



APENDICE A: CÁLCULO PROBABILIDAD DE ERROR TEÓRICA PARA MODULACIONES PAM_{PB} Y QAM.

Se debe validar que ruido AWGN este modelado correctamente para la relación E_b/N_o correspondiente, por ello, en este anexo se calcula probabilidad de error de teórica para cada una de las modulaciones, la cual está definida por [1]:

$$\Pr\{\varepsilon\} \cong K(\mathcal{A}) Q\left(\frac{d(\mathcal{A})}{2\sigma}\right), \quad (\text{A.1})$$

donde $K(\mathcal{A})$ representa el número promedio de vecinos de cada elemento del alfabeto \mathcal{A} y $d(\mathcal{A})$ hace referencia a la distancia mínima Euclidiana entre dos puntos de la constelación.

Se tiene que la distancia mínima Euclidiana para las modulaciones PAM_{PB} y QAM está dada por:

$$d(\mathcal{A}) = 2\lambda. \quad (\text{A.2})$$

Por lo tanto:

$$\Pr\{\varepsilon\} \cong K(\mathcal{A}) Q\left(\frac{2\lambda}{2\sigma}\right). \quad (\text{A.3})$$

Para obtener el valor de λ se encuentra la energía de símbolo de cada constelación dada por:

$$\begin{aligned} E_s &= E[|S_k|^2] \\ &= \sum_{s \in \mathcal{A}} |s|^2 \Pr\{S_k = s\}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

I.1 Probabilidad de Error Modulación 2-PAM_{PB}

La constelación de la modulación 2-PAM_{PB} es la mostrada en la Figura A.1.

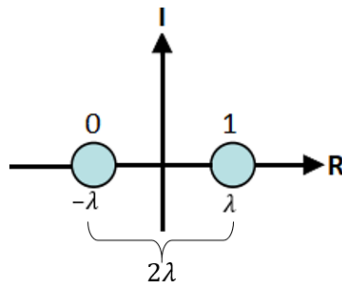


Figura A.1. Constelación 2-PAM_{PB}.



Donde se observa que:

$$K(\mathcal{A}) = 1. \quad (\text{A.5})$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \Pr\{\varepsilon\} &\cong 1 Q\left(\frac{2\lambda}{2\sigma}\right) \\ &\cong Q\left(\frac{\lambda}{\sigma}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

La energía de símbolo está dada por:

$$\begin{aligned} E_s &= \frac{\lambda^2}{2} + \frac{\lambda^2}{2} \\ &= \lambda^2. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Obteniendo:

$$\Pr\{\varepsilon\} \cong Q\left(\frac{\sqrt{E_s}}{\sigma}\right). \quad (\text{A.8})$$

Teniendo en cuenta que,

$$E_s = E_b \log_2(M) \quad (\text{A.9})$$

Y

$$\sigma^2 = \frac{N_o}{2}. \quad (\text{A.10})$$

Por consiguiente:

$$\begin{aligned} \Pr\{\varepsilon\} &\cong Q\left(\sqrt{\frac{2 E_b \log_2(2)}{N_o}}\right) \\ &\cong Q\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_o}}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Por lo tanto al evaluar la función Q para los valores específicos de E_b/N_o se obtiene que la probabilidad de error teórica para la modulación 2-PAM_{PB} es la mostrada en la Figura A.2.

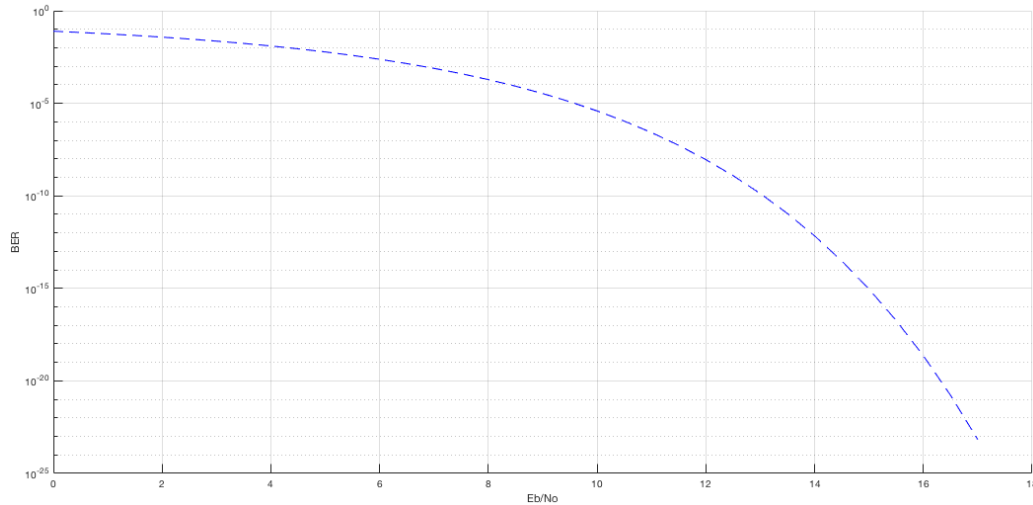


Figura A.2. Probabilidad de error Vs E_b/N_o para la modulación 2-PAM_{PB}.

A.2 Probabilidad de Error Modulación 4-PAM_{PB}

La constelación de la modulación 4-PAM_{PB} es la mostrada en la Figura A.3.

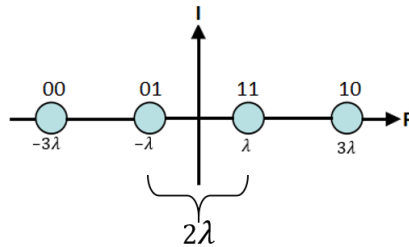


Figura A.3. Constelación 4-PAM_{PB}.

Teniendo:

$$\begin{aligned}
 K(\mathcal{A}) &= \frac{1}{4}(2) + \frac{1}{4}(4) \\
 &= \frac{3}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{A.12}$$

La energía de símbolo para ésta modulación es:

$$\begin{aligned}
 E_s &= 2(-3\lambda)^2 \frac{1}{4} + 2\lambda^2 \frac{1}{4} \\
 &= 5\lambda^2
 \end{aligned}
 \tag{A.13}$$



Por lo tanto:

$$P_S \cong \frac{3}{2} Q \left(\frac{\sqrt{E_S}}{\sigma} \right). \quad (\text{A.14})$$

Al reemplazar con base en las Ecuaciones A.9 y A.10, se tiene:

$$\begin{aligned} P_S &\cong \frac{3}{2} Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b \log_2(4)}{5 N_o}} \right) \\ &\cong \frac{3}{2} Q \left(\sqrt{\frac{4 E_b}{5 N_o}} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Por lo tanto, los valores de la probabilidad de error teóricos para la modulación 4-PAM_{PB} son los mostrados en la Figura A.4.

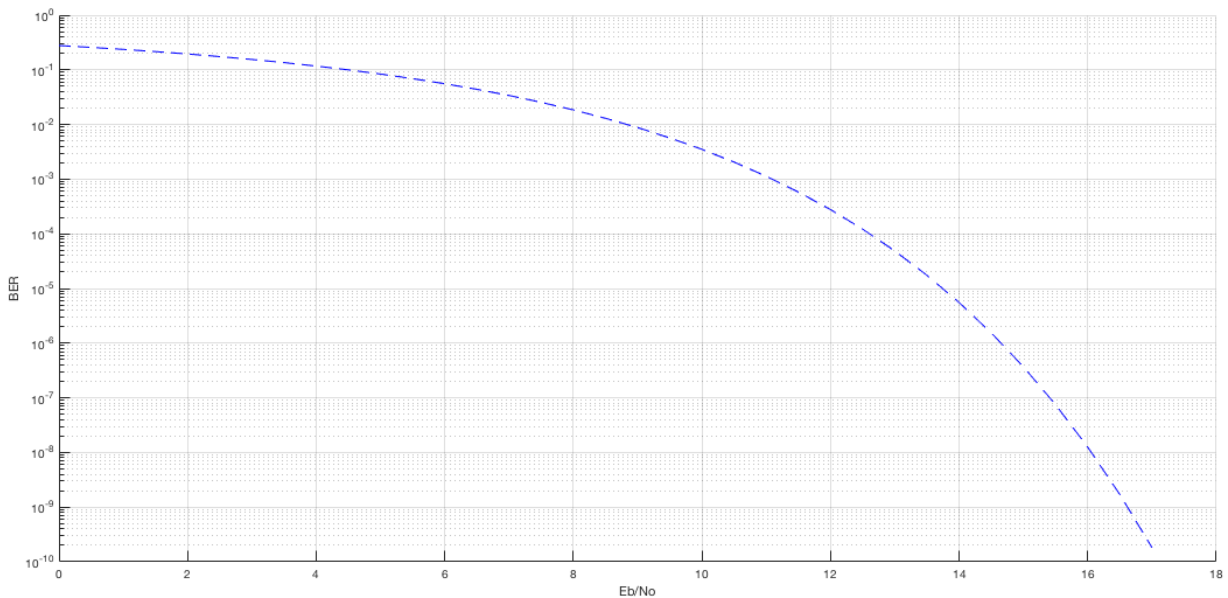


Figura A.4. Probabilidad de error Vs E_b/N_o para la modulación 4-PAM_{PB}.



A.3 Probabilidad de Error Modulación 4-QAM

La constelación de la modulación 4-QAM es la mostrada en la Figura A.5.

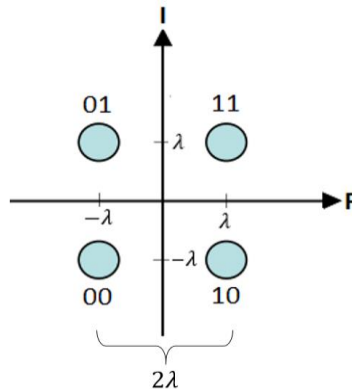


Figura A.5. Constelación 4-QAM.

Teniendo:

$$\begin{aligned}
 K(\mathcal{A}) &= (2) \frac{1}{4} + (2) \frac{1}{4} + (2) \frac{1}{4} + (2) \frac{1}{4} \\
 &= 2.
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

La energía de símbolo para la modulación 4-QAM es:

$$\begin{aligned}
 E_s &= 4((-λ)^2 + λ^2) \frac{1}{4} \\
 &= 2λ^2.
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

Por lo tanto:

$$P_s \cong 2Q \left(\frac{\sqrt{\frac{E_s}{2}}}{\sigma} \right). \tag{A.18}$$

Al reemplazar las Ecuaciones A.9 y A.10 en la Ecuación A.18, se tiene:

$$\begin{aligned}
 P_s &\cong 2Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b \log_2(4)}{2N_o}} \right) \\
 &\cong 2Q \left(\sqrt{2 \frac{E_b}{N_o}} \right).
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

Por lo tanto, los valores de la probabilidad de error teóricos Vs E_b/N_o para la modulación 4-QAM son los mostrados en la Figura A.6.

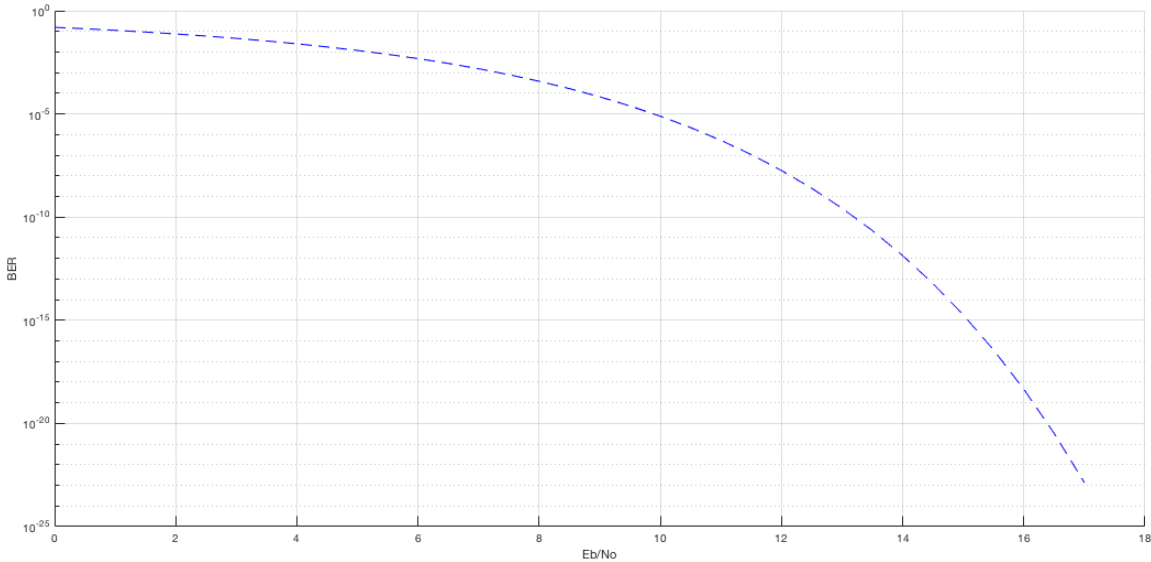


Figura A.6. Probabilidad de error Vs E_b/N_o para la modulación 4-QAM.

A.4 Probabilidad de Error Modulación 16-QAM

La constelación de la modulación 16-QAM es la mostrada en la Figura A.7.

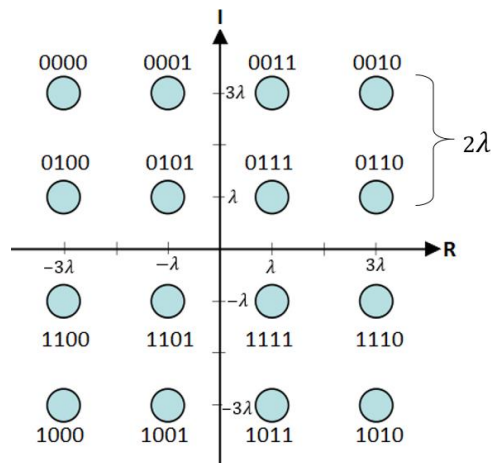


Figura A.7. Constelación 16-QAM.

Teniendo:

$$\begin{aligned}
 K(\mathcal{A}) &= (2) \frac{1}{16} (4) + (3) \frac{1}{16} (8) + (4) \frac{1}{16} (4) \\
 &= 3.
 \end{aligned} \tag{A.20}$$

La energía de símbolo para la modulación 16-QAM es:

$$\begin{aligned}
 E_s &= 18\lambda^2(4) \frac{1}{16} + 10\lambda^2(8) \frac{1}{16} + 2\lambda^2(4) \frac{1}{16} \\
 &= 10\lambda^2.
 \end{aligned} \tag{A.21}$$



Así:

$$P_s \cong 3Q \left(\frac{\sqrt{\frac{E_s}{10}}}{\sigma} \right). \quad (\text{A.22})$$

Al reemplazar las Ecuaciones A.9 e A.10 en la Ecuación A.22:

$$\begin{aligned} P_s &\cong 3Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b \log_2(16)}{10 N_o}} \right) \\ &\cong 3Q \left(\sqrt{\frac{4 E_b}{5 N_o}} \right). \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Por lo tanto, los valores de la probabilidad de error teóricos Vs E_b/N_o para la modulación 16-QAM son los mostrados en la Figura A.8.

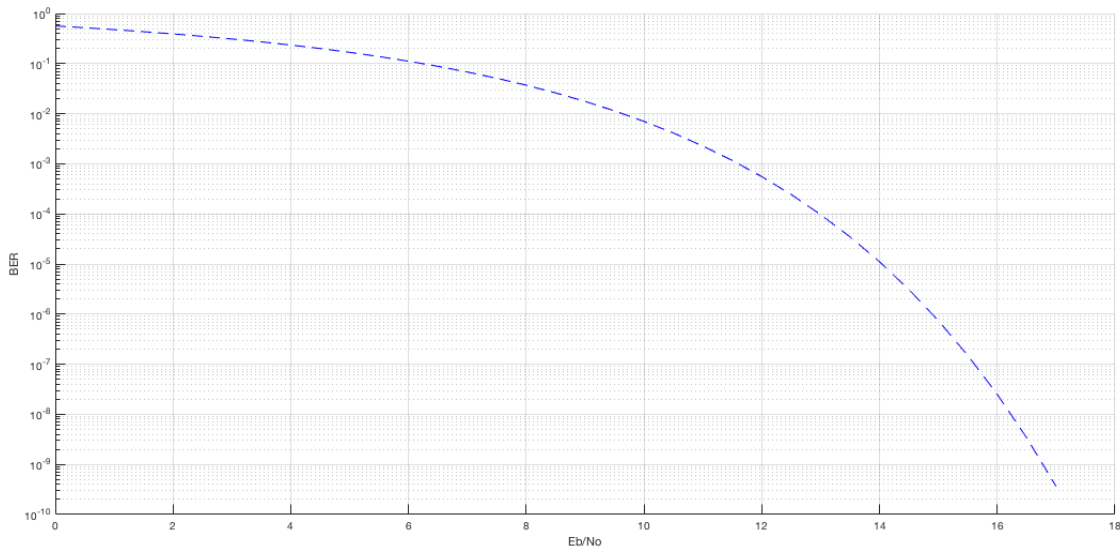


Figura A.8. Probabilidad de error Vs E_b/N_o modulación 16-QAM.



APENDICE B: COMPARACIÓN ENTRE TÉCNICAS DE TRANSMISIÓN PARA SISTEMAS MULTITONO CON 16 Y 64 TONOS.

B.1. MODULACIÓN M-PAM_{PB}

B.1.1. Sistema multitono con 16 tonos

En las Figuras B.1 y B.2, se encuentran los gráficos de BER vs E_b/N_o para los esquemas de modulación 2-PAM_{PB} y 4-PAM_{PB}, respectivamente, empleado 16 tonos para la técnica de transmisión multitono.

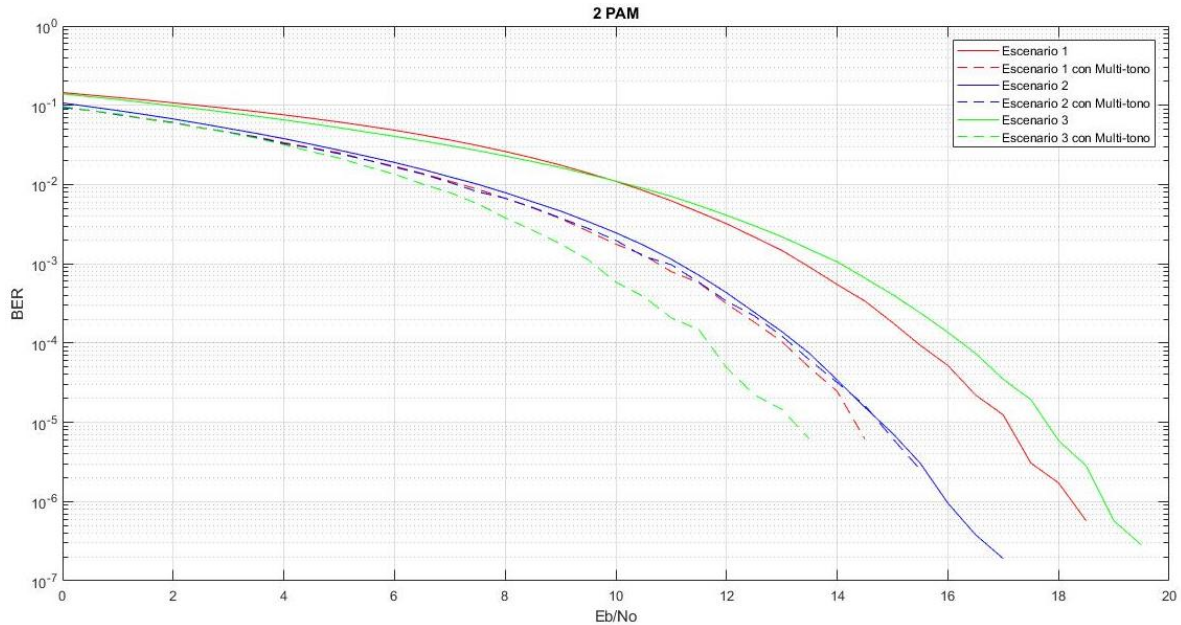


Figura A.1. Desempeño técnica de transmisión multitono con 16 tonos y modulación 2-PAM_{PB}.

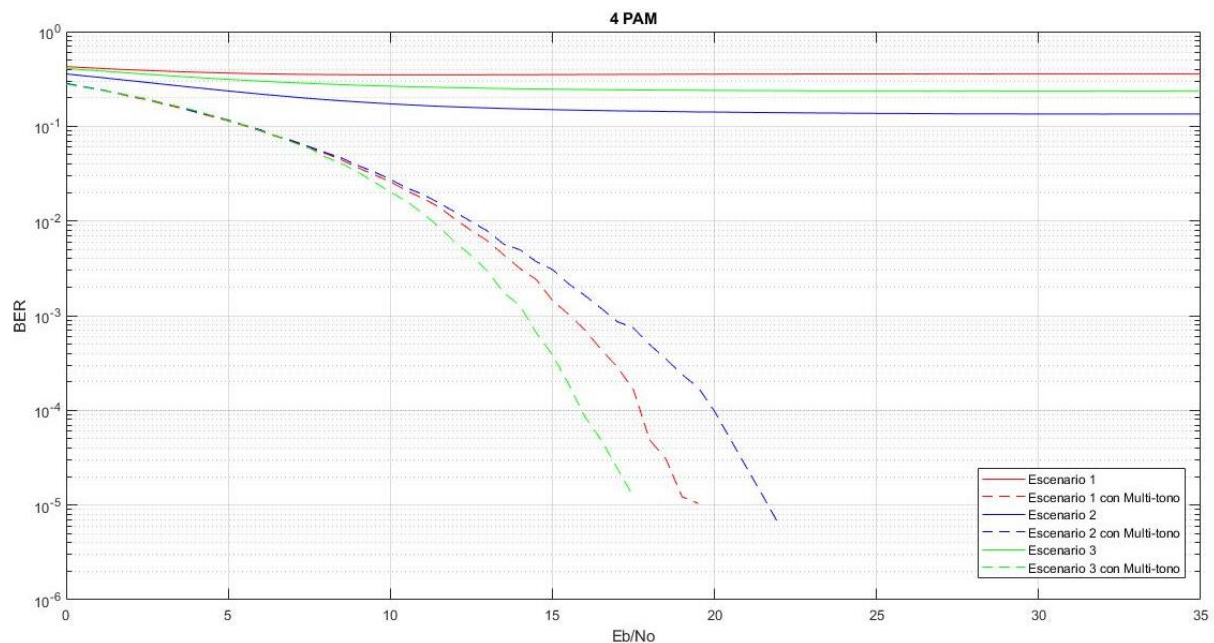


Figura B.2. Desempeño técnica de transmisión multitono con 16 tonos y modulación 4-PAM_{PB}.



B.1.2. Sistema multitono con 64 tonos

En las Figuras B.3 y B.4 se encuentran las curvas de BER vs E_b/N_o para los esquemas de modulación 2-PAM_{PB} y 4-PAM_{PB} respectivamente, utilizando 64 tonos para el sistema con técnica de transmisión multitono.

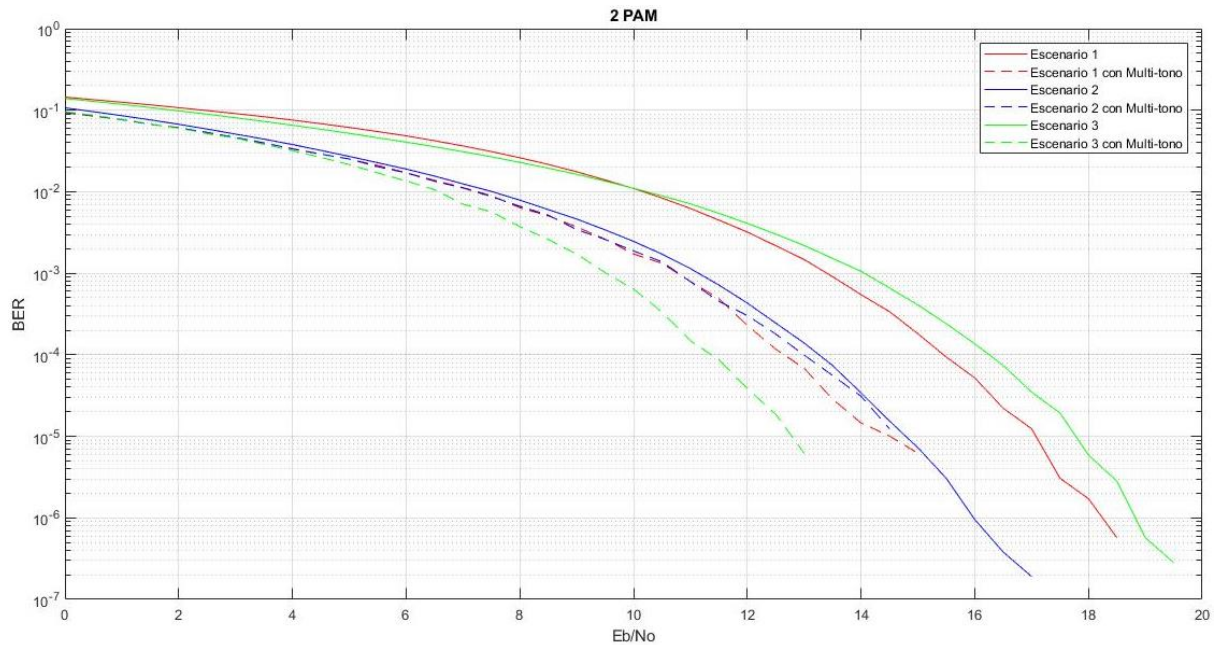


Figura B.3 Desempeño técnica de transmisión multitono con 64 tonos y modulación 2-PAM_{PB}.

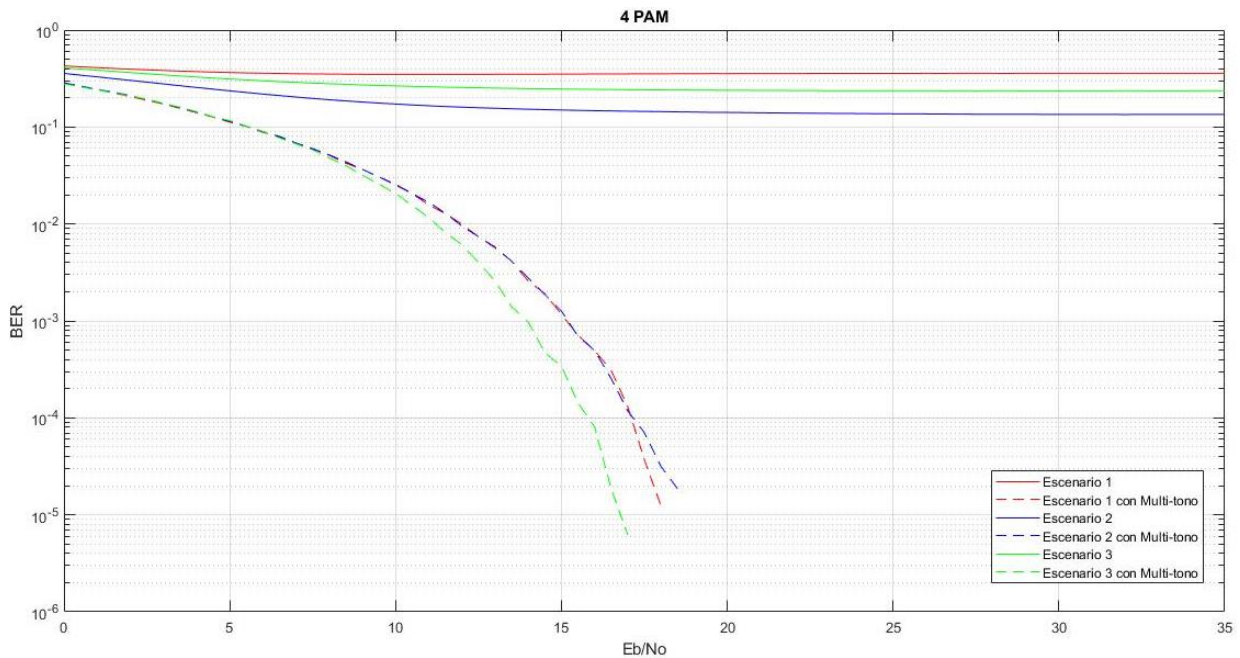


Figura B.4 Desempeño técnica de transmisión multitono con 64 tonos y modulación 4-PAM_{PB}.



B.2. SISTEMA DE COMUNICACIÓN MODULACIÓN M-QAM

B.2.1. Sistema multitono con 16 tonos

En las Figuras B.5 y B.6, se encuentran las curvas de BER vs E_b/N_o para los esquemas de modulación 4-QAM y 16-QAM, respectivamente, empleado 16 tonos para la técnica de transmisión multitono

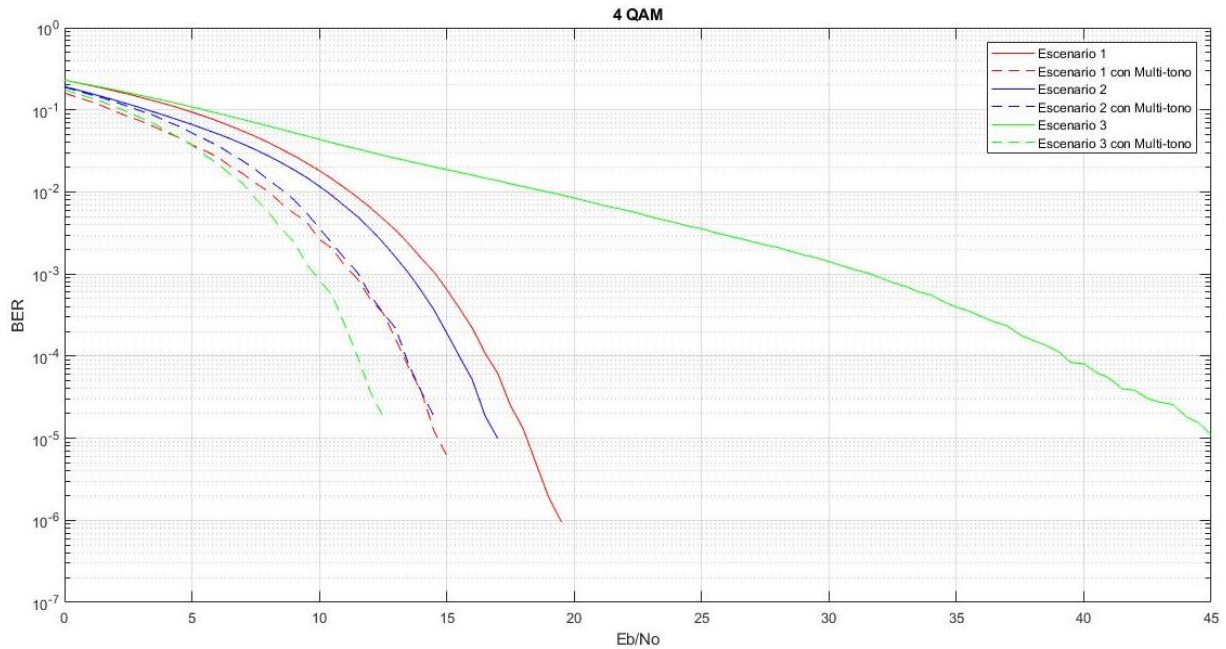


Figura B.5. Desempeño técnica de transmisión multitono con 16 tonos y modulación 4-QAM.

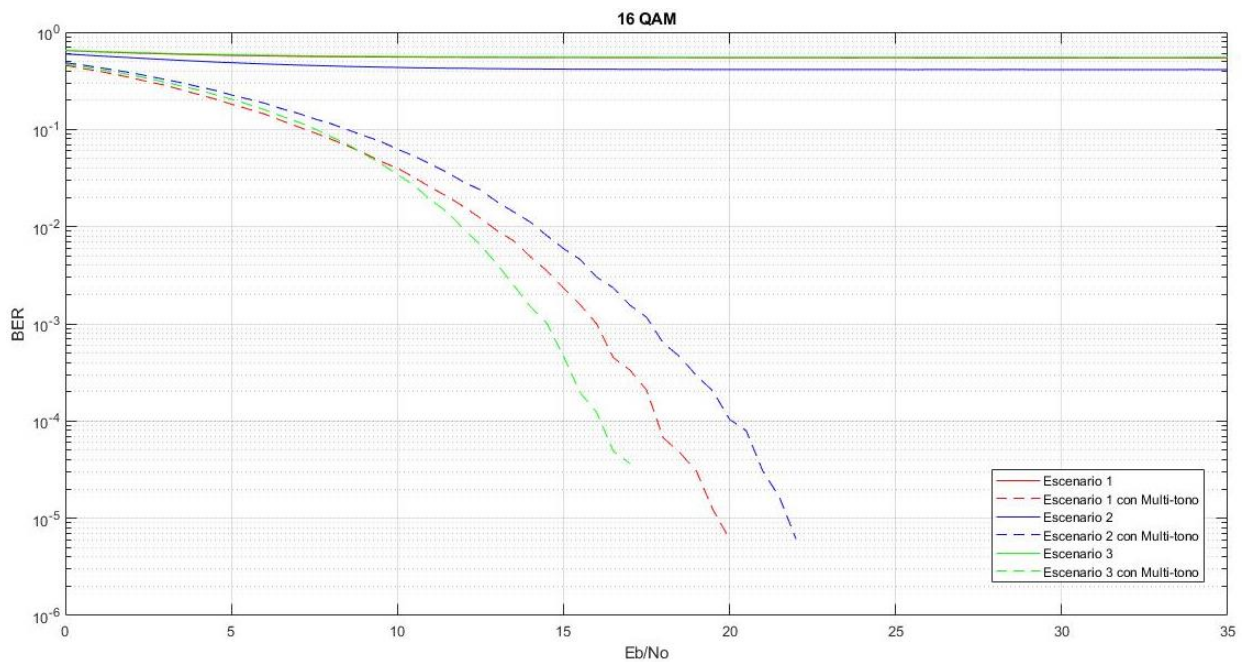


Figura B.6. Desempeño técnica de transmisión multitono con 16 tonos y modulación 16-QAM.



B.2.2. Sistema multitono con 64 tonos

En las Figuras B.7 y B.8 se presentan las curvas de BER vs E_b/N_o para los esquemas de modulación 4-QAM y 16-QAM respectivamente, utilizando 64 tonos para el sistema con técnica de transmisión multitono.

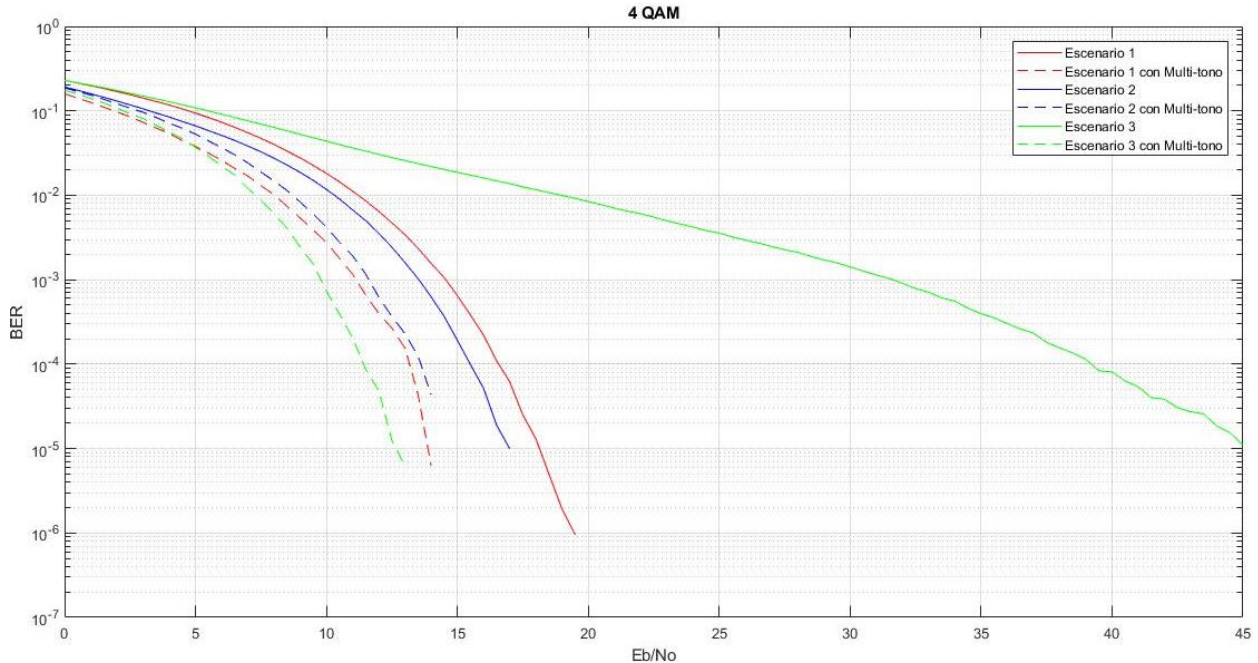


Figura B.7. Desempeño técnica de transmisión multitono con 64 tonos y modulación 4-QAM.

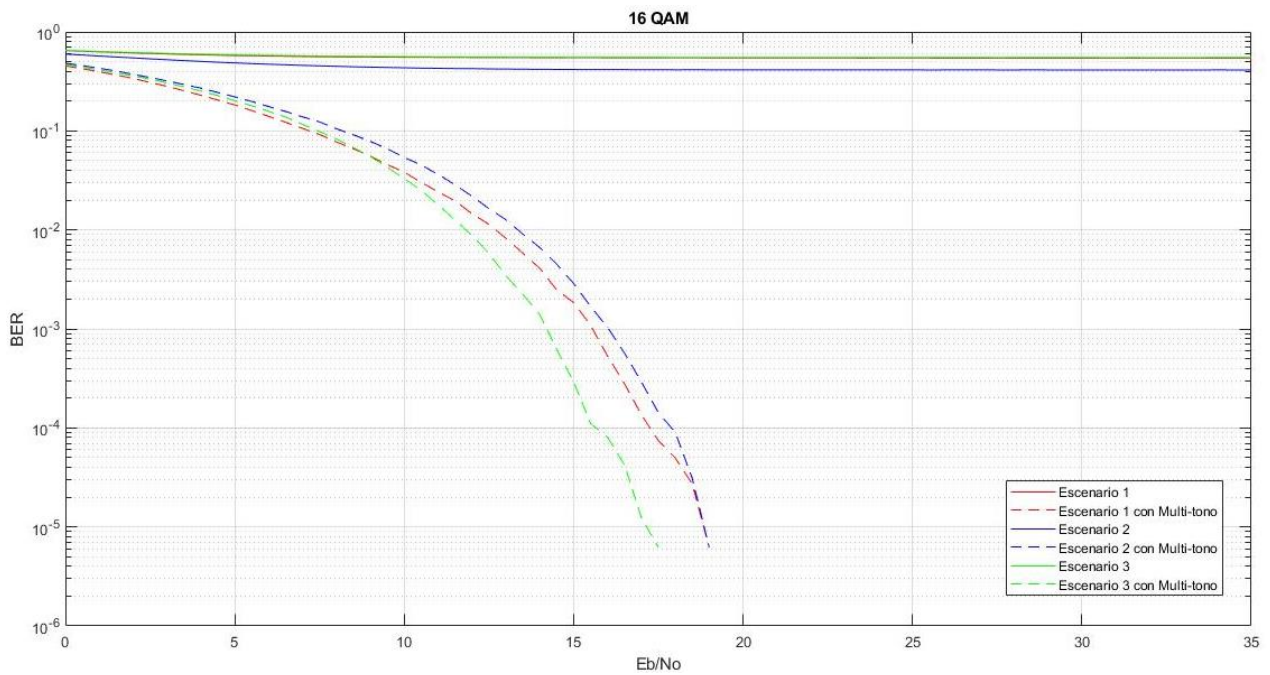


Figura B.8. Desempeño técnica de transmisión multitono con 64 tonos y modulación 16-QAM.