

LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS BASADA EN LA INDAGACIÓN COMO
DIDÁCTICA PARA ILUSTRAR LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA
TRIGONOMETRÍA EN EL GRADO DÉCIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
LOS COMUNEROS

HELBERT AUGUSTO AGUILAR PRIETO



Universidad
del Cauca

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICAS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

SANTANDER DE QUILICHAO, NOVIEMBRE DE 2018

LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS BASADA EN LA INDAGACIÓN COMO
DIDÁCTICA PARA ILUSTRAR LOS CONCEPTOS BÁSICOS DE LA
TRIGONOMETRÍA EN EL GRADO DÉCIMO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
LOS COMUNEROS

HELBERT AUGUSTO AGUILAR PRIETO



Universidad
del Cauca

Trabajo para optar el título de
MAGISTER EN EDUCACIÓN

Director

Magister ERIK DONALDO LAMBRAÑO GARCÍA

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Línea de Profundización en Matemáticas

Programa de Becas para la Excelencia Docente

Ministerio de Educación Nacional

Santander de Quilichao, Noviembre de 2018

DEDICATORIA

Este proyecto de investigación está dedicado a Dios, por permitirme alcanzar este objetivo, gracias a su infinita bondad y amor me brindó la inspiración suficiente en cada fase y así encaminarme hacia la realización de este nuevo logro en mi vida.

A mi madre y abuela por darme la vida, por fomentar en mí valores, principios, aconsejarme, ser fuente de motivación y dedicación constante en la consecución de metas, herramientas para poder ser una persona de bien, útil a la sociedad realizando día a día un proyecto de vida.

A mis demás familiares y sobre todo a mi esposa, hija, hermanas, y sobrinos, por ser ese punto de apoyo, comprensión y por el tiempo que no pudimos compartir en familia, sacrificando instantes felices durante el transcurso de este proceso, dirigido a un crecimiento personal y profesional.

Al director del proyecto, Magister Erik Donaldo Lambraño García, por sus valiosos aportes y dedicación; los maestros, compañeros y amigos por su tiempo compartido y por impulsar el desarrollo de nuestra formación profesional.

Tabla de contenido

1	Contexto	10
2	Descripción del Problema	14
3	Justificación.....	15
4	Objetivos	16
4.1	Objetivo General.....	16
4.2	Objetivos Específicos	16
5	Marco Teórico	17
5.1	Metodología de la Enseñanza de la Ciencia Basada en la Indagación	17
5.1.1	El currículum y la metodología indagatoria.....	19
5.1.2	Materiales.....	21
5.1.3	Apoyo administrativo y participación de la comunidad.....	22
5.1.4	Principios y estrategias del desarrollo profesional ECBI.....	22
5.2	Geogebra como Herramienta para la Enseñanza de las Matemáticas.....	24
5.3	Evaluación Pedagógica	25
5.3.1	Técnicas para evaluar.....	26
6	Referente Metodológico.....	27
6.1	Selección y Análisis de los Documentos	27
6.2	Implementar la Metodología ECBI.....	27
6.3	Utilizar el Software Dinámico Geogebra.....	28
6.4	Evaluación del Proceso Enseñanza – Aprendizaje	28
7	Diagnóstico a Través de los Resultados Icfes de la I. E. Los Comuneros	29
7.1	Niveles de Desempeño en Matemáticas	33
7.2	Aprendizajes o Afirmaciones en Matemáticas	40
7.3	Comparando 2016 – 2017.....	42
7.3.1	Niveles de desempeño.....	42
7.3.2	Aprendizajes 2016 – 2017.....	44
8	Resultados	49
8.1	Secuencia Didáctica Uno Utilizando la Metodología ECBI.....	50
	Secuencia Didáctica Uno	50
8.1.1	Focalización.....	53
8.1.2	Exploración.....	54

8.1.3	Reflexión.....	57
8.1.4	Aplicación.....	57
8.2	Secuencia Didáctica Dos Utilizando la Metodología ECBI.....	58
8.2.1	Focalización.....	62
8.2.2	Exploración.....	66
8.2.3	Reflexión.....	68
8.2.4	Aplicación.....	68
8.3	Secuencia Didáctica Tres Utilizando la Metodología ECBI.....	69
8.3.1	Focalización.....	73
8.3.2	Exploración.....	75
8.3.3	Reflexión.....	77
8.3.4	Aplicación.....	78
8.4	Secuencia Didáctica Cuatro Utilizando la Metodología ECBI.....	78
8.4.1	Focalización.....	82
8.4.2	Exploración.....	87
8.4.3	Reflexión.....	90
8.4.4	Aplicación.....	90
8.5	Resultados de la Encuesta.....	91
9	Conclusiones.....	94
9.1	Reflexiones.....	95
10	Bibliografía.....	97
11	Anexos.....	98
11.1	Anexo 1. Rubrica para evaluar secuencias.....	98
11.2	Anexo 2. Encuesta de satisfacción.....	99

Lista de Tablas

Tabla 1. <i>Población objetivo para la implementación de la propuesta</i>	11
Tabla 2. <i>Niveles de desempeño en la institución educativa</i>	12
Tabla 3. <i>Elementos del MBE</i>	29
Tabla 4. <i>Promedio y desviación estándar en matemáticas 2015, Sistema PRISMA.</i>	30
Tabla 5. <i>Promedio y desviación estándar en matemáticas 2016</i>	31
Tabla 6. <i>Promedio y desviación estándar en matemáticas 2017</i>	32
Tabla 7. <i>Descriptores de desempeño</i>	33
Tabla 8. <i>Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño 2016</i>	36
Tabla 9. <i>Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño 2017</i>	38
Tabla 10. <i>Aprendizajes 2016</i>	40
Tabla 11. <i>Aprendizajes 2017.</i>	41
Tabla 12. <i>Comparativa años 2016 y 2017</i>	43
Tabla 13. <i>Descriptores – competencias – aprendizajes – evidencias para estar en el nivel de desempeño 2.</i>	47
Tabla 14. <i>Descriptores – competencias – aprendizajes – evidencias para estar en el nivel de desempeño 3.</i>	47

Lista de Figuras

Figura 1. <i>Enfoque Sistémico</i>	18
Figura 2. <i>Ciclo de Aprendizaje</i>	21
Figura 3. <i>Comparación Estandar 2016</i>	36
Figura 4. <i>Comparación Colegios ETC 2016</i>	36
Figura 5. <i>Comparación por grupos 2016</i>	37
Figura 6. <i>Comparación Estandar 2017</i>	38
Figura 7. <i>Comparación Colegios ETC 2017</i>	39
Figura 8. <i>Comparación por grupos 2017</i>	40
Figura 9. <i>Histórico 2016-2017</i>	42
Figura 10. <i>Histórico de aprendizaje Uno</i>	44
Figura 11. <i>Histórico de aprendizaje Dos</i>	45
Figura 12. <i>Histórico de aprendizaje Tres</i>	46
Figura 13. <i>Olimpiadas Matemáticas Municipales- Primer Puesto Grupal e Individual</i>	50
Figura 14. <i>Conceptos previos</i>	54
Figura 15. <i>Construcción circunferencia</i>	55
Figura 16. <i>Práctica construcción del radian</i>	55
Figura 17. <i>Socialización grados- radianes</i>	57
Figura 18. <i>Congruencia y semejanza con Geogebra</i>	66
Figura 19. <i>Indicación Uno</i>	67
Figura 20. <i>Altura mediante Sombras</i>	67
Figura 21. <i>Altura mediante el Astrolabio</i>	76
Figura 22. <i>Medición angulo de elevación</i>	77
Figura 23. <i>Área de polígonos con Geogebra</i>	87
Figura 24. <i>Área de terreno escolar</i>	88
Figura 25. <i>Respuesta a la pregunta ¿Qué tipo de Clases prefieres?</i>	91
Figura 26. <i>Respuesta a la pregunta ¿Las clases con esta metodología te parecen divertidas?</i> 91	
Figura 27. <i>Respuesta a la pregunta ¿Te gustaría que todos los docentes de la institución..... implementaran esta metodología?</i>	92
Figura 28. <i>Respuesta a la pregunta ¿EL programa Geogebra como herramienta TIC es?</i> .	93
Figura 29. <i>Respuesta a la pregunta ¿Consideras que el programa Geogebra utilizado como herramienta TIC fue importante en tu aprendizaje?</i>	93

Presentación

En este trabajo se exhibe una propuesta de intervención pedagógica, tomando como muestra los estudiantes del grado décimo A y décimo B de la Institución Educativa los Comuneros del municipio de Caldonó.

Los educandos del grado décimo se ven enfrentados a nuevas áreas del conocimiento, entre ellas la trigonometría, la cual causa traumatismos a la hora de comprenderla, ocasionando que un alto porcentaje de los estudiantes la repruebe, situación que también se ve reflejada a la hora de presentar las pruebas saber once, pues en el 2016 el 58% de los estudiantes se ubicaron en el nivel de desempeño mínimo; es así como en aras de dar solución a esta problemática se busca implementar nuevas estrategias como la enseñanza de las ciencias basada en la indagación, una metodología muy famosa en países como Chile, en donde se ha convertido en política de educación y todas las instituciones educativas la implementan. La aplicación de esta metodología ha llevado a Chile a posicionarse como uno de los mejores a nivel educativo; por otra parte teniendo presente que el profesor del futuro debe ser una persona idónea en los conocimientos disciplinarios, pedagógicos y tecnológicos, se decide trabajar a la par esta metodología con una herramienta tecnológica llamada Geogebra, que es un software gratuito y dinámico que permite plasmar los contenidos de la trigonometría y hacer las clases amenas y didácticas para los estudiantes. Finalmente se utiliza la rúbrica como herramienta de evaluación que permite evidenciar los aprendizajes adquiridos por cada uno de los educandos.

Esta propuesta obtuvo sus primeros frutos en el 2017 obteniendo logros significativos en tan corto tiempo en el área de matemáticas, puesto que en las pruebas saber se incrementó el número de estudiantes en los niveles de desempeño satisfactorio y

avanzado, en consecuencia, actualmente se constituye como la mejor institución a nivel municipal y ocupar el puesto 27 a nivel departamental, resultado histórico para una institución de este municipio, que además es de carácter rural. Además, la administración municipal realiza un concurso denominado “olimpiadas del saber en las áreas de matemáticas y lenguaje”, en el cual participan todas las instituciones del municipio, con sus respectivos grados undécimos. El rendimiento de nuestra institución fue muy superior a las demás en las dos áreas, otorgándose el primer puesto a nivel grupal e individual.

Este proyecto se encuentra ordenado teniendo en cuenta la estructura que la universidad exige, de esta manera el primer capítulo está conformado por la descripción del problema, justificación, objetivos, contexto y estado del arte; el segundo capítulo corresponde a la fundamentación teórica que es en la que se apoya y sustenta la propuesta; un tercer capítulo asignado al referente metodológico y resultados, en donde se traza la ruta que se sigue para lograr los objetivos propuestos, por último un cuarto capítulo correspondiente a las conclusiones y reflexiones que ha dejado la intervención pedagógica.

1 Contexto

La propuesta se implementa en la Institución Educativa los Comuneros, que está ubicada en el corregimiento de Siberia, Municipio de Caldon, en el noreste del Departamento del Cauca. El corregimiento está constituido por 16 veredas, con una población aproximada de 7000 habitantes, en la cabecera del corregimiento viven aproximadamente 2.800 habitantes, que representan el 40 % de la población total y en las veredas viven aproximadamente 4200 que corresponden al 60%; compuesta por campesinos, con gran presencia de población Guambiana y Nasa, cuya principal actividad económica es la agricultura.

El corregimiento de Siberia, se encuentra a una altura de 1750 metros sobre el nivel del mar, con un clima propicio para la diversidad de cultivos; existe abundancia de recursos hídricos y terrenos aptos para la agricultura y la ganadería. Como desventaja se evidencia la inadecuada explotación de la tierra, la deforestación, la erosión, la contaminación de las aguas causada principalmente por los desechos de las rallanderías, la desfibración de la cabuya, aguas negras y por el inadecuado manejo de los residuos sólidos.

El corregimiento se caracteriza por su diversidad étnica y cultural. Se conservan algunas expresiones culturales autóctonas de los grupos Páeces y Guambianos, quienes conviven con los sectores campesinos. En algunas partes se adelantan proyectos o propuestas que buscan el rescate de los valores culturales y campesinos no han generado un verdadero impacto en el proceso de fortalecimiento y consolidación de la identidad cultural del corregimiento.

En lo social se destacan voceros interesados en el progreso y desarrollo de la zona buscando coordinar acciones que incidan en la búsqueda de mejores condiciones de vida. Como desventaja se evidencia una alta tasa de desempleo rural, poco apoyo para la

aplicación de la tecnología en el sector productivo, deficiencia en la prestación de los servicios públicos, baja autoestima de los jóvenes y adultos determinada por los problemas económicos y sociales, bajo nivel académico en la población adulta, falta de formación que responda a las necesidades y expectativas de la región, desarraigo de los jóvenes que reciben una formación académica y deben dedicarse a desarrollar trabajos relacionados con la agricultura y la producción, actividades que deben realizar siguiendo los lineamientos tradicionales porque la formación secundaria recibida no los orienta para aplicar nuevas tecnología y lo que es peor no están en capacidad de aplicar procesos de producción limpia.

La institución cuenta con cinco sedes: Principal, Varones y Niñas, Ventanas, Santa Bárbara y Buena Vista. El proyecto se va a implementar en la sede principal que cuenta con dos grados décimo cada uno con 25 estudiantes. La institución gracias a las gestiones realizadas por el anterior y el actual rector, cuenta con recursos tecnológicos como televisores, video beam, portátiles y tabletas.

Tabla 1. *Población objetivo para la implementación de la propuesta*

GRADO	FEMENINO	MASCULINO
DÉCIMO A	12	13
DÉCIMO B	11	14

Fuente: Propia

Se considera que el proyecto es pertinente en la institución ya que se evidencia un alto índice de reprobación en esta área del conocimiento; en el primer periodo del año en curso el 30% de los estudiantes reprobó esta área, a pesar de que se realizaron actividades de recuperación, tal vez éste fenómeno sucede porque los educandos vienen acostumbrados a otro tipo de pensamiento matemático, con lo cual es necesario hacer uso de didácticas,

con el propósito de fortalecer el proceso de enseñanza – aprendizaje de la trigonometría; además en cuanto a las pruebas externas los resultados no son satisfactorios, pues se presenta falencias en los pensamientos espacial – geométrico y variacional; recordemos que el ICFES define cuatro niveles de desempeño, así en el nivel 4 están preparados para deducir y combinar procedimientos para realizar las tareas solicitadas; en el nivel 3, los estudiantes analizan procedimientos para desarrollar de la mejor manera la tarea solicitada; en el nivel 2, los estudiantes están en capacidad de diferenciar los procedimientos posibles para realizar las tareas requeridas; mientras que en el nivel 1, los estudiantes se limitan a identificar las tareas demandadas. Los niveles de desempeño tienen como característica ser inclusivos, es decir que la descripción de un nivel recoge las acciones descritas en todos los anteriores.

Tabla 2. *Niveles de desempeño en la institución educativa*

NIVEL 1	NIVEL 2	NIVEL 3	NIVEL 4
4%	58%	35%	2%

Fuente: Icfes interactivo

Para nadie es un secreto que las herramientas TIC son de gran ayuda en el proceso educativo actual, pues contribuyen de manera efectiva e interactiva a la comprensión de los conocimientos por parte de los alumnos, tanto es así que la NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas) destaca su importancia al manifestar que estas apoyan el razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación.

En la matemática, la tecnología permite que el estudiante interactúe de manera dinámica y exploratoria hacia el conocimiento, guiado siempre por el docente quien es el encargado de elegir el momento en el cual la tecnología entre a ser útil en el aprendizaje de las competencias matemáticas. El docente en su quehacer debe implementar situaciones

didácticas en las que involucre o promueva el uso de la tecnología; lógicamente hacer uso de estas tecnologías no te hace mejor docente, pero el uso de esta, si puede contribuir a que los estudiantes comprendan mejor un tema y que se interesen por esta área.

Un software matemático de libre distribución es Geogebra que integra elementos de geometría, algebra y cálculo; el cual permite realizar construcciones dinámicas a través de puntos, rectas, segmentos entre otros, utilizando un dispositivo señalador o comando de texto.

En este sentido el Ministerio de Educación Nacional ha implementado el proyecto “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” que consiste en la formación docente en este tema, para que haya cambios en las prácticas educativas usuales y así modificar sustancialmente el currículo.

Por último, para la puesta en marcha de este proyecto se pretenderá dar respuesta a la siguiente pregunta ¿La metodología ECBI (Enseñanza de la ciencia basada en la indagación) y Geogebra mejoran las prácticas de aula y en consecuencia los resultados de las pruebas saber?

2 Descripción del Problema

Cuando los educandos llegan al grado décimo y se encuentran asignaturas nuevas como la física y la trigonometría, les cuesta poder entenderlas, pues la dinámica que traen consigo es totalmente diferente a las matemáticas básicas que abordaron en años pasados, particularmente los estudiantes pierden el interés hacia la trigonometría, pues, ven en esta un obstáculo que difícilmente podrán superar, a pesar que la trigonometría se aplica en situaciones de la vida diaria, basta observar la cotidianidad para encontrar una figura geométrica; además, es una ciencia con pasado y futuro, pues, con ella los navegantes llegaban a su destino y ahora es utilizada en los satélites, como también en la biogenética y en toda rama de la ingeniería. Esta situación no es la excepción en la Institución Educativa Los Comuneros, en la cual este fenómeno también se evidencia pues existe alto índice de reprobación en esta área del conocimiento y los resultados de las pruebas externas indican que los estudiantes poseen vacíos en los pensamientos espacial – geométrico y variacional con lo cual es necesario crear nuevas estrategias didácticas encaminadas con el propósito de solucionar este problema.

3 Justificación

En grado décimo los estudiantes se enfrentan a nuevos retos en su aprendizaje, uno de ellos es el área de trigonometría, en donde se evidencia un problema en la asimilación del nuevo contenido que trae consigo esta área, generando que los estudiantes pierdan el interés y ocasionando la reprobación de la misma.

Hoy en día, los educandos necesitan de profesores en donde sus clases sean lo más dinámicas posibles; es así que mediante este proyecto se pretende enriquecer el proceso de aprendizaje implementando didácticas apropiadas para que los estudiantes adquieran aprendizajes significativos en el área de trigonometría. En este proyecto, se ejecutarán acciones dirigidas a mejorar esas falencias, como lo es la implementación de la metodología que hizo de la educación en Chile una de las mejores en el mundo; la cual se denomina “enseñanza de las ciencias basadas en indagación” (Metodología ECBI); ahora bien, esta metodología se va apoyar con un software dinámico llamado Geogebra, el cual permite interactuar con la matemática desde la tecnología. Por último se utilizarán herramientas de evaluación con el objetivo de realizar no solo mediciones cuantitativas sino también cualitativas, para poder así valorar los avances de cada educando durante el desarrollo de las actividades. Así los estudiantes serán los más beneficiados, puesto que las clases se convertirán en un camino que lleve a descubrir el verdadero conocimiento a través de situaciones didácticas diseñadas estratégicamente. También se pretende que este proyecto genere un impacto positivo, evidenciado en las pruebas Saber y poderlo replicar en todas las áreas del conocimiento.

4 Objetivos

4.1 Objetivo General

Proponer una estrategia de innovación en el aula basada en la metodología ECBI y herramientas TIC, que influya positivamente en las prácticas de aula y en los resultados de las pruebas estandarizadas.

4.2 Objetivos Específicos

- Realizar un diagnóstico teniendo en cuenta los resultados de las pruebas saber en los años anteriores.
- Relacionar los descriptores de desempeño y la matriz de referencia para que quede expuesto el camino a seguir.
- Implementar en las prácticas de aula, la metodología de la enseñanza de la ciencia basada en la indagación y herramientas TIC en el grado décimo A y décimo B.

5 Marco Teórico

Para la realización de esta propuesta se han considerado diferentes teorías, las cuales sustentarán el objetivo que se ha planteado, éstas son fruto de una investigación minuciosa de artículos, libros, revistas científicas y trabajos de grado relacionados con las temáticas expuestas para la finalidad del proyecto.

5.1 Metodología de la Enseñanza de la Ciencia Basada en la Indagación

Según Gellón (2005), “la Enseñanza de la Ciencia Basadas en la Indagación ECBI es una metodología de enseñanza centrada en el desarrollo de algunas herramientas del pensamiento científico, similares a las que usan los científicos para investigar. No sólo se pone énfasis en lo que se sabe, sino en cómo se sabe”.

Esta metodología manifiesta que la teoría científica se aprende haciendo ciencia guiada por un experto, quien es el encargado de enseñar el camino que conduce hacia el conocimiento, para esto existen ciertas actividades y procedimientos mentales que caracterizan al quehacer científico y que pueden tenerse en cuenta a la hora de planificar una clase. Dichas actividades pueden ser:

- Formular y seleccionar preguntas que manifiesten curiosidad a partir de conocimientos previos.
- Buscar un camino posible para responder las preguntas a través de la experimentación o la observación.
- Realizar una experiencia.
- Medir evidencia, organizarla.
- Buscar explicaciones alternativas cuando los resultados contradicen lo esperado.

A través de la formulación de preguntas se puede evidenciar los conocimientos previos

que tienen los estudiantes acerca de los conceptos básicos de la trigonometría, además sirven como herramienta para la elaboración de la evaluación diagnóstica.

Por otro lado una selección adecuada de las preguntas permite encaminar la búsqueda hacia el nuevo conocimiento, teniendo presente que estas deben ser contestadas por medio de la experimentación directa en campo, que para este proyecto consiste en hallar la altura de diferentes elementos en el contexto institucional, con la ayuda de un instrumento artesanal elaborado por los estudiantes, llamado astrolabio, como también de las razones trigonométricas.



National Sciences Resources Center (1997)

Figura 1. *Enfoque Sistémico*

Según Devés & Reyes (2007), “la estrategia de implementación del programa es sistémica y considera cinco áreas de intervención: currículum, desarrollo profesional, materiales, participación de la comunidad, y evaluación”.

5.1.1 El currículum y la metodología indagatoria.

La metodología indagatoria para el aprendizaje de las ciencias se fundamenta en el nuevo conocimiento sobre el proceso de aprendizaje que emerge de la investigación. Cuando los niños y niñas aprenden a través de la metodología indagatoria se involucran en procesos similares a los que usan los científicos en la búsqueda de conocimiento. En el Programa ECBI, los profesores y las profesoras juegan un rol fundamental como guías y facilitadores de la indagación y para ello deben contar con el apoyo de recursos didácticos de calidad.

La metodología de la enseñanza basada en la indagación, tiene sus cimientos en el modelo pedagógico constructivista, el cual tiene como objetivo que el educando construya su propio conocimiento a través de situaciones didácticas. Según Deves & Reyes (2007) “las clases de ciencias están estructuradas en base al ciclo del aprendizaje, entendido como una secuencia recurrente de cuatro fases: focalización, exploración, reflexión y aplicación”.

En una clase típica, los niños piensan en un problema, comparten sus ideas, se hacen preguntas y predicen resultados (focalización); realizan observaciones, experimentan y registran sus resultados (exploración); analizan la relación entre sus predicciones y los resultados observados (reflexión), y utilizan el aprendizaje recientemente adquirido para resolver un problema nuevo (aplicación).

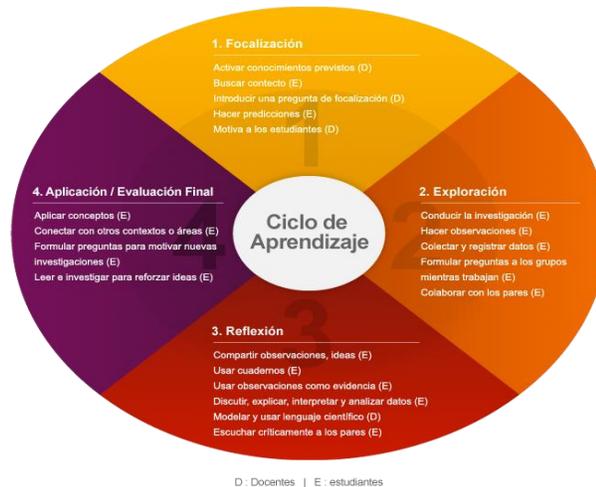
- **Focalización:** Esta fase es donde los estudiantes describen y clarifican sus ideas acerca de una situación previamente presentado por el docente. Esta es una fase de

descubrimiento porque es aquí en donde mediante preguntas, el docente percibe los conocimientos previos que tienen los estudiantes, dando así el primer paso para la elaboración de una evaluación diagnóstica. Junto con lo anterior, esta fase sirve para generar interés, curiosidad, y promover en los alumnos que vayan generando sus propias preguntas.

- **Exploración:** Es aquí en donde convergen los conocimientos previos y los que se quieren adquirir mediante la metodología, utilizando materiales concretos o información detallada, todo esto para que mediante la experimentación el estudiante llegue a la solución de preguntas y así, construya un nuevo conocimiento. Durante el desarrollo de esta fase, es de vital importancia que los estudiantes cuenten con el tiempo necesario para experimentar y finalizar su trabajo, teniendo presente que se puede repetir si es necesario. Por otro lado, para favorecer la comunicación y discutir ideas con sus pares, los estudiantes deben trabajar en grupos pequeños, en donde cada uno debe tener asignado su rol dentro del grupo.

- **Reflexión:** Esta es una fase de comparación, pues se pone en juego las hipótesis que los estudiantes han realizado acerca del fenómeno y los resultados que arroja la experimentación. En la práctica los estudiantes predecirán diferentes alturas de objetos, para luego comprobar sus enunciados mediante las proporciones y la trigonometría.

- **Aplicación:** En esta última etapa el educando utiliza el nuevo conocimiento adquirido para darle solución al problema planteado inicialmente; como también buscar en que otras áreas del conocimiento es aplicable lo descubierto o generar nuevos interrogantes que sirvan para estudios posteriores.



National Sciences Resources Center (1997)

Figura 2. Ciclo de Aprendizaje

Es de vital importancia que a los estudiantes en todo momento se les motive a expresar sus ideas en la formulación de hipótesis, para permitir conocer sus conocimientos previos; así como también sus experiencias adquiridas a través de la experimentación, esta última, como toda actividad científica exige un registro detallado de observaciones y datos que permitirán obtener conclusiones acertadas.

5.1.2 Materiales.

Para esta metodología es prioritario el uso de materiales concretos por parte de los estudiantes, ya que estos facilitan la apropiación del conocimiento al experimentar con ellos.

En este proyecto los estudiantes tendrán contacto directo con el entorno educativo y materiales fáciles de adquirir por parte de ellos, como: Cinta métrica, transportador, regla, lápiz, tubo cilíndrico, cinta, moneda entre otros.

5.1.3 Apoyo administrativo y participación de la comunidad.

Teniendo presente que la educación es responsabilidad de toda la comunidad educativa perteneciente a la institución, se hace necesario que estos estamentos participen en la adquisición de los implementos o materiales que se utilizaran para la implementación de esta metodología.

5.1.4 Principios y estrategias del desarrollo profesional ECBI.

Según Debes & Reyes (2007), “la aplicación del concepto ECBI implica una serie de innovaciones y transformaciones, tanto desde el punto de vista del trabajo del profesor en el aula como en las relaciones e interacciones que deben darse fuera del aula para lograr un resultado exitoso”. Por ello, el desarrollo profesional ECBI no consiste simplemente en un plan de perfeccionamiento docente, sino en un conjunto de actividades permanentes que tienen por objetivo que todos los actores relevantes avancen en sus competencias profesionales y, por sobre todo, nazca y se fortalezca una comunidad de aprendizaje. Para ello se requiere no sólo de la voluntad compartida para avanzar en el conocimiento individual y colectivo, sino también de la creación de vínculos que permitan crecer armónicamente.

A continuación se enuncian los principios que orientan el diseño de las estrategias y actividades del desarrollo profesional en el programa ECBI, que se basan en el enfoque desarrollado por *Susan Loucks-Horsley* y colaboradores.

- El desarrollo profesional debe tener como centro a todos los alumnos y sus aprendizajes. El foco del desarrollo profesional deben ser los aprendizajes de los niños y niñas y, por ello, se debe enfatizar la formación en el saber pedagógico estrechamente vinculado a los contenidos. La selección de los contenidos de las actividades de desarrollo

profesional debe estar alineada con el currículum y su abordaje debe ser consistente con la metodología indagatoria. Las estrategias pedagógicas deben cuidar que todos los niños se beneficien.

- El desarrollo profesional debe ser coherente con los principios que guían la enseñanza. Es importante que los profesores y otros actores involucrados en el programa aprendan de la misma forma que se espera enseñen a los niños, es decir, los profesores y científicos deberán formarse en la metodología indagatoria utilizando la indagación. También deberá existir coherencia en cuanto a la importancia de focalizar en conceptos relevantes, estimular al trabajo en equipo, utilizar del ciclo del aprendizaje como estrategia pedagógica, profundizar la comprensión de la naturaleza de las ciencias y de la indagación científica, incitar formas particulares de observación, pensamiento, experimentación, argumentación y validación de información, etc.

- El desarrollo profesional debe ser continuo y estar relacionado con el acontecer del aula. Para apoyar el aprendizaje continuo de los profesores y de los otros miembros del equipo se debe diseñar un programa de actividades permanentes que esté estrechamente relacionado con la experiencia diaria en el aula y utilice para el análisis productos reales generados en el aula. El desafío es vincular el conocimiento que se genera desde la práctica con aquel que emana de la investigación y así enriquecer la enseñanza.

- El desarrollo profesional debe considerar las necesidades particulares de las personas a quienes está dirigido y debe comprometer a todos los miembros de la comunidad. Se requiere de múltiples formas de desarrollo profesional para atender las necesidades particulares de los distintos participantes. El desarrollo profesional no es una manera de “poner al día” a los docentes, sino un conjunto de actividades que sistematizan

oportunidades de aprendizaje para la comunidad. Las actividades deben diseñarse y planificarse considerando que a través de ellas todos pueden y deben aprender.

- El desarrollo profesional debe apoyar los cambios sistémicos y estar alineado con ellos. Se debe cuidar que el desarrollo profesional esté estrechamente vinculado a los demás componentes del modelo sistémico ECBI, de modo que los cambios que se proyectan puedan implementarse.

5.2 Geogebra como Herramienta para la Enseñanza de las Matemáticas

Geogebra es un software matemático interactivo libre, lo cual lo hace muy apetecido en el ámbito educativo, (*ver Manual Oficial de la Versión 5.0, 2017*). Es considerado un procesador geométrico, numérico y algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo que reúne Geometría, Álgebra y Cálculo, lo que permite ser usado en varias disciplinas como la Física, Arquitectura, Estadística, Probabilidad etc., con Geogebra pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, etc, mediante el empleo directo de herramientas operadas con el ratón o la anotación de comandos en la barra de entrada, con el teclado o seleccionándolos del listado disponible.

El software de geometría dinámica la propuesta, pone a disposición del estudiante un micromundo geométrico en el cual los conceptos trigonométricos pasan de ser simples dibujos o fórmulas a convertirse en “objetos geométricos” que pueden ser construidos y manipulados, de tal forma que, a través del software los estudiantes pueden poner en práctica sus ideas, explorar, analizar, tomar datos, formular y comprobar sus conjeturas y elaborar sus demostraciones. Sin embargo, como lo considera Carranza (2011), “Geogebra tiene algo de las dos categorías pero no de forma separada y eso es lo que lo hace

interesante o es su valor agregado; porque combina las representaciones gráficas y simbólicas ofreciendo ambas al mismo tiempo por medio de su interfaz”. En resumen, las características más destacadas son:

- Es software gratuito, libre y de código abierto. No les cuesta dinero a los centros educativos y pueden modificar elementos para tener funcionalidades que no se presentan en la versión estándar.

- Es multiplataforma, funciona en distintos sistemas operativos.

- Es fácil de usar. Además existen numerosas formaciones, algunas de ellas gratuitas, impulsadas por colectivos de profesores y universidades.

- Es sencillo y a la vez potente. Posee una hoja de cálculo y sus numerosas vistas permiten hacer representaciones algebraicas, de cálculo simbólico, cálculo estadístico y probabilístico.

Acerca de Geogebra como herramienta para la enseñanza, en particular de la trigonometría, es destacable que la mayoría de las representaciones gráficas que usualmente realiza un docente para las explicaciones a sus estudiantes se pueden hacer con el software, gracias a su versatilidad y la posibilidad de facilitar la transición entre los sistemas de representación.

5.3 Evaluación Pedagógica

El termino evaluación tiene muchas acepciones, una de ellas se refiere a la acción y consecuencia de evaluar, que permite indicar, valorar, establecer, apreciar o calcular la importancia de un determinado asunto o fenómeno. En el proceso pedagógico educativo se establece que evaluar no es calificar, que ante todo debe permitir valorar a los estudiantes de una forma integral y formativa donde el docente se retroalimente. “La evaluación

educativa es un fenómeno habitualmente circunscrito al aula, referido a los alumnos y limitado al control de los conocimientos adquiridos a través de pruebas de diverso tipo.” (Santos, 1988, p. 4).

5.3.1 Técnicas para evaluar.

La evaluación se lleva a cabo mediante la utilización de técnicas con sus respectivos instrumentos o recursos que permiten verificar si las competencias han sido alcanzadas según lo especifican los indicadores de logro propuestos. Hay dos tipos de técnicas de evaluación: de observación y de desempeño. La de observación utiliza los siguientes instrumentos para su aplicación: Listas de cotejo, escalas de rango y rúbricas; mientras que la de desempeño utiliza: la pregunta, portafolio, diario, debate, ensayo, estudio de casos, mapas conceptuales, proyectos, solución de problemas, textos paralelos entre otros. Santos (1996) plantea que “la evaluación entendida como un proceso de análisis permite conocer cuáles son las ideas de los alumnos, los errores en los que tropiezan, las principales dificultades con las que se encuentran, los logros más importantes que han alcanzado”. (p.10).

Evaluación como diagnóstico permite saber, entre otras cosas, cuál es el estado cognoscitivo y actitudinal de los alumnos. Este diagnóstico permitirá ajustar la acción a las características de los alumnos, a su peculiar situación. El diagnóstico es una radiografía que facilitará el aprendizaje significativo y relevante de los alumnos, ya que parte de los conocimientos previos y de las actitudes y expectativas de los alumnos. (Santos, 1999, p.97).

6 Referente Metodológico

En la actualidad los jóvenes necesitan sentir la matemática de una manera diferente a la tradicional, una alternativa para la solución de este problema es implementar en las clases de trigonometría la siguiente propuesta: en un primer momento se diseñaron situaciones a-didácticas, sustentándolas con la metodología ECBI, en un segundo momento los estudiantes ilustraron las soluciones de estas situaciones a-didácticas, con ayuda de Geogebra; ahora bien simultáneamente a estos momentos se fue evaluando el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Para la elaboración de este proyecto se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:

6.1 Selección y Análisis de los Documentos

Se realizó una detallada exploración bibliográfica para obtener elementos que sustentarán y le dieran validez al proyecto. Para este ítem se tuvo en cuenta el material de estudio en los diferentes seminarios de la maestría en curso, así como también buscadores especializados en internet como lo son Google Académico y SciELO.

6.2 Implementar la Metodología ECBI

Se diseñaron situaciones a-didácticas de acuerdo con la metodología pedagógica seleccionada, la cual se desarrolla en cuatro fases: focalización, exploración, reflexión y aplicación; ahora bien se tuvo en cuenta lo que dice Brousseau (1986) “El profesor debe pues simular en su clase una micro sociedad científica, si quiere que los conocimientos sean medios económicos para plantear buenos problemas y para solucionar debates, si quiere que los lenguajes sean medios de dominar situaciones de formulación”(p.4). Así como también los momentos didácticos esquematizados por Chevallard.

En el desarrollo de la metodología ECBI propuesta por pequeños científicos los estudiantes se encontraron con situaciones problemáticas del diario vivir, tratando de formular hipótesis para predecir las posibles soluciones, que mediante la experimentación serán validadas o refutadas y así por medio del análisis de los resultados obtener las conclusiones.

6.3 Utilizar el Software Dinámico Geogebra

Dentro de las secuencias didácticas, las cuales están diseñadas siguiendo las fases de la metodología ECBI, se desarrollaron una serie de actividades en donde los estudiantes interactuaron con el software Geogebra así: en la fase de focalización se manejó conceptos como congruencia y semejanza de triángulos, teorema de Pitágoras entre otros; y en la fase de aplicación se utilizó para conceptos de la trigonometría como la interpretación gráfica del radian, razones trigonométricas en la circunferencia unitaria, áreas de triángulos utilizando los teoremas del seno, coseno y la fórmula de Heron.

6.4 Evaluación del Proceso Enseñanza – Aprendizaje

La evaluación es un aspecto importante, pues ella permite identificar los aciertos y los errores cometidos durante el proceso. Para la evaluación del aprendizaje se tuvo presente un instrumento o herramienta de evaluación como lo es la rúbrica, con el propósito de evitar un poco la subjetividad a la hora de dar una valoración, por otro lado con relación a la evaluación de la enseñanza, se diseñó una encuesta que tenía como finalidad saber el grado de satisfacción de los estudiantes hacia la implementación de este proyecto.

7 Diagnóstico a Través de los Resultados Icfes de la I. E. Los Comuneros

El siguiente análisis se basa en el modelo basado en evidencias (MBE), metodología utilizada por el ICFES que consiste en alinear un conjunto de procesos que finaliza con la construcción de las preguntas que harán parte de la evaluación. Estos procesos permiten obtener unos resultados con información explícita de los conocimientos que poseen los estudiantes, información valiosa para cada institución pues facilita realizar un adecuado diagnóstico e implementar un plan de mejoramiento.

La implementación de dicho proceso sigue la siguiente ruta: identificación de competencias a partir de los estándares, construcción de afirmaciones (o aprendizajes), definición de evidencias, definición de tareas y construcción de preguntas; así el modelo se convierte en el camino de una transposición didáctica que inicia con la importancia de los estándares y termina con las preguntas, con lo cual, lo importante no es el producto sino el proceso para su posterior análisis.

Tabla 3. *Elementos del MBE*

<i>Elementos MBE</i>	Concepto
<i>ESTANDAR</i>	Referente nacional para enseñar y evaluar a todos los estudiantes por igual.
<i>AFIRMACION / APRENDIZAJE</i>	Enunciado que describe aquello que se espera que logre un estudiante.
<i>EVIDENCIA</i>	Acción específica que permite ver si un estudiante alcanza o no la competencia evaluada.
<i>TAREA</i>	Actividad específica que permite evaluar al estudiante.
<i>PREGUNTA</i>	Herramientas para implementar la evaluación.

Para dar inicio al análisis, se interpretarán los resultados de la prueba saber once en la institución educativa Los Comuneros en los últimos tres años, esta prueba entrega un reporte detallado en términos generales y por cada prueba, en esta última hace el reporte

teniendo en cuenta tres aspectos, promedio y desviación estándar, niveles de desempeño y aprendizajes. Se empieza entonces por el promedio y la desviación estándar.

Es importante recordar que el promedio o media aritmética es una de las medidas de tendencia central más utilizada, puesto que involucra todos los datos de un conjunto dado, además corresponde a una valoración cuantitativa del desempeño medio de los estudiantes y su cálculo para datos no agrupados (de esta forma lo utiliza el ICFES) consiste básicamente en sumar y dividir; por otro lado la desviación estándar es una medida de dispersión la cual indica que tan alejado se encuentra un conjunto de datos con respecto al promedio, es decir esta medida permite darse cuenta que tan homogéneos o heterogéneos son los resultados de la institución educativa, como también la magnitud que existe en las brechas del aprendizaje, pues el ritmo de aprendizaje de cada estudiante es diferente.

Tabla 4. *Promedio y desviación estándar en matemáticas 2015, Sistema PRISMA.*

Nivel de Reporte	Publicados	Promedio Desviación)	Mín. Rango (20 - 80)	Máx. Rango (20 - 80)
COLOMBIA (8979 Establecimientos)	455490	52,0 (9,0)*	42	60
CAUCA (322 Establecimientos)	9475	45,0 (8,0)*	37	52
I.E. LOS COMUNEROS	38	49,0 (11,0)	39	58
LOS COMUNEROS (sede principal)	38	49,0 (11,0)	39	58
LOS COMUNEROS (sede principal) - MAÑANA	38	49,0 (11,0)	39	58

En este año el promedio de la institución no superó al del nivel de agregación Colombia, lo cual indica que a nivel nacional el desempeño de los estudiantes en la institución educativa Los Comuneros no es el óptimo, por otra parte al hacer la

comparación con el promedio del nivel de agregación Cauca (entidad territorial certificada - ETC), la institución está por encima, lo cual no es un aliciente puesto que la ETC posee un promedio muy bajo, evidenciando que la educación en el departamento tiene muchas falencias.

Con respecto a la desviación estándar podemos decir que el 60% de los estudiantes de la institución educativa los comuneros obtuvieron un puntaje entre 39 (sobre 100) y 58, esta variación de 19 puntos es alta, lo que muestra que los estudiantes no están aprendiendo a un mismo ritmo, es decir existe heterogeneidad en el aprendizaje.

Tabla 5. Promedio y desviación estándar en matemáticas 2016

Nivel de agregación	Promedio	Desviación
Establecimiento educativo (EE)	49	9
Sede 1	49 ●	9 ●
Sede 1 / Jornada 1	49 ●	9 ●
Colombia	52 ●	11 ●
ETC	45 ●	10 ●
Oficiales urbanos ETC	47 ●	11 ●
Oficiales rurales ETC	44 ●	9 ●
Privados ETC	46 ●	12 ●
GC 1 ETC	44 ●	10 ●
GC 2 ETC	47 ●	10 ●
GC 3 ETC	48 ●	12 ●

Este año no presentó grandes diferencias con respecto al año 2015, pues el promedio es el mismo y las comparaciones con los niveles de agregación Colombia y Establecimiento Educativo son las mismas. En lo que si hubo una leve mejoría fue en la desviación estándar, pues bajó en 2 puntos, lo que sugiere un poco más de homogeneidad.

Tabla 6. Promedio y desviación estándar en matemáticas 2017

Nivel de agregación	Promedio	Desviación
Establecimiento educativo (EE)	53	11
Sede 1	53 ●	11 ●
Sede 1 / Jornada 1	53 ●	11 ●
Colombia	52 ●	12 ●
ETC	45 ▲	11 ●
Oficiales urbanos ETC	46 ●	11 ●
Oficiales rurales ETC	43 ▲	10 ●
Privados ETC	47 ●	13 ●
GC 1 ETC	43 ▲	10 ●
GC 2 ETC	46 ●	11 ●
GC 3 ETC	56 ●	13 ●

En este año el promedio de la institución educativa Los Comuneros fue superior a todos los niveles de agregación, de lo que podemos inferir que las medidas implementadas para mejorar fueron las acertadas.

Cabe mencionar que en el 2017 los estudiantes que presentaron las pruebas Saber Once trabajaron en la clase de matemáticas la metodología ECBI y es en este año en el cual el promedio en las pruebas sube significativamente (4 puntos) con respecto a los anteriores años, confirmando la importancia de dicha metodología y el compromiso de seguir implementándola para los años venideros, sin olvidar que la desviación estándar aún sigue siendo alta, lo cual indica que los estudiantes no asimilan los conocimientos a un mismo ritmo y que la heterogeneidad aún persiste en todos los niveles de agregación.

Los resultados demuestran que el promedio durante los tres años ha permanecido constante o ha aumentado, pero lo importante es que no ha bajado, lo que indica la intención de mejorar año tras año, el avance más significativo con respecto al promedio

se obtuvo en el año 2017 y lo que pretende la institución es mantenerlo o mejorarlo. En cuanto a la desviación estándar esta sigue siendo alta en todos los niveles de agregación y será difícil reducirla dado que en el aula siempre habrá estudiantes con diferentes ritmos de aprendizaje.

A continuación se realizará el análisis de los niveles de desempeño, cabe aclarar que desde el año 2015 hacia atrás el ICFES no exponía los resultados mediante estos niveles, como tampoco con los aprendizajes, así que esta interpretación se hará sólo para los años 2016 y 2017.

7.1 Niveles de Desempeño en Matemáticas

Los niveles de desempeño describen cualitativamente el desempeño de los estudiantes al resolver preguntas de diferentes niveles de complejidad, detallando los requerimientos para pertenecer a cada nivel. A continuación se muestra cada nivel de desempeño con su respectiva descripción.

Tabla 7. Descriptores de desempeño

Nivel de desempeño	Rango del puntaje	Descripción
1	(0 - 35)	<p>El estudiante que se ubica en este nivel probablemente puede leer información puntual (un dato) relacionada con situaciones cotidianas y presentada en tablas o gráficas con escala explícita, cuadrícula o por lo menos líneas horizontales. Pero puede tener dificultades al comparar distintos conjuntos de datos, involucrar diferentes variables o analizar situaciones alejadas de su vida diaria.</p>
2	(36 - 50)	<p>El estudiante que se ubica en este nivel es capaz de hacer comparaciones y establecer relaciones entre los datos presentados e identificar y extraer información local y global de manera directa. En contextos familiares o personales que involucran gráficas con escala explícita, cuadrícula o por lo menos líneas horizontales u otros formatos con poca información.</p> <p>Para clasificar en este nivel, el estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Compara datos de dos variables presentadas en una misma gráfica sin necesidad de hacer operaciones aritméticas. 2. Identifica valores o puntos representativos en diferentes tipos de registro a partir del significado que tienen en la situación. 3. Compara la probabilidad de eventos simples (casos favorables/casos posibles), cuando los casos posibles son los mismos en ambos eventos, en contextos similares a los presentados en el aula. 4. Toma decisiones sobre la veracidad o falsedad de una afirmación cuando esta se puede explicar verbalizando la lectura directa que se hace de la información. 5. Cambia gráficas de barras a tablas de doble entrada. 6. Reconoce e interpreta según el contexto el significado de promedio simple, moda, mayor, menor, máximo y mínimo.
3	(51 - 70)	<p>Además de lo descrito en el nivel 2, el estudiante que se ubica en este nivel selecciona información, señala errores, hace distintos tipos de transformaciones y, manipulaciones aritméticas y algebraicas sencillas; para enfrentarse a problemas que involucran el uso de conceptos de proporcionalidad, factores de conversión, áreas y desarrollos planos; en contextos laborales u ocupacionales, matemáticos o científicos y, comunitarios o sociales.</p> <p>Para clasificar en este nivel, el estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Selecciona la gráfica a partir de una tabla, que puede ser de doble entrada o a partir de verbalizaciones (características de crecimiento o decrecimiento), teniendo en cuenta para la selección la escala, el tipo de variable y el tipo de gráfico. 2. Compara información gráfica que requiere algunas manipulaciones aritméticas. 3. Señala información representada en formatos no convencional (mapas o infografías). 4. Reconoce errores dada una transformación entre diferentes registros. 5. Reconoce el desarrollo de planos de una forma tridimensional y viceversa. 6. Compara la probabilidad de eventos simples (casos favorables/casos posibles), cuando los casos posibles son diferentes, en diversos contextos. 7. Selecciona información necesaria para resolver problemas que involucran operaciones aritméticas. 8. Selecciona información necesaria para resolver problemas que involucran características medibles de figuras geométricas elementales (triángulos, cuadriláteros y circunferencias). 10. Cambia la escala cuando la transformación no es convencional. 11. Justifica afirmaciones utilizando planteamientos y operaciones aritméticas o haciendo uso directo de un concepto; es decir, a partir de un único argumento. 12. Identifica información relevante cuando el tipo de registro contiene información de más de tres categorías. 13. Hace manipulaciones algebraicas sencillas (aritmética de términos semejantes).

4	(71 - 100)	<p>Además de lo descrito en los niveles 2 y 3, el estudiante que se ubica en este nivel resuelve problemas y justifica la veracidad o falsedad de afirmaciones que requieren el uso de conceptos de probabilidad, propiedades algebraicas, relaciones trigonométricas y características de funciones reales. En contextos principalmente matemáticos o científicos.</p> <p>Para clasificar en este nivel, el estudiante:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Resuelve problemas que requieren interpretar información de eventos dependientes. 2. Realiza transformaciones de subconjuntos de información que pueden requerir el uso de operaciones complejas (cálculos de porcentajes). 3. Resuelve problemas que requieren construir una representación auxiliar (gráficas y fórmulas) como paso intermedio para su solución. 4. Modela usando lenguaje algebraico información dada en lenguaje natural, tablas o representaciones geométricas. 5. Manipula expresiones algebraicas o aritméticas haciendo uso de las propiedades de las operaciones. 6. Modela fenómenos variacionales no explícitos haciendo uso de lenguaje simbólico o gráficas. 7. Reconoce en diferentes formatos el espacio muestral de un experimento aleatorio. 8. Resuelve problemas de conteo que requieren el uso de permutaciones. 9. Justifica la falta de información de un problema para tomar una decisión. 10. Toma decisiones sobre la veracidad o falsedad de una afirmación cuando requiere el uso de varias propiedades o conceptualizaciones formales.
---	------------	---

Los descriptores de niveles de desempeño para matemáticas, indican en términos generales que los estudiantes: en el nivel 4 (avanzado) están preparados para deducir y combinar procedimientos para realizar las tareas solicitadas; en el nivel 3 (satisfactorio), los estudiantes analizan los procedimientos para desarrollar de la mejor manera la tarea solicitada; en el nivel 2 (mínimo), los estudiantes están en capacidad de diferenciar los procedimientos posibles para realizar las tareas requeridas; mientras que en el nivel 1 (insuficiente), los estudiantes se limitan a identificar las tareas demandadas.

Los resultados de estos se dan en forma de porcentajes tal como lo muestra la siguiente tabla:

Tabla 8. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño 2016.

Nivel de agregación	1	2	3	4
Establecimiento educativo (EE)	4%	58%	35%	2%
Sede 1	4% ●	58% ●	35% ●	2% ●
Sede 1 / Jornada 1	4% ●	58% ●	35% ●	2% ●
Colombia	8% ▼	37% ▲	50% ▼	5% ▼
ETC	19% ▼	52% ▲	28% ▲	1% ▲
Oficiales urbanos ETC	16% ▼	50% ▲	33% ▲	2% ●
Oficiales rurales ETC	22% ▼	55% ▲	23% ▲	0% ▲
Privados ETC	23% ▼	44% ▲	32% ▲	2% ●
GC 1 ETC	22% ▼	54% ▲	23% ▲	0% ▲
GC 2 ETC	15% ▼	50% ▲	33% ▲	1% ▲
GC 3 ETC	19% ▼	40% ▲	38% ▼	2% ●

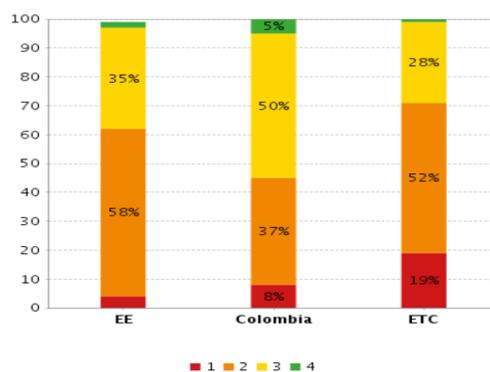


Figura 3. Comparación Estandar 2016.

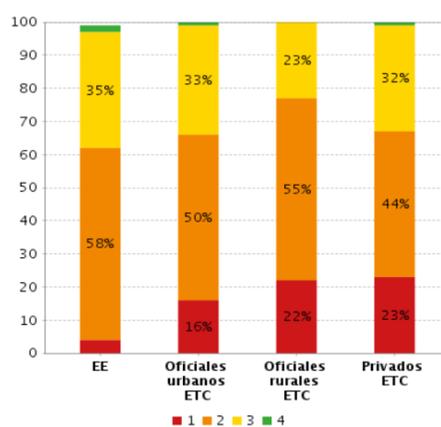


Figura 4. Comparación Colegios ETC 2016.

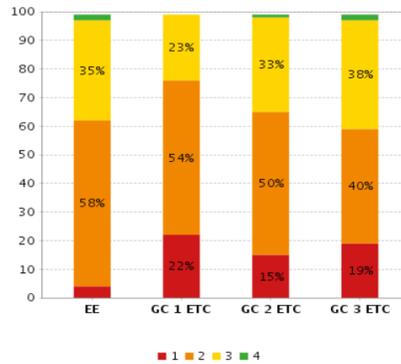


Figura 5. Comparación por grupos 2016.

Cabe recordar que lo adecuado desde los estándares básicos de competencias es que la mayoría de los estudiantes se encuentren ubicados en el nivel de desempeño 3 y minimizar año tras año el porcentaje en los niveles 1 y 2. Para este año se puede evidenciar que en el nivel insuficiente, la institución tiene el porcentaje más bajo entre todos los niveles de agregación, lo cual es bueno porque está por debajo del 10%; en el nivel mínimo el establecimiento educativo tiene el mayor porcentaje entre todos los niveles de agregación, lo que lleva a pensar que es en este nivel en donde se debe trabajar para que el porcentaje disminuya e incrementar los porcentajes en los niveles superiores (3 y 4), en el nivel satisfactorio que es el deseado y se busca obtener un porcentaje mayor a todos los niveles de agregación, la institución tiene un porcentaje inferior a algunos niveles de agregación dentro de los cuales esta Colombia y superior a otros, como los de la ETC, los rurales, GC1 y GC2 que son los colegios que tienen condiciones similares a la institución; por último en el nivel avanzado, la institución sólo es superada por el nivel de agregación Colombia, aunque sigue siendo un porcentaje muy bajo.

Tabla 9. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño 2017.

Nivel de agregación	1	2	3	4
Establecimiento educativo (EE)	5%	42%	42%	11%
Sede 1	5% ●	42% ●	42% ●	11% ●
Sede 1 / Jornada 1	5% ●	42% ●	42% ●	11% ●
Colombia	9% ▼	38% ▲	48% ▼	5% ▲
ETC	21% ▼	52% ▼	26% ▲	1% ▲
Oficiales urbanos ETC	18% ▼	49% ▼	31% ▲	2% ▲
Oficiales rurales ETC	24% ▼	55% ▼	21% ▲	0% ▲
Privados ETC	21% ▼	42% ●	34% ▲	3% ▲
GC 1 ETC	24% ▼	54% ▼	21% ▲	1% ▲
GC 2 ETC	17% ▼	50% ▼	31% ▲	2% ▲
GC 3 ETC	9% ▼	21% ▲	60% ▼	10% ▲

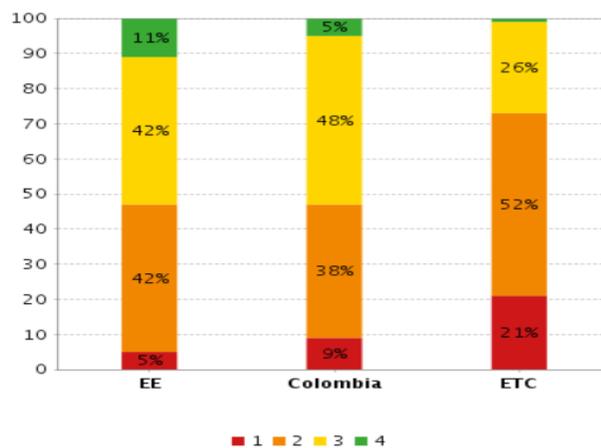


Figura 6. Comparación Estandar 2017.

De la anterior gráfica de barras, se deduce que la institución posee el porcentaje más bajo en el nivel de desempeño insuficiente comparado con los niveles de agregación Colombia y ETC, además dicho porcentaje está por debajo del 10%, de modo que la institución se encuentra bien posesionada en este nivel; en el nivel mínimo la institución tiene mayor porcentaje que el nivel de agregación Colombia y menor que la ETC, es decir que a nivel nacional la institución está en deuda en este nivel de desempeño, pero a nivel departamental lo supera; en el nivel satisfactorio ocurre algo parecido con el anterior nivel de desempeño, pues Colombia supera a la institución y la institución

supera a la ETC; en el nivel de desempeño avanzado la institución supera a los niveles de agregación Colombia y ETC, lo que constituye un logro más.

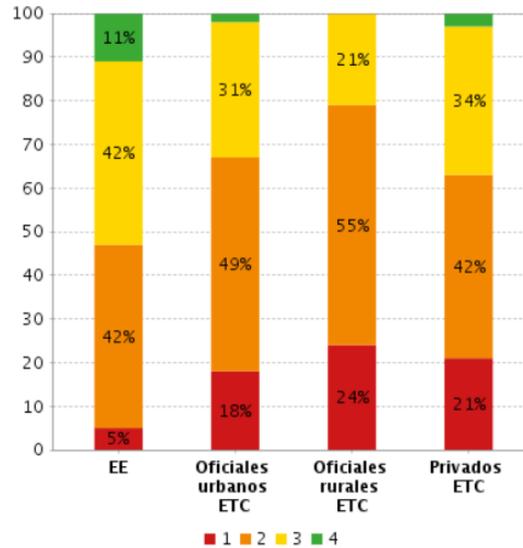


Figura 7. Comparación Colegios ETC 2017

El establecimiento educativo es de carácter oficial y rural y aun así supera a todos los niveles de agregación de la anterior gráfica de barras, puesto que en los niveles inferiores (insuficiente y mínimo) los porcentajes son más bajos o iguales y en los niveles superiores (satisfactorio y avanzado) los porcentajes son más altos.

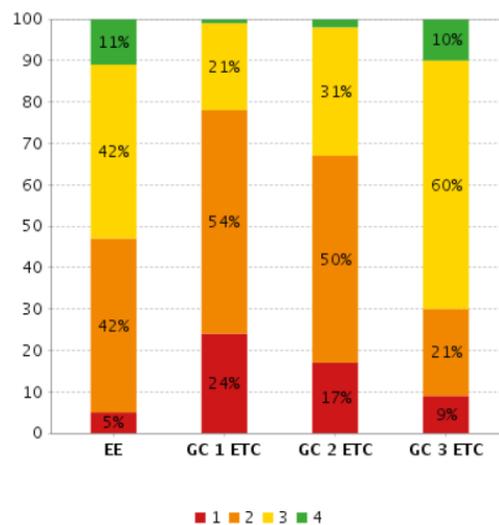


Figura 8. *Comparación por grupos 2017.*

La institución cuenta con estudiantes que pertenecen a los grupos de comparación 1 y 2 (GC1 y GC2), con respecto a los anteriores grupos, la institución los supera en todos los niveles de desempeño, haciendo la comparación con GC3 (estudiantes con características económicas muy favorables con respecto a los estudiantes de la institución), la institución lo supera en los niveles insuficiente y avanzado, pero es superada en los niveles de desempeño mínimo y satisfactorio.

Así las cosas, es fácil evidenciar que la institución a través del tiempo supera en la mayoría de las veces a los niveles de agregación que tienen condiciones similares a ella, como lo son: ETC, rurales, GC1 y GC2.

Comparado con el nivel de agregación Colombia, la institución debe buscar alternativas para superar a dicho nivel en todos los niveles de desempeño, es decir que la intención es superar la media nacional en todos los niveles de desempeño.

7.2 Aprendizajes o Afirmaciones en Matemáticas

Los aprendizajes o afirmaciones son herramientas que brindan información detallada sobre las fortalezas y debilidades que los estudiantes poseen en cada una de las pruebas, estos resultados se dan en forma de porcentajes, que entre mayor sea este, mayor es la dificultad presentada por los estudiantes, dicho de otra forma, cuanto menor sea el porcentaje de respuestas incorrectas, mejor será el desempeño de los estudiantes.

Tabla 10. *Aprendizajes 2016*

Aprendizaje	EE	Colombia	ETC
Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	56%	46%	53%
Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos	61%	54%	60%
Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	53%	53%	61%

El establecimiento educativo tiene mayor o igual porcentaje de respuestas incorrectas en todos los aprendizajes, comparado con los niveles de agregación Colombia y ETC, además están de color naranja lo cual indica que el desempeño no fue el mejor. Esto lleva a examinar detalladamente las evidencias de cada aprendizaje y trabajar sobre ellas arduamente.

Tabla 11. *Aprendizajes 2017.*

Aprendizaje	EE	Colombia	ETC
Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	43%	48%	57%
Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	54%	54%	64%
Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos	34%	37%	48%

En este año el establecimiento educativo tiene un porcentaje menor o en su defecto igual que los niveles de agregación Colombia y ETC, lo cual es bueno puesto que indica que a nivel nacional y departamental la institución supera a la media de estos niveles y además se ha mejorado con respecto al año pasado.

7.3 Comparando 2016 – 2017

7.3.1 Niveles de desempeño.

Las comparaciones siempre han estado presentes en el diario vivir, y estas son buenas siempre y cuando se hagan de una manera constructiva y permitan mejorar o avanzar en la búsqueda de un objetivo, en este sentido las grandes empresas realizan algo llamado benchmarking que consiste en compararse con otras empresas para realizar planes de mejoramiento y así poder progresar.

Es importante hacer comparaciones en cada prueba para saber a través del tiempo como se han comportado los resultados en la institución y así poder identificar las fortalezas y las debilidades mediante los niveles de desempeño y los aprendizajes. El ICFES a este tipo de comparaciones lo define como histórico.

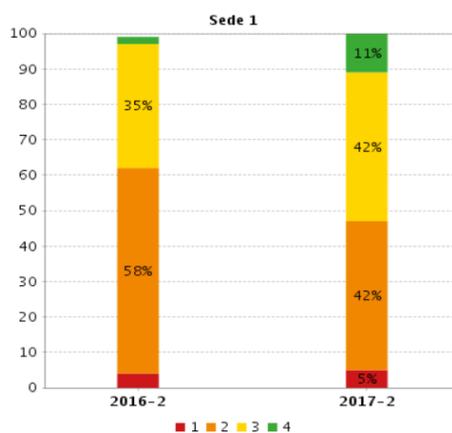


Figura 9. *Histórico 2016-2017*

Para interpretar la tabla se debe tener presente que si la diferencia es negativa en los niveles de desempeño 1 y 2 indicará que hubo un retroceso, pero si es negativa en los niveles 3 y 4 indicará que hubo avances.

La tabla indica que para el año 2017 hubo avances significativos en los niveles de desempeño 2, 3 y 4, pero en el nivel de desempeño 1 hubo un leve decrecimiento que no es significativo puesto que el porcentaje se incrementó sólo en un punto y sigue siendo menor al 10%.

Tabla 12. *Comparativa años 2016 y 2017*

Nivel de agregación	1		2		3		4	
	2016-2	2017-2	2016-2	2017-2	2016-2	2017-2	2016-2	2017-2
Sede 1	4%▲	5%	58%▼	42%	35%▲	42%	2%▲	11%
Colombia	8%▲	9%	37%▲	38%	50%▼	48%	5%●	5%
ETC	19%▲	21%	52%●	52%	28%▼	26%	1%●	1%
Oficiales urbanos ETC	16%▲	18%	50%▼	49%	33%▼	31%	2%●	2%
Oficiales rurales ETC	22%▲	24%	55%●	55%	23%▼	21%	0%●	0%
Privados ETC	23%▼	21%	44%▼	42%	32%▲	34%	2%▲	3%

Según la anterior tabla, la cual hace una comparación entre los años 2016 y 2017, de los niveles de desempeño con diferentes niveles de agregación arroja que en el nivel de desempeño 1 casi todos, excepto los colegios privados tuvieron un aumento y por ende un declive en la intención de ir progresando año tras año. La institución como bien se dijo anteriormente tuvo un pequeño descenso porque aumento en un punto el porcentaje en este nivel; en el nivel de desempeño 2, la intención es disminuir el porcentaje, lo cual fue logrado por los niveles de agregación: EE, Colegios urbanos y colegios privados, el porcentaje se mantuvo invariable en el departamento y en los colegios rurales, paradójicamente el porcentaje aumento a nivel nacional; Para el nivel 3 lo ideal es subir el porcentaje y esto sólo fue conseguido por los niveles de agregación EE y Colegios privados, mientras que los demás disminuyeron el porcentaje; para el último nivel, nuevamente los únicos que aumentaron el porcentaje y en consecuencia

obtuvieron avances fueron los niveles de agregación EE y Colegios privados, los demás mantuvieron el porcentaje constante.

7.3.2 Aprendizajes 2016 – 2017.

La matriz de referencia es una herramienta que permite a los establecimientos educativos realizar mejoras o ajustes a la planeación curricular, pues en ella están plasmados los elementos de la evaluación que realiza el ICFES, es decir que si una institución quiere obtener avances en las pruebas de Estado, esta herramienta será de gran utilidad, puesto que en ella están de forma explícita los aprendizajes y evidencias que todo estudiante debe lograr. Analicemos el porcentaje promedio de respuestas incorrectas en cada aprendizaje evaluado en la prueba de matemáticas durante los años 2016 y 2017.

Aprendizaje: Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas

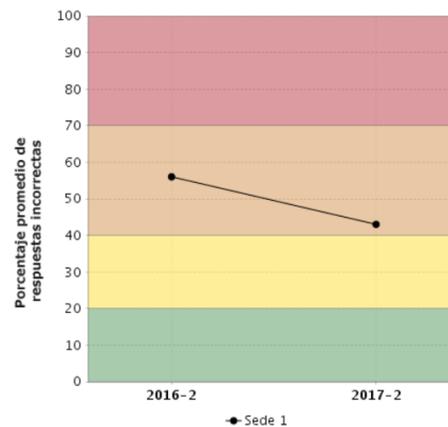


Figura 10. *Histórico de aprendizaje Uno*

En este aprendizaje hubo un avance significativo porque en el año 2017 disminuyó notablemente el porcentaje de respuestas incorrectas comparado con el porcentaje del año 2016, pasamos de tener un porcentaje de 56% a un porcentaje de 43%.

Aprendizaje: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.

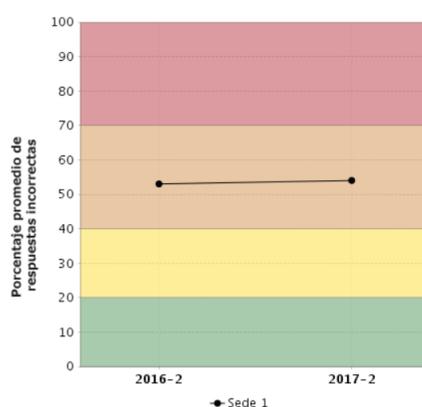


Figura 11. *Histórico de aprendizaje Dos*

En este aprendizaje se incrementó sutilmente (1%) el porcentaje de respuestas incorrectas, lo cual no es un buen indicador, pues pasamos de tener un porcentaje en el 2016 de 53% a uno de 54% en el 2017. Paradójicamente en el 2016 este aprendizaje fue en el que mejor le fue a la institución, lo cual indica que este aprendizaje se descuidó para reforzar los demás y esto es precisamente lo que no se debe hacer.

Aprendizaje: Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.

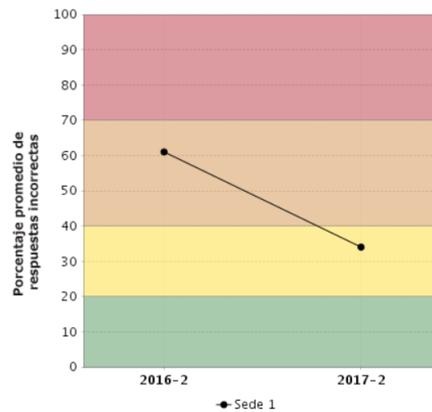


Figura 12. *Histórico de aprendizaje Tres*

En la gráfica se nota claramente que la línea de tendencia decrece sustancialmente, lo que significa que el porcentaje de respuestas incorrectas disminuyó del año 2016 al año 2017, para el 2016 se obtuvo un porcentaje de 61%, mientras que en el 2017 el porcentaje fue de 34%. En el 2016 este aprendizaje fue el más débil en la institución, es decir fue el de mayor porcentaje, mientras que en el 2017 fue el de mejor resultado, ya que fue el menor porcentaje obtenido, este aprendizaje revela que este es el camino a seguir en cuanto al análisis y al trabajo para los años venideros.

Como se pudo evidenciar la matriz de referencia dan cuenta de lo que evalúa el ICFES, a través de los aprendizajes y las evidencias, mientras que los descriptores de desempeño dan cuenta de aquellas habilidades y conocimientos que poseen los estudiantes, ahora se va a crear una relación entre estas dos herramientas, que será parte de un plan de mejoramiento en donde el objetivo es ubicar a los estudiantes de nivel 1 en el nivel 2 y los estudiantes de nivel 2 en el nivel 3.

Tabla 13. *Descriptoros – competencias – aprendizajes – evidencias para estar en el nivel de desempeño 2.*

Descriptor nivel de desempeño 2 - matemáticas	Competencia	Aprendizaje / afirmación	Evidencia
<i>Compara datos de dos variables presentadas en una misma gráfica sin necesidad de hacer operaciones aritméticas.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas.
<i>Identifica valores o puntos representativos en diferentes tipos de registro a partir del significado que tienen en la situación.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Compara la probabilidad de eventos simples (casos favorables/casos posibles), cuando los casos posibles son los mismos en ambos eventos, en contextos similares a los presentados en el aula.</i>	Formulación y ejecución.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Diseña planes para la solución de problemas que involucren información cuantitativa o esquemática.
<i>Toma decisiones sobre la veracidad o falsedad de una afirmación cuando esta se puede explicar verbalizando la lectura directa que se hace de la información.</i>	Argumentación	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	Plantea afirmaciones que sustentan o refutan una interpretación dada a la información disponible en el marco de la solución de un problema.
<i>Cambia gráficas de barras a tablas de doble entrada.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Reconoce e interpreta según el contexto el significado de promedio simple, moda, mayor, menor, máximo y mínimo.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.

Tabla 14. *Descriptoros – competencias – aprendizajes – evidencias para estar en el nivel de desempeño 3.*

Descriptor nivel de desempeño 3 - matemáticas	Competencia	Aprendizaje / afirmación	Evidencia
<i>Selecciona la gráfica a partir de una tabla, que puede ser de doble entrada o a partir de verbalizaciones (características de crecimiento o decrecimiento), teniendo en cuenta para la selección la escala, el tipo de variable y el tipo de gráfica.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Compara información gráfica que requiere algunas manipulaciones aritméticas.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes formatos como series, gráficas, tablas y esquemas.
<i>Señala información representada en formatos no convencional (mapas o infografías).</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada	Da cuenta de las características básicas de la información presentada en diferentes

		en distintos formatos.	formatos como series, gráficas, tablas y esquemas.
<i>Reconoce errores dada una transformación entre diferentes registros.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Reconoce el desarrollo de planos de una forma tridimensional y viceversa.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Compara la probabilidad de eventos simples (casos favorables/casos posibles), cuando los casos posibles son diferentes, en diversos contextos.</i>	Formulación y ejecución.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Diseña planes para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática.
<i>Selecciona información necesaria para resolver problemas que involucran operaciones aritméticas.</i>	Formulación y ejecución.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Ejecuta un plan de solución para un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.
<i>Selecciona información necesaria para resolver problemas que involucran características medibles de figuras geométricas elementales (triángulos, cuadriláteros y circunferencias).</i>	Formulación y ejecución.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Ejecuta un plan de solución para un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.
<i>Cambia la escala cuando la transformación no es convencional.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Justifica afirmaciones utilizando planteamientos y operaciones aritméticas o haciendo uso directo de un concepto; es decir, a partir de un único argumento.</i>	Argumentación	Valida procedimientos y estrategias matemáticas utilizadas para dar solución a problemas.	Plantea afirmaciones que sustentan o refutan una interpretación dada a la información disponible en el marco de la solución de un problema.
<i>Identifica información relevante cuando el tipo de registro contiene información de más de tres categorías.</i>	Interpretación y representación.	Comprende y transforma la información cuantitativa y esquemática presentada en distintos formatos.	Transforma la representación de una o más piezas de información.
<i>Hace manipulaciones algebraicas sencillas (aritmética de términos semejantes).</i>	Formulación y ejecución.	Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.	Resuelve un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.

Por último, según el modelo basado en evidencias (MBI) falta el desarrollo de las tareas (actividades) que para este proyecto consiste en el diseño de secuencias

didácticas, implementando la metodología ECBI, la cual se apoyará en herramientas tic (Geogebra) y en el diseño de rúbricas para su evaluación.

8 Resultados

El diagnóstico realizado a través de las pruebas Saber 11 evidenció las falencias que tienen los estudiantes de la institución, lo que conduce a diseñar e implementar un plan de mejoramiento con ayuda de los descriptores de desempeño que dan cuenta de las habilidades y conocimientos que deben tener los educandos en determinado nivel de desempeño y la matriz de referencia que da cuenta de los elementos del modelo basado en evidencias (estándar, competencia, aprendizaje, evidencia, tarea y pregunta). En este capítulo se analizarán las tareas que corresponden al último punto del plan de mejoramiento y que no son otra cosa sino un conjunto de actividades específicas que permiten evaluar a los estudiantes, estas actividades estarán diseñadas bajo la metodología ECBI y plasmadas en secuencias didácticas.

En el año 2017 la metodología ECBI fue implementada sólo en los grados once, obteniendo avances significativos en los resultados de la prueba saber, para este año la institución tuvo un resultado histórico, ya que se posesionó en el puesto 27 a nivel departamental y además en las olimpiadas del saber que realiza el municipio, la institución se llevó el primer puesto individualmente y grupalmente, dado el éxito obtenido en este año, se pretende que esta metodología se aplique desde el grado décimo con los conceptos de la trigonometría.



Figura 13. *Olimpiadas Matemáticas Municipales- Primer Puesto Grupal e Individual*

8.1 Secuencia Didáctica Uno Utilizando la Metodología ECBI

En esta secuencia didáctica se pretende que los estudiantes a través de la manipulación de material concreto, tal como lo estipula la metodología ECBI hallen la relación que existe entre grados y radianes (Sistema sexagesimal y sistema cíclico), así como también plasmar dicha relación en el software Geogebra.

Secuencia Didáctica Uno

DATOS GENERALES

Título de la secuencia didáctica: Sistema cíclico y sexagesimal.	Secuencia didáctica #: 1
Institución Educativa: Los Comuneros	Sede Educativa: Principal
Dirección: Siberia	Municipio: Caldono
Docente responsable: Helbert Augusto Aguilar Prieto	Departamento: Cauca
Área de conocimiento: Matemáticas	Tema: Sistema cíclico y sexagesimal
Grado: Décimo	Tiempo: 6 horas

Descripción de la secuencia didáctica:

En esta secuencia didáctica se utilizará la metodología ECBI, es decir se desarrollará los momentos establecidos por esta metodología.

En la primera fase de focalización se motiva al educando a que active sus conocimientos previos por medio de la formulación de preguntas, después los estudiantes trabajarán con el software Geogebra en donde plasmarán los conceptos de ángulo y circunferencia; en la segunda fase los educandos pasan a trabajar con material concreto en una serie de actividades, las cuales permitirán obtener un aprendizaje significativo; en la tercera fase cada grupo compartirá sus observaciones con los demás y teniendo en cuenta este insumo, se dará paso a la institucionalización de la clase; en la última fase quedará evidenciada la importancia del tema en cuestión para nuestra vida diaria.

OBJETIVOS, COMPETENCIAS Y CONTENIDOS

Objetivo de aprendizaje: Convertir unidades del sistema sexagesimal al sistema cíclico y viceversa.

Contenidos a desarrollar: Sistema cíclico y sexagesimal.

Tipo de pensamiento:

- Pensamiento espacial y sistemas geométricos
- Pensamiento métrico y sistemas de medida

Estándares:

- Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias
- Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos

METODOLOGÍA

FASES ECBI

ACTIVIDADES

Los estudiantes trabajarán en grupos integrados por cinco personas, en donde cada uno cumple un rol diferente (líder, relator, encargado de llevar el tiempo, dinamizador y utilero), esto con la intencionalidad de asignar responsabilidades. Durante el proceso es importante la discusión de ideas entre ellos, para que luego entre todos obtengan conclusiones y construyan el nuevo conocimiento.

Focalización

Para esta fase se realizarán las siguientes preguntas, con el propósito de indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes.

- ¿Cuál es la unidad utilizada para medir ángulos?
- ¿Cuál es el instrumento que se utiliza para medir ángulos?
- ¿Qué tipos de ángulos conoces?
- ¿Qué significa para ustedes el símbolo π ?
- ¿Cuál es la expresión para determinar la longitud de una circunferencia?
- ¿Cuáles son los elementos básicos de una circunferencia?

<p>Exploración</p>	<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tiza • Piola con una longitud de 1m aproximadamente • Transportador • Cinta métrica o regla en su defecto <p>Los estudiantes utilizaran los anteriores materiales y realizarán las siguientes actividades en el polideportivo del colegio.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Realice una circunferencia de radio r (cualquiera) con la tiza y la piola. 2. Mida el radio y lleve esta longitud sobre la circunferencia, para luego responder las siguientes preguntas <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuánto mide en grados el ángulo central formado por el arco y sus radios extremos? Este ángulo equivale a un radian. • ¿Cuántas veces cabe la longitud de dicho arco en la circunferencia plasmada en el suelo? • Teniendo presente que la longitud de la circunferencia es $2\pi r$ responda nuevamente la anterior pregunta. • ¿Qué puedes concluir? • A partir de la conclusión ¿cuánto mide en radianes y grados media circunferencia, la cuarta parte de la circunferencia? 3. Teniendo presente lo anterior completa la tabla escribiendo en cada caso la medida en grados o radianes equivalente <table border="1" data-bbox="561 1014 1274 1087"> <tr> <td>Grados</td> <td></td> <td>60</td> <td></td> <td>150</td> <td></td> <td></td> <td>315</td> </tr> <tr> <td>Radianes</td> <td>$\pi/3$</td> <td></td> <td>$\pi/2$</td> <td></td> <td>$\pi/6$</td> <td>$\pi/3$</td> <td></td> </tr> </table>	Grados		60		150			315	Radianes	$\pi/3$		$\pi/2$		$\pi/6$	$\pi/3$	
Grados		60		150			315										
Radianes	$\pi/3$		$\pi/2$		$\pi/6$	$\pi/3$											
<p>Reflexión</p>	<p>En esta fase los grupos analizan sus resultados escuchando a cada par de su grupo, para después socializar y defender ante los demás sus procedimientos y sus ideas que estarán plasmadas en papel kraft.</p> <p>En este momento con ayuda de lo escrito en el papel, se hará la institucionalización del conocimiento (cierre) para consolidar los aprendizajes.</p>																
<p>Aplicación</p>	<p>Para esta fase los estudiantes aprenderán los husos horarios y así calcular la hora en cualquier parte del mundo tal como lo muestran los siguientes videos.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=rpoEg9iLfiQ https://www.youtube.com/watch?v=cI6s7e256CQ</p>																
<p>RECURSOS</p>																	
<ul style="list-style-type: none"> • Sala de audiovisuales, la cual está equipada con un computador portátil, video beam y pantalla de proyector. • Tabletas • Software Geogebra 																	
<p>EVALUACIÓN Y PRODUCTOS ASOCIADOS</p>																	
<p>La evaluación será grupal y para esta se elaborará una rúbrica, como también se tendrá en</p>																	

8.1.1 Focalización.

El desarrollo de la secuencia didáctica empezó con la fase de focalización según la metodología ECBI, que consiste en activar los conocimientos previos que poseen los estudiantes.

- A la pregunta *¿cuál es la unidad utilizada para medir ángulos?*, todos respondieron que la unidad que ellos conocían eran los grados. Esta pregunta se realizó con el fin de que los estudiantes recordaran algunas unidades de medida como longitud, área, volumen, capacidad, peso y desde luego los grados.
- A la pregunta *¿cuál es el instrumento que se utiliza para medir ángulos?*, todos los estudiantes tienen claro que es el transportador, sin embargo la mayoría no recordaba cómo se utilizaba, de ahí que hubo la necesidad de enseñarles nuevamente el manejo de este objeto.
- A la pregunta *¿qué tipos de ángulos conoces?*, en esta pregunta los estudiantes contestaron equiláteros, agudos, complementarios, obtusos, rectos y otros, lo que demuestra que no tienen bien cimentado este conocimiento, de modo que se intervino para fortalecerlo y seguir avanzando.
- A la pregunta *¿Qué significa para ustedes el símbolo π ?*, todos sabían que representaba al número 3.1416, pero no profundizaban en la descripción, así que se les informó que era un número irracional, es decir un número decimal infinito no periódico, que no se puede escribir como una fracción de números enteros, en donde el denominador debe ser distinto de cero y que lo que ellos afirmaban era

sólo una aproximación; así como también que este número está presente en nuestro entorno, puesta basta con observar cualquier objeto de forma circular.

- A la pregunta *¿cuál es la expresión para determinar la longitud de la circunferencia?*, nadie respondió correctamente esta pregunta, algunos la confundían con la fórmula para hallar el área del círculo y además no diferenciaban entre círculo y circunferencia; lo anterior obligo a dar una explicación del tema.
- A la pregunta *¿cuáles son los elementos básicos de una circunferencia?*, los estudiantes manifestaron que eran el radio y el diámetro, pero la mayoría no sabían el significado concreto de estos dos elementos, entonces se les dio a conocer los otros elementos con sus respectivos significados.

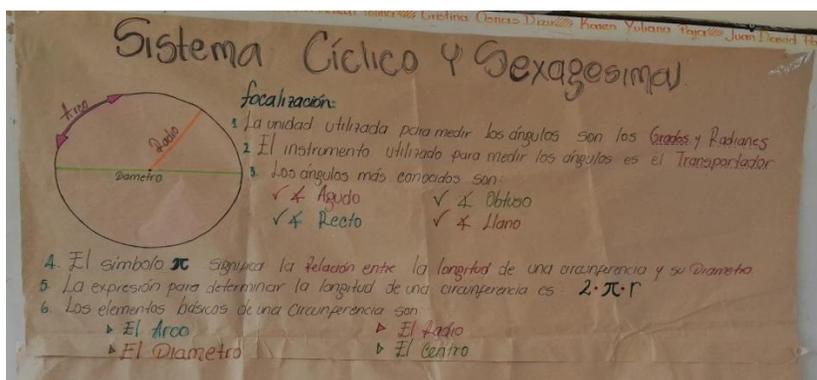


Figura 14. *Conceptos previos*

8.1.2 Exploración.

Para esta fase los estudiantes ya empiezan a trabajar con material concreto en la búsqueda del nuevo conocimiento siguiendo las instrucciones plasmadas en la secuencia

- La primera instrucción fue: realice una circunferencia con la tiza y la piola.

Algunos grupos realizaron la circunferencia con la piola y la tiza, otros en cambio decidieron buscar elementos redondos para luego dibujar la circunferencia.



Figura 15. *Construcción circunferencia*

- La siguiente instrucción fue: mida el radio y lleve esta longitud sobre la circunferencia. Esta instrucción fue bien desarrollada por todos los grupos.
- A la pregunta ¿cuánto mide en grados el ángulo central formado por el arco y sus radios extremos? La respuesta a esta pregunta no fue única, como era lo esperado cuando se hace experimentalmente, los resultados oscilaron entre 53° y 60° , lo interesante en este punto fue que los estudiantes descubrieron lo que era y como se construye un radian.



Figura 16. *Práctica construcción del radian*

- A la pregunta ¿cuántas veces cabe la longitud de dicho arco en la circunferencia?

Para algunos grupos fue fácil de entender y realizar esta pregunta, a otros se les dificultó entenderla, de modo que a estos grupos se les cambio la pregunta con una equivalente como: *¿cuántos radianes caben en la circunferencia?*, la cual entendieron y resolvieron favorablemente. Las respuesta a esta pregunta estuvieron entre 6 y 6.7 veces, para dar la respuesta con decimales, se les indico que dividieran la longitud de arco del radian en 10 partes iguales y con respecto a esta medida analizaran el número de partes que sobran después de los seis radianes.

- La siguiente instrucción fue: *teniendo presente que la longitud de la circunferencia es $2\pi r$, responda nuevamente la anterior pregunta.* Todos los grupos hicieron lo indicado, pues para dar respuesta a la pregunta dividieron $2\pi r$ entre la longitud de arco del radian, cuya longitud es precisamente la misma que la del radio, con lo cual las respuestas a esta pregunta fueron: 6.2, 6.3 y 2π ; en donde algunos remplazaron el valor de π y otros lo dejaron indicado.
- A la pregunta *¿qué puedes concluir?* La intencionalidad de esta pregunta radicaba en que los estudiantes hallaran la relación entre 2π y 360° , pero todos los grupos no concluyeron de esta forma y expresaron su respuesta hallando una relación entre las dos preguntas anteriores, lo cual también está bien, pero cuando se les pregunto directamente que relación había con respecto a los grados, todos llegaron a la respuesta anhelada.
- A la pregunta a partir de la *conclusión ¿cuánto mide en radianes y grados media circunferencia, la cuarta parte de la circunferencia?* Los diferentes grupos contestaron de forma apropiada al cuestionamiento, utilizando la conclusión anterior y un razonamiento correcto.

- Con la intencionalidad de que los estudiantes fortalecieran la relación entre grados y radianes se les pide que completen la siguiente tabla:

Grados		60		150			315
Radianes	$\pi/3$		$\pi/2$		$\pi/6$	$\pi/3$	

Todos los grupos hicieron de manera exitosa esta labor, comprobando que si asimilaron los conocimientos.

8.1.3 Reflexión.

En esta fase los diferentes grupos socializaron ante los demás sus hallazgos con respecto a la experiencia, generando debates interesantes sobre los posibles errores que cometieron los grupos en el momento de medir y dar un resultado.

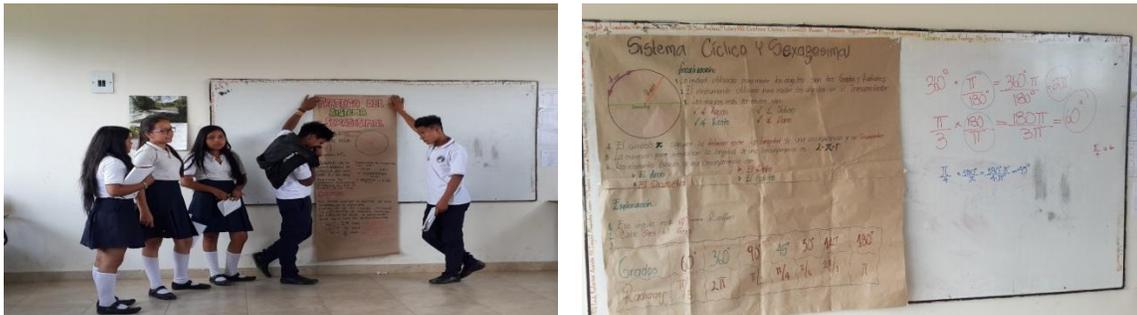


Figura 17. Socialización grados- radianes

8.1.4 Aplicación.

En esta fase los estudiantes se dan cuenta para que sirve lo aprendido en la vida diaria o en otras áreas del conocimiento, en este caso la aplicación consiste en saber los husos horarios o franja horaria, que permite tener conocimiento de cómo se establece la hora a nivel mundial, este tema involucra directamente al área de sociales y manifiesta la interacción de la matemática con otras áreas.

8.2 Secuencia Didáctica Dos Utilizando la Metodología ECBI

En esta secuencia se mirará reflejada la importancia que tiene el teorema de Tales en la trigonometría para hallar la altura de objetos utilizando la sombra del objeto y la de una persona, así como también temas relacionados con este como lo son congruencia, semejanza, razones y proporciones, entre otros. Por otra parte los estudiantes se verán enfrentados nuevamente con el uso de la herramienta Geogebra la cual utilizarán para esquematizar los conceptos de congruencia y semejanza.

Esta secuencia va a ser de gran utilidad para estudios posteriores, pues servirá de comparación con la siguiente secuencia y así poder averiguar cuál es mejor método para hallar la altura de objetos.

Secuencia didáctica Dos

DATOS GENERALES	
Título de la secuencia didáctica: Proporciones y Semejanza de Triángulos	Secuencia didáctica #: 2
Institución Educativa: Los Comuneros	Sede Educativa: Principal
Dirección: Siberia	Municipio: Caldon
Docente responsable: Helbert Augusto Aguilar Prieto	Departamento: Cauca
Área de conocimiento: Matemáticas	Tema: Proporciones y Semejanza de Triángulos
Grado: Décimo	Tiempo: 6 horas
Descripción de la secuencia didáctica: En esta secuencia didáctica se utilizará la metodología ECBI, es decir se desarrollará los momentos establecidos por esta metodología. En la primera fase de focalización se motiva al educando a que active sus conocimientos previos por medio de la formulación de preguntas, después los estudiantes trabajarán con el software Geogebra en donde plasmarán los conceptos de ángulo y circunferencia; en la segunda	

fase los educandos pasan a trabajar con material concreto en una serie de actividades, las cuales permitirán obtener un aprendizaje significativo; en la tercera fase cada grupo compartirá sus observaciones con los demás y teniendo en cuenta este insumo, se dará paso a la institucionalización de la clase; en la última fase quedará evidenciada la importancia del tema en cuestión para nuestra vida diaria.

OBJETIVOS, COMPETENCIAS Y CONTENIDOS

Objetivo de aprendizaje: Medir la altura de algunos objetos del contexto institucional con ayuda de las sombras.

Contenidos a desarrollar: Proporciones y Semejanza de Triángulos

Tipo de pensamiento:

- Pensamiento espacial y sistemas geométricos
- Pensamiento métrico y sistemas de medida

Estándares:

- Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.
- Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.
- Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).
- Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.

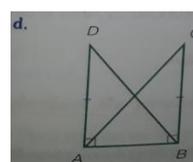
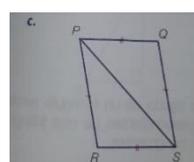
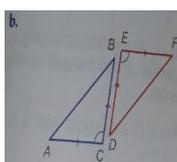
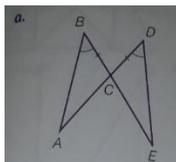
METODOLOGÍA:

FASES ECBI

Los estudiantes trabajarán en grupos integrados por cinco personas, en donde cada uno cumple un rol diferente (líder, relator, encargado de llevar el tiempo, dinamizador y utilero), esto con la intencionalidad de asignar responsabilidades. Durante el proceso es importante la discusión de ideas entre ellos, para que luego entre todos obtengan conclusiones y construyan el nuevo conocimiento.

Para esta fase se realizarán las siguientes preguntas, con el propósito de indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes.

- ¿Las medias que llevas puesto tienen la misma forma y el mismo tamaño?
- ¿Cómo se llaman las figuras que poseen la propiedad anterior?
- ¿Cómo justificarías la congruencia entre los triángulos dados?

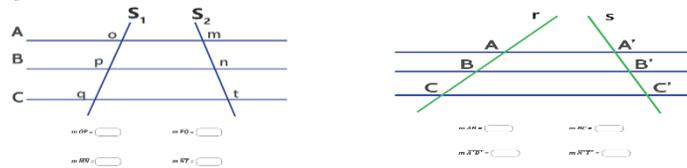


- Si haces ampliar tu foto favorita, estas dos ¿tienen la misma forma

Focalización

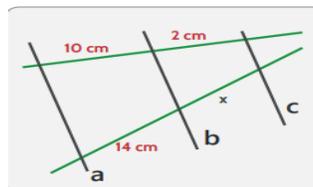
y el mismo tamaño?

- ¿Cómo se llaman las figuras que tienen la misma forma, pero diferente tamaño?
- Observa con atención las siguientes representaciones y halla las medidas indicadas utilizando una regla. Luego completa.

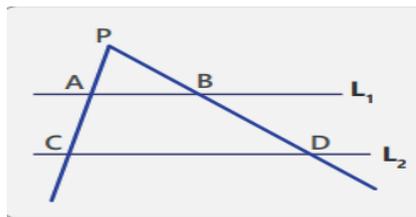


¿Qué puedes concluir acerca de las medidas halladas?

- Encuentra el valor de la incógnita, si las rectas a, b y c son paralelas.



- En la siguiente figura $l_1 \parallel l_2$



- PC = 12 cm., PB = 6cm., BD = 2 cm., AC = ?
- CD = 7 cm., PA = 2 cm., AC = 5 cm., AB = ?
- PC = 9 cm., CD = 6 cm., AB = 5 cm., BD = 1 cm.

Determinar PA, PD, PB

- Observar los siguientes videos para trabajar con Geogebra.

<https://www.youtube.com/watch?v=hPtfPeAj3U>

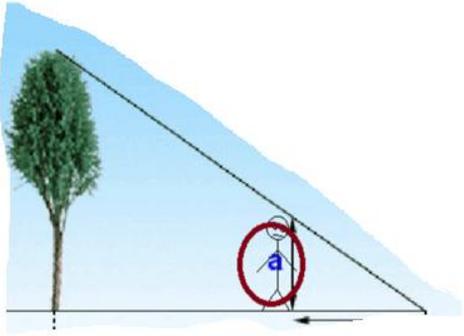
<https://www.youtube.com/watch?v=dw-2O1rQSvc>

Materiales:

- Cinta métrica

Los estudiantes utilizarán los anteriores materiales y realizarán las siguientes actividades en todo el espacio del colegio, en donde hallaran la altura de mínimo tres objetos.

1. Medir la estatura de uno de los integrantes del grupo.

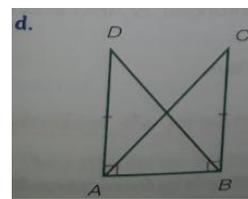
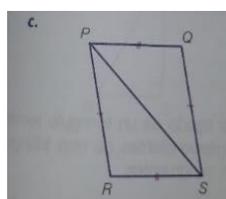
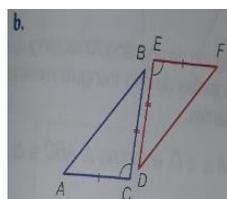
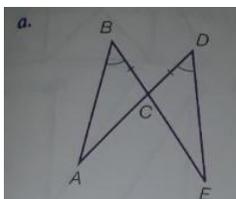
<p>Exploración</p>	<table border="1" data-bbox="813 191 1084 327"> <tr> <td data-bbox="813 191 971 327">Es tatura del integrante (m)</td> <td data-bbox="971 191 1084 327"></td> </tr> </table> <p data-bbox="597 327 1411 527">2. Ubicarse en un terreno plano cerca del objeto a medir, en donde la sombra del objeto caiga sobre un terreno plano para obtener una mejor precisión; hacer que las sombras del integrante y del objeto estén una encima de la otra, de tal forma que estas coincidan en sus partes finales, tal como lo ilustra la siguiente imagen.</p>  <p data-bbox="597 898 1411 968">Luego, medir las longitudes de las sombras. Registra tus datos en la siguiente tabla:</p> <table border="1" data-bbox="748 999 1060 1304"> <tr> <td data-bbox="748 999 946 1167">Longitud de la sombra del integrante (m)</td> <td data-bbox="946 999 1060 1167"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="748 1167 946 1304">Longitud de la sombra del árbol (m)</td> <td data-bbox="946 1167 1060 1304"></td> </tr> </table> <p data-bbox="597 1371 1411 1440">3. Con los datos anteriores hallar la altura del objeto utilizando el teorema de Tales (Semejanza y Proporciones).</p>	Es tatura del integrante (m)		Longitud de la sombra del integrante (m)		Longitud de la sombra del árbol (m)	
Es tatura del integrante (m)							
Longitud de la sombra del integrante (m)							
Longitud de la sombra del árbol (m)							
<p>Reflexión</p>	<p data-bbox="537 1507 1411 1608">En esta fase los grupos analizan sus resultados escuchando a cada par de su grupo, para después socializar y defender ante los demás sus procedimientos y sus ideas que estarán plasmadas en papel kraft.</p> <p data-bbox="537 1608 1411 1707">En este momento con ayuda de lo escrito en el papel, se hará la institucionalización del conocimiento (cierre) para consolidar los aprendizajes.</p>						
<p>Aplicación</p>	<p data-bbox="537 1707 1411 1808">Para esta fase los estudiantes aprenderán los husos horarios y así calcular la hora en cualquier parte del mundo tal como lo muestran los siguientes videos.</p> <p data-bbox="630 1843 1263 1908"> https://www.youtube.com/watch?v=aWPW5XCrgbY https://www.youtube.com/watch?v=RXsJqXk-LLk </p>						

RECURSOS	
<ul style="list-style-type: none"> • Sala de audiovisuales, la cual está equipada con un computador portátil, video beam y pantalla de proyector. • Tabletas • Software Geogebra 	
EVALUACIÓN Y PRODUCTOS ASOCIADOS	
La evaluación será grupal y para esta se elaborará una rúbrica, como también se tendrá en cuenta la observación.	

8.2.1 Focalización.

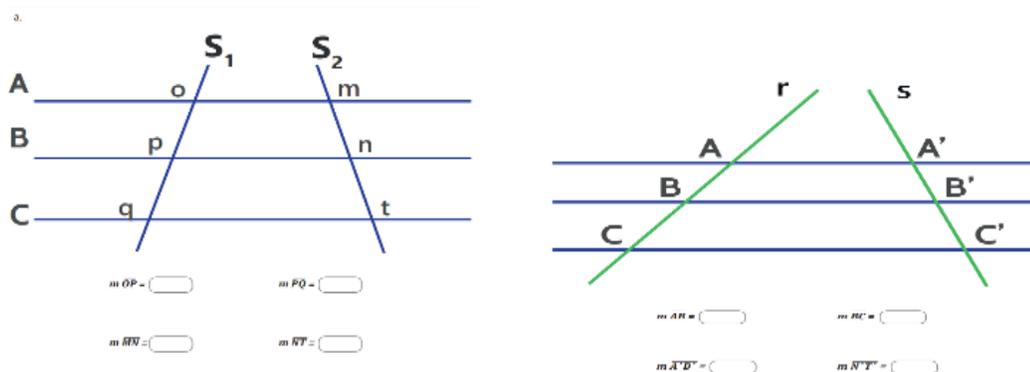
La intencionalidad de esta fase es indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes con relación al tema a tratar.

- A la pregunta *¿las medias que llevas puesto tienen la misma forma y el mismo tamaño?* Lógicamente todos respondieron afirmativamente a esta pregunta tan trivial, cuyo objetivo es hacer caer en cuenta a los estudiantes que existen conceptos de la matemática que están presentes en nuestro diario vivir, pero que pasan desapercibidos, este tipo de preguntas que parecen sin sentido cobran relevancia cuando detrás de ellas existe una intención de hacerle entendible un tema determinado a los estudiantes.
- A la pregunta *¿cómo se llaman las figuras que poseen la propiedad anterior?* Muy pocos estudiantes recordaban con exactitud el nombre asignado a estas figuras, por esta razón y con ayuda de la pregunta anterior se explicó el concepto de congruencia.
- A la pregunta *¿cómo justificarías la congruencia entre los triángulos dados?*



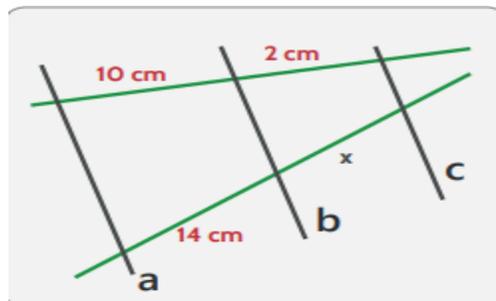
Los estudiantes no recordaban como justificar la congruencia de estos triángulos, pero se dejaron llevar por las imágenes y nuevas preguntas respecto al contenido de la figuras para responder adecuadamente al interrogante utilizando los criterios de congruencia entre triángulos (LAL, ALA y LLL).

- A la pregunta; si haces ampliar tu foto favorita, estas dos *¿tienen la misma forma y el mismo tamaño?* Como era de esperarse, la respuesta de parte de los estudiantes fue un contundente no, pero nuevamente este tipo de preguntas bien enfocadas, pretenden aterrizar los conceptos matemáticos a cosas tan simples que suceden en nuestro entorno y hacer ver que la matemática es de fácil entendimiento, si la relacionamos con actividades que se hacen en la vida real.
- A la pregunta *¿cómo se llaman las figuras que tienen la misma forma, pero diferente tamaño?* los estudiantes no recordaban la palabra precisa para estas figuras, pero con la ayuda de la anterior pregunta que ejemplifica claramente el concepto se pudo hacer entender que se denominan semejantes.
- Dado el siguiente ejercicio: *observa con atención las siguientes representaciones y halla las medidas indicadas utilizando una regla.* Luego completa



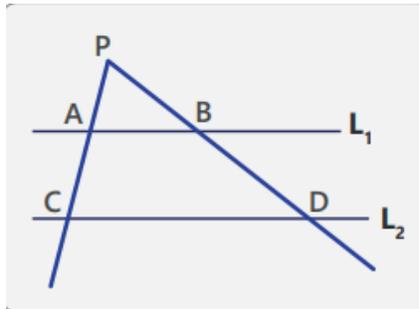
Esta actividad fue del agrado de los estudiantes, pues colocaron en práctica sus habilidades kinestésicas y de precisión.

- A la pregunta *¿qué puedes concluir acerca de las medidas halladas?* Los estudiantes no podían encontrar la conclusión, pero cuando se dio la orden de formar razones equivalentes entre estas medidas llegaron a la conclusión que dio paso a recordar el teorema de Tales. Dado que el ejercicio anterior gusto mucho, se les pide a los estudiantes que realicen un trazo similar al anterior en donde las rectas horizontales no sean paralelas, con lo cual afirmaron que no se puede construir razones equivalentes.
- Con el ejercicio: *Encuentra el valor de la incógnita, si las rectas a, b y c son paralelas*



Los estudiantes hallaron sin mayor problema el valor de la incógnita y así reforzaron lo aprendido sobre el teorema de Tales.

- Con el ejercicio: en la siguiente figura $l_1 \parallel l_2$



- a) $PC = 12$ cm., $PB = 6$ cm., $BD = 2$ cm., $AC = ?$
- b) $CD = 7$ cm., $PA = 2$ cm., $AC = 5$ cm., $AB = ?$
- c) $PC = 9$ cm., $CD = 6$ cm., $AB = 5$ cm., $BD = 1$ cm. Determinar PA , PD y PB

Los educandos aprendieron a utilizar el teorema de Tales con distintas versiones, es decir diseñaron diferentes proporciones según la conveniencia del ejercicio.

- En el último ejercicio los estudiantes miran un par de videos que sirven de guía para utilizar Geogebra y así poder esquematizar los conceptos de congruencia y semejanza.



Figura 18. *Congruencia y semejanza con Geogebra*

8.2.2 Exploración.

Para esta fase los estudiantes usaran material concreto y la sombra de uno de los integrantes del grupo para medir la altura de diferentes elementos de su preferencia dentro del contexto institucional.

- La primera indicación de la secuencia es medir con la ayuda de la cinta métrica la estatura de uno de los integrantes del grupo y registrar este dato en una tabla, la cual hicieron sin ninguna dificultad.



Figura 19. *Indicación Uno*

- La siguiente indicación fue: Ubicarse en un terreno plano, cerca del objeto a medir, en donde la sombra del objeto caiga sobre un terreno plano para obtener una mejor precisión; hacer que las sombras del integrante y del objeto estén una encima de la otra, de tal forma que estas coincidan en sus partes finales, tal como lo ilustra la siguiente imagen.

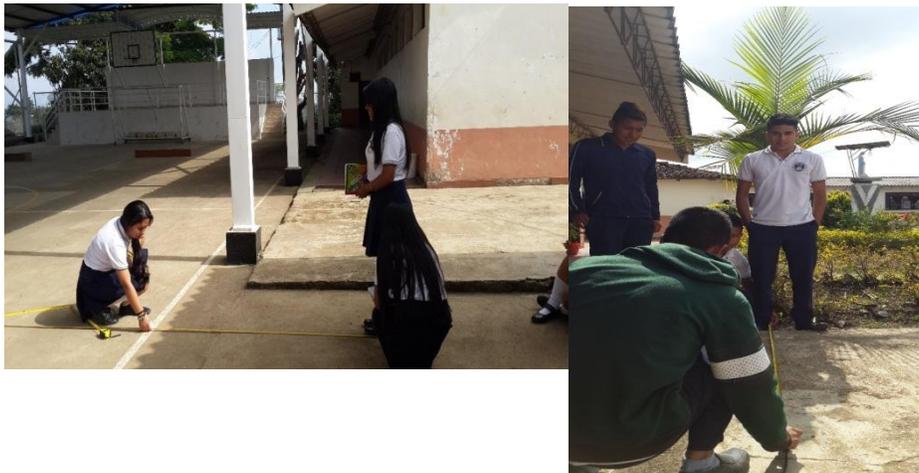
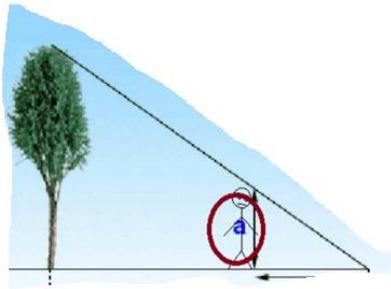


Figura 20. *Altura mediante Sombras*

La mayoría de los grupos realizaron la indicación sin ningún inconveniente, mientras que para algunos fue difícil saber cómo era la ubicación exacta de la sombra del integrante y la sombra del árbol, luego los diferentes grupos midieron las longitudes de las sombras y las registraron en una tabla.

- La última indicación para esta fase fue: Con los datos anteriores hallar la altura del objeto utilizando el teorema de Tales (Semejanza y Proporciones), la cual gracias a la activación de los conocimientos previos realizada en la anterior fase la ejecutaron de manera satisfactoria.



8.2.3 Reflexión.

En esta fase los grupos socializaron ante todos los demás el trabajo que realizaron, generando debates interesantes sobre la obtención de los datos y la forma como hallaron la altura de los diferentes elementos al modelar una proporción y resolver la ecuación que se origina.

8.2.4 Aplicación.

En esta fase los estudiantes observan dos videos, el primero muestra la aplicación que tiene el teorema de tales en la vida diaria, como lo es medir la altura de diferentes objetos de una ciudad y el otro modela la comprobación del teorema de tales utilizando Geogebra, comprobación que también realizaron los estudiantes bajo esta herramienta.

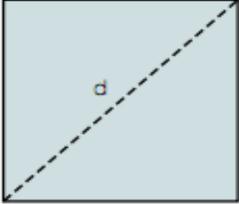
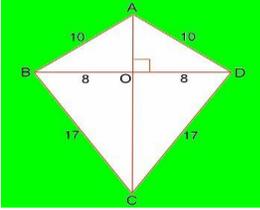
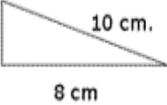
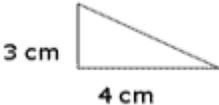
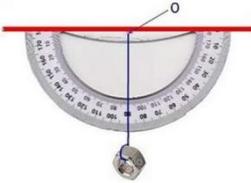
8.3 Secuencia Didáctica Tres Utilizando la Metodología ECBI

En esta secuencia didáctica los estudiantes harán uso de algunos materiales para elaborar un instrumento artesanal llamado astrolabio, el cual era utilizado por los navegantes que lo usaban para orientarse y determinar alturas, es en este último sentido que será aprovechado por los estudiantes, es decir la actividad consiste en hallar la altura de diferentes elementos en donde tendrán que acudir a las funciones trigonométricas y a toda su imaginación para cumplir con lo pedido.

Secuencia didáctica Tres

DATOS GENERALES	
Título de la secuencia didáctica: Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo	Secuencia didáctica #: 3
Institución Educativa: Los Comuneros	Sede Educativa: Principal
Dirección: Siberia	Municipio: Caldonó
Docente responsable: Helbert Augusto Aguilar Prieto	Departamento: Cauca
Área de conocimiento: Matemáticas	Tema: Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.
Grado: Décimo	Tiempo: 6 horas
Descripción de la secuencia didáctica: En esta secuencia didáctica se utilizará la metodología ECBI, es decir se desarrollará los momentos establecidos por esta metodología. En la primera fase de focalización se motiva al educando a que active sus conocimientos previos por medio de la formulación de preguntas, después los estudiantes trabajarán con el software Geogebra en donde plasmarán el concepto del teorema de Pitágoras; en la segunda fase los educandos pasan a trabajar con material concreto en una serie de actividades, las cuales permitirán obtener un aprendizaje significativo; en la tercera fase cada grupo compartirá sus observaciones con los demás y teniendo en cuenta este insumo, se dará paso a la institucionalización de la clase; en la última fase quedará evidenciada la importancia del tema en cuestión para nuestra vida diaria.	
OBJETIVOS, COMPETENCIAS Y CONTENIDOS	
Objetivo de aprendizaje: Medir la altura de algunos objetos del contexto institucional utilizando las razones trigonométricas.	

<p>Contenidos a desarrollar: Ángulos, Polígonos y su clasificación, Triángulos y su clasificación, Teorema de Pitágoras, Razones trigonométricas en un triángulo rectángulo, Ángulos de depresión y de elevación.</p>	
<p>Tipo de pensamiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pensamiento espacial y sistemas geométricos • Pensamiento métrico y sistemas de medida 	<p>Estándares:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales). • Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. • Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias. • Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. • Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficie, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.
<p>METODOLOGÍA:</p>	
<p>FASES ECBI</p>	<p>ACTIVIDADES</p> <p>Los estudiantes trabajarán en grupos integrados por cinco personas, en donde cada uno cumple un rol diferente (líder, relator, encargado de llevar el tiempo, dinamizador y utilero), esto con la intencionalidad de asignar responsabilidades. Durante el proceso es importante la discusión de ideas entre ellos, para que luego entre todos obtengan conclusiones y construyan el nuevo conocimiento.</p>
	<p>Para esta fase se realizarán las siguientes preguntas, con el propósito de indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se llaman aquellas figuras planas cerradas limitadas por segmentos de recta y cuál es su clasificación? • ¿Qué tipos de ángulos recuerdas? • ¿Qué tipos de triángulos recuerdas? • ¿Qué tipo de triángulos poseen hipotenusa? • ¿La hipotenusa y un cateto, pueden tener la misma longitud? • ¿Cómo se llama y que manifiesta aquel teorema que hace referencia a los catetos y la hipotenusa? • ¿En qué tipos de triángulos se aplica el teorema de Pitágoras? • ¿Cuál es la longitud de la diagonal desconocida de cada una de las siguientes figuras?

<p>Focalización</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuál es la longitud del lado desconocido en cada figura? <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 20px;">    </div> <p style="text-align: center; margin-top: 20px;"> https://www.youtube.com/watch?v=rhnPpaEOI6M https://www.youtube.com/watch?v=dCOoXMWFLto https://www.youtube.com/watch?v=K4xmY9NJwbk </p>
<p>Exploración</p>	<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> Cinta métrica Calculadora Transportador Piola de aproximadamente 10 cm Cilindro hueco Objeto pequeño para atar a la piola. (Una arandela puede ser) <p>Los estudiantes utilizarán los anteriores materiales y realizarán las siguientes actividades en todo el espacio del colegio, en donde hallaran la altura de mínimo tres objetos.</p> <ol style="list-style-type: none"> Elaborar el astrolabio artesanal con el transportador, el cilindro, la piola y la arandela de tal forma que se asemeje al de la siguiente figura. <div style="text-align: center; margin: 20px 0;">  </div> <p>Ubicarse en un terreno plano cerca del objeto, utiliza la cinta métrica para medir la distancia entre el objeto y tu ubicación.</p> <ol style="list-style-type: none"> Mira la cima del objeto y con el astrolabio mide el ángulo de elevación, con tu vista como el vértice del ángulo, tal como

aparece en la imagen (siendo el árbol el objeto).



3. Con la ayuda de las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo, halla la altura de los objetos y registra los datos en la siguiente tabla.

Objeto	Distancia (objeto - ubicación)	Ángulo de elevación	Altura del objeto

Reflexión

En esta fase los grupos analizan sus resultados escuchando a cada par de su grupo, para después socializar y defender ante los demás sus procedimientos y sus ideas que estarán plasmadas en papel kraft.

En este momento con ayuda de lo escrito en el papel, se hará la institucionalización del conocimiento (cierre) para consolidar los aprendizajes.

Aplicación

Para esta fase los estudiantes aprenderán los husos horarios y así calcular la hora en cualquier parte del mundo tal como lo muestran los siguientes videos.

- <https://www.youtube.com/watch?v=QANsXoWGNSQ>
- <https://www.youtube.com/watch?v=UeIQnjOEGUY>
- <https://www.youtube.com/watch?v=6wn1rxGHsGs>
- <https://www.youtube.com/watch?v=bcWWoXo37IQ>
- <https://www.youtube.com/watch?v=iFIRPnOVodw>
- https://www.youtube.com/watch?v=k0-yi8G_Xes

RECURSOS

- Sala de audiovisuales, la cual está equipada con un computador portátil, video beam y pantalla de proyector.
- Tablet
- Software Geogebra

EVALUACIÓN Y PRODUCTOS ASOCIADOS

La evaluación será grupal y para esta se elaborará una rúbrica, como también se tendrá en cuenta la observación.

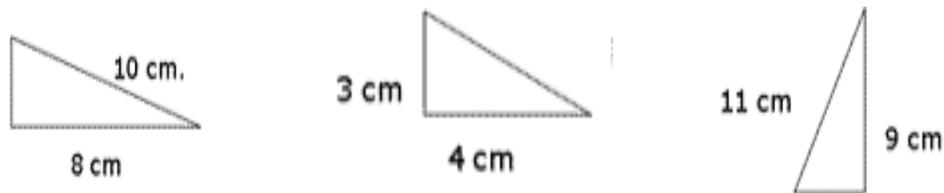
8.3.1 Focalización.

En esta fase se indaga a través de preguntas problematizadoras o ejercicios los conocimientos previos o pre saberes que poseen los estudiantes.

- A la pregunta: *¿Cómo se llaman aquellas figuras planas cerradas limitadas por segmentos de recta y cuál es su clasificación?* Los estudiantes no recordaban absolutamente nada con relación a esta pregunta, con lo cual se intervino para dar solución a este interrogante.
- A la pregunta: *¿Qué tipos de ángulos recuerdas?* Esta pregunta se realizó en la primera secuencia, pero se vuelve a hacer con la intencionalidad de saber si ya interiorizan por completo este concepto, entonces en esta oportunidad todos querían responder y cuando lo hicieron fue de manera acertada.
- A la pregunta *¿Qué tipos de triángulos recuerdas?* Los más recordados por parte de los educandos fueron los triángulos equiláteros y los triángulos isósceles, mientras que los restantes no fueron mencionados, es así como mediante una exposición se ejemplifican la clasificación de los triángulos y sus propiedades.
- A la pregunta *¿qué tipo de triángulos poseen hipotenusa?* La respuesta a esta pregunta fue divulgada sin querer en la anterior pregunta, de modo que todos sabían cuáles eran dichos triángulos con esa propiedad.
- A la pregunta *¿la hipotenusa y un cateto, pueden tener la misma longitud?* Las opiniones de los estudiantes estuvieron divididas, unos argumentaban que sí, mientras otros decían que no, entonces se hizo una pregunta inmersa a esta para dar luces sobre una posible respuesta, la cual fue: *¿en un triángulo rectángulo cuál es el ángulo más grande?* Todos respondieron que el ángulo de noventa grados y con un

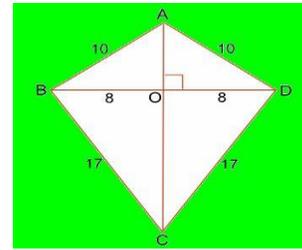
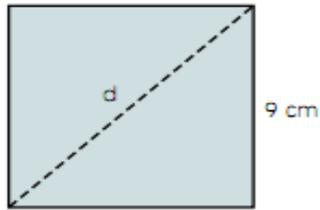
pequeño razonamiento expresaron que el lado opuesto a este ángulo debería ser el de mayor longitud, es decir la hipotenusa.

- Al indagar *¿cómo se llama y que manifiesta aquel teorema que hace referencia a los catetos y a la hipotenusa?* Todos recordaban el nombre del teorema, pero tenían ideas leves sobre su interpretación, así que se vio la necesidad de reforzar este conocimiento, esquematizando su interpretación.
- A la pregunta *¿en qué tipos de triángulos se aplica el teorema de Pitágoras?* El propósito de esta pregunta era hacer caer en cuenta a los estudiantes que este importante teorema no es aplicable en todos los triángulos, sino solamente en triángulos rectángulos, como bien lo manifestaron los estudiantes ante la indagación.
- A la indagación *¿cuál es la longitud del lado desconocido en cada figura?*



El objetivo de esta pregunta consiste en que los estudiantes identifiquen si el lado desconocido es un cateto o la hipotenusa, para luego aplicar el teorema de Pitágoras. En la solución de este punto, la mayoría de estudiantes plantearon bien la igualdad del teorema, pero a la hora de resolver la ecuación generada presentaron falencias, con lo cual se tuvo que entrar en detalle respecto a este tema.

- A la pregunta *¿cuál es la longitud de la diagonal desconocida de cada una de las siguientes figuras?*



La intención de esta pregunta, además de las del anterior punto es mostrarles a los estudiantes los diferentes contextos en los cuales se pueden encontrar el teorema de Pitágoras.

- Por último los estudiantes realizaron la demostración del teorema de Pitágoras utilizando Geogebra, teniendo como guía un video ilustrativo de cómo hacerlo, como también observaron un video de la aplicación que tiene el teorema de Pitágoras en la vida diaria, más precisamente en la construcción.

8.3.2 Exploración.

En esta fase los estudiantes utilizaran una nueva técnica para medir la altura de elementos dentro del contexto institucional, como árboles, palmeras, aros de baloncesto entre otros.

- La primera indicación fue elaborar el astrolabio artesanalmente con el transportador, el cilindro, la piola y la arandela tal como lo mostraba un dibujo; los estudiantes no tuvieron ningún problema a la hora de la elaboración.



Figura 21. *Altura mediante el Astrolabio*

- La siguiente instrucción fue: ubicarse en un terreno plano cerca del objeto, utiliza la cinta métrica para medir la distancia entre el objeto y tu ubicación; es importante ubicarse en un terreno plano para facilitar y ser más precisos en los cálculos. En el momento de seguir este paso, no hubo ningún problema.
- A la indicación: mira la cima del objeto y con el astrolabio mide el ángulo de elevación, con tu vista como vértice del ángulo, algunos grupos encontraron dificultad en el momento de saber cuál era el ángulo que se generaba al mirar la cima del objeto, entonces a estos grupos se les dio una pequeña instrucción para que pudieran avanzar en la práctica.



Figura 22. *Medición ángulo de elevación*

- Por último, los estudiantes hallaron la altura de los diferentes objetos con la ayuda de las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo, en donde tenían que analizar en primera instancia la función trigonométrica adecuada que relaciona los datos obtenidos (un ángulo y un lado) y después tener presente que se debe agregar a la altura del triángulo, la altura del suelo a la vista del integrante que midió el ángulo con el astrolabio y así obtener la altura del objeto, este último razonamiento no lo ejecutaron todos los grupos porque no cayeron en cuenta de este pequeño, pero importante detalle.

8.3.3 Reflexión.

En esta fase los estudiantes con sus respectivos grupos exponen sus hallazgos ante los demás, ocasionando un clima ameno de interacción mediante preguntas y respuestas con todos los integrantes de la clase. En este preciso momento es cuando se da el proceso de institucionalidad o cierre, que se hace aprovechando las declaraciones de los educandos.

8.3.4 Aplicación.

En la última fase se les presenta a los estudiantes diferentes videos sobre la aplicabilidad en la vida diaria de las funciones trigonométricas como lo son en la astronomía para medir distancias entre estrellas, los satélites para la ubicación y en el sistema de navegación, en la ingeniería civil para hallar el peralte de las carreteras, para determinar las montañas más altas y hasta en la medicina, esto hablando de la actualidad, pero en la historia la trigonometría también fue muy importante, como por ejemplo Eratóstenes la utilizo para hallar la longitud de la circunferencia de la tierra.

8.4 Secuencia Didáctica Cuatro Utilizando la Metodología ECBI

En esta secuencia didáctica los estudiantes aprenden nuevos conocimientos relacionados directamente con su contexto, ya que son aplicables en sus fincas y consiste en hallar el área de un terreno del colegio el cual se utiliza para cultivos asociados (plátano, yuca y maíz) y emplear las medidas agrarias como la hectárea o la plaza. Para esta actividad los educandos hacen uso de sus saberes en trigonometría pues deben utilizar el teorema de los senos o cosenos para resolver los triángulos generados, que debido a lo irregular del terreno probablemente no sean triángulos rectángulos, como también un resultado antiguo para hallar el área de un triángulo conociendo la longitud de sus lados, llamado formula de Herón.

Secuencia didáctica Cuatro

DATOS GENERALES	
Título de la secuencia didáctica: Área de un terreno institucional	Secuencia didáctica #: 4
Institución Educativa: Los Comuneros	Sede Educativa: Principal
Dirección: Siberia	Municipio: Caldono
Docentes responsables: Helbert Augusto Aguilar Prieto	Departamento: Cauca
Área de conocimiento: Matemáticas	Tema: Teorema del seno y del coseno.
Grado: Décimo	Tiempo: 6 horas
Descripción de la secuencia didáctica:	
<p>En esta secuencia didáctica se utilizará la metodología ECBI, es decir se desarrollará los momentos establecidos por esta metodología.</p> <p>En la primera fase de focalización se motiva al educando a que active sus conocimientos previos por medio de la formulación de preguntas, después los estudiantes trabajarán con el software Geogebra en donde comprobarán lo establecido por el teorema del seno y del coseno; en la segunda fase los educandos pasan a trabajar con material concreto en una serie de actividades, las cuales permitirán obtener un aprendizaje significativo; en la tercera fase cada grupo compartirá sus observaciones con los demás y teniendo en cuenta este insumo, se dará paso a la institucionalización de la clase; en la última fase quedará evidenciada la importancia del tema en cuestión para nuestra vida diaria.</p>	
OBJETIVOS, COMPETENCIAS Y CONTENIDOS	
Objetivo de aprendizaje: Hallar el área de un terreno utilizando el teorema del seno y del coseno.	
Contenidos a desarrollar: Triángulos oblicuángulos, Formula de Herón, Razones trigonométricas, Teorema del Seno y del Coseno.	
Tipo de pensamiento: <ul style="list-style-type: none"> • Pensamiento espacial y sistemas geométricos • Pensamiento métrico y sistemas de medida 	Estándares: <ul style="list-style-type: none"> • Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales). • Uso argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias. • Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en

	<p>situaciones tomadas de distintas ciencias.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseño estrategias para abordar situaciones de medición que requieran grados de precisión específicos. • Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficie, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados.
--	---

METODOLOGÍA:

FASES ECBI	<p>ACTIVIDADES</p> <p>Los estudiantes trabajarán en grupos integrados por cinco personas, en donde cada uno cumple un rol diferente (líder, relator, encargado de llevar el tiempo, dinamizador y utilero), esto con la intencionalidad de asignar responsabilidades. Durante el proceso es importante la discusión de ideas entre ellos, para que luego entre todos obtengan conclusiones y construyan el nuevo conocimiento.</p>
-------------------	---

Focalización	<p>Para esta fase se realizarán las siguientes preguntas, con el propósito de indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si necesito medir un terreno (finca o parcela), ¿las unidades que requiero son de longitud, área, volumen o capacidad? • ¿Qué cantidad de terreno tienen tus padres o familiares? • Si el terreno es pequeño, ¿qué unidad de medida sería la adecuada? • Si el terreno es grande, ¿qué unidad de medida sería la adecuada? • Si el terreno tiene forma rectangular, ¿qué expresión utilizarías para medir su área? • Si el terreno tiene forma triangular, ¿qué expresión utilizarías para medir su área? • Si el terreno tiene forma irregular (forma no definida), ¿cómo se mide su área? • ¿Cómo se llaman aquellos triángulos que poseen todos sus ángulos interiores agudos? • ¿Cómo se llaman aquellos triángulos que tienen un ángulo interior obtuso? • ¿Cómo se llaman aquellos triángulos que pueden ser como los anteriormente descritos? • ¿Para qué valor(es) de θ se cumple que $\text{sen } \theta = 1$? • Utilizando la calculadora calcular $\text{arcsen } 1$, ¿este valor coincide con alguno de los valores de la anterior pregunta? ¿por qué no coincide con otro? • Con ayuda de una regla, un transportador y una calculadora, realizar un triángulo oblicuángulo cualquiera de ángulos A, B, C y lados a, b, c respectivamente verificar las siguientes
---------------------	---

	<p>igualdades</p> $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}, \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo le llamarías a los anteriores resultados? <p>https://www.youtube.com/watch?v=LXVF-C16d6E https://www.youtube.com/watch?v=MejDvhks_lg</p>
<p style="text-align: center;">Exploración</p>	<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Botas pantaneras • Cinta métrica • Regla • Calculadora • Hojas de blog • Lápiz <p>Los estudiantes utilizarán los anteriores materiales y realizarán las siguientes actividades para hallar el área de un terreno irregular del colegio, utilizado para proyectos productivos como lo son plátano, yuca, maíz etc.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Elaborar el croquis poligonal del terreno, para luego medir la longitud de su contorno (perímetro). 2. Dividir la superficie del terreno en triángulos, en donde se conozca la longitud de cada uno de sus lados. 3. Utilizando el teorema del seno o del coseno, halle la medida de cada uno de los ángulos interiores de cada triángulo. 4. Halle el área del terreno utilizando la fórmula de Herón para hallar el área de cada triángulo. <div data-bbox="699 1163 1081 1344" style="text-align: center;"> <p>AREA DEL TRIANGULO *FORMULA DE HERON</p> $A_{\Delta} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$ $S = \frac{a+b+c}{2}$ </div> <ol style="list-style-type: none"> 5. Halle el área del terreno utilizando alguna de las siguientes expresiones para hallar el área de cada triángulo. $\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen } C$ $\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \text{sen } B$ $\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen } A$ <p>siendo a, b y c los tres lados y A, B y C los tres ángulos</p> <ol style="list-style-type: none"> 6. Al comparar los dos resultados anteriores responde las siguientes preguntas: <ul style="list-style-type: none"> • ¿Los resultados son iguales?, en caso de no serlo ¿por

	<p>qué crees que sucede?</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué método crees más preciso? ¿por qué? • ¿Qué método te gusto más? ¿por qué?
Reflexión	<p>En esta fase los grupos analizan sus resultados escuchando a cada par de su grupo, para después socializar y defender ante los demás sus procedimientos y sus ideas que estarán plasmadas en papel kraft.</p> <p>En este momento con ayuda de lo escrito en el papel, se hará la institucionalización del conocimiento (cierre) para consolidar los aprendizajes.</p>
Aplicación	<p>Para esta fase los estudiantes se enterarán la importancia de la trigonometría en otras disciplinas como lo es la topografía.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=TwdH8ad8bEA https://www.youtube.com/watch?v=t1i_hu_d7NY https://www.youtube.com/watch?v=tsvGk6LdPrc</p>
RECURSOS	
<ul style="list-style-type: none"> • Sala de audiovisuales, la cual está equipada con un computador portátil, video beam y pantalla de proyector. • Tabletas • Software Geogebra 	
EVALUACIÓN Y PRODUCTOS ASOCIADOS	
<p>La evaluación será grupal y para esta se elaborará una rúbrica, como también se tendrá en cuenta la observación.</p>	

8.4.1 Focalización.

Esta fase pretende evidenciar, a través de la indagación, los conocimientos que los estudiantes traen consigo desde los anteriores grados o del contexto en donde viven.

- A la indagación: si necesito medir un terreno (finca o parcela), *¿las unidades que requiero son de longitud, área, volumen o capacidad?* La intención a esta pregunta era saber si los estudiantes tenían conocimiento acerca de la unidad de medida que iban a necesitar a la hora de desarrollar la fase de exploración. Al escuchar las diferentes respuestas se identificó que la mayoría no tenían claro el concepto exacto

de unidades de medidas, pues inclusive algunos manifestaban que la unidad requerida era la de capacidad, por consiguiente se dio paso a una breve explicación del tema en cuestión para poder avanzar.

- A la indagación *¿qué cantidad de terreno tienen tus padres o familiares?* esta pregunta se realizó con el objetivo de que los estudiantes relacionaran su contexto con la actividad a ejecutar, en donde harán uso de las unidades agrarias que también son consideradas como unidades de área. La respuesta a esta indagación fue la esperada, puesto que los estudiantes opinaban hablando de hectáreas y plazas con toda propiedad, sin embargo no saben lo que significa espacialmente una hectárea o una plaza, de igual modo no sabían la equivalencia en metros cuadrados de las medidas agrarias mencionadas.
- A la indagación: si el terreno es pequeño, *¿qué unidad de medida sería la adecuada?* La respuesta a esta pregunta fue la esperada, los estudiantes manifestaron que para terrenos pequeños se debería medir en metros cuadrados, argumentando también que cuando ofrecen un terreno para vivienda, la cantidad de este terreno se da en metros cuadrados.
- A la indagación: si el terreno es grande, *¿qué unidad de medida sería la adecuada?* Gracias a las explicaciones anteriores, los estudiantes contestaron de forma correcta a esta cuestión, diciendo que en el caso de fincas o haciendas, la unidad apropiada sería la hectárea o en su defecto la plaza, como también manifestaron que si se trataba de medir un departamento o un país, la unidad requerida en este caso es el kilómetro cuadrado.

- A la indagación: si el terreno tiene forma rectangular, *¿qué expresión utilizarías para medir su área?* La intención con esta pregunta es dar a entender que los terrenos pueden tener diferentes formas geométricas y en consecuencia diferentes cálculos para hallar el área correspondiente. Todos los estudiantes contestaron correctamente a esta pregunta, recitando la expresión que permite encontrar el área del rectángulo.
- A la indagación: si el terreno tiene forma triangular, *¿qué expresión utilizarías para medir su área?* La intención a esta pregunta es la misma que la anterior, pero a la hora de responderla no todos los estudiantes contestaron bien, porque no recordaban exactamente la expresión que permite hallar el área de un triángulo.
- A la indagación: si el terreno tiene forma irregular (forma no definida), *¿cómo se mide su área?* La intencionalidad de esta pregunta consiste en que los estudiantes razonen y modelen diferentes alternativas para hallar el área de figuras geométricas que no tienen una forma definida tal como lo es el terreno que van a medir. La respuesta a esta cuestión fue positiva pues al plasmar en el tablero un polígono irregular y preguntar cuál es la forma de hallar su área, los estudiantes manifestaron que dividiéndola en figuras conocidas como triángulos y rectángulos.
- A la pregunta *¿cómo se llaman aquellos triángulos que poseen todos sus ángulos interiores agudos?* Todos respondieron de manera apropiada a la pregunta, pues en una de las anteriores secuencias se había explicado la clasificación de los triángulos dentro de los cuales está incluido este tipo al que hacemos mención, la finalidad de la pregunta es ir aclarando un nuevo concepto acerca de triángulos.
- A la pregunta: *¿cómo se llaman aquellos triángulos que tienen un ángulo interior*

obtusos? La finalidad de esta pregunta es la misma que la anterior y la respuesta por parte de los alumnos nuevamente fue correcta.

- A la pregunta: *¿cómo se llaman aquellos triángulos que pueden ser como los anteriormente descritos?* La intención a esta pregunta es relacionar los dos conceptos anteriores de triángulos, con uno que los incluye a ambos. Nadie respondió acertadamente a este cuestionamiento, con lo cual se les manifestó que a este tipo de triángulos se les llama oblicuángulos.
- A la pregunta *¿para qué valor(es) de θ se cumple que $\text{sen } \theta = 1$?* La intención con esta pregunta es saber cómo los estudiantes razonan ante una ecuación trigonométrica a la cual se verán enfrentados cuando hagan uso de los teoremas del seno y coseno. La respuesta común fue 90° que es correcta y algunos manifestaban que tenían infinitas soluciones de las cuales una solución diferente a 90° era 450° o -370° , lo cual es correcto.
- Al siguiente cuestionamiento: utilizando la calculadora calcular *arcsen 1*, *¿este valor coincide con alguno de los valores de la anterior pregunta? ¿por qué no coincide con otro?* El propósito de esta pregunta es relacionarla con la anterior y recordar que las funciones trigonométricas inversas están definidas en intervalos y es por eso que en la calculadora sólo aparece un solo valor.
- A la siguiente instrucción: *con ayuda de una regla, un transportador y una calculadora, realizar un triángulo oblicuángulo cualquiera de ángulos A, B, C y lados a, b, c respectivamente, luego verificar las siguientes igualdades.*

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C};$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

Este ejercicio práctico gusto mucho en todos los grupos, cuya intencionalidad era evidenciar que realmente los teoremas del seno y del coseno se cumplen, en cuanto a los resultados, ninguna igualdad se cumplió exactamente, aunque se obtuvo igualdades muy próximas, en donde coincidían las partes enteras de los números.

- A la indagación *¿cómo llamarías a los anteriores resultados?* La intención de esta pregunta es hacer volar la imaginación de los estudiantes al tener ellos la responsabilidad de asignar un nombre a un resultado, tal como lo hacen los científicos al descubrir y patentar un nuevo hallazgo. Algunos de los nombres fueron: Proporción de los senos, doble igualdad de los senos, Pitágoras con coseno, Pitágoras en triángulos oblicuángulos, entre otros; después de conocer los nombres verdaderos, los estudiantes argumentaban que los nombres que ellos habían asignado decían más sobre las igualdades.
- Por último, en esta fase los estudiantes trabajaron con la herramienta Geogebra, donde verificaron las igualdades establecidas por los teoremas del seno y del coseno, todo esto teniendo como material de ayuda videos, los cuales servían como guía a la hora de interactuar con el software.



Figura 23. Área de polígonos con Geogebra

8.4.2 Exploración.

En esta fase los diferentes grupos de estudiantes se dirigirán a un terreno irregular del colegio que es utilizado para cultivos varios, para medir su área, en donde harán uso de la fórmula de Herón, como también de los teoremas del seno o del coseno.

- A la instrucción: *elaborar el croquis poligonal del terreno, para luego medir la longitud de su contorno (perímetro)*. Sorprendentemente habían grupos que no sabían utilizar correctamente la cinta métrica y estaban midiendo equivocadamente, entonces hubo la necesidad de despejar estas dudas directamente en campo para poder seguir, una vez solucionado el inconveniente la instrucción fue acatada acertadamente por parte de cada grupo.



- A la instrucción: *dividir la superficie del terreno en triángulos, en donde se conozca la longitud de cada uno de sus lados*. La instrucción fue realizada por parte de los estudiantes de manera satisfactoria, aunque un poco tediosa por las dificultades del terreno, ya que tiene demasiada pendiente.



Figura 24. Área de terreno escolar

- A la instrucción: *utilizando el teorema del seno o del coseno, halle la medida de cada uno de los ángulos interiores de cada triángulo*. Dado que anteriormente se había explicado el manejo de los teoremas mencionados, el ejercicio fue ejecutado perfectamente en todos los grupos.
- A la instrucción: *halle el área del terreno utilizando la fórmula de Herón para hallar el área de cada triángulo*. Ante esta fórmula los estudiantes se mostraron

gratamente sorprendidos al conocer otra forma de calcular el área de un triángulo diferente a la que siempre habían utilizado. Al realizar lo pedido no hubo problema alguno.

- A la instrucción: *halle el área del terreno utilizando alguna de las siguientes expresiones para hallar el área de cada triángulo.*

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \text{sen } C$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \text{sen } B$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen } A$$

siendo a, b y c los tres lados y A, B y C
los tres ángulos

La intención con esta pregunta es que los estudiantes razonen sobre la relación que existe entre la fórmula tradicional para hallar el área de un triángulo y estas expresiones que están dadas en términos de funciones trigonométricas; al preguntar a los estudiantes sobre esta relación algunos grupos justificaron correctamente y hallaron estas nuevas expresiones a partir de la fórmula tradicional y reemplazar la altura adecuadamente utilizando la función seno, mientras que otros no pudieron y fue necesario darles pautas para que comprendieran la relación. Por otro lado el cálculo del área mediante las expresiones no tuvo ninguna complicación.

- A la pregunta *¿los resultados son iguales?*, en caso de no serlo *¿por qué crees que sucede?* Al utilizar los dos métodos para el cálculo del área del terreno, estos resultados fueron diferentes en todos los grupos, entonces algunos argumentaban que se debe a que los diferentes resultados al medir no son exactos en ningún paso y otros que al calcular raíces y valores de la función seno, estos no son precisos.

- A la pregunta *¿qué método crees más preciso? ¿por qué?* Las opiniones estuvieron divididas pues algunos decían que la fórmula de Herón, otros que las expresiones con la función seno, otros que los dos eran igualmente precisos y otros que ninguno de los dos.
- A la pregunta: *¿qué método te gusto más? ¿por qué?* La mayoría de los grupos manifestaron su gusto por la fórmula de Herón porque según ellos es más sencilla de aplicar y novedosa.

8.4.3 Reflexión.

En esta fase los diferentes grupos dan a conocer el trabajo realizado ante todos los demás, plasmando los gráficos y respuestas en papel kraft para una mejor visualización. Cada exposición da pie a interesantes discusiones académicas entre los estudiantes, como también brinda la oportunidad de disipar y concretar las dudas ocasionadas en desarrollo de la secuencia.

8.4.4 Aplicación.

Para esta fase los estudiantes observaran diferentes videos, en los cuales se reflejaran las aplicaciones que tiene la trigonometría en la topografía y en la geomática. Estas aplicaciones son utilizadas para hacer diferentes levantamientos como terrestres, aéreos y satelitales; también se necesitan al elaborar mapas, en la navegación, en los recursos naturales, estudio de suelos y constantemente en la tecnología.

8.5 Resultados de la Encuesta

¿Qué tipo de clase prefieres?

48 respuestas

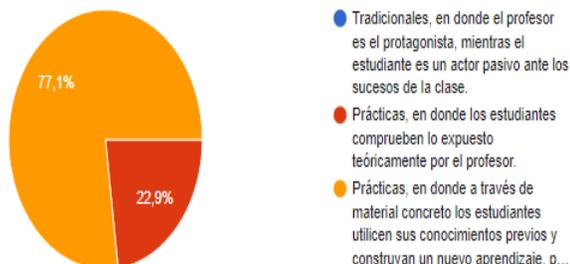


Figura 25. Respuesta a la pregunta ¿Qué tipo de Clases prefieres?

Ante esta pregunta los estudiantes en su gran mayoría prefieren que las clases sean orientadas bajo la metodología ECBI, las cuales son prácticas y se manipula material concreto para su experimentación. Cabe resaltar que todos rechazaron contundentemente las clases tradicionales, lo cual es una motivación para seguir intentando hacer cosas diferentes, aunque en el camino nos encontremos con muchas dificultades.

¿Las clases con esta metodología te parecen divertidas?

48 respuestas

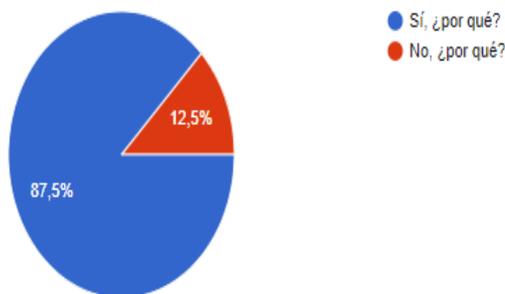


Figura 26. Respuesta a la pregunta ¿Las clases con esta metodología te parecen divertidas?

La metodología es del agrado de la mayoría de los estudiantes y así quedó estipulado ante esta pregunta, los restantes alumnos que manifestaron no gustarle este tipo de clase son aquellos que poseen un total desinterés por el estudio.

¿Te gustaría que todos los docentes de la institución implementaran esta metodología?

48 respuestas

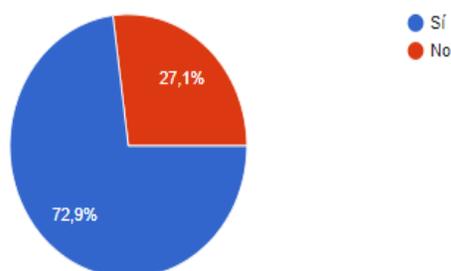


Figura 27. Respuesta a la pregunta *¿Te gustaría que todos los docentes de la institución implementaran esta metodología?*

El 72 % de los estudiantes encuestados, manifestaron su interés en que la metodología se implementara de manera transversal a la institución. Solo el 27.1 % respondieron de manera negativa. Lo anterior indica que la metodología fue aceptada y validada por más de la tercera parte de los alumnos encuestados. La respuesta negativa se pudo dar por la incertidumbre de la aplicación de la metodología en otras asignaturas.

¿El programa Geogebra como herramienta TIC es?

48 respuestas

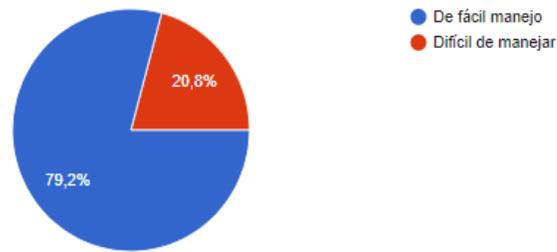


Figura 28. Respuesta a la pregunta *¿EL programa Geogebra como herramienta TIC es?*

De acuerdo a la respuesta a la pregunta anterior, el programa es de fácil manejo para el 79.2% de los estudiantes encuestados, indicando que la herramienta tiene un alto grado de aceptación por ser didáctica y de fácil manejo. Se puede intuir que el 20.8 % de los estudiantes que respondieron que el programa no es de fácil manejo, es debido a la poca experiencia frente al uso de la TIC como herramienta educativa.

¿Consideras que el programa Geogebra utilizado como herramienta TIC fue importante en tu aprendizaje?

48 respuestas

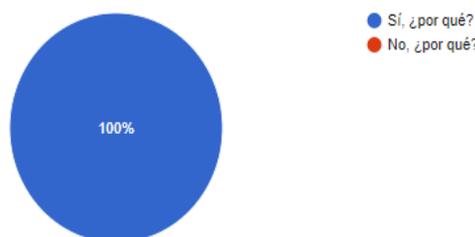


Figura 29. Respuesta a la pregunta *¿Consideras que el programa Geogebra utilizado como herramienta TIC fue importante en tu aprendizaje?*

Con el 100% de las respuestas afirmativas a la pregunta anterior, se tiene que todos los estudiantes encuestados consideran que el programa Geogebra, utilizado como herramienta TIC, fue importante para el proceso de aprendizaje estudiantil.

9 Conclusiones

- La metodología ECBI fue creada para la enseñanza de las ciencias naturales (Física, Química y Biología) dado su carácter de experimentación, no obstante en este proyecto se demostró que también es aplicable en las ciencias formales como la matemática, que en este caso se aprovechó de los conceptos de la trigonometría presentes en el contexto de los estudiantes.
- Los resultados de las pruebas Saber once de años anteriores son de gran utilidad para realizar un verdadero diagnóstico, pues a partir del análisis de la matriz de referencia y los descriptores de los niveles de desempeño se evidencian de forma concreta las fortalezas y debilidades presentes en el área de matemáticas y finalmente con estos insumos se puede diseñar e implementar un plan de mejoramiento.
- La metodología ECBI permite mejorar los resultados de las pruebas saber once en matemáticas, prueba de esto son los resultados del año 2017, en el cual los estudiantes trabajaron bajo esta metodología y lograron avances significativos en los niveles de desempeño, posicionando a la institución dentro de las 30 mejores del departamento y obteniendo dos estudiantes con la beca ser pilo paga.
- La metodología ECBI cambia el rol del docente tradicional, pues lo convierte en un asesor o guía durante la clase y no un simple transmisor de conocimientos, además lo educa y lo reta a diseñar guías de actividades experimentales con material concreto en el contexto de los estudiantes para obtener aprendizajes significativos.
- Al interactuar con el software de geometría dinámica Geogebra los estudiantes potencializan sus conocimientos matemáticos, puesto que al hacer uso de las

diversas herramientas que ofrece este programa recuerdan o comprenden nuevos conceptos relacionados con el área en cuestión.

- Las herramientas TIC son del agrado del estudiantado y las manipulan a placer, generando dentro del aula un clima de querer descubrir todos los enigmas que trae consigo la utilización de dicha tecnología.
- Al trabajar con herramientas TIC, como lo es Geogebra, los estudiantes mejoran en todos los componentes actitudinales, (cognitivo, afectivo y conativo) puesto que encuentran motivante asimilar con disposición los nuevos conocimientos.
- Es importante dar a conocer los aspectos que se tendrán en cuenta en la evaluación (rúbrica) porque así los estudiantes procuraran no cometer errores estipulados explícitamente en el formato, ocasionando mayor responsabilidad en sus trabajos.

9.1 Reflexiones

- No siempre las preguntas problematizadoras son entendidas por la totalidad de los grupos, por consiguiente se ve la necesidad de realizar otra pregunta equivalente a la original.
- En la fase de focalización se ve reflejado que los conocimientos previos de los estudiantes no están bien fortalecidos y se hace necesario la intervención del docente, dilatando el tiempo para la ejecución de la secuencia didáctica.
- Algunos estudiantes poseen poca comprensión lectora, lo que ocasiona dificultades a la hora de interpretar las instrucciones o preguntas realizadas en las diferentes actividades.
- Al utilizar las tabletas para interactuar con el software Geogebra, se debe tener

presente que estas estén en buen estado, debidamente cargadas y en el lugar disponible para trabajar; de lo contrario se pierde tiempo valioso para el aprendizaje.

10 Bibliografía

- Abánades, M. A., Botana, F., Escribano, J., & Tabera, L. F. (2009). Software matemático libre. *Gaceta RSME*, 12(2), 325-346.
- Devés, R., & Reyes, P. (2007). Principios y estrategias del Programa de Educación en Ciencias Basada en la Indagación (ECBI). *Rev. Pensamiento Educativo*, 41(2), 115-131.
- Harlen, W. (2013). Evaluación y Educación en Ciencias basada en la Indagación: Aspectos de la Política y la Práctica. *Trieste: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP)*.
- Gambo, M (2010). *Sistemas de aprendizaje. Para un aprendizaje autónomo. Escuela Ciencias de la Educación*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia. UNAD Colombia.
- García, M. D. M. (2011). *Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula* (Doctoral dissertation, Universidad de Almería).
- Matta Gualtero, N. J. *Geogebra como herramienta para la enseñanza de razones trigonométricas en grado décimo en la IED Leonardo Posada Pedraza* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá).
- Santos, M. A. (1988). *Patología general de la evaluación educativa. Infancia y Aprendizaje*, 11(41), 143-158.
- Uzcátegui, Y., & Betancourt, C. (2013). La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media. *REVISTAS DE INVESTIGACIÓN*, 37(78).

11 Anexos

11.1 Anexo 1. Rubrica para evaluar secuencias

RÚBRICA PARA EVALUAR SECUENCIAS DIDÁCTICAS CON LA METODOLOGÍA ECBI

DOCENTE: Helbert Augusto Aguilar Prieto

C = 44

Nombre del estudiante: Jessica, Tatiana, Lina, Didier y Kevin 10A

CATEGORY	4 (10 puntos)	3(8 puntos)	2(6 puntos)	1(2 puntos)
Orden y Organización 10	El trabajo es presentado de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer.	El trabajo es presentado de una manera ordenada y organizada que es, por lo general, fácil de leer.	El trabajo es presentado en una manera organizada, pero puede ser difícil de leer.	El trabajo se ve descuidado y desorganizado. Es difícil saber qué información está relacionada.
Terminología Matemática y Notación 8	La terminología y notación correctas fueron siempre usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron, por lo general, usadas haciendo fácil de entender lo que fue hecho.	La terminología y notación correctas fueron usadas, pero algunas veces no es fácil entender lo que fue hecho.	Hay poco uso o mucho uso inapropiado de la terminología y la notación.
Diagramas y Dibujos 10	Los diagramas y/o dibujos son claros y ayudan al entendimiento de los procedimientos.	Los diagramas y/o dibujos son claros y fáciles de entender.	Los diagramas y/o dibujos son algo difíciles de entender.	Los diagramas y/o dibujos son difíciles de entender o no son usados.
Contribución Individual a la Actividad 6	El estudiante fue un participante activo, escuchando las sugerencias de sus compañeros y trabajando cooperativamente durante toda la lección.	El estudiante fue un participante activo, pero tuvo dificultad al escuchar las sugerencias de los otros compañeros y al trabajar cooperativamente durante la lección.	El estudiante trabaja con su(s) compañero(s), pero necesito motivación para mantenerse activo.	El estudiante no pudo trabajar efectivamente con su compañero/a.
Razonamiento Matemático 10	Usa razonamiento matemático complejo y refinado.	Usa razonamiento matemático efectivo.	Alguna evidencia de razonamiento matemático.	Poca evidencia de razonamiento matemático.

11.2 Anexo 2. Encuesta de satisfacción



INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS COMUNEROS

ENCUESTA DE SATISFACCIÓN

Por favor invierta unos pocos minutos de su valioso tiempo para responder coherentemente a la siguiente encuesta:

- ¿Qué tipo de clases prefieres?
 Tradicionales, en donde el profesor es el protagonista, mientras el estudiante es un actor pasivo ante los sucesos de la clase.
 Prácticas, en donde los estudiantes comprueben lo expuesto teóricamente por el profesor.
 Prácticas, en donde a través de material concreto los estudiantes utilicen sus conocimientos previos y construyan un nuevo aprendizaje, para después observar la aplicación que este tiene en la vida diaria (metodología ECBI).
- ¿Las clases con esta metodología te parecen divertidas?
 Sí, porque Podemos agrandar nuestros conocimientos
 No, porque
- ¿Te gustaría que todos los docentes de la institución implementaran esta metodología?
 Sí
 NO
- ¿Qué mejorarías para las posteriores clases con esta metodología?
- ¿El programa Geogebra como herramienta TIC es?
 De fácil manejo.
 Difícil de manejar.
- ¿Consideras que el programa Geogebra utilizado como herramienta TIC fue importante en tu aprendizaje?
 Sí, porque ~~esta~~ en la parte inferior de la aplicación hay una parte donde uno puede colocar por ejemplo $\sin x$ y ahí de una aparece la gráfica ubicada
 No, porque