

Anexo A.

Guía Para la Parametrización de un Motor DC de Imán Permanente.



**Cristian Julián Solarte Rosas
Jhon Edinson Muñoz Ordoñez**

Director: Mg. Francisco Franco.

**Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control.
Popayán - Marzo 2015.**

Tabla de contenido

1. Introducción	3
2. Modelo circuital de un motor DC.....	3
2.1. Motor de imán permanente	4
2.2. Modelo dinámico de un motor dc de imán permanente.	4
3. Obtención de parámetros del motor dc de imán permanente.	6
3.1. Obtención de resistencia de armadura.	6
3.2. Obtención de inductancia de armadura.	6
3.3. Obtención de Constante Electromotriz.....	7
3.4. Obtención de constante de tiempo eléctrica.	8
3.5. Obtención de momento de inercia.	8
3.6. Obtención de constante de tiempo mecánica.	9
3.7. Obtención de constante de fricción de coulomb.	10
3.8. Obtención de torque de fricción.	11
3.9. Obtención de torque mecánico.	11
4. Resultados.....	12
5. Referencias.....	14

Guía para la parametrización de un motor DC de imán permanente.

1. Introducción

El presente documento describe cómo obtener los parámetros de un motor DC de imán permanente por medio de la experimentación y expresiones matemáticas que describen el comportamiento físico y eléctrico de un motor. Se describe el proceso de obtención de parámetros tales como la resistencia de armadura, inductancia de armadura, constante electromotriz, constante de tiempo eléctrica, constante de torque, constante de torque mecánica, momento de inercia, torque de fricción, corriente de arranque y constante de fricción de coulomb necesarios para el modelo matemático de un motor dc de imán permanente.

2. Modelo circuital de un motor DC.

El modelo ideal de un motor de imán permanente está formado por dos componentes principales, el estator o parte fija del motor compuesto por un imán que genera un campo magnético fijo y el rotor que es la parte móvil del motor la cual genera energía mecánica a partir de energía eléctrica por medio de la acción de campos magnéticos. A través de este sistema circula la corriente de armadura que es inducida por la tensión aplicada al motor V_a , también está compuesto por la inductancia de armadura compuesta por los devanados y la resistencia de armadura que componen las pérdidas en el cobre del rotor. En la Figura 1 se muestra el circuito equivalente de armadura de un motor DC.

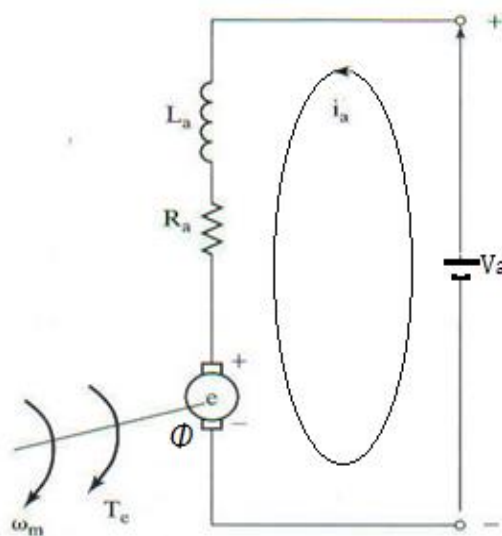


Figura 1. Modelo de Motor DC.

dónde:

V_a =voltaje de armadura.

I_a =corriente de armadura consumida por el motor.

R_a =resistencia de armadura.

L_a =inductancia de armadura.

Φ =flujo magnético generado por el estator.

E_b =fuerza electromotriz (voltaje inducido por efecto del campo magnético generado por el estator).

Aplicando la ley Kirchhoff al circuito equivalente de la Figura 1 se obtiene la ecuación (1):

$$V_a = E_b + (I_a R_a) + L_a * \frac{dI_a}{dt} \quad (1)$$

En estado estable el voltaje del inductor en Dc es cero convirtiendo a (1) en la expresión (2):

$$V_a = E_b + (I_a R_a) \quad (2)$$

2.1. Motor de imán permanente

El motor de imán permanente es una maquina eléctrica o motor eléctrico cuyo funcionamiento se basa en imanes que generan un campo magnético permanente y un campo magnético inducido por corriente aplicada produciendo movimiento o conversión de energía eléctrica en energía mecánica. Es de destacar que los motores de imán permanente son más eficientes en términos de conversión de energía con relación a los demás tipos de motores DC.

2.2. Modelo dinámico de un motor dc de imán permanente.

La expresión (1) describe el comportamiento de un motor de DC tanto con estator de electro imán como de imán permanente, la diferencia radica en que el de electro imán el flujo de campo magnético es ajustable y en el de imán permanente es constante. Expresando (1) en el dominio de la frecuencia se tiene:

$$V_a(s) = E_b(s) + I_a(s)R_a + I_a(s)L_a(s)R_a \quad (3)$$

Se despeja $I_a(s)$.

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - E_b(s)}{sL_a + R_a} \quad (4)$$

dónde:

$V_a(s)$ =Voltaje aplicado en el dominio de la frecuencia.

$E_b(s)$ =Fuerza electromotriz FEM en el dominio de la frecuencia.

L_a =Inductancia de armadura.

R_a =Resistencia de armadura.

$I_a(s)$ =Corriente de armadura consumida por el motor en el dominio de la frecuencia.

La ecuación dinámica para la velocidad está dada por:

$$j \frac{dW_m}{dt} + BW_m = T_m - T_c \quad (5)$$

Transformando (5) al dominio de la frecuencia y despejando la velocidad se obtiene:

$$W_m(s) = \frac{T_m(s) - T_c}{sJ + K_c} \quad (6)$$

dónde:

$W_m(s)$ =velocidad en el dominio de la frecuencia.

J =Momento de inercia del sistema en rotación.

B =constante de fricción.

$T_m(s)$ = Par motor.

T_c = par de carga.

En estos motores el par motor es proporcional a la corriente y está dado por la expresión (7).

$$T_m(s) = I_a(s)K_t \quad (7)$$

dónde:

K_t = constante de torque que en estas máquinas es equivalente a k_e (constante de maquina).

Se representa la ecuación (4) y (6) por medio de diagramas de bloque obteniendo el modelo dinámico del motor como se ilustra en la Figura 2.

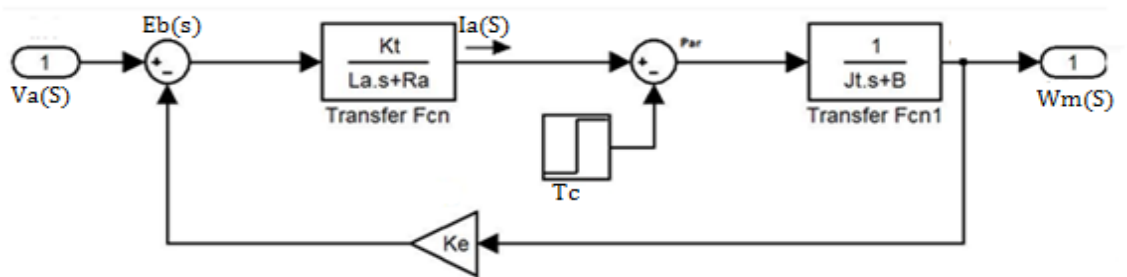


Figura 2. Modelo dinámico de un motor dc de imán permanente.

En esta guía se ejemplificará con un motor de DC con caja reductora cuyos valores nominales son: $W_m = 200\text{rpm}$, $T_m = 1.8\text{Kg-cm}$, $V_a = 6\text{v}$ con caja reductora de relación 100-1.

3. Obtención de parámetros del motor dc de imán permanente.

En esta sección explicaremos los montajes, medidas y cálculos para determinar los parámetros del modelo representado en la Figura 2. Usando el motor de 6V como ejemplo.

3.1. Obtención de resistencia de armadura.

Haciendo uso de un multímetro configúrelo para medir resistencia, use la menor escala ya que se trata de motores pequeños, de lo contrario realice los ajustes pertinentes tome la medida de resistencia registrada (el motor debe estar desenergizado) ver Figura 3.

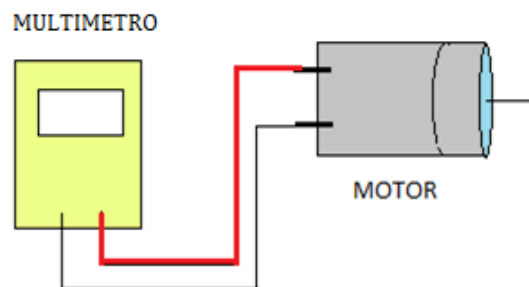


Figura 3. Configuración para medir resistencia de armadura.

Para el caso del motor de 6V el valor de R_a es de 21.1Ω .

3.2. Obtención de inductancia de armadura.

Haciendo uso de un inductómetro, usando la menor escala ya que se trata de motores pequeños, de lo contrario realice los ajustes pertinentes tome la

medida de impedancia registrada (el motor debe estar des energizado) ver Figura 4.

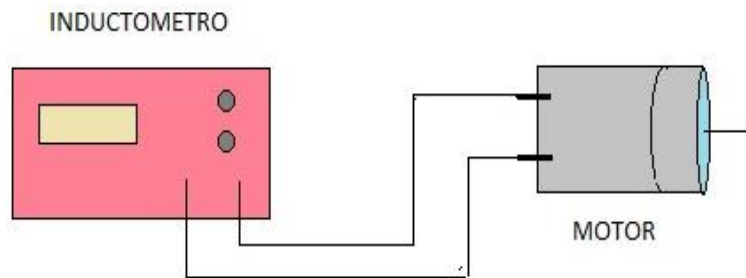


Figura 4. Configuración para medir inductancia de armadura.

En este caso se utiliza un medidor de referencia PM 6303 LRC meter y se realizan las medidas de inductancia en serie. Esta es la más apropiada para el modelo del motor DC de imán permanente utilizado, ya que la medida en paralelo del inductómetro se utiliza para circuitos inductivos puros.

El valor de L_a encontrado fue de 4.981mH.

3.3. Obtención de Constante Electromotriz.

Para determinar la Constante Electromotriz, se debe utilizar un tacómetro instalado en el motor, que puede ser manual o electrónico como se muestra en la Figura (5), el procedimiento para determinar la Constante Electromotriz es el siguiente:

- Implemente el sistema de la Figura 5 asegurándose que el acople entre el tacómetro y el motor sea lo más firme posible.
- Use una fuente de voltaje Dc variable.
- Fije el nivel de tensión de la fuente en cero.
- Incremente gradualmente el voltaje de alimentación hasta el valor nominal del motor.
- Registre los valores de corriente, voltaje y velocidad una vez la velocidad sea estable.
- Haciendo uso de la expresión (8) calcule el valor de la constante eléctrica K_e .

Para evaluar la expresión (8) los valores de corriente deben estar en amperios, el voltaje en voltios y la velocidad en radianes por segundo donde:

$$W_m(\text{Rad} * s) = 0.10417 * W_m(\text{Rpm}).$$



Figura 5. Obtención de parámetros para determinar la constante electromotriz.

Expresión (8):

$$K_e = \frac{V_a - (I_a * R_a)}{W_m} \quad (8)$$

dónde:

K_e = constante electromotriz v/rad*s.

V_a = voltaje aplicado en voltios.

I_a = corriente de armadura consumida por el motor en amperios.

W_m = velocidad en radianes por segundo.

R_a = resistencia de armadura en ohmios.

El valor de k_e calculado para el caso del motor de esta guía es de 0.5130 v/rad*s.

3.4. Obtención de constante de tiempo eléctrica.

Para determinar el valor de la constante de tiempo eléctrica remplace los valores de inductancia de armadura L_a y la resistencia R_a de armadura en la expresión (9).

$$\tau = \frac{L_a}{R_a} \quad (9)$$

dónde:

τ = constante de tiempo eléctrica.

El valor de la constante de tiempo eléctrica para el caso del motor de esta guía es $\tau = 0.0002532s$.

3.5. Obtención de momento de inercia.

Para obtener el momento de inercia se hace uso de la expresión (10) la cual depende de la constante K_T , K_e , R_a y t_m que es la constante de tiempo mecánica parámetro pendiente de obtener. Para este tipo de motores $K_T = K_e$.

$$J_t = \frac{t_m * K_T * K_e}{R_a} \quad (10)$$

3.6. Obtención de constante de tiempo mecánica.

La constante de tiempo mecánica para un sistema se define como el tiempo de respuesta del sistema ante cambios en la entrada. Llamado también tiempo de respuesta del sistema, el cual se define como el tiempo en alcanzar 63,5% del cambio total en los estados del sistema.

Para obtener este parámetro proceda de la siguiente forma:

- Implemente el circuito que está en la Figura 6.
- Verifique la polaridad en la conexión del osciloscopio.
- El voltaje aplicado al motor debe ser el voltaje nominal.
- Configure el generador de señales para onda cuadrada y salida de 5V.
- Fije la frecuencia del generador en 1 KHz.
- Configure el osciloscopio de tal manera que se observe la señal de voltaje en el motor de forma cuadrada. Para fijar la frecuencia del generador se debe tener en cuenta el valor de la constante de tiempo eléctrica fijando la frecuencia por lo menos en dos veces el valor de $1/\tau$.
- Una vez obtenida una señal clara del comportamiento del motor tal como se ve en la Figura 7.
- Pause el osciloscopio y mida el tiempo de estabilización del sistema con el uso de los apuntadores de tiempo y voltaje.
- Tome el 63.5% del cambio de voltaje y en este punto mida el tiempo del cambio de la señal. Como se muestra en la Figura 8.

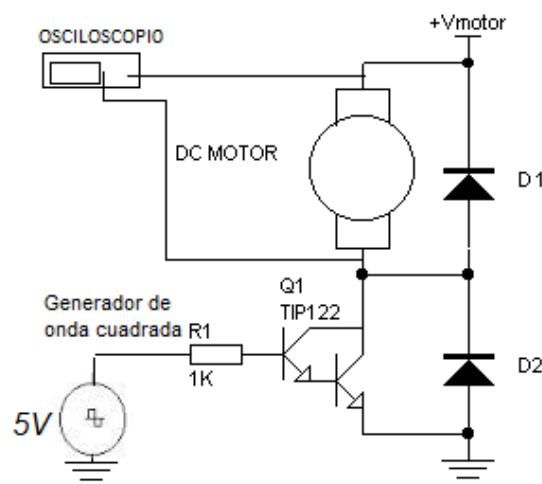


Figura 6. Configuración para la obtención de la constante de tiempo mecánica.



Figura 7. Tiempo de estabilización del motor ante una excitación de onda cuadrada.



Figura 8. Medida de la constante de tiempo mecánica.

El valor obtenido para la constante de tiempo mecánica para el motor de esta guía es $t_m=0.00125s$.

Calcule el momento de inercia con la expresión (10), para el motor de esta guía es $J_t=0.000015159 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

3.7. Obtención de constante de fricción de coulomb.

La constante de fricción de coulomb depende del par y de la velocidad mecánica de rotación dada por la expresión (11).

$$B = \frac{T_m - T_f}{Wm} \quad (11)$$

dónde:

B =constante de fricción de Coulomb.

T_m =torque mecánico.

T_f =torque de fricción.

Wm = velocidad en radianes por segundo.

3.8. Obtención de torque de fricción.

El torque de fricción está dado por la expresión (12), donde K_T es la constante de torque para este tipo de motores tiene el mismo valor que la constante K_e , siendo I_{arr} la corriente de arranque del motor.

$$T_f = K_T * I_{arr} \quad (12)$$

Para obtener la corriente de arranque proceda de la siguiente forma:

- Implemente el circuito de la Figura 9. Usando un amperímetro de buena resolución o un amperímetro analógico.
- Fije el valor de voltaje de la fuente en el valor nominal del motor.
- Encienda la fuente y inmediatamente registre el valor más alto dado por el amperímetro. (repita este procedimiento las veces necesarias para obtener un valor más preciso, antes de encender la fuente asegurarse que el rotor este completamente estático).



Figura 9. Configuración para la medición de la corriente de arranque.

El valor obtenido de corriente de arranque para el motor de esta guía es $I_{arr}=10.7\text{mA}$.

Use la expresión (12) para calcular el torque de fricción. El valor calculado de torque de fricción para el motor de esta guía es $T_f=0.0054891\text{ Nm}$.

3.9. Obtención de torque mecánico.

En estos motores torque mecánico está dado por la expresión (13). donde I_a es la corriente de armadura y K_t es la constante de torque, que en estos motores es la misma K_e constante eléctrica.

$$T_m = I_a * K_t \quad (13)$$

Para obtener el torque mecánico proceda de la siguiente forma:

- Implemente el circuito de la Figura 5.
- Fije el voltaje de la fuente en cero.
- Realice incrementos de voltaje del 10% hasta llegar al voltaje nominal del motor, registre los valores de corriente y velocidad en la tabla 1.
- Multiplique la columna de corriente I_a de la tabla 1. Por la constante K_e , para obtener de esta forma el par motor.
- Aplique la expresión (13) a cada uno de los valores de la tabla 1. Y registre en una columna cada valor de B.
- Con los valores de la columna promedie el valor de B.

El valor de la constante de fricción de coulomb obtenida es $B=0.0004942$.

Voltaje $V_a(V)$	Corriente $I_a(A)$	Velocidad $W_m(\text{rad/s})$
0		
10%		
20%		
30%		
40%		
50%		
60%		
70%		
80%		
90%		
100%		

Tabla 1. Variación de corriente y velocidad ante cambios de excitación de voltaje.

4. Resultados.

A continuación en la tabla 2. Se muestra el resultado de todas las variables obtenidas para el motor DC de imán permanente con caja reductora cuyos valores nominales son: $W_m = 200\text{rpm}$, $T_m = 1.8\text{Kg-cm}$, $V_a = 6\text{v}$ con caja reductora de relación 100-1.

	Motor 200 Rpm
R_a	21.1 Ω
L_a	4.981mH
K_e	0.5130 v/rad*s
τ	0.0002295
K_t	0.5130 v/rad*s
t_m	0.00125s
J_m	0.000015159 kg*m ²
I_{arr}	10.7mA
T_f	0.0054891 Nm
B	0.0004942

Tabla 2. Resultado de los parámetros.

Dónde:

R_a = Resistencia de armadura en ohmios.

L_a =Inductancia de armadura en mili henrios.

K_e =Constante electromotriz.

τ = Constante de tiempo eléctrica.

K_t = Constante de torque.

T_m =Torque mecánico.

t_m = Constante de tiempo mecánica.

J_m =Momento de inercia.

I_{arr} =Corriente de arranque.

T_f =Torque de fricción.

B=Constante de fricción de coulomb.

Los valores obtenidos en la tabla 2. Se aproximan a los valores suministrados por el fabricante los cuales son:

- Voltaje de operación: 2.0V~ 7.0V.
- Temperatura de Trabajo: -10°C ~ 60°C.
- Humedad: 5 %RH ~ 95 %RH.
- Máximo torque: 1.8 Kg.cm (Stall).
- Torque a plena carga: > 0,35 Kg.cm (at maximum efficiency).
- Velocidad (sin carga):290 \pm 10% RPM.
- Velocidad (Con Carga): 200 \pm 10% RPM.
- Corriente (sin carga): \leq 40mA.
- Corriente (Con Carga): \leq 210mA.
- Corriente (Stall): \leq 500mA.
- Peso: ~10g.
- Resistencia armadura 21.7 ohm.
- Inductancia 2.56 mH.
- Corriente de arranque 12.8 mA.
- Constante de tiempo eléctrica=239.61 us.
- Constante de tiempo mecánico T_m =1.4 ms.

5. Referencias.

- [1] Quijano Ortega Manuel Guillermo, Hernández Capacho Carlos Gerardo, “Obtención experimental de los parámetros de un motor que se utilizara en el sistema de locomoción de una esfera rodante“, Proyecto fin de carrera, universidad pontificia bolivariana, Bucaramanga, Colombia, 2009 disponible en: http://repository.upb.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/504/1/digital_17633.
- [2] Álvarez Alvarado Manuel Sebastián “Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitado: Control de Velocidad por corriente de armadura“, Guayaquil, Ecuador, 2012 artículo disponible en http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f.
- [3] M Angel. Rodríguez Alonzo. “Teoría de Máquinas CC y Motores de Colector“, Servicio de Publicaciones. E.T.S. ING. Industriales, UPM. Madrid.
- [4] S. J. Chapman, “Fundamentos de máquinas de corriente directa“, en máquinas eléctricas 4a ED., México: Mc.Graw Hill, 2005, Cap.8, pp.473-527.
- [5] Moriño, Daniel, “Motores de Corriente Continua“. Notas de Clase, Valladolid: 2005, Disponible en: http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores_dc_.
- [6] Manrique-Machado Sebastián, Mora Orozco Iván, Arenas Crespo Oswaldo “Modelado, Diseño e Implementación del Control Analógico de Velocidad para un Motor de CD“, Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia, 2013. Disponible en: [http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/\(A\)_Ingeniar_2013_Modelado_Diseño_e_Implementación_del_Control_Analógico_de_Velocidad_para_un_Motor_de_CD_1250](http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/(A)_Ingeniar_2013_Modelado_Diseño_e_Implementación_del_Control_Analógico_de_Velocidad_para_un_Motor_de_CD_1250).