

**ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE LA TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA EN
LA INSERCIÓN DE MARCAS DE AGUA INVISIBLES Y SU EXTRACCIÓN SOBRE
IMÁGENES FIJAS AFECTADAS POR RUIDO**



**Pedro Felipe Sandoval Cerón
Sandro Julio Paladines Ordoñez**

Universidad del Cauca

**Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Departamento de Telecomunicaciones
Grupo I+D Nuevas Tecnologías en Telecomunicaciones GNTT
Popayán, Abril de 2018**

**ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE LA TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA EN
LA INSERCIÓN DE MARCAS DE AGUA INVISIBLES Y SU EXTRACCIÓN SOBRE
IMÁGENES FIJAS AFECTADAS POR RUIDO**



Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de
Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones

**Pedro Felipe Sandoval Cerón
Sandro Julio Paladines Ordoñez**

Director: Msc. Harold Armando Romo Romero

Universidad del Cauca

**Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Departamento de Telecomunicaciones
Grupo I+D Nuevas Tecnologías en Telecomunicaciones GNTT
Popayán, Abril de 2018**

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	13
CAPÍTULO 1	17
CONCEPTOS SOBRE IMÁGENES DIGITALES.....	17
1.1 IMAGEN DIGITAL	17
1.2 REPRESENTACION DE UNA IMAGEN DIGITAL	17
1.3 ALMACENAMIENTO DE UNA IMAGEN DIGITAL	19
1.4 TAMAÑO DE UNA IMAGEN DIGITAL	20
1.5 RESOLUCIÓN DE UNA IMAGEN DIGITAL	21
1.6 TIPOS DE IMÁGENES DIGITALES	22
1.6.1 Imágenes binarias	24
1.6.2 Imágenes a escala de grises	24
1.6.3 Imágenes RGB	25
1.7 FORMATOS EN IMÁGENES DIGITALES	27
1.7.1 BMP (BITMAP, Mapa de bits).....	28
1.7.2 GIF (Graphics Interchange Format).....	28
1.7.3 TIF-TIFF (Tagged Image File Format).....	28
1.7.4 PNG (Portable Network Graphic).....	28
1.7.5 JPG-JPEG (Joint Photographic Experts Group).....	29
1.8 RUIDO EN IMÁGENES DIGITALES	29
1.8.1 Modelo de ruido aditivo.....	29
1.8.2 Modelo de ruido multiplicativo	30
1.8.3 Modelo de ruido impulsivo	30
1.8.4 Tipos de ruido utilizados	30
1.9 PARAMETROS DE DESEMPEÑO PARA IMÁGENES DIGITALES.....	33
1.9.1 Valor pico de la relación señal a ruido (PSNR).....	33
1.9.2 Índice de similitud estructural.....	35
1.9.3 Correlación cruzada normalizada (NCC).....	37

CAPÍTULO 2	39
MARCAS DE AGUA Y PRINCIPALES TÉCNICAS DE INSERCIÓN Y EXTRACCIÓN.	39
2.1 GENERALIDADES DE LAS MARCAS DE AGUA.....	39
2.1.1 ¿Qué es una marca de agua digital?.....	39
2.1.2 Objetivos de las marcas de agua.....	39
2.1.3 ¿Cuándo se originó la técnica?	40
2.2 CLASIFICACIÓN DE LAS MARCAS DE AGUA.....	40
2.2.1 Según el dominio de trabajo	41
2.2.2 Según la resistencia ante los ataques	41
2.2.3 Por el tipo de archivo multimedia que lo contiene.....	41
2.2.4 Según la percepción humana	42
2.2.5 Según la aplicación.....	42
2.2.6 Según el método de extracción	42
2.3 APLICACIONES DE LAS MARCAS DE AGUA.....	43
2.3.1 Protección de derechos de autor	43
2.3.2 Autenticación de imágenes.....	43
2.3.3 Ocultación de datos	43
2.3.4 Comunicaciones secretas.....	43
2.3.5 Monitoreo de transmisiones.....	44
2.4 REQUERIMIENTOS DE UNA MARCA DE AGUA ROBUSTA.....	44
2.5 ESQUEMAS DE MARCAS DE AGUA.....	45
2.5.1 Esquema frágil de marcado de agua	45
2.5.2 Esquema robusto de marcado de agua	46
2.6 CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE MARCADO DE AGUA MÁS UTILIZADOS.....	47
2.6.1 Métodos basados en el dominio espacial	47
2.6.2 Métodos basados en el dominio de la transformada	47
2.7 METODOS DE MARCADO DE AGUA BASADOS EN EL DOMINIO DE LA TRANSFORMADA.....	48
2.7.1 Método de la transformada discreta de Fourier (DFT).....	48
2.7.2 Método de la transformada del coseno discreta (DCT)	50
2.7.3 Método de la transformada wavelet discreta (DWT).....	53
2.7.4 Método de la transformada contourlet (CT).....	65

2.7.5	Otro método de marcado de agua - Método de descomposición en valores singulares (SVD).....	69
2.8	DWT en imágenes (DWT-2D).....	71
CAPÍTULO 3		77
DISEÑO E IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO DE MARCADO DE AGUA BASADO EN LA DWT.....		77
3.1	FASE DE ANÁLISIS.....	77
3.2	FASE DE DISEÑO	78
3.2.1	Herramienta de simulación.....	78
3.2.2	Técnica de inserción de la marca de agua.....	79
3.2.3	Técnica de extracción de la marca de agua	82
3.3	FASE DE IMPLEMENTACIÓN.....	85
3.3.1	Requisitos de preprocesamiento	85
3.3.2	Algoritmo de procesamiento wavelet.....	86
3.3.3	Algoritmo de adición de ruido	91
CAPÍTULO 4		93
PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....		93
4.1	MÉTODO DE MARCADO DE AGUA EXTENDIDO SIN RUIDO.....	94
4.2	PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL MÉTODO DE MARCADO DE AGUA EXTENDIDO CON RUIDO	98
4.3	MÉTODO DE MARCADO DE AGUA SIN EXTENDER Y SIN RUIDO	106
4.4	MÉTODO DE MARCADO DE AGUA SIN EXTENDER Y CON RUIDO	108
4.5	OTRAS PRUEBAS.....	116
4.5.1	Familias <i>wavelet</i>	116
4.5.2	Marcas de agua con diferentes tonalidades	119
CAPITULO 5		125
5.1	CONCLUSIONES.....	125
5.2	TRABAJOS FUTUROS	126
BIBLIOGRAFÍA		129

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1.1 Representación de un pixel.....	18
Figura 1.2 Representación de una imagen digital de 3 canales de color.....	19
Figura 1.3 Imagen digital de dimensiones 20×20 pixeles.....	20
Figura 1.4 Resolución de una imagen 10×10 y 20×20 PPI.....	21
Figura 1.5 Imagen con diferentes profundidades de color.....	22
Figura 1.6 Comparación entre formato mapa de bits (izq) y vectorial (der).....	23
Figura 1.7 Ejemplo imagen binaria.....	24
Figura 1.8 Ejemplo de una imagen a escala de grises.....	24
Figura 1.9 Modelo de color RGB.....	25
Figura 1.10 Ejemplo de una imagen a color RGB.....	26
Figura 1.11 Valores de los planos de color RGB de una imagen.....	26
Figura 1.12 Ejemplo Pixel RGB.....	27
Figura 1.13 Función densidad de probabilidad ruido Gaussiano.....	31
Figura 1.14 Función densidad de probabilidad ruido Poisson.....	32
Figura 2.1 Clasificación de las marcas de agua.....	40
Figura 2.2 Requerimientos de una marca de agua.....	44
Figura 2.3 Proceso de inserción de la marca de agua.....	46
Figura 2.4 Proceso de detección de la marca de agua.....	46
Figura 2.5 Proceso de inserción de la marca de agua aplicando la DFT.....	49
Figura 2.6 Bandas de frecuencia de la DCT-2D.....	52
Figura 2.7 Proceso de marcado de agua DCT-2D.....	53
Figura 2.8 Estructura DWT a un nivel ($j = 1$).....	57
Figura 2.9 Diagrama de codificación en sub-bandas.....	59
Figura 2.10 Wavelet Haar.....	62
Figura 2.11 Familia Wavelet Daubechies.....	62
Figura 2.12 Familia Wavelet Biorthogonal.....	63
Figura 2.13 Familias Wavelet Coiflet.....	63
Figura 2.14 Familia Wavelet Symlets.....	64
Figura 2.15 Aproximación de un contorno suave mediante WT (izquierda) y CT (derecha).....	65
Figura 2.16 Transformada contourlet.....	66
Figura 2.17 Banco de filtros direccional piramidal (PDFB).....	67
Figura 2.18 Representación frecuencial de una descomposición contourlet con 3 niveles de resolución ($L=2$) y 4 direcciones de frecuencia ($D=4$).....	67
Figura 2.19 Descomposición en valores singulares de una matriz A.....	70
Figura 2.20 Banco de filtros de descomposición en dos niveles y dos dimensiones.....	73

Figura 2.21 Descomposición de una imagen en subimágenes de aproximación y detalles.....	74
Figura 2.22 Banco de filtros de reconstrucción en dos niveles y dos dimensiones..	75
Figura 3.1 Imagen anfitriona (Izquierda). Marca de agua (Derecha).....	80
Figura 3.2 Primer nivel de descomposición wavelet.....	81
Figura 3.3 Proceso de inserción de la marca de agua DWT.....	82
Figura 3.4 Proceso de extracción de la marca de agua DWT.....	84
Figura 4.1 Lena + Marca de agua (Izq) = Imagen marcada método DWT extendido sin ruido (Der).....	95
Figura 4.2 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido sin ruido	95
Figura 4.3 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido sin ruido.....	96
Figura 4.4 Calidad visual DWT-2D vs Calidad visual DCT-2D	97
Figura 4.5 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido sin ruido.....	97
Figura 4.6 Imagen marcada método DWT extendido con ruido sal & pimienta.....	98
Figura 4.7 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Gaussiano ...	98
Figura 4.8 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido sal & pimienta	99
Figura 4.9 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Poisson	99
Figura 4.10 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Gaussiano	101
Figura 4.11 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido sal & pimienta	102
Figura 4.12 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Poisson.....	102
Figura 4.13 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Gaussiano .	103
Figura 4.14 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido sal & pimienta	104
Figura 4.15 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Poison	104
Figura 4.16 Imagen marcada DWT sin ruido - Método sin extender	106
Figura 4.17 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender sin ruido	107
Figura 4.18 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender sin ruido.....	107
Figura 4.19 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender sin ruido.....	108
Figura 4.20 Imagen marcada afectada con ruido Gaussiano.....	109
Figura 4.21 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Gaussiano	109
Figura 4.22 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido sal & pimienta.....	110
Figura 4.23 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Poisson	110
Figura 4.24 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Gaussiano	112
Figura 4.25 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido sal & pimienta.....	112
Figura 4.26 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Poisson.	113
Figura 4.27 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Gaussiano	114
Figura 4.28 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido sal & pimienta.....	114
Figura 4.29 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Poisson..	115

Figura 4.30 PSNR vs Varianza de ruido Gaussiano.....	117
Figura 4.31 SSIM vs Varianza de ruido Gaussiano.....	118
Figura 4.32 NCC vs Varianza de ruido Gaussiano.....	118
Figura 4.33 (a) Mblanca, (b) MblancaFIET, (c) Mnegra, (d) MnegraFIET	119
Figura 4.34 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (sin ruido) - PSNR vs Nivel de inserción.....	120
Figura 4.35 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (sin ruido) - SSIM vs Nivel de inserción.....	121
Figura 4.36 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (con ruido) - PSNR vs Nivel de inserción.....	122
Figura 4.37 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (con ruido) - SSIM vs Nivel de inserción.....	123
Figura 4.38 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (con ruido) - SSIM vs Nivel de inserción.....	124

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Propiedades de algunas familias wavelet.....	61
Tabla 2 Parámetros de desempeño de algunas familias <i>wavelet</i> en el mercado de agua sin ruido.....	117

LISTA DE ACRÓNIMOS

BMP	<i>Bitmap</i> , Mapa de bits.
CCD	<i>Coupled Charging Device</i> , Dispositivo de Carga Acoplada.
CMYK	<i>Cyan Magenta Yellow Key black</i> , Cian Magenta Amarillo Negro.
CT	<i>Contourlet Transform</i> , Transformada Contourlet
CWT	<i>Continuous Wavelet Transform</i> , Transformada Wavelet Continua.
DCT	<i>Discrete Cosine Transform</i> , Transformada del Coseno Discreta.
DCT-2D	<i>Discrete Cosine Transform - Two Dimensions</i> , Transformada del Coseno Discreta - Dos Dimensiones.
DFB	<i>Directional Filters Bank</i> , Banco de Filtros Direccional.
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i> , Transformada de Fourier Discreta.
DSP	<i>Digital Signal Processing</i> , Procesamiento Digital de Señales.
DWT	<i>Discrete Wavelet Transform</i> , Transformada Wavelet Discreta.
DWT-2D	<i>Discrete Wavelet Transform - Two Dimensions</i> , Transformada Wavelet Discreta – Dos Dimensiones.
FWT	<i>Fast Wavelet Transform</i> , Transformada Rápida Wavelet.
GIF	<i>Graphics Interchange Format</i> , Formato de Intercambio Gráfico.
HVS	<i>Human Visual Scheme</i> , Esquema Visual Humano.

IDCT	<i>Inverse Discrete Cosine Transform</i> , Transformada del Coseno Discreta Inversa.
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i> , Transformada de Fourier Discreta Inversa.
IDWT	<i>Inverse Discrete Wavelet Transform</i> , Transformada Wavelet Discreta Inversa.
IDWT-2D	<i>Inverse Discrete Wavelet Transform – Two Dimensions</i> , Transformada Wavelet Discreta Inversa – Dos Dimensiones.
JPEG	<i>Joint Photographic Expert Groups</i> , Grupo Conjunto de Expertos en Fotografía.
LBS	<i>Least Significant Bit</i> , Bit Menos Significativo.
LP	<i>Laplacian Pyramid</i> , Pirámide Laplaciana.
MRA	<i>Multiresolution Analysis</i> , Análisis Multiresolución.
MSE	<i>Mean Square Error</i> , Error Cuadrático Medio.
NC	<i>Normalized Correlation</i> , Correlación Normalizada.
NCC	<i>Normalized Cross-Correlation</i> , Correlación Cruzada Normalizada.
PDFB	<i>Pyramid Directional Filters Bank</i> , Banco de Filtros Direccional Piramidal.
PNG	<i>Portable Network Graphic</i> , Gráfico Portable para Red.
PPI	<i>Pixels Per Inch</i> , Píxeles Por Pulgada.
PSNR	<i>Peak Signal to Noise Ratio</i> , Relación Pico Señal a Ruido.
QR	<i>Quit Request</i> , Respuesta Rápida.
RGB	<i>Red Green Blue</i> , Rojo Verde Azul
SSIM	<i>Structural Similarity Index</i> , Índice de Similitud Estructural
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i> , Descomposición en Valores Singulares.

TIF	<i>Tagged Image File Format</i> , Formato de Archivo de Imagen Etiquetada.
WPT	<i>Wavelet Packet Transform</i> , Transformada de Paquetes Wavelet.
WT	<i>Wavelet Toolbox</i> , Caja de Herramientas Wavelet.
WT	<i>Wavelet Transform</i> , Transformada Wavelet.
WPT	<i>Wavelet Packet Transform</i> , Transformada de Paquetes Wavelet.

INTRODUCCIÓN

Sin lugar a dudas, el crecimiento de internet ha cambiado profundamente la vida cotidiana y la manera como la sociedad accede a la información para compartir sus ideas a través de herramientas informáticas como: Facebook, Instagram, Youtube, Twitter, correo electrónico, foros, blogs y mensajería instantánea [1]. El rápido progreso y desarrollo de las tecnologías de la información, y el aumento masivo en la demanda de nuevos servicios acordes a los intereses de los usuarios, han revolucionado las oportunidades de crear y entregar terabytes de contenido digital de forma fácil, rápida y económica. [2].

El entorno abierto de descarga de internet y el crecimiento habitual en la utilización de contenidos multimedia en las redes de información, han dado origen a inminentes problemas relacionados con la preservación del derecho de autor. Temas como la falsificación, el fraude y la piratería, siguen generando graves problemas de violación del derecho de autor, apropiación indebida de datos y abusos en el manejo de la información. Todo lo anterior, ha llevado a los autores, editores y proveedores de información multimedia, a buscar herramientas para la protección y gestión adecuada de sus creaciones. Por ejemplo, la industria del vídeo y la música pierden millones de dólares por año, debido a la descarga de material con derechos de autor de Internet y la copia ilegal [3].

Diversas investigaciones se han centrado en proporcionar soluciones a la protección y autenticación de los derechos de autor. Estas técnicas se dividen principalmente en tres categorías: criptografía¹, esteganografía² y marcas de agua. De las anteriores, las técnicas de marca de agua han ganado mayor popularidad para probar la integridad y autenticidad del propietario [4]. Las marcas de agua permiten proteger los contenidos digitales (imágenes, texto, audio y video), encapsulando datos propios del autor dentro de la información original, utilizando una marca o patrón predefinido como: texto, imágenes, logotipos, números de serie, códigos QR, etc.

¹ Criptografía: Es el arte y la técnica de crear mensajes codificados con procedimientos o claves secretas, con el objetivo de proteger la información enviada, de modo que solamente el destinatario o las personas que posean la clave, puedan leer o descifrar el mensaje de manera correcta.

² Esteganografía: Es el arte de ocultar información de tal manera que se prevenga la detección del mensaje oculto para proveer protección a la información.

A finales de los 90's se comenzó a usar la técnica de inserción de marcas de agua en el dominio espacial con gran cantidad de limitaciones. Posteriormente se usaron técnicas en el dominio de la frecuencia como: transformada de Fourier discreta³ (DFT, *Discrete Fourier Transform*), transformada del coseno discreta⁴ (DCT, *Discrete Cosine Transform*), y en años recientes transformada *wavelet* discreta (DWT, *Discrete Wavelet Transform*). Actualmente existe gran cantidad de combinaciones de métodos y técnicas propuestas en el área de las marcas de agua, que han dado origen a toda una ciencia detrás de este campo de investigación y desarrollo.

La teoría *wavelet* se presenta en las últimas décadas como alternativa para superar los inconvenientes que supone el uso de otros conceptos matemáticos para el procesamiento de imágenes digitales. La transformada *wavelet* (WT, *Wavelet Transform*) es eficiente para el análisis de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad, permitiendo mediante la descomposición de una serie temporal en un espacio tiempo-frecuencia, observar los modos dominantes de variabilidad de la señal (frecuencia) y la forma como esos modos varían a su vez en el tiempo [5].

En este trabajo de grado se aplica el procesamiento digital de imágenes en Matlab⁵, para el análisis de desempeño de la DWT en la inserción y extracción de marcas de agua invisibles sobre imágenes fijas afectadas por diferentes clases de ruido (Gaussiano, Poisson y Sal & Pimienta), con respecto al esquema de marcas de agua para imágenes a color basado en la DCT. El análisis de desempeño se realiza determinando la robustez de la marca de agua recuperada, mediante el parámetro de correlación cruzada normalizada (NCC, *Normalized Cross-Correlation*), usado aquí para comparar y cuantificar el grado de similitud entre la marca de agua insertada y la marca de agua recuperada.

Este documento se divide en cinco capítulos, estructurados de la siguiente manera:

Capítulo I. Se presentan los conceptos fundamentales relacionados con imágenes digitales como: formas de representación, almacenamiento, tamaño, resolución, tipos,

³ Transformada de Fourier discreta: Transforma una función matemática discreta en otra, obteniendo una representación en el dominio de la frecuencia, siendo la función original una función en el dominio del tiempo.

⁴ Transformada del coseno discreta: Es una operación basada en la transformada discreta de Fourier, pero sólo actúa sobre funciones periódicas con simetría par y el resultado es una secuencia de números reales.

⁵ Matlab: Abreviatura de MATrix LABoratory, "Laboratorio de Matrices". Es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M).

escalas de color, formatos básicos, ataques de ruido en imágenes digitales y parámetros de desempeño.

Capítulo II. Se presentan los conceptos fundamentales relacionados con las marcas de agua y principales técnicas de inserción/extracción de las mismas en imágenes digitales fijas, resaltando el estudio de la DWT y la DCT.

Capítulo III. Describe el diseño y la implementación del algoritmo basado en la DWT utilizado en la inserción de marcas de agua invisibles, y su extracción sobre imágenes fijas afectadas por ruido.

Capítulo IV. Se evalúa el desempeño del algoritmo implementado en el capítulo previo con respecto al esquema de marcado de agua para imágenes fijas a color basado en la DCT, y se termina mostrando el análisis de resultados.

Capítulo V. Se exponen las conclusiones y recomendaciones obtenidas del desarrollo del proyecto, y se presentan una serie de ideas para futuros trabajos e investigaciones en este campo.

CAPÍTULO 1

CONCEPTOS SOBRE IMÁGENES DIGITALES

1.1 IMAGEN DIGITAL

La imagen digital es una representación bidimensional de una escena de la realidad a partir de una matriz numérica, la cual consiste en una colección ordenada de valores, formada por un conjunto de puntos definidos llamados *elementos de la imagen* o *píxeles* que se establecen en filas y columnas. Entre mayor sea el número de filas y columnas, mayor será el tamaño y el detalle de la imagen [6].

1.2 REPRESENTACION DE UNA IMAGEN DIGITAL

El proceso para obtener imágenes digitales se denomina *digitalización* y consiste en la descomposición de la imagen real en una matriz discreta de puntos de un determinado tamaño. En la representación de una imagen digital se emplea una matriz de M filas y N columnas, constituida por los valores enteros no negativos $f(x,y)$ conocidos como intensidad o brillo de la imagen, donde x y y son las coordenadas de la imagen en un punto específico. A cada celda de la matriz se le denomina pixel y representa una superficie que es función de su tamaño (Δx , Δy), el valor de la misma se conoce como valor funcional o nivel de color en ese punto [7], como lo muestra la figura 1.1.

En el procesamiento digital de imágenes, dos aspectos fundamentales a tener en cuenta son: el *muestreo* y la *cuantificación del nivel de gris o color* de la imagen. El primero se refiere a la discretización⁶ de las coordenadas espaciales y el segundo a la discretización de la amplitud. Partiendo de lo anterior, se puede establecer que una imagen analógica (continua) puede ser representada por una serie de muestras igualmente espaciadas y esto a su vez por medio de una matriz [7].

⁶ Discretización: Es uno de los pasos para la conversión de una señal analógica a digital. Consiste en extraer una cantidad finita de elementos de una señal original, de manera que se logre obtener una representación aproximada de la misma con un conjunto finito de valores.

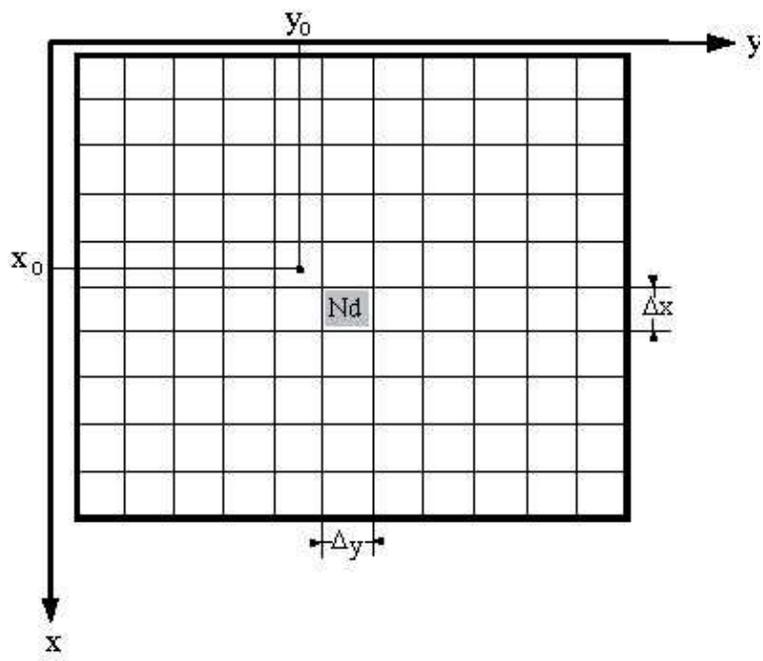


Figura 1.1 Representación de un pixel.

Así, la función $f(x,y)$ está dada por dicha matriz de la siguiente manera, ecuación (1.1).

$$f(x,y) = \begin{pmatrix} f(0,0) & f(0,1) & f(0,2) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & f(1,2) & \dots & f(1,N-1) \\ & & \vdots & & \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & f(M-1,2) & \dots & f(M-1,N-1) \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

El lado izquierdo de la ecuación (1.1) denota una imagen digital por definición, mientras que en el lado derecho encontramos cada uno de los elementos de la imagen definidos como pixeles. La matriz definida en la ecuación (1.1) tiene carácter multidimensional en función de las capas de información almacenadas (bandas o canales). Por ejemplo en la figura 1.2 se representa una imagen digital de tres canales de color o imagen RBG⁷ [8].

⁷ Imagen RGB: Es una imagen a color donde se representan los distintos colores a partir de la mezcla de tres colores primarios: Red (rojo), Green (verde) y Blue (azul).

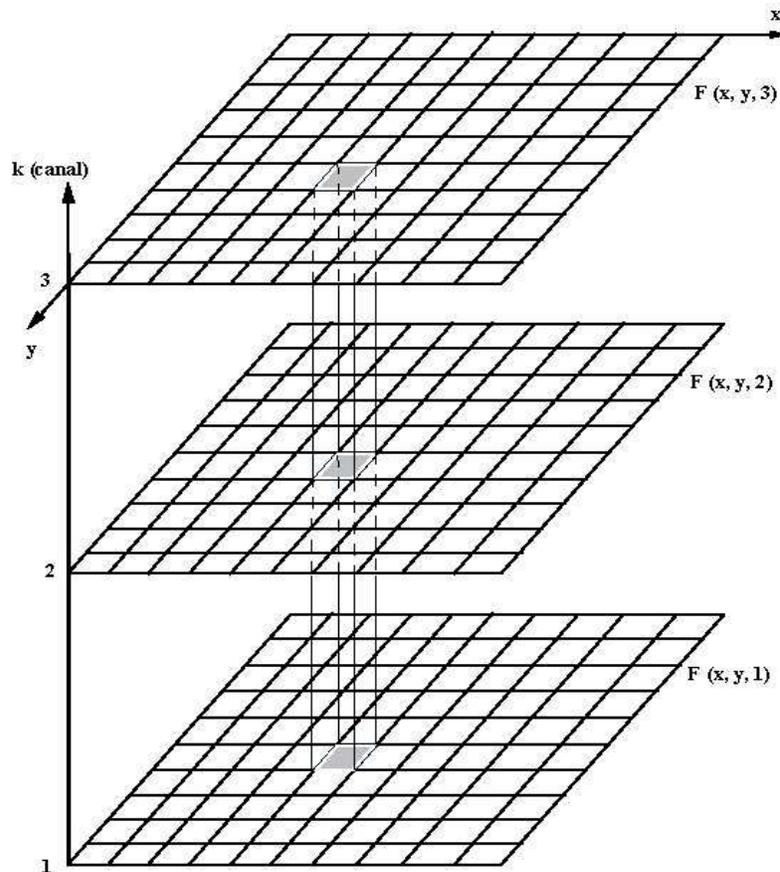


Figura 1.2 Representación de una imagen digital de 3 canales de color.

1.3 ALMACENAMIENTO DE UNA IMAGEN DIGITAL

El almacenamiento de información está determinado por el número de bits de memoria necesarios para llevar a cabo tal proceso. En el caso de una imagen digital, dicha cantidad depende de los valores M y N de la matriz numérica [9].

Durante el proceso de digitalización de la imagen se toman decisiones respecto a M , N y a la cantidad discreta de niveles de color permitidos para cada píxel. Se utiliza la letra L para denotar este valor, restringido a potencias de 2:

$$L = 2^k \quad (1.2)$$

Donde k representa el número de bits necesarios para representar un nivel de color. Los niveles de color están espaciados por igual y se encuentran en el intervalo $[0, L - 1]$ conocido como rango dinámico de una imagen.

El número de bits que se necesitan para almacenar una imagen digital de $M \times N$ con L diferentes niveles de color es:

$$b = M \times N \times k \quad (1.3)$$

Cuando la imagen que representa la matriz es cuadrada, es decir, $M = N$ se tiene:

$$b = N^2 \times k \quad (1.4)$$

Así para una imagen típica de 512×512 con 256 niveles de gris ($k = 8$) se necesitan 2.097.512 bits o 262.144 bytes de memoria para su almacenamiento. Dada una imagen a color RGB, se necesitarían 786.432 bytes de memoria para su almacenamiento, debido a los tres canales de color que la componen.

1.4 TAMAÑO DE UNA IMAGEN DIGITAL

El tamaño de una imagen se define con las dimensiones (ancho x alto) de su matriz o cuadrícula, como lo muestra la ecuación (1.5). Una imagen digital puede ser reproducida en diferentes tamaños, en distintos dispositivos (pantallas, impresoras, etc). Así pues, el mejor indicador del tamaño de una imagen es sencillamente la cantidad de píxeles que la conforman. Como todos los píxeles de una imagen tienen la misma forma y dimensión, se define su tamaño de la siguiente manera [10]:

$$\textit{Tamaño de imagen} = \textit{ancho en píxeles} \times \textit{alto en píxeles} \quad (1.5)$$

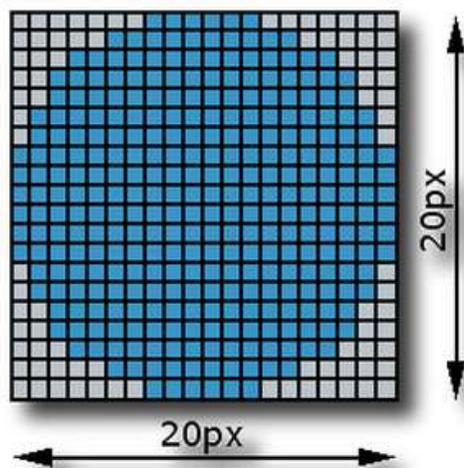


Figura 1.3 Imagen digital de dimensiones 20x20 píxeles.

Por ejemplo, si se toma una fotografía digital y nuestro ordenador indica que su tamaño es 20×20, significa que está compuesta por 20 columnas y 20 filas, con un tamaño de 400 píxeles, ver figura 1.3.

1.5 RESOLUCIÓN DE UNA IMAGEN DIGITAL

En general, cuando hablamos de "resolución" en imágenes digitales, nos referimos al grado de detalle o calidad espacial que presenta la imagen. La resolución de una imagen digital está definida como el producto entre su ancho y su alto, dado en píxeles. También se puede expresar como la medida en la cantidad de píxeles por unidad de longitud. La escala de resolución se mide en píxeles por pulgada (PPI, *Pixels Per Inch*), ver figura 1.4. Cuantos más píxeles contenga una imagen por pulgada cuadrada, mayor calidad tendrá, y mayor peso en kilobytes tendrá el archivo [11].

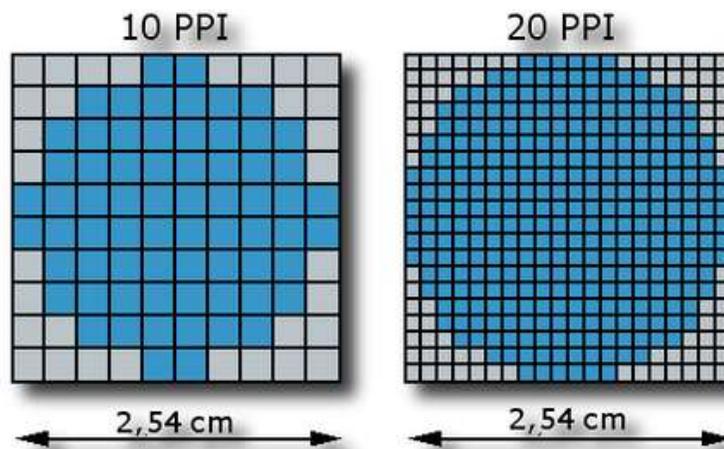


Figura 1.4 Resolución de una imagen 10×10 y 20×20 PPI.

Considerando una fotografía de tamaño 1024×683, lo cual expresa que tiene 1024 píxeles de ancho (columnas) por 683 píxeles de alto (filas). Si se imprime a 200 PPI de resolución, significa que la impresora va a introducir dentro de cada pulgada cuadrada 40.000 píxeles de la imagen.

Calculando sus dimensiones se tiene:

$$\text{Ancho} = \frac{1024 \text{ píxeles}}{200 \text{ PPI}} = 5.12 \text{ pulg} = 13 \text{ cm.} \quad (1.6)$$

$$\text{Alto} = \frac{683 \text{ píxeles}}{200 \text{ PPI}} = 3.415 \text{ pulg} = 8.67 \text{ cm.} \quad (1.7)$$

Es decir, si imprimimos una imagen de 1024×683 píxeles a 200 PPI, el resultado es una fotografía de tamaño 13×8,67 cm [11].

Es de resaltar, que la calidad de la imagen digital depende de la resolución y la profundidad de color.

- La profundidad de color se conoce como la cantidad de colores que puede tener una imagen. Estos colores se logran asignando una cantidad determinada de bits a cada píxel. Así, se tienen imágenes con sólo 1 bit por píxel (0, para el negro, y 1 para el blanco); otras imágenes tienen 1 byte (8 bits) por píxel (en este caso cada píxel viene representado por 256 niveles distintos de gris; es decir, son las imágenes en escala de grises); también tenemos imágenes con 24 bits por píxel (en este caso cada píxel viene representado por 16.7 millones de colores; es decir, las imágenes a color RGB) e imágenes con 32 bits por píxel para formatos de impresión (imágenes CMYK⁸) [12] [13], ver figura 1.5.



Figura 1.5 Imagen con diferentes profundidades de color.

1.6 TIPOS DE IMÁGENES DIGITALES

Una imagen puede ser obtenida mediante la digitalización o mediante la creación a través de programas específicos. Dependiendo del método seguido se puede hablar de dos tipos de imágenes: mapa de bits (bitmap) y vectoriales [6].

⁸ CMYK: Modelo sustractivo de color basado en los colores: Cian (Cyan), magenta (Magenta), amarillo (Yellow) y negro (Key black).

1. Las **imágenes vectoriales** se constituyen por objetos geométricos autónomos (líneas, curvas, polígonos, etc), definidos por ciertas funciones matemáticas (vectores) que determinan sus características (forma, color, posición, etc). Considerando que cada objeto es una entidad completa, se puede mover, cambiar sus propiedades una y otra vez manteniendo su claridad y nitidez originales [14].
2. Las imágenes en formato **mapa de bits** o **bitmap**, también conocidas como imágenes rásterizadas⁹, están compuestas por puntos individuales denominados píxeles, dispuestos y coloreados de formas diversas para formar un patrón. Si aumenta el tamaño del mapa de bits, también aumentará el número de píxeles individuales, haciendo que las líneas y las formas de la imagen tengan un aspecto dentado [14].

Para este trabajo de grado se utilizarán imágenes con formato de mapa de bits, en la figura 1.6 se hace una comparación entre los tipos de imágenes.



Figura 1.6 Comparación entre formato mapa de bits (izq) y vectorial (der).

En la actualidad existen tres tipos de imágenes en mapa de bits, pueden ser imágenes binarias, imágenes a escala de grises o imágenes RGB [15], a continuación, se explican las características de los tipos de imágenes mencionadas.

⁹ Rasterizadas: La rasterización es el proceso por el cual una imagen descrita en un formato gráfico vectorial se convierte en un conjunto de píxeles o puntos para ser desplegados en un medio de salida digital, como una pantalla de computadora, una impresora electrónica o una Imagen de mapa de bits (bitmap).

1.6.1 Imágenes binarias

Son representaciones de una imagen digital que presenta únicamente dos valores posibles para cada píxel de su estructura. Normalmente, los colores utilizados para su representación son blanco (bit = 1) y negro (bit = 0), sin embargo, se puede usar cualquier pareja de colores. Un color es utilizado como fondo y el otro para representar los objetos que aparecen en la imagen [15]. En la figura 1.7 se muestra un ejemplo de una imagen binaria.

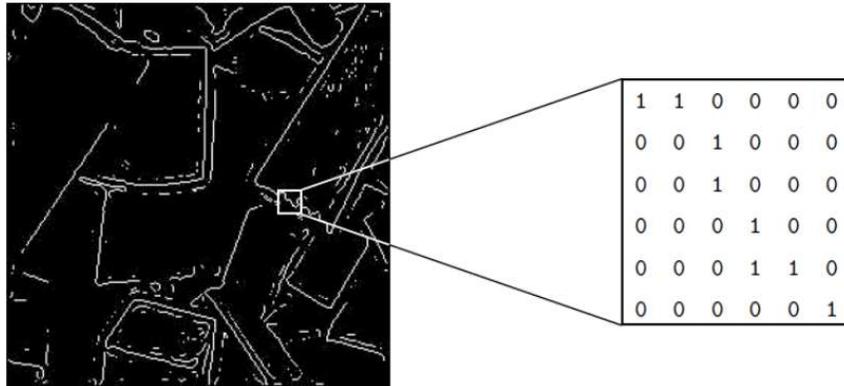


Figura 1.7 Ejemplo imagen binaria.

1.6.2 Imágenes a escala de grises

La escala de grises es la representación de una imagen en la que cada píxel se dibuja usando un valor numérico individual que representa su luminancia, en una escala que se extiende entre blanco y negro; normalmente va de 0 (negro) a 255 (blanco). Esto indica que cada píxel puede ser representado por 1 byte (8 bits) y puede tomar 2^8 valores diferentes (256 niveles o tonos de gris) [15], ver ejemplo de la figura 1.8.



Figura 1.8 Ejemplo de una imagen a escala de grises.

1.6.3 Imágenes RGB

Las imágenes digitales en color están compuestas por canales, cada canal corresponde a un color primario¹⁰; cuando los colores se superponen y mezclan se obtienen varios millones de colores. El modelo de color RGB, está basado en la síntesis aditiva o proceso de utilización de luz roja, verde y azul para la producción del resto de colores del espectro visual humano. La combinación de uno de estos colores primarios con otro en proporciones iguales, permite producir los colores aditivos secundarios: *cian*, *magenta* y *amarillo*, ver figura 1.9. Al ser un modelo aditivo, mayor intensidad de los colores en las mezclas supone una mayor luminosidad del color resultante. Mediante este modelo de color se pueden definir casi todas las tonalidades visibles, y es el modelo utilizado para mostrar imágenes en pantallas y monitores [16].

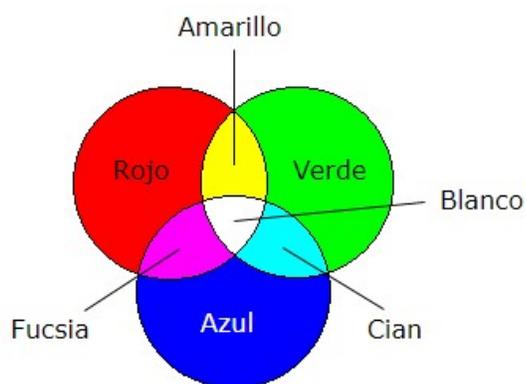


Figura 1.9 Modelo de color RGB.

El color rojo se obtiene con las componentes (255,0,0), el color verde con las componentes (0,255,0) y el color azul con las componentes (0,0,255) respectivamente, obteniendo en cada caso un color resultante monocromático¹¹. La ausencia de color (negro) se obtiene cuando las tres componentes son cero (0,0,0) y el color blanco se forma con los tres colores primarios a su máximo nivel (255,255,255) [16].

Los colores aditivos secundarios, se obtienen de la combinación de dos colores con un nivel de 255 y un tercero color con un nivel 0. De esta forma, el color amarillo se representa como (255,255, 0), el color cian como (0,255,255) y el color magenta como (255,0,255). Las imágenes que utilizan este modelo pueden reproducir hasta 16.7 millones de colores [17].

¹⁰ Color primario: Se considera color primario, antes llamado color primitivo, al color que no se puede obtener mediante la mezcla de ningún otro.

¹¹ Monocromático: Son todos los colores (tonalidades) de un solo matiz o tono. Da la sensación de estar compuesto por un sólo color, aunque pueda tener diversos grados e intensidades.

Cada canal de color puede tomar 2^8 valores, es decir, una imagen en color RGB puede tomar 2^{24} valores diferentes (imagen convencional), dicha imagen está compuesta por tres imágenes o matrices bidimensionales. Una imagen de alta resolución trabaja con 48 bits, es decir, cada canal tiene 2^{16} valores diferentes o tonalidades para representar cada color, en la figura 1.10 se muestra un ejemplo de una imagen RGB con sus tres planos de color [6].

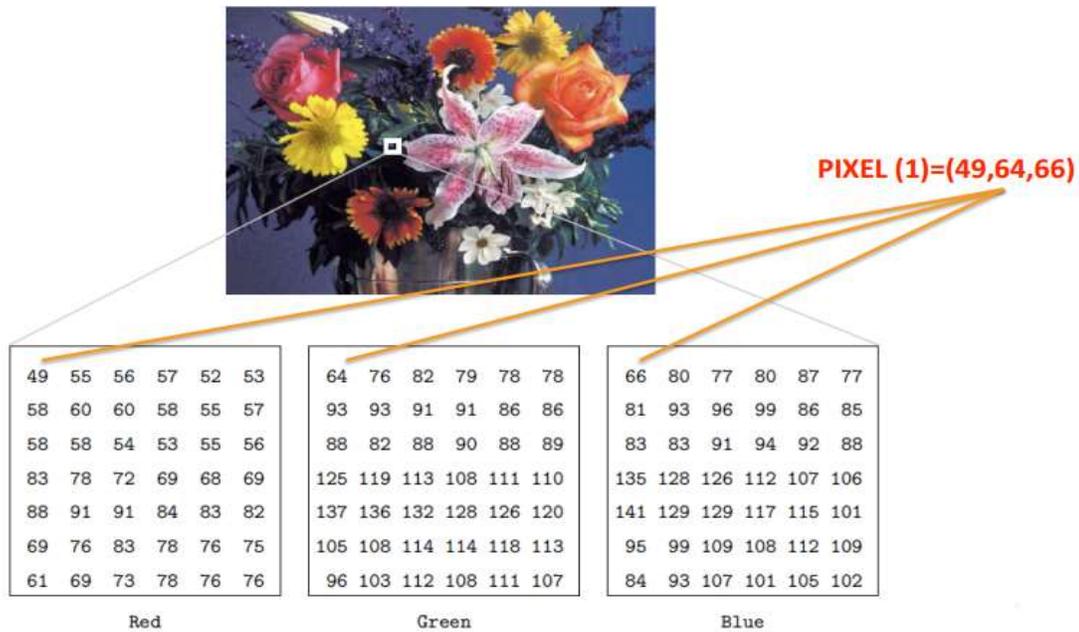


Figura 1.10 Ejemplo de una imagen a color RGB.

Al tomar un pequeño rectángulo de una imagen RGB y al descomponerlo en sus planos de color, se puede observar los tres valores que conforman cada pixel, en la figura 1.11 se muestra un ejemplo [18].

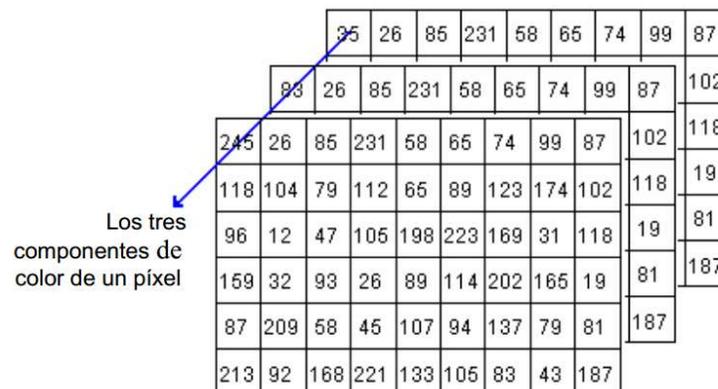


Figura 1.11 Valores de los planos de color RGB de una imagen.

En el ejemplo anterior, el color correspondiente al primer pixel de la imagen estaría formado por la combinación de los elementos (245,083,35), ver ejemplo de la figura 1.12.



Figura 1.12 Ejemplo Pixel RGB.

1.7 FORMATOS EN IMÁGENES DIGITALES

Las imágenes digitales se pueden guardar en diferentes formatos¹², cada uno corresponde con una extensión específica del archivo que lo contiene. Gran parte de los formatos en imágenes digitales se presentan con cierto grado de compresión (para ahorrar espacio de almacenamiento), esta puede ser de dos tipos: con pérdidas y sin pérdidas [19].

1. **Imágenes con compresión sin pérdidas:** Son capaces de reconstruir la imagen a su estado original. En ocasiones conviene utilizar un formato que no implique pérdida de información, a pesar de aplicar algún algoritmo de compresión. Sin embargo, este tipo de archivos aún ocupan demasiado espacio para su almacenamiento.
2. **Imágenes con compresión con pérdidas:** Se aproximan a la imagen original, aunque no es exactamente igual (en muchas ocasiones esta pérdida no es notable). Lo que hacen es descartar cierta información considerada "irrelevante", por ser demasiado detallada para el ojo humano. De ese modo, se reduce el tamaño de los archivos, con una calidad razonable para ciertos tipos de imágenes.

No obstante, existe una serie de formatos gráficos ampliamente usados debido a la popularidad de sus aplicaciones. A continuación, se mencionan algunos de los formatos más utilizados actualmente en imágenes digitales: BMP, GIF, PNG, TIF y JPG [20].

¹² Formatos: Formas de codificación con las que se almacenan imágenes digitales.

1.7.1 BMP (BITMAP, Mapa de bits)

Formato introducido por Microsoft y usado originalmente por el sistema operativo Windows para guardar sus imágenes. BMP no sufre pérdidas de calidad y por tanto resulta adecuado para guardar imágenes que se desean manipular posteriormente. El número de bits por píxel de un archivo BMP puede ir desde 1, 4, 8, 16, 24, 32 hasta 64 bits.

1.7.2 GIF (Graphics Interchange Format)

Formato diseñado específicamente para comprimir imágenes digitales, sin que se pierda información durante el proceso. Reduce la paleta de colores a 256 colores como máximo (profundidad de color de 8 bits). Admite gamas de menor número de colores y esto permite optimizar el tamaño del archivo que contiene la imagen. Es un formato idóneo para publicar dibujos en la web, y no es recomendable para fotografías originales o de alta calidad.

1.7.3 TIF-TIFF (Tagged Image File Format)

Es un tipo de archivo estándar para guardar imágenes de alta calidad, ya que es compatible con los sistemas operativos Windows, Linux, Mac, etc. Al almacenar un archivo en formato TIFF, este se guarda con 48 bits de color incluyendo capas y canales alfa¹³. TIFF el formato ideal para editar, imprimir y archivar imágenes originales.

1.7.4 PNG (Portable Network Graphic)

Se trata de un formato sin pérdida de información que se planteó como reemplazo del formato GIF. Tiene una tasa de compresión superior al formato GIF (+10%). Los archivos PNG pueden almacenar colores con 8, 24 o 48 bits por píxel y escalas de grises con 1, 2, 4, 8 o 16 bits por píxel, mientras que los archivos GIF sólo pueden utilizar 1, 2, 4 u 8 bits por píxel. Un archivo PNG puede almacenar también un valor alfa para cada píxel, que especifica el grado de mezcla de ese píxel con el color de fondo.

¹³ Canal alfa: Define la opacidad de un píxel en una imagen. El canal alfa actúa como una máscara de transparencia que permite, de forma virtual, componer (mezclar capas) imágenes o fondos opacos con imágenes de un cierto grado de transparencia.

1.7.5 JPG-JPEG (Joint Photographic Experts Group)

Es el nombre de un comité de expertos que creó un estándar de compresión y codificación de archivos e imágenes fijas. Los archivos JPEG suelen tener dos tipos de extensiones conocidas, las cuales son JPG o JPEG. El formato JPEG utiliza habitualmente un algoritmo de compresión con pérdida para reducir el tamaño de los archivos, suponiendo cierta pérdida de calidad en la imagen (pixelado¹⁴). En la mayoría de los casos esta pérdida se puede asumir porque permite reducir el tamaño del archivo y visualizarlo de manera aceptable. Cada vez que se modifica y guarda un archivo JPEG, se puede perder algo de su calidad si se define cierto factor de compresión. Las cámaras digitales suelen almacenar directamente las imágenes en formato JPEG con máxima calidad y sin compresión.

Las imágenes JPEG son imágenes a todo color que dedican al menos 24 bits de memoria por cada píxel, lo que resulta en imágenes que pueden incorporar aproximadamente 16.7 millones de colores, excelente para fotografías [21].

1.8 RUIDO EN IMÁGENES DIGITALES

Se puede definir el ruido como cualquier degradación sobre una señal, causada por una perturbación externa. El ruido en imágenes aparece de manera imprevista y depende concretamente de cómo se crea u obtiene la misma; en el caso específico de las imágenes digitales, se debe a variaciones aleatorias que se producen en los valores de intensidad o color de los píxeles, generalmente durante los procesos de adquisición, transmisión o procesamiento [15].

Sea una imagen digital representada por la función $g(x,y)$, la cual se puede descomponer en una componente deseada $f(x,y)$, y en una componente de ruido $n(x,y)$, dado lo anterior se tiene [22]:

1.8.1 Modelo de ruido aditivo

$$g(x,y) = f(x,y) + n(x,y) \quad (1.8)$$

donde $f(x,y)$ es la imagen original, $n(x,y)$ es el ruido aditivo Gaussiano y $g(x,y)$ es la imagen afectada por ruido.

¹⁴ Pixelado: Básicamente es un efecto indeseado que se produce cuando una imagen se amplía en tamaño y los píxeles que la componen son visibles por el ojo humano.

1.8.2 Modelo de ruido multiplicativo

$$g(x, y) = f(x, y) \cdot n(x, y) \quad (1.9)$$

donde $f(x, y)$ es la imagen original, $n(x, y)$ es el ruido multiplicativo y $g(x, y)$ es la imagen afectada por ruido.

1.8.3 Modelo de ruido impulsivo

$$g(x, y) = n \cdot f(x, y) \quad (1.10)$$

donde $f(x, y)$ es la imagen original, n es la función de ruido, y $g(x, y)$ es la imagen afectada por ruido.

Los modelos de las ecuaciones (1.8) y (1.9), se utilizan comúnmente para representar diferentes tipos de ruido, los cuales presentan distintas distribuciones de probabilidad. Por ejemplo, se puede tener ruido aditivo con distribución de probabilidad Rayleigh o ruido multiplicativo con distribución de probabilidad Gaussiana. Esta división no incluye todos los tipos de ruido presentes en la naturaleza (p.ej. ruido Poisson también llamado ruido de disparo o ruido binario) [23].

1.8.4 Tipos de ruido utilizados

A continuación, se describen los tres tipos de ruido utilizados en el desarrollo del presente trabajo de grado: Gaussiano, Poisson y sal & pimienta.

1. Ruido aditivo Gaussiano

El ruido aditivo Gaussiano denominado también ruido normal, es un tipo de ruido que suele ser producido en el momento de la adquisición de la imagen; modela el ruido originado por sensores y componentes electrónicos de dispositivos como cámaras, digitalizadores, etc. Puede ser causado por falta de iluminación de la escena, altas temperaturas (ruido térmico), procesos de transmisión (ruido electrónico), almacenamiento, etc [22].

Este tipo de ruido tiene como consecuencia la alteración de todos los píxeles de la imagen, como resultado de la suma o resta de un determinado valor, al nivel de intensidad de la misma, independientemente de su valor original. Esto hace que los píxeles que forman la imagen se vean alterados, siguiendo una distribución gaussiana

para cada canal cromático RGB que componen la imagen, de acuerdo a la ecuación (1.8) [24].

➤ **Función de densidad de probabilidad ruido Gaussiano**

$$P(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2}; \quad z \in \mathbb{R} \quad (1.11)$$

donde z es la variable aleatoria y representa la medida de intensidad de cada pixel de la imagen, σ^2 es la varianza, μ es el valor promedio de z y σ es la desviación estándar [25]. La gráfica de la función de densidad se presenta en la figura 1.13.

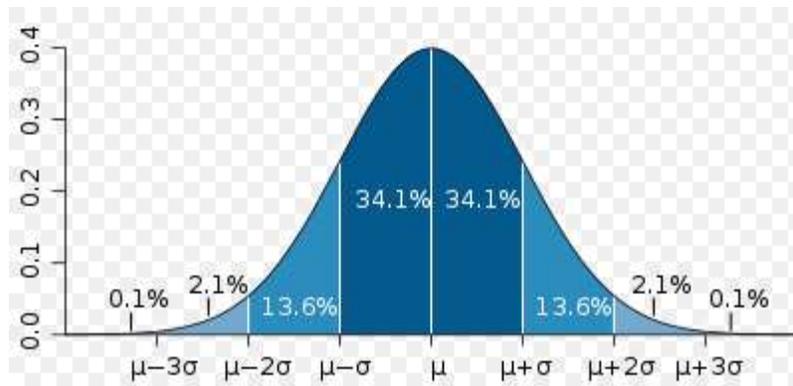


Figura 1.13 Función densidad de probabilidad ruido Gaussiano.

2. Ruido Poisson

El ruido Poisson o ruido fotónico no es ruido aditivo ni multiplicativo; este se forma debido a ondas electromagnéticas tales como: rayos de luz visible, rayos X o rayos gamma. Un claro ejemplo de ruido Poisson, es el generado debido al conteo de fotones, y se ve presente en la mayoría de sistemas de adquisición de imágenes, basados en este principio (p.ej. dispositivo de carga acoplada, también conocido como CCD) [24].

➤ **Función de probabilidad ruido Poisson**

$$P(z_i) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{z_i}}{z_i!}; \quad \text{con } i = 0,1,2,3, \dots, \infty \quad (1.12)$$

donde z_i representa la variable aleatoria independiente con distribución Poisson, y $\lambda > 0$ es la media del valor estimado de intensidad en cada pixel de la imagen [26].

Cuando el valor de λ es muy grande, la distribución Poisson se puede aproximar a una distribución Normal o Gaussiana de acuerdo al teorema del límite central [27]. La función de densidad se presenta en la figura 1.14.

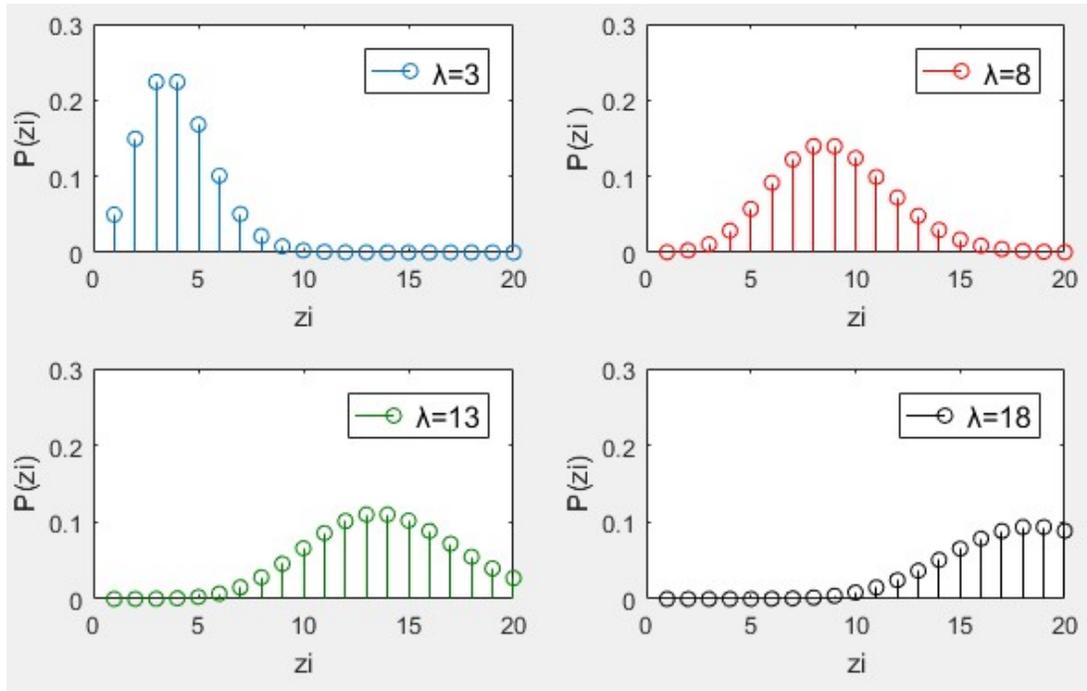


Figura 1.14 Función densidad de probabilidad ruido Poisson.

3. Ruido impulsivo o sal & pimienta

El ruido impulsivo es causado generalmente por errores en la conversión analógico-digital, errores de bits en procesos de transmisión, elementos defectuosos en el dispositivo de carga acoplada (CCD), etc.

El ruido sal & pimienta es un caso particular del ruido impulsivo, se caracteriza por tomar valores muy altos o muy bajos, que se representan en la imagen como píxeles aleatorios de colores completamente blancos o completamente negros. Los impulsos de ruido pueden ser positivos o negativos. Los impulsos negativos aparecen como puntos de color negro en la imagen (pimienta) y los impulsos positivos aparecen como puntos de color blanco (sal) [25].

➤ Función de densidad de probabilidad ruido “sal & pimienta”

El ruido sal & pimienta se modela matemáticamente con una función de distribución no gaussiana o escalón [28], ecuación (1.13).

$$P(z) = \begin{cases} P_a & z = a \\ P_b & z = b \\ 0 & e. o. c \end{cases} \quad (1.13)$$

donde P_a y P_b son valores de probabilidad, a y b son valores de intensidad de los píxeles.

- Si $b > a$, el valor de b será un punto claro en la imagen y el de a será un punto oscuro en la imagen.
- Si P_a o $P_b = 0$, el ruido impulsivo se llama unipolar.
- Si $P_a \neq 0$ ó $P_b \neq 0$, especialmente cuando $P_a \sim P_b$, el ruido impulsivo se llama ruido “sal & pimienta”, ver figura 1.15.

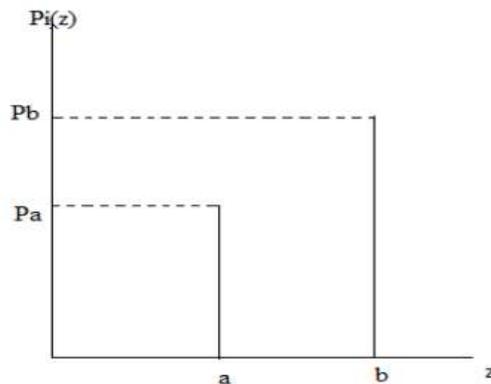


Figura 1.15 Función densidad de probabilidad ruido “sal & pimienta”.

1.9 PARAMETROS DE DESEMPEÑO PARA IMÁGENES DIGITALES.

1.9.1 Valor pico de la relación señal a ruido (PSNR)

El valor pico de la relación señal a ruido (*PSNR, Peak Signal to Noise Ratio*), es una medida relativa de la calidad de la imagen. En el contexto del presente trabajo la PSNR calcula el grado de similitud visual entre la imagen original y su versión con marca de agua (ruido que afecta su representación fidedigna). Debido a que muchas señales tienen un gran rango dinámico, generalmente los resultados de la PSNR se expresan en decibeles (dB).

Para definir la PSNR es indispensable el uso del Error Cuadrático Medio (*MSE, Mean Square Error*). El MSE se define como una medida de fidelidad de una señal, cuyo objetivo es comparar dos señales, proporcionando una estimación cuantitativa que

describa el grado de similitud/fidelidad, o el nivel de error/distorsión entre ellas. Por lo general, se supone que una de las señales es original pura, mientras que la otra está distorsionada o contaminada por errores [29].

El MSE para dos imágenes monocromáticas I_o e I_w de tamaño $M \times N$, se define según la ecuación (1.14).

$$MSE(i, j) = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [I_o(i, j) - I_w(i, j)]^2 \quad (1.14)$$

donde MN es el número de píxeles de la imagen, $I_o(i, j)$ e $I_w(i, j)$ denotan el ij -ésimo píxel de la imagen original e imagen marcada respectivamente [30].

El MSE permite estimar la varianza o potencia media del ruido de la imagen, es decir, da a conocer la cantidad de ruido o degradación introducida en la imagen marcada; valores cercanos a cero indican menor degradación en la imagen original.

Una vez calculado el MSE, se puede obtener la PSNR de acuerdo a la ecuación (1.15).

$$PSNR = 10 \log \frac{L^2}{MSE} \quad (dB) \quad (1.15)$$

donde L es el rango dinámico de los valores de intensidad en la imagen, en el caso particular de las imágenes codificadas a 8 bits por canal, el valor estándar es 255. Es de resaltar que en el lenguaje de programación Matlab, cuando se hace cambio del tipo en imágenes, de *uint8* a *double*, el valor de $L = 1$, debido a que el programa automáticamente normaliza la imagen con este cambio.

Para una imagen en formato RGB, la definición de la PSNR es la misma, pero el MSE se calcula como la media aritmética de los MSE de los tres componentes de color RGB, como lo define la ecuación (1.16) [30].

$$MSE = \frac{1}{3MN} \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [I_o(i, j, k) - I_w(i, j, k)]^2 \quad (1.16)$$

donde k representa cada uno de los planos o canales que conforman la imagen RGB.

Un valor bajo de MSE se traduce en un valor grande de PSNR, es decir, un valor alto de la PSNR es bueno, ya que significa que la relación señal a ruido es grande [31]

1.9.2 Índice de similitud estructural

El Índice de Similitud Estructural (SSIM, *Structural Similarity Index*) es una medida que cuantifica la calidad visual de una imagen para un observador humano [32]. Esta medida fue introducida como alternativa para dar solución a la problemática existente en la medición de la calidad de imágenes, en gran número de aplicaciones del procesamiento digital de imágenes.

Hasta la aparición del índice SSIM, la mayoría de métodos de cuantificación de la calidad correspondían a diferentes derivaciones del cálculo de la suma del error cuadrático medio. Este tipo de medidas acusan la falta de adaptación al sistema visual humano, ya que puede darse el caso que imágenes con el mismo valor de MSE tengan dos tipos de error distintos, uno mucho más visible que otro. En este caso, la medida numérica no correspondería con la valoración observable, por lo que este tipo de cálculos no se podrían considerar del todo fiables para el ojo humano [32].

En el contexto del presente trabajo el índice SSIM será utilizado para calcular calidad entre la imagen original y su versión con marca de agua (ruido que afecta su representación fidedigna). El índice SSIM toma como premisa que el sistema visual humano está altamente adaptado a la extracción de información estructural de las escenas observadas. Según esta idea, las señales de imágenes naturales disponen de píxeles con gran dependencia entre ellos, especialmente si están próximos entre sí, haciendo que exista gran cantidad de información sobre la estructura de los objetos que componen la escena visual. Partiendo de la proposición anterior, para considerar una imagen visualmente como “buena” es necesario usar una medida que indique la correspondencia en cuanto a información estructural entre las imágenes a comparar.

Para hallar el índice SSIM se diferencian tres partes fundamentales: Luminancia, contraste y estructura [33].

1. La **luminancia** es un parámetro que depende de la iluminación y la reflectancia, y se estima como la media de las intensidades de las imágenes, por lo tanto para comparar la luminancia de dos imágenes x e y , esta será función de los valores medios μ_x, μ_y , como lo define la ecuación (1.17).

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y - C_1}{2\mu_x^2\mu_y^2 - C_1} \quad (1.17)$$

donde C_1 es una constante incluida para evitar la inestabilidad cuando el producto de μ_x^2 y μ_y^2 es cercano a cero, en muchos casos esta constante se considera como 1, para que los resultados sean cercanos a 1. Se debe tener en cuenta que el sistema visual humano es sensible a cambios relativos de luminancia y no tanto a los cambios absolutos.

2. El **contraste** de una imagen se puede entender como la forma en que el ojo humano aprecia un color con referencia a los colores que tiene a su alrededor. Por ejemplo, si se tiene la imagen de un objeto oscuro sobre un fondo oscuro es muy difícil percibir la forma que tiene el objeto por falta de contraste, pero si el objeto oscuro aparece sobre un fondo blanco se podrá notar muy fácilmente la forma que tiene, gracias a que en este caso hay mejor contraste. El contraste depende de la desviaciones estándar ($\sigma_x\sigma_y$) de cada imagen [34].

$$C(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + C_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2} \quad (1.18)$$

3. La **estructura** de los objetos de una escena no depende directamente de su iluminación, para definir la información estructural de una imagen se buscan los atributos que representan las estructuras de los objetos que constituyen la imagen, independiente de las medidas de **luminancia** y **contraste**.

La comparación de estructuras se basa en la correlación de datos, siendo que la correlación entre $[(x - \mu_x)/\sigma_x]$ y $[(y - \mu_y)/\sigma_y]$ para x e y es equivalente a la existente entre sus coeficientes, y la covarianza entre ellas σ_{xy} , por tanto el término de información estructural se define así:

$$S(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + C_3}{\sigma_x\sigma_y + C_3} \quad (1.19)$$

Finalmente, haciendo uso de las tres ecuaciones anteriores se define de forma general el índice de similitud estructural entre las imágenes x e y como [32]:

$$SSIM = l(x, y)^\alpha + C(x, y)^\beta + S(x, y)^\gamma \quad (1.20)$$

donde $\alpha > 0$, $\beta > 0$ y $\gamma > 0$, son parámetros utilizados para ajustar la importancia relativa de los tres componentes. Si se les da la misma relevancia a las tres componentes (haciendo $\alpha = \beta = \gamma = 1$) la constante C_3 por lo general es muy cercana a $C_2/2$ (por simplicidad se toma como si se cumpliera la relación); las constantes C_1 y C_2 se definen

como $(K_1L)^2$ y $(K_2L)^2$ respectivamente, donde las constantes K contienen valores muy pequeños y L un rango dinámico de los valores del pixel (p ej. para la escala de grises será de 0-255). Teniendo en cuenta las anteriores simplificaciones el SSIM se podrá calcular de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$SSIM = \frac{(2\mu_x\mu_y - C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 - C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (1.21)$$

Generalmente, el uso del índice SSIM es más útil de forma local que global, debido a que las características estadísticas de la imagen no son estacionarias, además la imagen distorsionada podría depender de estadísticos locales y solo una pequeña área de la imagen es percibida con alta resolución por el observador.

1.9.3 Correlación cruzada normalizada (NCC)

La correlación cruzada normalizada (*NCC, Normalized Cross Correlation*) es una función de comparación robusta para el caso de correspondencia de imágenes, utilizada como medida de la dependencia afín entre intensidades, La NCC permite realizar la estimación cuantitativa de la calidad de la marca de agua extraída con referencia a la marca de agua original [35].

En el contexto del presente trabajo, la NCC se utiliza para determinar el grado de similitud entre la marca de agua original (W_o) y la marca de agua extraída (W_e). La ecuación (1.22) define la correlación cruzada normalizada para un par de marcas de agua de tamaño $M \times N$.

$$NCC(i, j) = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N W_o(i, j) W_e(i, j)}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [W_o(i, j)]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [W_e(i, j)]^2}} \quad (1.22)$$

En la ecuación anterior, M y N son el número de filas y columnas de la imagen de la marca de agua, respectivamente, $W_o(i, j)$ representa la imagen de la marca de agua original y $W_e(i, j)$ representan la imagen de la marca de agua recuperada.

La NCC varía en el rango de -1 a 1. Un valor cercano a 1 indica que la imagen de la marca de agua extraída es idéntica a la imagen de la marca de agua original, es decir, hay un 100% de correlación, mientras que un valor de -1 significa un 100% de correlación en oposición de fase (imágenes espejo). A medida que el valor de la NCC se desvía de 1 significa que la imagen de la marca de agua extraída es menos idéntica

a la versión original, e implica que la marca de agua incrustada se rompió debido a un ataque o falla en su esquema de extracción. Finalmente, un valor de 0 indica que no existe correlación entre las imágenes, lo que implica que las dos marcas de agua comparadas son completamente diferentes [36].

En algunos esquemas de marcas de agua, esta se puede reconocer de forma visual. La persona encargada de hacer el reconocimiento puede comparar de forma subjetiva la marca recuperada con la marca original. Sin embargo, dicha medición subjetiva es dependiente de varios factores como: experiencia de la persona, condiciones físicas de experimentación, entre otras. Debido a esto se utiliza una métrica como la NCC para proporcionar un juicio objetivo, esencial para cuantificar la fidelidad de la marca recuperada [31].

Para el presente trabajo de investigación se utiliza el parámetro PSNR solo como medida de la calidad de la imagen marcada, con referencia a la imagen original o anfitriona; este parámetro da una idea cuantitativa del nivel de perturbación introducido por la marca de agua y la eficiencia del método para lograr una imperceptibilidad ideal en el esquema de marcado. Por otro lado, la NCC permite medir la similitud entre la marca de agua original y la marca de agua recuperada después de un proceso de adición de ruido, este parámetro permite tener una referencia para la toma de decisiones, si se quiere determinar la autoría o propiedad de la imagen anfitriona.

En este primer capítulo se hace un breve estudio de los conceptos fundamentales relacionados con imágenes digitales a color; tipos de ruido como: Gaussiano, Poisson y sal & pimienta, usados aquí para contaminar las imágenes a color marcadas con las técnicas DWT-2D y DCT-2D; finalmente, se presentan los parámetros PSNR, SSIM y NCC utilizados para medir el desempeño de las técnicas de marcado de agua. Los temas tratados anteriormente contribuyen a comprender en el siguiente capítulo la temática de las marcas de agua en imágenes digitales, y las principales técnicas de inserción y extracción de las mismas en el dominio de la transformada; en especial, la transformada *wavelet* discreta DWT-2D.

CAPÍTULO 2

MARCAS DE AGUA Y PRINCIPALES TÉCNICAS DE INSERCIÓN Y EXTRACCIÓN

2.1 GENERALIDADES DE LAS MARCAS DE AGUA

2.1.1 ¿Qué es una marca de agua digital?

Es una señal digital permanente contenida dentro de un archivo anfitrión, la cual solo puede ser detectada y extraída mediante un determinado proceso que permite tener acceso a los datos insertados. La marca de agua permanece continuamente dentro de los datos del archivo anfitrión, de tal manera, que se hacen inseparables, resistentes a diversos ataques, permitiendo el acceso a la información del archivo original en todo momento.

Las técnicas de marcado de agua digital se derivan de la esteganografía, que significa escritura oculta. La esteganografía y las marcas de agua son técnicas de ocultación de información con objetivos diferentes; para la esteganografía el mensaje oculto es la información más importante; para el marcado de agua, es la inserción de información, sin afectar o alterar la información del archivo anfitrión. De otro lado, el marcado de agua es diferente de la encriptación, ya que no se restringe el acceso a la información del archivo principal [37].

2.1.2 Objetivos de las marcas de agua

Según el objetivo de la marca de agua insertada en objetos digitales, se dividen en tres grupos:

1. Marcas para la protección de derechos de autor o autenticación.
2. Marcas para comprobación de la integridad del objeto digital (verificación de cambios).
3. Marcas para insertar metadatos sobre el objeto en el que están embebidas.

La autenticación asegura que el objeto digital proviene de una fuente autorizada. Actualmente existen dos herramientas para autenticar objetos digitales: la firma digital

y las marcas de agua. Un caso especial del marcado de agua es el *fingerprinting*, similar a la introducción de números de serie en productos. El propietario de archivos digitales inserta diferentes marcas de agua en las copias entregadas a los distintos clientes, con el fin de defender los derechos de autor y combatir la copia no autorizada de contenidos [37].

2.1.3 ¿Cuándo se originó la técnica?

La idea de ocultar datos es muy antigua, las marcas de agua para imágenes digitales tienen su origen en la esteganografía; sin embargo, el marcado de agua aparece por primera vez en el año de 1.993, cuando A. Tirkel hace la presentación de dos técnicas para ocultar información en imágenes digitales. Estos métodos se basaban en la modificación de los valores en los bits menos significativos de los pixeles que componen la imagen anfitriona [37].

2.2 CLASIFICACIÓN DE LAS MARCAS DE AGUA

Existen diversos criterios para clasificar algoritmos de marcas de agua, entre ellas se destacan: Según el dominio de trabajo, según la resistencia a ataques, según el tipo de objeto, según la percepción humana, según la aplicación y según el modo de extracción, ver figura 2.1 [31].

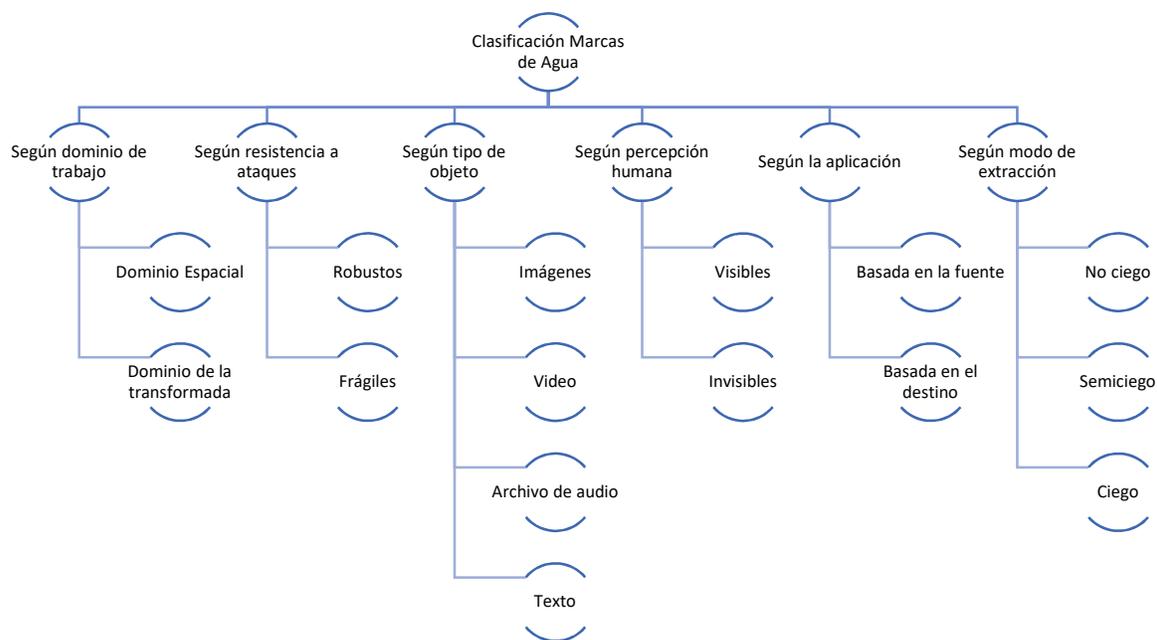


Figura 2.1 Clasificación de las marcas de agua.

2.2.1 Según el dominio de trabajo

1. **Dominio del espacio:** Son algoritmos que modifican los valores de los datos ligados a los píxeles y su relación con sus vecinos [31]. Se caracterizan por ser computacionalmente más sencillos y fáciles de implementar.
2. **Dominio de la transformada:** Son algoritmos que utilizan herramientas matemáticas como las transformadas, para trabajar con los dominios de tiempo y frecuencia [38]. Entre las herramientas matemáticas podemos destacar las más utilizadas: DFT, DCT, DWT, entre otras. Siendo estas técnicas las más robustas contra a ataques en términos generales.

2.2.2 Según la resistencia ante los ataques

Los ataques que sufre un archivo pueden ser intencionados o accidentales [38]. Cualquier tipo de procesamiento de la imagen que cause deterioro de la marca de agua o la imagen anfitriona, se interpreta como un ataque. La resistencia que presenta un algoritmo a esta clase de ataques da una medida de la robustez de la técnica implementada [39], de acuerdo a lo anterior se pueden clasificar como:

1. **Robustas:** Son aquellas marcas de agua que presentan alta resistencia a ataques de cualquier tipo, manteniendo un grado de alta calidad. La complejidad de su algoritmo es alta.
2. **Frágiles:** Son aquellas marcas de agua con un grado bajo de resistencia a ataques, y sus datos se destruyen fácilmente. Se usan generalmente con este objetivo, ya que se quiere que el mensaje oculto no sea descubierto.

2.2.3 Por el tipo de archivo multimedia que lo contiene

Esta clasificación se basa en la naturaleza del archivo que contendrá la marca de agua, es de anotar que no existe un algoritmo que sea aplicable a archivos de distinta naturaleza y sea eficiente en cada caso [31]. De acuerdo a lo anterior se clasifican en:

1. Marcas de agua para Imágenes.
2. Marcas de agua para video.
3. Marcas de agua para audio.
4. Marcas de agua para texto.

2.2.4 Según la percepción humana

Se tienen dos tipos para las marcas de agua según este criterio, más adelante, se especificará con más detalle esta clasificación por la utilidad en el presente trabajo de investigación:

1. **Visibles:** Son imágenes traslucidas superpuestas sobre la imagen original o anfitriona, insertadas con el objetivo de hacer manifiesta su propiedad a simple vista [40]
2. **Invisibles:** Son aquellas marcas de agua que se hacen invisibles a cualquier tipo de observador y se enfocan principalmente en mantener el archivo original lo más intacto posible, sin que se note la existencia de un archivo oculto en su interior. El principal uso de esta técnica es la protección de los derechos de autor [31].

2.2.5 Según la aplicación

Es importante que la marca de agua sea enfocada según la utilidad que se desea dar a la copia vendida o distribuida, de acuerdo a lo anterior se pueden clasificar en:

1. **Basada en la fuente:** Son marcas de agua que resaltan información importante sobre el propietario o distribuidor del contenido digital. Por tal razón, se coloca una única marca a todas las copias distribuidas.
2. **Basada en el destino:** Son marcas de agua únicas asignadas a cada copia vendida o distribuida, de acuerdo a la identificación del comprador en particular. Este procedimiento permite hacer rastreo de la venta ilegal, robo o plagio de información.

2.2.6 Según el método de extracción

De acuerdo a los requerimientos para la extracción de la marca de agua, se clasifican de la siguiente manera [41]:

1. **No ciego:** Requiere por lo menos la imagen original y opcionalmente la marca de agua original.
2. **Semi-ciego:** No utiliza la imagen original y opcionalmente puede utilizar la información de la marca de agua original. Esto resulta muy útil cuando no se

tiene acceso a la información original o no es práctico contar con ella, para recuperar la marca de agua.

3. **Ciego:** No se requiere ni la imagen ni la marca de agua original, lo que implica un alto nivel de complejidad en la etapa de extracción/detección. Sin embargo, resulta que la técnica en mención es más insegura que los métodos **no ciegos** [41] [42].

2.3 APLICACIONES DE LAS MARCAS DE AGUA

Entre las principales aplicaciones de las marcas de agua se pueden destacar [37]:

2.3.1 Protección de derechos de autor

Es una de las principales aplicaciones de las marcas de agua, para la cual se introduce una marca propia del autor dentro del archivo anfitrión, sin afectar su calidad. Esta marca valida la propiedad o autoría de la obra original.

2.3.2 Autenticación de imágenes

Esta aplicación es similar a la anterior, sin embargo, lo importante es determinar que se tiene un archivo autentico, sin dar prioridad al autor de la obra, solamente interesa la originalidad de la misma. En este caso, la información introducida en el archivo original puede llevar o no datos del autor.

2.3.3 Ocultación de datos

Las marcas de agua son un medio ideal para ocultar información a los ojos de cualquier observador, permiten pasar datos desapercibidamente hasta llegar a un destino determinado, o simplemente ocultándolos para no ser descubiertos.

2.3.4 Comunicaciones secretas

Las marcas de agua se pueden utilizar para establecer comunicaciones entre una fuente y un destino, ocultando el intercambio de mensajes ante terceros.

2.3.5 Monitoreo de transmisiones

Las marcas de agua se utilizan como un distintivo en aplicaciones de video, donde mediante un detector se puede determinar las veces que ha sido transmitida una imagen o secuencia de video comercial, durante un determinado periodo.

2.4 REQUERIMIENTOS DE UNA MARCA DE AGUA ROBUSTA

Una marca de agua robusta debe considerar el equilibrio de tres aspectos fundamentales, como lo muestra la figura 2.2.

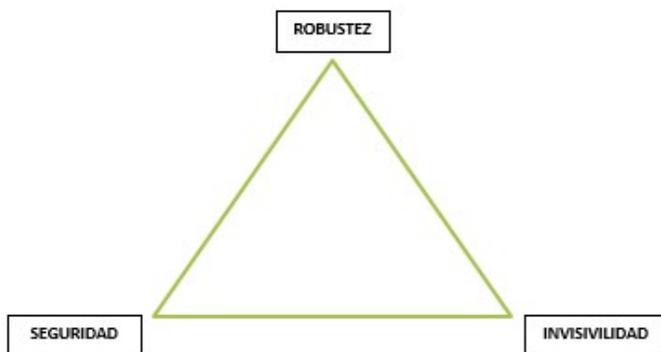


Figura 2.2 Requerimientos de una marca de agua.

El primero de ellos es la **seguridad**, no se puede medir la eficiencia de un algoritmo simplemente porque los posibles atacantes no conocen el proceso de elaboración e inserción de la marca de agua. El problema se genera cuando la técnica se hace muy robusta y el algoritmo de inserción público, ya que esto facilita los ataques indebidos. Sin embargo, se puede implementar una clave secreta de incrustación de la marca, o requerir la imagen original para el proceso de extracción (proceso no ciego), como medidas de seguridad [39].

Otro aspecto importante es la **invisibilidad**, la cual se divide en dos formas:

1. **Invisibilidad Perceptiva:** Se refiere al hecho de que la marca de agua se debe ocultar de tal manera que sea imposible de visualizar. Sin embargo, este requisito entra en conflicto con otros requisitos, como la robustez, que es un requisito importante cuando se enfrentan los ataques de marca de agua. Para este propósito, las características del sistema visual humano (HVS, *Human Visual Scheme*) para imágenes juegan un papel importante en el proceso de incrustación de marca de agua [37].

- 2. Invisibilidad Estadística:** Una persona no autorizada no debe detectar la marca de agua por medio de métodos estadísticos. Por ejemplo, la disponibilidad de una gran cantidad de obras digitales marcadas con el mismo código, no debe permitir la extracción de la marca incrustada mediante la aplicación de ataques estadísticos [37].

Finalmente se considera **la robustez**. Las imágenes digitales comúnmente están sujetas a muchos tipos de distorsiones, como compresión con pérdida, filtrado, cambio de tamaño, mejora del contraste, recorte, rotación, etc. La marca de agua debe ser detectable incluso después de que se hayan producido dichas distorsiones. La robustez contra la distorsión de la señal se logra mejor si la marca de agua se coloca en partes perceptualmente significativas de la imagen [37] [39]. Por ejemplo, una marca de agua insertada entre los datos perceptualmente insignificantes es probable que no sobreviva a la compresión con pérdida. Además, la resistencia a las manipulaciones geométricas, como la traslación, el cambio de tamaño, la rotación y el recorte, sigue siendo un problema abierto.

2.5 ESQUEMAS DE MARCAS DE AGUA

En esta sección se presentan los dos esquemas de marcado de agua: el esquema frágil y el esquema robusto. El primero de ellos es el más utilizado para la protección de la integridad y autenticación de imágenes, el segundo tiene la finalidad de la protección de los derechos de autor.

2.5.1 Esquema frágil de marcado de agua.

Las principales características de este esquema de marcado son las siguientes: Es un proceso ciego, invisible, invertible y se trabaja en el dominio espacial; utiliza una marca de agua que es dependiente de la imagen original; aplica la teoría del caos para aumentar su sensibilidad de detección de posibles ataques, y es capaz de localizar regiones de la imagen que han sido alteradas [31]. Por estas últimas características es usado comúnmente para verificar la integridad y autenticidad de imágenes digitales.

De forma general, un esquema frágil se compone de dos etapas: La primera de ellas es el proceso de inserción de la marca, ver figura 2.3, y la otra etapa es el proceso de detección de la marca, ver figura 2.4.



Figura 2.3 Proceso de inserción de la marca de agua.



Figura 2.4 Proceso de detección de la marca de agua.

2.5.2 Esquema robusto de marcado de agua

Generalmente los esquemas de marcado de agua robusto trabajan en el dominio de la frecuencia, de esta forma se incrementa la robustez del esquema a implementar. Esta propiedad es quizás la más importante, se refiere a la habilidad de la marca de agua de permanecer en la imagen independientemente de que la calidad haya sido degradada. Para este tipo de aplicaciones, es necesario que el método de marcado de agua sea resistente tanto a ataques intencionales destinados a eliminar la marca de autenticación, como a los efectos colaterales provocados por el procesamiento digital de la imagen. Como ejemplos de degradaciones no intencionadas podemos destacar, las aplicaciones relacionadas con el almacenamiento o la transmisión de datos, donde son aplicadas técnicas de compresión (p. ej. JPEG). También, como degradaciones no intencionadas, encontramos las provocadas por la conversión analógico-digital y viceversa, filtrado, muestreo, distorsiones geométricas, ruido, etc [31].

La necesidad de que el método de marcado de agua sea robusto viene dada precisamente del objetivo de poder recuperar la firma de autenticación (generada por el propio usuario, o una autoridad de autenticación reconocida) a pesar de la manipulación del contenido (en nuestro caso, de la imagen) [43], a menos que la imagen resulte tan manipulada que pierda su valor como tal.

2.6 CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE MARCADO DE AGUA MÁS UTILIZADOS.

2.6.1 Métodos basados en el dominio espacial

Los métodos de inserción basados en el dominio espacial, realizan la inserción de la marca de agua en algunos bits de la imagen original, provocando cambios visualmente notorios [38]. Estos métodos son poco robustos a diversos ataques.

Uno de los primeros métodos utilizados, fue la inserción de información en los bits menos significativos (LBS, *Least Significant Bit*) de cada pixel, debido a que estos son los bits de menor peso en la construcción de la imagen, y la alteración de sus valores no causa pérdida de información relevante en la reconstrucción de la misma [44]. Todo lo anterior causa baja seguridad de la marca insertada, debido a que estos valores pueden ser eliminados, y de esta forma borrar parcial o totalmente la marca de agua.

Posteriormente a estos trabajos, se plantearon métodos que mejoraron el desempeño en cuanto a su robustez. Uno de estos casos fue la incorporación del uso de la función de Hash¹⁵, muy usada en criptografía. Este método se encarga de calcular la posición de inserción de cada pixel de la marca de agua usando la función de Hash, incrustando información hasta en un tercer bit menos significativo de un pixel en el archivo anfitrión. Dado el caso que se elimine la marca, la imagen se verá alterada de forma notoria y resultara muy complejo reconstruir la marca contando solo con los bits menos significativos [37].

De forma general, las técnicas en el dominio espacial presentan menor carga computacional con respecto a aquellas basadas en el dominio de la transformada, sin embargo, no son robustas a la mayoría de ataques de procesamiento y transformaciones geométricas. Lo anterior hizo necesario acudir a técnicas para proteger la integridad de la marca de agua y el archivo anfitrión ante infinidad de ataques intencionados e inintencionados, es entonces, cuando surgen las técnicas basadas en el dominio de la transformada.

2.6.2 Métodos basados en el dominio de la transformada

Debido a los inconvenientes de robustez presentados por los métodos basados en el dominio espacial, aparecen investigaciones para realizar el proceso de inserción de la

¹⁵ Función de Hash: Es un algoritmo matemático que transforma cualquier bloque arbitrario de datos en una nueva serie de caracteres con una longitud fija. Independientemente de la longitud de los datos de entrada, el valor Hash de salida tendrá siempre la misma longitud.

marca de agua en el dominio de la transformada, aprovechando las características particulares del HVS. Trabajar en el dominio de la transformada hace posible elegir ciertas bandas de frecuencias de la imagen original, con la intención de insertar la marca de agua en dichas bandas dificultando su percepción visual o modificación. En la siguiente sección se explican más detalladamente estos métodos.

2.7 METODOS DE MARCADO DE AGUA BASADOS EN EL DOMINIO DE LA TRANSFORMADA.

Entre los métodos más comunes basados en el uso de herramientas matemáticas como las transformadas, encontramos:

2.7.1 Método de la transformada discreta de Fourier (DFT)

La DFT de una señal da como resultado una componente de magnitud y otra de fase para cada coeficiente de aproximación de la señal original. Determinar que componente usar para insertar una marca de agua, con el objetivo de obtener mayor robustez o mejor invisibilidad, ha sido un tema revisado por diferentes autores.

El proceso de inserción de la marca de agua en los coeficientes de magnitud se lleva a cabo de la siguiente manera de acuerdo a [45]:

Se realiza la descomposición de la imagen anfitriona $I(x, y)$ y la marca de agua $W(x, y)$ aplicando la DFT para obtener los coeficientes de magnitud $(I_m(x, y), W_m(x, y))$ y fase $(I_\phi(x, y), W_\phi(x, y))$ de cada una de ellas. Posteriormente, se inserta la información de la marca de agua en los coeficientes de magnitud seleccionados. La ecuación (2.1) describe el proceso:

$$I_{Wm}(x, y) = I_m(x, y) + \alpha \cdot W_m(x, y) \quad (2.1)$$

donde I_{Wm} representa los componentes de magnitud resultantes de la imagen marcada, I_m los componentes de magnitud de la imagen original (o imagen anfitriona) y W_m los componentes de magnitud de la marca de agua; α se denomina coeficiente de inserción y generalmente contiene valores que se encuentran entre 0 y 1, siendo valores muy comunes 0.1, 0.2 y 0.3; valores inferiores a 0.1 logran mejor camuflaje de la marca de agua; sin embargo, se puede complicar su recuperación.

Finalmente, se reconstruye la imagen marcada aplicando la IDFT a la componente de fase de la imagen anfitriona $I_\phi(x, y)$ y a la componente de magnitud resultante de la inserción $I_{Wm}(x, y)$ de la marca de agua, según la ecuación (2.2).

$$I_W(x, y) = IDFT \{ I_{Wm}(x, y) + I_\phi(x, y) \} \quad (2.2)$$

donde I_W representa la imagen marcada.

Por último, se obtiene la imagen marcada $I_w(x, y)$, como lo muestra la figura 2.5.

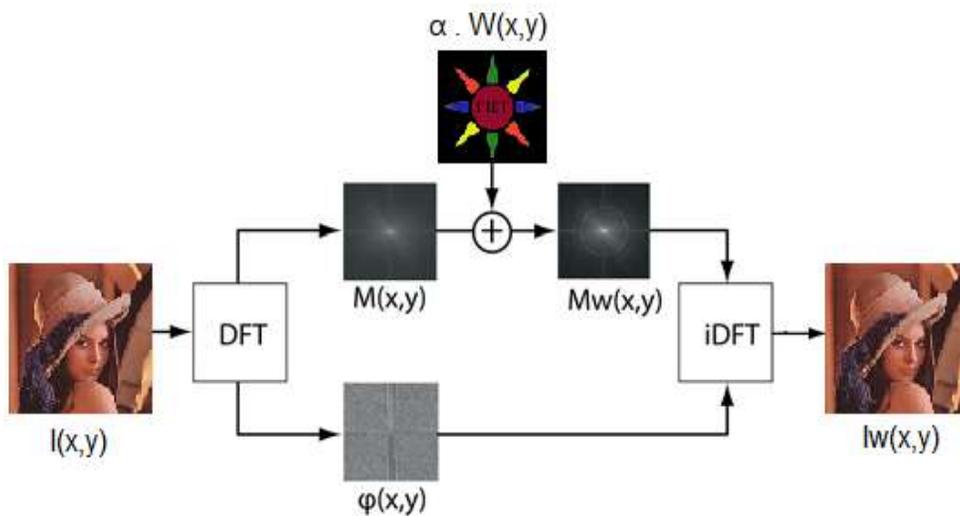


Figura 2.5 Proceso de inserción de la marca de agua aplicando la DFT.

En el proceso de extracción de la marca de agua, se hace la descomposición de la imagen marcada $I_w(x, y)$ aplicando la DFT. A continuación, se toman los componentes de magnitud y se extrae la información de la marca aplicando la ecuación (2.3).

$$W_m(x, y) = \frac{I_{Wm}(x, y) - I_m(x, y)}{\alpha} \quad (2.3)$$

Para terminar, se reconstruye la marca de agua $W(x, y)$ aplicando la IDFT a los componentes de magnitud recuperados $W_m(x, y)$ y de fase $W_\phi(x, y)$.

En este método, preferiblemente la inserción de la marca de agua se hace en los coeficientes de frecuencias medias, debido a que los coeficientes de frecuencias altas generalmente son eliminados en procesos de compresión JPEG, y los coeficientes de baja frecuencia pueden causar presencia de defectos notorios en la reconstrucción de la imagen.

2.7.2 Método de la transformada del coseno discreta (DCT)

La transformada del coseno discreta (DCT, *Discrete Cosine Transform*) es una transformada basada en la DFT (utiliza únicamente los coeficientes reales), y es una de las más utilizadas en los métodos de procesamiento de señales; después de la Transformada de Fourier. La DCT Posee gran capacidad de compactación de la energía en el dominio de la transformada, concentrando la mayor parte de la información en unos pocos coeficientes [31]. La transformación que se obtiene es independiente de los datos, por lo que el algoritmo aplicado con este método no varía en comparación con otros.

La DCT es uno de los dominios más usados en procesos de construcción de marcas de agua, se caracteriza por hacer un mapeo uno a uno de una serie de valores de pixeles en el dominio del tiempo, a una serie de valores en el dominio de la frecuencia; en un proceso matemático [46].

En el desarrollo del presente trabajo de investigación, se toma la DCT como punto de referencia para el análisis de desempeño de la DWT en la inserción y extracción de marcas de agua en imágenes a color afectadas por ruido.

➤ Transformada del coseno discreta en 2 dimensiones.

En la DCT basada en bloques, la imagen de entrada $f(x, y)$ de tamaño $M \times N$ pixeles se descompone en bloques no superpuestos de tamaño $M \times N$, luego cada bloque f_b es transformado en sus correspondientes coeficientes DCT de acuerdo a la siguiente ecuación [46]:

$$F_b(u, v) = \alpha(u)\alpha(v) \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_b(x, y) \cdot \cos\left[\frac{(2x+1)\pi u}{2M}\right] \cos\left[\frac{(2y+1)\pi v}{2N}\right] \quad (2.4)$$

donde:

- $F_b(u, v)$: Valor del coeficiente DCT de la fila u y columna v .
- $f_b(x, y)$: Valor de intensidad del pixel en la fila x y columna y .
- M : Ancho de la imagen.
- N : Alto de la imagen.
- x, y : Índices de la imagen de tamaño $M \times N$.

Los términos $\alpha(u)$ y $\alpha(v)$ se definen como:

$$\alpha(u) = \begin{cases} \sqrt{1/M}, & u = 0 \\ \sqrt{2/M}, & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\alpha(v) = \begin{cases} \sqrt{1/N}, & v = 0 \\ \sqrt{2/N}, & \text{cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.6)$$

La fórmula bidimensional de la DCT en la ecuación (2.4), expresa una secuencia finita de varios pixeles o puntos de una imagen, como resultado de la suma de distintas señales sinusoidales de distintas frecuencias y amplitudes [47].

Cada subimagen se reconstruye a partir del bloque de subimágenes transformadas $F_b(u, v)$ mediante la aplicación de la transformada del coseno discreta inversa (IDCT, *Inverse Discrete Cosine Transform*), según la ecuación (2.7).

$$f_b(x, y) = \alpha(u)\alpha(v) \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F_b(u, v) \cdot \cos \left[\frac{(2x+1)\pi u}{2M} \right] \cos \left[\frac{(2y+1)\pi v}{2N} \right] \quad (2.7)$$

Para $x = 0, 1, 2, \dots, N-1$, $y = 0, 1, 2, \dots, M-1$ y α se define como en las ecuaciones 2.5 y 2.6.

➤ Proceso de marcado de agua basado en la DCT-2D

A continuación, se describen los principales pasos del proceso de inserción/extracción de la marca de agua:

1. Inicialmente se segmenta la imagen anfitriona y la marca de agua en bloques no superpuestos de tamaño 8×8 pixeles.
2. Se aplica la DCT-2D individualmente a los bloques obtenidos en el paso 1; para convertir la información del dominio espacial al dominio de la frecuencia mediante la aplicación de la ecuación (2.4).

La aplicación de la DCT-2D en imágenes permite obtener tres bandas de frecuencia para cada bloque, ver figura 2.6.

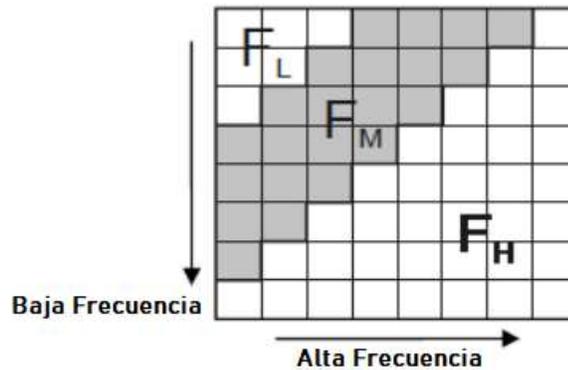


Figura 2.6 Bandas de frecuencia de la DCT-2D.

Donde F_L denota las componentes de baja frecuencia, F_M denota las componentes de frecuencia media y F_H denota las componentes de alta frecuencia.

3. De acuerdo al criterio utilizado o diseñado para el ocultamiento de información, se seleccionan las bandas de frecuencia en los bloques de *coeficientes DCT* para la inserción de la marca de agua.
4. Se oculta la información de la marca de agua modificando los bloques de *coeficientes DCT* seleccionados (imagen anfitriona), de acuerdo a un método aditivo o multiplicativo de inserción de información; para el caso del presente trabajo de investigación, se optó por el método aditivo representado por la ecuación (2.1).
5. Se aplica la IDCT-2D a cada bloque de *coeficientes DCT* de la imagen marcada, con el fin convertir nuevamente la información del dominio de la frecuencia al dominio espacial, mediante la aplicación de la ecuación 2.7
6. Finalmente, se invierte el proceso de segmentación en bloques de tamaño 8×8 píxeles y se obtiene la imagen marcada.

La figura 2.7 muestra los pasos del proceso de inserción de la marca de agua descrito anteriormente.

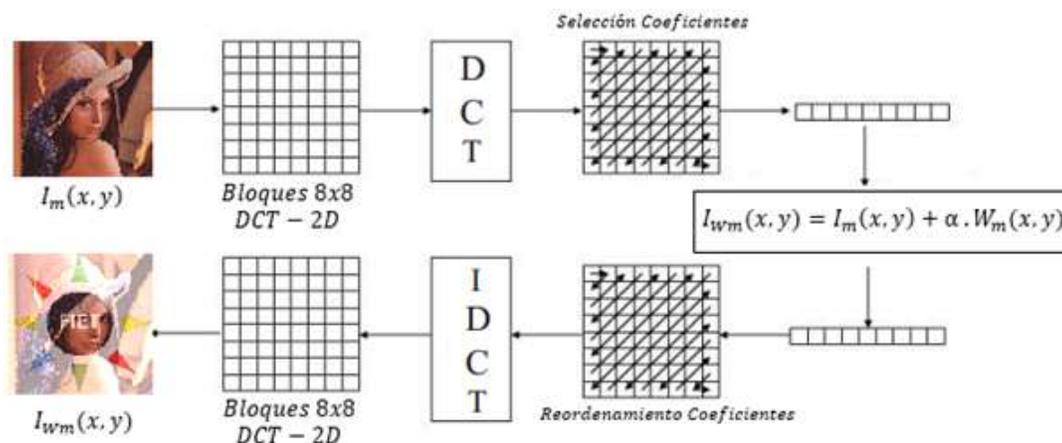


Figura 2.7 Proceso de marcado de agua DCT-2D

La extracción de la marca de agua se realiza siguiendo de nuevo los pasos de la figura 2.7. Para este procedimiento se utiliza la imagen marcada y la imagen anfitriona (proceso no ciego) aplicando la ecuación (2.3) en el paso 4.

En el apéndice II se hace una descripción detallada del método de la DCT-2D en la inserción y extracción de marcas de agua invisibles en imágenes fijas a color.

2.7.3 Método de la transformada wavelet discreta (DWT)

La transformada wavelet es una técnica de procesamiento y análisis de señales que se presenta como la forma para superar algunos problemas de este campo, que no fueron resueltos satisfactoriamente por el análisis de Fourier, concretamente aquellos fenómenos relacionados con señales que se pueden describir como: no estacionarias, variantes en el tiempo y de rápida transitoriedad. Dichas señales, en general se caracterizan por registrar eventos de corta duración y aparición repentina, difíciles de analizar mediante transformaciones que utilizan funciones base infinitas y periódicas como la transformada de Fourier tradicional [48]. Si se desea analizar una señal de diferentes frecuencias y por tanto no armónica, es necesario emplear funciones de diferentes frecuencias para diferentes soportes espaciales o temporales.

Una familia de funciones *wavelets* linealmente independientes, se construye a partir de una función $\psi(x)$ llamada “*wavelet madre*”, la cual está confinada en un intervalo finito. Las “*wavelets hijas*” o simplemente “*wavelets*” $\psi_{a,b}(x)$ se forman por traslación y escalado de la función madre, siendo a la dilatación (la cual es inversamente proporcional a la frecuencia) y b la traslación o desplazamiento (localización en el tiempo o en el espacio). La siguiente expresión representa una familia wavelet:

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right); \quad \text{con } a, b \in \mathbb{R} \text{ y } a \neq 0 \quad (2.8)$$

Para fines prácticos conviene discretizar la transformada wavelet continua (CWT, *Continuos Wavelet Transform*), para lo cual se discretizan las variables de escala a y de traslación b , mediante un muestreo exponencial, dando lugar así a la transformada wavelet discreta (DWT, *Discrete Wavelet Transform*).

1. Transformada wavelet discreta (DWT)

Discretizar una variable consiste en reemplazar el muestreo continuo de información por un conjunto finito de valores. La dificultad de esta tarea reside en conseguir el justo equilibrio entre densidad de muestreo y redundancia de la información; un muestreo muy fino aproxima mejor la señal, pero implica alta redundancia. Para hacer esto posible se recurre a la DWT en la que se elige un conjunto de escalas y posiciones, donde las señales son muestreadas y convertidas en función de una variable discretizada, como puede ser el tiempo o la posición. Para hacer el análisis mucho más eficiente y preciso se utiliza un subconjunto de escalas y posiciones múltiplos de potencias enteras negativas de 2, lo cual se conoce como *escalado diádico* [49].

Las wavelets discretas no son continuamente escalables y trasladables ya que sólo pueden serlo en pasos discretos. Por lo tanto, la expresión de la *wavelet* continua (2.8) puede ser reformulada como:

$$\psi_{j,k}(x) = \frac{1}{\sqrt{s_0^j}} \psi\left(\frac{x - k\tau_0 s_0^j}{s_k^j}\right); \quad (2.9)$$

Siendo j y k factores enteros de escalado y traslación, $s_0 > 1$ un paso fijo de dilatación del cual depende a su vez un factor de traslación τ_0 . Con dicha expresión se ha conseguido muestrear el espacio tiempo-escala en intervalos discretos. Si se elige $s_0 = 2$ y $\tau_0=1$, entonces se habla de un muestreo diádico y los parámetros de traslación y escala se relacionan con sus homólogos continuos de la forma [49] [50].

$$a = 2^j \quad (2.10)$$

$$b = 2^j k; \quad \text{con } j, k \in \mathbb{Z}. \quad (2.11)$$

Aplicando las ecuaciones (2.10) y (2.11) en la ecuación (2.8) se obtiene la familia *wavelet* discreta diádica.

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k); \quad \text{con } j, k \in Z. \quad (2.12)$$

Para una señal continua dependiente del espacio $f(x)$ que es uniformemente muestreada en N partes en el intervalo $[0, 1]$ su transformada wavelet podrá ser calculada solamente en las escalas $N > s > 1$, es decir, el parámetro de escala será $s_0 = a^j$ (con $a = 2$ para escalas diádicas, factor de escalado doble o mitad), siendo j el nivel de la transformación. Una wavelet discreta escalada por a^j y en una posición en concreto es definida por:

$$\psi_j(n) = \frac{1}{\sqrt{a^j}} \psi\left(\frac{n}{a^j}\right); \quad (2.13)$$

De forma genérica, se puede decir que la transformada *wavelet* de una señal discretizada $f(n)$ viene dada por la siguiente ecuación:

$$W(j, k) = C_{j,k} = \frac{1}{\sqrt{j}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} f(n) \psi_{j,k}(n); \quad j, k \in Z \quad (2.14)$$

Donde j es la dilatación, k la traslación y los valores de $W(j, k)$ son llamados *coeficientes wavelet*.

Al generar de la función *wavelet madre* ψ una base ortonormal de *wavelets*, se cumple que los coeficientes de la descomposición directa son los mismos que se necesitan para la reconstrucción de la señal, la cual consiste en la suma de las funciones base *wavelet ortogonales* $\psi_{j,k}(n)$ ponderadas por los *coeficientes wavelet* $C_{j,k}$ [49]:

$$f(n) = \sum_j \sum_k C_{j,k} \psi_{j,k}(n) \quad (2.15)$$

La función $f(n)$ (discretización de una señal continua en el espacio $f(x)$ en N partes) se expresa como una combinación lineal de funciones $\psi_{j,k}(n)$ y los $C_{j,k}$ son los *coeficientes wavelet* de la señal $f(n)$ en la base formada por la familia *wavelet*, que indican la contribución relativa de cada función *wavelet* $\psi_{j,k}(n)$ en la descomposición.

En el caso de imágenes discretas de tamaño $M \times N$, la variable n en la ecuación (2.15) corresponde al par de coordenadas (n_1, n_2) que definen la posición de un píxel y el dominio de la función son las dimensiones de la imagen $\{0, 1, 2, \dots, N-1\} \times \{0, 1, 2, \dots, M-1\}$. Las funciones base en este caso serán discretas y la descomposición de una

imagen consistirá en una transformación lineal de los valores originales de los píxeles en un conjunto de coeficientes wavelet $C_{j,k}$. El subíndice j indica el nivel de la descomposición y k indica una posición concreta del *coeficiente wavelet* dentro de cada subbanda de la descomposición. Por ello y para analizar toda la imagen, las funciones bases $\psi_{j,k}(n)$ han de ser trasladadas por todos los píxeles. La forma de $\psi_{j,k}(n)$ dependerá de la escala y orientación de cada subbanda y por ello la función base en la subimagen obtenida por filtro pasa bajo – pasa bajo presenta un máximo centrado, mientras que las correspondientes a las subimágenes de detalles tienen media cero y presentan orientaciones verticales, diagonales y horizontales. Esta orientación cambiante permite emplear esas funciones para caracterizar patrones en las imágenes [49].

Por último, para entender como son generados los *coeficientes wavelets* en el proceso de descomposición *wavelet*, se hace necesario introducir un nuevo concepto, el Análisis Multiresolución (MRA, *Multiresolution Analysis*).

2. Principio de multiresolución (MRA)

El Análisis Multiresolución (MRA) constituye el soporte teórico que permite una eventual implementación computacional de la DWT a través de funciones wavelet ortonormales y de soporte compacto¹⁶, mediante aproximaciones sucesivas de una señal, tal que cada aproximación constituye una mejor representación de la señal original [48].

El MRA consiste en la descomposición de una señal original en dos señales denominadas coeficientes de *aproximación* (C_j) y de *detalle* (d_j). Posteriormente, los coeficientes de aproximación obtenidos son nuevamente divididos en coeficientes de aproximación y detalle respectivamente, y el proceso es repetido sucesivamente hasta obtener el conjunto de aproximación y de detalle para el nivel de resolución¹⁷ requerido (este proceso es conocido como codificación de sub-bandas) [51].

Las *aproximaciones* (C_j) son las componentes de gran escala y baja frecuencia que aportan la mayor parte de información de la señal, los *detalles* (d_j) son los componentes de pequeña escala y alta frecuencia que aportan la información relevante de eventos particulares. Este análisis fue desarrollado para descomponer

¹⁶ Teniendo en cuenta que una función *wavelet* analiza una señal por intervalos de tiempo de acuerdo al tamaño de la ventana, se dice que esta es de soporte compacto, es decir, es una onda definida sobre un intervalo de tiempo finito.

¹⁷ Resolución: Medida de la cantidad de detalle de la señal.

señales en tiempo discreto, haciendo uso de distintas frecuencias de corte, que son usadas para analizar la señal en diferentes escalas, mediante la utilización de un par de filtros (pasa altas y pasa bajas) que dividen el dominio de la frecuencia a la mitad en cada nivel de descomposición [51].

Las operaciones de filtrado y los cambios de escala juegan un papel importante a la hora de determinar la resolución de una señal, Los cambios de escala se pueden definir mediante operaciones de *downsampling*¹⁸ (*diezmado*) y *upsampling*¹⁹ (*interpolación*) que se refieren al sentido en el que es llevado a cabo el proceso de muestreo [52]. La primera se utiliza en la fase de descomposición de la señal, esta consiste en eliminar el valor de la muestra intercaladamente, es decir, si se tiene $x = [10 \ 10 \ 30 \ 40]$ y se aplica el diezmado, se obtendrá $x = [10 \ 40]$. La segunda operación se usa en la fase de síntesis, consiste en agregar 0 entre cada elemento del conjunto, es decir, si se toma la salida del ejemplo anterior y se aplica *upsampling* se tendría $x = [0 \ 10 \ 0 \ 40 \ 0]$ [51].

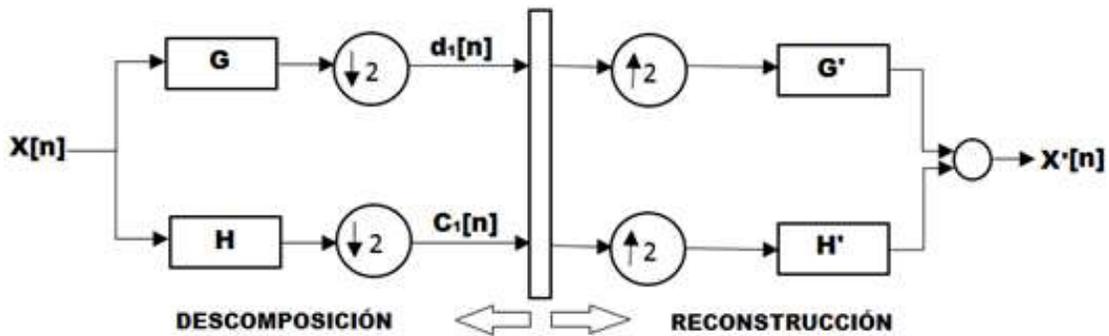


Figura 2.8 Estructura DWT a un nivel ($j = 1$).

En la figura 2.8 se muestra la descomposición y síntesis de la DWT a un nivel; la señal original $x[n]$ es sometida a un par de filtros pasa altas G y pasa bajas H , seguido de un proceso de *downsampling* $\downarrow 2$ de donde se obtienen los coeficientes de *aproximación* $c_1[n]$ y de *detalle* $d_1[n]$ respectivamente. Finalmente se lleva a cabo un proceso de *upsampling* $\uparrow 2$ y se pasan nuevamente los coeficientes obtenidos en la fase anterior por un par de filtros pasa altas G' y pasa bajas H' para la síntesis o reconstrucción de la señal original $x'[n]$.

¹⁸Diezmado: Es el proceso de decrementar la frecuencia de muestreo de una señal por un factor entero M , extrayendo intercaladamente datos de la señal.

¹⁹ Interpolación: Es el proceso de incrementar la frecuencia de muestreo de una señal por un factor entero L , agregando ceros intermedios entre datos consecutivos.

Resumiendo, el concepto de descomponer una señal en coeficientes de *aproximación* y *detalle* se conoce análisis multiresolución, y el proceso de hacerlo o implementarlo se conoce como *codificación de sub-bandas*.

3. Codificación en sub-bandas

El resultado más importante del MRA, es el algoritmo de Mallat, también conocido como transformada rápida de wavelet (FWT, *Fast Wavelet Transform*), este algoritmo permite calcular la DWT y la IDWT a partir de un par de filtros digitales. Los filtros definidos en el algoritmo corresponden a un filtro pasa bajo FIR y un filtro pasa alto FIR, con diferentes frecuencias de corte, con el fin de analizar la señal en diferentes escalas. Los procesos de descomposición y síntesis de una señal consisten en disponer los filtros mencionados en un banco de filtros donde se realiza el cálculo de los coeficientes de escala y wavelet de forma recursiva con la ayuda de otros operadores discretos simples (submuestreo e interpolación) [48].

En la codificación en sub-bandas, la señal pasa a través de un filtro digital pasa bajo de media banda con respuesta impulsiva $h[n]$, ver figura 2.9, matemáticamente este proceso consiste en realizar la convolución de la secuencia con la respuesta impulso del filtro. El filtro $h[n]$ elimina todas las frecuencias que se encuentran sobre la mitad de la mayor frecuencia de la señal, es decir, elimina la información de alta frecuencia (reduce a la mitad la resolución), y deja las señales de baja frecuencia que otorgan la mayor parte de la información sobre la señal o le dan identidad a la misma. Una vez que la señal ha pasado por el filtro, la mitad de las muestras se pueden suprimir por medio del criterio de Nyquist, ya que la señal ahora tiene una frecuencia superior a $\pi/2$ radianes en vez de π , debido a esto se elimina una de cada dos muestras de la señal (submuestreo por dos), lo que reduce el número de datos a la mitad mientras la escala se duplica [53].

Visto con mayor precisión, la DWT analiza la señal descomponiéndola en una *aproximación* y un *nivel de detalle*, teniendo en cuenta diferentes bandas de frecuencia, cada una con distintas resoluciones para cada nivel. En base a esto se emplean dos conjuntos de funciones: de *escalonamiento* y *wavelets*, las cuales están relacionadas con los dos filtros pasa bajo FIR y pasa alto FIR respectivamente. La descomposición de la señal en diferentes bandas se obtiene a través de un filtrado sucesivo por el filtro de media banda pasa alto $g[n]$, y un filtro pasa bajo $h[n]$; posterior a este filtrado se logra eliminar la mitad de las muestras de acuerdo a la regla Nyquist, así se constituye el primer nivel de descomposición que se expresa de la siguiente manera [53]:

$$Y_{altas}[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]g[2k - n]; \quad n = 0,1,2, \dots, N - 1. \quad (2.16)$$

$$Y_{bajas}[k] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]h[2k - n]; \quad n = 0,1,2, \dots, N - 1. \quad (2.17)$$

Donde $Y_{altas}[k]$ y $Y_{bajas}[k]$ son las salidas de los filtros pasa alto y pasa bajo, respectivamente, posterior al submuestreo por dos. Al procedimiento anterior se le conoce como codificación en sub-bandas y se lo repite con el objeto de conseguir mayor descomposición, para este caso en cada etapa, el filtrado y submuestreo dan como resultado la disminución a la mitad del número de muestras, es decir se reduce a la mitad la resolución en el tiempo, mientras se duplica la resolución en frecuencia, debido a que la banda de frecuencias de la señal solo abarca la mitad de la banda de frecuencias anteriores.

En la figura 2.9 se puede apreciar el procedimiento de codificación en subbandas.

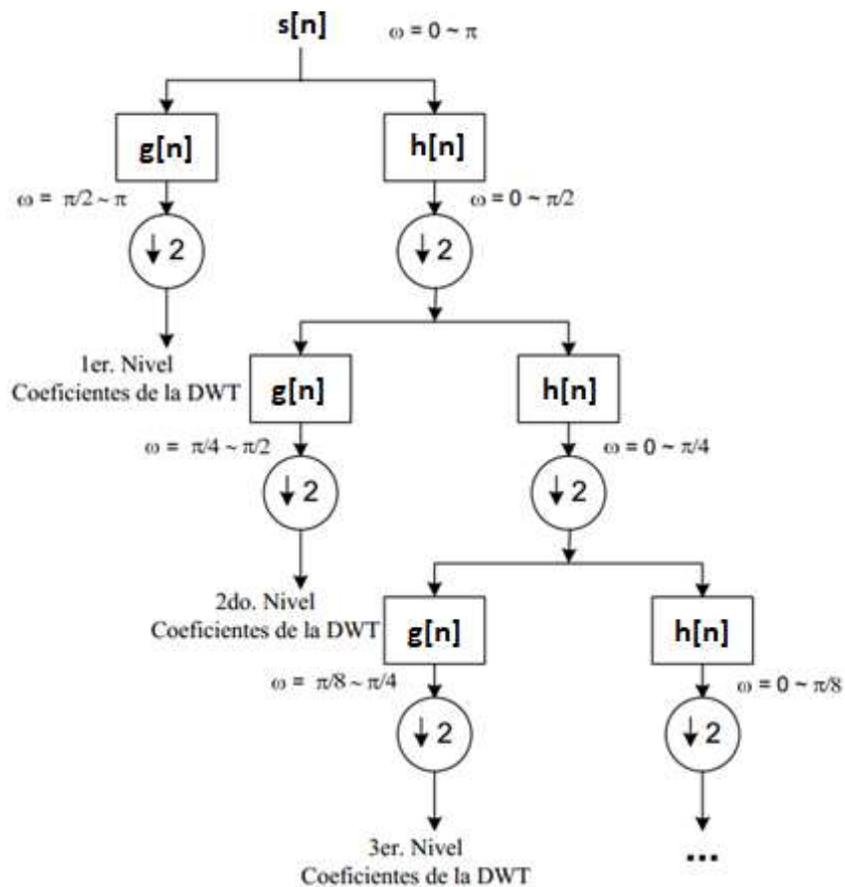


Figura 2.9 Diagrama de codificación en sub-bandas.

En resumen, el proceso de filtrado y diezmado sucesivo se le conoce como codificación en subbandas, y ofrece una buena resolución en el tiempo para frecuencias altas, y una buena resolución en frecuencia para frecuencias bajas. [n]

4. Familias wavelet y propiedades asociadas.

La calidad de la información obtenida al aplicar la DWT a una imagen y en general a una señal, dependerá de la similitud existente entre la *wavelet madre* y la señal de interés, por esta razón, la correcta selección de una *wavelet madre* varía de acuerdo al caso de estudio en particular, dado que cada *familia wavelet* presenta características propias cuyo resultado cambia según sea la señal analizada [54]

Las familias de *wavelet* varían en términos de varias propiedades importantes como: soporte de la *wavelet* en tiempo y frecuencia y tasa de decaimiento, simetría o antisimetría de la *wavelet*, número de momentos de desvanecimiento, regularidad de la *wavelet* y existencia de una *función de escala* (ϕ), sin embargo, las propiedades generales más importantes se describen a continuación [55]:

- **Ortogonalidad:** Si una *wavelet* es ortogonal, la transformada wavelet preserva la energía.
- **Momentos de Desvanecimiento:** El número de momentos de desvanecimiento está ligado con la oscilación de la *wavelet* (entre mayor sean los momentos de desvanecimiento, mayor será la oscilación). Esta propiedad se relaciona con la compresión de información y la eliminación de ruido. Por ejemplo, bior3.5 es la *wavelet biorthogonal* con tres momentos de desvanecimiento en la *wavelet de síntesis* y cinco momentos de desvanecimiento en la *wavelet análisis*.
- **Regularidad:** La regularidad puede ser considerada como una medida de la suavidad de la *wavelet* y corresponde a la capacidad de reconstruir fielmente una señal a partir de los coeficientes calculados en el proceso de transformación. Si una señal presenta transiciones suaves, una *wavelet* regular es la opción más adecuada.
- **Simetría:** Si la *wavelet* es simétrica, al verla como un filtro se puede decir que tiene fase lineal, si no es simétrica se introduce distorsión en la fase. Esto es de especial interés en aplicaciones de procesamiento de sonido e imágenes.

- **Función de escala:** Es una función ortogonal a la wavelet y, eventualmente, si ambas funciones son normalizadas constituyen una base ortonormal del espacio. Al no tener definida una función de escala, una wavelet determinada no puede ser utilizada en la aplicación de la DWT.

En síntesis, para el análisis frecuencial de señales transitorias las propiedades más importantes son: la cantidad de momentos de desvanecimiento, ya que es conveniente que los anchos de banda compartan el mínimo de información posible, y el tamaño del soporte, porque influye considerablemente en el tiempo de cálculo. También se debe considerar la existencia de la función de escala, ya que dependiendo del tipo de aplicación (CWT o DWT), algunas wavelets no podrán ser utilizadas. Sin embargo, la importancia de una propiedad sobre otra depende fundamentalmente de las necesidades del caso de aplicación [54].

En la Tabla 1. se presenta a manera de resumen las diversas *familias wavelet* y sus respectivas propiedades [54].

Tabla 1. Propiedades de algunas familias wavelet

	Haar	Mexican Hat	Morlet	Daubechies	Symmlets	Coiflets	Gaussiana	Biorthogonal	Reverse Biorthogonal	Meyer	Discrete Meyer
Propiedades	(haar)	(mexh)	(morl)	(dbN)	(symN)	(coifN)	(gausN)	(biorNr.Nd) ⁴	(rbioNr.Nd) ⁴	(meyr)	(dmey)
Orden	---	---	---	1, 2, ..., 45 ²	1, 2, ..., 41 ²	1, 2, ..., 5 ²	1, 2, ..., 44 ²	1.1, 1.3, ..., 6.8 ²	1.1, 1.3, ..., 6.8 ²	---	---
Regularidad	No	Sí	Sí	Relativa ³	Relativa ³	Relativa ³	Sí	Relativa ³	Relativa ³	Sí	Sí
Tamaño del Soporte	1	[-5, 5]	[-4, 4]	2N-1	2N-1	6N-1	[-5, 5]	2Nd+1	2Nr+1	[-8, 8]	[-8, 8]
Longitud del Filtro	2	---	---	2N	2N	6N	---	... ⁶	... ⁶	---	---
Simetría	Sí	Sí	Sí	No	Aproximada	Aproximada	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Momentos de Desvanecimiento	1	---	---	N	N	2N	---	Nr	Nd	---	---
Función de Escala	Sí	No	No	Sí	Sí	Sí	No	Sí	Sí	No	Sí
CWT	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible	Posible
DWT	Posible	No Permite	No Permite	Posible	Posible	Posible	No Permite	Posible	Posible	No Permite	Posible
Expresión Explícita	Sí	Sí	Sí	No	No	No	Sí	No	No	Sí	Sí

Las familias *wavelet* que pueden ser empleadas en el análisis de señales o imágenes en 2D son [56]: (*haar, daubechies, symlet, coiflet, biorthogonal y reverse biorthogonal*).

- **Wavelet Haar:** La primera y más sencilla de las wavelets. Haar es discontinua y se asemeja a la función escalón. Representa la misma *wavelet* que *Daubechies db1*, ver figura 2.10.

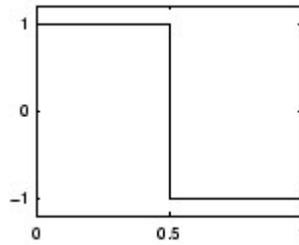


Figura 2.10 Wavelet Haar.

- **Wavelet Daubechies:** Recibe el nombre de su inventora *Ingrid Daubechies*, quien creó *wavelets* ortogonales de soporte compacto facilitando el *análisis wavelet discreto*. Las *wavelet daubechies* se representan por dbN , donde N es el orden de la *wavelet* o el número de momentos de desvanecimiento que presenta la señal, ver figura 2.11.

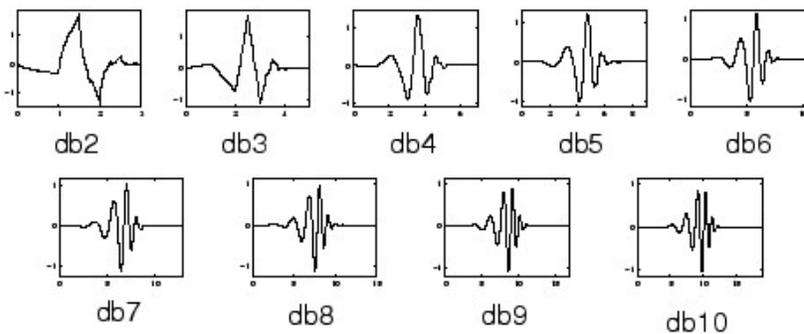


Figura 2.11 Familia Wavelet Daubechies.

- **Wavelet Biorthogonal:** Esta familia *wavelet* al igual que la *wavelet haar* presenta fase lineal necesaria para la reconstrucción de señales e imágenes. Estas tienen dos funciones escala: Una para *análisis* y otra para *síntesis*, es decir, una para descomposición y otra para reconstrucción. Tanto la *wavelet* de *análisis* como la de *síntesis* pueden tener diferentes momentos de desvanecimiento, por tanto, se puede utilizar la *wavelet* con mayor número de momentos de desvanecimiento para el *análisis* y la más suave (con menos momentos de desvanecimiento) para la reconstrucción, ver figura 2.12.

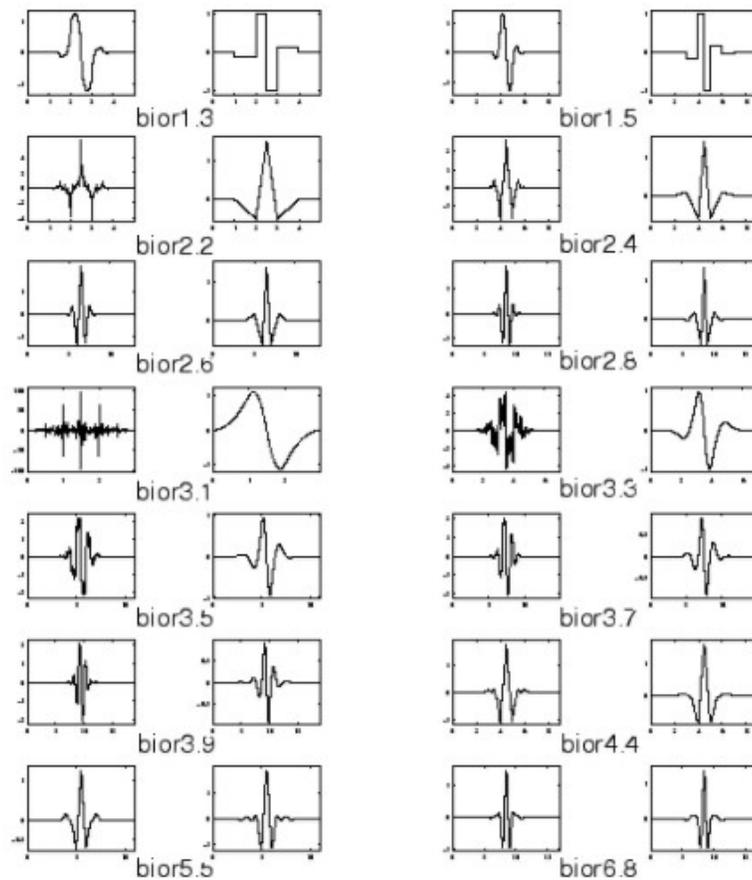


Figura 2.12 Familia Wavelet Biorthogonal.

- **Wavelet Reverse Biorthogonal:** Esta familia se obtiene a partir de un par de *wavelets biorthogonales* las cuáles se representan como $RbioNd.Nr$, donde Nd y Nr corresponden al número de momentos de desvanecimientos de los filtros de reconstrucción y descomposición respectivamente.
- **Wavelet Coiflet:** Estas funciones *wavelet fueron* construidas también por *I. Daubechies*, se representan como $coifN$, donde N representa el número de momentos de desvanecimiento para las *funciones wavelet y escala*, ver figura 2.13.

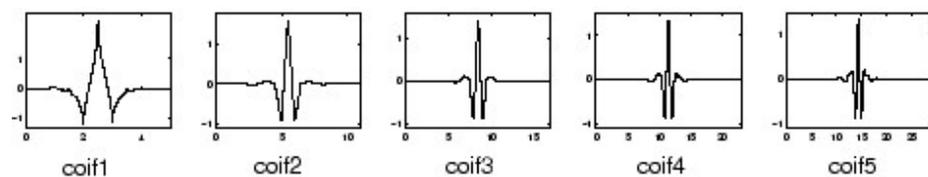


Figura 2.13 Familias Wavelet Coiflet.

- **Wavelet Symlet:** Nace como modificaciones realizadas por Ingrid Daubechies a la *familia wavelet* que lleva su mismo nombre. Estas son casi simétricas y presentan propiedades similares a la familia *db*, ver figura 2.14.

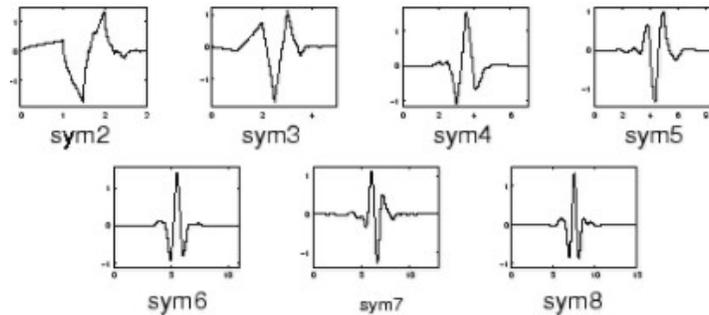


Figura 2.14 Familia Wavelet Symlets.

Es de resaltar que el tipo de análisis wavelet más adecuado para su trabajo depende de lo que quiere hacer con los datos, dado que no existe un método específico que permita realizar la selección apropiada de una *wavelet madre* a partir de sus propiedades, es necesario elegir la familia *wavelet* de manera visual, teniendo en cuenta la semejanza existente entre la forma de onda de la *wavelet madre* y la señal de análisis. Otra forma de selección consiste mediante el método de *ensayo y error* de la familia *wavelet* que mejor se adapte a las características de la imagen o señal en particular [55].

A continuación, se describirán algunas de las posibles aplicaciones de las familias *wavelet* de acuerdo al proceso que se desee realizar sobre la señal [55].

- **Preservación de Energía:** Si se desea conservar energía en la etapa de análisis, es importante el uso de una *wavelet* ortogonal y de soporte compacto. Sin embargo, es importante tener en cuenta que las *wavelet* ortogonales de soporte compacto son asimétricas (excepto la *wavelet haar*).
- **Detección de Características:** Las *wavelet* de soporte compacto como *haar*, *daubechies2*, o *symlet2* son utilizadas en los casos en los que se desean encontrar características poco espaciadas en las imágenes, el soporte de la *wavelet* debe ser lo suficientemente pequeño como para separar las características de interés, porque si se utilizan familias *wavelet* con alto soporte se pueden obtener coeficientes incapaces de distinguir características individuales.

- **Eliminación de Ruido:** Una *wavelet ortogonal*, como Symlet o Daubechies, es una buena opción para eliminar ruido de señales. Una *wavelet biortogonal* también puede ser útil para el procesamiento de imágenes, debido a que los filtros *wavelet biortogonales* tienen una fase lineal que es muy crítica para el procesamiento de imágenes y no introducen distorsiones visuales en ellas.
- **Compresión:** Si lo que se desea es comprimir señales o imágenes, es recomendable la elección de las *wavelets biortogonales* ya que presentan un par de funciones *wavelet* y *escala* para el análisis y la síntesis. Además, el utilizar una *wavelet* con muchos momentos de desvanecimiento resultará en menos coeficientes *wavelet* significativos, lo que mejora la compresión de una imagen.

2.7.4 Método de la transformada contourlet (CT)

El análisis con la transformada wavelet es bueno en el sentido de la detección de discontinuidades puntuales, pero no captura bien la geometría de los contornos, a esto se encuentra asociado un efecto denominado diente de sierra, ver figura 2.15, por lo cual se hace necesario evitar este efecto, dándose así paso al nacimiento de la transformada contourlet (CT, *Contourlet Transform*).

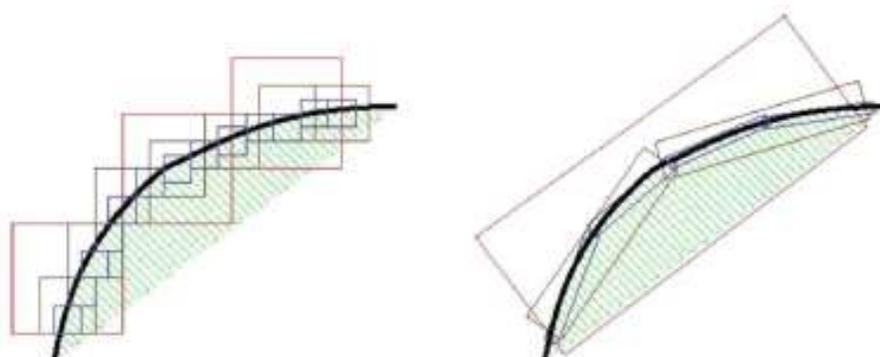


Figura 2.15 Aproximación de un contorno suave mediante WT (izquierda) y CT (derecha).

En la figura 2.15 (derecha) se puede apreciar el seguimiento de contornos que ofrece la CT en comparación al seguimiento que hace la WT en una misma curva.

La CT fue introducida por Do y Vetterli en el año 2002, permite una descomposición multiescala y direccional de una imagen usando una combinación de una pirámide Laplaciana (LP, *Laplacian Pyramid*) modificada y un banco de filtros direccional (DFB, *Directional Filters Bank*). La CT también es conocida como Banco de Filtros Direccional Piramidal (PDFB, *Pyramid Directional Filters Bank*) [57].

La CT permite obtener para diferentes números de direcciones en cada escala/resolución un muestreo muy cercano al crítico. El DFB está diseñado para capturar las componentes de alta frecuencia, las cuales permiten representar direccionalidad. La LP permite la descomposición en subbandas para evitar el filtrado de las bajas frecuencias en diferentes direcciones de las mismas subbandas, por lo que la información direccional puede ser capturada de forma eficiente. La figura 2.16 muestra el ejemplo de descomposición con la CT [58].

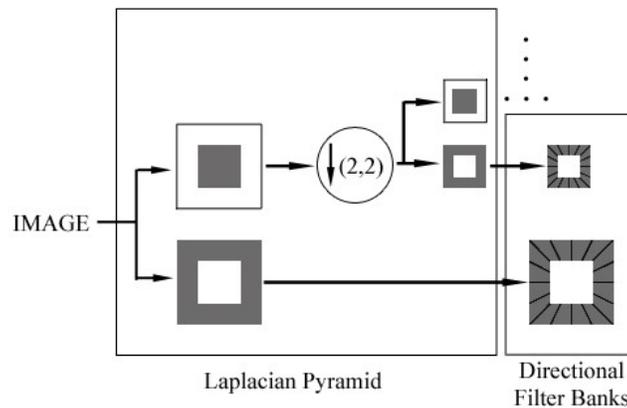


Figura 2.16 Transformada contourlet.

La CT tiene un conjunto de características deseables en la representación de imágenes como pueden ser [40]:

1. Multiresolución: Permite aproximar una imagen desde una versión tosca hasta una versión de resolución fina.
2. Localización: Los elementos base de la imagen están bien localizados en el dominio espacial y de frecuencia.
3. Muestreo crítico: La representación debe realizarse con la menor redundancia posible.
4. Direccionalidad: Las funciones base deben de poder ser orientadas en un gran número de diferentes direcciones.
5. Anisotropía: Las funciones base deben tener diferentes formas y relación de aspecto para poder capturar los contornos en distintas orientaciones.

Para hacer el proceso de marcado de agua con la CT se hace de acuerdo a [44], inicialmente se realiza un análisis local a distintas escalas y direcciones, para así

extraer la información de textura, a partir de la descomposición de una imagen. Los distintos niveles de descomposición se obtienen con la ayuda de la pirámide Laplaciana, la cual aplica L filtros pasa-bajas a la imagen, obteniéndose L aproximaciones pasa-bajas de la misma, diferenciando cada aproximación de la subsiguiente en el equivalente filtro pasa-banda de ese nivel. La descomposición direccional de la imagen aplicando la CT con D -niveles, entrega capas direccionales de tamaño LD como lo muestra la figura 2.17.

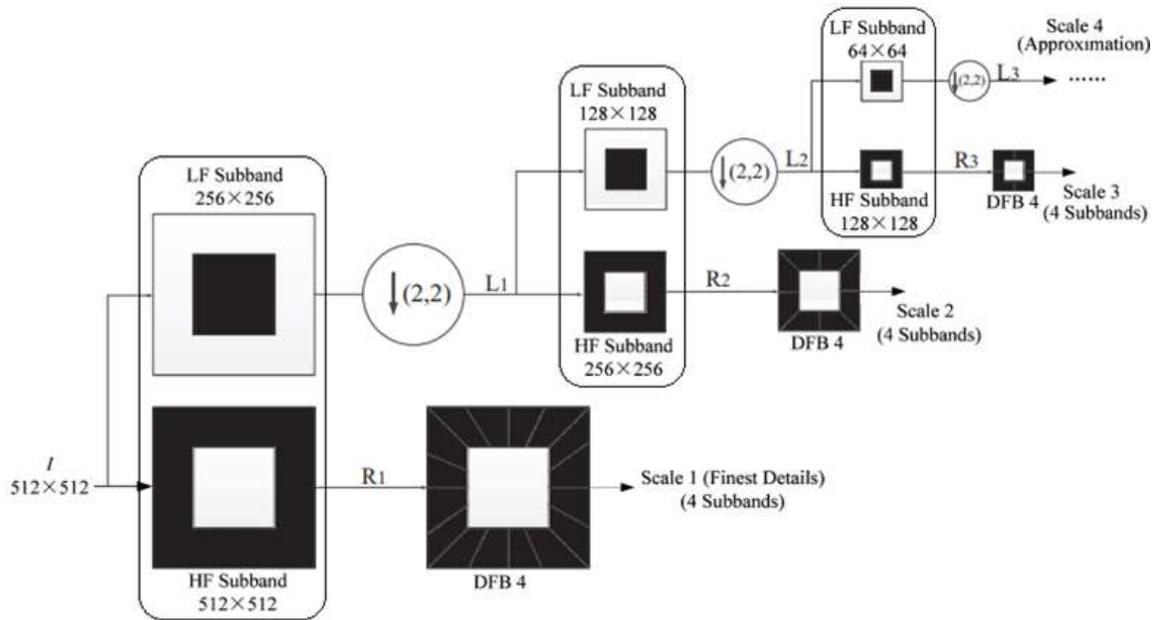


Figura 2.17 Banco de filtros direccional piramidal (PDFB).

Cada capa contourlet es representada por una sub-imagen $\{C_{l,d}(i,j), \text{ con } i = 1, \dots, M, \text{ y } j = 1 \dots N\}$ donde l es el nivel de resolución, d es su dirección en frecuencia y MN es el número total de sus coeficientes, como se puede ver en la figura 2.18.

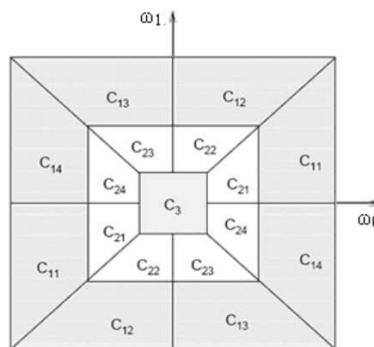


Figura 2.18 Representación frecuencial de una descomposición contourlet con 3 niveles de resolución ($L=2$) y 4 direcciones de frecuencia ($D=4$).

El proceso de incrustación de la marca de agua se lleva a cabo usando la técnica de espectro disperso con una regla aditiva, insertando datos de la marca de agua en las capas contourlet de la imagen de la siguiente forma:

$$C_{l,d}(i,j) = C'_{l,d}(i,j) + \alpha M_d(i,j)W_{l,d}(i,j); \quad \text{con } 1 \leq i,j \leq N/2 \quad (2.18)$$

donde $C_{l,d}(i,j)$ representa la capa contourlet marcada con un nivel de resolución l , una dirección frecuencial d , un parámetro de control de imperceptibilidad y robustez α ($0 \leq \alpha \leq 1$), una máscara direccional de peso M_d usada para adaptar el nivel de marcado y de invisibilidad de la marca de agua según las características locales de la imagen para una dirección frecuencial dada d , y $W_{l,d}$ es la marca a introducir con un nivel de resolución l y dirección frecuencial d .

El algoritmo de detección de la marca de agua se basa en la comparación de un valor de correlación R' con un umbral dado T . El valor R' es una medida promedio de la correlación entre los datos de la marca de agua y las capas contourlet apropiadas de una imagen dada. Asumiendo una marca de agua W , una imagen dada, y un esquema de marcado con K como el número total de capas marcadas durante el proceso de inserción, el proceso de la detección comienza con la descomposición de la imagen dada en sus capas contourlet y el cálculo de la correlación R' según la ecuación (2.19).

$$R' = \frac{1}{K} \sum_l \sum_d R(l,d) \quad (2.19)$$

donde:

$$R(l,d) = \begin{cases} \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_j^N C'_{l,d}(i,j)W_{l,d}(i,j) & \text{si } C_{l,d} \text{ es marcado} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.20)$$

Si $R' > T$ entonces la marca de agua genuina W está presente en la imagen. Siendo este algoritmo un método ciego. El umbral T se calcula como:

$$T = 3.97\sqrt{2\sigma^2} \quad (2.21)$$

Con:

$$\sigma^2 = \frac{1}{(KMN)^2} \sum_l \sum_d \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N C'_{l,d}(i,j)^2 \quad (2.22)$$

2.7.5 Otro método de marcado de agua - Método de descomposición en valores singulares (SVD)

La descomposición en valores singulares (SVD, *Singular Value Decomposition*), es una herramienta del álgebra lineal muy potente, usada en diversos ámbitos de investigación. Permite a través de una serie de operaciones lineales elementales, descomponer la información contenida en una matriz de datos y a su vez representarla en tres matrices de aspectos singulares o característicos de aquella información.

El principio de descomposición involucra la reducción del elevado número de dimensiones con que los datos son descritos en la primera matriz, estas dimensiones impiden distinguir los valores singulares. La reducción, en tanto, consiste en desechar la información irrelevante, proporcionando así un modelo de distribución normalizado de las frecuencias o esquema sin ruido; considerado una representación matemática más compacta y, por tanto, más simple de procesar.

La SVD no es un método basado en el dominio de una transformada, sin embargo, es interesante su análisis. La descomposición en valores singulares de una matriz $A_{m \times n}$ de acuerdo a [39] [44], se define por la ecuación.

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^t \quad (2.23)$$

dónde $U \in \mathbb{R}^{m \times m}$ y $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices ortogonales, es decir $\mathbf{U}\mathbf{U}^t = \mathbf{1}$, $\mathbf{V}\mathbf{V}^t = \mathbf{1}$ y $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(\sigma_i)$ es una matriz cuyos elementos diagonales σ_i son no negativos, llamados valores singulares, son las raíces cuadradas no negativas de los valores propios distintos de cero de las matrices $\mathbf{A}\mathbf{A}^t$ y $\mathbf{A}^t\mathbf{A}$, ordenados de manera decreciente $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_m \geq 0$, las columnas \mathbf{u}_i de \mathbf{U} son llamadas vectores singulares izquierdos y las columnas \mathbf{v}_i de \mathbf{V} vectores singulares derechos. Las columnas de U y V son los vectores propios de $\mathbf{A}\mathbf{A}^t$ y $\mathbf{A}^t\mathbf{A}$ respectivamente, como lo muestra la figura 2.19.

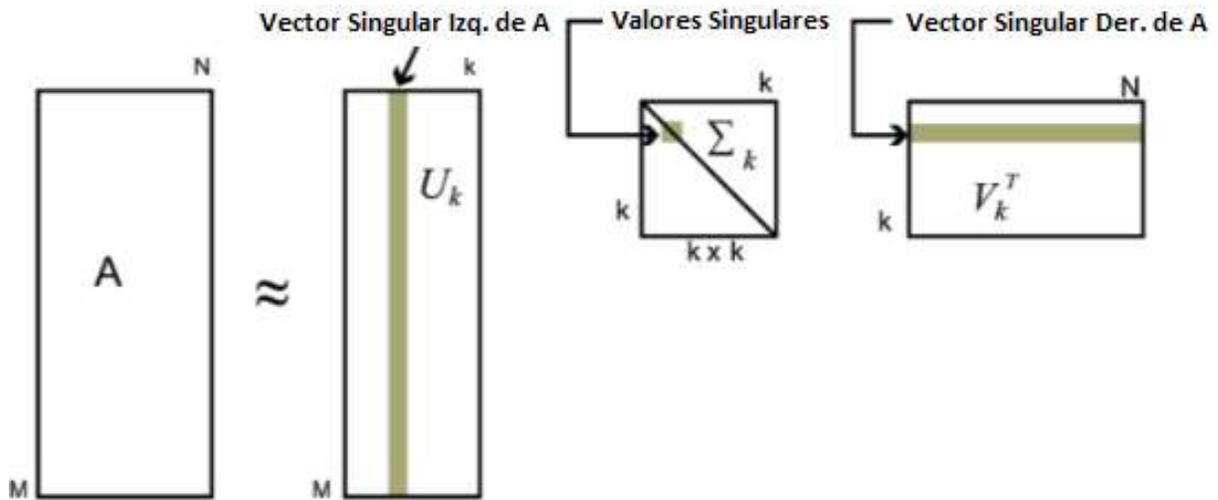


Figura 2.19 Descomposición en valores singulares de una matriz A.

Se puede representar la descomposición en valores singulares de la matriz A mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^t = \sigma_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{v}_1^t + \sigma_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{v}_2^t + \dots + \sigma_k \mathbf{u}_k \mathbf{v}_k^t = \sum_{i=1}^k \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^t \quad (2.24)$$

Para realizar el marcado de agua de una imagen \mathbf{I} con una marca \mathbf{M} , se debe hacer la descomposición en valores singulares de cada una de ellas:

$$\mathbf{I} = \mathbf{U}_1 \mathbf{\Sigma}_1 \mathbf{V}_1^t \quad (2.25)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}_m \mathbf{\Sigma}_m \mathbf{V}_m^t \quad (2.26)$$

Se construye ahora la matriz $\mathbf{\Sigma}$ de la siguiente forma:

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{\Sigma}_1 + \sigma \mathbf{\Sigma}_m \quad (2.27)$$

donde σ indica el nivel de perturbación que se quiere para la imagen original \mathbf{I} , obteniéndose la imagen marcada representada como:

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{U}_1 \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}_1^t \quad (2.28)$$

De forma experimental se ha determinado que en la construcción de la imagen marcada se genera ambigüedad²⁰ en el momento de la recuperación de la marca, pudiéndose combatir este efecto con un valor alto de modificación de la imagen original, lo que implica que se perciban efectos visuales notorios en la imagen marcada.

2.8 DWT en imágenes (DWT-2D)

La implementación de la transformada wavelet en imágenes se puede llevar a cabo mediante el uso de filtros. Para muchas señales, sean imágenes o no, el contenido de bajas frecuencias proporciona su “identidad”, mientras el contenido de altas frecuencias matiza esa identidad. Para una imagen, el filtrado de bajas frecuencias suaviza la imagen mientras que el de altas frecuencias extrae los bordes. Se dice entonces que se puede descomponer una imagen en sus componentes (subbandas de diferentes frecuencias) de aproximación y detalle [49].

La transformada *wavelet* en 2 dimensiones también produce la compactación de la energía de tal manera que la subimagen de las aproximaciones acumula la mayor parte de la energía de la imagen.

En el caso bidimensional se parte de que la familia de *wavelets* o *wavelets* hijas viene definida por [49]:

$$\psi_{a,b}(x,y) = \frac{1}{\sqrt{a_1 a_2}} \psi\left(\frac{x-b_1}{a_1}, \frac{y-b_2}{a_2}\right); \quad \text{con } (x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad (2.29)$$

Se puede decir que la transformada bidimensional consiste en la extensión del algoritmo unidimensional a dos dimensiones. Para aplicar la transformada wavelet sobre una imagen se necesita una función escala bidimensional $\phi(x,y)$ y tres funciones wavelet bidimensionales $\psi^H(x,y)$, $\psi^V(x,y)$ y $\psi^D(x,y)$ obtenidas del producto interno de las funciones unidimensionales de *escala* ϕ y *wavelet* ψ [59]:

$$\phi_{j,m,n}(x,y) = \phi(x)\phi(y) \quad (2.30)$$

$$\psi^H_{j,m,n}(x,y) = \psi(x)\phi(y) \quad (2.31)$$

$$\psi^V_{j,m,n}(x,y) = \phi(x)\psi(y) \quad (2.32)$$

²⁰ Ambigüedad: Se refiere a la recuperación de los valores de la marca que pueden confundirse con los valores singulares de la imagen original.

$$\psi^D_{j,m,n}(x,y) = \psi(x)\psi(y) \quad (2.33)$$

Estas funciones bidimensionales son separables, al poder ser aplicadas de forma individual cada una de las funciones que las generan. Las diferencias entre las 3 funciones wavelet, radica en que cada una de ellas miden variaciones de intensidad o nivel de gris en una imagen en 3 direcciones: $\psi^H(x,y)$ mide variaciones a lo largo de columnas (capta los bordes horizontales), $\psi^V(x,y)$ mide variaciones en filas captando así los bordes verticales y $\psi^D(x,y)$ refleja las variaciones en la diagonal de la imagen. Este comportamiento frente a la direccionalidad es consecuencia de la separabilidad de esas funciones al poder ser aplicadas sobre filas o columnas indistintamente.

Al tratar las imágenes como señales discretas estructuradas en filas y columnas, aplicar la transformada wavelet requiere de la definición de las bases de funciones escaladas y trasladadas como se muestra a continuación:

$$\phi(x,y) = 2^{-j/2}\phi(2^jx - m, 2^jy - n) \quad (2.34)$$

$$\psi^H(x,y) = 2^{-j/2}\psi^H(2^jx - m, 2^jy - n) \quad (2.35)$$

$$\psi^V(x,y) = 2^{-j/2}\psi^V(2^jx - m, 2^jy - n) \quad (2.36)$$

$$\psi^D(x,y) = 2^{-j/2}\psi^D(2^jx - m, 2^jy - n) \quad (2.37)$$

donde j es el nivel de la transformada, m y n traslaciones tal que $m, n = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1$.

La transformada wavelet discreta de una función o imagen $f(x,y)$ de tamaño $M \times N$ se define mediante por la siguiente ecuación [49]:

$$W_\phi(j_0, m, n) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\phi_{j_0,m,n}(x,y) \quad (2.38)$$

$$W^i_\psi(j, m, n) = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\psi^i_{j,m,n}(x,y); \quad i = \{H, V, D\} \quad (2.39)$$

donde j_0 es la escala de inicio de la transformación y los coeficientes $W_\phi(j_0, m, n)$ definen una aproximación a $f(x,y)$ en la escala j_0 . Los coeficientes $\psi^i(j, m, n)$ aportan detalles horizontales, verticales y diagonales para las escalas $j \geq j_0$. La escala de partida es generalmente $j_0 = 0$ y si $M = N = 2^j$ se tendrán como niveles de

transformación $j = 0, 1, 2, \dots, j - 1$ y $m, n = 0, 1, 2, \dots, 2^j - 1$, traslaciones o desplazamientos.

La implementación de la transformada wavelet discreta bidimensional puede ser llevada a cabo, tal y como en el caso unidimensional, mediante bancos de filtros y procesos de submuestreo y sobremuestreo. Al ser las funciones escala y *wavelet* separables, se pueden aplicar como filtros separables de dos maneras, bien de forma separada por filas o columnas y posteriormente por columnas o filas; o bien de forma conjunta aplicando los filtros bidimensionales sobre toda la imagen. Este método básicamente mapea una imagen en una representación de espacio-escala, mediante un análisis multiresolución con ventanas dilatadas.

En la figura 2.20 se puede observar el esquema operativo de la transformada wavelet discreta sobre una señal bidimensional en un solo nivel de escalado. Se parte de los coeficientes de aproximación de nivel $j + 1$ para obtener los coeficientes de *aproximación* y de *detalles verticales, horizontales y diagonales* del nivel siguiente j . Inicialmente se aplican los filtros pasa bajo y pasa alto unidimensionales sobre las filas, se realiza un submuestreo sobre columnas con factor diádico y el resultado se filtra de nuevo en columnas y tras submuestrear las filas con el mismo factor se obtienen las imágenes de detalles diagonales, verticales y horizontales, así como la de aproximación. Estas imágenes tienen una resolución menor, ya que son reducidas por un factor 2. Este modelo se puede ejecutar en varios niveles de tal forma que los coeficientes de aproximación de un nivel sirvan como entrada en la descomposición del siguiente nivel [49].

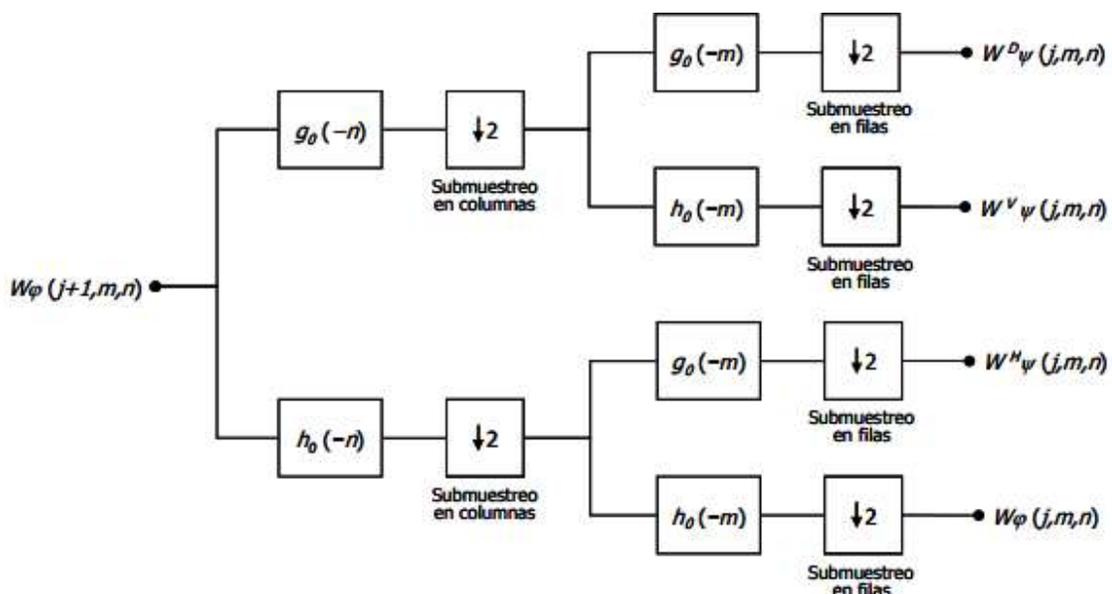


Figura 2.20 Banco de filtros de descomposición en dos niveles y dos dimensiones.

Partiendo de un nivel 0 (imagen inicial), la descomposición a nivel 1 generaría coeficientes como los de la figura 2.21 [49] [60].

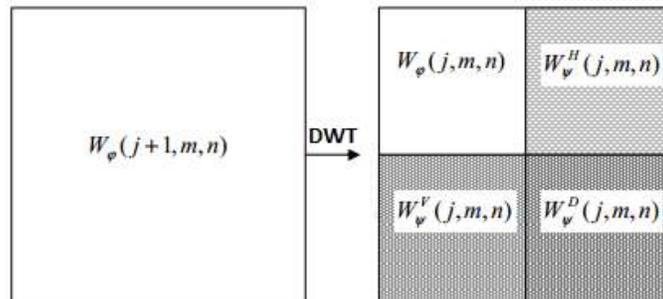


Figura 2.21 Descomposición de una imagen en subimágenes de aproximación y detalles.

La subimagen de *aproximación* de primer nivel, se ha construido calculando las *aproximaciones* a lo largo de las filas en primer lugar y a lo largo de las columnas a continuación. Es una versión de menor resolución, de menos detalle, y de menor tamaño (la cuarta parte) de la imagen original.

La primera subimagen de *detalle horizontal* se ha creado calculando *aproximaciones* a lo largo de filas y *detalles* sobre columnas. Se suavizan los detalles al desplazarnos en sentido horizontal sobre la imagen mientras que se resaltan las variaciones en sentido vertical, por lo que esta imagen resalta los bordes y líneas horizontales en la imagen.

La primera subimagen de *detalle vertical* se ha creado calculando *aproximaciones* a lo largo de filas y *detalles* sobre columnas. Se suavizan los detalles al desplazarnos en sentido vertical mientras que se resaltan las variaciones en sentido horizontal, por lo que esta imagen resalta los bordes y líneas verticales en la imagen.

Por último, la primera subimagen de *detalle diagonal* es el resultado de calcular *aproximaciones* tanto en filas como en columnas. Tiende a borrar los bordes horizontales y verticales y a resaltar los diagonales.

El proceso de recuperación de la señal original $f(x, y)$, es posible desde los *coeficientes de aproximación y detalle* a través de la transformada inversa. Basta en este sentido aplicar el algoritmo en forma regresiva, con una serie de bancos de filtros para invertir el proceso. Se parte de la información de *aproximación y detalle* del nivel de resolución más bajo j , para sobremuestrearla insertando filas de ceros, filtrarla en

columnas, sumarla, sobremuestrearla en columnas, filtrarla en filas y finalmente sumarla, obteniendo así la imagen de aproximación del nivel anterior $j + 1$.

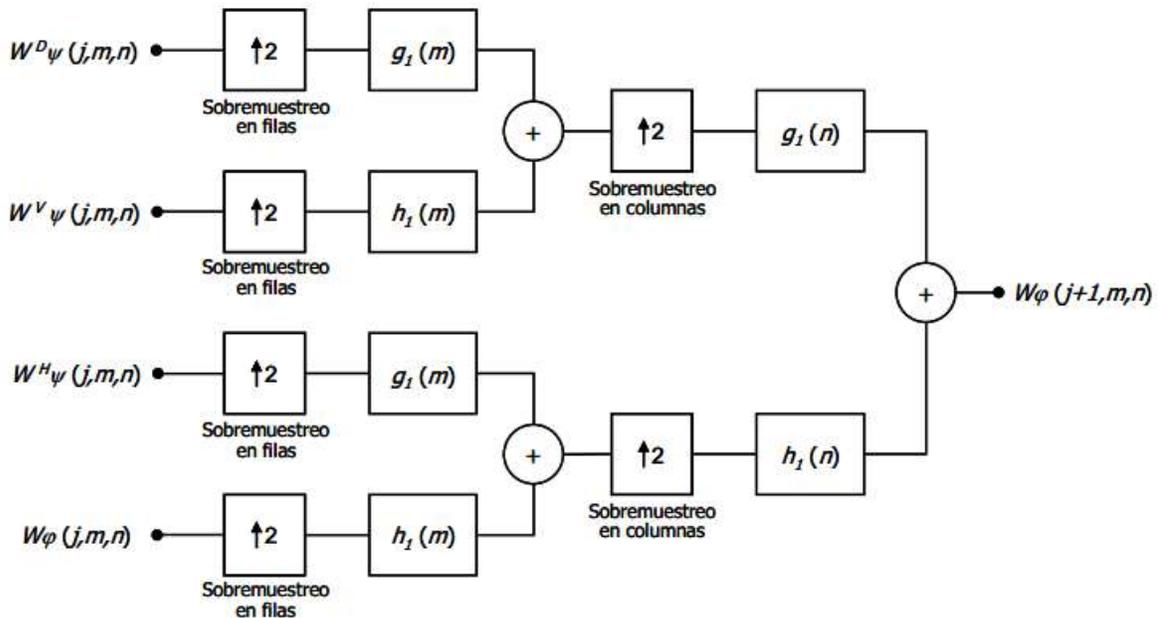


Figura 2.22 Banco de filtros de reconstrucción en dos niveles y dos dimensiones.

Si se sigue este proceso en cada nivel de síntesis es posible reconstruir la imagen inicial sin pérdidas de información (en teoría). El diagrama mostrado en la figura 2.22 sugiere este proceso.

Después de estudiar en este capítulo los conceptos relacionados con marcas de agua en imágenes digitales, principales métodos de inserción/extracción de las mismas e igualmente analizar las principales técnicas de marcado de agua en el dominio de la transformada; en el siguiente capítulo se explica el diseño e implementación de los algoritmos de marcado de agua basados en la DWT y la DCT, para la inserción y extracción de marcas agua en imágenes fijas afectadas por ruido.

CAPÍTULO 3

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DE MARCADO DE AGUA BASADO EN LA DWT

3.1 FASE DE ANÁLISIS

El algoritmo de marcado de agua para imágenes digitales a color RGB, basado en el tercer nivel de descomposición²¹ de la DWT-2D; tiene como fin, incrustar la información de una imagen a color RGB que sirve como marca de agua en las subbandas de baja frecuencia²² (*coeficientes de aproximación*) de otra imagen a color, denominada imagen anfitriona. Para este procedimiento se usa una técnica de mezclado basada en un factor de proporcionalidad o nivel de intensidad de incrustación denominado *alfa*, aplicado de acuerdo a la sensibilidad del ojo humano para captar cambios de intensidad en el espectro visible. Durante el proceso de inserción, la marca de agua utilizada es descompuesta en sus respectivos canales de color RGB, los cuales son embebidos en los *coeficientes de aproximación* de tercer nivel de descomposición *wavelet* de los canales RGB de la imagen anfitriona. Una vez terminada la etapa de ocultamiento de la información referente a la marca de agua, los nuevos canales de color RGB con la información oculta son reconstruidos aplicando la IDWT-2D, y finalmente concatenados para obtener la imagen marcada.

Para una imagen a color RGB, cada píxel se puede dividir en tres colores primarios: R, G y B. Desde la perspectiva de la función de brillo, el ojo humano es más sensible al color verde, menos sensible al color rojo y aún menos al color azul. Por lo tanto, al insertar una marca de agua en los canales primarios RGB de una imagen a color, se puede ajustar el factor de proporcionalidad de la marca de agua (*alfa*) según las características del HVS, es decir, el peso de *alfa* para la subimagen azul debe ser el más grande, seguido del valor de *alfa* de la subimagen roja y terminando con el valor de *alfa* de la subimagen verde.

²¹ Tercer nivel de descomposición Wavelet, permite alcanzar un equilibrio entre calidad y robustez de la técnica de marcado de agua.

²² En las subbandas de baja frecuencia se concentra aproximadamente el 93% de energía de la imagen

El algoritmo para la inserción de la marca de agua haciendo uso de la teoría *wavelet*, requiere que la calidad de la imagen marcada no se vea degradada o distorsionada por este proceso, de tal manera, que se pueda satisfacer al máximo los requisitos de imperceptibilidad de la misma. Así mismo, el algoritmo implementado debe ser robusto especialmente frente a ataques de ruido como: Gaussiano, Poisson y sal & pimienta, permitiendo la recuperación de la marca de agua con el menor grado de degradación posible.

La eficiencia del conjunto de características planteadas en el algoritmo de marcado de agua se evalúa mediante el uso de determinadas métricas estadísticas estándar como: El MSE, la PSNR y la NCC [61], utilizadas en el procesamiento digital de imágenes para medir parámetros como: Imperceptibilidad, fidelidad y robustez [62].

3.2 FASE DE DISEÑO

3.2.1 Herramienta de simulación.

El software de simulación Matlab R2015a, es la herramienta utilizada para realizar las respectivas pruebas del análisis de desempeño de la DWT en la inserción de marcas de agua invisibles y su posterior extracción sobre imágenes fijas afectadas por ruido.

La selección del software de simulación Matlab, se realiza de acuerdo a:

- Reconocimiento a nivel internacional, frente a la comunidad investigativa y científica.
- La Universidad del Cauca cuenta con toolbox de *wavelet*, lo que facilita su utilización.
- Matlab es un software matemático de alto nivel que ofrece reconocidas prestaciones, entre ellas se pueden destacar: Lenguaje de fácil aprendizaje (lenguaje M), extenso conjunto de funciones para matemáticas y manipulación de matrices, algoritmos confiables y de gran calidad, entorno y apps adaptados a tareas científicas y de ingeniería, herramientas de programación avanzadas, creación de interfaces de usuario (GUI) y documentación exhaustiva de los productos.

Además, se pueden ampliar las capacidades de Matlab con las cajas de herramientas (toolboxes) completamente integradas en el entorno del programa, los cuales incluyen librerías específicas de funciones para una amplia gama de aplicaciones como: aprendizaje automático, procesamiento de señales, procesamiento de imagen y vídeo, visión artificial, optimización, cálculo simbólico, sistemas de control, entre otros. Para el desarrollo del presente proyecto se emplearon los *toolboxes* de procesamiento de imágenes y procesamiento *wavelet* [63].

El toolbox de *wavelet* es una librería que proporciona funciones y aplicaciones que permiten realizar el análisis y síntesis de señales, imágenes y datos; igualmente cuenta con algoritmos para la CWT, DWT y WPT. Además, permite analizar cómo el contenido de frecuencia de una señal varía en el tiempo, y revela patrones comunes en múltiples señales. Así mismo, permite realizar análisis multiresolución, ya sea para extraer características a gran-escala o a escala-fina, identifica discontinuidades y detecta puntos de cambio o eventos que no son visibles en los datos brutos. Otra aplicación de Wavelet toolboxes es la compresión de datos de manera eficiente y la eliminación de ruido en señales e imágenes [64].

3.2.2 Técnica de inserción de la marca de agua.

Consideremos una imagen digital a color RGB protegida por derechos de autor, denominada imagen anfitriona, de tamaño 512×512 píxeles y otra imagen digital a color RGB utilizada como marca de agua de tamaño 64×64 píxeles, ver figura 3.1.

Para el procesamiento *wavelet* de imágenes se utilizará la *wavelet de Daubechies* ¹²³ o “db1”, al ser la más utilizada para el procesamiento digital y análisis de imágenes [65] .

²³ Wavelet Daubechies: Creada por Ingrid Daubechies, una de las estrellas más brillantes en el mundo de la investigación wavelet, inventó lo que se conoce como wavelets ortonormales con soporte compacto, lo que hace posible el análisis discreto de wavelets.



Figura 3.1 Imagen anfitriona (Izquierda). Marca de agua (Derecha).

Los pasos detallados del proceso de inserción se describen a continuación:

- 1) Se descomponen la imagen anfitriona (*coverImage*) y la marca de agua (*watermark*) en sus tres canales primarios de color o componentes RGB: R(512×512), G(512×512), B(512×512) y R(64×64), G(64×64), B(64×64), respectivamente.
- 2) Cada capa de color RGB obtenida de la imagen anfitriona (Lena.jpg) se procesa aplicando la DWT-2D, para el presente trabajo de investigación se aplica un primer nivel de descomposición *wavelet*, según lo muestra la figura 3.2.
- 3) Después de aplicar la DWT-2D, la información de cada canal de color RGB de la marca de agua de tamaño (64×64), se inserta en las sub-bandas de aproximación RGB de la imagen anfitriona [66], obteniéndose los nuevos *coeficientes de aproximación wavelet* de la imagen marcada (*watermarkedImage*). Para esto, se modifican los *coeficientes de aproximación* de primer nivel de cada componente de color RGB de la imagen anfitriona (recuadro amarillo, figura 3.2), de acuerdo a la ecuación (3.1) [67].

$$\mathit{watermarkedImage} = \mathit{coverImage} + \mathit{alfa} * \mathit{watermark} \quad (3.1)$$

Donde el parámetro *alfa* es llamado nivel de intensidad de incrustación de acuerdo con la sensibilidad del ojo humano (p.ej. R=2:G=1:B=4).

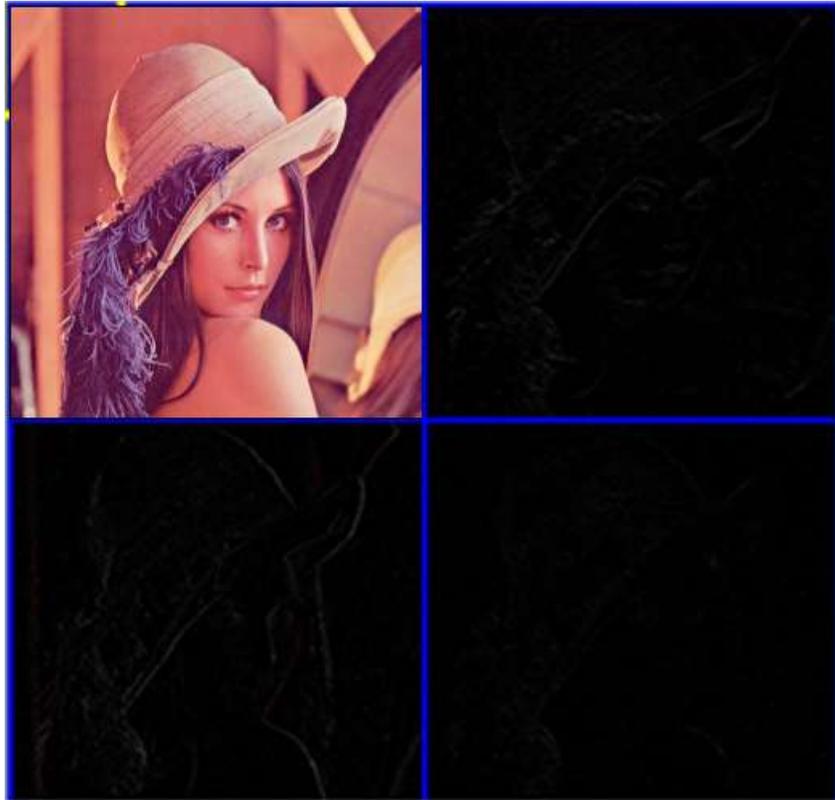


Figura 3.2 Primer nivel de descomposición wavelet.

- 4) Se aplica la transformada wavelet discreta inversa (IDWT) al conjunto de coeficientes compuesto por las subbandas de *aproximación* y *detalle* de cada canal RGB, hasta el primer nivel de transformación al dominio espacial. El procedimiento anterior se realiza con el fin de hacer la recuperación de la nueva imagen con la marca de agua incrustada (***watermarkedImage***).
- 5) Finalmente se reconstruye la imagen marcada concatenando las tres componentes de color RGB, para obtener la imagen marcada de tamaño 512×512 píxeles.

La figura 3.3 muestra los pasos del proceso de inserción de la marca de agua descrito anteriormente.

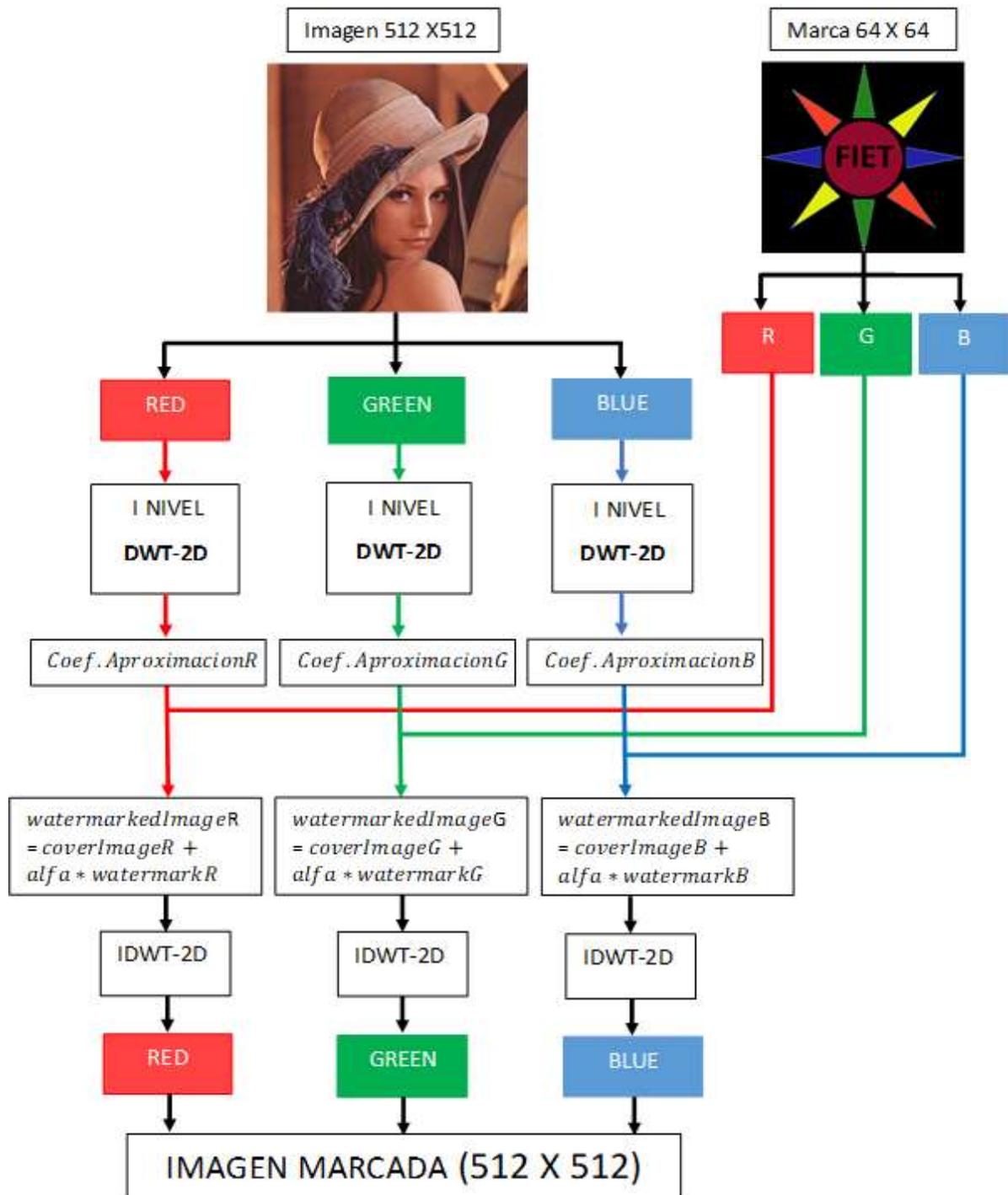


Figura 3.3 Proceso de inserción de la marca de agua DWT.

El proceso de extracción de la marca de agua es el proceso inverso al proceso de marcado.

Los pasos detallados del proceso de extracción se describen a continuación:

- 1) Se descompone la imagen a color marcada (***watermarkedImage***) en sus tres canales o componentes de color RGB: R(512×512), G(512×512) y B(512×512).
- 2) Se aplica a cada canal de color RGB de la imagen, la DWT-2D en un primer nivel de descomposición *wavelet*, para obtener sus respectivos *coeficientes de aproximación* y *detalle*.
- 3) Similarmente se repiten los pasos 1 y 2 para la imagen anfitriona o imagen original (***coverImage***).
- 4) En este paso se procede a recuperar la marca de agua extrayendo sus componentes de color RGB. Para esto se resta cada componente de color RGB de la imagen anfitriona (***coverImage***) a cada componente de color RGB de la imagen marcada (***watermarkedImage***) a nivel de *coeficientes de aproximación*, y su resultado se divide por el parámetro ***alfa*** o nivel de intensidad de incrustación, de acuerdo a la ecuación (3.2) [67].

$$\mathbf{watermarkRecovered} = \frac{(\mathbf{watermarkedImage} - \mathbf{coverImage})}{\mathbf{alfa}} \quad (3.2)$$

- 5) Finalmente se combinan o concatenan las tres componentes de color RGB obtenidas, R(64×64), G(64×64) y B(64×64), para obtener la marca de agua recuperada (***watermarkRecovered***).

La figura 3.4 muestra el proceso de extracción de la marca de agua descrito anteriormente.

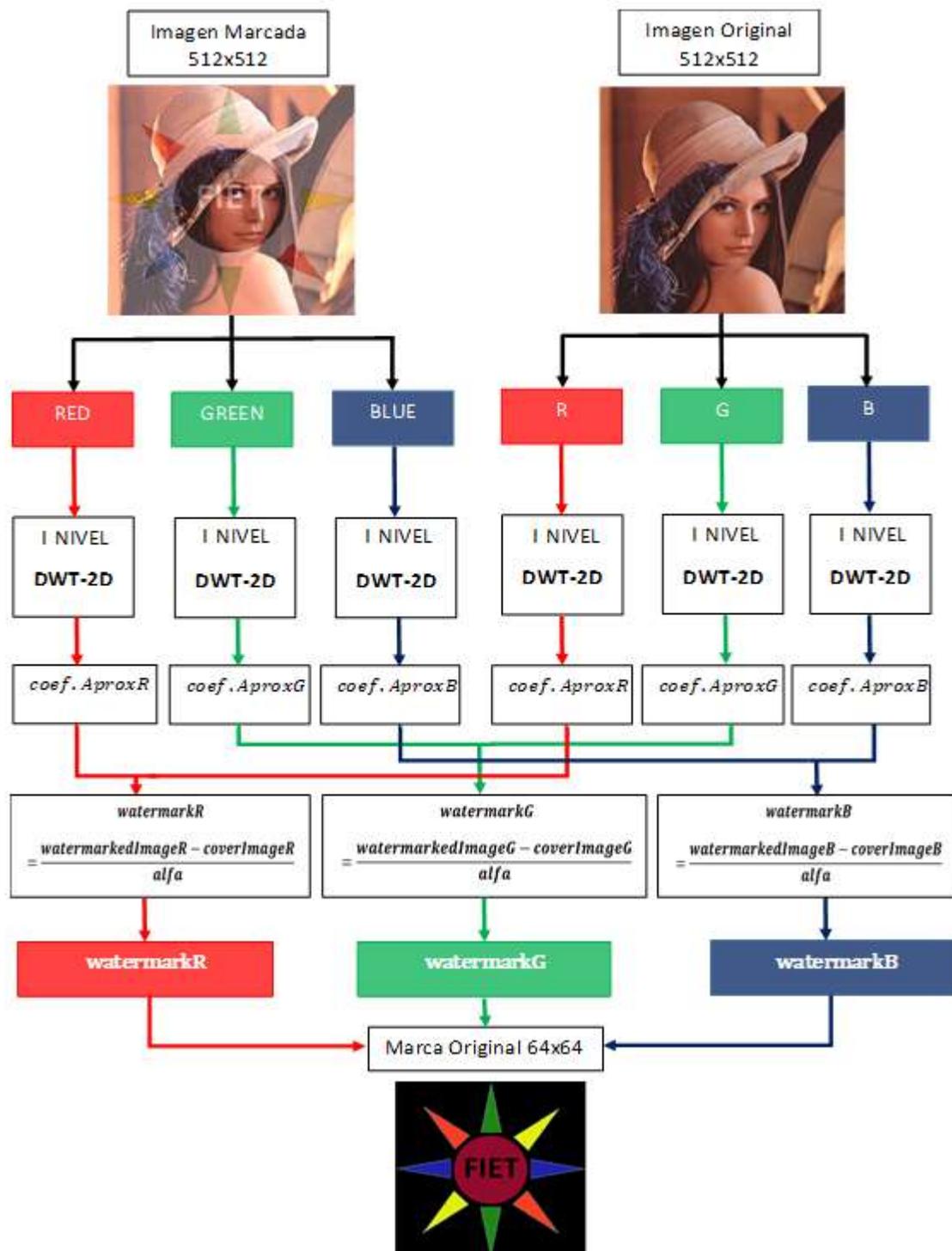


Figura 3.4 Proceso de extracción de la marca de agua DWT.

3.3 FASE DE IMPLEMENTACIÓN

En esta fase se describe las funciones más relevantes implementadas para la inserción y extracción de marcas de agua invisibles en imágenes digitales fijas. Entre ellas se destacan aquellas funciones del procesamiento *wavelet* por ser el motivo de interés de este trabajo de investigación. Es de anotar, que en el apéndice I se especifica el diseño e implementación del algoritmo de marcado de agua para imágenes a color basado en la DCT, utilizado para realizar la comparación del análisis de desempeño de la DWT en la inserción de marcas de agua invisibles y su extracción sobre imágenes fijas afectadas por ruido.

3.3.1 Requisitos de preprocesamiento

En una etapa previa al tratamiento *wavelet*, se deben tener en cuenta tres aspectos relevantes para llevar a cabo correctamente los procesos de inserción y extracción de la marca de agua:

A. Imágenes digitales

Inicialmente se deben cargar dos imágenes digitales a color RGB, con formato JPEG, denominadas: Imagen anfitriona (512×512 píxeles) y marca de agua (de dimensiones 512×512 o 64×64 píxeles, de acuerdo al método de inserción seleccionado). Estas imágenes cuando se cargan en la herramienta de MATLAB para su procesamiento, su tipo de dato por defecto es “*uint8*”, el cual debe ser modificado al tipo de dato “*double*”, con el fin de permitir las operaciones entre matrices; para esto se utiliza la función *im2double* [68].

B. Configuración de parámetros de inserción y extracción

El parámetro *alfa* utilizado en la ecuación 3.1 es llamado nivel de intensidad de inserción o factor de proporcionalidad. Este factor es usado para dar un nivel de incrustación a cada píxel en los canales RGB que componen la marca de agua, en el momento de ser combinados con sus correspondientes píxeles de los canales RGB de la imagen anfitriona. El rango de *alfa* se encuentra definido entre 0.01 y 0.5, debido a que valores mayores a 0.5 (caso extremo de estudio) hacen que la marca de agua se vuelva demasiado visible en las imágenes.

Por último, se debe seleccionar la función *wavelet* con la cual se llevará a cabo el procesamiento de imágenes. Para el análisis de desempeño de la DWT en el presente trabajo de investigación se usará la función *daubechies 1* o “*db1*”, debido a que

funciones *wavelet* con menor número de momentos de desvanecimiento permiten obtener mejores representaciones de señales e imágenes [69].

C. Selección del método de inserción

Los métodos de inserción de la marca de agua se han dividido en dos categorías de acuerdo a la forma como la marca es incrustada en la imagen anfitriona.

1. **Método sin Extender:** Consiste en incrustar la marca de agua en algunos píxeles específicos de la imagen anfitriona. Para esto se utiliza una marca de menor tamaño (64×64 píxeles) al de la imagen anfitriona.
2. **Método Extendido:** Consiste en incrustar la marca de agua en todos los píxeles de la imagen anfitriona. Para esto se utiliza una marca de igual tamaño (512×512 píxeles) al de la imagen anfitriona.

3.3.2 Algoritmo de procesamiento *wavelet*.

En esta sección se describen los procesos de inserción de la marca de agua en la imagen anfitriona, y su posterior extracción de la imagen marcada haciendo uso de la teoría *wavelet*. Para tal fin, se recurre a las funciones de análisis y síntesis propias del toolbox *wavelet* en la herramienta de Matlab para el procesamiento de imágenes digitales.

1. inserción marca de agua

La incrustación o embebido de la marca de agua se lleva a cabo implementando la función *insertarmarcaAguaDWT.m*²⁴, diseñada aquí para recibir la información de la etapa de preprocesamiento (literal 3.3.1) y entregar como resultado una imagen con marca de agua invisible incrustada. En esta parte se realiza una descripción general de la función en mención, debido a que el tratamiento *wavelet* para los métodos de inserción de la marca de agua *extendido* y *sin extender* son idénticos.

La función *insertarmarcaAguaDWT.m* recibe dos imágenes en escala de color RGB (imagen anfitriona y marca de agua) y las descompone en sus respectivos planos de color; posteriormente aplica la descomposición *wavelet* de primer nivel a cada uno de los planos que conforman la imagen anfitriona, para proceder a ocultar la información referente de cada canal de color RGB de la marca de agua (en base a la ecuación 3.1)

²⁴ La función *insertarmarcaAguaDWT.m*, diseñada e implementada para el procesamiento *wavelet* de acuerdo al método de inserción seleccionado puede tomar cualquiera de los siguientes nombres dentro del algoritmo: *insertarmarcaAguasinExtenderDWT.m* o *insertarmarcaAguaExtendidaDWT.m*.

en los *coeficientes de aproximación* de la imagen anfitriona. Finalmente, aplica la reconstrucción *wavelet* inversa y la concatenación de los nuevos canales de color RGB para obtener la imagen marcada.

A continuación, se describen los pasos seguidos por la función *insertarmarcaAguaDWT.m* para llevar a cabo el proceso de marcado de agua:

2. Descomposición de imágenes a color RGB.

La imagen anfitriona y la marca de agua se descomponen cada una en sus respectivos planos de color RGB, con el fin de obtener matrices en dos dimensiones para el procesamiento *wavelet* en Matlab.

3. Descomposición wavelet bidimensional.

En este paso se aplica la DWT-2D para extraer los *coeficientes de aproximación* de tercer nivel de cada uno de los canales RGB de la imagen anfitriona. En el desarrollo del algoritmo se utilizó la wavelet *daubechies 1* o “db1”, sin embargo, para la etapa de pruebas también se utilizarán las wavelets: *Haar*, *symlets*, *biortogonal* y *reverse biortogonal*.

La descomposición *wavelet* 2D para cada canal RGB obtenido de la descomposición de la imagen anfitriona se hace mediante la función **dwt2** [70]. A continuación, se presenta la sintaxis de la función.

Línea de código:

```
[cA, cH, cV, cD] = dwt2 (canal_Anfitrion, familiaW)
```

Dada las características de la función **dwt2**, la cual realiza la descomposición wavelet bidimensional discreta a un solo nivel de una matriz de entrada dada [70]; se recurre a ella para obtener y manipular sucesivamente la matriz de *coeficientes de aproximación* resultante (cA) en cada nivel de descomposición, hasta alcanzar un tercer grado de filtrado *wavelet*.

A continuación, se presenta un ejemplo del análisis o descomposición *wavelet* de primer nivel para el canal de color rojo de la imagen anfitriona, mediante la función **dwt2**.

Línea de código:

➤ **Canal Rojo (Red).**

```
[cAR, cHR, cVR, cDR] = dwt2 (canal_AnfitriónR, familiaW)
```

4. Inserción de la marca de agua.

El embebido de la marca de agua se hace de acuerdo a la ecuación (3.1), en ella se toma cada matriz de color RGB de la marca de agua y se multiplica por un factor de proporcionalidad u ocultamiento (*alfa*); el resultado obtenido se suma a los *coeficientes de aproximación* de primer nivel de descomposición de los canales RGB de la imagen anfitriona. De esta forma, se obtienen los nuevos *coeficientes de aproximación* (watermarkedR, watermarkedG, watermarkedB) de una nueva imagen o imagen marcada.

Líneas de código:

```
watermarkedR = cAR + (alfaR.*RCW)
watermarkedG = cAG + (alfaG.*GCW)
watermarkedB = cAB + (alfaB.*BCW)
```

5. Reconstrucción wavelet bidimensional.

Una vez obtenidos los nuevos *coeficientes de aproximación*, se hace la reconstrucción *wavelet* bidimensional para cada canal de color RGB de la imagen marcada. Para llevar a cabo este proceso de **síntesis**, se utilizan los *coeficientes de aproximación* (que contienen la marca de agua) y los *coeficientes de detalles horizontales, verticales y diagonales* obtenidos en la etapa previa de filtrado *wavelet* de la imagen anfitriona, con el fin de reconstruir la nueva imagen o imagen marcada. La reconstrucción *wavelet* 2D para cada canal de color RGB de la imagen marcada se hace mediante la función *idwt2* [71]. A continuación, se presenta la sintaxis de la función.

Línea de código:

```
cAR = idwt2 (watermarkedR, cAHR, cAVR, cADR, familiaW)
cAG = idwt2 (watermarkedG, cAHG, cAVG, cADG, familiaW)
cAB = idwt2 (watermarkedB, cAHB, cAVB, cADB, familiaW)
```

6. Concatenación de canales RGB

El último paso ejecutado dentro de la función *insertarmarcaAguaDWT.m* consiste en concatenar los nuevos planos de color RGB para finalizar la reconstrucción de la imagen marcada. A continuación, se presenta el ejemplo de su implementación dentro del algoritmo utilizando la función `cat` de Matlab [72].

Línea de código:

```
imagenMarcadaDWT=cat(3,canal_imagenMarcadaR,canal_imagenMarcada  
G,canal_imagenMarcadaB);
```

B. Extracción marca de agua

La extracción de la marca de agua se lleva a cabo mediante la implementación la función *extraermarcaAguaDWT.m*, diseñada para recuperar la información de la marca de agua incrustada mediante un proceso de extracción no ciego (literal 2.2.6). En esta parte se realiza una descripción general de la función en mención, debido a que el tratamiento *wavelet* para los dos métodos de extracción de la marca de agua *extendido* y *sin extender* son idénticos.

La función *extraermarcaAguaDWT.m*, recibe dos imágenes en escala de color RGB (imagen anfitriona e imagen marcada) y las descompone en sus respectivos planos de color RGB; posteriormente aplica la descomposición *wavelet* de primer nivel a cada uno de los planos para proceder a extraer la información de la marca de agua (en base a la ecuación 3.2) de los *coeficientes de aproximación* de la imagen marcada. Finalmente, se concatenan los canales de color RGB extraídos para obtener la marca de agua recuperada.

A continuación, se describen los pasos seguidos por la función *extraermarcaAguaDWT.m* para llevar a cabo el proceso de desmarcado de agua:

1. Descomposición de imágenes a color RGB.

la imagen anfitriona y la imagen marcada se descomponen cada una en sus respectivos planos de color RGB, con el fin de obtener matrices en dos dimensiones para el procesamiento *wavelet* en Matlab.

2. Descomposición wavelet bidimensional.

En este paso se aplica la DWT-2D para extraer los *coeficientes de aproximación* de primer nivel de cada uno de los canales de color RGB de la imagen anfitriona y la imagen marcada. La descomposición *wavelet* 2D para cada plano de color RGB de estas imágenes se hace de nuevo utilizando la función **dwt2** [70]. A continuación, se presenta el proceso de descomposición *wavelet* para el canal de color rojo de la imagen anfitriona, por ser un procedimiento que se repite para los demás canales de color RGB.

Líneas de código:

➤ Canal rojo imagen anfitriona (Red).

```
[coAR, coHR, coVR, coDR]=dwt2 (canal_originalR, familiaExtraccionW)
```

3. Extracción de la marca de agua.

La extracción de la marca de agua se hace de acuerdo a la ecuación (3.2), en ella se hace la diferencia entre la matriz de *coeficientes de aproximación* de la imagen marcada y la imagen original respecto a cada uno de sus planos de color RGB, sobre el valor del factor *alfa* utilizado en el proceso de inserción de la marca de agua. Los *coeficientes de aproximación* obtenidos (marcadeAguaR, marcadeAguaG y marcadeAguaB) corresponden a la marca de agua oculta.

Líneas de código:

```
marcadeAguaR = (cAR - coAR) ./ alfaR  
marcadeAguaG = (cAG - coAG) ./ alfaG  
marcadeAguaB = (cAB - coAB) ./ alfaB
```

4. Concatenación de canales RGB

El último paso implementado dentro de la función *extraermarcaAguaDWT.m* consiste en concatenar los *coeficientes de aproximación* obtenidos en el proceso previo de extracción para reconstruir la marca de agua.

Línea de código:

```
marcaExtraidaDWT=cat (3,marcadeAguaR,marcadeAguaG,marcadeAguaB)
```

3.3.3 Algoritmo de adición de ruido

Una vez la marca de agua ha sido ocultada en la imagen anfitriona es susceptible a una amplia cantidad de ataques que según sea su causa y objetivo que los originan, se pueden agrupar en ataques intencionados²⁵ y no intencionados²⁶.

Existe una gran variedad de ataques intencionados, entre ellos se destacan los tres más agresivos: compresión, distorsión de brillo y ruido [73]. Para el objetivo de estudio de este trabajo de investigación se utilizarán ataques intencionados de ruido Gaussiano, Poisson y sal & pimienta.

La aplicación de ruido a la imagen marcada se lleva a cabo mediante la función *adicionarRuido.m*, la cual permite seleccionar el tipo de ruido de interés y el valor de su parámetro de evaluación como: Varianza Gaussiana, densidad de ruido sal & pimienta y escala Poisson. Finalmente se obtiene la imagen marcada afectada por ruido (*imagenmarcadaRUIDOSA*). A continuación, se presenta el ejemplo de su implementación dentro del algoritmo.

Línea de código:

```
[imagenmarcadaRUIDOSA]=adicionarRuido(opcion,varianzaGaussiana,  
densidadSalPimienta,escalaPoisson,imagenMarcada)
```

Después de presentar el diseño e implementación de los algoritmos de marcado de agua basados en la DWT y la DCT, en la inserción y extracción de marcas agua en imágenes fijas afectadas por ruido; en el siguiente capítulo se describen los tipos de pruebas realizadas y los resultados obtenidos a partir de la comparación de las dos técnicas de marcado en el dominio de la transformada.

²⁵ Ataques Intencionados: Son aquellos a los cuales la marca de agua está sometida de manera concreta o provocada.

²⁶ Ataques No Intencionados: Son aquellos a los que la marca de agua está sometida de manera casi inevitable.

CAPÍTULO 4

PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con ánimo de verificar el desempeño del algoritmo de la DWT-2D frente a la DCT-2D en el área del marcado de agua en imágenes a color; a continuación, se describen los métodos de marcado de agua, tipos de pruebas y parámetros de desempeño utilizados.

Los métodos de inserción de la marca de agua se han dividido en dos categorías, de acuerdo a la forma como la marca es incrustada en la imagen anfitriona. Para el método extendido y sin extender se hizo el diseño de los algoritmos tratando de igualar al máximo las condiciones de ocultamiento de información para las dos técnicas de marcado de agua, DWT-2D y DCT-2D, esto se logró insertando en cada canal de color RGB de la imagen anfitriona, los correspondientes canales de color RGB de la marca de agua. Las pruebas y análisis de resultados se hacen utilizando ambos métodos de marcado de agua.

En el apéndice I se puede observar el método de marcado de agua sin extender basado en la DCT-2D. Es importante tener en cuenta que la principal diferencia entre ambos métodos de marcado de agua DCT-2D, radica en el tamaño de la marca de agua y el área de inserción seleccionada. Por tal razón, solo se presenta un esquema gráfico del método por ser un proceso repetitivo.

Se hicieron dos tipos de pruebas: sin ruido y con ruido (Gaussiano, Poisson y sal & pimienta). Adicionalmente se probó el comportamiento de algunas wavelets madre con un momento de desvanecimiento, y se evaluó el impacto de tonalidades de color en el proceso de marcado de agua.

Los parámetros de calidad PSNR y SSIM para las pruebas de marcado de agua sin ruido, se evalúan entre la imagen original (imagen anfitriona) y la imagen marcada, para cuantificar el grado de contaminación introducido por la marca de agua. El parámetro de robustez NCC se evalúa entre la marca de agua original y la marca de agua recuperada, para evaluar las variaciones o daños que sufre la marca al ser introducida y extraída en el proceso de marcado de agua.

Para las pruebas de marcado de agua con ruido, los parámetros de calidad y robustez, se calculan entre la marca de agua original y la marca recuperada, con el fin de cuantificar el daño sufrido por la marca extraída. Para esto se define un rango de valores de varianza de ruido (ruido Gaussiano y sal & pimienta) y escala de ruido (ruido Poisson) mediante el método de ensayo y error, buscando obtener valores de NCC cercanos a 0.75 (valor umbral para el cual se considera aceptable la robustez de un método de marcado de agua).

Los valores de varianza evaluados para el ruido Gaussiano son: 0.002, 0.008, 0.014 y 0.02; para el ruido sal y pimienta: 0.005, 0.02, 0.035 y 0.05; finalmente, para el ruido Poisson se definieron las escalas: e^9 , e^{10} , e^{11} y e^{12} .

4.1 MÉTODO DE MARCADO DE AGUA EXTENDIDO SIN RUIDO

El objetivo de esta prueba, consiste en determinar el desempeño de la DWT-2D y la DCT-2D en el proceso de marcado de agua en ausencia de ruido intencionado. Para esta prueba se realiza un tratamiento previo de las imágenes elegidas, de acuerdo al tipo de transformada utilizada. Para el marcado de agua con la DWT-2D se aplica un primer nivel de descomposición *wavelet*²⁷ a la imagen anfitriona (512×512 píxeles), con el fin de ingresar la información de los planos de color RGB de la marca de agua (256×256 píxeles), en los *coeficientes de aproximación* de primer nivel de cada plano de color RGB de la imagen anfitriona.

Una vez la imagen anfitriona recibe la información de la marca de agua, se aplica la IDWT-2D para obtener la imagen marcada de tamaño 512×512 píxeles, con una marca de agua oculta de iguales dimensiones, debido al proceso de *síntesis* de la DWT-2D en la reconstrucción de la imagen.

Con relación a la técnica de marcado de agua con la DCT-2D la imagen anfitriona y la marca de agua deben tener el mismo tamaño de 512×512 píxeles para su procesamiento.

En la figura 4.1 se puede observar un ejemplo del método de marcado de agua extendido sin ruido aplicando la DWT-2D.

²⁷ La descomposición *wavelet* de primer nivel de una imagen a color RGB de tamaño de 512×512 píxeles, da como resultado cuatro matrices de coeficientes de tamaño 256×256, correspondientes a los *coeficientes de aproximación y detalle (horizontal, vertical, diagonal)*, respectivamente.



Figura 4.1 Lena + Marca de agua (Izq) = Imagen marcada método DWT extendido sin ruido (Der)

Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes curvas.

CURVAS DE DESEMPEÑO DWT vs DCT

1. PARÁMETRO DE CALIDAD PSNR

La PSNR es una medida relativa de la calidad de una imagen. Un valor alto de PSNR indica que la calidad de la imagen marcada, no se vio muy afectada por la inserción de la marca de agua; un valor bajo de PSNR significa que la inserción de la marca de agua afecto mucho la calidad de la imagen marcada.

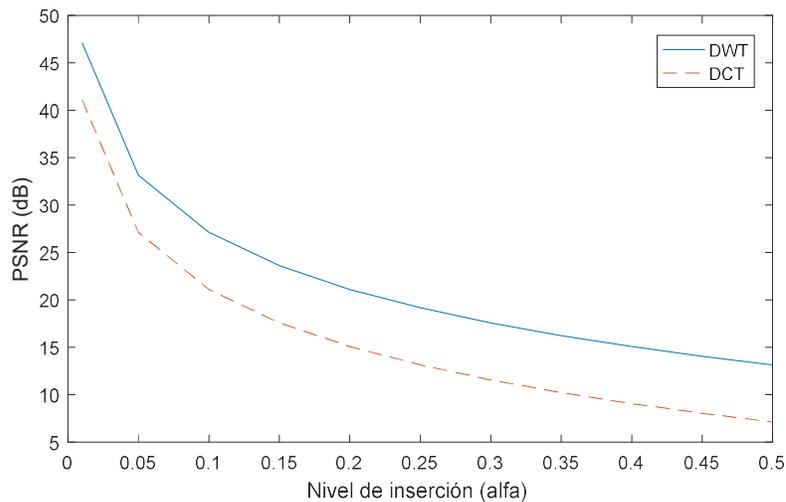


Figura 4.2 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido sin ruido

- Los resultados experimentales de la figura 4.2, muestran que la calidad de la imagen marcada en ausencia de ruido, después de usar la DWT-2D, es más alta respecto al uso de la DCT-2D; esto se ve reflejado en la separación de las curvas PSNR para las dos transformadas, cuyos valores disminuyen

idénticamente en la medida que aumenta el nivel de visibilidad de la marca de agua. Este comportamiento se debe a que la DWT-2D oculta mejor la información de la marca de agua para este método, modificando en menor proporción los píxeles marcados de la imagen anfitriona; por tal razón, se obtienen valores de MSE más pequeños, y por lo tanto valores de PSNR más altos en la calidad del marcado de agua con esta transformada.

2. PARÁMETRO DE CALIDAD SSIM

La SSIM es un parámetro de calidad que cuantifica la calidad visual de una imagen que se compara con otra imagen patrón, si su valor es cercano a uno significa que el parecido es alto, no solo en color sino en contraste y estructura; por el contrario, si su valor es cercano a cero significa que no hay similitud entre ellas o su parecido visual es muy bajo.

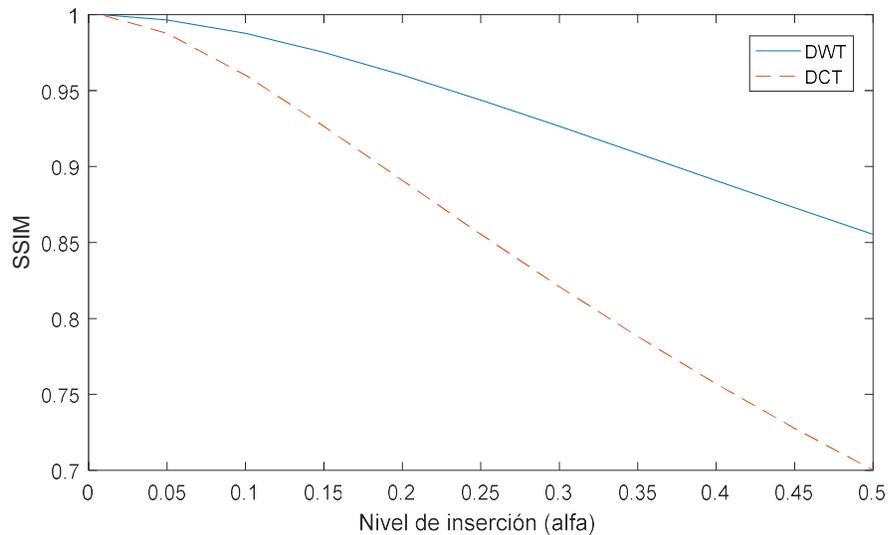


Figura 4.3 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido sin ruido

- Los resultados de la figura 4.3 muestran que la DWT-2D ofrece mejor desempeño en el proceso de ocultamiento de información, con respecto a la DCT-2D; esto se ve reflejado en una mejor calidad visual de la imagen marcada y la imperceptibilidad de la marca de agua (ver figura 4.4). El índice SSIM de la DWT-2D muestra que a medida que se aumenta el nivel de inserción de la marca de agua, comienza a disminuir su desempeño lentamente, en comparación con la curva de la DCT-2D, la cual disminuye rápidamente. Este comportamiento se debe a que la DWT-2D altera en menor proporción los píxeles seleccionados de la imagen anfitriona en el momento de ocultar información en ella.



Figura 4.4 Calidad visual DWT-2D vs Calidad visual DCT-2D

3. PARÁMETRO DE ROBUSTEZ NCC

La NCC se utiliza para determinar el grado de similitud entre la marca de agua original y la marca de agua extraída. Un valor cercano a 1 indica que la imagen de la marca de agua extraída es idéntica a la imagen de la marca de agua original; mientras que un valor de -1 significa un 100% de correlación en oposición de fase (imágenes espejo). A medida que el valor de la NCC se desvía de 1 significa que la imagen de la marca de agua extraída es menos idéntica a la versión original. Finalmente, un valor de 0 indica que no existe correlación entre las imágenes, lo que implica que las dos marcas de agua comparadas son completamente diferentes.

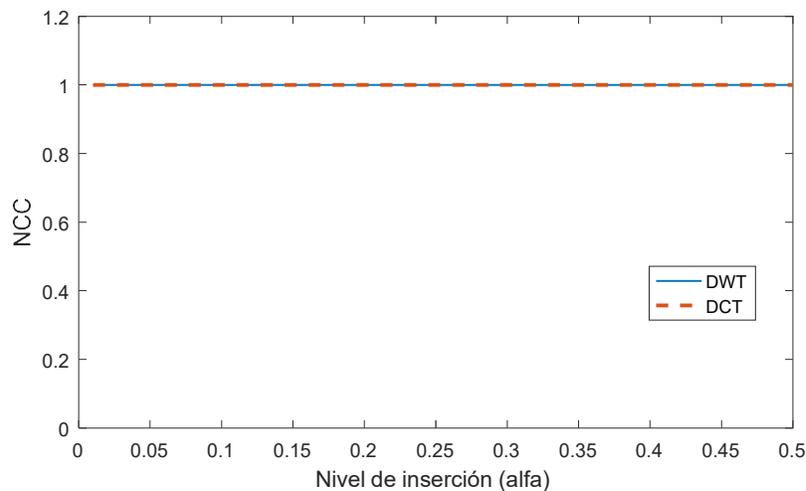


Figura 4.5 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido sin ruido

- El valor constante de 1 presentado por la figura 4.5 para las técnicas de marcado de agua con la DWT-2D y la DCT-2D, permite deducir que el proceso de inserción y extracción de la marca de agua en ausencia de ruido con las dos técnicas, es un proceso reversible que permite obtener de manera idéntica la información oculta de la marca de agua sin ningún tipo de alteración.

4.2 PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS DEL MÉTODO DE MARCADO DE AGUA EXTENDIDO CON RUIDO

El objetivo de esta prueba, consiste en determinar el desempeño de la DWT-2D y la DCT-2D en el proceso de marcado de agua en presencia de ruido intencionado como: Gaussiano, Poisson y sal & pimienta. Para esta prueba se utiliza la imagen marcada del literal 4.1, adicionando los tres tipos de ruido para evaluar los parámetros de calidad y robustez, de acuerdo a los rangos de evaluación preestablecidos.

En la figura 4.6 se puede observar un ejemplo del método de marcado de agua extendido con ruido sal & pimienta.

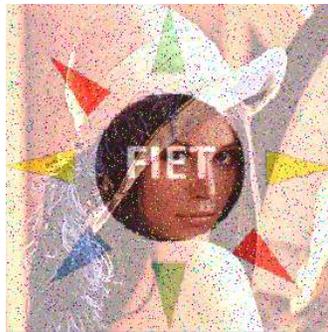


Figura 4.6 Imagen marcada método DWT extendido con ruido sal & pimienta

CURVAS DE DESEMPEÑO DWT VS DCT

1. PARÁMETRO DE CALIDAD PSNR

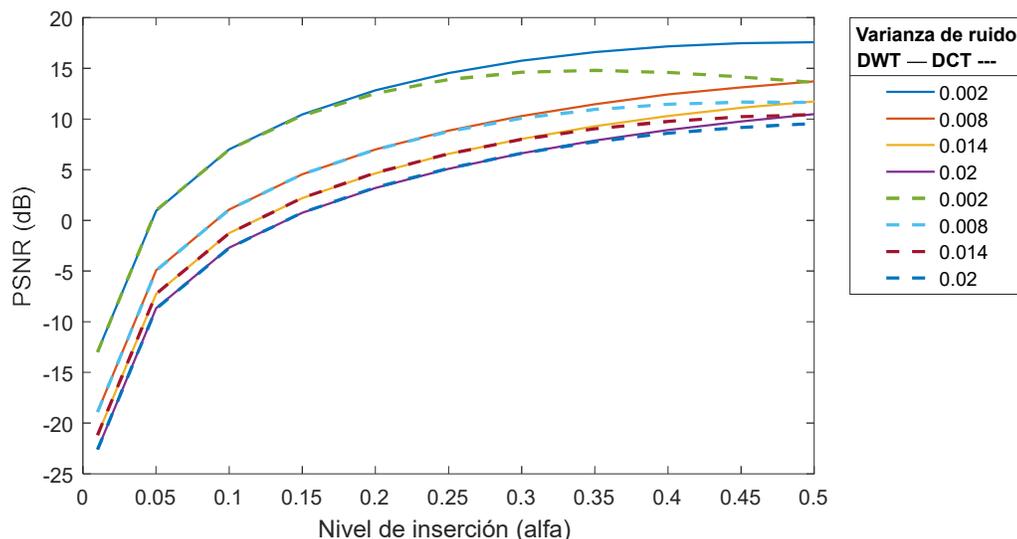


Figura 4.7 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Gaussiano

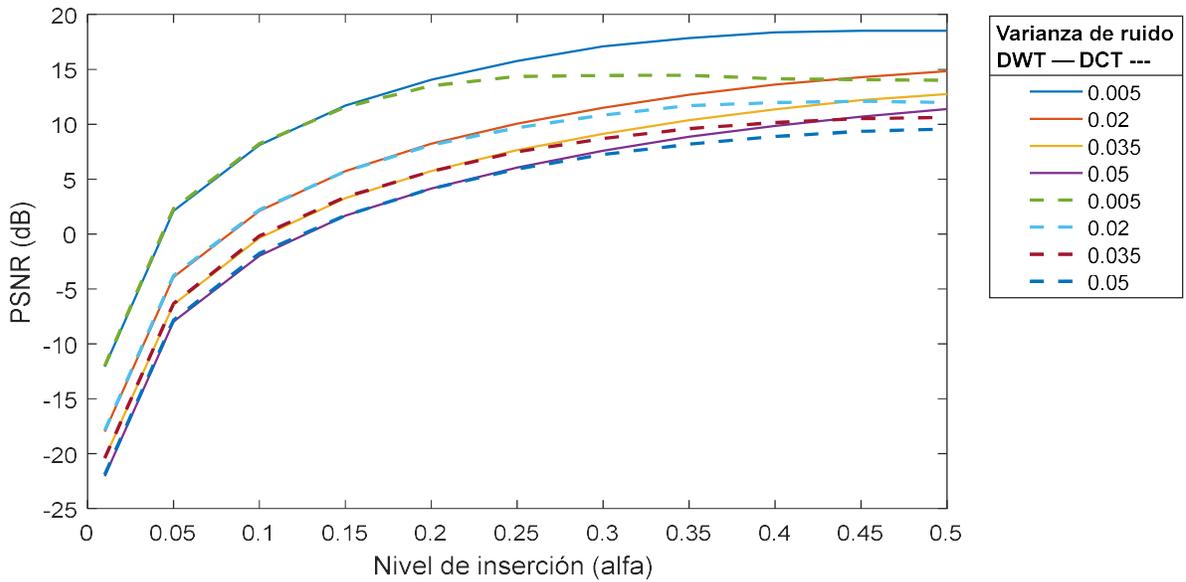


Figura 4.8 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido sal & pimienta

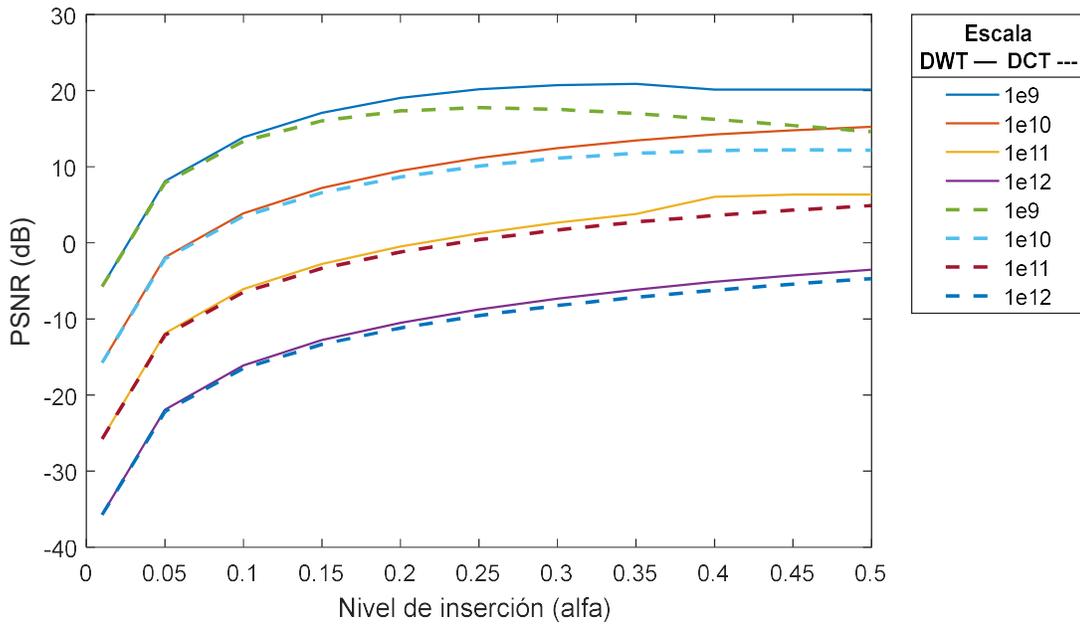


Figura 4.9 PSNR vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Poisson

- Las curvas de la figuras 4.7, 4.8 y 4.9 presentan un comportamiento general para los tres tipos de ruido evaluados con las transformadas, DWT-2D y DCT-2D; a medida que aumenta el nivel de inserción las curvas de PSNR comienzan a crecer superpuestas hasta alcanzar un valor de $\alpha=0.1$ para el ruido Poisson y $\alpha=0.15$ para los ruidos Gaussiano y sal & pimienta. El incremento de la

perceptibilidad de la marca de agua (aumento del nivel de inserción) conlleva a las curvas de PSNR de las dos transformadas a separarse levemente, después de superar los valores de alfa mencionados. Este comportamiento permite deducir que las técnicas de marcado de agua, DWT-2D y DCT-2D, presentan igual desempeño frente al ruido hasta alcanzar determinado nivel de perceptibilidad de la marca de agua, posterior a este comportamiento, la DWT-2D comienza a tener una tendencia leve a mejorar su desempeño, y la DCT-2D comienza a buscar un punto aproximado de estabilización en su rendimiento entre 9dB y 12dB, para los valores de varianza utilizados con los ruidos Gaussiano y sal & pimienta.

El comportamiento presentado por las curvas de PSNR evaluadas, permite deducir que es posible encontrar un punto de equilibrio entre la invisibilidad de la marca de agua y la calidad de la imagen marcada, en aquellos puntos bajos de inserción, donde se presentan las mayores pendientes de desempeño de las técnicas de marcado de agua (DWT-2D o DCT-2D).

- El aumento en nivel de inserción de la marca de agua es óptimo hasta alcanzar los valores de $\alpha=0.1$ (para el ruido Poisson) y $\alpha=0.15$ (para los ruidos Gaussiano y sal & pimienta), estos puntos permiten obtener marcas de agua poco visibles y resistentes al ruido. Su comportamiento refleja que a medida que aumenta el nivel de perceptibilidad de la marca de agua se causa mayor deterioro visual a la imagen marcada, y se produce poco aumento en la calidad de la marca de agua recuperada.
- El incremento en los valores de varianza (para los ruidos Gaussiano y sal & pimienta) y escala de ruido (para el ruido Poisson), muestran que a medida que se aumentan sus niveles de intensidad, las curvas de PSNR comienzan a descender, lo que se traduce en el rápido deterioro de la calidad de la marca de agua recuperada y el bajo desempeño de las técnicas de marcado de agua, en especial de la DCT-2D.
- Las cuatro curvas de PSNR de cada una de las figuras 4.7, 4.8 y 4.9, muestran que la técnica de marcado de agua extendido con ruido basada en la DCT-2D, presenta una tendencia hacia un determinado valor de PSNR, como un punto de convergencia de ± 10 dB aproximadamente. Este comportamiento se debe a que una vez la DCT-2D alcanza en gran medida su máximo desempeño ($\alpha=0.1$ para el ruido Poisson y $\alpha=0.15$ para los ruidos Gaussiano y sal & pimienta), el aumento en el nivel de perceptibilidad de la marca de agua no contribuye cuantiosamente a mejorar la calidad de la marca de agua extraída.

- La curva de la figura 4.8 del ruido sal & pimienta presenta levemente un mejor desempeño con relación a la curva del ruido Gaussiano (figura 4.7), esto se debe a que el ruido sal & pimienta afecta aleatoriamente solo algunos pixeles de la imagen marcada, permitiendo reconocer con más facilidad la marca de agua extraída, aun con niveles de ruido más altos. De lo anterior, también se puede deducir que el ruido Gaussiano causa mayor alteración en los niveles de intensidad de todos los pixeles de la marca de agua recuperada
- En la figura 4.9, las escalas de e^{-12} y e^{11} destruyen completamente la marca de agua y la imagen marcada (valor de PSNR negativo). Este comportamiento solo demuestra que ninguna de las dos técnicas de marcado de agua (DWT-2D o DCT-2D) es capaz de proteger la información oculta de la marca de agua en estas condiciones (imágenes normalizadas o imágenes de tipo de dato double); los resultados obtenidos indican que el ruido Poisson es el ruido más agresivo de los tres tipos de ruido analizados.

2. PARÁMETRO DE CALIDAD SSIM

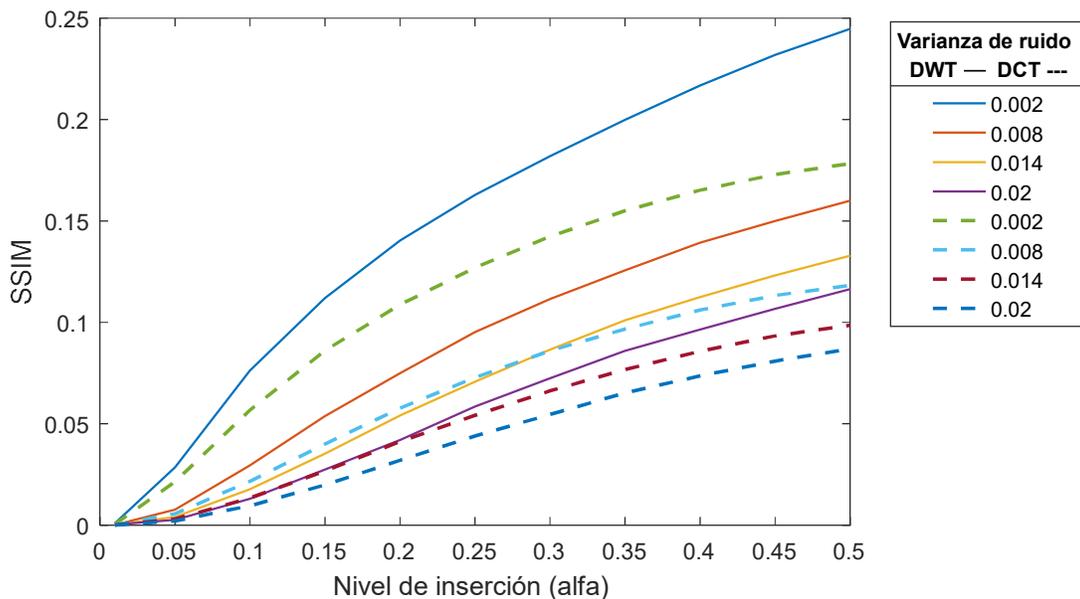


Figura 4.10 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Gaussiano

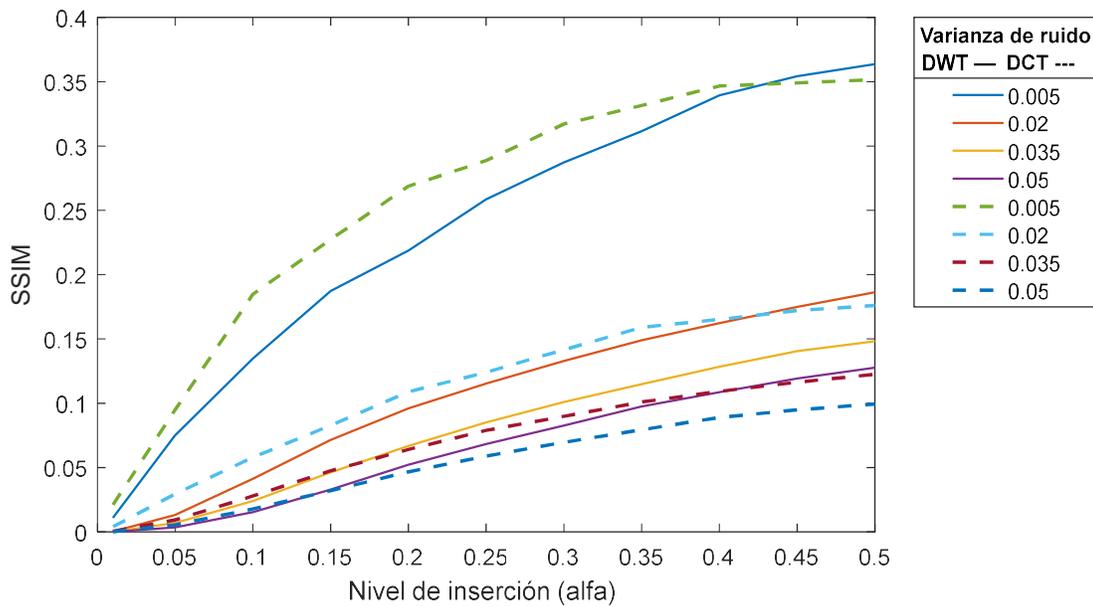


Figura 4.11 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido sal & pimienta

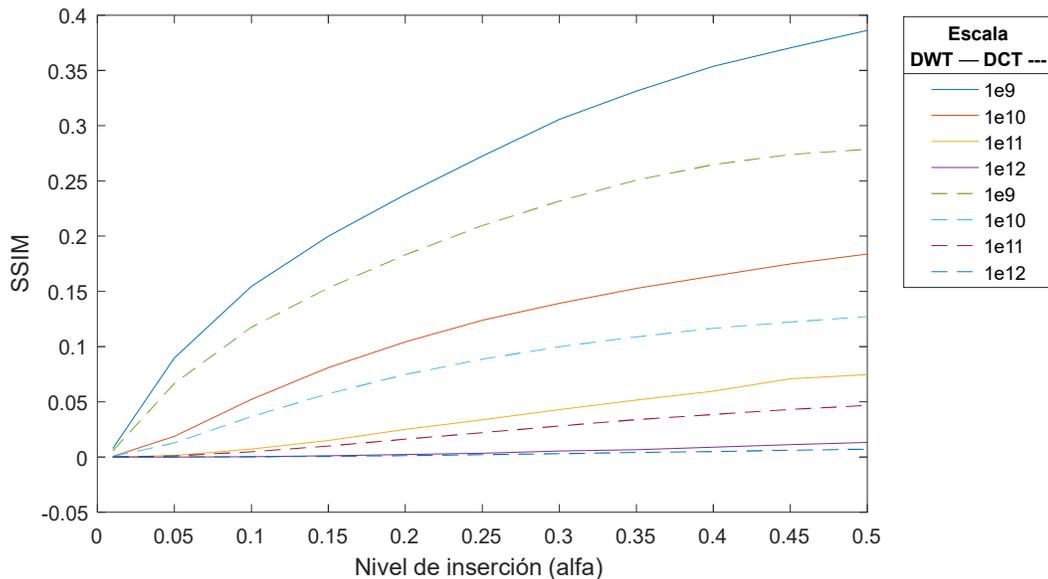


Figura 4.12 SSIM vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Poisson

- Las curvas de las figuras 4.10, 4.11 y 4.12 presentan comportamientos totalmente diferentes a los presentados por las curvas de la PSNR. Las tres figuras obtenidas del índice SSIM muestran que la DWT-2D presenta un desempeño superior frente al ruido (Gaussiano, Poisson y sal & pimienta), en comparación con la DCT-2D, exceptuando el comportamiento de las curvas de ruido sal & pimienta, con varianzas de 0.005 y 0.02, donde la DCT-2D tiene una

mejor respuesta hasta alcanzar un nivel aproximado de inserción de $\alpha=0.45$, nivel donde su crecimiento es muy bajo y nuevamente es superada por la DWT-2D.

- Los resultados de la figura 4.10 y 4.11 permiten concluir que el ruido Gaussiano presenta un efecto mas fuerte sobre la calidad de la marca de agua recuperada, en comparacion con el ruido sal & pimienta, por ser un ruido que afecta todos los pixeles de la imagen recuperada; esto se puede apreciar en el rango de valores del indice SSIM: para el ruido Gaussiano se encuentran entre [0-0.25] y para el ruido sal & pimienta entre [0-0.35]
- En la figura 4.12, la escala de e^{12} , destruyen completamente la marca de agua y la imagen marcada (valor de PSNR negativo). Este comportamiento solo demuestra que ninguna de las dos técnicas de marcado de agua (DWT-2D o DCT-2D) es capaz de proteger la información oculta de la marca de agua en estas condiciones (imágenes normalizadas o imágenes de tipo de dato double); confirmándose de nuevo con el índice SSIM que el ruido Poisson es el ruido más agresivo de los tres tipos de ruido analizados. Es de resaltar, que en los resultados obtenidos con la curva de la PSNR del ruido Poisson, los valores numéricos demuestran que la marca de agua y la imagen marcada se destruyen para la escala de ruido de e^{11} , pero visualmente se podía reconocer los contornos y colores de la marca de agua. De lo anterior, se puede concluir que el índice SSIM es un parámetro adecuado más a la realidad para medir cuantitativamente la calidad en imágenes.

3. PARÁMETRO DE ROBUSTEZ NCC

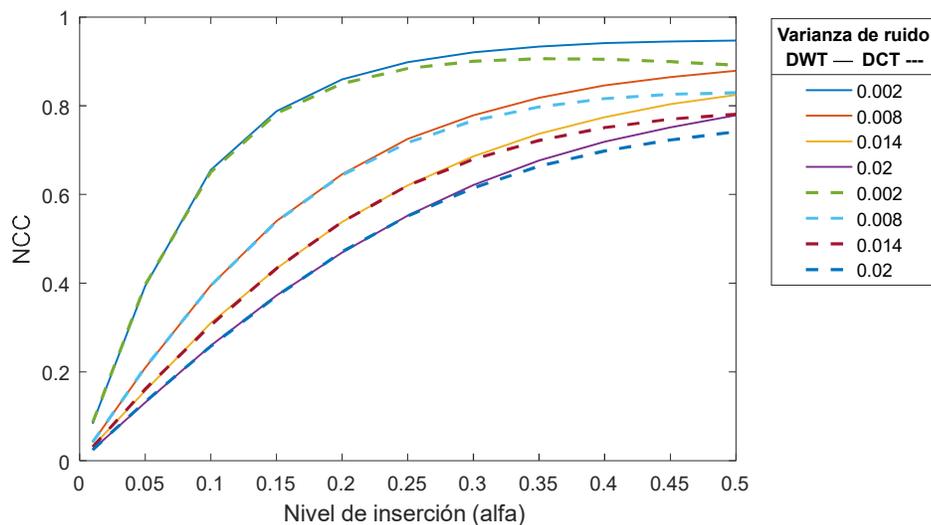


Figura 4.13 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Gaussiano

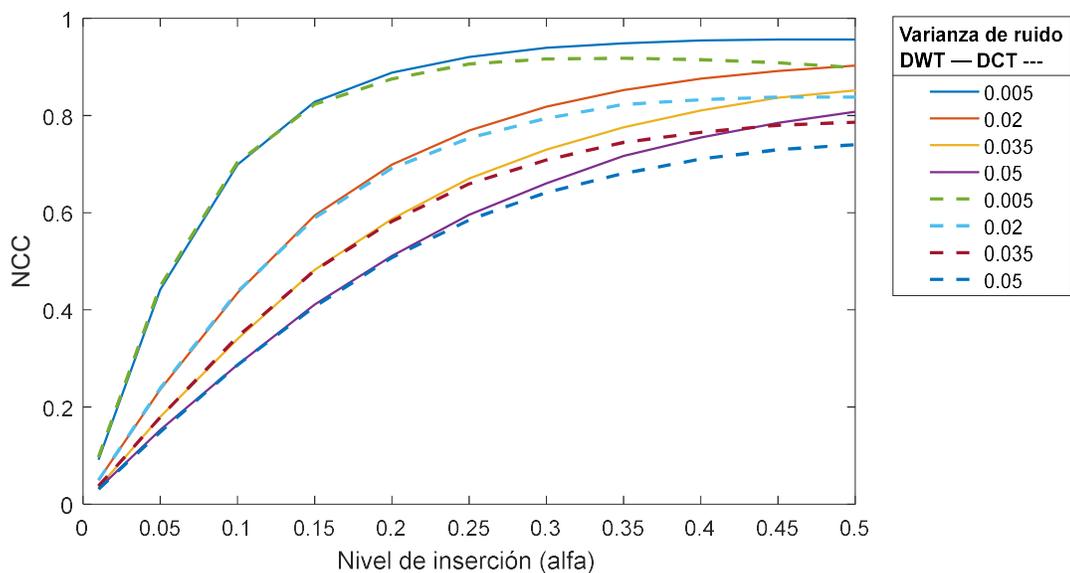


Figura 4.14 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido sal & pimienta

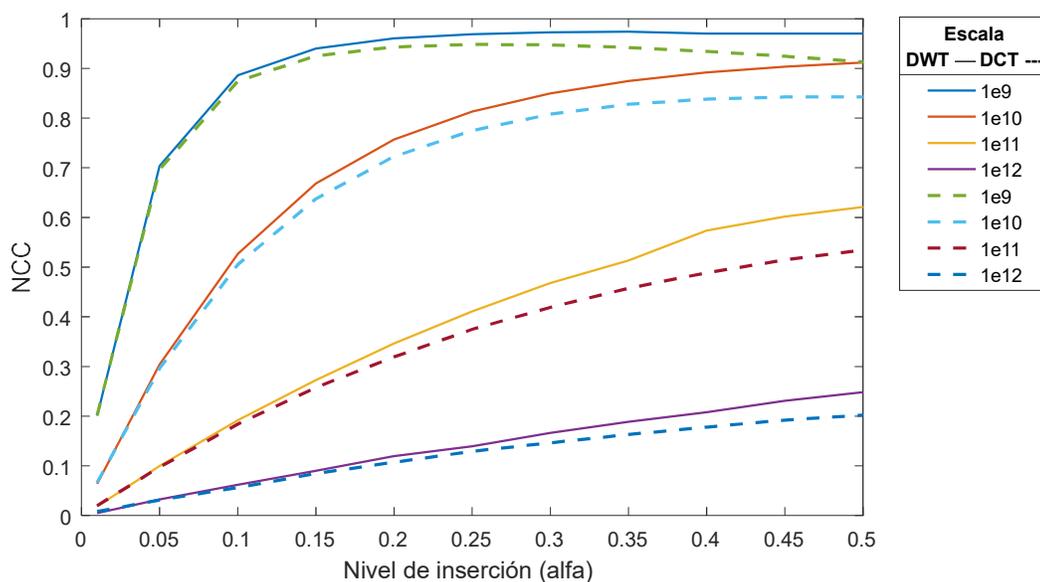


Figura 4.15 NCC vs Nivel de inserción - Método extendido con ruido Poisson

- Las curvas de la figuras 4.13, 4.14 y 4.15 presentan un comportamiento general para los tres tipos de ruido evaluados con las transformadas, DWT-2D y DCT-2D; a medida que aumenta el nivel de inserción las curvas de NCC comienzan a crecer superpuestas hasta alcanzar un valor de $\alpha=0.6$ para el ruido Poisson, $\alpha=0.15$ para el ruido sal & pimienta y $\alpha=\pm 0.2$ para el ruido Gaussiano. El aumento en la perceptibilidad de la marca de agua (aumento del nivel de

inserción) conlleva a las curvas de NCC de las dos transformadas a separarse levemente, después de superar los valores de alfa mencionados. Este comportamiento permite deducir que las técnicas de marcado de agua, DWT-2D y DCT-2D, presentan igual desempeño frente al ruido hasta alcanzar determinado nivel de perceptibilidad de la marca de agua, posterior a este comportamiento, la DWT-2D comienza a tener una tendencia leve a mejorar su desempeño, y la DCT-2D comienza a buscar un punto aproximado de estabilización en su rendimiento de ± 0.8 , para los valores de varianza utilizados con los ruidos Gaussiano y sal & pimienta.

El comportamiento presentado por las curvas de NCC evaluadas permite deducir que: el aumento en los niveles de inserción de una marca de agua no garantizan mayor protección frente a ataques de ruido; por el contrario, se afecta la calidad de la imagen marcada, la imperceptibilidad de la marca de agua y no se obtienen mayores beneficios de robustez en la técnica de marcado de agua.

- Las curvas de NCC evaluadas para los diferentes tipos de ruido, muestran que el incremento en los valores de varianza hace que el valor mínimo de 0.75 para el reconocimiento aceptable de una marca de agua, utilizando las técnicas DWT-2D y DCT-2D, necesiten cada vez más aumento del nivel de inserción para mantenerse dentro del límite aceptable.
- El comportamiento presentado por las curvas de los ruidos Gaussiano (figura 4.13) y sal & pimienta (figura 4.14), permiten concluir que los ruidos presentan efectos muy parecidos sobre la marca de agua recuperada debido a los valores de ± 0.8 alcanzados por las gráficas de NCC (resultados específicos para el plan de pruebas diseñado). Este comportamiento indica aproximadamente que sin importar el tipo de ruido aplicado, el parecido obtenido entre las marcas de agua recuperadas para cada caso guardan una alta semejanza.
- Particularmente, el ruido Poisson en la figura 4.15 muestra un desempeño pésimo para las dos escalas de ruido e^{12} y e^{11} en los cuales no se supera el umbral del 75% del valor de la NCC para todo el rango de inserción analizado; mientras que las escalas de e^{10} y e^9 si superan el umbral con valores bajos del nivel de perceptibilidad de la marca de agua. Este comportamiento, permite concluir que en un ataque con ruido Poisson de esta magnitud, es inútil pretender recuperar algún tipo legible de información.

4.3 MÉTODO DE MARCADO DE AGUA SIN EXTENDER Y SIN RUIDO

El objetivo de esta prueba, consiste en determinar el comportamiento de la DWT-2D y la DCT-2D en el proceso de marcado de agua en ausencia de ruido intencionado. Para esta prueba se realiza un tratamiento previo de las imágenes involucradas de acuerdo al tipo de transformada utilizada: Para el marcado de agua con la DWT-2D se toma la imagen anfitriona (512×512 píxeles), la marca de agua (64×64 píxeles) y se les aplica un primer nivel de descomposición *wavelet*, con el fin de ingresar la información de la marca de agua en todos los coeficientes de *aproximación y detalle (horizontal, vertical y diagonal)*, para cada uno de los planos de color RGB de la imagen anfitriona.

Una vez la imagen anfitriona recibe la información de la marca de agua se aplica la IDWT-2D para obtener la imagen marcada con una marca oculta de tamaño 64×64 píxeles, debido al proceso de *síntesis* de la DWT-2D en la reconstrucción de la nueva imagen.

Con relación a la DCT-2D la imagen anfitriona (512×512 píxeles) y la marca de agua (64×64 píxeles) conservan el mismo tamaño para su procesamiento.

En la figura 4.16 se puede observar un ejemplo del método de marcado de agua sin extender y sin ruido, basado en la DWT.

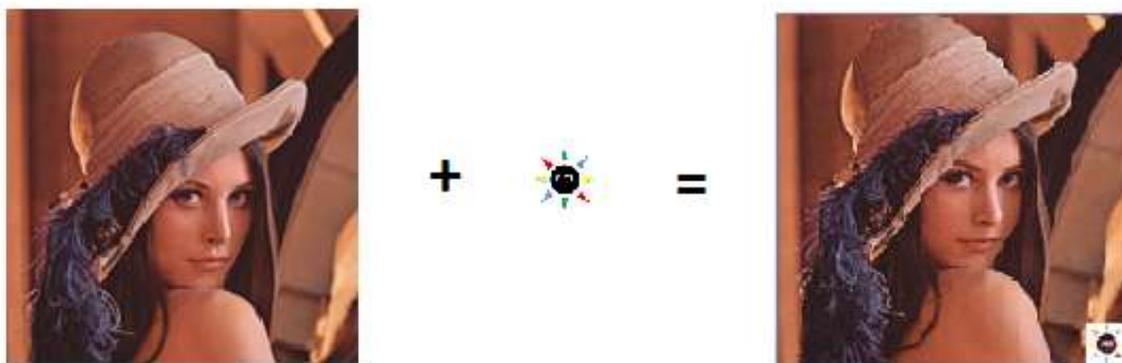


Figura 4.16 Imagen marcada DWT sin ruido - Método sin extender

CURVAS DE DESEMPEÑO DWT vs DCT

1. PARÁMETRO DE CALIDAD PSNR

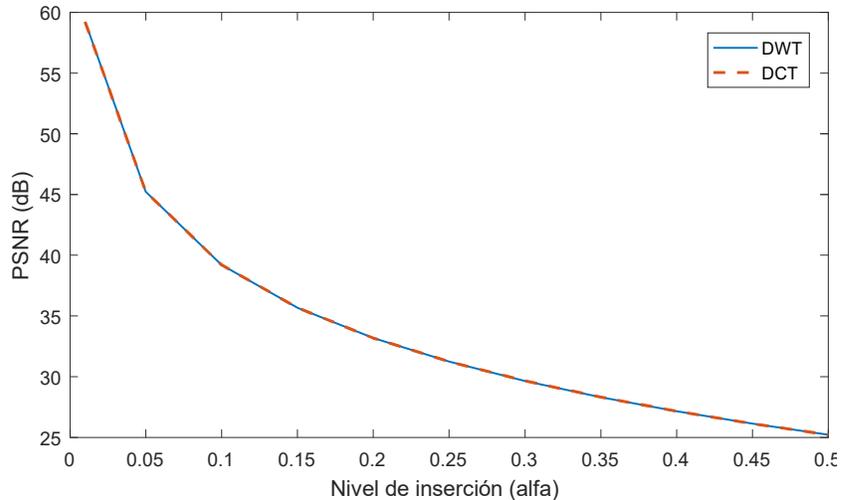


Figura 4.17 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender sin ruido

- Los resultados de la figura 4.17 muestran que la calidad de la imagen marcada en ausencia de ruido, después de usar la DWT-2D es igual respecto al uso de la DCT-2D, esto se ve reflejado en valores iguales de PSNR para las dos transformadas; sus valores disminuyen en la misma medida que se reduce el factor de invisibilidad de la marca de agua. Este comportamiento se debe a que la DWT-2D y la DCT-2D ocultan la información de la marca de agua, modificando en igual proporción los píxeles de la imagen anfitriona.

2. PARÁMETRO DE CALIDAD SSIM

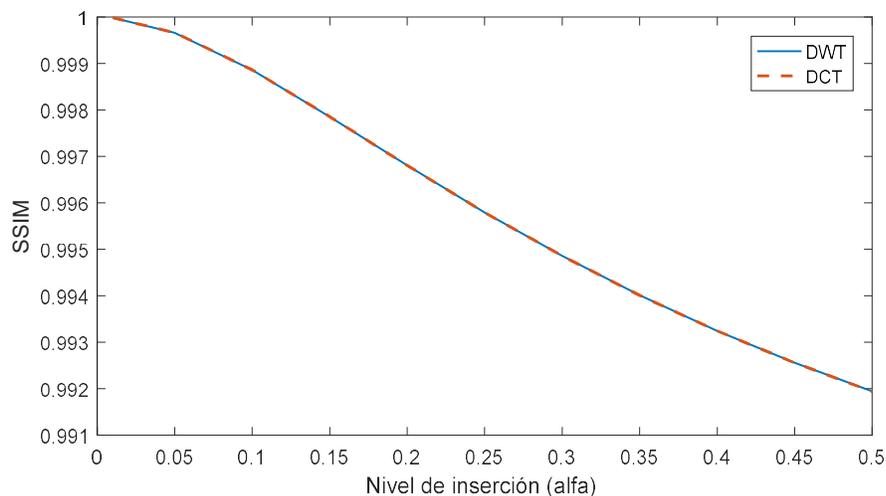


Figura 4.18 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender sin ruido

- Los resultados de la figura 4.18 muestran igual comportamiento entre las curvas de desempeño de las técnicas DWT-2D y DCT-2D, las cuales mantienen un decremento leve en el índice SSIM, a medida que se aumenta el nivel de inserción de la marca de agua. Para este método la introducción de la marca de agua se hace en una porción de la imagen anfitriona (esquina inferior derecha), razón por la cual la alteración de la calidad de la imagen es baja y por ende los valores del índice SSIM son altos.

3. PARÁMETRO DE ROBUSTEZ NCC

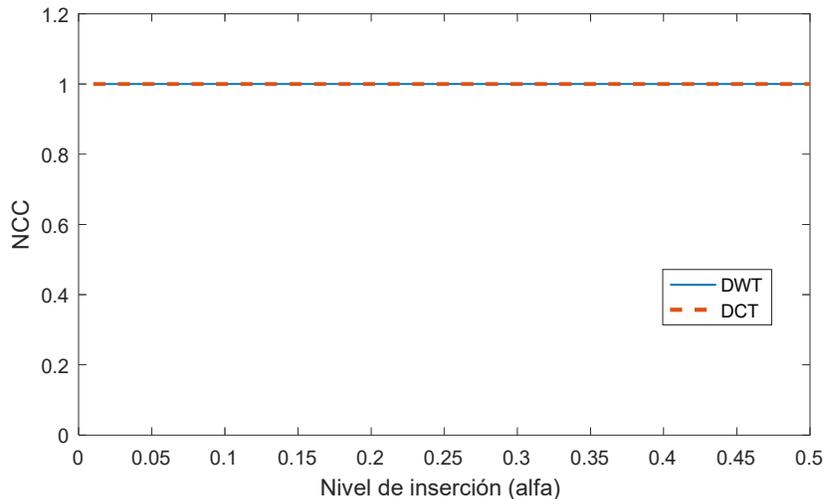


Figura 4.19 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender sin ruido

En la gráfica 4.19 el valor constante de 1 presentado por la NCC para las dos técnicas de marcado de agua (DWT-2D y DCT-2D), permiten deducir que el proceso de inserción y extracción de la marca de agua en ausencia de ruido, es un proceso reversible que devuelve de manera idéntica la información oculta de la marca de agua sin ningún tipo de alteración.

4.4 MÉTODO DE MARCADO DE AGUA SIN EXTENDER Y CON RUIDO

El objetivo de esta prueba, consiste en determinar el comportamiento de la DWT-2D y la DCT-2D, en el proceso de marcado de agua en presencia de ruido intencionado como: Gaussiano, Poisson y sal & pimienta. Para esta prueba se utiliza la imagen marcada de la figura 4.16 para contaminarla con los tipos de ruido mencionados. Los parámetros de calidad y robustez se evalúan de acuerdo a los rangos preestablecidos.

Con relación a la DCT-2D la imagen anfitriona (512×512 píxeles) y la marca de agua (64×64 píxeles) conservan el mismo tamaño para su procesamiento.

En la figura 4.20 se puede observar un ejemplo del método de marcado de agua sin extender y con ruido Gaussiano.



Figura 4.20 Imagen marcada afectada con ruido Gaussiano

CURVAS DE DESEMPEÑO DWT vs DCT

1. PARÁMETRO DE CALIDAD PSNR

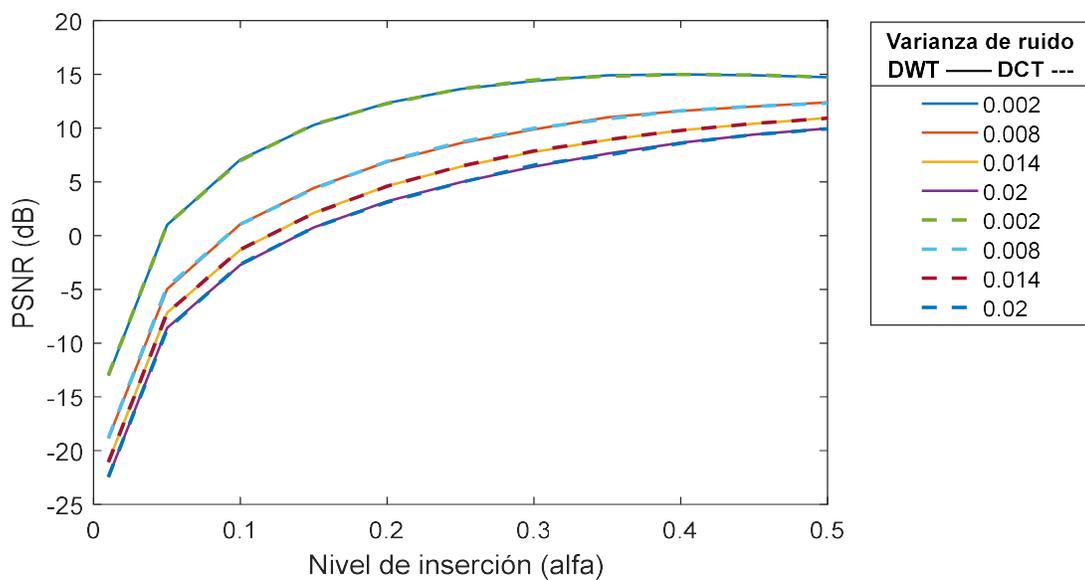


Figura 4.21 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Gaussiano

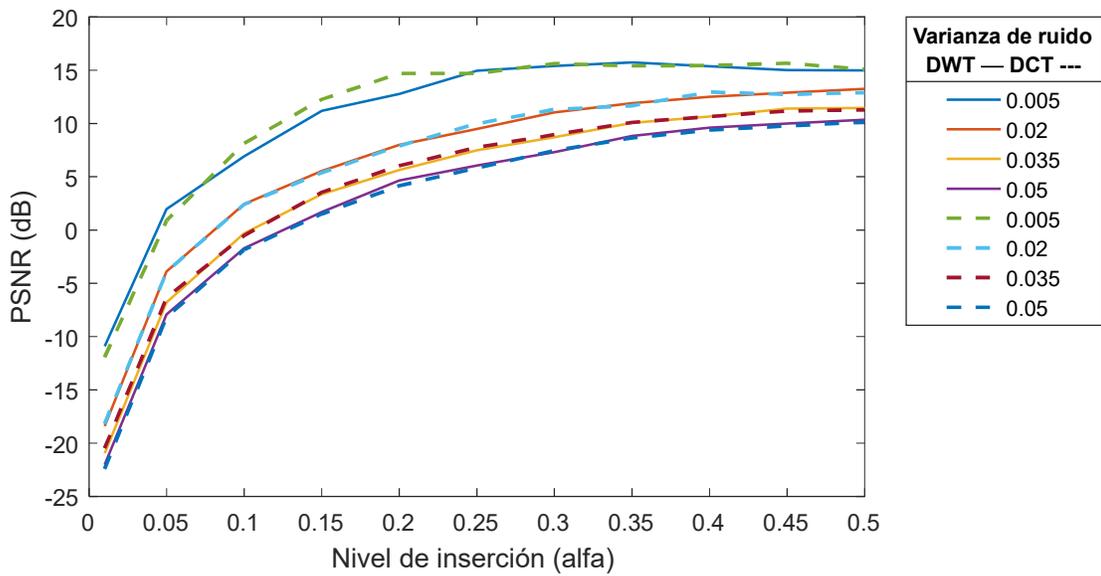


Figura 4.22 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido sal & pimienta

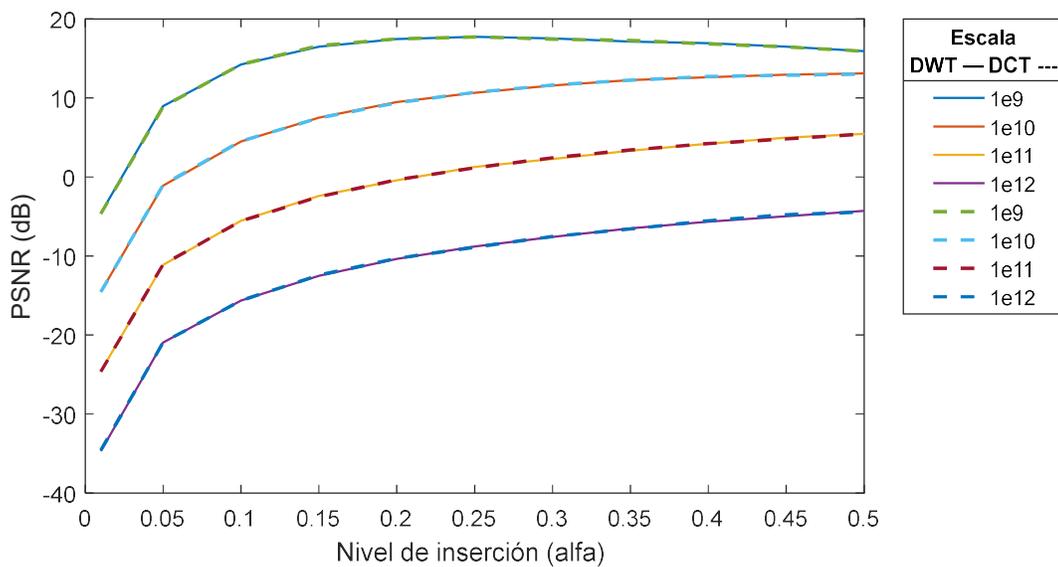


Figura 4.23 PSNR vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Poisson

- Las curvas de la figuras 4.21, 4.22 y 4.23 presentan un comportamiento general para los tres tipos de ruido evaluados con las transformadas, DWT-2D y DCT-2D; a medida que aumenta el nivel de inserción las curvas de PSNR comienzan a crecer superpuestas. Este comportamiento permite deducir que las técnicas de marcado de agua, DWT-2D y DCT-2D, presentan igual desempeño frente al ruido comenzando a buscar un punto aproximado de estabilización en su rendimiento entre 9dB y 12dB, para los valores de varianza utilizados con los ruidos Gaussiano y sal & pimienta.

El comportamiento presentado por las curvas de PSNR permite deducir que es posible encontrar un punto de equilibrio entre la invisibilidad de la marca de agua oculta y la calidad de la imagen marcada, en aquellos puntos bajos de inserción, donde se presentan las mayores pendientes de desempeño de las técnicas de marcado de agua (DWT-2D y DCT-2D).

- El aumento en nivel de inserción de la marca de agua es óptimo hasta alcanzar los valores de $\alpha=0.1$ (para el ruido Poisson) y $\alpha=0.15$ (para los ruidos Gaussiano y sal & pimienta), estos puntos permiten obtener marcas de agua poco visibles y resistentes al ruido. Su comportamiento refleja que a medida que aumenta el nivel de perceptibilidad de la marca de agua, se causa deterioro visual a la imagen marcada, y se produce muy poco aumento en la calidad de la marca de agua recuperada.
- El incremento en los valores de varianza (para los ruidos Gaussiano y sal & pimienta) y escala de ruido (para el ruido Poisson), muestran que a medida que se aumentan sus niveles de intensidad, las curvas de PSNR comienzan a descender; lo que se traduce en el rápido deterioro de la calidad de la marca de agua recuperada y el bajo desempeño de las técnicas de marcado de agua.
- La curva de la figura 4.22 del ruido sal & pimienta presenta levemente un mejor desempeño con relación a la curva del ruido Gaussiano (figura 4.21); este comportamiento es debido a que el ruido sal & pimienta afecta aleatoriamente algunos píxeles de la imagen marcada, permitiendo reconocer con mayor facilidad la marca de agua extraída, aun con niveles altos de ruido. De lo anterior también se puede deducir que el ruido Gaussiano causa mayor alteración en los niveles de intensidad de todos los píxeles de la marca de agua recuperada.
- En la figura 4.23, las escalas de ruido e^{12} y e^{11} destruyen completamente la marca de agua y la imagen marcada (valor de PSNR negativo). Este comportamiento solo demuestra que ninguna de las dos técnicas de marcado de agua (DWT-2D y DCT-2D) es capaz de proteger la información oculta de la marca de agua en estas condiciones (imágenes normalizadas o imágenes de tipo de dato double). Los resultados obtenidos indican que el ruido Poisson es el ruido más agresivo de los tres tipos de ruido analizados.

2. PARÁMETRO DE CALIDAD SSIM

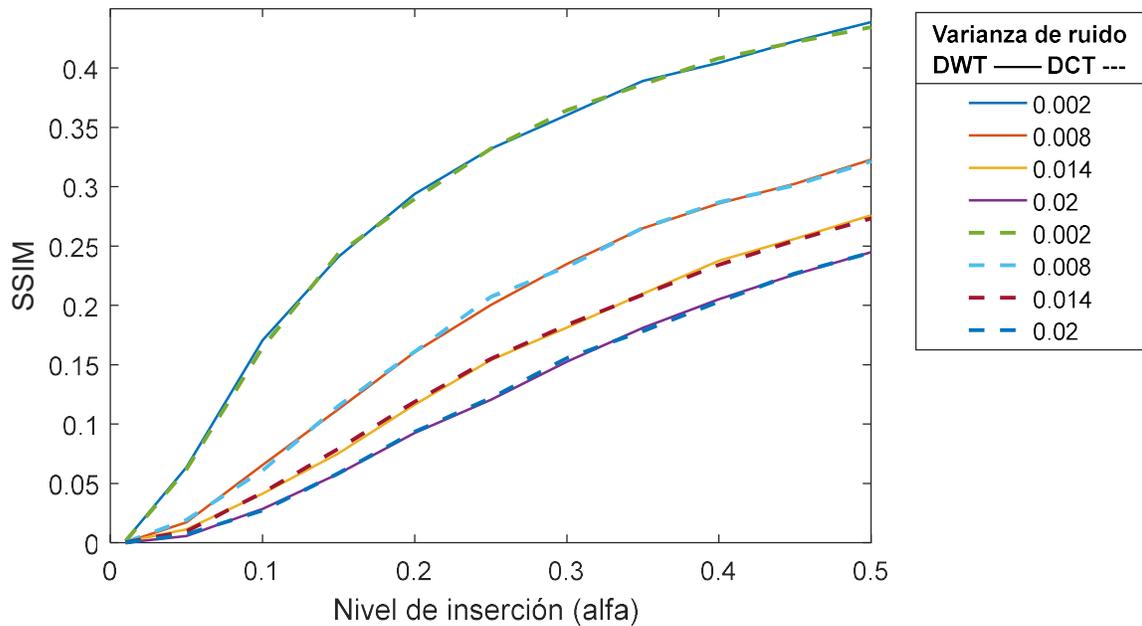


Figura 4.24 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Gaussiano

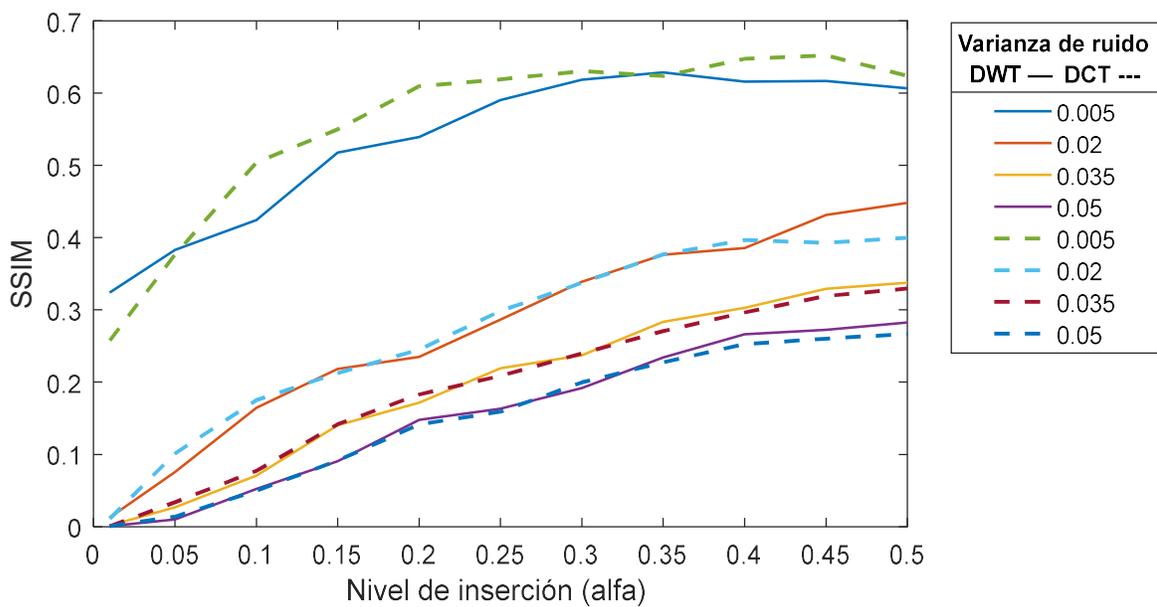


Figura 4.25 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido sal & pimienta

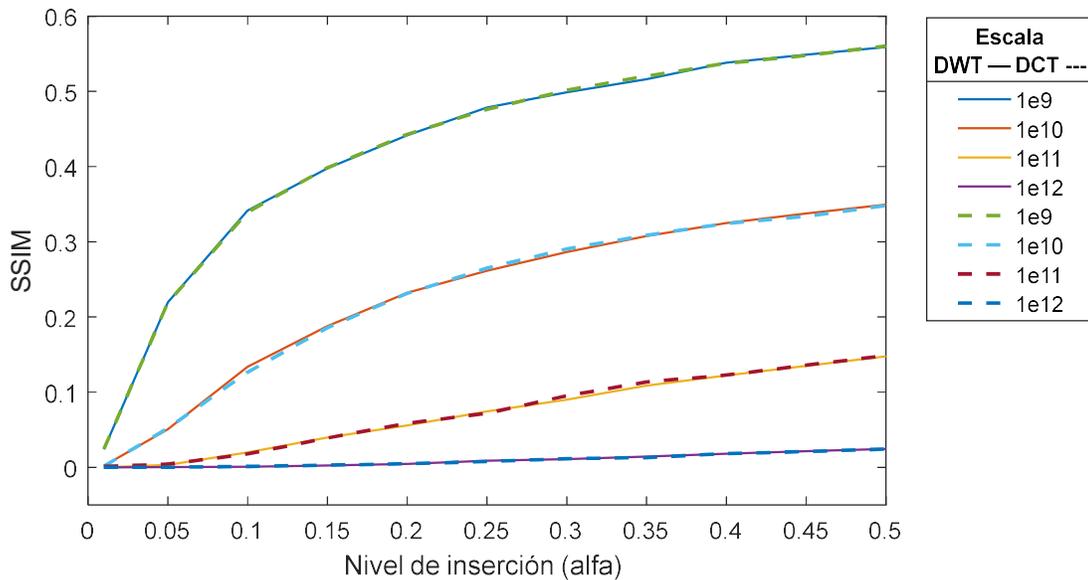


Figura 4.26 SSIM vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Poisson

- Los resultados de la figura 4.24 y 4.25 permiten concluir que el ruido Gaussiano presenta un efecto mas fuerte sobre la calidad de la marca de agua recuperada, en comparacion con el ruido sal & pimienta, por ser un ruido que afecta todos los pixeles de la imagen recuperada; esto se puede apreciar en el rango de valores del indice SSIM: para el ruido Gaussiano se encuentran entre [0-0.25] y para el ruido sal & pimienta entre [0-0.35]
- En la figura 4.26, la escala de ruido e^{12} destruye completamente la marca de agua y la imagen marcada (valor de PSNR negativo). Este comportamiento solo demuestra que ninguna de las dos técnicas de marcado de agua (DWT-2D y DCT-2D) es capaz de proteger la información oculta de la marca de agua en estas condiciones (imágenes normalizadas o imágenes de tipo de dato double); confirmándose de nuevo con el índice SSIM que el ruido Poisson es el ruido más agresivo de los tres tipos de ruido analizados.

Es de resaltar, que en los resultados obtenidos con la curva de la PSNR del ruido Poisson, los valores numéricos demostraban que la marca de agua y la imagen marcada se destruían para la escala de ruido de e^{11} , pero visualmente se podía reconocer los contornos y colores de la marca de agua, de lo anterior se puede concluir que el índice SSIM es un parámetro adecuado para medir cuantitativamente la calidad en imágenes más acorde a la realidad.

3. PARÁMETRO DE ROBUSTEZ NCC

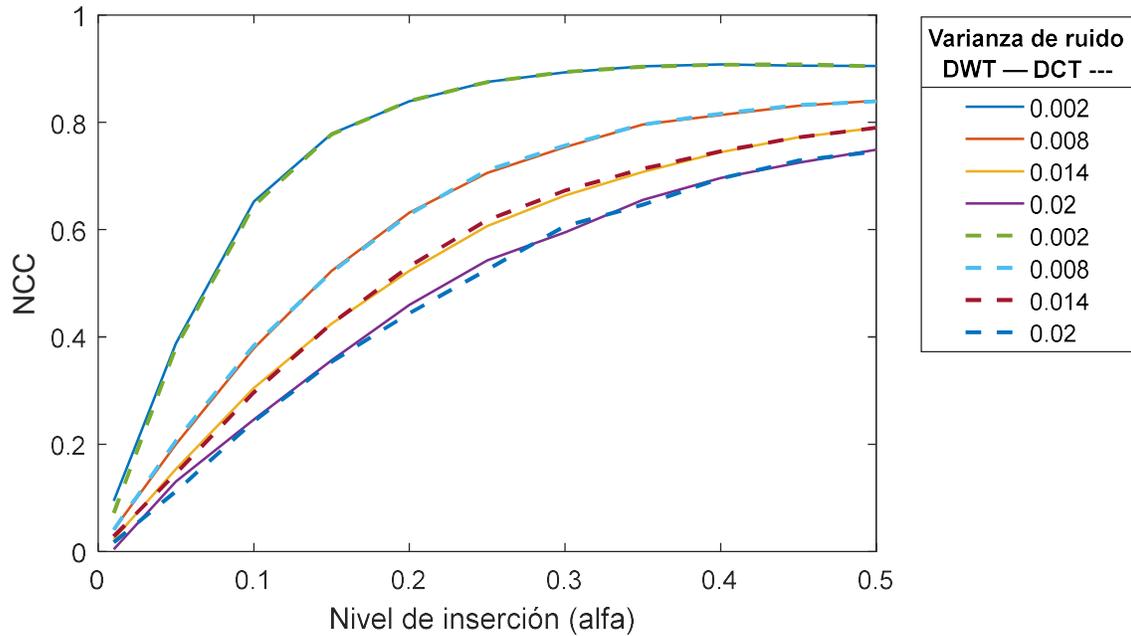


Figura 4.27 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Gaussiano

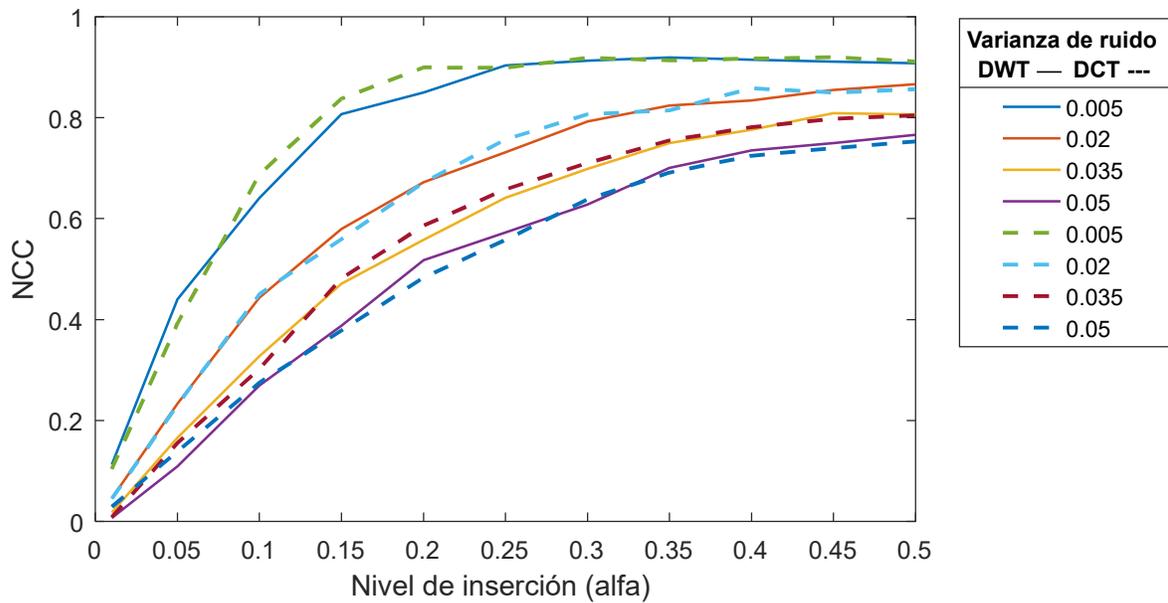


Figura 4.28 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido sal & pimienta

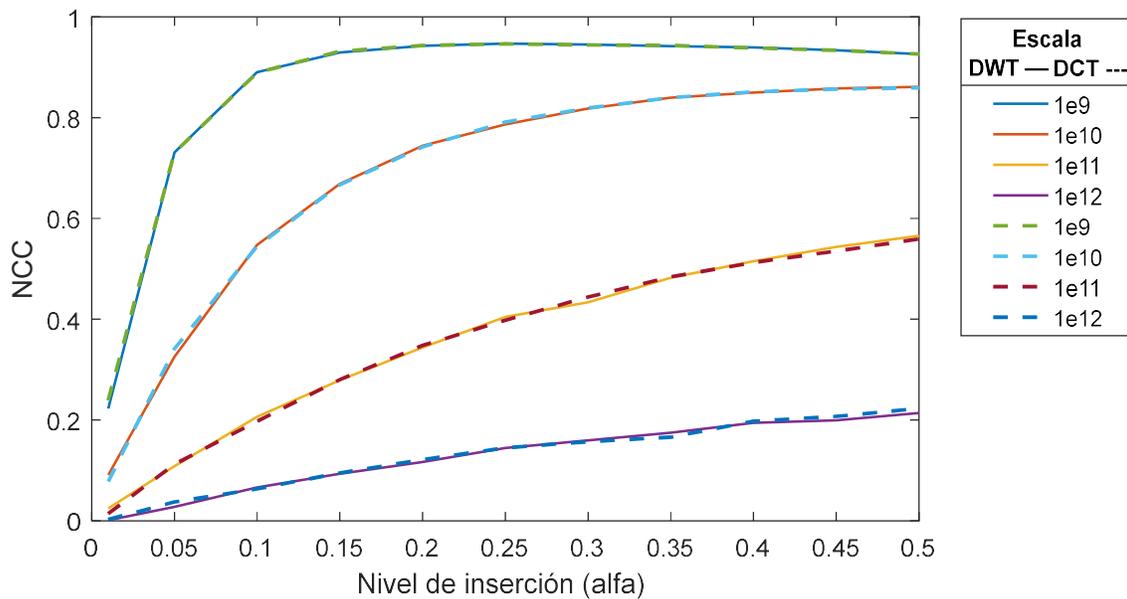


Figura 4.29 NCC vs Nivel de inserción - Método sin extender con ruido Poisson

- Las curvas de la figuras 4.27, 4.28 y 4.29 presentan un comportamiento general para los tres tipos de ruido evaluados con las transformadas DWT-2D y DCT-2D; a medida que aumenta el nivel de inserción las curvas de NCC comienzan a crecer superpuestas hasta alcanzar un valor de $\alpha=0.6$ para el ruido Poisson, $\alpha=0.15$ para el ruido sal & pimienta y $\alpha=\pm 0.2$ para el ruido Gaussiano.. Este comportamiento permite deducir que las técnicas de marcado de agua, DWT-2D y DCT-2D, presentan igual desempeño frente al ruido. El comportamiento presentado por las curvas de NCC evaluadas permite deducir que el aumento en los niveles de inserción de una marca de agua no garantizan mayor protección frente a ataques ruido; por el contrario, se afecta la calidad de la imagen marcada, la imperceptibilidad de la marca de agua y no se obtienen mayores beneficios de robustez en la técnica de marcado de agua.
- Las curvas de NCC evaluadas para los diferentes tipos de ruido, muestran que el incremento en los valores de varianza, hacen que el valor mínimo de 0.75 para el reconocimiento aceptable de una marca de agua con la DWT-2D y DCT-2D, necesite cada vez más el aumento del nivel de inserción para mantenerse dentro de este límite.
- El comportamiento presentado por las curvas de los ruidos Gaussiano (figura 4.27) y sal & pimienta (figura 4.28), permiten concluir que estos ruidos presentan efectos muy parecidos sobre la marca de agua recuperada debido a los valores de ± 0.8 alcanzados por las graficas de NCC (resultados específicos para el plan

de pruebas diseñado). Este comportamiento indica que sin importar el tipo de ruido aplicado, el parecido obtenido entre las marcas de agua recuperadas para cada caso, guardan una alta semejanza.

- Particularmente el ruido Poisson en la figura 4.29 muestra un desempeño pésimo para las dos escalas de ruido e^{12} y e^{11} en los cuales no se supera el umbral del 75% del valor de la NCC para todo el rango de inserción analizado; mientras que las escalas de e^{10} y e^9 superan el umbral con valores bajos del nivel de perceptibilidad de la marca de agua. Este comportamiento permite concluir que en un ataque con ruido Poisson de esta magnitud es inútil pretender recuperar algún tipo de información legible.

4.5 OTRAS PRUEBAS

4.5.1 Familias *wavelet*

Con el ánimo de verificar el comportamiento de las principales familias *wavelet* se elaboró un plan de pruebas sin ruido y otro con ruido, utilizando ruido Gaussiano con diferentes valores de varianza, a fin de graficar el comportamiento de los parámetros de desempeño (PSNR, SSIM y NCC) de las mismas.

Entre las *wavelets* madre incluidas se tienen: daubechies (db1), haar, symlets (sym), biortogoonal1.1 (bior1.1) y reverse biortogonal1.1 (rbior1.1). Todas las *wavelets* anteriores tienen un solo momento de desvanecimiento. Estas *wavelets madre* permiten hacer la descomposición y recomposición de una imagen en potencias de dos (p. e. 512x512 en 256x256 en 128x128... y viceversa).

Para las pruebas en ausencia de ruido se establecieron tres niveles de inserción: 0.1, 0.3 y 0.5 para cada plano de color RGB de la imagen anfitriona; las pruebas con ruido se evaluaron con un nivel de inserción de 0.5 y un rango de varianzas de ruido Gaussiano desde 0.002 hasta 0.022 con incrementos de 0.004; esto permitirá observar el comportamiento de cada familia *wavelet* en una gráfica de parámetros (PSNR, SSIM y NCC) vs varianza de ruido Gaussiano; para observar si el método de inserción de marcas de agua basado en la DWT-2D varía su comportamiento dependiendo de la *wavelet* madre utilizada.

En la Tabla 2. se presentan a manera de resumen los resultados de la simulación del comportamiento de algunas *familias wavelet* mencionadas anteriormente, en el proceso de marcado de agua sin ruido.

Tabla 2 Parámetros de desempeño de algunas familias *wavelet* en el marcado de agua sin ruido

Familia Wavelet	alfa=0,5			alfa=0,3			alfa=0,1		
	PSNR	SSIM	NCC	PSNR	SSIM	NCC	PSNR	SSIM	NCC
Daubechies	13,0628	0,848794	1	17,4998	0,92314	1	27,0422	0,987117	1
Symlets	13,0628	0,848794	1	17,4998	0,92314	1	27,0422	0,987117	1
Biorthogonal 1.1	13,0628	0,848794	1	17,4998	0,92314	1	27,0422	0,987117	1
Rbiorthogonal 1.1	13,0628	0,848794	1	17,4998	0,92314	1	27,0422	0,987117	1

Los datos de la tabla 2. muestran que es indiferente el tipo de *wavelet* madre utilizada en el proceso de marcado de agua de una imagen, ya que el valor de los tres parámetros de desempeño medidos para nuestro caso (PSNR, SSIM y NCC), entre la imagen marcada y la imagen original, permanecen constantes para los 5 tipos de *wavelets madre* analizadas.

A continuación, se presentan las gráficas de las 5 *wavelets madre* analizadas con los parámetros de desempeño PSNR, SSIM y NCC, bajo el ataque de ruido Gaussiano.

1. PARÁMETRO PSNR

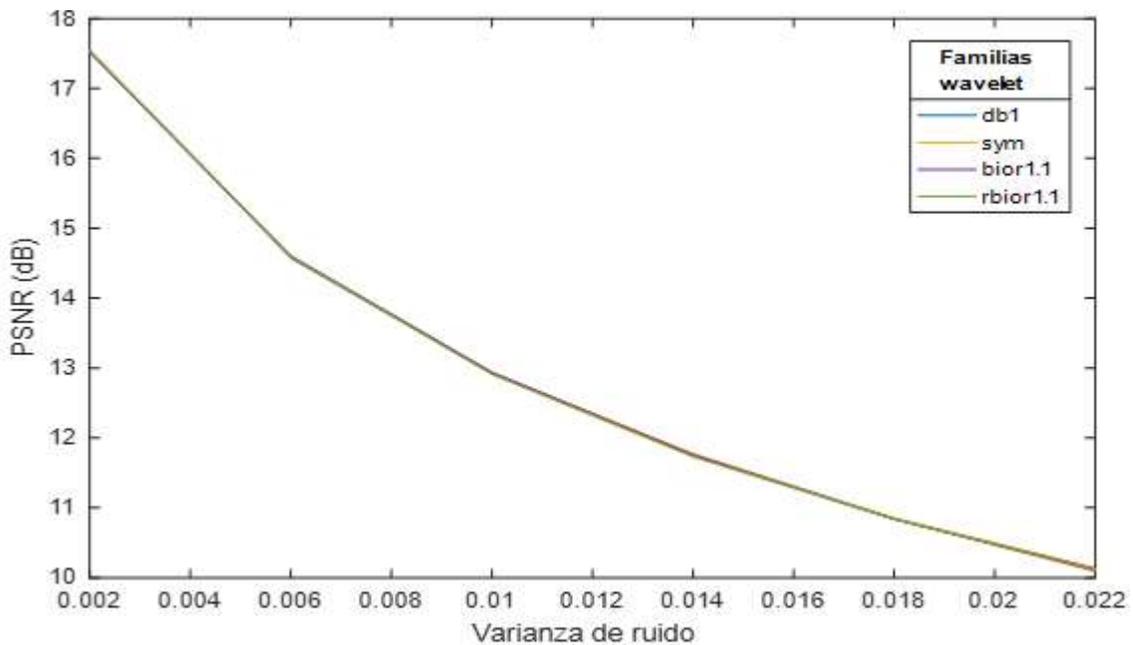


Figura 4.30 PSNR vs Varianza de ruido Gaussiano

2. PARÁMETRO SSIM

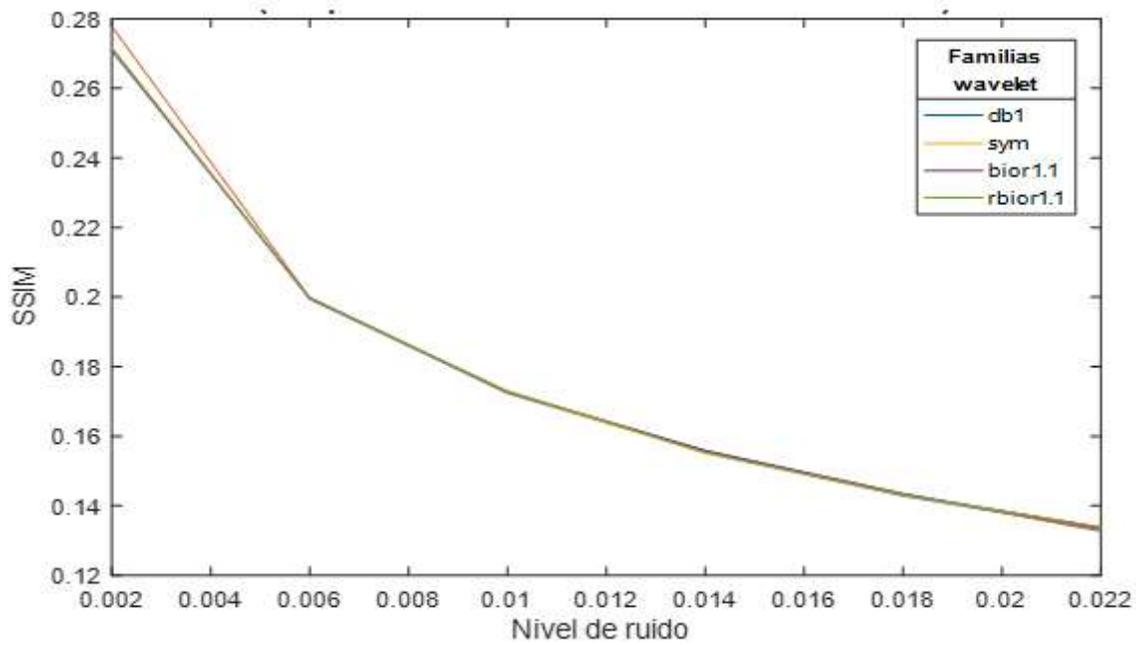


Figura 4.31 SSIM vs Varianza de ruido Gaussiano

3. PARÁMETRO NCC

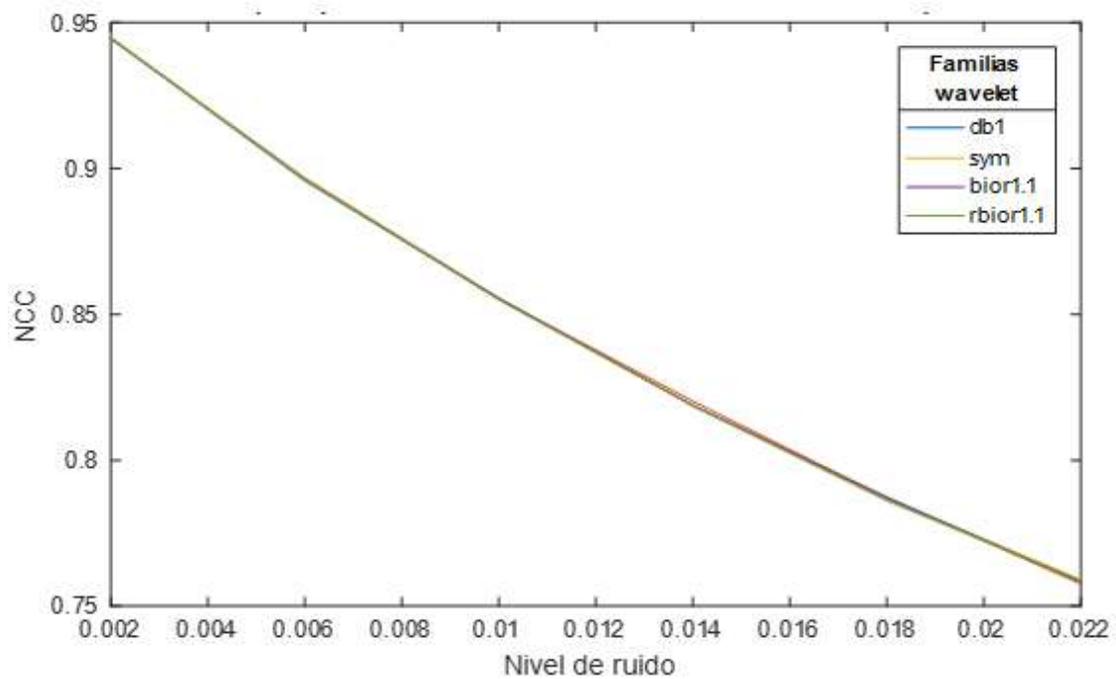


Figura 4.32 NCC vs Varianza de ruido Gaussiano

En las tres graficas (4.30, 4.31 y 4.32) se observa una disminución del parámetro (PSNR, SSIM y NCC) con el aumento del nivel de ruido Gaussiano; lo realmente importante en estas graficas es observar el comportamiento similar que presentan las 5 wavelets madre, las cuales muestran una separación mínima de sus curvas de desempeño. La razón por la que no se superponen perfectamente las curvas se debe a que la adición de ruido es un proceso aleatorio, cuyo resultado se encuentra limitado por el valor de la varianza; motivo por el cual cambian los resultados en distintas realizaciones del experimento

4.5.2 Marcas de agua con diferentes tonalidades

Con el ánimo de determinar la influencia de los tonos de color en la visibilidad de las marcas de agua ocultas en imágenes digitales, se elaboró un plan de pruebas simple, en el cual se analiza la imperceptibilidad y la robustez de una marca de agua afectada por ruido, midiendo los parámetros de desempeño PSNR, SSIM y NCC.

Las pruebas realizadas se efectuaron utilizando las marcas de agua de la figura 4.33, en ella se incluyen dos marcas con fondo blanco (una de ellas con letras blancas); las otras dos marcas tienen fondo negro (una de ellas con letras negras).

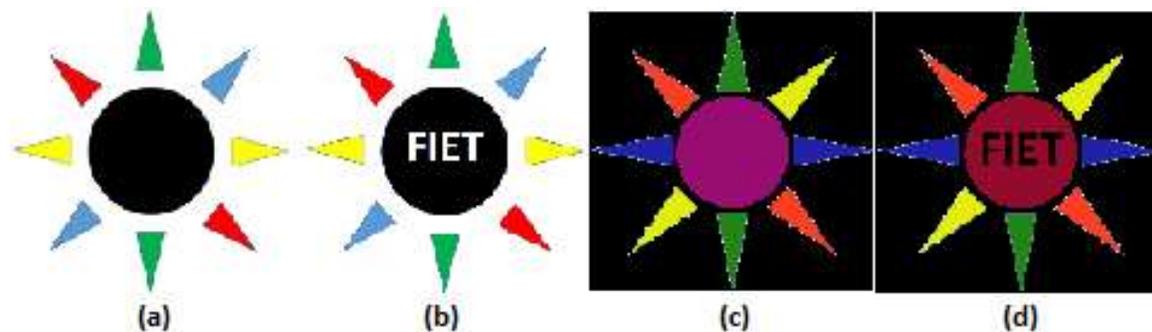


Figura 4.33 (a) Mblanca, (b) MblancaFIET, (c) Mnegra, (d) MnegraFIET

CURVAS DE DESEMPEÑO SIN RUIDO

Para esta prueba se evalúa la PSNR y el índice SSIM, entre la imagen anfitriona y la imagen marcada.

1. PARÁMETRO PSNR

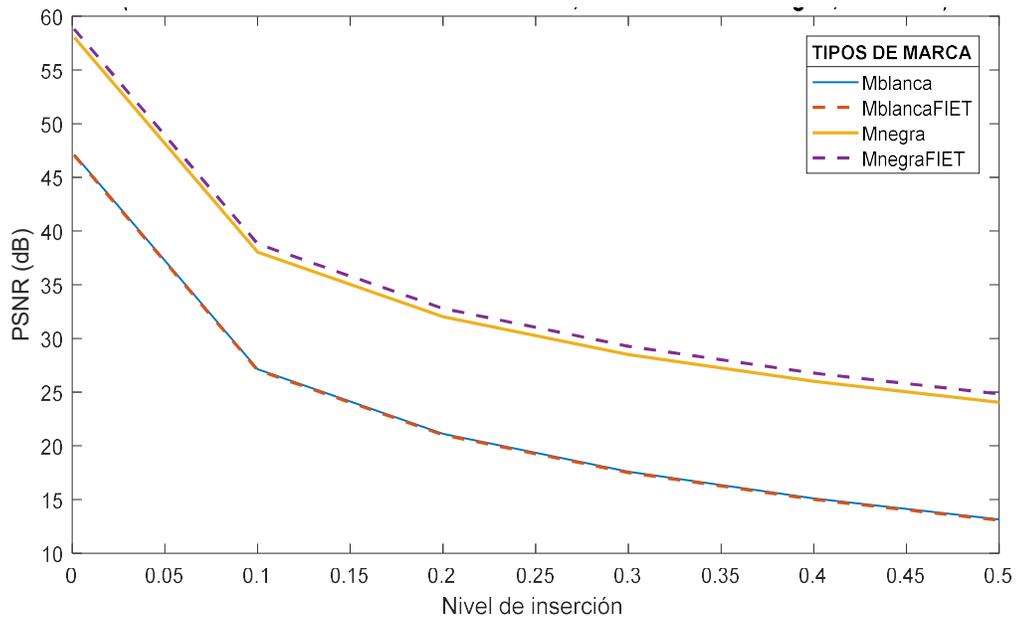


Figura 4.34 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (sin ruido) - PSNR vs Nivel de inserción

- En la figura 4.34 se observa el comportamiento de las curvas de PSNR para las 4 marcas de agua de la figura 4.33. Estas curvas presentan un comportamiento descendente con el siguiente orden: MnegraFIET > Mnegra > Mblanca > MblancaFIET, con igual descenso debido al aumento del nivel de inserción. La razón de su comportamiento se debe a que el valor de intensidad de los tonos oscuros (cerca de 0) es menor que el valor de intensidad de los tonos claros (cerca de 1), lo que provoca una menor alteración en los píxeles de la imagen anfitriona (valores de PSNR altos).

2. PARÁMETRO SSIM

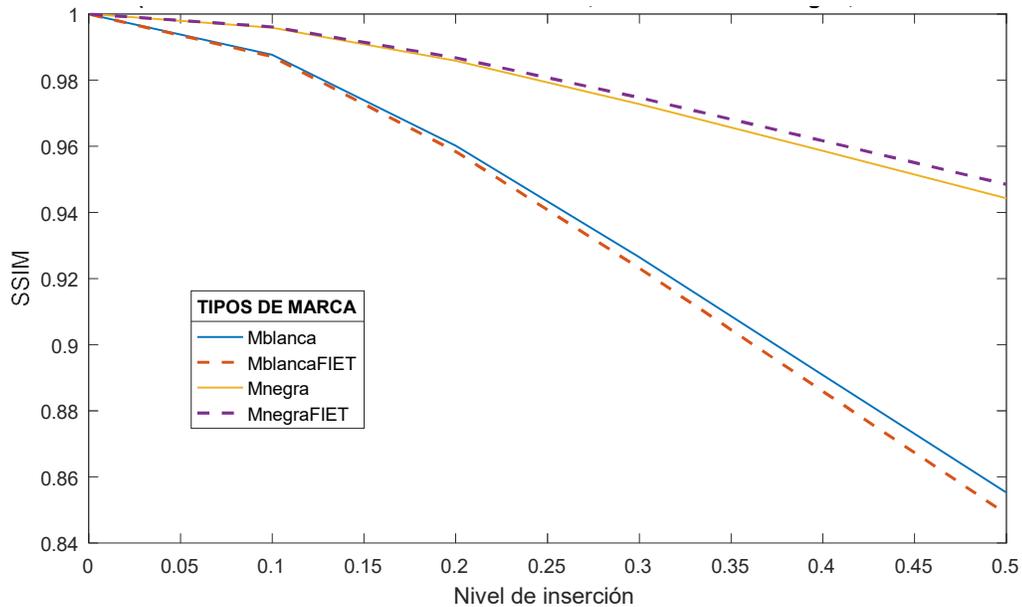


Figura 4.35 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (sin ruido) - SSIM vs Nivel de inserción

- En la figura 4.35 se observa el descenso del índice SSIM para las 4 marcas de agua de la figura 4.33. Estas curvas presentan un comportamiento descendente con el siguiente orden: MnegraFIET > Mnegra > Mblanca > MblancaFIET, con igual descenso debido al aumento del nivel de inserción. Si la marca de agua está compuesta en su mayoría por píxeles oscuros, esta contaminará menos la imagen anfitriona, causando mayor calidad visual de la imagen marcada (valores de SSIM altos).

CURVAS DE DESEMPEÑO CON RUIDO

En esta prueba se evalúa la PSNR, SSIM y la NCC entre la marca de agua original y la marca de agua extraída, en un proceso de marcado de agua con ruido Gaussiano de varianza 0.002. Las marcas de agua utilizadas corresponden a la figura 4.33.

1. PARÁMETRO PSNR

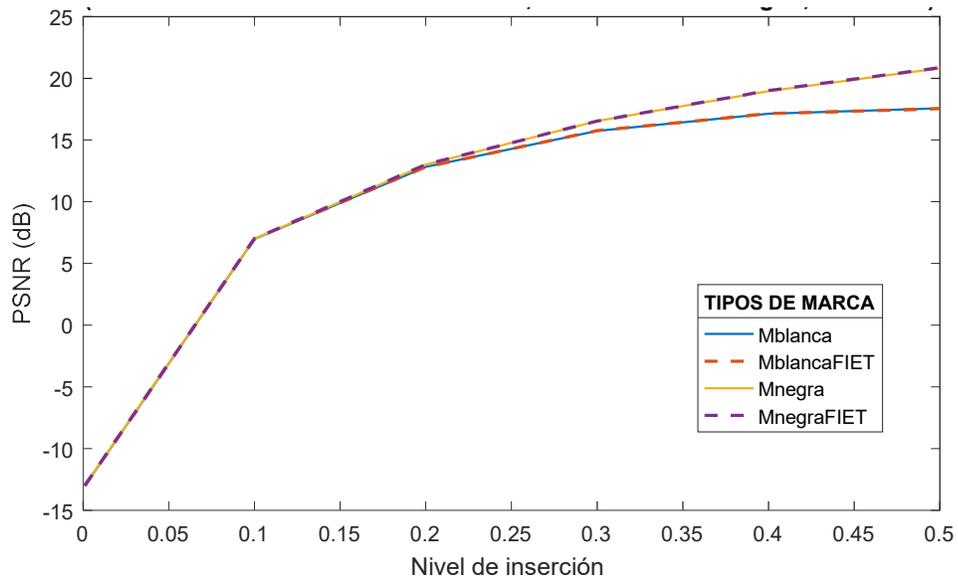


Figura 4.36 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (con ruido) - PSNR vs Nivel de inserción

- En la figura 4.36 se aprecia un comportamiento muy parecido en las 4 curvas de PSNR, sin embargo, cuando se supera el nivel de inserción de 0.2, las curvas de PSNR de las marcas Mnegra y MnegraFIET presentan valores más altos del parámetro. Este comportamiento significa que las marcas de agua con tonalidades oscuras, también son robustas y a pesar del ataque con ruido mantiene su integridad, conservando una buena calidad de extracción.

2. PARÁMETRO SSIM

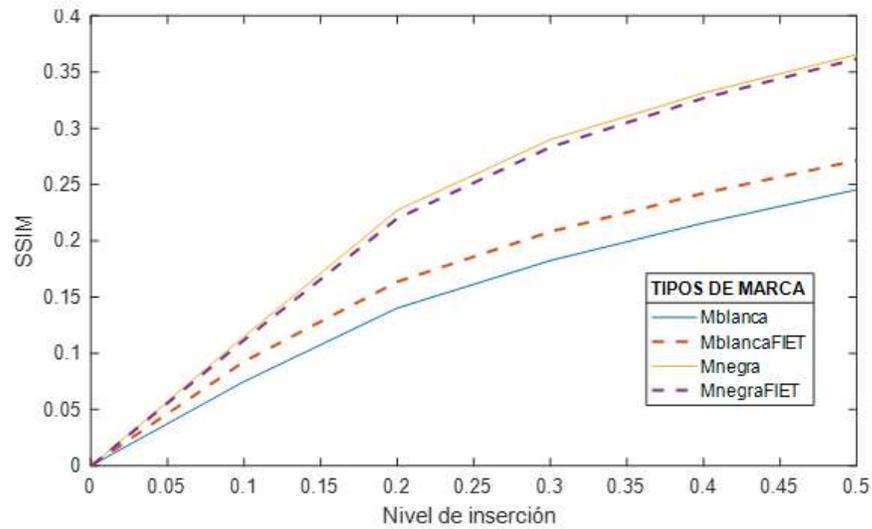


Figura 4.37 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (con ruido) - SSIM vs Nivel de inserción

3. El comportamiento similar de las 4 curvas de marcas de agua en la figura 4.37 es de igual parecido a las curvas de PSNR obtenidas de la figura 4.36. Los resultados obtenidos indican que las marcas de agua con tonalidades oscuras, arrojan valores del índice SSIM más altos con un mismo nivel de inserción, en comparación con las marcas de agua de tonalidades claras; esto significa que, al hacer un proceso de inserción de una marca de agua oscura y posteriormente afectarla por ruido, la marca de agua recuperada tiene mayor semejanza visual con su original, que aquellas marcas de agua de tonalidades claras. A pesar de que las marcas de agua de tonalidad oscura tienen valores de intensidad bajos en sus píxeles (pueden ser afectados fácilmente por ataques de ruido) conservan su interacción con los píxeles circundantes, manteniendo un valor de contraste y de estructura que no se verá afectado significativamente.

3. PARÁMETRO NCC

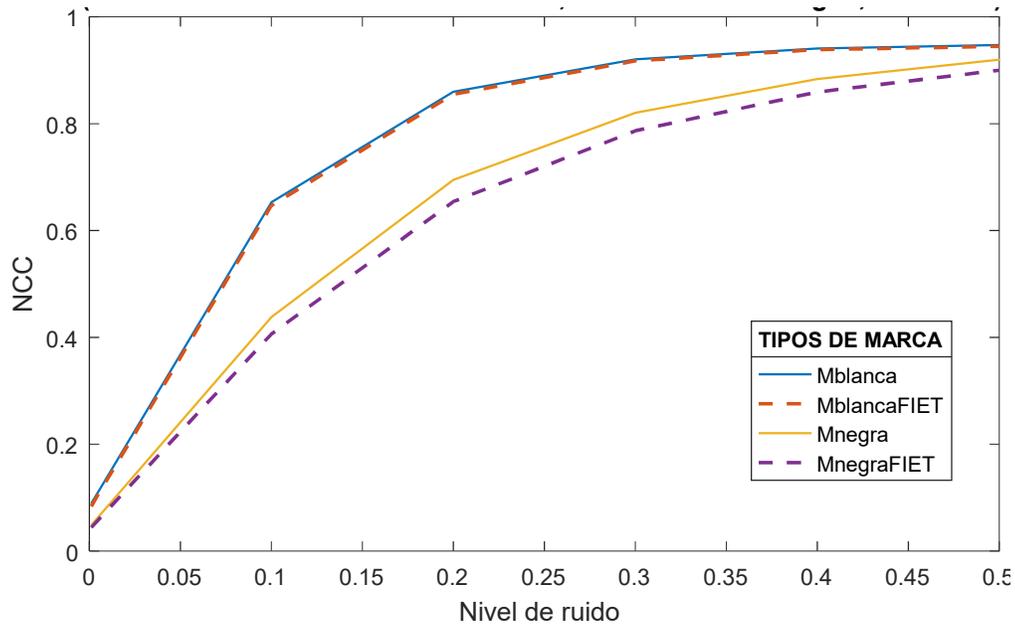


Figura 4.38 Influencia de la tonalidad de color en el marcado de agua (con ruido) - SSIM vs Nivel de inserción

- Finalmente, el parámetro NCC de la figura 4.38 muestra resultados distintos a los arrojados por los parámetros de calidad PSNR y SSIM. En estas curvas las marcas de agua de tonalidades claras tienen valor más alto de NCC, (parámetro de robustez); esto indica que los píxeles de una marca de agua clara al tener valores de intensidad más altos, se ven poco afectados por el ataque de ruido que causa aumento o disminución de los valores de intensidad en los píxeles de una imagen. Esto se debe a que la intensidad del píxel de la marca de agua de tonalidad clara, al ser afectado por ruido se modifica en menor proporción, siendo este efecto mejor valorado por la NCC.

Una vez realizadas las pruebas y análisis de resultados obtenidos a partir del diseño e implementación de los algoritmos de marcado de agua basados en la DWT y la DCT, en la inserción y extracción de marcas agua en imágenes fijas afectadas por ruido; en el siguiente capítulo se generalizan los resultados obtenidos de la comparación de las dos técnicas de marcado en el dominio de la transformada.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1 CONCLUSIONES

- En términos generales las pruebas de marcado de agua con la DWT-2D y la DCT-2D mostraron resultados semejantes, pero se debe resaltar el hecho que casi siempre fue mejor el comportamiento de la técnica de la DWT-2D. Por ejemplo, en el caso de las pruebas de marcado de agua sin ruido, su comportamiento fue igual o superior; en contraste con las pruebas de marcado de agua con ruido, donde su comportamiento fue igual hasta cierto nivel de perceptibilidad de la marca de agua y posteriormente superior (exceptuando el caso de dos curvas del método extendido con ruido sal & pimienta para valores de varianza bajos).
- Los resultados obtenidos con la técnica de marcado de agua DWT-2D sin ruido son iguales para las distintas wavelets madre incluidas en el estudio (daubechies (db1), haar, symlets (sym), biorthogonal1.1 (bior1.1) y reverse biorthogonal1.1 (rbio1.1)). Sin embargo, en el caso de contaminación por ruido Gaussiano, Poisson y sal & pimienta, sus resultados difieren mínimamente en el orden de milésimas y diezmilésimas, conservando todas ellas el mismo comportamiento o desempeño. Razón por la cual, se puede generalizar su comportamiento en el proceso de marcado de agua.
- De los dos parámetros utilizados en el trabajo para evaluar la calidad de las imágenes en el proceso de marcado de agua, la PSNR, entrego curvas de desempeño con valores parecidos o comportamientos similares para la DWT-2D y la DCT-2D en todos los casos, lo cual hace prever un comportamiento idéntico de las dos técnicas; no obstante, con el índice SSIM se logró observar de manera notable las diferencias existentes entre las técnicas de marcado de agua y los parámetros calidad, convirtiéndose el índice SSIM en una medida más precisa y ajustada a la realidad de la información.
- Durante el proceso de pruebas y experimentación se logró determinar que las marcas de agua a color con tonalidades claras (p.e: fondo blanco), causan una

disminución importante en el desempeño de la técnica de marcado de agua en ausencia de ruido, pero entregan buenos resultados en el parámetro de robustez NCC en el proceso de recuperación de la marca de agua después de ser contaminadas con ruido; sin embargo en el caso contrario los parámetros de calidad son superados por las marcas de agua a color con tonalidades oscuras (p.e: fondo negro). Lo que nos permite concluir que en un proceso de marcado de agua es ideal utilizar marcas con tonalidades muy oscuras y así lograr un excelente camuflaje en el marcado y una resistencia muy buena en su recuperación en caso de un ataque de adición ruido.

- Los comportamientos y resultados aquí obtenidos obedecen a las características particulares de la imagen anfitriona, la marca a insertar y al algoritmo implementado para cada una de las técnicas de marcado de agua; no obstante, las bondades y limitaciones encontradas obedecen a un comportamiento general de las transformadas estudiadas en esta área; cualquier otra particularización de un caso de marcado de agua posiblemente entregue comportamientos similares a los encontrados, pero el caso deberá ser determinado específicamente tomando los resultados obtenidos del algoritmo diseñado, como una guía de estudio o comparación.
- Según el análisis de resultados elaborado se puede concluir que, con valores bajos de inserción de la marca de agua se obtiene un buen equilibrio entre la imperceptibilidad y valores de desempeño aceptables de la técnica de marcado de agua. En casos de contaminación por ruido Gaussiano, Poisson y sal & pimienta, su comportamiento refleja que el aumento del nivel de perceptibilidad de la marca de agua, causa deterioro visual de la imagen marcada y produce un leve aumento en la calidad de la marca de agua recuperada.

5.2 TRABAJOS FUTUROS

A partir de los resultados y conclusiones obtenidas mediante el desarrollo del trabajo de grado denominado 'Análisis de desempeño de la transformada wavelet discreta en la inserción de marcas de agua invisibles y su extracción sobre imágenes fijas afectadas por ruido', se plantean los siguientes trabajos futuros:

- Dada la importancia de proteger los derechos autor sobre la propiedad intelectual, se sugiere investigar e implementar un método más robusto de marcado de agua para imágenes digitales, basado en la combinación de técnicas como: DWT, DCT y SVD

- Se propone escalar el desarrollo de algoritmos para la inserción y extracción de marcas de agua sobre archivos de audio o video en tiempo real, utilizando la protección de una o varias marcas de agua.
- Dada la importancia y la evolución de las herramientas matemáticas aplicadas en el campo del procesamiento digital de imágenes, se propone estudiar e implementar la técnica de la transformada countourlet en el área de las marcas de agua.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] V. Sanchitn y H. . Praksash, «Digital watermarking to provide copyright protection for digital images on mobile devices», *IJRISE*, vol. 1, p. 6, 2008.
- [2] A. Shire, U. Jawarkar, y M. S. Kale, «Comparative analysis of watermarking in digital images using DCT, DWT & LSB», *IJRISE*, p. 5, feb. 2015.
- [3] P. Khanzode, S. Ladhake, y S. Tank, «Digital Watermarking for Protection of Intellectual Property», *IJCEM*, vol. 12, 2011.
- [4] S. Kaur y M. Kantveer, «A review paper on medical image watermarking for copyright protection based on visual cryptography using genetic algorithm», *IJESRT*, p. 6, jul. 2016.
- [5] N. Nieto y D. M. Orozco, «El uso de la transformada wavelet discreta en la reconstrucción de señales senosoidales», *Cienc. Tecnol.*, n.º 38, p. 6, jun. 2008.
- [6] J. F. Ortega Muñoz y C. E. Rivera Valencia, «Aplicación de un filtro adaptativo para minimizar el ruido en una imagen.», Universidad del Cauca, Popayán, 2015.
- [7] J. Muñoz Pérez, «Procesamiento de Imágenes», en *Representación de imágenes digitales*, Málaga - España, 2010.
- [8] R. A. González González, «Algoritmo basado en wavelets aplicado a la detección de incendios forestales», Universidad de las Américas Puebla, México, 2010.
- [9] J. A. Vettorazzi González, «Restauración de imágenes distorsionadas mediante técnicas de procesamiento digital y comparación entre dos métodos de restauración», Guatemala, 2007.
- [10] «Definición, tamaño de imagen, DPI y PPI | FMEdda | Foto-Mosaik-Edda». [En línea]. Disponible en: http://www.fmedda.com/es/article/dpi_ppi. [Accedido: 16-ene-2018].
- [11] «Imágenes Digitales: Tamaño de Imagen y Resolución». [En línea]. Disponible en: <http://www.cevagraf.coop/posts/imagen-digital-tamano-resolucion/>. [Accedido: 16-ene-2018].
- [12] «Profundidad de color». [En línea]. Disponible en: <http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/107/cd/imagen/imagen0103.html>. [Accedido: 16-ene-2018].
- [13] «profundidad de color de la imagen». [En línea]. Disponible en: <http://www.canalaudiovisual.com/ezone/books/jirimag/1Imag41.htm>. [Accedido: 16-ene-2018].
- [14] J. J. Grimaldos, «Tratamiento digital de imágenes - Un recurso didáctico». 2005.
- [15] A. McAndrew, *An introduction to digital image processing with matlab*, vol. 1. 2004.

- [16] «RGB - Wikipedia, la enciclopedia libre». [En línea]. Disponible en: <https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=RGB&oldid=103806021>. [Accedido: 25-ene-2018].
- [17] G. Beltrán Campos, «Filtro de orden estadístico en el dominio wavelet para supresión de ruido en imágenes a color», Instituto Politécnico Nacional - Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2009.
- [18] I. Y. Orea Florez, «Marcas de agua robustas en imágenes digitales con formato BMP», Instituto Politécnico Nacional - Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2005.
- [19] C. A. Ordoñez Santiago, «Formatos de Imagen Digital», vol. 5, n.º 7, p. 10, 10-may-2005.
- [20] «Formatos de imagen». [En línea]. Disponible en: <http://www.ite.educacion.es/formacion/materiales/107/cd/imagen/imagen0105.html>. [Accedido: 12-ene-2018].
- [21] «Formatos y procesamiento de imagen - Wikiversidad». [En línea]. Disponible en: https://es.wikiversity.org/wiki/Formatos_y_procesamiento_de_imagen. [Accedido: 16-ene-2018].
- [22] L. Castillejos Domínguez, «Procesamiento digital de imágenes a color en presencia de ruido usando un DSP», Maestría en Ciencias de Ingeniería, Instituto Politécnico Nacional - Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2015.
- [23] A. C. Bovik, *The essential guide to image processing*. London ; Boston: Academic Press, 2009.
- [24] N. K. Gill y A. Sharma, «Noise Models and De-noising Techniques in Digital Image Processing», *IJCMS*, vol. 5, p. 5, nov. 2016.
- [25] M. G. Sánchez Cervantes, «Algoritmos de Detección y Filtrado de Imágenes para Arquitecturas Multicore y Manycore», Doctoral, Universidad Politécnica de Valencia, Valencia - España, 2013.
- [26] M. Makitalo y A. Foi, «Optimal inversion of the Anscombe transformation in low-count Poisson image denoising», *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 20, n.º 1, pp. 99–109, 2011.
- [27] J. C. Reategui Woll, «Estimación Automática de la Varianza y Discriminación de Distribuciones de Ruido en Imágenes Digitales», Ingeniería, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima - Perú, 2013.
- [28] I. Zamanillo Sainz de la Maza, «Metodología para el desarrollo de nuevas técnicas y algoritmos en el reconocimiento inteligente de imágenes submarinas.», Doctoral, Universidad de Cantabria, Santander, 2013.
- [29] Z. Wang y A. C. Bovik, «Mean Squared Error: Love It or Leave It?», *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 98, ene. 2009.
- [30] J. A. E. Arias, J. E. R. Castaño, R. T. Cuello, y R. B. Padilla, «Eliminación de ruido impulsivo en imágenes a color, utilizando interpolación con funciones de base radial», *Ingeniería*, vol. 16, n.º 1, pp. 27–35, 2011.
- [31] C. Palma Hernández, «Marca de agua para imágenes en dispositivos móviles», Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, 2011.

- [32] M. Hernández García, «Integración de la Similitud Estructural en un marco de registro de imagen variacional, y evaluación de sus prestaciones», Escuela Técnica Superior de Ingeniería de Telecomunicaciones -Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena - Colombia, 2013.
- [33] F. Qian, J. Guo, T. Sun, y T. Wang, «Multi-scale SSIM metric based on weighted wavelet decomposition», *Opt. - Int. J. Light Electron Opt.*, vol. 125, n.º 20, pp. 6205-6209, oct. 2014.
- [34] M. Zengzhen, «Image quality assessment in multiband DCT domain based on SSIM», *Opt. - Int. J. Light Electron Opt.*, vol. 125, n.º 21, pp. 6470-6473, nov. 2014.
- [35] V. M. Arévalo Espejo, «Registro de Imágenes mediante Transformaciones Lineales por Trozos», Universidad de Málaga, Málaga - España, 2008.
- [36] «Correlación Cruzada y Autocorrelación». [En línea]. Disponible en: <http://www.ehu.eus/Procesadodesenales/tema8/corre1.html>. [Accedido: 18-ene-2018].
- [37] C.-S. Lu, Ed., *Multimedia security: steganography and digital watermarking techniques for protection of intellectual property*. Hershey PA: Idea Group Publishing, 2005.
- [38] S. L. Gómez Coronel, «Mejora en la robustez de marcas de agua empleando la transformada de Hermite», Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2014.
- [39] H. Tao, L. Chongmin, J. M. Zain, y A. N. Abdalla, «Robust image watermarking theories and techniques: a review», *J. Appl. Res. Technol.*, vol. 12, n.º 1, pp. 122–138, 2014.
- [40] L. Pérez Rivas, «Estudio de la robustez del marcado de agua para imágenes digitales en el dominio de la transformada Contourlet», Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2015.
- [41] M. García Horta, «Autenticación de documentos digitales usando la técnica de marca de agua», Instituto Politécnico Nacional - Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2010.
- [42] L. M. Vargas, «Marcas de agua múltiples para autenticación y detección de adulteraciones en imágenes digitales médicas», Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba - Argentina, 2015.
- [43] L. M. Vargas, E. V. de Payer, y A. Di Gianantonio, «Marcas de agua: una contribución a la seguridad de archivos digitales», *Rev. Fac. Cienc. Exactas Físicas Nat.*, vol. 3, n.º 1, pp. 49–54, 2016.
- [44] F. A. Gómez Gómez, «Investigación sobre Algunos Métodos de Construcción de Marcas de Agua Digitales», Universidad Nacional de Colombia, Bogotá - Colombia, 2013.
- [45] A. Poljicak, L. Mandić, y D. Agic, «Robustness of a DFT Based Image Watermarking Method Against AM Halftoning», vol. 18, p. 6, jun. 2011.
- [46] S. Roy y A. K. Pal, «A blind DCT based color watermarking algorithm for embedding multiple watermarks», *AEU - Int. J. Electron. Commun.*, vol. 72, pp. 149-161, feb. 2017.

- [47] Q. Su, Y. Niu, Q. Wang, y G. Sheng, «A blind color image watermarking based on DC component in the spatial domain», *Opt. - Int. J. Light Electron Opt.*, vol. 124, n.º 23, pp. 6255-6260, dic. 2013.
- [48] J. M. Ramírez Viáfara y J. A. Moreno Peña, «Análisis del desempeño de la modulación wavelet», Universidad del Cauca, Popayán _ Cauca, 2009.
- [49] A. Fernández Sarría, «Estudio de técnicas basadas en la transformada wavelet y optimización de sus parámetros para la clasificación por texturas de imágenes digitales», Universidad Politécnica de Valencia, Valencia - España, 2007.
- [50] P. Faundez y A. Fuentes, «Procesamiento Digital de Señales Acústicas utilizando Wavelets», Tesis de Pregrado, Instituto de Matemáticas UACH, Chile, 2002.
- [51] L. A. Arcila Armero y L. Y. Cajas Hoyos, «Análisis de señales EEG con registros de epilepsia mediante reconocimiento de patrones y transformada wavelet», Universidad del Cauca, Popayán - Cauca, 2016.
- [52] C. V. López Torres, «Estudio comparativo entre tipos de transformada wavelet para su uso en reconstrucción tridimensional», Maestría en Sistemas de Información, Universidad Autónoma de Querétaro, México, 2012.
- [53] L. P. Pazmiño Altamirano, «Aplicación de la transformada wavelet en dos dimensiones para el análisis y compresión de imágenes.», Escuela Politécnica del Ejército, Salgolquí - Ecuador, 2012.
- [54] E. Gómez-Luna, D. Silva, y G. Aponte, «Selección de una wavelet madre para el análisis frecuencial de señales eléctricas transitorias usando WPD», *Ingeniare Rev. Chil. Ing.*, vol. 21, n.º 2, pp. 262-270, ago. 2013.
- [55] «Choose a Wavelet - MATLAB & Simulink - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/wavelet/gs/choose-a-wavelet.html>. [Accedido: 09-abr-2018].
- [56] «Introduction to Wavelet Families - MATLAB & Simulink - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/wavelet/gs/introduction-to-the-wavelet-families.html>. [Accedido: 09-abr-2018].
- [57] C. A. Balbuena Campuzano, «Método de protección con marca de agua para imágenes digitales, utilizando una técnica de representación orientada geoméricamente: Contourlet», Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2017.
- [58] M. O. Jiménez Salinas, «Marca de agua invisible en el dominio de la transformada contourlet, utilizando una técnica de espectro esparcido para inserción de la marca y un detector correlacionado para detección de la marca», Universidad Nacional Autónoma de México, México, 2008.
- [59] R. García Ramos, «Compresión de imágenes fijas en MATLAB a través de DCT y WAVELET», Maestría en Ciencias con Especialidad en Ingeniería Electrónica, Escuela de Ingeniería, Universidad de las Américas Puebla, México, 2003.
- [60] D. Renza Torres, «Transformada wavelet compleja de doble árbol (DT-CTW) y su aplicación en teledetección: Nuevos modelos y aplicaciones», Tesis Doctoral, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Informaticos, España, 2015.

- [61] P. Wu, «Research on digital image watermark encryption based on hyperchaos», Doctor of Philosophy, University of Derby, 2013.
- [62] M. Alwa, T. El-Tobely, M. Fahmy, M. Nasr, y M. A. El-Aziz, «Fidelity and robust digital watermarking adaptivity pixel based on medial pyramid of embedding error gray scale images», *Int. J. Comput. Sci. Netw. Secur.*, vol. 10, n.º 6, pp. 284–314, 2010.
- [63] «MATLAB frente a R - MATLAB & Simulink». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/discovery/matlab-vs-r.html>. [Accedido: 29-ene-2018].
- [64] «Wavelet Toolbox - MATLAB». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/products/wavelet.html>. [Accedido: 29-ene-2018].
- [65] H. O. Gómez Espinoza, «Aplicación de la transformada wavelet y el método level set para el filtrado y segmentación de imágenes», Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca - Ecuador, 2012.
- [66] E. Aggarwal, E. Kaur, y E. Anantdeep, «An efficient watermarking algorithm to improve payload and robustness without affecting image perceptual quality», *ArXiv Prepr. ArXiv10044467*, 2010.
- [67] P. Sharma y S. Swami, «Digital image watermarking using 3 level discrete wavelet transform», en *Conference on Advances in Communication and Control Systems*, 2013, vol. 24, pp. 3–24.
- [68] R. C. Gonzales, R. E. Woods, y S. L. Eddins, *Digital Image Processing Using MATLAB*, 2nd ed. Gatesmark Publishing, 2009.
- [69] «Wavelet Families - MATLAB & Simulink - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: https://la.mathworks.com/help/wavelet/ug/wavelet-families-additional-discussion.html?searchHighlight=families%20wavelet&s_tid=doc_srchtile. [Accedido: 12-abr-2018].
- [70] «Single-level discrete 2-D wavelet transform - MATLAB dwt2 - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/wavelet/ref/dwt2.html>. [Accedido: 13-abr-2018].
- [71] «Single-level inverse discrete 2-D wavelet transform - MATLAB idwt2 - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/wavelet/ref/idwt2.html>. [Accedido: 13-abr-2018].
- [72] «Concatenate arrays along specified dimension - MATLAB cat - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/cat.html?searchHighlight=cat&s_tid=doc_srchtile. [Accedido: 13-abr-2018].
- [73] I. Y. Orea Florez, «Marcas de agua robustas en imágenes digitales con formato BMP», Instituto Politécnico Nacional - Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, México, 2005.
- [74] «Convert array to cell array with potentially different sized cells - MATLAB mat2cell - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/mat2cell.html>. [Accedido: 17-abr-2018].
- [75] «2-D discrete cosine transform - MATLAB dct2 - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en: https://la.mathworks.com/help/images/ref/dct2.html?searchHighlight=dct2&s_tid=doc_srchtile. [Accedido: 17-abr-2018].

- [76] «2-D inverse discrete cosine transform - MATLAB idct2 - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en:
https://la.mathworks.com/help/images/ref/idct2.html?searchHighlight=idct2&s_tid=doc_srchtile. [Accedido: 18-abr-2018].
- [77] «Convert cell array to ordinary array of the underlying data type - MATLAB cell2mat - MathWorks America Latina». [En línea]. Disponible en:
https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/cell2mat.html?s_tid=doc_ta. [Accedido: 18-abr-2018].
<https://books.google.com.co/books?id=SbjB8e4P2D0C&pg=PA216&lpg=PA216&dq>

APÉNDICE I

DISEÑO E IMPLEMENTACION DEL ALGORITMO DE MARCADO DE AGUA BASADO EN LA DCT – MÉTODO SIN EXTENDER

FASE DE DISEÑO

A. TÉCNICA DE INSERCIÓN DE LA MARCA DE AGUA.

Consideremos una imagen digital a color RGB protegida por derechos de autor, denominada imagen anfitriona, de tamaño 512×512 píxeles y otra imagen digital a color RGB utilizada como marca de agua de tamaño 64×64 píxeles, ver figura I.



Figura I Imagen anfitriona (A). Marca de agua (B).

Los pasos detallados del proceso de inserción se describen a continuación:

- 1) Se descomponen la imagen anfitriona (***coverImage***) y la marca de agua (***watermark***) en sus tres canales primarios de color o componentes RGB: R(512×512), G(512×512), B(512×512) y R(64×64), G(64×64), B(64×64), respectivamente.

- 2) Cada componente de color RGB obtenido de la imagen anfitriona y la marca de agua es segmentado en bloques o subimágenes de tamaño 8×8 píxeles.
- 3) La información de la imagen anfitriona y la marca de agua es pasada del dominio espacial al dominio de la frecuencia, para esto, cada bloque de tamaño 8×8 píxeles obtenido en el paso anterior, se transforma en bloques de 64 *coeficientes DCT*, aplicando la DCT-2D de acuerdo a la ecuación (2.4).
- 4) Se oculta la información de cada bloque de *coeficientes DCT* de la marca de agua (*watermark*), modificando los bloques de *coeficientes DCT* de la imagen anfitriona (*coverImage*) seleccionados para su inserción de acuerdo a la ecuación 3.1. Este procedimiento se repite para los tres canales de color RGB de la imagen anfitriona. De esta forma se obtienen los nuevos bloques de *coeficientes DCT* de la imagen marcada (*watermarkedImage*).
- 5) Progresivamente se aplica la transformada del coseno discreta inversa (IDCT) al conjunto de bloques de *coeficientes DCT* de la imagen marcada (*watermarkedImage*) de acuerdo a la ecuación 2.7, con el fin de pasar de nuevo la información de la imagen obtenida al dominio espacial.
- 6) Se invierte el proceso de segmentación de cada canal de color RGB de la imagen marcada de bloques de tamaño 8×8 píxeles, a una matriz de tamaño 512×512 píxeles.
- 7) Finalmente se reconstruye la imagen marcada concatenando las tres componentes de color RGB.

La figura II. muestra los pasos del proceso de inserción de la marca de agua descrito anteriormente.

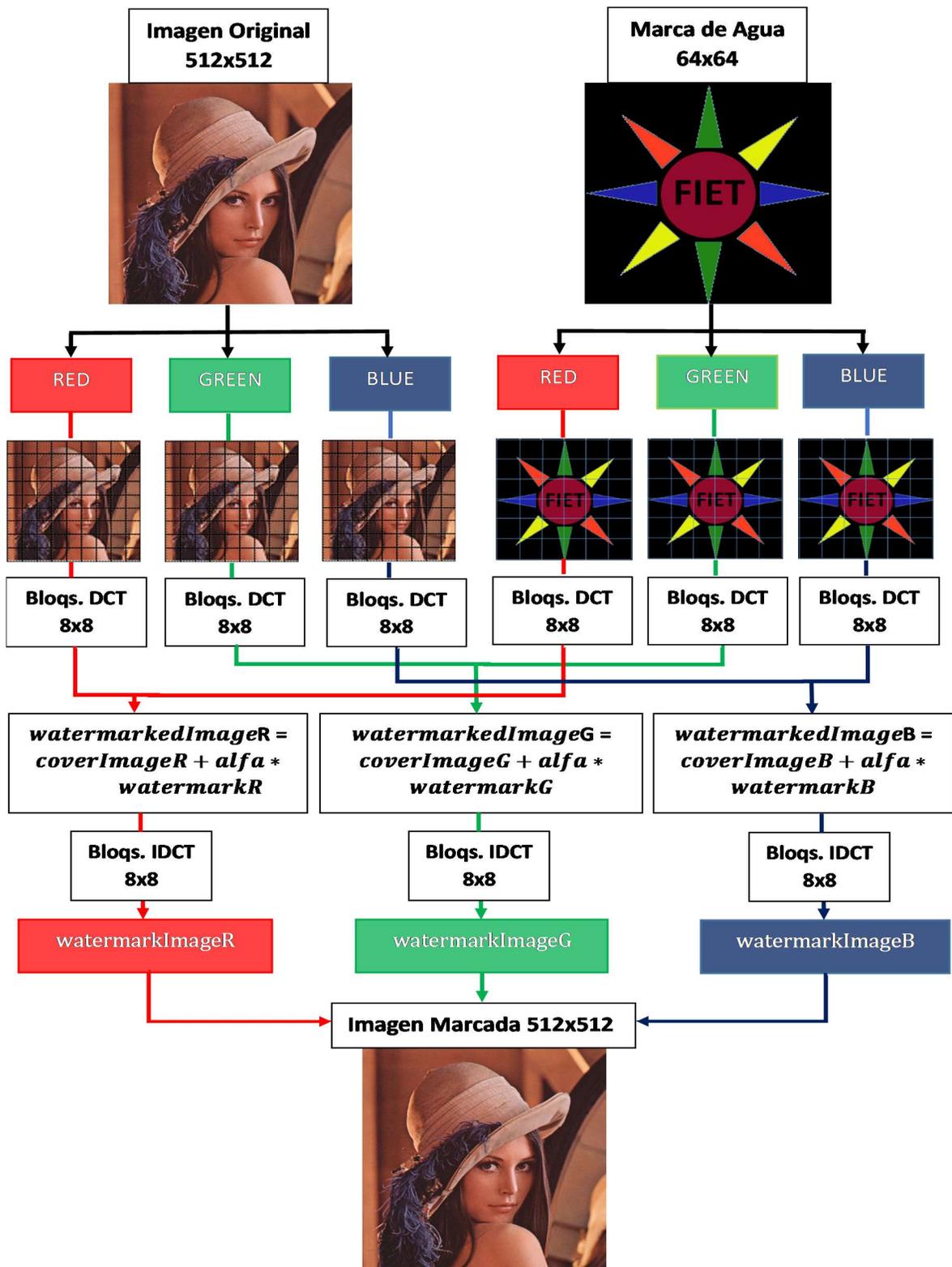


Figura II Proceso de inserción de la marca de agua DCT.

A. TÉCNICA DE EXTRACCIÓN DE LA MARCA DE AGUA

El proceso de extracción de la marca de agua es el proceso inverso al proceso de marcado.

Los pasos detallados del proceso de extracción se describen a continuación:

- 1) Se descompone la imagen a color marcada (***watermarkedImage***) en sus tres canales o componentes de color RGB: R(512×512), G(512×512) y B(512×512).
- 2) Cada componente de color RGB obtenido de la imagen marcada es segmentando en bloques o subimágenes de tamaño 8×8 píxeles.
- 3) Se pasa la información de la imagen marcada del dominio espacial al dominio de la frecuencia, para ello, cada bloque de tamaño 8×8 píxeles obtenido en el paso anterior, se transforma en bloques de 64 *coeficientes DCT*, aplicando la DCT-2D (de acuerdo a la ecuación 2.4).
- 4) Similarmente se repiten los pasos 1, 2 y 3 para la imagen anfitriona o imagen original (***coverImage***).
- 5) En este paso se procede a recuperar la marca de agua extrayendo sus componentes de color RGB. Para ello se resta cada componente de color RGB de la imagen anfitriona (***coverImage***) a cada componente de color RGB de la imagen marcada (***watermarkedImage***), y su resultado se divide por el parámetro ***alfa*** o nivel de intensidad de incrustación, de acuerdo a la ecuación (3.2).
- 6) Se aplica progresivamente la transformada del coseno discreta inversa (IDCT) al conjunto de bloques de *coeficientes DCT* de la marca de agua extraída (***watermark***) de acuerdo a la ecuación 2.7, con el fin de pasar de nuevo la información de la imagen al dominio espacial.
- 7) Se invierte el proceso de segmentación de cada componente de color RGB de la imagen marcada de bloques de tamaño 8×8 píxeles, en una matriz de tamaño 64×64 píxeles.
- 8) Finalmente se combinan o concatenan las tres componentes de color RGB obtenidas, R(64×64), G(64×64) y B(64×64), para adquirir la marca de agua recuperada (***watermarkRecovered***).

La figura III. muestra el proceso de extracción de la marca de agua descrito anteriormente.

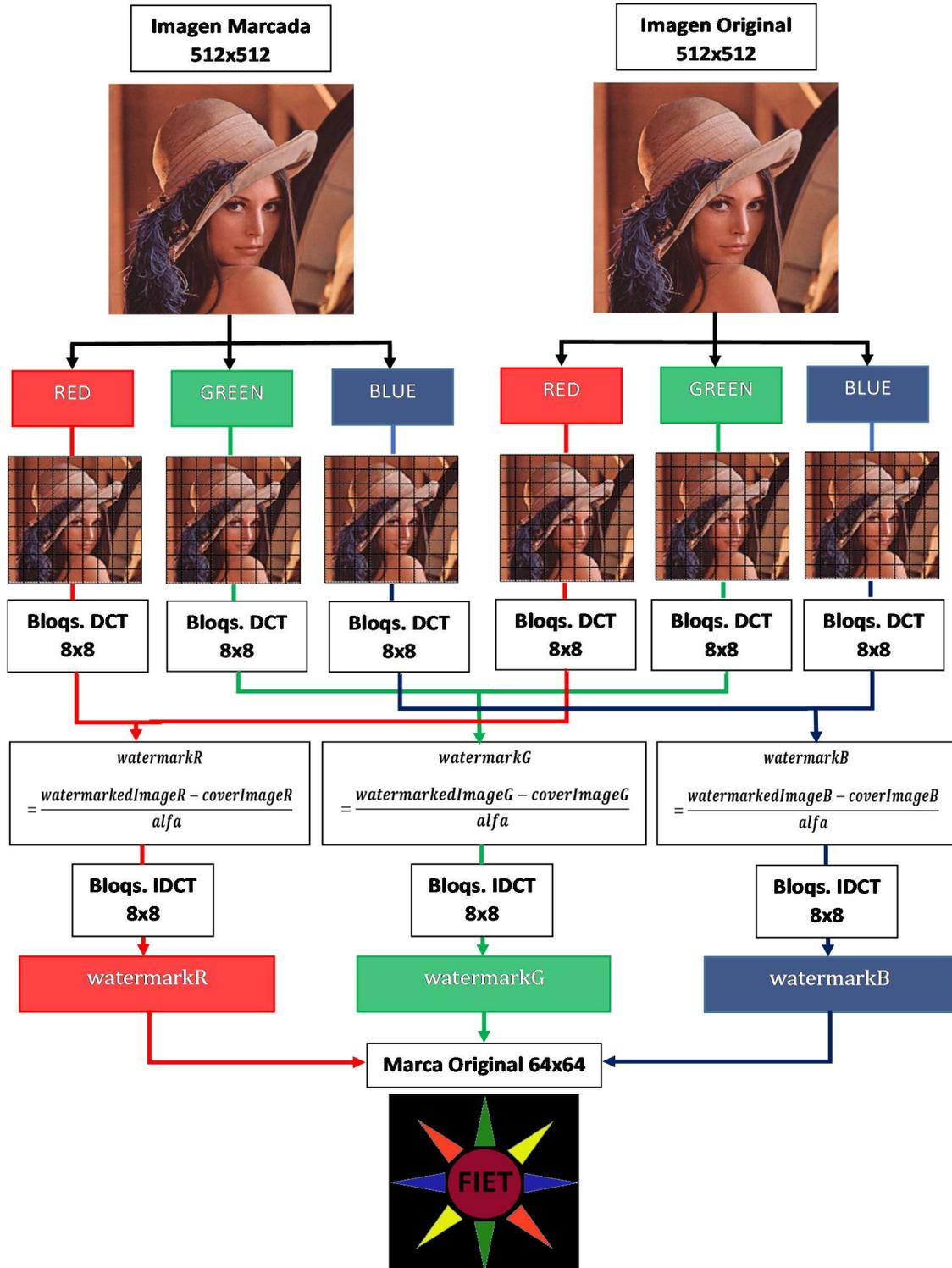


Figura III Proceso de extracción de la marca de agua DCT.

FASE DE IMPLEMENTACIÓN

En esta fase se describe las funciones más relevantes implementadas en el algoritmo, tales como, las funciones de **inserción** y **extracción** de marcas de agua invisibles en imágenes fijas a color.

REQUISITOS DE PREPROCESAMIENTO

En una etapa previa al tratamiento de imágenes con la DCT, se deben tener en cuenta los tres aspectos relevantes para llevar a cabo correctamente los procesos de inserción y extracción de la marca de agua mencionados en el literal 3.3.1, exceptuando el uso de una familia *wavelet* para el proceso de marcado de agua.

ALGORITMO DE PROCESAMIENTO DCT.

En esta sección se describen los procesos de inserción de la marca de agua en la imagen anfitriona, y su posterior extracción de la imagen marcada haciendo uso de la DCT. Para tal fin, se recurre a las funciones propias del toolbox de procesamiento de imágenes en la herramienta de Matlab.

A. inserción marca de agua

La incrustación o embebido de la marca de agua se lleva a cabo implementando la función *insertarmarcaAguaDCT*²⁸, diseñada aquí para recibir la información de la etapa de preprocesamiento (literal 3.3.1) y entregar como resultado una imagen con marca de agua invisible incrustada. En esta parte se realiza una descripción general de la función en mención, debido a que el tratamiento con la DCT para los métodos de inserción de la marca de agua *extendido* y *sin extender* son idénticos.

La función *insertarmarcaAguaDCT.m* recibe dos imágenes a color RGB (imagen anfitriona y marca de agua) y las descompone en sus respectivos planos de color, posteriormente los procesa agrupándolos en bloques o subimágenes de tamaño 8×8 píxeles, con el fin de transformarlos del dominio espacial al dominio de la frecuencia aplicando la DCT a cada uno de ellos. La información referente a cada canal de color RGB de la marca de agua se oculta de acuerdo a la ecuación (3.1), en los bloques *coeficientes DCT* de la imagen anfitriona seleccionados para tal fin. Por último, Se aplica progresivamente la transformada del coseno discreta inversa (IDCT) al conjunto

²⁸ La función *insertarmarcaAguaDCT.m*, diseñada e implementada para el procesamiento con la DCT, de acuerdo al método de inserción seleccionado puede tomar cualquiera de los siguientes nombres dentro del algoritmo: *insertarmarcaAguaSinExtenderDCT.m* o *insertarmarcaAguaExtendidaDCT.m*.

de bloques de *coeficientes DCT* de la imagen marcada, y se concatenan los nuevos canales de color RGB para obtener la imagen marcada.

A continuación, se describen los pasos seguidos por la función *insertarmarcaAguaDCT.m* para llevar a cabo el proceso de marcado de agua:

1. Descomposición de imágenes RGB en planos de color.

La imagen anfitriona y la marca de agua se descomponen cada una en sus respectivos planos de color RGB, con el fin de obtener matrices en dos dimensiones para el procesamiento DCT en Matlab

2. Segmentación de componentes RGB en bloques de tamaño 8×8 píxeles

Cada componente de color RGB obtenido de la imagen anfitriona y la marca de agua se procesan agrupándolos en bloques o subimágenes de tamaño 8×8 píxeles, mediante la función propia de Matlab *mat2cell* [74]. A continuación, se presenta el ejemplo para la imagen anfitriona.

Líneas de código:

```
canalAnfitrion1R8x8 = mat2cell(canalAnfitrion1R,N,N)
canalAnfitrion2G8x8 = mat2cell(canalAnfitrion2G,N,N)
canalAnfitrion3B8x8 = mat2cell(canalAnfitrion3B,N,N)
```

3. Aplicación de la transformada del coseno discreto 2D (DCT-2D)

En este paso se aplica la DCT-2D para pasar la información de la imagen anfitriona y la marca de agua del dominio espacial al dominio de la frecuencia, para esto, cada bloque de tamaño 8×8 píxeles obtenido en el paso anterior, se transforma en bloques de 64 *coeficientes DCT* llamando la función *aplicacionbloquesDCT2*, la cual lleva a cabo este proceso haciendo uso internamente de la función propia de Matlab *dct2* [75].

A continuación, se presenta la sintaxis de la función para la imagen anfitriona.

Líneas de código:

```
[canalAnfitrion1R8x8DCT]=aplicacionbloquesDCT2(canalAnfitrion1R
8x8,numbloquesImagen)
[canalAnfitrion2G8x8DCT]=aplicacionbloquesDCT2(canalAnfitrion2G
8x8,numbloquesImagen)
```

```
[canalAnfitrión3B8x8DCT]=aplicacionbloquesDCT2(canalAnfitrión3B8x8,numbloquesImagen)
```

4. Inserción de la marca de agua.

La inserción de la marca de agua se hace de acuerdo a la ecuación (3.1), en ella se toma cada uno de sus bloques de *coeficientes DCT* y se multiplican por un factor de proporcionalidad u ocultamiento (*alfa*), donde el resultado obtenido es sumado a los bloques de *coeficientes DCT* de la imagen anfitriona seleccionados para ocultar la información de la marca de agua. De esta forma se obtienen los nuevos bloques de *coeficientes DCT* de la imagen marcada. El anterior procedimiento se repite para los tres canales de color RGB que conforman las imágenes, de acuerdo al método de marcado seleccionado (*extendido* y *sin extender*).

Línea de código:

```
bloqueMarcadoDCT=canalAnfitrión8x8DCT{i,j} +  
    alfa.*canalmarca8x8DCT{k,l})  
canalAnfitrión8x8DCT{i,j} = bloqueMarcadoDCT
```

5. Aplicación de la transformada del coseno discreta inversa 2D (IDCT-2D)

Una vez la información de la marca de agua ha sido ocultada se aplica la transformada del coseno discreta inversa 2D (**IDCT-2D**) al conjunto de bloques de *coeficientes DCT* de la imagen marcada, con el fin de pasar de nuevo la información de la imagen del dominio de la frecuencia al dominio espacial. Para esto, cada bloque de 64 *coeficientes DCT* se transforma en un bloque de tamaño 8x8 píxeles, llamando la función **aplicacionbloquesIDCT2**, la cual lleva a cabo este proceso haciendo uso internamente de la función propia de Matlab *idct2* [76]

Líneas de código:

A continuación, se presenta la sintaxis de la función para la imagen marcada.

```
[canalmarcado1RIDCT]=aplicacionbloquesIDCT2(canalmarcado1RDCT,n  
umbloquesImagen)  
[canalmarcado2GIDCT]=aplicacionbloquesIDCT2(canalmarcado2GDCT,n  
umbloquesImagen)  
[canalmarcado3BIDCT]=aplicacionbloquesIDCT2(canalmarcado3BDCT,n  
umbloquesImagen)
```

6. Reconstrucción de la matriz general de la imagen marcada.

En esta parte se invierte el proceso de segmentación de bloques o subimágenes de tamaño 8×8 píxeles de la imagen marcada, hacia una matriz única de tamaño 512×512 píxeles, mediante la función propia de Matlab *cell2mat* [77]. El anterior proceso se repite para cada canal de color RGB de la imagen marcada. A continuación, se presenta el ejemplo para la imagen anfitriona.

Línea de código:

```
imagenAnfitrionaMATRIZ1R = cell2mat(canalmarcado1RIDCT)
imagenAnfitrionaMATRIZ2G = cell2mat(canalmarcado2GIDCT)
imagenAnfitrionaMATRIZ3B = cell2mat(canalmarcado3BIDCT)
```

7. Concatenación de canales RGB

El último paso ejecutado dentro de la función *insertarmarcaAguaDCT.m* consiste en concatenar los nuevos planos de color RGB (imagenAnfitrionaMATRIZ1R, imagenAnfitrionaMATRIZ2G, imagenAnfitrionaMATRIZ3B) para finalizar la reconstrucción de la imagen marcada. A continuación, se presenta su implementación dentro del algoritmo utilizando la función *cat* de Matlab [77].

Línea de código:

```
imagenMarcadaDCT=cat(3,imagenAnfitrionaMATRIZ1R,imagenAnfitrionaMATRIZ2G,imagenAnfitrionaMATRIZ3B);
```

B. Extracción marca de agua

La extracción de la marca de agua se lleva a cabo mediante la implementación la función *extraermarcaAguaDCT.m*, diseñada para recuperar la información de la marca de agua incrustada mediante un proceso de extracción no ciego (literal 2.2.6). En esta parte no se hace una descripción general de la función en mención, debido a que el tratamiento con la DCT para los dos métodos de extracción de la marca de agua *extendido* y *sin extender* son idénticos al proceso de inserción de la marca de agua, exceptuando la aplicación de la ecuación (3.2) para el proceso de recuperación de la misma.