

**TÚ PLANO NO SIEMPRE ES PLANO, TRIDIMENSIONALIZALO.  
PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DEL PROCESO DE ENSEÑANZA DE LOS  
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

**GUSTAVO ADOLFO CANDADO TENORIO**



Universidad  
del Cauca

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

GUADALAJARA DE BUGA, NOVIEMBRE DE 2017

**TÚ PLANO NO SIEMPRE ES PLANO, TRIDIMENSIONALIZALO.  
PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DEL PROCESO DE ENSEÑANZA DE LOS  
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

**GUSTAVO ADOLFO CANDADO TENORIO**



Universidad  
del Cauca

Trabajo para optar el título de  
MAGISTER EN EDUCACIÓN

Director

MG. LUIS FERNANDO PLAZA GÁLVEZ

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

GUADALAJARA DE BUGA, NOVIEMBRE DE 2017

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

Director \_\_\_\_\_

Mg. LUIS FERNANDO PLAZA GÁLVEZ

Jurado \_\_\_\_\_

Mg. DUMAS MANZANO FRANCO

Jurado \_\_\_\_\_

Mg. ÁNGEL HERNÁN ZÚÑIGA SOLARTE

Fecha y lugar de sustentación: Popayán, 10 de noviembre de 2017

## **Dedicatoria**

El presente proyecto de intervención lo dedico principalmente a Dios quien me dio la fuerza, la guía para seguir adelante y no desfallecer ante los inconvenientes o la falta de ánimo; quién me permitió hacerle frente a las adversidades y poder llegar hasta este punto de mi formación como persona y como profesional.

Especialmente a mis padres Blanca Mary y Adolfo por su amor, consejos, comprensión y ayuda en los momentos difíciles, porque me han dado todo para ser la persona que hoy soy: valores, principios, carácter, perseverancia y coraje para alcanzar mis objetivos.

A mis hermanos por estar siempre presentes, acompañándome.

A mi esposa Alejandra y a mí amada hija Isabella, por ser la motivación e inspiración para superarme cada día más y así procurar por un mejor futuro.

A mi familia, que de una u otra manera me alentaron para continuar y en quienes siempre encontré un gran apoyo.

Gracias a todos.

## **Agradecimientos**

Quiero en estas líneas expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la realización de mi proyecto de intervención, en especial al MsC. Luis Fernando Plaza Gálvez, director del Proyecto de intervención, por la orientación, el seguimiento y la supervisión continúa de la misma, pero sobre todo por la motivación y el apoyo recibido a lo largo de estos años.

A la Universidad del Cauca y el Programa Becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional, por permitirme esta gran oportunidad de fortalecer mis competencias profesionales y contribuir a la mejora de la calidad de la educación de nuestro país. A mis docentes y compañeros de maestría, muchas gracias por el conocimiento y apoyo para seguir adelante día tras día.

Un especial reconocimiento al Lic. Fredy Armando Arce Zapata, rector de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón - Chambimbal, quien me brindó en primera instancia la oportunidad de hacer la maestría, depositando en mí una gran confianza y me brindó apoyo durante todo el proceso.

Quiero hacer extensiva mi gratitud a mis compañeros de trabajo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal, por su amistad y colaboración.

Igualmente a todo el grupo de estudiantes, especialmente a mis niños de grado Séptimo, quienes fueron objeto de mi proyecto de intervención.

## Resumen

*Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo.* Es el título del proyecto de intervención pedagógico, implementado en la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón Chambimbal, ubicado en la zona rural plana al norte del Municipio de Guadalajara de Buga, albergando estudiantes de estratos socioeconómicos bajos. El objetivo fue fortalecer el pensamiento espacial a través del proceso de enseñanza de los sólidos geométricos utilizando los tres primeros niveles del modelo de Van Hiele, debido a que se evidenció la dificultad en los estudiantes de grado séptimo, atemperándose a los lineamientos curriculares y a una de las formas de pensamiento matemático tal como lo expone el Ministerio de Educación Nacional (MEN), haciendo énfasis en las figuras bidimensionales y tridimensionales (Sólidos) de reconocer dichos sólidos en su entorno cotidiano. Es por esto que desde la geometría se presentó oportuno desarrollar un proyecto que ayudara a minimizar la falencia encontrada.

Se tomó como referentes los documentos emitidos por el Ministerio de Educación, a partir de la Ley General de Educación de 1994 (Lineamientos Curriculares, Estándares Básicos de Competencias y Derechos Básicos de Aprendizaje); asimismo, desde un marco pedagógico, disciplinar y temático, el proyecto se centró en el modelo de Van Hiele, en cuanto al Razonamiento Geométrico y la enseñanza de la geometría, según lo expone Jaime (1993) complementando con Villarroya (1994), García y López (2008), Gutiérrez (1998); se finaliza con Godino y Ruiz (2003) y Díaz y García (2004), desde el aprendizaje del pensamiento espacial y los sólidos geométricos a través de sólidos concretos .

Siguiendo la metodología de Investigación-Acción, se inició con un diagnóstico el cual se estableció que en los estudiantes existe una apropiación de conceptos básicos de geometría pero a su vez presentan dificultades respecto al reconocimiento de sólidos geométricos, atendiendo los

estándares básicos de competencias matemáticas para el grado séptimo, según lo expone el MEN (2006), en su entorno y a la asociación de los mismos con sus respectivos nombres. Luego, se diseñaron secuencias didácticas las cuales fueron aplicadas en un espacio que favoreciera el aprendizaje dinámico y colaborativo. Después, se continuó con las etapas de análisis y reflexión usando la información recopilada, resaltando importantes hallazgos los cuales ratificaron que este tipo de propuesta permitió que los estudiantes reconocieran la presencia de las diversas figuras geométricas en su entorno cotidiano.

***Palabras clave:** Geometría, Modelo Van Hiele, pensamiento espacial, sólidos geométricos, material concreto.*

**Tabla de contenido**

1.	Introducción	10
2.	Descripción del problema	13
3.	Referente conceptual	20
3.1.	Referente pedagógico.	20
3.2.	Referente disciplinar	26
3.3.	Referente temático	27
3.4.	Referente legal	29
4.	Referente Metodológico	31
4.1.	Método y Enfoque	31
4.2.	Sujetos, Técnicas e Instrumentos	32
4.3.	Momentos de la Investigación	33
4.3.1.	Fase 1. Diagnóstico.	34
4.3.2.	Fase 2. Planificación	35
4.3.3.	Fase 3. Acción.	35
4.3.4.	Fase 4. Observación.	36
4.3.5.	Fase 5. Reflexión.	37
5.	Sistematización y resultados	38
5.1.	Capítulo uno. Diagnóstico.	38
5.2.	Capítulo dos. Acción.	44
5.3.	Capítulo tres. Evaluación.	51
6.	Conclusiones y reflexión	59
7.	Bibliográfica	63



## 8. Anexos

## 1. Introducción

Los docentes están llamados a construir un camino que le permita al estudiante, cambiar su propia realidad, para luego ser un individuo activo en pro de una sociedad que necesita de carácter urgente una transformación social, lográndose esto por medio de la Maestría en Educación con Modalidad Profundización, ofrecida por la Universidad del Cauca en el marco de “Becas para la Excelencia Docente” programa del Ministerio de Educación Nacional, a través del proyecto de intervención en la enseñanza de los sólidos geométricos a los estudiantes de grado séptimo de la I.E Tulio Enrique Tascón Chambimbal del Municipio de Buga.

El proyecto nace como respuesta a una deficiencia curricular que se presenta en la enseñanza aprendizaje de la geometría en dicha institución, en especial en los cuerpos sólidos, utilizando los materiales concretos como elementos para el aprendizaje del pensamiento espacial; es decir, enseñar al estudiante a ubicarse espacialmente en su entorno partiendo de las figuras geométricas bidimensionales y llevarlas a una transformación que permita tridimensionalizarlas. Pero esta enseñanza se ha dificultado, ya sea porque en la básica primaria el docente que debe cumplir con esta función, en muchas ocasiones no cuenta con el dominio ni el perfil para orientarla. En la secundaria hay un solo docente quien se encarga de orientar el área, pues ya cuenta con la preparación y el perfil profesional, sin embargo, éste se preocupa más por mejorar y fortalecer conceptos, procedimientos y habilidades en los estudiantes de forma tradicional siendo está más mecanicista en la formulación y solución de problemas.

En vista de dichos resultados, surgieron los siguientes interrogantes: ¿Cómo lograr estimular en los estudiantes el pensamiento espacial desde observaciones de su contexto?, ¿Cómo a través de la implementación de didácticas en el aula se puede mejorar la comprensión del pensamiento espacial?; estos interrogantes hicieron necesario que en el proceso de enseñanza el estudiante no

solo reconozca, señale, represente figuras y cuerpos geométricos, sino que también pueda establecer relaciones entre ellos con el fin de potencializar sus fortalezas en la observación, comparación y construcción de nuevos conocimientos, los cuales puedan ser aplicados en su diario vivir. De lo anterior, nace la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo fortalecer el pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal, en el año lectivo 2016?

Para ello, se tomó como fundamento teórico el modelo de Razonamiento Geométrico y la enseñanza de la geometría de Van Hiele, siendo expuesto por Jaime (1993), quien explica dos aspectos básicos que son el descriptivo y el instructivo, los cuales permiten identificar las diferentes formas de razonamiento geométrico de los estudiantes y a su vez valorar su progreso mediante las pautas marcadas por los profesores en el favorecimiento del avance de los estudiantes.

En el presente documento, se expone el proceso mediante el cual se llevó a cabo la propuesta investigativa. Para comenzar, se hizo una descripción del problema, en la cual se incluyó un retrato del contexto en el que está inmersa la comunidad educativa, así mismo se exponen las razones por las cuales se decidió realizar este proyecto, se estableció la pregunta problema que facilitó el planteamiento de los objetivos del mismo, y se presentan algunos antecedentes que permitieron hacer un panorama del estado actual en la implementación de los proyectos sobre la enseñanza del pensamiento espacial. A continuación, se indica los referentes conceptuales que dieron fundamento teórico a la propuesta. Esta sección contiene los referentes pedagógicos, disciplinares, temáticos y legales necesarios para dar una base sólida al desarrollo de la estrategia. Más adelante se detallan cada una de las etapas de implementación del proyecto, siguiendo el enfoque metodológico de la Investigación Acción. Seguidamente, se relata lo

realizado en cada una de estas fases y se da cuenta de los hallazgos y aportes del proyecto. Por último, se presentan las conclusiones a las que se llegó y las recomendaciones para quienes se aventuren al desarrollo de una investigación similar.

## 2. Descripción del problema

La Institución Educativa Tulio Enrique Tascón - Chambimbal, es un establecimiento educativo oficial mixto, ubicado en la zona rural plana al norte del municipio de Guadalajara de Buga; reconocida a través de la Resolución N°1770 del 04 de septiembre del año 2002; su nombre hace mención al reconocido árbol de Chambimbe, que produce un fruto de jugo espumoso y semilla dura, la cual era usada por los nativos para lavar sus ropas. En un principio a este territorio se le llamó corregimiento de San Antonio debido a la vecindad que presentaba con la hacienda que comparte el mismo nombre y que para la época era propiedad del Dr. Carlos Alonso Aragón Quintero, ex alcalde del municipio de Buga, quien en su cargo ejecutó como obra prioritaria en 1940 la construcción del Centro Educativo Tulio Enrique Tascón.

En la actualidad, la Institución educativa ofrece los niveles educativos de preescolar, básica primaria, secundaria y media técnica, además de educación por Ciclos en horario nocturno. La institución cuenta con cuatro sedes educativas: Tulio Enrique Tascón Chambimbal – sede principal, sede Rafael Uribe Uribe, sede Cerro Rico y sede El Carmen, siendo el centro de convergencia de aproximadamente 652 estudiantes pertenecientes a las poblaciones de Chambimbal San Antonio, Chambimbal La Campiña, El Viñado, Presidente, Pueblo Nuevo y Cerro Rico. Los niños, niñas y jóvenes provienen en su mayoría de familias disfuncionales, quienes viven en contextos difíciles, en los cuales sus necesidades básicas no se satisfacen plenamente, teniendo carencias afectivas, alimentarias, recreativas, y de salud; lo que a su vez se ve reflejado en su estado de ánimo y en la apatía por desarrollar algunas actividades académicas.

Además de lo anterior, Chambimbal es una comunidad afrodescendiente, cuya riqueza cultural es la oralidad, la música, el baile y el fútbol como única actividad deportiva. Sus habitantes no poseen hábito lector y exceptuando la I.E. Tulio E. Tascón, ningún otro habitante o

institución ha realizado investigaciones o publicaciones que hayan impactado en la comunidad. Esta apatía por la investigación, la publicación de libros o informes y por la lectura que ha trascendido a las actuales generaciones, se ha masificado por la falta de motivación y sensibilización que actividades prácticas, creativas y lúdicas pueden ofrecer.

Esta realidad choca con la misión y visión de la institución, cuyo objetivo es la formación integral de los estudiantes, buscando que ellos sean moral e intelectualmente útiles a la sociedad que integran, basándose en valores como amor, responsabilidad, respeto, honestidad, solidaridad y la conservación de la cultura afrodescendiente, elementos que necesitará para poder cumplir sus metas personales, familiares y comunitarias, generando personas que participen en la construcción social desde el saber técnico, ecológico y humano (IE-TET, 2015)

A partir de la labor docente, se logró establecer cómo perciben los estudiantes el proceso de enseñanza aprendizaje en especial de las Matemáticas, la cual a lo largo de los últimos años ha sido una de las áreas que ha marcado el desinterés y apatía por el aprender, dificultando así su aprendizaje. Lo anterior se evidencia desde la básica primaria, donde la responsabilidad de la enseñanza recae sobre un solo docente, quien en ocasiones no puede cumplir con ésta función debido a que no cuenta con el dominio ni el perfil para orientarla. Pero no debe ocurrir en la enseñanza de la matemática en la básica secundaria, donde un solo docente es quien se encarga de orientar el área, pues ya cuenta con la preparación y el perfil profesional, sin embargo, éste se preocupa más por mejorar y fortalecer conceptos, procedimientos y habilidades en los estudiantes de forma tradicional, siendo ésta más mecanicista en la formulación y solución de problemas.

Así mismo, se debe tener en cuenta que existe un conflicto de intereses que se ve reflejado en cuanto a la connotación social de las matemáticas, pues durante años se ha visto como un saber

exclusivo, siendo estigmatizada a ser el “coco” en los procesos de enseñanza aprendizaje tanto en los estudiantes de básica primaria como de secundaria, eco que se ha transmitido como herencia genética de padres a hijos.

Cuando se habla de matemáticas, también se habla de una de sus ramas, la Geometría, pero desafortunadamente ésta se tiene relegada a un segundo plano, ya que no hay claridad en su proceso curricular; por lo que se hace importante definir ¿Qué es la Geometría? y para dar respuesta a este interrogante se trae a colación a Villarroya, (1994), de un aporte de Freudenthal (1973), citando a Sylvester (s.f.), que afirma:

Geometría es comprensión del espacio y, puesto que se trata de educación de niños, comprensión del espacio en que el niño vive, respira y se mueve, del espacio que el niño ha de aprender a conocer, explorar y conquistar, de cara a una vida mejor, a una respiración mejor, y a una mejor movilidad propia. (p. 96).

Esta definición resalta la idea que la enseñanza de la geometría, se fundamenta en el manejo del pensamiento espacial, concepto que se establece como la base para la formación del ser humano, brindando las bases para el desarrollo mental del niño, pues gracias a este pensamiento se dimensiona las construcciones que vemos hoy. Pero en el quehacer, los estudiantes relacionan este concepto con figuras planas, manifestando limitaciones al abordar los sólidos geométricos.

También se observa que esta carencia conceptual se debe a que el estudio de la geometría como asignatura no recibe la importancia y el tratamiento pedagógico que merece en el currículo; siendo orientada, en el mejor de los casos a una hora semanal.

Frente a las múltiples dificultades que se reflejan en el aprendizaje de las matemáticas, el Ministerio de Educación Nacional, establece los lineamientos y estándares básicos de competencias en matemáticas, en el cual se busca potenciar el pensamiento matemático y para

ello establece cinco (5) pensamientos los cuales son; el Pensamiento numérico y sistemas numéricos, el Pensamiento espacial y sistemas geométricos, el Pensamiento métrico y sistemas de medidas, el Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos y el Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos (MEN, 1998).

Aunque el Pensamiento espacial y sistemas geométricos debe estar en los planes de estudios de matemáticas, en todas las instituciones educativas no siempre se cumple, pues en algunos casos se dejan para enseñarlo en el último periodo, si el tiempo lo permite o se asigna una hora a la semana para abordar los temas de Geometría.

Teniendo en cuenta lo anterior, se evidencia que la institución no es ajena a esta problemática, donde a las áreas de Geometría y Estadística solo se les asigna una hora semanal y éste espacio debe ser compartido entre ambas. El informe por colegio de las Pruebas Saber de 3°, 5° y 9° del año 2015 que envía el (MEN) a cada una de las Instituciones Educativas en forma detallada, demuestra cómo la Institución presenta debilidad en estos pensamientos.

En este informe se muestra que en el grado 3°, el 70% de los estudiantes no establece diferencias y similitudes entre objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con sus propiedades; en el grado 5°, el 47% de los estudiantes no compara y clasifica objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes y propiedades, y en el grado 9°, el 60% de los estudiantes no representa y describe propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas. (MEN, 2015). Haciendo necesario abordar desde el rol de docente, el pensamiento espacial cuya misión será la de mejorar la calidad de aprendizaje, para que sus estudiantes comprendan y apliquen dicho pensamiento en situaciones de su contexto diario.



En vista de dichos resultados, se hace necesario mejorar la enseñanza de la geometría desde el fortalecimiento del pensamiento espacial en el estudiante, quien no solo pueda reconocer, señalar, representar figuras y cuerpos geométricos, sino que también pueda establecer relaciones entre ellos, con el fin de potencializar sus fortalezas en la observación, comparación y construcción de nuevos conocimientos, los cuales pueda aplicar en su diario vivir. Al igual se debe implementar y desarrollar actividades que fortalezcan la construcción de los sólidos geométricos, que permitan la transformación y estimulen la enseñanza de esta temática, que es fundamental para el desarrollo del pensamiento espacial.

Además, las actividades prácticas y el trabajo manual como es la construcción de modelos y maquetas en los que se utilizan figuras geométricas, se convierten en didácticas lúdicas, pertinentes para estudiantes que carecen de hábito lector o les parece aburrido el conocimiento teórico, sin práctica.

De lo anterior expuesto, surgieron los siguientes interrogantes: ¿Cómo lograr estimular en los estudiantes el pensamiento espacial desde observaciones de su contexto?, ¿Cómo a través de la implementación de didácticas en el aula se puede mejorar la comprensión del pensamiento espacial?

Tomando estos interrogantes, nace la pregunta de investigación: ¿Cómo fortalecer el pensamiento espacial en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal, en el año lectivo 2016?

Con base en la pregunta de investigación, se propuso como objetivo general: fortalecer el pensamiento espacial a través del proceso de enseñanza de los sólidos geométricos alcanzando los tres primeros niveles del modelo de Van Hiele. Además, como objetivos específicos se pretende en primer lugar, Diagnosticar en qué nivel del desarrollo del pensamiento geométrico

de Van Hiele se encuentran los estudiantes, por medio de taller escrito y de manipulación de materiales del entorno; en segunda instancia, aplicar una propuesta didáctica que considere las Fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele en relación con el proceso de enseñanza de los sólidos geométricos; en tercer lugar, apropiarse del uso de la geometría dinámica para la construcción de sólidos geométricos mediante la utilización del software SketchUp y por último, evaluar el nivel de pensamiento espacial alcanzado por los estudiantes una vez apropiados los tres primeros niveles del desarrollo del pensamiento geométrico de Van Hiele.

Ya definida la pregunta problema, la cual será la base de la investigación, se continuó con la búsqueda de antecedentes en distintas bases de datos como Redalyc, Scielo, Google Académico, Dialnet, entre otras. Como resultado de esta búsqueda se logró resaltar algunas investigaciones realizadas en el ámbito nacional e internacional, respecto a la importancia de la geometría y el pensamiento espacial en el campo educativo y las cuales servirán como insumo para el desarrollo de esta investigación. Éstas se basan en el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele y la utilización de la geometría dinámica en el proceso de enseñanza de la geometría.

Es así como Vargas y Gamboa, (2013), en su artículo “*El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría*” tratan la aplicación del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Se reflexiona sobre la importancia de estudiar geometría y lo que esto significa para la sociedad moderna; analiza, además, las concepciones y dificultades que se dan en la forma de enseñar y el aprender geometría e introduce el Modelo de Van Hiele explicando la evolución del razonamiento geométrico a través de cinco niveles consecutivos y del apoyo que brindan sus fases a la organización del currículo.

Arboleda (2011) en su artículo titulado “*Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los*

*estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad marista*” y presentado en el 12° encuentro colombiano de matemática educativa, en el cual mediante el manejo de estrategias didácticas como: la lúdica, la manipulación de papel, herramientas informáticas y talleres dirigidos con interrelación del docente y el estudiante, se permita facilitar la comprensión del pensamiento espacial, la noción espacial y el sistema geométrico.

Y por último, la investigación de Hernández y Bastidas, (2014), se basó en la enseñanza de la geometría espacial, en particular sobre las propiedades geométricas del cubo. En la que se planteó la siguiente pregunta: ¿De qué manera el uso de materiales manipulativos y Cabri 3D se complementan en la actividad matemática de los estudiantes de grado quinto de educación básica primaria, de tal manera que les permita comprender las propiedades geométricas del cubo? Para dar respuesta a este interrogante se estableció como objetivo general determinar el uso complementario entre materiales manipulativos y Cabri 3D en la comprensión de las propiedades geométricas del cubo en niños de quinto grado de educación básica primaria. De la misma forma, se tuvo como hipótesis principal que el uso complementario de materiales manipulativos y un Ambiente de Geometría Dinámica (AGD), permitirá la comprensión de las propiedades del cubo.

Los trabajos referenciados anteriormente son pertinentes para el desarrollo de la investigación, porque afirman que para la enseñanza de los contenidos geométricos, se requiere más de motivación, apropiación, manipulación y aprendizaje que conceptos y teorías. Y es aquí donde el maestro desempeña un rol fundamental, pues es quien debe generar estrategias didácticas que permitan motivar a los estudiantes, para que manipulen objetos, manejen las Tecnologías de Información y la Comunicación (TIC) aplicadas a la Geometría, observen su entorno y perciban dicha aplicabilidad en su cotidianidad; para así lograr un aprendizaje significativo que favorezca la comprensión de los sólidos geométricos y su pensamiento espacial.

### 3. Referente conceptual

#### 3.1. Referente pedagógico.

En la búsqueda de la apropiación de la Geometría se toma una cita que hace Villarroya (1994) de un aporte de Freudenthal (1973), citando a Sylvester (s.f.), quien dice:

La Geometría sólo puede tener sentido si explota su relación con el espacio vivenciado. Si el educador elude este deber, desperdicia una ocasión irrecuperable. La Geometría es una de las mejores oportunidades que existen para aprender a matematizar la realidad. Es una ocasión única para hacer descubrimientos. Los descubrimientos realizados por uno mismo, con las propias manos y con los propios ojos, son más convincentes y sorprendentes. Hasta que de alguna forma se puede prescindir de ellas, las figuras espaciales son una guía indispensable para la investigación y el descubrimiento (p. 96).

Como también lo tiene en cuenta Gutiérrez (1998) cuando cita a Bishop, (1980); Clements y Battista, (1992), donde manifiesta que “se ha observado que la enseñanza específica aumenta la capacidad de los estudiantes para manejar las relaciones entre los cuerpos espaciales y sus representaciones planas, obteniéndose mejores resultados cuando la enseñanza se basa en el uso de materiales manipulativos”. (p. 197)

Gardner (como se cita en MEN, 1998) en su teoría de las múltiples inteligencias, plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas, de esta manera:

El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas, tales como el

dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial. (MEN, 1998, pág. 37).

El pensamiento espacial según los lineamientos curriculares es considerado como: “un conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales”. (MEN, 1998, pág. 37). De tal manera, que el pensamiento espacial requiere la habilidad para visualizar imágenes mentalmente y luego transformarlas, o para crearlas en alguna forma bidimensional o tridimensional.

En el proceso de formación y de adquisición de las nociones básicas de las matemáticas se encuentran cinco pensamientos que actúan en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, estos son:

**Pensamiento numérico y sistemas numéricos:** Hace referencia a la noción de número, a la cuantificación (contar), a la relación entre ellos y sus operaciones en cada uno de los sistemas numéricos.

**Pensamiento espacial y sistemas geométricos:** Se tiene vínculo con los espacios físicos en dos y tres dimensiones, en sus formas y figuras, así como sus transformaciones, traslaciones, reflexiones y las nociones de perímetro, área y volumen.

**Pensamiento métrico y sistemas de medidas:** Este pretenden que se cuantifique numéricamente las dimensiones o magnitudes que surgen en la construcción de los modelos geométricos y en las reacciones de los objetos externos a nuestras acciones.

**Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos:** Hace relación al manejo organizado de los datos, su recolección y análisis de forma sistemática, la elaboración de gráficos y su interpretación.

**Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos:** Se hace interpretación de relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas. El álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio.

Teniendo en cuenta que el proyecto de intervención es de fortalecer el pensamiento espacial, es importante tener en cuenta que la geometría es una ciencia, que se basa en demostrar matemáticamente las representaciones mentales de las figuras bidimensionales y tridimensionales, y permite resolver problemas concretos del mundo real.

Es por ello, que en las últimas investigaciones tomadas por Gutiérrez (1998) se afirma, que en todos los campos de las matemáticas escolares, el aprendizaje y la enseñanza resultan más fáciles y profundos cuando se evita la abstracción innecesaria y se apoya en la representación o modelización, en donde el estudiante puede observar, construir, modelar y transformar.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel citado por Moreira (2009) donde menciona que el conocimiento previo o subsundor es de lo más importante, y añade:

Si fuera posible aislar un único factor, como el más importante para el aprendizaje cognitivo, éste sería aquello que el aprendiz ya sabe, o sea, el conocimiento ya existente en su estructura cognitiva con claridad, estabilidad y diferenciación; consecuentemente, la enseñanza debería tener en cuenta tal conocimiento y, para eso, sería necesario averiguarlo previamente. El concepto-clave de la teoría es el propio concepto de aprendizaje significativo. Naturalmente, aprendizaje significativo es aprendizaje con significado. (p. 31).

En la búsqueda de la enseñanza aprendizaje de los sólidos geométricos y que haya una significancia y se logre fortalecer el pensamiento espacial en el proceso de los jóvenes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal, este proyecto de intervención se basó en el modelo de Van Hiele.

Este Modelo de Razonamiento Geométrico y la enseñanza de la geometría, es la tesis doctoral de los esposos holandeses, Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele, quienes, presentaron respectivamente, un modelo de enseñanza aprendizaje de la Geometría.

El modelo de Van Hiele (Jaime, 1993) abarca dos aspectos básicos:

- Descriptivo: en el cual se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar su progreso.

- Instructivo: marca pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran.

Y complementa, el modelo de Van Hiele permite explicar el pensamiento geométrico de los estudiantes, el cual va pasando de un nivel de razonamiento y donde en cada nivel se comprende y se utiliza conceptos geométricos, los cuales van en forma secuencial y ordenada para poder ser superados.

El modelo de Van Hiele se centra en el proceso de aprendizaje de la geometría por parte de los estudiantes, en el cual su razonamiento pasa por cinco (5) niveles los cuales son:

### **Nivel 1. Reconocimiento.**

En este nivel los estudiantes distinguen las figuras de manera general, individual, en dibujos u objetos físicos que los rodean, también describen las figuras geométricas por sus características, a su vez hacen diferencias con base a sus semejanzas y usan términos geométricos y comunes para describirlas. No logran reconocer las partes que componen a una figura geométrica. Esto

hace que sea en nivel más básico de razonamiento. Un ejemplo es cuando el estudiante observa un dibujo de una figura plana, la reconoce pero no extrae de ella todas sus propiedades.

### **Nivel 2. Análisis.**

En este nivel se puede encontrar que los estudiantes, comprueban las relaciones que hay en las figuras e identifica cada uno de sus elementos, realiza descripciones de las figuras utilizando el lenguaje geométrico, hacen clasificaciones de las figuras de acuerdo a características y propiedades, realizan representaciones y las generalizan por sus propiedades en cada clase de figura. Por ejemplo, el estudiante identifica un cuadrado como un polígono, el cual está formado por cuatro ángulos rectos, dos diagonales, pero no relaciona las propiedades entre sí.

### **Nivel 3. Clasificación.**

En este nivel los estudiantes hacen clasificaciones de las figuras y las agrupa en un mismo conjunto de acuerdo a sus características y propiedades, describen las figuras de manera lógica dando definiciones correctas de ellas. Por ejemplo, clasifica los cuadriláteros teniendo en cuenta sus propiedades, hacen demostraciones formales, pero guiados en un paso a paso, esto evidencia que aún no pueden hacer demostraciones con estructuras axiomáticas.

### **Nivel 4. Deducción formal.**

En este nivel los estudiantes pueden realizar razonamientos formales, las demostraciones ya tienen sentido y las realiza de varias maneras, ve la importancia que tienen éstas para verificar una afirmación. Comprenden la estructura axiomática y la utilidad de los términos no definidos, teoremas, axiomas y postulados.

### **Nivel 5. Rigor.**



Este nivel es el más alto propuesto en el modelo Van Hiele, en el cual los estudiantes pueden ocuparse en distintos sistemas axiomáticos, se hace comparaciones y contrastes entre los diferentes sistemas axiomáticos de la geometría, la cual se estudia desde lo abstracto. Se espera que este nivel se alcance en la universidad en donde el objeto de estudio sea la geometría.

### **Características de los niveles**

Los niveles se rigen bajo una secuencialidad y una jerarquización, con un orden establecido que no permite modificaciones; lo que hace que, para pasar de un nivel a otro, se debe desarrollar una serie de fases, las cuales permiten fortalecer cada nivel, y así poder avanzar al próximo.

Por el lado de lo instructivo, se guía por las fases de aprendizaje que direccionan el razonamiento matemático de los estudiantes en el paso por cada uno de los niveles, siguiendo una serie de actividades y solucionando problemas particulares de cada fase.

#### **Fase 1: Discernimiento o Información.**

En esta fase hay una reciprocidad de información entre docente-estudiante, el docente identifica los saberes previos de los estudiantes y éste a su vez percibe elementos que le permitirá conocer los problemas que se van abordar y los materiales que se utilizarán.

#### **Fase 2: Orientación dirigida.**

En esta fase se guía en forma planeada a los estudiantes en una serie de secuencias reguladas, en las cuales se les permitirá descubrir y aprender las propiedades de los objetos estudiados. La realización de actividades, permitirá un intercambio de saberes entre los mismos estudiantes y el docente realizará una retroalimentación, lo cual les permitirá avanzar de nivel.

#### **Fase 3: Explicitación.**

En esta fase, se estructuran una serie de relaciones por parte de los estudiantes, por medio de las discusiones e intercambio de experiencias y saberes de lo que lo han observado, pero esto se

debe hacer utilizando un lenguaje apropiado, lo que permitirá un mejor afianzamiento en los saberes adquiridos.

#### **Fase 4: Orientación libre.**

Aquí se consolida el aprendizaje de las otras fases, ya que los estudiantes deben utilizar un lenguaje correcto para dar explicación a las diferentes situaciones propuestas, pues en esta fase no hay conocimientos nuevos, hay es apropiación de los que ya se tiene, lo que genera un debate entre los estudiantes y de cómo fueron resueltas las diferentes.

#### **Fase 5: Integración.**

Es aquí donde se consolida lo aprendido por parte de los estudiantes, y donde el docente realiza un resumen de lo que se evidenció en el proceso de aprendizaje, tratando de no crear nuevos conocimientos, pues estos debieron quedar ya abordados.

Es por ello que en esta fase se unifican criterios de los objetos estudiados y sus relaciones, lo cual permite al docente evaluar los conocimientos adquiridos.

### **3.2. Referente disciplinar**

El proyecto se desarrolló en una de las ramas de las matemáticas, como lo es la geometría, la cual solo se aborda desde los conceptos y las definiciones de lo plano y lo bidimensional, por lo que al enfrentar al estudiante hacia un pensamiento espacial a este se le dificulta, ya que solo se ha limitado a la memorización de conceptos y a ver representaciones en el tablero, y en pocas ocasiones, es llevado al mundo real, provocando así un desinterés y una apatía del estudiante por la asignatura.

Para empezar a hablar de geometría, es apropiado traer una cita de García y López, (2008) citando a Bressan (2000), quien cita Bishop (1983) y que dice, “La Geometría modela el espacio que percibimos, es decir, la Geometría es la Matemática del espacio” (pág.27).

La geometría es la parte de las matemáticas que trata de las propiedades y medida del espacio o del plano, fundamentalmente se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos o geométricos. La Geometría recoge los contenidos relacionados con la orientación y representación espacial, la localización, la descripción y el conocimiento de objetos en el espacio; así como el estudio de formas planas y tridimensionales.

Un recorrido por los lineamientos curriculares de matemáticas establece que:

La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación MEN, (1998).

### **3.3. Referente temático**

**Figuras geométricas:** Son aquellos términos y expresiones que designamos con palabras como punto, recta, plano, triángulo, polígono, poliedro, etc. Las cuales son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades ideales o representaciones generales de una categoría de objetos. Por tanto, hay que tener en cuenta que la naturaleza de los entes geométricos es esencialmente distinta de los objetos perceptibles, como este ordenador, una mesa o un árbol. Un punto, una línea, un plano, un círculo, etc., no tienen ninguna consistencia material, ningún peso, color, densidad, etc. Godino y Ruiz, (2003)

**Sólidos o cuerpos geométricos:** Son figuras que ocupan un lugar en el espacio que se desarrollan tridimensionalmente, “alto, ancho y largo” y están compuestas por figuras planas y se dividen en dos grupos, uno delimitado por superficies planas y otros cuerpos redondos, a su vez se subdividen en sólidos regulares, irregulares y cuerpos redondos o de revolución.

- a) **Sólidos regulares:** son todos aquellos cuerpos cuyas caras están formadas por polígonos regulares, iguales entre sí. Dentro de los cuales está el tetraedro, formado por tres caras y cada una de ellas es un triángulo equilátero; el hexágono o cubo, formado por seis caras cuadradas; el octaedro, lo constituye ocho caras triangulares; el dodecaedro, lo forma doce caras pentagonales y el icosaedro, formado por veinte caras triangulares. A estos se le conoce también como sólidos platónicos en honor a Platón (siglo IV a.C.). Platón cita en Timeo estos sólidos y los relaciona con los elementos de la naturaleza (aire, fuego, agua y tierra). Así que, para el fuego, es el tetraedro; para el cubo, la tierra; para el aire, el octaedro y para el agua, el icosaedro. Como los griegos ya tenían asignados los cuatro elementos, dejaba sin pareja al dodecaedro. De forma un tanto forzada lo relacionaron con el Universo como conjunción de los otros cuatro: La forma del dodecaedro es la que los dioses emplean para disponer las constelaciones en los cielos.
- b) **Sólidos irregulares:** Estos se dividen en prismas y pirámides; los prismas son figuras compuestas por dos caras iguales y paralelas entre sí, llamadas bases y el resto de sus caras son paralelogramos; el nombre de cada uno de ellos es tomado del número de aristas que tenga su base. Las pirámides son aquellas que están formadas por una base “un polígono” y el resto por triángulos concluyendo en una cúspide. Al igual que los prismas el nombre varía de acuerdo al número de aristas de su base.

- c) **Cuerpos redondo o de revolución:** son todas aquellas figuras que están compuestas por superficies curvas, entre las que se encuentra el cilindro, el cono y la esfera.

**Material concreto:** se refiere a todo instrumento, objeto o elemento que el maestro facilita en el aula de clases, con el fin de transmitir contenidos educativos desde la manipulación y experiencia que los estudiantes tengan con estos. En matemática tiene ciertas características, se describe como un material móvil y manipulable, que facilita la percepción operatoria y que permite descubrir y distinguir reglas matemáticas. Díaz y García, (2004)

**Geometría dinámica:** Es un espacio virtual (software), en el cual se puede construir figuras siguiendo una serie de pasos, donde cada uno de sus elementos dependen entre sí, en relación a lo que se dibuja.

En el Proyecto de *Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia*. Desarrollado MEN, (2004) establece que:

La geometría dinámica, instalada en un ambiente computacional, se coloca a medio camino entre el mundo sensible (perceptible por los sentidos), en este caso esencialmente visual, y el mundo matemático (o esencialmente abstracto). Es decir, al mismo tiempo que traduce de manera visual un universo teórico, gracias a la manipulación de objetos virtuales en la pantalla, responde a ese conocimiento teórico organizado en una estructura axiomática deductiva. (Pág.21)

### 3.4. Referente legal

La Constitución Nacional de 1991, establece en el artículo 67, "la educación como un derecho de toda persona y un servicio público que tiene una función social, siendo uno de sus objetivos, la búsqueda del acceso al conocimiento, a la ciencia, la técnica y a los demás bienes y valores de la Cultura", por lo que el área de matemáticas no es ajena al cumplimiento de este.

Continuando, se presenta la Ley General de Educación (Ley 115 de 1994), la cual en sus artículos 21, 22 y 23 determina los objetivos específicos para cada uno de los ciclos de enseñanza en el área de matemáticas, considerándose como área obligatoria. De otro lado, el desarrollo del proceso educativo, también se reglamenta en el Decreto 1860 de 1994, el cual hace referencia a los aspectos pedagógicos y organizativos, resaltándose, concretamente en el artículo 14, la recomendación de expresar la forma como se ha decidido alcanzar los fines de la educación definidos por la Ley, en los que interviene para su cumplimiento las condiciones sociales y culturales. Dos aspectos que sustentan el accionar del área en las instituciones educativas.

En cuanto a los Lineamientos Curriculares en matemáticas publicados por el MEN en 1998, se exponen reflexiones referentes a la matemática escolar, dado que muestran en parte los principios filosóficos y didácticos del área estableciendo relaciones entre los conocimientos básicos, los procesos y los contextos, mediados por las Situaciones Problemáticas y la evaluación, componentes que contribuyen a orientar, en gran parte, las prácticas pedagógicas del maestro y posibilitar en el estudiante la exploración, conjetura, el razonamiento, la comunicación y el desarrollo del pensamiento matemático.

Por otro lado, los Estándares Básicos de Competencias MEN, (2006), es un documento que aporta orientaciones necesarias para la construcción del currículo del área, permitiendo evaluar los niveles de desarrollo de las competencias que van alcanzando los estudiantes en el transcurrir de su vida estudiantil, además, presenta por niveles la propuesta de los objetos de conocimiento propios de cada pensamiento matemático, los cuales deben estar contextualizados en situaciones Problemas que son uno de los caminos que permiten un proceso de aprendizaje significativo en el estudiante.

Finalmente, los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), como una herramienta dirigida a toda la comunidad educativa para identificar los saberes básicos que han de aprender los estudiantes en cada uno de los grados de la educación escolar, de primero a once, y en el área de Matemáticas, MEN, (2015).

## **4. Referente Metodológico**

### **4.1. Método y Enfoque**

El diseño de la investigación estuvo enmarcado por el enfoque cualitativo, en donde Sandín, (2003) afirma que; “Es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de la práctica y escenarios socioeducativa, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento...” (p. 123).

En este sentido la investigación cualitativa propone construir conocimientos de la realidad que se estudia, apoyándose en la subjetividad como fuente del conocimiento y componente dimensional de lo humano, su actuar, las acciones y los significados que le da la propia actividad.

Teniendo en cuenta lo anterior, este proyecto se direccionó bajo la investigación-acción (I.A), la cual permitió una interacción entre investigador y sujetos investigados, en donde “el investigador actúa esencialmente como un organizador de las discusiones, como un facilitador del proceso, como un catalizador de problemas y conflictos, y, en general, como un técnico y recurso disponible para ser consultado” (Martínez, 2000, pág. 28); según este mismo autor el “padre” de la “I.A” es Kurt Lewin, quien utilizó este término por primera vez en 1944, y describía con él una forma de investigación que podía ligar el enfoque experimental de la ciencia social con programas de acción social y con el fin de que ambos respondieran a los problemas

sociales principales de entonces (administración de empresas, atención de grupos minoritarios, rehabilitación de grupos especiales, etc.).

Según Kemmis y Mactaggart, (1988) una I.A es un proceso sistemático de aprendizaje y debe ser participativo, colaborativo, que permita crear comunidades autocríticas (que realicen análisis críticos siguiendo una espiral introspectiva). Así mismo, debe permitir teorizar sobre la práctica e implica registrar, recopilar, analizar nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre; de modo que posibilite las prácticas, ideas y suposiciones a lo largo de su ejecución. La I.A se desarrolla en pequeños ciclos de planificación, acción, observación y reflexión, lo cual me permite reflexionar, actuar y retroalimentar en la problemática vivida en la institución, basándome en que los estudiantes presentan problemas al momento de pensar espacialmente.

#### **4.2. Sujetos, Técnicas e Instrumentos**

Este proyecto de intervención se desarrolló en grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón, el cual contó con una participación inicial de 27 estudiantes, pero al concluir la intervención solo terminaron 25 estudiantes, pues la ubicación de la institución y las pocas fuentes de empleo que hay a sus alrededores, hace que se tenga una población estudiantil fluctuante. Para evidenciar el nivel que presentan los estudiantes en cuanto en el desempeño académico y al desempeño en competencias, se implementó las técnicas Observación Participante, Análisis de Documentos, diarios de campo y las actividades desarrolladas por los estudiantes. En el diario de campo se consignó lo que se observó durante el desarrollo de cada una de las actividades, reflejando las actitudes y acciones de los estudiantes sobre la construcción de los sólidos geométricos de forma manipulativa usando materia concreto y de forma virtual por medio del software SketchUp. (Ver anexo 1).



Por una parte, la Observación Participante, entendida como un proceso de aprendizaje en el que el investigador se involucra en el diario acontecer de los sujetos observados Kawulich, (2005), me permitió obtener información sobre el desempeño de los estudiantes y su respuesta a la estrategia pedagógica que se desarrolló con ellos; así mismo se tomó en cuenta conductas a las cuales ellos mismos podrían conceder poca importancia con el fin de descubrir algunas características con respecto a la evolución del comportamiento esperado (el pensamiento espacial).

Por otro lado, los documentos que se analizaron resultaron de los talleres desarrollados por los estudiantes. Según Corbetta, (2007), los documentos son “material que proporcionan información sobre un determinado fenómeno social y que existe al margen de la acción del investigador” (p. 403). Por esta razón, el análisis de estos documentos se hace primordial en cuanto a que ellos me permitieron hacer un nivel de referencia entre los niveles que maneja Van Hiele y el desempeño actual de los estudiantes en el manejo del pensamiento espacial y su rendimiento académico en general; y más aún, las respuestas de los estudiantes a los talleres, las actividades en la utilización de sólidos geométricos y el diario de campo utilizado como parte de la investigación aportaron la información significativa en la tarea de comprender el proceso pedagógico que vivenciaron nuestros estudiantes y las razones por las cuales la estrategia fue o no exitosa en alcanzar el objetivo propuesto.

#### **4.3. Momentos de la Investigación**

Dado el objetivo general del proyecto, se ejecutó siguiendo las fases de la espiral ya mencionadas (diagnóstico, planificación, acción, observación y reflexión), cuya finalidad es la de proporcionar los elementos y directrices para realizar un proyecto de investigación. Estas fases o

momentos brindaron una mirada en retrospectiva, y una intención prospectiva que permitió reflexionar en cuanto al conocimiento y la acción.

La propuesta de intervención pedagógica se organizó sobre tres capítulos: uno organizativo, constituido por las etapas de diagnóstico, planificación y la observación; el segundo estratégico, constituido por las etapas de capacitación-ejecución (acción) y el tercero la evaluación (reflexión).

#### **4.3.1. Fase 1. Diagnóstico.**

El desarrollo de esta fase, permitió establecer las dificultades en los estudiantes respecto a la apropiación de los conceptos básicos de geometría, así como el reconocimiento de los sólidos geométricos en su entorno. Dicho diagnóstico se realizó a través de una prueba tipo I (selección múltiple con única respuesta). (Ver anexo 2). La cual permitió de forma objetiva saber la conceptualización que los estudiantes tienen de algunos conceptos básicos de Geometría, de los nombres de algunas figuras geométricas y cómo algunas de ellas se muestran en el espacio, la información obtenida se recopiló a través de un análisis de documentos.

Para evidenciar el nivel de apropiación de los estudiantes sobre los conceptos básicos de geometría se realizó un nuevo cuestionario. (Ver anexo 3). El cual permitió evidenciar las observaciones presentadas cuando los estudiantes manipularon los diferentes objetos de uso cotidiano (cajas, cono, balón, pelotas, entre otros), estos elementos representan los sólidos geométricos; la descripción hecha a los mismos, de acuerdo a su forma, características y cómo los representan en su entorno espacial, demostró que el estudiante solo maneja conceptos de geometría plana, como círculos, triángulos, cuadrados y rectángulos. Esto dio paso a realiza las actividades que permitirán dar respuesta a la pregunta problema y objetivo general planteado en este proyecto.

### **4.3.2. Fase 2. Planificación**

Para llevar a cabo el proyecto, se inició con un análisis al plan de área de matemáticas en especial el componente geométrico y también a la intensidad horaria que tiene ésta en básica primaria y secundaria; en la básica primaria, la geometría se enfoca hacia el concepto y representación de figuras planas; en la secundaria, se orienta una vez cada quince días, ya que ésta debe ser compartida con estadística y se enseña reforzando lo que ya vieron en la primaria, de forma teórica, memorística, con una simple representación en el cuaderno y no vivenciando la geometría que tiene a su alrededor, lo que llevó a construir la frase *tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo*; fue la estrategia que a través de secuencias didácticas, permitió fortalecer el pensamiento espacial del estudiante, tomando como punto de partida los saberes previos de los alumnos, éste se desarrolló de manera práctica, donde no solo fue dibujar en el cuaderno o un pedazo de cartulina, sino que el educando lo pudo manipular y transformar a través de diferentes materiales, permitiendo que se aprovechara esa hora, para enfocarlos en el tema de los sólidos geométricos, cómo se transforma a partir de una representación plana que ellos conocen, cómo se mueven en el espacio y cómo se representan en su entorno, que es objetivo general del proyecto.

### **4.3.3. Fase 3. Acción.**

Consistió en desarrollar estrategias de enseñanza, entendidas como las herramientas de las que hace uso el docente a fin de implementar y desarrollar las competencias en los estudiantes, llevando una secuencia didáctica con miras a lograr las competencias específicas Prieto, (2012). (Ver anexo 4). Estas estrategias se desarrollaron en dos momentos: en el primero, se utilizó material concreto el cual se refirió a todo instrumento, objeto o elemento que el docente facilitó en el aula para transmitir los aprendizajes significativos. El aprendizaje significativo se entiende por la incorporación de la nueva información a la estructura cognitiva del individuo. Esto crearía

una asimilación entre el conocimiento que el individuo posee en su estructura cognitiva con la nueva información, facilitando el aprendizaje. En el segundo momento, atendiendo la necesidad del uso de herramientas tecnológicas, se utilizó como otra estrategia la geometría dinámica, que a diferencia del papel y lápiz se basa en construcciones dinámicas, en la cual las figuras en la pantalla adquieren una temporalidad: ya no son estáticas, sino móviles, y por lo tanto sus propiedades deberán estar presentes en todas las posibles posiciones que tomen en la pantalla MEN,( 2004); esto a través de la utilización del software SketchUp.

Para evaluar el proceso de aprendizaje, se llevó al estudiante a un entorno práctico y vivencial de los conceptos adquiridos y la representación, en muchas ocasiones imperceptible, de dichos sólidos en su entorno cotidiano, y que se hiciera necesaria la articulación del discurso teórico con la experiencia o práctica. Lo anterior, se observó a través de la elaboración de una maqueta de la casa de cada uno de los estudiantes; donde se evidenció el manejo espacial, la construcción de diferentes sólidos geométricos y la aplicabilidad de los diferentes tipos de geometría.

#### **4.3.4. Fase 4. Observación.**

Se utilizó como técnica la observación participante en el grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal, con veintisiete (27) estudiantes, de los cuales solo se terminó con 25 estudiantes, pues dos de ellos se trasladaron a otra institución. Los instrumentos que se utilizaron en la observación fueron: el diario de campo, análisis de datos y registros fotográficos de las actividades que se desarrollaron durante la intervención. Se hará la sistematización de los datos obtenidos después de haber aplicado el modelo de Van Hiele en la enseñanza de los sólidos geométricos, y evidenciar así, si se logró fortalecer el pensamiento espacial en los estudiantes.

#### **4.3.5. Fase 5. Reflexión.**

Una vez recopilada la información arrojada por los estudiantes desde el diagnóstico y las secuencias didácticas, se inició la reflexión pertinente del trabajo realizado por ellos, así como las actitudes y acciones que presentaron durante el desarrollo de las mismas. La información que se evaluó durante el proceso de la enseñanza de los sólidos geométricos, los cuales permitió evidenciar el pensamiento espacial de los estudiantes fue la realización de una maqueta de su casa, en lo cual se vieron reflejados los tres primeros niveles del modelo Van Hiele.

Teniendo en cuenta el nivel de apropiación de las estrategias por parte de los estudiantes y análisis de la observación del investigador, a través de fuentes de datos, de teorías, de los diferentes teóricos o de ambientes en el estudio de un fenómeno. Esto permitió evidenciar el desarrollo del pensamiento espacial de los educandos de grado Séptimo y fue el insumo para la redacción de un informe final. Por otro lado se realizó una socialización con la comunidad educativa de la Institución en la cual se mostró el proceso llevado a cabo con los estudiantes y las conclusiones del mismo.

## 5. Sistematización y resultados

El proyecto de intervención se desarrolló en tres capítulos, el primero es de diagnóstico, donde se analizó los saberes previos de los estudiantes y las dificultades que tienen estos a identificar, modelar y nombrar características de figuras y objetos geométricos y como estos se representan en su contexto, el segundo capítulo se abordó desde la enseñanza de los sólidos geométricos (sólidos regulares e irregulares) mediante la estrategia de manipulación de material concreto y la aplicación de geometría dinámica mediante el software SketchUp, el cual permitió que el estudiante transformara las figuras planas que conoce en figuras tridimensionales y como estas se mueven en el espacio tangencial y virtual. Por último, se desarrolló en la evaluación hecha a las estrategias utilizadas mediante el diseño y construcción de una maqueta de su casa. Estos capítulos se desarrollaron a la luz de los estudiantes, docente observador y el referente teórico.

### 5.1. Capítulo uno. Diagnóstico.

Este capítulo muestra los resultados del diagnóstico, desde los saberes previos del estudiante, qué figuras reconoció de su entorno y cómo las vio desde una posición determinada (ubicación respecto al objeto). Al desarrollar la actividad de taller, se diagnosticó a todo el grupo y se observó en general cierto nerviosismo, luego que se les dijo, que no era necesario registrar el nombre en el taller, el nerviosismo disminuyó, a tal punto, que algunos estudiantes manifestaron que “como no iba a llevar nota no importaba si quedaba mal”. (DC01.E02)

Durante el desarrollo del taller, algunos estudiantes miraban a su alrededor, con la intención de observar quien les podía ayudar, murmuraban y se alcanzaba a escuchar expresiones como: “¿qué figura es la  $f$ ?”, (DC01.E03), “¿quién me dice, cómo se llama la figura  $g$ ?”, (DC01.E03)

otros preguntaban: “¿Profe, cómo se llama ésta figura?”, (DC01.E01), “la que parece una bola” otro estudiante responde “pues se llama así, bola”.

Al observar y al escuchar a los estudiantes, se percibe la inseguridad y la falta de apropiación con algunos conceptos geométricos, el nombre de algunas figuras en especial las que se ven representadas tridimensionalmente y la forma cómo se observan estas en el espacio, lo cual se evidenció al tabular las respuestas del taller.

La primera pregunta del cuestionario, se estableció por medio de apareamiento, en donde los estudiantes tenían que relacionar el concepto con su respectiva definición. Se propuso diez (10) conceptos básicos que tiene la geometría, los cuales fueron los siguientes: Recta, trazo, triángulo, ángulo recto, ángulo obtuso, ángulo llano, punto, cuerpos geométricos, cuadriláteros y planos, los anteriores son acercamientos a conceptos que propuso Euclides en su libro elementos y que hacen parte de la geometría.

Los resultados obtenidos muestran que un 53% de los estudiantes, tienen claros algunos conceptos que se manejan en la geometría plana, el 45% no respondió acertadamente y un 2% no sabe no responde. Se evidencia que hay saberes adquiridos, pero que hay que fortalecer un poco más, ya que el margen es demasiado pequeño.

La segunda pregunta, consistía en presentarles en forma gráfica algunas figuras planas y algunas tridimensionales proyectadas sobre un plano (como vista auxiliar), para que los estudiantes escribieran debajo de cada figura su nombre correspondiente. Las figuras que se les presentó fueron las siguientes: cuadrado, círculo, triángulo, rectángulo, pirámide, paralelepípedo, cilindro, esfera y el cubo.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes: el 47% acertó los nombres de las figuras aunque en su mayoría fue nombrar las figuras que se representan como bidimensionales, el 17%

no coloco el nombre correspondiente a la figura y el 36% no sabe, no responde. Esto muestra que los estudiantes reconocen las figuras bidimensionales como: el cuadrado el círculo, el triángulo y el rectángulo, pero no reconoce las figuras tridimensionales, pues le asignan nombres que no corresponden o simplemente no contestan porque no sabía su nombre.

Un hecho que llamo la atención en esta pregunta fue que al llegar a una de las figuras tridimensionales “el paralelepípedo”, los estudiantes no sabían su nombre pero al dar vuelta a la hoja para continuar resolviendo la prueba, vieron cómo se nombraba y regresaron a copiarlo.

Por otro lado, también se observó que no tienen claro los nombres de las figuras tridimensionales ya que utilizaron nombres como “bola u óvalo” para referirse a la esfera.

En la tercera pregunta se realizó, tomando el punto visual del estudiante al mover una pirámide observándola desde arriba, la cual interpreta la visión que tiene el estudiante de la figura desde otro punto de vista y su movimiento en el espacio.

Los resultados que se obtuvieron, fueron: el 33% ubicó correctamente la figura tal como se observa una pirámide desde arriba, el 59% no logró ubicar la vista de la pirámide desde otro punto de vista y el 7% no sabe, no responde. Se evidencia que los estudiantes no logran ubicarse en el espacio y ver las diferentes formas que puede presentar una figura geométrica.

En la cuarta pregunta se buscó que los estudiantes siguieran una secuencia que les permitiera construir una figura geométrica tridimensionalmente, en este caso una pirámide con base cuadrada, la cual se construyó en su mente, guiados por las líneas marcadas en la figura. Los datos obtenidos son los siguientes: el 37% siguieron la secuencia para formar la pirámide, el 52% de los estudiantes no lograron construir la figura y el 11% no sabe, no responde.

En la quinta pregunta se pretendió que los estudiantes establecieran los elementos que forman un sólido geométrico, “el paralelepípedo”, como el número caras, aristas y vértices. En esta dicha



pregunta los datos que se obtuvieron son los siguientes: el 41% de los estudiantes logro evidenciar la cantidad de vértices, aristas y caras que tiene un paralelepípedo, el 52% no logro establecerlos y el 7% no sabe, no responde.

Una vez realizado el anterior diagnóstico, se hizo una nueva actividad a través de un cuestionario, que permitió evidenciar las observaciones presentadas cuando los estudiantes manipularon diferentes objetos cotidianos que representaron los sólidos geométricos, la descripción que hicieron a los mismos de acuerdo a su forma, características y cómo los representan en su entorno espacial. La actitud de los estudiantes cambió, de manera que se vieron más alegres y receptivos al cuestionario que desarrollaron, esto se debió a que no trabajaron solos y que no respondieron a una serie de preguntas, con las posibles respuestas ya preestablecidas de y forma teórica. Para el desarrollo de esta actividad, se formaron grupos de cuatro estudiantes, los cuales se establecieron a su voluntad. Aquí algunos estudiantes reflejaron su empatía con otros compañeros, pidiendo trabajar con ellos, es el caso del estudiante (DC01.E16) quien dice “yo me hago con ustedes” a lo que responde su compañero, (DC01.E17) “venga pues, pero trabaja”.

Ya organizados los grupos, se entregó una serie de objetos de forma aleatoria como: (cajas, cono, balón, pelotas, entre otros), por cada objeto los estudiantes debían responder los mismos interrogantes. Iniciada la actividad los estudiantes fueron contestando cada una de las preguntas a medida que observaban los objetos, uno de los educandos pregunta “profe, qué es una arista” (DC01.E01). En uno de los grupos dialogaron cuáles son las caras que tiene una caja, (DC01.E03) dice: “la caja solo tiene estas dos caras” refiriéndose a las dos caras laterales; en otros de los grupos discutían si el balón tenía aristas y cuántas. El estudiante (DC01.E17) pide

que le cambiara uno de los objetos, ya que no sabía que figura geométrica representaba, (ver foto 1).

La actividad terminó con normalidad pero con muchos interrogantes y dudas de cómo se podría abordar la problemática que resulto al concluir el diagnóstico, pues las respuestas que dieron los estudiantes mostró que no tenían claro una figura bidimensional (la cara de un cubo) de una tridimensional (el cubo), como se pudo evidenciar en los datos obtenidos del cuestionario, (ver anexo 5)

Al indagar sobre lo percibido en el diagnóstico, se determinó que los estudiantes tienen dominio de algunos conceptos básicos de la geometría y cómo estos se representan de una forma bidimensional, pero cuando se enfrentaron a la observación, visualización y manipulación de objetos de su entorno no establecieron los sólidos geométricos que estos representaban, solo se limitaron a dar el nombre de la figura plana que observaban en uno de sus costados como: “ es un rectángulo, cuando se refirieron a la caja, es un círculo cuando se refirieron a un balón y en su caso más extremo describen una botella como un paralelogramo”, todo esto se debe en su gran parte a la forma como se enseñaron las figuras bidimensionales (figuras planas) en los grados inferiores, dejando a un lado la tridimensionalidad que estos se observan en el entorno, como lo explica Arboleda (2011), cuando cita a Lappan y Winter “A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales”.

Teniendo en cuenta lo anterior, toda vez concluido el análisis del diagnóstico, se puede inferir que los estudiantes reconocieron y visualizaron los diferentes sólidos geométricos como un solo grupo de figuras, de forma bidimensional; esto debido a que sus saberes previos y la apropiación de conceptos ya adquiridos, no les permitió diferenciar de los sólidos tridimensionales.

Esta dificultad en la enseñanza de la geometría, puede deberse a que no se tiene claro para qué se enseña o cómo ésta debe ser abordada desde el aula, lo que hace necesario desestructurar su enseñanza desde un espacio fijo y ampliarlo al entorno en el cual se desenvuelve el estudiante. Es así como García & López,( 2008) afirman que:

Muchas de las limitaciones que nuestros alumnos manifiestan sobre su comprensión acerca de temas de Geometría se deben al tipo de enseñanza que han tenido. Asimismo, el tipo de enseñanza que emplea el docente depende, en gran medida, de las concepciones que él tiene sobre lo que es Geometría, cómo se aprende, qué significa saber esta rama de las Matemáticas y para qué se enseña. Muchos profesores identifican a la Geometría, principalmente, con temas como perímetros, superficies y volúmenes, limitándola sólo a las cuestiones métricas; para otros docentes, la principal preocupación es dar a conocer a los alumnos las figuras o relaciones geométricas con dibujos, su nombre y su definición, reduciendo las clases a una especie de glosario geométrico ilustrado. Es importante reflexionar sobre las razones para enseñar Geometría. Si el maestro tiene claro el porqué, estará en condiciones de tomar decisiones más acertadas acerca de su enseñanza.

De la misma manera, en los textos de matemáticas, la geometría ocupa uno de los últimos temas a tratar, además el poco tiempo de clase que se le dedica hace que el docente sólo se limite a orientar estos conceptos de forma memorística, acompañados de una figura bidimensional representada en el tablero o en los libros guía de los estudiantes (en el caso de tenerlos), la misma forma de enseñar se da cuando se trabaja con las figuras tridimensionales, solo se les da una representación bidimensional, percibido por Arboleda (2011), quien expresa “Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales”. Problemática que dificulta los procesos de

enseñanza aprendizaje, pues no hay una relación entre lo que se plantea en las políticas nacionales y lo que realmente debe aprender el estudiante.

## **5.2. Capítulo dos. Acción.**

Este capítulo relata cómo se desarrollaron e implementaron las secuencias didácticas que dieron paso para abordar el problema encontrado en los estudiantes a la hora de visualizar una figura plana, y cómo esta se transforma en una figura tridimensional originando el pensamiento espacial. De esta manera se tomó como punto de partida la enseñanza de los sólidos geométricos los cuales están contruidos partiendo de figuras planas ya conocidas y apropiadas por ellos como se evidenció en el diagnóstico.

Como en los grados inferiores no se abordó este tema de forma clara, ya sea por la poca intensidad horaria dada a la asignatura o la poca apropiación del docente en el tema, quien solo da respuesta a lo propuesto en el currículo que en su mayoría es de contenido poco profundo; por esta razón se hace necesario abordarlo de forma más práctica y vivencial para el estudiante. Los sólidos geométricos, son uno de los temas más importantes a tener en cuenta en la enseñanza de la Geometría, sin embargo, la enseñanza de esta en el bachillerato es más de tipo analítico, basándose especialmente en el estudio de áreas, volúmenes, definiciones y en construcciones de tipo mecanicista, García y López, (2008).

Se realizaron una serie de actividades las cuales permitieron que los estudiante se apropiaran de los sólidos geométricos, cómo estas se encuentran en nuestro entorno y cómo se representan; es así que para dar inicio a estas actividades, se trabajó en el salón de clase con la elaboración de tres de los cinco solidos regulares los cuales fueron: el hexaedro, tetraedro y el icosaedro; para ello se requirió el uso de cartulina en octavos, regla y tijera. Se orientó el proceso con la

elaboración de dos tipos de figuras planas en el tablero (el cuadrado y el triángulo equilátero) y se hizo secuencia de estas figuras para luego formar un sólido geométrico. (Ver anexo 6)

Ya realizadas las secuencias de las figuras en el tablero, es decir: hexaedro, tetraedro y octaedro, algunos estudiantes manifestaron al observarlas: “ahh profe, hay que hacer una cruz con cuadrados” (DC2.E17), “¡mirá vé!, hay que hacer un triángulo equilátero y dentro de él, hacer otro” (DC2.E16), y refiriéndose al octaedro, “uy, profe ese sí está difícil” (DC2.E11), “pero no ven, solo hay que hacer triángulos equiláteros, así como nos enseñó el profe” (DC2.E06). Para la elaboración de cada uno de los anteriores sólidos, se dio la instrucción de utilizar el mayor espacio posible de cada octavo de cartulina.

Una vez llevada a cabo la estrategia de transformar un trozo de cartulina en un sólido regular, partiendo de una figura plana, y para dar cumplimiento a la instrucción, se evidenció que un estudiante al realizar la plantilla del hexaedro expreso: “dividí el ancho por el número de partes que necesitaba, que son tres y el largo por cuatro, así pude saber que la medida de cada lado del cuadrado es de ocho centímetros” (DC2.E06).

En el desarrollo de la actividad, se pudo evidenciar algunas falencias en el momento de hacer medidas para elaborar las figuras planas (cuadrados y triángulos equiláteros), pues al medir con la regla, ubicaron como inicio el número uno para elaborar un cuadrado de siete centímetros de lado; al terminar de hacer la secuencia de cuadrados y al compararlos con los otros compañeros que también utilizaron la misma medida vieron que estaba más pequeño, (DC2.E01, E07, E09, E12, E13, E18) lo cual indico que no hicieron un buen uso de la regla. Luego, cuando se les pregunto de por qué iniciaron la medida desde uno y no desde el número cero, la respuesta fue “no tenía bien marcado el número cero” (DC2.E09), “profe, vea, le falta un pedazo a la regla”

(DC2.E13), lo que evidenció que no tuvieron presente que debían aumentar ese centímetro que le faltaba a la regla, al final de la medición.

Es así, que se hace necesario fortalecer el aprendizaje y el correcto uso de la regla desde los primeros grados, y que logre medir correctamente no solo utilizando la regla como unidad de medida, sino que utilice otros medios que le permita tener una visión espacial para la estimación de una medida y poderla utilizar en cualquier momento.

Es por ello, que en investigaciones realizadas por Godino, Batanero, y Roa, (2002), establecieron que:

En cuanto a la medida directa de longitudes usando la regla graduada, es frecuente encontrar que los niños no entienden el uso de las marcas para contar el número de centímetros o milímetros que corresponde a una medida. Algunos cuentan las marcas incluyendo la que corresponde al 0, o colocan el comienzo de la regla en el 1, con lo que obtienen una unidad de menos o de más a la que corresponde. (pág. 687).

Tomando las palabras de Godino, Batanero y Roa, (2002), los estudiantes al terminar con la elaboración del hexaedro o cubo, compararon entre ellos los tamaños y la formas que cada uno había elaborado, escuchando comentarios como; “mira mi cubo, quedo más grande que el tuyo” (DC2.E04), a lo que su compañero le respondió “es más pequeño, porque lo hice con un centímetro menos que el tuyo, no te acordás que hice mal la medida con la regla, pues le hace falta el cero y no le aumenté ese centímetro. Además sigue siendo un cubo”, (DC2.E18).

Como se pudo notar los estudiantes realizaron deducciones de sus dificultades y las aceptaron, mejorando su capacidad de análisis y trabajo en clase, haciendo significativo su aprendizaje pues aprenden del error cometido. Cuando se hizo la construcción de los otro dos sólidos regulares, (tetraedro y octaedro), el error de la medida con la regla disminuyó, los estudiantes ya lo tenían

presente, “préstame tu regla para hacer el triángulo” (DC2.E13), “acordate que no tiene el cero y tenes que sumarle un centímetro más” (DC2.E01).

La modelación y construcción del hexaedro, tetraedro y octaedro, permitió que el estudiante fuera creando en su mente cuáles eran los lados a doblar y unir de una figura que había representado en forma bidimensional para luego verla en un estado tridimensional.

Para la elaboración de los dos últimos sólidos regulares (dodecaedro e icosaedro), se les entregó una copia con estas figuras para que fueran elaboradas en la casa, (Ver anexo 7), utilizando materiales como los empleados en el aula y los llevaran terminados para la siguiente clase; pero solo nueve de los veintiséis estudiantes cumplió con la actividad, pues manifestaron excusas como:

Figura 6  
(DC3.E07)

no hice uno por que en  
realidad por que no tenia  
Plata y no tenia cartolina

Fuente: Candado, G. (2016); Análisis de datos. Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo.

Figura 7  
(DC3.E08)

no las entregue porque no fui capaz  
de armarla y no habia una ayuda, porque  
en mi casa tampoco habia alguien  
que me ayudara a armarlos.

Fuente: Candado, G. (2016); Análisis de datos. Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 8  
(DC3.E16)

yo entregue el que eran los 2 piramides juntos los otros no los hice por que me daba pesesa tenia problemas en mi casa y no le cobcaba tanto cuidado a lo que hacia.

Fuente: Candado, G. (2016); Análisis de datos. Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 9  
(DC03.E01)

las 2 figuras que teniamos que hacer en la casa no las hice por que me quedaron uniformes y no sabia como Pegarlas por que cuando pegaba un lado se me despegaba el lado contrario y las dañe por la Rabia

Fuente: Candado, G. (2016); Análisis de datos Fuente: Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

En un estudio realizado por el Grupo de Análisis para el Desarrollo (GRADE) y citado por Posada y Taborda, (2012), se afirma:

La dedicación a resolver tareas decrece con el grado de estudios y es similar en Lenguaje y Matemática; el porcentaje de docentes que dejan y revisan tareas es menor en secundaria que en primaria; cuando los estudiantes no hacen las tareas es principalmente porque no las entienden y la ayuda principal que reciben en casa para resolverlas viene de sus madres (en primaria) y de sus hermanos o hermanas mayores (en secundaria). (pág. 25)

Como se pudo observar en las explicaciones que dieron algunos estudiantes del por qué no hicieron la actividad en la casa, existe desinterés de la familia por colaborar en actividades



(tareas) del colegio, la actitud emocional del estudiante para realizar el compromiso, en este sentido se notó una falencia significativa.

Partiendo de la falencia encontrada, y con el fin de que el estudiante obtuviera una perspectiva diferente en la elaboración y construcción de los sólidos regulares e irregulares, los cuales no se pudieron construir todos con material concreto (cartulina) en el aula de clase, debido al poco tiempo que tiene la asignatura y la falta de apropiación para el desarrollo de estos en la casa, se orientó por medio del uso de la geometría dinámica, a través del software SketchUp, el cual les permitió tener otra forma de construir los sólidos, no de forma manipulativa sino por el medio virtual, lo que pudo evidenciar una mayor facilidad, para transformar las representaciones mentales de los sólidos geométricos en objetos que a menudo ve, también permitió una mayor apropiación de los conceptos adquiridos en la manipulación y cómo se perciben en el entorno en que vive.

El trabajar con equipos de cómputo generó en los estudiantes una motivación extra, como se expresa en los comentarios de ellos; “que rico vamos para la sala de sistemas” (DC4.E17), “profe, vamos a ver geometría en los computadores o qué vamos hacer” (DC4.E06).

La disponibilidad de nuevas herramientas, los programas informáticos de geometría dinámica que, junto a los materiales didácticos tradicionales, permiten organizar entornos de enseñanza más interesantes y activos, en los que los estudiantes pueden realizar exploraciones y experimentos a partir de los cuales generar nuevos conocimientos. Gutiérrez y Jaime, (2015).

Como se ha notado, a los estudiantes les apasiona trabajar con herramientas tecnológicas, es su mundo digital, se sienten atraídos por éste; es por ello que se utilizó esta herramienta como un medio para la transformación de imágenes mentales. Para ello, se trabajó con el software SketchUp, un programa de diseño gráfico y modelado en tres dimensiones (3D) basado en caras.

Este software permitió recrear los sólidos, tanto los que ya habían hecho de forma manual y utilizando materiales concretos, como los que no se pudieron elaborar por el poco tiempo de la asignatura.

En cuanto a la geometría espacial, la reciente aparición de diversos programas de geometría dinámica 3-dimensional y el mayor uso de los ordenadores en los centros de educación primaria y educación secundaria pueden ayudar a superar los inconvenientes para enseñar geometría espacial derivados de la escasez de materiales manipulativos en los centros y de la dificultad de manejar las representaciones en papel de los cuerpos espaciales. (Gutiérrez y Jaime, 2015).

Cuando el estudiante trabajó con el software, empezó a establecer similitudes entre la figuras que había hecho en cartulina, “si vieron muchachos, el cubo se forma solo empujando (herramienta del software) el cuadrado” (DC4.E17), “si, no hacemos la cruz, que fácil, que chévere, solo hacemos la figura y ya” (DC4.E04), “profe, es más fácil de esta manera” “ya hice varios sólidos y no me demoré” (DC4.E06), “ profe, ya hice el paralepipedo” (DC4.E03), refiriéndose al paralelepípedo.

Al estudiante haberse apropiado de esta herramienta, le permitió tener un mayor acercamiento hacia el pensamiento espacial, pues logró darle forma tridimensional a esos objetos que había visualizado mentalmente, y además logró reconocerlos, clasificarlos y representarlos en objetos comunes que manipulan y observa en su entorno día a día. (Ver figura de la 22 – 24).

El orientar temas de geometría de la forma tradicional hace que el aprendizaje sea memorístico y sin motivación del estudiante por aprender y no la puede ver representada en su entorno. Así que una de las dificultades que se observa con la enseñanza tradicional de los sólidos geométricos es que los estudiantes asimilan los conocimientos en forma memorística,

además se puede notar una considerable desmotivación respecto de la temática abordada y en cuanto a los conocimientos previos en temas relacionados, se detecta un bajo nivel lo que provoca la falta de interés por no poder ajustar su grado de abstracción con el mundo que le rodea y las situaciones de su vida cotidiana. García y López, (2008)

Una vez desarrolladas las secuencias didácticas, se pudo determinar que el aprendizaje de los sólidos geométricos, mediante el uso de estrategias a través de las cuales los estudiantes manipularon materiales concretos y realizaron representaciones mentales utilizando la geometría dinámica, permitió que analizaran y establecieran las diferencias entre una figura plana (cuadrado) de una tridimensional (cubo) y cómo éstas se pueden transformar en objetos que tienen en su entorno. Así mismo, las características y los elementos que las componen, como lados, vértices, aristas y caras. Lo anterior, debido a la apropiación de los conceptos, de las propiedades de cada una de las figuras y al reconocimiento de los sólidos geométricos en el mundo que los rodea. Pero a pesar de ello, aún se dificulta establecer relaciones entre las diferentes clases de sólidos (regulares, irregulares y cuerpos redondos).

### **5.3. Capítulo tres. Evaluación.**

En este capítulo se realizó una evaluación a los estudiantes, cuyo objetivo era determinar el nivel de apropiación de conceptos, dominio y reconocimiento de los sólidos geométricos, así como el fortalecimiento de su pensamiento espacial. Para lograrlo, se decidió aplicar por segunda vez el taller 1 del diagnóstico (pre y post), a fin de establecer un comparativo en términos generales del grupo y por cada uno de los estudiantes. Así mismo, con el propósito de lograr la articulación de la teoría con la práctica y llevar a su entorno cotidiano lo aprendido, se asignó la realización de la maqueta de la casa de cada estudiante.

Para dar inicio al taller evaluativo (post), el cual fue el mismo que se entregó para hacer el diagnóstico, se observó que los estudiantes no presentaban el mismo nerviosismo generalizado presente en el primer taller, pues manifestaron “profe, va a hacer el mismo, aah no, ahora si respondo bien” (DC5.E02). Se veían más seguros, menos dispersos y pensativos, se presentaron menos interrogantes, había total silencio y concentración en la prueba. Lo anterior da muestra de la confianza que adquirieron al tener mayor claridad en los conceptos, refleja que la enseñanza ha sido asimilada e interiorizada de forma adecuada y permanente.

Una vez concluido el taller (post) se realizó la tabulación de los datos y se hizo un comparativo con el taller (pre) el cual se muestra en la tabla.

Tabla 2  
Comparativo de resultados taller Pre y Post

	Taller (Pre)		Taller (Post)	
Concepto vs definición	Si	53%	Si	76%
	No	45%	No	24%
	Ns	2%	Ns	0%
Figura geométrica vs nombre	Si	47%	Si	83%
	No	17%	No	16%
	Ns	36%	Ns	1%
Visualización	Si	33%	Si	100%
	No	59%	No	0%
	Ns	8%	Ns	0%
Construye la secuencia	Si	37%	Si	76%
	No	52%	No	24%
	Ns	11%	Ns	0%
Elementos del paralelepípedo	Si	41%	Si	88%
	No	52%	No	12%
	Ns	7%	Ns	0%

Fuente: Candado, G. (2016); Análisis taller evaluativo.

Si: Respondió acertadamente.

No: Respondió incorrectamente

Ns: No sabe, no responde.

Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo.

La primera pregunta, el estudiante debía hacer apareamiento entre el concepto y su definición, los cuales pertenecen a los conceptos básicos de la geometría plana, se halló que el 76% de los estudiantes tienen claros los conceptos, lo que hizo que se aumentara en un 23%, respecto al primer taller. El 24% no respondió acertadamente, lo que disminuyó en un 21% con respecto al primer taller y se obtuvo un 0% en no sabe, no responde.

En la segunda pregunta, que era de identificar la figura y colocar su respectivo nombre se obtuvo un 83% de los estudiantes escribieron el nombre apropiado de la figura, lo que quiere decir, que hubo un 36% de aumento. El 16% no colocó el nombre de la figura apropiadamente, lo que disminuyó en 1% y no sabe no responde disminuyó en un 35%.

En la tercera pregunta, en donde el estudiante observaba una figura desde un terminado punto de vista, el 100% se ubicó espacialmente al observar la pirámide desde arriba, lo que mostró un aumento del 67% con respecto al primer taller.

En la cuarta pregunta, se tenía que hacer una visualización mental de la figura, que le permitiera armar una pirámide con base cuadrada, los resultados obtenidos aumentaron en un 38% con respecto al primer taller y una disminución del 27% de los que no lograron ubicarse espacialmente.

En la quinta pregunta, el estudiante identificaba los elementos que forman el paralelepípedo (aristas, caras y vértices) y el número de estas, los resultados que se obtuvieron fueron un 88% determinaron el número de aristas, vértices y caras que forman un paralelepípedo, obteniendo un aumento de 47% de diferencia con el primer taller. El 12% no logró determinar el número de caras, vértices y aristas, lo que indicó una disminución del 40% y no sabe no responde disminuyó un 7%.

Al haber hecho el análisis a los datos obtenidos en el taller (post) y al haberlos comparado con el taller (pre), se observó un avance significativo en el grado, cada una de las preguntas del taller obtuvieron muy buenos resultados, lo que permitió evidenciar en parte que las estrategias utilizadas el proceso de enseñanza de los sólidos geométricos fueron apropiadas y pertinentes para el desarrollo cognitivo y espacial de los estudiantes.

Los resultados preliminares permitieron evidenciar que las estrategias utilizadas hicieron que los estudiantes se apropiaran más de los conceptos básicos de la geometría, de cómo se observan las figuras desde un determinado punto de vista haciendo uso de su pensamiento espacial, que también les permitió formar figuras en su mente para seguir una secuencia y formar una pirámide, así mismo identificar los elementos del paralelepípedo y cuántos de ellos lo componen. Ahora bien, si estos no fueron los resultados definitivos del proyecto de intervención, se vio un avance en los estudiantes.

Para concluir con la evaluación del proyecto, se entregó a cada estudiante un trozo de triplex (tablero contrachapado de madera), con las siguientes dimensiones (40cm x 60cm), a fin de que cada uno de ellos representara en ella su casa, teniendo en cuenta los procesos, conceptos y habilidades adquiridas en el aula de clase. Una vez entregado el triplex, los estudiantes empezaron a manifestarse curiosos ante el material y realizaron preguntas tales como “profe y esto para qué es” (DC6.E03), “profe, hay que cortarla para hacer los sólidos” (DC6.E17), (con esto el estudiante infería que la actividad era construir figuras como ya lo habían hecho), ante lo cual se indicó que la actividad consistía en elaborar sobre el triplex una maqueta de su casa, a lo que dijeron entre risas “profe, aquí no cabe mi casa” (DC6,E02). “Profe, yo vivo en una finca y es muy grande para este pedacito de tabla” (DC6.E06). “Yo no voy hacer eso, mi mamá no tiene plata para comprar cartulina” (DC6.E27). Se indicó que su labor consistía en observar

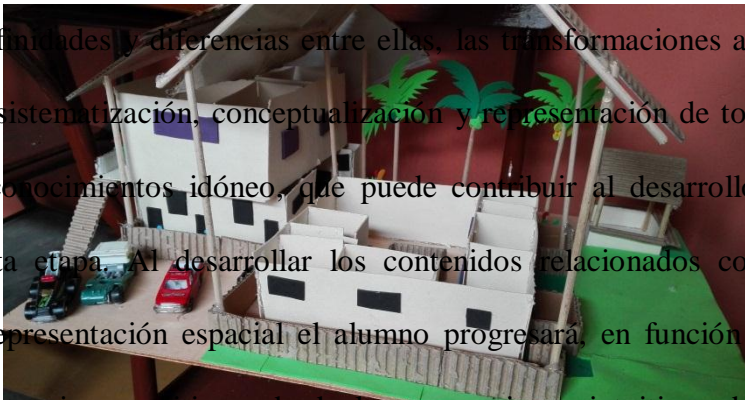
detenidamente su casa, estableciendo longitudes para darle forma a la maqueta a través de la representación de los sólidos geométricos encontrados en ella. Así mismo se indicó que podían hacer uso de cualquier material disponible en sus hogares.

La actividad se programó como tarea para ser desarrollada en casa, razón que se manifestó inquietante, al tener en cuenta los antecedentes del poco compromiso y diversos inconvenientes expresados por los estudiantes en actividades dejadas para realizar en casa como cuando se encomendó la realización del dodecaedro e icosaedro, donde solo 9 de los estudiantes cumplió con dicha actividad . Afortunadamente, y de manera grata se evidenció el día de la entrega de la maqueta, el compromiso, dedicación y responsabilidad de todos los estudiantes. Fue evidente el entusiasmo y la apropiación manifestada durante el desarrollo de la actividad, pues los estudiantes no recurrieron a excusas, por el contrario se esforzaron por encontrar los materiales necesarios, realizar las observaciones, las medidas, diseñar y representar cada detalle de sus casas.

Al conducir al estudiante hacia la apropiación de conceptos y representaciones geométricas, es de gran importancia que se haga en su espacio vivencial, pues en él encuentra los presaberes adquiridos y los orientados en clase, los cuales a su vez le permiten transformarlos en conocimientos nuevos y de mayor significado para él. Es así, que con la realización de la maqueta se logró que el estudiante aplique a situaciones y a espacios reales los conceptos adquiridos en clase, lo que a su vez le permitió el fortalecimiento de su pensamiento espacial, pues logró comprender el espacio en donde se sitúa, su ubicación y orientación en el mismo. En este sentido, es pertinente la siguiente afirmación:

Entre los aprendizajes más significativos que deben integrar el conocimiento del medio en el que el alumno está inmerso, sin duda ocupan un lugar de excepción los conocimientos sobre

el espacio. La realidad que nos rodea comprende objetos con forma y dimensiones diferenciadas, entre los que se establecen determinadas relaciones que configuran aspectos importantes de la vida cotidiana. Al propio tiempo, las propiedades geométricas de los objetos y lugares, las afinidades y diferencias entre ellas, las transformaciones a las que pueden ser sometidas y la sistematización, conceptualización y representación de todo ello, constituyen un campo de conocimientos idóneo, que puede contribuir al desarrollo intelectual de los alumnos de esta etapa. Al desarrollar los contenidos relacionados con el conocimiento, orientación y representación espacial el alumno progresará, en función de sus vivencias y nivel de competencias cognitivas, desde las percepciones intuitivas del espacio, hasta la progresiva construcción de nociones topológicas, proyectivas y euclidianas, que le facilitarán su adaptación y utilización del espacio. (Godino y Díaz, 2004, pág. 343)



A continuación se muestran algunas de las maquetas realizadas por los estudiantes y sus vivencias al realizarlas.

Figura 10  
La finca, E06

Fuente: Candado, G. (2016); Tú plano no siempre es plano, tridimensionalízalo

El estudiante había manifestado que vivía que una finca, pero que no eran los dueños, el papá la administra. Al construirla el estudiante manifestó que su mayor preocupación era el techo, pues cómo hacerlo ya debía ser de movable para poder visualizar su interior, así que decidió



alargar los soportes del techo para que se pudiera ver su interior. Se notó compromiso de los padres al suministrarle los materiales y ayuda. Visualizó y transformó su realidad.

Figura 11  
Mi tira, E15



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

El estudiante representó su realidad, manejó su pensamiento espacial. Cuando se indagó del por qué había cortado el triplex, contestó; “mi casa es una tira larga, no es tan ancha como la tabla que nos dio, así que la corte para poder hacerla”

Figura 12  
Mi plano. E03



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo.

El estudiante argumentó que para la elaboración de su maqueta, midió su casa por fuera y sus divisiones para luego hacer un plano de ella en el triplex y así poder pegar el cartón.

Para concluir este capítulo, se pudo evidenciar que al finalizar todas las actividades propuestas para la evaluación, los estudiantes están en capacidad de reconocer un mínimo de las propiedades de los sólidos geométricos, las cuales se observaron al momento de diseñar la maqueta, lo que hace que se centren en argumentos lógicos para su construcción, por ejemplo, la forma que tiene la casa, las habitaciones, el techo, el baño, entre otros, lo cual establece las diferencias, similitudes entre los diferentes sólidos. Lo que permitió a los estudiantes ser capaces de realizar un argumento deductivo informal de las formas y propiedades de los sólidos y poder establecer relaciones, por medio de comparación, clasificación y reconocimiento de las figuras tridimensionales realizadas en la maqueta de la casa. Así mismo, entre espacio, tiempo y acción, desarrollando un pensamiento espacial a través del aprendizaje de los sólidos geométricos.

## 6. Conclusiones y reflexión

A los docentes se les presenta a diario el reto de transformar a un individuo, quien crece bajo diferentes estímulos y cuando se desprende del seno del hogar, la sociedad empieza a formar parte de su crecimiento integral. Es por eso, que ellos son los abanderados para ayudar a construir ese camino que le permita al individuo (estudiante) transformar su propia realidad y entorno.

Partiendo de lo anterior, y en aras de aportar a dicha transformación, el proyecto de intervención “tú plano no siempre es plano, tridimensionalízalo”, el cual buscó fortalecer el pensamiento espacial de los estudiantes a través de la enseñanza de los sólidos geométricos; permitiendo que el estudiante no solo sea capaz de ubicarse espacialmente, sino que también pueda ver cómo las figuras geométricas que ya conoce se transforman en sólidos, los cuales representan muchas de las construcciones y objetos de su entorno.

Desde un principio hubo dificultades con la ejecución del proyecto, pues para desarrollarlo solo se contó con una hora cada quince días, debido a que en la asignación y distribución académica del currículo escolar de la institución, la geometría y la estadística se orientan como una sola asignatura, sin embargo, ésta misma dificultad se constituyó en una razón más para desarrollar el proyecto; más aún cuando las tendencias educativas actuales y hacia las que propenden las políticas estatales de mejoramiento educativo. Además, el proyecto se ideó como una manera de superar los prejuicios que existen hacia la orientación de la geometría, y cómo esta se debe orientar en el aula de clase, pues es importante generar un cambio.

Una vez realizado el diagnóstico se pudo determinar que en el ámbito académico, se presentaron dificultades como: por una parte, los estudiantes no lograron reconocer y nombrar los sólidos geométricos hallados en su entorno próximo. Se observó que los estudiantes

presentan falencia en el uso apropiado de elementos de medición como la regla, también el poder calcular el espacio disponible en un trozo de cartulina para realizar una figura. Otra de las dificultades presentadas en ocasiones, fue el poco compromiso para realizar las actividades programadas, lo que generó falta de motivación para desarrollar las competencias, habilidades y conocimientos propios de la asignatura, que se ha generado desde los primeros niveles de educación básica.

Otras dificultades que se encontró, ya no tanto de carácter académico sino referido a lo contextual, han sido: el nivel socio-económico de la población estudiantil, el bajo nivel educativo de los padres y el poco acompañamiento de estos en el proceso académico de los estudiantes; la falta de una política institucional clara, para el desarrollo del currículo en geometría y una mayor apropiación de algunos docentes de básica (primaria y secundaria) en el desarrollo de estrategias que permita hacer más vivencial la enseñanza aprendizaje de la geometría.

De la misma manera, cabe mencionar que se dio una dificultad de tipo circunstancial que afectó los resultados del proyecto: el tiempo. El proyecto debía desarrollarse en el transcurso de un año escolar. Teniendo en cuenta que el proceso de construcción del anteproyecto, así como la planeación del desarrollo del mismo, se tomó la primera mitad del año, dejando pocos meses para la fase de implementación y más aún cuando la intensidad hora clase es tan limitada en la Institución. Se reconoce que un proyecto de esta naturaleza requiere de un tiempo más largo de desarrollo, con el fin de que el proceso muestre avances mucho más significativos.

El proyecto se basó en estrategias que permitieron a los estudiantes la manipulación de material concreto y la transformación de las figuras planas que ya conocen y que siempre han dibujado en el papel en forma bidimensional y abstracta, representándolas en figuras tridimensionales, las cuales pudieron comparar con objetos que a diario ven en su entorno.

Como otra estrategia se usó la geometría dinámica, la cual permitió plasmar los sólidos geométricos que realizaron de manera física y concreta, en forma virtual, por medio del software SketchUp, el cual aportó a la apropiación de los conceptos vistos anteriormente, desarrollando la abstracción, ya que se estimuló su imaginación y cómo las figuras se mueven en un plano tridimensional.

Aunque por falta de tiempo académico no fue posible realizar otras actividades que permitieran fortalecer aún más el pensamiento espacial de los estudiantes y demostrar una transformación de su entorno; el desarrollo de las propuestas didácticas que consideraron el modelo de Van Hiele permitió fortalecerlo, una vez se fueron ubicando en los tres primeros niveles, es así como se pudo evidenciar cuando los estudiantes lograron realizar mediciones, comparaciones, clasificaciones y reconocimiento de las propiedades de cada uno de los sólidos geométricos, los cuales se reflejaron en la construcción de la maqueta de su casa.

Por otro lado, como consecuencia de la ejecución del proyecto de intervención en la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal y la apropiación de los estudiantes en éste, se ha logrado que la hora clase de geometría sea independiente, esto quiere decir que ya no sean dos horas al mes, sino de cuatro horas y ha nacido el interés de los docentes de básica primaria y secundaria, en desarrollar un currículo escolar que considere el modelo de los esposos Van Hiele.

Como recomendaciones se definen los siguientes puntos:

La enseñanza de la geometría debe ser orientada desde la básica primaria haciendo uso del Modelo enseñanza aprendizaje desarrollado por los esposos Van Hiele.

Reforzar la apropiación por parte de los estudiantes del uso de la regla, como herramienta para la medición de magnitudes.

En los procesos de enseñanza aprendizaje de la geometría se recomienda hacer uso de diferentes elementos (materiales concreto), el cual se puede encontrar en el entorno, permitiendo un aprendizaje vivencial, tangible y significativo.

Para aquellos docentes que están iniciando una maestría, se puede decir que es una experiencia exquisita y enriquecedora de saberes, pues permite profundizar en nuestro ser y aún más en nuestra extraordinaria profesión, pues son quienes le aportan al crecimiento del individuo (estudiante), quien a su vez contribuye a una verdadera transformación de la sociedad.

## 7. Bibliográfica

- Arboleda, A. (2011). *Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad marista*. En García, Gloria (Ed.), *Memorias del 12° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 40-48). Armenia.
- Corbetta, P. (2007). *Metodología y técnicas de Investigación Social*. Madrid, España: McGraw-Hill.
- Díaz, F., y García, J. (2004). *Evaluación criterial del área de matemáticas*. España: Praxis.
- García, S., y López, O. (2008). *La Enseñanza de la Geometría*. México D.F.: Instituto Nacional Para la Evaluación de la Educación.
- Godino, J., y Ruiz, F. (2003). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada, España: <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.htm>.
- Godino, J., y Díaz, F. (2004). Orientación Espacial. Sistema de Referencia. En J. Godino, *Didáctica de la Geometría para Maestros* (págs. 341-353). Granada, España: [http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9\\_didactica\\_maestros.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf).
- Godino, J., Batanero, C., y Roa, R. (2002). Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. En J. Godino, *Matemáticas y su Didáctica para maestros* (págs. 607-692). Granada, España: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>.
- Gutiérrez, A. (1998). Las Representaciones Planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *EMA*, 3(3), 193-220.
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (2015). Análisis del aprendizaje de geometría espacial en un entorno de geometría dinámica 3-dimensional. *PNA*, 9(2), 53-83.


- Hernández, C. B., & Bastidas, B. R. (2014). *Uso complementario de materiales manipulativos y del ambiente de geometría dinámica Cabri 3d en la comprensión de las propiedades geométricas del cubo*. (Tesis de pregrado). Recuperado de <http://sired.udenar.edu.co/id/eprint/275>.
- Institución Educativa Tulio Enrique Tascón - Chambimbal. (2015). *Proyecto Educativo Institucional*. Guadalajara de Buga: Institucional.
- Jaime, P. A. (1993). Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento. (Tesis doctoral). Recuperado de <http://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Jai93.pdf>
- Kawulich, B. (2005). La observación participante como método de recolección de datos. *FORUM: QUALITATIVE SOCIAL RESEARCH*, 6(2), 1-32.
- Kemmis, S., y Mactaggart, R. (1988). *Cómo Planificar la Investigación-Acción*. Barcelona, España: LAERTES.
- Martínez, M. (2000). La investigación-acción en el aula. *Agenda Académica*, 7(1), 27-39.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá D.C.: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2004). *Pensamiento Geométrico y Tecnologías Computacionales*. Santa Fe de Bogotá D.C.: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estandares Básicos de Competencias*. Santa Fe de Bogotá D.C.: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Santa Fe de Bogotá D.C.: MEN.



- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *INFORME POR COLEGIO Pruebas Saber3°, 5° y 9°, Aterrizando los resultados al aula*. Santa Fé de Bogotá D.C.: MEN.
- Moreira, M. A. (2009). *Subsidios Teóricos para el Profesor Investigador en Enseñanza de las Ciencias* Obtenido de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/Subsidios1.pdf>
- Posada, D., y Taborda, M. (2012). Reflexiones sobre la pertinencia de las tareas escolares: acercamiento para futuros estudios. *Uni-pluri/versidad*, 12(2), 22-33.
- Prieto, J. H. (2012). *Estrategias de enseñanza aprendizaje docencia universitaria basada en competencias*. México: Pearson Educación.
- Sandín, E. P. (2003). *Investigación Cualitativa en educación: Fundamentos y Tradiciones*. España: McGraw-Hill.
- Serrano, E. (2000). Etimología de algunos términos matemáticos. *SUMA*, 35, 87-96.
- Vargas, G., y Gamboa, R. (2013). El Modelo de Van Hiele y la Enseñanza de la Geometría. *UNICIENCIA*, 27(1), 74-94.
- Villarroya, B. F. (1994). El Empleo de Materiales en la Enseñanza de la Geometría. *Interuniversitaria de Formación del profesorado*, 21, 95-104.

## 8. Anexos

Figura 13  
Respaldo de la Institución al proyecto


**INSTITUCIÓN EDUCATIVA TULIO E. TASCÓN CHAMBIMBAL**  
 Chambimbál – San Antonio  
 Nit 815003149-9  
 COD. DANE Nro. 276111000781 COD. SEC. EDUC. DEPTAL. Nro. 04078001  
 Resolución 1770 de septiembre 04 de 2002  
 Guadalajara de Buga

Guadalajara de Buga, 01 de febrero de 2017

Señores

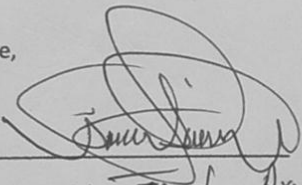
**UNIVERSIDAD DEL CAUCA**  
**Facultad de Ciencias Naturales Exactas y de la Educación**  
**Maestría en Educación Modalidad Profundización**  
**Programa Becas para la Excelencia Docente – Ministerio de Educación Nacional**  
**Sede Buga**

Cordial saludo,

Como rector de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón - Chambimbál, manifiesto que el equipo directivo conoce plenamente la propuesta de intervención Tú plano no siempre es plano, tridimensionalízalo. Pensamiento Espacial a través del Proceso de Enseñanza de los Sólidos Geométricos del docente Gustavo Adolfo Candado Tenorio, identificado con cédula de ciudadanía 6.320.709 de Guacarí (V), así como los compromisos individuales e institucionales asumidos para su ejecución.

A través de esta comunicación notifico el respaldo con el que cuenta el docente para la ejecución de este proyecto, así como la disposición de la comunidad educativa para articularse y colaborar con su desarrollo. Esto en cumplimiento de los acuerdos de participación en el Programa de Becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional.

Atentamente,

Firma: 

Nombre del Rector(a): Tedy Aruando Arce. E.

Cédula: 2'571.739

Figura 14  
Autorización de los padres de familia



## INSTITUCIÓN EDUCATIVA TULIO E. TASCÓN - CHAMBIMBAL

Nit: 815003149-9

COD. DANE No. 27611000781 COD. SEC. EDUC. DEPTAL No. 04078001

Resolución de Creación 1770 de septiembre 04 de 2002

Aprobación de Estudios Nivel Preescolar - Básica Primaria y Secundaria - Media Académica-

Resolución 1478 de noviembre 30 de 2005 Guadalajara de Buga

### AUTORIZACIÓN PARA TOMA DE FOTOGRAFÍAS Y VÍDEOS A ESTUDIANTES

Por medio del presente documento, yo \_\_\_\_\_,  
 identificado con cédula de ciudadanía N°. \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_, padre/madre  
 de familia o acudiente del estudiante \_\_\_\_\_  
 del grado séptimo, autorizo a la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbál y al docente  
 Gustavo Adolfo Candado Tenorio, para la toma de fotografías y videos a mi representado, con relación  
 al proyecto de intervención: **“Tú plano no siempre es plano, tridimensionalízalo. Fortalecimiento del  
 pensamiento espacial a través del proceso de enseñanza de los sólidos geométricos”**. En marco del  
 Programa de Becas para la Excelencia, adelantado por el Ministerio de Educación Nacional (MEN),  
 Maestría en Educación modalidad Profundización de la Universidad del Cauca. Asimismo autorizo la  
 divulgación de su contenido en eventos de carácter académico y pedagógico.

\_\_\_\_\_

Padre/madre de familia o acudiente

C.C. N° \_\_\_\_\_

**Tabla 1:**  
Listado de estudiantes grado Séptimo

	<b>Apellidos y Nombres</b>	<b>Código</b>
1	Acevedo Osorio Karol Dayana	E01
2	Aguirre Bernal Darwin Alejandro	E02
3	Alvarez Garcia Jhonatan	E03
4	Becerra Hoyos Juan Miguel	E04
5	Bernal Garcia Nathalya	E05
6	Cartagena Cardenas Farid Camilo	E06
7	Escobar Hidalgo Liceth Manuela	E07
8	Garcia Pescador Luz Maria	E08
9	Gaviria Duque Maria Alejandra	E09
10	Gaviria Duque Maria Natalia	E10
11	Grajales Posso Paula	E11
12	Guzman Gonzalez Brandon Estiben	E12
13	Isaza Soto Geidy Narliwd	E13
14	Loaiza Toro Lina Maria	E14
15	Manzano Quiñonez Carlos Andres	E15
16	Mesa Lobaton Diana Carolina	E16
17	Moreno Muñoz Miguel Antonio	E17
18	Nupia Ruiz Julian Stiven	E18
19	Quiñonez Lopez Dalpisa	E19
20	Ramos Ocampo Bryhan Stiven	E20
21	Romero Viafara Melissa	E21
22	Sabas Villalobos Helian Humberto	E22
23	Suarez Bedoya Santiago	E23
24	Tamayo Laura Michel	E24
25	Tangarife Carabali Sara Yulieth	E25
26	Triana Giraldo Alejandro	E26
27	Zapata Folrez Mayerly	E27

Fuente: Institución Educativa Tulio Enrique Tascón  
Chambimbal; Control de asistencia Institucional

Anexo 1  
Formato diario de campo

<b>Instrumento:</b>	<b>Fecha:</b>
<b>Lugar:</b>	<b>Grado:</b>
<b>Técnica:</b>	<b>Duración:</b>
<b>Clase:</b>	<b>Participantes:</b>
<b>Docentes:</b>	
<b>DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN</b>	
<b>OBSERVACIONES</b>	

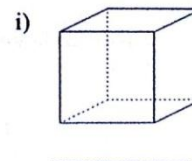
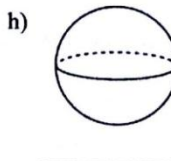
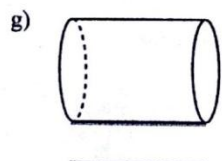
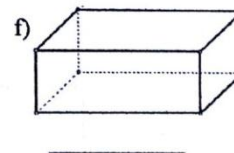
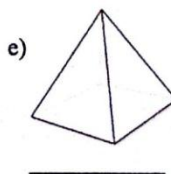
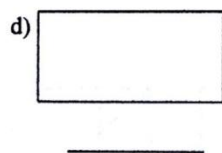
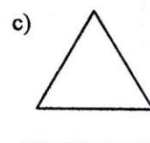
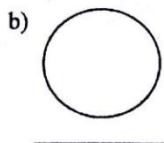
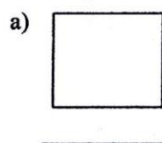
Anexo 2  
Taller diagnóstico 1



**Prueba diagnóstica de geometría aplicada a los estudiantes de grado séptimo  
de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal**

1. Escribe la letra del concepto en la definición que corresponda.
- |                        |  |
|------------------------|--|
| a. Recta               | _____ Superficie del espacio sin curvas, plana y de infinitas dimensiones. |
| b. Trazo.              | _____ Ángulo cuya medida es exactamente $90^\circ$ .                       |
| c. Ángulo Recto.       | _____ Línea infinita en ambos extremos, formada por puntos.                |
| d. Triángulo.          | _____ Figura geométrica formada por 4 lados, 4 vértices y 4 ángulos.       |
| e. Ángulo obtuso.      | _____ Unidad mínima e indivisible de la geometría.                         |
| f. Ángulo llano.       | _____ Ángulo que mida más de $90^\circ$                                    |
| g. Punto.              | _____ Figura geométrica formada por 3 lados, 3 vértices y 3 ángulos.       |
| h. Cuerpos geométricos | _____ Ángulo que mide exactamente $180^\circ$ .                            |
| i. Cuadrilátero.       | _____ Porción de la recta finita en ambos extremos.                        |
| j. Plano.              | _____ Formados por caras planas o curvas y tienen volumen.                 |

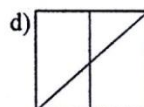
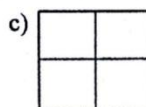
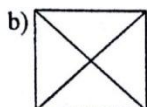
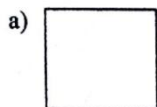
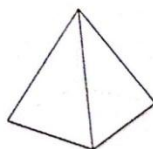
2. Escribe el nombre de cada de las siguientes figuras geométricas.



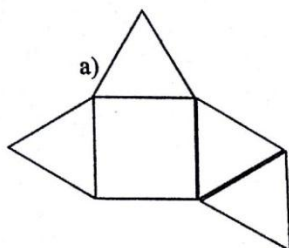
## Reverso taller diagnóstico 1



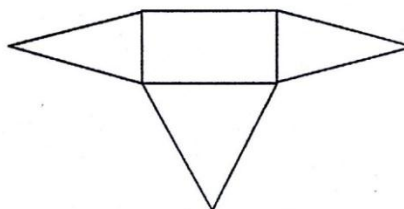
3. Cómo se observa una pirámide mirada desde arriba. Señala una opción



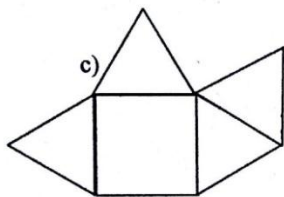
4. ¿Cuál de las siguientes redes permite formar una pirámide con base cuadrada?



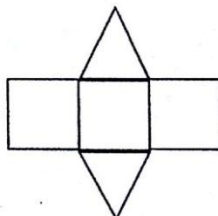
b)



c)

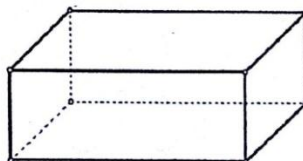


d)



5. El paralelepípedo está formado por.

- a) 12 vértices, 8 aristas y 4 caras
- b) 6 aristas, 5 caras y 8 vértices
- c) 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.
- d) 6 caras, 10 aristas y 6 vértices.



6

**Anexo 3**

## Continuación taller diagnóstico 2

Universidad  
del Cauca**Continuación de la Prueba diagnóstica de geometría aplicada a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal**

Con los diferentes objetos que tienen sobre la mesa, obsérvenlos y describanlos de acuerdo a los siguientes criterios.

1. ¿Qué objeto están observando?
2. Describan el objeto
3. El objeto observado, ¿representa una figura geométrica? ¿Cuál?
4. ¿El objeto tiene lados? ¿Cuántos?
5. El objeto está formado por caras, vértices y arista ¿Cuántas caras, vértices y arista tiene?
6. La figura que identificaron, ¿Pueden verla reflejada en su entorno?, ¿Dónde?



## Elementos taller diagnóstico 2

Figura 15

Objetos de la cotidianidad



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 16

Describir los objetos



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Anexo 4  
Formato de la secuencia didáctica

**PROYECTO DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA:**

**TÚ PLANO NO SIEMPRE ES PLANO, TRIDIMENSIONALIZALO.  
PENSAMIENTO ESPACIAL A TRAVÉS DEL PROCESO DE ENSEÑANZA DE LOS  
SÓLIDOS GEOMÉTRICOS**

<b>IDENTIFICACIÓN:</b>	Institución Educativa
<b>NIVEL O GRADO:</b>	
<b>ÁREA O ASIGNATURA:</b>	
<b>DOCENTE:</b>	
<b>FECHA:</b>	
<b>SECUENCIA: #</b>	
<b>OBJETIVO:</b>	
<b>ESTÁNDAR: Pensamiento</b>	
<b>TEMA:</b>	
<b>MOMENTO DE ORGANIZACIÓN.</b>	
<b>EXPLORACIÓN:</b>	
<b>DESARROLLO / APLICACIÓN</b>	
<b>CIERRE / CONSOLIDACIÓN</b>	

## Anexo 5

## Respuestas taller diagnóstico 2



-MARIA NATALIA GAVIRIA  
-MARIA ALEXANDRA GAVIRIA  
-LINA MAGALI LOAIZA  
-LUZ MARIA GARCELA



**Continuación de la Prueba diagnóstica de geometría aplicada a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal**

Con los diferentes objetos que tienen sobre la mesa, obsérvenlos y describanlos de acuerdo a los siguientes criterios.

1. ¿Qué objeto están observando?
2. Describan el objeto
3. El objeto observado, ¿representa una figura geométrica? ¿Cuál?
4. ¿El objeto tiene lados? ¿Cuántos?
5. El objeto está formado por caras, vértices y arista ¿Cuántas caras, vértices y arista tiene?
6. La figura que identificaron, ¿Pueden verla reflejada en su entorno?, ¿Dónde?

### Desarrollo

- ① un tarro
- ② es redondeado, y en los lados es plano
- ③ Paralelograma
- ④ 2 lados
- ⑤ 2 caras, 2 vértices, 2 aristas
- ⑥ en muchos supermercados

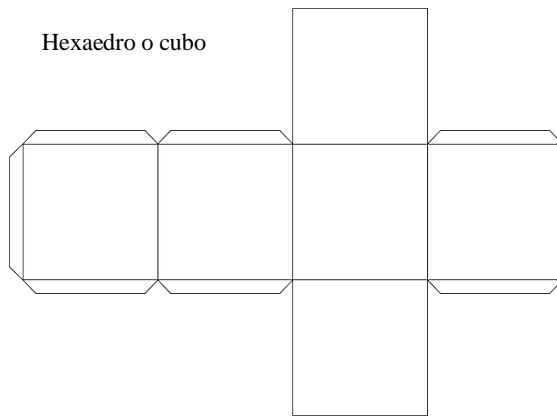
- ① una caja
- ② largo a los lados, es plano, es cuadrado
- ③ cuadrilátero
- ④ 4 lados
- ⑤ 4 caras, 4 aristas, 4 vértices
- ⑥ en la casa, en el recicladero

Fuente: Candado, G. (2016);

Tú plano no siempre es plano, tridimensionalízalo

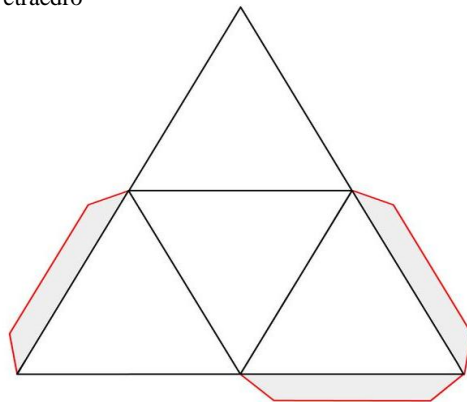
## Anexo 6

Hexaedro o cubo



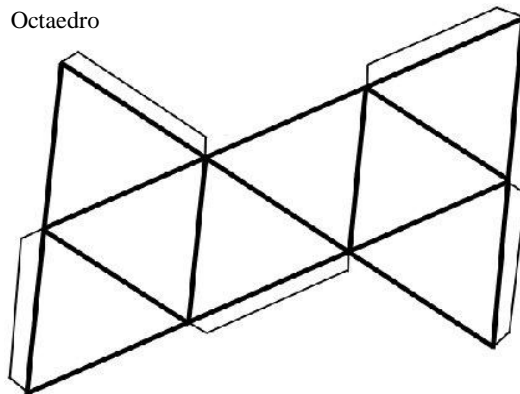
<https://pixabay.com/es/cubo-geometr%C3%ADa-matem%C3%A1ticas-148828/>

Tetraedro



<https://co.pinterest.com/pin/855472891688923368/>

Octaedro

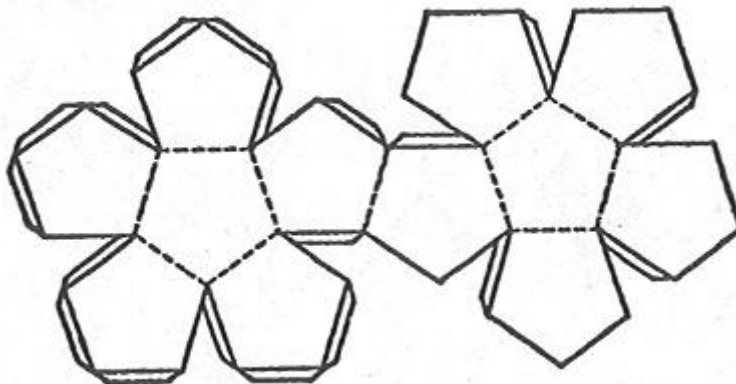


<https://plasticajaranda.wikispaces.com/Desarrollo+del+octaedro.>

## Anexo 7

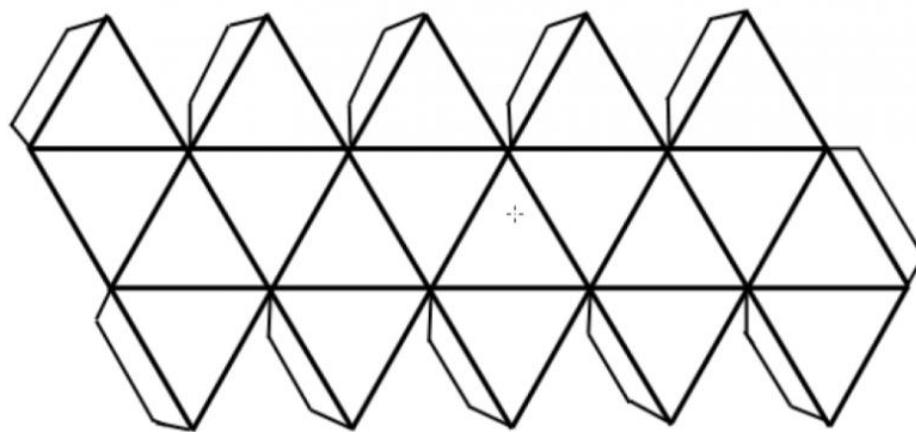
## Actividad para la casa

Dodecaedro



<https://pibichos.files.wordpress.com/2010/02/dodecaedro.jpg>

Icosaedro



<http://cuerposgeometricos2esomaticas.blogspot.com.co/p/osaedro.html>

Figura 17  
Me la cambia E17



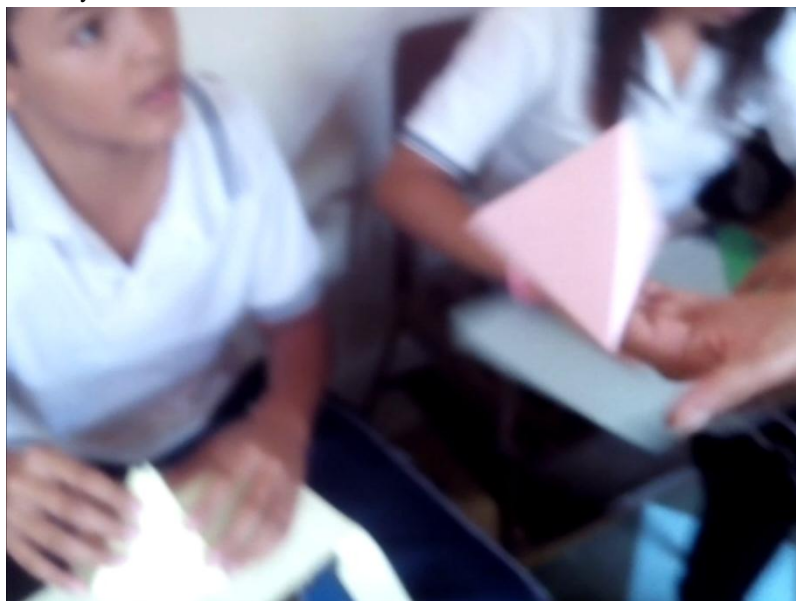
Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizo

Figura 18  
Diseño y elaboración del hexaedro



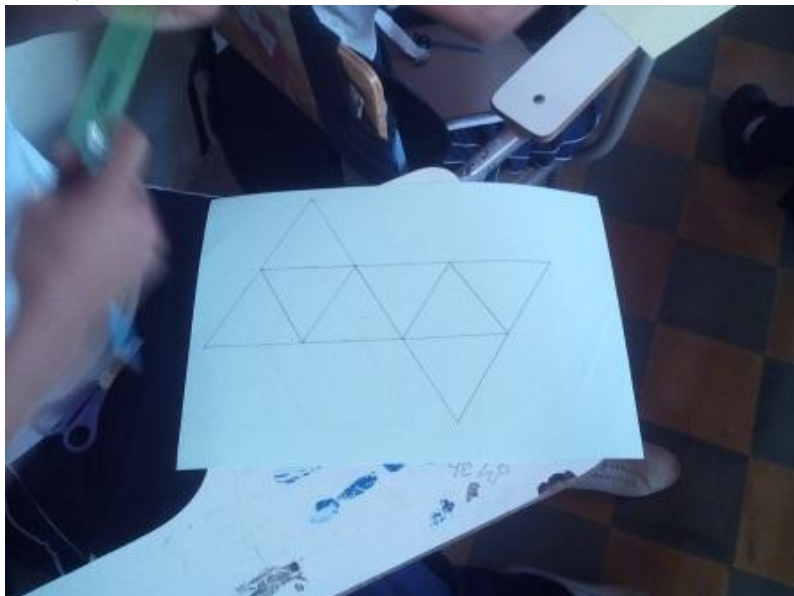
Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizo.

Figura 19  
Diseño y elaboración del tetraedro



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 20  
Diseño y elaboración del octaedro



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 21  
Hice una casa. E04



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizo

Figura 22  
Mis sólidos



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizo

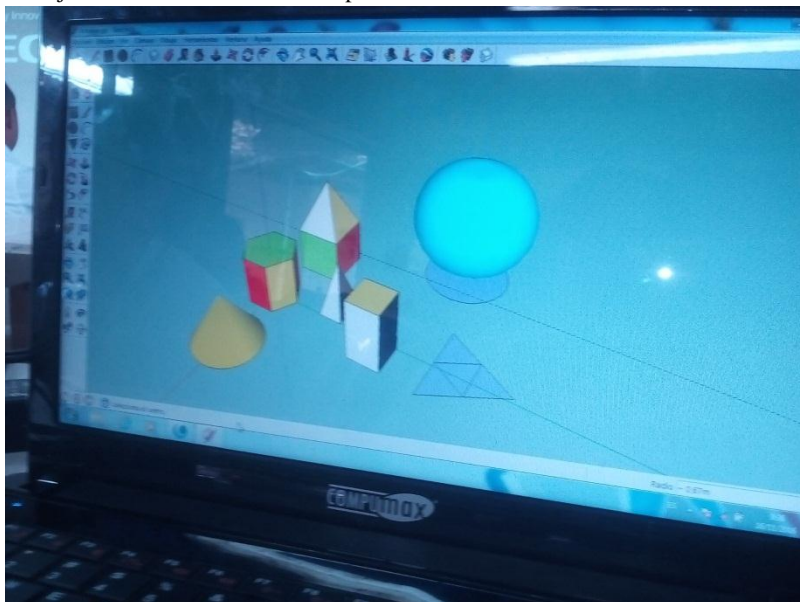


Figura 23  
Los sólidos que elabore



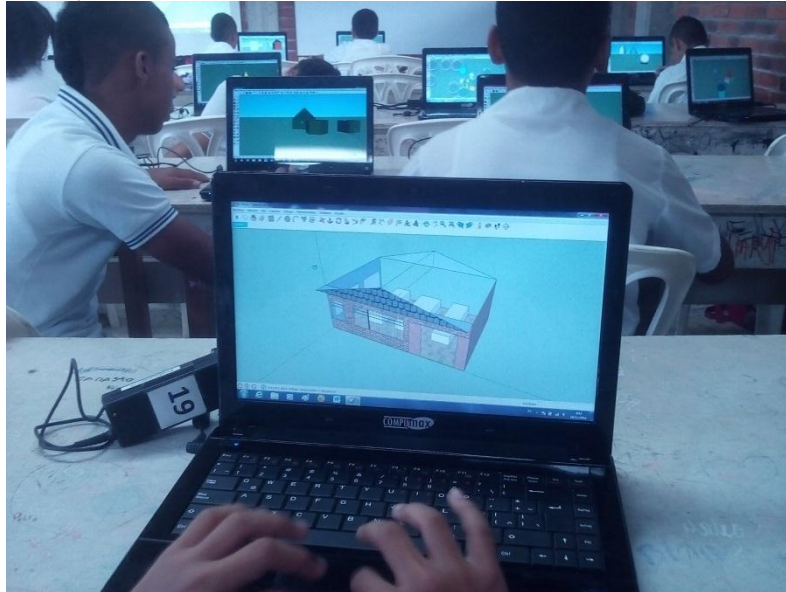
Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 24  
Trabajando en el Software SketchUp



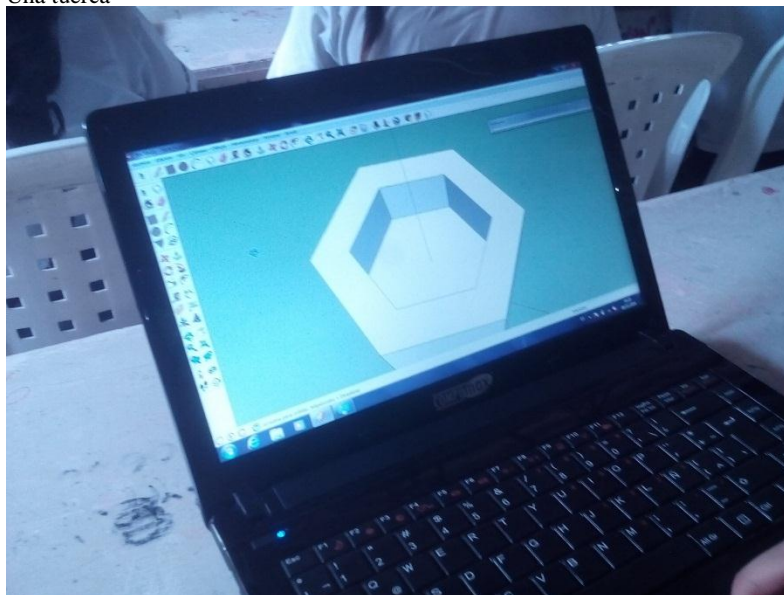
Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 25  
Construyo una casa



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 26  
Una tuerca



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 27  
Entrega del triplex, para elaborar la maqueta



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 28  
Mi casa. E08



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 29  
Mi casa. E20





Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 30  
Imagino y construyo. E25



Fuente: Candado, G. (2016);  
Tú plano no siempre es plano, tridimensionalizalo

Figura 31  
Taller 1, antes de ejecutar el proyecto (pre)


Karol Dayana Acevedo


**Prueba diagnóstica de geometría aplicada a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal**

1. Escribe la letra del concepto en la definición que corresponda.

a. Recta.	✓	<u>Q</u>	Superficie del espacio sin curvas, plana y de infinitas dimensiones.
b. Trazo.	✓	<u>C</u>	Ángulo cuya medida es exactamente $90^\circ$ .
c. Ángulo Recto.	✓	<u>b</u>	Línea infinita en ambos extremos, formada por puntos.
d. Triángulo.	✓	<u>I</u>	Figura geométrica formada por 4 lados, 4 vértices y 4 ángulos.
e. Ángulo obtuso.	✗	<u>h</u>	Unidad mínima e indivisible de la geometría.
f. Ángulo llano.	✓	<u>e</u>	Ángulo que mida más de $90^\circ$
g. Punto.	✓	<u>d</u>	Figura geométrica formada por 3 lados, 3 vértices y 3 ángulos.
h. Cuerpos geométricos	✓	<u>f</u>	Ángulo que mide exactamente $180^\circ$ .
i. Cuadrilátero.	✓	<u>j</u>	Porción de la recta finita en ambos extremos.
j. Plano.	✓	<u>g</u>	Formados por caras planas o curvas y tienen volumen.

2. Escribe el nombre de cada de las siguientes figuras geométricas.

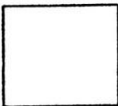
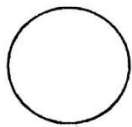
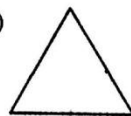
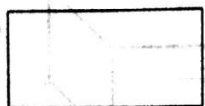
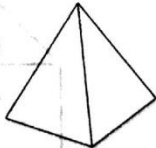
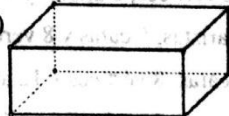
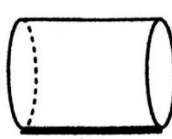
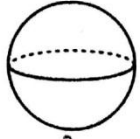
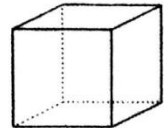


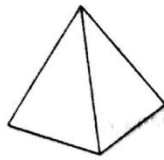
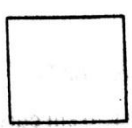
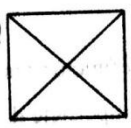
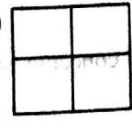
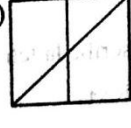
a) 	b) 	c) 
✓ <u>cuadrilátero</u>	✓ <u>círculo</u>	✓ <u>triángulo</u>
d) 	e) 	f) 
✓ <u>rectángulo</u>	✓ <u>pirámide</u>	_____
g) 	h) 	i) 
_____	_____	✓ <u>cubo</u>

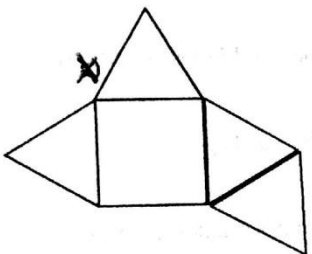
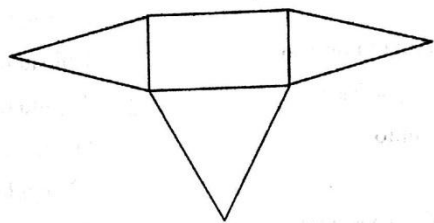
Figura 32  
Continuación, taller 1, (pre)

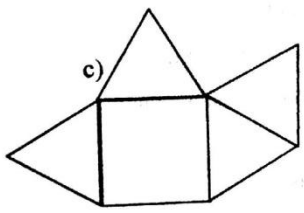
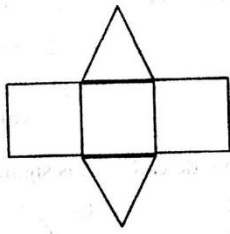



3. Cómo se observa una pirámide mirada desde arriba. Señala una opción


 a) 
~~b) ~~
 c) 
 d) 

4. ¿Cuál de las siguientes redes permite formar una pirámide con base cuadrada?

~~a) ~~
 b) 

c) 
 d) 

5. El paralelepípedo está formado por.

a) 12 vértices, 8 aristas y 4 caras  
~~b) 6 aristas, 5 caras y 8 vértices~~  
 c) 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.  
 d) 6 caras, 10 aristas y 6 vértices.

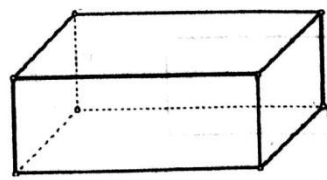




Figura 33  
Taller 1, después de la ejecución (Post)


Kakoi Dayana Herrera


**Prueba diagnóstica de geometría aplicada a los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Tulio Enrique Tascón – Chambimbal**

1. Escribe la letra del concepto en la definición que corresponda.

a. Recta	<u>j</u> Superficie del espacio sin curvas, plana y de infinitas dimensiones.
b. Trazo.	<u>C</u> Ángulo cuya medida es exactamente $90^\circ$ .
c. Ángulo Recto.	<u>A</u> Línea infinita en ambos extremos, formada por puntos.
d. Triángulo.	<u>i</u> Figura geométrica formada por 4 lados, 4 vértices y 4 ángulos.
e. Ángulo obtuso.	<u>g</u> Unidad mínima e indivisible de la geometría.
f. Ángulo llano.	<u>E</u> Ángulo que mida más de $90^\circ$
g. Punto.	<u>D</u> Figura geométrica formada por 3 lados, 3 vértices y 3 ángulos.
h. Cuerpos geométricos	<u>F</u> Ángulo que mide exactamente $180^\circ$ .
i. Cuadrilátero.	<u>B</u> Porción de la recta finita en ambos extremos.
j. Plano.	<u>H</u> Formados por caras planas o curvas y tienen volumen.

2. Escribe el nombre de cada de las siguientes figuras geométricas.

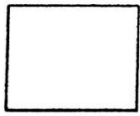
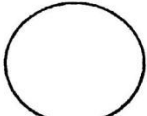

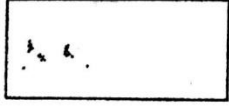
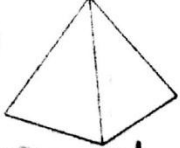
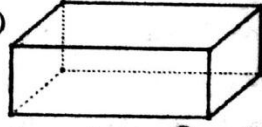
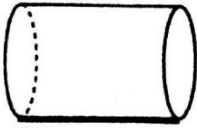
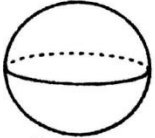
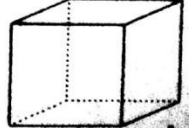


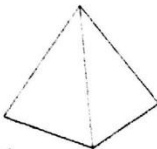
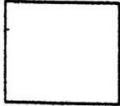
a)  <u>cuadrado.</u>	b)  <u>Círculo.</u>	c)  <u>triángulo.</u>
d)  <u>Rectángulo</u>	e)  <u>pirámide.</u>	f)  <u>Paralelepípedo.</u>
g)  <u>cilindro.</u>	h)  <u>esfera.</u>	i)  <u>cubo.</u>

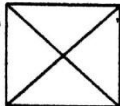
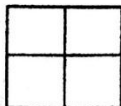
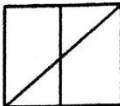
Figura 34  
Continuación, taller 1, (post)

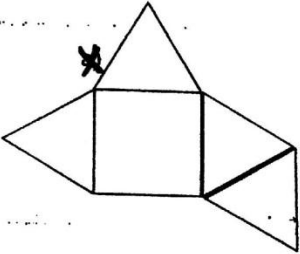
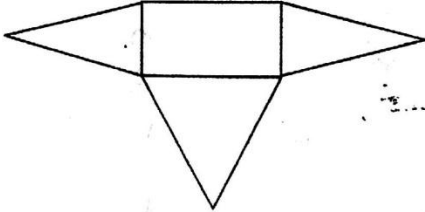
3. Cómo se observa una pirámide mirada desde arriba. Señala una opción

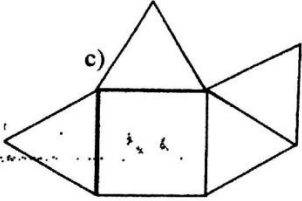
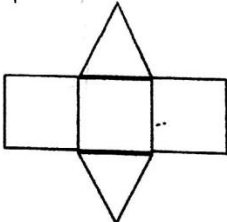


a) 


 c) 
 d) 

4. ¿Cuál de las siguientes redes permite formar una pirámide con base cuadrada?


 b) 

c) 
 d) 

5. El paralelepípedo está formado por.

a) 12 vértices, 8 aristas y 4 caras  
 b) 6 aristas, 5 caras y 8 vértices  
 c) 6 caras, 8 vértices y 12 aristas.  
 d) 6 caras, 10 aristas y 6 vértices.

