

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL DESEMPEÑO DE LA MODULACIÓN POR
RESPUESTA PARCIAL EN CUADRATURA 9-QPR, RESPECTO A LA
MODULACIÓN 4-QAM SOBRE UN CANAL CON RUIDO GAUSSIANO**



**Ruby Stella Bravo Ospina
Oscar Jaime Ciceri Coral**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES
GRUPO DE NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES
POPAYÁN, 2015**

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL DESEMPEÑO DE LA MODULACIÓN POR
RESPUESTA PARCIAL EN CUADRATURA 9-QPR, RESPECTO A LA
MODULACIÓN 4-QAM SOBRE UN CANAL CON RUIDO GAUSSIANO**



**Ruby Stella Bravo Ospina
Oscar Jaime Ciceri Coral**

**Trabajo de Grado presentado como requisito para obtener el título de Ingeniero
en Electrónica y Telecomunicaciones**

Director

Jesús Mauricio Ramírez Viafara

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE TELECOMUNICACIONES
GRUPO DE NUEVAS TECNOLOGÍAS EN TELECOMUNICACIONES
POPAYÁN, 2015**

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1. GENERALIDADES.....	4
1.1. INTRODUCCIÓN.....	4
1.2. SISTEMAS DE COMUNICACIONES DIGITALES	4
1.3. MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL	9
1.3.1. Modulación por respuesta parcial clase I.....	12
1.3.2. Modulación por respuesta parcial clase IV.....	17
1.4. PROBABILIDAD DE ERROR DE LA MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL	21
1.4.1. Probabilidad de error de la modulación PR por el criterio de distancia mínima.....	21
1.4.2. Probabilidad de error de la modulación PR por el criterio de máxima verosimilitud.....	25
1.5. MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL EN CUADRATURA.....	28
1.6. PROBABILIDAD DE ERROR DE LA MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL EN CUADRATURA 9-QPR.....	30
1.6.1. Probabilidad de error de la modulación 9-QPR por el criterio de distancia mínima.....	31
1.6.2. Probabilidad de error de la modulación 9-QPR por el criterio de máxima verosimilitud.....	32
CAPÍTULO 2. DISEÑO Y SIMULACIÓN	33
2.1. INTRODUCCIÓN.....	35
2.2. METODOLOGÍA.....	35
2.2.1. Fase 0. Descripción de las especificaciones.....	36
2.2.2. Fase 1. Selección de herramientas de simulación	36
2.2.3. Fase 2. Definición del sistema	37
2.2.4. Fase 3. Diseño del sistema.....	38
2.2.5. Fase 4. Simulación de los sistemas diseñados.....	48
2.2.5. Fase 5. Validación	66
CAPÍTULO 3. EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	71
3.1. INTRODUCCIÓN.....	71
3.2. PLAN DE PRUEBAS	71
3.3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	72
3.3.1. Análisis De Desempeño	72
3.3.2. Análisis Espectral	78

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	89
4.1. INTRODUCCIÓN	89
4.2. CONCLUSIONES	89
4.3. RECOMENDACIONES	90
4.4. TRABAJOS FUTUROS	90
APÉNDICES	93
APÉNDICE A. RESPUESTA AL IMPULSO DEL FILTRO DE RESPUESTA PARCIAL CLASE I.....	93
APÉNDICE B. RESPUESTA AL IMPULSO DEL FILTRO DE RESPUESTA PARCIAL CLASE IV.	94
APÉNDICE C. VALORES DE BER PARA LA VALIDACIÓN DE LOS SISTEMAS 9-QPR CLASE I Y 9-QPR CLASE IV IMPLEMENADOS.	96
APÉNDICE D. VALORES DE BER PARA LOS SISTEMAS 9-QPR Y 4-QAM.	96
APÉNDICE E. VALORES DE EFICIENCIA ESPECTRAL PARA LOS SISTEMAS 9-QPR Y 4-QAM.	98
ANEXOS	103
ANEXO A. FORMA GENERAL DE LA MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL.	103
BIBLIOGRAFÍA	105

LISTADO DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

Figura 1.1. Diagrama de bloques general de un sistema de comunicación digital..	5
Figura 1.2. Diagrama de bloques de un sistema de comunicación digital.	5
Figura 1.3. Modulación y Demodulación Digital.	7
Figura 1.4. Diagrama de bloques general de un sistema de respuesta parcial.	9
Figura 1.5. Modelo equivalente del sistema de comunicación PR.	11
Figura 1.6. Diagrama de bloques del modulador PR clase I.	12
Figura 1.7. Función de transferencia de $H_I(f)$.	13
Figura 1.8. Respuesta al impulso total del filtro PR clase I.	14
Figura 1.9. Diagrama de bloques del modulador PR clase I con pre-codificación.	16
Figura 1.10. Diagrama de bloques del modulador PR clase IV con pre-codificación.	18
Figura 1.11. Función de transferencia de $H_{IV}(f)$.	19
Figura 1.12. Respuesta al impulso total del filtro PR clase IV.	20
Figura 1.13. Símbolos, bits y regiones de la modulación PR.	21
Figura 1.14. Funciones de densidad de probabilidad condicionales de los símbolos de la constelación PR.	22
Figura 1.15. Función de densidad de probabilidad condicionales de los símbolos α y $-\alpha$ de la constelación PR.	23
Figura 1.16. Función de densidad de probabilidad condicionales del símbolo 0 de la constelación PR.	23
Figura 1.17. Funciones de densidad de probabilidad condicionales de los símbolos PR y área de incertidumbre.	25
Figura 1.18. Curvas de probabilidad de error de bit en función de λ cuando $\alpha = 2$, para cuatro valores distintos de σ .	27
Figura 1.19. Diagrama de constelación de QPR.	29
Figura 1.20. Diagrama de un sistema QPR.	30
Figura 1.21. Curvas de desempeño teóricas de la modulación 9-QPR.	32

CAPÍTULO 2

Figura 2.1. Diagrama de flujo de la metodología empleada.	35
Figura 2.2. Diagrama en bloques general de los sistemas 9-QPR.	38
Figura 2.3. Ejemplo de sobre muestreo con $U = 5$.	40
Figura 2.4. Diagrama con anchos de banda a través del modulador del sistema 9-QPR.	41
Figura 2.5. (a) Función de transferencia del filtro raíz cuadrada de coseno alzado con $\rho = 1$. (b) Función de transferencia del filtro PR clase I.	42
Figura 2.6. (a) Función de transferencia del filtro PR clase I (b) Función de transferencia del filtro PR clase I comprimido en un factor de 2 (c) Función de transferencia del filtro PR clase IV.	43
Figura 2.7. (a) Ejemplo de la función Down-Sample con $U = 5$ (b) Ejemplo de la función Down-Sample con $U = 5$ y $k = 1$.	45
Figura 2.8. Regiones de decisión para los sistema 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.	46

Figura 2.9. Etapas del proceso de decisión en el sistema 9-QPR clase I.....	47
Figura 2.10. Etapas del proceso de decisión en el sistema 9-QPR clase IV.....	47
Figura 2.11. Diagrama de simulación de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.	49
Figura 2.12. Respuesta al impulso del filtro PR clase I.....	52
Figura 2.13. Función de transferencia del filtro PR clase I.	52
Figura 2.14. Respuesta al impulso del filtro p'	53
Figura 2.15. Función en el tiempo de la portadora.	54
Figura 2.16. Respuesta al impulso del filtro PR clase IV.	54
Figura 2.17. Función de transferencia del filtro PR clase IV.	55
Figura 2.18. Evolución de la señal en el transmisor, desde el mensaje hasta la señal modulada en el sistema 9-QPR clase I.....	55
Figura 2.19. Evolución de la señal en el transmisor, desde el mensaje hasta la señal modulada en el sistema 9-QPR clase IV.	56
Figura 2.20. Representación gráfica de la relación señal a ruido a la entrada y a la salida del filtro receptor.	57
Figura 2.21. Comportamiento de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase I.....	58
Figura 2.22. Espectro de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase I.	58
Figura 2.23. Comportamiento de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase IV.	59
Figura 2.24. Espectro de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase IV.....	59
Figura 2.25. Comportamiento de las señales atravesando el receptor en el sistema 9-QPR clase I.	61
Figura 2.26. Comportamiento de las señales atravesando el receptor en el sistema 9-QPR clase IV.....	61
Figura 2.27. Diagramas de constelación para el sistema 9-QPR clase I. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$	62
Figura 2.28. Diagramas de constelación para el sistema 9-QPR clase IV. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$	62
Figura 2.29. Diagramas del ojo para el sistema 9-QPR clase I. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$	63
Figura 2.30. Diagramas del ojo para el sistema 9-QPR clase IV. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$	64
Figura 2.31. Diagramas de trayectoria para el sistema 9-QPR clase I. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$	64
Figura 2.32. Diagramas de trayectoria para el sistema 9-QPR clase IV. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$	65
Figura 2.33. Curvas de desempeño del esquema 9-QPR teórica y en simulación.	66
Figura 2.34. Espectro de la señal 9-QPR clase I al 99.99%.	67
Figura 2.35. Espectro de la señal 9-QPR clase IV al 99.99%.....	67

CAPÍTULO 3

Figura 3.1. Curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.....	73
Figura 3.2. Acercamiento a las curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.....	74
Figura 3.3. Curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.....	75
Figura 3.4. Acercamiento a las curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.....	75
Figura 3.5. Curvas de desempeño para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.....	76
Figura 3.6. Acercamiento a las curvas de desempeño para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.....	77
Figura 3.7. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.....	79
Figura 3.8. (a) Espectro de la señal 9-QPR clase I. (b) Espectro de la señal 9-QPR clase IV.....	80
Figura 3.9. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.....	81
Figura 3.10. Espectro de la señal 4-QAM (a) Con SRCF y $\rho = 0.25$. (b) Con SRCF y $\rho = 0.50$. (c) Con SRCF y $\rho = 0.75$. (d) Con filtro rectangular.....	82
Figura 3.11. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con SRCF.....	84
Figura 3.12. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$	85
Figura 3.13. (a) Espectro de la señal 9-QPR clase I (b) Espectro de la señal 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$	86

Anexo

Figura A.1. Esquema general de un modulador de respuesta parcial.....	103
---	-----

LISTADO DE TABLAS

CAPÍTULO 1

Tabla 1.1. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I.....	15
Tabla 1.2. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I con error en un símbolo y_k .	15
Tabla 1.3. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I con pre-codificación.....	17
Tabla 1.4. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I con pre-codificación y error en un símbolo y_k	17
Tabla 1.5. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase IV con pre-codificación y error en un símbolo y_k	20

CAPÍTULO 2

Tabla 2.1. Sistemas de comunicaciones diseñados.....	38
Tabla 2.2. Proceso de codificación para el esquema 9-QPR clase I.....	39
Tabla 2.3. Proceso de codificación para el esquema 9-QPR clase IV.....	39
Tabla 2.4. Atributos de las entidades del sistema.....	48

CAPÍTULO 3

Tabla 3.1. Descripción del plan de pruebas.....	72
Tabla 3.2. Valores de E_b/N_0 para una $BER = 5 \times 10^{-7}$ de los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM.....	78
Tabla 3.3. Valores de E_b/N_0 para una $BER = 6 \times 10^{-7}$ de los sistemas 9-QPR clase IV y 4-QAM.....	78
Tabla 3.4. Valores de eficiencia espectral bajo tres criterios de energía para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.....	80
Tabla 3.5. Porcentajes de energía contenidos en 1 Hz para los sistemas 4-QAM.....	83
Tabla 3.6. Valores de eficiencia espectral bajo tres criterios de energía para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$	85
Tabla 3.7. Energía confinadas en 1 Hz de ancho de banda para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$	86

APÉNDICE C

Tabla C.1. Resultados de BER obtenidos para los sistemas 9-QPR teórico, y 9-QPR clase I y clase IV simulados.....	96
---	----

APÉNDICE D

Tabla D.1. Resultados de BER obtenidos para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV simulados.....	97
Tabla D.2. Resultados de BER obtenidos para los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y 4-QAM con SRCF.....	97

APÉNDICE E

Tabla E.1. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 9-QPR clase I..	98
Tabla E.2. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 9-QPR clase IV.	98
Tabla E.3. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con filtro de respuesta al impulso rectangular.	99
Tabla E.4. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con SRCF y $\rho = 0.25$	99
Tabla E.5. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con SRCF y $\rho = 0.50$	100
Tabla E.6. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con SRCF y $\rho = 0.75$	101

ANEXO A

Tabla A.1 Clases de modulación por respuesta parcial.....	104
---	-----

LISTA DE ACRÓNIMOS

AWGN	Additive White Gaussian Noise, Ruido Blanco Aditivo Gaussiano.
BER	Bit Error Rate, Tasa de Error de Símbolo.
DC	Direct Current, Corriente Continua.
DSB-SC	Double Side Band-Single Carrier, Doble Banda Lateral con Única Portadora.
FPGA	Field Programmable Gate Array, Tecnología de Arreglos de Compuertas Programables.
GUIDE	Grafical User Interfaces Development Environment, Entono de desarrollo de Interfaces Gráficas de Usuario.
IDE	Integrated Development Environment, Entorno de Desarrollo Integrado.
ISI	Intersymbol Interference, Interferencia Intersímbolo.
PR	Partial Response Modulation, Modulación por Respuesta Parcial.
SER	Symbol Error Rate, Tasa de Error de Símbolo.
SNR	Signal to Noise Ratio, Relación Señal a Ruido.
SRCF	Square Raised Root Cosine Filter, Filtro Raíz Cuadrada de Coseno Alzado.
QAM	Quadrature Amplitude Modulation, Modulación de Amplitud en Cuadratura.
QPR	Quadrature Partial Response, Modulación por Respuesta Parcial en Cuadratura.

INTRODUCCIÓN

Un sistema de comunicaciones es el conjunto de elementos que tiene como fin transportar información desde un punto llamado fuente a otro punto llamado destino y cuyo desafío es transmitir el mayor número de datos con el menor número de errores, consumiendo en lo posible la mínima cantidad de recursos disponibles. El desempeño de los sistemas digitales se evalúa a través de parámetros cuantificables, siendo los más significativos la eficiencia espectral y la tasa de error de bit [1].

Con el paso de los años han surgido normas fundamentales que rigen el comportamiento de las técnicas de transmisión. Por su parte, Claude Shannon y Harry Nyquist sentaron las bases de la *teoría de la información* con la postulación de las leyes matemáticas que gobiernan el procesamiento y la representación de la información así como la capacidad de los canales de comunicación. Uno de estos aportes es la restricción de Nyquist para la transmisión sobre canales limitados en ancho de banda que afirma que la máxima velocidad de transmisión que se puede alcanzar sobre un canal con ancho de banda W Hz es $2W$ símbolos reales por segundo, o equivalentemente, W símbolos complejos por segundo. Si tal condición no se cumple, será inevitable la aparición de *interferencia intersímbolo* (ISI: Intersymbol Interference)¹. La velocidad límite de $2W$ símbolos reales por segundo se conoce como *tasa Nyquist* [2].

En la práctica, los sistemas de comunicaciones no logran alcanzar la tasa de Nyquist, pues se requeriría el diseño de filtros ideales. Con el objetivo de maximizar la velocidad de transmisión de datos, y con ello, la eficiencia espectral, los sistemas implementan técnicas de modulación multinivel (ó M -arias), que consisten en representar la información digital mediante M símbolos posibles, lo que incrementa la cardinalidad del alfabeto del modulador, dicho incremento genera una disminución en el desempeño, pues, para una potencia de transmisión constante, el aumento en el tamaño de la constelación reduce la separación entre símbolos, incrementando la vulnerabilidad del sistema frente al ruido. Por otro lado, si se desea mantener la tasa de error de bit en un nivel constante, se requiere el aumento de la potencia de transmisión para conservar la separación entre símbolos. En general, las técnicas multinivel no emplean ningún tipo de correlación entre los dígitos de la secuencia binaria a transmitir, por el contrario, buscan evitar cualquier dependencia o interferencia entre ellos. Dichas técnicas se denominan también transmisiones *sin memoria*.

¹ La ISI es una fuente de errores en un sistema digital que consiste en la contribución de energía de los símbolos adyacentes en el instante óptimo de muestreo correspondiente a un símbolo [3].

En contraste a las modulaciones multinivel convencionales, existen mecanismos con memoria, conocidos como *sistemas de respuesta parcial* (PR: Partial Response), que toman ventaja de una correlación pre-transmisión entre los bits, la cual se puede interpretar como una interferencia intersímbolo controlada, característica que permite transmitir información a la tasa Nyquist, pero empleando filtros realizables [26].

El desarrollo de este trabajo de grado se basa en el análisis, diseño y simulación de dos esquemas *de modulación por respuesta parcial en cuadratura*, 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV (QPR: Quadrature Partial Response), con el fin de evaluar comparativamente su comportamiento respecto a la modulación 4-QAM (QAM: Quadrature Amplitude Modulation), en términos de eficiencia espectral y desempeño frente al ruido.

La estructura del presente trabajo de grado se compone de cuatro capítulos, el primer capítulo aborda las generalidades teóricas de un sistema de comunicaciones digital, además de una descripción detallada de las características de los esquemas de modulación 9-QPR y una demostración matemática de los procesos de modulación y demodulación de los mismos. El segundo capítulo describe la metodología utilizada para el diseño, implementación y validación de las modulaciones en cuestión. En el capítulo tres, se contrastan los resultados de las simulaciones correspondientes a los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, y posteriormente se lleva a cabo el análisis comparativo entre ambos esquemas 9-QPR frente a la modulación convencional 4-QAM. Para finalizar, el capítulo cuatro contiene las conclusiones obtenidas a partir del capítulo anterior, las recomendaciones y las propuestas para futuros trabajos.

A continuación se presentan el objetivo general, y los objetivos específicos planteados en el presente trabajo de grado:

OBJETIVO GENERAL

Analizar el desempeño del esquema de modulación pasabanda² por respuesta parcial en cuadratura 9-QPR, cuando la transmisión se lleva a cabo sobre un canal con ruido blanco aditivo Gaussiano.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Describir matemáticamente los procesos de modulación y demodulación correspondientes al esquema 9-QPR.
- Analizar el desempeño del esquema 9-QPR cuando se emplean diferentes técnicas de conformación de pulso.
- Analizar comparativamente el desempeño, en términos de tasa de error de bit y eficiencia espectral, del esquema de modulación 9-QPR respecto a la modulación 4-QAM.

² Tener en cuenta que en simulación, el diseño y el análisis de desempeño del sistema puede hacerse equivalentemente en banda base haciendo uso de la descomposición analítica de la señal en pasabanda.

CAPÍTULO 1. GENERALIDADES

1.1. INTRODUCCIÓN

Antes de entrar a considerar todos los temas pertinentes a este trabajo de grado, es de vital importancia tener unas bases teóricas solidas que lo soporten, por tal motivo, este capítulo aborda el marco de referencia analítico³ en donde se encuentran todos los conceptos de importancia crítica que permitan conseguir el cumplimiento de los objetivos trazados. Posterior a este capítulo se desarrollan los que competen al modelado, simulación, pruebas, validación, análisis y conclusiones.

1.2. SISTEMAS DE COMUNICACIONES DIGITALES

La comunicación es uno de los elementos más importantes de la raza humana, es esencial para desarrollar cualquier actividad conjunta o para poder expresar alguna necesidad o sentimiento, a tal punto que en cualquier sociedad civilizada es fundamental para el progreso. Por este motivo múltiples disciplinas de la ingeniería se han dado a la tarea de desarrollar mecanismos eficientes de comunicación, desde la telegrafía hasta los sistemas digitales de alta calidad de voz, datos y video [2].

Un sistema⁴ de comunicación es en esencia un conjunto de elementos que permiten llevar a cabo la tarea de transmitir información⁵ de manera exitosa de un origen a un destino. Independientemente del proceso que se utilice para dicha tarea, existen tres componentes básicos: transmisor o emisor, canal y receptor, encargados de generar, transportar y recibir los datos respectivamente [5]. Debido a que este proceso se efectúa a través de un canal que está sujeto a muchas limitantes, se realiza un tratamiento de la información en donde se asegura una eficiencia⁶ y confiabilidad de tal modo que al destino llegue sin errores la totalidad de lo enviado originalmente [6]. La distribución de los elementos mencionados se puede ver la Figura 1.1.

³ El marco de referencia analítico es un lenguaje para describir señales y sistemas además de un conjunto de herramientas extremadamente poderoso para analizarlo [1].

⁴ Un sistema es un conjunto de elementos que están relacionados y organizados entre sí, que manipulan una o más señales para llevar a cabo una función, produciendo de ese modo nuevas señales [3].

⁵ La información es el conocimiento o las señales inteligentes enviadas o recibidas [4].

⁶ La eficiencia es la capacidad de conseguir un propósito empleando los medios idóneos [5].

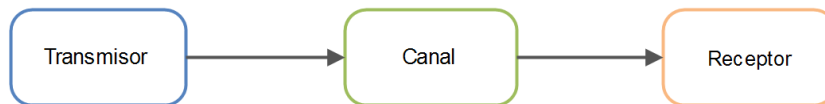


Figura 1.1. Diagrama de bloques general de un sistema de comunicación digital. Adaptado de [7].

En la actualidad los sistemas de comunicación tienden a ser digitales y muy seguramente en el futuro cercano, la digitalización de la información estará omnipresente en la mayor parte de las comunicaciones. Por definición, los sistemas de comunicación digital transfieren información de una fuente digital al receptor adecuado, siendo el mensaje a transmitir una secuencia de valores pertenecientes a un alfabeto discreto [8]. La principal ventaja de este tipo de comunicación con respecto a las analógicas es el grado de abstracción⁷ que permite alcanzar, independizando la comunicación de la naturaleza de la información a enviar [9], lo que puede entenderse como que indiferentemente de las características de la información original, el único objetivo del sistema digital es transportar la secuencia discreta y finita, símbolo⁸ a símbolo, con la independencia que esto representa. Otras ventajas que se consideran son la regeneración⁹, la gran inmunidad al ruido, el multiplexado¹⁰ y las técnicas convenientes de procesamiento de las señales digitales que existen en la actualidad, como: encriptado, compresión de datos, corrección de errores, entre otros.

Partiendo del diagrama en bloques ilustrado en la Figura 1.1, se definen los elementos básicos que componen un sistema de comunicaciones digital, y en la Figura 1.2 se evidencia de forma general los procesos aplicados a la información para su envío desde una fuente hasta un destino, teniendo en cuenta que el objetivo fundamental del sistema consiste en realizar la transmisión con el menor número de errores.

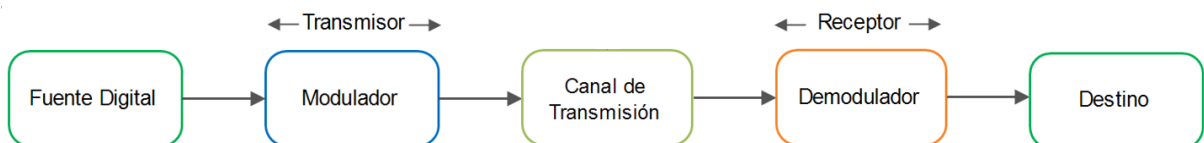


Figura 1.2. Diagrama de bloques de un sistema de comunicación digital. Adaptado de [10].

A continuación se hace una breve descripción de los elementos básicos que conforman un sistema de comunicaciones digital.

⁷ Abstracción se define como la acción de aislar un elemento de su contexto [4].

⁸ Un símbolo corresponde a un conjunto de 1 o n bits.

⁹ La regeneración es la capacidad de reconstruir la señal transmitida a través de repetidores regenerativos [4].

¹⁰ El multiplexado es la combinación y transmisión de señales procedentes de diversos servicios [4].

- **Fuente digital**

La fuente digital es el elemento encargado de generar la secuencia de bits a transmitir [11].

- **Modulador**

Este bloque se ocupa de realizar las adecuaciones necesarias sobre la secuencia de bits que entrega la fuente, convirtiéndola en una forma de onda¹¹ continua conveniente para su transmisión a través del medio [2].

- **Canal de transmisión**

Este elemento se encarga de proveer la conexión entre transmisor y receptor, y corresponde al medio físico a través del cual viaja la información. El paso de la señal transmitida por el canal trae consigo modificaciones y efectos¹² sobre la misma, los cuales corrompen la información ocasionando posibles errores en la transmisión. El canal puede ser implementado por un medio de transmisión guiado¹³ o no guiado¹⁴, y su escogencia depende tanto de la aplicación como de los requerimientos del sistema en cuanto a robustez frente al ruido, velocidad, alcance entre otros [10].

- **Demodulador**

Elemento responsable tanto de la correcta recuperación de la información proveniente del canal de transmisión como de su conversión de tal forma que pueda ser interpretada por el destino. Aplica procesos inversos a los realizados en el modulador además de mecanismos de decisión [10].

- **Destino**

Este bloque representa el elemento que obtiene la información del receptor, y está en capacidad de interpretarla [10].

El proceso de modulación digital abarca un conjunto de pasos básicos los cuales se describen en términos generales a continuación.

Inicialmente se lleva a cabo un procedimiento para representar la secuencia de bits proveniente de la fuente en una secuencia de números reales o complejos

¹¹ La forma de onda es la forma de una señal en el dominio de tiempo. Es una representación visual o gráfica del valor instantáneo de la señal, trazado contra el tiempo.

¹² La señal transmitida se ve corrompida por contaminaciones del canal tales como ruido, interferencias, desvanecimientos, retardos, entre otros [12].

¹³ El medio de transmisión guiado es aquel que provee un medio conductor para señales eléctricas o lumínicas, como el cable, la fibra óptica, las guías de onda, etc. [13].

¹⁴ El medio de transmisión no guiado corresponde al medio inalámbrico por el cual se transmiten señales electromagnéticas [13].

dependiendo del esquema de modulación, a continuación se hace la asignación de una forma de onda banda base a dicha secuencia para su posterior transmisión a través del canal. De este modo en el demodulador, al ejecutar operaciones inversas, se convierte la forma de onda recibida en una secuencia de números reales o complejos, la cual a su vez se representa como una secuencia de bits, que coincide con la secuencia de entrada mientras no haya presencia de errores.

Por otro lado, la modulación digital puede incluir además un paso adicional, que consiste en ubicar las formas de onda banda base alrededor de una frecuencia portadora f_c , obteniendo así las correspondientes formas de onda pasa banda. En el demodulador las formas de onda pasa banda son trasladadas nuevamente a banda base y se continúa con el proceso de recuperación. Este proceso se ilustra en la Figura 1.3.

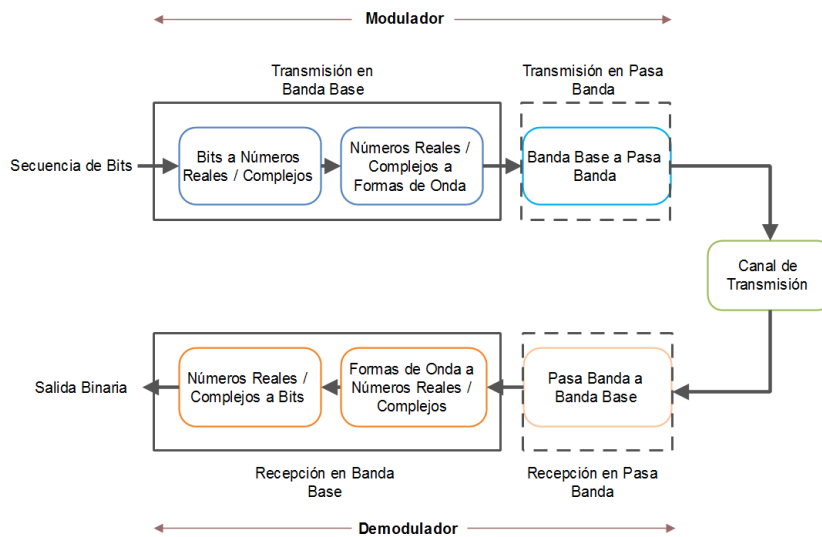


Figura 1.3. Modulación y Demodulación Digital. Adaptado de [2].

El desempeño¹⁵ de un sistema de comunicaciones digital depende del esquema de modulación implementado y se ve determinado por dos parámetros: la eficiencia espectral (η) y el comportamiento de la tasa de error de bit (BER) en función de la relación de energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido (E_b/N_0).

La eficiencia espectral se define como el cociente entre la velocidad de bit, R_b , y el ancho de banda, W , en Hz, por lo que sus unidades son bits/seg/Hz [9] tal como se observa en la ecuación (1.1).

$$\eta = \frac{R_b}{W} \text{ (bits/seg)/Hz.} \quad (1.1)$$

¹⁵ Capacidad de llevar a cabo la transmisión de información con confiabilidad y uso eficiente de los recursos.

Esta relación determina el número de bits por segundo de información que pueden ser transmitidos por cada 1 Hz de ancho de banda, de esta manera se concluye que entre más grande sea este valor, mayor es el desempeño espectral del esquema de modulación.

La eficiencia espectral se relaciona inversamente con el ancho de banda de la señal modulada, por consiguiente, puede hallarse a partir del W que satisfaga la ecuación (1.2) para un porcentaje específico de energía, $\xi(\%)$.

$$\xi(\%) = \frac{\int_W S_s(f) df}{\int_{-\infty}^{\infty} S_s(f) df} \times 100, \quad (1.2)$$

donde $S_s(f)$ es la densidad espectral de potencia de la señal modulada y W es el ancho de banda.

Por otro lado, la relación energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido, está dada por el cociente entre la energía de bit de la señal deseada y la potencia de ruido por cada Hz. Este parámetro tiene una relación estrecha con la probabilidad de error de bit, que se define como la probabilidad de que el bit detectado en un instante particular difiera del bit transmitido en ese mismo instante, esto se muestra en la ecuación (1.3).

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = \Pr\{\hat{b}_i \neq b_i\} = 1 - \Pr\{\hat{b}_i = b_i\}, \quad (1.3)$$

donde \hat{b}_i es el bit estimado en el instante i y b_i es el bit transmitido en dicho instante [15].

Al transmitirse una cantidad de bits arbitrariamente grande, la probabilidad de error de bit puede aproximarse mediante la tasa de error de bit, la cual se describe matemáticamente como el cociente entre el número de bits errados recibidos y el número total de bits enviados durante una transmisión, esto es:

$$BER = \frac{\text{Número de bits errados recibidos}}{\text{Número total de bits transmitidos}}. \quad (1.4)$$

Si se utiliza codificación Gray¹⁶, la tasa de error de bit y la tasa de error de símbolo (SER), se relacionan a través de la expresión (1.5).

$$BER \times n = SER, \quad (1.5)$$

¹⁶ El código Gray es un sistema de numeración binario en el que dos valores sucesivos difieren solamente en uno de sus dígitos

con n igual al número de bits que transporta cada símbolo.

Así, el desempeño frente al ruido de un esquema de modulación digital se puede extraer en términos cualitativos haciendo uso de gráficas bidimensionales con ejes BER y (E_b/N_0) y cuyas curvas indican la correspondencia entre estos dos parámetros, de las cuales se concluye que entre más cerca estén del origen mejor es el desempeño frente al ruido de la modulación y viceversa [12].

1.3. MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL

La interferencia intersímbolo es comúnmente tratada como un efecto no deseable que da lugar a la degradación de las prestaciones del sistema, razón suficiente para que un objetivo clave sea evitar su aparición. Sin embargo, añadir ISI a la señal transmitida de forma controlada hace posible la transmisión de una señal de tasa $2B_T$ símbolos por segundo a través de un canal de ancho de banda B_T Hz (B_T , Ancho de banda de Nyquist). Dicho proceso es conocido como *modulación por respuesta parcial* (PR: Partial Response). La base que fundamenta dicho esquema es el hecho de que la ISI que se introduce en el transmisor es conocida, por lo que en el receptor es posible interpretar la señal de forma adecuada. La modulación por respuesta parcial puede considerarse como una manera de lograr la máxima tasa de transmisión $2B_T$ símbolos por segundo en un canal de ancho de banda B_T Hz como fue postulado por Nyquist, pero usando filtros realizables [17].

Los esquemas de respuesta parcial requieren un procesamiento previo a la transmisión de la información digital, así como también procesos inversos en recepción. Por medio de la representación en diagrama de bloques, la Figura 1.4 ilustra de forma general el sistema PR¹⁷.

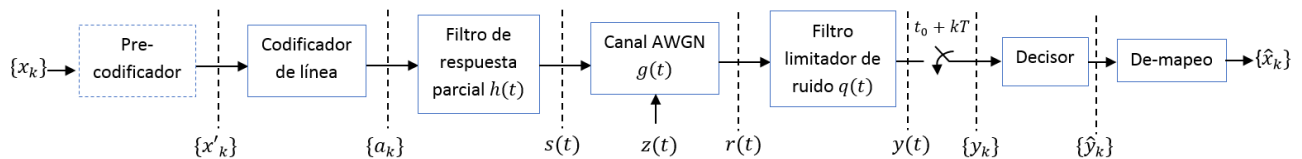


Figura 1.4. Diagrama de bloques general de un sistema de respuesta parcial.

Donde:

$\{x_k\}$, Secuencia binaria proveniente de la fuente.

$\{x'_k\}$, Secuencia binaria pre-codificada.

¹⁷ Se define que el medio de transmisión corresponde a un canal AWGN.

$\{a_k\}$, Secuencia codificada (bipolar o unipolar).

$h(t)$, Respuesta al impulso del filtro transmisor.

$s(t)$, Señal transmitida.

$g(t)$, Respuesta al impulso del canal de transmisión.

$z(t)$, Ruido blanco aditivo modelado con distribución normal de media 0 y varianza $\sigma^2 = N_0/2$, con N_0 densidad espectral de potencia de ruido.

$r(t)$, Señal contaminada con ruido.

$q(t)$, Respuesta al impulso del filtro receptor.

$y(t)$, Señal filtrada en recepción.

t_0 , Instante óptimo de muestreo.

$t_0 + kT, k \in \mathbb{Z}$, Instantes de muestreo, con T igual al periodo de símbolo.

$\{y_k\}$, Muestras de la señal filtrada $y(t)$.

$\{\hat{y}_k\}$, Secuencia de símbolos estimada.

$\{\hat{x}_k\}$, Secuencia binaria estimada.

El desarrollo matemático del sistema de comunicación PR de la Figura 1.4 se muestra desde la ecuación (1.6) hasta la ecuación (1.18).

$$s(t) = \sum_k a_k \cdot h(t - kT). \quad (1.6)$$

$h(t - kT)$ Puede expresarse como la convolución entre $h(t)$ y $\delta(t - kT)$, así:

$$s(t) = h(t) * \sum_k a_k \cdot \delta(t - kT). \quad (1.7)$$

$$r(t) = s(t) * g(t) + z(t). \quad (1.8)$$

Para un canal ideal AWGN $g(t) = \delta(t)$.

Así, se tiene que:

$$r(t) = s(t) + z(t). \quad (1.9)$$

$$y(t) = r(t) * q(t). \quad (1.10)$$

Reemplazando (1.8) en (1.10), resulta:

$$y(t) = [s(t) * g(t) + z(t)] * q(t). \quad (1.11)$$

Por la propiedad distributiva de la convolución, se obtiene:

$$y(t) = s(t) * g(t) * q(t) + z(t) * q(t). \quad (1.12)$$

Reemplazando (1.7) en (1.12), se tiene:

$$y(t) = \left[\sum_k a_k \cdot \delta(t - kT) \right] * h(t) * g(t) * q(t) + z(t) * q(t). \quad (1.13)$$

Ahora, se define:

$$z(t) * q(t) = w(t), \quad (1.14)$$

donde:

$w(t)$, Proceso AWGN filtrado, definido en (1.15) y caracterizado en (1.16).

$$w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z(t - \lambda) \cdot q(\lambda) d\lambda. \quad (1.15)$$

$$w(t) \sim N(0, \sigma^2), \text{ donde } \sigma^2 = \frac{N_0}{2} \|q(t)\|^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [q(t)]^2 dt. \quad (1.16)$$

Sea $p(t)$ la respuesta al impulso total del sistema, definida por:

$$p(t) = h(t) * g(t) * q(t). \quad (1.17)$$

De (1.13), (1.14) y (1.17), resulta:

$$y(t) = \left[\sum_k a_k \cdot \delta(t - kT) \right] * p(t) + w(t). \quad (1.18)$$

Así, el modelo equivalente del sistema se ilustra en la Figura 1.5.

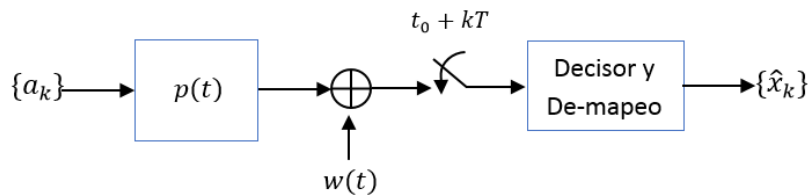


Figura 1.5. Modelo equivalente del sistema de comunicación PR.

Al muestrear $y(t)$ cada T segundos se espera (en ausencia de ruido) obtener una réplica exacta de la secuencia de símbolos transmitida.

1.3.1. Modulación por respuesta parcial clase I

Un sistema de comunicaciones por respuesta parcial básico no posee el bloque de pre-codificación presente en la Figura 1.4. La secuencia de entrada binaria no correlacionada $\{x_k\}$ tiene un periodo de bit T_b segundos, y se codifica bipolarmente obteniendo una secuencia de salida $\{a_k\}$ con valores $+\alpha/2$ para el bit 1 y $-\alpha/2$ para el bit 0. La secuencia $\{a_k\}$ se aplica a la entrada del filtro PR con el objetivo de correlacionar los bits y obtener como resultado una señal continua, que al ser muestreada en los instantes óptimos genera los tres niveles PR $+\alpha, 0$ y $-\alpha$. El diagrama de bloques del modulador PR se puede observar en la Figura 1.6.

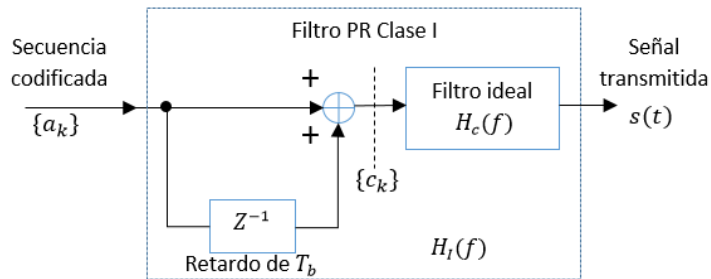


Figura 1.6. Diagrama de bloques del modulador PR clase I. Adaptado de [17].

El filtro PR se constituye por un elemento de retardo, un sumador y un filtro ideal. Si llamamos c_k al símbolo PR, es posible definir una ecuación (1.19) que relacione c_k con a_k .

$$c_k = a_k + a_{k-1}. \quad (1.19)$$

Esta ecuación permite observar como al valor actual se le suma el anterior, generando una correlación entre bits adyacentes, lo que puede entenderse como una especie de ISI introducida deliberadamente en la señal a transmitir.

La función de transferencia de la etapa de correlación corresponde a $1 + e^{-j2\pi f T_b}$, por lo que la función de transferencia total del filtro PR clase I $H_I(f)$, viene dada por la ecuación:

$$\begin{aligned} H_I(f) &= H_c(f) [1 + e^{-j2\pi f T_b}] \\ &= H_c(f) [e^{j\pi f T_b} + e^{-j\pi f T_b}] e^{-j\pi f T_b} \\ &= 2H_c(f) \cos(\pi f T_b) e^{-j\pi f T_b}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Como el filtro $H_c(f)$ es ideal, su función de transferencia es:

$$H_c(f) = \begin{cases} 1, & |f| < \frac{1}{2T_b} = B_T \\ 0, & \text{para el resto} \end{cases} \quad (1.21)$$

De esta forma, la función de transferencia global, $H_I(f)$, toma la forma de medio coseno expresada en la ecuación (1.22) y mostrada en la Figura 1.7.

$$H_I(f) = \begin{cases} 2 \cos(\pi f T_b) e^{-j\pi f T_b}, & |f| < \frac{1}{2T_b} = B_T \\ 0, & \text{Para el resto} \end{cases} \quad (1.22)$$

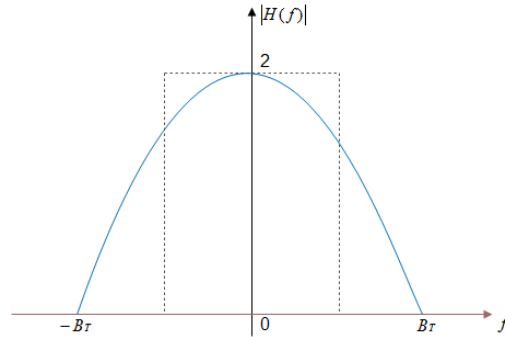


Figura 1.7. Función de transferencia de $H_I(f)$.

Se puede observar que la función de la Figura 1.7 no presenta discontinuidades, característica que otorga una gran ventaja a esta modulación al permitir que su filtro pueda ser fácilmente aproximado en la práctica. La respuesta al impulso global $h_I(t)$ se puede determinar aplicando la transformada inversa de Fourier a la ecuación (1.22), dicho desarrollo se presenta en el Apéndice A. Salvo por un factor de escala, la respuesta al impulso del filtro PR, $h_I(t)$, se expresa en la ecuación (1.23) y se grafica en la Figura 1.8, en la cual es evidente que solo existen dos valores distintos de cero en los instantes de muestreo ($t_i = iT_b$) correspondientes a $t = 0$ y $t = T_b$, lo que significa que dos bits separados T_b serán enviados a la vez por cada símbolo en la transmisión.

$$\begin{aligned} h_I(t) &= \text{sinc}(2B_t t) + \text{sinc}[2B_t(t - 2T_b)] \\ &= \text{sinc}\left(\frac{t}{T_b}\right) + \text{sinc}\left(\frac{t - T_b}{T_b}\right) \\ &= \frac{T_b^2 \sin(2\pi B_t t)}{\pi t(T_b - t)}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

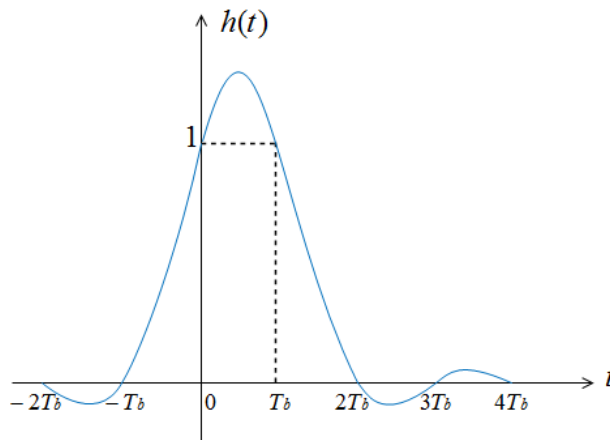


Figura 1.8. Respuesta al impulso total del filtro PR clase I.

En el receptor, es posible extraer la secuencia original $\{x_k\}$ restando el valor previo estimado al valor actual de la secuencia PR estimada $\{\hat{y}_k\}$ ¹⁸. La estimación del bit original hecha por el receptor para $t = kT_b$, se denota $\{\hat{x}_k\}$ y se expresa en la ecuación (1.24). Esta técnica se denomina decisión realimentada.

$$\hat{x}_k = \hat{y}_k - \hat{x}_{k-1}. \quad (1.24)$$

Por lo tanto \hat{x}_k es correcto cuando la estimación de \hat{x}_{k-1} y \hat{y}_k fue correcta, además se aprecia que la ecuación (1.24) corresponde a la operación inversa que realiza el modulador en la ecuación (1.19). El mayor inconveniente de este procedimiento, es que la estimación del bit actual depende de la estimación del bit anterior; esto significa que una vez que ocurre un error, este tiende a propagarse.

Las Tablas 1.1 y 1.2 son ejemplos del funcionamiento del esquema PR donde se muestran las diferentes secuencias que se presentan a lo largo del sistema cuando la secuencia de entrada $\{x_k\}$ es igual a 0010110. Se considera que el canal no introduce ruido, y se supone también que el bit previo x_0 es 0.

Las reglas de de-mapeo son:

- Si $\hat{y}_k = \alpha$, entonces $\hat{x}_k = 1$
- Si $\hat{y}_k = -\alpha$, entonces $\hat{x}_k = 0$
- Si $\hat{y}_k = 0$, entonces \hat{x}_k es el opuesto de \hat{x}_{k-1}

¹⁸ Esta operación se efectúa con la representación bipolar de la secuencia \hat{x}_k .

Tabla 1.1. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I.

Instante k	0	1	2	3	4	5	6	7
Bits originales $\{x_k\}$	0	0	0	1	0	1	1	0
Bits codificados $\{a_k\}$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$
Símbolos transmitidos $\{c_k\}$		$-\alpha$	$-\alpha$	0	0	0	α	0
Símbolos estimados $\{\hat{y}_k\}$		$-\alpha$	$-\alpha$	0	0	0	α	0
Bits estimados $\{\hat{x}_k\}$		0	0	1	0	1	1	0

La Tabla 1.1 muestra cómo se obtiene correctamente la secuencia transmitida cuando no se presentan errores en la estimación de la secuencia \hat{y}_k , ahora, en la Tabla 1.2 se introduce a propósito un error en el segundo símbolo estimado (color rojo), para ver su efecto en el posterior de-mapeo.

Tabla 1.2. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I con error en un símbolo \hat{y}_k .

Instante k	0	1	2	3	4	5	6	7
Bits originales $\{x_k\}$	0	0	0	1	0	1	1	0
Bits codificados $\{a_k\}$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$
Símbolos transmitidos $\{c_k\}$		$-\alpha$	$-\alpha$	0	0	0	α	0
Símbolos estimados $\{\hat{y}_k\}$		$-\alpha$	α	0	0	0	α	0
Bits estimados $\{\hat{x}_k\}$		0	1	0	1	0	1	0

El ejemplo desarrollado en la Tabla 1.2, muestra cómo el error en la estimación del segundo símbolo de la secuencia $\{\hat{y}_k\}$ no sólo ocasiona un error en la estimación de un bit de la secuencia $\{\hat{x}_k\}$ sino que éste se propaga en las estimaciones posteriores, desencadenando una serie de errores que incrementan la tasa de error de bit.

Para corregir este problema, se utiliza la técnica de pre-codificación, la cual convierte la secuencia binaria de entrada $\{x_k\}$, en otra secuencia binaria $\{x'_k\}$, en donde existe una independencia en la estimación de bits adyacentes. El sistema PR clase I con pre-codificación se observa en el diagrama de bloques de la Figura 1.9 y se define matemáticamente en las ecuaciones (1.25) y (1.26).

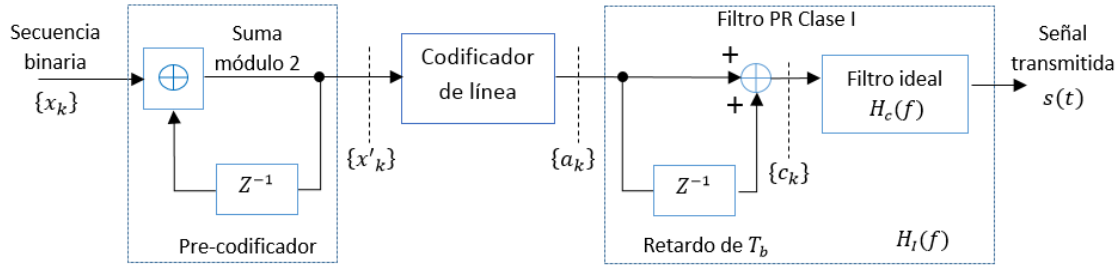


Figura 1.9. Diagrama de bloques del modulador PR clase I con pre-codificación.

$$x'_k = x_k \oplus x'_{k-1}. \quad (1.25)$$

$$c_k = a_k + a_{k-1}. \quad (1.26)$$

El símbolo \oplus representa la suma módulo 2, lo que es equivalente a la operación XOR (or exclusiva) entre los dígitos binarios x_k y x'_{k-1} . Si la secuencia $\{x'_k\}$ se codifica bipolarmente, se obtiene la secuencia $\{a_k\}$ con un impulso de amplitud $+\alpha/2$ para el bit 1 y un impulso de amplitud $-\alpha/2$ para el bit 0, así se puede demostrar que según la ecuación (1.26), $\{c_k\}$ se puede expresar en la ecuación (1.27).

$$c_k = \begin{cases} \pm\alpha, & \text{si } x_k \text{ es } 0 \\ 0, & \text{si } x_k \text{ es } 1 \end{cases} \quad (1.27)$$

La ecuación (1.28), se deduce a partir de la ecuación (1.27), y expresa la condición que debe tener el receptor para estimar el bit \hat{x}_k a partir del símbolo recibido y_k .

$$\hat{x}_k = \begin{cases} 0, & \text{si } |y_k| > \alpha/2 \\ 1, & \text{si } |y_k| < \alpha/2 \end{cases} \quad (1.28)$$

Como consecuencia positiva de la pre-codificación, la propagación de errores no tiene lugar, ya que no es necesario utilizar los bits estimados anteriormente para determinar el actual.

Las Tablas 1.3 y 1.4 son ejemplos del funcionamiento del esquema PR clase I donde se muestran las diferentes secuencias que se presentan a lo largo del sistema, cuando la secuencia de entrada $\{x_k\}$ es igual a 0010110. Se considera que el canal no introduce ruido y se supone también que el bit previo x'_0 es 1.

Las reglas de de-mapeo son:

- Si $\hat{y}_k = \alpha$, entonces $\hat{x}_k = 0$
- Si $\hat{y}_k = -\alpha$, entonces $\hat{x}_k = 0$
- Si $\hat{y}_k = 0$, entonces $\hat{x}_k = 1$

Tabla 1.3. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I con pre-codificación.

Instante k	0	1	2	3	4	5	6	7
Bits originales $\{x_k\}$		0	0	1	0	1	1	0
Bits pre – codificados $\{x'_k\}$	1	1	1	0	0	1	0	0
Bits codificados $\{a_k\}$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$
Símbolos transmitidos $\{c_k\}$		α	α	0	$-\alpha$	0	0	$-\alpha$
Símbolos estimados $\{\hat{y}_k\}$		α	α	0	$-\alpha$	0	0	$-\alpha$
Bits estimados $\{\hat{x}_k\}$		0	0	1	0	1	1	0

La Tabla 1.3 muestra la correcta obtención de la secuencia transmitida cuando no se presentan errores en la secuencia estimada $\{\hat{y}_k\}$, ahora, en la Tabla 1.4 se introduce a propósito un error en el segundo símbolo estimado (color rojo), para ver su efecto en el posterior de-mapeo.

Tabla 1.4. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase I con pre-codificación y error en un símbolo \hat{y}_k .

Instante k	0	1	2	3	4	5	6	7
Bits originales $\{x_k\}$		0	0	1	0	1	1	0
Bits pre – codificados $\{x'_k\}$	1	1	1	0	0	1	0	0
Bits codificados $\{a_k\}$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	$-\alpha/2$
Símbolos transmitidos $\{c_k\}$		α	α	0	$-\alpha$	0	0	$-\alpha$
Símbolos estimados $\{\hat{y}_k\}$		α	$-\alpha$	0	$-\alpha$	0	0	$-\alpha$
Bits estimados $\{\hat{x}_k\}$		0	0	1	0	1	1	0

Como se observa en la Tabla 1.4, la ocurrencia de un error en la estimación de un bit no influye en la correcta estimación de los posteriores, gracias al proceso de pre-codificación que evita su propagación.

1.3.2. Modulación por respuesta parcial clase IV

Este esquema de modulación es muy similar a la técnica de respuesta parcial clase I, pero discrepa en que la correlación se realiza con el bit anterior al previo. En este caso, el retardo a utilizar es de $2T_b$ segundos en lugar de T_b segundos. Usando el proceso de pre-codificación el esquema completo se ilustra en la Figura 1.10.

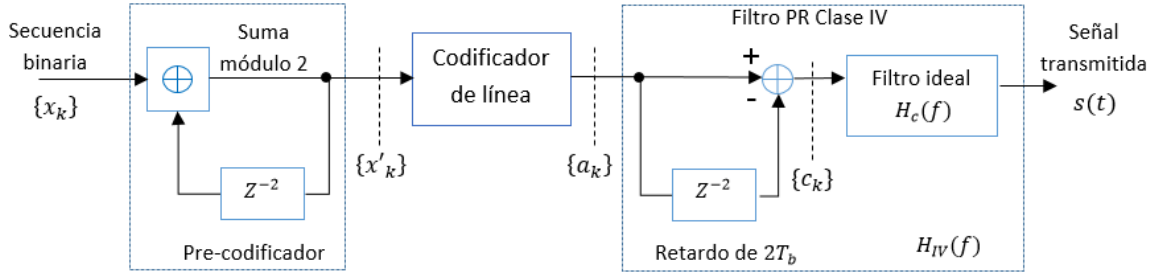


Figura 1.10. Diagrama de bloques del modulador PR clase IV con pre-codificación.

Para evitar la propagación de errores, el esquema PR clase IV incluye también un proceso de pre-codificación antes del filtro conformador, que consiste en aplicar una suma módulo 2 o XOR para determinar la secuencia $\{x'_k\}$ a partir de la secuencia de entrada $\{x_k\}$. Para este esquema se usa un retardo de $2T_b$ segundos como se puede ver en la Figura 1.10. La ecuación (1.29) muestra la relación entre la entrada y la salida del pre-codificador.

$$x'_k = x_k \oplus x'_{k-2}. \quad (1.29)$$

La ecuación (1.30) describe la relación entre la secuencia de símbolos $\{c_k\}$ a la salida de la etapa de correlación y la secuencia $\{a_k\}$ a su entrada. La secuencia $\{a_k\}$ se genera a partir de la codificación unipolar de x'_k y posee un impulso de amplitud $+\alpha/2$ para el bit 1 y un pulso de amplitud 0 para el bit 0, lo que conlleva a que la secuencia $\{c_k\}$ presente tres posibles niveles de amplitud, $+\alpha/2$, 0 y $-\alpha/2$.

$$c_k = a_k - a_{k-2}. \quad (1.30)$$

En el receptor se recupera la secuencia $\{\hat{x}_k\}$ a partir de $\{y_k\}$, según la regla de decisión dada por la ecuación (1.31).

$$\hat{x}_k = \begin{cases} 0 & \text{si } |y_k| < \alpha/4 \\ 1 & \text{si } |y_k| > \alpha/4 \end{cases} \quad (1.31)$$

La función global de transferencia $H_{IV}(f)$ viene dada por la ecuación (1.32). Si $H_c(f)$ es un filtro ideal con ancho de banda B_T , entonces la respuesta global del filtro PR clase IV se muestra en la ecuación (1.33) y equivale a un ciclo completo de un seno. En la Figura 1.11 se puede observar la función de transferencia de dicho filtro.

$$\begin{aligned} H_{IV}(f) &= H_c(f)[1 - e^{-j4\pi f T_b}] \\ &= H_c(f)[e^{j2\pi f T_b} - e^{-j2\pi f T_b}]e^{-j2\pi f T_b} \\ &= 2jH_c(f) \sin(2\pi f T_b) e^{-j2\pi f T_b}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$H_{IV}(f) = \begin{cases} 2j \sin(2\pi f T_b) e^{-j2\pi f T_b}, & |f| < \frac{1}{2T_b} \\ 0, & \text{Para el resto} \end{cases} \quad (1.33)$$

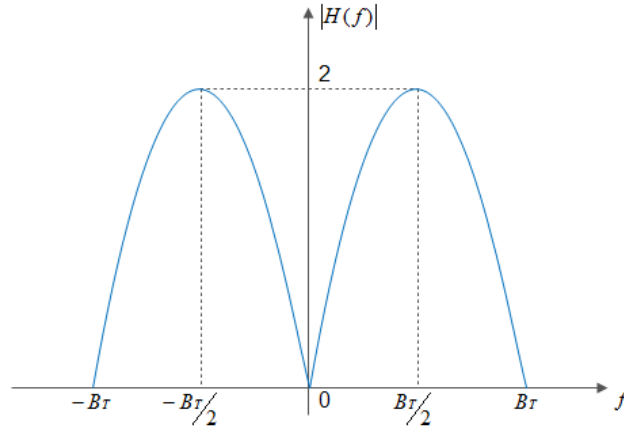


Figura 1.11. Función de transferencia de $H_{IV}(f)$.

El esquema PR clase IV presenta una propiedad importante que lo diferencia del esquema PR clase I, y es la no existencia de componente continua en la señal transmitida, independientemente de las probabilidades a-priori de los bits del mensaje.

De la función de transferencia de la ecuación (1.33), se llega a la respuesta al impulso del filtro PR clase IV, este desarrollo se presenta en el Apéndice B. Salvo por un factor de escala la respuesta al impulso está dada por:

$$\begin{aligned} h_{IV}(t) &= \text{sinc}(2B_T t) - \text{sinc}[2B_T(t - 2T_b)] \\ &= \text{sinc}\left(\frac{t}{T_b}\right) - \text{sinc}\left(\frac{t - 2T_b}{T_b}\right) \\ &= \frac{2T_b^2 \sin(2\pi B_T t)}{\pi t(2T_b - t)}. \end{aligned} \quad (1.34)$$

En la Figura 1.12, se ilustra dicha respuesta al impulso. Como se puede observar, $h_{IV}(t)$ solo tiene dos valores distintos de cero en los instantes de muestreo $t_i = iT_b$ correspondientes a $t = 0$ y $t = 2T_b$.¹⁹

¹⁹ La amplitud negativa en este segundo caso se debe al signo menos presente en la ecuación (1.30) o en la Figura 1.10.

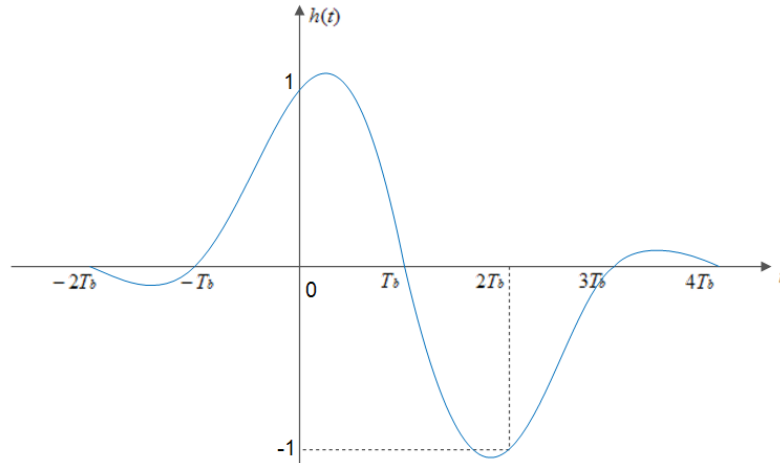


Figura 1.12. Respuesta al impulso total del filtro PR clase IV.

La Tabla 1.5, presenta un ejemplo del funcionamiento del esquema PR clase IV donde se muestran las diferentes secuencias que se presentan a lo largo del sistema, cuando la secuencia de entrada $\{x_k\}$ es igual a 0010110. Se considera que el canal no introduce ruido y se supone también que los bits previos x'_{-1} y x'_0 son 1. Además se introduce intencionalmente un error en la estimación de un símbolo \hat{y}_k para ver su efecto en el posterior de-mapeo.

Las reglas de de-mapeo son:

- Si $\hat{y}_k = \alpha/2$, entonces $\hat{x}_k = 1$
- Si $\hat{y}_k = -\alpha/2$, entonces $\hat{x}_k = 1$
- Si $\hat{y}_k = 0$, entonces $\hat{x}_k = 0$

Tabla 1.5. Ejemplo de funcionamiento del esquema PR clase IV con pre-codificación y error en un símbolo \hat{y}_k .

Instante k	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
Bits originales $\{x_k\}$			0	0	1	0	1	1	0
Bits pre – codificados $\{x'_k\}$	1	1	1	1	0	1	1	0	1
Bits codificados $\{a_k\}$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	$\alpha/2$	0	$\alpha/2$	$\alpha/2$	0	$\alpha/2$
Símbolos transmitidos $\{c_k\}$			0	0	$-\alpha/2$	0	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	0
Símbolos estimados $\{\hat{y}_k\}$			0	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	0	$\alpha/2$	$-\alpha/2$	0
Bits estimados $\{\hat{x}_k\}$			0	1	1	0	1	1	0

La Tabla 1.5, muestra que al igual que en el esquema PR clase I, la pre-codificación evita la propagación de errores.

1.4. PROBABILIDAD DE ERROR DE LA MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL

Para el cálculo de la probabilidad de error de la modulación por respuesta parcial se considera una fuente binaria equiprobable, así las probabilidades a-priori equivalen a $1/2$. Además, dicho desarrollo es igualmente aplicable para los esquemas PR clase I y PR clase IV debido a que poseen la misma constelación, distancia entre símbolos y probabilidades a-priori de los bits transmitidos.

1.4.1. Probabilidad de error de la modulación PR por el criterio de distancia mínima

El criterio de distancia mínima consiste en observar el nivel de salida del muestreador y elegir el símbolo de la constelación geoméricamente más cercano a dicho nivel.

La Figuras 1.13 y 1.14, muestran la distribución de los símbolos de la modulación PR con sus respectivas regiones, su correspondencia en bits y las funciones de densidad de probabilidad condicionales, para proveer una base al posterior desarrollo matemático.

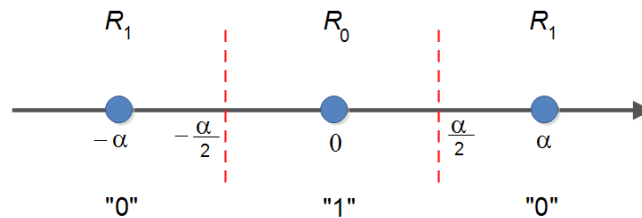


Figura 1.13. Símbolos, bits y regiones de la modulación PR.

En virtud de la independencia entre la señal transmitida y el ruido del canal, la función de densidad de probabilidad del símbolo recibido es la convolución entre las funciones de densidad de probabilidad del símbolo transmitido y del ruido. En la Figura 1.14 se muestran las funciones de densidad de probabilidad condicionales de los símbolos de la constelación.

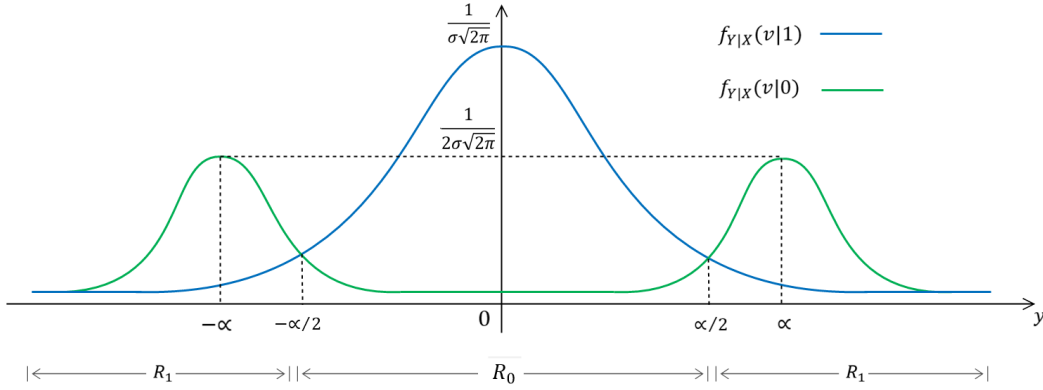


Figura 1.14. Funciones de densidad de probabilidad condicionales de los símbolos de la constelación PR.

Las regiones de decisión son las siguientes:

$$R_0: \quad -\alpha/2 \leq Y \leq \alpha/2 \quad : \quad |Y| \leq \alpha/2. \quad (1.35)$$

$$R_1: \quad Y < -\alpha/2 \quad \cup \quad Y > \alpha/2 \quad : \quad |Y| > \alpha/2. \quad (1.36)$$

Si se define X como la variable aleatoria que denota el bit transmitido en el instante k , y \hat{X} como el bit estimado para ese instante, el evento error, ε_b , se define como:

$$\varepsilon_b = \{X \neq \hat{X}\}. \quad (1.37)$$

En ese sentido, la probabilidad de error de bit es equivalente a la probabilidad de que el nivel de salida del muestreador, denotado con la variable aleatoria Y , tome un valor dentro de la región de decisión equivocada. Esto se expresa matemáticamente a continuación:

$$\begin{aligned} \Pr\{\varepsilon_b\} &= \Pr\{X \neq \hat{X}\} \\ &= 1 - \Pr\{X = \hat{X}\} \\ &= 1 - \sum_{i=0}^1 \Pr\{X = i, \hat{X} = i\} \\ &= 1 - \sum_{i=0}^1 \Pr\{X = i\} \Pr\{\hat{X} = i | X = i\} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^1 \Pr\{\hat{X} = i | X = i\} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \Pr\{\hat{X} = 0 | X = 0\} - \frac{1}{2} \Pr\{\hat{X} = 1 | X = 1\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 1 - \frac{1}{2} \Pr\left\{|Y| > \frac{\alpha}{2} \mid X = 0\right\} - \frac{1}{2} \Pr\left\{|Y| \leq \frac{\alpha}{2} \mid X = 1\right\} \\
&= 1 - \frac{1}{2} \int_{R_1} f_{Y|X}(v|0) dv - \frac{1}{2} \int_{R_0} f_{Y|X}(v|1) dv.
\end{aligned} \tag{1.38}$$

Las funciones de densidad de probabilidad condicional de la variable aleatoria Y , condicionada sobre el bit transmitido en el instante k , se describen en las ecuaciones (1.39) y (1.40) y se muestran en las Figuras 1.15 y 1.16. En dichas figuras, el área sombreada corresponde a la región de decisión correcta.

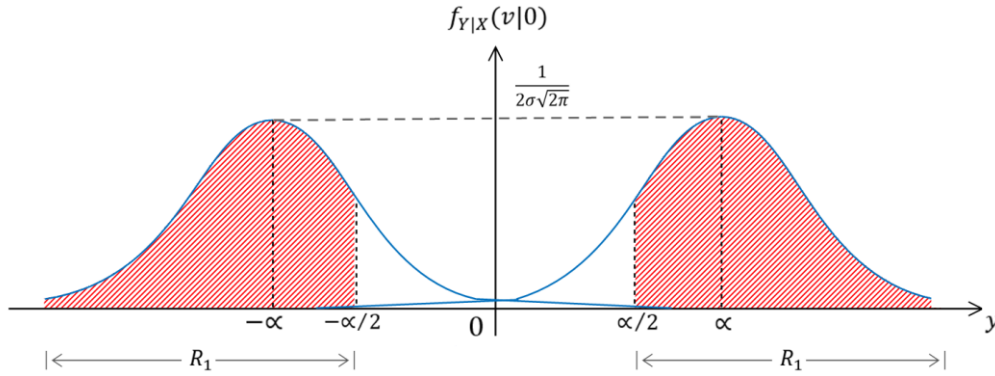


Figura 1.15. Función de densidad de probabilidad condicional de los símbolos α y $-\alpha$ de la constelación PR.

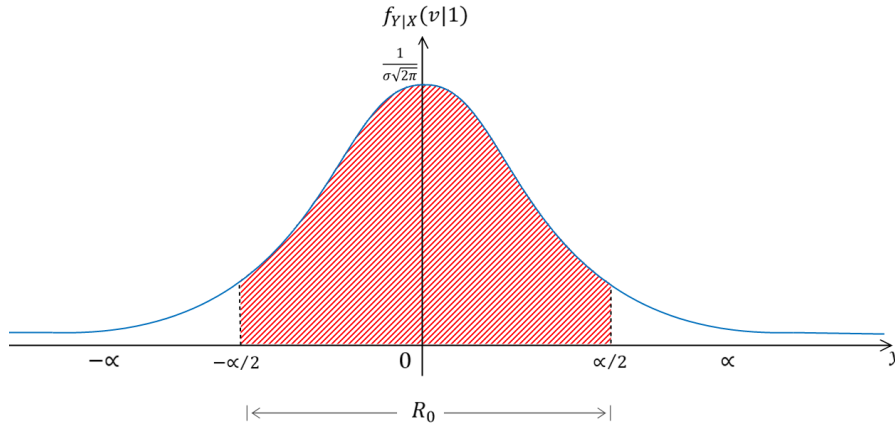


Figura 1.16. Función de densidad de probabilidad condicional del símbolo 0 de la constelación PR.

$$\begin{aligned}
f_{Y|X}(v|0) &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] \\
&= \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right].
\end{aligned} \tag{1.39}$$

$$f_{Y|X}(v|1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}. \quad (1.40)$$

Reemplazando (1.39) y (1.40) en (1.38) e integrando sobre las regiones definidas en las ecuaciones (1.35) y (1.36), la probabilidad de error de bit corresponde a lo siguiente:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = 1 - \frac{1}{2} \left[\int_{-\infty}^{-\alpha/2} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] dv + \int_{\alpha/2}^{\infty} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] dv \right] - \frac{1}{2} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv. \quad (1.41)$$

Aplicando la propiedad de simetría de la distribución normal, se llega a la igualdad:

$$\int_{-\infty}^{-\alpha/2} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] dv = \int_{\alpha/2}^{\infty} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] dv. \quad (1.42)$$

Así, la probabilidad de error de bit queda expresada como:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = 1 - \frac{1}{2} \int_{\alpha/2}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] dv - \frac{1}{2} \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv. \quad (1.43)$$

Expresando (1.43) en términos de la función de distribución acumulativa complementaria normal estándar (Función Q)²⁰ [12], se tiene que:

$$\begin{aligned} \Pr\{\varepsilon_b\} &= 1 - \frac{1}{2} Q\left(\frac{3\alpha}{2\sigma}\right) - \frac{1}{2} Q\left(-\frac{\alpha}{2\sigma}\right) - \frac{1}{2} \left[Q\left(-\frac{\alpha}{2\sigma}\right) - Q\left(\frac{\alpha}{2\sigma}\right) \right] \\ &= \frac{3}{2} Q\left(\frac{\alpha}{2\sigma}\right) - \frac{1}{2} Q\left(\frac{3\alpha}{2\sigma}\right). \end{aligned} \quad (1.44)$$

Para determinar la probabilidad de error de bit, en términos de la relación E_b/N_0 , se expresan los valores de α y σ en función de E_b y N_0 respectivamente, esto es:

$$\begin{aligned} E_b &= E[\|X\|^2] \\ &= \frac{1}{4}\alpha^2 + \frac{1}{2}0^2 + \frac{1}{4}\alpha^2. \end{aligned} \quad (1.45)$$

$$= \frac{1}{2}\alpha^2. \quad (1.46)$$

²⁰ $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2/2} du.$

$$\frac{\alpha}{2\sigma} = \sqrt{\frac{1 \alpha^2}{4 \sigma^2}} = \sqrt{\frac{1 \ 2E_b}{4 N_0/2}} = \sqrt{\frac{E_b}{N_0}}. \quad (1.47)$$

$$\frac{3\sigma}{2\alpha} = 3 \times \sqrt{\frac{1 \alpha^2}{4 \sigma^2}} = \sqrt{\frac{1 \ 2E_b}{4 N_0/2}} = 3 \times \sqrt{\frac{E_b}{N_0}}. \quad (1.48)$$

Reemplazando (1.47) y (1.48) en (1.44), se obtiene la probabilidad de error de bit de la modulación por respuesta parcial en función de la relación E_b/N_0 , esto es:

$$\Pr\{\varepsilon_s\} = \Pr\{\varepsilon_b\} = \frac{3}{2} \times Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) - \frac{1}{2} \times Q\left(\sqrt{\frac{9E_b}{N_0}}\right). \quad (1.49)$$

1.4.2. Probabilidad de error de la modulación PR por el criterio de máxima verosimilitud

El criterio de máxima verosimilitud consiste en elegir un umbral de decisión tal que minimice la probabilidad de error en la decisión, tomando en cuenta las probabilidades a-priori de los símbolos de la constelación. La Figura 1.17 presenta gráficamente la probabilidad del evento error, es decir el área sombreada.

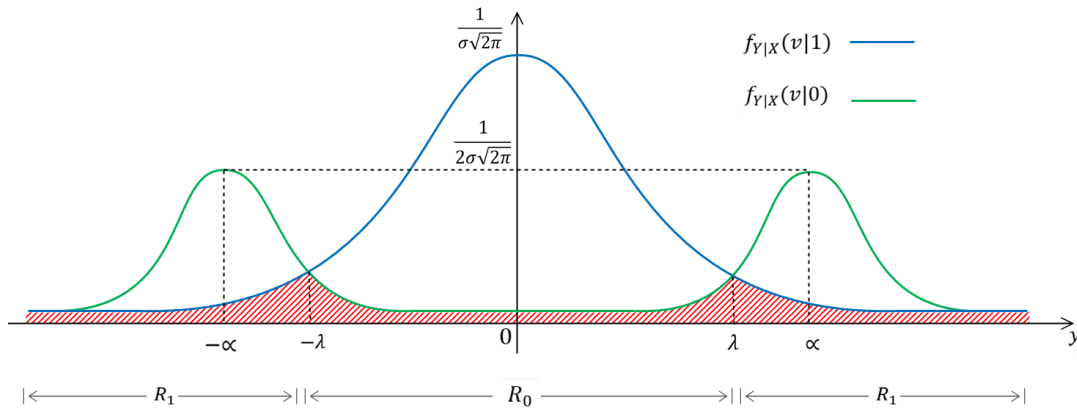


Figura 1.17. Funciones de densidad de probabilidad condicional de los símbolos PR y área de incertidumbre.

Como ya se dijo, el umbral óptimo de decisión, λ , se elige de tal forma que la probabilidad de error en la decisión sea mínima, es decir, el área sombreada mostrada en la Figura 1.17 sea lo más pequeña posible. A continuación se lleva a cabo el procedimiento que permite determinar λ .

Como punto de partida, se define la probabilidad de error de bit en la expresión (1.50).

$$\begin{aligned}
\Pr\{\varepsilon_b\} &= \Pr\{X \neq \hat{X}\} \\
&= \Pr\{\hat{X} = 1, X = 0\} + \Pr\{\hat{X} = 0, X = 1\} \\
&= \Pr\{X = 0\} \Pr\{\hat{X} = 1|X = 0\} + \Pr\{X = 1\} \Pr\{\hat{X} = 0|X = 1\}. \quad (1.50)
\end{aligned}$$

De la ecuación (1.50) se tiene que la probabilidad de error de bit corresponde a la sumatoria total de las áreas sombreadas de la Figura 1.17 multiplicada por la probabilidad a-priori de los bits, como lo indica la expresión (1.51).

$$\begin{aligned}
\Pr\{\varepsilon_b\}(\lambda) &= \frac{1}{2} \left[2 \int_{-\lambda}^{\lambda} f_{Y|X}(v|0) dv + 2 \int_{\lambda}^{\infty} f_{Y|X}(v|1) dv \right] \\
&= \int_{-\lambda}^{\lambda} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} \left[e^{-\frac{(v+\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}} \right] dv + \int_{\lambda}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}} dv \\
&= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\lambda} \frac{e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dv - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{-\lambda} \frac{e^{-\frac{(v-\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dv + 1 - \int_{-\infty}^{\lambda} \frac{e^{-\frac{v^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} dv. \quad (1.51)
\end{aligned}$$

Para calcular los puntos críticos de la función de probabilidad de error de bit, se halla la primera derivada de la ecuación (1.51) y se iguala a cero, según el criterio de la primera derivada [22]. Llevando a cabo este desarrollo matemático se obtiene que el umbral óptimo de decisión está dado por la ecuación (1.54).

$$\begin{aligned}
\frac{d\Pr\{\varepsilon_b\}}{d\lambda} &= \frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{(\lambda-\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} - \frac{1}{2} (-1) \frac{e^{-\frac{(-\lambda-\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} - \frac{-\lambda^2}{e^{2\sigma^2}} \\
&= \frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{(\lambda-\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} + \frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{(\lambda+\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} - \frac{-\lambda^2}{e^{2\sigma^2}}. \quad (1.52)
\end{aligned}$$

$$\frac{d\Pr\{\varepsilon_b\}}{d\lambda} = 0. \quad (1.53)$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \frac{e^{-\frac{(\lambda-\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(\lambda+\alpha)^2}{2\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}} &= \frac{-\lambda^2}{e^{2\sigma^2}} \\
e^{-\frac{(\lambda-\alpha)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(\lambda+\alpha)^2}{2\sigma^2}} &= 2e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} \\
e^{-\frac{(\lambda^2-2\alpha\lambda+\alpha^2)}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(\lambda^2+2\alpha\lambda+\alpha^2)}{2\sigma^2}} &= 2e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} \\
e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} e^{\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} e^{\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} &= 2e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \left[e^{\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}} + e^{-\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}} \right] &= 2e^{-\frac{\lambda^2}{2\sigma^2}} \\
e^{-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \left[e^{\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}} + e^{-\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}} \right] &= 2 \\
2 \cosh\left(\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2}\right) &= 2e^{\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}} \\
\frac{\alpha\lambda}{\sigma^2} &= \cosh^{-1}\left(e^{\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}}\right) \\
\lambda &= \frac{\sigma^2}{\alpha} \cosh^{-1}\left(e^{\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}}\right). \tag{1.54}
\end{aligned}$$

A partir de la ecuación (1.51) se redefine la probabilidad de error de bit como:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right) + \frac{1}{2} \left[Q\left(\frac{\alpha - \lambda}{\sigma}\right) - Q\left(\frac{\lambda + \alpha}{\sigma}\right) \right]. \tag{1.55}$$

La Figura 1.18, presenta las curvas de probabilidad de error de bit en función de λ para diferentes combinaciones de σ y α .

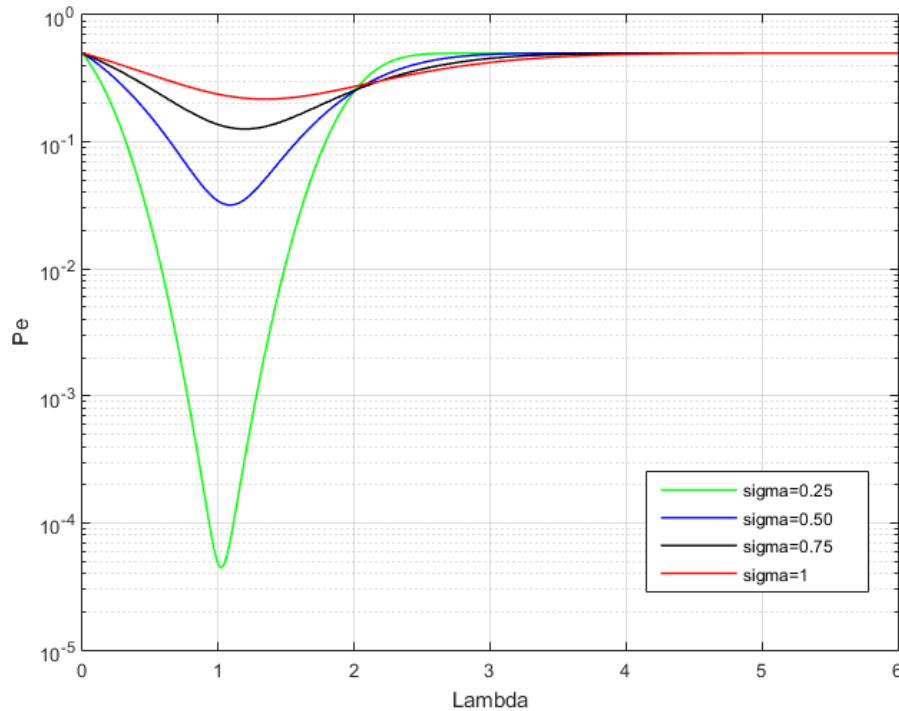


Figura 1.18. Curvas de probabilidad de error de bit en función de λ cuando $\alpha = 2$, para cuatro valores distintos de σ .

La Figura 1.18 presenta un ejemplo particular en el cual α es igual a 2, y σ toma 4 diferentes valores. Se observa como a medida que la desviación estándar es mayor, la

probabilidad de error de bit aumenta, así, la curva con mejor comportamiento es la de color verde, correspondiente a $\sigma = 0.25$. El valor de λ calculado a partir de la ecuación (1.54), con $\alpha = 2$ y $\sigma = 0.25$ es:

$$\lambda = \frac{(0.25)^2}{2} \cosh^{-1} \left(e^{\frac{2^2}{2(0.25)^2}} \right) = 1.0216. \quad (1.56)$$

Observando la curva verde de la Figura 1.18, se comprueba que dicho valor coincide con el mínimo de la probabilidad de error, por tanto, constituye un umbral óptimo de decisión.

Ahora, tomando en cuenta el umbral óptimo de la ecuación (1.54) y expresando todos los términos en función de E_b/N_0 se llega a la expresión para la probabilidad de error de bit, usando el criterio de máxima verosimilitud, esto es:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = Q \left(\frac{\cosh^{-1} \left(e^{\frac{2E_b}{N_0}} \right)}{2 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}}} \right) - \frac{1}{2} Q \left(2 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} + \frac{\cosh^{-1} \left(e^{\frac{2E_b}{N_0}} \right)}{2 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}}} \right) + \frac{1}{2} Q \left(2 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} - \frac{\cosh^{-1} \left(e^{\frac{2E_b}{N_0}} \right)}{2 \sqrt{\frac{E_b}{N_0}}} \right). \quad (1.57)$$

1.5. MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL EN CUADRATURA

La modulación QPR consiste en transmitir paralelamente dos señales PR, empleando dos portadoras con la misma frecuencia y fase en cuadratura (similar a un sistemas M-QAM), con lo que se obtiene una constelación en el plano complejo y una señal modulada en pasa banda. El rasgo distintivo de este esquema de modulación, es que logra transmitir a una tasa de W números complejos por segundo, ocupando un ancho de banda de W Hz, empleando filtros realizables [18].

La expresión general de una modulación en cuadratura está definida en la ecuación (1.58).

$$s(t) = \sum_k [(a_k)_I \cdot h(t - kT) \cos(2\pi f_c t) + (a_k)_Q \cdot h(t - kT) \sin(2\pi f_c t)], \quad (1.58)$$

donde $h(t - kT) \cos(2\pi f_c t)$ y $h(t - kT) \sin(2\pi f_c t)$ son dos señales DSB-SC con 90° de separación [14].

Si $\{a_k\}$ es una secuencia de niveles $(+\alpha/2, -\alpha/2)$ y $h(t)$ es una respuesta al impulso tipo rectangular o raíz cuadrada de coseno alzado, entonces la modulación corresponde a 4-QAM, si por el contrario $h(t)$ es la respuesta al impulso PR clase I, el esquema en cuestión es 9-QPR clase I. La modulación 9-QPR clase IV se genera

cuando $\{a_k\}$ posee los niveles $(+\alpha/2, 0)$ y $h(t)$ es la respuesta al impulso PR clase IV.

Los esquema de respuesta parcial clase I y clase IV generan un diagrama de ojo de tres niveles $(\alpha, 0, -\alpha)$ y poseen una constelación de 3 puntos, por lo tanto la constelación del sistema QPR es una grilla cuadrada de 9 estados (9-QPR), como se muestra en la Figura 1.19.

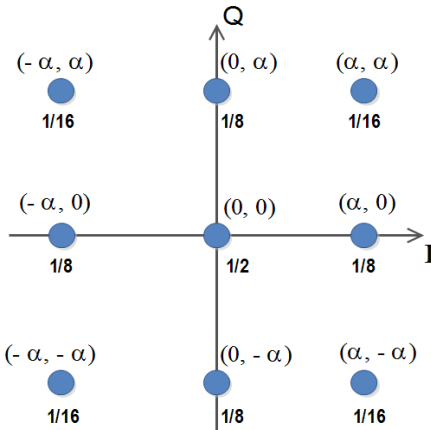


Figura 1.19. Diagrama de constelación de QPR. Adaptado de [20].

La ecuación (1.59) muestra el cálculo de la matriz de probabilidad a-priori de los símbolos 9-QPR a partir del producto matricial entre dos vectores de probabilidad a-priori de los símbolos PR.

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right) = \begin{pmatrix} \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{16} & \frac{1}{8} & \frac{1}{16} \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

La separación entre los puntos de una constelación está determinada por la energía del sistema, este aspecto influye directamente en la probabilidad de error ya que entre más cerca estén los puntos, mayor vulnerabilidad frente al ruido. Por esta razón, es conveniente reducir el número de puntos de la constelación para disminuir la tasa de error pero a su vez se debe intentar no afectar la eficiencia espectral de forma considerable.

El diagrama de bloques del modulador y demodulador 9-QPR se muestra en la Figura 1.20.

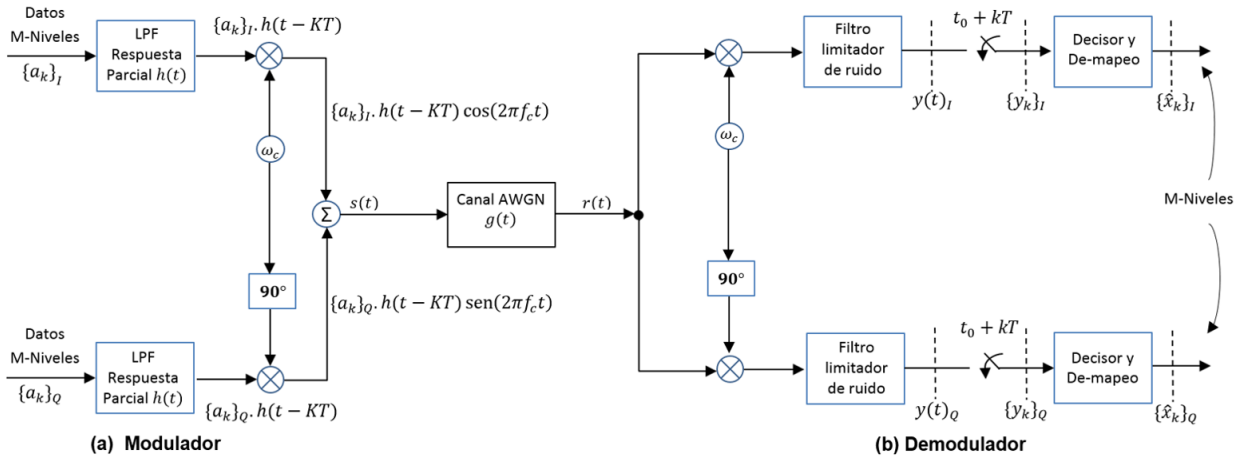


Figura 1.20. Diagrama de un sistema QPR. Adaptado de [16].

En transmisión, las señales en fase y cuadratura se generan separadamente con filtros PR, por lo que en recepción se procesan de forma independiente usando el mismo esquema de demodulación de PR descrito en las secciones 1.3.1 y 1.3.2 para PR clase I y PR clase IV respectivamente.

La eficiencia espectral y la tasa de error de bit en QPR dependen del esquema de respuesta parcial implementado. Ver Anexo A, Tabla A.1. Es importante recalcar que los esquemas PR clase I y clase IV alcanzan la velocidad de transmisión de Nyquist, por lo tanto le permiten a 9-QPR lograr la eficiencia espectral teórica de 2 bps/Hz [21].

1.6. PROBABILIDAD DE ERROR DE LA MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL EN CUADRATURA 9-QPR

Sean los siguientes eventos:

- A : Error en la detección de un bit en el canal I.
- B : Error en la detección de un bit en el canal Q.
- ε_b : Error en la detección de un bit.
- ε_s : Error en la detección de un símbolo.

Cabe resaltar que los eventos A y B son estadísticamente independientes.

A continuación se describe el proceso mediante el cual se halla la fórmula general de la probabilidad de error de bit de la modulación por respuesta parcial en cuadratura 9-QPR en función de la probabilidad de error de bit de la modulación por respuesta parcial, la cual se define en la ecuación (1.64).

Como los eventos A y B son independientes, el evento error en la detección de un símbolo, ε_s , se puede definir en la ecuación (1.60).

$$\varepsilon_s = A \cup B. \quad (1.60)$$

$$\varepsilon_s^c = (A \cup B)^c$$

$$\varepsilon_s^c = A^c \cup B^c. \quad (1.61)$$

$$\Pr\{\varepsilon_s^c\} = \Pr\{A^c \cap B^c\}$$

$$\Pr\{\varepsilon_s^c\} = \Pr\{A^c\}\Pr\{B^c\}$$

$$1 - \Pr\{\varepsilon_s\} = [1 - \Pr\{A\}][1 - \Pr\{B\}]$$

$$\Pr\{\varepsilon_s\} = 1 - [1 - \Pr\{A\}]^2$$

$$\Pr\{\varepsilon_s\} = 1 - [1 - 2\Pr\{A\} + (\Pr\{A\})^2]$$

$$\Pr\{\varepsilon_s\} = 2\Pr\{A\} - [\Pr\{A\}]^2. \quad (1.62)$$

Como cada símbolo posee la información de 2 bits, se tiene que:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = \frac{1}{2}\Pr\{\varepsilon_s\}. \quad (1.63)$$

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = \Pr\{A\} - \frac{1}{2}[\Pr\{A\}]^2. \quad (1.64)$$

La probabilidad de error de bit en cualquiera de los dos canales, $\Pr\{A\}$, corresponde a la probabilidad de error de bit de la modulación por respuesta parcial hallada previamente en la sección 1.4.

1.6.1. Probabilidad de error de la modulación 9-QPR por el criterio de distancia mínima

Redefiniendo la ecuación (1.64), se expresa la probabilidad de error de bit de 9-QPR en la expresión (1.65).

$$\Pr\{\varepsilon_b\}_{9-QPR} = \Pr\{\varepsilon_b\}_{PR} - \frac{1}{2}[\Pr\{\varepsilon_b\}_{PR}]^2. \quad (1.65)$$

Reemplazando la ecuación (1.49) en (1.65), se obtiene que la probabilidad de error de bit de la modulación por respuesta parcial en cuadratura 9-QPR en función de la relación E_b/N_0 está dada por:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = \frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) - \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{9E_b}{N_0}}\right) - \frac{1}{2}\left[\frac{3}{2}Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) - \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{\frac{9E_b}{N_0}}\right)\right]^2. \quad (1.66)$$

1.6.2. Probabilidad de error de la modulación 9-QPR por el criterio de máxima verosimilitud

Reemplazando la ecuación (1.57) en (1.65), se obtiene que la probabilidad de error de bit de la modulación por respuesta parcial en cuadratura 9-QPR en función de la relación E_b/N_0 está dada por:

$$\Pr\{\varepsilon_b\} = Q\left(\frac{\cosh^{-1}\left(e^{\frac{2E_b}{N_0}}\right)}{2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right) - \frac{1}{2}Q\left(2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} + \frac{\cosh^{-1}\left(e^{\frac{2E_b}{N_0}}\right)}{2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} - \frac{\cosh^{-1}\left(e^{\frac{2E_b}{N_0}}\right)}{2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right) - \frac{1}{2}\left[Q\left(\frac{\cosh^{-1}\left(e^{\frac{2E_b}{N_0}}\right)}{2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right) - \frac{1}{2}Q\left(2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} + \frac{\cosh^{-1}\left(e^{\frac{2E_b}{N_0}}\right)}{2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} - \frac{\cosh^{-1}\left(e^{\frac{2E_b}{N_0}}\right)}{2\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}}\right)\right]^2. \quad (1.67)$$

La Figura 1.21, presenta las curvas de desempeño (BER vs E_b/N_0) de la modulación 9-QPR, partiendo de las probabilidades de error de bit halladas por medio de los métodos de distancia mínima y máxima verosimilitud.

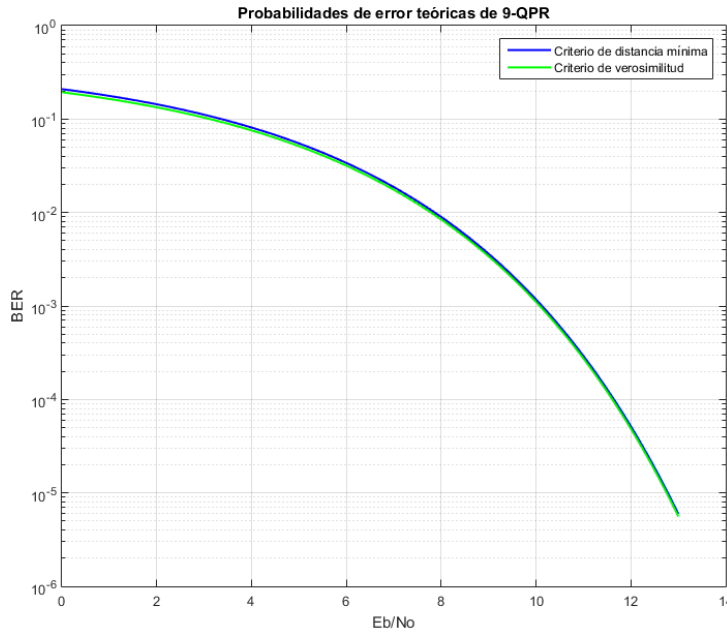


Figura 1.21. Curvas de desempeño teóricas de la modulación 9-QPR.

La Figura 1.21 permite apreciar que el comportamiento de la probabilidad de error en función de la E_b/N_0 es aproximadamente igual para los dos criterios de decisión.

Resumen: Los sistemas de comunicaciones digitales están constituidos por un conjunto de dispositivos, cada uno de los cuales desempeña una tarea específica con el fin de lograr un objetivo común, que consiste en enviar información de manera confiable y eficiente. En general los sistemas de comunicaciones intentan evitar la aparición de fenómenos que puedan degradar sus características y con esto aumentar la tasa de error de bit en la transmisión, tal es el caso de la interferencia intersímbolo, que es comúnmente tratada como un efecto no deseado. En contraste, existen esquemas de modulación que sacan provecho de la ISI, introduciéndola deliberadamente en la etapa de transmisión para alcanzar altas eficiencias espectrales, este proceso recibe el nombre de modulación por respuesta parcial. El capítulo 1 abarca la descripción de los procesos de modulación y demodulación del sistema 9-QPR, así como también un desarrollo matemático para hallar su expresión de la probabilidad de error de bit. En términos generales, la modulación 9-QPR consiste en transmitir paralelamente dos señales PR, una en fase y otra en cuadratura. La señal PR es el resultado de llevar a cabo una serie de procesos sobre la secuencia binaria original, los cuales buscan generar una correlación entre bits adyacentes que se interpreta como una interferencia intersímbolo controlada, método que permite transmitir a la tasa máxima de Nyquist pero usando filtros realizables. Al ser los símbolos 9-QPR no equiprobables, podría considerarse que el criterio de decisión por distancia mínima no es el indicado, por esta razón la expresión de probabilidad de error de bit se halla por medio de este método y también con base en el criterio de máxima verosimilitud el cual sí tiene en cuenta la probabilidad a-priori de los símbolos de la constelación. Los resultados obtenidos muestran que no existe una diferencia considerable entre estos dos criterios para el caso de la modulación por respuesta parcial en cuadratura de 9 estados.

CAPÍTULO 2. DISEÑO Y SIMULACIÓN

2.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe y se detalla paso a paso la metodología utilizada en el desarrollo del trabajo de grado.

Como primera actividad fundamental se realiza una descripción de las especificaciones en la cual tienen lugar los objetivos del trabajo de grado, en segunda instancia se presenta la selección de las herramientas software empleadas para la simulación, seguida de la definición de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV y su respectivo diseño y simulación.

Finalmente, se lleva a cabo una etapa de validación, la cual tiene como primer fin exponer los resultados obtenidos a partir de la simulación para su posterior análisis, así como también corroborar el correcto desarrollo de los pasos previos, contrastando dichos resultados con los teóricos expuestos en el capítulo 1.

2.2. METODOLOGÍA

El diagrama de la Figura 2.1 corresponde a la metodología empleada para el desarrollo y cumplimiento de los objetivos del presente trabajo de grado, la cual está basada en el modelo metodológico Lineal Secuencial [23].

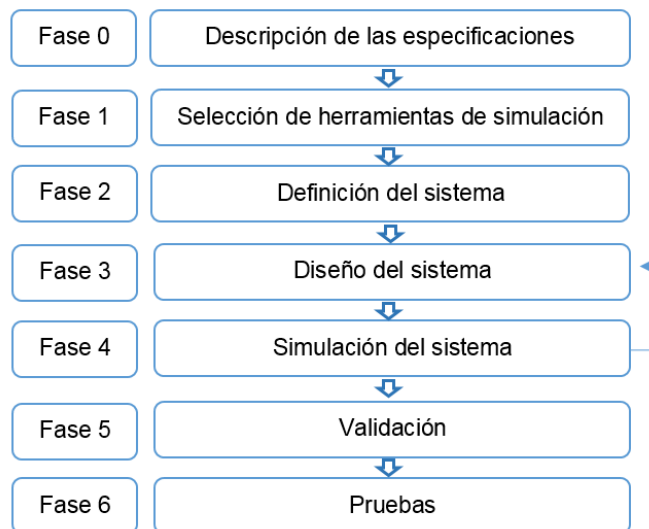


Figura 2.1. Diagrama de flujo de la metodología empleada.

A continuación se explica en forma detallada el desarrollo de cada una de las fases de este modelo metodológico.

2.2.1. Fase 0. Descripción de las especificaciones

En esta fase se evidencian las especificaciones necesarias para cumplir con el objetivo general del trabajo de grado, las cuales a su vez dan pie a la selección de las herramientas software.

Las especificaciones consideradas se listan a continuación:

- Analizar el desempeño del esquema 9-QPR cuando se emplean diferentes técnicas de conformación de pulso.
- Analizar comparativamente el desempeño, en términos de tasa de error de bit y eficiencia espectral, de los esquemas de modulación 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV respecto a la modulación 4-QAM.

El análisis para el cumplimiento de las especificaciones del presente trabajo de grado, se realiza con base en gráficas espectrales, diagramas de constelación, diagramas del ojo, diagramas de trayectoria, curvas de desempeño (E_b/N_0 vs BER) y curvas de eficiencia espectral (ξ vs η).

2.2.2. Fase 1. Selección de herramientas de simulación

Dado el enfoque de este trabajo de grado, es necesario que la herramienta software a utilizar cumpla con las siguientes características:

- Fácil acceso

Si bien, la herramienta software a usar para las simulaciones debe estar dentro de los recursos de la Universidad del Cauca, por lo que debe ser una herramienta licenciada costeadada por la institución o en su defecto de uso libre en los laboratorios.

- Usabilidad

Es importante que la herramienta software sea de fácil uso, característica que permite mayor fluidez en el desarrollo de las simulaciones para un cumplimiento completo y satisfactorio de los objetivos del trabajo dentro del periodo de tiempo establecido.

- Soporte para modelado y simulación de sistemas de telecomunicaciones

La herramienta software debe contar con la robustez necesaria para permitir el modelado de los diferentes sistemas, es decir, contar con elementos enfocados hacia las telecomunicaciones.

- Libre configuración de las variables

Esta característica es de vital importancia debido a la necesidad del diseñador de manipular libre e ilimitadamente los parámetros de los sistemas para las diferentes pruebas.

- Visualizadores

Las gráficas arrojadas por las simulaciones son imprescindibles para el análisis de los resultados, por esta razón se debe poder visualizar el comportamiento espectral de las señales, las funciones de transferencia y las respuestas impulsivas de los filtros, así como también los diagramas de constelación, del ojo y las curvas de desempeño de los sistemas.

Teniendo en cuenta los anteriores aspectos, toda la atención se centra en el entorno de desarrollo integrado proporcionado por Matlab®.

Matlab® es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio conocido como lenguaje M. dicha herramienta está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux .

Entre sus prestaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario y la comunicación con programas en otros lenguajes. El paquete Matlab® dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, la plataforma de simulación multidominio (Simulink) y el editor de interfaces de usuario (GUIDE) [24].

Matlab® es una herramienta de simulación que cumple con cada uno de los 5 requerimientos previamente expuestos, la Universidad del Cauca posee disponibilidad de licencias del software, por otro lado existe vasta documentación que impulsa y facilita su uso, además de que cuenta con la robustez y funcionalidad suficiente para el modelado, configuración y simulación de los sistemas de comunicaciones requeridos y con múltiples instrumentos para obtener resultados de forma gráfica.

2.2.3. Fase 2. Definición del sistema

Con base en los diagramas de bloques de las Figuras 1.2 y 1.3, los sistemas diseñados, 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, constan en términos generales de una fuente generadora de bits, la cual provee la secuencia de datos a transmitir. Los bits generados pasan a través del modulador, proceso que genera una forma de onda que contiene un nuevo alfabeto de símbolos 9-QPR que depende del esquema de

modulación implementado (PR clase I o PR clase IV). La señal 9-QPR se transmite a través del canal AWGN, quien por su parte le adiciona ruido gaussiano.

En el receptor, la señal contaminada con ruido gaussiano pasa a través del filtro receptor, el cual tiene como objetivo adecuarla para los procesos posteriores, muestreo, decisión y de-mapeo. Durante la etapa de muestreo, se toman muestras periódicas de la señal en los instantes óptimos, las cuales llegan al decisor y al de-mapeador, subsistemas encargados de compararlas con umbrales de decisión y estimar el mensaje transmitido.

2.2.4. Fase 3. Diseño del sistema

En la fase 3, se presenta el diseño detallado del sistema de comunicaciones 9-QPR, con dos diferentes filtros de transmisión, como se resume en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Sistemas de comunicaciones diseñados.

	MODULACIÓN	TIPO DE FILTRO
1	9-QPR	PR clase I
2		PR clase IV

La Figura 2.2 corresponde al diagrama de bloques general de los dos sistemas 9-QPR implementados.

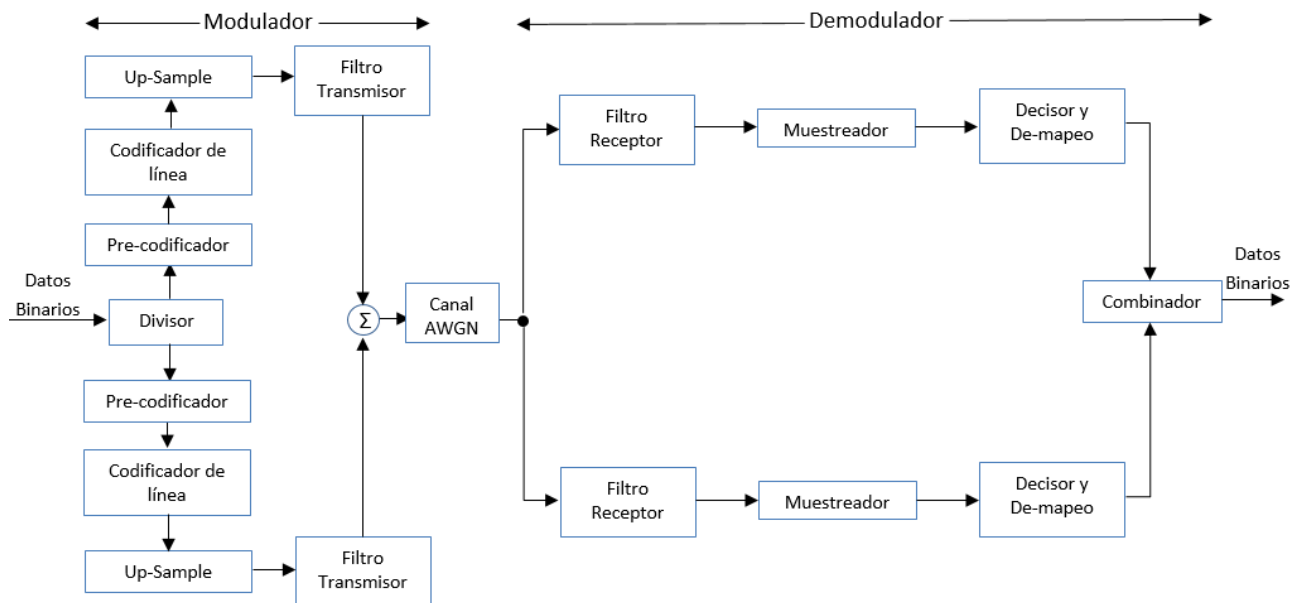


Figura 2.2. Diagrama en bloques general de los sistemas 9-QPR.

A continuación se especifican cada uno de los subsistemas presentes en el diagrama general de la Figura 2.2.

- **Datos binarios**

Los datos binarios corresponden a una secuencia pseudo-aleatoria de bits equiprobables, proveniente de la fuente digital de información. Dicha secuencia se divide posteriormente por dos ramas con el fin de llevar al sistema a cuadratura.

- **Pre-codificador**

Este subsistema comprende el proceso de independizar la estimación de un bit de los bits adyacentes. La entrada y la salida de este bloque son secuencias binarias.

1. 9-QPR clase I

Para el sistema 9-QPR clase I, el pre-codificador efectúa la operación lógica *XOR* entre el bit actual de entrada y el bit de salida generado un periodo antes.

2. 9-QPR Clase IV

Para el sistema 9-QPR clase IV, el pre-codificador efectúa la operación lógica *XOR* entre el bit actual de entrada y el bit de salida generado dos periodos antes.

- **Codificador de línea**

La codificación de línea convierte los dígitos binarios en valores reales de amplitud. Para 9-QPR clase I se maneja una representación bipolar, y para 9-QPR clase IV una representación unipolar.

1. 9-QPR clase I

El proceso de codificación se muestra en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2. Proceso de codificación para el esquema 9-QPR clase I.

BIT DE ENTRADA	VALOR DE SALIDA
0	$-\alpha/2$
1	$+\alpha/2$

1. 9-QPR clase IV

El proceso de codificación se muestra en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Proceso de codificación para el esquema 9-QPR clase IV.

BIT DE ENTRADA	VALOR DE SALIDA
0	0
1	$+\alpha/2$

▪ Up-Sample

El Up-sample o sobre muestreo es un proceso aplicado a la señal resultante de la codificación de línea, cuyo objetivo es adecuar la secuencia de símbolos para su posterior filtraje.

El sobre muestreo consiste en la inserción de una cantidad controlada de ceros entre muestras consecutivas de una señal. Dicha función se define matemáticamente según la expresión 2.1, donde $y[n]$ corresponde a la señal sobre muestreada de $x[n]$, con un factor de sobre muestreo de U .

$$y[n] = x[n/U]. \quad (2.1)$$

Por ejemplo, si se aplica esta función a una señal, la secuencia obtenida presenta ' $(U - 1)$ ' ceros entre cada par de muestras consecutivas de la secuencia original. En la Figura 2.3 se muestra un caso específico.

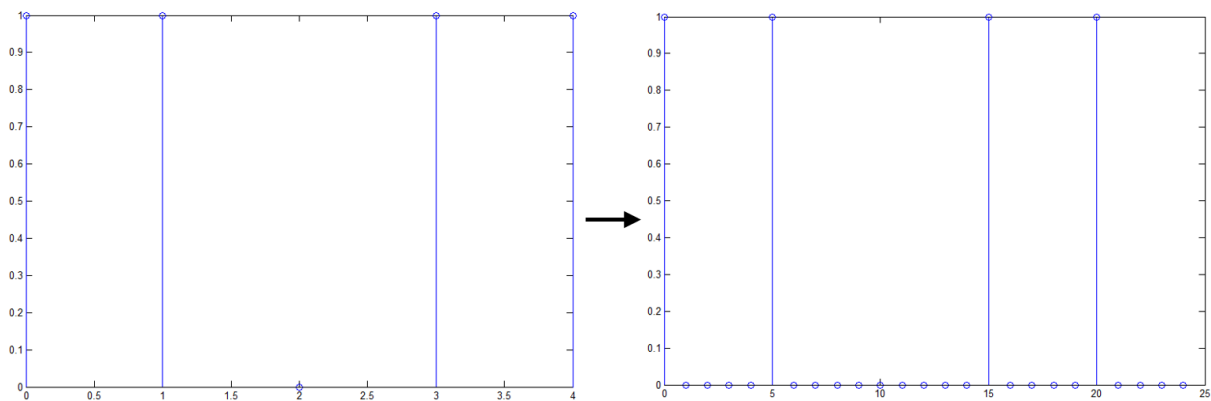


Figura 2.3. Ejemplo de sobre muestreo con $U = 5$.

La Figura 2.3 permite apreciar que la longitud de la secuencia original se incrementa en 5 veces, de lo cual se concluye que la longitud de la señal resultante se afecta en el mismo valor del factor de sobre muestreo.

El factor de sobre muestreo depende directamente del filtro transmisor a implementar, ya que para que la señal modulada pueda representarse de manera adecuada a partir de una aproximación muestral sin que esté sometida al fenómeno de aliasing²¹, se debe satisfacer el teorema del muestreo, el cual enuncia que la frecuencia de muestreo debe ser mayor a dos veces la máxima frecuencia contenida en el espectro de dicha señal modulada.

²¹ Solapamiento de las réplicas periódicas del espectro de una señal cuando se muestrea a una frecuencia que no satisface el teorema del muestreo.

Si W es la máxima frecuencia de la señal modulada, la frecuencia de muestreo de la simulación F_s , debe satisfacer la expresión (2.2).

$$F_s > 2W, \quad (2.2)$$

donde $F_s = 1/\tau$, con τ que corresponde al periodo de la simulación.

La frecuencia de muestreo se relaciona con la tasa de símbolo R_s y el factor de sobre muestro U , según la ecuación (2.3), donde R_s está dada en símbolos por segundo, U en muestras por símbolo y F_s en muestras por segundo.

$$F_s = R_s \times U. \quad (2.3)$$

La elección del factor de sobre muestreo para los dos sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV implementados, tiene su justificación en el siguiente desarrollo.

El ancho de la banda de la señal modulada del sistema 9-QPR corresponde a R_s , sin embargo, el proceso de sobre muestreo se realiza de forma separada en cada una de sus ramas, fase y cuadratura, en las cuales, el ancho de banda de la señal después del filtraje equivale a $\frac{R_s}{2}$, tal condición se presenta en la Figura 2.4.

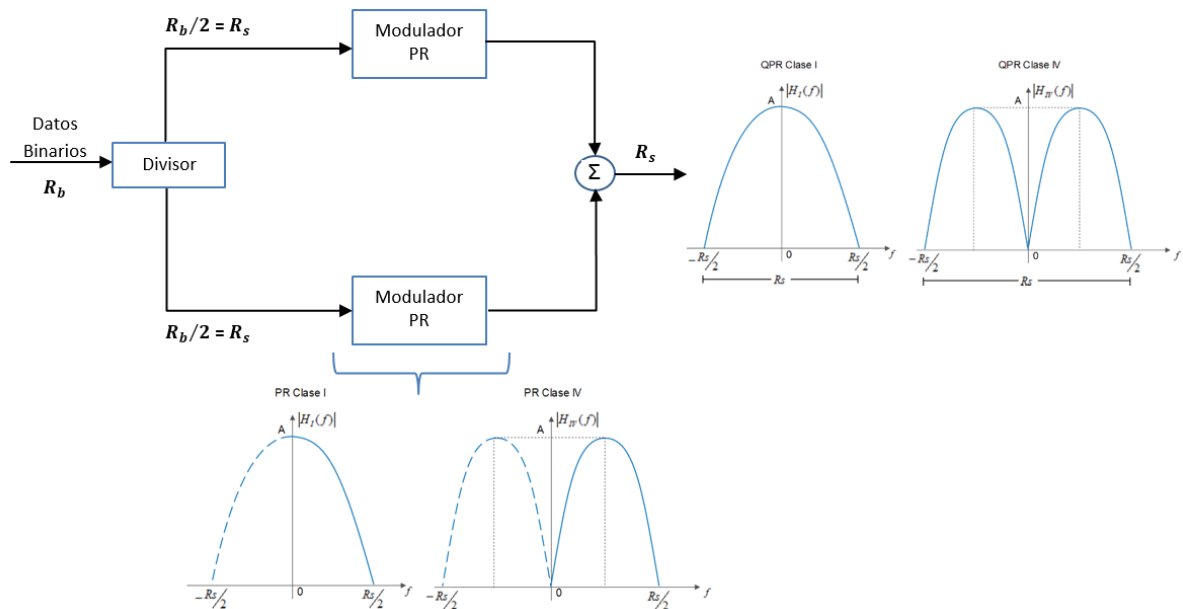


Figura 2.4. Diagrama con anchos de banda a través del modulador del sistema 9-QPR.

Considerando lo anterior, la ecuación (2.2) se transforma en la expresión (2.4).

$$F_s > 2 \frac{R_s}{2}. \quad (2.4)$$

Desarrollando (2.4) y aplicando (2.3), se obtiene finalmente la expresión (2.5).

$$R_s U > R_s$$

$$U > 1. \quad (2.5)$$

Según la ecuación (2.5), basta con que el factor de sobre muestreo sea mayor a 1 para que la señal modulada sea muestreada a una frecuencia que satisfaga el teorema del muestreo. Dicho esto, se justifica la selección de un factor de sobre muestreo $U = 8$ para ambos tipos de filtrado.

- **Filtro transmisor**

El filtro transmisor se encarga de la conformación de pulso, es decir de la generación de la forma de onda a transmitir.

Para los esquemas de respuesta parcial en cuadratura, el filtro transmisor introduce interferencia entre bits adyacentes en cada una de sus ramas, dicha interferencia es controlada y conocida por lo que en el receptor es posible interpretar la señal de forma adecuada. El filtro teórico PR descrito en el capítulo 1 es irrealizable por estar compuesto por un filtro ideal, por esta razón, debe diseñarse un equivalente que pueda llevarse a la práctica.

1. Filtro de respuesta parcial clase I

El diseño del filtro PR clase I, parte de un análisis gráfico basado en la comparación entre la función de transferencia de dicho filtro y la función de transferencia de un filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de roll off $\rho = 1$. La Figura 2.5 permite visualizar los espectros en cuestión.

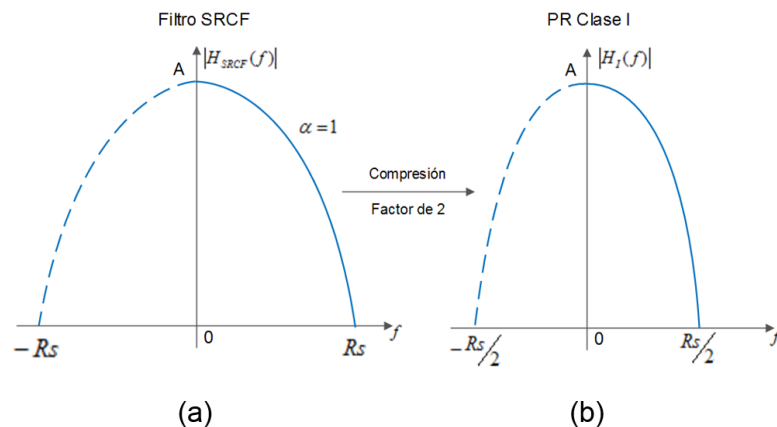


Figura 2.5. (a) Función de transferencia del filtro raíz cuadrada de coseno alzado con $\rho = 1$. (b) Función de transferencia del filtro PR clase I.

La Figura 2.5 permite concluir que el filtro PR clase I se puede generar a partir de la compresión en un factor de 2 del filtro raíz cuadrada de coseno alzado en el dominio de la frecuencia. Este proceso se expresa matemáticamente en las ecuaciones (2.6) y (2.7), donde, $H_{SRCF}(f)$ es la función de transferencia del filtro raíz cuadrada de coseno alzado, $H_I(f)$ la del filtro PR clase I y $h_I(t)$ su respuesta al impulso.

$$H_I(f) = H_{SRCF}(2f). \quad (2.6)$$

$$h_I(t) = \frac{1}{2} \text{srf} \left(\frac{t}{2} \right). \quad (2.7)$$

2. Filtro de respuesta parcial clase IV

En el caso de la modulación 9-QPR clase IV, el diseño del filtro se basa en comprimir en un factor de 2 el filtro de respuesta parcial clase I y desplazar este resultado $\frac{R_S}{4}$ [Hz] en el dominio de la frecuencia. A continuación, se presenta el desarrollo matemático.

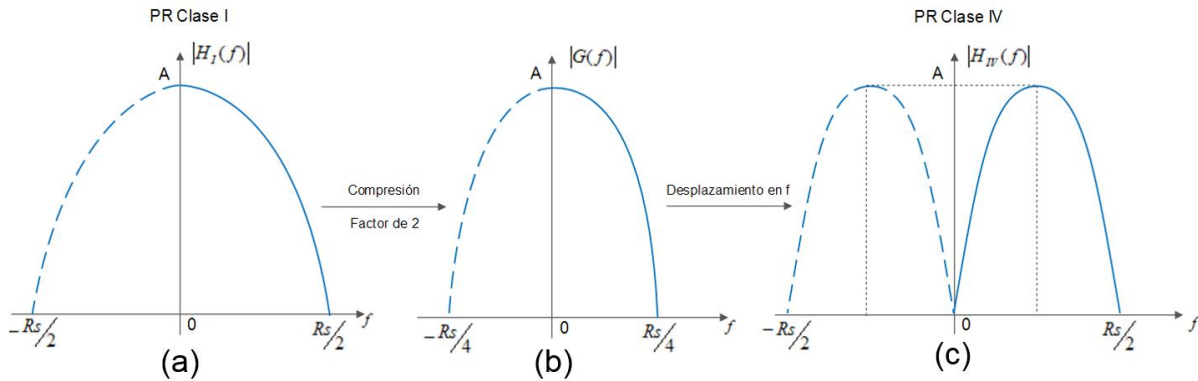


Figura 2.6. (a) Función de transferencia del filtro PR clase I (b) Función de transferencia del filtro PR clase I comprimido en un factor de 2 (c) Función de transferencia del filtro PR clase IV.

Partiendo de la Figura 2.6, inicialmente se realiza la compresión en frecuencia de $H_I(f)$, la cual se expresa en la ecuación (2.8) y a continuación se desplaza el espectro resultante $G(f)$, hacia el eje positivo de las frecuencias, así, la función de transferencia y la respuesta al impulso del filtro 9-QPR clase IV, se definen en las ecuaciones (2.9) y (2.12) respectivamente.

$$G(f) = H_I(2f). \quad (2.8)$$

$$H_{IV}(f) = G\left(f - \frac{R}{4}\right) - G\left(f + \frac{R}{4}\right). \quad (2.9)$$

Aplicando transformada inversa de Fourier a ambos lados de la ecuación (2.9) se obtiene la expresión (2.10).

$$\begin{aligned}
h_{IV}(t) &= g(t)e^{j2\pi\frac{R}{4}t} - g(t)e^{-j2\pi\frac{R}{4}t} \\
&= g(t)e^{j\pi\frac{R}{2}t} - g(t)e^{-j\pi\frac{R}{2}t} \\
&= g(t) \left[e^{j\pi\frac{R}{2}t} - e^{-j\pi\frac{R}{2}t} \right] \\
&= 2j \times g(t) \frac{\left[e^{j\pi\frac{R}{2}t} - e^{-j\pi\frac{R}{2}t} \right]}{2j} \\
&= 2j \times g(t) \text{sen} \left(\pi \frac{R}{2} t \right). \tag{2.10}
\end{aligned}$$

Si:

$$\begin{aligned}
g(t) &= \mathcal{F}^{-1}\{G(f)\} \\
&= \mathcal{F}^{-1}\{H_I(2f)\} \\
&= \frac{1}{2} h_I \left(\frac{t}{2} \right). \tag{2.11}
\end{aligned}$$

Entonces, reemplazando (2.11) en (2.10), se obtiene la ecuación (2.12).

$$\begin{aligned}
h_{IV}(t) &= 2j \times \frac{1}{2} h_I \left(\frac{t}{2} \right) \times \text{sen} \left(\pi \frac{R}{2} t \right) \\
&= j \times h_I \left(\frac{t}{2} \right) \times \text{sen} \left(\pi \frac{R}{2} t \right) \\
&= h_I \left(\frac{t}{2} \right) \times \left[-\text{sen} \left(\pi \frac{R}{2} t \right) \right]. \tag{2.12}
\end{aligned}$$

- **Canal AWGN**

Este dispositivo es el encargado de simular un canal AWGN. Dicho canal posee una respuesta en frecuencia plana sobre todo su ancho de banda, e introduce un proceso aleatorio gaussiano, estacionario, de media cero y varianza $N_0/2$, no correlacionado con la señal de entrada [25].

- **Filtro receptor**

El filtro receptor es el dispositivo encargado de eliminar las componentes de ruido fuera de banda, todo ello con el fin de efectuar una adecuación a la señal recibida para sus procesos posteriores.

Para ambos esquemas de modulación, el filtro receptor corresponde a un filtro pasa bajo limitador de ruido convencional.

▪ **Muestreador**

En esta etapa de la demodulación, la señal recibida y previamente filtrada, se muestrea periódicamente en los instantes óptimos, es decir, aquellos instantes en los cuales solo hay contribución del símbolo 9-QPR actual y no de los adyacentes. Este proceso se lleva a cabo por medio de la función de down-sample o sub muestreo, que consiste en la eliminación controlada de un número determinado de muestras. Dicha función se define matemáticamente según la expresión (2.13), donde $y[n]$ corresponde a la señal sub muestreada de $x[n]$, con un factor de sub muestreo de U y una fase k .

$$y[n] = x[Un - k], \quad \text{con } 0 \leq k < U. \quad (2.13)$$

La Figura 2.7 aclara lo anterior mediante dos ejemplos.

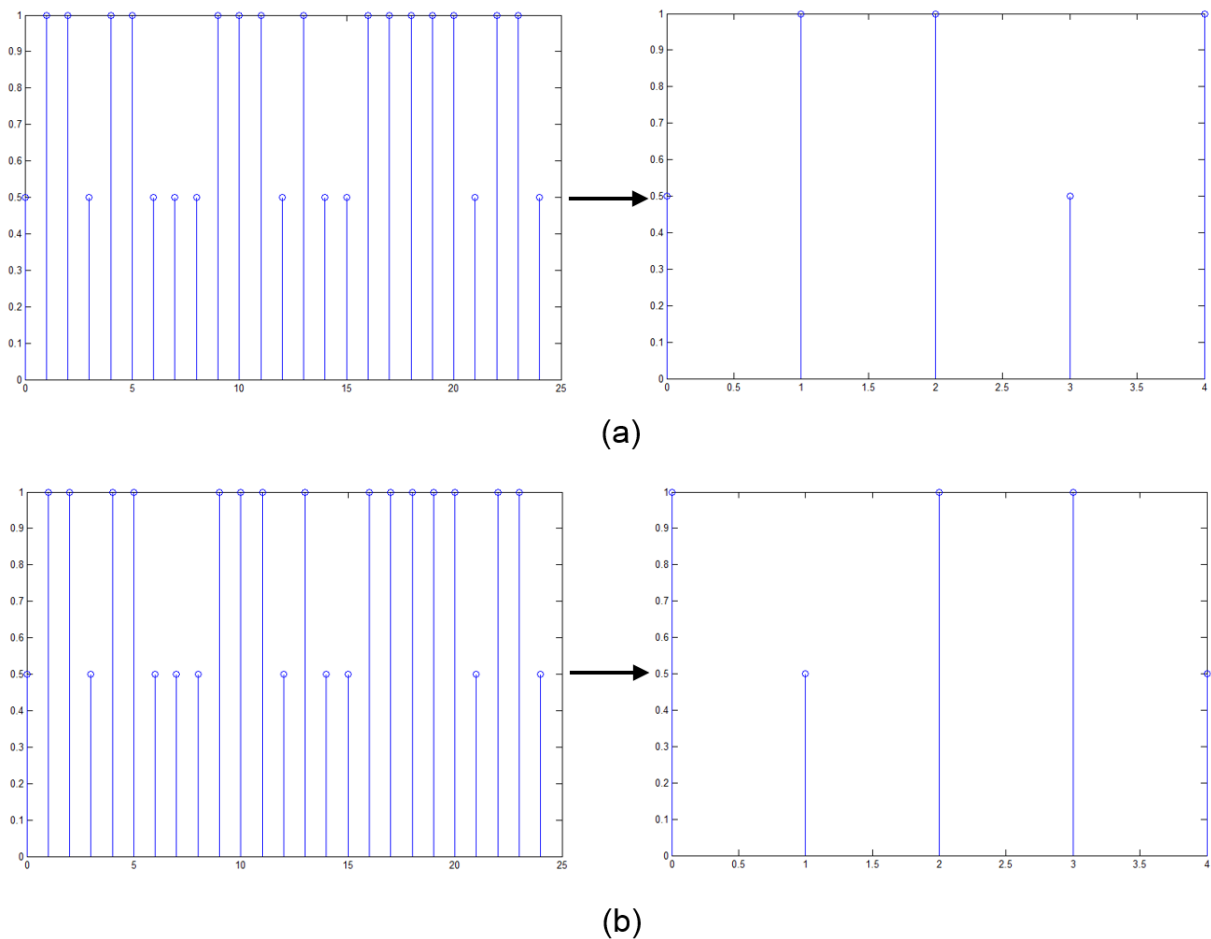


Figura 2.7. (a) Ejemplo de la función Down-Sample con $U = 5$ (b) Ejemplo de la función Down-Sample con $U = 5$ y $k = 1$.

La Figura 2.7 (a), permite observar que la función Down-sample con un factor de sub muestreo de 5, elimina 4 de cada 5 muestras.

La Figura 2.7 (b), permite observar que la función Down-sample con un factor de sub muestreo de 5 y fase 1, elimina 4 de cada 5 muestras a partir de la posición 2.

- **Decisor y De-mapeo**

Elemento encargado del proceso de recuperación, que consiste en realizar una estimación de la secuencia transmitida a partir de los símbolos recibidos contaminados con ruido. Para la selección de los umbrales de decisión se contrastan dos criterios, distancia mínima y máxima verosimilitud. La Figura 1.21 contiene las curvas de desempeño para ambos criterios, las cuales se obtienen empleando las fórmulas teóricas de la probabilidad de error de bit, halladas en el capítulo 1.

Observando la Figura 1.21 se concluye que no existe una diferencia considerable entre los dos criterios comparados, por lo cual, el criterio de decisión elegido es el de distancia mínima, debido a su simplicidad.

Como previamente fue dicho, los esquemas de modulación 9-QPR clase I y clase IV poseen tres niveles en fase y tres niveles en cuadratura, por lo tanto, las regiones de decisión para cada rama son expuestas en la Figura 2.8.

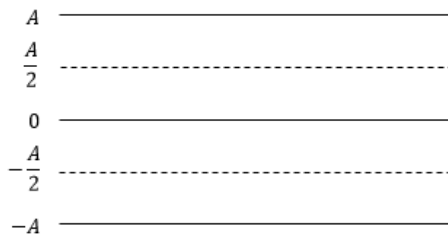


Figura 2.8. Regiones de decisión para los sistema 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV

Las Figura 2.9 y 2.10, muestran el conjunto de pasos que permiten llevar a cabo el proceso de decisión y de-mapeo en los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV respectivamente.

Para realizar esta representación gráfica, se supone que el sistema está libre ruido, además, la entrada del bloque decisor es la secuencia de símbolos inmediatamente después del muestreo y la salida es la secuencia de bits estimada.

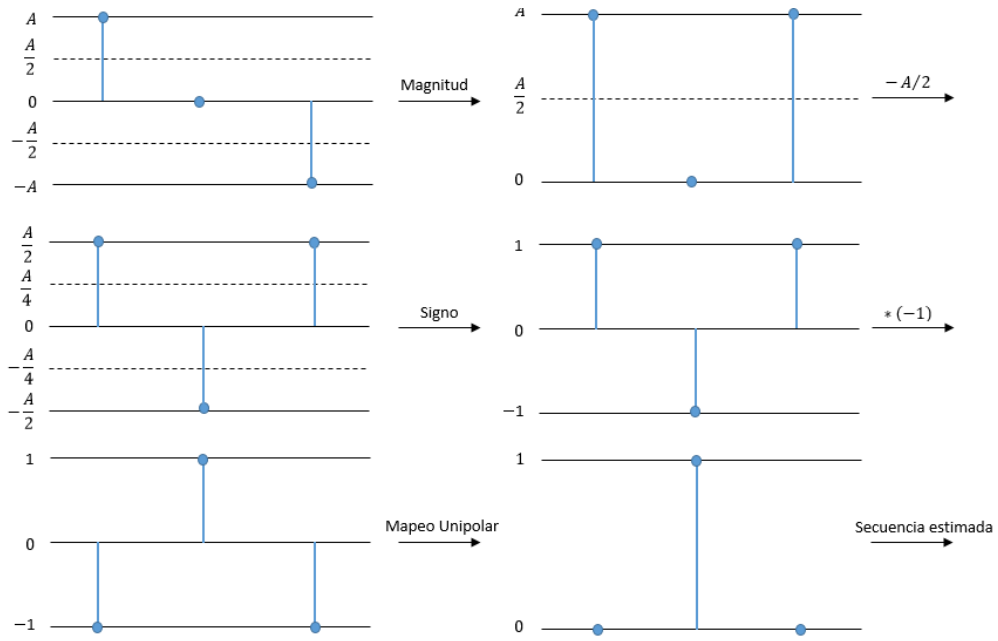


Figura 2.9. Etapas del proceso de decisión en el sistema 9-QPR clase I.

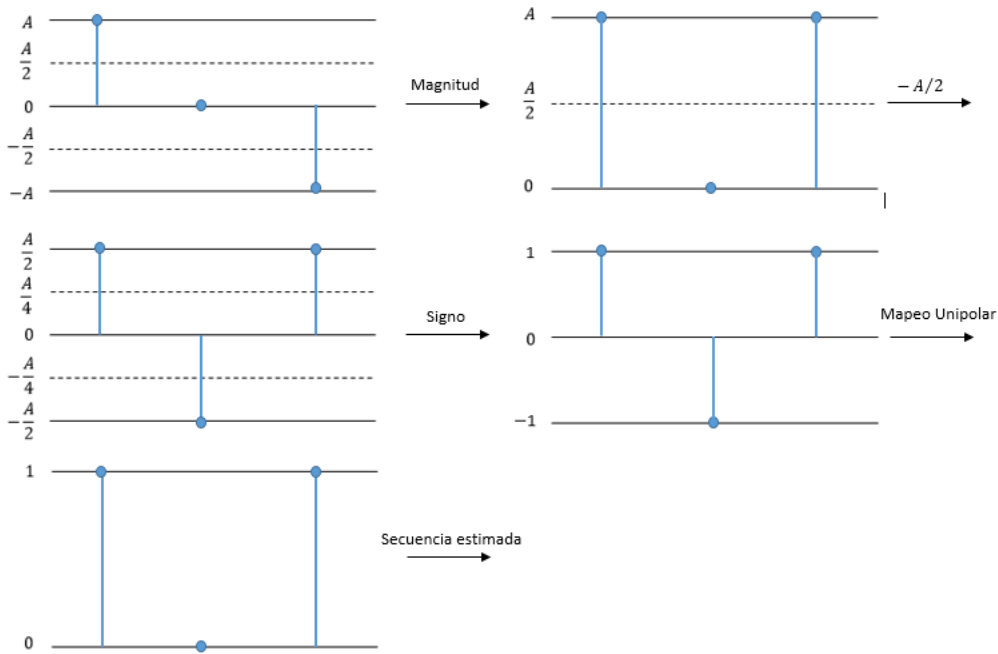


Figura 2.10. Etapas del proceso de decisión en el sistema 9-QPR clase IV.

▪ **Calculo de la BER**

Este componente tiene como entradas la secuencia de bits transmitida y la secuencia de bits recibida, y como salida un vector de dos posiciones, número de errores en la transmisión y BER.

2.2.5. Fase 4. Simulación de los sistemas diseñados

En esta fase se detalla la implementación de cada subsistema de la Figura 2.2, en el entorno de desarrollo integrado de Matlab®.

Inicialmente se declaran las variables iniciales que se usan en la simulación de los sistemas.

Variables controlables:

- Tasa de bit, $R_b = 2$ bps.
- Tasa de símbolo, $R_s = 1$ baudio.
- Periodo de símbolo, $T = 1/R$ seg.
- Alfabeto de la secuencia mensaje y probabilidades de ocurrencia $\mathcal{A} = [0 \ 1; 0.5 \ 0.5]$.
- Longitud de la secuencia mensaje, N_{bits} .
- Número de símbolos del mensaje a transmitir, $K = N_{bits}/2$.
- Factor sobre muestreo y muestreo, $U = 8$.
- Número de periodos a cada lado de la respuesta impulsiva del filtro de raíz cuadrada de coseno alzado para un factor de sobre muestreo de 8, $N_T = 4$.
- Factor de roll off del filtro raíz cuadrada de coseno alzado base, $Rolloff_duo = 1$.
- Criterio de energía, $\xi(\%)$.
- Relación energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido, E_b/N_o .
- Instante óptimo de muestreo.
- Umbrales de decisión.

Variables no controlables:

- Tasa de error de bit, BER .
- Eficiencia espectral, η .

Tabla 2.4. Atributos de las entidades del sistema.

Entidades del sistema	Atributos
Fuente de bits pseudo-aleatoria	- Tasa de símbolo. - Longitud de la secuencia mensaje. - Alfabeto de la secuencia mensaje y probabilidades de ocurrencia.
Generador de símbolos 9-QPR	- Factor sobre muestreo. - Variables del filtro transmisor ($Rolloff_duo$, U , N_T , Tipo).
Generador de ruido AWGN	- Relación E_b/N_o .
Muestreador	- Factor de muestreo.

	- Instante óptimo de muestreo.
Decisor y De-mapeo	- Umbrales de decisión.
Calculador de BER	- Secuencia binaria transmitida. - Secuencia binaria estimada.
Calculador de eficiencia espectral	- Señal modulada. - Criterio de eficiencia.

La Figura 2.11, tiene como fin, resumir y aclarar por medio de una representación gráfica, las etapas que componen el proceso de simulación de los sistemas 9-QPR clase I y clase IV, dicho esquema, evidencia las variables de entrada, las funciones intermedias y las variables de salida.

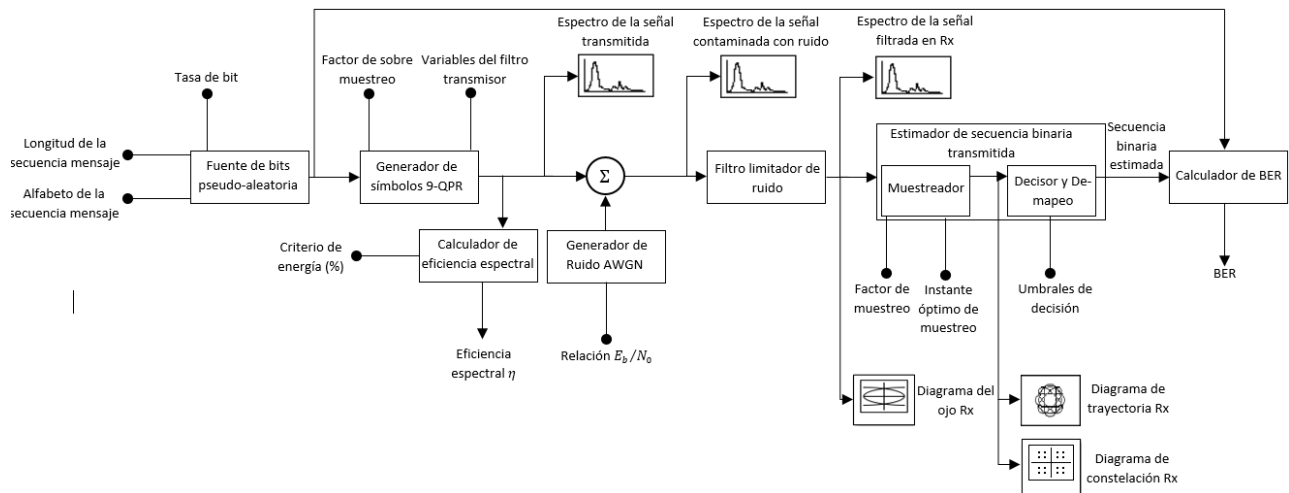


Figura 2.11. Diagrama de simulación de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

▪ Datos binarios

Para la generación del mensaje a transmitir se usa la función *randsrc*, que se define como:

$$y = \text{randsrc}(m, n, \text{alfabeto}),$$

donde:

y, Matriz pseudo-aleatorio.

m, Número de filas de la matriz *y*.

n, Número de columnas de la matriz *y*.

alfabeto, Valores equiprobables del vector *y*.

Así, la fuente de bits se configura de la siguiente manera:

$$msg = randsrc(1, K, [0 1]);$$

▪ Pre-codificador

Este subsistema se construye a partir de una función cíclica *while* y una operación lógica *XOR*, así:

```
n = 1;
ak = zeros(1, K);
while n <= K
    ak(n + a) = xor(msg(n), ak(n));
    n = n + 1;
end
ak = ak(a + 1: k + a);
```

Como primer paso, se inicializa el vector de salida *ak*, de igual longitud que el vector de entrada *msg*. Posteriormente, con el ciclo *while* se realiza la operación *XOR* entre *msg[n]* y *ak[n - a]*, con *a = 1* para el esquema 9-QPR clase I y *a = 2* para el esquema 9-QPR clase IV. Cabe resaltar que se suponen 'a' valores al inicio del vector *ak* para operar las primeras 'a' posiciones del vector *msg*.

▪ Codificador de línea

Este subsistema implementa operadores aritméticos tales como sumadores y productos para convertir la secuencia de entrada en una secuencia de salida bipolar en el caso de 9-QPR clase I y unipolar en el caso de 9-QPR clase IV.

1. 9-QPR clase I

$$ak_bipo = (2 * ak) - 1$$

2. 9-QPR clase IV

$$ak_uni = ak$$

▪ Up-sample

Para el subsistema Up-sample se hace uso de la función *upsample*, la cual se define de la siguiente manera:

$$y = upsample(x, L),$$

donde:

y, Señal sobre muestreada.

x, Señal original.

L, Factor de sobre muestreo.

De esta manera la función Up-sample implementada para ambos esquemas de modulación, se configura así:

$$xs = \text{upsample}(msg, U)$$

Donde la longitud del vector xs equivale a la longitud del vector msg multiplicado por U .

- **Filtro transmisor**

La implementación de los filtros de transmisión para cada esquema de modulación se describe a continuación:

1. 9-QPR clase I

Como se expuso en la fase anterior, el filtro PR clase I parte de un filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de roll-off igual a 1. La función que genera dicho filtro corresponde a $rcosfir$, y se define como:

$$rcosfir(R, N_T, RATE, T, FILTER_TYPE),$$

donde:

R , Factor de roll-off.

N_T , Número de periodos de símbolo que abarca la respuesta impulsiva a lado y lado para un factor de sobre muestreo dado.

$RATE$, Factor de sobre muestreo.

τ , Periodo de muestreo de la señal entrante en segundos.

$FILTER_TYPE$, Tipo de filtro.

Con base a lo anterior, la configuración del filtro PR clase I es:

$$p = rcosfir(\text{Rolloff_duo}, N_T, 2 \times U, T, 'sqrt'),$$

donde, $RATE = 2 \times U$ para duplicar el período del filtro raíz cuadrada de coseno alzado y así, comprimirlo en un factor de dos en el dominio de la frecuencia.

La respuesta al impulso y la función de transferencia del filtro PR clase I se muestran en las Figuras 2.12 y 2.13 respectivamente.

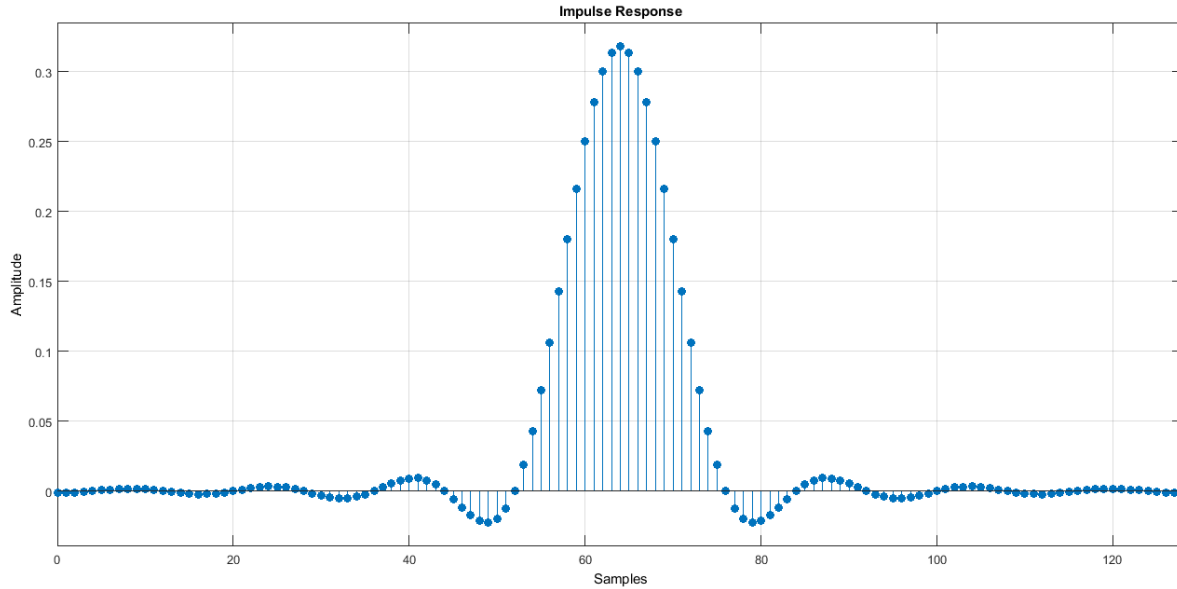


Figura 2.12. Respuesta al impulso del filtro PR clase I.

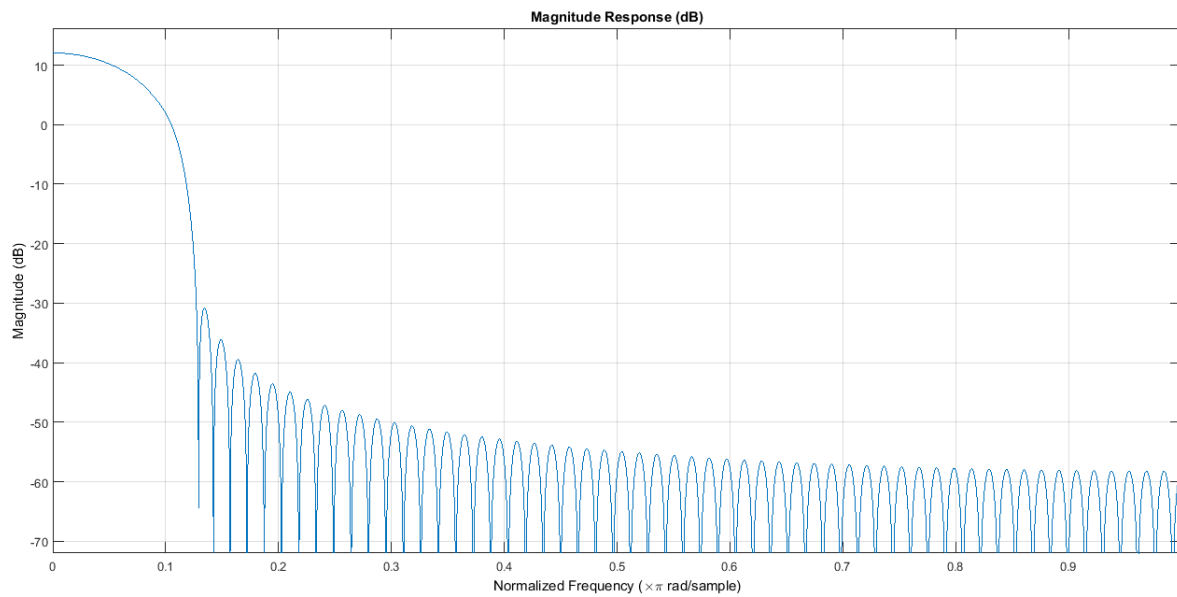


Figura 2.13. Función de transferencia del filtro PR clase I.

El filtro PR clase I tiene longitud L , definida en la ecuación (2.14).

$$L = 2 \times N_T \times RATE + 1$$

$$L = (2 \times 4 \times 16) + 1$$

$$L = 129 \text{ muestras.}$$

(2.14)

2. 9-QPR clase IV

La implementación del filtro PR clase IV parte del filtro PR clase I previamente obtenido, de la siguiente manera:

El parámetro RATE se duplica para obtener la compresión en un factor de dos en el dominio de la frecuencia, así:

$$p' = \text{rcosfir}(1, N_T, 4 \times U, T, 'sqrt')$$

De manera similar, la longitud del filtro p' se halla en la expresión (2.15) y su respuesta al impulso se gráfica en la Figura 2.14.

$$L = 2 \times N_T \times RATE + 1$$

$$L = (2 \times 4 \times 32) + 1$$

$$L = 257 \text{ muestras.} \quad (2.15)$$

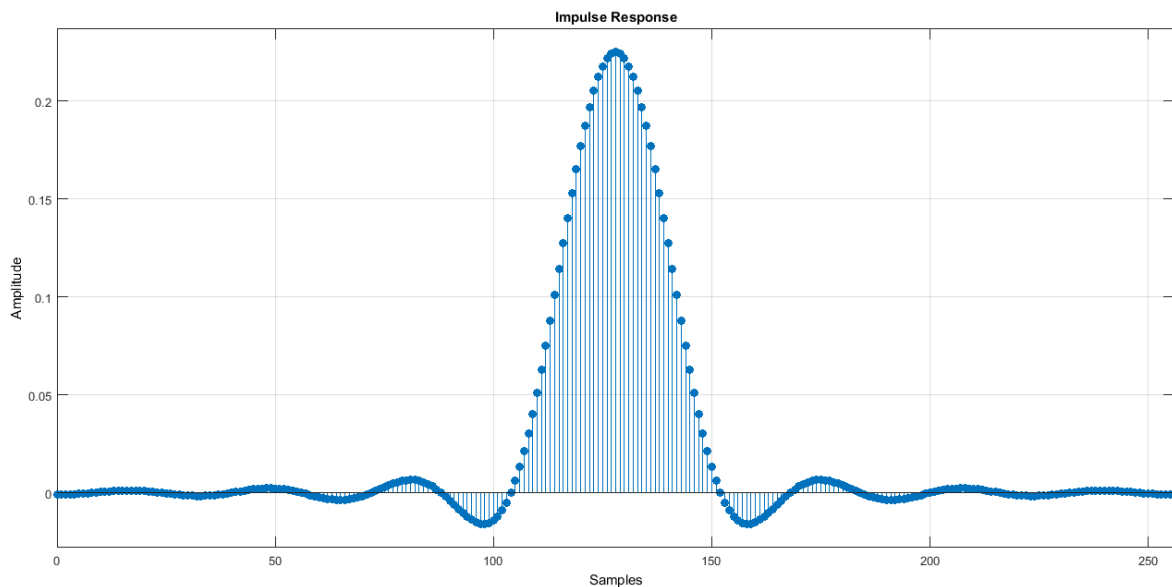


Figura 2.14. Respuesta al impulso del filtro p' .

El desplazamiento en frecuencia se logra multiplicando el filtro p' por una portadora de igual longitud y de igual número de muestras por periodo. Dicha portadora se ilustra en la Figura 2.15 y se define como:

$$\text{Portadora} = -\sin\left(\pi \times \frac{R}{2} \times ((1:257) \times 32/257)\right)$$

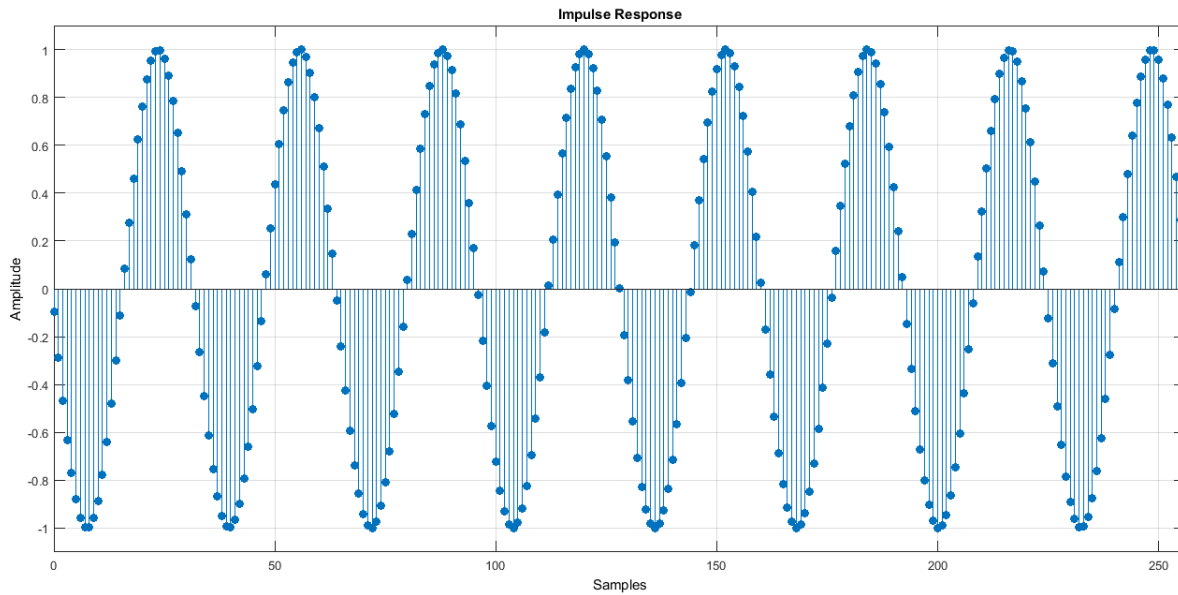


Figura 2.15. Función en el tiempo de la portadora.

De esta manera, el filtro PR clase IV es configurado así:

$$p = rcosfir(Rolloff_duo, N_T, 4 \times U, T, 'sqrt') \times \left[-\sin\left(\pi \times \frac{R}{2} \times ((1:257) \times 32/257)\right) \right]$$

La respuesta al impulso y la función de transferencia del filtro PR clase IV se muestran en las Figuras 2.16 y 2.17 respectivamente.

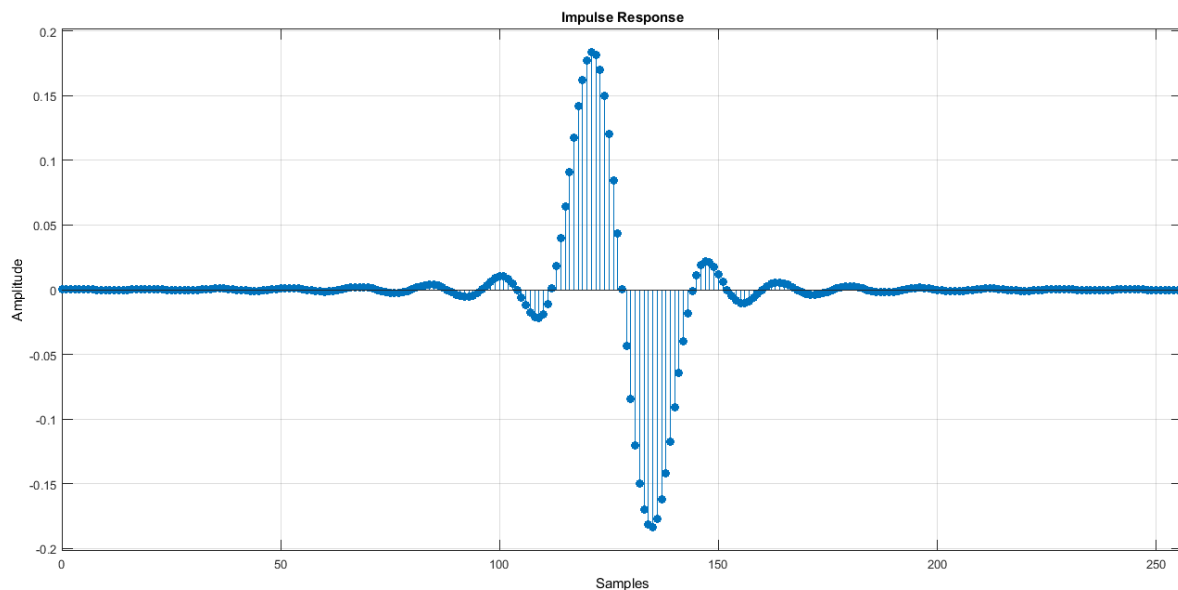


Figura 2.16. Respuesta al impulso del filtro PR clase IV.

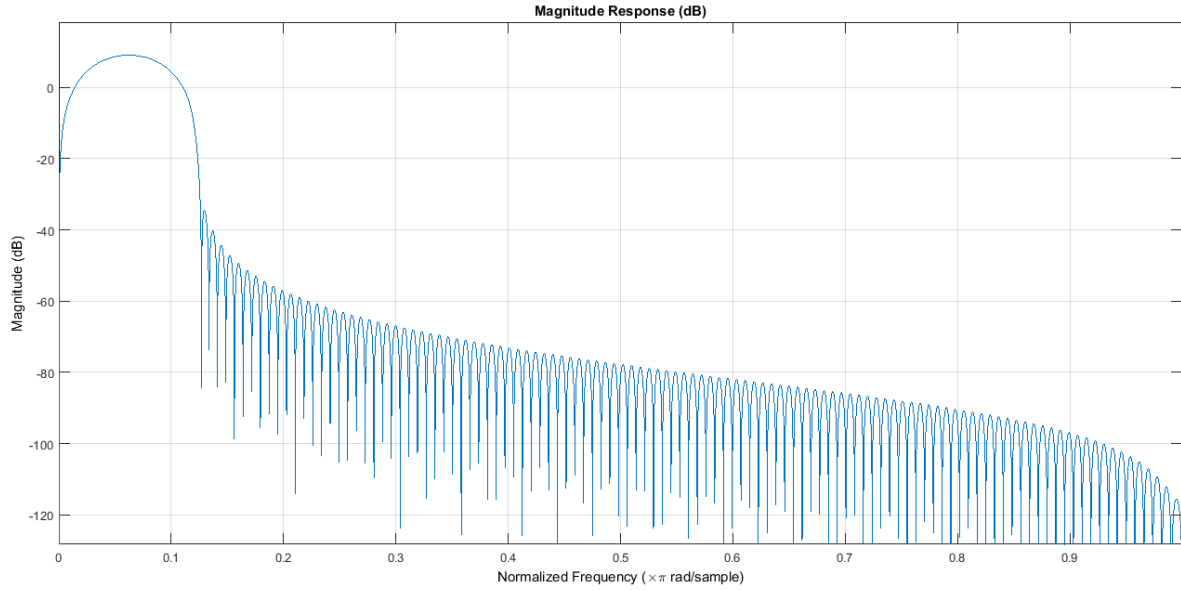


Figura 2.17. Función de transferencia del filtro PR clase IV.

Las Figuras 2.18 y 2.19, muestran la evolución de la señal, desde la fuente digital de información hasta la señal transmitida, para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV respectivamente.

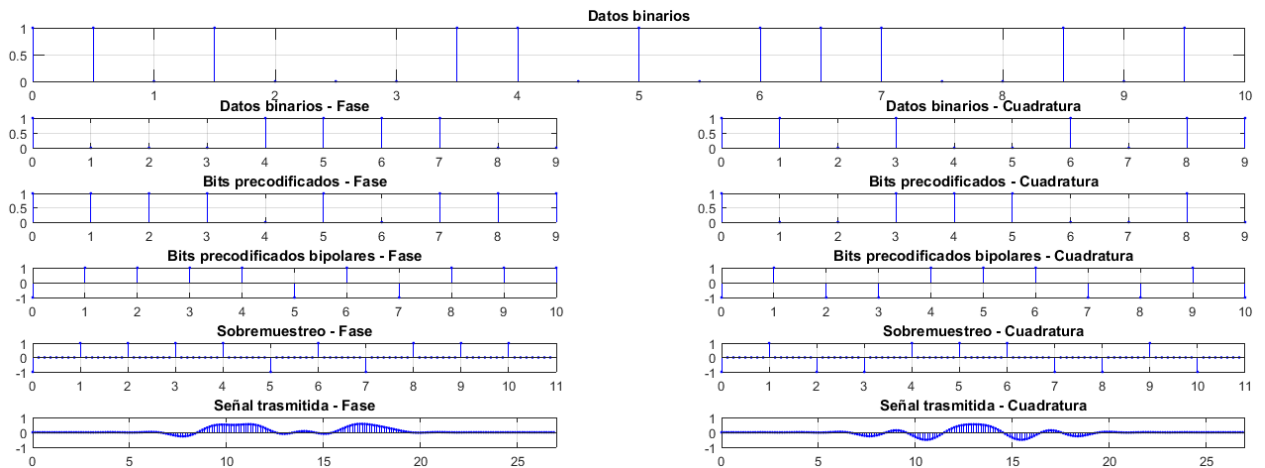


Figura 2.18. Evolución de la señal en el transmisor, desde el mensaje hasta la señal modulada en el sistema 9-QPR clase I.

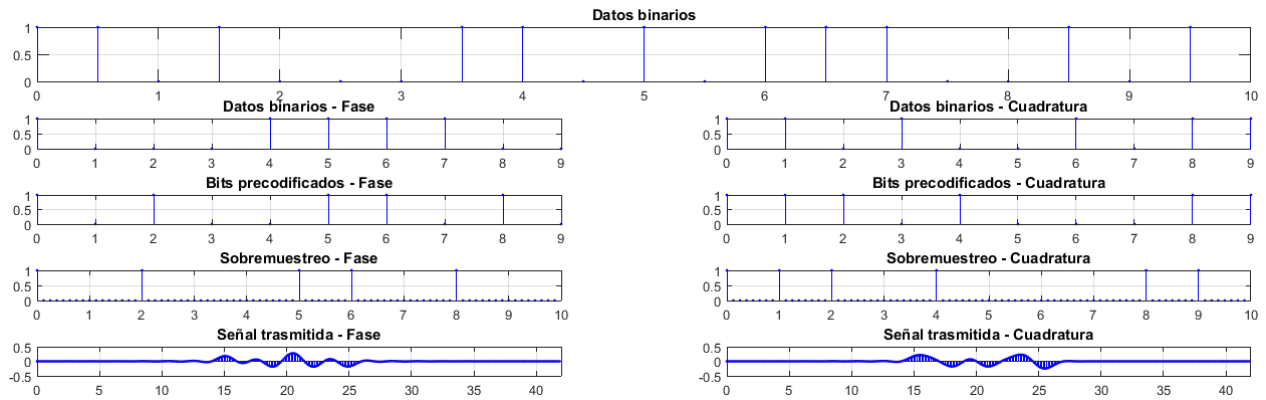


Figura 2.19. Evolución de la señal en el transmisor, desde el mensaje hasta la señal modulada en el sistema 9-QPR clase IV.

- **Canal AWGN**

El subsistema correspondiente al canal de transmisión se implementa mediante la función *awgn*, definida así:

$$y = \text{awgn}(x, \text{snr}, 'measured'),$$

donde:

y, Señal a la salida del canal AWGN.

x, Señal a la entrada del canal AWGN.

snr, Relación señal a ruido a la entrada del receptor.

measured, Permite medir la potencia de *x* antes de adicionar ruido.

Para la configuración del canal AWGN, se requiere encontrar la relación señal a ruido que corresponde específicamente a la banda de la señal transmitida, debido a que la función *awgn* introduce ruido en el espectro total de la simulación²².

²² Si este aspecto no se considera, el sistema es sobreestimado, ya que la simulación se lleva a cabo con una potencia de ruido menor a la que se cree.

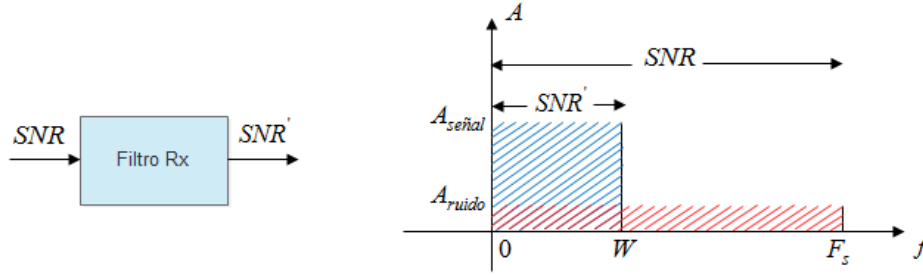


Figura 2.20. Representación gráfica de la relación señal a ruido a la entrada y a la salida del filtro receptor.

Si SNR' corresponde a la relación señal a ruido en un ancho de banda W , y SNR equivale a la relación señal a ruido en todo el ancho de banda de la simulación F_s , entonces SNR' se define en la ecuación (2.16).

$$SNR' = \frac{SNR}{F_s/W}. \quad (2.16)$$

Si SNR se expresa como el producto entre la eficiencia espectral y la relación energía de bit a densidad espectral de potencia ruido, entonces la SNR' se redefine en términos de la relación energía de bit a densidad espectral de potencia ruido y del factor de sobre muestreo según la expresión (2.17).

$$\begin{aligned} SNR' &= \frac{\eta(E_b/N_0)}{F_s/W} = \frac{\eta W}{F_s} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \\ &= \frac{R_b W}{W F_s} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) = \frac{R_b}{F_s} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \\ &= \frac{R_s \log_2 M}{R_s U} \left(\frac{E_b}{N_0} \right) \\ &= \frac{2}{U} \left(\frac{E_b}{N_0} \right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Partiendo del desarrollo matemático anterior, el bloque correspondiente al canal AWGN para ambos esquemas de modulación 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, se configura de la siguiente manera:

$$y = awgn(x, E_b N_0 + 10 \log_{10}(2/U), 'measured')$$

- **Filtro receptor**

El subsistema filtro receptor se implementa para ambos esquemas de modulación 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, mediante un filtro FIR pasa bajo de 65 coeficientes.

Las Figuras 2.21 y 2.23, muestran la evolución de la señal, desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV respectivamente. Mientras que las Figuras 2.22 y 2.24, corresponden a los espectros de las señales en los mismos puntos. Para dichas gráficas, se considera una $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$.

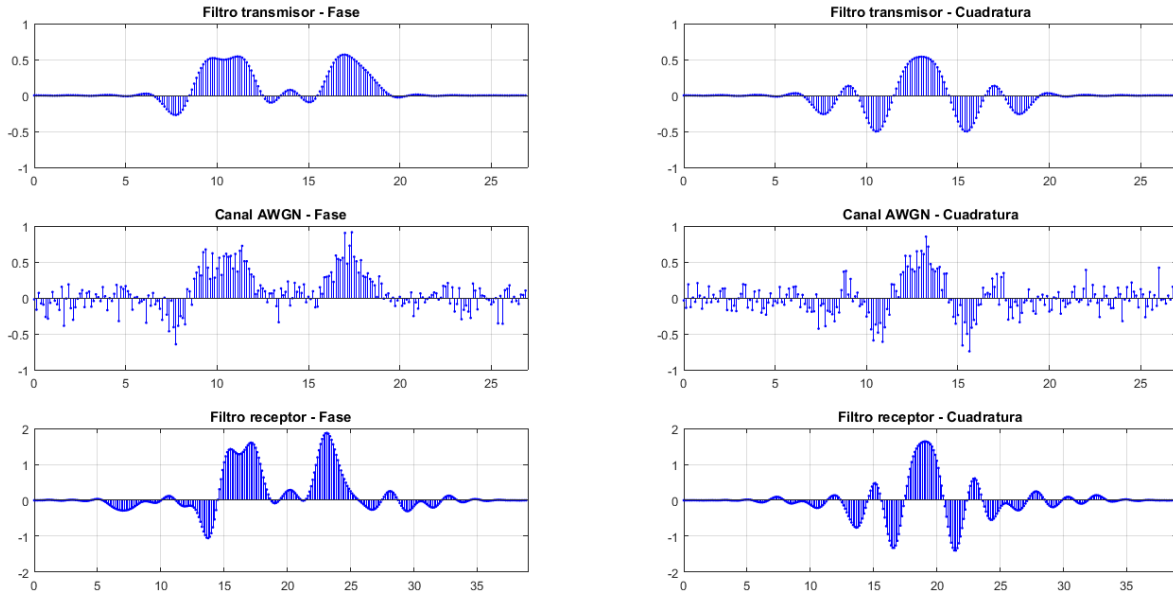


Figura 2.21. Comportamiento de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase I.

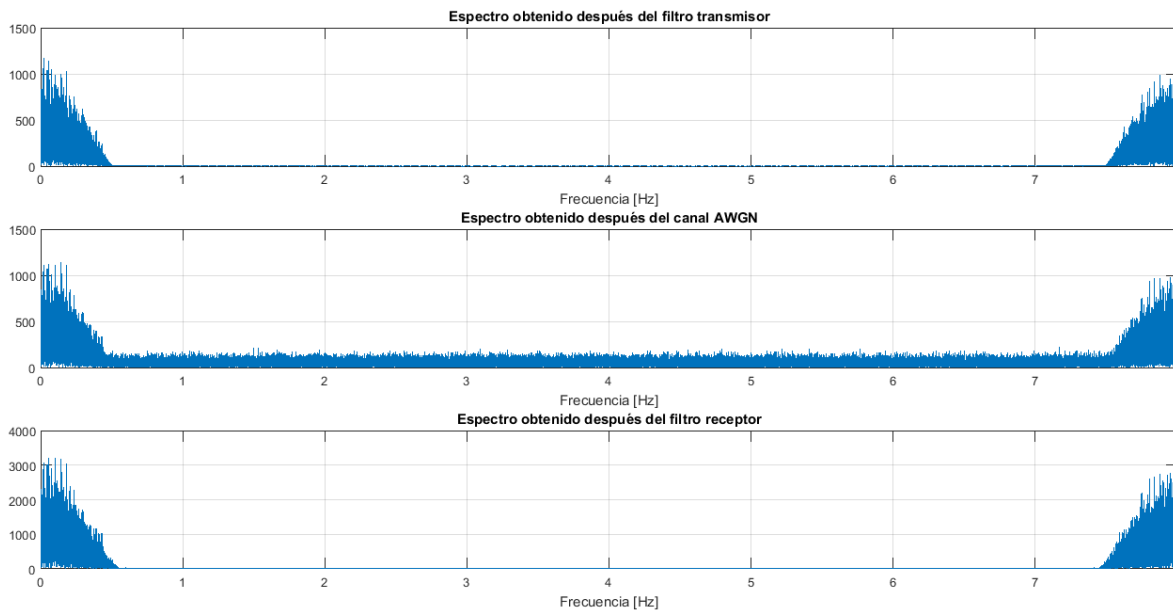


Figura 2.22. Espectro de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase I.

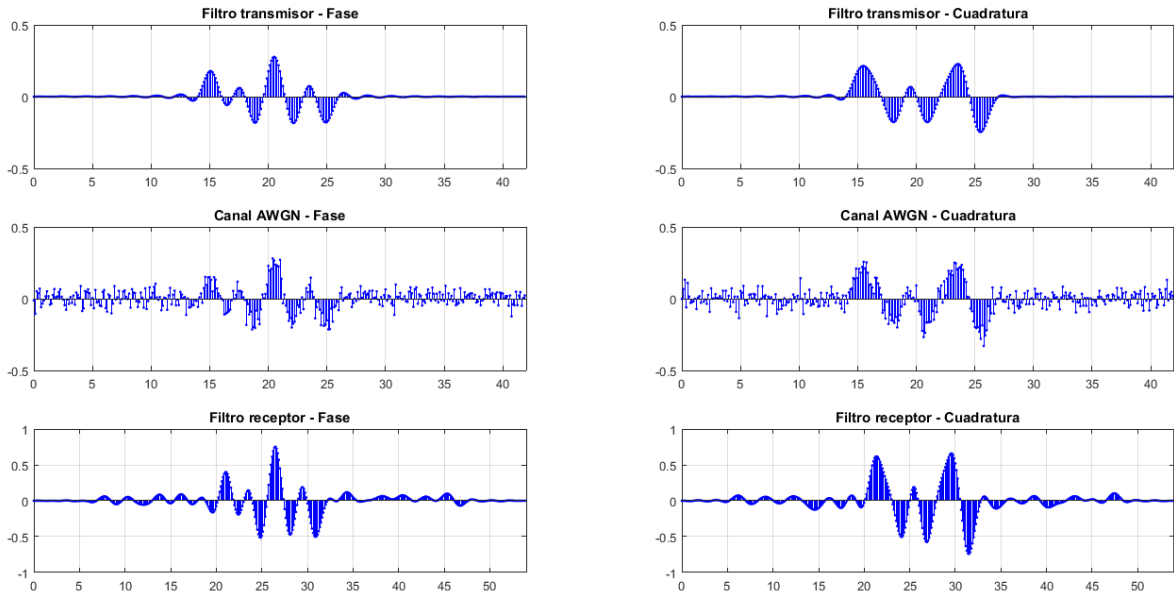


Figura 2.23. Comportamiento de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase IV.

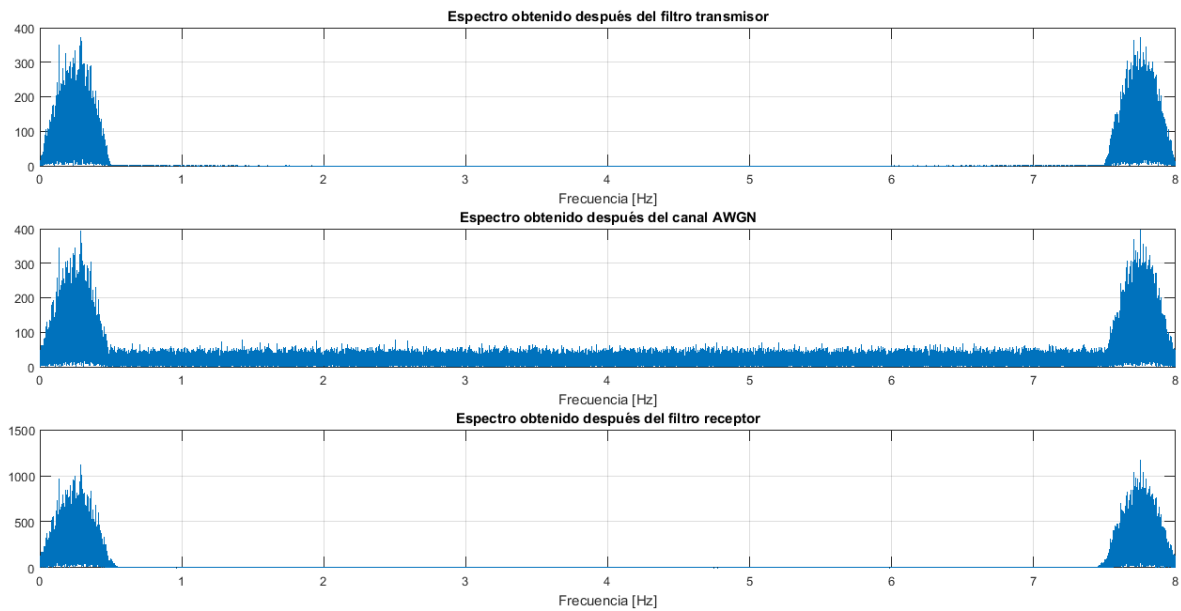


Figura 2.24. Espectro de las señales desde el filtro de transmisión hasta el filtro de recepción en el sistema 9-QPR clase IV.

Las gráficas espectrales de las Figuras 2.22 y 2.24, evidencian claramente como el filtro transmisor limita en banda la señal a transmitir, y como ésta es contaminada con ruido al pasar a través del canal AWGN, además, permiten observar como el filtro

receptor se encarga de eliminar las componentes de ruido fuera de banda. Por otra parte, la Figura 2.24, muestra la inexistencia de componente DC en el caso de la modulación 9-QPR clase IV.

▪ **Muestreador**

El subsistema muestreador se implementa mediante la función *downsample*, la cual se define así:

$$y = \text{downsample}(x, n, \text{fase}),$$

donde:

y, Señal sub muestreada.

x, Señal original.

n, Factor de sub muestreo.

fase, Posición a partir de la cual se empieza a eliminar las muestras.

1. 9-QPR clase I

El muestreo para este esquema se configura como se muestra a continuación:

$$rs = \text{downsample}(r, U, 4)$$

2. 9-QPR clase IV

El muestreo para este esquema se configura como se muestra a continuación:

$$rs = \text{downsample}(r, U, 0)$$

▪ **Decisor y De-mapeo**

El subsistema decisor y de-mapeo se implementa haciendo uso de la función *signo* y operadores aritméticos, así:

1. 9-QPR clase I

$$ak_r = \text{abs}(rs)$$

$$msg_est = 0.5 * (1 - \text{sign}(ak_r - 0.75))$$

2. 9-QPR clase IV

$$ak_r = \text{abs}(rs)$$

$$msg_est = 0.5 * (1 + \text{sign}(ak_r - 0.25))$$

Las Figuras 2.25 y 2.26, muestran la evolución de la señal, desde el filtro receptor hasta la señal binaria recibida, para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV respectivamente.

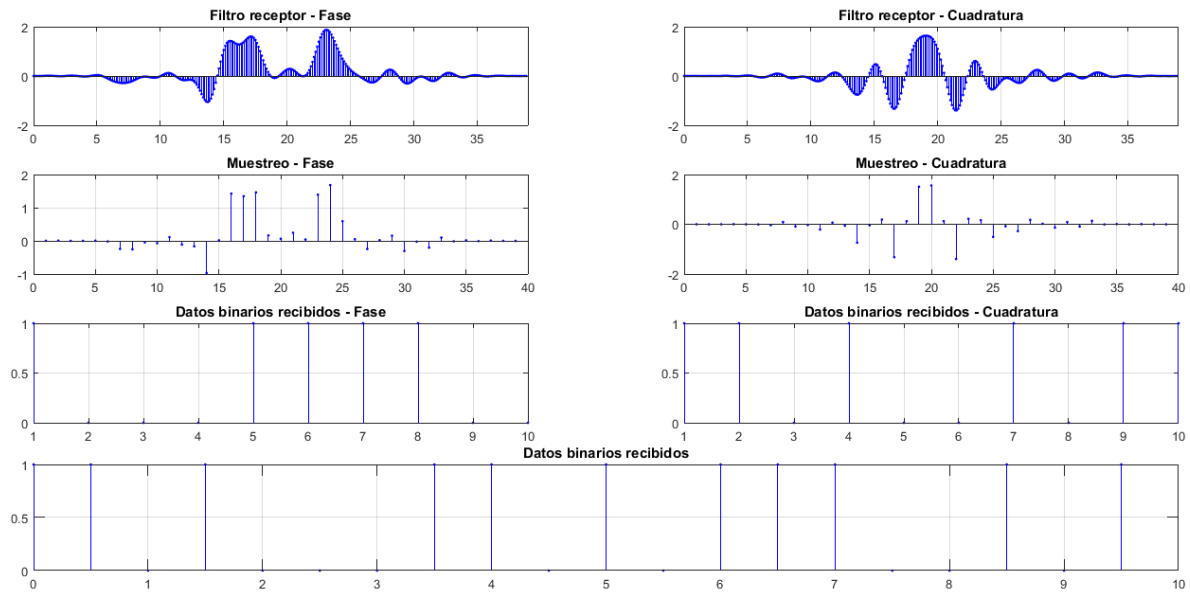


Figura 2.25. Comportamiento de las señales atravesando el receptor en el sistema 9-QPR clase I.

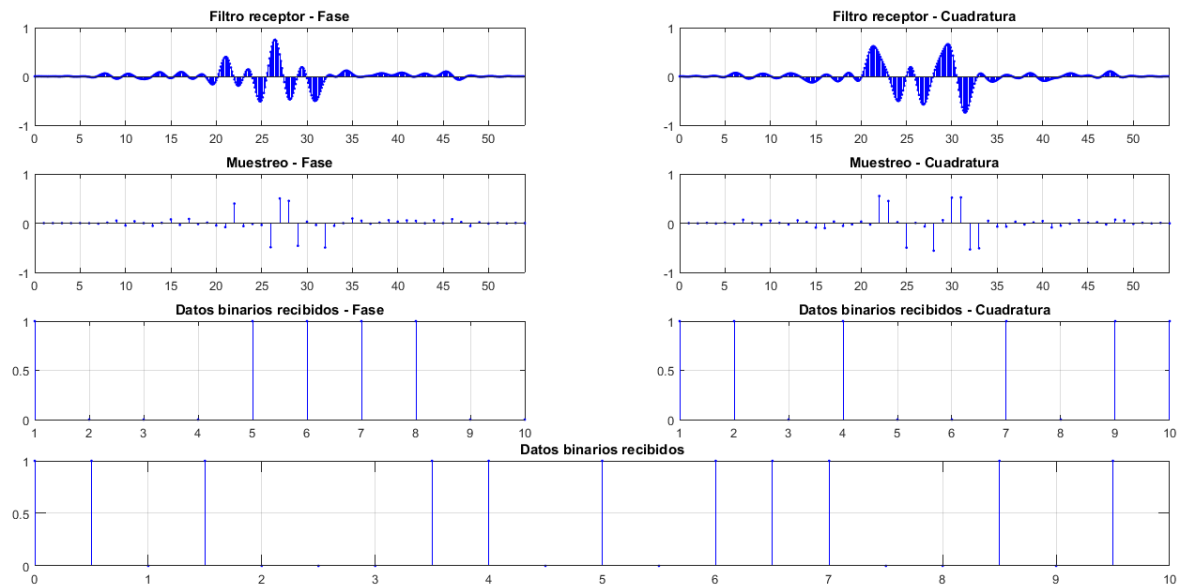


Figura 2.26. Comportamiento de las señales atravesando el receptor en el sistema 9-QPR clase IV.

Comparando las gráficas de las Figuras 2.18 y 2.19 con las gráficas de las Figuras 2.25 y 2.26, se percibe que la secuencia binaria recibida coincide exactamente con la secuencia transmitida para ambos esquemas de modulación.

Las Figuras 2.27, 2.28, 2.29, 2.30, 2.31, 2.32 presentan los diagramas de constelación, del ojo y de trayectoria para los esquemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, confrontando dos escenarios, el sistema en ausencia de ruido y el sistema bajo una ($E_b/N_0 = 10$ dB).

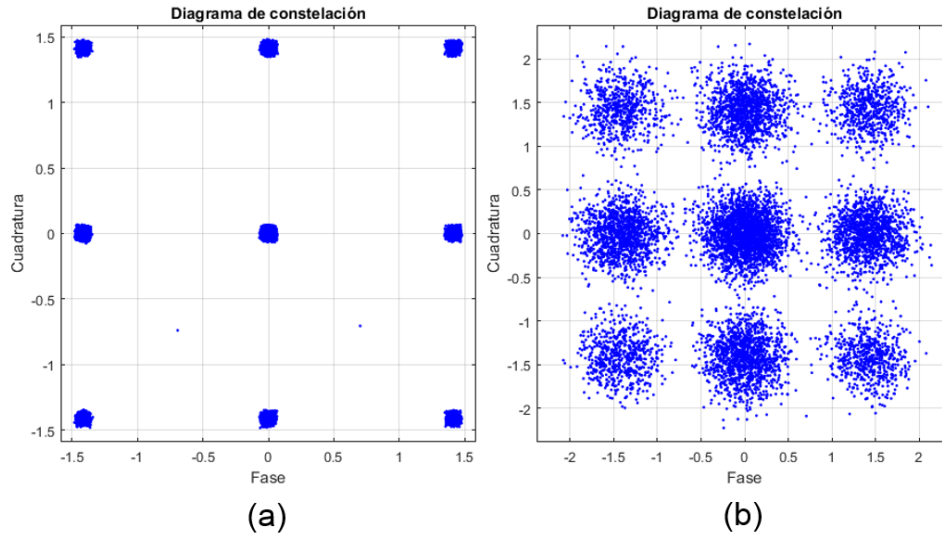


Figura 2.27. Diagramas de constelación para el sistema 9-QPR clase I. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10$ dB.

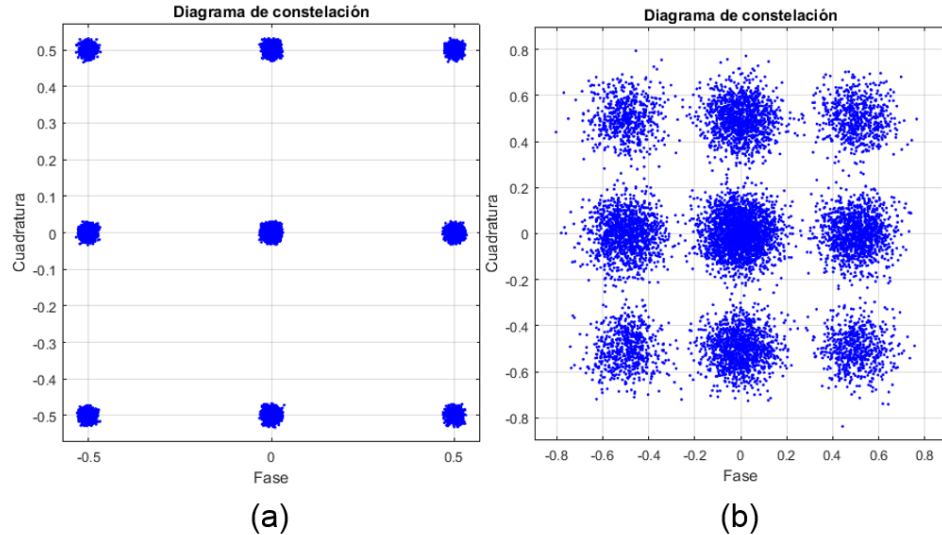


Figura 2.28. Diagramas de constelación para el sistema 9-QPR clase IV. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10$ dB

Los diagramas de constelación de las Figuras 2.27(a) y 2.28(a), permiten inicialmente observar, que la distribución de los símbolos 9-QPR obedece a la teoría, ver Figura 1.19. Por otro lado, las Figuras 2.27 (b) y 2.28 (b), evidencian el efecto de dispersión que ocasiona el ruido sobre los símbolos detectados, existiendo una diferente

concentración de puntos en cada región debido a la no equiprobabilidad de los símbolos.

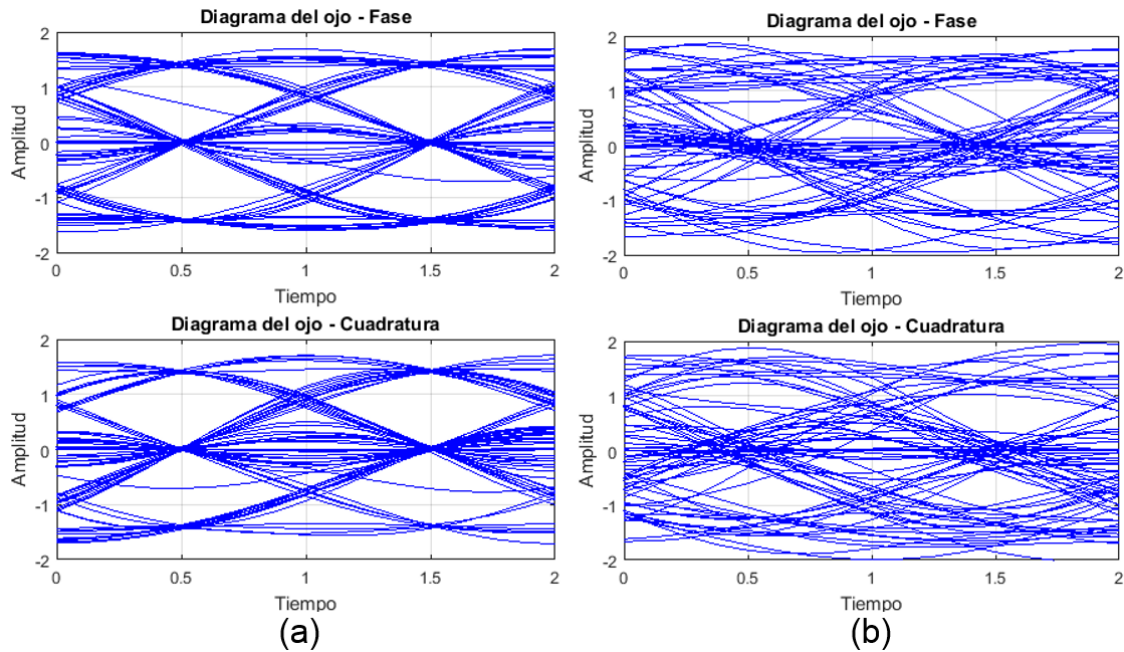


Figura 2.29. Diagramas del ojo para el sistema 9-QPR clase I. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10$ dB.

La Figura 2.29 (a), corresponde al diagrama del ojo en ausencia de ruido para el sistema 9-QPR clase I, el cual, permite obtener el instante óptimo de muestreo a partir de la máxima apertura del ojo.

Debido a que la detección de los símbolos 9-QPR, se lleva a cabo cada 1 segundo u 8 muestras, entonces, según la Figura 2.29 (a), al presentarse la máxima apertura del ojo en 0.5 segundos el instante óptimo de muestreo equivale a la quinta muestra.

La representación en diagrama del ojo de un sistema de comunicaciones, muestra las posibles transiciones entre los símbolos en un período de símbolo, por lo tanto, del diagrama del ojo de la Figura 2.29 (a), se concluye que, tanto para la fase como para la cuadratura del sistema 9-QPR clase I, las transiciones de los valores de los extremos son únicamente hacia él mismo o hacia el cero, mientras que las transiciones desde el cero no tienen restricciones.

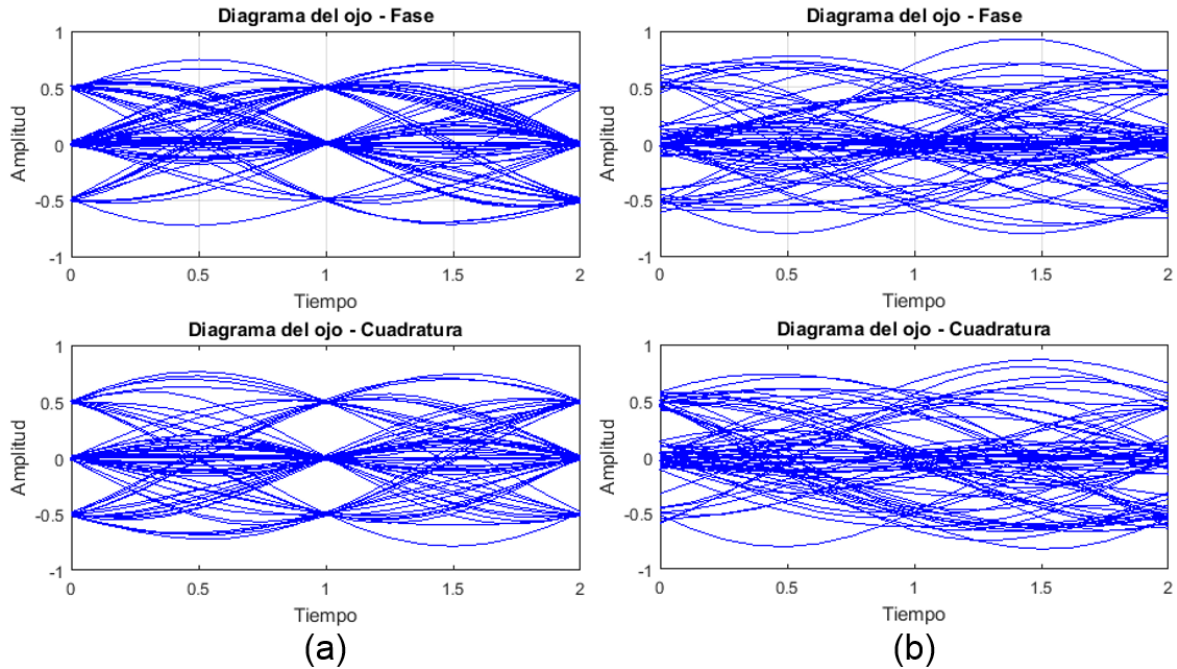


Figura 2.30. Diagramas del ojo para el sistema 9-QPR clase IV. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$.

La Figura 2.30 (a), corresponde al diagrama del ojo en ausencia de ruido para el sistema 9-QPR clase IV. Para este esquema, la apertura máxima del ojo se presenta en 0 segundos, por lo tanto, el instante óptimo de muestreo equivale a la primera muestra. En cuanto a las transiciones, para el sistema 9-QPR clase IV, no existe ningún tipo de restricción en el paso de un valor a otro.

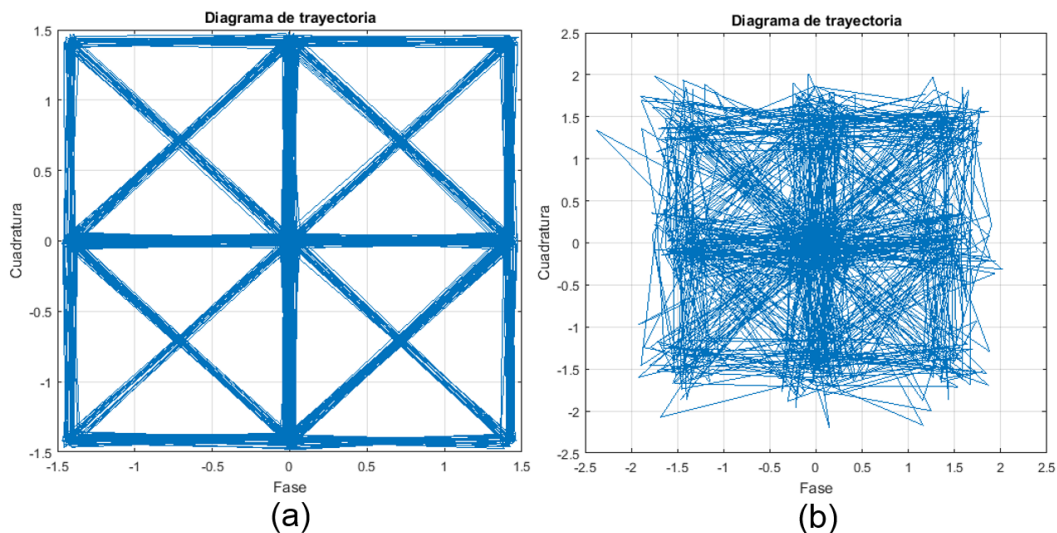


Figura 2.31. Diagramas de trayectoria para el sistema 9-QPR clase I. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$.

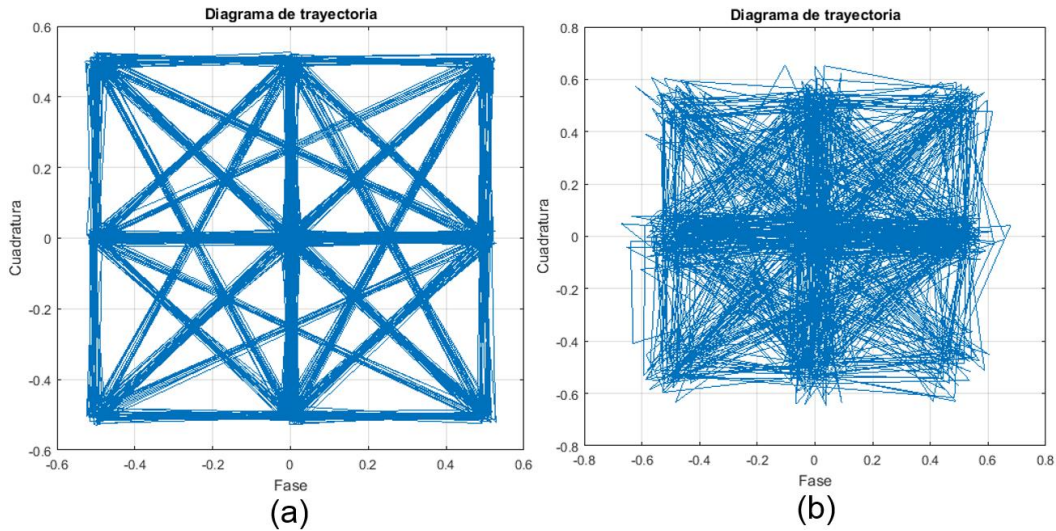


Figura 2.32. Diagramas de trayectoria para el sistema 9-QPR clase IV. (a) Sin presencia de ruido AWGN. (b) Con $E_b/N_0 = 10 \text{ dB}$.

Los diagramas de trayectoria de las Figuras 2.31 (a) y 2.32 (a), corroboran las posibles transiciones entre los símbolos 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV respectivamente.

Las Figuras 2.29 (b), 2.30 (b), 2.31 (b) y 2.32 (b), exponen como el ruido dispersa los símbolos de sus valores nominales, ocasionando un cierre de la abertura en los diagramas del ojo y una degradación de los diagramas de trayectoria.

- **Calculo de BER**

La función empleada para realizar el cálculo de la BER es la siguiente:

$$[ERRORES \text{ BER}] = \text{symerr}(x, y),$$

donde:

ERRORES, Número de bits errados durante la transmisión.

BER, Tasa de error de bit.

x, Mensaje transmitido.

y, Mensaje recibido.

En base a esto, el cálculo de la BER para ambos sistemas implementados se realiza así:

$$[Nerr, BER] = \text{symerr}(msg, msg_est)$$

2.2.5. Fase 5. Validación

Para validar el correcto funcionamiento de los sistemas diseñados, se hace uso de los valores teóricos de BER y de eficiencia espectral encontrados en el capítulo 1 para el esquema de modulación 9-QPR.

- Análisis de desempeño frente al ruido

La Figura 2.33, contiene las curvas de desempeño del sistema 9-QPR de forma teórica y de simulación, para verificar su aproximación.

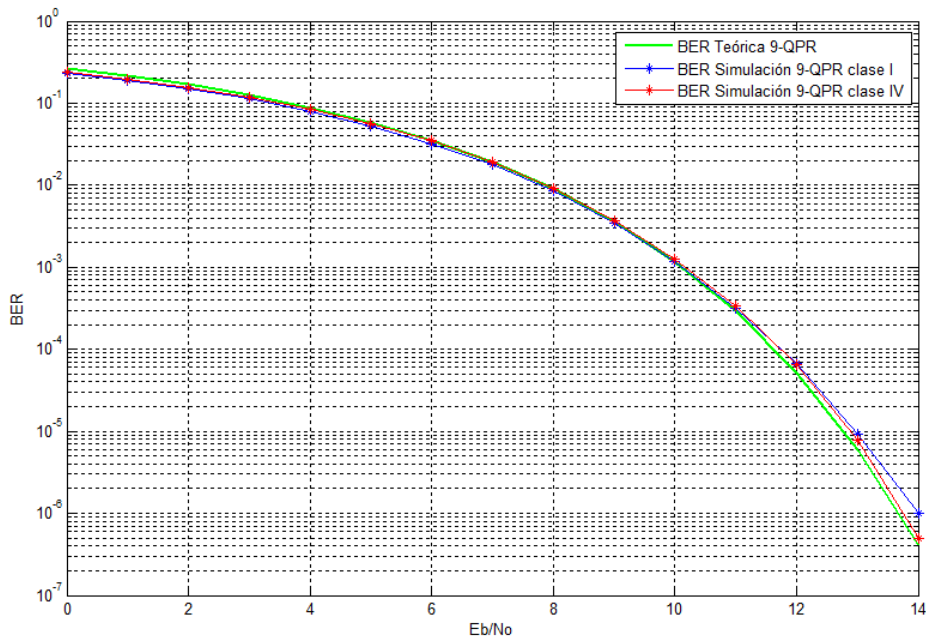


Figura 2.33. Curvas de desempeño del esquema 9-QPR teórica y en simulación.

Los valores de BER a partir de los cuales se obtienen las curvas de desempeño de la Figura 2.33, están consignadas en el Apéndice C.

- Análisis de desempeño espectral

Teóricamente, el ancho de banda del sistema 9-QPR corresponde al ancho de banda de Nyquist, definido como $B_T = R_b/2$. Si, $R_b = 2$ bps entonces $B_T = 1$ Hz, que equivale a la porción del espectro en la cual se concentra el 100% de la energía de la señal, de esta manera, la eficiencia espectral teórica es igual 2 bps/Hz.

Para la validación en términos espectrales, se utiliza un criterio altamente estricto, que consiste en hallar de forma computacional, el ancho de banda en el cual se concentra el 99.99% de la energía de la señal. Este proceso se efectúa para los esquemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, obteniéndose los siguientes resultados. Ver Figuras 2.34 y 2.35.

1. 9-QPR clase I

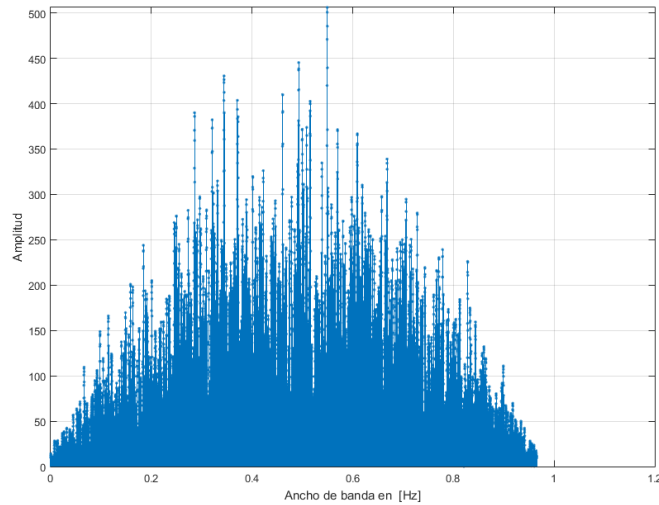


Figura 2.34. Espectro de la señal 9-QPR clase I al 99.99%.

El ancho de banda obtenido computacionalmente bajo el criterio de 99.99% de energía, para este esquema de modulación, es:

$$W_{99.99\%} = 0.965830875122911 \text{ Hz.} \quad (2.18)$$

Así, la eficiencia espectral para el sistema 9-QPR clase I es:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{2}{0.965830875122911} \text{ bps/Hz} \\ &= 2.0707 \text{ bps/Hz.} \end{aligned} \quad (2.19)$$

2. 9-QPR clase IV

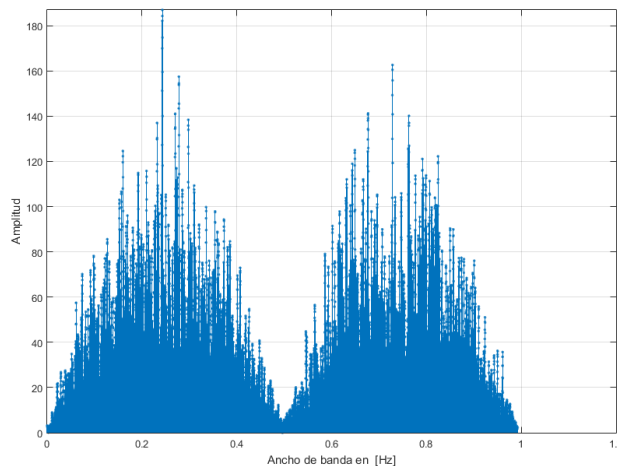


Figura 2.35. Espectro de la señal 9-QPR clase IV al 99.99%.

El ancho de banda obtenido computacionalmente bajo el criterio de 99.99% de energía, para este esquema de modulación, es:

$$W_{99.99\%} = 0.992504835589942 \text{ Hz.} \quad (2.20)$$

Así, la eficiencia espectral para el sistema 9-QPR clase IV es:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{2}{0.992504835589942} \text{ bps/Hz} \\ &= 2.0151 \text{ bps/Hz.} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Las expresiones (2.18) y (2.20), muestran que el ancho de banda de ambos sistemas está alrededor de 1 Hz, parámetro encontrado bajo un buen criterio en términos prácticos, y a partir del cual, se hallan las eficiencias espectrales que resultan ser aproximadamente iguales a la eficiencia espectral teórica para el esquema de modulación 9-QPR.

Las curvas presentadas en la Figura 2.33, tienden a traslaparse, es decir, que el desempeño de los sistemas simulados es casi idéntico al teórico, por otra parte, el análisis espectral permite corroborar que éstos cumplen con el criterio de ancho de banda de Nyquist, razones por las cuales se concluye que dichos sistemas fueron correctamente diseñados e implementados.

Resumen: Las modulaciones multinivel convencionales no permiten que en la práctica los sistemas de comunicaciones alcancen la tasa de Nyquist, pues para ello se requeriría el diseño de filtros ideales. Este capítulo presenta la definición, el diseño y la simulación del sistema 9-QPR con dos diferentes tipos de conformación de pulso, a partir de filtros realizables que son capaces de lograr la máxima eficiencia espectral según el criterio de Nyquist para canales limitados en ancho de banda.

En la definición se describe en términos generales los dispositivos que componen el sistema y los procesos que se aplican a la información, tales como, la etapa de modulación para generar una forma de onda que contiene los símbolos 9-QPR a partir de la secuencia binaria proveniente de la fuente, la adición de ruido blanco gaussiano y la demodulación de la señal recibida para estimar la secuencia original.

En cuanto al diseño, la parte más relevante es la construcción de los filtros de transmisión PR, de tal manera que se puedan llevar a la práctica. El filtro PR clase I se obtiene a partir de la compresión en frecuencia en un factor de 2 de un filtro raíz cuadrada de coseno alzado con roll-off de 1, mientras que el filtro PR clase IV se genera en dos pasos, inicialmente se realiza una compresión en un factor de 2 del filtro PR clase I y este resultado se desplaza $R/4$ hacia el eje positivo, ambos procesos en el dominio de la frecuencia.

Debido al enfoque de este trabajo de grado, las simulaciones se llevan a cabo sobre el entorno de desarrollo de Matlab 2015a, las cuales permiten obtener los resultados que corroboran el correcto diseño, implementación y simulación de los sistemas 9-QPR.

CAPÍTULO 3. EXPERIMENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

3.1. INTRODUCCIÓN

Este capítulo presenta la experimentación y el análisis de los resultados obtenidos en el plan de pruebas establecido en la Tabla 3.1. Para realizar el análisis comparativo entre los diferentes sistemas 9-QPR y 4-QAM, se presentan las gráficas de desempeño (E_b/N_0 vs BER), y las gráficas de eficiencia espectral (ξ vs η). En el plan de pruebas, para el sistema 4-QAM se utilizan dos tipos de conformación de pulso, con filtro de respuesta al impulso rectangular y filtro raíz cuadrada de coseno alzado para tres valores de roll-off $\rho = 0.25$, $\rho = 0.5$ y $\rho = 0.75$.

3.2. PLAN DE PRUEBAS

Una vez validados los sistemas 9-QPR diseñados mediante la comparación entre los resultados obtenidos en la simulación y las referencias teóricas, se establece el plan de pruebas para el análisis comparativo del desempeño frente al ruido y la eficiencia espectral de dichos esquemas respecto a los diferentes sistemas 4-QAM.

El plan de pruebas consiste inicialmente en realizar la medición de la tasa de error de bits mediante la variación de la relación E_b/N_0 para cada uno de los sistemas a comparar, por otro lado, se realiza también la medición de la eficiencia espectral, calculando el ancho de banda que confina diferentes porcentajes de energía de la señal transmitida. El plan de pruebas establecido se presenta en la Tabla 3.1.

Para las pruebas competentes a las curvas de desempeño, se estableció la transmisión de 10^7 bits, mientras que para las pruebas correspondientes a la eficiencia espectral, la transmisión fue de 2.000 bits.

Tabla 3.1. Descripción del plan de pruebas.

ANÁLISIS DE DESEMPEÑO	
Prueba	Descripción
1	Comparación entre las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.
2	Generación de las curvas de desempeño de los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y 4-QAM con SRCF.
3	Comparación entre las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR y 4-QAM.
ANÁLISIS ESPECTRAL	
Prueba	Descripción
4	Comparación entre las curvas de eficiencia espectral de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.
5	Generación de las curvas de eficiencia espectral de los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y 4-QAM con SRCF.
6	Comparación entre las curvas de eficiencia espectral de los sistemas 9-QPR y 4-QAM.

3.3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

A continuación se presentan los resultados de cada una de las pruebas de la Tabla 3.1. Los datos de los que se obtienen los resultados se presentan en los Apéndices D y E.

3.3.1. Análisis De Desempeño

Las curvas expuestas para el análisis de desempeño, son el resultado de la medición de la *BER* para 15 valores de E_b/N_0 .

3.3.1.1. Prueba 1. Comparación entre las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

La Figura 3.1 muestra las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, obtenidas a partir de la simulación en Matlab.

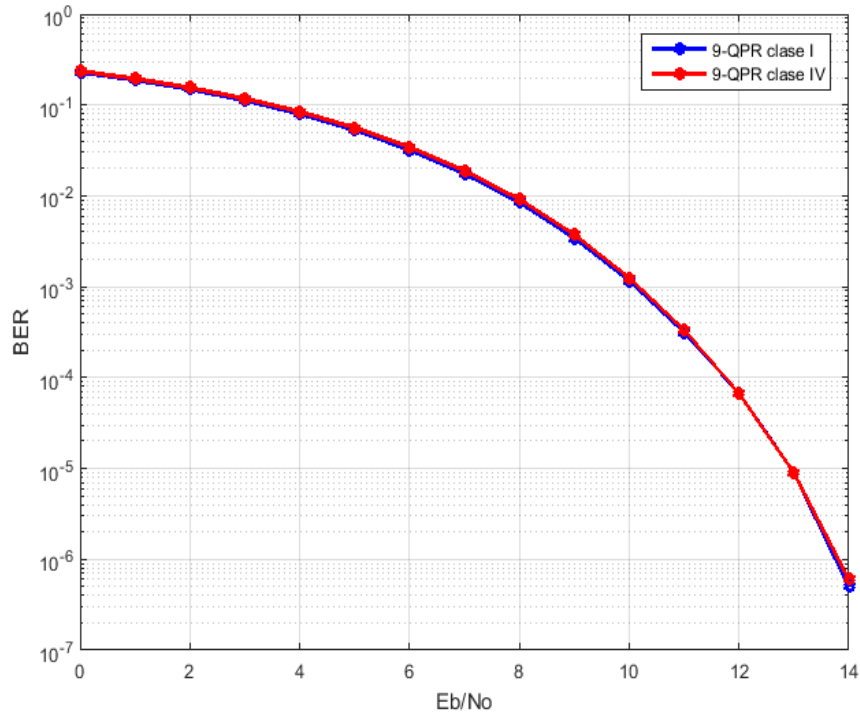


Figura 3.1. Curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

Como es de esperar, las respectivas curvas presentan una correspondencia o igualdad, debido a que la probabilidad de error de bit depende únicamente de la constelación y como bien se explicó en los capítulos 1 y 2, las constelaciones de estos dos esquemas tienen tanto el mismo número de puntos como la misma distribución.

La Figura 3.2 corresponde a un acercamiento de la Figura 3.1, en donde se aprecia que la curva de desempeño de 9-QPR clase I está aproximadamente 0.1 dB por debajo de la curva de 9-QPR clase IV, siendo este valor despreciable.

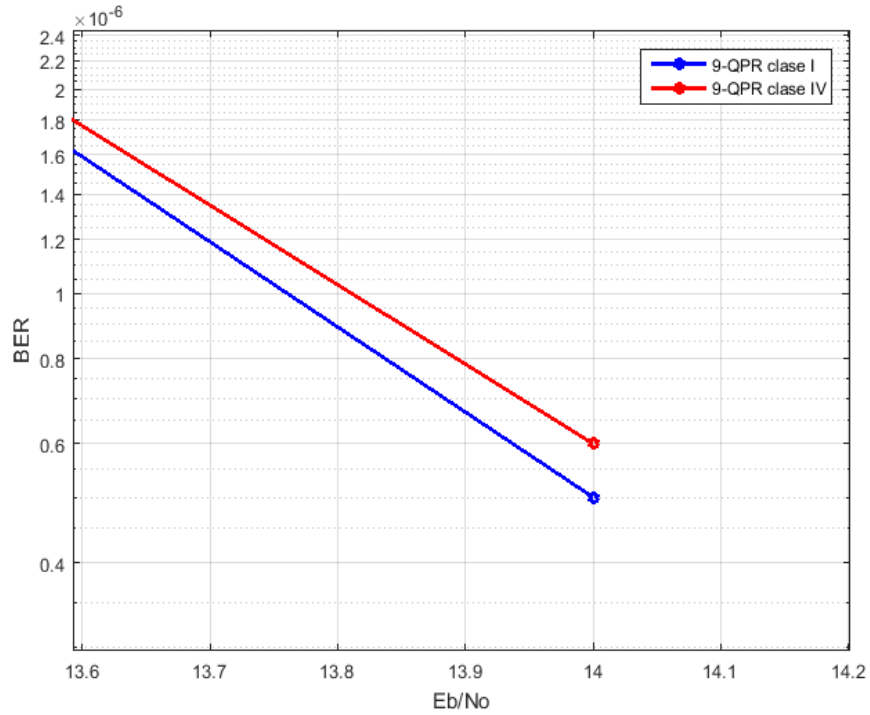


Figura 3.2. Acercamiento a las curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

3.3.1.2. Prueba 2. Generación de las curvas de desempeño de los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y 4-QAM con SRCF.

Las curvas de desempeño presentadas en la Figura 3.3, corresponden a los sistemas de comunicaciones con modulación 4-QAM, implementados con filtro rectangular y con filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de roll-off 0.25, 0.50 y 0.75.

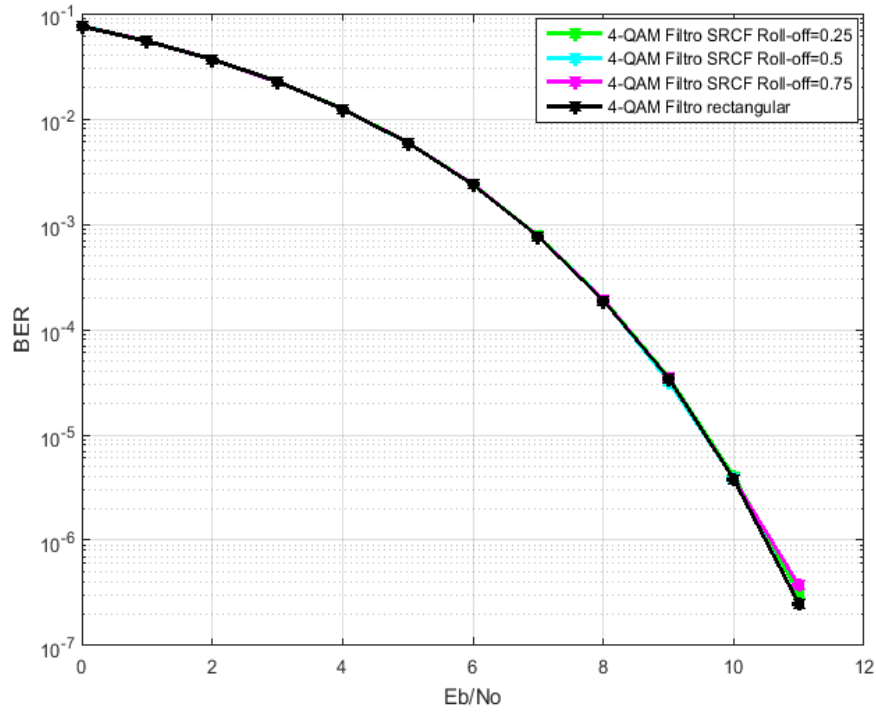


Figura 3.3. Curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.

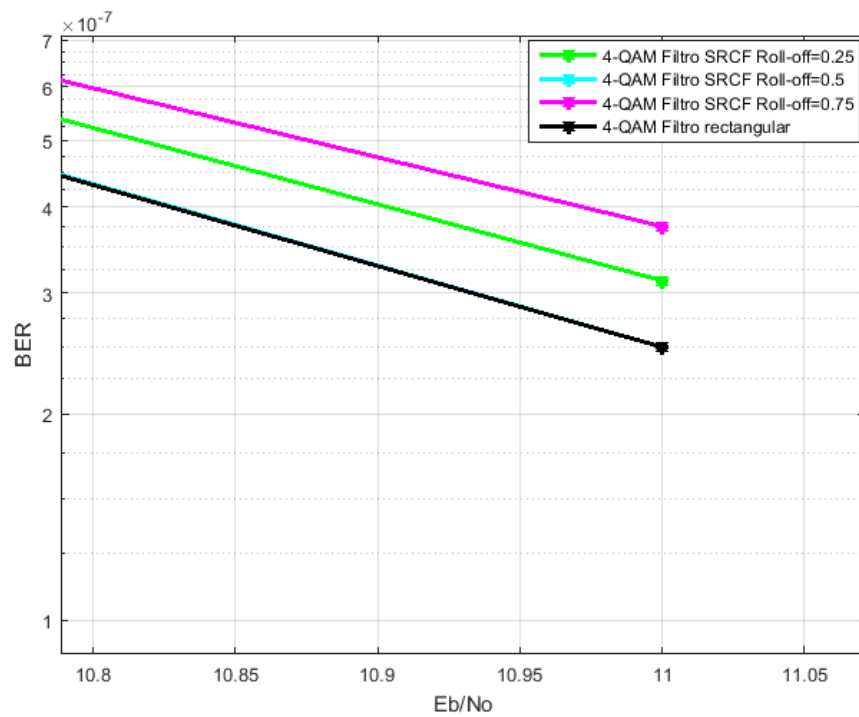


Figura 3.4. Acercamiento a las curvas de desempeño de los sistemas de comunicaciones 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.

En la Figura 3.3 se observa que el sistema 4-QAM, posee aproximadamente el mismo desempeño frente al ruido indiferente del tipo de filtraje, sin embargo, la Figura 3.4 muestra de forma más clara la discrepancia entre las curvas.

La Figura 3.4 evidencia una diferencia máxima entre las curvas de 0.15 dB, siendo éste un valor tan bajo que puede despreciarse, lo que permite concluir, que las 4 curvas de desempeño son iguales. Lo anterior se debe a que el desempeño de un sistema es independiente de la conformación de pulso pero depende directamente de la constelación, ya que la probabilidad de error se relaciona con parámetros como el número de símbolos y la distancia entre ellos. Dicho lo anterior, era de esperarse que el desempeño para cada uno de los sistemas 4-QAM fuera el mismo.

3.3.1.3. Prueba 3. Comparación entre las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR y 4-QAM.

La Figura 3.5 muestra las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, contrastándolas con las curvas de desempeño de los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.

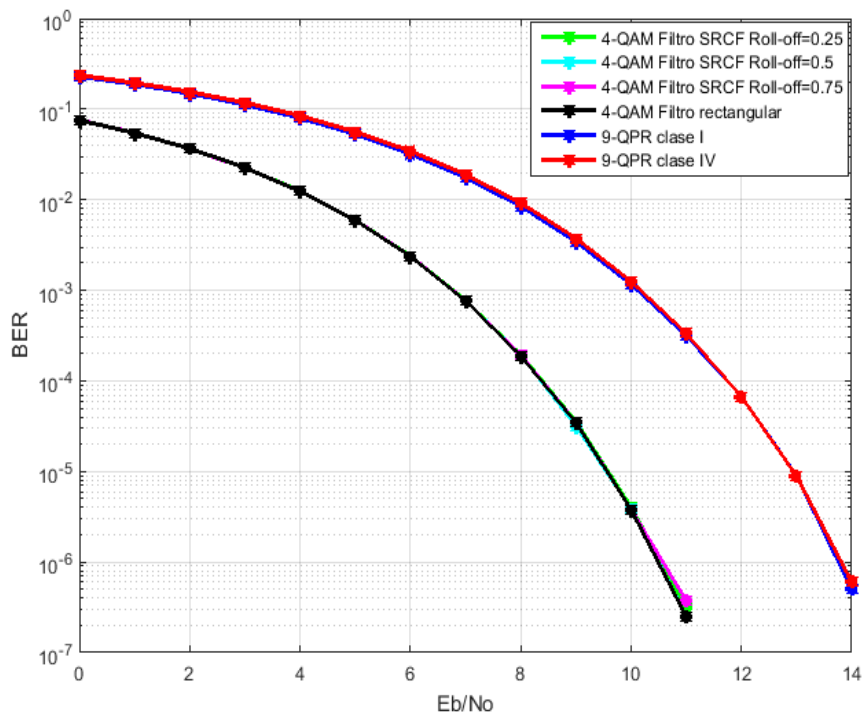


Figura 3.5. Curvas de desempeño para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.

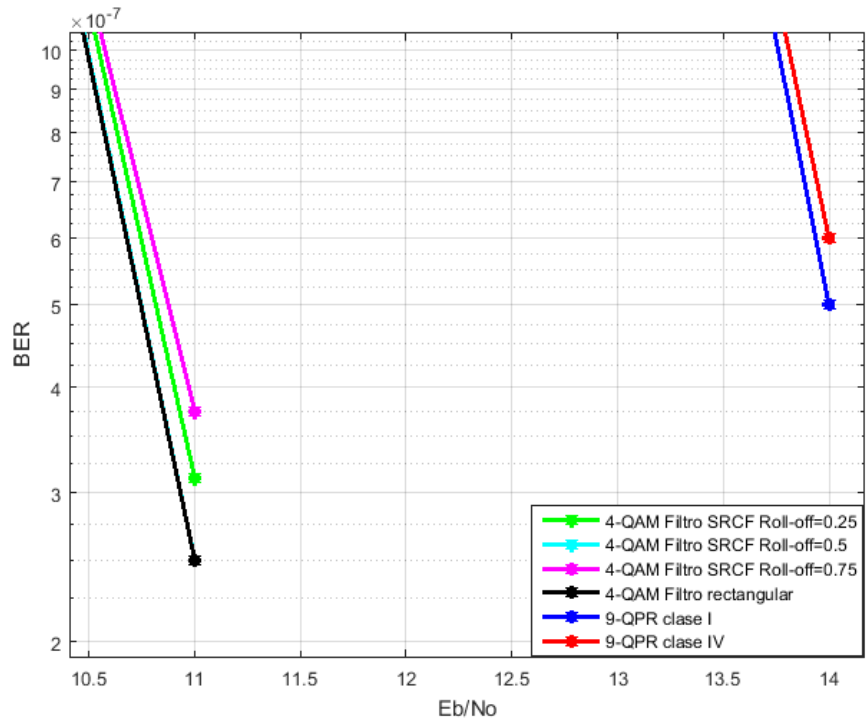


Figura 3.6. Acercamiento a las curvas de desempeño para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.

En las Figuras 3.5 y 3.6 se observa que las curvas de desempeño de los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y filtro raíz cuadrada de coseno alzado, están alrededor de 3dB por debajo de las curvas de desempeño de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV. Lo anterior se debe a que la constelación de 4-QAM contiene un menor número de puntos que la constelación de 9-QPR y por lo tanto, la separación entre símbolos es mayor a una potencia dada, lo que influye positivamente en el desempeño del sistema, debido a que entre mayor sea la distancia entre símbolos, menor es la probabilidad de error en la decisión. La ventaja de que la constelación esté formada por un número pequeño de símbolos, puede analizarse desde otra perspectiva, si la energía total se distribuye entre cada símbolo de la constelación, la energía de símbolo es mayor a medida que el número de símbolos es menor, aumentando la relación energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido y disminuyendo así la probabilidad de error.

La diferencia aproximada de 3 dB entre las curvas, equivale a que el sistema 9-QPR requiere el doble de energía de bit que el sistema 4-QAM para una determinada BER. Es posible calcular de una manera más exacta las diferencias en el desempeño de estas dos modulaciones, para ello se consigan algunos valores en las Tablas 3.2 y 3.3.

La Tabla 3.2 muestra los valores de E_b/N_0 requeridos para obtener una BER igual a 5×10^{-7} para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM.

Tabla 3.2. Valores de E_b/N_0 para una $BER = 5 \times 10^{-7}$ de los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM.

9-QPR Clase I	4-QAM		Diferencia (dB)
E_b/N_0	Filtro	E_b/N_0	
14	SRCF $\rho = 0.25$	10.81	3.19
14	SRCF $\rho = 0.50$	10.74	3.26
14	SRCF $\rho = 0.75$	10.87	3.13
14	Rectangular	10.74	3.26

La Tabla 3.3 muestra los valores de E_b/N_0 requeridos para obtener una BER igual a 6×10^{-7} para los sistemas 9-QPR clase IV y 4-QAM.

Tabla 3.3. Valores de E_b/N_0 para una $BER = 6 \times 10^{-7}$ de los sistemas 9-QPR clase IV y 4-QAM.

9-QPR Clase IV	4-QAM		Diferencia (dB)
E_b/N_0	Filtro	E_b/N_0	
14	SRCF $\rho = 0.25$	10.74	3.26
14	SRCF $\rho = 0.50$	10.67	3.33
14	SRCF $\rho = 0.75$	10.79	3.21
14	Rectangular	10.67	3.33

3.3.2. Análisis Espectral

Las curvas expuestas para el análisis espectral, son el resultado de la medición del ancho de banda y de la eficiencia espectral para 37 porcentajes de energía.

3.3.2.1. Prueba 4. Comparación entre las curvas de eficiencia espectral de los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

Las curvas presentadas en la Figura 3.7 corresponden a la relación entre la eficiencia espectral y el porcentaje de energía de la señal transmitida para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

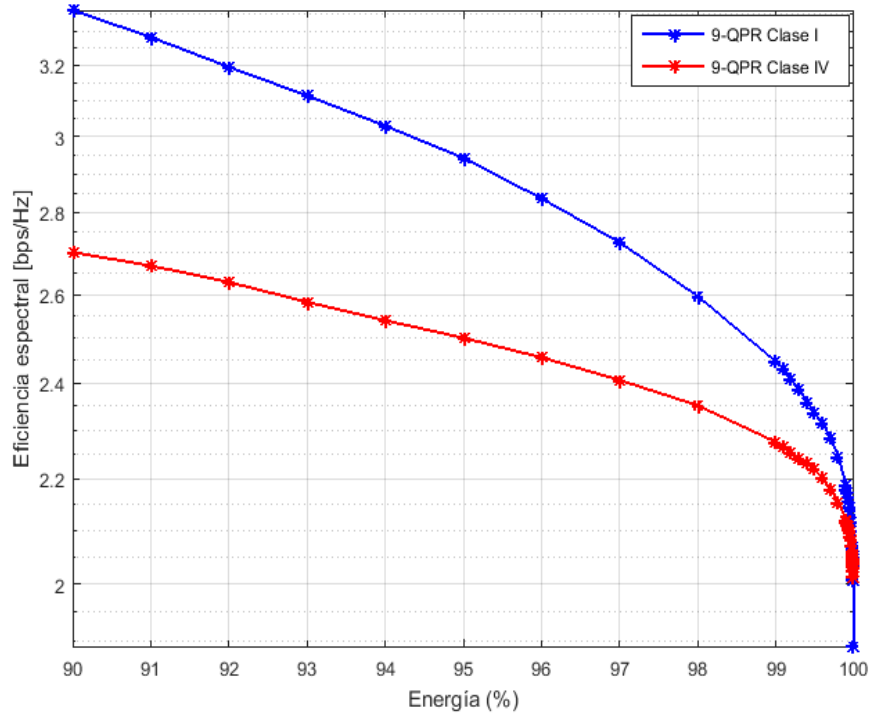


Figura 3.7. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

La Figura 3.7 permite observar de forma general, como el valor de eficiencia espectral disminuye a medida que el criterio de energía se vuelve más riguroso. Dicho aspecto se debe a la relación de proporcionalidad directa entre la cantidad de energía de la señal y el ancho de banda que la contiene y a la relación de proporcionalidad inversa entre el ancho de banda y la eficiencia espectral.

Las curvas de la Figura 3.7 reflejan que el sistema 9-QPR clase I tiene un mejor comportamiento en términos de eficiencia espectral respecto al sistema 9-QPR clase IV, y que dicha diferencia es más apreciable para valores bajos de energía, mientras que tiende a desaparecer para valores altos, específicamente alrededor del 99.9%. Lo anterior se explica a partir de la Figura 3.8.

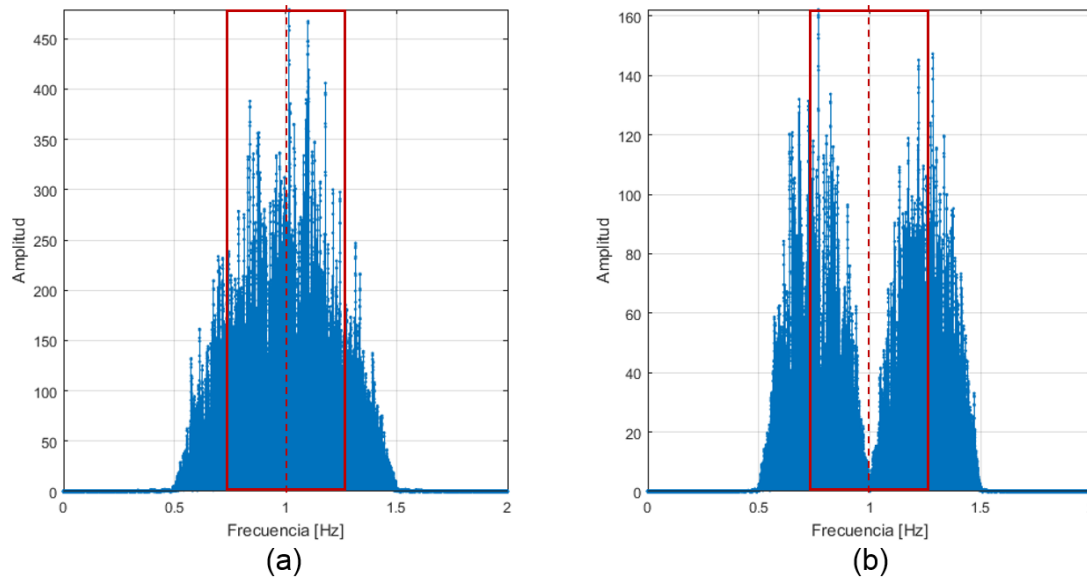


Figura 3.8. (a) Espectro de la señal 9-QPR clase I. (b) Espectro de la señal 9-QPR clase IV.

La Figura 3.8 evidencia como el sistema 9-QPR clase IV contiene menos energía que el sistema 9-QPR clase I sobre un determinado ancho de banda, o desde otra perspectiva, como el sistema 9-QPR clase IV demanda un mayor ancho de banda para confinar el mismo porcentaje de energía que el sistema 9-QPR clase I. Esto se debe, a la diferente distribución de energía en el espectro de los sistemas, ya que la señal 9-QPR clase IV no posee componente DC, lo que evita que se concentre una gran parte de energía alrededor de la frecuencia central, como sucede en el caso del sistema 9-QPR clase I. El recuadro rojo de la Figura 3.8 (a), comprende un ancho de banda de 0.6 Hz, rango que contiene aproximadamente el 90% de la energía de la señal 9-QPR clase I, mientras que en la Figura 3.8 (b), solo se confina el 70% de la energía de la señal 9-QPR clase IV sobre el mismo ancho de banda, esta discrepancia en energía tiende a cero a medida que el ancho del recuadro va aumentando.

En la Tabla 3.4 se consignan algunos valores de eficiencia espectral bajo tres criterios de energía para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

Tabla 3.4. Valores de eficiencia espectral bajo tres criterios de energía para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV.

Energía (%)	Eficiencia espectral η [bps/Hz]		Diferencia en eficiencia espectral [bps/Hz]
	9-QPR clase I	9-QPR clase IV	
90	3.363234260675455	2.701237631845344	0.661996628830111
99	2.446917293233083	2.275090073984433	0.171827219248650
99.9	2.187802516940949	2.119178152379976	0.068624364560973

La última columna de la Tabla 3.4 muestra que efectivamente la diferencia en eficiencia espectral entre los sistemas en cuestión, va disminuyendo al aumentar el criterio de energía.

3.3.2.2. Prueba 5. Generación de las curvas de eficiencia espectral de los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y 4-QAM con SRCF.

Las curvas presentadas en la Figura 3.9, corresponden a la relación entre la eficiencia espectral y el porcentaje de energía de la señal transmitida para los sistemas de comunicaciones con modulación 4-QAM implementados con filtro rectangular y con filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de roll-off 0.25, 0.50 y 0.75.

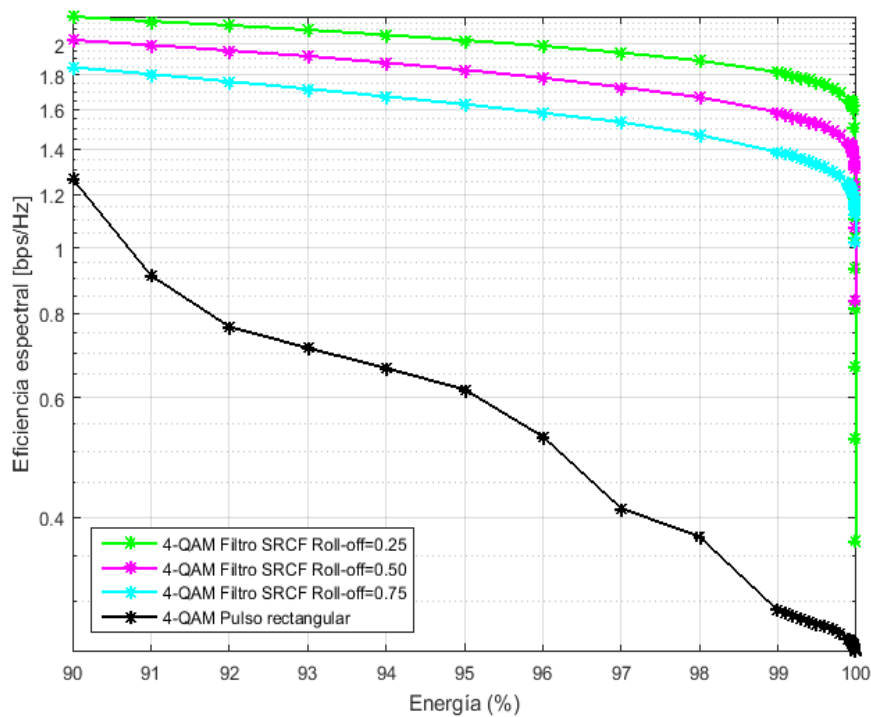


Figura 3.9. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 4-QAM con filtro rectangular y con SRCF.

De una manera general, se puede observar en la Figura 3.9, como las curvas tienen una característica decreciente, situación que era de esperarse por la razón explicada en la prueba 4.

De forma específica, en cuanto a las curvas correspondientes al sistema 4-QAM con filtraje raíz cuadrada de coseno alzado, se observa claramente como a medida que el factor de roll-off aumenta, el comportamiento del sistema en términos de eficiencia espectral desmejora, situación que tiene explicación en el hecho de que a mayor factor de roll-off la conformación de pulso demanda mayor ancho de banda para un porcentaje de energía fija.

Por otra parte, la curva que corresponde al sistema 4-QAM con filtraje rectangular es igualmente decreciente, y posee un comportamiento en eficiencia espectral muy bajo, debido a la distribución energética del espectro de la señal. Cuando la respuesta impulsiva del filtro transmisor es rectangular, el espectro de la señal modulada no es limitado en banda, por lo que la energía está distribuida en todo el rango de frecuencias, ocupando mayores porciones de ancho de banda para cada porcentaje que en el caso del filtraje con raíz cuadrada de coseno alzado.

La Figura 3.10 muestra el espectro de la señal 4-QAM para los diferentes filtros de transmisión.

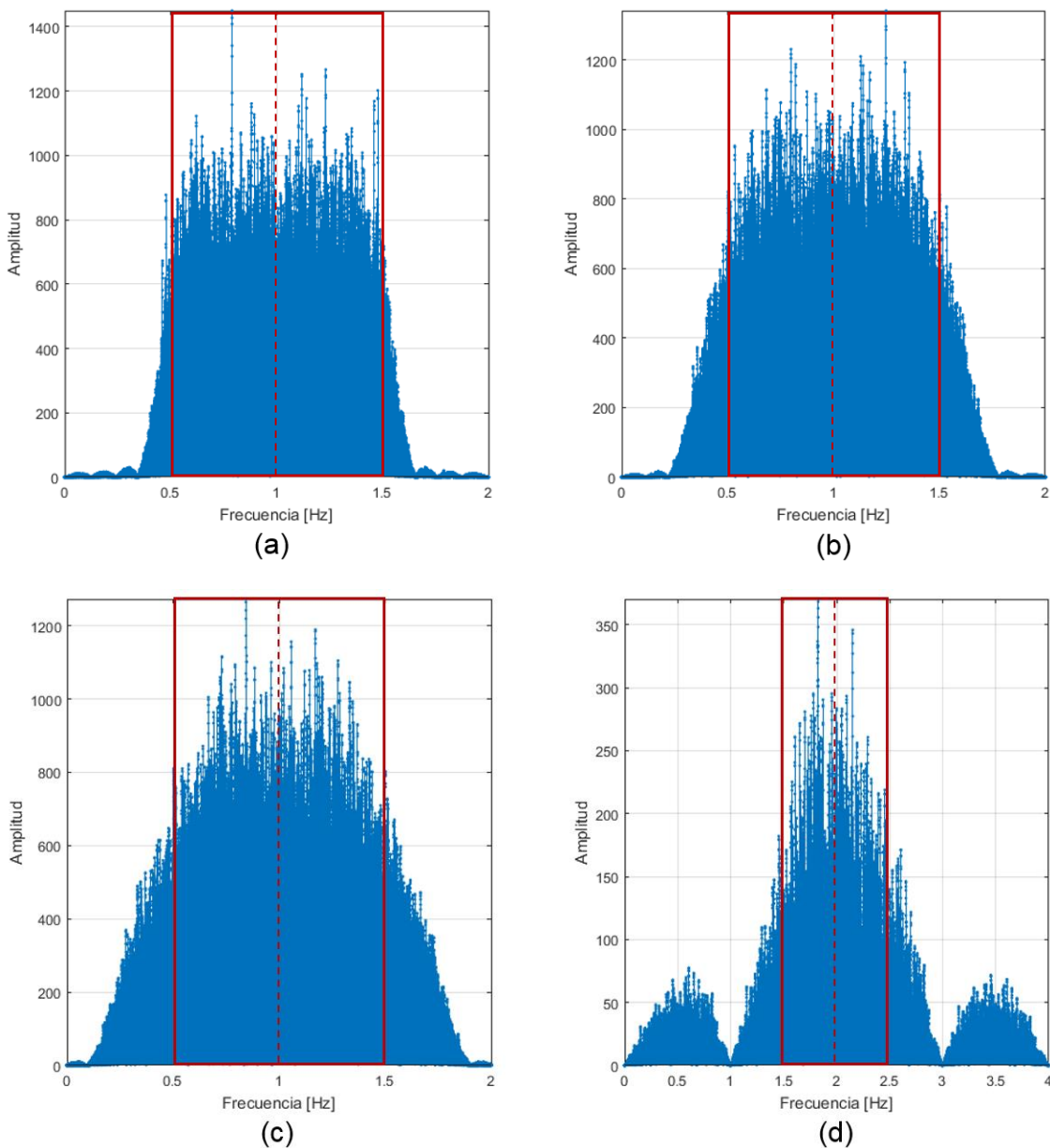


Figura 3.10. Espectro de la señal 4-QAM (a) Con SRCF y $\rho = 0.25$. (b) Con SRCF y $\rho = 0.50$. (c) Con SRCF y $\rho = 0.75$. (d) Con filtro rectangular.

En la Tabla 3.5 se consigan los porcentajes de energía contenidos en el ancho de banda delimitado por el recuadro rojo en los espectros de la Figura 3.10.

Tabla 3.5. Porcentajes de energía contenidos en 1 Hz para los sistemas 4-QAM.

Ancho de banda [Hz]	Energía (%)			
	SRCF $\rho = 0.25$	SRCF $\rho = 0.50$	SRCF $\rho = 0.75$	Rectangular
1	95.613529884	90.889754875	86.380189851	77.400933409

La Tabla 3.5 evidencia como a medida que el factor de roll-off aumenta en los filtros de raíz cuadrada de coseno alzado la energía contenida en 1 Hz disminuye, dando soporte a los resultados obtenidos en la Figura 3.9.

Por otro lado, para el filtro rectangular, la baja confinación de energía dentro de un 1 Hz se debe a la existencia de grandes lóbulos laterales que se llevan una parte considerable de la energía, provocando una baja concentración de ésta alrededor de la frecuencia central, por esta misma razón, la curva correspondiente al sistema 4-QAM con filtro rectangular de la Figura 3.9 no presenta una caída suave.

3.3.2.3. Prueba 6. Comparación entre las curvas de eficiencia espectral de los sistemas 9-QPR y 4-QAM.

La Figura 3.11 contrasta las curvas de eficiencia para los sistemas 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV, y 4-QAM con filtro raíz cuadrada de coseno alzado para los tres valores de roll-off. La curva correspondiente al sistema 4-QAM con filtro rectangular no se ha tenido en cuenta debido a las características desfavorables de su espectro, que conllevan a que tenga un bajo comportamiento en términos de eficiencia espectral, lo cual hace innecesaria su comparación con los sistemas 9-QPR.

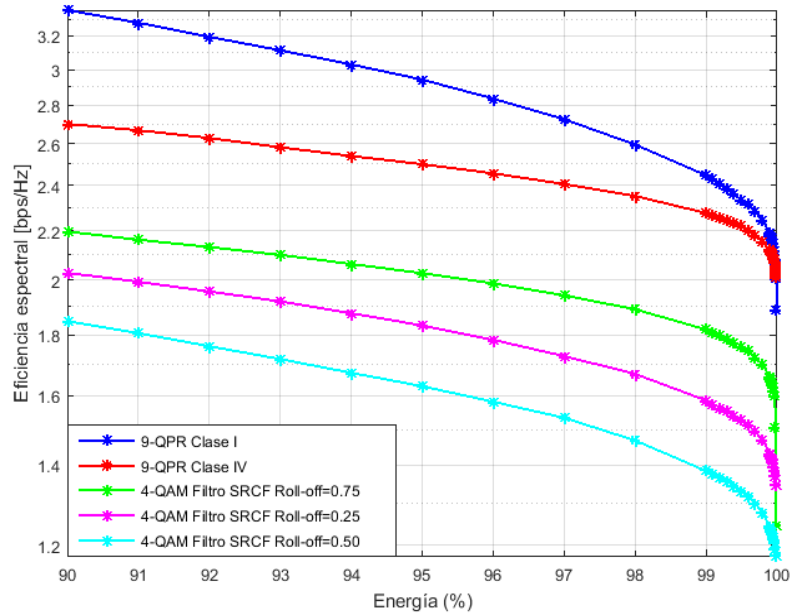


Figura 3.11. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con SRCF.

De la Figura 3.11 se extrae que ambos sistemas 9-QPR sobrepasan considerablemente en eficiencia espectral a los tres sistemas 4-QAM. Un análisis más detallado se lleva a cabo entre los esquemas 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$, debido a que son éstos los de más alto rendimiento respecto a sus esquemas semejantes.

La Figura 3.12 contrasta las curvas de eficiencia espectral para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM con filtro raíz cuadrada de coseno alzado de $\rho = 0.25$, mientras que la Figura 3.13 muestra los espectros de las señales, con el fin de analizar su confinación de energía para un ancho de banda fijo.

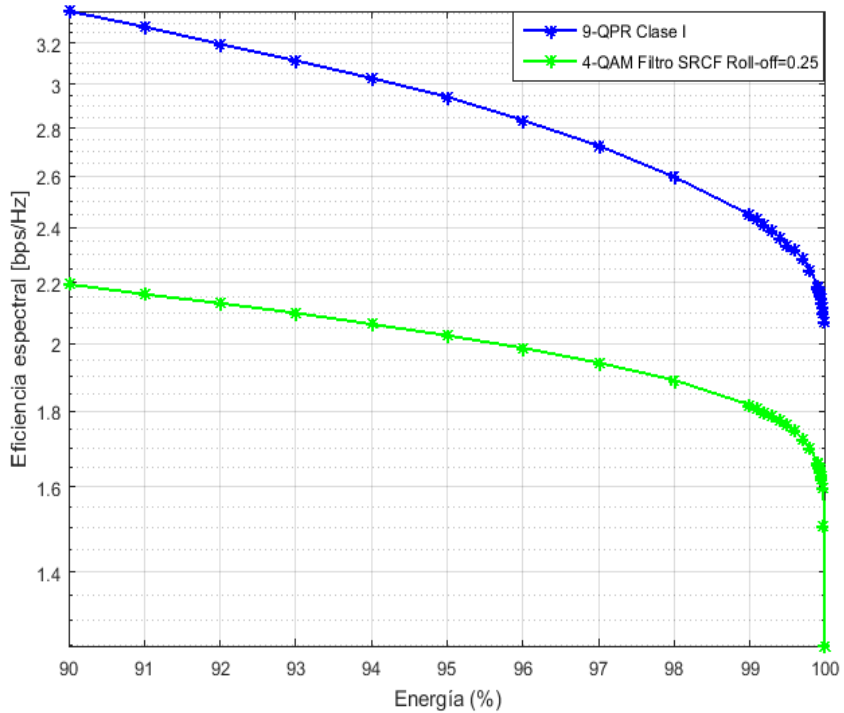


Figura 3.12. Curvas de eficiencia espectral para los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$.

En la Tabla 3.6 se consignan algunos valores de eficiencia espectral bajo tres criterios de energía, para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$.

Tabla 3.6. Valores de eficiencia espectral bajo tres criterios de energía para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$.

Energía (%)	Eficiencia espectral η [bps/Hz]		Diferencia en eficiencia espectral [bps/Hz]
	9-QPR clase I	SRCF $\rho = 0.25$	
90	3.363234260675455	2.195313180590644	1.167921080084811
99	2.446917293233083	1.818017855532510	0.628899437700573
99.9	2.187802516940949	1.659969698965812	0.527832817975137

La Figura 3.12 y la Tabla 3.6 permiten observar como la diferencia más significativa en cuanto a eficiencia espectral entre estos dos sistemas, tiene lugar en el 90% de la energía, y como ésta se reduce aproximadamente a la mitad, cuando el criterio de potencia aumenta en un 9.9%.

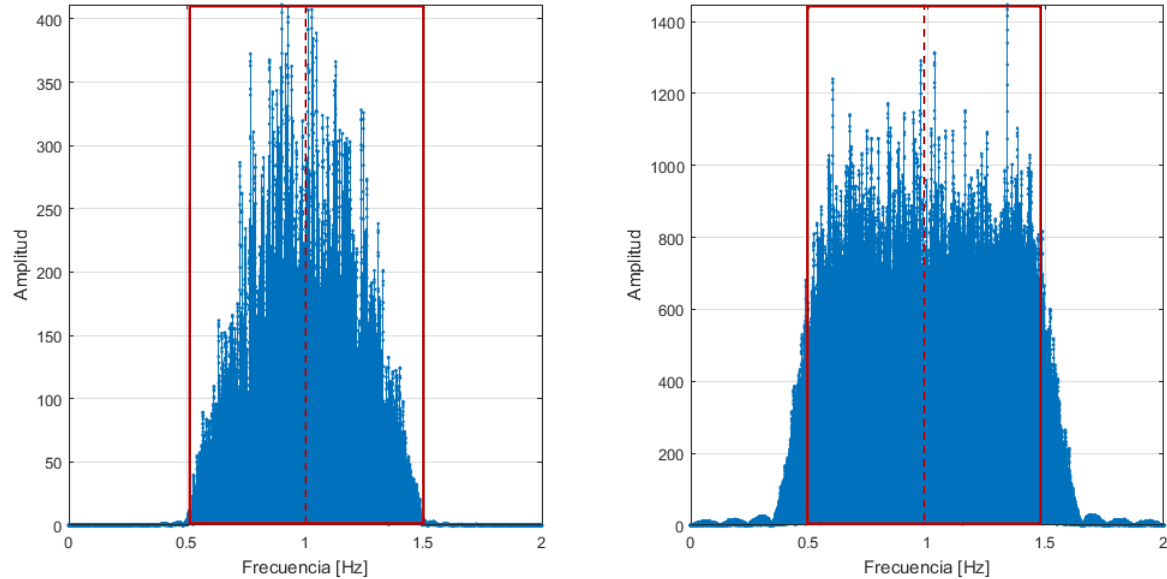


Figura 3.13. (a) Espectro de la señal 9-QPR clase I (b) Espectro de la señal 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$.

En la Tabla 3.7 se registran las energías confinadas en 1 Hz de ancho de banda para los sistemas en cuestión, estos valores se pueden observar de forma aproximada en los espectros de la Figura 3.13, en donde claramente se observa como la señal 9-QPR está contenida casi en su totalidad dentro del ancho de banda definido por el recuadro rojo, mientras que la señal 4-QAM tiene muchas componentes espectrales fuera de éste.

Tabla 3.7. Energía confinadas en 1 Hz de ancho de banda para los sistemas 9-QPR clase I y 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$.

Ancho de banda [Hz]	Energía (%)	
	9-QPR Clase I	SRCF $\rho = 0.25$
1	99.998156008	95.613529884

Partiendo de la Figura 3.13 y de la Tabla 3.7, es posible afirmar que el sistema 9-QPR clase I posee una mayor eficiencia espectral respecto al sistema 4-QAM con SRCF de $\rho = 0.25$, ya que éste confina aproximadamente 4.38% más de energía que su contrario en el mismo ancho de banda.

Para una $R_b = 2$ bps y una $R_s = 1$ sym/s, el ancho de banda de Nyquist corresponde a $W = B_T = 1$ Hz, de esta manera, la Tabla 3.7 permite extraer que el sistema 9-QPR clase I alcanza este ancho de banda con un alto porcentaje de energía, es decir, que está en capacidad de transmitir a la tasa máxima $2W$ bps sin una pérdida considerable de información, situación que no se da en el sistema 4-QAM con filtro raíz cuadrada de coseno alzado de $\rho = 0.25$.

Resumen: Para realizar un adecuado análisis de resultados se plantea un plan de pruebas que consiste en la confrontación de los sistemas 9-QPR clase I, 9-QPR clase IV y 4-QAM con 4 diferentes filtros de transmisión, en cuanto a desempeño frente al ruido y eficiencia espectral.

En cuanto a los sistemas 9-QPR, las curvas de desempeño permiten percibir que ambos poseen el mismo comportamiento frente al ruido, debido a que la probabilidad de error de bit depende únicamente de la constelación, y los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV tienen tanto el mismo número de puntos como la misma distribución. Por otro lado, del análisis espectral se extrae que 9-QPR clase I supera a 9-QPR clase IV para criterios bajos de energía y que esta tendencia va desapareciendo a medida que el criterio de energía aumenta, el hecho que fundamenta lo anterior, es la distribución de las componentes espectrales de la señal modulada en cada sistema, ya que en el caso de 9-QPR clase IV, la no existencia de componente DC evita que se concentre gran parte de la energía alrededor de la frecuencia central, por lo que demanda un mayor ancho de banda para una porción de energía dada. Respecto al diseño, el sistema 9-QPR clase I requiere una menor complejidad en la construcción del filtro transmisor, sin embargo, la no existencia de componente continua en la señal modulada 9-QPR clase IV, se traduce en una gran ventaja que consiste en que los umbrales de decisión no se modifican por cargas eléctricas y que los dispositivos no están activos de forma permanente extendiendo su tiempo de vida.

Por otra parte, de la confrontación entre 9-QPR y 4-QAM se concluye que el sistema de respuesta parcial de 9 estados tiene un menor desempeño frente al ruido respecto su opositor, diferencia que llega a ser aproximadamente de 3.3 dB para una BER de 5×10^{-7} . Este resultado era de esperarse, debido a que la constelación 9-QPR posee un mayor número de puntos y por lo tanto la separación entre símbolos es menor a una potencia dada, lo que aumenta la probabilidad de error en la decisión. En cuanto a la eficiencia espectral, el sistema 9-QPR supera en gran medida a 4-QAM. Para el caso específico de 9-QPR clase I frente a 4-QAM con filtro raíz cuadrada de coseno alzado con roll-off de 0.25, se tiene que para un criterio de energía del 90% la diferencia es de 1.1 bps/Hz, la cual se reduce a la mitad para el 99.9%. Desde otra perspectiva, partiendo de que el ancho de banda de Nyquist para las simulaciones equivale a 1 Hz, se percibe que la señal modulada 9-QPR clase I está confinada casi en su totalidad en esta porción de frecuencias mientras que la señal 4-QAM tiene muchas componentes espectrales fuera de ésta, es decir, que el sistema 9-QPR es capaz de transmitir a la tasa de Nyquist sin una pérdida considerable de información lo que no ocurre ni el mejor de los casos del sistema 4-QAM. Por lo anterior, se afirma que la modulación 9-QPR aunque posee un menor desempeño frente al ruido respecto a 4-QAM, sus valores de E_b/N_0 para BER prácticas son completamente obtenibles, y además hace un eficiente uso del espectro.

CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

4.1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas de la realización del trabajo de grado: Análisis Comparativo del Desempeño de la Modulación por Respuesta Parcial en Cuadratura Respecto a 4-QAM sobre un Canal con Ruido Gaussiano. Adicionalmente se proponen algunos trabajos futuros que dan continuación al desarrollo del tema de investigación propuesto.

4.2. CONCLUSIONES

Del trabajo de grado realizado se presentan las siguientes conclusiones:

- Es posible transmitir a la tasa máxima de Nyquist por medio de la introducción de interferencia intersímbolo controlada, a costa de aumentar el número de puntos de la constelación y con esto disminuir el desempeño.
- Siendo la ISI un efecto no deseado en los sistemas de comunicaciones digitales, existen sistemas que toman ventaja de ella, tal es el caso de los esquemas de modulación de respuesta parcial que la introducen en el transmisor deliberada y controladamente para conseguir mayores eficiencias espectrales.
- Es posible diseñar e implementar los esquemas 9-QPR manipulando las características espectrales de filtros realizables, tales como filtros de raíz cuadrada de coseno alzado con factor de roll-off de 1.
- El esquema de modulación 9-QPR clase I es superior al esquema 9-QPR clase IV, en cuanto a implementación y eficiencia espectral, sin embargo, el esquema 9-QPR clase IV posee una gran ventaja que consiste en la ausencia de componente DC en la señal modulada, característica que evita se modifiquen los umbrales de decisión y que los dispositivos físicos estén activos de forma permanente.
- Los sistemas 9-QPR pueden implementarse únicamente haciendo uso del filtro PR, pero es conveniente incluir un proceso de codificación antes de dicho filtro, para facilitar el proceso de decisión y al tiempo evitar la propagación de errores.
- A pesar de que el sistema 9-QPR no posee símbolos equiprobables, el criterio de decisión idóneo a implementar es el criterio de distancia mínima, debido a que no existe una diferencia considerable entre las probabilidades de error teóricas halladas por este método y las obtenidas por medio del criterio de máxima

verosimilitud, aspecto que favorece en gran medida el diseño de los sistemas, ya que disminuye la complejidad del bloque de decisor y de-mapeo.

- El esquema de modulación 9-QPR supera al esquema 4-QAM en cuanto a eficiencia espectral, sin embargo su desempeño frente al ruido sufre una degradación aproximada de 3 dB, debido al tamaño y forma de su constelación. Por otro lado, si se parte de un valor de BER práctico como 1×10^{-5} , se tiene que para el sistema 9-QPR es requerida una E_b/N_0 de 13 dB, siendo este valor coherente para una implementación, por esta razón, se afirma que dicho esquema es ventajoso respecto a 4-QAM debido a que tiene un buen desempeño, mientras hace un uso eficiente del espectro.
- Los esquemas de modulación de respuesta parcial en cuadratura demandan mayor complejidad, tanto en diseño como en implementación en comparación a las modulaciones de amplitud en cuadratura.

4.3. RECOMENDACIONES

A continuación se plantean algunas recomendaciones, teniendo en cuenta dificultades que se presentaron en el desarrollo del presente trabajo de grado.

- La respuesta al impulso de los filtros raíz cuadrada de coseno alzado empleados para las operaciones de transmisión y recepción, introducen muestras adicionales a ambos lados de la señal filtrada, las cuales deben ser consideradas al momento de diseñar e implementar el subsistema decisor y de-mapeo .
- La cantidad de ruido que se introduce en el canal AWGN debe ser ajustada para no sobreestimar al sistema.
- Para una correcta visualización de la señal en cada etapa del sistema, los ejes de frecuencia y tiempo deben ser cuidadosamente normalizados.
- Los umbrales de decisión deben configurarse según los resultados de la simulación, ya que los factores de amplificación de los filtros afectan la amplitud de las muestras recibidas.

4.4. TRABAJOS FUTUROS

- Desarrollar matemáticamente los procesos de modulación y demodulación de otros esquemas de respuesta parcial en cuadratura como 25-QPR y 49-QPR, para llevar a cabo su diseño y simulación y contrastarlos con los esquemas de respuesta parcial estudiados en este trabajo de grado y con otras modulaciones multinivel convencionales en cuanto a complejidad, desempeño frente al ruido y eficiencia espectral.

- Sacar provecho de las restricciones en la trayectoria entre los símbolos 9-QPR clase I, para implementar un proceso en recepción que permita detectar errores en la transmisión.
- Incluir en los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, un bloque que permita realizar la codificación de fuente.
- Analizar los desempeños de los sistemas de comunicaciones 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, cuando son implementados en hardware reconfigurable (FPGA).
- Diseñar y analizar los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV, en un modelo que emplee un canal afectado por diferentes tipos de desvanecimiento.

APÉNDICES

APÉNDICE A. RESPUESTA AL IMPULSO DEL FILTRO DE RESPUESTA PARCIAL CLASE I.

Partiendo de la ecuación (1.22), la cual define la función de transferencia del filtro PR clase I, se tiene que:

$$\begin{aligned} H_I(f) &= 2 \left[\frac{e^{j\pi f T_b} + e^{-j\pi f T_b}}{2} \right] e^{-j\pi f T_b} \\ &= (e^{j\pi f T_b} + e^{-j\pi f T_b}) e^{-j\pi f T_b}. \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

La forma general de la transformada inversa de Fourier se define en la ecuación (A.2).

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j\omega t} d\omega. \quad (\text{A.2})$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier a la ecuación (A.1), se llega a que la respuesta al impulso del filtro PR clase I se expresa en la ecuación (A.3) y corresponde a la suma de dos funciones Sinc desfasadas T_b segundos.

$$\begin{aligned} h_I(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} [(e^{j\pi f T_b} + e^{-j\pi f T_b}) e^{-j\pi f T_b}] e^{j\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} [(1 + e^{-j2\pi f T_b})] e^{j\omega t} d\omega \end{aligned}$$

Con $\omega = 2\pi f$, se tiene:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} [(1 + e^{-j2\pi f T_b})] e^{j2\pi f t} df \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} e^{j2\pi f t} + e^{j2\pi f (t-T_b)} df \end{aligned}$$

El ancho de banda B_w según la ecuación (1.22) corresponde a B_T , así:

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_T}^{B_T} e^{j2\pi ft} + e^{j2\pi f(t-T_b)} df \\
&= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{j2\pi ft}}{j2\pi t} + \frac{e^{j2\pi f(t-T_b)}}{j2\pi(t-T_b)} \right] \Bigg|_{-B_T}^{B_T} \\
&= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{j2\pi B_T t} - e^{-j2\pi B_T t}}{j2\pi t} + \frac{e^{j2\pi B_T(t-T_b)} - e^{-j2\pi B_T(t-T_b)}}{j2\pi(t-T_b)} \right] \\
&= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\text{sen}(2\pi B_T t)}{\pi t} + \frac{\text{sen}[2\pi B_T(t-T_b)]}{\pi(t-T_b)} \right] \\
&= \frac{B_T}{\pi} \left[\frac{\text{sen}(2\pi B_T t)}{2\pi B_T t} + \frac{\text{sen}[2\pi B_T(t-T_b)]}{2\pi B_T(t-T_b)} \right] \\
&= \frac{B_T}{\pi} [\text{sinc}(2B_T t) + \text{sinc}[2B_T(t-T_b)]] . \tag{A.3}
\end{aligned}$$

APÉNDICE B. RESPUESTA AL IMPULSO DEL FILTRO DE RESPUESTA PARCIAL CLASE IV.

Partiendo de la ecuación (1.33), la cual define la función de transferencia del filtro PR clase IV, se tiene que:

$$\begin{aligned}
H_{IV}(f) &= 2j \left[\frac{e^{j2\pi f T_b} - e^{-j2\pi f T_b}}{2j} \right] e^{-j2\pi f T_b} \\
&= (e^{j2\pi f T_b} - e^{-j2\pi f T_b}) e^{-j2\pi f T_b} . \tag{B.1}
\end{aligned}$$

La forma general de la transformada inversa de Fourier se define en la ecuación (B.2).

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j\omega t} d\omega . \tag{B.2}$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier a la ecuación (B.1), se llega a que la respuesta al impulso del filtro PR clase IV se expresa en la ecuación (B.3) y corresponde a la resta de dos funciones Sinc desfasadas $2T_b$ segundos.

$$h_{IV}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} [(e^{j2\pi f T_b} - e^{-j2\pi f T_b}) e^{-j2\pi f T_b}] e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} [(1 - e^{-j4\pi f T_b})] e^{j\omega t} d\omega$$

Con $\omega = 2\pi f$, se tiene:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} [(1 - e^{-j4\pi f T_b})] e^{j2\pi f t} df \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_w}^{B_w} e^{j2\pi f t} - e^{j2\pi f(t-2T_b)} df \end{aligned}$$

El ancho de banda B_w según la ecuación (1.33) corresponde a B_T , así:

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \int_{-B_T}^{B_T} e^{j2\pi f t} - e^{j2\pi f(t-2T_b)} df \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{j2\pi f t}}{j2\pi t} - \frac{e^{j2\pi f(t-2T_b)}}{j2\pi(t-2T_b)} \right] \Bigg|_{-B_T}^{B_T} \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{e^{j2\pi B_T t} - e^{-j2\pi B_T t}}{j2\pi t} - \left(\frac{e^{j2\pi B_T(t-2T_b)} - e^{-j2\pi B_T(t-2T_b)}}{j2\pi(t-2T_b)} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\text{sen}(2\pi B_T t)}{\pi t} - \frac{\text{sen}[2\pi B_T(t-2T_b)]}{\pi(t-2T_b)} \right] \\ &= \frac{B_T}{\pi} \left[\frac{\text{sen}(2\pi B_T t)}{2\pi B_T t} - \frac{\text{sen}[2\pi B_T(t-2T_b)]}{2\pi B_T(t-2T_b)} \right] \\ &= \frac{B_T}{\pi} [\text{sinc}(2B_T t) - \text{sinc}[2B_T(t-2T_b)]] \end{aligned} \tag{B.3}$$

APÉNDICE C. VALORES DE BER PARA LA VALIDACIÓN DE LOS SISTEMAS 9-QPR CLASE I Y 9-QPR CLASE IV IMPLEMENADOS.

En este apéndice se consignan los valores de BER para el sistema 9-QPR teórico, y para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV diseñados y simulados con los cuales se llevó a cabo la validación de los últimos.

Tabla C.1. Resultados de BER obtenidos para los sistemas 9-QPR teórico, y 9-QPR clase I y clase IV simulados.

E_b/N_0	9-QPR Teórico	9-QPR clase I	9-QPR clase IV
0	0.265786256214588	0.2298058	0.2365886
1	0.215522437834522	0.1888368	0.1951369
2	0.168184136692848	0.1490834	0.1551868
3	0.125341457045535	0.1124782	0.1178125
4	0.088333181839205	0.0800409	0.0845022
5	0.058115629081257	0.0530739	0.0563812
6	0.035106202291277	0.0322657	0.0346007
7	0.019058787256811	0.0177084	0.0190304
8	0.009047138838281	0.0085312	0.0092053
9	0.003626517705030	0.0034780	0.0037330
10	0.001174740892191	0.0011661	0.0012621
11	0.000291020542246	0.0003146	0.0003391
12	0.000051455259553	0.0000663	0.0000649
13	0.000005953890319	0.0000093	0.0000079
14	0.000000404272299	0.0000010	0.0000005

APÉNDICE D. VALORES DE BER PARA LOS SISTEMAS 9-QPR Y 4-QAM.

En este apéndice se consignan los valores de BER obtenidos para cada uno de los sistemas 9-QPR y 4-QAM.

Tabla D.1. Resultados de BER obtenidos para los sistemas 9-QPR clase I y 9-QPR clase IV simulados.

SISTEMA 9-QPR		
E_b/N_0	Clase I	Clase IV
0	0.2298058	0.2365886
1	0.1888368	0.1951369
2	0.1490834	0.1551868
3	0.1124782	0.1178125
4	0.0800409	0.0845022
5	0.0530739	0.0563812
6	0.0322657	0.0346007
7	0.0177084	0.0190304
8	0.0085312	0.0092053
9	0.0034780	0.0037330
10	0.0011661	0.0012621
11	0.0003146	0.0003391
12	0.0000663	0.0000649
13	0.0000093	0.0000079
14	0.0000010	0.0000005

Tabla D.2. Resultados de BER obtenidos para los sistemas 4-QAM con filtro rectangular y 4-QAM con SRCF.

SISTEMA 4-QAM				
E_b/N_0	Filtro Rectangular	SRCF $\rho = 0.25$	SRCF $\rho = 0.50$	SRCF $\rho = 0.75$
0	0.07551450	0.0756260000	0.0756861875	0.0756073125
1	0.05463085	0.0546635625	0.0546855625	0.0546918125
2	0.03678130	0.0368057500	0.0367671250	0.0367907500
3	0.02264000	0.0225828125	0.0225995625	0.0225151250
4	0.01243315	0.0124796875	0.0123917500	0.0124623125
5	0.00595795	0.0059628750	0.0059536875	0.0059558125
6	0.00238025	0.0024028125	0.0023910000	0.0023940625
7	0.00076745	0.0007773750	0.0007677500	0.0007679375
8	0.00018870	0.0001956875	0.0001936875	0.0001924375
9	0.00003480	0.0000358125	0.0000319375	0.0000348750
10	0.00000380	0.0000040625	0.0000038750	0.0000038125
11	0.00000025	0.0000003125	0.0000002500	0.0000003750
12	0	0	0	0
13	0	0	0	0
14	0	0	0	0

APÉNDICE E. VALORES DE EFICIENCIA ESPECTRAL PARA LOS SISTEMAS 9-QPR Y 4-QAM.

En este apéndice se consignan los valores de eficiencia espectral obtenidos para cada uno de los sistemas 9-QPR y 4-QAM.

Tabla E.1. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 9-QPR clase I.

9-QPR Clase I			
Criterio de energía (%)	η	Criterio energía (%)	η
90	3.363234260675455	99.91	2.180181145827751
91	3.282365756243193	99.92	2.172554674357126
92	3.194722582165156	99.93	2.165845867163584
93	3.113066768700973	99.94	2.156717209203691
94	3.029039463886821	99.95	2.145060507790874
95	2.942176255740790	99.96	2.131461056823243
96	2.836424487519176	99.97	2.117096018735362
97	2.725902100713640	99.98	2.099125364431487
98	2.596209075244112	99.99	2.067493392966050
99	2.446917293233083	99.991	2.062566546671400
99.1	2.429962367839437	99.992	2.058444022770399
99.2	2.407670454545455	99.993	2.054337945662054
99.3	2.384525205158266	99.994	2.048132111569833
99.4	2.358124166714972	99.995	2.040478519298773
99.5	2.334777742703819	99.996	2.031562125449461
99.6	2.313664154699274	99.997	2.021416681159779
99.7	2.284110050533408	99.998	2.005521593374089
99.8	2.244599553066459	99.999	1.888228741180839
99.9	2.187802516940949		

Tabla E.2. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 9-QPR clase IV.

9-QPR Clase IV			
Criterio de energía (%)	η	Criterio energía (%)	η
90	2.701237631845344	99.91	2.114897860046532
91	2.668731449219255	99.92	2.110904126368439
92	2.629119918634587	99.93	2.106710811154972
93	2.582578832344678	99.94	2.101252317931262
94	2.539682539682540	99.95	2.095981351036336
95	2.499848896947718	99.96	2.087834427057041
96	2.456057007125890	99.97	2.079071053359137
97	2.406120015125513	99.98	2.068361963343585
98	2.351469668542839	99.99	2.054134591507325

99	2.275090073984433	99.991	2.051790852267089
99.1	2.264378199337549	99.992	2.049452455279719
99.2	2.254073791487275	99.993	2.045701849836779
99.3	2.242342098129575	99.994	2.042872666205671
99.4	2.232417552760836	99.995	2.039799768204572
99.5	2.219598583234947	99.996	2.035533244746296
99.6	2.201287987652350	99.997	2.030735994500908
99.7	2.179537849445367	99.998	2.022543338467934
99.8	2.154054476329357	99.999	2.011037366591303
99.9	2.119178152379976		

Tabla E.3. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con filtro rectangular.

4-QAM- Filtro rectangular			
Criterio de energía (%)	η	Criterio energía (%)	η
90	1.264990133076962	99.91	0.263844648271098
91	0.910398572495038	99.92	0.263293950941156
92	0.764619525324199	99.93	0.262656459677458
93	0.711293202170867	99.94	0.261974621803910
94	0.664015033300354	99.95	0.261180297508103
95	0.617730089014906	99.96	0.260371052419794
96	0.526254854701035	99.97	0.259314090656206
97	0.412282727002870	99.98	0.258121439097420
98	0.374301926906320	99.99	0.256412049501512
99	0.291203047148685	99.991	0.256159470914256
99.1	0.288471246628492	99.992	0.255867507152660
99.2	0.285873558125241	99.993	0.255588678815649
99.3	0.283318223028105	99.994	0.255315790817452
99.4	0.280812897174741	99.995	0.255001506827086
99.5	0.277990904137617	99.996	0.254570112080278
99.6	0.275432015115709	99.997	0.254164250180803
99.7	0.272559772358078	99.998	0.253659616466660
99.8	0.269161615400351	99.999	0.252891585377349
99.9	0.264444054456243		

Tabla E.4. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con SRCF y $\rho = 0.25$.

4-QAM SRCF $\rho = 0.25$			
Criterio de energía (%)	η	Criterio energía (%)	η
90	2.195313180590644	99.91	1.654955014119657
91	2.161466709552911	99.92	1.649727500368242
92	2.131033170546077	99.93	1.643889233177860
93	2.099081651777348	99.94	1.637054600967941

94	2.062741727546197	99.95	1.628169924083347
95	2.026456515620603	99.96	1.617380421353272
96	1.987342520849354	99.97	1.598224195338513
97	1.941972026355334	99.98	1.505961096005019
98	1.890259910737726	99.99	1.244951646967283
99	1.818017855532510	99.991	1.219807347887119
99.1	1.808850446829129	99.992	1.182557280118256
99.2	1.796599294193134	99.993	1.106124285353729
99.3	1.785492870427774	99.994	1.038211968276857
99.4	1.773929570772399	99.995	0.934865473971231
99.5	1.760913998218122	99.996	0.816181114475879
99.6	1.746028996552979	99.997	0.668638974753572
99.7	1.722723543888433	99.998	0.521860681835831
99.8	1.698256254738439	99.999	0.368223213405078
99.9	1.659969698965812		

Tabla E.5. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con SRCF y $\rho = 0.50$.

4-QAM SRCF $\rho = 0.50$			
Criterio de energía (%)	η	Criterio energía (%)	η
90	2.027638645827047	99.91	1.426892968871650
91	1.993237230823990	99.92	1.421019242968916
92	1.956217978574756	99.93	1.416028657722835
93	1.919451585261354	99.94	1.409317152284548
94	1.876186576331758	99.95	1.402395759422347
95	1.832260879048969	99.96	1.393574075098159
96	1.782304264799491	99.97	1.383228356181302
97	1.727240014393666	99.98	1.369044385288205
98	1.669233444284366	99.99	1.345902208454615
99	1.586027849893792	99.991	1.343140390150304
99.1	1.574778546766861	99.992	1.338734311707284
99.2	1.563129981701455	99.993	1.333809693938311
99.3	1.552775895002773	99.994	1.323668452568547
99.4	1.540059891217991	99.995	1.309482053080790
99.5	1.527226447683404	99.996	1.232228646871141
99.6	1.511312352879441	99.997	1.195701169604517
99.7	1.492824667150453	99.998	1.074959209137153
99.8	1.468253390237863	99.999	0.836827030841393
99.9	1.431919880673343		

Tabla E.6. Resultados de eficiencia espectral η , obtenidos para el sistema 4-QAM con SRCF y $\rho = 0.75$.

4-QAM SRCF $\rho = 0.75$			
Criterio de energía (%)	η	Criterio energía (%)	η
90	1.847405751150047	99.91	1.238618350720684
91	1.805610289112600	99.92	1.234250449987143
92	1.760575680301812	99.93	1.229508196721311
93	1.717498722099165	99.94	1.223583107755429
94	1.672668137995122	99.95	1.217611886211270
95	1.630012936610608	99.96	1.211990044367493
96	1.582020214702744	99.97	1.202921380495489
97	1.533803009784080	99.98	1.190166953975488
98	1.468424502877122	99.99	1.173402868318123
99	1.384805605165545	99.991	1.169848546393547
99.1	1.376259523224379	99.992	1.167125952342357
99.2	1.366779661016949	99.993	1.163408046905657
99.3	1.355749831876261	99.994	1.160220994475138
99.4	1.343820823890148	99.995	1.155857260801761
99.5	1.331220285261489	99.996	1.150790026486437
99.6	1.315806649522890	99.997	1.141873215823100
99.7	1.298517268476175	99.998	1.123132291167590
99.8	1.276013975391159	99.999	1.019706227491604
99.9	1.242818040588859		

ANEXOS

ANEXO A. FORMA GENERAL DE LA MODULACIÓN POR RESPUESTA PARCIAL.

Como ya fue estipulado, los esquemas de modulación PR clase I y PR clase IV tienen un ancho de correlación de 1 y 2 bits respectivamente, aspecto que permite deducir una forma generalizada de este tipo de esquemas conocidos como moduladores de respuesta parcial. En la Figura A.1 se presenta el diagrama general de un modulador PR, donde $H_c(f)$ es la respuesta del filtro ideal y $H(f)$ la respuesta al impulso del modulador de respuesta parcial.

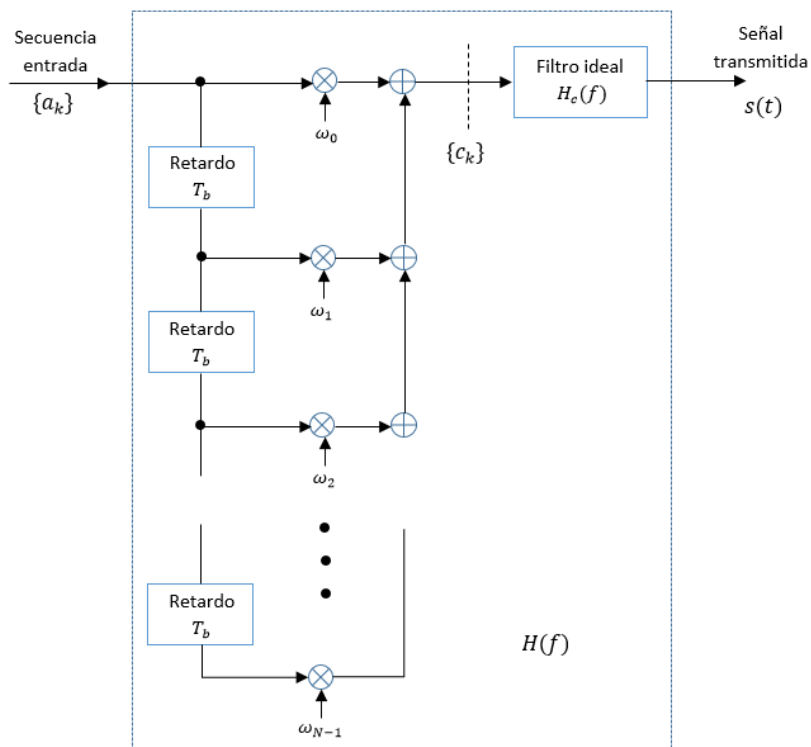


Figura A.1. Esquema general de un modulador de respuesta parcial.

Como se puede observar en la Figura A.1, la etapa de correlación corresponde a un filtro transversal cuya salida es la suma ponderada de versiones retardadas de la señal de entrada. Esta ponderación viene fijada por un conjunto de pesos $\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{N-1}$. La secuencia de salida $\{c_k\}$ y la secuencia de entrada $\{a_k\}$ del diagrama de la Figura A.1 se relacionan según la ecuación (A.1), que permite ver como se superponen al valor actual los $N - 1$ valores anteriores.

$$c_k = \sum_{n=0}^{N-1} \omega_n b_{k-n}. \quad (\text{A.1})$$

Eligiendo los pesos ω_n de forma adecuada se obtienen los diferentes esquemas concretos de modulación por respuesta parcial. En particular:

- Para $\omega_0 = 1$, $\omega_1=1$ y $\omega_n = 0$ para $n > 1$ se tiene el esquema PR clase I.
- Para $\omega_0 = 1$, $\omega_1=0$, $\omega_2= -1$ y $\omega_n = 0$ para $n > 1$ se tiene el esquema PR clase IV.

La Tabla A.1 contiene una recopilación de las particularidades de las 5 primeras clases de la modulación por respuesta parcial.

Tabla A.1. Clases de modulación por respuesta parcial.

Clase	Método	Magnitud de la función de transferencia $ H(w) $	# niveles
1	$c_k = a_k + a_{k-1}$	$2T_b \cos(\pi f T_b)$	3
2	$c_k = a_k + 2a_{k-1} + a_{k-2}$	$4T_b \cos^2(\pi f T_b)$	5
3	$c_k = 2a_k + a_{k-1} - a_{k-2}$	$T_b + T_b \cos(\pi f T_b) + j3T_b \sin(2\pi f T_b)$	5
4	$c_k = a_k - a_{k-2}$	$j2T_b \sin(2\pi f T_b)$	3
5	$c_k = a_k - 2a_{k-2} + a_{k-4}$	$4T_b \sin^2(2\pi f T_b)$	5

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, S. Hamid Nawab, “Señales y Sistemas”, Pearson Educación, 2da Edición, 1998.
- [2] R. Gallager, “Principles of Digital Communications”, Massachusetts Institute of Technology, MIT Courses, 2006.
- [3] S. Haykin, B. Van Veen, “Señales y Sistemas”, Limusa, 1ra Edición, 2001.
- [4] D. Lapedes, “McGraw-Hill Dictionary of Scientific and Technical Terms”. 2nd, New York: McGraw-Hill Book Co, 1978.
- [5] J. G. Proakis, “Communications Systems Engineering”, New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [6] T. Cover, J. Thomas, “Elements of Information Theory, A modern text on information theory”, 2nd Edition, Wiley, 2006.
- [7] M. Pursley, “Introduction to Digital Communications”, Prentice Hall, 2005.
- [8] Leon W. Couch II, “Sistemas de comunicación digitales y analógicos”, Pearson Educación, séptima edición, 2008.
- [9] A. Rodríguez, F. González, “Comunicaciones digitales”, Universidad Carlos III de Madrid, Universidad de Vigo, 2012
- [10] C. E. Shannon, “A mathematical theory of communication,” Bell System Technical Journal, 1948.
- [11] L. S. Fashano, “Communication System Simulation and Analysis with SYSTID”, IEEE.
- [12] J. M. Ramirez “Asignatura Teoría de las Telecomunicaciones II”, Universidad del Cauca, 2012.
- [13] J. M. Ramirez “Asignatura Medios de Transmisión”, Universidad del Cauca, 2012.
- [14] J. D. Oetting, “A Comparison of Modulation Techniques for Digital Radio”. IEEE Transactions On Communications, vol. 27, 11p, 1979.
- [15] J. M. Ramírez, “Esquema de modulación digital de constelación n-dimensional basado en wavelets”, Popayán 2014, Tesis de maestría, Universidad del Cauca, Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones, Departamento de Telecomunicaciones.

- [16] D. R. Smith, "Digital Transmission Systems", Van Nostrand Reinhold, segunda edición, 1993.
- [17] M. M. Fernández, "Transmisión digital en banda base", E.T. S de Ingenieros de Telecomunicación, Universidad de Valladolid.
- [18] J. F. Delozier, "Digital Transmission of Analog Signals", Watkins-Johnson Company, vol. 8, 1981.
- [19] J. G. Proakis, M. Salehi, "Digital Communications", McGraw-Hill, quinta edición, 2007.
- [20] C. Langton, "Partial Response signaling and Quadrature Partial Response (QPR) modulation", 2002.
- [21] R. D. Gitlin, J. F. Hayes, S. B. Weinstein, "Data Communications Principles", Plenum Press, Nueva York, 1992.
- [22] L. Leithold, "Cálculo de Louis Leithold", Séptima edición, 1998.
- [23] W. Chacon. "Modelo de Capacidad de Madurez del Software y su Influencia en las Mejoras de Calidad del Software", presentado como trabajo final de la carrera de Ingeniería en Ciencias y Sistemas, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala, pp. 29-30. 2004.
- [24] "Matlab" [Online]. Available: <http://www.mathworks.com/help/matlab/index.html>
- [25] Cerón A., Revelo A. "Análisis del Desempeño de un Sistema de Comunicaciones con Modulación 2/4-Pam Implementado Sobre Hardware Reconfigurable", Trabajo de grado, FIET, Universidad del Cauca.
- [26] A. Lender, "The Duobinary Technique for High-Speed Data Transmission". IEEE Transactions on Communications, Vol 82, pp. 214-218, 1963.