

**CONTROLADOR ELECTRÓNICO PARA ARTICULACIONES  
ROTOIDES**



**CRISTIAN JULÍAN SOLARTE ROSAS  
JHON EDINSON MUÑOZ ORDOÑEZ**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES  
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL  
POPAYAN, CAUCA  
2015**

**CONTROLADOR ELECTRÓNICO PARA ARTICULACIONES  
ROTOIDES**



**CRISTIAN JULÍAN SOLARTE ROSAS  
JHON EDINSON MUÑOZ ORDOÑEZ**

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero en Electrónica y  
Telecomunicaciones.

**Director**

**Ing. FRANCISCO FRANCO OBANDO DÍAZ**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES  
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL  
POPAYAN, CAUCA  
2015**

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Firma del Director

---

Firma del Jurado

---

Firma del Jurado.

Popayán, Abril del 2015

## **AGRADECIMIENTOS**

Presentamos los más sinceros agradecimientos a:

Dios todopoderoso por permitirnos empezar y terminar el presente trabajo de grado y la oportunidad de alcanzar este nuevo peldaño en la preparación de nuestra carrera profesional.

Al director del trabajo de grado Mg. **Francisco Franco Obando Díaz**, por su valiosa colaboración en la orientación, revisión y presentación de la presente monografía.

A los demás profesores de la **Universidad Del Cauca**, Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones, por sus aportes en las diferentes asignaturas correspondientes al Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control.

## **DEDICATORIA**

*La obtención de este logro, se la dedico a Dios todopoderoso, por concederme la oportunidad de vivir y haber alcanzado la meta propuesta.*

*A mi madre, a ella le debo su apoyo, su valiosa colaboración y su esperanza puesta en mi por haber alcanzado un peldaño más en mi formación personal y profesional.*

*A toda mi familia: **Rosas Caicedo**, que me colaboraron y me apoyaron en todo el proceso de mi carrera profesional.*

*A todas aquellas personas que de una u otra manera colaboraron para llevar a feliz término el trabajo de grado en mención.*

***Cristian Julián Solarte Rosas***

## **DEDICATORIA**

*Dedico este trabajo de grado, culminado con mucho esfuerzo, pero también con mucho amor especialmente a mis padres; **Nancy Ordoñez y Lucio Muñoz**; quienes me brindaron todo su apoyo y esmero en cada momento de mi carrera Profesional, me enseñaron a perseverar para alcanzar mis sueños e hicieron su mayor esfuerzo para lograr este triunfo del que hoy y siempre estarán orgullosos.*

*A mis hermanos por su confianza y comprensión en toda la etapa de mi estudio, dándome en todo momento palabras de aliento y brindándome su cariño para no desfallecer.*

*A todas y cada una de las personas que de alguna u otra manera, contribuyeron a que lograra esta meta que me impuse en la vida, y que me ha permitido crecer intelectual, personal y profesionalmente, para ejercer mi carrera de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones y contribuir con el desarrollo social y económico.*

**Jhon Edinson Muñoz Ordoñez**

## TABLA DE CONTENIDO

	<b>Pág</b>
<b>INTRODUCCIÓN.</b>	3
<b>CAPITULO 1.</b>	3
<b>1 ARTICULACIÓN ROTOIDES.</b>	3
1.1 GENERALIDADES DE ARTICULACIÓN ROTOIDE.	3
1.1.1 CLASIFICACIÓN DE LAS ARTICULACIONES.	4
1.1.2 TIPOS DE ARTICULACIONES.	5
1.2 MODELO DE MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA (DC).	6
1.2.1 FUNDAMENTOS DE OPERACIONES DE LOS MOTORES ELÉCTRICOS.	7
1.2.2 UTILIZACIÓN DE LOS MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA (CD) O CORRIENTE CONTINUA (CC).	9
1.2.3 CLASIFICACIÓN DE LOS MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA.	9
1.2.4 COMPONENTES ELÉCTRICOS Y FÍSICOS DE UN MOTOR DC.	9
1.2.5 TIPOS DE MOTORES DC.	10
1.2.6 MODELO MATEMÁTICO DE UN MOTOR DC DE IMÁN PERMANENTE.	13
1.2.7 MODELO DINÁMICO DE UN MOTOR DE IMÁN PERMANENTE.	15
<b>CAPITULO 2</b>	19
<b>2 PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DEL MOTOR.</b>	19
2.1 PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DE UN MOTOR DC DE IMÁN PERMANENTE.	19
2.1.1 MÉTODOS DE PARAMETRIZACIÓN.	31
2.1.2 PROCESO DE OBTENCIÓN DE PARÁMETROS.	31
<b>CAPITULO 3</b>	33
<b>3 CONTROL DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y PAR.</b>	33
3.1 CONTROLADOR PID.	33

3.1.1	CONTROLADOR PID INTERACTIVO	34
3.1.2	CONTROLADOR PID NO INTERACTIVO.	35
3.1.3	CONTROLADOR PID PARALELO.	36
3.1.4	CONTROL DE POSICIÓN.	38
3.1.5	CONTROL DE VELOCIDAD.	44
3.1.6	CONTROLADOR PID HIBRIDO EN CASCADA.	50
3.2	CONTROL DE PAR.	61
	<b>CAPITULO 4.</b>	69
4	<b>IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS.</b>	69
4.1	DESARROLLO HARWARE ARTICULACIÓN ROTOIDE	69
4.1.1	IMPLEMENTACIÓN HARDWARE DEL CONTROLADOR	70
4.1.2	IMPLEMENTACIÓN SOFTWARE DEL CONTROLADOR DE POSICIÓN VELOCIDAD Y PAR.	71
4.2	RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN.	74
4.2.1	COMPARACIÓN RESULTADOS POSICIÓN SIMULINK VS ARTICULACIÓN MOTOR A.	74
4.2.2	COMPARACIÓN RESULTADOS POSICIÓN SIMULINK VS ARTICULACIÓN MOTOR B.	77
4.2.3	PRUEBAS VELOCIDAD.	78
4.2.4	COMPARACIÓN RESULTADOS VELOCIDAD SIMULINK VS ARTICULACIÓN 1.MOTOR.	78
4.2.5	PRUEBAS SOBRE EL PROTOTIPO FÍSICO DEL CONTROLADOR EN CASCADA.	81
4.2.6	PRUEBAS DE PAR.	85
	<b>CONCLUSIONES.</b>	93
	<b>BIBLIOGRAFIA.</b>	94
	<b>ANEXOS.</b>	98



## LISTA DE FIGURAS

		pág.
Figura 1	Imagen articulación rotoide.	3
Figura 2	Clasificación de las articulaciones de un robot.	4
Figura 3	Tipos de articulaciones.	5
Figura 4	Esquema de un motor DC	7
Figura 5	Fundamentos de operaciones de los motores eléctricos.	8
Figura 6	Motor serie.	10
Figura 7	Motor shunt o motor paralelo.	11
Figura 8	Motor compound.	12
Figura 9	Modelo circuital del motor DC.	14
Figura 10	Modelo dinámico de un motor DC de imán permanente.	10
Figura 11	Devanados de armadura motor DC.	21
Figura 12	Respuesta del motor ante una excitación de voltaje con onda cuadrada.	22
Figura 13	Respuesta de un motor excitado con un escalón de voltaje.	25
Figura 14	Gráfica de velocidad angular contra tiempo.	26
Figura 15	Gráfica de la contra UB.	27
Figura 16	Montaje del motor, dinamómetro y polea.	29
Figura 17	Esquema general planta de proceso con controlador PID.	33
Figura 18	Forma iterativa controlador PID	34
Figura 19	Forma no interactiva controlador PID.	36
Figura 12	Forma paralela controlador PID.	37
Figura 21	Esquema control posición con controlador PID.	39
Figura 22	Curvas comportamiento función de transferencia posición motor A y motor B, respectivamente sobre sisotool.	40
Figura 23	Curvas resultado sintonizado PID, sobre función de transferencia posición motor A y B, respectivamente sobre sisotool.	41
Figura 24	Modelo dinámico en simulink, para motor con salida de posición.	42
Figura 25	Esquema controlador PID de posición sobre simulink.	42
Figura 26	Resultados simulación modelo dinámico posición motor A.	43

Figura 27	Resultados simulación modelo dinámico para posición motor B.	44
Figura 28	Esquema general utilizado para el controlador velocidad.	45
Figura 29	Curvas comportamiento función de transferencia velocidad motor A y B, respectivamente sobre sisotool.	46
Figura 30	Curvas resultado sintonización PID sobre función de transferencia velocidad motor A y B respectivamente sobre sisotool.	47
Figura 31	Modelo dinámico en simulink, para motor con salida de velocidad.	48
Figura 32	Esquema controlador PID de velocidad sobre simulink.	48
Figura 33	Resultados simulación modelo dinámico para velocidad motor A.	49
Figura 34	Resultados simulación modelo dinámico para velocidad motor B.	50
Figura 35	Esquema controlador PID híbrido en cascada de velocidad y posición.	51
Figura 36	Modelo dinámico motor DC con salidas de velocidad y posición.	52
Figura 37	Esquema controlador PID híbrido en cascada de velocidad y posición.	52
Figura 38	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascadas sintonización individual de parámetros de posición y velocidad curva de velocidad motor A.	53
Figura 39	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada sintonización individual de parámetros de posición y velocidad curva de velocidad motor A.	54
Figura 40	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada sintonización individual de parámetros de posición y velocidad curva de velocidad motor B.	54
Figura 41	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada sintonización Individual de parámetros de posición y velocidad curva de velocidad motor B.	55
Figura 42	Curvas comportamiento función de transferencia posición y velocidad controlador PID en cascada motor A y motor B respectivamente sobre sisotool.	56
Figura 43	Curvas resultado sintonización PID sobre función de transferencia de posición y velocidad controlador PID híbrido en cascada para motor A y motor B.	56

Figura 44	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor A.	58
Figura 45	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva velocidad motor A.	59
Figura 46	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor B	59
Figura 47	Motor DC de imán permanente con fuente de corriente controlada	60
Figura 48	Esquema controlador proporcional de par	62
Figura 49	Modelo dinámico con limitador de corriente para control de par sobre simulink.	62
Figura 50	Modelo dinámico con limitador de corriente para control de par sobre simulink.	63
Figura 51	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor A, con corriente limitada en 100 mA	64
Figura 52	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva velocidad motor A corriente limitada en 100 mA.	65
Figura 53	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor A con corriente limitada en 100 mA.	65
Figura 54	Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva velocidad motor A corriente limitada en 100 mA.	66
Figura 55	Curvas control de par para motor A y B.	67
Figura 56	Curvas para el motor A y B par contra posición.	68
Figura 57	Articulaciones rotoide para un brazo de 2 grados de libertad.	69
Figura 58	Esquema general del control.	70
Figura 59	Esquema circuital del controlador.	71
Figura 60	Diagrama de flujo de controlador de par velocidad y posición de una articulación.	73
Figura 61	Curvas validación controlador de posición para un setpoint de 45° articulación 1 motor A.	75
Figura 62	Curvas validación controlador de posición para un setpoint de 45° articulación 1- motor A.	76
Figura 63	Curvas validación controlador de posición para un setpoint de 90° Articulación 2.	77

Figura 64	Curvas validación controlador de velocidad para un setpoint de 90 grados/seg.	78
Figura 65	Curvas validación controlador de velocidad para un setpoint de 360 grados/seg.	79
Figura 66	Curvas validación controlador de velocidad para un setpoint de 90 grados/seg.	80
Figura 67	Curvas validación controlador de velocidad para un setpoint de 180 grados/seg.	81
Figura 68	Esquema físico pruebas control de distribuidos sobre articulaciones rotoides.	82
Figura 69	Curvas validación controlador de velocidad y posición en cascada para un setpoint de velocidad de 45 grados/seg y un setpoint de 45° de posición	83
Figura 70	Curvas validación controlador de velocidad para un setpoint de 180 grados/seg.	84
Figura 71	Esquema físico de pruebas de par con controladores PID y controlador Proporcional de par.	85
Figura 72	Prueba 1 posición de articulacion1 con par de carga de controladores PID.	86
Figura 73	Prueba 1 velocidad de la articulación 1 con controles PID.	87
Figura 74	Prueba 2 posición articulación 1 con par de carga de controladores PID.	88
Figura 75	Prueba 2 velocidad de articulación 1 con controles PID	88
Figura 76	Prueba 1 posición articulación 2 con par de carga de controladores PID.	89
Figura 77	Prueba 1 velocidad de articulación 2 con controladores PID.	90
Figura 78	Prueba 2 posición de Articulación 2 con par de carga de controladores PID.	91
Figura 79	Prueba 2 velocidad de motor B con controladores PID.	91

## LISTA DE TABLAS

		Pág.
Tabla 1	Parámetros de las dos referencias de motores DC de imán permanente.	31
Tabla 2	Resultados sintonización controlador posición.	41
Tabla 3	Resultados sintonización controlador velocidad.	47
Tabla 4	Variables de control para posición sintonización en cascada.	57
Tabla 5	Variables de control para velocidad sintonización en cascada.	57

## LISTA DE ANEXOS

- Anexo A Guía para la parametrización de un motor DC de imán permanente.
- Anexo B Guía para la sintonización de un controlador de par, posición y velocidad de un motor DC de imán permanente.
- Anexo C Implementación hardware y software de control de posición, velocidad y par de un motor DC de imán permanente.
- Anexo D Resultados de parametrización motor A y B.
- Anexo E Curvas resultado pruebas sobre simulador simulink y sobre el prototipo físico del controlador para articulación rotoide.

## LISTA DE SIMBOLOS

$V_i$	Tensión de alimentación del rotor.
$I_i$	Corriente que circula por el rotor también conocida como corriente de armadura
$R_i$	Resistencia del bobinado del rotor.
$L_i$	Inductancia del bobinado del rotor.
$B$	Fuerza contra-electromotriz del motor.
$V_f$	Tensión de alimentación del estator.
$I_f$	Corriente que circula por el estator.
$R_f$	Resistencia del bobinado del estator.
$L_f$	Inductancia del bobinado del estator.
$V_a$	Voltaje de armadura.
$I_a$	Corriente de armadura.
$R_a$	Resistencia de armadura
$L_a$	Inductancia de armadura.
$\Phi$	Flujo magnético generado por el estator.
$E_b$	Fuerza electromotriz.
$V_a(s)$	Voltaje aplicado en el dominio de la frecuencia.
$E_b(s)$	Fuerza electromotriz FEM en el dominio de la frecuencia.
$L_a$	Inductancia de armadura
$R_a$	Resistencia de armadura
$I_a(s)$	Corriente de armadura consumida por el motor en el Dominio de la frecuencia.
$W_m$	Velocidad del rotor.
$J$	Momento de inercia del sistema en rotación
$T_m$	Par motor.
$T_c$	par de carga
$w$	Velocidad
$dw$	Aceleración
$T_m$	Torque mecánico
$F$	Fuerza medida en el dinamómetro
$r$	Radio de la polea.
$K_p$	Constante proporcional
$K_i$	Constante proporcional integral

## INTRODUCCIÓN

Con el paso de la industrialización, las máquinas empleadas para realizar las operaciones de motor electrónicos, se controlaban manualmente por accionamientos efectuados por el hombre; este jugaba un papel importante para el completo y correcto funcionamiento de todo el proceso en general. Con la evolución del tiempo se fueron construyendo dispositivos para la operación y control de los motores eléctricos y con esto fueron desplazando la mano del hombre, para tener dirección y supervisión directamente de los motores con que operaban las máquinas, los controles pasaron a ser semiautomáticos.<sup>1</sup>

En la actualidad existen un gran número de componentes y controladores eléctricos para aplicaciones con los que se puede automatizar completamente un proceso y aplicarlo en el sistema de las articulaciones rotoides, estos accionamientos pueden realizar las funciones requeridas internamente cumpliendo aún más precisamente que si se realizarán manualmente. El funcionamiento automático de una máquina se obtiene exclusivamente por la acción del motor y del control de la máquina.<sup>2</sup>

La mayoría de las aplicaciones de los controladores electrónicos para articulaciones rotoides se constituyen en el eje o punto de apoyo entre dos palancas que generalmente se componen de motores, los que permiten el movimiento relativo de las palancas consecutivas.<sup>3</sup>

En virtud de lo anterior, se presenta el trabajo de grado que tiene como objetivo implementar un controlador electrónico capaz de controlar posición, velocidad y par en articulaciones rotoides usadas en prótesis y robots, generando información clara y concisa acerca de este desarrollo tecnológico en la Universidad del Cauca

---

<sup>1</sup> Ruiz Rojas, Paola Andrea. Mecatrónica. Revolución para el Siglo XXI. Revista Metal. Disponible en Internet. En línea. [http://www.metalactual.com/revista/8/tecnologia\\_mecatronica.pdf](http://www.metalactual.com/revista/8/tecnologia_mecatronica.pdf). (Consultado, Enero 18 de 2015)

<sup>2</sup> H. Kazerooni. Human-robot interaction via the transfer of power and information signals. IEEE Transaction On Systems, Man and Cybernetics, 20(2):450 463, 1990

<sup>3</sup> Ruiz Olaya, Andrés Felipe. Sistema Robótico Multimodal para Análisis y estudios en Biomecánica, Movimiento Humano y Control Neuromotor. Tesis Doctoral. 2008.5 (84).



En este sentido se realiza un modelo matemático del motor de inducción considerando el inversor como elemento activo en el comportamiento de la máquina, desarrollando un control de velocidad que brinde robustez y estabilidad. El documento se ha dividido en cuatro capítulos centrales. El capítulo 1 aborda una revisión de diversos conceptos acerca de: Articulación rotoide, con sus respectivas características y componentes de motores de corriente directa, de igual manera se enuncia los tipos de motores de DC, mostrando el modelo matemático del motor de imán permanente con su correspondiente explicación y funcionamiento, además de los parámetros que componen el modelo. En el capítulo 2, se argumenta el concepto de parametrización del modelo del motor, se explica cada parámetro interno del modelo dinámico de un motor Dc de imán permanente, y se describe el procedimiento de cálculo y/o formas de estimación. En el capítulo 3 se relaciona y se especifica el concepto: Control de par y velocidad de un motor DC de imán permanente, indicando las respectivas funciones de transferencias para cada variable y mencionando como se controla cada una de ellas; además se muestra los esquemas de control para cada variable y la sintonización de cada esquema de control. El capítulo 4, muestra los resultados de la implementación del modelo aplicado, con la respectiva explicación del hardware y los elementos usados en el proceso, los diagramas de flujo del algoritmo. De otra manera se evidencian los resultados del control para la tres variables, explicando el hardware implementando. Al final del capítulo se menciona y se explica la forma de aprobación del control de las tres variables en un robot de dos grados de libertad, mostrando las gráficas con las respectivas curvas de respuestas del robot. Por otra parte se presentan; conclusiones, Bibliografía y los anexos respectivos.

## CAPITULO 1

### 1. ARTICULACIÓN ROTOIDE.

Se definen a continuación los conceptos y tipos de articulación rotoides, además los modelos, tipos y parámetros de un motor DC de imán permanente, para visualizar los componentes principales de las articulaciones rotoides.

#### 1.1. GENERALIDADES DE ARTICULACIÓN ROTOIDE.

Las articulaciones rotoides se constituyen en el eje o punto de apoyo entre dos palancas que generalmente se componen de motores, éstas permiten el movimiento.

En este sentido un manipulador robótico consta de una secuencia de elementos estructurales rígidos, denominados enlaces o **eslabones**, conectados entre sí mediante juntas o **articulaciones**, que permiten el movimiento relativo de cada dos eslabones consecutivos<sup>4</sup>.

A continuación se muestra la Figura 1.



**Figura 1. Imagen articulación rotoide.**

Fuente: Blanco A, Santiago y col Tecnología de la Información y de la Comunicación.

---

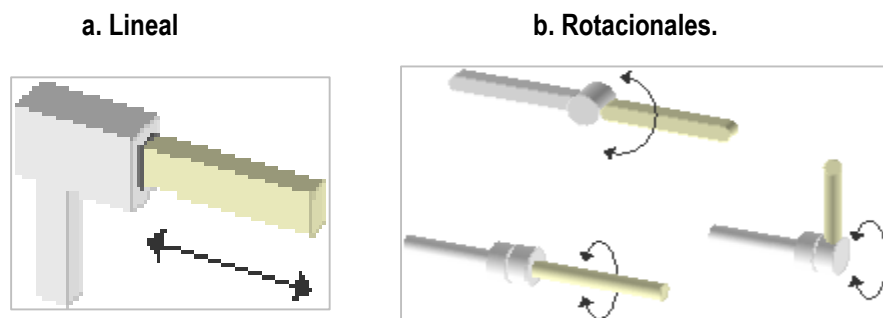
<sup>4</sup> Blanco A, Santiago, A. Alonso, Juan y cols. Tecnologías de la Información y de la Comunicación. Programación y Control de Procesos Editorial Ra. Ma. 2004; 6.

Las articulaciones se clasifican en:

### 1.1.1. CLASIFICACIÓN DE LAS ARTICULACIONES.

- **Lineal** (deslizante, translacional o prismática), si un eslabón desliza sobre un eje solidario al eslabón anterior.
- **Rotacional**, en caso de que un eslabón gire en torno a un eje solidario al eslabón anterior.<sup>5</sup>

Se presenta la Figura 2.



**Figura 2. Clasificación de las articulaciones de un robot.**

Fuente. Gonzalez R, Victor. Valladolid. Asesoría de Tecnología y FP. 2006

En este aspecto, se menciona el conjunto de eslabones y articulaciones se denomina **cadena cinemática**. Se dice que una cadena cinemática es abierta si cada eslabón se conecta mediante articulaciones exclusivamente al anterior y al siguiente, exceptuando el primero, que se suele fijar a un soporte, y el último, cuyo extremo final queda libre. A éste se puede conectar un **elemento terminal o actuador final**: una herramienta especial que permite al robot de uso general realizar una aplicación particular, que debe diseñarse específicamente para dicha aplicación: una herramienta de sujeción, de soldadura, de pintura, etc. El punto más significativo del elemento terminal se denomina **punto terminal (PT)**. En

---

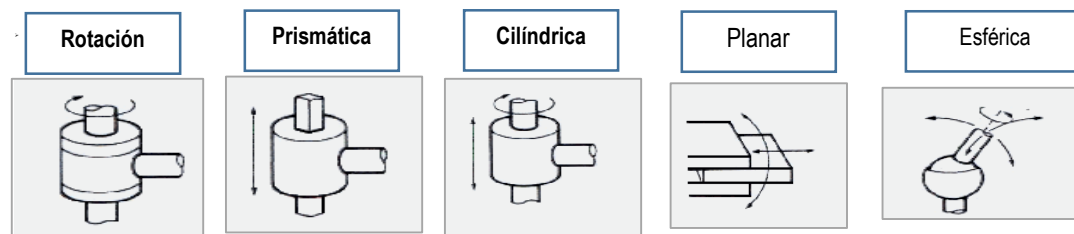
<sup>5</sup> Gonzalez R, Victor. Valladolid. Asesoría de Tecnología y FP. Control y Robótica. Fundamentos de Robótica. Curso Provincial, CIFIE.. 2006; 7

el caso de una pinza, el punto terminal vendría a ser el centro de sujeción de la misma.<sup>6</sup>

### 1.1.2. TIPOS DE ARTICULACIONES.

Existen diferentes tipos de articulaciones, las más utilizadas en el campo de la robótica son las que se indican a continuación en la Figura 3.

- Articulación de rotación
- Articulación prismática.
- Articulación cilíndrica.
- Articulación deslizante o planar.
- Rótula esférica.



**Figura 3. Tipos de articulaciones.**

Fuente. Blanco A, Santiago, A. Alonso, Juan y cols. Tecnologías de la Información y de la Comunicación. 2004.

En la figura 3, se puede evidenciar los cinco (5) tipos de articulación entre las cuales, la **Rotación**, suministra un grado de libertad consistente en una rotación alrededor del eje de la articulación. Esta articulación es, con diferencia, la más empleada.

En la articulación **prismática**, el grado de libertad consiste en una traslación a lo largo del eje de la articulación.

En la articulación **cilíndrica**, existen dos grados de libertad: una rotación y una traslación.

---

<sup>6</sup> Federación Internacional de Robótica. Industrial Robots. Universidad de Guadalajara Méjico. 2009; 7

La articulación **planar**, está caracterizada por el movimiento de desplazamiento en un plano, existiendo por lo tanto, dos grados de libertad.

Por último, la articulación **esférica** combina tres giros en tres direcciones perpendiculares en el espacio.

Los grados de libertad son el número de parámetros independientes que fijan la situación del órgano terminal. El número de grados de libertad suele coincidir con el número de eslabones de la cadena cinemática.<sup>7</sup>

Para el caso del presente estudio, se realiza una articulación rotoide de dos grados de libertad dotada de dos (2) articulaciones de rotación implementada con motores de corriente directa, esto debido a que los motores de corriente directa permiten realizar un control de velocidad, par y posición de una manera sencilla.

En la actualidad las articulaciones rotoides con motores de corriente continua se implementan en el desarrollo de prótesis, implementos quirúrgicos y en aplicaciones de automatización de tipo industrial esto debido a la gran variedad, presión y estabilidad que estos ofrecen.

Se describe la información teórica de los motores DC debido a que este es un componente fundamental de las articulaciones rotoides.

## **1.2. MODELO DE MOTOR DE CORRIENTE CONTINUA (DC).**

Un motor eléctrico de corriente continua es esencialmente una máquina que convierte energía eléctrica en movimiento o trabajo mecánico, a través de medios electromagnéticos.<sup>8</sup>

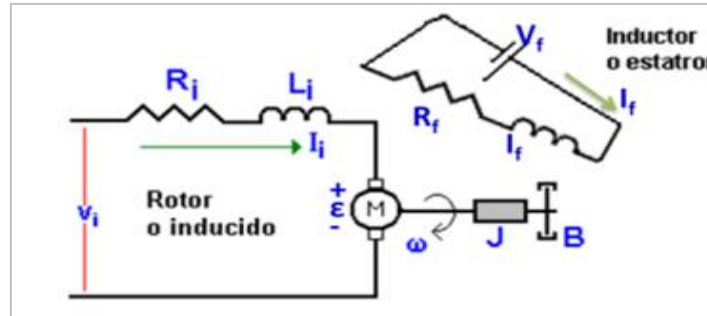
En este sentido un motor DC, está compuesto de dos partes, una fija conocida como estator que puede estar compuesta de imanes o bobinas que son las que se encargan de generar campos magnéticos, la otra parte es conocida como rotor, la

---

<sup>7</sup> Blanco A, Santiago, A. Alonso, Juan y cols. Tecnologías de la Información y de la Comunicación. Programación y Control de Procesos Editorial Ra. Ma. 2004; 8.

<sup>8</sup> Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. Modelo Matemático de un motor de corriente continua separadamente excitado, control de velocidad por corriente de armadura. Instituto de Ciencias Físicas. Escuela Superior Politécnica. 2012; 156

cual está compuesta de un inducido que por medio de la circulación de corriente genera campos magnéticos que al chocar producen el movimiento en el rotor. En este aspecto no existe conexión eléctrica entre el rotor y el estator como se muestra en la Figura 4.



**Figura 4. Esquema de un motor DC.**

*Fuente: Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitad. Manuel Sebastián - Alvares Alvarado.*

El modelo ilustrado posee características eléctricas que consta de:  $V_i$  la tensión de alimentación del rotor,  $I_i$  la corriente que va a circular por el rotor también conocida por corriente de armadura,  $R_i$  la resistencia del bobinado del rotor,  $L_i$  la inductancia del bobinado del rotor,  $\epsilon$  es la fuerza contra-electromotriz del motor,  $V_f$  es la tensión de alimentación del estator,  $I_f$  la corriente que va a circular por el estator,  $R_f$  la resistencia del bobinado del estator,  $L_f$  la inductancia del bobinado del estator.<sup>9</sup>

Por consiguiente, para que el motor cumpla su función, normalmente se coloca una carga mecánica en el eje del rotor y de esto dependerán las características mecánicas las cuales son:  $\omega$  la velocidad angular de giro a la cual trabaja el rotor,  $J$  el momento de inercia equivalente del eje rotor con la carga que se desea colocar,  $B$  el coeficiente de rozamiento viscoso.<sup>10</sup>

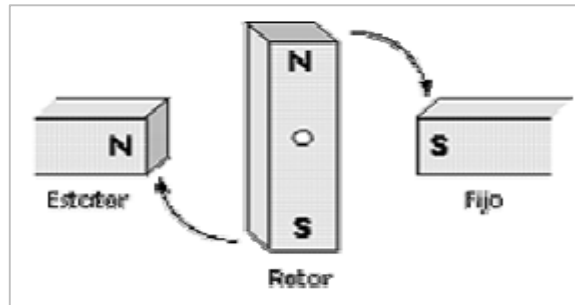
### 1.2.1. FUNDAMENTOS DE OPERACIÓN DE LOS MOTORES ELÉCTRICOS.

Es importante aclarar que el fundamento de la operación de los motores eléctricos parte del magnetismo, de éste se conoce la existencia de dos polos: polo norte (N) y polo sur (S), que son las regiones donde se concentran las líneas de fuerza de un imán.

<sup>9</sup> Álvarez, M., Folleto de problemas de maquinaria eléctrica 1, (ESPOL, Guayaquil, 2008; 161

<sup>10</sup> Sears, F., Zemansky, M., Young, H. and Freedman, R., Física universitaria, 11ª Ed. (Pearson Education, California, 2006)

Por lo anterior un motor para funcionar se vale de las fuerzas de atracción y repulsión que existen entre los polos. De acuerdo con esto, todo motor tiene que estar formado con polos alternados entre el estator y el rotor, ya que los polos magnéticos iguales se repelen, y polos magnéticos diferentes se atraen, produciendo así el movimiento de rotación. Como se muestra a continuación en la Figura 5.



**Figura 5. Fundamentos de operación de los motores eléctricos.**

Fuente: En línea. <http://www.monografias.com/trabajos74/motores-corriente-directa/motores-corriente-directa2.shtml#ixzz3VdAG6JMg>

En virtud de ello, un motor eléctrico opera primordialmente con base en dos principios: El de inducción, descubierto por Michael Faraday en 1831; que señala, que si un conductor se mueve a través de un campo magnético o está situado en las proximidades de otro conductor por el que circula una corriente de intensidad variable, se induce una corriente eléctrica en el primer conductor. Y el principio que André Ampère observó en 1820, en el que establece: que si una corriente pasa a través de un conductor situado en el interior de un campo magnético, éste ejerce una fuerza mecánica o f.e.m. (fuerza electromotriz), sobre el conductor.

El movimiento giratorio de los motores de C.C. se basa en el empuje derivado de la repulsión y atracción entre polos magnéticos. Creando campos constantes convenientemente orientados en estator y rotor, se origina un par de fuerzas que obliga a que la armadura (también le llamamos así al rotor) gire buscando "como loca" la posición de equilibrio.<sup>11</sup>

### **1.2.2. UTILIZACIÓN DE LOS MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA (CD) O CORRIENTE CONTINUA (CC).**

---

<sup>11</sup> Aguilar Larrarte. Eliana. Modelado y Control de Posición y de Fuerza de una Prótesis robótica de mano. Documento para Examen de Valoración. 2007.

Se utilizan en casos en los que es importante el poder regular continuamente la velocidad del motor, además, se utilizan en aquellos casos en los que es imprescindible utilizar corriente directa, como es el caso de motores accionados por pilas o baterías. Este tipo de motores debe de tener en el rotor y el estator el mismo número de polos y el mismo número de carbones.

### **1.2.3. CLASIFICACIÓN DE LOS MOTORES DE CORRIENTE DIRECTA.**

Según conceptos y referentes bibliográficos, los motores de corriente directa se clasifican principalmente de acuerdo a la composición del estator si está compuesto por imanes o por bobinas, también existen algunos especiales como los motores sin escobillas, servomotores y motores paso a paso que son fabricados a partir de motores de corriente continua.<sup>12</sup>

A continuación se presenta los componentes eléctricos y físicos de un motor DC:

### **1.2.4. COMPONENTES ELÉCTRICOS Y FÍSICOS DE UN MOTOR DC.**

$V_i$ : Tensión de alimentación del rotor.

$I_i$ : Corriente que circula por el rotor también conocida como corriente de armadura.

$R_i$ : Resistencia del bobinado del rotor.

$L_i$ : Inductancia del bobinado del rotor.

$B$ : fuerza contra-electromotriz del motor.

$V_f$ : Tensión de alimentación del estator.

$I_f$ : Corriente que circula por el estator.

$R_f$ : Resistencia del bobinado del estator.

$L_f$ : Inductancia del bobinado del estator.

---

<sup>12</sup> Disponible en Internet. En Línea. <https://iesvillalbahervastecnologia.files.wordpress.com/.../motores-electricos...>



Siguiendo este orden se menciona los tipos de motores DC con el fin de generar un conocimiento más amplio sobre el tema tratado.

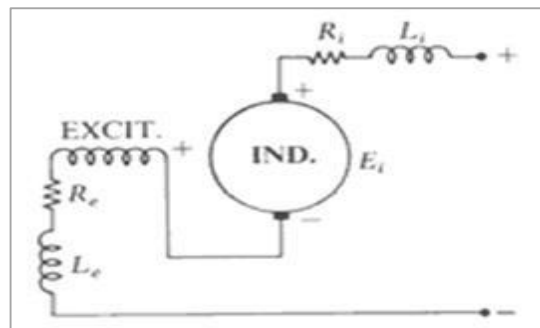
### 1.2.5. TIPOS DE MOTORES DC.

A continuación se mencionan las principales características de cada uno de los tipos de motores DC:

#### ➤ **Motores con estator bobinado.**

Un motor DC compuesto por estator bobinado puede configurarse de tres maneras: Motor de DC en serie, Motor de DC en paralelo, Motor de DC compuesto ya que el estator se conforma de dos bobinas.

**El motor DC en Serie:** Corresponde a un tipo de motor eléctrico de corriente continua en el cual el devanado de campo (campo magnético principal) se conecta en serie con la armadura. Este devanado está hecho con un alambre grueso porque tendrá que soportar la corriente total de la armadura.<sup>13</sup> Como se muestra a continuación en la Figura 6.

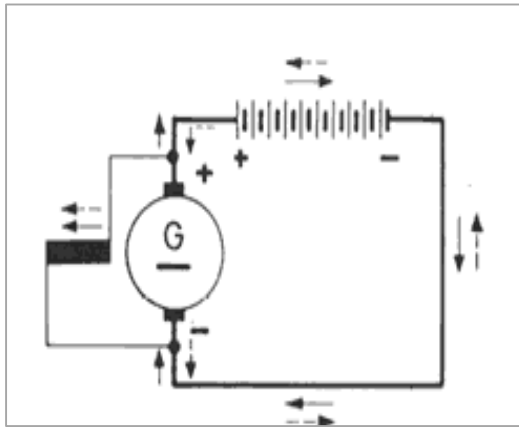


**Figura 6. Motor serie.**

Fuente: En Línea. <http://www.monografias.com/trabajos74/motores-corriente-directa/motores-corriente-directa.shtml#ixzz3Vd9ileGD>

<sup>13</sup> Tirado, Sergio. Motores de Corriente Directa ( C.D). Departamento de Electricidad Mantenimiento Eléctrico. 2009. Disponible en Internet. En línea. [http://www.unicrom.com/Tut\\_MotorCC.asp](http://www.unicrom.com/Tut_MotorCC.asp)

**El Motor Paralelo (Shunt):** Es un motor de corriente continua cuyo bobinado inductor principal está conectado en derivación con el circuito formado por los bobinados inducidos e inductor auxiliar.<sup>14</sup> Como se muestra a continuación en la Figura 7.



**Figura 7. Motor shunt o motor paralelo.**

Fuente: En Línea. <http://www.monografias.com/trabajos74/motores-corriente-directa/motores-corriente-directa.shtml#ixzz3Vd9ileGD>

Al igual que en las dinamos shunt, las bobinas principales están constituidas por muchas espiras y con hilo de poca sección, por lo que la resistencia del bobinado inductor principal es muy grande.

**Motor Compound:** Se constituye en un motor de corriente continua cuya excitación es originada por dos bobinados inductores independientes; uno dispuesto en serie con el bobinado inducido y otro conectado en derivación con el circuito formado por los bobinados inducido, inductor serie e inductor auxiliar.

Los motores compuestos tienen un campo serie sobre el tope del bobinado del campo shunt. Este campo serie, el cual consiste de pocas vueltas de un alambre grueso, es conectado en serie con la armadura y lleva la corriente de armadura.

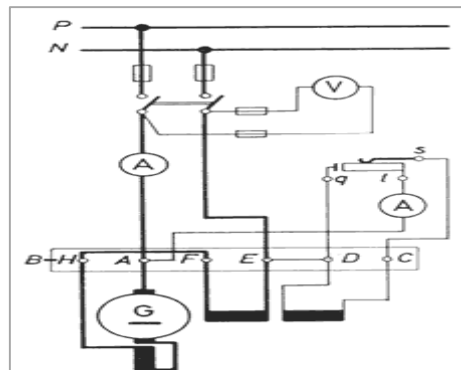
El flujo del campo serie varía directamente a medida que la corriente de armadura varía, y es directamente proporcional a la carga. El campo serie se conecta de manera tal que su flujo se añade al flujo del campo principal shunt. Los motores

---

<sup>14</sup> Ibid, op. cit. 46

compound se conectan normalmente de esta manera y se denominan como compound acumulativo.<sup>15</sup>

Esto provee una característica de velocidad que no es tan "dura" o plana como la del motor shunt, ni tan "suave" como la de un motor serie. Un motor compound tiene un limitado rango de campo; la limitación y debilitamiento del campo puede resultar en exceder la máxima velocidad segura del motor sin carga. Los motores de corriente continua compound son algunas veces utilizados donde se requiera una respuesta estable de par constante para un rango de velocidades amplio. Figura 8.



**Figura 8. Motor compound.**

Fuente. En Línea. <http://www.monografias.com/trabajos74/motores-corriente-directa/motores-corriente-directa2.shtml#ixzz3VdAG6JMg>

### ➤ **Motores de imán permanente.**

Un motor de imán permanente es aquel cuyo estator está compuesto por un imán que genera campos magnéticos permanentes.

Los motores de imán permanente han llegado a ser predominantes en las aplicaciones de potencia fraccionaria ya que son más pequeños, más ligeros, más eficaces y fiables que otras máquinas eléctricas alimentadas individualmente.

Existen diversos tipos de motores de imán permanente, siendo los más conocidos:

---

<sup>15</sup> Disponible en Internet. [En línea]. [http://www.unicrom.com/Tut\\_MotorCC.asp](http://www.unicrom.com/Tut_MotorCC.asp). (Consultado Marzo 15 del 2015)

➤ **Motor síncrono de imán permanente.**

En un motor síncrono de imán permanente la construcción de los rotores es de imán permanente la cual puede adoptar una forma cilíndrica con un bajo diámetro y gran longitud (*cylinder rotor*), llamados flujo radial, o pueden tener un rotor en forma de disco más liviano o rotor de disco (*disk rotor*), también llamadas máquinas de flujo axial, resultando así en ambos casos un bajo momento de inercia y una constante de tiempo mecánica baja.

➤ **Motores sin escobillas o motor *brushless*.**

Los motores de corriente directa sin escobillas están diseñados para conmutar la tensión en sus devanados, sin sufrir desgaste mecánico. Para este efecto utilizan controladores digitales y sensores de posición.

Un motor eléctrico sin escobillas es un motor eléctrico que no emplea escobillas para realizar el cambio de polaridad en el rotor.<sup>16</sup>

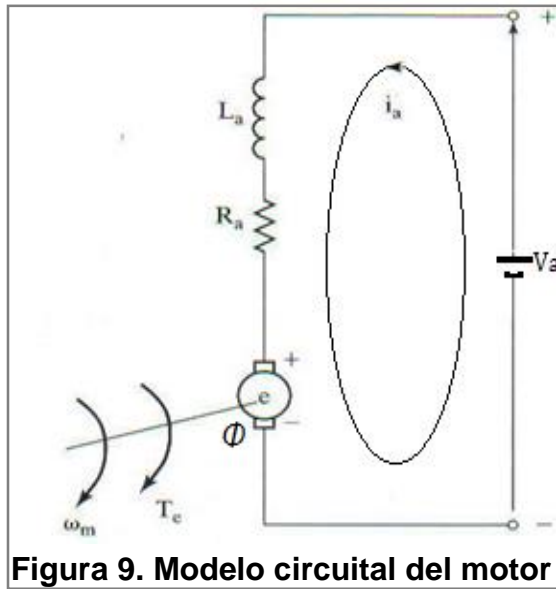
### **1.2.6. MODELO MATEMÁTICO DE UN MOTOR DC DE IMÁN PERMANENTE.**

Es importante enfatizar que el modelo ideal de un motor de imán permanente está formado por dos componentes, el estator o parte fija del motor compuesto por un imán que genera un campo magnético fijo y el rotor que es la parte móvil del motor la cual genera energía mecánica a partir de energía eléctrica por medio de la acción de campos magnéticos, a través de este sistema circula la corriente de armadura que es inducida por la tensión aplicada al motor  $V_a$ , también está compuesto por la inductancia de armadura compuesta por los devanados y la resistencia de armadura que componen las pérdidas en el cobre del rotor. En la figura 9, se muestra el circuito equivalente de armadura de un motor DC.<sup>17</sup>

---

<sup>16</sup> Disponible en Internet. En Línea. <https://iesvillalbahervastecnologia.files.wordpress.com/.../motores-electricos...>

<sup>17</sup> Ángel M. Alonzo Rodríguez. Teoría de Maquinas CC y Motores de Colector. Servicio de Publicaciones. E.T.S. ING. Industriales, UPM.Madrid. 2009.



**Figura 9. Modelo circuital del motor DC**

Fuente: Ángel M. Alonzo Rodríguez. Teoría de Maquinas CC y Motores de Colector.. 2009

Dónde:

$V_a$ =Voltaje de armadura.

$I_a$ = Corriente de armadura.

$R_a$ =Resistencia de armadura.

$L_a$ =Inductancia de armadura.

$\Phi$ =Flujo magnético generado por el estator.

$E_b$ =Fuerza electromotriz.

Se describe cada elemento que interfiere en el modelo circuital del motor DC.

- **Voltaje de armadura:** Es el valor de voltaje que actúa sobre la armadura del motor y el cual es transformado en energía mecánica a través de la acción de campos magnéticos generados por la circulación de corriente a través del motor.

- **Corriente de armadura:** Definida como la cantidad de corriente suministrada a la armadura del motor, a partir de la cual se generan los campos magnéticos que producen el movimiento del rotor.
- **Resistencia de armadura:** Definida como el valor de resistencia que se opone al flujo de corriente por la armadura, este valor se registra generalmente en ohmios.
- **Inductancia de armadura:** Definida como el valor de inductancia generado por los devanados o bobinas que componen la armadura.
- **Fuerza electromotriz:** es el voltaje inducido por efecto del campo magnético generado por el estator.

La expresión (1) describe el comportamiento de un motor DC ante una excitación de voltaje:<sup>18</sup>

$$V_a = E_b + (I_a R_a) + L_a * \frac{dI_a}{dt} \quad (1)$$

La expresión (1) en estado estable está definida por:

$$V_a = E_b + (I_a R_a) \quad (2)$$

### 1.2.7. MODELO DINÁMICO DE UN MOTOR DC DE IMÁN PERMANENTE.

La expresión (1) describe el comportamiento de un motor de DC tanto con estator de electroimán como de imán permanente. La diferencia radica en que el de electro

---

<sup>18</sup> Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián "Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitado": Control de Velocidad por corriente de armadura "Guayaquil, Ecuador. 2012. Disponible en [http://www.lajpe.org/mar12/25\\_LAJPE\\_611\\_Manuel\\_Alvarez\\_preprint\\_corr\\_f.pdf](http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f.pdf)

imán el flujo de campo magnético es ajustable y en el de imán permanente es constante. Expresando (1) en el dominio de la frecuencia se tiene:

$$V_a(s) = E_b(s) + I_a(s)R_a + I_a(s)L_a(s)R_a \quad (3)$$

Se despeja  $I_a(s)$ .

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - E_b(s)}{SL_a + R_a} \quad (4)$$

Dónde:

$V_a(s)$ =Voltaje aplicado en el dominio de la frecuencia.

$E_b(s)$ =Fuerza electromotriz FEM en el dominio de la frecuencia.

$L_a$ =Inductancia de armadura.

$R_a$ =Resistencia de armadura.

$I_a(s)$ =Corriente de armadura consumida por el motor en el dominio de la frecuencia.

La ecuación dinámica para la velocidad está dada por:<sup>19</sup>

$$j \frac{dW_m}{dt} + BW_m = T_m - T_c \quad (5)$$

---

<sup>19</sup> Moriñigo, Daniel, "Motores de Corriente Continua". Notas de Clase, Valladolid: 2005, Disponible en: [http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores\\_dc.pdf](http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores_dc.pdf)

Transformando (5) al dominio de la frecuencia y despejando la velocidad se obtiene:

$$W_m(s) = \frac{T_m(s) - T_c}{SJ + K_c} \quad (6)$$

Dónde:

$W_m$ =Velocidad del rotor.

$J$ =Momento de inercia del sistema en rotación.

$B$  =Constante de fricción.

$T_m$  = Par motor.

$T_c$  = Par de carga.<sup>20</sup>

A continuación se especifica cada elemento que interfiere en el modelo circuital del Motor DC.

- **Velocidad del motor:** Es la velocidad con la que se mueve el motor, de acuerdo a la cantidad de voltaje que se le aplique en la armadura.
- **Momento de inercia del sistema:** Es la cantidad de resistencia que se opone al movimiento del rotor en estado de reposo.
- **Constante de fricción:** Es la cantidad de fricción o roce que ejercen los componentes internos del motor ante un movimiento.
- **Par motor:** Es la cantidad de fuerza generada por el motor.
- **Par carga:** Es la fuerza ejercida sobre el motor por actores externos.

---

<sup>20</sup> Sebastián MANRIQUE-MACHADO, Iván MORA-OROZCO, Oswaldo ARENAS-CRESPO "Modelado, Diseño e Implementación del Control Analógico de Velocidad para un Motor de CD "universidad pontificia bolivariana, Medellín, Colombia, 2013.



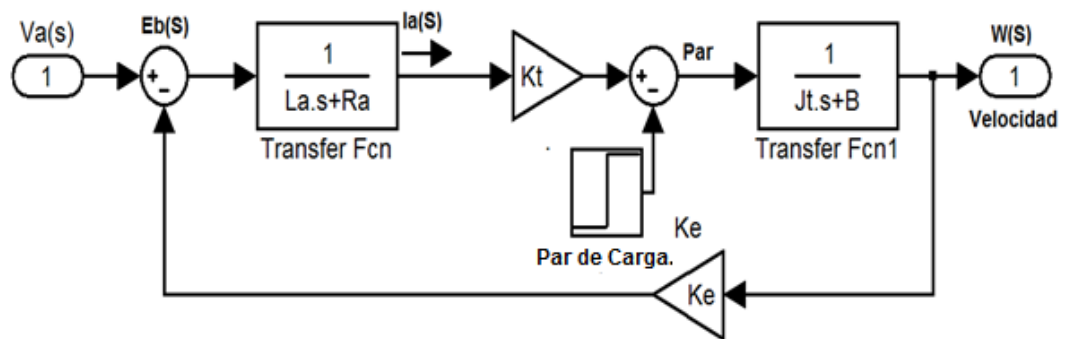
En estos motores el par motor es proporcional a la corriente y está dado por la expresión.<sup>21</sup>

$$T_m(s) = I_a(s)K_t \quad (7)$$

Dónde:

$K_t$ = constante de torque que en estas máquinas es equivalente a  $k_e$  (constante de maquina).

Para obtener el modelo dinámico de un motor de imán permanente se representan ecuación (4) y (6) por medio de diagramas de bloque como se ilustra a continuación en la Figura 10.



**Figura 10. Modelo dinámico de un motor DC de imán permanente.**

<sup>21</sup> Escuela de electrónica, "Sistemas de Control Automático". Sistemas de control automático, Disponible en: <http://www.udb.edu.sv/udb/archivo/guia/electronica-ingenieria/sistemas-de-control-automatgico/2013/i/guia-5.pdf>

## CAPITULO 2

### 2. PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DEL MOTOR.

En el presente capítulo se muestran los procedimientos para la obtención de los parámetros del modelo dinámico de un motor DC de imán permanente; también se presentan los resultados obtenidos a través de la implementación de algunos de los métodos expuestos.

#### 2.1. PARAMETRIZACIÓN DEL MODELO DE UN MOTOR DC DE IMÁN PERMANENTE.

El proceso de parametrización consiste en obtener los valores de los componentes, fenómenos físicos y eléctricos de un motor DC de imán permanente que permitan modelar su comportamiento de manera matemática. Por medio de funciones de transferencia y en diagramas de bloques para simular su comportamiento utilizando programas de simulación especializados, en este caso el ToolBox de Matlab Simulink.

La obtención de estos parámetros puede ser de manera paramétrica o de manera experimental. El valor de los parámetros está inherentemente ligado al tipo de motor y sus componentes internos. A continuación se describen algunos métodos utilizados para encontrar los valores de los parámetros de un motor DC de imán permanente.<sup>22</sup>

##### 2.1.1. MÉTODOS DE PARAMETRIZACIÓN.

Los métodos de parametrización más usados para un motor DC de imán permanente se muestran a continuación<sup>23</sup>:

---

<sup>22</sup> Ángel M. Alonzo Rodríguez. Teoría de Maquinas CC y Motores de Colector. Servicio de Publicaciones. E.T.S. ING. Industriales, UPM.Madrid.

<sup>23</sup> Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. "Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitado": Control de Velocidad por corriente de armadura "Guayaquil, Ecuador, 2012 artículo disponible en [http://www.lajpe.org/mar12/25\\_LAJPE\\_611\\_Manuel\\_Alvarez\\_preprint\\_corr\\_f.pdf](http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f.pdf)

### ➤ Constante electromotriz.

Para establecer la constante electromotriz, se utiliza un tacómetro instalado en el motor, que puede ser manual o electrónico, la medición de este parámetro se debe realizar sin la presencia de resistencias externas es decir con el motor en estado estable, Se aplica una señal DC, en la armadura o en el driver, haciendo uso de la siguiente expresión, se tiene:<sup>24</sup>

$$E_b = V_a - (I_a * R_a) , \text{ y } E_b = K_e w \quad (8)$$

De esta forma se obtiene la ecuación<sup>25</sup>:

$$K_e = \frac{V_a - (I_a * c)}{wm} \quad (9)$$

Con la expresión (9), se procede a variar  $V_a$ , dentro del rango de operación del motor, y se toman los valores de  $E_b, I_a$  y  $w$ . Ya que el valor de  $R_a$  es conocido se procede a crear una tabla de valores de  $K_e$  para los 2 sentidos de rotación del motor y el valor final de  $K_e$  es el promedio de todas las mediciones obtenidas

### ➤ Resistencia de armadura.

Para determinar la resistencia de armadura se presentan dos métodos, los cuales son:

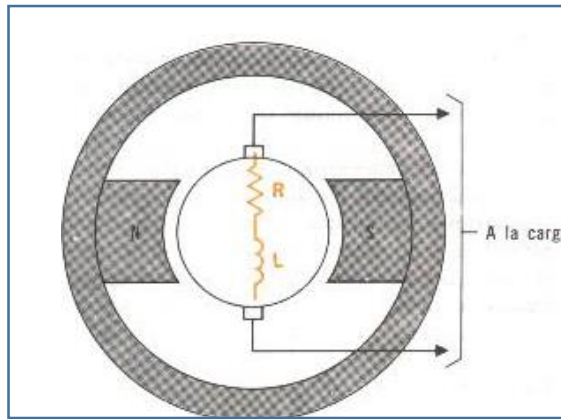
a) **Primer método (Medida directa).** Consiste en medir directamente la resistencia con un multímetro en los devanados de la armadura del motor, la cual tiene generalmente 2 cables, como se ilustra a continuación en la Figura 11.

---

<sup>24</sup> Virginia Mazzone, "Controles PID". Control automático 1, Universidad nacional de quilmes: 2002, Disponible en: <http://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut1/Apuntes/PID.pdf>

<sup>25</sup> Teodoro Alamo Cantarero, "Diseño del Controlador PID". Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla.:

[http://www.esi2.us.es/~alamo/Archivos/Certificaciones/Sec\\_9\\_Otras\\_Publicaciones/Docente/AlamoPIDTotal.pdf](http://www.esi2.us.es/~alamo/Archivos/Certificaciones/Sec_9_Otras_Publicaciones/Docente/AlamoPIDTotal.pdf)



**Figura 11. Devanados de armadura motor DC.**

Fuente: Disponible en Internet. <http://rincondelvago.com/motor-de-corriente-directa.html>

- b) **Segundo método (Experimental).** Se aplica un voltaje de mínima alimentación del motor, el voltaje justo para iniciar el movimiento, justo antes de iniciar el movimiento del eje del motor se mide la corriente de armadura por medio de un amperímetro, aplicando la ley de Ohm, se calcula la  $R_a$ , al no existir rotación en el eje se tiene que el valor del voltaje inducido por el motor es 0 voltios,  $E_b = 0$  voltios de esta manera con el valor del voltaje mínimo  $V_a = \min$ , la corriente de armadura medida  $I_a$ , así por medio de la siguiente expresión se calcula  $R_a$ :<sup>26</sup>

$$R_a = \frac{V_a}{I_a} \quad (10)$$

➤ **Inductancia de armadura.**

Para determinar la inductancia de armadura se presentan dos métodos, los cuales son:

<sup>26</sup> Facet– Unt, “Métodos De Sintonización de Controladores Pid”. Disponible en Internet. [Http://Www.Herrera.Unt.Edu.Ar/Controldeprocesos/Tema\\_4/Tp4a.Pdf](http://Www.Herrera.Unt.Edu.Ar/Controldeprocesos/Tema_4/Tp4a.Pdf)

**a) Primer método (Medida directa).**

Consiste en medir directamente la inductancia con un inductómetro en los devanados de la armadura del motor, la cual tiene generalmente 2 cables uno rojo y uno negro. Como se puede observar en la Figura 12. Haciendo uso de un instrumento para medir inductancias llamado LCR meter o inductómetro.

**b) Segundo método (Experimental).**

Conectando el motor conectado a un osciloscopio se le aplica una onda cuadrada, de 1 KHz, y de 2 a 3 Vpp, con la magnitud suficiente para que el voltaje aplicado pueda iniciar el movimiento del eje del motor venciendo así, el rozamiento provocado por las escobillas del motor pero sin llegar a hacer girar el eje del motor, de esta forma se obtiene que el voltaje inducción por este movimiento sea 0 voltios  $E_b = 0$  voltios, con ésto el circuito se comporta como un circuito RL y se observa el comportamiento de  $I_a$  en el tiempo, dando como resultado la gráfica de la figura 12 mostrada a continuación. Donde el tiempo de estabilización de la corriente se conoce como constante de tiempo  $\tau$ , que es el tiempo que tarda el circuito RL en estabilizar la corriente que circula por la inductancia y resistencia de armadura.



**Figura 12. Respuesta del motor ante una excitación de voltaje con onda cuadrada.**

Conociendo  $R_a$  y  $R_{ext}$  con los cálculos correspondientes y  $\tau$  obtenido de la figura 12. Se puede calcular  $L_a$  de la ecuación<sup>27</sup>:

$$\tau = \frac{L_a}{R_a + R_{ext}} \quad (10)$$

Despejando  $L_a$  se tiene la expresión la siguiente expresión<sup>28</sup>

$$L_a = \tau(R_a + R_{ext}) \quad (11)$$

➤ **Constante de tiempo eléctrica.**

La constante de tiempo eléctrica obedece a la siguiente expresión, así conociendo los valores tanto de  $R_a$  como de  $L_a$ , se puede calcular el valor de la constante de tiempo eléctrica. <sup>29</sup>:

$$\tau = \frac{L_a}{R_a} \quad (12)$$

➤ **Momento de inercia.**

a) **Primer método (Método paramétrico).**

En este método paramétrico se debe conocer los siguientes datos,  $R_a$ (Resistencia de armadura),  $K_T$ (Constante de torque),  $K_e$ (Constante electromecánica),  $t_m$

---

<sup>27</sup>Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. "Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitado": Control de Velocidad por corriente de armadura "Guayaquil, Ecuador, 2012 artículo disponible en [http://www.lajpe.org/mar12/25\\_LAJPE\\_611\\_Manuel\\_Alvarez\\_preprint\\_corr\\_f.pdf](http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f.pdf)

<sup>28</sup>Ibid, óp. cit.

<sup>29</sup> Sebastián MANRIQUE-MACHADO, Iván MORA-OROZCO, Oswaldo ARENAS-CRESPO "Modelado, Diseño e Implementación del Control Analógico de Velocidad para un Motor de CD "universidad pontificia bolivariana, Medellín, Colombia, 2013. Disponible en: [http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/\(A\)\\_Ingeniar\\_2013\\_Modelado\\_Diseno\\_e\\_Implementacion\\_del\\_Control\\_Analogico\\_de\\_Velocidad\\_para\\_un\\_Motor\\_de\\_CD\\_1250.pdf](http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/(A)_Ingeniar_2013_Modelado_Diseno_e_Implementacion_del_Control_Analogico_de_Velocidad_para_un_Motor_de_CD_1250.pdf)

(Constante de tiempo mecánica), al tener los valores de estas variables, se procede a calcular el momento de inercia,  $J_m$  por medio de la expresión.<sup>30</sup>

$$J_m = \frac{t_m * K_T * K_e}{R_a} \quad (13)$$

Para aplicar el método paramétrico por medio de la expresión (13) y calcular el momento de inercia debemos conocer el valor de la constante de tiempo mecánica ya que este valor no es conocido y se obtiene de la siguiente manera.

#### ➤ **Constante de tiempo mecánica.**

Al igual que la corriente armadura en un motor DC tiene asociada a ella una respuesta de estado transitorio y se caracteriza con una constante, la velocidad al ser otro parámetro activo del motor DC responden de forma similar a la excitación por parte de un voltaje de armadura.

En el modelo matemático de un motor DC se presenta claramente la relación directa entre la tensión de armadura y la velocidad en el eje, ésta es evidente al aplicarse un escalón de voltaje entre los terminales dando lugar a una respuesta inicial transitoria en la velocidad seguida de una respuesta de estado estable. Este tiempo desde el momento de la aplicación del voltaje hasta obtener la respuesta de estado estable se conoce como constante de tiempo mecánica  $t_m$ .

El procedimiento consiste en ajustar el voltaje nominal del motor. Posteriormente se conecta de forma adecuada la sonda del osciloscopio con los cables de alimentación del motor.

Se ajustan los parámetros necesarios en el osciloscopio, y se procede a medir el tiempo requerido para que la señal de salida alcance un 63.2 % de su valor final.

En la figura 13 ilustrada a continuación. Obtenida del osciloscopio se procede a ver el 63.2% y se traza una línea recta para conocer la constante de tiempo mecánica.

---

<sup>30</sup> Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. "Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitado": Control de Velocidad por corriente de armadura "Guayaquil, Ecuador, 2012 artículo disponible en [http://www.lajpe.org/mar12/25\\_LAJPE\\_611\\_Manuel\\_Alvarez\\_preprint\\_corr\\_f.pdf](http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f.pdf)



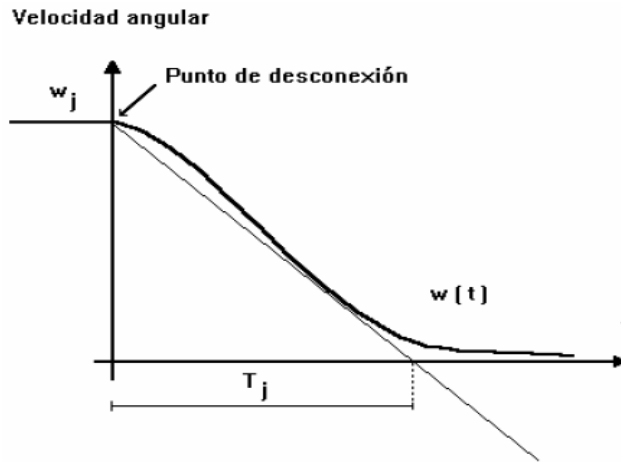
**Figura 13. Respuesta de un motor excitado con un escalón de voltaje**

Con el valor de la constante de tiempo mecánica se aplica la expresión (13). Obteniendo de manera paramétrica el valor del momento de inercia del motor DC de imán permanente.

**b) Segundo método (experimental).**

El momento de inercia  $J_m$  puede determinarse, llevando el motor a una velocidad constante  $\omega_j$ , en ese momento preciso se desconecta y se grafica la velocidad en función del tiempo, que produce una figura similar a la Figura 14 ilustrada a continuación.





**Figura 14. Grafica de velocidad angular contra tiempo.**

Fuente: Disponible en Internet. En línea. <https://sites.google.com/site/timesolar/graficas/graficavvst2>

En el punto de desconexión el punto de frenado  $M_B$  se puede definir como<sup>31</sup>:

$$-M_B = J * \frac{dw}{dt} \quad (14)$$

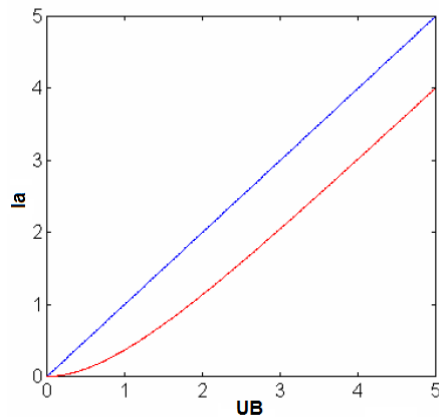
Del momento de frenado se argumenta que, será calculado con base a las pérdidas por fricción, es igual a la pendiente que se obtiene en la figura 14. Por esta razón se reemplazara. Por ley de conservación de potencia, se calculan las pérdidas de fricción como<sup>32</sup>:

$$V_R = e_a * i_a * R_a * i_a^2 - \Delta * U_B * i_a \quad (15)$$

Donde  $\Delta * U_B$  es la caída de tensión en las escobillas del motor para determinar esta caída se crea una gráfica de  $U_B * i_a$  que corresponde a una gráfica similar a la Figura 15 ilustrada a continuación.

<sup>31</sup> Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. "Modelo matemático de un motor de corriente Continua separadamente excitado": Control de Velocidad por corriente de armadura "Guayaquil, Ecuador, 2012 artículo disponible en [http://www.lajpe.org/mar12/25\\_LAJPE\\_611\\_Manuel\\_Alvarez\\_preprint\\_corr\\_f.pdf](http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f.pdf)

<sup>32</sup> Ibid, op cit.



**Figura 15. Gráfica de la contra UB**

Fuente. Disponible en Internet. En línea. [www.ub.edu/aplica\\_infor/spss/cap3-7.htm](http://www.ub.edu/aplica_infor/spss/cap3-7.htm)

Se calcula  $V_R$  de la siguiente manera:

$$V_R = M_B * w_j \quad (16)$$

Realizando operaciones se puede obtener el momento de inercia de la siguiente ecuación:

$$J_m = \frac{T_j * V_R}{w^2 j} \quad (17)$$

➤ **Constante de fricción de coulomb.**

La constante de Coulomb se determina cuando el sistema se encuentra en estado estable, cuando el motor alcanza una velocidad constante.

Como el valor de la constante de coulomb depende de parámetros como el torque mecánico y el torque de fricción, se deben encontrar estos valores. El procedimiento se muestra a continuación.

El torque mecánico corresponde a la siguiente expresión:

$$T_m = K_t * i_a = jw + Bw + t_f \quad (18)$$

Para el estado estable  $w = 0 \text{ rad/s}$ .

$$T_m = B * w + T_f \quad (19)$$

La expresión (19) obedece a la ecuación de una recta de pendiente B; dicha pendiente es la constante de fricción de coulomb. Es necesario determinar los valores del torque de fricción  $t_f$  y el torque mecánico  $T_m$  para calcular el valor de la pendiente B de manera matemática, estos parámetros se obtiene de la siguiente manera.

➤ **Torque de fricción.**

El torque de fricción está dado la siguiente expresión.

$$T_f = K_T * I_{arr} \quad (20)$$

Así se hace necesario obtener la corriente de arranque  $I_{arr}$  de la siguiente manera.

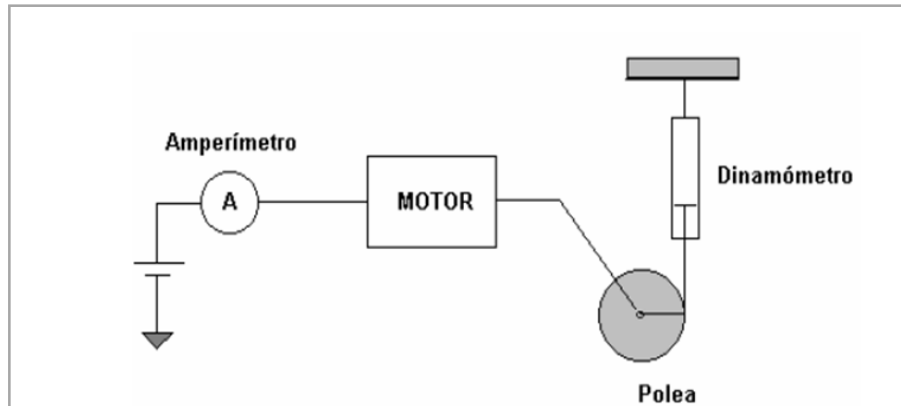
➤ **Corriente de arranque.**

Haciendo uso de una fuente DC variable y estableciendo su valor de salida en el valor nominal del motor, se aplica la tensión al motor desenergizado y se toma el mayor valor de corriente registrado en el amperímetro en ese instante; este valor correspondiente a la corriente pico de arranque  $I_{arr}$ ,

➤ **Constante de torque.**

a) **Primer método.**

Se utiliza una polea acoplada al eje del motor y en un punto tangente a la polea se acoplará a su vez un dinamómetro que medirá la fuerza ejercida por el eje de motor a una distancia que debe ser igual al del radio de la polea que se usará. El montaje se describe a continuación en la Figura 16.



**Figura 16. Montaje del motor, dinamómetro y polea.**

Fuente: Disponible en Internet. En línea. <https://sites.google.com/site/timesolar/graficas/graficavvst2>

Conociendo la relación del torque del motor caracterizada por la expresión mostrada a continuación:

$$T_m = K_T * I_a \quad (21)$$

Si el sistema descrito en la figura 16. Está en equilibrio se cumple que:

$$T_m = F * r \quad (22)$$

Dónde:

*F = Fuerza medida en el dinamometro.*

*r = Radio de la polea.*

Entonces la ecuación (21), se puede expresar como:

$$F * r = K_T * I_a \quad (23)$$

De donde se despeja  $K_T = \text{Constante de Torque del Motor}$ :

$$K_T = \frac{F * r}{I_a} \quad (24)$$

**b) Segundo Método.**

El eje de rotación del motor, entrega energía por acción de su rotación que se expresa a través de su par electromagnético el cual es proporcional a  $T_m = I_a * \Phi$ , el cual a su vez es proporcional a  $i_f$ , Pudiéndose expresar de la siguiente manera:

$$T_m = K_f + i_f * K_i * I_a \quad (25)$$

Al ser un motor de imán permanente sus parámetros  $K_f, i_f, K_i, I_a$  se pueden reunir o tomar como una sola constante de esta manera la expresión (25) se convierte en:

$$T_m = K_T + I_a \quad (26)$$

Lo cual indica una relación directa entre la corriente a través del inducido  $I_a$  y la constante de torque del motor  $K_T$ .

Una vez se tiene esta relación entre  $I_a$  y  $K_T$ , se utiliza una técnica paramétrica dimensional que no hace uso de ninguna práctica experimental, y se basa en la relación paramétrico dimensional que existe entre  $K_T$  y  $K_a$ . Se hace de la siguiente manera:

$$K_T(Nm/A) = 9.5493 * 10 K_e(V/Krpm) \quad (27)$$

$$K_T(oz - in/A) = 1.3524 K_e(V/Krpm) \quad (28)$$

Conociendo el valor de la constante electromotriz  $K_e$  y haciendo uso de las ecuaciones paramétricas (27) y (28), se encuentra  $K_T$ .

### 2.1.1. PROCESO DE OBTENCIÓN DE PARÁMETROS.

Con el propósito de obtener los parámetros de dos (2) referencias mencionados: Motor A (200 RPM) y Motor B (300 RPM), de motores DC de imán permanente, se depuran los procesos mencionados anteriormente y se obtiene la Guía para la parametrización de un motor DC de imán permanente encontrada en el anexo A del presente documento que al implementarla a las dos referencias de motores de imán permanente se obtuvieron los resultados que se muestran a continuación en la tabla 1.

	Motor A	Motor B
$R_a(\Omega)$	21.1 $\Omega$	10 $\Omega$
$L_a$ (mH)	4.981mH	2.532mH
$K_e$ (v/rad*s)	0.5130 v/rad*s	0.2073 v/rad*s
$\tau$	0.0002295 s	0.0002532 s
$K_t$ (v/rad*s)	0.5130 v/rad*s	0.2073 v/rad*s
$T_m$ (Nm/A)	0.007801Nm/A	0.00541Nm/A
$t_m$ (s)	0.00125s	0.00127s
$J_m$ (kg*m <sup>2</sup> )	0.000015159 kg*m <sup>2</sup>	0.0000054576 kg*m <sup>2</sup>
$I_{arr}$ (mA)	10.7mA	16.9mA
$T_f$ (Nm)	0.0054891 Nm	0.00350337 Nm
$B$	0.0004942	0.0001272

**Tabla 1. Parámetros de las dos referencias de motores de imán permanente**

Dónde:

$R_a$ = Resistencia de armadura en ohmios.

$L_a$ =Inductancia de armadura en mili henrios.

$K_e$ =Constante electromotriz.

$\tau$ = Constante de tiempo eléctrica.

$K_t$ = Constante de torque.

$T_m$ =Torque mecánico.

$t_m$ (s)= Constante de tiempo mecánica.

$J_m$ =Momento de inercia.

$I_{arr}$ =Corriente de arranque.

$T_f$ =Torque de fricción.

B=Constante de fricción de coulomb.

## CAPITULO 3

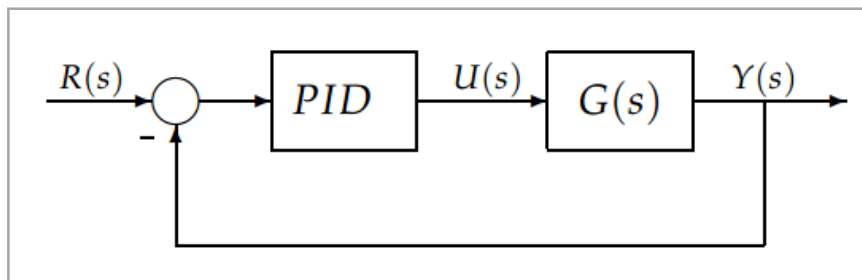
### 3. CONTROL DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y PAR.

En el presente capítulo se describe que tipo de controlador es necesario implementar para cada uno de los parámetros a controlar en este caso par, posición y velocidad de un motor dc de imán permanente, del mismo modo se describe el proceso de sintonización, resultados y los diferentes valores obtenidos para los parámetros de los controladores.

Para posición y Velocidad se implementó un controlador tipo PID.

#### 3.1. Controlador PID.

Un controlador PID, basa su comportamiento en un lazo de realimentación y su esquema general es el de la Figura 17.



**Figura 17. Esquema general planta de proceso con controlador PID.**

Fuente: Controladores PID .- Virginia Mazzone.

En el esquema se muestra que  $R(s)$  es el valor de consigna o Setpoint,  $Y(s)$  es la variable a controlar que puede ser posición, velocidad o par, y  $U(s)$  es el esfuerzo de control generado por el controlador PID el cual ingresa a la planta modelada por  $G(s)$ .

El bloque del controlador PID puede ser de 3 formas: Interactivo, no Interactivo y paralelo.



### 3.1.1. Controlador PID interactivo.

Un controlador PID interactivo se representa con la siguiente expresión en el dominio del tiempo.

$$u_i(t) = Kci \left( \left( e(t) + \frac{1}{Tii} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \left( e(t) + Tdi \frac{de(t)}{dt} \right) \right) \quad (29)$$

Dónde:

$u_i(t)$  = Es la variable de control o esfuerzo de control.

$Kci$  = Constante proporcional interactiva

$e(t)$  = Es el error de control

$Tii$  = Constante tiempo integral interactivo.

$Tdi$  = Constante tiempo derivacion interactivo.

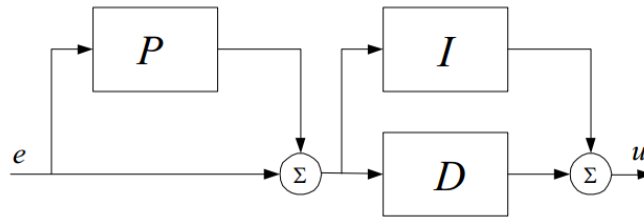
Para el Dominio de la frecuencia se tiene.

$$Ui(s) = Kci * \left( \left( e(s) + \frac{e(s)}{T_i S} \right) (e(s) + e(s) T_d S) \right) \quad (30)$$

$$Ui(s) = Kci * e(s) \left( \left( 1 + \frac{1}{T_{ii} S} \right) (1 + T_{di} S) \right) \quad (31)$$

$$Gi(S) = \frac{Ui(S)}{e(s)} = Kci * \left( \left( 1 + \frac{1}{T_{ii} S} \right) (1 + T_{di} S) \right) \quad (32)$$

La expresión (32) corresponde a la función de transferencia de un controlador PID Interactivo el cual está representado en el diagrama de bloques en la siguiente figura:



**Figura 18. Forma interactiva controlador PID.**

Fuente: APUNTES DE CONTROL PID - Ing. Mauricio Améstegui Moren.

Esta estructura del controlador PID, recibe su nombre del hecho que la constante de tiempo derivativa interactúa con la variable de tiempo integral y viceversa.

### 3.1.2. CONTROLADOR PID NO INTERACTIVO.

Un controlador PID no interactivo se representa con la siguiente expresión en el dominio del tiempo.

$$u_n(t) = K_c \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (33)$$

Dónde:

$u_n(t)$  = Es la variable de control o esfuerzo de control.

$K_c$  = Constante Proporcional.

$e(t)$  = Es el error de control.

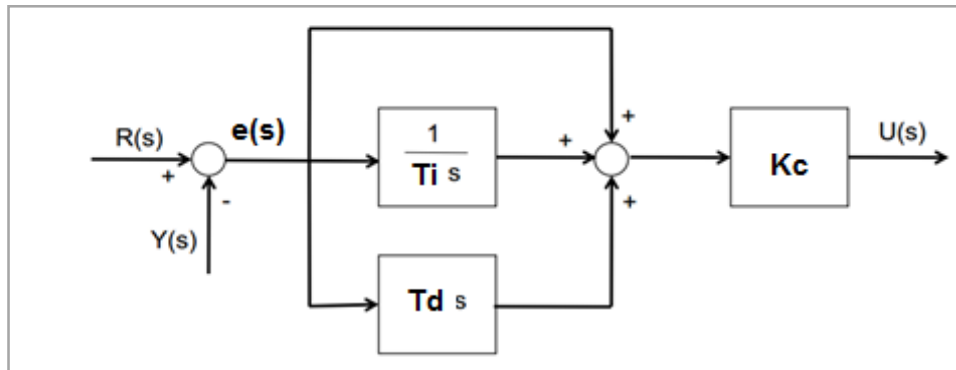
$T_i$  = Constante tiempo integral.

$T_d$  = Constante tiempo Derivacion.

La expresión (33) en el dominio de la frecuencia es:

$$G_n(S) = \frac{U_n(S)}{e(s)} = K_c * \left( 1 + \frac{1}{T_i S} + T_d S \right) \quad (34)$$

La expresión (34), representada en diagramas de bloques se muestra a continuación en la Figura 19.



**Figura 19. Forma no interactiva controlador PID**

Fuente: Material Didáctico, Aspectos Prácticos – F. Morilla.

### 3.1.3. Controlador PID paralelo.

La función de transferencia de un controlador PID en paralelo es muy similar a la de uno no interactivo ya que provienen de la misma expresión (33) de un controlador PID en el dominio del tiempo. Agrupando y pasándolo al dominio de la frecuencia se llega de la expresión (34) a la expresión (35) mostrada a continuación.

$$G(S) = K_p + \frac{K_i}{S} + K_d S \quad (35)$$

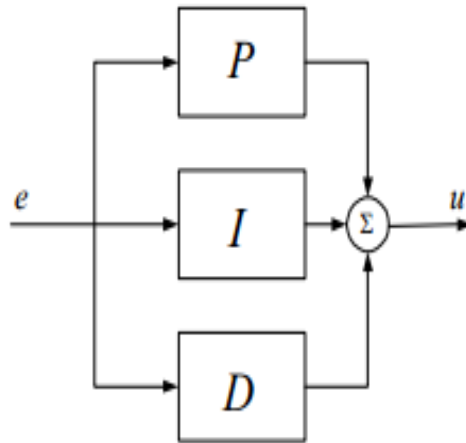
Dónde:

$K_p$  = Constante Proporcional.

$K_i$  = Constante proporcional integral.

$K_d$  = Constante proporcional de Derivacion.

La expresión (35) representada en diagrama de bloques se muestra a continuación en la Figura 20.



**Figura 20. Forma paralela controlador PID.**

Fuente: apuntes de control pid - ing. Mauricio améstegui moren.

Equivalencia entre las constantes Controlador No interactivo y controlador PID paralelo<sup>33</sup>.

$$K_p = K_c \quad (36)$$

$$K_i = \frac{K_c}{t_i} \quad (37)$$

$$K_d = K_c * T_d \quad (38)$$

---

<sup>33</sup> Fernando Morila Garcia, Aspectos prácticos del controlador PID. Dpto. de Informática y Automática ETSI de Informática, UNED, Madrid 2007. Disponible en: <http://www.dia.uned.es/~fmorilla/MaterialDidactico/Aspectos%20practicos.pdf>

### 3.1.4. CONTROL DE POSICIÓN.

Según el modelo matemático de un motor de imán permanente la función de transferencia para la posición es:

$$G_{\theta}(S) = \frac{\theta(s)}{V_a(S)} = \frac{K_t}{J_t L_a S^3 + (J_t R_a + B L_a) S^2 + (B R_a + K_e K_t) S + K_t} \quad (39)$$

Dónde:

$K_t =$  Constante de Torque

$J_t =$  Momento de Inercia del rotor.

$L_a =$  Inductancia de Armadura.

$R_a =$  Resistencia de Armadura.

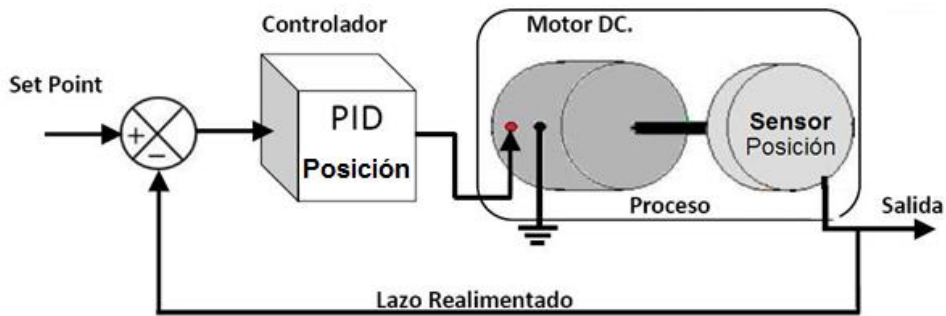
$B =$  Constante de Fricción de Coulomb.

De donde despejando  $\theta(s)$  que es la posición del rotor en Grados, se tiene:

$$\theta(s) = V_a(S) * \frac{K_t}{J_t L_a S^3 + (J_t R_a + B L_a) S^2 + (B R_a + K_e K_t) S + K_t} \quad (40)$$

De acuerdo a la ecuación característica para la posición de la expresión (40), es evidente que el único factor que se puede cambiar y controlar para controlar la posición del eje del motor es el voltaje de Armadura, ya que el resto de factores son constantes inherentes del sistema o motor DC. De esta forma se diseña el controlador en base a regular el voltaje aplicado o entregado al Motor DC o sistema, relacionándolo con la posición del motor.

El esquema general utilizado para el controlador de posición se muestra a continuación en la Figura 21.



**Figura 21. Esquema control posición con controlador PID.**

Fuente: Disponible en Internet. [www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf](http://www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf)

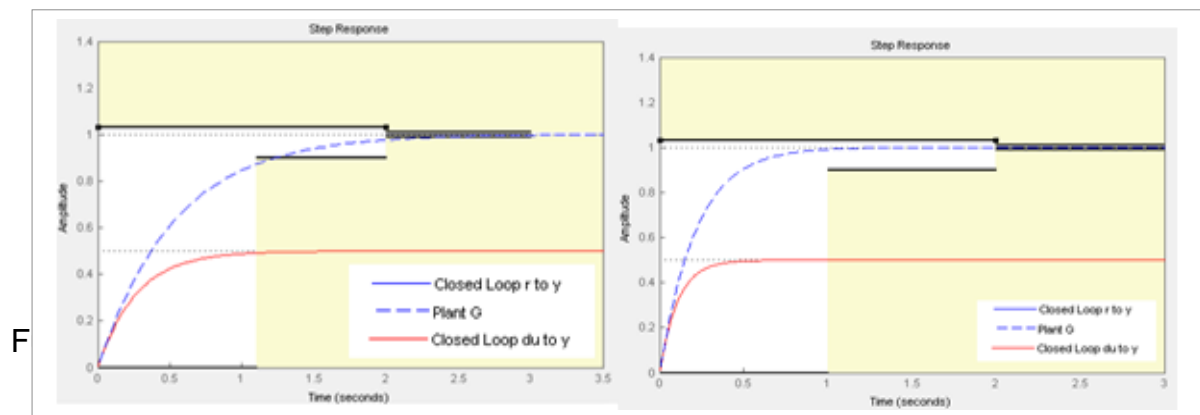
En la Figura 21, se describe un controlador tipo PID, para la posición, el cual al ser un controlador basado en la realimentación censa la posición del eje del motor en grados, y la compara con un valor de Setpoint de posición, el controlador toma la diferencia entre el valor de Setpoint y el censado y calcula un error, con este error el controlador PID haciendo uso de sus variables de control (Proporcional, integral y derivativa), calcula un valor de compensación de errores. Es este valor de voltaje que excita el motor, de esta forma su magnitud es directamente proporcional al error calculado controlando así la posición en grados del eje del motor.

En este sentido el éxito del control PID se basa en su buena sintonización, la cual consiste según la función de transferencia de la planta en calcular o encontrar las variables de control correctas para obtener el comportamiento deseado para el motor DC, el cual consiste en hacer seguimiento de consigna de posición. La sintonización de un controlador PID, es encontrar la constante de proporcionalidad que corrija los errores actuales en el sistema, encontrar la constante integral que se encarga de corregir los errores pasados, y la constante derivativa o predictiva que busca predecir los errores futuros. Un controlador PID no necesariamente implementa las tres variables de control, en ocasiones es más efectivo o da mejor resultado el implementar 1 o 2 variables de control.

La Sintonización se llevó a cabo haciendo uso de la *Guía para la sintonización de un controlador de par, posición y velocidad de un motor DC de imán permanente, que está en el anexo B*, esta guía hace uso de la herramienta Sisotool, que por medio de ayudas gráficas facilita la sintonización de las variables de control.

La sintonización sobre esta herramienta consiste en cargar la función de transferencia de posición de la expresión (40) obteniendo la curva de comportamiento del sistema sin controlar, y al ir sintonizando monitorear los cambios en esta curva hasta encontrar el comportamiento deseado.

Las curvas iniciales del sistema para las funciones de transferencia de posición en sisotool para los motores A y B se muestran a continuación en la Figura 22.

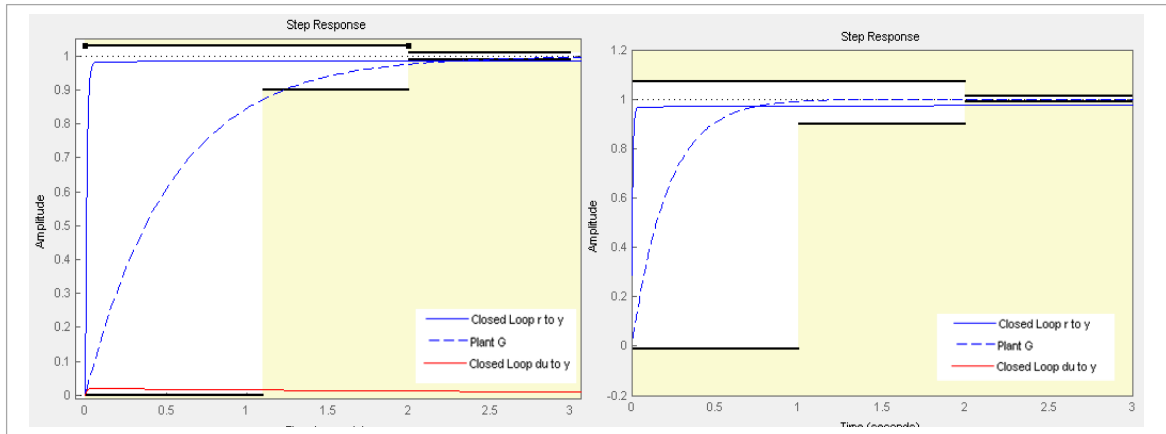


**Figura 22. Curvas comportamiento función de transferencia posición motor A y motor B respectivamente sobre sisotool.**

El objetivo es llegar a unas curvas que correspondan con los requerimientos de diseño implementados en este caso, fueron:

- Un tiempo de subida menor a 1 segundo
- Un tiempo de establecimiento menor a 2 segundos,
- Un porcentaje de sobre paso menor al 3%,
- Una ganancia de al menos 90% del valor final la cual asegura que no existan pérdidas en el sistema.

De lo anterior el resultado de la Sintonización gráfica para cada motor en Sisotool se muestra en la figura 23.



**Figura 23. Curvas resultado sintonización PID sobre función de transferencia posición Motor A y B respectivamente sobre sisotool.**

Los resultados numéricos al aplicar la guía del anexo B tanto para el motor A como el motor B de las variables de control se resumen a continuación en la Tabla 2.

Variable de control para Posición.	Motor A.	Motor B.
$K_p$	$50 \frac{\text{Grados}}{\text{V}}$	$30 \frac{\text{Grados}}{\text{V}}$
$K_i$	$12.5 \frac{\text{Grados}}{\text{V}}$	$3 \frac{\text{Grados}}{\text{V}}$
$K_d$	$0 \frac{\text{Grados}}{\text{V}}$	$0 \frac{\text{Grados}}{\text{V}}$

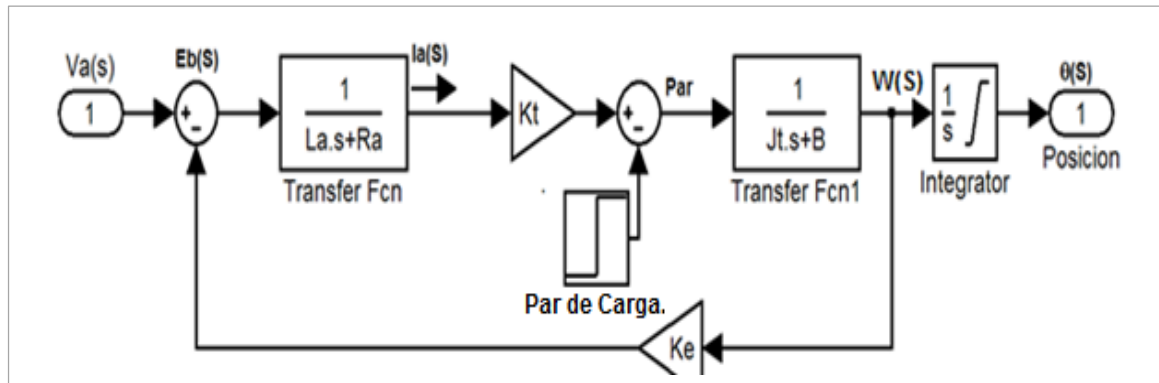
**Tabla 2. Resultados sintonización controlador posición.**

Con los datos de la tabla 3. y los parámetros encontrados en la tabla (1), se procede a simular la respuesta del sistema con un esquema de control PID sobre simulink.

Utilizando el modelo matemático de un motor DC, se creó el modelo dinámico del motor DC sobre la herramienta simulink, a la salida del motor, se inserta un

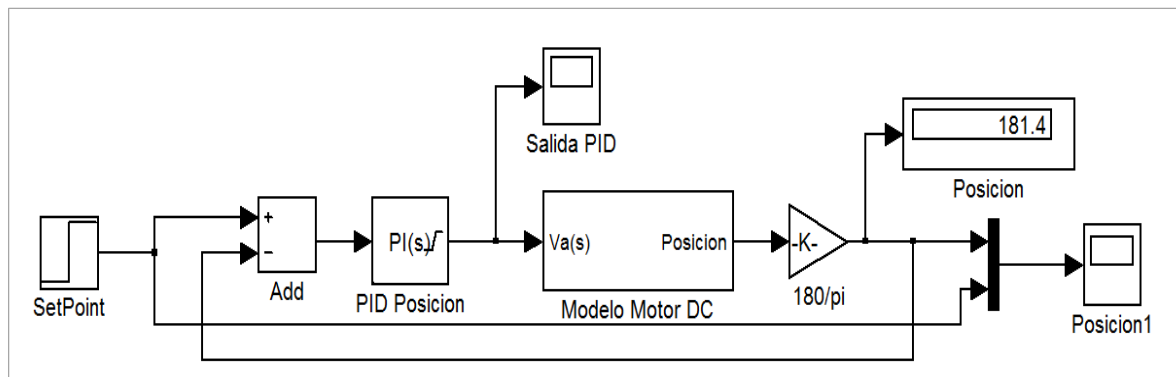


integrador limitado entre 0 y 360°. Este integrador transforma la velocidad que entrega el motor en posición. Como se muestra a continuación en la Figura 24.



**Figura 24. Modelo dinámico en simulink, para motor con salida de posición.**

Realizando el uso del modelo dinámico de posición para el motor DC de la Figura 24, se implementa en Simulink el modelo de un controlador PID en paralelo haciendo uso de las constantes de la tabla 2.



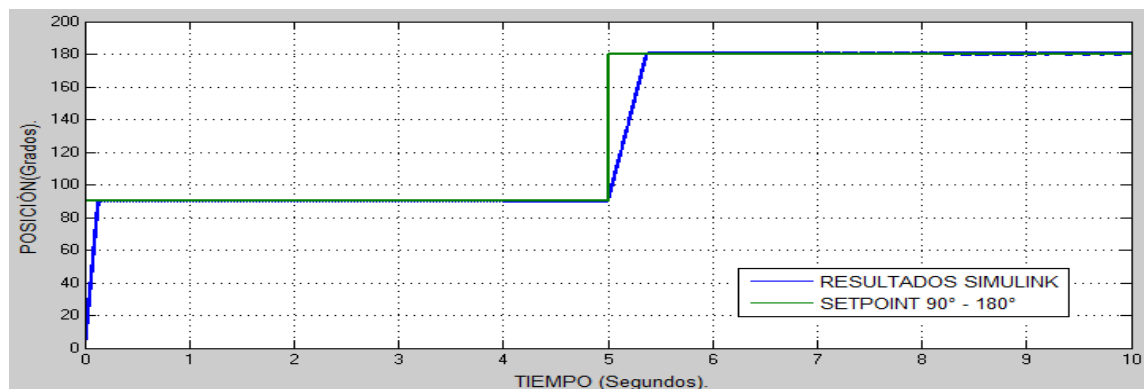
**Figura 25. Esquema controlador PID de posición sobre simulink.**

El tipo de controlador implementado fue un controlador PID paralelo. Para estas pruebas el controlador PID se limitó en 6.5 Volts y -6.5 Volts un voltaje cercano al nominal. ésto para asegurar que los resultados están dentro de los márgenes de operación real del motor.

Para realizar estas pruebas en el modelo de la Figura 24, se Ingresó un escalón en el bloque *par de carga* que inicia en 7 segundos, tiene un valor final de 0.1 Newton/metro, simula el par en un momento determinado; esto para evaluar la capacidad del controlador para corregir el error y volver al valor deseado.

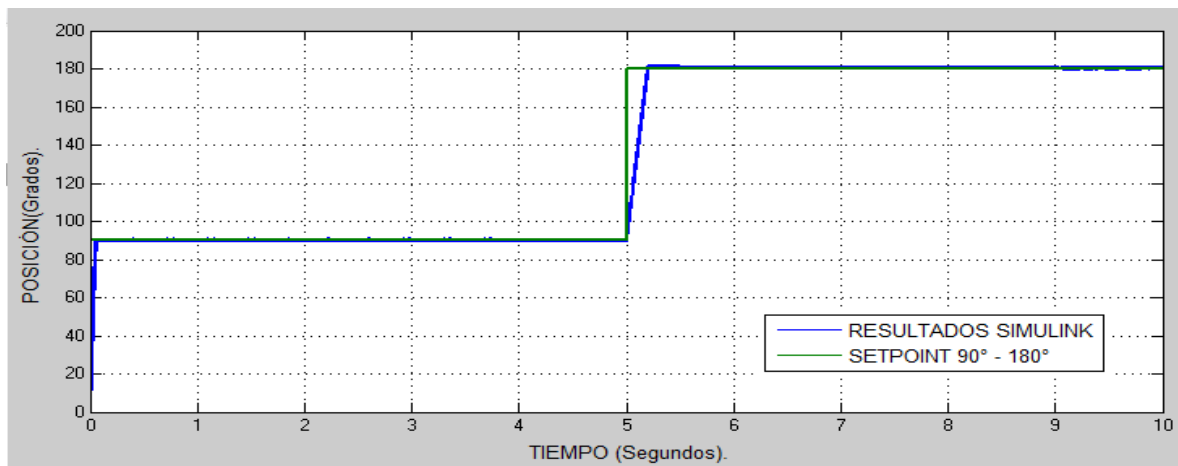
A su vez en la entrada del modelo en el bloque Setpoint de la figura 24, se aplicó a la entrada un escalón que simuló la posición final o setpoint de posición para el motor. Este valor está entre  $90^\circ$  como valor inicial y  $180^\circ$  como valor final, e Inicia en 0 segundos, esto para evaluar la respuesta al cambio de posición del controlador PID Paralelo y la eficacia de las variables de control encontradas en la sintonización.

Con estas consideraciones para las pruebas del modelo dinámico y de los parámetros sintonizados del controlador PID de posición se obtuvieron los siguientes resultados que se encuentran en las figuras 26 para el Motor A, y en la Figura 27 para el Motor B.



**Figura 26. Resultados simulación modelo dinámico para posición motor A.**

Se observa cómo la curva azul que representa el comportamiento del sistema en simulación sobre el Toolbox de simulink para el motor A, al ser afectada por el controlador y las variables de control encontradas y resumidas en la tabla, efectúa de forma exitosa el seguimiento de consigna hasta los 90 grados, luego al presentarse un cambio de posición a los 180 grados reacciona de forma eficiente, alcanzado el valor de la nueva posición. Gráficamente significa que sigue e iguala a la curva de color verde que representa los setpoint, logrando en los dos casos estabilizarse en las posiciones deseadas sin tener sobrelongaciones, ni oscilaciones.



**Figura 27. Resultados simulación modelo dinámico para posición motor B.**

Al igual que en el caso del motor A, los variables de sintonización encontradas y resumidas para el Motor B aseguran que el controlador lleve al Motor B, hasta los valores de setpoint efectuando seguimiento de consigna, reaccionando de forma eficiente frente a los cambios de posición, sin presentarse sobre elongaciones ni oscilaciones. Gráficamente se traduce al igual que en la Figura 27 que la curva azul sigue de forma eficiente el comportamiento de la curva de color verde.

### 3.1.5. CONTROL DE VELOCIDAD.

Según el modelo matemático de un motor de imán permanente la función de transferencia para la velocidad es<sup>34</sup>:

$$G_{W_m}(S) = \frac{W_m(s)}{V_a(s)} = \frac{K_t}{J_t L_a S^2 + (J_t R_a + B L_a) S + (B R_a + K_e K_t + K_t)} \quad (41)$$

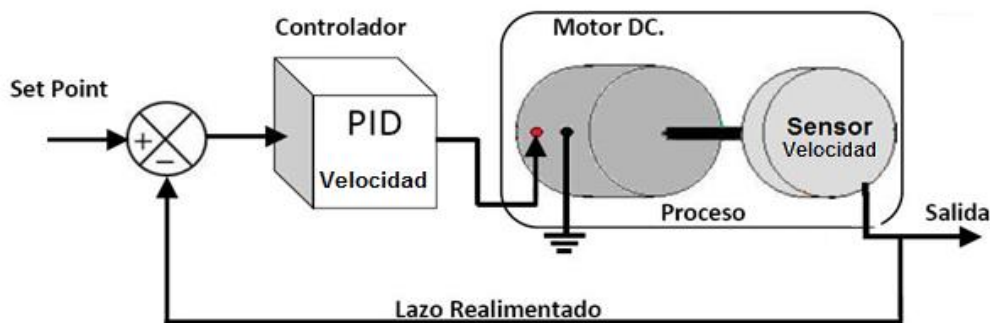
De donde despejando  $W_m(s)$  que es la velocidad del rotor en grados/s, se tiene:

<sup>34</sup> Fernando Morila Garcia, Aspectos prácticos del controlador PID. Dpto. de Informática y Automática ETSI de Informática, UNED, Madrid 2007. Disponible en: <http://www.dia.uned.es/~fmorilla/MaterialDidactico/Aspectos%20practicos.pdf>

$$W_m(s) = V_a(s) * \frac{K_t}{J_t L_a S^2 + (J_t R_a + B L_a) S + (B R_a + K_e K_t + K_t)} \quad (42)$$

De la ecuación característica de la expresión (42), es evidente que el único factor que se puede cambiar, para controlar la velocidad del eje del motor es el voltaje de Armadura, ya que el resto de factores son constantes inherentes del sistema o motor DC. De esta forma se diseña el controlador con base a regular el voltaje aplicado o entregado al Motor DC o sistema, relacionándolo con la velocidad del motor.

El esquema general utilizado para el controlador de velocidad se muestra en la Figura 28.



**Figura 28. Esquema general utilizado para el controlador de velocidad.**

Fuente: Disponible en Internet. [www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf](http://www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf),

La Figura 28, consiste en un controlador tipo PID, para velocidad, el cual al ser un controlador basado en la realimentación censa la posición del eje del motor en grados en un momento, espera un tiempo  $\Delta t$  y censa de nuevo la posición del eje del motor, calcula la variación de posición  $\Delta \theta$  y realiza la siguiente operación:

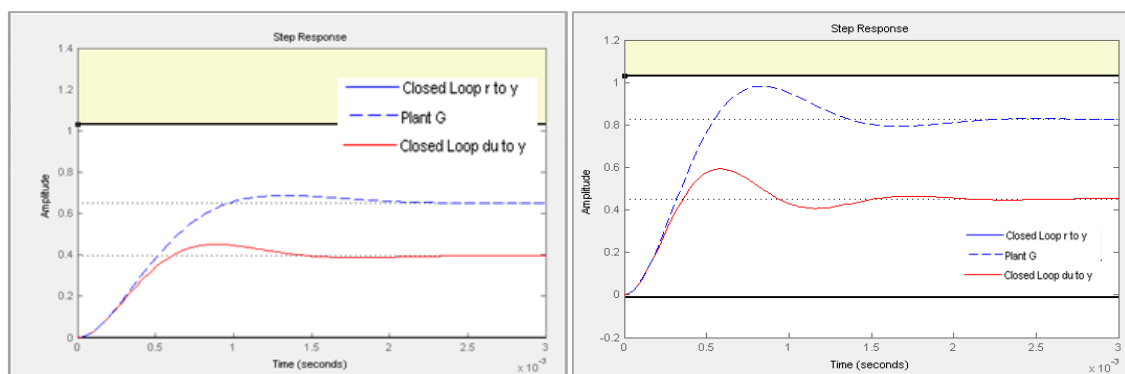
$$W(s) = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \quad (43)$$

Toma  $W(s)$  y la compara con un valor de Setpoint de velocidad, el controlador toma la diferencia entre el valor de setpoint y el censado y calcula un error. Con este error el controlador PID haciendo uso de sus variables de control (Proporcional, integral y derivativa), calcula un valor de compensación de errores. El valor de voltaje es en este caso el que excita el motor, de esta forma su magnitud es directamente proporcional al error calculado controlando así la velocidad en grados del eje del motor.

La Sintonización se llevó a cabo haciendo uso de la *Guía para la sintonización de un controlador de par, posición y velocidad de un motor DC de imán permanente* Anexo B. Esta guía hace uso de la herramienta Sisotool, que por medio de ayudas gráficas facilita la sintonización de las variables de control.

La sintonización sobre esta herramienta consiste en cargar la función de transferencia de velocidad de la expresión (42) obteniendo la curva de comportamiento del sistema sin controlar, y al ir sintonizando monitorear los cambios en esta curva hasta encontrar el comportamiento deseado.

Las curvas iniciales del sistema para las funciones de transferencia de velocidad en sisotool para los motores A y B se muestran en la figura 29.

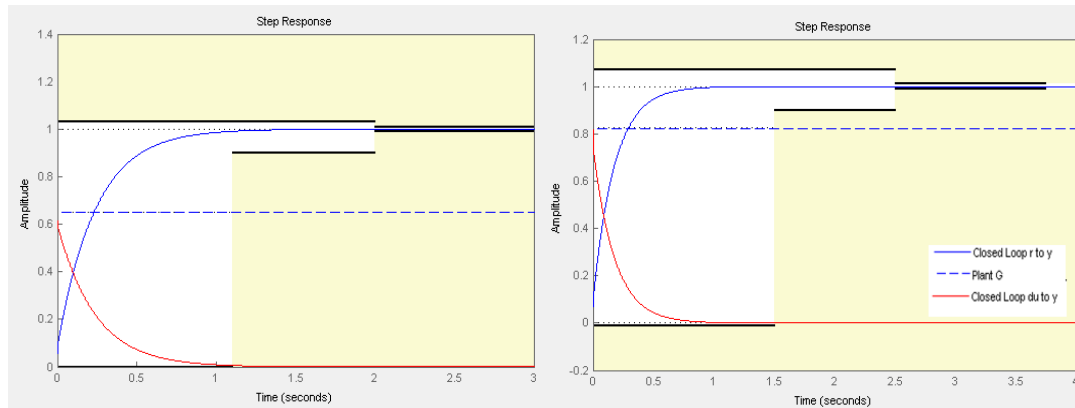


**Figura 29. Curvas comportamiento función de transferencia velocidad motor A y B respectivamente sobre sisotool.**

El objetivo es llegar a unas curvas que correspondan con los requerimientos de diseño implementados en este caso, fueron, un tiempo de subida menor a 1 segundo, un tiempo de establecimiento menor a 2 segundos, un porcentaje de

sobre paso menor al 3%, que cumpla con una ganancia de al menos 90% del valor final el cual asegura que no existan perdidas en el sistema.

El resultado de la Sintonización grafica para cada motor en Sisotool se muestran en la figura 30.



**Figura 30. Curvas resultado sintonización PID sobre función de transferencia velocidad motor A y B respectivamente sobre sisotool.**

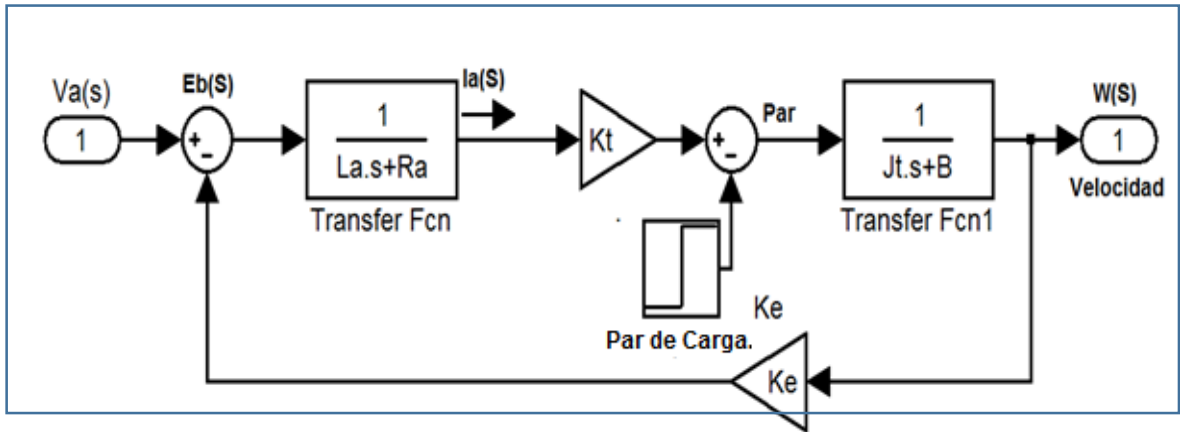
Los resultados numéricos de las variables de control para cada Motor se resumen a continuación en la Tabla 3.

Variable de control para Velocidad.	Motor A.	Motor B.
$K_{pv}$	$0.14 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$	$0.1275 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$
$K_{iv}$	$7 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$	$7.50 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$
$K_{dv}$	$0 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$	$0 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$

**Tabla 3. Resultados sintonización controlador velocidad**

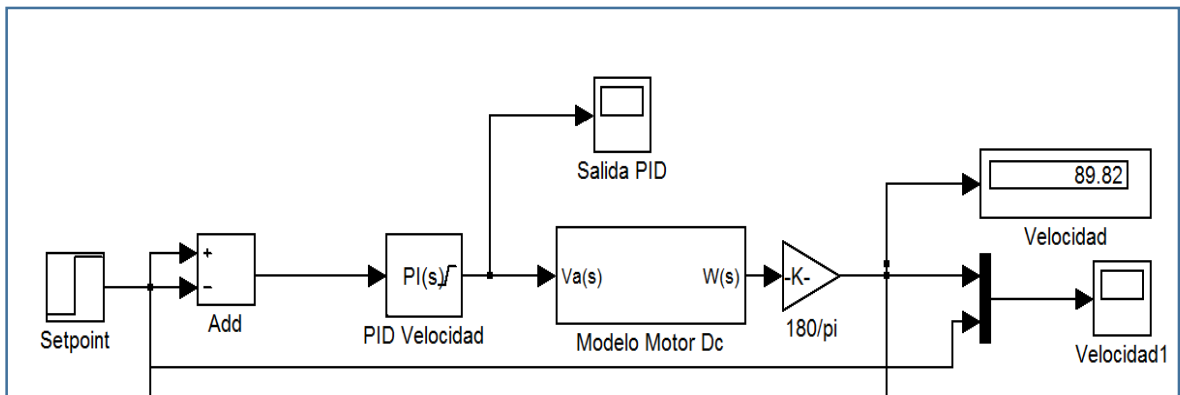
Con los datos de la tabla 3 y los parámetros encontrados en la tabla 2 (tabla de parámetros), se procede a simular la respuesta del sistema con un esquema de control PID sobre Simulink.

Utilizando el modelo matemático de un motor DC, se creó el modelo dinámico del motor DC para velocidad sobre la herramienta Simulink ilustrado en la figura 31.



**Figura 31 Modelo dinámico en simulink, para motor con salida de velocidad.**

Haciendo uso del modelo dinámico de velocidad para el motor DC de la Figura 31 se implementa en Simulink el modelo de un controlador PID en paralelo ilustrado en la figura 32.



**Figura 32. Esquema controlador PID de velocidad sobre simulink.**

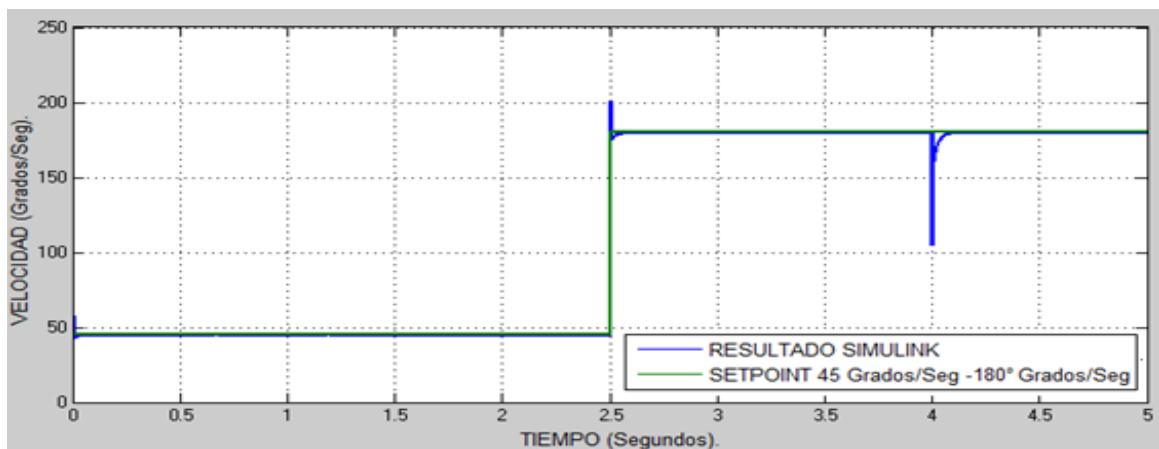
El tipo de controlador implementado fue un controlador PID paralelo. Para estas pruebas el controlador PID al igual que el control de posición se limitó en 6.5 Volts y

-6.5 Volts un voltaje cercano al nominal; ésto para asegurar que los resultados están dentro de los márgenes de operación real del motor.

Para realizar estas pruebas en el modelo de la figura 30. Se Ingresó un escalón en el bloque *Par de carga* que inicia en 7 segundos, tiene un valor final de 0.1 Newton/metro, que simula el par en un momento determinado. Esto para evaluar la capacidad del controlador para corregir el error y volver al valor deseado.

A su vez en la entrada del modelo en el bloque Setpoint de la figura 30, se aplicó a la entrada un escalón que simuló la posición final o setpoint de posición para el motor. Este valor está en  $90^\circ$  como valor inicial y  $180^\circ$  como valor final, e inicia en 0 segundos. Esto para evaluar la respuesta al cambio de posición del controlador PID Paralelo y la eficacia de las variables de control encontradas en la sintonización.

Con estas consideraciones para las pruebas del modelo dinámico y de los parámetros sintonizados del controlador PID velocidad se obtuvieron los siguientes resultados que se encuentran en la Figura 33 para el motor A, y en la Figura 34 para el motor B.

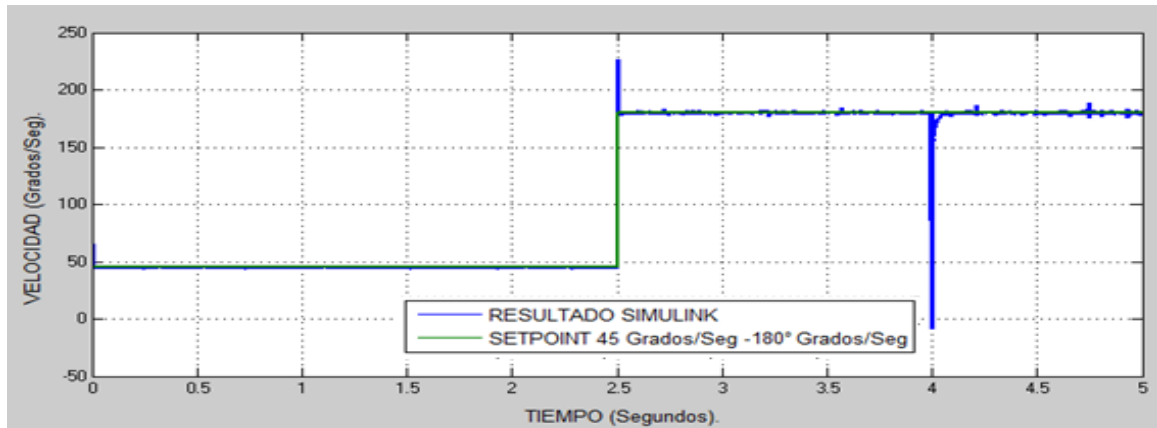


**Figura 33. Resultados simulación modelo dinámico para Velocidad Motor A.**

En la figura 33, se muestra cómo la sintonización de las variables de control para el motor A y el control de velocidad fueron exitosas, puesto que la curva de color azul que representa el cambio de velocidad en el motor A, sigue el comportamiento de la curva de color verde que representa los setpoint. Se puede observar claramente de esta forma cómo el controlador logra hacer seguimiento de consigna de velocidad y se comporta de manera eficiente a los cambios de velocidad. A los 4 segundos, se



presenta una caída de la velocidad por cuanto es en este punto donde se introdujo un disturbio el cual es una carga de 0.1 Newton/metro, pero se puede ver cómo el controlador corrige el error y continua de forma exitosa el seguimiento de consigna.

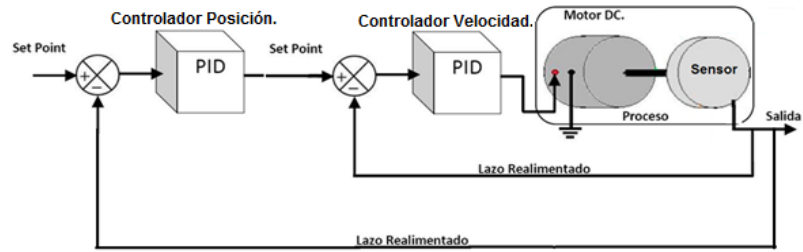


**Figura 34. Resultados simulación modelo dinámico para velocidad motor B.**

En la Figura 34, se analiza que al igual que en el caso del motor A, la curva de color azul que representa los cambios de velocidad del motor B, sigue de forma eficiente la curva de color verde que representa los setpoint de velocidad. De esta forma se puede observar como el comportamiento del controlador de velocidad y la sintonización fueron exitosas por cuanto el sistema efectúa seguimiento de consigna frente a los cambios de velocidad y disturbios, por cuanto a los 4 segundos al introducir la carga simulada, el motor B presenta una caída de velocidad pero el controlador logra corregir el error y continuar el seguimiento de consigna.

### **3.1.6. CONTROLADOR PID HÍBRIDO EN CASCADA.**

Ya que debe implementarse una articulación rotoide se utilizó un controlador PID híbrido en cascada, que controle velocidad y posición. El esquema general utilizado se muestra a continuación en la figura 35



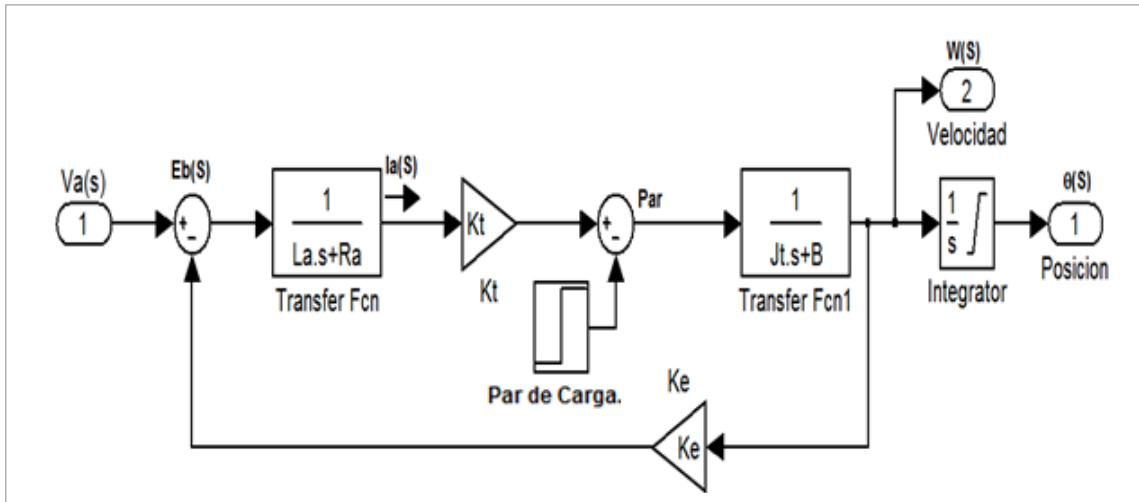
**Figura 35. Esquema controlador PID híbrido en cascada de velocidad y posición.**

Fuente: Disponible en Internet. [www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf](http://www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf),

Enfáticamente el funcionamiento del esquema consiste, en un controlador PID de posición, el cual está limitado con la velocidad de Setpoint entre -90 Grados/Seg, y 90 Grados/Seg; tiene como realimentación la posición censada a la salida del sistema la cual junto al Setpoint de posición, se usan para calcular el error, y con ayuda de las variables de control para posición, entregar una salida de compensación de errores. El integrador en la salida del modelo está limitado entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ , la función de este integrador es tomar la velocidad entregada por el motor y convertirla en posición.

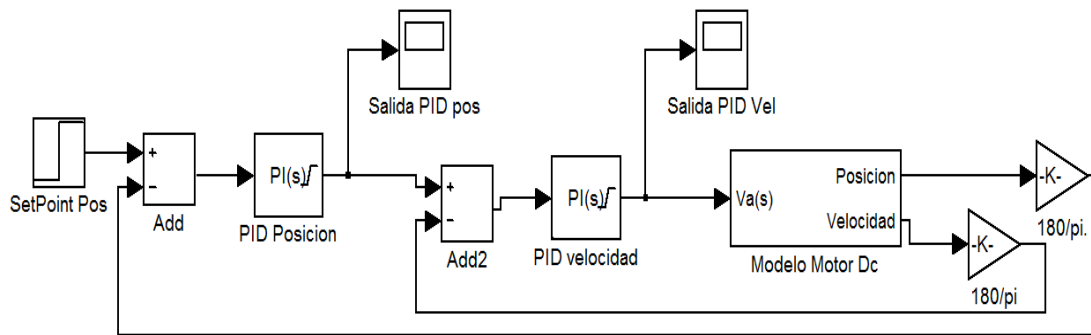
Este valor de control o de compensación a la salida del controlador de posición se usa como entrada o setpoint en el controlador PID de velocidad el cual está limitado entre -6.5 y 6.5 Voltios; esto para asegurar que la simulación se comporte dentro de los rangos de operación del motor, que la compara con la velocidad de salida censada, y calcula un error que con ayuda de las variables de control para velocidad entrega un valor de control o de compensación de errores. Es este valor a la salida del controlador de velocidad el que alimenta el motor y permite ejercer control de posición y velocidad sobre él.

Haciendo uso del modelo matemático de un motor DC, se crea el modelo dinámico de un motor DC, con salidas de posición y Velocidad ilustrado a continuación en la Figura 36.



**Figura 36. Modelo dinámico motor DC con salidas de velocidad y posición.**

Con base en los resultados de la tabla (1) y resultados de parametrización en la Tabla (2), resultados Sintonización, para cada motor se realizó el modelo dinámico de un controlador híbrido en cascada sobre Simulink, para realizar pruebas sobre las variables de control encontradas en la herramienta de sintonización Sisotool. El modelo se muestra a continuación en la Figura 37.



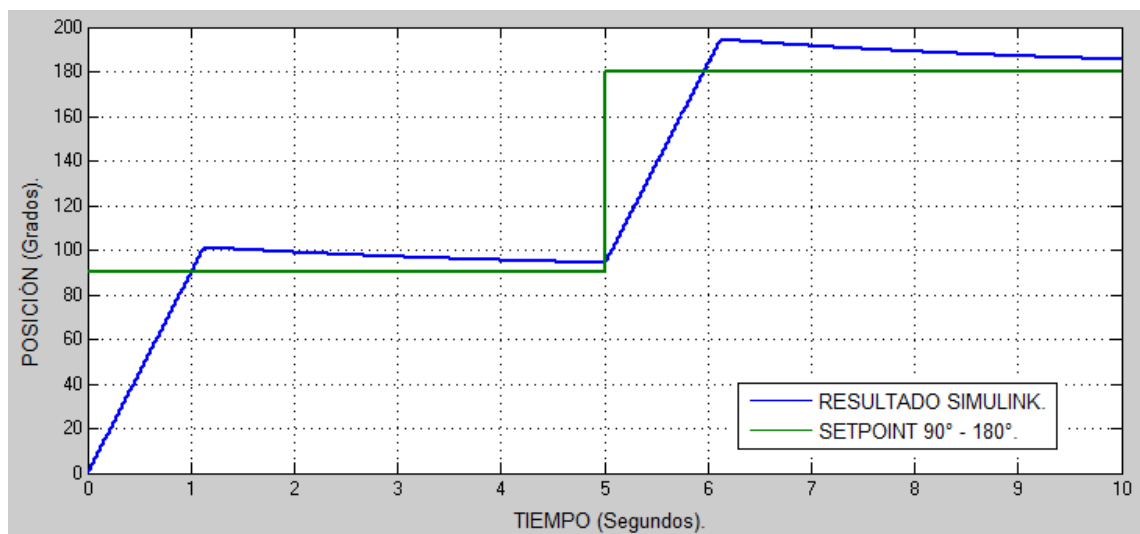
**Figura 37. Esquema controlador PID híbrido en cascada de velocidad y posición.**

Con base en los resultados de Sintonización de la Tabla 3. se hicieron pruebas sobre simulink para evaluar el comportamiento de las variables de control encontradas de forma independiente.

Para realizar estas pruebas en el modelo de la Figura 36. se ingresó un escalón en el bloque *Par Aplicado* que inicia en 4 segundos, tiene un valor final de 0.1 Newton/metro, simula el par en un momento determinado. Esto para evaluar la capacidad de los controladores para corregir el error y volver al valor deseado.

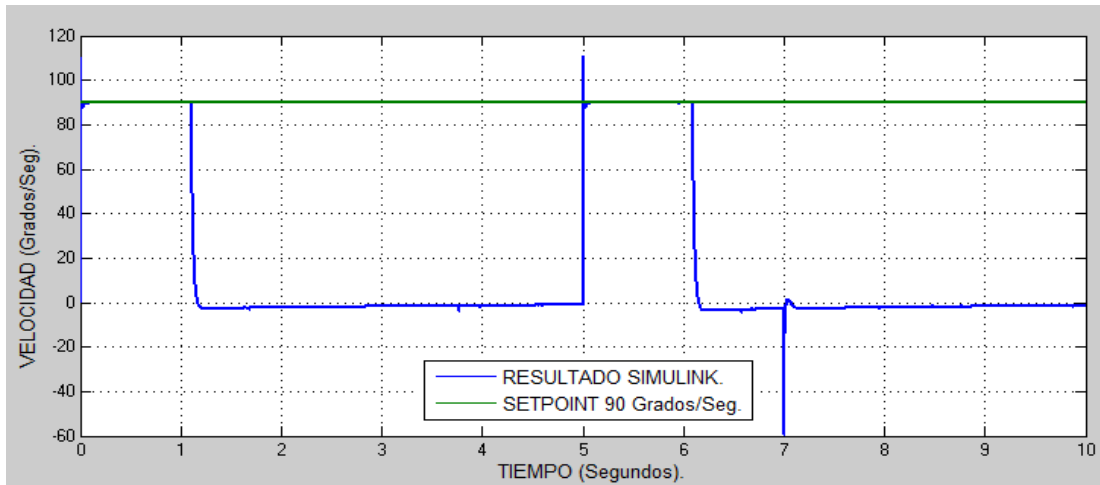
A su vez en la entrada del modelo en el bloque Setpoint posicion de la figura 37, se aplicó a la entrada un escalón que simulo la posición final o setpoint de posición para el motor. Este valor está en  $90^\circ$  como valor inicial y  $180^\circ$  como valor final, e Inicia en 0 segundos. Esto para evaluar la respuesta al cambio de posición del controlador PID Paralelo y la eficacia de las variables de control encontradas en la sintonización.

Se tienen los resultados para el motor A en las figuras 38 y 39, y para el motor B en la figuras 40 y 41.



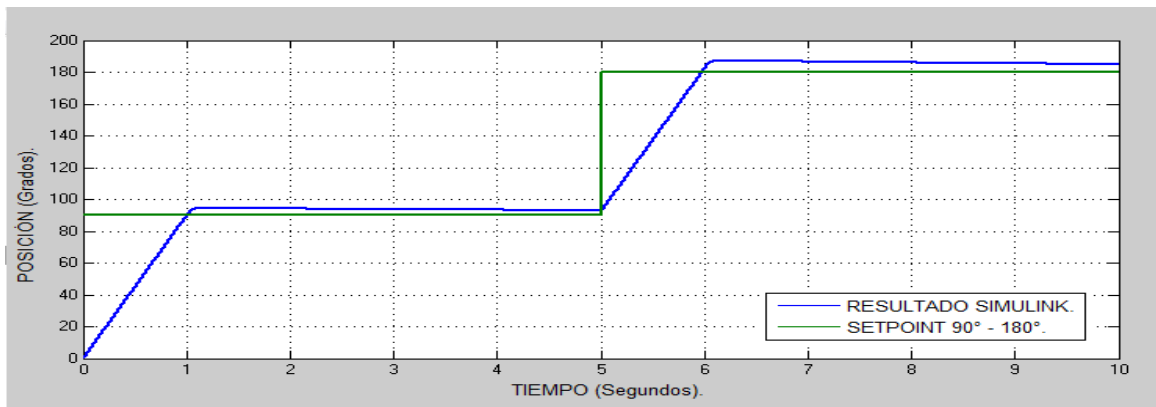
**Figura 38. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada sintonización Individual de parámetros de posición y velocidad curva de posición, motor A.**

Se observa claramente en la Figura 38 cómo la curva de color azul que representa la posición del eje motor A, no sigue la curva de color verde que representa los setpoint, Se presentan sobrepasos importantes y se puede evidenciar que no se logra durante la simulacion alcanzar las posiciones de setpoint deseadas por cuanto el seguimiento de consigna es erróneo.



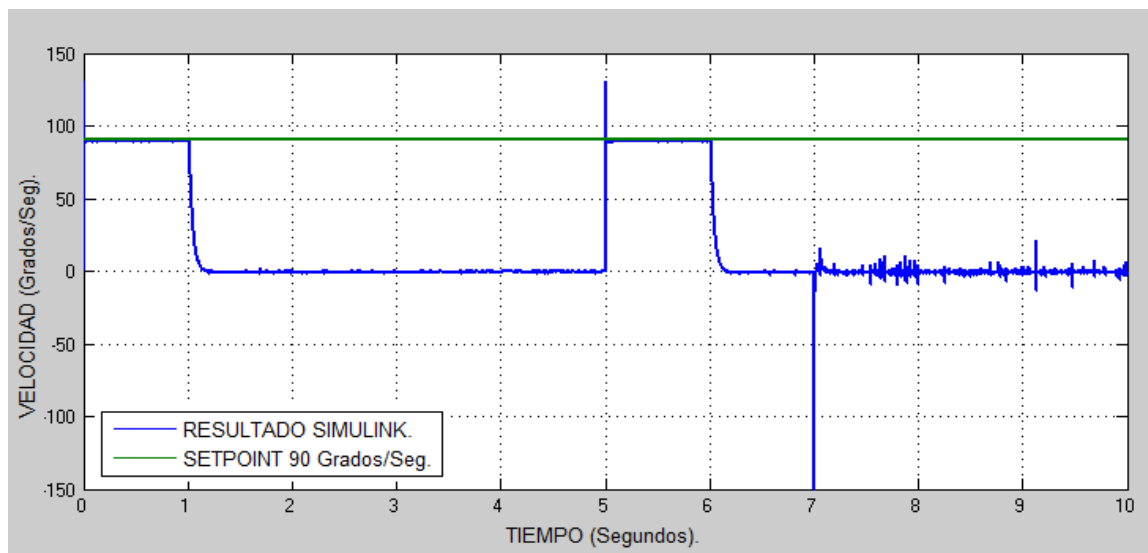
**Figura 39. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada sintonización individual de parámetros de posición y velocidad curva de velocidad motor A.**

En la Figura 39, se evidencia que el controlador logra efectuar seguimiento de consigna de forma relativamente exitosa, ya que la curva de color azul que representa los cambios de velocidad del motor A sigue a la curva de color verde que representa los setpoint, lo cual significa que la función de transferencia para velocidad del motor A, corresponde con un sistema de por sí estable.



**Figura 40. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada sintonización Individual de parámetros de posición y velocidad curva Posición Motor B.**

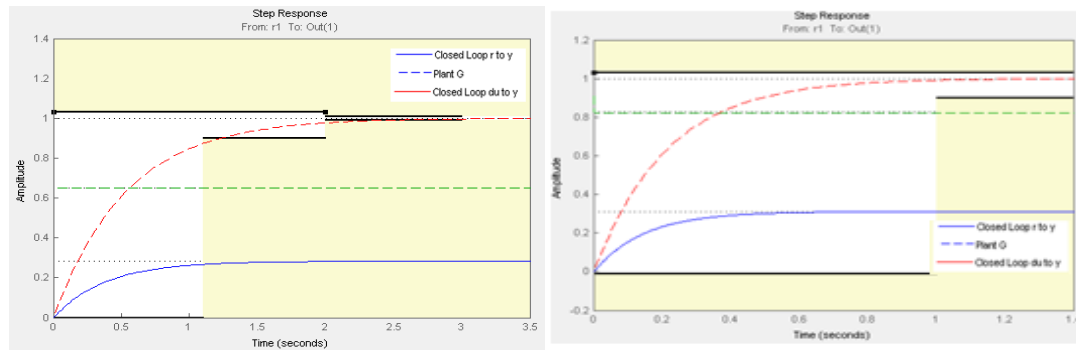
En la Figura 40, se muestra que la curva de color azul que representa la posición del eje del motor B, no sigue de forma exitosa la proyección de la curva de color verde, por cuanto el controlador no logra efectuar seguimiento de consigna. Se presentan sobreelongaciones, y en la simulación, no se logra llegar a los puntos de setpoint.



**Figura 41. Sintonización Controlador PID Híbrido en cascada.**

En la Figura 41, puede observarse cómo la curva de color azul que representa los cambios de velocidad en el motor B hace seguimiento de consigna tiene una respuesta relativamente buena a los cambios y disturbios lo que significa que la velocidad para el motor B es un sistema estable.

De los resultados de las pruebas realizadas para un controlador en cascada con las variables de control encontradas de forma independiente se puede concluir que para obtener un buen comportamiento por parte del controlador PID híbrido en cascada, éste debe ser sintonizado de nuevo sobre la herramienta Sisotool. Por cuanto fue evidente que en ninguno de los motores A o B se logró seguimiento de consigna eficiente, se procedió a la sintonización de un controlador PID híbrido en cascada.

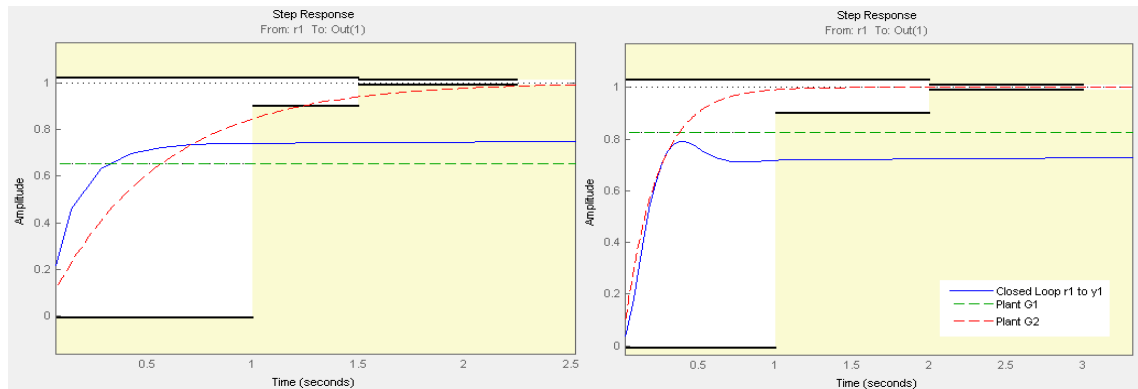


**Figura 42. Curvas comportamiento función de transferencia posición y velocidad controlador PID en cascada motor A y motor B respectivamente sobre sisotool.**

En la figura 42, presentada anteriormente tienen como, objetivo llegar a unas curvas que correspondan con los requerimientos de diseño implementados. En este caso, fueron:

- Un tiempo de subida menor a 1 segundo.
- Un tiempo de establecimiento menor a 2 segundos.
- Un porcentaje de sobre pasó menor al 3%.
- Una ganancia de al menos 90% del valor final la cual asegura que no existan perdidas en el sistema.

El resultado de la Sintonización para cada motor en Sisotool se muestra a continuación en la Figura 43.



**Figura 43. Curvas resultado sintonización PID sobre función de transferencia de posición y velocidad Controlador PID Híbrido en cascada para Motor A y Motor B.**

Los resultados numéricos al aplicar la guía del anexo B, tanto para el motor A, como el motor B de las variables de control, se resumen a continuación en las Tablas 4 y 5.

Variable de control para Posición.	Motor A.	Motor B.
$K_p$	$3 \frac{\text{Grados}}{v}$	$2.5 \frac{\text{Grados}}{v}$
$K_i$	$0.015 \frac{\text{Grados}}{v}$	$0.05 \frac{\text{Grados}}{v}$
$K_d$	$0 \frac{\text{Grados}}{v}$	$0 \frac{\text{Grados}}{v}$

**Tabla 4. Variables de control para posición sintonización en cascada.**

Variable de control para Velocidad.	Motor A.	Motor B.
$K_{pv}$	$14 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot v}$	$0.1275 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot v}$



$K_{iv}$	$7 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$	$7.5 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$
$K_{dv}$	$0 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$	$0 \frac{\text{Grados}}{\text{Segundo} \cdot V}$

**Tabla 5. Variables de control para velocidad Sintonización en cascada.**

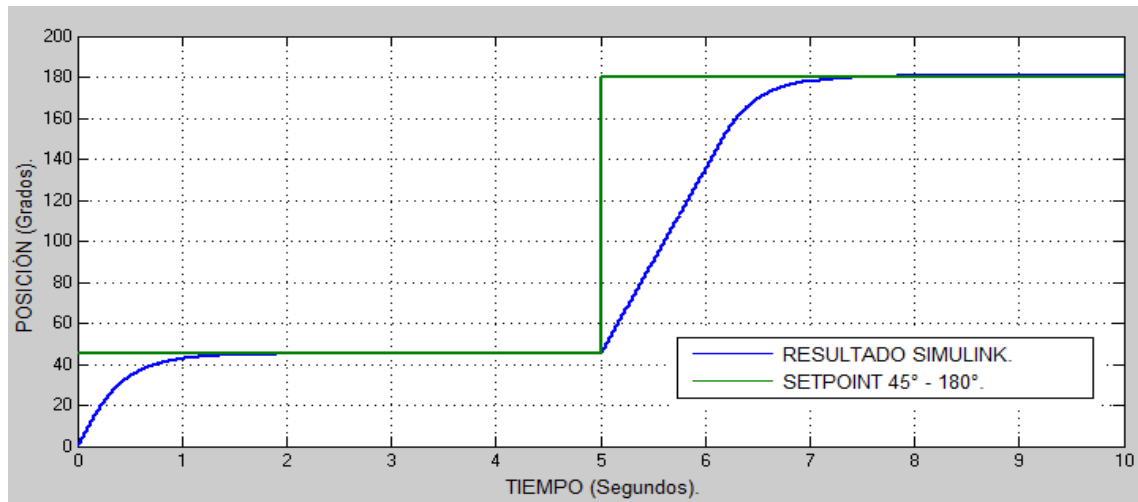
Con los datos de la tablas 4 y 5, y los parámetros encontrados en la tabla 1, se procede a simular la respuesta del sistema con el modelo dinámico de la figura 29 y el esquema de control PID sobre simulink de la figura 30.

Se hicieron pruebas sobre simulink para evaluar el comportamiento de las variables de control encontradas en cascada.

Para realizar estas pruebas sobre el modelo de la figura 36. se ingresó un escalón en el bloque *Par Aplicado* que inicia en 7 segundos, tiene un valor final de 0.1 Newton/metro, simula el par en un momento determinado. Esto para evaluar la capacidad de los controladores para corregir el error y volver al valor deseado.

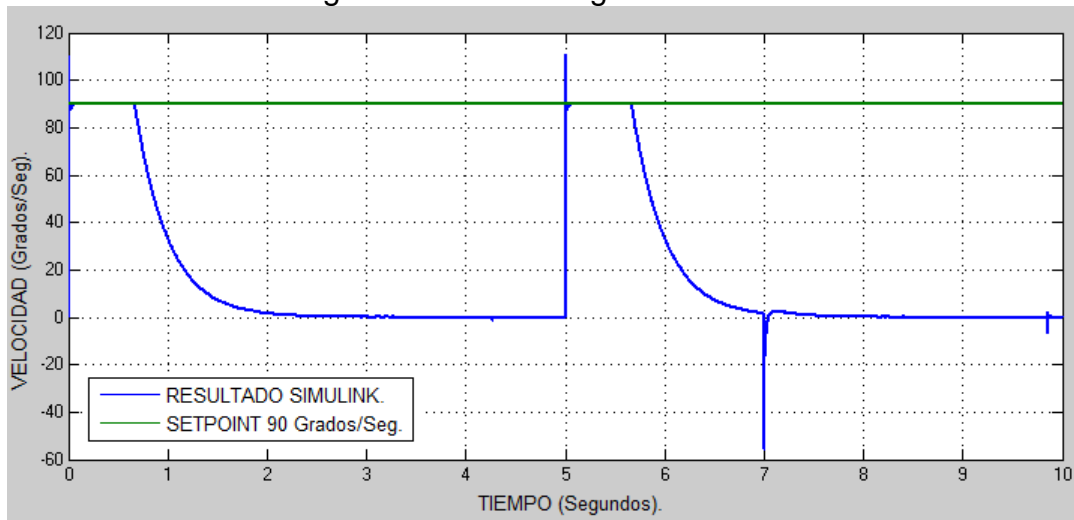
A su vez en la entrada del modelo en el bloque *Setpointpos* de la figura 37, se aplicó a la entrada un escalón que simuló la posición final o setpoint de posición para el motor. Este valor esta entre 45° como valor inicial y 180° como valor final, e Inicia en 0 segundos. Esto para evaluar la respuesta al cambio de posición del controlador PID paralelo y la eficacia de las variables de control encontradas en la sintonización.

Se tienen los resultados de la simulación del modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad, para el motor A ilustrados en las figuras 44 y 45.



**Figura 44. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor A.**

En la figura 44, se muestra cómo la curva de color azul que representa la posición del eje del motor sigue de forma suave la curva de color verde que representa los setpoint de posición. Se observa como el controlador de posición hace seguimiento de consigna, de forma suave y estable, y reacciona de manera eficaz frente a los disturbios, ya que al verse afectado en el segundo 7, por una carga no presenta caídas ni cambios en el seguimiento de consigna.

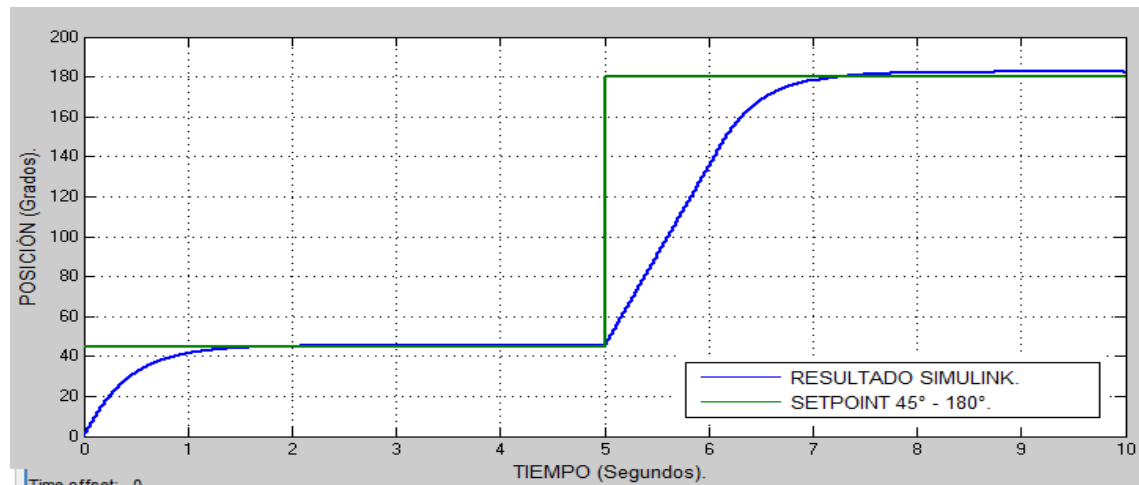


**Figura 45. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva Velocidad Motor A.**

En la Figura 45, la curva de color azul que representa los cambios de velocidad del motor sigue de forma exitosa la curva de color verde que representa el setpoint de velocidad. Se observa cómo el controlador hace seguimiento de consigna de forma

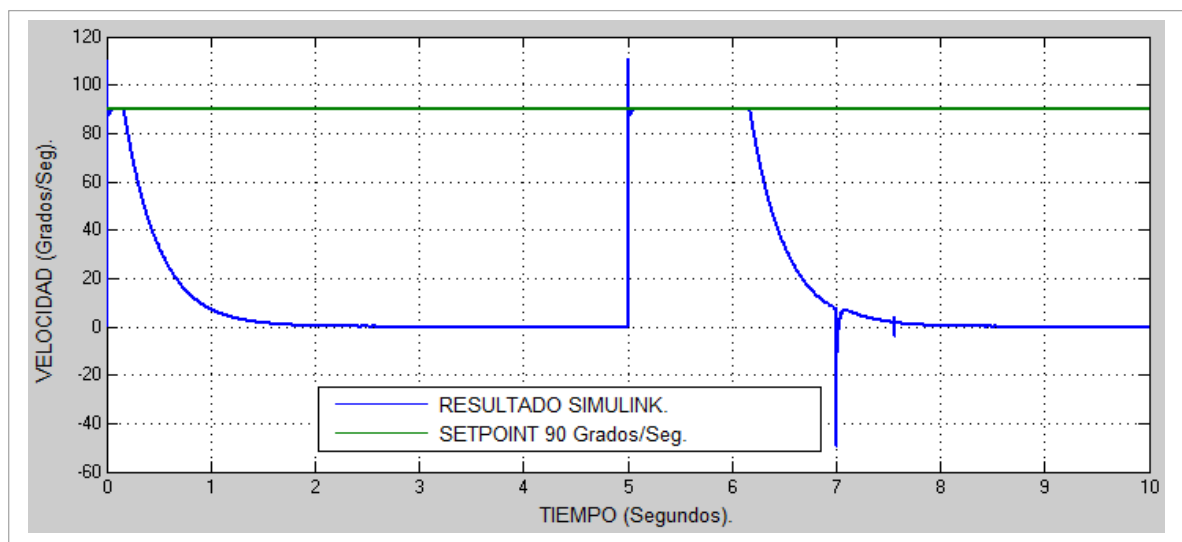
eficaz, y presenta un comportamiento adecuado al ser sometido a disturbios como la inserción de una carga en el segundo 7.

Los resultados de simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad del motor B se ilustran a continuación en la figuras 46 y 47.



**Figura 46. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor B.**

En la figura 46, puede observarse cómo la curva de color azul que representa la posición del eje del motor sigue de forma eficiente con suavidad la curva de color verde que representa el setpoint, se puede observar cómo el seguimiento de consigna para el motor B producido por el controlador con las variables sintonizadas en cascada es exitoso, por cuanto presenta un comportamiento más que satisfactorio frente a los cambios de posición y la inserción de disturbios, como la inserción de una carga en el segundo 7.



### **Figura 47. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva Velocidad motor B.**

En la figura 47, la curva de color azul, representa los cambios de velocidad del motor B, sigue de forma exitosa la curva de color verde que representa el setpoint de velocidad. De esta forma se confirma que la sintonización de las variables de control para la velocidad fueron exitosas, por cuanto en las curvas, es evidente que el sistema con el controlador hacen seguimiento de consigna y logran establecerse de forma eficiente en la velocidad de setpoint. También se puede observar cómo el controlador reacciona para controlar errores y continua haciendo seguimiento de consigna sin presentarse sobre elongaciones ni oscilaciones indeseadas.

De los resultados anteriores de simulación sobre el Toolbox de simulink se puede decir que la sintonización en cascada fue exitosa y necesaria cuando se desee implementar un controlador PID híbrido en cascada por cuanto cuando se sintonizan los parámetros de forma individual no se comportan de forma eficiente en una configuración híbrida; por esta razón se hace más que necesaria la sintonización de un controlador PID híbrido en cascada sobre la herramienta Sisotool. Esta sintonización se llevó a cabo siguiendo la Guía del anexo B.

### **3.2. CONTROL DE PAR.**

Teniendo en cuenta los parámetros del modelo matemático de un motor de imán permanente, su función de transferencia característica, se relaciona con la corriente de armadura según la expresión (3); se destaca:

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - E_b(s)}{sL_a + R_a}$$

Se tiene que:

$$G_{par}(S) = \frac{T_m(s)}{I_a(s)} = K_e \quad (44)$$

Dónde:

$T_m$  = Torque mecanico del Rotor.

$I_a$  = Corriente de armadura. (Amperios)

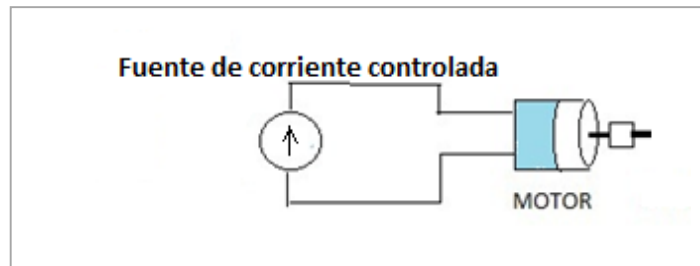
$K_e$  = Constante Electromotriz.

Para los motores de DC de imán permanente la constante electromotriz es igual que la Constante de torque  $K_t$ , por cuanto despejando el Torque mecanico del Rotor. de la expresión (44), se tiene:

$$T_m(s) = K_t * I_a(s) \quad (45)$$

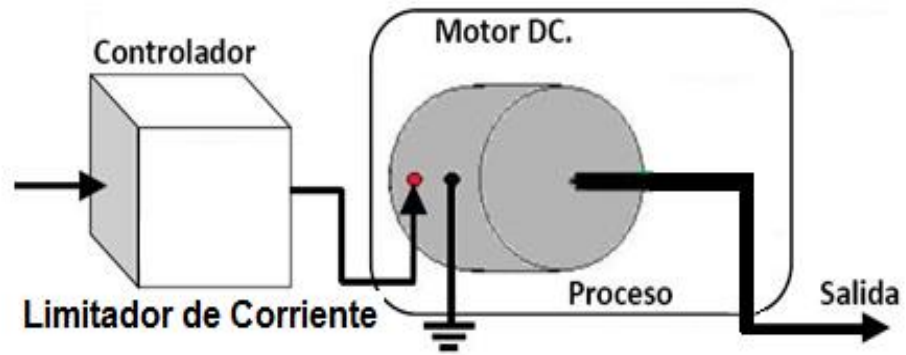
Donde es evidente que  $K_t$  al ser una constante inherente del sistema no se puede variar, por cuanto la única forma de controlar el torque o par generado por el rotor del motor es controlando la corriente de armadura.

La corriente de armadura se controla, limitando la corriente de entrada del motor, convirtiendo así el control de par en crear una fuente de corriente variable independiente del voltaje aplicado al motor. Como se presenta en la Figura 48.



**Figura 48. Motor DC de imán permanente con fuente de corriente controlada.**

El tipo de controlador implementado para el control de par es un controlador proporcional, no realimentado, el esquema general se ilustra en la Figura 49.

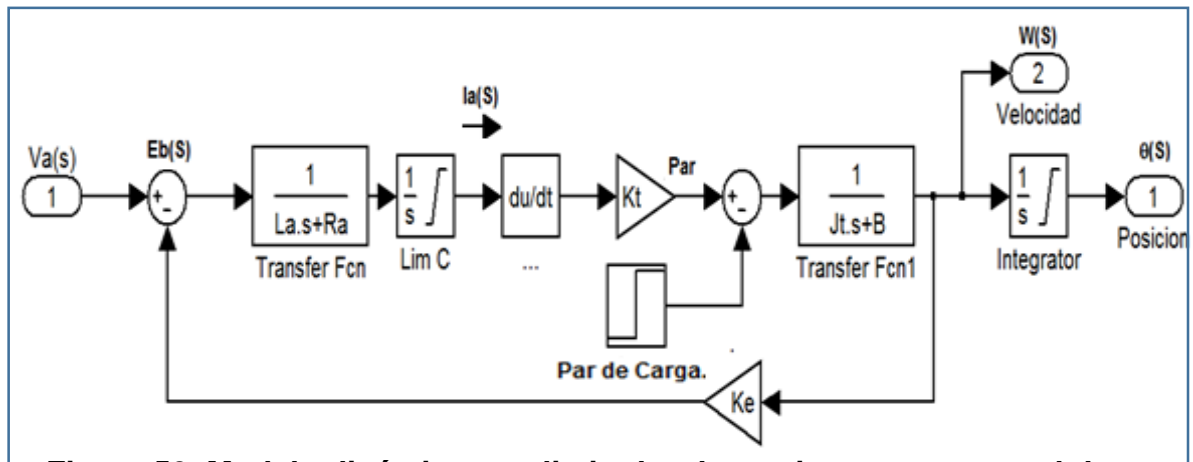


**Figura 49. Esquema Controlador Proporcional de Par.**

Fuente: Disponible en Internet. [www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf](http://www.iit.upcomillas.es/pfc/resumenes/4fbd1db995748.pdf).

En la Figura 49, el bloque control limitador de corriente, independientemente del voltaje, cambia su resistencia interna para mantener el voltaje constante mientras cambia la corriente que alimenta el motor.

Para efectos de simulación al requerirse para la articulación rotoide implementar un controlador de posición, velocidad y par, éste se creó usando el modelo matemático de un motor DC el modelo dinámico en Simulink que permitiera, obtener un comportamiento cercano del controlador de Par, junto con los controladores de velocidad y posición en cascada el modelo dinámico del motor, utilizado para la simulación del modelo, que no fue el implementado físicamente por cuanto el controlar la corriente en el punto del modelo de simulación es imposible, pero que para efectos de pruebas el resultado es el mismo, limitar la corriente manteniendo el voltaje sin alteraciones. Se procede a realizar las mismas pruebas que para el controlador híbrido de posición y velocidad.



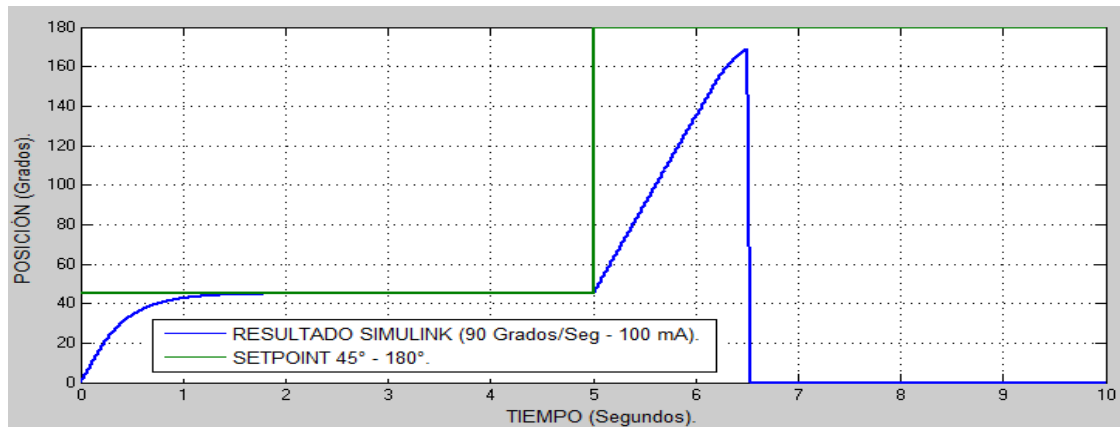
**Figura 50. Modelo dinámico con limitador de corriente para control de par sobre Simulink.**

Se procedió a ingresar un escalón en el bloque *Par Aplicado* que inicia en 7 segundos, tiene un valor final de 0.1 Newton/metro, simula el par en un momento determinado. Esto para evaluar la capacidad de los controladores para corregir el error y volver al valor deseado, limitando la corriente a 100 mA.

A su vez en la entrada del modelo en el bloque Setpoint de la figura 43, se aplicó a la entrada un escalón que simulo la posición final o setpoint de posición para el motor. Este valor está en  $45^\circ$  como valor inicial y  $180^\circ$  como valor final, e Inicia en 0 segundos, esto para evaluar la respuesta al cambio de posición del controlador PID paralelo y la eficacia de las variables de control encontradas en la sintonización.

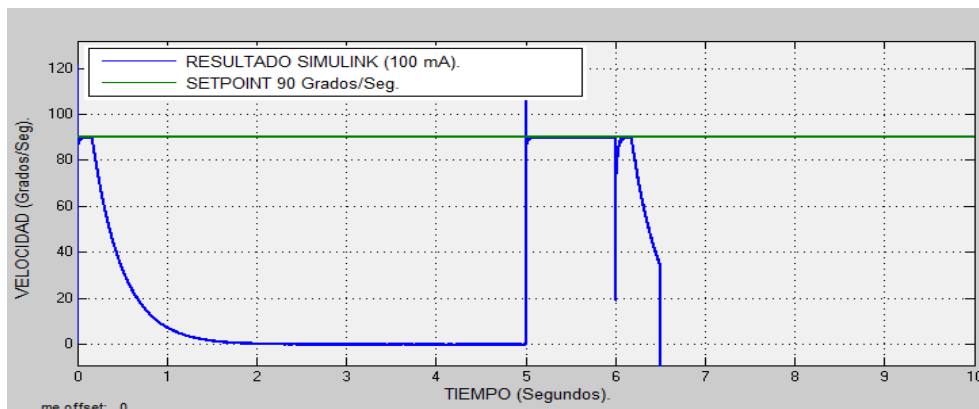
La idea de realizar las mismas pruebas sobre el modelo del controlador de posición, par y velocidad, son demostrar que se tiene el mismo comportamiento por parte de los controladores PID híbridos en cascada mientras se controla la corriente, y por ende el par, y ver el efecto de limitar la corriente y par, esto se hace limitando tanto la corriente que el sistema se vea afectado de forma crítica por el par seleccionado.

Los resultados para el motor A se ilustran en la Figuras 51 y 52



**Figura 51. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva posición motor A con corriente limitada en 100 mA.**

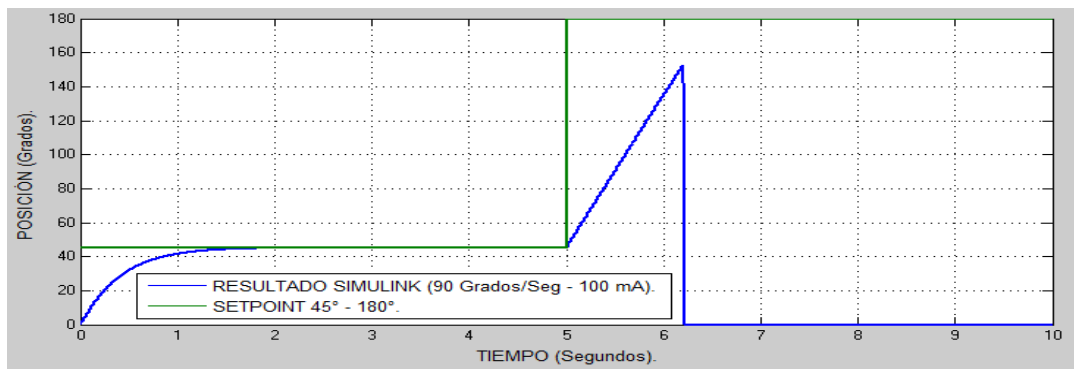
En la Figura 51, se evidencia cómo el sistema aún con la corriente limitada a 100 mA, continúa ejerciendo seguimiento de consigna por cuanto la curva azul que representa la posición del motor A sigue la curva verde que representa los setpoint; esto hasta el momento en el cual se inserta una carga que supera el par motor, que está limitado por la corriente, el motor tiene una caída hasta cero en su posición. Este resultado se da en la simulación ya que en el modelo dinámico no se tuvo en cuenta la caja reductora del motor A. De esta forma se prueba que el control de corriente es exitoso por cuanto los controladores de posición y velocidad en cascada se comportan de manera satisfactoria hasta que el sistema se ve afectado por una carga que sobrepasa la capacidad de generar par motor que está limitada por una corriente de 100 mA.





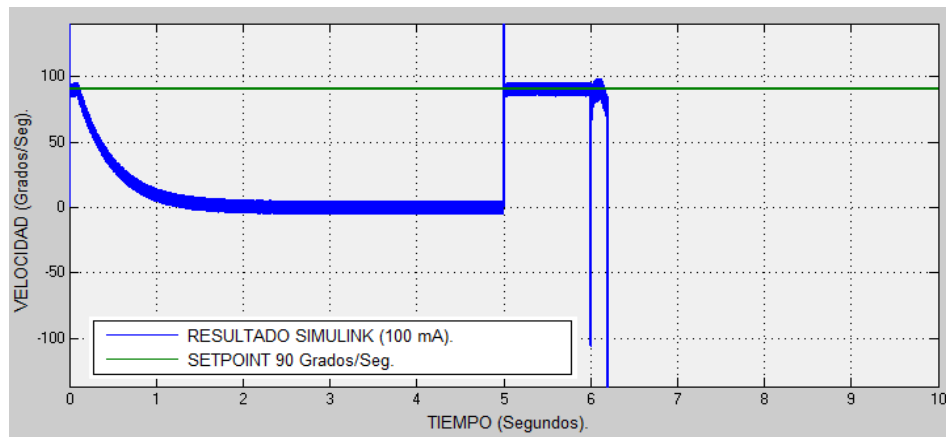
**Figura 52. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva velocidad motor A corriente limitada en 100 mA.**

La Figura 52, se muestra cómo el motor A hace seguimiento de consigna ya que la curva de color azul que representa los cambios de velocidad en el motor B sigue la curva de color verde que representa los setpoint, hasta el momento en el cual se inserta una carga que sobrepasa la capacidad del par motor generado por la corriente de 100 mA; en ese momento la velocidad del motor A, se ve disminuida de forma crítica por cuanto el par motor es vencido por la carga insertada demostrando así que el control de posición y Velocidad es eficiente, cuando se limita la corriente, hasta el momento en que el sistema se ve superado por una carga que supera el par carga generado por la corriente en este caso de 100 mA. Los resultados para el motor B se ilustran en la figura 53 y 54.



**Figura 53. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva Posición motor B con corriente limitada en 100 mA.**

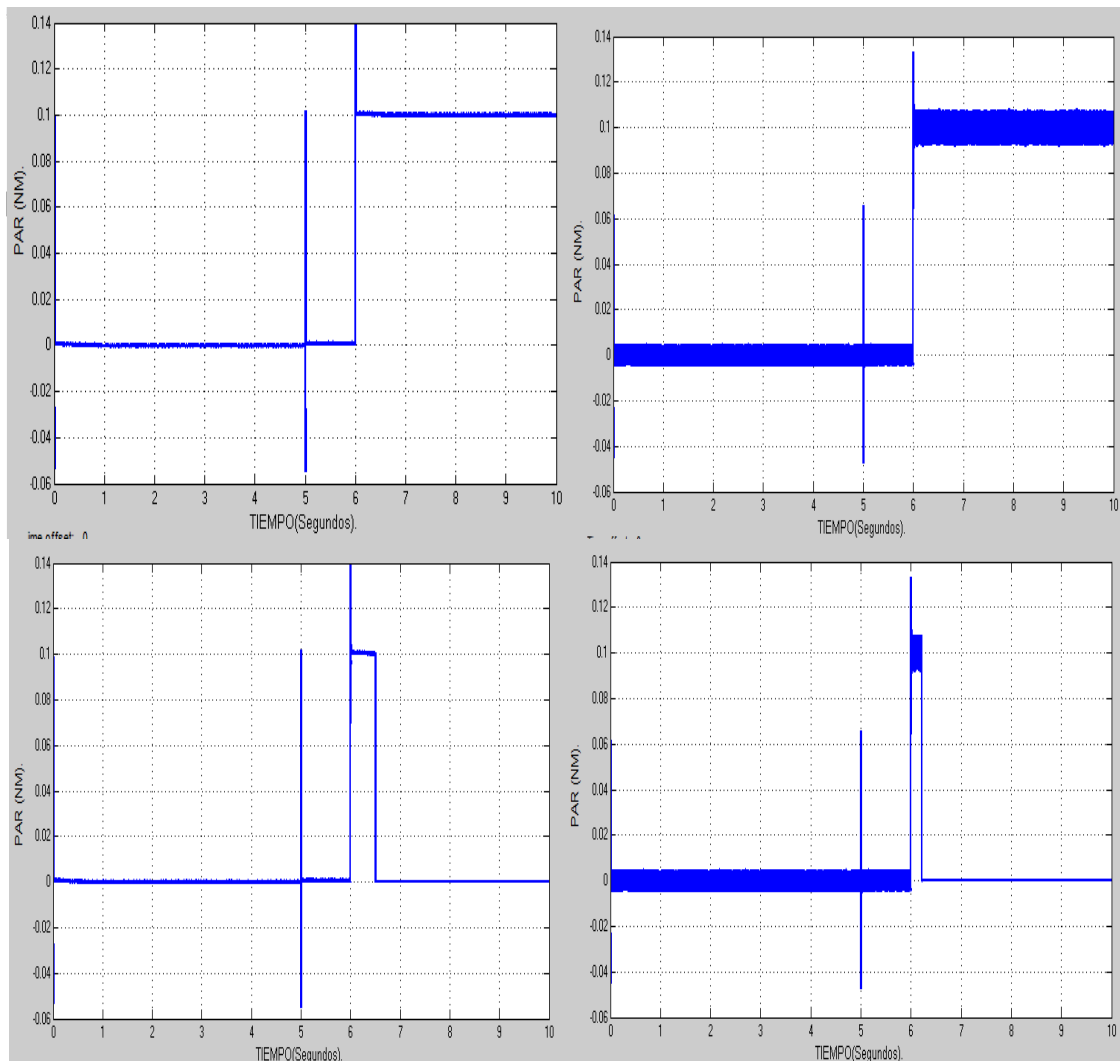
En la figura 53, se puede evidenciar cómo el controlador híbrido en cascada controla de forma exitosa la posición del motor B cuando este tiene limitaciones de corriente. Esto se refleja gráficamente en que la curva de color azul sigue la curva de color verde hasta el momento cuando se inserta un par de carga que supera el par motor generado por la corriente de 100 mA, instante en el cual, la posición del motor cae críticamente hasta cero.



**Figura 54. Resultados simulación modelo dinámico con controlador en cascada de posición y velocidad curva velocidad motor B corriente limitada a 100 mA.**

En la curva de la Figura 54, se puede apreciar como el controlador de par para el motor B funciona de forma exitosa con la limitación de corriente, al aplicar el par a los 7 Segundos el sistema al no contar con la corriente necesaria para generar Par motor que pueda mover el Par no puede generar la potencia necesaria para corregir el error de velocidad.

De esta forma se confirma que el control de Par es exitoso, y en las pruebas además se confirma que los controladores de Posición velocidad y par, se comportan de forma satisfactoria.

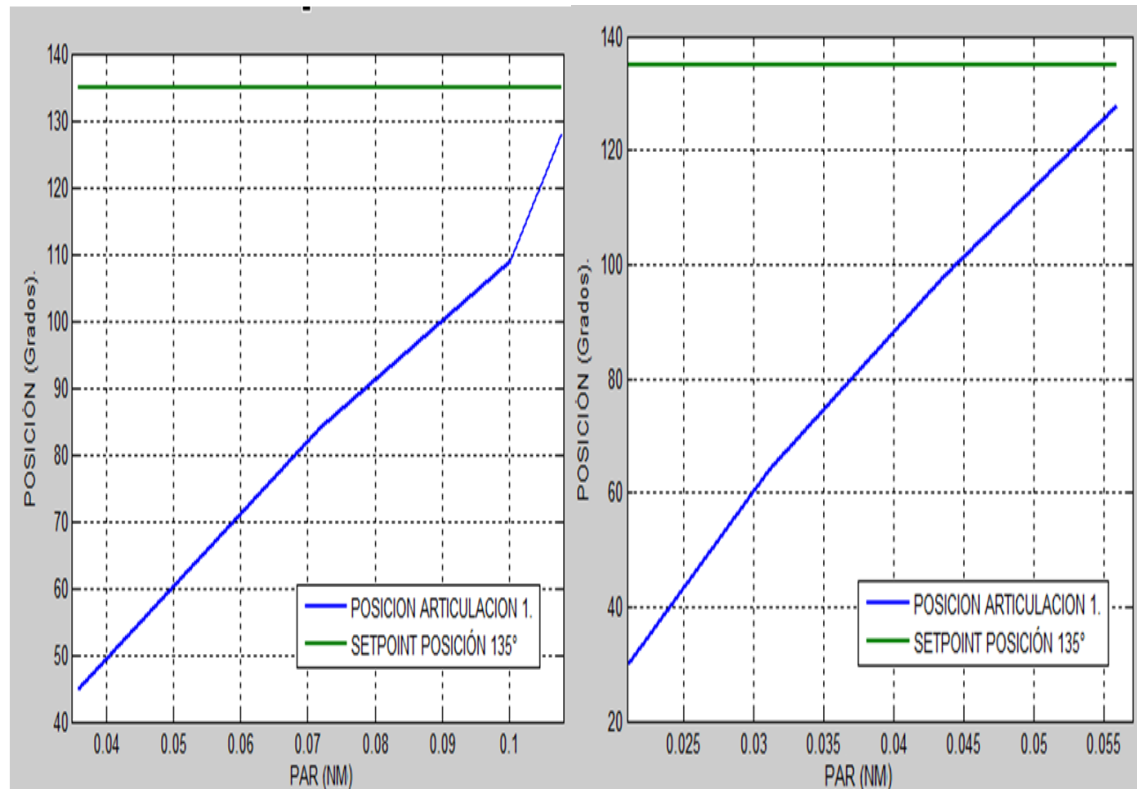


**Figura 55. Curvas control de par para motor A y B respectivamente.**

En el grupo de curvas de la Figura 55, se simuló el comportamiento de los motores modelados sobre simulink, con un setpoint de posición inicial de  $45^\circ$ , se observa a los 5 segundos un cambio de posición a  $180^\circ$ , y un disturbio con un par de carga de 0.1 NM a los 6 segundos, la primera y tercera curva representan el comportamiento de los motores sin limitaciones de corriente, se observa cómo en los puntos donde se efectúa cambio de posición y disturbios, se presentan picos y se eleva la corriente para alcanzar el par requerido.

En las curvas inferiores, se observa el comportamiento de los motores, con limitaciones de corriente, se puede observar como a los 5 Segundos, el sistema al tener el par suficiente logra alcanzar el nuevo setpoint de posición, posteriormente a los 6 segundos se ingresa un disturbio que consiste en un par de 0.1 NM, se

observa cómo al tener limitada la corriente las curvas inferiores, no logran generar el par requerido y en la simulación se resetea el integrador, y por esta razón se presenta una caída en los valores de par como se evidencia en la gráfica anterior.



**Figura 56. Curvas para el motor A y B de par contra posición.**

En las curvas de la figura 56 se puede observar cómo tanto para el motor A como el motor B, el sistema intenta alcanzar el setpoint de posición y al aumentar el par requerido se estira el resorte que se encuentra unido al extremo de la articulación, el par aumenta hasta el punto donde la limitación de corriente se lo permite y en este punto la articulación se queda inmóvil, de esta forma se demuestra como el control de par funciona de forma correcta ya que la articulación estira el resorte hasta donde el control o limitación de par se lo permite.

## CAPITULO 4

### 4. IMPLEMENTACIÓN Y RESULTADOS

A continuación se describa detalladamente el proceso de implementación hardware de la articulación rotoide y el controlador de par, velocidad y posición con los resultados arrojado por la implementación.

#### 4.1. DESARROLLO HARDWARE ARTICULACIÓN ROTOIDE.

El desarrollo hardware de la articulación rotoide de dos grados de libertad es elaborado en impresión 3D con materiales como plástico y aluminio, siendo parte de este dos motores dc de imán permanente de diferente referencia; uno de 200 rpm con caja reductora de relación 100-1 llamado motor A y el otro de 300 rpm con caja reductora de relación 70-1 llamado motor B; también se compone de dos sensores de posición que van dispuestos en cada articulación del brazo como se muestra en la Figura 57

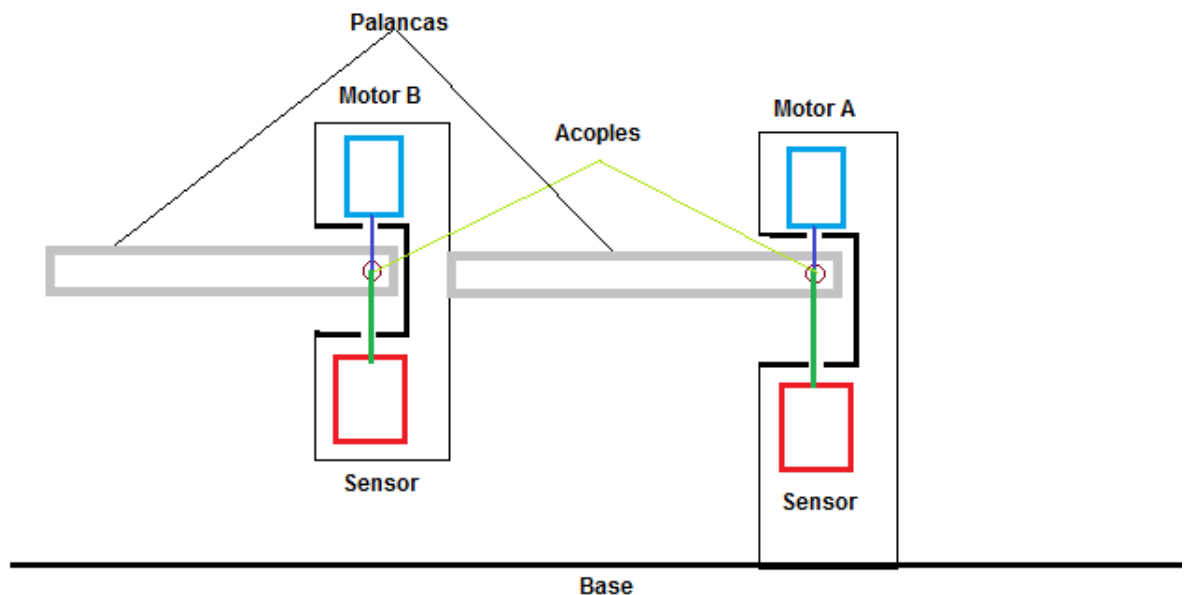


Figura 57. Articulaciones rotoide para un brazo de 2 grados de libertad.

#### 4.1.1. IMPLEMENTACIÓN HARDWARE DEL CONTROLADOR.

El sistema de control implementado para la articulación rotoide se basó en la guía de Implementación hardware y software de control de posición, velocidad y par de un motor DC de imán permanente que se encuentra en el Anexo C del presente documento.

El sistema de control consiste en un módulo controlador implementado sobre la tarjeta arduino 2560R3 y varios de sus shields sobre la cual se cargó el software de control, el cual integra un controlador PID para la velocidad y la posición y un controlador proporcional para el par, donde se establecen los valores de posición, velocidad y par deseados. Éste controlador por medio de dos señales PWM entregadas en sus pines de control digital y una señal binaria entregada por medio de su puerto Serial SPI al actuador compuesto por el Driver Shield arduino L298N y el Módulo IC5A100A el cual fue modificado para mejorar la resolución de control de corriente. Por medio de estas dos señales controla la posición, par y la velocidad de la articulación rotoide, el actuador envía las señales de voltaje y corriente necesarias para establecer la posición, velocidad y par de la articulación rotoide de acuerdo a los valores de las variables establecidas en por los controladores de posición, velocidad y par.

La posición de la articulación rotoide es censada por medio del módulo sensor de posición de referencia DFR0058 el cual entrega un valor de posición y velocidad, por medio de una señal de voltaje al controlador que calcula el error de consigna y establece un valor de compensación de errores que envía al actuador. En la figura 58, se muestra el esquema general de control de la articulación rotoide.

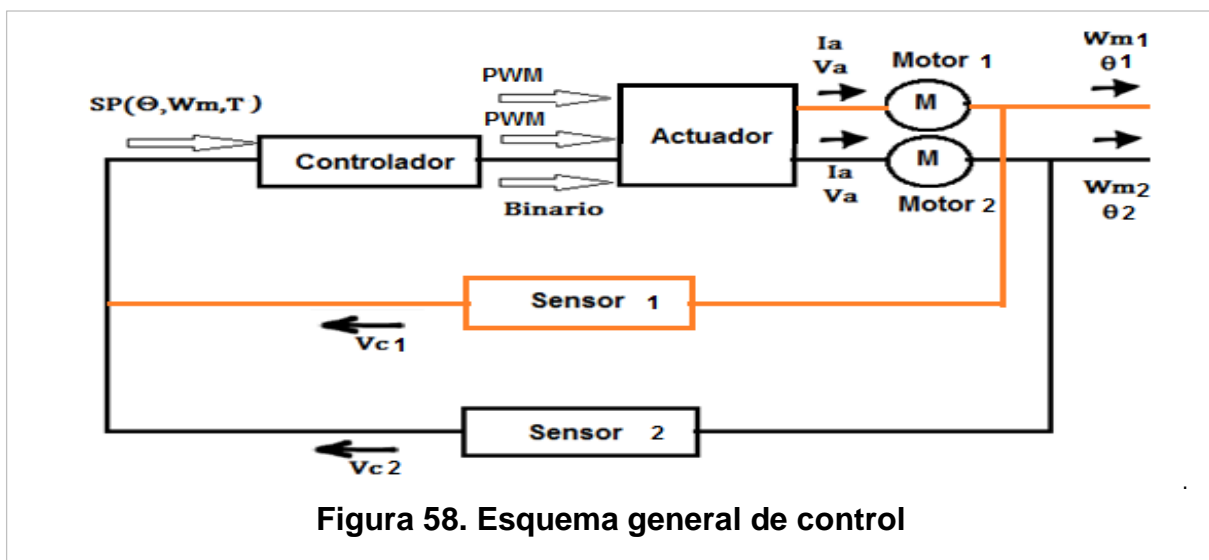
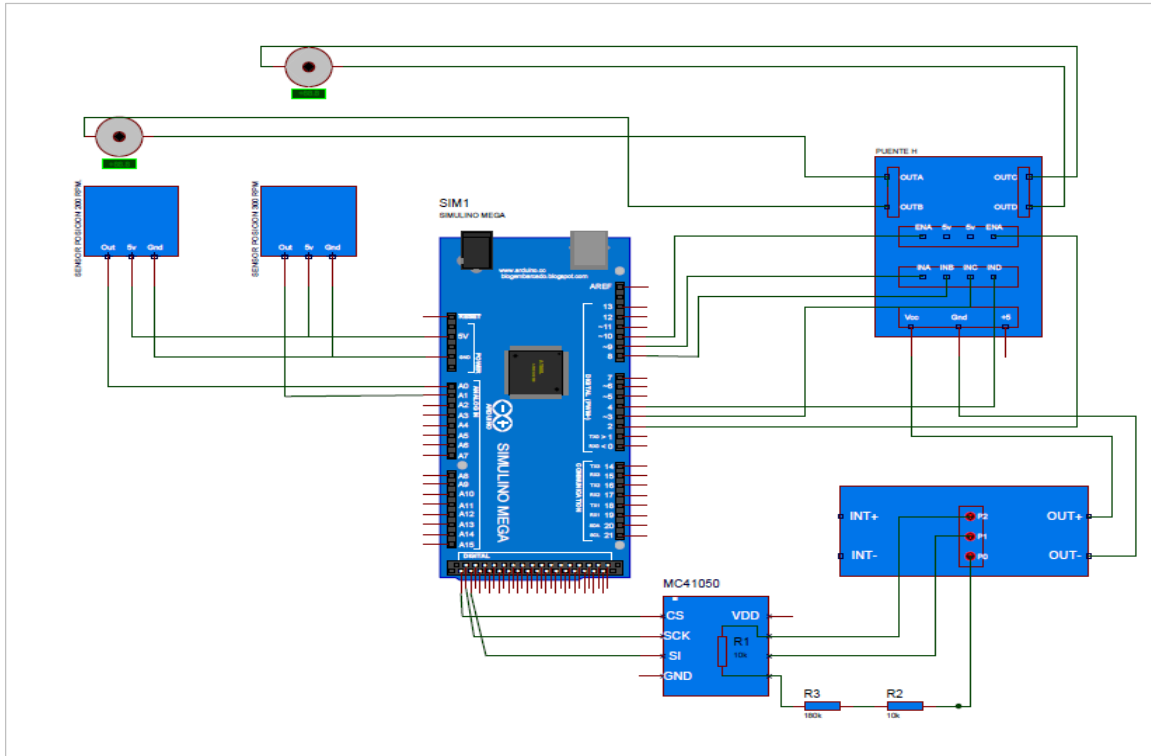


Figura 58. Esquema general de control

En la Figura 59 ilustrada a continuación se muestra el esquema circuitual obtenido al conectar todos los componentes hardware del controlador con la articulación rotoide.



**Figura 59. Esquema circuitual del controlador.**

#### **4.1.2. IMPLEMENTACIÓN SOFTWARE DEL CONTROLADOR DE POSICIÓN VELOCIDAD Y PAR.**

El desarrollo del software se basó en el diagrama de flujo mostrado en la figura 60. El código desarrollado para un controlador de par proporcional y un controlador PID híbrido en cascada paralelo de velocidad y posición se encuentra en el anexo D.

El software se implementó sobre las bases de la tarjeta de desarrollo libre eléctrico Arduino Mega 2560 R3. y los dispositivos antes mencionados.

El algoritmo, de control de posición se implementó sobre el hecho que el comportamiento del motor en este aspecto depende de la intensidad del voltaje de alimentación y de la posición registrada por los sensores de referencia DFR0058

que componen cada articulación rotoide. Con estos datos registrados se procede en el bloque de código de control de posición a calcular el error entre un valor de setpoint y el registrado por los sensores.

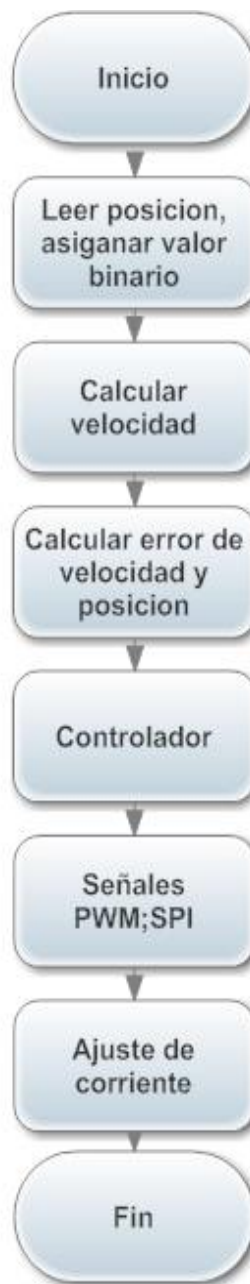
Este error puede ser negativo o positivo dependiendo del sentido de giro necesario para el control llegue a la posición deseada. este valor de error hace que el controlador PID, calcula los valores adecuados para la salida del controlador de posición que cumplan con el seguimiento de consigna, ya que el controlador implementado es un controlador PID en cascada de posición y velocidad. Se limita la salida del controlador de posición con la velocidad de setpoint deseada, según el sentido del giro, se toma esta velocidad como negativa o positiva.

Ya que el control de velocidad depende directamente del voltaje aplicado al motor, y del cambio de posición en el tiempo, se utiliza el sensor de posición para calcular la velocidad a la cual se mueve la articulación efectuando dos medidas en el tiempo, que se comparan por medio de una resta y se dividen sobre el tiempo de diferencia; de esta forma se mide la velocidad de la articulación rotoide. Al ser un controlador PID en cascada esta velocidad medida no se compara con el setpoint de velocidad si no con la salida del controlador de posición, una vez se realiza esta comparación se calcula un error  $U_{tv}$  que es la salida del controlador de velocidad y por ende la señal del controlador completo.

El código implementado envía en forma de una señal PWM a las salidas digitales de la tarjeta arduino mega2560 R3 el sentido de giro de la articulación rotoide. Estas entradas entran al driver Dual donde la salida de control de velocidad mapeada excita un jumper y se controla la magnitud de voltaje necesaria para llevar la articulación rotoide a un valor de error 0. La magnitud de la señal de salida del controlador es directamente proporcional con el error de consigna calculado.

La implementación de código para el control de par consiste en asignar a la salida del módulo, ICSA001A una señal serial SPI que entra al segmento modificado del módulo con el Potenciómetro digital MC41050, que establece un valor de impedancia de acuerdo a la señal SPI fijando un valor constante de corriente entregada igual al valor de consigna. El módulo al proveer una corriente y voltajes estables e independientes asegura que la salida de corriente sea la deseada sin modificar la entrada de voltaje de la fuente.





**Figura 60. Diagrama de flujo del controlador de par velocidad y posición de una articulación rotoide.**

## **4.2. RESULTADOS DE IMPLEMENTACIÓN**

Se procede a registrar y a analizar todo el proceso realizado en el prototipo físico de la articulación rotoide evidenciado en la Figura 57. Se efectuaron pruebas para validar y analizar la respuesta de las articulaciones rotoides a la sintonización de los parámetros de control de un controlador PID en paralelo para el control de velocidad y posición, y el control de par proporcional. Todo ello basado en la sintonización y la Parametrización de sus componentes antes mencionados.

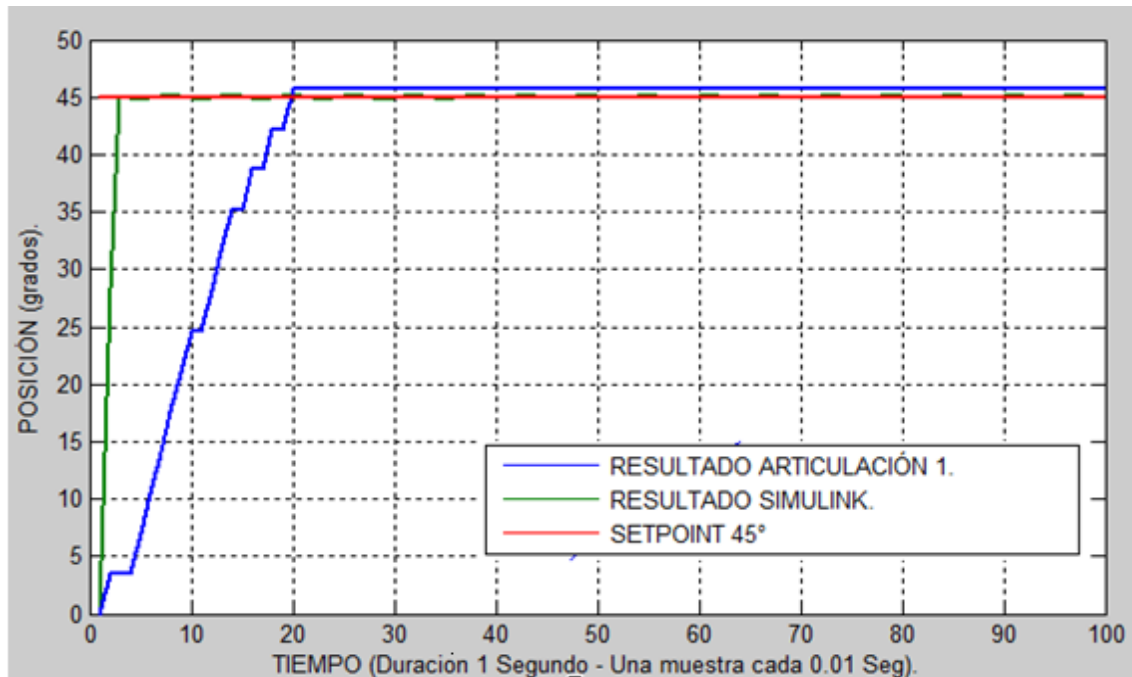
La adquisición de los datos se llevó a cabo haciendo uso de la interfaz serial de arduino. Estos valores se evidenciaron en las imágenes que se encuentran en el anexo E del presente documento. En algunos casos es posible realizar comparaciones entre los resultados del prototipo y simulaciones sobre un modelo dinámico del toolbox Simulink de matlab.

### **4.2.1. COMPARACIÓN RESULTADOS POSICIÓN SIMULINK VS ARTICULACIÓN MOTOR A.**

Se argumenta la primera prueba realizada la cual consistió en evaluar el comportamiento del controlador de posición individual para cada articulación rotoide haciendo una comparación entre los resultados de simulación y los resultados sobre el prototipo de articulación rotoide real., se utilizó para la simulación el diagrama en bloques de la Figura 31. La duración de la simulación fue 1 segundo, con 100 muestras, con un voltaje de alimentación de 4 Volts.

Para cada articulación se tiene, una gráfica del resultado de la simulación del modelo dinámico del motor que compone cada articulación rotoide con los parámetros encontrados y los respectivos controladores sintonizados.

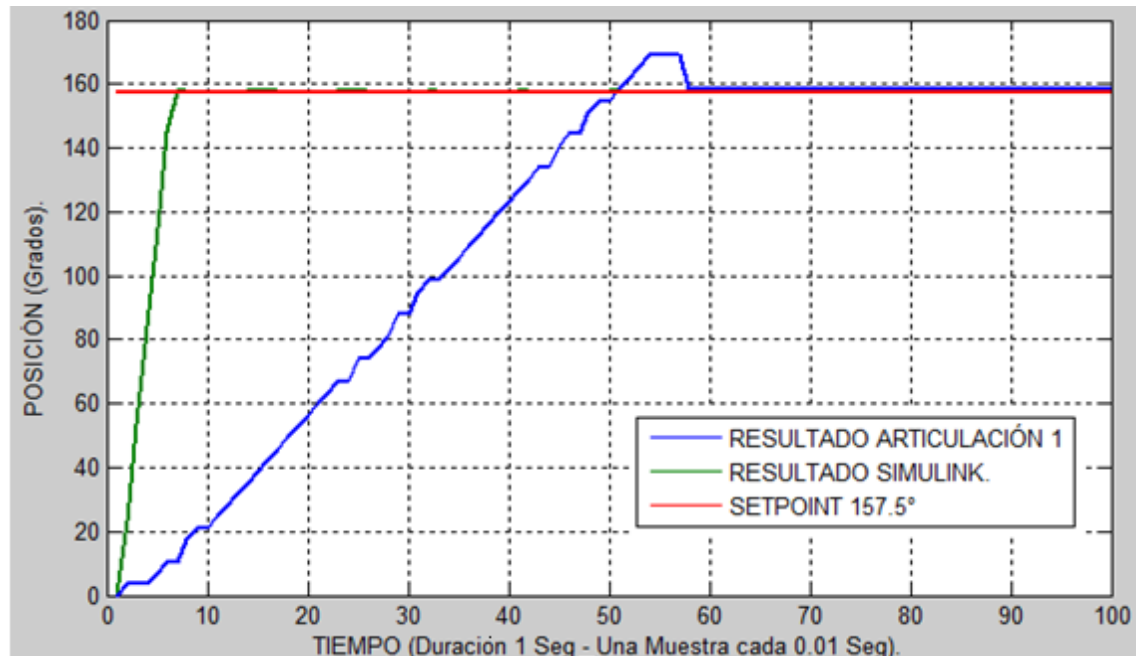
A continuación se presenta Figura 61 donde se evidencian los resultados de las pruebas ya mencionadas.



**Figura 61. Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de Posición para un setpoint de 45° articulación 1 (Motor A).**

En las curvas de la figura 61, se configuró un setpoint de 45°, y se realizaron dos pruebas, una en simulación y otra en el prototipo real o articulación 1. Se puede asegurar que la sintonización del controlador se logró de forma satisfactoria ya que es evidente que en las pruebas sobre la articulación 1, el controlador siguió la consigna de forma adecuada y no presenta oscilaciones exageradas, al igual que alcanza el valor de setpoint en un tiempo cercano a los 0.2 segundos como se observa en la curva de color azul, mientras que la prueba en simulink alcanza el valor de consigna en aproximadamente 0.4 segundos como se observa en la curva color verde; esta diferencia en los tiempos de subida y establecimiento se debe a la caja reductora instalada físicamente en el motor A la cual no fue tomada en cuenta sobre el modelo dinámico y matemático del motor A pero se nota que es un error de carácter menor por cuanto al final el motor de la articulación 1 se estabiliza en el valor de setpoint adecuado. Se puede entonces decir que el comportamiento es casi idéntico al simulado, de esta manera se verifica que los procesos llevados a cabo para el desarrollo de un controlador de Posición fueron exitosos. Se realizaron pruebas con setpoints de 22.5°, 67.5°, 112.5, 135°, 180° los resultados de estas pruebas se encuentran en el anexo E del presente documento.

A continuación en las curvas de la figura 59 se muestra el resultado de las pruebas para el setpoint de 157.5°, demostrando que se hace seguimiento de consigna para más de un valor deseado.



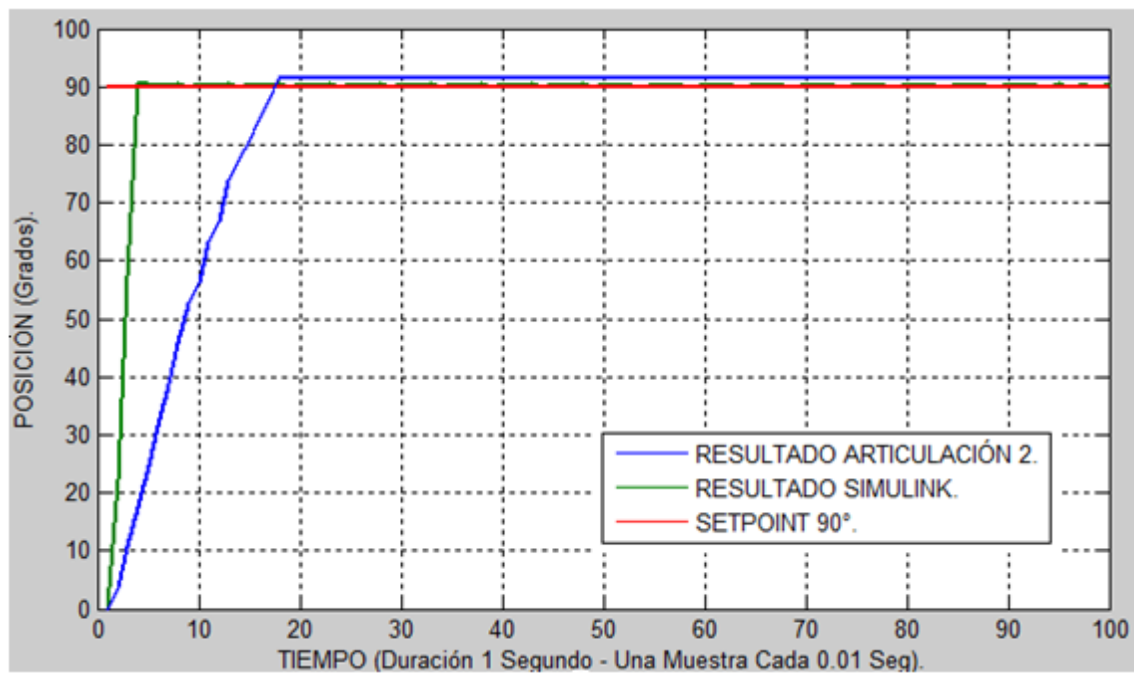
**Figura 62. Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de Posición para un setpoint de 157.5° articulación 1 (motor A)**

En las curvas de la Figura 62, al comparar los resultados de la prueba sobre la articulación 1, curva de color azul y el resultado de simulink curva color verde, se observa que las 2 logran efectuar un seguimiento de consigna hasta el setpoint de 157.5° curva color rojo, la diferencia evidente es el tiempo de subida y establecimiento el cual es mucho menor en la simulación que en el comportamiento real de la articulación 1; esto debido a la caja reductora instalada físicamente sobre el motor A, la cual no fue modelada matemáticamente o dinámicamente, pero se puede concluir de la figura 62 que la sintonización y control de posición para el motor A fue exitosa por cuanto se logró hacer seguimiento de consigna y estabilización sobre el valor de setpoint. Se efectuó esta prueba para el motor para mostrar que el seguimiento de consigna se hace sobre otros valores de setpoint,.

Para el motor B se repitieron las mismas pruebas y los resultados se resumen a continuación

#### 4.2.2 Comparación resultados posición simulink vs articulación 2. motor B.

Para la siguiente prueba se configuró un set point de posición de 90 grados, para las pruebas sobre la articulación 2 – motor B se alimenta con un voltaje máximo de 4 Voltios, los resultados se encuentran en la Figura 63.



**Figura 63. Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de posición para un setpoint de 90° articulación 2 (motor B)**

Se observa en la figura 63, cómo para el caso de la articulación 2; el controlador de posición funciona de forma correcta la curva de color azul hace seguimiento de consigna del setpoint de 90° curva color rojo que se configuró para este caso tiene un comportamiento muy similar al de la simulación curva verde con un pequeño retardo en sus tiempos de subida y establecimiento producidos por la caja reductora. Se realizaron pruebas con otros setpoint: 45°, 135°, 180°, 225°, 270, 315 y 360°, los resultados de estas pruebas se encuentran en el anexo E.

### 4.2.3. PRUEBAS VELOCIDAD.

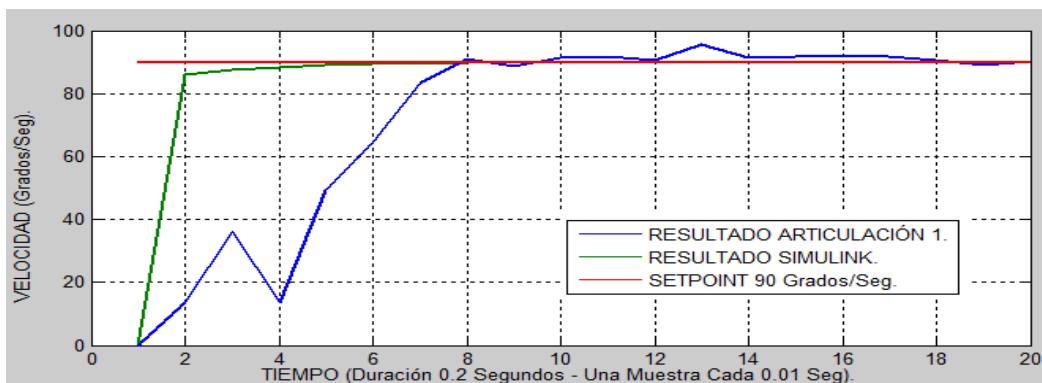
La prueba realizada consiste en evaluar el comportamiento del controlador de velocidad de manera individual para cada articulación. Se utilizó para la simulación el diagrama en bloques de la figura 10. La duración de la simulación fue variable para cada velocidad con 20 muestras para cada una; al igual que en el caso de la posición se compara el resultado de las pruebas como el prototipo real con resultados de simulación del Toolbox de Matlab Simulink.

Para cada articulación rotoide se tiene, una gráfica del resultado de la simulación del modelo dinámico del motor que compone cada articulación con los parámetros encontrados y los controladores sintonizados, al igual que para las pruebas de posición se hicieron pruebas con varios setpoints de velocidad 90 grados/seg, 180 Grados/seg, 360grados/seg, y 720 Grados/seg. Los resultados de estas pruebas se encuentran en el anexo E.

A continuación se muestran los resultados de dos setpoint de velocidad por cada articulación.

### 4.2.4. COMPARACIÓN RESULTADOS VELOCIDAD SIMULINK VS ARTICULACIÓN 1. MOTOR A.

Las consideraciones para las pruebas de la Figura 64, fueron tomar una muestra cada 0.01 segundos en la articulación real, tomando 20 muestras en total.

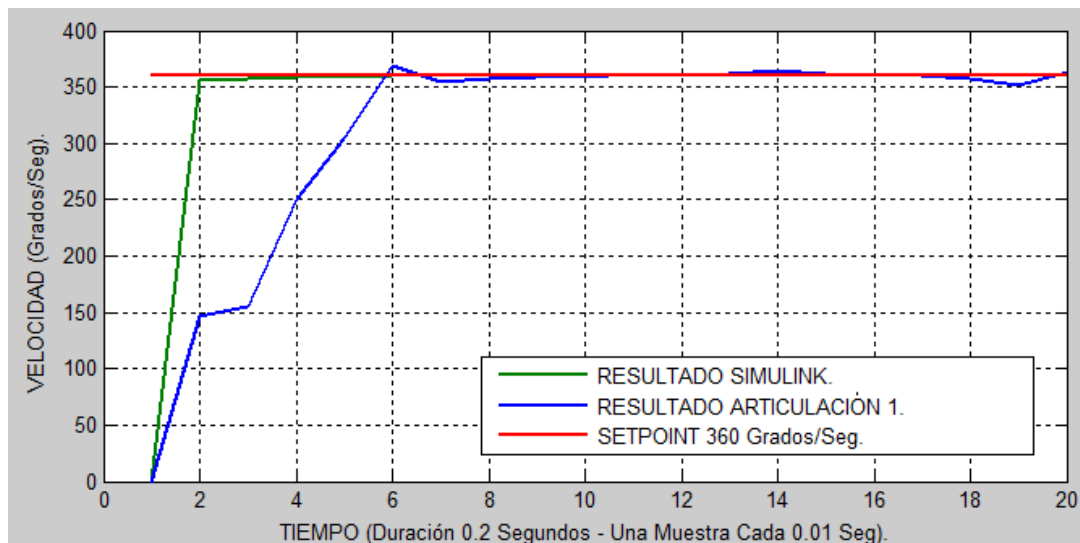


Figura

**64. Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de Velocidad para un setpoint de 90 Grados/Seg articulación 1 (Motor A).**

En la Figura 64, se observa cómo la curva azul, que representa el cambio de velocidad en el eje del motor A, hace seguimiento de consigna por cuanto alcanza a la curva de color rojo, que representa el setpoint. Se presenta un retardo en los tiempos de subida y establecimiento generado por la caja reductora conectada físicamente al motor, y porque en el modelo simulado no se tuvo en cuenta la caja reductora. Este retardo no afecta de forma significativa el comportamiento del seguimiento de consigna, ni la estabilización del motor en los valores de Setpoint.

Las consideraciones para las pruebas de la Figura 65, fueron tomar una muestra cada 0.01 segundos en la articulación rotoide real, tomando 20 muestras en total.

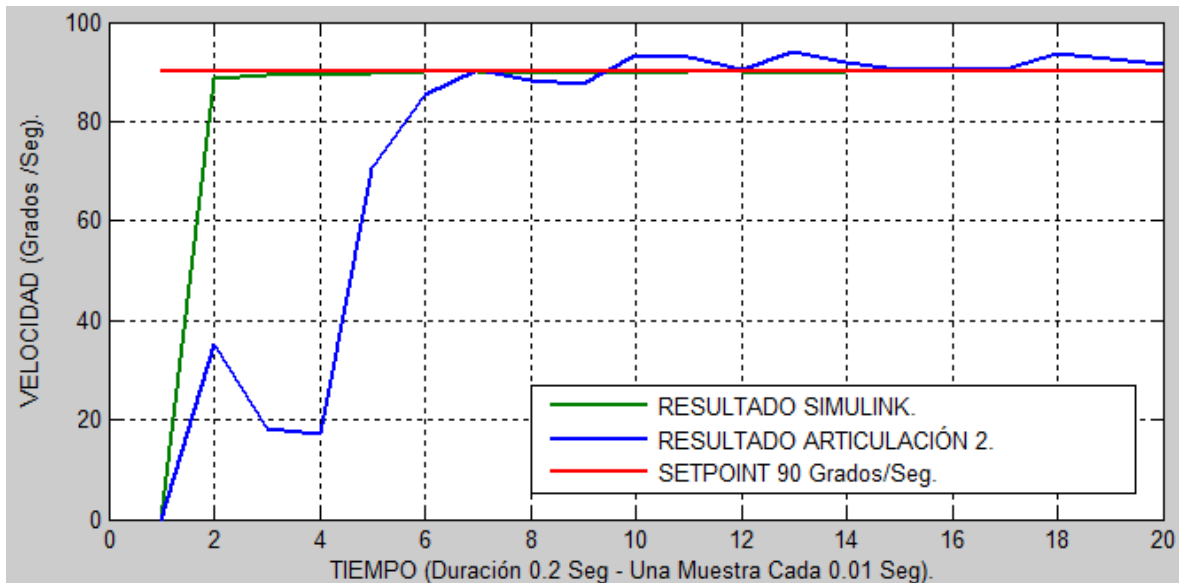


**Figura 65 Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de Velocidad para un setpoint de 350 Grados/Seg articulación 1 (Motor A).**

Se observa en la Figura 62, cómo el comportamiento del controlador de velocidad sobre el prototipo real ejerce un control exitoso de velocidad, al igual que su comportamiento es similar al comportamiento simulado, en el cual no se presentan sobre elongaciones de gran magnitud, así como tampoco comportamientos oscilatorios notables ni tiempo de establecimiento excesivamente largos. De esta manera se confirma que el desarrollo e implementación de un controlador para velocidad para la articulación rotoide 1, fue exitoso.

➤ **Comparación resultados velocidad Simulink vs Articulación 2. Motor B.**

Las consideraciones para las pruebas de la Figura 66, fueron tomar una muestra cada 0.01 segundos para la articulación rotoide, tomando 20 muestras en total.

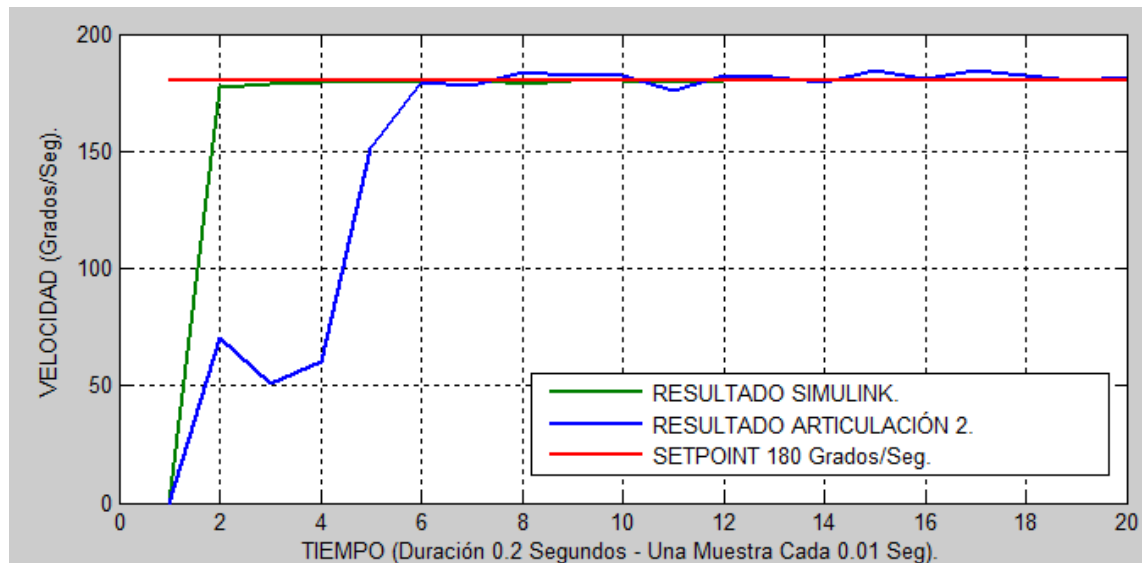


**Figura 66 Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de Velocidad para un setpoint de 90 Grados/Seg articulación 2 (Motor B).**

De la figura 66, puede observarse cómo la curva azul que representa el cambio de velocidad del eje del motor B, hace seguimiento de consigna y alcanza el setpoint curva color rojo y es muy similar su comportamiento con la curva de color verde que representa los resultados obtenidos en simulación. Se presenta un pequeño retardo en los tiempos de establecimiento y generados por la caja reductora, que no fue modelada para las pruebas sobre Simulink. Estos retardos entre la simulación y la articulación 2 no son críticos y se puede decir que el prototipo hace seguimiento de consigna y control de velocidad de forma exitosa.

Las consideraciones para las pruebas de la Figura 67, fueron tomar una muestra cada 0.01 segundos la articulación real, tomando 20 muestras en total.





**Figura 67. Curvas comparación resultados simulink Vs prototipo real para controlador de Velocidad para un setpoint de 180 Grados/Seg articulación 2 (Motor B).**

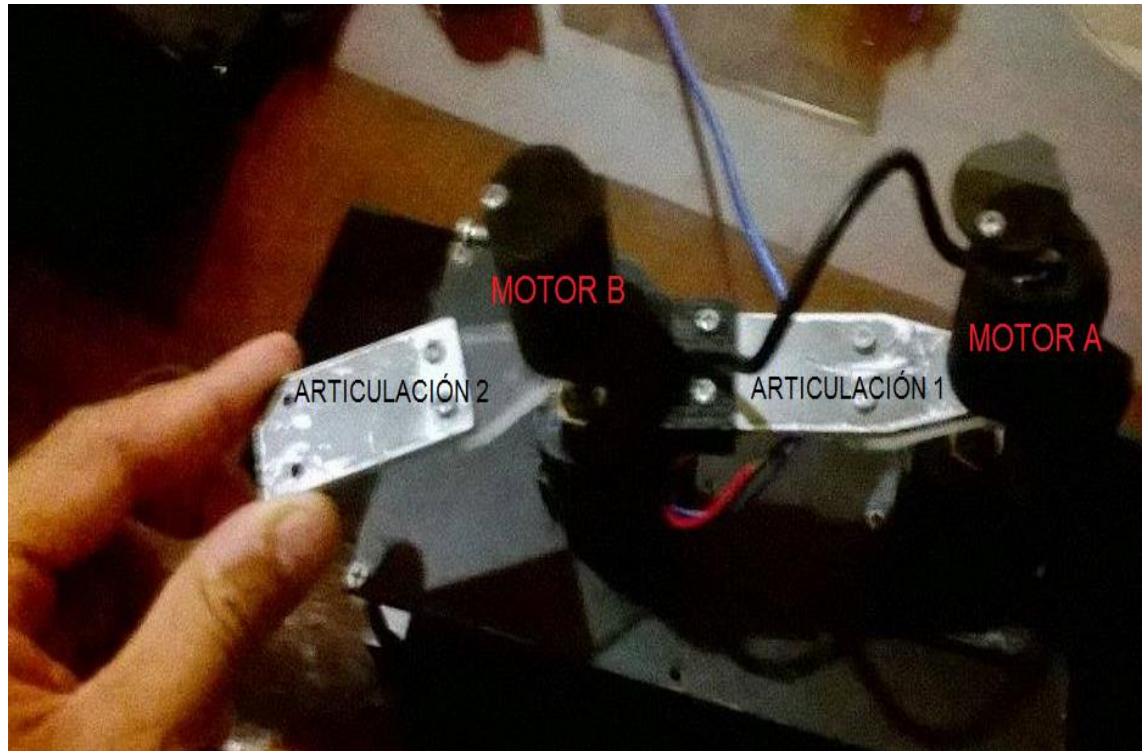
En la Figura 67, puede observarse cómo la curva azul y la curva verde hace seguimiento de consigna de forma exitosa igualando a la curva de color roja que representa el setpoint, de 180 Grados/Seg. se puede observar que se presenta un retraso en la curva azul de la articulación 2 con respecto a la de color verde. Este retardo es ocasionado por la caja reductora, que no está modelada para las simulaciones, pero puede concluirse o decirse que el controlador para velocidad para la articulación y motor B funciona correctamente.

#### **4.2.5. PRUEBAS SOBRE EL PROTOTIPO FÍSICO DEL CONTROLADOR EN CASCADA.**

Con los resultados positivos de las pruebas de los controladores PID de velocidad y posición, independientes finalizados, se procede a realizar pruebas, con los controladores PID de velocidad y posición en cascada y analizar si responden a disturbios. Controlando velocidad y posición. Para realizar estas pruebas se configuraron valores de setpoint constantes de velocidad y posición, una vez la articulación alcanzó la posición de setpoint, se introdujeron cambios en su posición moviendo la articulación manualmente y se analizó la capacidad de volver al setpoint, y se tomaron 3000 muestras, tomando una muestra cada 0.01 segundos sumando un tiempo total de 30 segundos, desde el puerto serial de arduino para

analizar el comportamiento del sistema y poder definir si hacía seguimiento de consigna tanto para la posición como la velocidad.

El esquema usado para estas pruebas es el de la Figura 68 ilustrado a continuación.

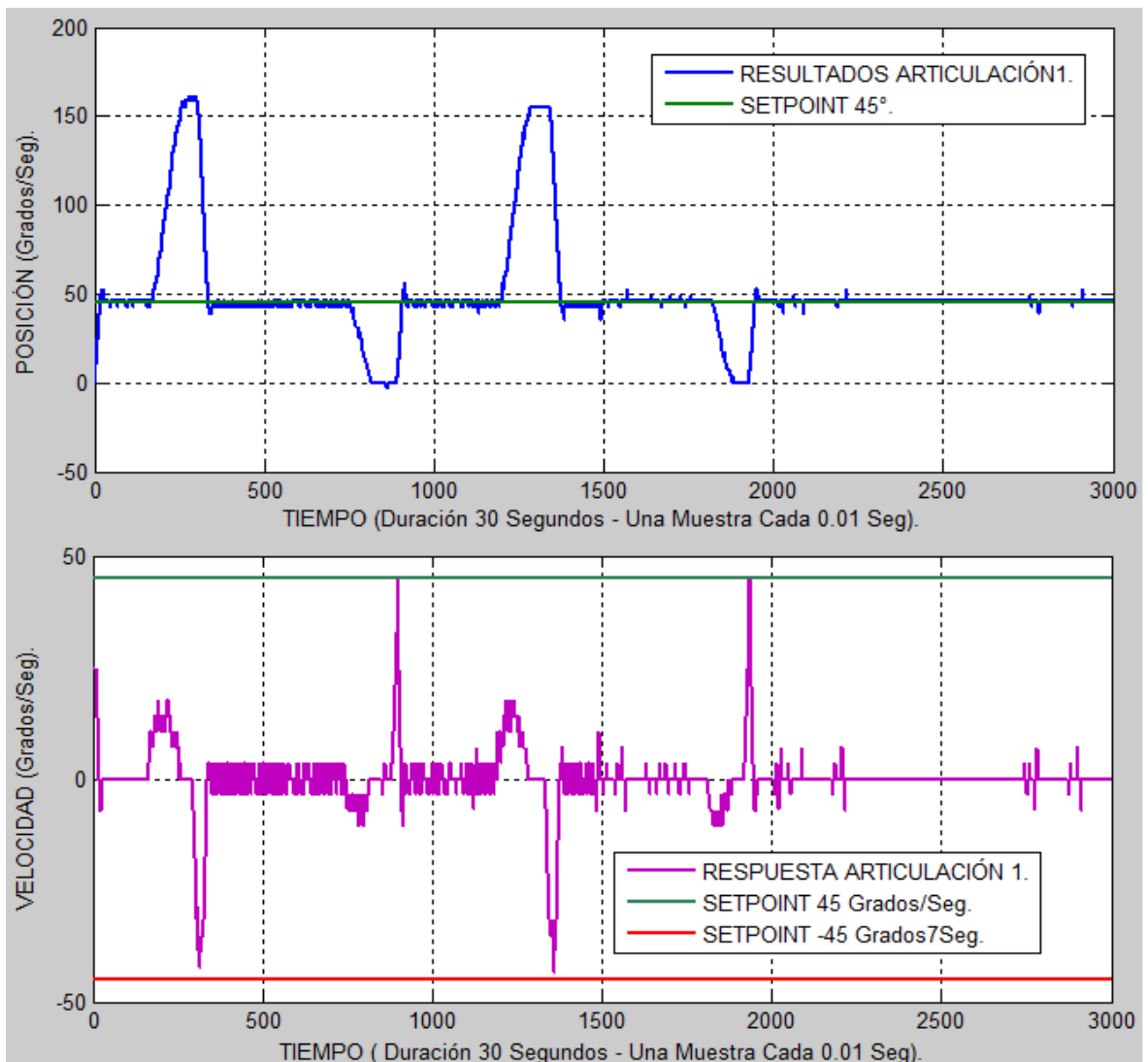


**Figura 68. Esquema físico pruebas control de disturbios sobre articulaciones rotoides.**

- **Prueba de controlador en cascada de velocidad y posición de articulación 1. Motor A.**

Para esta prueba se configuró el setpoint de velocidad en 45 Grados/seg, y el de posición en 45°. Se obtuvieron los siguientes resultados ilustrados en la Figura 69.

A continuación se presenta la Figura 69.



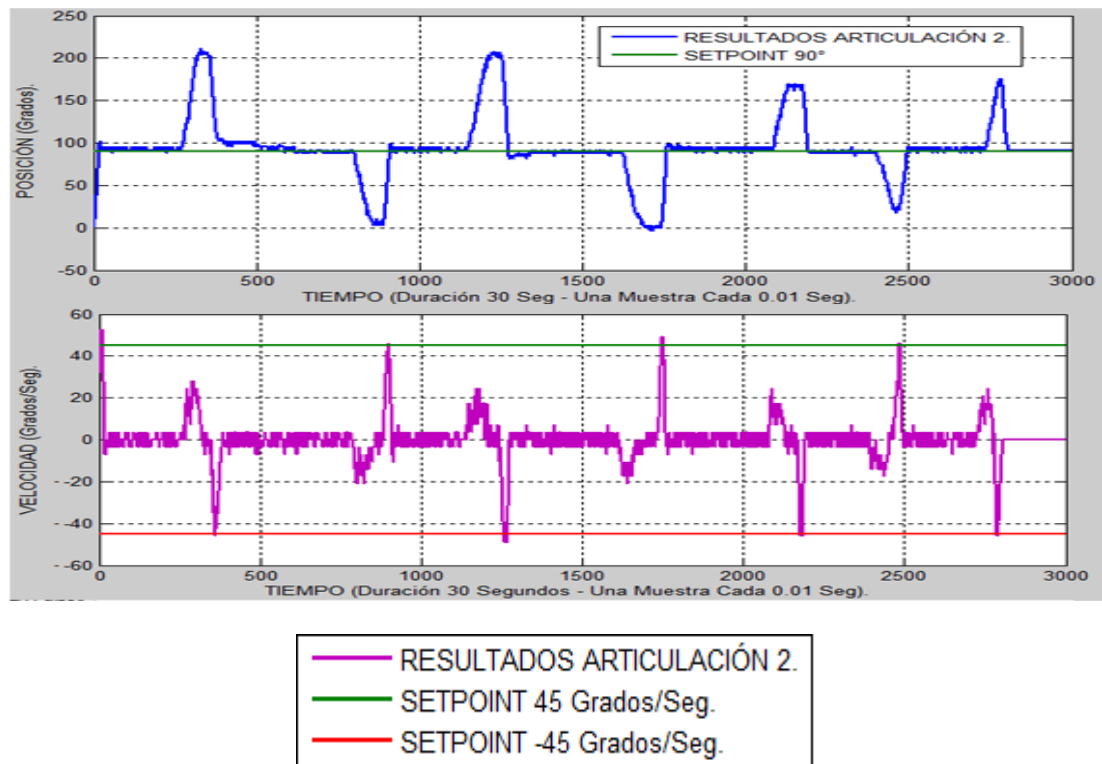
**Figura 69. Curvas validación controlador de velocidad y posición en cascada para un setpoint de velocidad de 45 grados/seg y un setpoint de 45° de posición.**

En la Figura 69, se ve claramente como el seguimiento de consigna es exitoso, para la posición y velocidad. Se observa claramente cómo los controladores reaccionan de manera eficiente frente a los disturbios de posición y velocidad introducidos al mover el brazo de la articulación 1. Se puede apreciar la sincronización a los cambios de posición entre la curva de velocidad color magenta y la curva de posición color azul, la articulación siempre vuelve al punto de setpoint representado por la curva verde. Se puede ver cómo la curva azul, una vez se suelta vuelve con la velocidad de setpoint a la posición deseada, en la curva de velocidad de color

magenta se ve cómo siempre está dentro de los límites de velocidad o setpoint curvas de color verde y rojo. Se observa cómo registra la velocidad del movimiento del brazo cuando se hace de forma manual y como al soltarlo se presenta un pico para alcanzar el punto de setpoint de velocidad y regresa con la velocidad deseada a los puntos de setpoint de posición. De esta forma se puede concluir que el desarrollo del controlador PID de posición y velocidad en cascada fue exitoso.

➤ **Prueba de controlador en cascada de velocidad y posición de articulación 2. Motor B.**

Para esta prueba se configuro el setpoint de velocidad en 45 grados/seg, y el de posición en 90°. Se obtuvieron los resultados ilustrados en la figura 70.



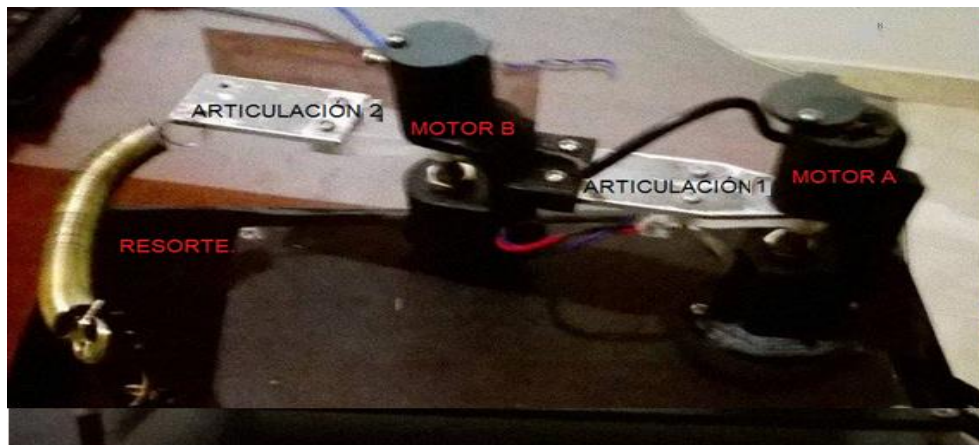
**Figura 70. Curvas validación controlador de velocidad y posición en cascada para un setpoint de velocidad de 45 grados/seg y un setpoint de 190° de posición.**

En la Figura 70, se ve claramente cómo el seguimiento de consigna para la posición y velocidad fue exitosa. Se observa claramente cómo los controladores reaccionan de manera eficiente frente a los disturbios de posición y velocidad introducidos al mover el brazo de la articulación 2. Se puede apreciar la sincronización a los cambios de posición entre la curva de velocidad color magenta y la curva de posición color azul, la articulación siempre vuelve al punto de setpoint representado por la curva verde, se puede ver cómo la curva azul, una vez se suelta vuelve con la velocidad de setpoint a la posición deseada. En la curva de velocidad de color magenta se ve cómo siempre está dentro de los límites de velocidad o setpoint curvas de color verde y rojo. Se observa cómo registra la velocidad del movimiento del brazo cuando se hace de forma manual y cómo al soltarlo se presenta un pico para alcanzar el punto de setpoint de velocidad y regresa con la velocidad deseada a los puntos de setpoint de posición. De esta forma se puede concluir que el desarrollo del controlador PID de posición y velocidad en cascada fue exitoso.

#### **4.2.6. PRUEBAS DE PAR.**

Para las pruebas de control de par en la articulación rotoide, se unió primero a la articulación 2 un resorte de muelle que al estirarse aumentará gradualmente su resistencia. Se configuraron valores de control de velocidad posición y par, y se registraron los datos usando el puerto serial de la tarjeta arduino.

El esquema usado para estas pruebas se muestra a continuación en la figura 71.



**Figura 71. Esquema físico de pruebas de par con controladores PID y controlador proporcional de par.**

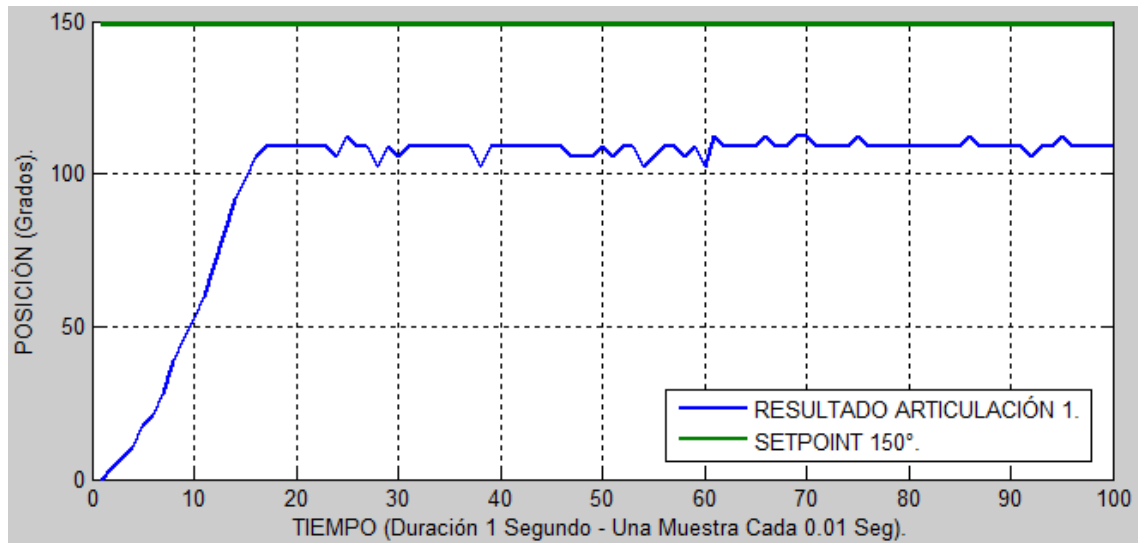
Para cada articulación se muestran 2 pruebas.

➤ **Pruebas de par para articulación 1.**

**Prueba 1 de par para articulación1**

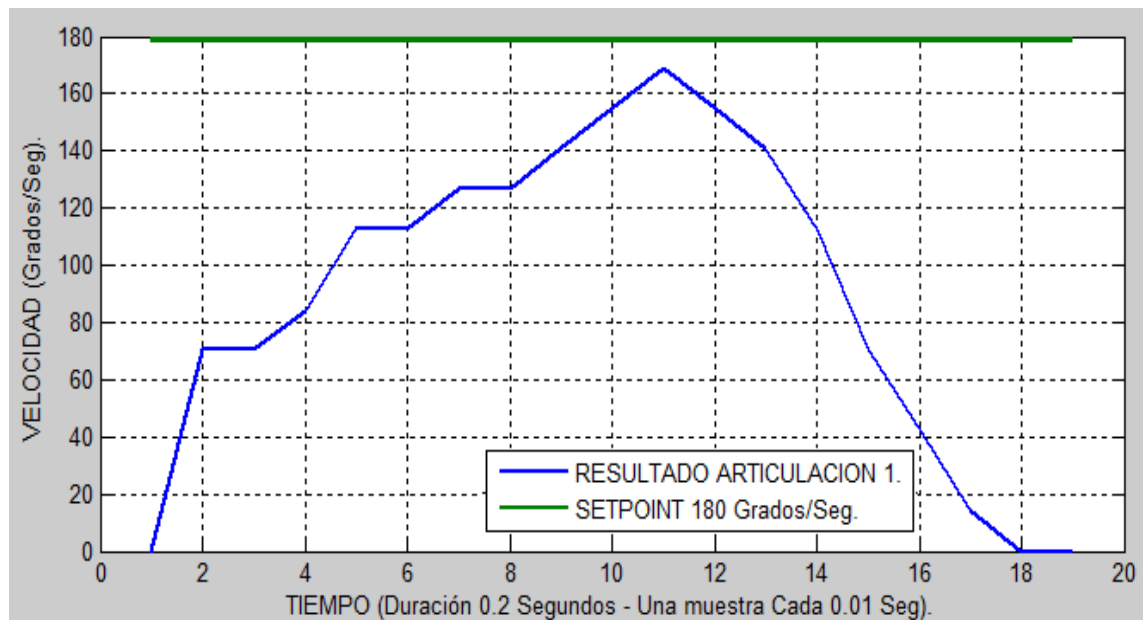
Se configuró un setpoint de posición en 150°, un setpoint de velocidad de 180 grados por segundo y una corriente de 123 mA.

Los resultados de esta prueba se muestran en la figura 69.



**Figura 72. Prueba 1 todos los controladores resultados posición de articulación 1 con par de carga..**

El resultado de la figura 71. refleja cómo la limitación de la corriente y el sistema al verse afectado por un resorte que al acercarse al setpoint posición aumenta el par de carga llega un punto donde su par motor no es capaz de vencer la carga y el motor se queda inmóvil, pero hasta ese punto los controlador de posición se comporta de forma eficiente haciendo seguimiento de consigna, gráficamente significa que la curva de color azul crece hasta llegar intentando llegar hasta a curva de color verde pero al no tener par suficiente por limitación de corriente el motor se queda inmóvil en una posición estable.



**Figura 73. Prueba 1 controladores resultados velocidad de la articulación 1 con par de carga.**

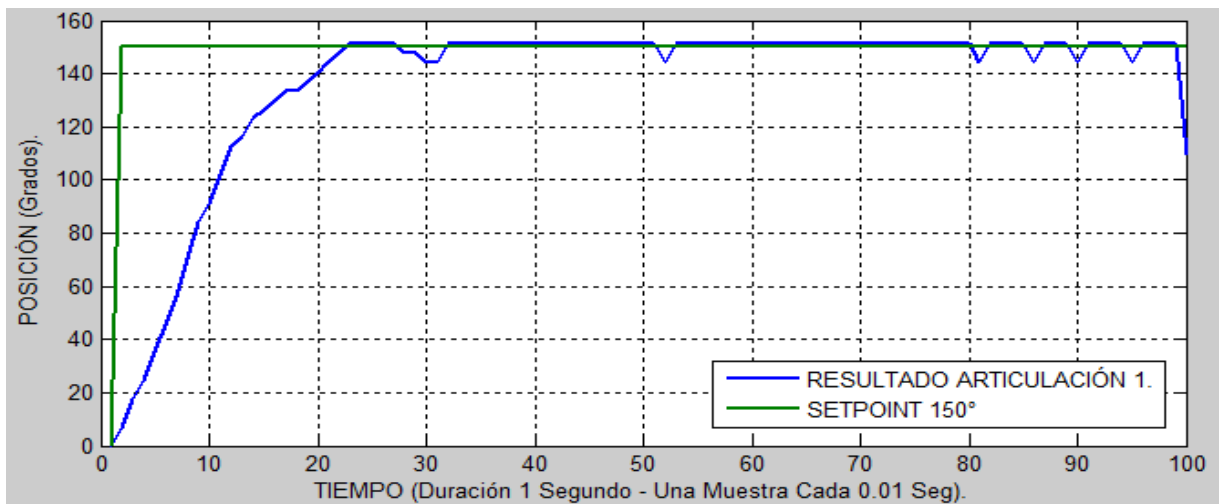
En la curva de la figura 73, para la curva de cambios de velocidad de la articulación 1 curva color azul, es evidente que la articulación 1 al tener una mayor capacidad de par motor, se acerca de mejor manera al setpoint de velocidad curva color verde. Al llegar al punto donde el par motor no es capaz de vencer al par de carga la velocidad del sistema disminuye hasta llegar a cero, lo que demuestra que el sistema con las limitaciones de corriente efectúa control de velocidad y par, hasta el momento que se inserta una carga que vence el par motor, de la Articulación 1.

➤ **Prueba 2 de par para articulación 1.**

Se configuró un setpoint de velocidad de posición de 130°, y un setpoint de velocidad de 150 grados por segundo y una corriente de 220 mA.

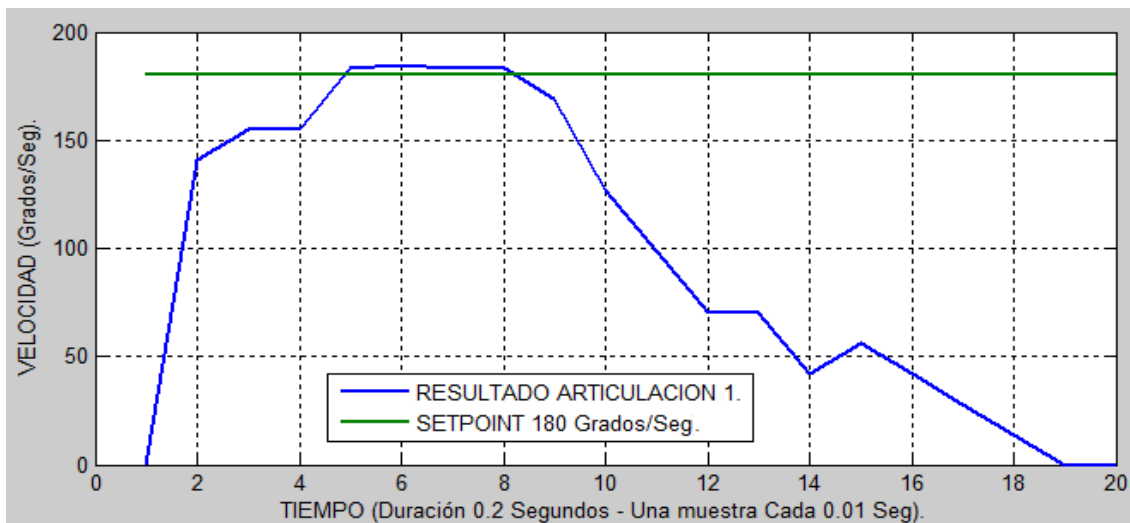
Los resultados de esta prueba se muestran en la figura 74 ilustrada a continuación.





**Figura 74. Prueba 2 todos los controladores resultados posición articulación 1 con par de carga.**

En la figura 74, puede verse cómo la curva de color azul que representa los cambios de posición de la articulación 1, hace buen seguimiento de consigna alcanzando la curva verde que representa el setpoint y gracias a que se tiene una mayor corriente disponible el par generado es capaz de llevar la articulación hasta el setpoint de posición deseado. Con esto se prueba que los controladores para la articulación rotoide funcionan de forma exitosa.



**Figura 75. Prueba 2 todos los controladores resultados velocidad articulación 1 con par de carga.**



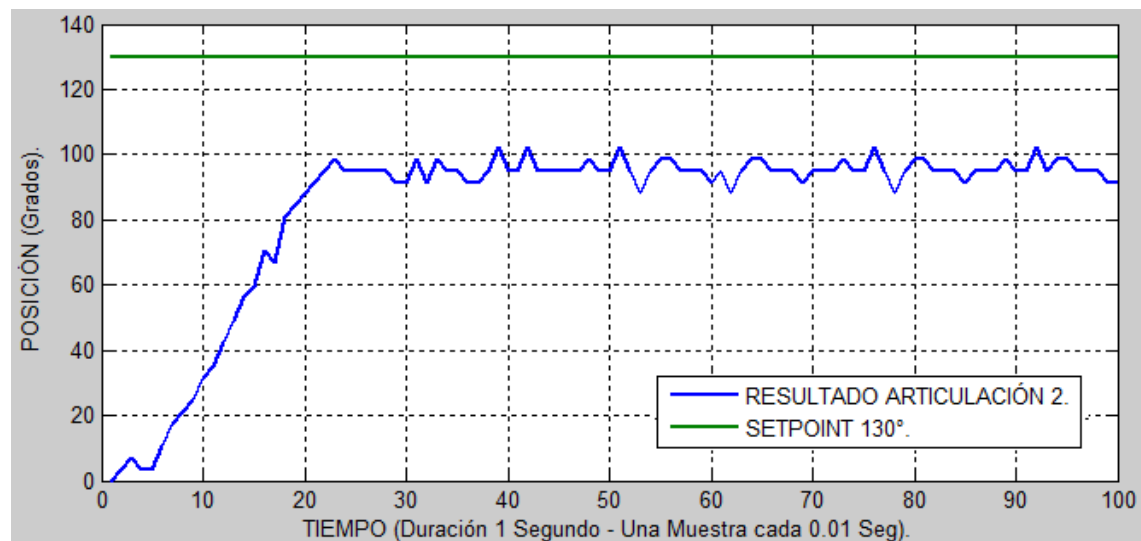
En la figura 75, la curva azul al llegar a la curva verde, evidencia que el control de par posición y velocidad funciona de forma correcta por cuanto los controladores siguen la consigna de velocidad al lograr llegar al punto de setpoint curva color verde. El limitar la corriente, también limita el par generado del motor independientemente de los valores de voltaje necesarios para el control de posición y velocidad. Se puede concluir que el desarrollo del controlador para la articulación 1 con el motor A fue exitoso.

- **Pruebas de par para articulación 2.**

### **Prueba 1 de par para articulación 2.**

Se configuró un setpoint de posición en 130°, un setpoint de velocidad de 150 grados por segundo y una corriente de 130 mA.

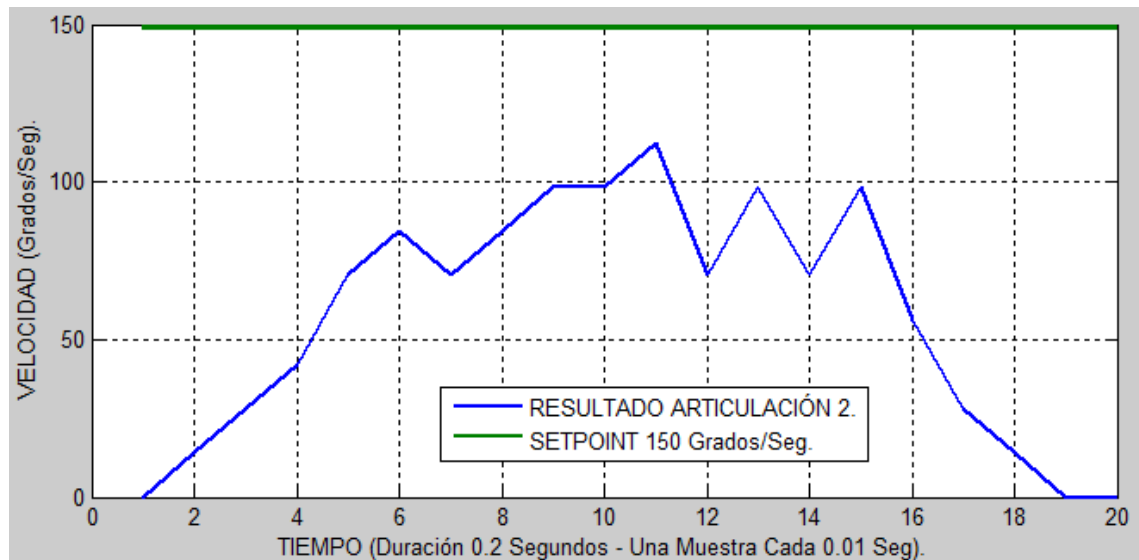
Los resultados de esta prueba se muestran en la Figura 76.



**Figura 76. Prueba 1 todos los controladores resultados posición articulación 2 con par de carga.**

De la Figura 76, se puede observar cómo en la articulación 1 representada en la curva de color azul inicia el seguimiento de consigna, pero al alcanzar un valor de *par de carga* que supera al par motor producto de la constante de torque por la corriente de armadura, en este caso limitada, se queda en la posición al no tener

suficiente fuerza para continuar hasta el setpoint de posición curva color verde. Esto también debido a que el motor B que compone la articulación 2, tiene menos capacidad de generar par ya que su relación de caja reductora es menor.



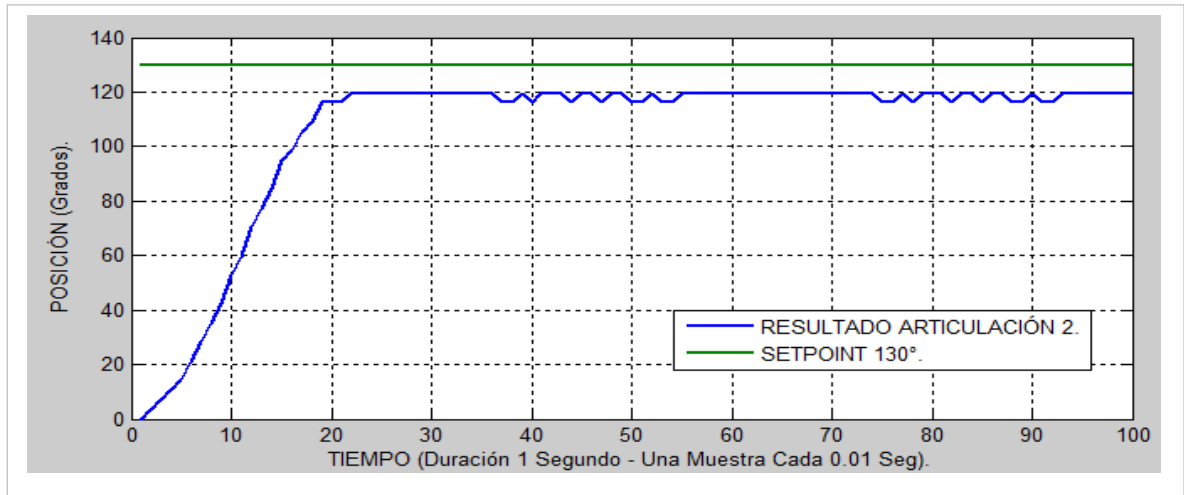
**Figura 77. Prueba 1 todos los controladores resultados velocidad articulación 2 con par de carga.**

En la figura 77, puede observarse como los controladores no alcanzan la velocidad establecida de Setpoint curva color verde, y se ve claramente cómo la velocidad curva color azul aumenta en búsqueda del setpoint de velocidad pero al ir aumentando el par de carga disminuye su velocidad sin alcanzar el setpoint de posición, y después la disminuye hasta quedar la articulación 2 inmóvil.

➤ **Prueba 2 de par para articulación 2.**

Se configuró un setpoint de velocidad de posición de  $130^\circ$ , un setpoint de velocidad de 150 grados por segundo y una corriente de 200 mA.

Los resultados de esta prueba se muestran a continuación en la figura 78.



**Figura 78. Prueba 2 todos los controladores resultados velocidad articulación 2 con par de carga.**

Para la figura 78, se tiene que al aumentar la corriente disponible para el motor B que forma la articulación 2, la curva azul logra acercarse más al setpoint de posición evidenciado en la curva verde y de nuevo el par motor de la articulación al no ser capaz de vencer el par de carga del resorte, se queda en una posición menor y no alcanza el valor de setpoint de posición. De esta manera se comprueba que los controladores funcionan de forma exitosa para controlar velocidad posición y par.



**Figura 79. Prueba 2 velocidad de motor B con controladores PID.**

En la Figura 79, la Articulación 2 alcanza una velocidad cercana al setpoint de velocidad evidenciado en la curva de color verde, pero al estirar más el resorte éste aumenta su par de carga, y de nuevo el motor al ser limitado en corriente no genera el par motor necesario para vencer la carga aplicada por el resorte y después de seguir el setpoint de velocidad inicia su desaceleración hasta el valor 0.

## CONCLUSIONES

En la obtención de los parámetros de un motor DC de imán permanente fue de vital importancia la implementación de una guía o secuencia clara y coherente que asegurare el éxito de la parametrización del motor DC.

Se logro evidenciar que el proceso de desarrollo de un controlador. Es posible si se lleva a cabo una adecuada parametrización del sistema a controlar, para el presente estudio una articulación rotoide con motor DC de imán permanente.

Un aporte importante para el presente estudio fueron las pruebas de simulación entre los dos motores, evidenciando las diferencias y el análisis en las gráficas presentadas.

La sintonización PID más que un método exacto es una técnica analítica, donde la percepción correcta del sistema y de los requerimientos básicos para lograr una sintonización exitosa.

La elección del tipo de controlador y sus características así como el uso adecuado de sus ventajas y el conocer sus limitaciones permiten y facilitan el desarrollo exitoso del controlador

La implementación física el controlador debe hacerse siempre y cuando se esté seguro de los resultados obtenidos en simulación.

Hay que tener en cuenta que los motores DC se comportan de manera diferente cuando están implementados sobre una articulación, puesto que los componentes agregan perturbaciones al sistema

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Aguilar Larrarte. Eliana. Modelado y control de posición y de fuerza de una Prótesis robótica de mano. Documento para examen de valoración. 2007.
- [2] Ángel M. Alonzo Rodríguez. Teoría de máquinas CC y motores de colector. Servicio de publicaciones. E.T.S. ING. Industriales, UPM.Madrid.2003.
- [3] Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. Modelo Matemático de un motor de corriente continua separadamente excitado, control de velocidad por corriente de armadura. Instituto de Ciencias Físicas. Escuela Superior Politécnica. 2012.
- [4] Álvarez, M., Folleto de problemas de maquinaria eléctrica 1, (ESPOL, Guayaquil, 2008.
- [5] Blanco A, Santiago, A. Alonso, Juan. Tecnologías de la Información y de la Comunicación. Programación y Control de Procesos. 2004.
- [6] Escuela de electrónica, “Sistemas de Control Automático”. Sistemas de control automático, Disponible en: <http://www.udb.edu.sv/udb/archivo/guia/electronica-ingenieria/sistemas-de-control-automatico/2013/i/guia-5>.
- [7] H. Kazerooni. Human-robot interaction via the transfer of power and information signals. IEEE Transaction On Systems, Man and Cybernetics, 1990.
- [8] Olier Caparroso, Iván, Avilés, Oscar, Hernández Bello, Juan. “una instrucción a la robótica industrial “universidad militar nueva granada- universidad nacional, Bogotá –Colombia,2005.
- [9] Sears, F., Zemansky, M., Young, H. and Freedman, R., Física universitaria, 11ª Ed. (Pearson Education, California, 2006).

- [10] Morila García, Fernando. Aspectos prácticos del controlador PID. Dpto. de Informática y Automática ETSI de Informática, UNED, Madrid 2007. Disponible en: <http://www.dia.uned.es/~fmorilla/MaterialDidactico/Aspectos%20practicos>.
- [11] Tirado, Sergio. Motores de Corriente Directa (C.D). Departamento de Electricidad Mantenimiento Eléctrico México. 2009. Disponible en Internet. En línea. [http://www.unicrom.com/Tut\\_MotorCC.asp](http://www.unicrom.com/Tut_MotorCC.asp)
- [12] Moriñigo, Daniel, "Motores de Corriente Continua". Notas de Clase, Valladolid: 2005, Disponible en: [http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores\\_dc](http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores_dc).
- [13] Manrique-Machado, Sebastián, Mora-Orozco, Arenas-Crespo, Iván Oswaldo. "Modelado, Diseño e Implementación del Control Analógico de Velocidad para un Motor de CD "Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia, 2013.
- [14] González R, Víctor. Asesoría de Tecnología y FP. Control y Robótica. Fundamentos de Robótica. Curso Provincial, Valladolid. CIFIE. 2006.
- [15] Federación Internacional de Robótica. Industrial Robots. Universidad de Guadalajara Méjico. 2009.
- [16] Ruiz Rojas, Paola Andrea. Mecatrónica. Revolución para el Siglo XXI. Revista Metal. Disponible: [http://www.metalactual.com/revista/8/tecnologia\\_mecatronica](http://www.metalactual.com/revista/8/tecnologia_mecatronica). (Consultado, Enero 18 de 2015).
- [17] Ruiz Olaya, Andrés Felipe. Sistema Robótico Mulimodal para Análisis y estudios en Biomecánica, Movimiento Humano y Control Neuromotor. Tesis Doctoral. 2008.
- [18] Mazzone, Virginia. "Controles PID ". Control automático 1, Universidad nacional de quilmes: 2002, Disponible en: <http://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut1/Apuntes/PID>.

- [19] Alamo Cantarero, Teodoro. "Diseño del Controlador PID". Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla. Disponible en: [http://www.esi2.us.es/~alamo/Archivos/Certificaciones/Sec\\_9\\_Otras\\_Publicaciones/Docente/AlamoPIDTotal](http://www.esi2.us.es/~alamo/Archivos/Certificaciones/Sec_9_Otras_Publicaciones/Docente/AlamoPIDTotal).
- [20] Quijano Ortega, Manuel Guillermo, Hernández Capacho, Carlos Gerardo, "Obtención experimental de los parámetros de un motor que se utilizará en el sistema de locomoción de una esfera rodante", Proyecto fin de carrera, Universidad Pontificia Bolivariana, Bucaramanga, Colombia, 2009 disponible en: [http://repository.upb.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/504/1/digital\\_17633](http://repository.upb.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/504/1/digital_17633).
- [21] Álvarez Alvarado, Manuel Sebastián. "Modelo matemático de un motor de corriente continua separadamente excitado": Control de Velocidad por corriente de armadura "Guayaquil, Ecuador, 2012 artículo disponible en [http://www.lajpe.org/mar12/25\\_LAJPE\\_611\\_Manuel\\_Alvarez\\_preprint\\_corr\\_f](http://www.lajpe.org/mar12/25_LAJPE_611_Manuel_Alvarez_preprint_corr_f).
- [22] S. J. Chapman, "Fundamentos de máquinas de corriente directa", en máquinas eléctricas 4a ED., México: Mc.Graw Hill, 2005.
- [23] Moriñigo, Daniel, "Motores de Corriente Continua". Notas de Clase, Valladolid, 2005, Disponible en: [http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores\\_dc](http://www.die.eis.uva.es/~daniel/docencia/te/motores_dc).
- [24] Manrique-Machado, Sebastián, Mora-Orozco, Iván Oswaldo Arenas-Crespo "Modelado, Diseño e Implementación del Control Analógico de Velocidad para un Motor de CD "Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia, 2013. Disponible en: [http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/\(A\)\\_Ingeniar\\_2013\\_Modelado\\_Diseño\\_e\\_Implementación\\_del\\_Control\\_Analógico\\_de\\_Velocidad\\_para\\_un\\_Motor\\_de\\_CD\\_1250](http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/(A)_Ingeniar_2013_Modelado_Diseño_e_Implementación_del_Control_Analógico_de_Velocidad_para_un_Motor_de_CD_1250).
- [25] Escuela de electrónica, "Sistemas de Control Automático". Sistemas de control automático, Disponible en: <http://www.udb.edu.sv/udb/archivo/guia/electronica-ingenieria/sistemas-de-control-automatico/2013/i/guia-5>.



- [26] Mazzone, Virginia, "Controles PID ". Control automático 1, Universidad nacional de quilmes: 2002, Disponible en:  
<http://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut1/Apuntes/PID>.
- [27] Alamo Cantarero, Teodoro, "Diseño del Controlador PID". Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Sevilla, Disponible en:  
[http://www.esi2.us.es/~alamo/Archivos/Certificaciones/Sec\\_9\\_Otras\\_Publicaciones/Docente/AlamoPIDTotal](http://www.esi2.us.es/~alamo/Archivos/Certificaciones/Sec_9_Otras_Publicaciones/Docente/AlamoPIDTotal).
- [28] FACET– UNT, "Métodos De Sintonización De Controladores PID". Disponible en:  
[http://www.herrera.unt.edu.ar/controldeprocesos/Tema\\_4/Tp4a](http://www.herrera.unt.edu.ar/controldeprocesos/Tema_4/Tp4a).
- [29] Benjamin C. Kuo, "Automatic Control Systems – 5th Edition", Prentice–Hall, (1987).
- [30] Manrique-Machado, Sebastián, Mora-Orozco, Iván, Arenas-Crespo, Oswaldo "Modelado, Diseño e Implementación del Control Analógico de Velocidad para un Motor de CD "Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín, Colombia, 2013. Disponible en:  
[http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/\(A\)\\_Ingeniar\\_2013\\_Modelado\\_Diseño\\_e\\_Implementación\\_del\\_Control\\_Analogico\\_de\\_Velocidad\\_para\\_un\\_Motor\\_de\\_CD\\_1250](http://kosmos.upb.edu.co/web/uploads/articulos/(A)_Ingeniar_2013_Modelado_Diseño_e_Implementación_del_Control_Analogico_de_Velocidad_para_un_Motor_de_CD_1250).
- [31] Morila Garcia, Fernando. Aspectos prácticos del controlador PID. Dpto. de Informática y Automática ETSI de Informática, UNED, Madrid 2007. Disponible en: <http://www.dia.uned.es/~fmorilla/MaterialDidactico/Aspectos%20practicos>.