

REPRESENTACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: UN ESTUDIO CON
ESTUDIANTES DE GRADO 8° DE BÁSICA SECUNDARIA



ROBERT HERRERA VALDEZ
OMAR DE JESÚS LASCARRO TAPIAS
RAQUEL LILIANA PALACIOS DIAZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CINECIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACION
MAESTRIA EN EDUCACION
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
BUENAVENTURA, ABRIL DE 2018

REPRESENTACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS: UN ESTUDIO CON
ESTUDIANTES DE GRADO 8° DE BÁSICA SECUNDARIA

Trabajo de Grado para optar al título de Magister en Educación

ROBERT HERRERA VALDEZ

OMAR DE JESÚS LASCARRO TAPIAS

RAQUEL LILIANA PALACIOS DIAZ

DIRECTOR

MG. WILLINGTON BENÍTEZ CHARÁ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CINECIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACION
MAESTRIA EN EDUCACION
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
BUENAVENTURA, ABRIL DE 2018

Agradecimientos

La manera más hermosa de decir “muchas gracias”, es cuando esas palabras nacen y se dicen espontáneamente.

“El agradecimiento es la memoria del corazón.”

Agradecemos profundamente:

A Dios todopoderoso, nuestro mejor aliado

Al Ministerio de Educación Nacional, por el apoyo financiero brindado para adelantar nuestros estudios de Maestría con su programa de becas para la Excelencia Docente, en la convocatoria 2015-1 para el municipio de Buenaventura, Secretaría Distrital.

A la Universidad del Cauca por brindarnos un espacio de enseñanza- aprendizaje, dándonos la oportunidad de mejorar nuestras prácticas como docentes.

A nuestras familias por el apoyo incondicional que nos han brindado.

A los docentes y compañeros de clase por ofrecernos su amistad y ayuda para alcanzar una de nuestras más anheladas metas.

A todas aquellas personas que contribuyeron directa o indirectamente con sus consejos, pláticas, buenos momentos y razonamientos lógicos que simplemente nos hicieron pensar

A todos, Muchas Gracias

Robert, Omar y Raquel.

Dedicatoria

Ofrecemos este trabajo a nuestro Padre Eterno, el gran artesano de la creación
y a nuestras familias por su apoyo incondicional, aunque silencioso.

Tabla de contenido

RESUMEN.....	8
SUMMARY	9
INTRODUCCIÓN.....	10
PARTE I. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	12
CAPÍTULO 1. DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y DE LA ESTADÍSTICA	12
1.1. Didáctica de las Matemáticas.....	12
1.2. Didáctica de la Estadística.....	14
1.3. Hacia dónde va la Estadística.....	16
1.4. Didáctica de la Estadística dentro de la Estadística.....	18
1.5. La Estadística.....	19
1.5.1. Gráficos estadísticos.....	21
1.6. Marco legal de enseñanzas en matemáticas para Colombia.....	24
1.6.1. Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas.....	25
1.6.2. Estándares básicos de competencia para el área de matemáticas.....	27
1.6.3. Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA).....	29
1.7. Estadística en el currículo de las matemáticas en Colombia.....	31
1.7.1. Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en el currículo de las matemáticas para Colombia.....	32
1.7.2. Estándares básicos de competencias en matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.....	34
1.7.3. Tablas y gráficos en el contexto escolar colombiano en la enseñanza de la estadística.....	35
1.8. Niveles de la comprensión de gráficas Estadísticas.....	37
1.9. Dificultades de los estudiantes en la interpretación de tablas y gráficos estadísticos.....	45
CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES DEL ESTUDIO.....	50
2.1. Introducción.....	50
2.2. Marco contextual.....	50
2.3. Investigaciones sobre gráficos estadísticos.....	52
PARTE II. EL ESTUDIO.....	59

CAPÍTULO 3. DIFICULTADES EN LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS	59
3.1. Dificultades de los estudiantes para leer e interpretar los gráficos estadísticos.	59
3.2. Metodología	63
3.3. Investigación cualitativa	63
3.3.1. Sujetos participantes	64
3.3.2. Instrumentos utilizados	67
3.3.3. Secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del grado octavo (8) Institución Educativa Diocesana.	67
PARTE III. DISCUSIÓN Y ANALISIS DE RESULTADOS	72
CAPÍTULO 4. RESULTADOS	72
4.1. Reflexión sobre la situación escolar de la estadística	72
4.2. Resultados de la primera prueba aplicada	73
4.3. Resultados de la segunda prueba aplicada	75
CAPÍTULO 5. ANALISIS DE RESULTADOS	79
5.1. Ejecución y análisis de resultados	79
5.1.1. Primera prueba aplicada	79
5.1.2. Segunda prueba aplicada	84
CAPÍTULO 6. Discusión de resultados	87
CONCLUSIONES	90
CONSIDERACIONES FINALES	94
BIBLIOGRAFÍA	98
ANEXOS	102
ANEXO A	102
ANEXO 1	106
ANEXO 2	110
ANEXO B	113

Lista de Tablas

Tabla 1	Estándares de Pensamiento Aleatorio y Sistemas de datos	34
Tabla 2.	Criterios según Curcio (1987) y Friel, Curcio y Brigh (2001).....	46
Tabla 3	Resultados de la prueba diagnóstica de 120 estudiantes.	65
Tabla 4	Tomada del Banco de preguntas Saber 2008	66
Tabla 5.	Miembros de familia	69
Tabla 6.	Equipos de fútbol preferidos	69
Tabla 7.	Deporte preferido	76
Tabla 8.	Relación tabla con gráfica (Prueba saber).....	76

Lista de Gráficos

Gráfico 1	Estructura curricular de las matemáticas (MEN, 1998b, p.20)	26
Gráfico 2	Estructura Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006. p.77).	28
Gráfico 3	Sabores de helados, pregunta 1. Tomada del banco de preguntas Saber 2008.....	65
Gráfico 4	Títulos de equipos de fútbol colombiano	70
Gráfico 5.	Títulos de equipos de fútbol colombiano 2	71
Gráfico 6.	Días de la semana (pruebas Saber 2008).....	74
Gráfico 7.	Actividad laboral (pruebas Saber 2014).....	76
Gráfico 8.	Lugares reconocidos de Buenaventura.....	77
Gráfico 9.	Imagen de sabores de helados, pregunta 1.	80
Gráfico 10.	Relacionada con la tabla 3.....	81
Gráfico 11.	Relacionada con la tabla 3.....	82
Gráfico 12.	Relacionada pregunta 5 anexo 1.....	83
Gráfico 13.	Relacionada pregunta 6 anexo 1.....	83
Gráfico 14.	Relacionada pregunta 3 anexo 2.....	86

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tiene por objetivo describir y conocer que dificultades presentan los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Diocesana Jesús Adolescente para leer e interpretar gráficas estadísticas. Usamos una metodología de investigación cualitativa pues nos interesa describir cuales son las dificultades que presentan al leer e interpretar gráficas estadísticas. En nuestro trabajo tomamos como marco los niveles de lectura propuestos por Curcio (1987) para identificar la lectura que realizan los estudiantes sobre información presentada en tablas o gráficos de barras. También consideramos a modo de conclusión que los estudiantes poseen un nivel muy elemental de conocimientos estadísticos, no alcanzan a empoderarse de los conocimientos básicos y específicos orientados por los estándares en el área de matemáticas en el pensamiento aleatorio y no manejan los saberes claves que determinan los DBA de acuerdo con el grado octavo ni los de los grados anteriores

Palabras claves: Tablas, gráficos, lectura, interpretación, estadística, Matemáticas, Estudiantes

SUMMARY

The objective of this research is to describe and know what difficulties eighth grade students of the Adolescent Diocesan Educational Institution present to read and interpret statistical graphs. We use a qualitative research methodology because we are interested in describing the difficulties that arise when reading and interpreting statistical graphs. In our work, we take as a framework the reading levels proposed by Curcio (1987) to identify the reading that students make about information presented in tables or bar graphs. We also consider as a conclusion that students have a very elementary level of statistical knowledge, do not achieve to be empowered by the basic and specific knowledge guided by the standards in the area of mathematics in random thinking and do not handle the key knowledge that determines the DBA according to the eighth grade or those of the previous grades

Keywords: Tables, graphics, reading, interpretation, statistics, Mathematics, Students

INTRODUCCIÓN

Hoy en día la estadística es parte integral de la era de la información emergente, pues en muchos sectores de la sociedad, son necesarios datos y evidencias para la toma de decisiones.

La estadística se ha incorporado en forma generalizada a los programas de estudio dentro de los currículos de la mayoría de los países, pero la asimilación y comprensión de las nociones y métodos estadísticos no ha sido el esperado.

La enseñanza de la Estadística y probabilidad favorece el desarrollo del niño, y sirve de instrumento para el aprendizaje de otras áreas curriculares como ciencias naturales, comunicación, personal social, etc. Diversas investigaciones destacan la importancia de su aprendizaje como Arteaga (2011), Medina, L. (2011), Méndez, M. y Ortiz, M. (2012), Díaz, D. (2014) Curcio, (1987). Estas investigaciones nos dieron muchas pistas acerca de lo que implica la lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos

La investigación se ha organizado en seis capítulos:

En el primer capítulo presentamos el marco teórico seleccionado para la investigación. Se parte del estudio de la didáctica de las matemáticas y de la educación estadística y algunas investigaciones relacionadas con el objeto de estudio: tablas y gráficos estadísticos; teniendo en cuenta el trabajo realizado por Curcio (1987-1989)

En el segundo capítulo presentamos los antecedentes del estudio en donde en primer lugar se describe el contexto en que se realizó la investigación, y

posteriormente investigaciones sobre gráficos estadísticos y las principales dificultades que presentan los estudiantes al leerlos e interpretarlos

En el tercer capítulo contiene el problema y la justificación de nuestra investigación. Adicionalmente, formulamos la pregunta de investigación y sus objetivos.; y se describe la metodología a utilizar y se caracteriza los sujetos de investigación.

En el cuarto y quinto capítulo, se presentan los resultados y el respectivo análisis teniendo en cuenta entre otros los estudios de Curcio

Finalmente, en el capítulo 6 presentamos el análisis y las conclusiones y las consideraciones finales de la investigación

PARTE I. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

CAPÍTULO 1. DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS Y DE LA ESTADÍSTICA

1.1. Didáctica de las Matemáticas.

Tras varias décadas de investigación, son variadas las investigaciones sobre la didáctica de las matemáticas (Vasco, 1990; Godino, 2010.; Brousseau G. , 1986; Font, 2005) para llegar a considerarla como una disciplina científica.

En este sentido, a pesar de lo anterior, la didáctica de las matemáticas es una *disciplina científica joven* que se dedica a identificar y a explicar fenómenos, y a tratar de resolver problemas, relacionados con la *enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*; los cuales se pueden manifestar dentro y fuera de la escuela.

Son variadas las definiciones o concepciones de la didáctica de la matemática a través del tiempo de acuerdo con diversos investigadores:

Quevedo (2005) sostiene que:

... “en los últimos treinta años, ha aparecido bajo el nombre de Didáctica, una tentativa de numerosos investigadores, entre ellos Brousseau, que se esfuerzan en una reflexión teórica sobre el objeto y los métodos de investigación específicos en Didáctica de la Matemática para construir una ciencia de la comunicación de los conocimientos y saberes, y de sus transformaciones y el estudio de sus efectos sobre los protagonistas y sus producciones. Así esta ciencia se interesa en lo que los

fenómenos educativos tienen como especificidad: —los conocimientos que se quieren alcanzar, y la manera cómo esos conocimientos son empleados para la satisfacción de las necesidades de los hombres que viven en sociedad”

Por su parte, Escudero (1981) afirma que:

... “la Didáctica de la Matemáticas está referida a la ciencia del desarrollo de planificaciones realizadas en la enseñanza de las Matemáticas. Los objetos que intervienen son: estudiantes, contenidos matemáticos y agentes educativos. Sus fuentes de investigación son los alumnos, situaciones de enseñanza-aprendizaje, puesta en juego de una situación Didáctica y los fenómenos didácticos. Tiene como objetivo observar la producción de los alumnos y analizarla desde tres puntos de vista: estructura Matemática, estructura curricular y estructura cognitiva y operacional”

Godino (2010), citando a Brousseau considera, la didáctica como "una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos" (Brousseau, 1989; pág. 3).

En consideraciones sobre Didáctica de la Matemática, en la sección temas de didáctica (2010):

“La Didáctica de la Matemática como ciencia no aparece como un cuerpo que pueda estudiarse en forma secuencial, sino que abarca, desde distintos puntos de vista, todo un campo de problemas que se refieren al —triángulo didáctico: alumno-saber-maestro es elevar la calidad del proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática y determina la

necesidad de un conjunto de acciones que contribuyen al cumplimiento de los objetivos propuestos”¹

Chevallard (1991) sostiene que la Didáctica de la Matemática es elevar la calidad del proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática, y determina la necesidad de un conjunto de acciones que contribuyen al cumplimiento de los objetivos propuestos; debe tener en cuenta su carácter básico y su independencia entre sus virtudes, su indudable aporte para desarrollar las capacidades de razonamiento, utilidad, su poder explicativo, y su creación Matemática. Se trata de consolidar la formación Matemática de manera que permita dominar los contenidos básicos, conocer, saber utilizar y valorar los materiales, recursos y medios cuya utilización sea de ayuda para favorecer una enseñanza y aprendizaje significativo de la Matemática

Al igual que la didáctica de la matemática, ha avanzado en los últimos años en la cual sobresalen importantes investigaciones en el campo de las matemáticas, de manera particular en cada una de sus ramas se viene trabajando a la par; este es el caso de la didáctica de la estadística, donde se destacan varias investigaciones y varios teóricos en este campo como Godino y Batanero

1.2. Didáctica de la Estadística

Al igual que la didáctica de las matemáticas se ha hecho un espacio en el campo de la didáctica; la didáctica de la estadística se viene abriendo espacio por parte de grupos de investigación a nivel mundial

¹ <http://www.mendomatica.mendoza.edu.ar>. Revista N°21 – Octubre, de 2010. Sección temas de Didáctica

Batanero (1998) ha realizado importantes avances en el campo de la educación estadística, en este aspecto, entre otros, afirma que:

“...el interés por la enseñanza de la estadística, dentro de la educación matemática, viene ligado al rápido desarrollo de la estadística como ciencia y como útil en la investigación, la técnica y la vida profesional, impulsado por la difusión de los ordenadores, el crecimiento de su potencia y rapidez de cálculo y las posibilidades de comunicación”

Y anexa que:

“Los materiales didácticos, el software educativo, investigaciones, revistas, reuniones y congresos sobre la enseñanza de la estadística han crecido espectacularmente en los últimos años. La atención por las cuestiones didácticas y por la formación de profesionales y usuarios de la estadística ha sido reiterativa”

El desempeño de la estadística dentro de la didáctica de las matemáticas incluye el interés por la dinámica de la enseñanza de la estadística como ciencia y de gran utilidad en cuanto a investigación se refiere, la técnica y la vida profesional, fomentado por la resonancia de los ordenadores que cada día enmarcan nuevas tendencias con sus procesos ágiles y versátiles que presentan mediante las comunicaciones, facilitando el uso de la estadística a un sin número de personas, generando una gran demanda en la formación básica en esta materia, la cual se encomienda de manera, que no en las universidades, si no a los profesores de matemáticas.

Y, Batanero (2000) continúa afirmando:

Los nuevos currículos de educación primaria y secundaria incluyen en forma generalizada recomendaciones sobre la enseñanza de la estadística. Sin embargo, en la práctica son todavía pocos los profesores que incluyen este tema y en otros casos se trata muy brevemente o en forma excesivamente formalizada

Es importante inducir a los estudiantes en el aprendizaje de la estadística los cuales tienen capacidades y actitudes variables, e incluso a los que siguen un bachillerato no científico, que poseen menos grados de conocimientos menor que la de sus compañeros.

Cada vez la estadística y la educación estadística toman más importancia para comprender situaciones de la vida cotidiana, en la cual se debe comprender y entender cifras estadísticas para obtener un conocimiento real de la situación presente; en este sentido tanto investigadores como docentes nos debemos preparar para los cambios educativos que exige la sociedad en pro del mejoramiento de la disciplina.

1.3. Hacia dónde va la Estadística

Según Batanero (2000) en documento extenso sobre la estadística y la educación estadística afirma:

La educación estadística ha sido una preocupación crucial del Instituto Internacional de Estadística (ISI) desde su fundación en 1885, y esta preocupación se concretó oficialmente en 1948 en el establecimiento del Comité de Educación, encargado de promover la formación estadística, colaborando, para este fin, con la UNESCO y otros organismos internacionales, especialmente en un momento histórico donde había que mejorar la información estadística en los países en vías de desarrollo, donde se veía la necesidad de preparar a suficientes cantidad de técnicos estadísticos en estos países

Las responsabilidades del Comité de Educación incluyeron el desarrollo de diplomaturas y licenciaturas en estadística en los que se formarían los profesores y técnicos estadísticos. Una de las primeras actividades de este comité fue la creación de los Centros de Internacionales de Educación Estadística (ISEC) en Calcuta y Beirut, para atender las necesidades formativas de los países de su respectivo entorno

geográfico. Este año se han cumplido 50 años de funcionamiento ininterrumpido del ISEC de Calcuta que estuvo dirigido por estadísticos tan prestigiosos como Mahalanobis y Rao.

Y añade:

El objetivo principal de IASE es el desarrollo y mejora de la educación estadística en el ámbito internacional. Sus miembros son personas interesadas en la enseñanza de la estadística en cualquiera de los niveles educativos, el desarrollo de software estadístico, la enseñanza de la estadística en empresas o industria, preparación de expertos estadísticos para las unidades estadísticas en el gobierno y el desarrollo curricular, libros de texto y materiales didáctico.

A la vista de todas estas posibilidades, surge la pregunta de hacia dónde va la Educación estadística y que tipo de enseñanza tendrá lugar en el futuro (Hawkins, 1997). Es difícil dar una respuesta, aunque los libros de texto se empiezan a transformar a ediciones electrónicas e incluso en formato accesibles a la consulta, modificación y sugerencias a través de Internet. Es también sencillo obtener datos de todo tipo para que los estudiantes puedan realizar investigaciones sobre casi cualquier tema, incluso con pocos recursos disponibles.

El profesor puede cargar estos conjuntos de datos desde Internet e introducirlos en los ordenadores o las calculadoras gráficas de los alumnos que tienen una difusión mucho mayor. De este modo los alumnos pueden trabajar con los datos en casa o exportarlos a otros ordenadores o calculadoras. También pueden combinar diferentes conjuntos de datos en un mismo proyecto o "enviar" a la red sus propias colecciones de datos para que sean usadas por nuevos estudiantes en cualquier rincón del planeta.

Batanero (2000) citando a Watson (1998) afirma:

Las listas de discusión entre profesores o entre alumnos, la "tutoría" de alumnos a distancia, cuando el trabajo del alumno no permite la comunicación directa con el profesor son ya hechos cada vez más cercanos y ya están siendo implementados en forma experimental en algunas escuelas y universidades, como, por ejemplo, la experiencia australiana de formación a distancia de profesores”

La rapidez del cambio tecnológico hace previsible la extensión de estas nuevas formas de enseñanza y aprendizaje en un plazo de tiempo no muy lejano.

Como se puede ver la estadística y la educación estadística como campo de investigación avanza a pasos agigantados, y se han constituido en disciplinas esenciales en la mayoría de los campos del saber. Como profesores formadores de nuevas generaciones tenemos que propender por insertarnos en estos campos y asumir los desafíos y retos que nos plantean.

1.4. Didáctica de la Estadística dentro de la Estadística

Batanero (2000) afirma:

La educación estadística es importante para el desarrollo de un país, ya que el sistema estadístico de cada país debe producir estadísticas fiables necesarias para la toma de decisiones acertadas y precisas tanto en el aspecto económico, social y político.

La educación estadística es importante para todos, ya que se pueden obtener datos estadísticos que se pueden interpretar y éstos a su vez sirven para tomar decisiones basadas en esta información, siendo ello un motor del desarrollo para cualquier país.

La educación estadística ha sido una preocupación crucial y esta preocupación se concretó oficialmente en 1948 en el establecimiento del *Comité de Educación*, encargado de promover la formación estadística, colaborando, para este fin, con la *UNESCO* y otros organismos internacionales. Con el fin de mejorar la situación de los países con problemas económicos, sociales, y demás fue prioritario mejorar la información estadística en los países en vías de desarrollo, lo que implicaba la necesidad de preparar suficiente número de técnicos estadísticos en estos países.

Las responsabilidades del Comité de Educación incluyeron el desarrollo de diplomaturas y licenciaturas en estadística en los que se formarían los profesores y técnicos estadísticos.

1.5. La Estadística

La Estadística es una disciplina relativamente nueva para muchos profesores. Esta disciplina ha entrado a hacer parte del plan de estudios de varios programas a nivel universitario y de manera particular en el contexto colombiano en la educación básica y media se considera parte de las matemáticas y se incluye como uno de los pensamientos.

Aunque es difícil acordar una definición de Estadística, se pueden describir algunos de sus aspectos conceptuales y de sus aplicaciones. Es preciso mencionar que su objetivo es recopilar información de orden cualitativa o cuantitativa, perteneciente a individuos, grupos, hechos o fenómenos, y deducir a partir del análisis de los datos respuestas a interrogantes o proyecciones futuras.

Spiegel (2013) afirma:

“La estadística, en general, estudia los métodos empleados en la recolección, organización, resumen, análisis e interpretación de datos, con el fin de obtener validez en las conclusiones y tomar decisiones de manera razonable y efectiva”

Batanero (2013) afirma:

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final."

En un sin número de textos se afirma que la estadística se ocupa de los métodos y procedimientos para recoger, clasificar, resumir, encontrar regularidades y analizar datos; también de hacer inferencias a partir de ellos para ayudar a la toma de decisiones y formular predicciones.

En este sentido se realiza una división de la estadística entre estadística descriptiva y estadística inferencial. La primera se encarga de la presentación de datos mediante tablas y gráficas que permiten resumir o describir el comportamiento de los mismos, sin realizar inferencias sobre ellos debido a que son obtenidos de una parte de la población. En el estudio de esta parte de la estadística descriptiva se consideran entre otros conceptos básicos como el de población, muestra, individuo y variable. Una vez definidos estos conceptos en un estudio estadísticos se procede a recolectar y presentar la información por medio de tablas y gráficas estadísticas

1.5.1. Gráficos estadísticos

El gráfico es la herramienta más efectiva para destacar los resultados y complementa la interpretación de la información presentada en los cuadros. Cuando el gráfico es apropiado, resulta útil y llamativo pues permite sintetizar y resaltar el comportamiento de las características que se desean destacar; incluso en ocasiones, es una alternativa a los cuadros cuando se presenta información textual.

Un gráfico permite visualizar y sintetizar el comportamiento de los datos clasificados en diferentes categorías, pero su elección debe responder a los objetivos que se persiguen, de tal forma que se utilice el tipo de gráfico adecuado.

Según Cazorla (2002), los gráficos estadísticos son importantes instrumentos para comunicar información y resumirlas en forma eficiente. Bertín (citado en Arteaga, et al 2011) nos dice que un gráfico es un objeto semiótico que está constituido por un conjunto de signos que requieren de una actividad semiótica por todos aquellos que lo interpretan. Wild y Pfannkuch (1999) indica que los gráficos y las tablas estadísticas son instrumentos de transnumeración por el papel que cumple de organización, descripción y análisis de datos; también define como una forma básica del razonamiento estadístico. Consiste en obtener una nueva información al cambiar de un sistema de representación a otro. La construcción e interpretación de gráficos estadísticos es parte de la cultura estadística a la que se le dedica más atención en estos tiempos.

Gal (2002) define el grafico como:

Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación. Discutir y comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante. (pp. 2-3).

En esta misma línea del pensamiento Pérez (2010), expresa que las gráficas estadísticas son una representación mixta que cuenta con imágenes, números y texto. Los elementos que están presentes en un gráfico permiten establecer una correspondencia entre sus elementos, subconjuntos, el conjunto de signos del gráfico, los conocimientos y experiencias de su contexto real de los estudiantes con la finalidad de darles sentido y significado a la información que se les presenta a los estudiantes para leer gráficos estadísticos.

Los elementos estructurales de un gráfico estadístico La lectura de un gráfico requiere conocimientos que no siempre estará disponibles para los estudiantes, sobre todo en los convenios de construcción y los elementos de un gráfico. Las tablas y los gráficos estadísticos se componen de elementos estructurales, cada uno con sus propios convenios de construcción e interpretación. Según Kollyn (1985 citado en Arteaga et al. 2011), los elementos estructurales de los gráficos son los siguientes:

Plano de fondo, que sirve de soporte al gráfico en la mayoría son color blanco, pero podría variar cuando se trata de una fotografía o dibujo dependiendo del gráfico.

La estructura del gráfico proporciona información sobre las variables que están siendo representadas y que se relacionan entre sí.

Contenidos pictóricos, consiste en la forma que los datos son representados y transmitidos a través de gráficos, siendo línea en los gráficos de líneas, barras para los histogramas.

Rótulos, proporciona información para interpretar los distintos gráficos, están formados por letras, palabras, frases, y números, estos aparecen dentro de título del gráfico y de los ejes.

Por otro lado, Curcio (1987) considera los siguientes elementos estructurales en un gráfico.

Los títulos, las etiquetas de los ejes y las escalas que aparecen en el gráfico proporcionan información importante para comprender el contexto, las variables y las relaciones expresadas en el gráfico.

Contenidos matemáticos subyacentes, se refiere a los signos numéricos empleados, los conceptos empíricos como longitud en un gráfico de líneas, el área en un gráfico de sectores.

Convenios específicos, se usan en cada uno de los tipos de gráficos como en los gráficos de pastel o de sectores. Para darle significado a los gráficos creados por otros y por ello mismo, los estudiantes, deben ser capaces de entender y comprender un gráfico.

Un gráfico estadístico en términos generales es un dibujo utilizado para representar la información recolectada, que tienen entre otras funciones:

- Hacer visibles los datos que representa.
- Mostrar los posibles cambios de esos datos en el tiempo y en el espacio.
- Evidenciar las relaciones que pueden existir en los datos que representa.
- Sistematizar y sintetizar los datos.
- Aclarar y complementar las tablas y las exposiciones teóricas o cuantitativas.

La organización de los datos obtenidos en una investigación mediante tablas de frecuencias no es suficiente para analizar el comportamiento de la variable. En la mayoría de los casos, las tablas ofrecen varias opciones de ser abordadas, es decir, posibilitan distintas entradas por medio de filas o columnas. Para una comprensión más efectiva del comportamiento de la variable, se hace útil el empleo de gráficas, dado que éstas permiten describir rápidamente las características del grupo.

Para representar el comportamiento de una variable se pueden usar varios tipos de gráficas, entre ellas están los histogramas, polígonos, ojivas, diagramas de barras y circulares

1.6. Marco legal de enseñanzas en matemáticas para Colombia.

Durante los últimos años se han estructurado tres documentos que son básicos tener en cuenta a la hora de la enseñanza de las matemáticas, entre ellos están los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias y finalmente los derechos básicos de aprendizaje

1.6.1. Los lineamientos curriculares para el área de matemáticas

Con la promulgación de la Ley General de Educación en 1994, se reestructura y organiza el servicio educativo, se da autonomía a las instituciones educativas para establecer el Proyecto educativo institucional, se establecen normas sobre la intencionalidad de la evaluación y la promoción (Decreto 1860 de 1994). En desarrollo de la ley general de educación, se dictan los Lineamientos Curriculares para cada una de las áreas. Para matemáticas, los Lineamientos son publicados en 1998 y proponen la reorganización de las propuestas curriculares a partir de la interacción entre conocimientos básicos, procesos y contextos

Como se ha indicado, en 1998 se publican los Indicadores de logros curriculares (MEN, 1998a), y paralelamente se culmina otro documento complementario (MEN, 1998b), que desarrolla diferentes concepciones acerca de la naturaleza de las matemáticas y sus implicaciones didácticas, reconoce el “Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos” (MEN 1998b, p.47-49). El último apartado dedicado a los lineamientos presenta la estructura curricular tridimensional para el área de las matemáticas (ver Gráfico 1):

1. Los procesos matemáticos generales (el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación); como presentes en la actividad matemática y deseables a ser desarrollados en la formación de los estudiantes;
2. La organización temática del conocimiento matemático en: sistemas matemáticos (numéricos, geométricos, métricos, de datos, y algebraicos y

analíticos) y pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional);

3. El contexto como el ambiente de interacción que rodea el aprendizaje y referente que les da sentido a las situaciones problemáticas.



Gráfico 1 Estructura curricular de las matemáticas (MEN, 1998b, p.20)

Los objetivos generales de este documento fueron: (a) mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas, (b) desarrollar la capacidad de aprendizaje con la mediación de la tecnología, y (c) consolidar una comunidad de docentes comprometidos con la promulgación de una cultura informática. Por ello, los lineamientos impusieron la necesidad de profundizar sobre el papel de las nuevas tecnologías y su incorporación al currículo en matemáticas, desde dos perspectivas distintas: (a) como mediadora de los aprendizajes de la matemática y (b) como instrumento que potencia prácticas en el aula de matemáticas. Las anteriores visiones permitieron la incorporación de estrategias para abordar el tratamiento de la información y el análisis de datos desde la representación gráfica de forma más dinámica

1.6.2. Estándares básicos de competencia para el área de matemáticas.

Para 2006 con la expedición de los Estándares Básicos de Competencias, en los que se mantiene la estructura curricular propuesta en los lineamientos curriculares, se introduce la idea de competencia como “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras relacionadas entre sí, de tal forma que se facilite el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos que pueden ser nuevos y retadores, que requieran de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones-problema significativas y comprensivas” (Estándares Básicos de Competencias, p. 49).

Estos estándares tienen como pretensión ser un referente para que las instituciones educativas construyan sus proyectos educativos y utilicen los estándares como criterios, públicos y claros, de lo que se espera que todos los estudiantes aprendan a lo largo de su paso por la educación básica y media

En el año 2002 se publican (MEN, 2002b) los estándares para la excelencia en la educación que incluyen estándares curriculares para las matemáticas en la educación preescolar, básica y media, con el fin de concretar los lineamientos y el decreto 230 (MEN, 2002a) para disponer de criterios que especifiquen lo que deben saber en cada área.

Las matemáticas se organizan conforme a los tipos de pensamiento y sistemas matemáticos enunciados en los lineamientos y los procesos matemáticos generales allí declarados. En MEN (2003a) se proponen: “criterios claros y públicos que permiten conocer cuál es la enseñanza que deben recibir los estudiantes. Son el punto de

referencia de lo que un estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer, en determinada área y en determinado nivel” (MEN, 2003a, p. 2).

Una posterior ampliación denominada Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas” incluye el marco teórico y de reflexión (MEN, 2006) que profundiza y aclara algunas temáticas tratadas en los lineamientos. Dichos estándares introducen las consideraciones para evaluar el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas y define esta competencia en términos de cuatro procesos generales reformulados de los cinco que se contemplaron en los lineamientos (Figura 1.3; MEN, 2006, pp. 50-51):

1. Formular, plantear, transformar y resolver problemas;
2. Utilizar diferentes registros de representación;
3. Argumentación y justificación; y
4. Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos.

Además, los estándares básicos de competencias matemáticas se presentan por el tipo de pensamiento respectivo y los sistemas asociados a él, constituyen las actividades intelectuales que van a permitir a los estudiantes alcanzar y superar un nivel suficiente en las competencias.



Gráfico 2 Estructura Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006. p.77).

1.6.3. **Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA)**

Los DBA, en su conjunto, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo. Los DBA se organizan guardando coherencia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC).

Su importancia radica en que plantean elementos para construir rutas de enseñanza que promueven la consecución de aprendizajes año a año para que, como resultado de un proceso, los estudiantes alcancen los EBC propuestos por cada grupo de grados.

Los Derechos Básicos de aprendizaje son: “un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país” (MEN 2014).

Los Derechos Básicos de Aprendizaje se plantean para cada año escolar de grado primero a grado undécimo, en las áreas de lenguaje y matemáticas, ciencias sociales, ciencias naturales e inglés y se han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). En ese sentido, plantean una posible ruta de aprendizajes para que los estudiantes alcancen lo planteado en los EBC para cada grupo de grados.

Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular puesto que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos que se den en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área.

- Dan cuenta del desarrollo progresivo de algunos conceptos a lo largo de los grados.
- Presentan ejemplos para aclarar los enunciados. Estos ejemplos no se plantean como actividades que los docentes deban realizar en sus aulas de clase.
- Son referentes para la planeación de aula. De esta manera, las actividades en el aula pueden e idealmente pueden involucrar varios DBA de un grado, para que estos se alcancen gradualmente a lo largo del grado.

La estructura para la enunciación de los DBA está compuesta por tres elementos centrales:

- El enunciado referencia el aprendizaje estructurante para el área.
- Las evidencias expresan indicios claves que muestran a los maestros si se está alcanzando el aprendizaje expresado en el enunciado.
- El ejemplo que concreta y complementa las evidencias de aprendizaje.

Un ejemplo, en particular para el grado octavo:

Enunciado: Interpreta información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto.

Evidencias de aprendizaje

- Interpreta los datos representados en diferentes tablas y gráficos. Usa estrategias gráficas o numéricas para encontrar las medidas de tendencia central de un conjunto de datos agrupados.
- Describe el comportamiento de los datos empleando las medidas de tendencia central y el rango.
- Reconoce cómo varían las medidas de tendencia central y el rango cuando varían los datos.

Ejemplo

Los estadísticos que hicieron un estudio sobre la producción de café por hectárea en 510 fincas cafeteras cometieron un error, no incorporaron los datos de 60 fincas de un municipio. Ellos afirman que, como en esa población la producción de café por hectárea se encuentra entre los límites menor y mayor de las ya estudiadas, en general los resultados no varían. (DBA V2)

Teniendo en cuenta que nuestro problema de referencia hace parte de la estadística planteamos algunos párrafos sobre como sea venido trabajando esta disciplina en Colombia

1.7. Estadística en el currículo de las matemáticas en Colombia.

En el plan curricular actual del área de matemáticas en Colombia (MEN, 2006) se reconoce la tendencia internacional por favorecer el desarrollo del pensamiento aleatorio, que incluye la estadística y la probabilidad. Para ello es necesario trabajar con fenómenos aleatorios, utilizando material manipulativo, desarrollar estrategias de simulación o experimentos y técnicas de conteo. La teoría de probabilidad es la

estructura lógico- matemática que permite explicar acertadamente la incertidumbre y comprender fenómenos que en un comienzo parecen caóticos, de una manera semejante a cómo actúan las leyes deterministas sobre otros fenómenos de las ciencias.

1.7.1. Pensamiento aleatorio y los sistemas de datos en el currículo de las matemáticas para Colombia.

De la manera descrita, se articulan el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos siguiendo tendencia de la comunidad académica internacional y nacional las cuales otorgan sentido a la introducción en el currículo de matemáticas de la estadística y el análisis de datos.

El pensamiento aleatorio en el currículo de las matemáticas para Colombia (MEN, 2006), propone crear la necesidad de un mayor uso del pensamiento inductivo, y reducir el énfasis en la búsqueda de una respuesta única a todos los problemas. Se trata de responder a las siguientes preguntas: ¿Cómo introducir los conceptos de aleatoriedad para complementar los conceptos matemáticos deterministas? ¿Cómo pueden hacerse predicciones relativas a situaciones inciertas y aleatorias bajo la forma de proposiciones matemáticas? y ¿Cuál es el carácter específico de estas predicciones? Para ello se parte de: de la estructura del contenido de la probabilidad y de la estadística, dividida en conceptos, métodos y representaciones; se planifica y organiza el proceso de enseñanza por el docente; y se tiene en cuenta el contexto de aprendizaje de los estudiantes.

La recolección y el análisis de datos, es la actividad que da sentido a la enseñanza de la estadística en la educación básica y media, para dar respuestas a preguntas que se hacen los niños sobre el mundo físico. El análisis de los datos implica

decidir la pertinencia de la información necesaria, la forma de recogerla, de representarla y de interpretarla para obtener respuestas que lleven a nuevas hipótesis y exploraciones enriquecidas. También se enfatizan las fuentes para la recolección de datos, como consultas, entrevistas, observaciones, así como las evaluaciones sobre veracidad de los datos, distorsiones, sesgos, lagunas omisiones, y la evaluación de la actitud ética de quien recoge los datos y su responsabilidad social (MEN, 2006).

Los sistemas de Según Holmes (1980), los estudiantes necesitan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que con frecuencia aparecen en los datos implicando el análisis y reflexión sobre la naturaleza de los datos, analizar su estructura y formato. El trabajo con problemas abiertos, con cierta carga de indeterminación ayuda a encontrar diferentes interpretaciones y tomar decisiones. La reflexión sobre el conjunto de los datos permite proponer diferentes inferencias y analizar su verosimilitud, dando lugar al trabajo con el pensamiento inductivo.

Por ello la exploración e interpretación de datos, busca: identificar tendencias o correlaciones, distinguir correlación de causalidad, hacer inferencias cualitativas, diseñar, pruebas de hipótesis, hacer simulaciones, o comprender que hay riesgos en las decisiones basadas en inferencias son logros importantes en el aprendizaje de la estadística. (MEN, 2006)

Las representaciones gráficas que se proponen para los cursos de la Educación básica (primaria- secundaria) son variadas, incluyendo construcción e interpretación de gráficas diversas, como las circulares, histogramas, diagramas de árbol. Puesto que este es nuestro tema de estudio, lo describimos con más detalle al final del capítulo.

El carácter aleatorio, se enmarca en el currículo de matemáticas con la

enseñanza de conceptos, métodos y representaciones de probabilidad, en el contexto de situaciones de aplicación real y abierta. Los proyectos y experiencias estadísticas, que resultan interesantes y motivadores para los estudiantes, generalmente consideran temas externos a las matemáticas lo cual favorece procesos interdisciplinarios de gran riqueza.

1.7.2. Estándares básicos de competencias en matemáticas para el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos

El incremento en todos los ciclos educativos de los contenidos de estadística que se establecen se encuentra definido y detallado en los estándares básicos de competencia para la educación básica (primaria y secundaria) en Colombia (MEN, 2006).

Reproducimos en las Tablas 1 dichos estándares.

Tabla 1 Estándares de Pensamiento Aleatorio y Sistemas de datos

Grados Octavo y Noveno
<ul style="list-style-type: none">• Reconozco que diferentes maneras de presentación de información pueden originar distintas interpretaciones.• Interpreto analítica y críticamente información estadística proveniente de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).• Interpreto y utilizo conceptos de media, mediana y moda y explico sus diferencias en distribuciones de distinta dispersión y asimetría.• Selecciono y uso algunos métodos estadísticos adecuados al tipo de problema, de información y al nivel de la escala en la que esta se representa (nominal, ordinal de intervalo o de razón).• Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico.• Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas).• Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas.• Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo).• Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia etc.).

Los estándares básicos de competencia actuales incluyen tendencias y recomendaciones internacionales tanto curriculares, como a nivel de investigación para abordar la enseñanza de estadística. Es decir, se procura por la formación y desarrollo de la cultura estadísticas de los niños desde el nivel de educación básica primaria. Se destacan como principales campos conceptuales (1) el estudio de los datos estadísticos, (2) las variables discretas, (3) la construcción y comprensión de tablas y gráficas y, (4) los parámetros estadísticos.

1.7.3. **Tablas y gráficos en el contexto escolar colombiano en la enseñanza de la estadística.**

Los gráficos estadísticos son objeto principal de los estándares sobre pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, anteriormente descritos. A continuación, mostraremos el tratamiento de los gráficos estadísticos en los niveles de la educación primaria y secundaria.

En el primer nivel de educación básica primaria, (1°, 2° y 3°), los estudiantes se enfrentan a la tarea de formular y resolver problemas a partir del análisis y comprensión de un conjunto de datos representados en tablas simples, pictogramas y gráficos de barras. De igual manera, clasifican y organizan la información de acuerdo a cualidades y atributos para producir gráficas y representar los datos de observaciones, consultas o experimentos.

A partir de estas actividades se desarrollan habilidades en la alfabetización y el pensamiento estadístico que les permite dar respuestas a preguntas que se hacen sobre el mundo físico y a encontrar relaciones interdisciplinarias con otras áreas, poniendo en evidencia conocimientos relacionados con las matemáticas, como los números, las

mediciones, la estimación y estrategias de resolución de problemas.

En el segundo nivel de educación básica primaria (4° y 5°) se profundiza en la construcción de otros gráficos, (barras, sectores, diagramas de líneas y diagramas de árbol). El estudiante tiene como tarea principal la interpretación y comparación de diferentes representaciones para el mismo conjunto de datos.

La lectura y comprensión de gráficos da sentido y permite la interpretación de las medidas de tendencias central y de dispersión. También proceden en el análisis de la información basado en las frecuencias relativas, frecuencias acumuladas, en las propiedades de la media, la mediana y la moda, así como las diferencias entre ellas y con las medidas de dispersión. En este nivel las directrices curriculares proponen como metodología el desarrollo de estrategias basadas en proyectos y actividades que les permitan a los estudiantes enfrentarse a la solución e interpretación crítica de los datos recogidos.

El nivel de básica secundaria, se dedica en su mayoría al tratamiento de la probabilidad. Sin embargo, se hace énfasis en la lectura y comprensión de los gráficos estadísticos provenientes de diversas fuentes (prensa, televisión, experimentos, consultas, entrevistas) reconociendo la relación entre un conjunto de datos y su representación.

En este nivel se hace énfasis en el reconocimiento de diferentes maneras de presentación de información que pueden originar distintas interpretaciones, los estudiantes representan diversos tipos de datos en gráficas adecuadas, (diagramas de barras, diagramas circulares), se busca que elijan la mejor representación para resolver las situaciones problemas y expresar juicios críticos al respecto de la información

recolectada.

Los gráficos son usados para interpretar analítica y críticamente el comportamiento de un conjunto de datos y expresar dichos análisis en términos de las medidas de tendencia central. El análisis exploratorio de datos presentados en los gráficos también es contemplado en la propuesta de incorporación de tecnologías computacionales (MEN, 2003b), con énfasis en: la lectura crítica de datos, el uso de diferentes representaciones, el establecimiento de las similitudes (regularidades) y las variaciones; es decir, con un análisis que use los datos en contexto y proporcione significado.

Batanero, (2002) en su propuesta plantea generar situaciones problemáticas donde se posibilite el tránsito desde una lectura “literal” de los datos a una lectura que integre la comparación, clasificación y asociación entre las variables representadas y les permita hacer predicciones e inferencias no establecidas directamente de las representaciones, sino que requieren un mayor grado de elaboración conceptual. La propuesta plantea el dominio de los conceptos y procedimientos necesarios para recoger, estudiar, resumir y representar sistemas de datos estadísticos; en este sentido se da importancia a los recursos que permiten extraer la información para hacer interpretación y que, dentro de ciertos rangos, permite predecir el curso de los acontecimientos respectivos y la toma de decisiones razonables ante la imposibilidad de saber con certeza lo que va a pasar.

1.8. Niveles de la comprensión de gráficas Estadísticas.

Según Díaz-Levicoy, (2014) la construcción de gráficos no es una actividad sencilla, pese a que muchas veces se considere así. Esto se debe a que cada gráfico

estadístico ocupa diferentes objetos matemáticos que intervienen en la construcción, por ejemplo, no usamos los mismos conceptos matemáticos al construir un gráfico de barras o un gráfico de sectores, en este último caso se usa la noción de área. Además, en la construcción de un gráfico estadístico se debe considerar la naturaleza de los datos, pues no todos los gráficos son adecuados para su representación.

La comprensión de un gráfico estadístico se puede entender como “las habilidades de los lectores de gráficos para interpretar el significado de gráficos creados por otros o por ellos mismos” (Friel, Curcio y Bright, 2001, p. 132). Esta visión supone entender la función y utilidad de cada elemento que constituye el gráfico estadístico con el que se esté trabajando.

Algunos autores como Gerber, Boluton-Lewis y Bruce (1995) citados por Batanero (2009) se han centrado en la búsqueda de identificar las diferentes dificultades que presentan los estudiantes cuando se enfrentan a la interpretación de una gráfica, encontrando siete niveles con respecto a la comprensión de graficas:

Nivel 1: estudiantes que poseen un bajo nivel de comprensión, ya que no se fijan en lo que muestran los datos, sino que asocian los conocimientos previos que poseen sobre ellos y por lo general no lo hacen de manera correcta. Por ende, poseen problemas al procesar la información que los datos presentan.

Nivel 2: distinguen características parciales que presentan las gráficas, es decir, se fijan en el dato que presenta más frecuencia en un diagrama de barras.

Nivel 3: analizan por separado los elementos que componen la gráfica, resaltando la importancia de estos, pero no llegan a una generalización de ella.

Nivel 4: estudian cada una de las variables de la gráfica, pero no logran realizar generalizaciones.

Nivel 5: realizan comparaciones entre los diferentes elementos que componen la gráfica.

Nivel 6: los estudiantes utilizan sus conocimientos previos sobre gráficas para apoyar o rechazar sus conclusiones, comparan las variables de una misma gráfica y logran generalizaciones.

Nivel 7: los estudiantes realizan una extrapolación de los datos, es decir, realiza conclusiones a partir de los datos y además realiza predicciones.

La identificación de los elementos que componen las tablas y gráficos estadísticos son necesarias para comprender la información, interpretar datos y hacer una lectura crítica (Arteaga, Batanero y Contreras, 2011).

Batanero (2010) enuncia los siguientes elementos, como constituyentes de un gráfico estadístico, alguno de los cuáles podemos aplicar también a las tablas:

- **Plano de fondo**, es la base sobre la que se dibuja el gráfico o tabla.
- **Estructura del gráfico**, generalmente formada por ejes cartesianos, aunque podría ser de otro tipo; por ejemplo, en los gráficos de sectores. Sirve para comprender la relación entre los datos representados.
- **Contenido pictórico**, o modo en que los datos son representados, por ejemplo, rectángulos en un histograma o líneas en el gráfico de líneas.
- **Etiquetas y título**, es la información textual que ayuda a interpretar las variables y el contenido del gráfico o tabla.

La comprensión de tablas y gráficas estadísticas es un tema que ha sido

estudiado por diferentes autores. Los correspondientes a los gráficos se resumen en Arteaga Batanero, Díaz y Contreras (2009)

Kosslyn (1985) definió tres niveles en la comprensión gráfica: (1) Nivel sintáctico, o capacidad de percibir las propiedades de los elementos del gráfico, detectando, por ejemplo, si son apropiados en relación a las capacidades perceptivas de las personas; (2) Nivel semántico, que permite realizar interpretaciones cuantitativas y cualitativas y comprender el significado del gráfico; (3) Nivel pragmático, o capacidad para reconocer la finalidad del gráfico y de la información que se transmite.

Batanero (2010) detalla los procesos cognitivos ligados a la comprensión gráfica:

- Proceso de reconocimiento, permite clasificar un gráfico en una clase; por ejemplo, reconocer un gráfico de sectores:
- Proceso de creación de un mensaje conceptual: seleccionar la información a ser representada o a ser interpretada.
- Proceso de cuestionamiento: codificar o recuperar información basada en otra previa.
- Proceso inferencial: información que se deduce del gráfico, pero no está explícitamente representada.

Uno de los trabajos pioneros en la lectura y comprensión de gráficos estadísticos es el de Curcio (1987), en su estudio observa un nivel pobre y declinante en la capacidad de lectura y matemática de los estudiantes, por lo que el objetivo de su estudio fue extender la perspectiva del esquema teórico para el entendimiento y comprensión gráfica, examinando el efecto del conocimiento previo y la capacidad

para comprender las relaciones matemáticas expresados en gráficos. Curcio (1987) quien definió los niveles para la lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos los cuales hemos considerado en nuestro trabajo

La taxonomía de comprensión gráfica propuesta por Curcio (1989) inicialmente constaba de tres niveles de lectura de gráficos, el cuarto fue incorporado posteriormente: En su estudio Curcio (1987), utiliza los tres niveles distintos de comprensión de los gráficos y establece que:

(1) Leer los datos, es un nivel de comprensión, que requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.

(2) Leer dentro de los datos, incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.

(3) Leer más allá de los datos, requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.

(4) Leer detrás de los datos corresponde a una ampliación de los niveles anteriores, y se refiere a mirar críticamente el uso del gráfico y conectar la información gráfica con el contexto para realizar un análisis profundo y un razonamiento causal basado en el conocimiento de la materia y la experiencia; incluye examinar la calidad de los datos y la metodología de recolección, la sugerencia de una posible explicación, y la elaboración de modelos alternativos y representaciones gráficas

Considerando estos niveles se ejemplifica una situación y analiza una tarea en

la que se requiere la interpretación de un gráfico de barras. “Leer los datos” se refiere a cuestiones sobre la lectura de las escalas o encontrar el valor de la frecuencia correspondiente a una categoría, dado el valor de las otras frecuencias y el tamaño de muestra. “Leer dentro de los datos” se refiere, a cuestiones sobre la comparación de frecuencias entre categorías diferentes o a la comparación con respecto a otra muestra. Finalmente, el descubrimiento de las tendencias o las relaciones entre muestras o categorías requeriría el trabajo en el nivel de “leer más allá de los datos”.

La comprensión gráfica, según Friel, Curcio y Bright (2001), involucra tres tipos de procesos en la lectura de gráficos estadísticos: traslación, (traducción de una forma de representación a otra); interpretación, (establecer relaciones entre datos representados y seleccionar aquellos relevantes) y extrapolación/interpolación, (se da cuando se pueden percibir las tendencias).

Para estos autores, los componentes necesarios para desarrollar la comprensión gráfica se adquieren gradualmente con la producción y uso de gráficos y enfrentando situaciones que requieren dotar de sentido a los datos. Se distinguen las competencias:

- Reconocer los elementos de los gráficos, y sus interrelaciones; juzgar si son adecuados en el gráfico; por ejemplo, si el título es el conveniente.
- Apreciar el efecto de esos componentes en la presentación de la información en los gráficos; por ejemplo, prever cómo cambiará el gráfico si se intercambian los ejes horizontal y vertical.
- Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos representados y viceversa. Por ejemplo, a partir de un gráfico de caja, deducir el rango de variación de los casos centrales en una distribución.
- Reconocer cuando un gráfico es adecuado para una tarea y un tipo de variable;

por ejemplo, saber que no se debe usar el histograma con datos cualitativos.

Según Wu (2004) citado por Arteaga (2011) existen cuatro componentes de la comprensión gráfica:

- Lectura gráfica (extraer los datos del gráfico),
- construcción gráfica (construir un gráfico correcto),
- interpretación gráfica (traducir el gráfico a la realidad que representa) y,
- evaluación de gráficos estadísticos, (evaluar la exactitud y efectividad).

Los procesos descritos pueden extenderse a la comprensión de tablas. Estas añaden la complejidad de combinar diversos tipos de información numérica (frecuencias, porcentajes), clasificada en función de una o más variables (Schild, 2006; Arteaga, Batanero y Contreras, 2011).

Con respecto a la identificación de las principales dificultades en la realización y comprensión de gráficas y categorización de las dificultades, Monroy (2008) realizó un análisis, y sus conclusiones con respecto a los procesos de representación y descripción de datos son:

A) Proceso de representación de datos

- Confunden los ejes.
- No organizan los datos.
- Hacen un conteo incorrecto de las frecuencias de los datos.
- No identifican las unidades de medida de cada eje.
- No utilizan etiquetas para identificar las variables expresadas en la gráfica.

- Omiten las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical o en ambos.
- No especifican el origen de coordenadas.
- No proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.
- En el caso de histogramas no identifican que los ejes son rectas numéricas y la escala la emplean únicamente como una etiqueta para cada columna del histograma.

B) Proceso de descripción de datos

- Confunden los ejes.
- No identifican las unidades de medida de cada eje.
- Establecen relaciones icónicas.
- No son capaces de relacionar los ejes.
- No interpretan la gráfica, es decir, no son capaces de realizar predicciones e inferencias a partir de los datos.
- La mayoría de los estudiantes se quedan en el nivel elemental “leer un dato” y cuando deben “leer entre datos” lo que requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas no son capaces de hacerlo.

Por otro lado, Curcio (1989) estudio el efecto que tienen sobre la comprensión de graficas los siguientes factores:

- Conocimiento previo del tema al que se refiere la gráfica; si al estudiante le es o no familiar el contexto.
- Conocimiento previo del contenido matemático de la gráfica, esto es, los conceptos numéricos, relaciones y operaciones contenidas en la misma.

- Conocimiento previo del tipo de grafica empleada (de barras, pictograma, entre otras).

1.9. Dificultades de los estudiantes en la interpretación de tablas y gráficos estadísticos

La dificultad que presentan los estudiantes con respecto a la lectura e interpretación de gráficas, al mismo tiempo que elaborar e implementar estrategias que permitan dar solución al problema sobre las dificultades que tienen los estudiantes es necesario recurrir al autor Curcio (1989) el cual explica la estructura de las gráficas y el origen de las tareas implicadas en su comprensión, basado en tres niveles:

1. **Leer los datos:** este nivel de comprensión requiere una lectura literal de la gráfica; no se realiza interpretación de la información contenida en la misma.
2. **Leer dentro de los datos:** incluye la interpretación e integración de los datos en la gráfica, requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
3. **Leer más allá de los datos:** requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre información que no se refleja directamente en la gráfica”².

Los niveles intervienen en la dificultad que para los estudiantes significa interpretar las gráficas. De igual forma Friel, Curcio y Bright (2001) exponen que el nivel “leer los datos” algunos estudiantes presenta dificultades, pero en los dos niveles siguientes los estudiantes cometen errores relacionados con operaciones matemáticas, las escalas, la comparación de datos, realización de predicciones, entre otros.

² <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7204/2/142024.pdf>

En Friel, Curcio y Bright (2001) se amplía la información sobre la clasificación de Curcio a manera de taxonomía de los niveles de comprensión gráfica. En esta segunda versión, los autores incorporan una denominación diferente para cada nivel: elemental (extraer información de los datos), intermedio (encontrar relaciones en los datos) y en conjunto (ir más allá de los datos)

Tabla 2. Criterios según Curcio (1987) y Friel, Curcio y Brighth (2001).

Elemental Leer datos (extraer información de los datos)
<ul style="list-style-type: none">• Lectura literal de la tabla.• Simplemente identificar los hechos explícitamente en el grafico o tabla.• Extraer información elemental.• Identificar la información encontrada en el título del grafico o tabla.• No hay interpretación.• Es un nivel cognitivo muy bajo• Observar simples hechos y relaciones en los datos presentados en las tablas• Identificar o leer los especificadores de la tabla.

1.9.1. Tipos de errores que cometen los estudiantes al interpretar gráficos estadísticos.

Un elemento fundamental que aparece en la construcción del aprendizaje es el error. El tratamiento que los maestros hacen del error puede estar relacionado con el fracaso escolar, especialmente en matemáticas, cuando se ve como algo negativo de lo que no se puede sacar partido. Si en una clase el error no está permitido, o es siempre sancionado, el maestro se perderá una fuente de información adicional de enorme valor pedagógico. El error manifiesta las concepciones erróneas o incompletas, las construcciones defectuosas de conceptos o relaciones, o las lagunas de conocimiento. Para orientar las actividades de aprendizaje es importante tomar en consideración el error. En lugar de entender el error como algo que el alumno no sabe hacer, debería

tomarse como indicio de que sabe alguna cosa incorrecta o incompleta o que presenta lo que podría ser algún tipo de trastorno específico de aprendizaje (APA, 2013), cuya atención temprana puede facilitar la ayuda en su aprendizaje. Esto no quiere decir que el profesor no deba actuar ante el error o que una clase funcione bien cuando el error aparece constantemente. El maestro debe plantearse una didáctica que tome en cuenta los errores de los alumnos. Desde un punto de vista pedagógico, y siguiendo a Godino (2004), el error se puede clasificar en cuatro categorías:

- Errores de conocimiento: no se conoce una definición, una regla...
- Errores de saber hacer: no se usa correctamente una técnica, un algoritmo. No se sabe utilizar un instrumento.
- Errores debidos a la utilización no pertinente de conocimientos o técnicas: no reconocimiento de situaciones en las que hay que utilizar determinadas nociones.
- Errores de lógica o razonamiento: confusión entre ideas iniciales y conclusión, mal encadenamiento de cálculo...

Muchos errores pueden ser evitados si el maestro elige una progresión adecuada para aproximarse a un concepto, de forma que determinadas actividades ayuden a los alumnos a revisar los errores cometidos.

La resolución de problemas desempeña un papel importante, dado que puede facilitar factores explicativos del error en diferentes pasos o estrategias puestos en juego durante el proceso, a la vez que «ofrecen situaciones del mundo real, que motivan a

los niños y facilitan la aplicación de sus habilidades matemáticas» (Bermejo, Lago, Rodríguez y Pérez, 2000, p. 44).

Los errores más comunes según Arteaga (2011) están categorizados así:

Error secuencial, en el cual el estudiante no tiene la noción de sucesivo y realiza la comparación entre el primer y último dato, dejando de lado información que están entre estos. Este error no le permite al estudiante obtener información importante de los gráficos analizados, impidiendo que este pueda determinar posibles causas y efectos de los estudios estadísticos presentados.

Error determinista, el estudiante centra sus observaciones en un solo dato sin hacer comparaciones entre el resto de información presentada, o relacionándolo con los gráficos asociados a los datos. Este error puede ocasionar que las observaciones que hacen los estudiantes de los gráficos se centren en los datos con mayor frecuencia ignorando la demás información importante, hecho que le permitiría determinar una conclusión general a partir de los estudios estadísticos presentados.

Omisión de datos, dado que los estudiantes no reconocen información que existe entre dos datos mostrados en los gráficos y hacen las conclusiones seleccionando el dato que tiene la mayor frecuencia. Por otra parte, ignoran datos que les permite hacer predicciones a los estudios presentados y usan el último de los datos presentados para obtener la respuesta solicitada. Este error puede ocasionar que los reportes que presenten los estudiantes a partir de los análisis que han realizado a los estudios estadísticos contengan información que no es verificable, confusa o que no exista, y de esta manera no identificar en algunos casos el problema expuesto en estos.

Error de relación, ya que los estudiantes muestran las etiquetas de los datos como la frecuencia, este error hace que los datos que reporten en sus análisis sean errados ya que no corresponden a los datos de los estudios presentados. En cuanto a la representación de gráficos estadísticos se observó a nivel general que los estudiantes omiten las etiquetas de los datos, no nombran los ejes, omiten datos que permiten el análisis del estudio estadístico.

La anterior fundamentación teórica nos permite acercarnos a tema de investigación y establecer desde nuestra óptica y teniendo en cuenta nuestro contexto como se viene trabajando los gráficos estadísticos en nuestra región. En este sentido en el siguiente capítulo realizaremos exploraremos alguna de las investigaciones realizadas sobre el tema en mención.

CAPÍTULO 2. ANTECEDENTES DEL ESTUDIO

2.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es presentar los antecedentes de la investigación. Se parte del contexto regional y la descripción elaborado por Arteaga (2011) y Batanero (2001), y de otros artículos que se citarán en el texto, de donde se ha extraído la parte que se relaciona con nuestro trabajo, completando con investigaciones posteriores y otros puntos no tratados en estos documentos.

2.2. Marco contextual.

Colombia, oficialmente República de Colombia, es un país situado en la región noroccidental de América del Sur. “Es uno de los tres únicos países que mejoraron su desempeño en lectura, matemáticas y ciencias, en las pruebas del Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (Pisa, por sus siglas en inglés) que presentaron en total 72 países en el año 2016. Colombia pasó de tener 376 a 390 puntos, y ascendió una posición. Al igual que en lectura, superamos a los mismos países con excepción de México que se unió a Chile, Uruguay y Costa Rica con un puntaje mayor”³.

“En las pruebas Saber presentadas en 2016 por estudiantes de tercero, quinto y noveno grado (aproximadamente dos millones), sorprendió al Ministerio de Educación: el desempeño nacional en las áreas de Matemáticas y Lenguaje mejoró con respecto al 2015. Los casos que más se destacaron fueron los de noveno grado, que

³ <http://www.eltiempo.com/vida/educacion/resultado-de-colombia-en-las-pruebas-pisa-2016-43510>

aumentó 17 puntos en Matemáticas y quinto de primaria, que subió 16 puntos en Lenguaje. En 2015, el promedio en Lenguaje fue de 282, mientras que en 2016 fue de 298. Igual sucedió con Matemáticas, que aumentó 20 puntos con respecto a los resultados del año anterior”⁴

Buenaventura, oficialmente Distrito Especial, Industrial, Portuario, Biodiverso y Ecoturístico, está localizado en el departamento del Valle del Cauca. Se encuentra a orillas de la Bahía de Buenaventura, una bahía del océano Pacífico. Distancia a 121 km por carretera a Cali la cual está separada de ella por la Cordillera Occidental de los Andes y a 528 km de Bogotá, la capital del país. Aparte de esto, es el municipio más grande en toda la región del pacífico y de mayor extensión del departamento del Valle del Cauca.

En el último año el municipio ha obtenido mejores resultados, a nivel nacional Buenaventura ha obtenido avances en las áreas de Lenguaje y Matemáticas. Aunque todavía falta mejorar en muchos aspectos y áreas que son importantes. Una de las áreas que requiere más atención y practica pedagógica es matemática ya que ésta desarrolla otras habilidades distintas a sumar y restar en especial la estadística “que estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo.” (Cabriá, 1994)”⁵Por tal motivo se desarrollará el presente proyecto con los estudiantes de la Institución Educativa Diocesana Jesús Adolescente, del grado octavo (8°) (120 estudiantes), los cuales pertenecen a estrato uno y dos, ubicados en la zona urbana del

⁴ <http://www.elespectador.com/noticias/educacion/resultados-de-pruebas-saber-alcanzaron-los-puntajes-mas-altos-registrados-historicamente-articulo-683036>

⁵ <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Apuntes.pdf>

Municipio. Con docentes formados y capacitados en especializaciones que aportan sus conocimientos y experiencia en la formación de los estudiantes. De igual forma con respecto a los recursos informáticos se cuenta con computadores, aunque el servicio de internet presenta dificultades.

2.3. Investigaciones sobre gráficos estadísticos

Se han encontrado investigaciones, inspiradas en la de Arteaga (2011), que analizan los niveles de lectura y complejidad semiótica en gráficos en diferentes documentos. Por ejemplo, Castellanos (2013) analiza las tablas y gráficos estadísticos en la Prueba de Matemática SABER de Colombia durante el periodo 2003- 2009. En un total de 45 ítems, analiza el tipo de competencia que se evalúa (comunicación, razonamiento o evaluación), tipos de tablas o gráficos, nivel de lectura y nivel de complejidad del gráfico.

La autora encuentra predominio de un nivel bajo de competencia (comunicación); de los gráficos de barras; del nivel de lectura leer dentro los datos; de la representación de una distribución de datos y de la actividad de lectura, cálculo y comparación de datos.

Medina (2011) realizó una investigación cuyo objetivo fue identificar las principales dificultades en la lectura e interpretación de gráficos estadísticos que tenían los estudiantes de décimo grado. Para ello, diseñó un cuestionario teniendo en cuenta los niveles de comprensión de gráficos estadísticos propuestos por Curcio (1987). La investigación se realizó con 20 estudiantes de 15 años de edad en

promedio. Los resultados obtenidos mostraron que las principales dificultades que presentaron los estudiantes del décimo grado se manifestaron en la lectura e interpretación de los gráficos, así como en la construcción de los mismos. Respecto a las dificultades en la construcción de gráficos, presentaron carencias del conocimiento gráficos y sus elementos, no establecieron relación entre los diferentes tipos de gráficos, efectuaron un mal conteo de los datos; lo cual les impidió realizar una correcta organización de la información, por lo que no lograron una representación gráfica ni utilizaron etiquetas o las emplearon en forma incorrecta para identificar los ejes.

La investigadora concluye que las principales dificultades que presentaron los estudiantes se producen en los niveles superiores (leer más allá de los datos). Las dificultades más notorias fueron la carencia de habilidades para comparar las cantidades como evidencia para validar o rechazar las afirmaciones.

De otro lado, Méndez y Ortiz (2012), investiga la construcción y la lectura de gráficos y tablas estadísticas. Su estudio tiene como objetivo conocer el tipo de producción de tablas estadísticas que los estudiantes utilizaron para representar los datos, también considero en su trabajo de investigación los niveles de lectura e interpretación según Curcio (1987).

Mingorance (2014) analiza las tablas y gráficos estadísticos en las pruebas de diagnóstico andaluzas obligatorias para los niños de 10 años. Observa que la cuarta parte de preguntas propuestas, aproximadamente, contienen gráficos estadísticos,

siendo los más frecuentes los gráficos de barras, pero con presencia de todos los recomendados en el currículo. El nivel de competencia pedido es bajo (nivel 1, entre tres niveles posibles) y los contextos preferentes son los personales y sociales.

Por otro lado, en cuanto a investigaciones relacionadas a los gráficos estadísticos consideraremos el estudio realizado por Díaz (2014) cuyo objetivo de investigación fue analizar la presencia de los gráficos estadísticos en tres series de libro de texto para la educación primaria española, estudiando la noción de idoneidad didáctica para la enseñanza en este nivel educativo. El autor primero revisó las directrices curriculares del Ministerio de Educación y de la Junta de Andalucía; luego analizó tres series completas de libro de textos que hicieron un total de 18 textos, editados en los años próximos a la publicación del Decreto de Enseñanza Mínima (MEC. 2006), donde se introdujo por primera vez el estudio de los gráficos estadísticos en el currículo de Educación Primaria en España.

Según Díaz (2014), la distribución de tipos de gráficos es homogénea en los libros de textos analizados y los que aparecen con mayor frecuencia son los gráficos de barras, líneas, sectores y pictogramas, además observó que los gráficos de barras son introducidos en los dos primeros años de Educación Primaria; y en el tercer nivel los gráficos de líneas y pictogramas; en el cuarto los gráficos de sectores. Finalmente las actividades que más se observa en los libros de textos de las diferentes editoriales analizadas es la lectura de gráficos.

Advincula (2014) centra su investigación en el análisis de una secuencia de actividades con alumnos del segundo grado de educación primaria, basada en las cinco fases del Ciclo de Investigación (PPDAC) del Pensamiento Estadístico propuesto por Wild y Pfannkuch, para evidenciar si esta permite que los estudiantes transiten a través de dicho ciclo y logran responder a preguntas del primer y segundo nivel de lectura e interpretación de tablas de doble entrada de acuerdo a la propuesta realizada por Curcio. Esta investigación la desarrollamos a través de un estudio de casos como metodología de investigación, la cual nos permitió visualizar la forma en que los estudiantes transitan de una fase a otra del ciclo de investigación del pensamiento estadístico y logran leer e interpretar información presentada en tablas de doble entrada.

Su principal resultado fue que la secuencia de actividades planteada no solo ha permitido que los estudiantes transiten por el ciclo de investigación propuesto por Wild y Pfannkuch, sino también respondan a interrogantes del primer nivel de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos de Curcio, mostrando dificultades para responder a preguntas del segundo nivel.

Díaz & Otros (2015) presentan los resultados de un análisis de las variables que determinan los gráficos estadísticos que se incluyen en una muestra de 12 libros de texto de Educación Primaria en Chile. Utilizando análisis de contenido, se estudian los tipos de gráfico, nivel de complejidad semiótica, nivel de lectura y actividades propuestas en 421 gráficos. Los resultados indican el predominio de los gráficos de barras, del nivel de lectura “leer entre los datos”, del nivel de complejidad semiótica

del gráfico “representación de una distribución de datos” y de las actividades de calcular, construir un gráfico y ejemplos. Se finaliza con algunas implicaciones del estudio para los formadores de profesores de Educación Primaria y los maestros de Educación Primaria, quienes deben abordar estas temáticas en sus procesos de instrucción

Ruiz, A (2015) presentan resultados de una investigación llevada a cabo dentro de la asignatura Práctica intermedia III, correspondiente al sexto semestre del proyecto curricular Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas LEBEM, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Esta investigación se llevó a cabo a través de un estudio de caso, en el que se observó lo realizado por los estudiantes de grado quinto en la aplicación del instrumento de investigación; de igual forma, se llevó a cabo un análisis centrado en los errores y dificultades en la elaboración de gráficos estadísticos, que fueron realizados por niños entre diez y catorce años. Además, se tuvo en cuenta el desarrollo de los tres momentos por los que pasa el docente: una fase pre activa, interactiva y pos activa. Para organizar y analizar los resultados se realizó una clasificación en indicadores de análisis observables. Se consideraron varias tesis para la determinación de los niveles de comprensión de los gráficos, que permitieron identificar errores y dificultades frecuentes en la elaboración de los gráficos estadísticos.

Se destaca que los estudiantes de grado quinto a los que se les aplicaron las actividades en su mayoría se encontraban dentro del nivel propuesto por Curcio (1989), leer los datos, puesto que tienen una comprensión general de los datos,

realizando una lectura literal del gráfico, pero con una interpretación de la información en la que no le atribuyen sentido. Dentro de los diferentes niveles alcanzados por los estudiantes, se tiene que el 28% de ellos se encuentra en el nivel 1, 5,6% se encuentra en el nivel 2 y 16% se encuentra en el nivel 3; es decir que es necesario darle significado a los gráficos y promover la construcción adecuada de los mismos para lograr informar correctamente.

Díaz & Otros (2016) describen los resultados de un estudio sobre los gráficos estadísticos en una serie de libros de texto digitales para la Educación Primaria en Andalucía. Para la investigación siguió una metodología cualitativa, de carácter descriptiva, a partir del análisis de contenido. Este estudio permite obtener información sobre el tipo de gráfico usado y el tipo de actividad a desarrollar; así como evaluar la idoneidad didáctica sobre el tratamiento de este tema. Los resultados muestran el predominio del gráfico de barras, junto con las actividades de leer, calcular y construir; así mismo, la idoneidad epistémica y cognitiva resultan adecuadas.

Arteaga, Díaz y Batanero (2017) presentan resultados de una revisión de la literatura sobre los gráficos estadísticos con estudiantes de Educación Primaria. Para ello, se resumen investigaciones relacionadas a la lectura y construcción de estas representaciones, estableciendo similitudes entre los estudios. Se evidencian las dificultades de los estudiantes frente a la lectura y los errores asociados a la construcción de diferentes gráficos.

De manera general, los errores cometidos por los estudiantes pueden ser debidos a dos causas generales: la existencia de obstáculos en el sentido didáctico, por un lado, y la existencia de trastornos específicos del aprendizaje, por otro.

PARTE II. EL ESTUDIO

CAPÍTULO 3. DIFICULTADES EN LA INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS ESTADÍSTICOS

3.1. Dificultades de los estudiantes para leer e interpretar los gráficos estadísticos.

En los procesos de la enseñanza y aprendizaje de la estadística constituye un problema a nivel mundial Behar y Ojeda, (1997) situación que también se observa en los diferentes niveles de estudios Pérez, (2010). Los futuros profesionales tienen también dificultad en la comprensión y utilización de conceptos estadísticos (Arteaga, 2011). Esto se presenta de la misma manera en los procesos de enseñanza ya que los profesores diseñan las estrategias didácticas influenciados por los conocimientos previos, lenguajes y procedimientos, sin llevar a los estudiantes a comprender el significado de los conceptos matemáticos.

Diversas investigaciones en didáctica de la estadística (Batanero, 2001) alrededor de conceptos básicos de la estadística, reportan su incompreensión por parte de los estudiantes, tanto de primaria como de secundaria. Se observan también dificultades, tales como: calcular la media y mediana en un conjunto de datos, dar un resumen cuando los datos son proporcionados mediante gráficos, identificar las posiciones relativas de media y mediana en distribuciones asimétricas y en la elección de la medida de tendencia central más adecuada en una situación determinada y el uso de los promedios en la comparación de distribuciones, entre otras. De modo que, se hace evidente la carencia de significado de estos conceptos, así como su nula

interpretación para la toma de decisiones.

Algunas causas de lo anterior refieren a las prácticas docentes en el aula para la enseñanza de la estadística, enfocadas en secuencias de definiciones, ejemplos, ejercicios, basadas en aplicaciones de fórmulas y tablas de datos. Dichas prácticas ocasionan grandes lagunas en los estudiantes sobre los conceptos ya antes mencionados, al priorizarse la mecanización y memorización de algoritmos y sustitución de valores de los datos en fórmulas, generando una comprensión instrumental de éstos, más no conceptual.

Por otro lado, la construcción de gráficas es parte esencial de los cursos de estadística en secundaria. No obstante, muchas veces el uso de las gráficas en el aula se restringe a considerarla como una forma alternativa de representación y manejo de datos, en ocasiones solo se miran como figuras carentes de significado. Es decir, en el contexto escolar no se propicia un análisis puntual y global de las gráficas y su interpretación en el tratamiento de información para hacer inferencias y tomar decisiones. Los profesores suponen, a veces, que la elaboración de tablas y gráficos es muy sencilla y dedican poco tiempo a su tratamiento en el aula de clase. Sin embargo, elaborar una tabla de frecuencias o un gráfico supone una primera reducción estadística, pues se pierde la originalidad de cada uno de los datos individuales, al momento de pasarse a la distribución de frecuencias (Batanero 2001).

Cuando las gráficas son usadas en clase, ya sea proporcionadas por el profesor o elaboradas por el estudiante, no se tienen en cuenta que cada una de ellas posee diferentes componentes: ejes, escalas y elementos específicos que son cruciales en su interpretación, tales como el título o las indicaciones que hacen referencia a las

variables representadas en cada uno de los ejes. Esto trae como consecuencia dificultades para su análisis e interpretación.

Además de estos factores, la presente investigación surgió al observar en nuestra práctica docente, que los contenidos de estadística son relegados para los últimos meses del año escolar; asimismo que en la enseñanza de estadística, solo se desarrollan los temas de los textos o de acuerdo a la experiencia docente sin enfatizar su proceso de construcción y análisis y el desconocimiento por parte de los docentes en el manejo de los conceptos básicos de la estadística hacen que los resultados por parte de los estudiantes no sea el adecuado. Esto se puede evidenciar en los resultados de las Pruebas Saber realizados a los estudiantes en el área de matemáticas.

De manera especial, los bajos resultados en las Pruebas Saber 2015 y 2016 (anexos) de los estudiantes del grado noveno (9°), con respecto al área de matemáticas, específicamente en estadística (lectura e interpretación de gráficos) de la Institución Educativa Diocesana Jesús Adolescente; concluyó que un 54% de los estudiantes no resuelven y formulan problemas a partir de un conjunto de datos presentado en tablas, diagramas de barras y diagrama circular, por tal motivo se crea la necesidad de identificar y analizar los recursos que los estudiantes del grado octavo (8°) desarrollan cuando se enfrentan a la lectura e interpretación de gráficos, de tal manera que a partir de este análisis se puedan sugerir situaciones de enseñanza que contribuyan a la comprensión del tema. Fundamentados en los datos suministrados por el MEN en los DBA tal como: “Interpreta información presentada en tablas de frecuencia y gráficos cuyos datos están agrupados en intervalos y decide cuál es la medida de tendencia central que mejor representa el comportamiento de dicho conjunto” con respecto a su Evidencia de aprendizaje:

- Interpreta los datos representado en diferentes tablas y gráficos”.

En base a estas necesidades sociales y educativas, y problemas que se encuentran resulta importante conocer entre otras, cómo los estudiantes desarrollan las habilidades de lectura de las tablas y gráficos estadísticos; y cuáles son sus dificultades

Teniendo en cuenta lo anterior surgen los siguientes interrogantes: ¿Cómo se enseña la estadística en la Instituciones Educativa?; ¿Por qué los estudiantes no leen e interpretan gráficos estadísticos?, ¿qué metodologías y estrategias utilizan los docentes en el aula de clase al orientar la estadística?, ¿cómo se realiza la interpretación y análisis de gráficos estadísticos?, ¿qué tipo preparación tienen los docentes que orientan la estadística?

Estos y otros interrogantes son temas de interés en *diferentes investigaciones*; en este sentido nos planteamos el siguiente interrogante: *¿Cuál es nivel de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Diocesana Evangelista Jesús Adolescente al leer e interpretar graficas estadística en la taxonomía de Curcio y que dificultades presentan?*

Dando respuesta a este particular, el compromiso adquirido en esta investigación se concretó alrededor del siguiente objetivo:

- Identificar el nivel de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Diocesana Evangelista Jesús Adolescente al leer e interpretar graficas estadística en la taxonomía de Curcio
- Describir las dificultades que presentan los estudiantes de grado octavo de la

Institución Educativa Diocesana Jesús Adolescente para leer e interpretar graficas estadísticas.

Con ello, se espera que los estudiantes sean capaces de leer, interpretar y tomar decisiones ante situaciones de la vida real las cuales serán cruciales tanto en su vida profesional como en la diaria.

3.2. Metodología

Teniendo en cuenta que a través del proyecto se pretende describir y conocer las dificultades que tienen los estudiantes para leer e interpretar los gráficos estadísticos, se toma la investigación cualitativa y descriptiva, tal como lo plantea Sampieri, Collado y Lucio (2010), ésta se enfoca a comprender y profundizar los fenómenos, explorándolos desde la perspectiva de los participantes en un ambiente natural y en relación con el contexto.

Nuestra investigación está enmarcada dentro del campo de la metodología cualitativa, ya que analizaremos la secuencia de una actividad diseñada bajo la propuesta del pensamiento estadístico relacionada con la lectura e interpretación de gráfico estadísticos con estudiantes de grado octavo de educación básica secundaria

3.3. Investigación cualitativa

Nuestra investigación se centra en la investigación basada en un enfoque cualitativo, debido a las características particulares, que corresponde a este enfoque.

Según Borba y Araujo (2004) señalan que la investigación cualitativa se caracteriza por que sus datos provienen de un ambiente natural donde se presentan, el investigador juega un papel muy importante, por lo que la investigación cualitativa es descriptiva. Debe señalarse, que el interés del investigador no está solo en los resultados o producto, sino en el proceso seguido para recoger y analizar los datos.

En este contexto, Flick (2007) orienta a analizar casos concretos en su particularidad de un tiempo y espacio, y a partir de las expresiones y actividades de las personas en los contextos locales que se desarrollan. Así mismo la metodología cualitativa diseña el camino de la investigación, estudia la complejidad de las personas, cosa o fenómeno que tiene ciertas particularidades y que lo hacen único e irrepetible.

Para Hernández, Fernández y Baptista (2010) “la metodología cualitativa utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (p.7).

3.3.1. **Sujetos participantes**

Se aplicó una prueba diagnóstica a 15 estudiantes de los grados octavo (8) de la Institución Educativa Diocesano Jesús Adolescente del total de una población de 120 estudiantes de estrato uno, con edades entre los 13 y 14 años, hombres y mujeres. La prueba consistía en seis preguntas donde los estudiantes tenían que pasar información de tablas a gráficos, a la inversa y desde allí buscar la solución a la respuesta correcta arrojando una la siguiente información.

Tabla 3 Resultados de la prueba diagnóstica de 120 estudiantes.

80 estudiantes	Viven con papá y mamá
64 estudiantes	Tienen 14 años
56 estudiantes	Tienen 13 años
110 estudiantes	Pertenecen a estrato 1
10 estudiantes	Pertenecen a estrato 2
40 estudiantes	Tienen en su casa medio de transporte carro o moto.
80 estudiantes	Tienen servicio de internet en sus casas.
40 estudiantes	Usan salas de internet o tiene teléfonos de alta gama

De la prueba diagnóstica se realizaron 6 preguntas a una población de 15 estudiantes arrojando los siguientes resultados:

Se les propone a los estudiantes una gráfica (3) con sabores de helados y los gustos que muestran los estudiantes, donde se debe escoger es el sabor más apetecido

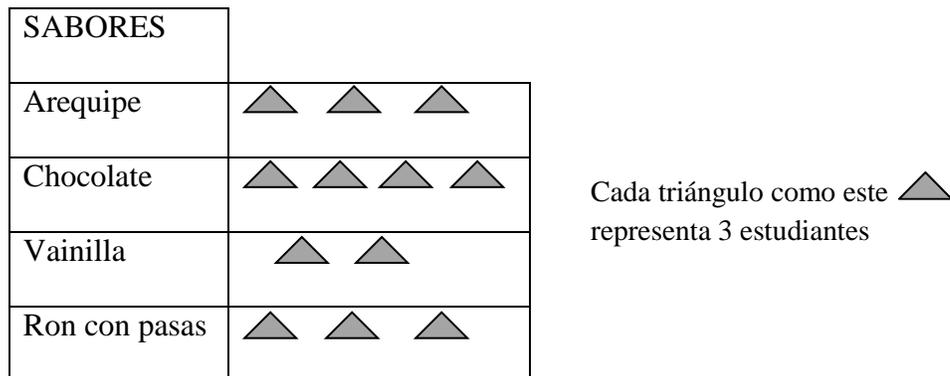


Gráfico 3 Sabores de helados, pregunta 1. Tomada del banco de preguntas Saber 2008

Para la pregunta dos, teniendo en cuenta el gráfico anterior, se le pide seleccionar el número total de estudiantes que respondieron la encuesta.

Para la pregunta tres y cuatro se les propone un ejercicio que ocurre en una pista de atletismo a través de una tabla y se les pregunta que escoja entre cuatro opciones cual es la respuesta correcta para saber el tiempo total de vueltas en la pista de atletismo.

Tabla 4 Tomada del Banco de preguntas Saber 2008

VUELTA	TIEMPO EMPLEADO
Primera vuelta	4 minutos y 15 segundos
Segunda vuelta	5 minutos y 45 segundos
Tercera vuelta	3 minutos y 30 segundos
Cuarta vuelta	4 minutos y 45 segundos

Para la pregunta cuatro se utiliza la tabla de atletismo y se les propone cuatro graficas donde deben escoger cual interpreta correctamente la tabla y en las preguntas cinco y seis se propone una gráfica donde se presenta un grupo de niños que en una semana de lunes a viernes recogieron envases reciclables y se propone la pregunta cinco así en qué día se recogió la menor cantidad y se propone cuatro opciones donde los estudiantes deben escoger la correcta. Para la pregunta seis tomando como base la gráfica de información sobre la recolección de envase se propone cuatro tablas de datos, donde los estudiantes deben escoger la tabla correcta.

Es importante mencionar que los anteriores análisis de los errores cometidos en la construcción de los gráficos estadísticos no pueden considerarse concluyente para los estudiantes de grado octavo (8) secundaria a nivel general, ya que las pruebas realizadas a éstos solo reflejan en parte la realidad de una Institución Educativa objeto de investigación y deben verse más en el sentido del análisis de un caso particular.

3.3.2. Instrumentos utilizados

Se aplicó una encuesta socioeconómica a todos los estudiantes de los grados octavos de la Institución Educativa Diocesana Jesús Adolescente, la cual nos arrojó unos resultados; en la cual se pudo constatar el estrato socioeconómico, tipo de familia, edad, acceso a la tecnología, tipo de familia, género etc. que nos ayudó a conocer el contexto de nuestros estudiantes.

Posteriormente y finalizando el primer período aplicamos la primera prueba diagnóstica la cual nos arrojó una información sobre algunas dificultades que presentan los estudiantes al leer e interpretar gráficos estadísticos. Finalmente, se le aplica la segunda prueba, la cual brindó una información más detallada en cuanto a las dificultades de los estudiantes al leer e interpretar gráficos estadísticos.

3.3.3. Secuencia didáctica aplicada a los estudiantes del grado octavo (8) Institución Educativa Diocesana.

Para el desarrollo de las diferentes actividades se adoptó algunas de las actividades propuestas por Munévar (2015) y adaptó cinco (5) actividades en donde se empleó el método socrático con el fin de despertar el interés de los estudiantes por aprender la temática, e igualmente se aplicó el método constructivista donde los estudiantes son participantes activos y deben construir el conocimiento. Además, se emplearon consultas con el fin de inculcar la parte investigativa, exposiciones de puntos de vista, y finalmente desarrollo de situaciones problemas de diferentes contextos con el fin de lograr un aprendizaje significativo.

Actividad N°1:

1. ¿Qué conceptos básicos de estadística recuerdas?
2. ¿Qué características debe tener una muestra?
3. Dado los siguientes ejemplos, Identifique la población, la muestra y la variable
 - 3.1. En nuestra Institución se hace una encuesta para saber el número de hermanos que tiene cada estudiante. Para ello se toma al grado octavo.
 - 3.2. Se desea realizar un estudio estadístico con algunas personas del Municipio de Buenaventura, acerca de la necesidad o no del pico y placa para los automóviles.
 - 3.3. En la Institución Educativa Diocesana Jesús Adolescente se quiere saber cuál es el deporte más practicado por los estudiantes y se realiza una encuesta a 10 estudiantes de cada curso

Actividad No.2:

1. ¿Para qué nos sirven las tablas de frecuencia?
2. ¿Qué partes tiene una tabla estadística?
3. Realice una encuesta a 10 de sus compañeros sobre:
 - 3.1. Número de hermanos
 - 3.2. Deporte preferido
 - 3.3. Equipó de Fútbol preferido, y construya la respectiva gráfica.

Actividad No.3:

1. ¿Para qué nos sirven los gráficos estadísticos?
2. ¿Cuáles son los tipos de gráficos más utilizados en estudios estadísticos de variables cualitativas y cuantitativas?
3. Dada cada una de las anteriores tablas de la actividad No 3, construya un gráfico para cada una de ellas
4. Dada la siguiente tabla, construya un gráfico estadístico

Tabla 5. Miembros de familia

Miembros por familia	Frecuencia
3	5
4	4
5	6
6	2
7	2

4.1. Equipos de fútbol

Tabla 6. Equipos de fútbol preferidos

Equipo preferido	Frecuencia
A	25
B	18
C	40
D	4
E	36

F	1
----------	----------

5. Dada la siguiente gráfica,

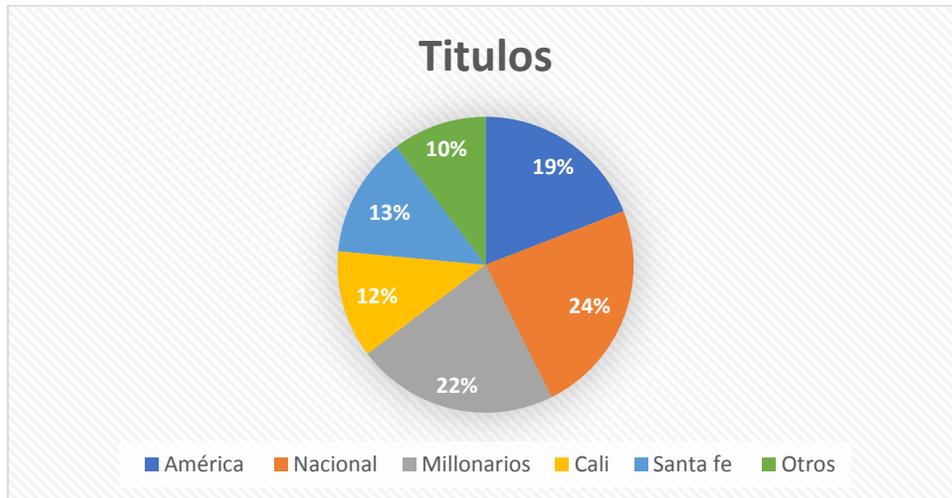


Gráfico 4 Títulos de equipos de fútbol colombiano

Construya la respectiva tabla estadística y responda

- ¿Cuál es el equipo con mayor número de títulos?
- ¿Cuál es el equipo con menor número de títulos?
- ¿Cuántos títulos tienen los equipos de Bogotá?
- ¿Cuántos títulos tienen los equipos del Valle del Cauca?
- ¿Cuántos títulos tiene los equipos de uniforme verde?

6. Dada la siguiente gráfica,



Gráfico 5. Títulos de equipos de fútbol colombiano 2

Construya la respectiva tabla estadística y responda

- ¿Cuál es el equipo con mayor número de títulos?
- ¿Cuál es el equipo con menor número de títulos?
- ¿Cuántos títulos tienen los equipos de Bogotá?
- ¿Cuántos títulos tienen los equipos del Valle del Cauca?
- ¿Cuántos títulos tiene los equipos de uniforme verde?

Actividad No.4:

- 1) ¿Qué diferencias encuentras entre los diferentes tipos de gráficas estadísticas?
- 2) ¿Qué tipos de gráficos estadísticos además de los anteriores conoces?

PARTE III. DISCUSIÓN Y ANALISIS DE RESULTADOS

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

4.1. Reflexión sobre la situación escolar de la estadística

Para el análisis de los resultados de la encuesta y la secuencia didáctica planteada que permitiese dar respuesta a los objetivos propuestos se opta por establecer lo expuesto por Schield, 2006; Arteaga, Batanero y Contreras, 2011 y las actividades de Munévar (2015). Las siguientes categorías de Análisis son establecidas tomando como referencia los aportes de Curcio (1989) sobre los niveles de comprensión de gráficos y relacionándolos con los resultados arrojados en el aula de clase. De modo que son indispensables en el momento de realizar el análisis, puesto que permiten caracterizar las acciones llevadas a cabo por los estudiantes de grado quinto al estar enfrentados en una situación problema, haciendo uso de información para ser representada principalmente en tres gráficos, el de barras, el circular y el histograma, estableciendo cifras sobre el desarrollo de la actividad.

Nivel 1: comprende tablas y las representa correctamente, teniendo algunas dificultades en elementos cognitivos.

Nivel 2: maneja la mayoría de las temáticas presentadas, teniendo dificultades en conceptos más cercanos a la temática de la elaboración de tablas.

Nivel 3: maneja de manera sobresaliente los elementos cognitivos presentados en la prueba a partir del buen razonamiento.

4.2. Resultados de la primera prueba aplicada

En la primera pregunta (ver Anexo 1) sobre la preferencia de sabores de helado, el 100% de los estudiantes respondieron acertadamente. De acuerdo con lo anterior se observa que los estudiantes no tienen dificultad a la hora de responder este tipo de gráficos, aquí encontramos que se cumple el **Nivel 1** propuesto por Curcio (1989) donde a los estudiantes les es fácil *leer los datos*; además interpretan los datos del gráfico, que es una de las competencias propuestas por Wu (2004) y referenciadas por Arteaga (2011).

En la segunda pregunta (ver Anexo 1) ¿Cuántos estudiantes en total respondieron la encuesta?, teniendo en cuenta el gráfico 3; el 66,67% de los estudiantes respondieron correctamente. Presentando un grado de dificultad del 33,33%, cuando se le pidió relacionar las figuras geométricas con una cantidad específica, aquí encontramos un error determinista, a los estudiantes les es fácil leer entre los datos para el Nivel 2 según Curcio (leer dentro de los datos), e interpretan la gráfica, además las dificultades que presentan en el nivel 2 propuesto por Gerber, Boluton-Lewis y Bruce (1995) citados por Batanero (2009), es decir, distinguen características parciales que presentan las gráficas, es decir, se fijan en el dato que presenta más frecuencia.

En la tercera pregunta (Anexo 1) sobre el tiempo empleado por Luis al realizar cuatro vueltas a una pista los estudiantes el 46.66% respondieron correctamente. Los estudiantes en el momento de responder una pregunta formulada presentan dificultades que superan el 50%, podemos identificar errores secuenciales y de orden, y oscilan entre los niveles 1 y 3 propuestos por Curcio.

En la cuarta pregunta sobre la identificación de la gráfica propuesta en la tabla 3 el 66,67% aciertan. En esta pregunta notamos que lo jóvenes presentan menos dificultades al trasladar la información de una tabla a un gráfico, podemos notar el error de orden y considerar que se encuentran en un nivel 2 (Curcio)

En la quinta pregunta sobre la información registrada en la siguiente gráfica de barras

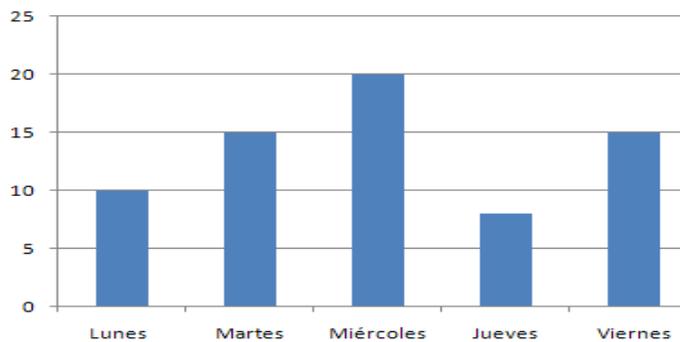


Gráfico 6. Días de la semana (pruebas Saber 2008)

El 33,33% de los estudiantes aciertan hacen corresponder el día de la semana con la frecuencia. Vemos errores de relación y de orden en esta pregunta, lo estudiantes leen los datos para el Nivel 1 de Curcio. Además, los estudiantes poseen un bajo nivel de comprensión, ya que no se fijan en lo que muestran los datos, sino que asocian los conocimientos previos que poseen sobre ellos y por lo general no lo hacen de manera correcta. Por ende, poseen problemas al procesar la información que los datos presentan (Gerber, Boluton-Lewis y Bruce (1995))

En la sexta pregunta se identifica y relaciona la tabla con la gráfica 5: Se observa que el 60% de los estudiantes tienen dificultades. Hay un error de relación, podemos decir que cumple el Nivel 1 leer los datos de Curcio

De acuerdo con los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes del grado 8, el 20% de los estudiantes *leen gráficos sencillos y pictogramas* que son de fácil lectura y relacionan pictogramas con valores numérico. Podemos evidenciar que la mayoría se encuentra en Nivel 1 propuesto por Curcio, donde sólo pueden leer datos, además de presentar distintos errores y generalmente en lo que proponen Gerber, Boluton-Lewis y Bruce (1995) presentan diversas dificultades y no alcanzan más de 3 niveles

A medida que se incrementa en nivel de dificultad de las preguntas, los estudiantes presentan mayor dificultad. Cuando se cambia el contexto de representación (de tabla a gráfico estadístico) la lectura se hace más complicada y el estudiante solo logra identificar los elementos del gráfico mediante la lectura literal de la información presentada en él, sin desarrollar cálculos, propio del primer nivel de lectura propuesto por Curcio

4.3. Resultados de la segunda prueba aplicada

En la segunda prueba aplicada a los estudiantes del grado octavo se les pregunto sobre el número de empleados, desocupados, empleados en proceso de cambio de trabajo y empleados insatisfechos con su trabajo donde se propuso la información en gráficas de barras

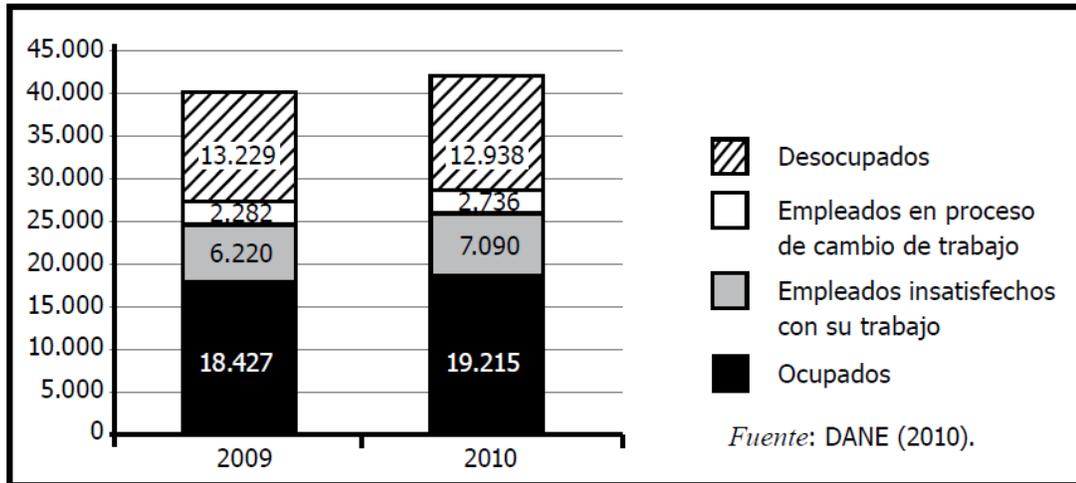


Gráfico 7. Actividad laboral (pruebas Saber 2014)

El 74% de los estudiantes tuvo dificultades en la lectura e interpretación del gráfico.

Se observa un bajo nivel al identificar que tabla representa dicho gráfico

En la segunda pregunta (anexo 2) se les planteo unas tablas de datos para que las representaran en gráficos estadísticos, en donde el 60% de los estudiantes tienen dificultades

Tabla 7. Deporte preferido

Deporte	Frecuencia f	Frecuencia Relativa	Frecuencia relativa %
Fútbol	35	0,35	35
Voleibol	20	0,2	20
Natación	45	0,45	45
Total	100	1	100

La pregunta número tres (Anexo2) se les propuso una tabla de dato y los estudiantes debían escoger la respuesta correcta de una serie de cuatro opciones

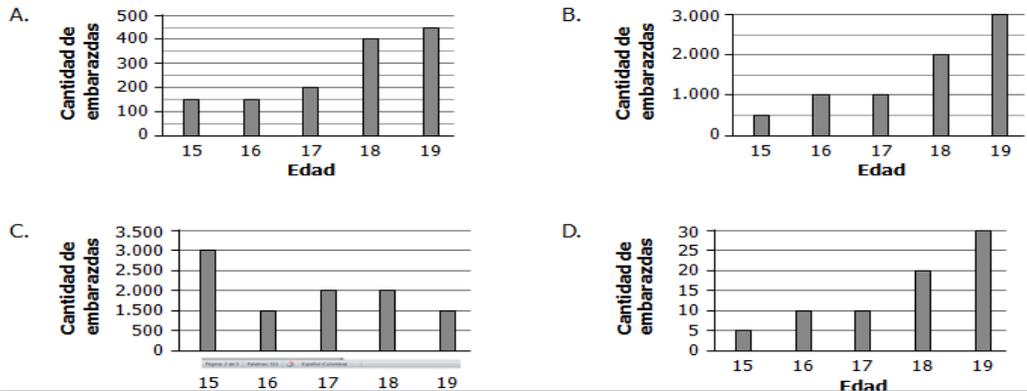
Tabla 8. Relación tabla con gráfica (Prueba saber)

La tabla muestra la incidencia de embarazos en mujeres adolescentes en una ciudad.

Edad	Porcentaje de adolescentes que han estado embarazadas	Número de adolescentes que han estado embarazadas	Población total de mujeres adolescentes
15	5%	150	3.000
16	10%	150	1.500
17	10%	200	2.000
18	20%	400	2.000
19	30%	450	1.500

Tabla

La gráfica que ilustra la cantidad de embarazos por grupo de edad es



La cuarta pregunta (anexo 2) se les propuso dado un gráfico circular con sus respectivos porcentajes identificar las frecuencias absolutas y realizar la tabla teniendo en cuenta algunas poblaciones de Buenaventura

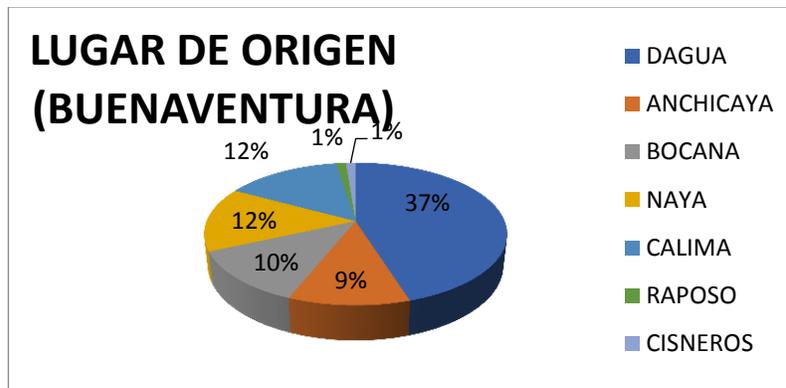


Gráfico 8. Lugares reconocidos de Buenaventura

La respuesta con relaciona esta pregunta estuvieron en el orden del 46%.

Como se puede observar en esta prueba los estudiantes tuvieron mayor dificultad y los niveles de comprensión de acuerdo con los teóricos referenciados están en la parte más baja de la escala y los errores son de diferente tipo

CAPÍTULO 5. ANALISIS DE RESULTADOS

5.1. Ejecución y análisis de resultados

5.1.1. Primera prueba aplicada

Las respuestas de la población en estudio fueron ubicadas de acuerdo con los niveles de comprensión de graficas estudiados por Gerber, Boluton-Lewis y Bruce (1995) citados por Batanero (2009), además de los niveles de Curcio (1989), considerando el análisis realizado de las respuestas arrojadas en las pruebas escritas y orales aplicadas a los alumnos de grado octavo de la Institución Educativa Diocesano Jesús Adolescente.

Aplicada la primera prueba diagnóstica se llegó a la siguiente conclusión:

Nivel 1: estudiantes que poseen un bajo nivel de comprensión, ya que no se fijan en lo que muestran los datos, sino que asocian los conocimientos previos que poseen sobre ellos y por lo general no lo hacen de manera correcta. Por ende, poseen problemas al procesar la información que los datos presentan.

Se puede ubicar u observar que los educandos toman como respuesta un gráfico que no recoge los criterios de la pregunta ni los términos empleados para tener criterios al escoger la respuesta. Al cambiarle el tipo de contextos estadístico, de tablas a gráficos. Además se ubican a los estudiantes que no logran relacionar el grafico a la tabla y en la construcción de gráficas y de tablas. Se observa que presentan

dificultades para relacionar el gráfico asignado con relación a los datos que se deben organizar para ese caso.

Se puede observar en la siguiente imagen lo expuesto en el análisis anterior:

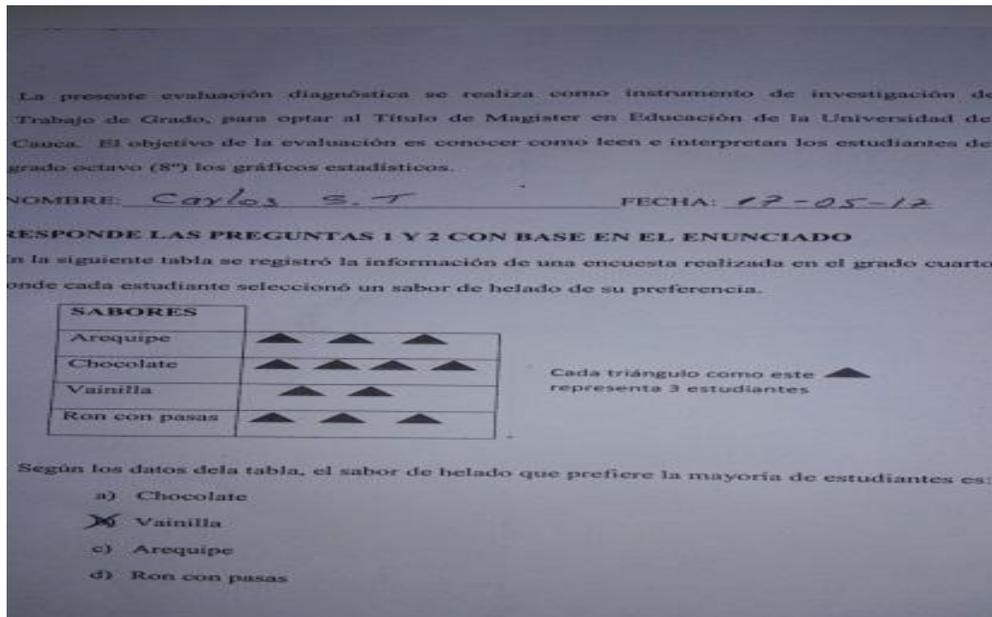


Gráfico 9. Imagen de sabores de helados, pregunta 1.

Nivel 2: Distinguen características parciales que presentan las gráficas, es decir, se fijan en el dato que presenta más frecuencia en un diagrama de barras.

En este nivel se encuentran algunos estudiantes que se les dificulta el paso de gráfico a tabla donde presentan errores de orden- graduación de escala, y errores de orden

Nivel 3: analizan por separado los elementos que componen la gráfica, resaltando la importancia de los mismos, pero no llegan a una generalización de ella.

Se puede seleccionar a los estudiantes que no logran representar datos adecuadamente en las tablas y gráficos, y además no alcanzan a manejar proporciones

adecuadas para construir gráficas, comparar cantidades y representarlas en proporciones adecuadas en las gráficas o tablas.

En este nivel ubicamos a los educandos que no logran relacionar el gráfico a la tabla y viceversa para representarlos en otro contexto matemático en la construcción de tablas de frecuencias y gráficos estadísticos.

Se puede observar en la siguiente imagen lo expuesto en el análisis anterior:

48 estudiantes

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 Y 4 CON BASE EN EL ENUNCIADO

Luis dio cuatro vueltas alrededor de una pista de atletismo. El tiempo que él empleó en dar cada vuelta se muestra a continuación.

VUELTA	TIEMPO EMPLEADO
Primera vuelta	4 minutos y 15 segundos
Segunda vuelta	5 minutos y 45 segundos
Tercera vuelta	3 minutos y 30 segundos
Cuarta vuelta	4 minutos y 45 segundos

3. El tiempo total que empleó Luis en dar las cuatro vueltas alrededor de las pistas fue de:

- a) 16 minutos
- b) 16 minutos y 30 segundos
- c) 17 minutos
- d) 18 minutos y 15 segundos

Gráfico 10. Relacionada con la tabla 3

Nivel 4: estudian cada una de las variables de la gráfica, pero no logran realizar generalizaciones.

En este nivel se seleccionan a los educandos que construyen gráficas, manejan las proporciones, pero no alcanzan a representar los datos en tablas y graficas con las generalizaciones del caso, en otras palabras no representan, leen o interpretan datos teniendo en cuenta las particularidades de las gráficas o tablas.

Se puede observar en la siguiente imagen lo expuesto en el análisis anterior:

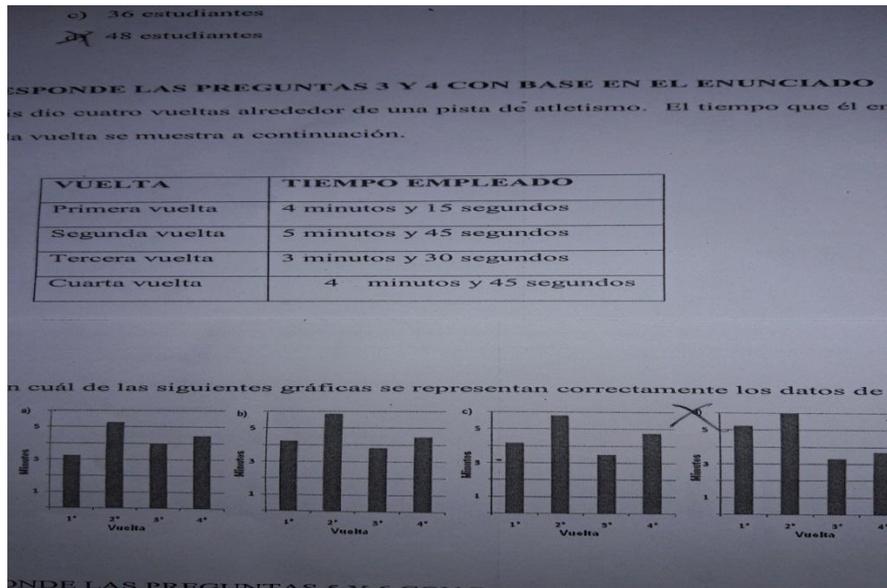


Gráfico 11. Relacionada con la tabla 3

Nivel 5: realizan comparaciones entre los diferentes elementos que componen la gráfica.

En este nivel se ubica a los educandos que manejan la proporcionalidad lo cual implica que representa gráficamente (diagramas de barras) los datos presentados en tablas de frecuencias. También los que trazan diagramas circulares representando adecuadamente las proporciones, aunque no utilizan las operaciones requeridas y los instrumentos de construcción necesarios para graficar.

Se puede observar en la siguiente imagen lo expuesto en el análisis anterior:

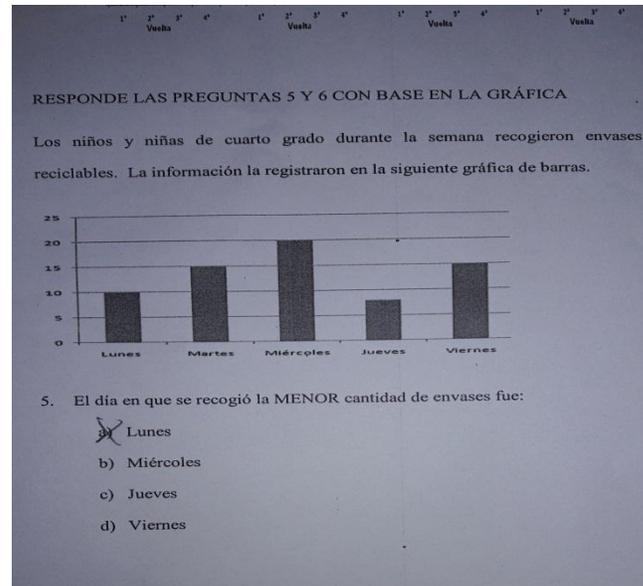


Gráfico 12. Relacionada pregunta 5 anexo 1

Nivel 6: los estudiantes utilizan sus conocimientos previos sobre gráficas para apoyar o rechazar sus conclusiones, comparan las variables de una misma gráfica y logran generalizaciones.

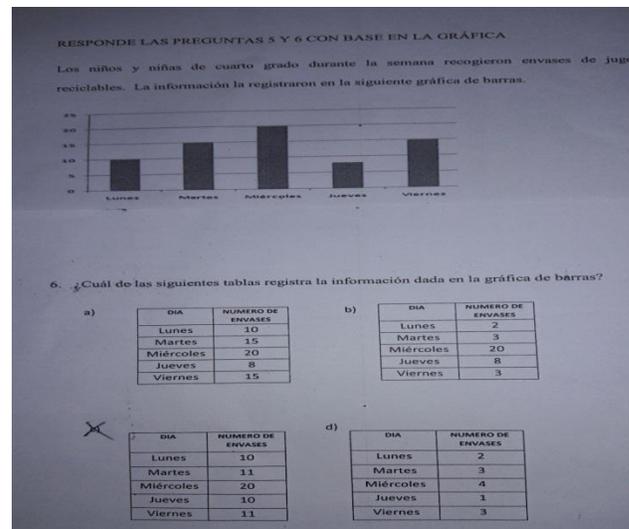


Gráfico 13. Relacionada pregunta 6 anexo 1

Nivel 7: los estudiantes realizan una extrapolación de los datos, es decir, realiza conclusiones a partir de los datos y además realiza predicciones.

De acuerdo a este análisis podemos observar que algunos estudiantes en la construcción de gráficos:

- Identifican el plano cartesiano, pero no lo distribuyen bien
- No diferencian diagrama de barras e histograma
- No tienen apropiación de los conceptos o nombres de las graficas
- Se le dificultad realizar operaciones para organizar la tabla de frecuencias
- No identificas las partes que componen una tabla de frecuencias y en la mayoría de los casos no identificas los elementos que van en cada frecuencia.
- Se les dificulta realizar las operaciones para trazar un diagrama circular y no saben construirlo, realizan un manejo inadecuado del transportador en la medición de ángulos para construcción de graficas circulares y los que logran graficarlo no tienen en cuenta el margen de error.

5.1.2. Segunda prueba aplicada

En la segunda prueba aplicada se plantearon cuatro preguntas con tablas y gráficos con un nivel más alto de complejidad después de haber realizado la secuencia didáctica que se está aplicando a los estudiantes del grado 8 de la Institución Educativa Diocesana, donde se puede evidenciar dificultades de los estudiantes en el momento de realizar el traslado de gráficos a tablas y tablas a gráficos, contestar y entender una torta o pastel estadístico.

Se planteó en la primera pregunta una gráfica donde el eje Y presenta la cantidad de miles de personas y en el eje X se plantearon dos años. Donde se estudia la cantidad de empleados, desempleados, empleados con ganas de cambiar trabajo y empleados insatisfechos con su trabajo. En esta pregunta los estudiantes solo contestaron correctamente 4 de 15 a que se les aplicó la prueba los jóvenes no leen más allá de los datos y presentan dificultad a la hora de representar frecuencias acumuladas.

Desde la pregunta número dos se pasó a preguntar a los estudiantes ubicar en gráficos estadísticos dos tablas donde se consultó el deporte de preferencias, su frecuencia relativa, su frecuencia acumulada y el porcentaje de participación en la encuesta, en esta solo la contestaron correctamente 6 estudiantes a los estudiantes les causa fuerte grado de dificultad trasladar una situación particular de una tabla a un gráfico, y construir a partir de dos ejes un eje x y un eje Y una información que es tan puntual. Donde podía utilizar un plano cartesiano o gráfico de pastel.

Para la pregunta tres se planteó una tabla de datos, donde se puede ver la población de mujeres adolescentes entre un rango de edad determinado que han estado embarazadas se plantea una tabla con edades, con porcentajes, con frecuencia relativa y frecuencia acumulada en esta prueba los estudiantes solamente acertaron cinco de quince estudiantes.

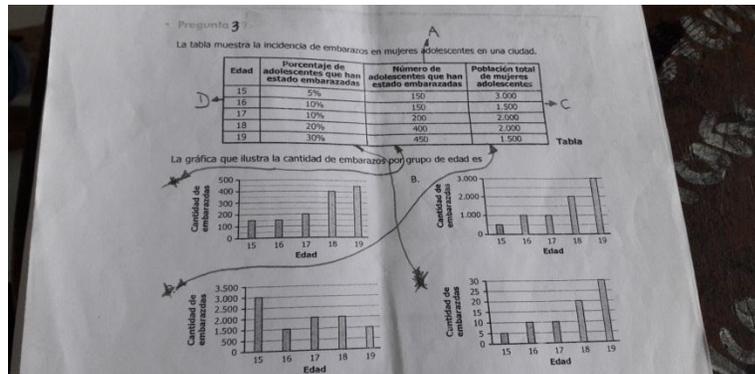


Gráfico 14. Relacionada pregunta 3 anexo 2

Desde la cuarta pregunta se solicitó a los estudiantes trasladar la información presentada en una torta y pastel a una tabla. La información era del contexto es decir de los ríos cercanos a la ciudad, en esta pregunta los jóvenes solo tuvieron un acierto de 7 estudiantes los demás no tuvieron capacidad de contestar esta pregunta.

De las pruebas aplicadas podemos decir que el nivel de Gerber, Boluton Lewis y Bruce (1995) citados por Batanero (2009), alcanzado por los estudiantes solo está entre los niveles uno, dos y tres porque los estudiantes tienen dificultades a la hora interpretar la información y hacer traslados de tabla a gráficos y gráficos a tablas.

Además, en la representación de gráficos estadísticos se observó a nivel general que los estudiantes omiten las etiquetas de los datos, no nombran los ejes, omiten datos que permiten el análisis del estudio estadístico. Estos errores están categorizados dentro de los niveles de Arteaga (2011).

CAPÍTULO 6. Discusión de resultados

6.1 Análisis de los resultados

Identificación de las dificultades que presentan los estudiantes de grado octavo (8) para leer e interpretar tablas y gráficos estadísticos.

➤ **Primera pregunta y tercera**

Al interior de la respuesta dada por el educando se puede identificar que ellos logran describir la respuesta correcta basándose en equivalencias bilaterales, en donde este observa el enunciado, y como es elaborada la pregunta y de acuerdo a ello identifica qué grafica encabeza la respuesta con los términos similares a la pregunta. Al representarles la información en diferentes tipos de contextos matemáticos.

De igual manera se evidencia que otros educandos toman como respuesta un gráfico que no recoge los criterios de la pregunta, ni los términos empleados para dar respuesta al enunciado. Al cambiarle el tipo de contextos estadísticos, de tablas a gráficos.

En consideración a lo expuesto en la respuesta se evidencia que esta presenta un cotejo entre periodos de igual denominación tomando como referencias cantidades que representen mayor valor absoluto para ser escogido como respuesta.

En la tercera pregunta realizan un análisis muy parecido al de la primera pregunta, donde la información se le presenta de forma invertida a la primera, pero se pudo evidenciar que hubo estudiantes que escogieron una respuesta que no tenía mucha relación con la información de la tabla, esto se presenta porque no leen el

enunciado, no leen la tabla y no hacen una relación adecuada de gráfico, tabla y viceversa.

➤ Segunda pregunta

De acuerdo a lo observado en el análisis realizado por los estudiantes se puede evidenciar que estos presentan mayor inclinación a realizar diagramas de barras que diagramas circular ya que para ellos es más fácil o más comprensible trabajar diagramas de barra que otro tipo de gráfica estadísticas.

Además, la mayoría de los estudiantes (80%) manejan la proporcionalidad lo cual implica que esta mayoría representa gráficamente (diagramas de barras) los datos presentados en tablas de frecuencias.

El diagrama circular representan las proporciones aunque no utilizan las operaciones requeridas y los instrumentos de construcción necesarios para graficar. También se evidencian estudiantes en una proporción mínima (20%) que no logran relacionar el grafico a la tabla y/o la tabla al gráfico en la construcción de gráficas y de tablas.

Se evidencia que el estudiante analiza y es coherente entre la información recibida en las gráficas y la tabla de frecuencias que debe construir. De igual manera se observa que un porcentaje (20%) presenta dificultades para relacionar el grafico asignado con relación a los datos que se deben organizar para ese caso.

Por lo anteriormente expuesto en el análisis realizado, se entiende que los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Diocesano Jesús adolescente no

están ubicados en un nivel determinado donde alcancen a cumplir con lo esencial, básico y fundamental de los conocimientos y las habilidades a adquirir que tiene como fin el MEN con los objetivos a alcanzar en los estándares en el área de matemáticas en el pensamiento aleatorio, ya que los estudiantes no logran:

- Comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas);
- Usar representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares),
- y Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares. (MEN, p. 15).

Conforme al análisis realizado se logra evidenciar que los estudiantes de grado octavo, no poseen los conocimientos mínimos que para el grado donde se encuentran establecidos los DBA, así mismo se evidencia que carecen desconocimiento de los DBA establecidos para grados previos (grados 6tos y 7mos), conforme a los parámetros que orientan los DBA para ellos, evidenciando debilidades en este sentido.

Analizando los niveles de los estudiantes de grado octavo se puede evidenciar, que los ubicados entre los niveles elementales (uno, dos y tres) representan un porcentaje muy significativo; los que se encuentran entre los niveles cuatro y cinco representan porcentajes poco significativo, además ninguno se encuentra en los niveles seis y siete lo cual permite establecer las debilidades que presentan los estudiantes de dicho grado.

Como se puede observar de acuerdo con las respuestas encontradas al aplicar las pruebas y la secuencia didáctica a los estudiantes, ellos identifican conceptos estadísticos y se reconocen elementos básicos de los gráficos estadísticos tales como título, rótulos, ejes y escalas. La mayoría de los estudiantes no se apropia de los tipos de variable estadística y del gráfico que mejor la representa, suelen encontrar gran dificultad

De manera general los estudiantes realizan la “lectura de los datos” y en el segundo “la lectura entre los datos” (niveles definidos por Curcio (1989) citado por Arteaga., 2011), pero se les dificulta la “lectura más allá de los datos”, es decir aún no logran realizar predicciones e inferencias sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico o tabla estadística, es decir sobre información implícita.

CONCLUSIONES

Realizado el análisis de las respuestas emitidas por los estudiantes podemos concluir que:

- Los estudiantes no logran leer gráficos o tablas que involucren operaciones matemáticas o estadísticas, solo leen los que presentan tablas o gráficas de datos simples. Por ende, presentan problemas para construir gráficos o tablas con este tipo de dificultad.
- El diagrama que más logran identificar, leer y analizar es el diagrama de barras, pero se presentan casos donde el estudiante no identifica

proporciones y en el peor de los casos no alcanzan a trazar un plano cartesiano o lo trazan sin mediadas o con escalas inadecuadas.

- Presentan desconocimiento del lenguaje o terminología propia de las estadísticas (gráficas y tablas estadísticas o elementos que la conforman).
- La mayor dificultad se presenta en la identificación, lectura, interpretación y construcción de diagramas circulares, ya que en este no logran diferenciar las particularidades para realizar una adecuado análisis del mismo, mucho menos logran inferir realizar conjeturas y predecir sobre información presentada, además desconocen las operaciones para la construcción de este tipo de gráficas y la medición de los ángulos es otra de mayores dificultades expresadas por la población estudiada.
- Los estudiantes poseen un nivel muy elemental de conocimientos estadísticos, no alcanzan a empoderarse de los conocimientos básicos y específicos orientados por los estándares en el área de matemáticas en el pensamiento aleatorio y no manejan los saberes claves que determinan los DBA de acuerdo a el grado octavo ni los de los grados anteriores (6to y 7mo).
- Leer los datos, solo requiere una lectura literal de la tabla o del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo, se refiere a cuestiones sobre la lectura de las escalas o encontrar el valor de la frecuencia correspondiente a una categoría, dado el valor de las otras frecuencias y el tamaño de muestra.

- El nivel de lectura más frecuente es “leer los datos”, coincidiendo con los resultados de Curcio (1989); Díaz-Levicoy (2014) y Díaz-Levicoy y Arteaga (2014) respectivamente.
- Las principales dificultades mostradas por los estudiantes al leer una gráfica son: entre otros es que confunden los ejes; no identifican las unidades de medida de cada eje.

La maestría modalidad profundización ha generado una acentuada reflexión sobre el modelo pedagógico utilizado en Colombia en función de las verdaderas necesidades de nuestro país, por ello se da como recomendaciones lo siguiente:

- ✓ Modificar el modelo pedagógico nacional de la evidencia impuesto por intereses particulares externos, y sea direccionado este hacia el modelo pedagógico de la creación, exploración y producción de nuevos conocimientos que permitan empoderar al país hacia un nuevo y mejor futuro en todas las áreas del conocimiento, optimizando en forma superlativa el desarrollo económico y social de todos los habitantes que la conforman.

El gobierno cree centros de conocimientos estadísticos que, apoyados con otros de la misma línea, permita exteriorizar nuevos y mejores saberes que serán compartido como vivencia para mejorar las practicas pedagógicas y normalizar los procesos de formación en esta área en sus diferentes niveles académicos.

- Además, se recomienda que la planeación institucional recoja las verdaderas necesidades pedagógicas y académicas de la institución donde se implementa,

y en ese sentido se logren realizar los correctivos de acuerdo a las alarmas tempranas implementadas en dicha planeación, logrando con ello generar correctivos oportunos durante el proceso y no al final de este cuando ya no tiene sentido.

- Se debe tomar conciencia que el educando trae inconvenientes de su entorno de diferentes índoles (social, afectivo, cognitivo, económico, sicomotriz, entre otros) y el docente debe estar en capacidad de sortearlos por la experiencia y formación que posee, evitando con ello que este tipo de situaciones se le conviertan en un obstáculo para alcanzar los logros y desempeños establecidas en la planeación pedagógica.

CONSIDERACIONES FINALES

La práctica pedagógica en el aula nos ha ayudado a entender los problemas que afrontan los jóvenes en la educación de hoy, donde todo el acceso que tienen a la tecnología no les está ayudando de manera positiva en la resolución de problema, ya que la cotidianidad de la vida, pide ver la vida con los ojos de otra realidad.

La asignatura de estadística se les viene dando a los estudiantes desde el grado 4 de básica primaria y cada año tiene más motivación por parte de los docentes que les toca impartir, situación que no se entiende cuando se le colocan ejercicios de fácil interpretación y no pueden contestar positivamente.

La maestría modalidad en profundización, nos ha ayudado a entender y a preguntarnos que estamos haciendo con nuestros jóvenes estudiantes, como están los pensum académicos, que estamos haciendo en las aulas, como estamos entusiasmando a nuestros estudiantes. Cuando empezamos nuestras clases de Docentes pensamos que ya sabíamos todo en pedagogía y didáctica, pero hoy al afrontar una temática especial no hemos quedado muchas veces corto en dar respuesta a nuestras preguntas y podemos preguntarnos será que la educación ha hecho todo lo necesario por nuestros niños y jóvenes.

Como Docente debo preocuparme por aportar más a la investigación y a dar respuesta a los fenómenos y problemas que surgen en el aula de clases con nuestros estudiantes, muchas veces hemos creído que el hecho de que algunos no entienden un tema determinado es porque no tienen capacidad de raciocinio o simplemente porque

no estudian, cuando son otros los factores que han rodeado la práctica de enseñanza-aprendizaje de ellos. La educación parte desde los primeros años de preescolar pasan básica primaria y siguen a básica secundaria, donde se han encontrado una buena cantidad de maestros y maestras que con todas sus habilidades tratan de dar lo mejor de sí mismos en el proceso de enseñarles a nuestros estudiantes. Muchos de esos docentes se inclinan aunque no lo digan a determinadas ciencias de aprendizajes porque son las que más dominan y con las cuales se identifican más ejemplo algunas les gusta más español y dedican buen tiempo de clase a esta área, otros se inclinan por las matemáticas y muestran su deseo hacia ella, algunos son de sociales donde se mueven como pez en el agua y otros más les gusta la educación física y la estética donde muestran sus habilidades claramente dejando muchas veces las materias o asignaturas fundamentales que hacen del currículo completo lo necesario para alcanzar los desempeños básicos que están diseñados en los estándares .

Cuando los jóvenes llegan a básica secundaria se chocan con una barrera de un grupo grande de maestros que los esperan cada uno fuerte en su asignatura para dar en los chicos y jóvenes lo mejor de su enseñanza y ahí donde empieza el verdadero viacrucis de muchos jóvenes que vienen con la niñez de diez u once años de edad se encuentran con una batalla que tienen que empezar hacer del currículo parte esencial de su vida y empiezan los maestros con todas las dificultades los muchachos no saben las operaciones básicas, los muchachos no saben leer, los muchacho no saben que es un mapa, les da pereza buscar los huesos de la cara, no traen la biblia, no saben que es la célula, los jóvenes no traen las tijera este es del desafío de la educación en el grado sexto y empieza el calvario en los años siguientes y que sucede con nuestros niños en

sus casas es otro dilema podemos decir también otro problema en el aula, muchos de ellos viven con papa y mama; pero otro grupo grande vive solo con mama y otro solo tienen al papa, no podemos olvidarnos de los niños y jóvenes que han quedado a cargo de la abuela y en casos más pequeños de los abuelos, hay otro grupo con los tíos y podía faltar los niños y jóvenes con sus padrinos muchos de ellos con problemas sicosociales por la falta de sus tutores y otros con los problemas económicos por falta de recursos económicos para llegar al colegio, para tener los alimentos básicos necesarios.

Hoy como maestros nos podemos preguntar que estamos haciendo por ellos solamente diciendo que no saben interpretar un tema determinado de matemáticas o que no les enseñaron lo necesario, y que no tuvieron buenos maestros o que los horarios no alcanzan para enseñar. Debemos respondernos nosotros mismos la educación debe evolucionar la vida de las personas y cómo podemos hacer esta revolución dándole los elementos necesarios para que nuestros jóvenes avancen más y mejor en su calidad de vida y que vean la escuela no como un sitio de tortura sino como el sitio que les garantizara al menos sus necesidades básicas insatisfechas, como un plan a largo plazo donde les daremos las herramientas para ser más personas, con ideales y sueños que hoy las tecnologías por más avanzadas que están y que solamente son herramientas para hacer las tareas más fáciles y que no garantizan la felicidad de nadie.

Como Docentes tenemos que empezar a ver la educación como un arma que permitirá ayudar a nuestros jóvenes a caminar seguros buscando un norte en su vida diaria. La Maestría cambió mi visión de ver la educación de una manera más Humana

centrada en el ser definitivamente el verdadero protagonista de esta aventura llamada la educación por eso seremos profesores más humanos en el aula conociendo nuestros chicos y jóvenes para que la vida de ellos se convierta verdaderamente en un sueño por lograr.

BIBLIOGRAFÍA

- Advíncula, E. (2015). Tablas y gráficos de barras a través del ciclo del pensamiento estadístico. Un estudio con alumnos de primer grado de educación primaria (Tesis de maestría PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ ESCUELA DE POSGRADO) Recuperado de: http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/123456789/6759/ESPINOZA_ESTEBAN_NORMA_TABLAS.pdf?sequence=1
- Arteaga, P. (2011). Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimiento didáctico de futuro profesores. (Tesis Doctoral, Universidad de Granada, Departamento de la didáctica de la matemática). Recuperado de www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/arteaga.pdf
- Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*
- Arteaga, P., Batanero, C., Díaz, C. y Contreras, J. (2009). El lenguaje de los gráficos estadísticos. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 18, 93-104.
- Arteaga, Pedro; Díaz-Levicoy, Danilo Batanero, Carmen (2018). Investigaciones sobre gráficos estadísticos en educación primaria: revisión de la literatura. *Revista digital Matemáticas, Educación e Internet*, 18(1), pp. 1-12.
- Batanero, C. (1998). Recursos en Internet para la Educación Estadística. *UNO*, 15, 13- 25.
- Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix* 15, 8.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística, 19.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. Conferencia inaugural de las Jornadas Interamericanas de enseñanza de la Estadística., 118.
- Batanero, C. (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Conferencia inaugural.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: Componentes y desarrollo. En: J. M. Contreras, G. R. Cañadas, M. M. Gea y P. Arteaga (Eds.), *Actas de las Primeras Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*. (pp. 55-61). Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Batanero, C.; Arteaga, P. Y Ruiz, B. (2010) Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28 (1), 141– 154

- Bermejo, V., Lago, M. O., Rodríguez, P. y Pérez, M. (2000). Fracaso escolar en matemáticas: cómo intervenir para mejorar los rendimientos infantiles. *Revista de Psicología General y Aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, 53(1), 43-62
- Behar, G., y Ojeda R. (1997). El problema de la educación estadística: perspectiva desde el aprendizaje. *Ingeniería y Competitividad, Departamento de producción e investigación I* (1), pp.47-53. Recuperado de <file:///C:/Users/MARGARITA/Desktop/libro%20de%20estadistica.pdf>
- Borba, M. & Araujo, J. (2004). *Pesquisa Qualitativa em Educacao Matemática*. Belo Horizonte: Autentica Editora LTDA.
- Brousseau, G. (1986). “Fundamentos y métodos de la didáctica”, RDM N° 9 (3). Versión en español publicada por Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la Universidad de Córdoba.
- Castiblanco, A., Urquina, H., Camargo, L. & Acosta, M. (2004). *Pensamiento Geométrico Tecnologías Computacionales*. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. Enlace Editores Ltda. Bogotá, Colombia.
- Cazorla, I. (2002). A relacao entre a habilidades viso-pictoricas o dominio de conceitosestatisticosleitura de graficos. (Tese de Doutorado, Universidad de Campinas). Recuperado de http://www.pucrs.br/famat/viali/tic_literatura/teses/Cazorla.pdf
- CHEVALLARD, Y. (1991)). *La Transposición Didáctica del saber sabio al saber enseñar*. Argentina: Aique.
- Curcio, R. (1987). Comprehension of Mathematical Relationships Expressed im Graphs. *Journal for Reserch in Mathematics Education*. 18(5). pp. 382-393. Recuperado de http://www.jstor.org/stable/749086?seq=1#page_scan_tab_contents
- Danilo Díaz-Levicoy, Belén Giacomone, M. del Mar López-Martín y Juan Luis Piñeiro (2016) Estudio sobre los gráficos estadísticos en libros de texto digitales de educación primaria española Profesorado. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 20(1), 133-156. <http://www.ugr.es/~batanero/documentos/DiazLevicoy.pdf>
- Díaz, D. (2014). Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libro de textos de educación primaria española. (Tesis Maestría, Universidad de Granada) Recuperado de: <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/TFMDanilo.pdf>
- Díaz-Levicoy, D. (2014) Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de Educación Primaria española. Trabajo Fin de Máster sin publicar, Universidad de Granada, Granada.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C. Arteaga, P. y López-Martín M. M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de Educación Primaria chilena.

Educação Matemática Pesquisa, 17(4), 715-739.
<http://funes.uniandes.edu.co/8332/1/23446-68077-1-PB.pdf>

- Escudero, J.M. (1981). Modelos didácticos. Barcelona: Dicciones Novedades.
- Flick, U. (2007). Introducción a la investigación cualitativa. Madrid, España: Morata.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*. 32 (2). Pp. 124-158. Recuperado de <https://vis.arc.vt.edu/~npolys/projects/safas/749671.pdf>
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), pp.1-25. Recuperado de <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1751-5823.2002.tb00336.x/pdf>
- Godino, J. (2010.). <http://www.ugr.es/local/jgodino>. Recuperado el 13 de 2017, de Versión revisada y ampliada del capítulo, —Hacia una teoría de la educación matemática (Godino, 1991)
- Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto17.pdf
- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Proyecto Edumat-Maestros, 22.
- González, G. D. (2014). Constitución de la Identidad del profesor que enseña estadística. Medellín.
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2010). Metodología de la investigación. México, Editores, S.A. DE C.V. Recuperado de: http://www.academia.edu/6399195/Metodologia_de_la_investigacion_5ta_Edicion_Sampieri
- http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/cuadernillosPedagogicos/No.%205/Matematicas/5_sexto_mate.PDF
- Icfes. (2013). Icfes Saber 3°, 5° y 9°. Recuperado el 15 de 11 de 2015, de <http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx>
- ICFES. (2014). SABER 3°, 5° y 9° 2013. Cuadernillo de prueba. Matemáticas 9° grado. Bogotá: ICFES. En http://www.icfes.gov.co/examenes/component/docman/doc_view/858-matematicas-9-2013?Itemid=

- López, N. (2014). La enseñanza de la estadística en educación primaria en América Latina. Revista Iberoamericana sobre calidad, eficacia y cambio en Educación., 104.
- Medina, L. (2011). Dificultades en la lectura e interpretación de Gráficos estadísticos en estudiantes de grado décimo, (Licenciado en Matemática). Colombia. Recuperado de: Repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7204/2/142024.pdf
- Mendez, M. y Ortíz, M. (2012). Construcción y lectura de gráficos y tablas estadísticas. (Tesis de la Licenciatura en Psicología Educativa de la Universidad Pedagógica Nacional). México. Recuperado de: <http://200.23.113.59/pdf/28977.pdf>
- Mingorance, C.(2014) La estadística en las pruebas de diagnóstico andaluzas. Trabajo Fin de Grado sin publicar, Universidad de Granada, Granada.
- Ministerio de Educación Nacional República de Colombia [MEN]. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar! Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas.
- Ministerio de Educación Nacional, M. (1998). Lineamientos Curriculares Matemáticas. Bogotá.
- Munévar; L (2015) Enseñanza- aprendizaje del análisis de gráficos estadísticos en los estudiantes de décimo grado de la I.E. Sylvania a partir de situaciones problemáticas. Maestría thesis, Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales.
- Pérez, S. (2010). La estadística como herramienta en la investigación psicológica un estudio exploratorio. (Tesis de Master Universidad de Granada, Departamento de didáctica de las matemáticas). Recuperado de, <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/Cuauhtemo.pdf>
- Quevedo, B. (2017 .13 de septiembre). La Didáctica. Equiángulo, Revista en línea, 1 (1).
- Ruiz, A. (2015). Un estudio de caso sobre errores y dificultades observadas en la elaboración de algunas gráficas estadísticas. Góndola, Enseñ Aprend Cienc, 10(1), 26-39. doi: 10.14483/udistrital.jour.gdla.2015.1.a02
- Sánchez Aguilar. Mario (2016). Educación Matemática (EM. investigación en didáctica de las matemáticas, volumen 28, número 3.
- Spiegel, M. (2013). Estadística. España: McGraw-Hill
- Vasco, C. (1990). Algunas reflexiones sobre pedagogía y didáctica. Pedagogía, Discurso y Poder. Santafé de Bogotá: Mario Díaz & José Muñoz.

ANEXOS

ANEXO A



DIÓCESIS DE BUENAVENTURA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA DIOCESANA
JESÚS ADOLESCENTE
NIT: 900.265.020-1 DANE 176109002802

ENCUESTA SOCIOECONOMICA APLICADA AL GRADO 8° DE LA INSTITUCION EDUCATIVA DIOCESANA JESUS ADOLESCENTE.

Nombre y apellidos _____ grado 8°.-

Señale con una X tú respuesta:

1. Edad:

- a. 12
- b. 13
- c. 15
- d. 14

2. Género:

- a. Masculino.
- b. Femenino.

Vive con:

- a. Papa, mamá y hermanos.
- b. Papá y hermanos.
- c. Mamá y hermanos
- d. Otro

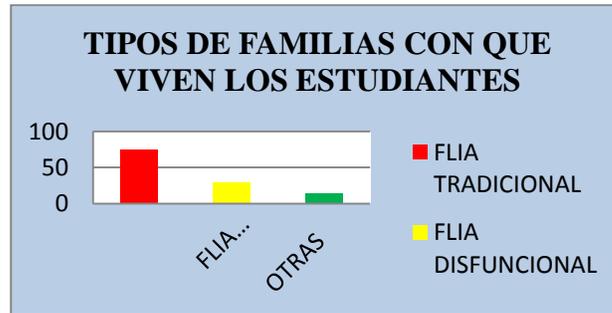
3. Tiene acceso a la tecnología:

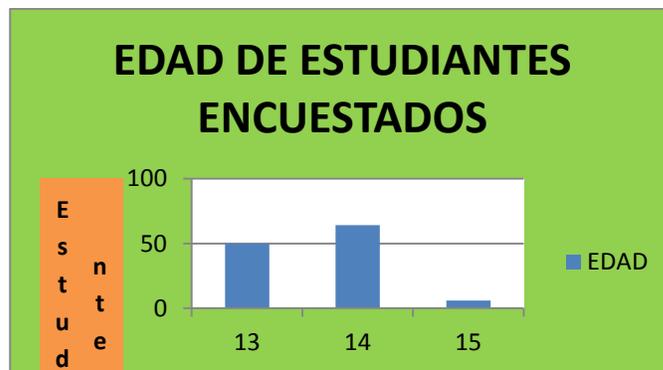
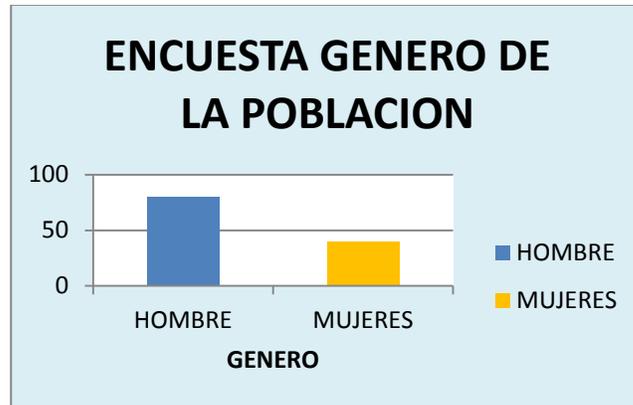
- a. Internet en casa.
- b. Usa salas de internet.

4. Tiene teléfono de alta gama:

- a. Si
 - b. No
5. Tienen vehículo en tu casa (carro o moto).
- a. Si
 - b. No
6. Tipo de vivienda:
- a. Alquilada.
 - b. Propia.
7. Extracto donde queda tu vivienda.
- a. Extracto uno
 - b. Extracto dos
8. Número de hermanos incluyéndose
- a. Uno
 - b. Dos
 - c. Tres
 - d. Mas
9. Posición que ocupa entre sus hermanos
- a. Primero
 - b. Segundo
 - c. Tercero
 - d. Otro
10. Quien los cuida la mayor parte de su tiempo en la casa u hogar
- a. Mamá
 - b. Papá
 - c. Familiar
 - d. Trabajadora del servicio doméstico
 - e. Otro

Resultados estadísticos de las encuestas realizadas a los estudiantes





ANEXO 1



DIÓCESIS DE BUENAVENTURA
*INSTITUCIÓN EDUCATIVA DIOCESANA
JESÚS ADOLESCENTE*
NIT: 900.265.020-1 DANE 176109002802

NOMBRE: _____

FECHA: _____

RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 CON BASE EN EL ENUNCIADO

En la siguiente tabla se registró la información de una encuesta realizada en el grado cuarto, donde cada estudiante seleccionó un sabor de helado de su preferencia.

SABORES	
Arequipe	▲ ▲ ▲
Chocolate	▲ ▲ ▲ ▲
Vainilla	▲ ▲
Ron con pasas	▲ ▲ ▲

Cada triángulo como este ▲
representa 3 estudiantes

- Según los datos de la tabla, el sabor de helado que prefiere la mayoría de estudiantes es:
 - Chocolate
 - Vainilla
 - Arequipe
 - Ron con pasas
- Según la información dada en la tabla, ¿Cuántos estudiantes en total respondieron la encuesta?
 - 9 estudiantes
 - 12 estudiantes

c) 36 estudiantes

d) 48 estudiantes

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 Y 32 CON BASE EN EL ENUNCIADO

Luis dio cuatro vueltas alrededor de una pista de atletismo. El tiempo que él empleó en dar cada vuelta se muestra a continuación.

VUELTA	TIEMPO EMPLEADO
Primera vuelta	4 minutos y 15 segundos
Segunda vuelta	5 minutos y 45 segundos
Tercera vuelta	3 minutos y 30 segundos
Cuarta vuelta	4 minutos y 45 segundos

3. El tiempo total que empleo Luis en dar las cuatro vueltas alrededor de las pistas fue de:

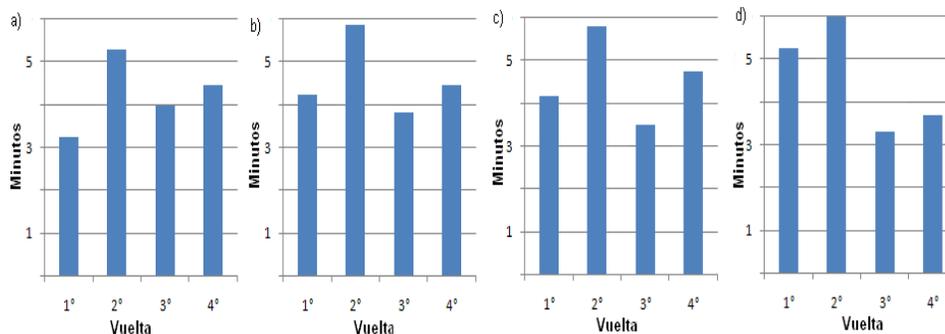
a) 16 minutos

c) 17 minutos

b) 16 minutos y 30 segundos

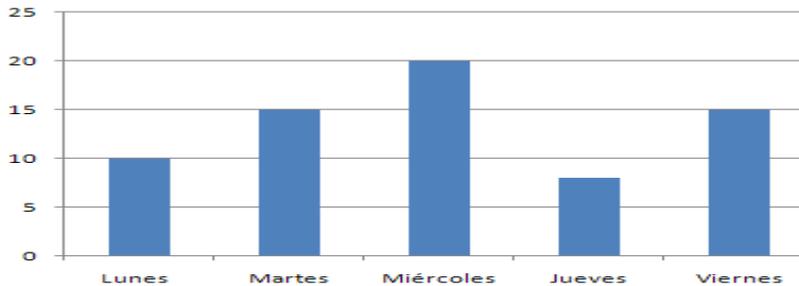
d) 18 minutos y 15 segundos

4. ¿En cuál de las siguientes gráficas se representan correctamente los datos de la tabla?



RESPONDE LAS PREGUNTAS 5 Y 5 CON BASE EN EL ENUNCIADO

Los niños y niñas de cuarto grado durante la semana recogieron envases de jugo reciclables. La información la registraron en la siguiente gráfica de barras.



5. El día en que se recogió la MENOR cantidad de envases fue:
- a) Lunes
 - b) Miércoles
 - c) Jueves
 - d) Viernes

6. ¿Cuál de las siguientes tablas registra la

información

a)

DIA	NUMERO DE ENVASES
Lunes	10
Martes	15
Miércoles	20
Jueves	8
Viernes	15

b)

DIA	NUMERO DE ENVASES
Lunes	2
Martes	3
Miércoles	20
Jueves	8
Viernes	3

c)

DIA	NUMERO DE ENVASES
Lunes	10
Martes	11
Miércoles	20
Jueves	10
Viernes	11

d)

DIA	NUMERO DE ENVASES
Lunes	2
Martes	3
Miércoles	4
Jueves	1
Viernes	3

TABLA DE RESPUESTA.

LETRAS / NÚMEROS	1	2	3	4	5	6
a	<input type="radio"/>					
b	<input type="radio"/>					
c	<input type="radio"/>					
d	<input type="radio"/>					

ANEXO 2



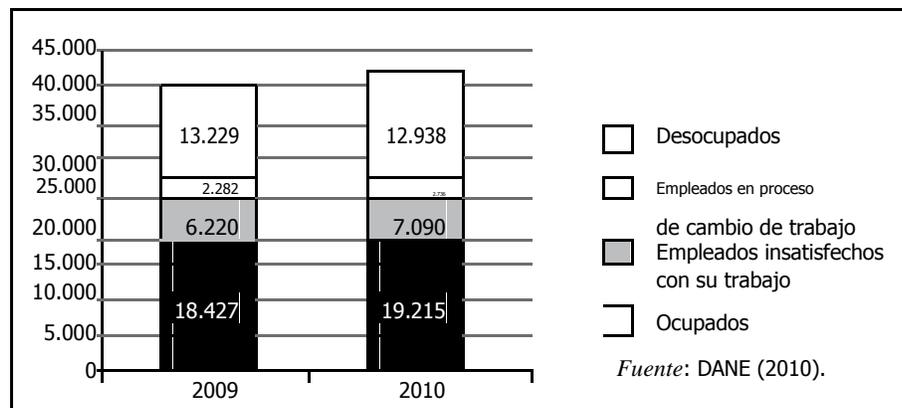
DIÓCESIS DE BUENAVENTURA
**INSTITUCIÓN EDUCATIVA DIOCESANA
JESÚS ADOLESCENTE**
NIT: 900.265.020-1 DANE 176109002802

EVALUACIÓN y ENCUESTA DIAGNOSTICA PARA ESTUDIANTES DEL GRADO 8 (ESTADISTICA)

La presente evaluación diagnóstica se realiza como instrumento de investigación de Trabajo de Grado, para optar al Título de Magister en Educación de la Universidad del Cauca. El objetivo de la evaluación es conocer como leen e interpretan los estudiantes del grado octavo (8°) los gráficos estadísticos.

NOMBRE: _____ FECHA: _____

1. La gráfica presenta el total nacional, en miles, de ocupados (personas con actividad laboral propia o externa), desocupados (personas sin actividad laboral propia o externa), empleados insatisfechos con su trabajo y empleados en proceso de cambio de trabajo de Colombia, durante los años 2009 y 2010.



Gráfica

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente la información anterior?

A.

Año	Ocupados	Empleados insatisfechos con su trabajo	Empleados en proceso de cambio de trabajo	Desocupados
2009	13.229	2.282	6.220	18.427
2010	12.938	2.736	7.090	19.215

B.

Estado de actividad	Total
Ocupados	37.642
Empleados insatisfechos con su trabajo	13.310
Empleados en proceso de cambio de trabajo	5.018
Desocupados	26.167

C.

Año	Estado de actividad	Número de personas
2009	Ocupados	18.427
	Empleados insatisfechos con su trabajo	6.220
	Empleados en proceso de cambio de trabajo	2.282
	Desocupados	13.229
2010	Ocupados	19.215
	Empleados insatisfechos con su trabajo	7.090
	Empleados en proceso de cambio de trabajo	2.736
	Desocupados	12.938

D.

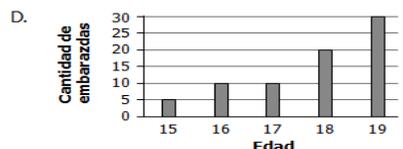
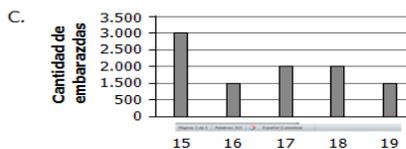
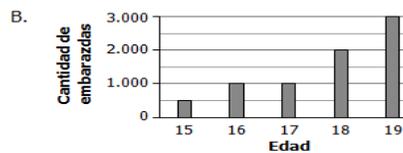
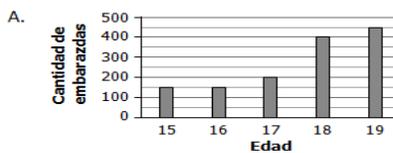
Estado de actividad	2009 (miles)	2010 (miles)
Ocupados	18	19
Empleados insatisfechos con su trabajo	6	7
Empleados en proceso de cambio de trabajo	2	2
Desocupados	13	12

La tabla muestra la incidencia de embarazos en mujeres adolescentes en una ciudad.

Edad	Porcentaje de adolescentes que han estado embarazadas	Número de adolescentes que han estado embarazadas	Población total de mujeres adolescentes
15	5%	150	3.000
16	10%	150	1.500
17	10%	200	2.000
18	20%	400	2.000
19	30%	450	1.500

Tabla

La gráfica que ilustra la cantidad de embarazos por grupo de edad es



3a. Representa la información de los datos de las tablas, cada uno en un gráfico estadístico.

La siguiente tabla muestra el deporte favorito de 100 jóvenes de un Colegio

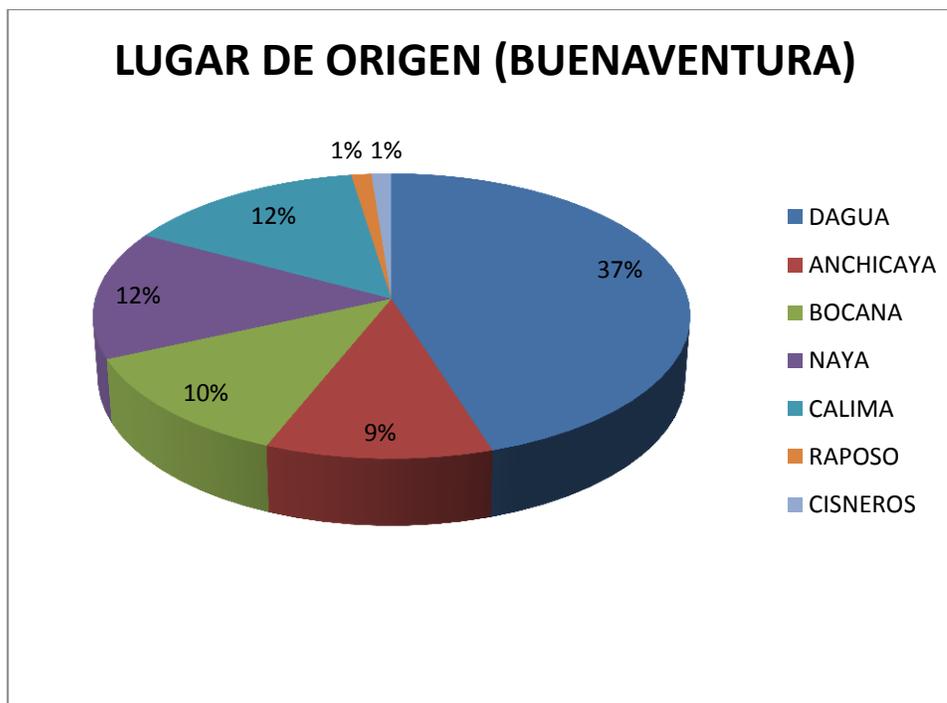
Deporte	Frecuencia F	F _{relativa} F _r	%
Futbol	35	0,35	35
Voleibol	20	0,2	20
Natación	45	0,45	45
Total	100	1	100

b.

Con las puntuaciones obtenidas por los participantes de un concurso de imitadores se elabora la siguiente tabla.

Puntuación	Nº de participantes
7	6
8	4
9	1
10	1

4a. observa la siguiente gráfica y organízalas en una tabla ojo cada tabla con su gráfica.



ANEXO B

- ✓ Resultados Pruebas Saber 2015. Institución Educativa Salesiano Jesús Adolescente- Matemáticas-Buenaventura
- ✓ EVALUACIÓN y ENCUESTA DIAGNOSTICA PARA ESTUDIANTES DEL GRADO 8 (ESTADISTICA)



Establecimiento educativo: SALESIANO JESUS ADOLESCENTE

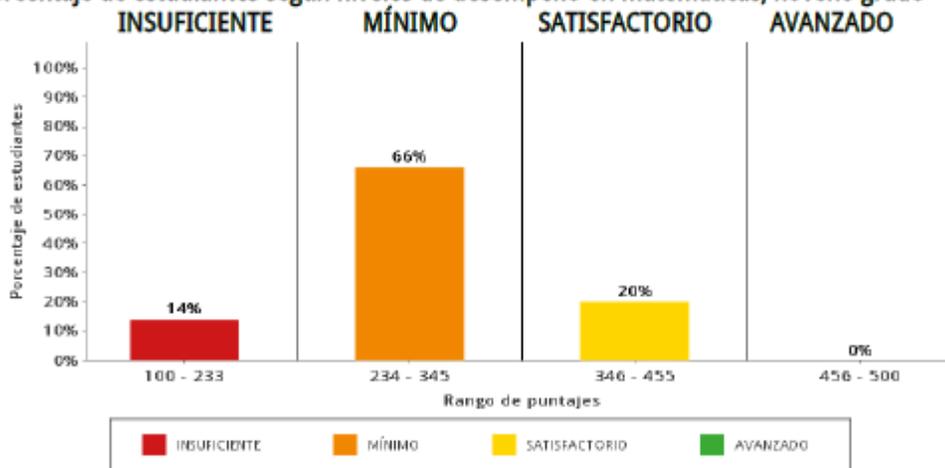
Código DANE: 176109002802

Fecha de actualización de datos: lunes 27 de febrero 2017

Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. matemáticas - grado noveno

1.1. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado

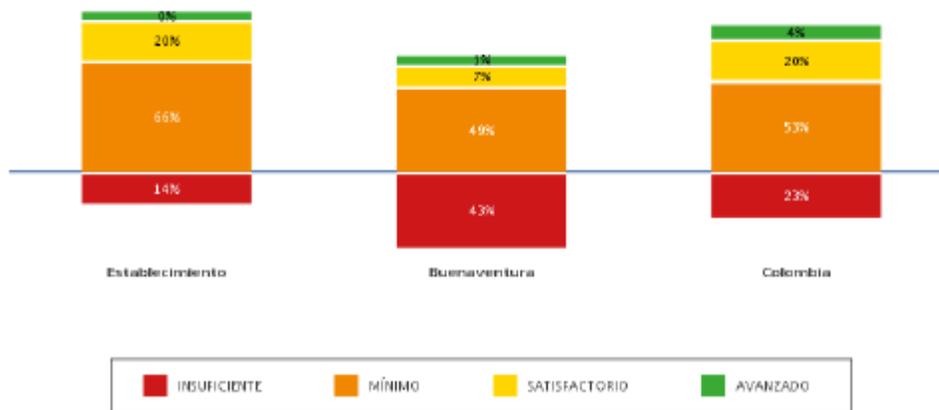


2.1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno





2.1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno



- ✓ Resultados Pruebas Saber 2016. Institución Educativa Salesiano Jesús Adolescente- Matemáticas-Buenaventura



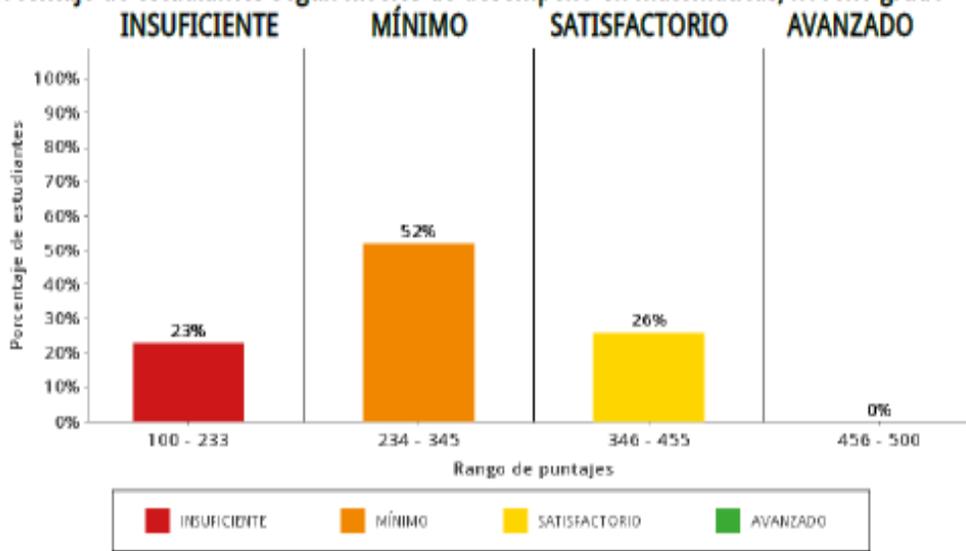
Establecimiento educativo: SALESIANO JESUS ADOLESCENTE

Código DANE: 176109002802

Fecha de actualización de datos: lunes 27 de febrero 2017

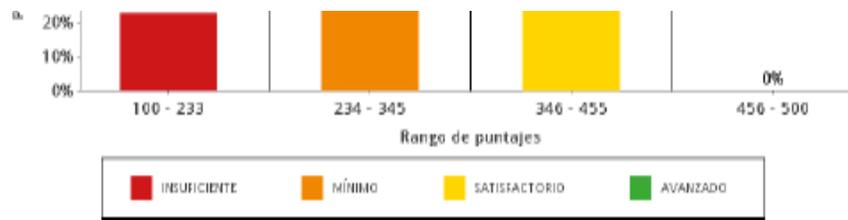
Resultados de grado noveno en el área de matemáticas

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. matemáticas - grado noveno
 - 1.1. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, noveno grado



- 2.1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno





2.1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño en el establecimiento educativo, la entidad territorial certificada (ETC) correspondiente y el país. matemáticas - grado noveno

