

**La Formulación de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas en Estudiantes de
Grado Quinto de la Institución Educativa Técnico industrial de Popayán**



Lisbeth Rocio Fuertes Ortega

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2024

**La Formulación de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas en Estudiantes de
Grado Quinto de la Institución Educativa Técnico industrial de Popayán
Trabajo de grado para optar al título de Licenciada en Matemáticas**

Lisbeth Rocio Fuertes Ortega

Directora

Mg. Yeny Leonor Rosero Rosero

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2024

Nota de aceptación

Directora: _____

Mg. Yeny Leonor Rosero Rosero

Evaluador: _____

Mg. Anyi Daniela Corredor Imbachi

Coordinadora Licenciatura en Matemáticas _____

Mg. Gabriela Arbeláez Rojas

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 26 de febrero de 2024

Agradecimientos

Agradezco a Dios.

A mí misma por continuar hasta lograrlo y mantenerme fuerte.

A mi madre, Rocio Ortega, y a mi padre, Omar Fuertes, por su amor incondicional y sus esfuerzos diarios para verme feliz y ayudarme a cumplir mis sueños.

A la Universidad del Cauca y a mi directora, la profesora Yeny Leonor Rosero Rosero, por su excepcional labor y apoyo. Gracias por motivarme a profundizar en el fascinante campo de la educación matemática. Extiendo mi gratitud a todos los que han dedicado su vida a investigar y divulgar conocimientos en este ámbito. En especial, reconozco a los docentes del Departamento de Matemáticas de la Unicauca, quienes han sido fundamentales en mi formación académica y una fuente constante de inspiración. Sus enseñanzas serán la brújula que guíe mi carrera profesional.

A la Institución Educativa Técnico Industrial de Popayán y al docente Carlos Collazos por permitirme realizar mi investigación y conocer a esos niños maravillosos que alegraron mis semanas durante este proceso.

A mis hermanos, Pao y Esteban, por su constante apoyo, consejos y cariño. También a mis amigas de toda la vida, Karen, Lorena y Evelyn, gracias por su inmenso cariño; las amo.

A mis compañeros de carrera, algunos de los cuales se han convertido en grandes amigos: Meiser, Jan, Alberth y Santiago. Gracias por acompañarme, escucharme, tenerme paciencia y, sobre todo, por animarme con sus chistes, chismes y conversaciones que alegraban mis días en la universidad.

A mis mascotas, especialmente a Abby, cuya compañía fue esencial para cuidar mi salud mental durante este proceso y un motivo constante para seguir adelante. También agradezco a la música, especialmente la música andina, la cumbia, el rap (en especial el rap en español), el rock y el pop, por ser el soundtrack de mi proyecto y de mi vida universitaria.

A todas las personas que han sido parte de este proceso de formación: familiares, profesores, estudiantes y amigos. Especialmente a aquellos que han motivado mi vida con sus enseñanzas, consejos y palabras de aliento.

Dedicatoria

Dedico este trabajo a
aquellos que, con pasión y vocación,
han elegido ser profesores de matemáticas.
Su compromiso inspira y transforma vidas.
Nunca dejen de soñar, el futuro está en la educación

Resumen.

Este estudio examina el impacto de la formulación de problemas matemáticos como estrategia didáctica en estudiantes de quinto grado en una institución pública colombiana.

Palabras clave: formulación; problemas; matemáticas; didáctica matemática.

Abstract

This study examines the impact of mathematical problem formulation as a didactic strategy on fifth-grade students in a Colombian public institution.

Keywords: formulation; problems; mathematics; mathematical didactics.

Tabla de contenido

Introducción.....	10
Planteamiento y Formulación del Problema	11
Marco Contextual Comunitario de la Institución Educativa Técnico Industrial	11
Marco Contextual de Aula del Grado Quinto de la IETI.....	12
Descripción de la Problemática	14
Formulación del Problema.....	17
Justificación.....	18
Objetivos	19
Objetivo General.....	19
Objetivos Específicos	19
Marco de Referencia.....	20
Antecedentes	20
Marco Conceptual.....	23
Planteamiento de Problemas.....	23
Formulación de problemas	24
Problemas matemáticos.	25
Aprendizaje significativo	25
Diseño Metodológico.....	26
Enfoque de la Investigación	26
Tipo de Investigación	28
Método de Investigación.	28
Fase 1:	29
Rúbricas para la evaluación de competencias:.....	29
Fase 2:	29
Planeación de talleres	29
Fase 3:	30
Análisis de los resultados obtenidos de las sesiones de clase.	30
Conclusiones y recomendaciones.....	58
Referentes Teóricos	61

Anexos.....	63
Anexo A. Prueba diagnóstica:	63
Anexo B. Taller 2:	64
Anexo C. Taller 3.	65
Anexo D. Taller 4.....	66
Anexo F. Taller 6.....	69
Anexo G. Ejemplo de guía de plan de clase utilizada.....	70
Anexo H. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas.....	76
Anexo I. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático	77
Anexo J. Rúbrica de evaluación para evaluar la resolución de problemas matemáticos.....	78
Anexo K. Rúbrica de evaluación para evaluar la formulación de problemas.	79

Índice de figuras

Figura 1. Ubicación geográfica de la Institución Educativa Técnico industrial de Popayán	11
Figura 2. Institución Educativa Técnico industrial de Popayán.	12
Figura 3. Salón de clases de grado quinto.	13
Figura 4. Estudiantes de grado quinto de la IETI.	13
Figura 5. Formulación de problema estudiante 2.....	46
Figura 6. Solución prueba diagnóstica estudiante 2.....	46
Figura 7. Solución segundo taller de estudiantes de PI y NI.....	49
Figura 8. Formulación de problemas con conjuntos estudiante 15.	49
Figura 9. Ausencia de formulación de problemas de los estudiantes de PI.	50
Figura 10. Formulación de problemas de estudiantes de NI.....	51
Figura 11. Estudiante 9 utilizando el método de Polya.	53
Figura 12. Estudiante 9 solucionando un problema sin seguir el método de Polya.....	53
Figura 13. Formulación de problema estudiante 16 de PI.....	55
Figura 14. Formulación de problema del estudiante 30 de NI	55
Figura 15. Formulación de problemas a partir de un cálculo matemático.....	57
Figura 16. Cuestionamiento de problemas planteados.....	57

Índice de tablas

Tabla 1. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas.	76
Tabla 2. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático.	77
Tabla 3. Rúbrica de evaluación para evaluar la resolución de problemas matemáticos.....	78
Tabla 4. Rúbrica de evaluación para evaluar la formulación de problemas.t	79

Índice de gráficos.

Gráfico 1. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó el razonamiento matemático en los estudiantes NI y PI.	31
Gráfico 2. Resultados de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático en los estudiantes PI.	32
Gráfico 3. Resultados de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático en los estudiantes NI..	33
Gráfico 4.. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes NI y PI.	34
Gráfico 5. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes PI.	35
Gráfico 6. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes NI.....	36
Gráfico 7. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes NI y PI.	37
Gráfico 8. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes PI.	38
Gráfico 9. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes NI.....	40
Gráfico 10. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes PI y NI.	41
Gráfico 11. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes PI.	42
Gráfico 12. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes NI.....	43

Introducción

Una de las funciones del docente de matemáticas es enseñar de tal forma que los estudiantes logren construir conocimiento matemático significativo, para ello debe utilizar estrategias propicias que le ayuden a cumplir esta función; sin embargo, es frecuente encontrar a docentes que usan una estrategia privilegiando ante las demás. En el caso particular de las matemáticas, la formulación de problemas matemáticos es una estrategia que no se utiliza con frecuencia a pesar de sus contribuciones al aprendizaje significativo de las matemáticas en los estudiantes. Esta metodología, al plantear desafíos específicos, no solo fortalece la comprensión conceptual, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades analíticas y la aplicación práctica de los conceptos matemáticos; es imperativo reconocer que la formulación de problemas no solo enriquece la experiencia educativa, sino que también nutre la capacidad de los estudiantes para abordar y resolver situaciones matemáticas

En consecuencia, en esta práctica pedagógica se propuso indagar cómo influye la formulación de problemas en el proceso de aprendizaje de las matemáticas en 37 estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial (IETI) de la ciudad de Popayán, teniendo en cuenta que la estrategia de enseñanza utilizada por el docente de matemáticas encargado de este grupo es la resolución de problemas.

Este documento contiene el informe de un proyecto de práctica pedagógica con un enfoque investigativo que permitió responder a la pregunta ¿Cómo influye la formulación de problemas en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán?

Planteamiento y Formulación del Problema

Marco Contextual Comunitario de la Institución Educativa Técnico Industrial

La Institución Educativa Técnico Industrial (IETI) del municipio de Popayán se encuentra ubicada en la comuna cuatro, en el barrio Pomona en el norte de la ciudad en la Cra. #5N-3, Popayán, Cauca (véase la figura 1)



Figura 1. Ubicación geográfica de la Institución Educativa Técnico industrial de Popayán

Nota: El punto rojo indica la localización de la IETI. Fuente: Google maps por Airbus Maxar Technologies. shorturl.at/efuEY.

La institución cuenta con diversos espacios deportivos, zonas verdes y está dividida en bloques (véase figura 2); pertenece al estrato tres, es pública y mixta; tiene calendario A (es decir, de enero a diciembre de cada año, distribuido en cuatro períodos académicos) y cuenta con

tres niveles de educación: nivel de transición y básica primaria, básica secundaria y media técnica.



Figura 2. Institución Educativa Técnico industrial de Popayán. Fuente: Imagen tomada de Google maps. Autor: Imbachi (s.f.)

Marco Contextual de Aula del Grado Quinto de la IETI.

El salón de clases de grado quinto de la IETI está ubicado en el segundo piso del bloque de primaria, cuenta con buena luz, un tablero, un televisor pantalla plana, pupitres en buen estado, un escritorio para el profesor y un librero donde se encuentran, guías, talleres, libros, CD'S y material didáctico. En general, el salón de clases tiene una buena infraestructura y es un lugar aseado (véase figura 3).



Figura 3. Sal3n de clases de grado quinto.



Figura 4. Estudiantes de grado quinto de la IETI.

El docente titular tiene a su cargo los grados tercero, cuarto y quinto, los cuales solo tienen un curso por grado y est3n conformados por 36, 33 y 37 estudiantes.

Descripción de la Problemática

En la vida escolar, el aprendizaje de las matemáticas se convierte en un proceso complicado para muchos estudiantes, influenciado por diversos factores como problemas económicos, familiares, discapacidades físicas y cognitivas, entre otras. En este documento se enfatiza en la falta de interés como un factor que impacta significativamente en el proceso de aprendizaje y, por ende, en la comprensión de los conceptos. Ante este hecho existen diversas investigaciones en educación matemática que proponen estrategias para contribuir en el aprendizaje matemático en los estudiantes, una de ellas es el aprendizaje a través de resolución de problemas como lo afirma Silver (1994) “ En las clases de matemáticas en todos los niveles de escolaridad en todos los países se puede ver a los estudiantes resolviendo problemas, casi siempre se les pide a los estudiantes que resuelvan los problemas que les ha presentado un maestro o un libro de texto” (p.19). Es notable el uso de esta estrategia en las instituciones y no tanto la formulación de problemas, este método de enseñanza es subestimado y muchas veces olvidado, siendo considerado como una alternativa a la educación tradicional:

Los modelos tradicionales de transmisión/recepción de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que enfatizaban que los estudiantes reciben pasivamente el conocimiento como resultado de la enseñanza por transmisión, eran compatibles con una pedagogía que colocaba la responsabilidad del problema planteado exclusivamente en manos de los profesores y autores de libros de texto. Por otro lado, las teorías constructivistas contemporáneas de la enseñanza y el aprendizaje exigen que reconozcamos la importancia de los problemas generados por los estudiantes como componente de la actividad educativa (Silver, 1994, p.19).

Es así como en la Institución Educativa Técnico Industrial (IETI) de la ciudad de Popayán, se evidencia la puesta en práctica del aprendizaje a través de la resolución de problemas como su principal estrategia didáctica, en el proceso de inmersión de aula se percibe la preocupación del docente de matemáticas de primaria por articular el aprendizaje de la estadística, aritmética y geometría en los niños que se encuentran cursando los grados cuarto y quinto, ante esta preocupación y el hecho de que en este caso específico no se hace uso del método de la formulación de problemas para los procesos de aprendizaje, surge la necesidad de indagar acerca del uso de este método como modelo alternativo al modelo tradicional en los estudiantes de primaria de la IETI. La formulación de problemas en el aprendizaje de las matemáticas contribuye a mejorar y adquirir habilidades para la resolución de problemas, además permite al estudiante ser más creativo y confiado, como lo afirma Singer, et.al. (2013) La formulación de problemas contribuye a una comprensión más amplia de los conceptos matemáticos, al desarrollo del pensamiento matemático, a mejorar las actitudes y la confianza en las matemáticas de los estudiantes y las habilidades de resolución de problemas. Asimismo, la formulación de problemas puede ser vista como un medio para mejorar la creatividad, teniendo en cuenta tres categorías: fluidez, flexibilidad y originalidad.

Ayllón, et.al. (2014, como se cita en Ayllón, et.al, 2016) “manifiestan que las tareas de formulación de problemas desarrollan la creatividad en los escolares y mejoran la adquisición de conceptos matemáticos” (p.173). A pesar de los aportes de esta estrategia en el aprendizaje de las matemática es usual que se considere que los problemas matemáticos solo están para ser solucionados, sin embargo, no se tiene en consideración las posibles modificaciones que se le pueden realizar, generando distintas interrogantes, permitiendo tomar diversas decisiones

siguiendo diferentes caminos tanto para su solución como para el planteamiento de nuevos problemas, ante esto Polya (s.f. citado por Castro, R.R., 2015) considera que:

Si el profesor de matemáticas dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual, les atrofia la capacidad de deducir nuevos resultados a partir del análisis de situaciones específicas y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si es capaz de estimular en sus discípulos el interés por la investigación poniendo a prueba su curiosidad planteándose problemas adecuados a sus conocimientos y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento creativo y proporcionarles ciertos recursos para ello, proporcionando un ambiente que estimule la investigación, la búsqueda de nuevos resultados, eliminar la timidez cuando se trate de plantear inquietudes y reconocer los errores y el respeto por las opiniones ajenas (p.5).

Teniendo en cuenta este enfoque, lo que se busca es hacer uso de la formulación de problemas en el aprendizaje de los estudiantes de primaria de la IETI, ya que las investigaciones realizadas animan a los docentes en formación a indagar en esta estrategia y contribuye al aprendizaje de las matemáticas como se menciona anteriormente presentando una estrategia distinta a la resolución de problemas. Es evidente el problema que se presenta en los procesos de aprendizaje siguiendo estrategias donde el actor principal es el resultado y se evita la complejidad del análisis del proceso, si el profesor es el encargado de dar una serie de instrucciones al estudiante para enfrentarse al problema, estará perdiendo una actividad más creativa y la libertad de razonamiento del estudiante disminuiría, no es suficiente con solucionar un problema o dar buenas respuestas sino también proponer nuevos retos, cuestionarse, crear

problemas que se relacionen con su entorno y utilizar las matemáticas para su formulación y solución.

Para formular un problema los estudiantes necesitan razonar, usar diversas habilidades, comunicar, elaborar y ejercitar procedimientos que ya conocían permitiendo que se fortalezcan. No solo se desarrolla el pensamiento matemático y la creatividad a través de la formulación de problemas si no también es beneficiosa en otros aspectos de la vida de quien realiza este ejercicio, como es el caso de los beneficios que reporta la tarea de formular problemas que se encuentran en Ayllón, et.al (2016) “el aumento del conocimiento matemático y lingüístico, el incremento de la motivación, la disminución de la ansiedad, el vencimiento de errores matemáticos frecuentes por parte de los escolares, el aumento de la creatividad y también sirve como herramienta evaluadora”(p.55). Estos aspectos deberían hacer parte del proceso de aprendizaje de los estudiantes y muestran que la formulación de problemas es una estrategia adecuada para contribuir al aprendizaje de los estudiantes de grado quinto de la IETI.

Formulación del Problema

¿Cómo influye la formulación de problemas en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán?

Justificación.

En la cotidianidad se presentan problemas que pueden ser relativamente fáciles o difíciles de solucionar, esta necesidad, motiva a buscar la solución más simple y para esto se debe razonar y tomar decisiones que incluso generan nuevos problemas, estos caminos pueden llevar a soluciones más creativas que otras. Además, es válido utilizar todos los recursos a nuestro alcance para solucionarlos, algunos problemas incluso pueden cambiar en el proceso y encaminarnos a problemas más complejos o sencillos que son creados por nuestra mente gracias a nuestro esfuerzo de razonamiento. Si damos una mirada a la historia y analizamos cómo hemos llegado a los avances científicos nos daremos cuenta que estos avances se han debido a las necesidades de la sociedad y al ingenio de mentes brillantes al plantearse problemas que surgen de las necesidades del ser humano o por conocer las leyes que rigen la vida, la tarea de plantear problemas es de importancia en el aprendizaje sin embargo, en los procesos educativos se ha privilegiado en áreas de conocimiento como las ciencias sociales y se ha subestimado en otras disciplinas como es el caso de las matemáticas.

La formulación de problemas es una actividad cognitivamente rica, ya que en ella se encuentran implicados procesos creativos de razonamiento matemático y permite al estudiante mayor flexibilidad de tal forma que adquiera y mejore habilidades matemáticas y para su vida cotidiana, también en el proceso de formular problemas se puede relacionar con el uso de las matemáticas en la vida cotidiana dotando de significado personal las matemáticas en la vida de los estudiantes.

A pesar de sus múltiples beneficios la investigación en formulación de problemas matemáticos es relativamente reciente, lo cual motiva a nuevos investigadores a seguir indagando en ella, pues, además de ayudar en los procesos de aprendizaje de los estudiantes, es una corriente de

interés para indagar e investigar cómo influye en los estudiantes de diversos contextos geográficos, ya que la mayoría de estudios realizados se encuentra en países como China, Estados Unidos y Perú, de hecho, en China es una exigencia por parte del gobierno incluir esta estrategia en los currículos de las instituciones para el desarrollo de pensamiento matemático.

Siguiendo las ideas expuestas, es de interés indagar el impacto que tiene la formulación de problemas en una institución colombiana en estudiantes de grado quinto, con el propósito de determinar la influencia de la formulación de problemas matemáticos en el aprendizaje contribuir y ser participe del aprendizaje de los estudiantes de grado quinto de la IETI y complementar el proceso de formación docente de la estudiante a cargo de la investigación presentada.

Objetivos

Objetivo General

Indagar cómo influye la formulación de problemas matemáticos en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán.

Objetivos Específicos

1. Diagnosticar 3 competencias matemáticas, el razonamiento matemático, la resolución y formulación de problemas matemáticos, en los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán.
2. Implementar la formulación de problemas matemáticos como estrategia para enseñar matemáticas a los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán.

3. Evaluar el razonamiento matemático, la resolución y formulación de problemas matemáticos, en los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán, durante el proceso de intervención en el aula y las sesiones respectivas.
4. Identificar resultados de aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán.

Marco de Referencia.

En este capítulo se presentan los antecedentes y el marco conceptual que son la base fundamental de este trabajo investigativo. En primera instancia se realiza un acercamiento a investigaciones relacionadas con la formulación y planteamiento de problemas matemáticos, procesos de aprendizaje matemático y creatividad a través de resolución e invención de problemas. En segunda instancia en el marco conceptual se presentan las categorías y definiciones que fueron requeridas para la investigación; planteamiento de problemas, formulación de problemas, problemas matemáticos, aprendizaje significativo, escuela activa y el modelo pedagógico tradicional.

Antecedentes

Las investigaciones realizadas acerca de la formulación de problemas matemáticos centran su atención en procesos de aprendizaje y enseñanza, en su mayoría en los procesos de aprendizaje. A continuación, se describen algunas investigaciones que fueron seleccionadas por su pertinencia con la investigación, las cuales han sido clasificadas de acuerdo con sus aportes en la formulación de problemas matemáticos y en su relación con el aprendizaje.

En cuanto a la formulación de problemas en el estudio realizado por Jinfa Cai et.al (2013), denominado “Investigación de la formulación de problemas en educación matemática: nuevas preguntas y direcciones” presentan una breve descripción de las investigaciones realizadas sobre la formulación de problemas matemáticos en la educación matemática. Este artículo aportó elementos enriquecedores a la investigación, ya que los autores reconocen cuestiones importantes que deben tenerse en cuenta en las nuevas direcciones de la investigación.

En esta misma línea, la formulación de problemas, en el estudio realizado por Silver (1994), denominado “On mathematical problem posing”, presenta definiciones referentes al planteamiento y formulación de problemas, también discusiones respecto a las perspectivas de la formulación de problemas matemáticos y algunos resultados de diversas investigaciones. Este estudio sirvió como guía para las definiciones de diferentes conceptos que se encuentran presentes en la investigación.

Con relación a las habilidades para la formulación de problemas Yaima Pérez-Hernández et.al (2021), en su investigación titulada “ La habilidad para formular problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la solución de problemas de Física y de Matemática” ofrecen un artículo con el objetivo de dar a conocer las características fundamentales que se presentan en la habilidad de formular problemas, por ende en este documento se encuentran algunas definiciones de situación problémica, problema y formulación de problema desde un enfoque cognitivo y metacognitivo , lo cual enriquece este trabajo al ampliar la visión investigativa respecto a la formulación y resolución de problemas matemáticos.

Respecto a las estrategias para la formulación de problemas, Fidel Rodríguez et.al (2020) presenta un documento que recoge algunas estrategias y ejemplos para formular problemas matemáticos con texto lo cual ofrece referencias útiles para realizar guías y escenarios para la formulación de problemas matemáticos lo cual hace parte de una de las fases de la investigación.

Con relación a los problemas matemáticos Cristian Carvajal & Hugo Barrantes (2008) en su investigación “¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense” muestran algunos resultados de un estudio realizado con el objetivo de determinar la forma en que perciben los problemas matemáticos y la resolución de problemas, profesores y estudiantes de la enseñanza media costarricenses. Los resultados obtenidos sirven para analizar las percepciones de los estudiantes respecto a lo que significa un problema matemático, lo cual se relaciona con las percepciones de la formulación de problemas matemáticos.

Respecto a las investigaciones en la formulación y resolución de problemas matemáticos, por Jinfa Cai & Peter Liljedahl el artículo titulado “Investigación empírica sobre resolución de problemas y planteamiento de problemas: una mirada al estado del arte presenta un estado del arte en 16 artículos realizados, así mismo exponen algunos aspectos importantes para futuras investigaciones sobre la formulación de problemas, lo cual contribuye significativamente al presente trabajo, ya que muestra cómo y dónde se encuentra actualmente la investigación sobre la formulación de problemas matemáticos siendo así un artículo de motivación y de gran relevancia para la investigación.

Continuando con la formulación de problemas, Jinfa Cai et.al (2022) en su artículo “Planteo de problemas matemáticos de estudiantes de primaria: el impacto del formato de tareas

y su relación con la resolución de problemas” presenta una conceptualización del proceso cognitivo de la formulación de problemas matemáticos, el cual se divide en tres etapas: la entrada, el procesamiento y la salida; a partir de ello, se examina el papel de la tarea (es decir, la presencia o ausencia de información numérica específica, con o sin contexto) en la presentación de problemas y comportamientos. Esta investigación se realizó a 669 estudiantes. Los hallazgos encontrados permiten realizar un análisis respecto a la relación entre la formulación de problemas y las tareas en estudiantes de primaria, el estudio fue realizado en estudiantes asiáticos, lo cual impulsa la investigación, al incentivar la exploración de la formulación de problemas en estudiantes de educación primaria en Colombia, dado que las indagaciones sobre esta temática en el país son limitadas.

Las investigaciones consultadas se caracterizaron por el énfasis en la formulación de problemas matemáticos como estrategia didáctica, y comparten como fundamento teórico los modelos de planteamiento de problemas matemáticos planteado por Silver y la resolución de problemas planteados por Polya y Schoenfeld. Es necesario recalcar que entre sus hallazgos manifiestan que la formulación de problemas favorece a los procesos de aprendizaje y a la resolución de problemas. Además, también se muestra su contribución a los procesos creativos y su relación con la creatividad.

Marco Conceptual

Planteamiento de Problemas

Silver (1994) enuncia que el planteamiento de problemas se refiere a la reformulación de problemas dados y a la creación de nuevos problemas, es por esto por lo que el planteamiento de problemas puede darse en tres fases, antes, durante y después de resolver un problema. Después de resolver un problema se pueden plantear nuevos problemas alternativos relacionados al

examinar las condiciones, este proceso está asociado con la fase de "mirar hacia atrás" de la resolución de problemas discutida por Polya en 1957.

Brown y Walter en 1983 han escrito extensamente una versión de este tipo de planteamiento de problemas, en la que las condiciones y restricciones del problema pasan por un proceso de examinación el cual permite cambiarlas libremente, este proceso se conoce como "¿Qué pasaría sí?" y "¿Qué pasa si no?". La pregunta operativa que incita este tipo de planteamiento de problemas es: ¿Qué nuevos problemas sugiere esta situación, problema o experiencia? (Silver, 1994).

Formulación de problemas

Es un tipo de planteamiento de problemas, generalmente llamado formulación o reformulación de problemas, ocurre antes o dentro del proceso de resolución de problemas. Al resolver un problema no trivial el solucionador busca la solución más accesible, en este proceso se involucra la tarea de plantear nuevos problemas o recrear problemas. La formulación de problemas representa un tipo de proceso de planteamiento de problemas ya que el solucionador transforma una versión dada de un problema en una nueva la cual se convierte en el foco de resolución, además está relacionada con el proceso de planificación, ya que puede implicar plantear problemas que representan subobjetivos para el problema más grande. En el caso de que el problema dado no haya sido propuesto por el solucionador el planteamiento ocurre cuando el problema se reformula y se "personaliza". La pregunta operativa que estimula esta forma de plantear es: ¿cómo puedo formular este problema para que pueda ser resuelto? (Silver, 1994).

Duncker 1945 considera que la resolución de problemas son las reformulaciones sucesivas de un problema inicial, la formulación de problemas ha sido de interés para los psicólogos interesados en comprender la resolución de problemas complejos. Silver y Marshall

en 1989 encontraron en una extensa investigación sobre las diferencias entre expertos y novatos en una variedad de dominios de tareas complejas que los expertos tienden a dedicar un tiempo considerable a la formulación y reformulación de problemas, a partir de análisis cualitativos en lugar de cuantitativos, a diferencia de los novatos que dedican relativamente poco tiempo a la formulación y reformulación. Para problemas menos complejos, la formulación del problema puede ocurrir en las primeras etapas de la resolución del problema, en otros casos van de la mano, es decir ocurren al mismo tiempo o cada una provoca a la otra. El planteamiento de problemas no solo ocurre en el proceso de resolución de problema, también ocurre cuando el objetivo no es la solución de un problema dado si no la creación de un nuevo problema a partir de diversas situaciones o escenarios, en este caso ocurre antes de cualquier resolución y surge a partir de una situación o escenario dado (Silver, 1994).

Problemas matemáticos.

Polya en 1957 define un problema como aquella situación que requiere la búsqueda consciente de una acción apropiada para el logro de un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata. En otras palabras, una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma (Krulik & Rudnik, 1980).

Aprendizaje significativo

El aprendizaje depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la información nueva, aquí la "estructura cognitiva", se entiende como conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. Es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno en los procesos de aprendizaje, se trata de saber cuáles son los conceptos y proposiciones que conoce y maneja. Los

principios de aprendizaje propuestos por Ausubel permiten una mejor labor educativa, ya que será una labor que debe desarrollarse desde las experiencias y conocimientos que afectan el aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio y no con “mentes en blanco” o que el aprendizaje comienza desde “cero”. Agrega este hecho en la cabecera de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, anunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. “Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (Ausubel, 1983).

Diseño Metodológico

En este apartado se describe la metodología empleada la cual sirve de referencia para fundamentar el análisis, descripción y toma de decisiones, comenzando por el enfoque y el tipo de investigación, el método, la población y muestra, la técnica e instrumentos, las fases para el desarrollo del proceso y el método de análisis de información.

Enfoque de la Investigación

El estudio de la investigación tiene un enfoque mixto el cual permite examinar en profundidad el proceso de aprendizaje en estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Técnico Industrial (IETI) de Popayán, Colombia. Este enfoque combina métodos cualitativos y cuantitativos, aprovechando sus respectivas fortalezas y minimizando sus debilidades (Hernández-Sampieri,2008).

La investigación mixta se concibe como la integración sistemática de métodos cuantitativos y cualitativos en un solo estudio, con el propósito de obtener una comprensión más

completa del fenómeno de estudio (Chen, 2006). Este enfoque permite la recolección y análisis de datos numéricos y verbales, así como su posterior integración para realizar inferencias más sólidas (Creswell, 2013a; Johnson et al., 2006), lo cual llevó a un mayor entendimiento de los procesos de aprendizaje en los estudiantes de quinto al utilizar la formulación de problemas como estrategia didáctica.

En la fase cualitativa de este estudio, se llevaron a cabo intervenciones de clase que permitieron la interacción entre la investigadora y los estudiantes. Estas intervenciones se basaron en técnicas de recolección de datos cualitativos, como la observación, para explorar en profundidad las experiencias y percepciones de los estudiantes en su proceso de aprendizaje de matemáticas mediante la formulación de problemas. Esta etapa se llevó a cabo en ambientes naturales, lo que permitió a los participantes expresarse de manera auténtica y flexible, y se centró en la comprensión del fenómeno sin la intención de generalizar los resultados (Vega-Malagón et al., 2014).

En la fase cuantitativa de la investigación, se utilizó un enfoque basado en la evaluación de competencias de los estudiantes a lo largo de las sesiones. Se desarrollaron rúbricas de evaluación que permitieron medir de manera cuantitativa el progreso y el impacto de la formulación de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Estas rúbricas se aplicaron a los talleres y actividades realizadas en clase a lo largo del estudio, permitiendo una medición objetiva del impacto de la estrategia didáctica.

Finalmente, se llevó a cabo una integración de los resultados cualitativos y cuantitativos, lo que permitió obtener una visión más completa del impacto de la formulación de problemas en el aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de quinto grado en la IETI de Popayán. La

combinación de estos enfoques nos permitió abordar de manera más efectiva los objetivos de la investigación.

Tipo de Investigación

La investigación adopta un enfoque fenomenológico, como lo destaca Castillo (2020). Al adentrarnos en los fundamentos de la fenomenología, observamos que sus raíces se encuentran en la palabra griega "fenomenon", que significa "mostrarse a sí mismo", revelar o manifestar algo que puede hacerse visible por sí mismo. Su figura principal, Edmund Husserl, con su fenomenología trascendental o descriptiva, subraya que la tradición fenomenológica husserliana es epistemológica y se centra en el retorno a la intuición reflexiva para describir la experiencia vivida tal como se constituye en la conciencia. Por ende, la tradición husserliana representa un enfoque descriptivo que busca aprehender la esencia de la conciencia en sí misma, cuya génesis no es la teoría ni la historia, sino la descripción de la presencia del hombre en el mundo y la presencia del mundo para el hombre.

Este enfoque descriptivo se selecciona con el propósito de examinar los cambios en el proceso de aprendizaje generados por la formulación de problemas en los estudiantes de quinto grado de la IETI.

Método de Investigación.

En concordancia con los objetivos de la investigación se presentaron las siguientes fases:

Fase 1:

Identificar las competencias matemáticas de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán. En esta fase, teniendo en cuenta los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencias en matemáticas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional se identificaron las siguientes competencias; Razonamiento (R), Resolución de Problemas Matemáticos (RPM) y Formulación de Problemas matemáticos (FPM), Para ello se crearon los siguientes instrumentos de recolección de información:

Rúbricas para la evaluación de competencias:

Se realizaron 4 rúbricas, las cuales fueron tomadas de “Kilpatrick et al. (2001)” “Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica, Ángel Alsina, Mireia Abarca y Ingrid Grabulosa” con las que se evaluó el de razonamiento matemático, la resolución y formulación de problemas matemáticos (ver Anexo H), otra rúbrica solo para la competencia de razonamiento matemático (ver Anexo I), otra para la competencia de resolución de problemas(ver Anexo J) y otra rubrica para la formulación de problemas (ver Anexo K).

Nota: los criterios de evaluación se tomaron según su pertinencia en relación con los objetivos de la investigación, los cuales fueron seleccionados únicamente por la practicante a través de algunos autores ya mencionados que han trabajado en la evaluación de competencias.

Fase 2:

Planeación de talleres

Se desarrollaron talleres (ver Anexos A-F) y diversas sesiones (ver Anexo G) donde se utilizó la formulación de problemas como estrategia didáctica para la enseñanza de las

matemáticas. Esto se realizó a través de la intervención en el aula de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán.

Fase 3:

Se analizaron los resultados obtenidos en las sesiones de clase respecto al uso de la formulación de problemas como estrategia didáctica y las competencias en razonamiento matemático, resolución y formulación de problemas matemáticos de los estudiantes de grado quinto de la Institución Educativa Técnico Industrial del municipio de Popayán. El análisis se dividió en 2 partes correspondientes al método de investigación predilecto, estos fueron el análisis cuantitativo y el análisis cualitativo.

Análisis de los resultados obtenidos de las sesiones de clase.

Análisis cuantitativo.

Este análisis cuantitativo se centra en el impacto de la FPM en dos grupos de estudiantes de quinto grado: los de nuevo ingreso (NI) y los de permanencia institucional (PI). Durante 16 sesiones, que incluyeron 6 talleres, se implementaron diversas estrategias didácticas. Se utilizan gráficos de filas apiladas con colores distintivos para evaluar el desempeño de los estudiantes de PI en los talleres. Cada barra representa un taller y se colorea en amarillo para FPM y RPM, en rojo para RPM y en verde para FPM. También se incluyen gráficos de columnas agrupadas para mostrar el desempeño de los estudiantes de PI y NI en las 16 sesiones. Cada sesión está representada por un número seguido de una de las tres letras: F (formulación de problemas matemáticos), R (resolución de problemas matemáticos) y F.R (formulación y resolución de problemas matemáticos) para indicar la estrategia utilizada en problemas matemáticos.

Análisis de las evaluaciones del razonamiento matemático en los estudiantes de grado quinto de la IETI.

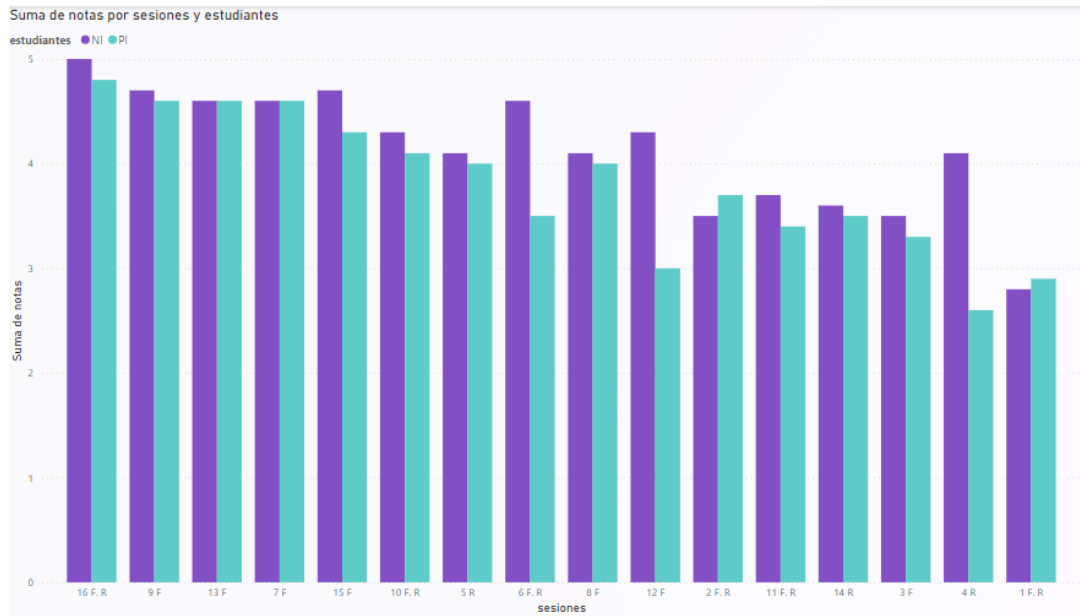


Gráfico 1. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó el razonamiento matemático en los estudiantes NI y PI.

El Gráfico 1 muestra que la incorporación de FPM como estrategia didáctica mejoró el razonamiento matemático de los estudiantes de NI en comparación con sesiones que se centraron en RPM. Aunque inicialmente ambos grupos obtuvieron calificaciones más bajas, el énfasis en FPM a lo largo de las sesiones resultó en un aumento en las calificaciones finales. Aunque los estudiantes de PI tenían más experiencia en la resolución de problemas, la formulación de problemas benefició a ambos grupos al promover una comprensión más profunda y la necesidad de justificación en su razonamiento matemático. Solo en dos sesiones, los estudiantes de PI superaron a los de NI en razonamiento matemático.

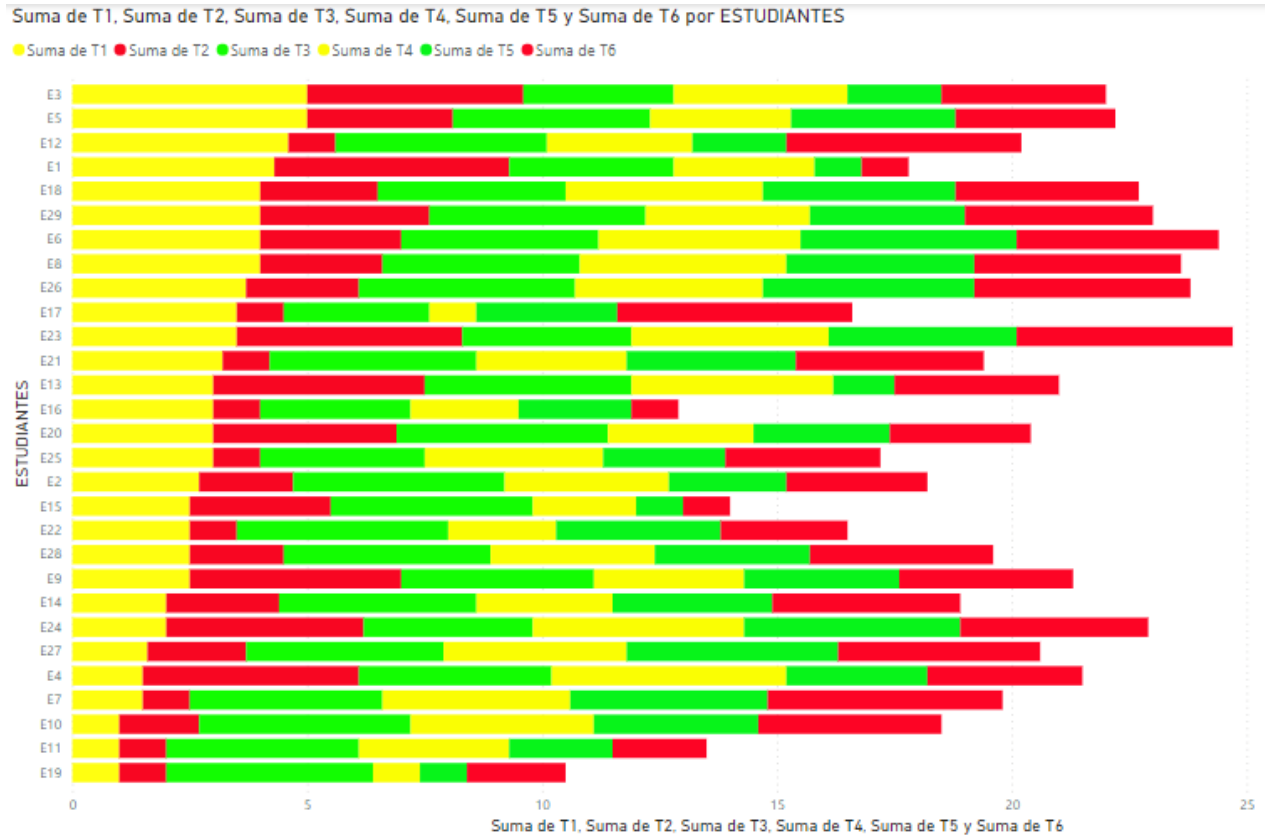


Gráfico 2. Resultados de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático en los estudiantes PI.

El Gráfico 2 destaca el rendimiento de los estudiantes de PI en cuanto al razonamiento matemático con la implementación de la formulación de problemas en sesiones posteriores. En el primer taller que combinó ambas estrategias, aproximadamente el 44% de los estudiantes de PI obtuvo calificaciones bajas. Este patrón se repitió en el taller 2, con alrededor del 58% con calificaciones bajas, El último taller, luego de sesiones de FPM, mostró menos estudiantes de PI con calificaciones bajas alrededor del 20%. En contraste, en el taller 3, que solo utilizó FPM, ningún estudiante de PI obtuvo calificaciones bajas en razonamiento matemático. Sin embargo,

en el taller 5, donde también se aplicó la formulación de problemas, aproximadamente el 37% de los estudiantes de PI tuvo calificaciones bajas

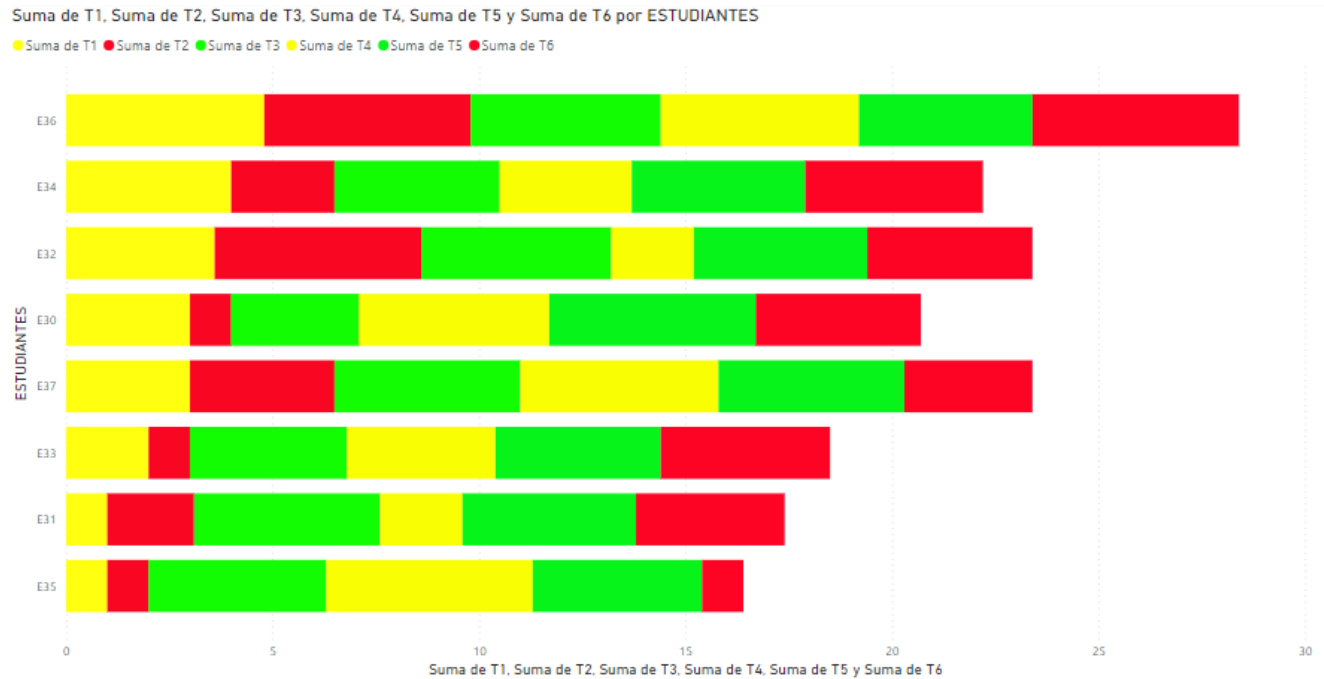


Gráfico 3. Resultados de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático en los estudiantes NI.

En el Gráfico 3, se encuentran los resultados de la evaluación de talleres de los estudiantes de NI en cuanto al razonamiento matemático. En el primer taller que combinó RPM y FPM alrededor del 37% de los estudiantes de NI obtuvo calificaciones bajas, mientras que en el taller 2, enfocado en la resolución de problemas, cerca del 62% de los estudiantes de NI obtuvo calificaciones bajas, posiblemente debido a su falta de familiaridad con esta estrategia. En contraste, en los talleres 3 y 5, centrados exclusivamente en la formulación de problemas, ningún estudiante de NI obtuvo calificaciones bajas. Por otro lado, en el taller 6, enfocado solo en la RPM, solo alrededor del 12% de los estudiantes obtuvo calificaciones bajas. Esto sugiere que la

FPM puede ser efectiva para impulsar el desarrollo del razonamiento matemático en los estudiantes de NI.

Los gráficos 1, 2 y 3 revelan que la FPM contribuye significativamente al mejoramiento del razonamiento matemático en estudiantes de quinto grado de la IETI, incluso en aquellos que previamente habían centrado su aprendizaje en la resolución de problemas.

Análisis de las evaluaciones de la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de grado quinto de la IETI.



Gráfico 4.. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes NI y PI.

En el Gráfico 4, se destacan diferencias en el desempeño en resolución de problemas matemáticos de estudiantes de PI y NI en varias sesiones. En 9 de ellas, estudiantes de PI mostraron mejor rendimiento debido a su experiencia en resolución de problemas. En la última sesión, combinando RPM y FPM, ambos grupos obtuvieron calificaciones destacadas. En la Sesión 14, centrada en resolución, estudiantes de NI superaron a PI, resaltando la influencia

positiva de la formulación. Estos resultados subrayan la importancia de ambas estrategias para desarrollar competencias matemáticas en ambos grupos.

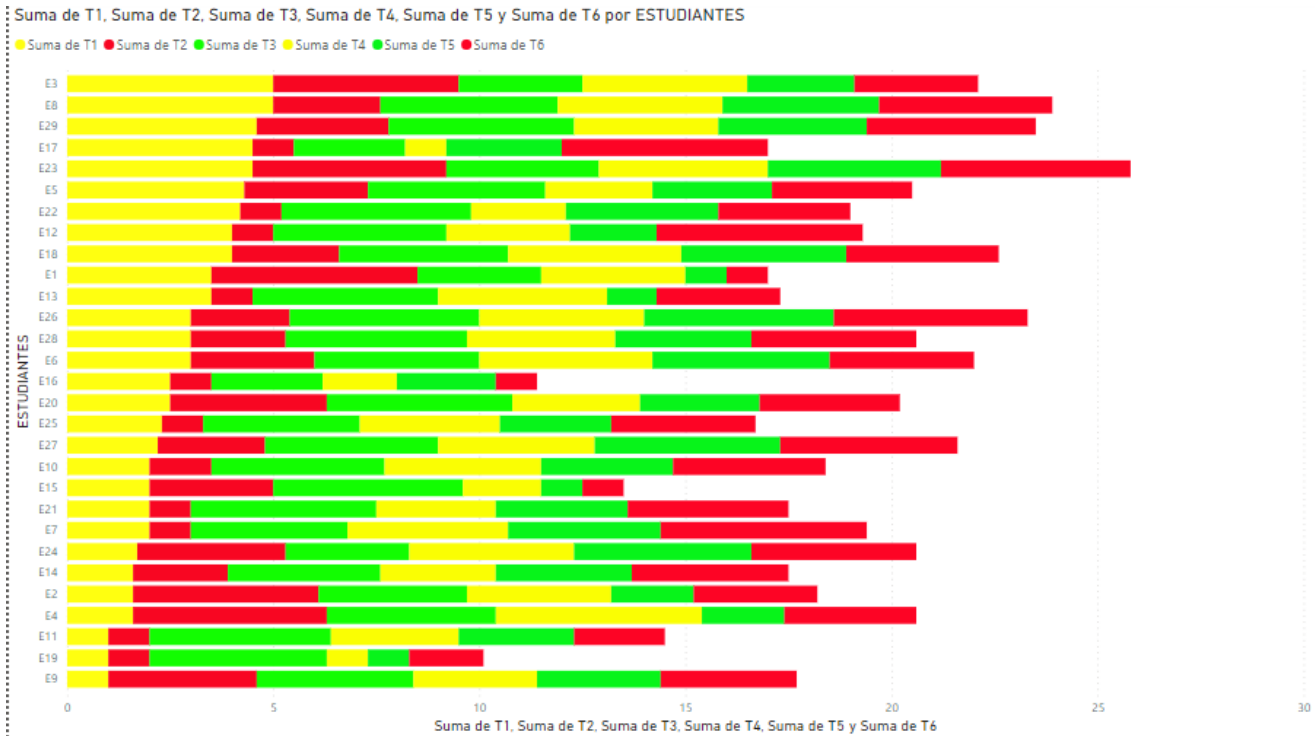


Gráfico 5. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes PI.

En el Gráfico 5, los estudiantes de PI tuvieron un mejor desempeño en la resolución de problemas en el último taller. Sin embargo, en el taller 2 (solo resolución de problemas) (ver Anexo B) y el Taller 5 (solo formulación de problemas) (ver Anexo E), algunos estudiantes de PI obtuvieron calificaciones bajas. Esto sugiere que la formulación de problemas complementa la resolución, como se refleja en mejores resultados al combinar ambas estrategias en el último taller.

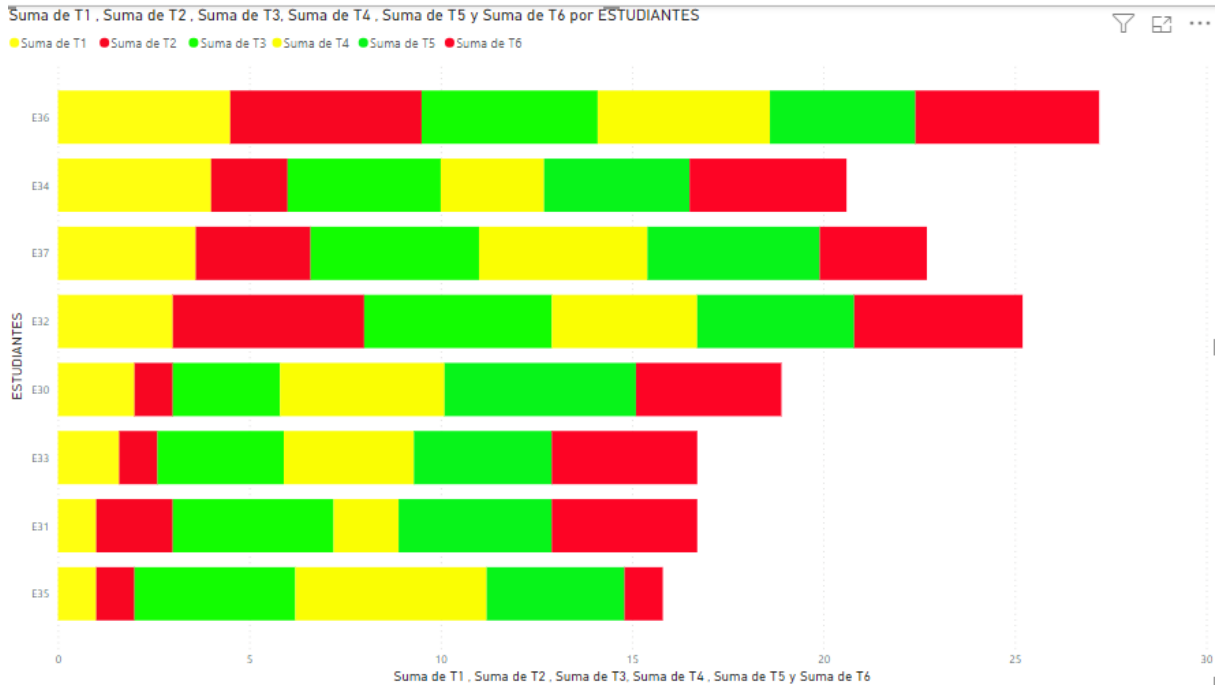


Gráfico 6. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes NI.

En el Gráfico 6, en el primer taller de diagnóstico, alrededor del 50% de los estudiantes de NI obtuvo calificaciones bajas en resolución de problemas. En el segundo taller, aproximadamente el 75% tuvo calificaciones bajas. Sin embargo, en el tercer taller centrado en la formulación de problemas, solo alrededor del 12% obtuvo calificaciones bajas, indicando que esta estrategia beneficia a los estudiantes de NI no familiarizados con la resolución de problemas. En talleres posteriores, se observaron menos estudiantes con bajas calificaciones, lo que sugiere que ambas estrategias contribuyen al desarrollo de la competencia en resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de NI.

En algunos casos, la formulación de problemas no contribuyó significativamente al rendimiento de los estudiantes de PI en la resolución de problemas. La integración de ambas estrategias es efectiva para promover el desarrollo de habilidades matemáticas, pero su impacto varía según la familiaridad previa de los estudiantes con estas estrategias.

Análisis de las evaluaciones de la formulación de problemas en los estudiantes de grado quinto de la IETI.

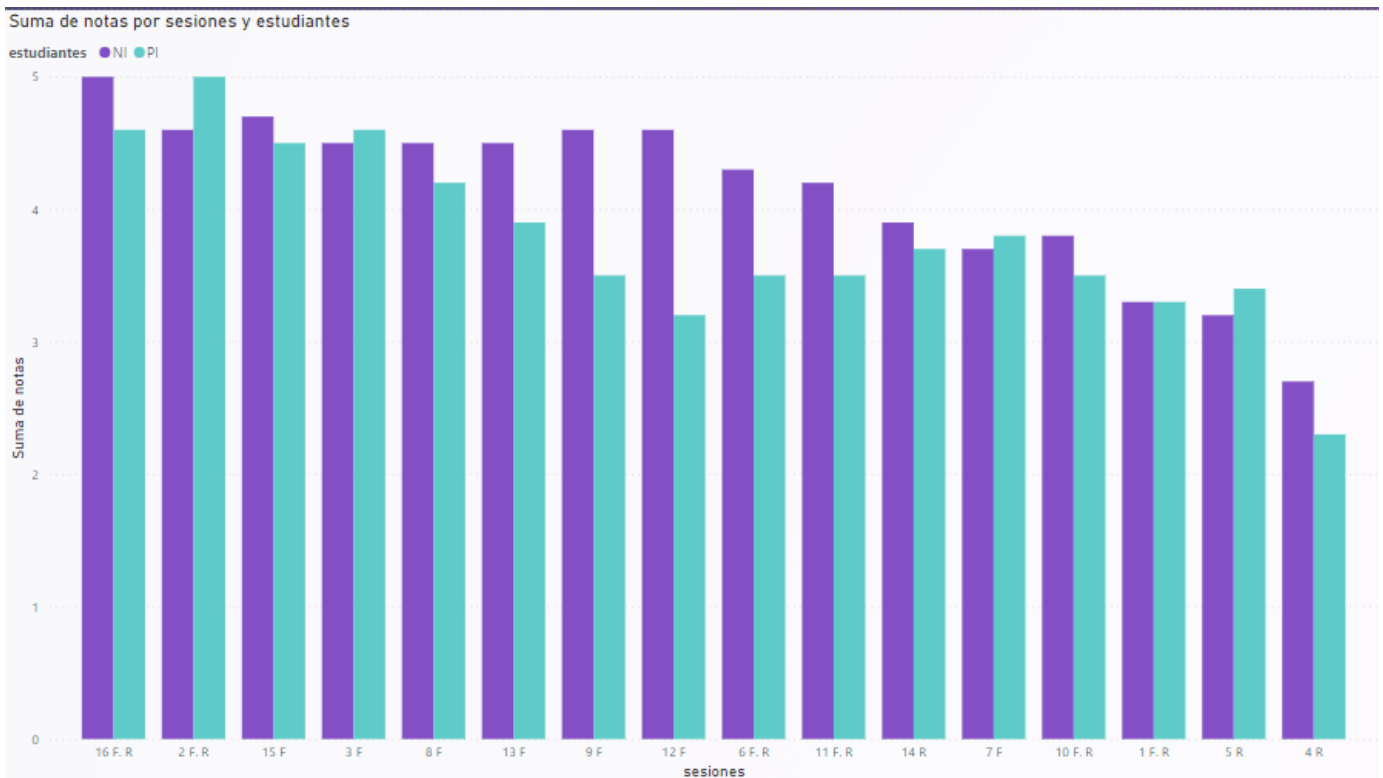


Gráfico 7. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes NI y PI.

En el Gráfico 7 se observa el desempeño de los estudiantes en la FPM. En sesiones donde se aplicó únicamente la RPM, ambos grupos de estudiantes, especialmente los de NI, obtuvieron calificaciones bajas. Sin embargo, en sesiones que incorporaron la formulación de problemas, ambas categorías de estudiantes mejoraron en el desarrollo de esta competencia.

Estos resultados subrayan que la exclusiva implementación de la resolución de problemas como estrategia didáctica dificulta el desarrollo de la habilidad de FPM, sin importar la experiencia previa de los estudiantes en la resolución de problemas.

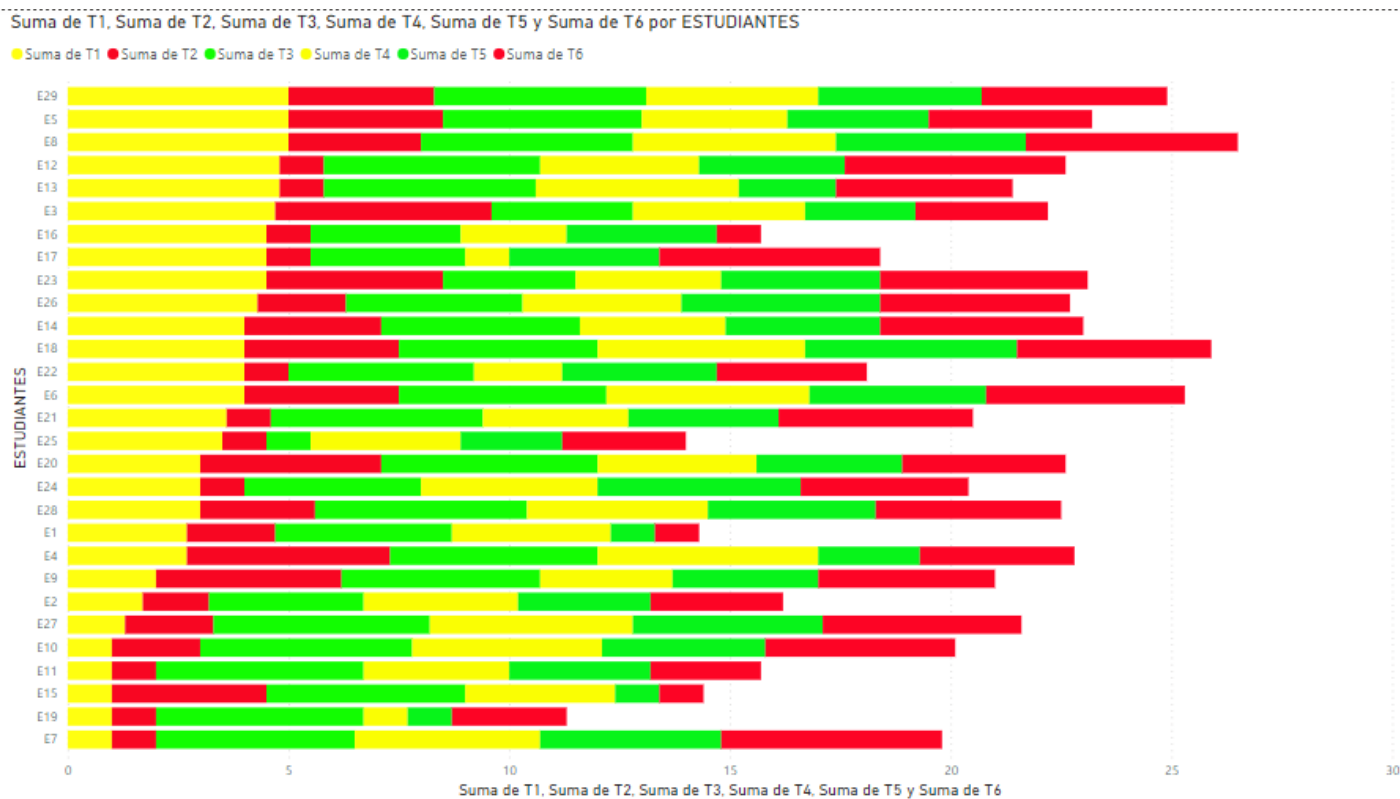


Gráfico 8. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes PI.

En el Gráfico 8, que evalúa la formulación de problemas matemáticos en talleres de estudiantes de PI, se observa un patrón interesante. En el primer taller, donde se aplicaron ambas estrategias, aproximadamente el 34% de los estudiantes obtuvo calificaciones bajas. En el segundo taller, centrado solo en la resolución de problemas matemáticos, alrededor del 58% de los estudiantes tuvo calificaciones bajas. Sin embargo, en el tercer taller, que se enfocó exclusivamente en la formulación de problemas, sólo aproximadamente el 3% de los estudiantes obtuvo calificaciones bajas en esta habilidad. En los talleres donde se combinaron ambas estrategias, alrededor del 13% y el 24% de los estudiantes obtuvo calificaciones bajas, respectivamente. En el último taller, donde solo se utilizó la resolución de problemas matemáticos, aproximadamente el 20% de los estudiantes obtuvo calificaciones bajas. Estos resultados sugieren que los estudiantes de PI pueden enfrentar dificultades iniciales en la formulación de problemas matemáticos, pero al implementar esta estrategia, incluso en combinación con la resolución de problemas, se observa un progreso en el desarrollo de esta competencia.

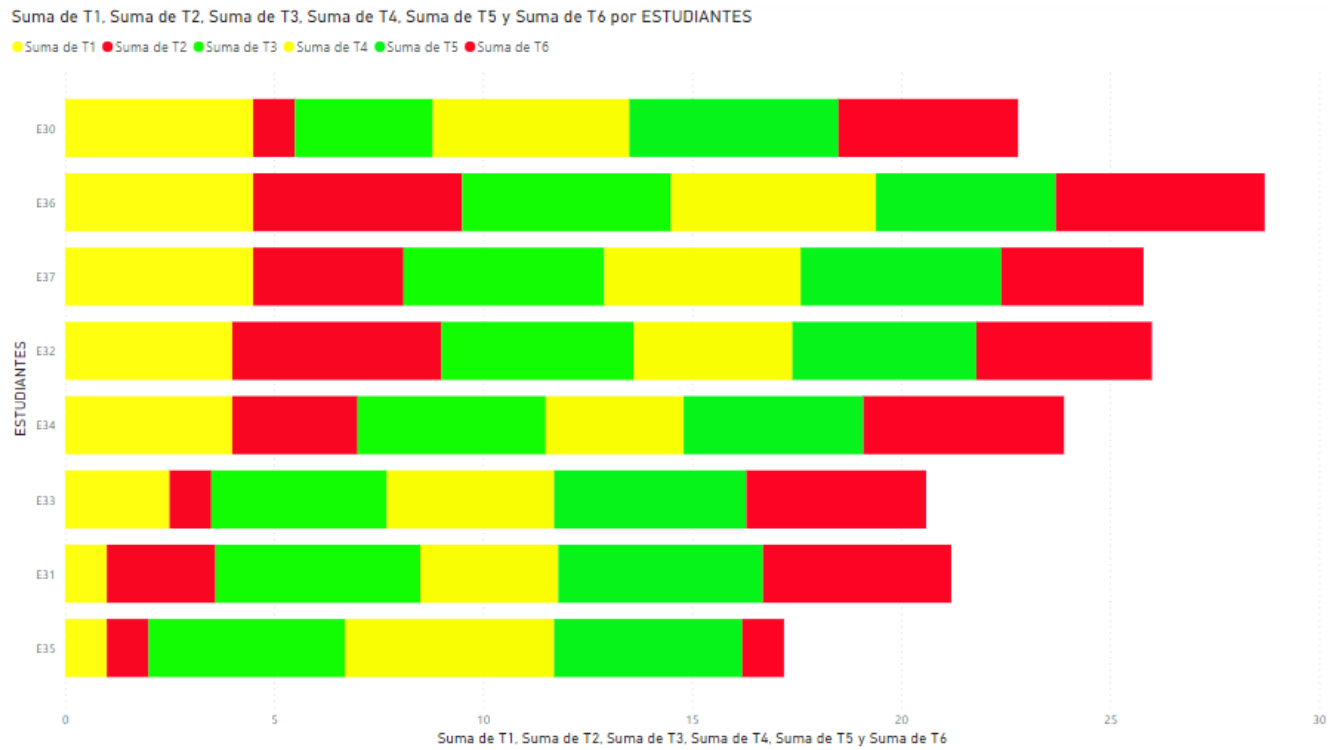


Gráfico 9. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó la formulación de problemas matemáticos en los estudiantes NI.

En el Gráfico 9, que representa las calificaciones de los estudiantes de NI en talleres de formulación de problemas matemáticos, se observa una evolución interesante. En los dos primeros talleres, aproximadamente el 37% y el 50% de los estudiantes obtuvieron calificaciones bajas. Sin embargo, en los talleres 3, 4 y 5, ningún estudiante (0%) obtuvo calificaciones bajas en esta competencia. En el último taller, solo el 12.5% de los estudiantes tuvo calificaciones bajas.

Estos resultados sugieren que los estudiantes de NI han fortalecido sus habilidades en la formulación de problemas a lo largo de los talleres (ver Anexos A-F). Esto puede deberse a su exposición a esta estrategia en clases previas, así como a su falta de familiaridad con la

resolución de problemas como estrategia predominante en años anteriores. Esto podría hacer que sean más adaptables y versátiles cuando se enfrentan a nuevas estrategias didácticas.

Análisis de las evaluaciones del razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes de grado quinto de la IETI.

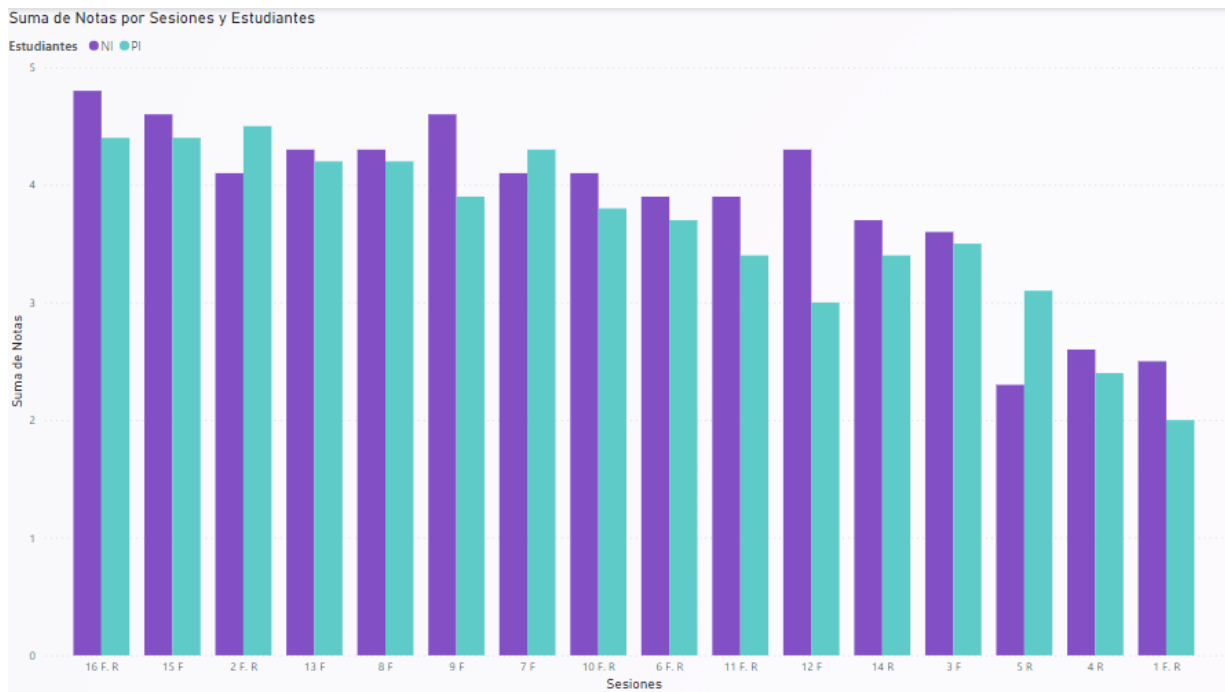


Gráfico 10. Resultados de evaluación de sesiones donde se evaluó el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes PI y NI.

El Gráfico 10 muestra que las sesiones con formulación de problemas obtuvieron las calificaciones más altas. En 13 sesiones, los estudiantes NI superaron a los PI, especialmente en las centradas en formulación. Esto sugiere que los NI pueden adaptarse mejor a esta estrategia. Además, en las últimas sesiones, ambos grupos mejoraron después de usar la formulación de

problemas. En resumen, la formulación de problemas impacta positivamente en el desarrollo de habilidades matemáticas, en particular el razonamiento, resolución y formulación de problemas.



Gráfico 11. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes PI.

El gráfico 11 muestra que, en el segundo taller, que tuvo lugar antes de introducir la formulación de problemas en las sesiones, se observaron resultados menos favorables, con 17 estudiantes de PI (aproximadamente un 58%) obteniendo calificaciones bajas. En contraste, en el último taller, que se llevó a cabo después de haber utilizado la formulación de problemas en sesiones previas, tan solo 5 estudiantes de PI (aproximadamente un 17%) obtuvieron bajas calificaciones.

Estos hallazgos sugieren que la introducción de la formulación de problemas matemáticos en sesiones previas puede tener un efecto positivo en el desarrollo de competencias matemáticas (el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas).

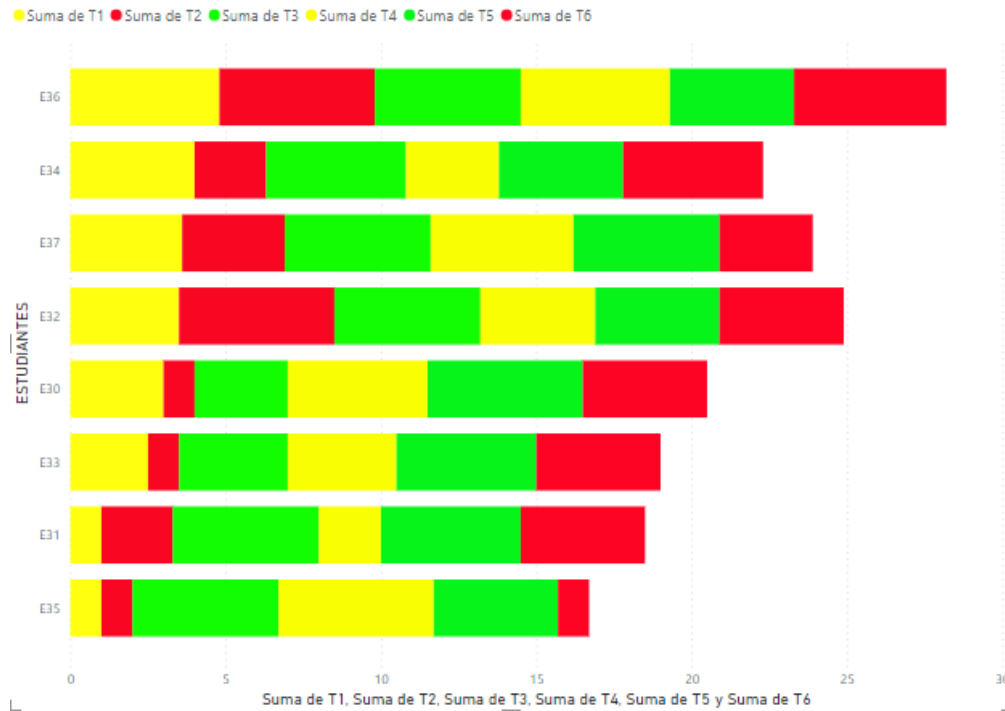


Gráfico 12. Resultados de evaluación de talleres donde se evaluó el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas en los estudiantes NI.

En el Gráfico 12, se observa que 5 estudiantes de NI (aproximadamente un 62%) obtuvieron calificaciones bajas en el taller 2, donde solo se usó la resolución de problemas como estrategia didáctica. En contraste, en el último taller, solo un estudiante de NI (aproximadamente un 12%) tuvo calificaciones bajas, a pesar de que ambos talleres se basaron exclusivamente en la resolución de problemas.

Es relevante señalar que el último taller (ver Anexo F) se llevó a cabo después de que los estudiantes experimentaran una serie de sesiones con la formulación de problemas como estrategia didáctica. Esto sugiere un impacto positivo de esta estrategia en la capacidad de los

estudiantes para resolver problemas, especialmente considerando que no están familiarizados con la resolución de problemas como su única estrategia didáctica. Además, en el gráfico se destaca que, después de la primera sesión, en las sesiones con formulación de problemas, ningún estudiante obtuvo calificaciones bajas. Este hallazgo resalta la potencialidad de la formulación de problemas en el desarrollo de competencias, como el razonamiento y la resolución de problemas matemáticos.

En conclusión, los resultados de este análisis cuantitativo destacan la influencia positiva de la formulación de problemas matemáticos como estrategia didáctica en el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de quinto grado, sin embargo, su impacto varía según la familiaridad previa de los estudiantes con la resolución de problemas, podemos notar esto en las diferencias de los resultados de los estudiantes de NI y PI. En el Gráfico 10, se evidencia que las sesiones que incorporaron la formulación de problemas obtuvieron las calificaciones más altas, y en 13 de las sesiones, los estudiantes de nuevo ingreso (NI) lograron mejores resultados que los de permanencia institucional (PI), representando un 62% y un 38% respectivamente. Esto sugiere que los estudiantes de NI pueden beneficiarse significativamente de esta metodología, posiblemente debido a su menor familiaridad con la resolución de problemas como enfoque principal de enseñanza. En el Gráfico 11, se observa una disminución significativa en el número de estudiantes de PI con calificaciones bajas, pasando de un 58% en el segundo taller a un 17% en el último taller. Esto indica que la introducción de la formulación de problemas matemáticos en sesiones previas puede tener un efecto positivo en el desarrollo de competencias matemáticas de los estudiantes de PI. Estos resultados resaltan la potencialidad de la formulación de problemas en el desarrollo de competencias, específicamente el razonamiento matemático, la formulación y la resolución de problemas matemáticos, en ambos grupos de estudiantes, NI y PI.

Análisis cualitativo de los resultados.

Este análisis se fundamenta en la observación realizada durante las sesiones y en la información recopilada a través de la solución de guías. A continuación, se presenta el análisis, respaldado por figuras que ofrecen una representación visual de los resultados obtenidos con respecto a la influencia de la formulación de problemas en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Técnico Industrial en lo que respecta al fortalecimiento de competencias en razonamiento matemático, formulación y resolución de problemas matemáticos.

En la primera sesión, la cual se realizó mediante un taller diagnóstico (ver anexo 1), basado en la resolución de problemas y en las temáticas propuestas por el Ministerio de Educación Nacional en los Derechos Básicos de Aprendizaje para estudiantes de grado cuarto, se observó que tanto los estudiantes de Permanencia Institucional (PI) como los estudiantes de Nuevo Ingreso (NI), que en total suman 37 participantes, abordaron la resolución de problemas de manera individual y con la libertad de utilizar cualquier método para llegar a una solución. Algunos estudiantes de PI optaron por aplicar el método de Polya para resolver los problemas, mientras que ningún estudiante de NI utilizó este enfoque. En ambos grupos, se evidenció que solo un reducido número de estudiantes logró llegar a la solución correcta de los problemas planteados.

2- $\frac{6}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{8}$

$\frac{6}{2} = 3$ $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{2}{8} = 0,25$

menor a mayor

$0,25 < \frac{1}{2} < 3$

RTA: $\frac{2}{8} < \frac{1}{2} < \frac{6}{2}$

3- Mitad del camino entre la casa y el Super

$80 \times 2 = 160$

$120 \div 2 = 60$

$60 + 20 = 80$

RTA: Para llegar hasta la mitad del camino se deben caminar 160.

Figura 6. Solución prueba diagnóstica estudiante 2.

4- Tengo 1000 pide 500 la profc mr amiga le presto 200

8 monedas de 50

$1000 - 500 = 500$

$500 + 100 = 600$

$50 \times 8 = 400$

RTA: Su amiga tenía 400 pesos por tanto solo debe prestarle 100 pesos para las fotocopias

Gasto entre la maestra y amiga 600 pesos x le quedan 400 pesos para comprar dulces.

Figura 5. Formulación de problema estudiante 2.

En la Figura 5, se presenta la solución proporcionada por el estudiante 2 de PI a algunos de los problemas planteados en el taller diagnóstico (ver Anexo A). A pesar de no adherirse a un método específico, la parte operativa de su resolución es correcta. No obstante, se nota la ausencia de una producción textual que refleje los razonamientos utilizados en el proceso. En contraste, en la Figura 6, se aprecia otra solución proporcionada por el mismo estudiante 2 a un enunciado sin pregunta explícita, lo que lo llevó a formular una pregunta a partir de la información proporcionada. Debido a este planteamiento, el estudiante se sintió motivado a redactar una respuesta que refleja de manera detallada los procesos y razonamientos empleados para llegar a su solución. Es importante señalar que no todos los estudiantes siguieron este enfoque, ya que algunos optaron por pasar por alto el último enunciado.

Esto sugiere que la formulación de problemas puede, posiblemente, fomentar un pensamiento más profundo entre los estudiantes de quinto grado de la IETI, promoviendo su aprendizaje y estimulando su creatividad, como mencionó el autor Huat, la formulación de problemas incluye actividades diseñadas por los propios estudiantes y sirve como estímulo para el desarrollo de la creatividad y las habilidades de todos los estudiantes, lo que se traduce en una mejor comprensión de los conceptos (2022, p. 99).

En las siguientes sesiones se abordaron diversos conceptos matemáticos¹ a través de actividades como presentaciones, juegos, debates y talleres. Durante estas sesiones, se implementaron dos estrategias didácticas: la resolución y formulación de problemas

¹ Los conceptos matemáticos que se trabajaron en la intervención de aula incluyen conjuntos numéricos, sistemas numéricos, números naturales, sistema de numeración decimal, adición y sustracción, fracciones y números racionales

matemáticos. Dado que los estudiantes de Permanencia Institucional (PI) estaban más familiarizados con la resolución de problemas, las primeras sesiones emplearon esta estrategia en combinación con la formulación de problemas. Posteriormente, en algunas sesiones siguientes, se centraron exclusivamente en la FPM. Esto permitió analizar la respuesta de los estudiantes, tanto de NI como de PI, ante su aplicación. Los resultados indican que los estudiantes de NI obtuvieron mayores beneficios al utilizar la formulación de problemas como estrategia de aprendizaje, fortaleciendo simultáneamente su habilidad para resolver problemas matemáticos, casi igualando el desempeño de los estudiantes de PI que utilizaron el método de Polya (Prabawanto, 2017). Como se sugiere en la cita, la capacidad de plantear problemas es una habilidad esencial que fomenta el aprendizaje significativo, estimulando el interés de los estudiantes en el tema (p.17). Ambos grupos experimentaron mejoras en sus competencias matemáticas, en particular en el razonamiento matemático, así como en la formulación y resolución de problemas, lo que influyó positivamente en el aprendizaje de los estudiantes de quinto grado de la IETI.

En la Figura 7, se presenta la solución del taller 2 (ver Anexo B), el cual fue llevado a cabo por grupos de 4 estudiantes, compuestos tanto por NI como por PI. Este taller se centró en la resolución de problemas como enfoque principal para su desarrollo. No obstante, en sesiones anteriores, se abordó la temática de conjuntos mediante una serie de problemas de formulación en los cuales los estudiantes crearon sus propios conjuntos y propusieron operaciones a realizar entre ellos. Esto los motivó, ya que tenían la autonomía de seleccionar elementos y definir las operaciones a realizar (ver Figura 8).

Estas actividades, incluyendo la creación de conjuntos y la realización de operaciones, despertaron un mayor interés y condujeron a una mejor comprensión de los conceptos presentados. Esta mejora se refleja claramente en los resultados obtenidos en la resolución del taller 2 (ver Figura 7).

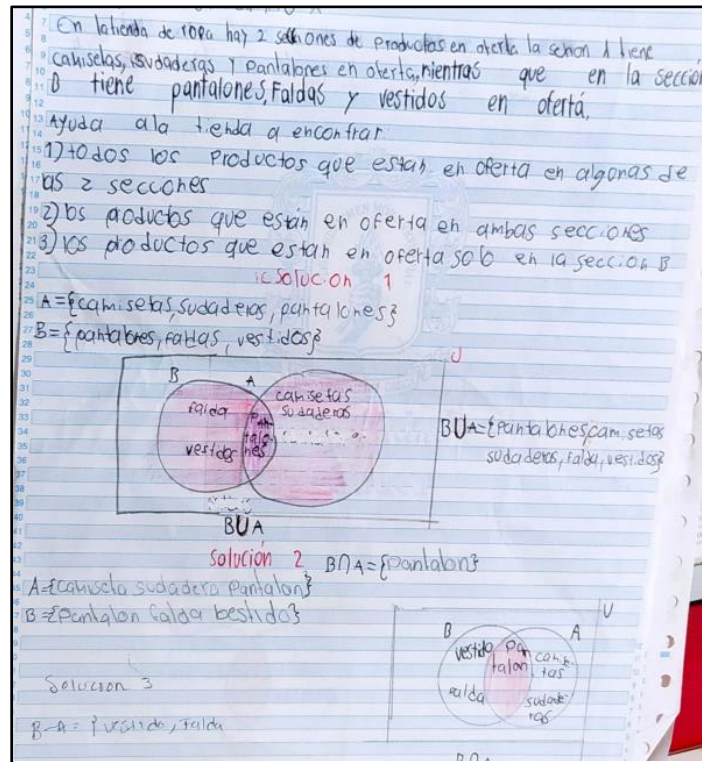


Figura 7. Solución segundo taller de estudiantes de PI y NI.

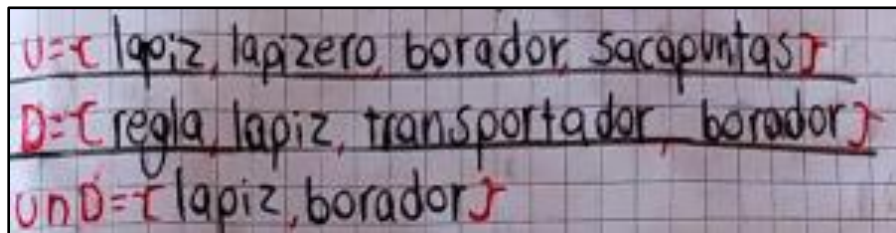


Figura 8. Formulación de problemas con conjuntos estudiante 15.

En algunas actividades iniciales, se notó una falta de disposición por parte de algunos estudiantes de PI para formular problemas. En estos casos, los estudiantes mostraron poco interés en plantear preguntas o en documentar sus razonamientos en respuesta a un problema, dejando espacios en blanco donde se les solicitaba realizar la formulación de problemas (ver Figura 5). Sin embargo, es importante destacar que, a pesar de esta reticencia inicial, la resolución de problemas se llevó a cabo de manera correcta, indicando un enfoque en seguir algoritmos o memorizar fórmulas. Esto podría deberse a su formación previa, que enfatiza la importancia de llegar a la solución sin explorar a fondo el proceso, como se ilustra en la Figura 9.

b) Enuncia conceptos matemáticos que utilizaste en la solución.

c) Formula preguntas que podrías plantear a tu profesora respecto a los posibles cambios del tamaño de la cuadrícula

4. Para cada caso completa las series hasta el décimo término:

a) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50

b) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30

c) 99, 97, 95, 93, 91, 89, 87, 85, 83, 81, 79, 77

d) 150, 140, 130, 120, 110, 100, 90, 80, 70, 60

e) Escribe otras series y a partir de ellas formula o escribe una pregunta para tu profesora

Figura 9. Ausencia de formulación de problemas de los estudiantes de PI.

Sin embargo, esta situación no se replicó entre los estudiantes de NI, ya que ninguno de los 8 estudiantes dejó espacios en blanco en el taller 3 (ver Anexo C), como se observa en la Figura 9. Además, la mayoría de sus respuestas fueron precisas, lo que sugiere que la formulación de problemas resultó motivadora para este grupo. Es importante destacar que, a

diferencia de los estudiantes de PI, los estudiantes de NI no estaban completamente familiarizados con la resolución de problemas como estrategia, debido a sus años anteriores de escolaridad. Sin embargo, dado que se habían expuesto a la formulación de problemas en sesiones previas a la resolución del taller 3, se encontraban más motivados incluso para plantear preguntas relacionadas con temáticas distintas a las abordadas, como la multiplicación y división (ver figura 10).

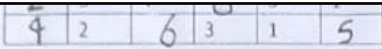

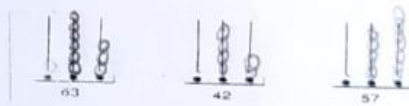

	
<p>b) Enuncia conceptos matemáticos que utilizaste en la solución.</p> <p>c) Formula preguntas que podrías plantear a tu profesora respecto a los posibles cambios del tamaño de la cuadrícula</p>	<p>décimo término:</p> <p>a) 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50.</p> <p>b) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30.</p> <p>c) 99, 97, 95, 93, 91, 88, 86, 84, 82, 80.</p> <p>d) 150, 140, 130, 120, 110, 100, 90, 80, 70, 60.</p> <p>e) Escribe otras series y a partir de ellas formula o escribe una pregunta para tu profesora</p>
<p>Aso utilice conceptos que se repiten</p> <p>o pue lo que utilice fue repetir el 5.</p>	<p>Profes me puede poner el numero 150 para arriba hasta 200.</p> <p>la inquietud mia es si se puede $\times \div$ con estas oper...</p>
<p>2. Continúa la serie:</p>  <p>Enuncia conceptos matemáticos que utilizaste en la solución</p>	<p>5. Representa en los ábacos los números 63, 42 y 57.</p>  <p>6. Escribe el número que representa los 3 ábacos de la segunda fila en el recuadro</p> 
<p>1. Utilice la suma y la resta.</p>	

Figura 10. Formulación de problemas de estudiantes de NI.

Durante el seguimiento de las sesiones, se evidencia que los estudiantes de PI están cada vez más abiertos a la formulación de problemas como parte integral de su proceso de aprendizaje. Un ejemplo de esto se refleja en la resolución de un enunciado del taller 4 (ver Anexo D) por parte del estudiante 9 de PI, quien utilizó el método de Polya de 4 pasos, lo que le llevó a una solución correcta (ver Figura 7). Sin embargo, en el mismo taller (ver Figura 8), empleó un enfoque distinto al plantear un problema para resolver el enunciado propuesto, y logró una solución correcta sin necesidad de recurrir a los otros puntos de apoyo.

Además, es notable el razonamiento que empleó para encontrar la solución. De este modo, se puede concluir que la formulación de problemas no solo contribuye a la resolución de problemas, sino que también resulta altamente beneficiosa para el fortalecimiento de las competencias en razonamiento matemático, formulación y resolución de problemas, como menciona el autor Stoyanova (1997).

La formulación de problemas matemáticos se reconoce como una actividad matemática esencial y complementaria a la resolución de problemas (Kilpatrick, 1987). Varios estudios han resaltado la relevancia de que los estudiantes formulen problemas matemáticos, lo cual está vinculado con la exploración de los estudiantes en el ámbito de las matemáticas (Kai, 2003) y con aspectos fundamentales de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina (s.p).

Ejercicio

Una reciente investigación encontró 5 tortugas adifas cada una con un peso de 150 libras. Teniendo en cuenta la información anterior ¿cuanto pesan en total las 5 tortugas?

<p>1 Leer y extraer datos</p> <p>si una tortuga pesa 150 libras entonces para desiccanto pesa tengo que hacer una suma multiplicación</p>	<p>2 Diseñar un plan</p> <p>podemos contar cuantas tortugas para hacer una suma de multiplicación</p>
<p>3 Practicar el plan</p> $\begin{array}{r} 150 \\ \times 5 \\ \hline 750 \end{array}$	<p>4 Revisar y dar una respuesta</p> <p>la respuesta de las tortugas cuanto pesan son</p>

Figura 11. Estudiante 9 utilizando el método de Polya.

5 RT ✓ entonces si cada 0 pastre vale 5000 y cada pava entran son 20

$$\begin{array}{r} 5000 \\ \times 20 \\ \hline 10000 \\ + 10000 \\ \hline 100000 \end{array}$$

en total son 107.220

Figura 12. Estudiante 9 solucionando un problema sin seguir el método de Polya

Continuando con el seguimiento de las sesiones, se observa cómo tanto los estudiantes de NI como los de PI en el taller 5 (ver Anexo E) presentaron respuestas completas y precisas cuando se les solicitó proporcionar una explicación a diversos razonamientos matemáticos planteados en los enunciados del taller y realizaron las operaciones de manera correcta. Esto indica que el uso continuo de la formulación de problemas como estrategia didáctica se traduce en mejoras en los resultados de aprendizaje, estas mejoras también se reflejan en los datos cuantitativos.

También es posible identificar los resultados de aprendizaje que se reflejan en la formulación de problemas de los estudiantes, como se puede apreciar en el caso de la del estudiante 16 de PI. En este caso, el estudiante relaciona su interés por un videojuego y emplea conceptos de suma y resta para plantear el problema y proporcionar una solución que posee un sentido matemático claro. Además, su razonamiento es coherente y lógico (ver Figura 13).

Una situación similar se presenta con el estudiante 30 de NI (ver Figura 14). En este caso, el estudiante primero define la operación que desea utilizar en un problema y, a continuación, plantea una situación para finalmente resolver el problema que él mismo formuló a través de conceptos matemáticos.

Solución

3. Yo tengo 12.350 gemas y quiero jugar un torneo de 100 gemas y un pase de 350 gemas y girar una ruleta de 400 gemas 5 veces, ¿cuántos gemas me sobran?

R/ toca restar 12.350 menos 350 y la diferencia menos 100, multiplicar 400 por 5 y sumar la diferencia más el producto.

12.350	12.000
- 350	- 100
12.000	11.900

400	11.900
x 5	- (H) 2.000
2000	9.900

R/ Me sobrarían 9.900 gemas

Figura 13. Formulación de problema estudiante 16 de PI.

5) Operación resta

Situación: María va a la tienda a comprar 15 manzanas para sus amigos, pero solo llegaron 9, ¿cuántas manzanas le sobran a María?

Rta: le sobran 6 manzanas

15
- 9
6

Figura 14. Formulación de problema del estudiante 30 de NI

También se nota que el estudiante 30 de PI planteó una situación en la cual hizo uso de una operación previamente dada. Esta tarea fue realizada por todos los estudiantes del curso en la última sesión, y se obtuvieron resultados similares a los del estudiante 30. Esto puso a prueba la creatividad de los estudiantes y fomenta el desarrollo de sus competencias en razonamiento, formulación y resolución de problemas matemáticos.

Además, formularon problemas relacionados con sus intereses personales (ver Figura 15), lo que permitió una aplicación práctica de las matemáticas, lo cual es de gran importancia para el aprendizaje significativo. Como Noguera (2005) sostiene, es crucial despertar el interés de los estudiantes y fomentar su entusiasmo por el aprendizaje, logrando una conexión efectiva entre los conocimientos adquiridos en el aula y su aplicación en la vida cotidiana (p. 24).

Con el uso continuo de la formulación de problemas como estrategia didáctica, los estudiantes comenzaron a cuestionar los problemas que se les planteaban (ver Figura 16), empezando a indagar sobre el motivo detrás de cada enunciado.

Plantea
 Describe una situación cuya solución necesite de los siguientes cálculos

$$678,000 - (45321 \times 12)$$

Solución
 Un día Dominick pasaba por una juguetería se enamora de un carro a control remoto que costaba **678.000** pero la mamá no tenía ese valor y al vendedor le dijo que podía llevar el carro por cuotas de 45.321 por doce días. ¿Cuanto cuesta el carro de Dominick si se multiplica más el doble?

R/

$$\begin{array}{r} 1 \\ 678,000 \\ \times 12 \\ \hline 1356000 \\ 678000 \\ \hline 8136000 \end{array}$$

Figura 15. Formulación de problemas a partir de un cálculo matemático.

60 bultos de abono: 79.600
 43 galones de fertilizante: 73.190
 cuánto dinero recibieron por la venta

$$\begin{array}{r} 79.600 \\ - 73.190 \\ \hline 152.790 \end{array}$$

R/ el v. vero por la venta de 60 bultos de abono y 43 galones de fertilizante recibieron 152.790\$

¿por qué 60 bultos y 43 galones o por qué no más?

A/R

enero: 7.650 \$
 febrero: 8.190 \$

¿cuánto ahorra más en febrero que en enero?

$$\begin{array}{r} 8.190 \\ - 7.650 \\ \hline 0.540 \end{array}$$

R/ Rubén ahorra más en febrero que en enero la suma de 540\$

¿por qué Rubén ahorra tan poco?

Figura 16. Cuestionamiento de problemas planteados.

Estos resultados revelan que la influencia de la formulación de problemas genera un impacto sumamente positivo en el desarrollo de competencias matemáticas esenciales, tales como el razonamiento matemático, la formulación y resolución de problemas. Contribuye de manera significativa a fomentar la creatividad de los estudiantes al demostrar la aplicabilidad práctica de las matemáticas en situaciones de la vida cotidiana. Este enfoque pedagógico no solo motiva a los estudiantes a aprender nuevos conceptos, sino que también despierta su curiosidad y les impulsa a explorar activamente el mundo de las matemáticas. Es importante destacar que esta influencia de la estrategia de formulación de problemas requiere paciencia, especialmente en el caso de los estudiantes que están fuertemente arraigados en un enfoque de aprendizaje más convencional, como es el caso de los estudiantes de PI, quienes están acostumbrados a aprender predominantemente a través de la resolución de problemas mediante el método de Polya.

Conclusiones y recomendaciones

Las estrategias didácticas empleadas para enseñar matemáticas son fundamentales en el proceso de aprendizaje. En este estudio, la formulación de problemas matemáticos ha demostrado tener un impacto positivo en el desarrollo y fortalecimiento del razonamiento matemático, así como en la resolución y formulación de problemas por parte de los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Técnico Industrial.

La formulación de problemas fomenta la creatividad de los estudiantes al brindarles la libertad de proponer problemas basados en sus propias experiencias, incluso incorporando sus pasatiempos e inquietudes cotidianas en el aula.

Esta estrategia didáctica promueve la interacción y la fluidez en las relaciones sociales en el aula, ya que los estudiantes comparten los problemas que ellos mismos han formulado con sus compañeros. De esta manera, la propuesta de este trabajo impulsa el aprendizaje cooperativo y contribuye al aprendizaje significativo.

Introducir nuevas estrategias didácticas en un grupo de estudiantes acostumbrados a un enfoque particular, como la resolución de problemas matemáticos, puede requerir tiempo para su aceptación. Sin embargo, la persistencia es clave para lograr la aceptación de una nueva estrategia. Este proceso no tiene un impacto negativo en el aprendizaje de los estudiantes; de hecho, el uso de nuevas estrategias enriquece su proceso de aprendizaje.

Los estudiantes de quinto grado de primaria son capaces de formular problemas matemáticos, por tanto, se recomienda fomentar esta habilidad, ya que les permite reflexionar sobre los pasos que siguen para resolver problemas y les capacita para reformular o plantear problemas similares.

La formulación de problemas matemáticos en el aula no solo mejora las competencias matemáticas, sino que también promueve habilidades de comunicación y expresión oral, ya que los estudiantes deben explicar sus procesos de resolución y razonamiento a sus compañeros.

Los docentes desempeñan un papel crucial en el éxito de FPM, ya que deben guiar y apoyar a los estudiantes a medida que adquieren esta habilidad. La capacitación y el desarrollo profesional de los profesores en esta área son esenciales para una implementación efectiva.

Este estudio destaca la importancia de un enfoque educativo que vaya más allá de la mera memorización y resolución mecánica de problemas. La formulación de problemas fomenta la comprensión profunda y el pensamiento crítico en matemáticas, lo que puede tener un impacto a largo plazo en el éxito académico de los estudiantes

La estrategia puesta a prueba establece un vínculo entre la vida cotidiana de los estudiantes y las matemáticas, lo que fomenta una disposición más positiva hacia la materia. Sin embargo, la magnitud de esta influencia no se ha determinado completamente y podría ser un tema de investigación en el futuro

El uso exclusivo de un método de enseñanza puede ser poco productivo y afectar la motivación de los estudiantes para aprender matemáticas. La adopción de estrategias didácticas diversas puede influir en el estado afectivo de los estudiantes, lo que plantea una pregunta interesante para investigaciones futuras sobre el impacto de la FPM en el estado emocional de los estudiantes frente a aprender matemáticas.

La implementación de esta estrategia didáctica alternativa en la enseñanza de conceptos matemáticos clave, como conjuntos numéricos, sistemas numéricos, números naturales, sistema de numeración decimal, adición y sustracción, fracciones y números racionales, ha demostrado ser una estrategia efectiva para promover una comprensión de estos conceptos. Los estudiantes no solo adquieren habilidades en razonamiento matemático y en la RPM, sino que también consolidan su conocimiento de estos temas, lo que a su vez contribuye a un mayor éxito en matemáticas y un aprendizaje más significativo.

Referentes Teóricos.

- Ayllón, M. F. (2005). Invención de problemas con números naturales, enteros negativos y racionales. Tarea para profesores de educación primaria en formación. Trabajo de investigación tutelada, Universidad de Granada, España.
- Ayllón, M. F., & Gómez, I. A. (2014). La invención de problemas como tarea escolar. *Escuela Abierta: Revista de Investigación Educativa* 17, 29-40.
- Ayllon, M., Gomez, I., Ballesta, J. (2016). Pensamiento matemático y creatividad a través de la invención y resolución de problemas matemáticos. *Propósitos y representaciones*, 4(1),169-218. <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2016.v4n1.89>
- Chen, P. G. (2006). [Toward a more central role for mixed methods research] *Journal of Mixed Methods Research*, 1(3), 208-222.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 2(2), 125-143.
- Chua, PH y Toh, TL (2022). Desarrollar el planteamiento de problemas en un aula de matemáticas. *Revista de Hiroshima de Educación Matemática*, 15 (1), 99-112.
- Creswell, J. W. (2013). [Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches] Sage Publications.
- Hernández-Sampieri, R., & Mendoza, D. (2008). [Metodología de la investigación]. McGraw-Hill Interamericana.
- Krutetskii, V. A. (1969). An investigation of mathematical abilities in schoolchildren. En J. KilJ. ick e I. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol. 2, pp. 5-57). Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Polya, G. (1957). *How to solve it. A new aspecto of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México DF: Trillas.
- Puche, R., Puche, R. (2015). Enseñanza de las matemáticas a través de la formulación de problemas. *ECOE ciencia y cultura para América latina* 1ª. ed.232 p.
- Ramos, M. (2006). *Educadores creativos, alumnos creadores: Teoría y práctica de la creatividad*. Caracas: San Pablo.

Silver, E. A. (1994). Sobre la planteación de problemas matemáticos. *Para el aprendizaje de las matemáticas*, 14(1), 19–28. <http://www.jstor.org/stable/40248099>

Stoyanova, EN (1997). Ampliar y explorar la resolución de problemas de los estudiantes mediante la formulación de problemas.

Ulfah, U., Prabawanto, S., & Jupri, A. (2017, September). Students' mathematical creative thinking through problem posing learning. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 895, No. 1, p. 012097). IOP Publishing.

Anexos

Anexo A. Prueba diagnóstica:



Hola soy una artista callejera de Popayán me gusta hacer murales en las paredes y plasmar de arte la ciudad. Necesito ayuda para mezclar algunos de mis colores.



Tengo 9 latas de pintura amarilla pero no están completas están a la mitad, 11 latas de pintura azul, pero todas están a la mitad, y tengo ocho cuartos de pintura roja en 2 latas.



Para mi mural necesito 5 latas completas de color verde cada lata se obtienen al mezclar la mitad de una lata de pintura de color amarillo y la mitad de una lata de pintura de color azul, 3 latas de color naranja cada lata se obtienen al mezclar la mitad de una lata de pintura de color amarillo y la mitad de una lata de pintura de color rojo y 4 latas de color morado cada lata se obtienen al mezclar la mitad de una lata de pintura de color rojo y la mitad de una lata de pintura de color azul. Dime ¿ Cuánta pintura me sobra o me falta para pintar el mural después de realizar las mezclas necesarias para tener 5 latas de color verde, 3 latas de color naranja y 4 latas de color morado?



Soy un gato de la ciudad me gusta trepar arboles siempre he querido subir al más alto de mi barrio, pero no se diferenciarlos ayúdame a descubrir cual árbol es más bajo para que pueda treparlo y después saltar al siguiente y así hasta llegar al más alto. Tienen su medida en el tronco.



Tu padre te pide el favor de que lo acompañes al supermercado a comprar productos para la remesa de tu casa, después de realizar las compras te pide ayuda para que llesves las bolsas hasta la mitad del camino entre tu casa y el supermercado, la distancia del supermercado a tu casa es de 120 metros, la salida del super mide 20 metros, si por cada paso que das avanzas medio metro ¿cuántos pasos debes dar para llegar hasta la mitad del camino y que tu padre lleve los productos lo que resta del camino a casa?



Tengo en 1.000\$ pesos para compra dulces en el recreo, pero mi profesor me pide 500\$ pesos para cubrir los gastos de material y fotocopias para la próxima clase, mi amiga me pide prestado 200\$ pesos para las copias pues ella tiene ocho monedas de 50\$ pesos.

Anexo B. Taller 2:

- **Problema con diferencia, unión e intersección de conjuntos:** se propone a los estudiantes problemas en los que se debe utilizar las operaciones entre conjuntos estudiadas para resolverlos. Los estudiantes trabajarán en grupos para resolver los problemas y luego compartirán sus respuestas con la clase. A continuación, los problemas que se van a trabajar:

1. En una tienda de ropa hay dos secciones de productos en oferta. La sección A tiene camisetas, sudaderas y pantalones en oferta, mientras que la sección B tiene pantalones, faldas y vestidos en oferta. Ayuda a la tienda a encontrar:

- a) Todos los productos que están en oferta en alguna de las dos secciones.

$$R/A \cup B = \{\text{camisetas, sudaderas, pantalones, faldas, vestidos}\}$$

- b) Los productos que están en oferta en ambas secciones. |

$$R/A \cap B = \{\text{pantalones}\}$$

- c) Los productos que están en oferta sólo en la sección B.

$$R/B - A = \{\text{faldas, vestidos}\}$$

Anexo C. Taller 3.

Reconociendo el sistema decimal.

Nombres de los integrantes del grupo :

Resuelve los problemas y especifica los conceptos matemáticos que se movilizan

1. ¿Qué números faltan en cada serie?

a) Escribe los:

6	1		5	4	2
1		5	3		
3	4	2	1		6
			4	3	2
	5	4		3	1
	2		3	1	

b) Enuncia conceptos matemáticos que utilizaste en la solución.

c) Formula preguntas que podrías plantear a tu profesora respecto a los posibles cambios del tamaño de la cuadrícula

2. Continúa la serie:



Enuncia conceptos matemáticos que utilizaste en la solución

3. Completa con el signo > (mayor que) con el signo < (menor que) y con el signo = (igual que).

5 ___ 6, 7 ___ 25, 36 ___ 12, 95 ___ 94,

30 ___ 30, 155 ___ 156.

4. Para cada caso completa las series hasta el décimo término:

a) 5, 10, 15, 20 ...

b) 3, 6, 9, 12, ...

c) 99, 97, 95 ...

d) 150, 140 ...

e) Escribe otras series y a partir de ellas formula o escribe una pregunta para tu profesora

5. Representa en los ábacos los números 63, 42 y 57.



6. Escribe el número que representa los 3 ábacos de la segunda fila en el recuadro



a) Haz la descomposición decimal de los 6 números, obtenidos, de forma aditiva y multiplicativa

Anexo D. Taller 4.

Agregar y Quitar

Hola de nuevo, los siguientes ejercicios son para reforzar tus técnicas de sumar y restar, resuelve cada uno de ellos.

1. Completa la suma y la resta llenando los cuadros con los dígitos adecuados para que la suma coincida con el resultado:

a) $(1\Box + 5) = 15$

b) $(2\Box - 20) = 5$

c) $(3 + \Box) = 12$

2. Una reciente investigación encontró 5 tortugas adultas, cada una con un peso de 150 libras.

Teniendo en cuenta la información anterior, ¿cuánto pesan en total las 5 tortugas Carey adultas?



3. Imagina una situación en la cual necesites restar, escribe lo que imaginaste de manera ordenada y realiza la operación que pensaste.

4. Realiza las siguientes operaciones.

a) $457 - 320$.

b) $320 - 137$.

c) $137 - 98$.

d) $98 + 100 + 10 + 5 + 25 + 30 + 2$. (Recuerda que puedes usar la propiedad asociativa)

e) $570 - 85 + (16 - 15) - (90 - 10) - (200 - 96) + (100 - 97) - 305$.

5. En el día del amor y la amistad un restaurante de Popayán ofrece una promoción a las parejas, regalan un postre de 5.000\$ pesos a cada pareja, al finalizar el día al restaurante ingresaron 20 parejas. ¿Cuánto dinero gastó en los postres el restaurante?



Anexo E.taller 5.


¡Vamos a sumar y restar!

Una Técnica de sumar:
Las reglas que constituyen el algoritmo de la suma para **dos o más** sumandos son:


Escribe los sumandos uno debajo de otro de manera que **las unidades** de los diferentes números queden situadas una debajo de otras y se traza una raya horizontal debajo del sustraendo:

$$\begin{array}{r} 1237 \\ + 456 \\ \hline \end{array}$$

Los sumandos son los números que se van a sumar




Se suman las cifras que se encuentran en la columna de la derecha.



Escribe en las casillas la suma de las cifras

$$\begin{array}{r} \square \\ 1237 \\ + 456 \\ \hline \square \end{array}$$

Se suman las cifras que se encuentran en la **columna de la derecha**. Si el resultado de la suma es **mayor o igual que 10** se escriben las **unidades** en la columna y la cifra de las decenas se **añade a la suma de la columna siguiente**.



Escribe en las casillas la suma de las cifras

$$\begin{array}{r} \square \\ 1237 \\ + 456 \\ \hline \square \square \square \end{array}$$

Si el resultado de la suma es **menor que 10** se escribe en dicha columna debajo de la raya y se pasa a sumar la columna siguiente.


El número que aparece bajo la raya es la suma de dichos sumandos. Escribe el resultado

Una Técnica de restar:
Las reglas que constituyen el algoritmo de la resta para **dos o más** sumandos son:

Escribe el minuendo y debajo el sustraendo de manera que las unidades de un mismo orden de los dos números queden situadas en la misma columna uno debajo de otro y se traza una raya horizontal.

El minuendo es el numero mayor en la resta y el sustraendo es el numero menor en la resta.


$$\begin{array}{r} 6054 \\ - 321 \\ \hline \end{array}$$



Se restan las cifras que se encuentran en la columna de la derecha.

En la columna de la derecha, si la cifra del minuendo es mayor o igual que la del sustraendo se restan y el resultado se escribe en dicha columna debajo de la raya y se pasa a restar las cifras de la columna siguiente.


$$\begin{array}{r} 6054 \\ - 321 \\ \hline \square \square \end{array}$$



Escribe en las casillas la resta de las cifras

Si la cifra del **minuendo** es menor que la del sustraendo se le suman a la primera diez unidades, se efectúa la resta, se escribe el resultado en dicha columna debajo de la raya y se aumenta en una unidad la cifra del sustraendo situada en la columna siguiente. Se pasa a restar las cifras de la columna siguiente.

$$\begin{array}{r} 6054 \\ - 321 \\ \hline \square \square \end{array}$$



Escribe en las casillas la resta de las cifras

El número que aparece bajo la raya es la suma de dichos sumandos. Escribe el resultado

El Tesorero en Navidad.



Escribe tu nombre:

En esta actividad vamos a resolver problemas con ayuda de nuestros cálculos mentales y aplicando técnicas de suma y resta.

En una ciudad de Colombia se ha destinado un presupuesto de 899.950\$ pesos para regalar juguetes a los niños de un barrio por navidad, el encargado de manejar el dinero es el tesorero de la junta comunal. Después de recibir el presupuesto el tesorero realiza una lista con la cantidad de niños y niñas en el barrio, en total hay 25. Teniendo en cuenta esta información se deben conseguir al menos 25 juguetes con el dinero.



En una cacharrería venden juguetes a 34.000\$ pesos cada uno, el tesorero suma 25 veces 34.000\$ pesos y llega a un resultado de 850.000\$ pesos, es decir que el presupuesto de 899.950 alcanza para comprar 25 juguetes de 34.000\$, con lo que le sobra después de comprar los juguetes el tesorero compra 25 dulces de 500 cada uno es decir gasto 12.500\$ pesos en dulces.



Responde:

¿Porque el tesorero realizo una lista con el numero de niñas y niños en el barrio?

¿Por qué el tesorero sumo 25 veces 34.000?

¿Cuánto dinero le sobra al tesorero después de comprar los juguetes?

¿Cuánto dinero le sobra después de comprar los juguetes y los dulces?

¿Qué crees que hizo el tesorero con el dinero que sobro, qué opinas al respecto?

¿Cuánto dinero gasto el tesorero en los juguetes y los dulces?

¿Crees que a partir de la situación dada se puede formular otro problema distinto a los anteriores?



Anexo F. Taller 6.

Practica con una guía

- 1 En el barrio La Hacienda inaugurarán una biblioteca el mes entrante. Ayer llegaron 538 cajas con 37 libros cada una y hoy, 756 cajas con 42 libros cada una. Los libros recibidos en los dos días se dispondrán en 87 estantes con el mismo número de libros. ¿Cuántos libros ubicarán en cada estante?

Resuelve otros problemas

- 2 María Isabel quiere comprarse un computador de \$ 1 987 000. Si paga una cuota inicial de \$ 500 000 y el resto lo pagará en 36 meses, ¿cuánto pagará cada mes?



- 3 En un vivero vendieron 60 bultos de algodón a \$ 79 600 y 43 galones de fertilizante a \$ 73 190. ¿Cuánto dinero recibieron por la venta?



- 4 Durante cada una de las cuatro semanas del mes de enero, Rubén ahorró \$ 7 650. En las semanas de febrero, ahorró \$ 8 190. ¿Cuánto más ahorró en febrero que en enero?

- 5 Un depósito contenía 112 litros de agua. Con ella se llenaron tres cantinas iguales y dos garrafas de 15 litros cada una. En el depósito quedaron todavía 7 litros de agua. ¿Cuál era la capacidad de cada cantina?

Anexo G. Ejemplo de guía de plan de clase utilizada.

Plan de clase para el desarrollo de la temática denominada “Operaciones de conjuntos” para estudiantes de quinto grado de la IETI.	Institución.	Institución Educativa Técnico Industrial (IETI)
	grado.	Quinto
	Número de estudiantes.	37
	Plan de clase.	# 2
	Temática por trabajar.	Operaciones entre conjuntos.
	Practicante.	Lisbeth Fuertes
	Docente titular.	Carlos Collazos
	Fecha.	31/03/2023
Tiempo de clase.	45 minutos / Inicio: 7:15 am- Final: 8:10 am	

Objetivos de aprendizaje.

Al finalizar la clase el estudio del tema los estudiantes estarán en condiciones de:

- Definir el concepto de unión, intersección y diferencia de conjuntos.
- Identificar y hallar la unión, intersección y diferencia de conjuntos.
- Resolver problemas que involucren la unión, intersección y diferencia de conjuntos.
- Formular problemas que involucren la unión, intersección y diferencia de conjuntos.
- Reconocer la utilidad de la unión, intersección y diferencia de conjuntos en situaciones cotidianas

Estándares de aprendizaje.

- Identificar conjuntos, elementos de un conjunto y la relación de pertenencia.
- Realizar operaciones con conjuntos: unión, intersección y diferencia y aplicarlas en la resolución de problemas.
- Reconocer y representar situaciones cotidianas mediante diagramas de Venn y tablas de doble entrada.
- Reconocer y utilizar las operaciones entre conjuntos para resolver problemas
- Reconoce la unión, intersección y diferencia de conjuntos como una operación fundamental en el estudio de las matemáticas.
- Aplica la unión, intersección y diferencia de conjuntos para resolver problemas de la vida cotidiana.

Actividades de aprendizaje.

- Introducción y discusión sobre los conceptos previos (unión e intersección de conjuntos de conjuntos). En esta actividad, empieza con un repaso breve de los conceptos de conjunto y elementos de un conjunto que los estudiantes han aprendido previamente. Se les pedirá que compartan cualquier experiencia que hayan tenido previamente con la unión o intersección de conjuntos.

Se tendrá en cuenta la definición de George Cantor de **Conjunto**.

“De acuerdo con la definición intuitiva de Cantor un conjunto es cualquier colección C de objetos determinados y bien distintos x , de nuestra percepción o nuestro pensamiento (que se denominan elementos de C), reunidos en un todo.

Un conjunto queda definido si es posible describir completamente sus elementos. El procedimiento más sencillo de descripción es nombrar cada uno de sus elementos, se llama definición por extensión; es conocida la notación de encerrar entre llaves los elementos del conjunto”.

Unión de conjuntos: “Sean A y B conjuntos cualesquiera la unión de A y B notada $A \cup B$ es el conjunto constituido por todos aquellos elementos que o bien pertenecen solamente a A o bien pertenecen solamente a B , o pertenecen a A y a B simultáneamente, es decir:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}”$$

(Muñoz, José M. Introducción a la Teoría de Conjuntos. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2002)

Intersección de conjuntos: “Sean A y B conjuntos cualesquiera la intersección de A y B notada $A \cap B$ es el conjunto constituido por todos aquellos elementos que pertenecen simultáneamente a A y a B , es decir:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \in B\}”$$

(Muñoz, José M. Introducción a la Teoría de Conjuntos. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2002)

- Definir y explicar de la **diferencia de conjuntos**: En esta actividad, se debe definir la diferencia de conjuntos y explicar cómo se representa utilizando la notación de conjuntos. Utilizando la siguiente definición:

“Sean A y B conjuntos cualesquiera la diferencia de A y B denotada por $A - B$ (léase A menos B) es el conjunto constituido por todos los elementos de A que no están en B , es decir:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ y } x \notin B\} = \{x \in A \mid x \notin B\}”$$

(Muñoz, José M. Introducción a la Teoría de Conjuntos. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 2002)

Además, se utilizarán algunos ejemplos concretos para ilustrar la diferencia de conjuntos y demostrar cómo se realiza:

1.

Por ejemplo,

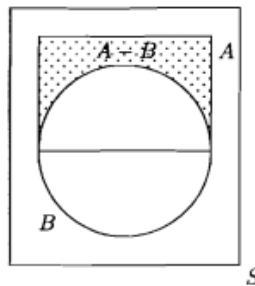
$$\{2, 3, 7, 5, 4\} - \{0, 5, 1, 3, 8\} = \{2, 7, 4\} \text{ y}$$
$$\{0, 5, 1, 3, 8\} - \{2, 3, 7, 5, 4\} = \{0, 1, 8\}.$$

2. Si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{b, d\}$, la diferencia de conjuntos es

$$A - B = \{a, c\}.$$

3. Si $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{c, d, e, f\}$, entonces $A - B = \{a, b\}$

4. En el diagrama, $A - B$ es la parte punteada:



Finalmente, en esta actividad se utilizará la siguiente estrategia didáctica.

- Identificación de la diferencia de conjuntos: En esta actividad se va a proporcionar a los estudiantes un conjunto de ejemplos en los que tendrán que identificar la intersección de dos o más conjuntos a través de ejercicios en los que los estudiantes buscarán la diferencia de dos conjuntos y escribir la respuesta en la notación de conjuntos. A continuación, los ejemplos que se van a trabajar:
 1. Conjunto $A = \{\text{perro, gato, pájaro, pez}\}$, conjunto $B = \{\text{perro, caballo, vaca}\}$, conjunto $C = \{\text{perro, pez, conejo}\}$. Encuentra la diferencia de A , B y C .
 2. Conjunto $A = \{\text{Juan, Ana, Pedro, María}\}$, conjunto $B = \{\text{Pedro, Luis, Isabel, Ana}\}$, conjunto $C = \{\text{Juan, Pedro, Luis, María}\}$. Encuentra la diferencia de A , B y C .
 3. Conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, conjunto $B = \{2, 4, 6, 8\}$. Encuentra la intersección, unión y diferencia de A y B .
 4. Conjunto $A = \{\text{matemáticas, física, química, biología}\}$, conjunto $B = \{\text{español, inglés, francés, literatura}\}$, conjunto $C = \{\text{historia, geografía, ciencias sociales}\}$.

ética}, conjunto $D = \{\text{educación física, música, arte, teatro}\}$. Encuentra la intersección, unión y diferencia de A, B, C y D

En cada caso, los estudiantes tendrán que identificar los elementos comunes y diferentes en ambos conjuntos y escribirlos en la notación de conjuntos.

- Problemas con diferencia, unión e intersección de conjuntos: se propone a los estudiantes problemas en los que se debe utilizar las operaciones entre conjuntos estudiadas para resolverlos. Los estudiantes trabajarán en grupos para resolver los problemas y luego compartirán sus respuestas con la clase. A continuación, los problemas que se van a trabajar:

1. En una clase de literatura, se leyeron tres libros: "Cien años de soledad", "La casa de los espíritus" y "El amor en los tiempos del cólera". Si Ana y Carlos leyeron los tres libros, María y Ana leyeron "Cien años de soledad" y "El amor en los tiempos del cólera", y Juan y Carlos leyeron "La casa de los espíritus" y "El amor en los tiempos del cólera"

1. ¿Qué libro leyeron todos los estudiantes?
2. ¿Qué libro leyó Carlos que no haya leído María?

2. Sigue los siguientes pasos:

1. Escribe en un conjunto los nombres de tus hermanos
2. Escribe en otro conjunto los nombres de tus primos
3. Realiza la unión de los dos conjuntos
4. Responde: si realizas la unión de los dos conjuntos podrías decir que en la unión de los conjuntos se encuentran todos los familiares cercanos a ti o todos los familiares lejanos? Explica tu respuesta.
5. Realiza el ejercicio con los familiares lejanos a ti.

3. Si tenemos un conjunto que representa los órganos del sistema respiratorio: {nariz, faringe, laringe, tráquea, bronquios, pulmones} y el Conjunto de los órganos del sistema circulatorio: {corazón, arterias, venas, capilares, sangre}.

Responde:

1. ¿Cuáles son todos los órganos que intervienen tanto en el sistema respiratorio como en el sistema circulatorio del cuerpo humano?

R/ Conjunto de órganos que intervienen en ambos sistemas: {nariz, faringe, laringe, tráquea, bronquios, pulmones, corazón, arterias, venas, capilares, sangre}

2. ¿Cuáles son los órganos que forman parte del sistema respiratorio como del sistema circulatorio del cuerpo humano?

R/ Conjunto de órganos que forman parte de ambos sistemas: {corazón, arterias, venas, capilares, sangre}

3. ¿Cuáles son los órganos que pertenecen únicamente al sistema respiratorio y no al sistema circulatorio del cuerpo humano?

R/ Conjunto de órganos que pertenecen únicamente al sistema respiratorio: {nariz, faringe, laringe, tráquea, bronquios, pulmones}

4. En una tienda de ropa hay dos secciones de productos en oferta. La sección A tiene camisetas, sudaderas y pantalones en oferta, mientras que la sección B tiene pantalones, faldas y vestidos en oferta. Ayuda a la tienda a encontrar:
- a) Todos los productos que están en oferta en alguna de las dos secciones.

R/ $A \cup B = \{\text{camisetas, sudaderas, pantalones, faldas, vestidos}\}$

- b) Los productos que están en oferta en ambas secciones.

R/ $A \cap B = \{\text{pantalones}\}$

- c) Los productos que están en oferta sólo en la sección B.

R/ $B - A = \{\text{faldas, vestidos}\}$

Evaluación y retroalimentación.

- Evaluar el aprendizaje de los estudiantes a través de la observación directa, preguntas orales y escritas y ejercicios de práctica.
- Proporcionar retroalimentación a los estudiantes sobre su desempeño y corregir errores.
- Se evaluará el desempeño de los estudiantes durante la resolución de los ejercicios y problemas en grupo y su participación en la discusión en grupo.
- Se brindará retroalimentación individual y grupal a los estudiantes sobre sus fortalezas y debilidades en la comprensión y aplicación de las operaciones de conjuntos.
- Proporcionar retroalimentación inmediata a los estudiantes durante las actividades.
- Realizar un taller escrito al final de la clase (taller propuesto por el docente titular, el cual expreso que se debía realizar).

Materiales y recursos.

- Tablero y marcadores.
- Hojas de trabajo y ejercicios de práctica.
- Recursos didácticos.

- Ejemplos y problemas de intersección de conjuntos.
- Hojas de papel y lápices para los estudiantes.
- Ejemplos de situaciones cotidianas.

Cronograma.

Hora	Actividad
7:15 - 7:25	Introducción y repaso de conceptos previos
7:25 - 7:40	Definición y explicación de la diferencia de conjuntos
7:40 - 7:55	Ejemplos concretos y demostración de diferencia de conjuntos
7:55 - 8:00	Ejercicios de identificación de diferencia de conjuntos
8:00 - 8:05	Retroalimentación y cierre de clase

Anexo H. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas.

Tabla 1. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático, la resolución y la formulación de problemas.

Criterios de evaluación				
	Bajo 1.0-2.9	Básico 3.0-3.9	Alto 4.0-4.5	Superior 4.6-5.0
Fluidez procedimental	Comete errores en las operaciones y sus relaciones	Comete errores en las operaciones y sus relaciones con frecuencia	Comete errores en las operaciones y sus relaciones con poca frecuencia	No comete errores en las operaciones y sus relaciones
Competencia estratégica	No formula estrategias	Fórmula estrategias con dificultad y que no son claras	Fórmula estrategias coherentes las cuales presentan efectividad	Formula estrategias con facilidad, claras y efectivas además las adapta a otras situaciones y contextos.
Razonamiento adaptativo	No argumenta y no demuestra razonamiento lógico o capacidad de reflexión	Su razonamiento no es claro, demuestra capacidades de reflexión y lógica con dificultad.	Razona con lógica y coherencia, demuestra capacidades de reflexión	Argumenta con lógica demuestra capacidades de reflexión y las utiliza con facilidad de manera creativa e innovadora en diversas situaciones y contextos.
Disposición productiva	No considera las matemáticas útiles, no es capaz de identificar utilidad en situaciones cotidianas	Reconoce algunas aplicaciones de las matemáticas, pero presenta dificultades para expresar su utilidad	Reconoce algunas aplicaciones de las matemáticas y explica la utilidad utilizando ejemplos relacionados con la vida cotidiana	Reconoce las aplicaciones de las matemáticas en diversas situaciones y contextos, explica su utilidad con facilidad y coherencia.

Anexo I. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático

Tabla 2. Rúbrica de evaluación para evaluar el razonamiento matemático.

Criterios de evaluación	Bajo 1.0-2.9	Básico 3.0-3.9	Alto 4.0-4.5	Superior 4.6-5.0
Realización de conjeturas matemáticas.	Realiza conjeturas matemáticas inadecuadas a través de la observación de casos concretos.	Realiza conjeturas matemáticas poco adecuadas a través de la observación de casos concretos y las comprueba.	Realiza conjeturas matemáticas adecuadas en situaciones cotidianas y las comprueba a través de ejemplos.	Realiza conjeturas matemáticas adecuadas en situaciones cotidianas, las comprueba y, si hace falta, las mejora.
Razonamiento adaptativo	No argumenta y no demuestra razonamiento lógico o capacidad de reflexión	Su razonamiento no es claro, demuestra capacidades de reflexión y lógica con dificultad.	Razona con lógica y coherencia, demuestra capacidades de reflexión	Argumenta con lógica demuestra capacidades de reflexión y las utiliza con facilidad de manera creativa e innovadora en diversas situaciones y contextos.

Anexo J. Rúbrica de evaluación para evaluar la resolución de problemas matemáticos.

Tabla 3. Rúbrica de evaluación para evaluar la resolución de problemas matemáticos

Criterios de evaluación	Bajo 1.0-2.9	Básico 3.0-3.9	Alto 4.0-4.5	Superior 4.6-5.0
Traducción de un problema a una representación matemática, comprendiendo la situación, los datos que aporta y el contexto.	Explica un problema con lenguaje propio básico, con muchas omisiones y/o errores.	Explica un problema con lenguaje propio explicando la situación, pero olvida algunos datos y/o el contexto.	Traduce un problema a lenguaje matemático comprendiendo y explicando la situación, los datos que aporta y el contexto, pero el lenguaje es básico.	Traduce un problema a lenguaje matemático, comprendiendo y explicando la situación, los datos que aporta y el contexto.
Comunicación y argumentación de la solución de un problema.	Da la solución de un problema con conceptos matemáticos de forma incorrecta.	Explica la solución de un problema con conceptos matemáticos poco adecuados interpretando la pregunta en su contexto y valora si el resultado es razonable.	Explica la solución de un problema con conceptos matemáticos interpretando la pregunta en su contexto y comprobando si el resultado es razonable	Explica la solución de un problema con lenguaje matemático argumentando a través de la comprobación del resultado si es razonable y correcta.
Fluidez procedimental	Comete errores en las operaciones y sus relaciones	Comete errores en las operaciones y sus relaciones con frecuencia	Comete errores en las operaciones y sus relaciones con poca frecuencia	No comete errores en las operaciones y sus relaciones

Anexo K. Rúbrica de evaluación para evaluar la formulación de problemas.

Tabla 4. Rúbrica de evaluación para evaluar la formulación de problemas.t

Criterios de evaluación	Bajo 1.0-2.9	Básico 3.0-3.9	Alto 4.0-4.5	Superior 4.6-5.0
Formulación de preguntas para crear o resolver un problema.	Hace preguntas inadecuadas para crear o resolver un problema de forma correcta.	Hace preguntas de forma poco adecuada para crear o resolver un problema de forma correcta.	Es capaz de realizar una pregunta adecuada para crear o resolver un problema correctamente	Hace dos o más preguntas adecuadas para crear y/o resolver un problema correctamente.
Disposición productiva	No considera las matemáticas útiles, no es capaz de identificar utilidad en situaciones cotidianas	Reconoce algunas aplicaciones de las matemáticas, pero presenta dificultades para expresar su utilidad	Reconoce algunas aplicaciones de las matemáticas y explica la utilidad utilizando ejemplos relacionados con la vida cotidiana	Reconoce las aplicaciones de las matemáticas en diversas situaciones y contextos, explica su utilidad con facilidad y coherencia.