mover y no se botaría nada.	Señala la estría horizontal del tarro.	
Se pide que se llene el tarro con agua hasta donde dice que se debe llenar.			Llena el tarro hasta parte media superior de la altura del tarro.	
Se pide que se llene el tarro con agua hasta donde dice que se debe llenar.		Ahí se pude llenar el agua para que no se vote	Llena hasta la estría horizontal del tarro. Reconoce llenar hasta límite superior del tarro (No lo hace para evitar derrames)	
Se le pide que lo llene hasta el borde y se le pregunta ¿Cuánto crees que hay de agua ahora? ¿Por qué?		Hay más.	Asigna mayor valor al de la capacidad del recipiente. Indica un cambio de nivel en el tarro.	

Se le presenta una botella de gaseosa vacía con dos estrías horizontales y 10 verticales, con tapada y etiqueta. Se anuncia que es una botella vacía con capacidad de650 ml. 3. ¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella? Hazlo		Hasta aquí.	Señal el inicio delas estrías verticales de la botella	Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad Establecer orden a partir de la comparación de contenidos.
4. ¿Cómo hiciste para saberlo?		Porque hasta por aquí uno lo podía mover y se rebosaría. La coca cola es como un aire que se sale entonces se botaría, entonces tocaría llenarlo hasta por aquí no mas para que no se vote.	Fija las estría verticales de la botella como capacidad (para facilitar mover la botella y evitar derrames)	
Si se garantiza que no se va a botar hasta donde lo llenarías		Hasta aquí (señala el inicio de la rosca de la botella)		
¿Dónde has visto que se llenen así estas botellas?		En mi casa con mi hermano		*Medir la capacidad así comolo aprendió en la casa*
Se le pide que lo llene hasta el borde y se le pregunta 5. ¿Cuánto crees que hay de agua ahora? ¿Por qué?		Hay 670 mililitros, porque hasta por aquí (señala el final de la estrías verticales) habían 650 y ahora está aquí (señala la rosca de la botella).	Compara contenidos para establecer orden. Asigna un valor numérico según el orden que establecido.	
Se le presenta una botella de gaseosa sellada con las mismas características y capacidad de botella vacía antes utilizada. 6. ¿Cuánto hay en la botella llena y cuánto en la botella que está sellada?		Hay 670 y 640	Asigna a la botella sellada el valor de 640 ml y otra 670ml	
7. ¿Qué hiciste para darte cuenta?		Porque esta tiene 670 y esta(señala la botella sellada) tiene un poquito más abajo	Comparar contenidos para asignar un valor numérico	Asigna el valor de la etiqueta como contenido. Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad.
Se le señala los 600 ml que aparece en la etiqueta de la botella sellada. 8. ¿Tú crees que se refiere a la cantidad de gaseosa o a lo que le cabe a la botella?		La capacidad de la botella porque la botella tiene 600ml de bebida.		
9. ¿Qué te hace pensar eso?		O sea esta (señala la botella sellada) tiene 600ml y esta (señala la botella que llenó) tiene 670, o sea que a la botella le cabe más (señala hasta la rosca de la botella).	Considera que el valor numérico de la etiqueta hace referencia al contenido.	

Se le presenta: **Una botella con 10 estrías horizontales, trasparentecon contenido de 250 cc de aceite.** **Una botella con4 estrías horizontales y 9 estrías verticales, trasparente con contenido de 250 cc de jugo.** **Una botella con figuras circulares, trasparente con contenido de 300 ml de gaseosa.** **Una botella lisa de cuello largo, trasparente con contenido de 350 ml de cerveza.** **Se le pide que las toque y mire cada una de las botellas.** 10. ¿Cuál de las botellas ves totalmente llena? ¿Por qué?		Este (señala el aceite), porque está más un poquito arribita del anillo (señala la rosca de la botella) este está más abajo (señala la cerveza), este está más abajo (señala el jugo) y este está más abajito (señala la gaseosa)	Escoge la botella de aceite. Afirma que la capacidad del recipiente se da al nivel de la rosca.	
¿Todas tienen el anillo? ¿Y cómo sabes hasta donde debe estar llenaren esa que no tiene anillo?		Si menos esta (señala la gaseosa). Por la tapa, hasta la tapa se llena		
11. ¿Crees que las etiquetas muestran la capacidad de las botellas?		La capacidad para la botella, dice que hasta ahí no más le cabe en la botella. Le pude caber mas de los que dice la etiqueta	Establece diferencia entre contenido y capacidad.	
12. ¿Todos estas botellas tienen diferentes formas?		Todas son de diferente forma		
13. ¿Qué te hacen pensar eso?		porque unas son más grandes , otras son más pequeñas y medianas	Identifica tamaños en las botellas.	
14. ¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido? 15. ¿Qué te hace pensar eso?		Mas capacidad porque si tiene otra forma puede tener más capacidad porque es más ancho y largo	Afirma que el aumento de altura y ancho implica más contenido.	
Se le presenta recipientes de diferentes formas, Los cuales fueron clasificados así: **Grupo 1: 4 cilindros rectos. tres tarros metálicos con capacidad de 180ml, 184ml y 410 ml y ,1 tarro rojo plástico de 316 ml de capacidad** **Grupo 2: cilindros irregulares**. **Cuatro botellas transparentes de diferentes formas y tamaños y con capacidades de 524, 546, 644 y 650**				Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad Partir de un recipiente patrón (la pipeta), para ordena los recipientes según sobrantes.
Se le presenta juntos los tarros del primer grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de los tarros. **El tarro 1 es de 410ml, el tarro 2 es de 316 ml, el tarro 3 es de184 ml y el tarro 4 es de180ml.** 16. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más contenido al que tiene menos contenido.			Coloca el siguiente orden en los tarro: 1,2,3,4	
17. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?		Porque este (señala el tarro 1) esta redondo sin una boca pequeña sin ningún coso mediano. Y este (señala el tarro 2) esta así mismo	Ordena a partir del ancho y el largo de los recipientes	

		pero está un poco medio (señala la boca del tarro) y este (señala tarro 3) es muy pequeñito. A este (señala tarro 4) le cabe más que a este (señala tarro 3).	Decide cambiar el orden de los tarros así: 1,2,4,3	
18. ¿Cómo estaría seguro de que ese es el orden?				
19. ¿Cómo lo probarías? hazlo.		No llena, llega hasta por aquí (con el dedo marca hasta donde subió el nivel del agua, cerca del centro del tarro). Este llega hasta por aquí (con el dedo marca en las rosca del tarro 2). Con este le falta 6 ½ rayitas (mostrando lo que le queda en la pipeta luego de llenar el tarro 3). Entonces este (señala el tarro 1) tiene más capacidad que este (señala el tarro 2) porque aquí tiene más espacio para llenar y este tiene poquito (señala el tarro 2). Y este (señala el tarro 4) tiene un poquito más y este (señala el tarro 3) tiene un poquito menos porque este (señala el tarro 3) le falta unas rayitas y este le llego siempre bastante hasta 250. Entonces este (señala el tarro 1) tiene más capacidad y este (señala el tarro 2) no tiene poquita y este (señala el tarro 4) no tiene ni mucha y este tampoco tiene mucha capacidad (señala el tarro 3).	Llena la pipeta exactamente250 cc y reenvasa su contenido en los tarros 1 y 2. Señala hasta donde se llena el tarro o lo que le queda en la pipeta para ordenar los tarros. Llena la pipeta exactamente200 cc y reenvasa su contenido en los tarros 3 y 4. Señala lo que le queda en la pipeta para ordenar los tarros.	Es cuidadoso para llenar la pipeta hasta el nivel requerido.
Se le presenta juntas las botellas del segundo grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de las botellas. La botella 1 tiene una capacidad de 650 ml, la botella 2 tiene una capacidad de 644 ml, la botella 3 tiene una capacidad de 546 ml y la botella 4 tiene una capacidad de 524ml. 20. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más contenido al que tiene menos contenido.	**2 4 3 1** Los números representa la forma como se numeraron las botella.		Coloca el siguiente orden en las botellas:2,1,4,3	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad Reenvasar contenidos de un recipiente patrón y ordena a partir de los espacios vacios. El material facilita el orden de los recipientes.
21. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?		Porque esta (señala la botella 2) es más grande, más ancha. Esta es mediana pero es ancha (señala la botella 1) pero es un poquito menos que esta (señala la botella 2).Esta (señala la botella 4) es agrande pero	Ordena a partir del ancho y el largo de los recipientes.	

		tiene unos huequitos para que no llene mucho (señala las curvas de la botella). Y esta (señala la botella 3) va de grueso a delgado		
22. ¿Cómo lo probarías? Hazlo		Utilizo este (señala el recipiente de 500 cc) y voy a llenar a este (señala la botella 2)lo que llene aquí también tiene que llenar acá (señala la botella 1). Esta (señala la botella 1) tiene más espacio (muestra con el dedo lo que no se ha llenado de la botella) que este (señala la botella 2), entonces tenemos que voltearlo así (cambia de posición la botella 2 con la 1).	Reenvasa todo el contenido del recipiente de 500cc en las botellas 1 y 2 y compara los espacios vacios para ordenarlos.	*Compara los dos primeros y luego el 3 y 4.*
Porque no lo llenas el recipiente de 500 cc?		Le echo más poquito porque las botellas son más pequeñas.	El recipiente de 500 cc lo llena hasta 400 para trabajar con al botellas 3 y 4 por ser más pequeñas	
		A este (señala la botella 4) la falta todavía para llenar. Los dos son iguales porque este (señala la botella 4) es más ancho (señala los espacios vacios de la botella) y este (señala la botella 3) más delgado y este es lago (señala la botella 4) y este es ancho (señala la botella 3). Entonces tocaría llenarlos con 500 para saber cual tiene más. Este (señala la botella 4) tiene un poquito menos que este (señala la botella 3), O sea que este (señala la botella 3) lleva mas y es menos (señala la botella 4)	Reenvasa todo el contenido del recipiente de 500cc en las botellas 3 y 4 y compara los espacios vacios para ordenarlos. Afirma que las botellas 3 y 4 son iguales porque sus niveles son muy próximos. Reenvasa todo el contenido del recipiente de 500cc en las botellas 3 y 4 y compara los espacios vacios para ordenarlos Cambia el orden de la botellas así: 1,2,4,3	
Se le pide que se mire los recipientes del grupo 1 y 2. 23. ¿En cuál de los grupos se puede hacer comparaciones más fáciles? ¿Por qué?		Con el segundo porque con las botellas uno sabe mas cual tiene más y cual tiene menos en los tarros es más duro saber. Con las botellas es más fácil medir con esta cosita (señala el recipiente de 500 cc)	Asegura que con el grupo 2 se pude ver el nivel del contenido para ordenar	
24. ¿Y más difícil? ¿Por qué?		En lo tarros porque uno no puede saber hasta dónde llena y uno se puede pasa de lo que trae. Para se fácil medir tocaría hacer una botella en cada tarro (Coloca al		

		frente de cada tarro un de la botellas)		
Se le coloca 4 recipientes iguales de madera con 8 cm de ancho y 12 cm de largo, los cuales tienen perforaciones con los siguientes diámetros: 5.5cm, 4 cm, 2.5 cm y 2 cm. **Los recipientes son colocados boca abajo y se le pregunta:** 25. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad?		Porque es más grande y es más grueso (toca el contorno del recipiente). Este es un poquito grande (señala el recipiente 1). Tiene 8 cm estico, este también tiene 8. Todos son iguales	Junta los recipientes y escoge el recipiente 1 Pone el recipiente 1 frente al 3 y los alinea. Los mide el ancho de una de las caras de cada uno de los recipientes. Encuentra que todos le dan lo mismo.	Asignar la capacidad como el tamaño Asignar la capacidad como el ancho Relacionar el espesor con la capacidad
Se voltea los tocos de madera y se le hace la misma pregunta anterior. 26. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad? ¿Por qué?		Este (señala el recipiente 1) porque es más grande que los demás, el hueco es más grande		
27. ¿Cuál sería el orden de los recipientes según su capacidad?		Este es más pequeño y tiene más largo pero...Este es más grueso pero medio grande son iguales	Ordena los recipientes así: 1,2,3,4	
El niño desea probar su solución				
Se señala el recipiente de mayor espesor (recipiente 4) y se le pregunta: 28. ¿Hasta cuanto se puede ampliar la capacidad de este recipiente?		Haría el hueco más grande (pasa el dedo por el filo del recipiente)	Variar el espesor varia la capacidad.	
Se le presenta 2 ollas de la misma forma, con capacidades de 2,2litros y de 2,8litros, una botella transparente con 3 estrías horizontales y de 2.6 litros llena de agua. Adicionalmente se le da una cita métrica. Y se le dice: de las dos ollas, 29. ¿Cuál crees tú, se puede utilizar para llenarla con el contenido de una botella de2, 6litros de agua sin que se derrame el agua?		Esta es (escoge la olla más grande),	Escoge la olla más grande	Comparar tamaños de los recipientes Comparar medida del contorno de la olla con el largo de la botella. Comparar medida del contorno de la botella con el largo de la olla. Comparar los valores numéricos de las capacidades de los recipientes.
30. ¿Cómo hiciste para saber que esa era la olla?		Porque esta es más grande y le cabe todo. A simple vista se puede ver que esta es más grande y se puede llena todo de lo que hay aquí (señala la botella).	Compara el tamaño de la olla con el de la botella.	
31. ¿Cómo puedes probarlo?		Echándole el agua en la olla		
32. ¿Para llenar la olla pequeña, hasta donde se puede llenar la botella?		Esta ahí (señala antes de iniciar la curva de la botella), porque tiene menos capacidad de esta (señala la olla mediana) y el tarro lo sería también. Si se podría saber el número de esta (se refiere a la capacidad de la olla) se compara con el que hay aquí (señala el número de la botella)	Mide el contorno de olla y la compara con la altura de la botella Mide el contorno de la botella y la compara con el contorno de la olla. Comparar el valor numérico de la capacidad de los recipientes.	

ANEXO 10

Ficha de registro de las situaciones problema: Grupo de asalariados

Código: 17-IF Fecha de diligenciamiento: 18 de Mayo de 2010 Edad: 11.27 Sexo: Femenino

Fecha de Nacimiento: 14 de diciembre de 1998 Grupo: Hijos de asalariados Actividad económica de los padres: Empleado de Espárragos y ama de casa

PREGUNTA	RECIPIENTES DE LA SITUACIÓN	RESPUESTAS DEL NIÑO	ACCIONES DEL NIÑO	ESTRATEGIA
Se presenta un balde con agua, dos recipientes graduados de 500 cc y 250 cc, un recipiente pequeño, un embudo y una cinta métrica.				
Se presenta un tarro transparente con una estría horizontal y se anuncia que su capacidad es 1,70 litros. 1. ¿Si quisiéramos obtener 1,70 litros de agua hasta dónde se debe llenar el tarro?			Señala aproximadamente a en la mitad de la altura del tarro.	Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad Asignar la capacidad como contenido.
2. ¿Cómo sabes que hasta allí debe ser?		Pues que de pronto será la medida		*Aumentar contenido si se fija el recipiente.* *No tiene en cuenta los valores numéricos*
¿Hasta dónde llenarías el tarro si estuviera pegado a la mesa?		Todo	Coloca toda su mano cubriendo la boca del recipiente.	
Se pide que se llene el tarro con agua hasta donde dice que se debe llenar.			Lena hasta la estría horizontal del tarro.	
Se le pide que lo llene hasta el borde y se le pregunta ¿Cuánto crees que hay de agua ahora? ¿Por qué?		Más que hace rato.	Asigna mayor valor al de la capacidad del recipiente.	
Se le presenta una botella de gaseosa vacía con dos estrías horizontales y 10 verticales, con tapada y etiqueta. Se anuncia que es una botella vacía con capacidad de650 ml. 3. ¿si quisiéramos obtener 650 ml de agua hasta dónde se debe llenar la botella? Hazlo		Lo llenaría hasta aquí.	Señala aproximadamente en la mitad de la botella.	Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad. Establecer orden a partir de la comparación de contenidos.
4. ¿Cómo hiciste para saberlo? Hazlo		Porque yo creo que ahí están los 650 mililitros	Llena hasta el inicio de las estrías verticales de la botella	
Se le pide que lo llene hasta el borde y se le pregunta 5. ¿Cuánto crees que hay de agua ahora? ¿Por qué?		Hay 650	Llenar hasta las estrías verticales tiene el mismo contenido que llenarlo hasta el límite superior de la botella.	

Se le presenta una botella de gaseosa sellada con las mismas características y capacidad de botella vacía antes utilizada. 6. ¿Cuánto hay en la botella llena y cuánto en la botella que está sellada?		En esta hay 650 y en esta 600	Asigna a la botella sellada el valor de 600ml y otra 650ml	
7. ¿Qué hiciste para darte cuenta?		Porque esta está más abajo y esta está más arriba	Compara contenidos para establecer orden. Asigna un valor numérico según la comparación.	
Se le señala los 600 ml que aparece en la etiqueta de la botella sellada. 8. ¿Tú crees que se refiere a la cantidad de gaseosa o a lo que le cabe a la botella?		Lo que le cabe a la botella		Asigna el valor de la etiqueta como capacidad. Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad. Asignar la capacidad como contenido
9. ¿Qué te hace pensar eso?		Tiene menos de 600 la gaseosa porque si fueron 600 estuviera llena hasta acá.	Considera que el valor numérico de la etiqueta hace referencia a la capacidad	
Se le presenta: **Una botella con 10 estrías horizontales, trasparente con contenido de 250 cc de aceite.** **Una botella con4 estrías horizontales y 9 estrías verticales, trasparente con contenido de 250 cc de jugo.** **Una botella con figuras circulares, trasparente con contenido de 300 ml de gaseosa.** **Una botella lisa de cuello largo, trasparente con contenido de 350 ml de cerveza.** **Se le pide que las toque y mire cada una de las botellas.** 10. ¿Cuál de las botellas ves totalmente llena? ¿Por qué?		Esta, porque hay es la medida (señala la rosca de la botella). Los otros deberían estar más llenos (señala hasta la rosca de los recipientes).	Señala la botella de aceite. Afirma que la capacidad del recipiente se da al nivel de la rosca.	
11. ¿Crees que las etiquetas muestran la capacidad de las botellas? ¿Por qué?		Es la capacidad, el numerito significa que ella tiene capacidad para empacar los 300 ml (señalando la etiqueta de la botella de gaseosa). Esta botella tiene menos de 300 porque si tuviera 300 entonces debería estar llena pero no la llena	Asignar la capacidad como contenido	
¿Por qué crees que no llena las botellas?		A veces en las gaseosas unas viene más llenas y otras más bajitas. Cuando tiene bien la medida están bien llenas		
12. ¿Todos estas botellas tienen diferentes formas?		si		
13. ¿Qué te hacen pensar eso?		Esto es de plástico y este es de vidrio (señala el jugo y la gaseosa). Este es más pequeño y este es más grande (señala la cerveza y el aceite). Este de	Identifica tamaños, tipo de material y tipos de sustancia en las botellas.	

		pronto tiene otra sustancia y este tiene otra (señala la cerveza y el aceite).		
14. ¿Crees que la forma de la botella hace que tenga más o menos contendido? 15. ¿Qué te hace pensar eso?		Tenga más contenido, cuando al botella estuviera llena y la botella debería ser grande.	Afirma que el aumento de tamaño implica más contenido.	
Se le presenta recipientes de diferentes formas, Los cuales fueron clasificados así: **Grupo 1: 4 cilindros rectos. tres tarros metálicos con capacidad de 180ml, 184ml y 410 ml y ,1 tarro rojo plástico de 316 ml de capacidad** **Grupo 2: cilindros irregulares**. **Cuatro botellas transparentes de diferentes formas y tamaños y con capacidades de 524, 546, 644 y 650**				
Se le presenta juntos los tarros del primer grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de los tarros. **El tarro 1 es de 410ml, el tarro 2 es de 316 ml, el tarro 3 es de184 ml y el tarro 4 es de180ml.** 16. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más contenido al que tiene menos contenido.	**3 2 4 1** 		Coloca el siguiente orden en los tarro: 1,2,3,4	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad Medir anchos para establecer orden. Medir alturas para establecer orden. Reenvasa contenidos y oren a partir de los sobrantes
17. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?		Porque en este (señala el tarro 1) cabe más cantidad de agua, porque es un poquito bajito pero más ancho y en cambio este (señala el tarro 2) es un poco más alto pero más delgado. Y este (señala el tarro 3) es un poco más delgado y ancho, que este (señala el tarro 4).	Ordena a partir del ancho y el largo de los recipientes	*Compara los dos primeros y luego el 3 y 4.*
18. ¿Cómo estaría seguro de que ese es el orden?		Midiéndolos con el metro		
19. ¿Cómo lo probarías? hazlo.		Este mide 21 y este 19 A este (señala el tarro 1) le cabe más cantidad de agua y que este más grueso que este (señala el tarro 2). Este mido 17 y este midió 20. Entre estos dos el más grueso es este (señala el tarro 4) y tiene más capacidad.	Mide los anchos de los tarros 1 y 2 Mide los anchos de los tarros 3y 4. Cambia el orden de los tarros así: 1,4,2,3 Ordenar a partir del ancho de los tarros.	
A parte de medir, ¿de qué otra forma se puede probar el orden de los tarros? Hazlo		Con la altura. Este midió 12 (señala el tarro 1),Este midió 6 (señala el tarro 2), Este midió 13 (señala el tarro 3) y Este midió 9 (señala el tarro 4).	Mide la altura de cada uno de los tarros. Cambia el orden de los tarros así: 1,2,3,4 Ordenar a partir del tamaño de los tarros.	
¿Cuál crees que debería ser el orden? ¿Por qué?		No lo se		
¿De qué otras forma se puede? hazlo		Unos tienen más agua que otros.	Llena todos lo recipiente con agua Reenvasa el contenido del tarro 1 en	

		No son iguales por si lo fueran toda el agua cabria en este tarro, entonces este (señala el tarro 1) es más grande. El más grande es este(señala el tarro 3) porque en este le cabe más agua y le quedo agua aquí.	el tarro 2 y compara contenidos. Reenvasa el contenido del tarro 3 en el tarro 4 y compara contenidos. Cambia el orden de los tarros así: 1,2,4,3 Ordena a partir de los sobrantes.	
Se le presenta juntas las botellas del segundo grupo, los cuales pueden tocar y mirar. No se le dice las capacidades de las botellas. La botella 1 tiene una capacidad de 650 ml, la botella 2 tiene una capacidad de 644 ml, la botella 3 tiene una capacidad de 546 ml y la botella 4 tiene una capacidad de 524ml. 20. Ordena del recipiente que tú creas que tiene más contenido al que tiene menos contenido.	**2 4 3 1** .		Coloca el siguiente orden en las botellas: 2, 1, 4, 3	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad Reenvasar contenidos y ordena a partir de los tamaños. Reenvasar contenidos y ordena a partir de los sobrantes. La forma afecta en el orden de los recipientes.
21. ¿Qué hiciste para saber que ese era el orden?		Porque creo que en este (señala la botella 2) cabe más porque es delgado pero más largo. Este (señala la botella 1) es grueso y es pequeño. Este (señala la botella 4) es grueso también y es más pequeño que el otro. Y este (señala la botella 3) es grueso peor acá se va achiquitando	Ordena a partir del ancho de los recipientes	
22. ¿Cómo lo probarías? Hazlo		No le cabe lo mismo porque este se lleno hasta aquí (señala hasta antes de la rosca de la botella 1) y esta estaba hasta aquí(señala el borde de la botella 2) o sea que esta tiene más capacidad porque es más larga. Este(señala la botella 4) es más pequeño y este es más grande y es como más grueso de aquí (señala el centro de la botella 1). Este (señala la botella 3) es más pequeño que este (señala la botella 4) porque aquí es grueso y acá se va achiquitando el tarro	Reenvasa el contenido de la botella 2 en la botella 1 y orden por tamaño Reenvasa el contenido de la botella 1 en la botella 4 y ordena por tamaño. Reenvasa el contenido de la botella 1 en la botella 3 y ordena por tamaño Se mantiene el orden 2, 1, 4, 3	*No cambia su orden pese a que la prueba muestre lo contrario*
¿Cuál tiene más capacidad en la botella 3 o en la botella 4?		Este (señala la botella 3) es más grande porque en este (señala la botella 4) ocupo la cantidad de agua y este (señala la botella 3) le quedo sobrando.	Reenvasa el contenido de la botella 3 en la botella 4 y mira el sobrante Cambia el orden de las botellas así: 2,1,3,4	
¿Cuál tiene más capacidad en la botella 1 o en la botella 2?		Al que le cabe más cantidad de agua es a este tarro (señala la botella 1)	Reenvasa el contenido de la botella 1 en la botella 2 y mira el sobrante Cambia el orden de las botellas así: 1,2,3,4	

Se le pide que se mire los recipientes del grupo 1 y 2. 23. ¿En cuál de los grupos se puede hacer comparaciones más fáciles? ¿Por qué?		Con el grupo 1 porque con ese no se utiliza el embudo	La forma de los recipientes del grupo 1 facilita ordenarlos.	
24. ¿Y más difícil? ¿Por qué?		Lo difícil es que aquí hay que utilizar el embudo. Si tuviera la boca más ancha sería más fácil.		
Se le coloca 4 recipientes iguales de madera con 8 cm de ancho y 12 cm de largo, los cuales tienen perforaciones con los siguientes diámetros: 5.5cm, 4 cm, 2.5 cm y 2 cm. **Los recipientes son colocados boca abajo y se le pregunta:** 25. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad?	**2341** 	Porque este es como más grueso (señala el ancho del recipiente) Estos tres tiene la misma capacidad	Señala el recipiente 3. Mide los anchos de los recipientes. Afirma que tres recipiente tiene la misma capacidad	Asignar la capacidad como el ancho
Se voltea los tocos de madera y se le hace la misma pregunta anterior. 26. ¿Cuál crees tú que tiene más capacidad? ¿Por qué?		Este tiene más capacidad que este porque este tiene el hueco más grande.	Señala el recipiente 1	
27. ¿Cuál sería el orden de los recipientes según su capacidad?			Ordena los recipientes así: 1,2,3,4	
El niño desea probar su solución				
Se señala el recipiente de mayor espesor (recipiente 4) y se le pregunta: 28. ¿Hasta cuanto se puede ampliar la capacidad de este recipiente?		No sabría que hacerle	No responde	
Se le presenta 2 ollas de la misma forma, con capacidades de 2,2litros y de 2,8litros, una botella transparente con 3 estrías horizontales y de 2.6 litros llena de agua. Adicionalmente se le da una cita métrica. Y se le dice: de las dos ollas, 29. ¿Cuál crees tú, se puede utilizar para llenarla con el contenido de una botella de2, 6litros de agua sin que se derrame el agua?		Con esta (señala la olla grande)	Escoge la olla grande.	Comparar tamaños de los recipientes Reenvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes
30. ¿Cómo hiciste para saber que esa era la olla?		Porque esta (señala la olla grande) es más grande que esta (señala la olla pequeña) Y que es más ancha de aquí (señala el espesor de la olla)	Compara el tamaño de la olla con el de la botella.	
31. ¿Cómo puedes probarlo?		Llenándola Esta (señala la olla grande) es más ancha y esta es más delgada(señala la olla pequeña)		
32. ¿Para llenar la olla pequeña, hasta donde se puede llenar la botella?		Hasta por aquí (señala por debajo de la rosca de la botella). No era la cantidad que yo pensaba que era	Señala por debajo de la botella. Reenvasa el contenido de la botella en la olla. Determina que la olla le cabe menos de los que hay en la botella.	

ANEXO 11

Ficha de registro de las estrategias y subestrategias

SITUACIONES PROBLEMA	TAREA	ESTRATEGIA GENERAL	ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES	CAMPESINOS			INDÍGENAS			HIJOS DE ASALARIADOS.		
				H	M	T	H	M	T	H	M	T
AMBIEN-TACIÓN	1. Trabajo con un tarro transparente, de 1,7 Litros	Asignarla capacidad como contenido	1. Llenar hasta la mitad o muy cerca del tarro	1	2	3	2	2	4	1	2	3
			2. Llenar hasta la estría del recipiente	2	1	3	1	1	2	2	1	3
PRIMERA SITUACIÓN: CAPACIDAD Y CONTENIDO	2. Trabajo con dos botellas de 650 ml, una sellada y la otra vacía	Considerar la capacidad del recipiente como el máximo contenido		1	1	2	1		1			
		Asignarla capacidad como contenido	1.Llenar hasta aproximadamente en la mitad del recipiente								2	2
			2.Llenar hasta iniciar la etiqueta del recipiente	1		1	1	1	2			
			3.Llenar hasta el inicio de las estrías verticales del recipiente				1	1	2	1		1
			4.Llenar hasta la rosca del recipiente	1	2	3		1	1	2	1	3
		Establecer orden a partir de la comparación de contenidos	1.Considerar la información de la etiqueta como el contenido de la botella							1	1	2
			2.Comparar contenidos	3	3	6	3	3	6	2	2	4
	3. Trabajo con la etiquetas de botellas de 650ml y 4 botellas diferentes	Asignar el valor de la etiqueta como contenido		3	3	6	3	3	6	3	3	6
		Utilizar características físicas del recipiente para indicar límite de capacidad	1. Escoger la botella de cerveza porque es la que le cabe más.	1	1	2				1		1
			2.Escoger la botella de aceite porque el nivel de la rosca le determina la capacidad	1	2	3	3	2	5	2	3	5
			3. Escoger la botella de aceite aunque reconoce que se debe llenar hasta límite superior del tarro.					1	1			
			4.No escoger ningún recipiente porque establece que el límite superior del recipiente determina su capacidad	1		1						
		Establecer diferencias en las formas de los recipientes	1.Identificar tamaños en las botellas	1		1	1	1	2	1	1	2
			2. Identificar tamaños y ancho en las botellas.				1		1			
			3.Identificar las estrías en las botellas					1	1	1	1	2

			ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES	CAMPESINOS			INDÍGENAS			HIJOS DE ASALARIADOS.		
				H	M	T	H	M	T	H	M	T
			4. Identificar estrías y formas en las botellas.	1		1	1	1	2			
			5.Identificar tamaños y tipos de sustancia en las botellas		1	1						
			6. Identificar tamaños, estrías y formas en las botellas.		1	1				1	1	2
			7. Identificar tamaños, estrías, formas y tipos de sustancia en las botellas	1	1	2						
		Aumentar el contenido variando la forma	1. Aumentar el contenido variando el tamaño	3	3	6	1	2	3	3	3	6
			2.Aumentar el contenido variando la altura y ancho				2	1	3			
SEGUNDA SITUACIÓN CAPACIDAD Y FORMA	4. Trabajo con los tarros del grupo 1: cilindros rectos	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad	1.Ordena a partir de los tamaños					1	1		1	1
			2.Ordenar primero el más ancho y el resto según su altura	1		1						
			3. Ordenara partir del ancho y el largo de los recipientes	2	3	5	3	2	5	3	2	5
		Verificar el orden establecido	1.Agrupar de dos en dos y ordenar según el peso	1		1	1		1			
			2. Medir alturas para establecer orden.					1	1		1	1
			3.Reenvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes	1	2	3	1		1	2	1	3
			4. Tomar un tarro de referencia y ordenar a partir de los sobrantes.							1		1
			5.Tomar un recipiente patrón (la pipeta), para ordena los recipientes según sobrantes	1		1	1		1			
			6.Agrupar de dos en dos y ordenar según faltantes		1	1		1	1		1	1
			7. Medir con la pipeta la capacidad de los recipientes y ordenarlos					1	1			
	5. Trabajo con las botellas del grupo 2: cilindros irregulares	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad	1.Ordenar a partir de los tamaños de los recipientes	1		1		1	1			
			2.Ordenar a partir de los anchos de los recipientes							1		1
			3.Ordenar partir de las estrías que tienen los recipientes							1		1
			4.Ordenarlos primeros por el tamaño y el resto por los anchos de los recipientes		2	2	2	1	3	1	2	3
			5.Ordenarlos primeros por el ancho y el tamaño, y el resto por los anchos de los recipientes	1	1	2	1	1	2			

				CAMPESINOS			INDÍGENAS			HIJOS DE ASALARIADOS.		
			ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES	**H**	**M**	**T**	**H**	**M**	**T**	**H**	**M**	**T**
			6.Ordenar a partir del ancho y el largo de los recipientes	1		1				1	1	1
		Verificar el orden establecido	1.Agrupar de dos en dos y ordenar según pesos	1		1						
			2.Reenvasar contenidos y ordena a partir de los tamaños								1	1
			3.Partir del recipiente más pequeño y ordenar los recipientes según nivel de contenido							1		1
			4.Partir de un recipiente patrón (la pipeta), para ordena los recipientes según sobrantes	1		1						
			5.Reenvasar contenidos a partir del primer recipiente (patrón)y ordenar según los espacios vacios				1		1			
			6.Reenvasar contenidos y ordena a partir de los sobrantes		2	2	2	2	4	2		2
			7.Reenvasar contenidos y ordena a partir de los sobrantes o faltantes	1	1	2					1	1
			8.Medir con el recipiente patrón los niveles del contenido y ordenar los recipientes					1	1		1	1
		Estrategia de comparación entre recipientes	1.Comparar los dos más grande y luego los dos más pequeños	1	1	2		1	1			
			2.Tomar el primer recipiente y a partir de él ordenar los demás							1	2	3
			3.Comparar los dos más grande, los dos más pequeños y los dos recipientes intermedios	1	1	2	1	1	2	1		1
			4.Comparar según su orden uno a uno los contenidos		1	1				1		1
			5.Comparar según su orden uno a uno los contenidos con el recipiente patrón	1		1	2	1	3		1	1
	6. Comparación entre el grupo 1 y 2	Seleccionar el grupo 1 porque es fácil ordénalo	1.Escoger el grupo que coincida con el resultado de la experimentación		1	1				1		1
			2. Comparar recipiente de tamaños diferentes facilita ordenarlos.	1	1	2	1		1	2		2
			3.Comparar recipiente de igual forma facilita ordenarlos	1	1	2	1	1	2		2	2

			ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES	CAMPESINOS			INDÍGENAS			HIJOS DE ASALARIADOS.		
				H	M	T	H	M	T	H	M	T
			4.Comparar recipiente de igual material facilita ordenarlos		1	1						
			5.Comparar recipiente que sean fáciles de medir ayuda a ordenarlos					1	1			
		Seleccionar el grupo 2 porque fácil ordénalo	1.Comparar recipiente de igual material facilita ordenarlos porque se puede ver el nivel del contenido				1		1			
			2.Reenvasarfacilita el orden de los recipientes								1	1
		Reenvasar los contenidos facilita ordenar ambos grupos						1	1			
TERCERA SITUACIÓNCAPACIDAD Y ESPESOR	7. Trabajo con 4 recipientes de madera	Asociar características que conoce del recipiente al de capacidad	1.Seleccionar el recipiente más grande				2	2	4	1	1	2
			2.Seleccionar el recipiente más pesado	1		1				2		2
			3.Seleccionar el recipiente más ancho	2	2	4	1	1	2		1	1
			4.Seleccionar el recipiente más largo y ancho		1	1					1	1
		Verificar el recipiente que tiene más capacidad	1.Alinear los recipientes para compararlos				2	1	3	1	1	2
			2.Levantar cada uno para establecer su peso	1		1				1		1
			3. Medir contornos, alturas y diámetros	2	3	5	1	2	3	1	2	3
		Relacionar el espesor con la capacidad	1. Establecer relación entre diámetro y profundidad, a menor diámetro mayor profundidad.		1	1					1	1
			2.Ordenar a partir del diámetro del orificio	3	2	5	3	3	6	2	2	4
			3.Establecer que a mayor espesor mayor más peso							1		1
		Verificar el orden de los recipientes	1.Llenar con agua los recipientes y pesarlos	1	1	1						
			2.Establecer que a mayor espesor mayor más peso	1	1	2	3	3	6	3		3
			3. Reenvasar contenidos y ordenar a partir de los sobrantes y medir la profundad del orificio.	1	2	3					2	2
			4.No lo prueba								1	1
		Variar el espesor para variar la capacidad	1.Relacionar: a mayor diámetro mayor capacidad	2	3	5	2	2	4	2	1	3
			2.No responde	1		1	1	1	2	1	2	3
CUARTA SITUACIÓN	8. Trabajo con 2 ollas y una	Comparar contenido de la botella con las ollas	1.Comparar tamaños de los recipientes	1		1	1		1	1	1	2
			2.Comparar los anchos de los recipientes					2	2	1		1

TRANSFORMACIONES	botella		**ESTRATEGIAS PARTICULARES X NIVELES**	**CAMPESINOS**			**INDÍGENAS**			**HIJOS DE ASALARIADOS.**		
				H	**M**	**T**	**H**	**M**	**T**	**H**	**M**	**T**
			3.Comparar la altura de la botella con la profundidad de las ollas	2	1	3	1		1			
			4.Comparar la altura de la botella con el ancho de las ollas		2	2		1	1		1	1
			5.Comparar la altura de la botella con la medida del contorno de las ollas				1		1			
			6. Relacionarla altura de la botella con el largo y el ancho de las ollas.							1	1	2
		Establecer nivel de contenido de la olla menor en la botella	1.Llenarlos y pesarlos									
			2.Identificar que a la olla le cabe menos a		1	1					1	1
			3.Comparar tamaño de los recipientes									
			4.Llenarla botella hasta la mitad	1	1	2						
			5.Señalar más abajo del borde de la botella					1	1			
			6.Llena la botella hasta la primera estría horizontal	1		1	1		1	1		1
			7.Determinar que a la botella le cabe más que a la olla por el sobrante				1		1			
			8. Relacionar la altura de la botella con la altura de la olla.		1	1						
			9. Relacionar el contenido de la olla grande con la botella para calcular el nivel de contenido de la olla pequeña en la botella.								2	2
			10.Comparar la medida del contorno de la olla con el largo de la botella y comparar medida del contorno de la botella con el largo de la olla	1		1	1		1	1		1
			11.Comparar la medida del diámetro de la olla con la altura de la botella					2	2	1		1